



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELETRÔNICA

Marcelo Carsten Amaral

Análise do método cepstral de cancelamento de realimentação acústica

Florianópolis

2022

Marcelo Carsten Amaral

Análise do método cepstral de cancelamento de realimentação acústica

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Eletrônica. Orientador: Prof. Bruno Catarino Bispo, PhD.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Amaral, Marcelo Carsten

Análise do método cepstral de cancelamento de
realimentação acústica / Marcelo Carsten Amaral ;
orientador, Bruno Catarino Bispo, 2022.

70 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Eletrônica, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Engenharia Eletrônica. 2. Cancelamento de
realimentação acústica. 3. Método cepstral AFC-CE. 4. Fator
de esquecimento. 5. Cepstro de fala. I. Bispo, Bruno
Catarino. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Graduação em Engenharia Eletrônica. III. Título.

Marcelo Carsten Amaral

Análise do método cepstral de cancelamento de realimentação acústica

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica e aprovado em sua forma final pelo Curso de Engenharia Eletrônica.

Florianópolis, 16 de dezembro de 2022.

Prof. Fernando Rangel de Sousa, PhD.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Bruno Catarino Bispo, PhD.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Márcio Holsbach Costa, Dr.
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Leonardo Silva Resende, Dr.
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer aos meus pais e irmão por todo o apoio, amor e carinho ao longo de todos esses anos.

Registro meus mais sinceros agradecimentos ao meu orientador Prof. Bruno Catarino Bispo por toda a confiança, apoio, disponibilidade, discussões estimulantes e valorosos ensinamentos.

Sou grato a todos os professores da UFSC por terem me propiciado uma formação da mais excelente qualidade durante toda essa jornada.

O meu muito obrigado a todos os amigos e familiares que sempre lá estiveram para me apoiar e motivar.

Por fim, agradeço a sociedade brasileira pela oportunidade de frequentar uma instituição de referência pública, gratuita e de qualidade.

„Mut ohne Klugheit ist Unfug; und Klugheit ohne Mut ist Quatsch!“
—*Emil Erich Kästner*

RESUMO

A realimentação acústica deteriora a qualidade do som reproduzido e limita a amplificação alcançável dos sistemas de sonorização. Diferentes técnicas foram desenvolvidas para evitar este problema. Dentre elas, destacam-se os métodos de cancelamento de realimentação acústica (AFC), que utilizam um filtro adaptativo para identificar o caminho de realimentação e remover sua influência do sistema. Porém, os algoritmos tradicionais de filtragem adaptativa desempenham insatisfatoriamente nos métodos AFC, pois os sinais que agem como entrada e ruído para o filtro são altamente correlacionados e soluções específicas precisam ser desenvolvidas. Atualmente, uma solução promissora é o método de cancelamento de realimentação acústica baseada no cepstro do sinal de erro (AFC-CE). Em trabalhos recentemente publicados na literatura, observou-se que ao aplicar o método AFC-CE para sinais de fala obtinha-se um desalinhamento entre o filtro adaptativo e o caminho de realimentação acústica que apresentava velocidade de convergência e valor após a convergência reduzidos com o aumento do fator de esquecimento, parâmetro regente do método. Porém, nenhuma justificativa foi apresentada para esse comportamento. Este trabalho analisa a influência do fator de esquecimento, dos cepstros dos sinais de fala e dos cepstros dos caminhos acústicos no desempenho do método AFC-CE. Uma equação para o erro da resposta ao impulso do filtro adaptativo em função do número de iterações do método é formulada. Demonstra-se que ela é composta pela soma de três termos. O primeiro relacionado somente aos caminhos de realimentação, o segundo a uma soma ponderada dos cepstros do sinal de entrada e o terceiro a uma soma ponderada dos cepstros dos caminhos acústicos. Simulações mostraram que, para sinais de fala, a soma ponderada dos cepstros converge, fato preponderante para a convergência do método. A velocidade de convergência, o valor após a convergência e as oscilações ao redor do valor após a convergência diminuem com o aumento do fator de esquecimento, comportamentos diretamente refletidos no erro do filtro. Nas primeiras iterações, o primeiro termo tem maior influência. Após algumas interações, o segundo e terceiro termos regem o desempenho do método. Mostra-se que o cepstro dos caminhos acústicos, em geral, exerce pouca influência no desalinhamento e pode limitar consideravelmente o aumento da amplificação alcançável do sistema.

Palavras-chave: Cancelamento de realimentação, método cepstral, AFC-CE, fator de esquecimento, cepstro de fala.

ABSTRACT

Acoustic feedback reduces the quality of reproduced sound and limits the achievable amplification of sound reinforcement systems. Different techniques have been developed to avoid this problem. Among them, the acoustic feedback cancellation (AFC) methods stand out, which use an adaptive filter to identify the feedback path and remove its influence from the system. However, traditional adaptive filtering algorithms perform poorly in AFC methods, as the signals that act as input and noise for the filter are highly correlated and specific solutions need to be developed. Currently, a promising solution is the acoustic feedback cancellation method based on the cepstrum of the error signal (AFC-CE). In works recently published in the literature, it was observed that when applying the AFC-CE method to speech signals, a misalignment between the adaptive filter and the acoustic feedback path was obtained, which presented a convergence speed and value after convergence reduced with the increase in the forgetting factor, parameter governing the method. However, no justification was presented for this behaviour. This work conducts an analysis of the influence of the forgetting factor, the speech signals cepstra and the acoustic paths cepstra on the performance of the AFC-CE method. An equation for the error of the adaptive filter impulse response as a function of the number of method iterations is presented. It is shown that it is composed of the sum of three terms. The first is related to the feedback paths, the second to the weighted sum of the input signal cepstra and the third to the weighted sum of the acoustic paths cepstra. Simulations showed that, for speech signals, the weighted sum of the cepstra converge, a preponderant fact for the method convergence. The speed of convergence, the value after convergence and the oscillations around the value after convergence decrease with the increase in the forgetting factor, behaviours directly reflected in the filter error. In the first iterations, the first term has the greatest influence. After a few iterations, the second and third terms govern the method performance. It is shown that the acoustic paths cepstra in general exerts little influence on the misalignment and can considerably depreciate the increase in the achievable amplification.

Keywords: Acoustic feedback cancellation, cepstral method, AFC-CE, forgetting factor, speech cepstrum.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Realimentação acústica em sistemas de sonorização.	20
Figura 2.2 – Diagrama de blocos do problema de filtragem.	23
Figura 2.3 – Cancelamento de realimentação acústica.	26
Figura 2.4 – Etapas para obtenção do cepstro.	30
Figura 2.5 – Cancelamento de realimentação acústica pelo método AFC-CE.	31
Figura 2.6 – Diagrama de blocos do método AFC-CE.	32
Figura 3.1 – Sistema de sonorização estendido.	33
Figura 3.2 – Cancelamento de realimentação acústica pelo método AFC-CE estendido.	36
Figura 3.3 – Respostas ao impulso $\mathbf{f}_1(n)$ e $\mathbf{f}_2(n)$ dos caminhos de realimentação.	47
Figura 3.4 – Caminhos acústicos \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 , respectivamente.	48
Figura 4.1 – Resultados médios para $M = 1$: (a) $\text{MSG}(n)$; (b) $\text{MIS}(n)$	50
Figura 4.2 – Desempenho do método AFC-CE para $M = 1$: (a) $\ \boldsymbol{\epsilon}_m\ /\ \mathbf{f}\ $; (b) $\ \boldsymbol{\rho}_m\ $; (c) $(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\rho}_m\ $; (d) Análise completa para $\lambda = 0,99$; (e) Análise completa para $\lambda = 0,95$	51
Figura 4.3 – Resultados médios para $M = 2$, $k_1 = k_2 = 0,5$ e \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 RIRs: (a) $\text{MSG}(n)$; (b) $\text{MIS}(n)$	54
Figura 4.4 – Desempenho do método AFC-CE com $M = 2$, $k_1 = k_2 = 0,5$ e \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 RIRs: (a) $\ \boldsymbol{\epsilon}_m\ $; (b) $(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\rho}_m\ $; (c) $\ \boldsymbol{\zeta}_m\ $; (d) $(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\zeta}_m\ $; (e) análise geral para $\lambda = 0,99$; (f) análise geral para $\lambda = 0,95$	57
Figura 4.5 – Transformada de Fourier de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}$	60
Figura 4.6 – Resultados médios para $M = 2$, $k_1 = 0,7$, $k_2 = 0,3$ e \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 RIRs: (a) $\text{MSG}(n)$; (b) $\text{MIS}(n)$	60
Figura 4.7 – Desempenho do método AFC-CE com $M = 2$, $k_1 = 0,7$, $k_2 = 0,3$ e \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 RIRs: (a) $\ \boldsymbol{\epsilon}_m\ $; (b) $(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\rho}_m\ $; (c) $\ \boldsymbol{\zeta}_m\ $; (d) $(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\zeta}_m\ $; (e) análise geral para $\lambda = 0,99$; (f) análise geral para $\lambda = 0,95$	62

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 – Comportamento das normas do caso $M = 1$ com o aumento de λ 53
- Tabela 2 – Comportamento das normas do caso $M = 2$ com o aumento de λ 56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A/D	Analógico para Digital
AFC	Cancelamento de Realimentação Acústica
AFC-CE	Cancelamento de Realimentação Acústica baseada no Cepstro do Sinal de Erro
D/A	Digital para Analógico
FFT	Transformada Rápida de Fourier
DTFT	Transformada de Fourier de tempo discreto
IDTFT	Transformada de Fourier inversa de tempo discreto
FIR	Resposta ao Impulso Finita
RIR	Resposta ao Impulso de Sala
VAD	Detector de Atividade de Voz

LISTA DE SÍMBOLOS

$F(q, n)$	Função de transferência do caminho de realimentação
$G(q, n)$	Função de transferência do caminho de avanço
$H(q, n)$	Função de transferência do filtro adaptativo
$A(q, n)$	Função de transferência do caminho acústico
$u(n)$	Sinal de entrada do sistema de sonorização
$v(n)$	Sinal de fonte
$r(n)$	Sinal de ruído ambiente
$y(n)$	Sinal do microfone
$x(n)$	Sinal de alto-falante
$e(n)$	Sinal de erro
$F(e^{j\omega}, n)$	Resposta em frequência de $F(q, n)$
$G(e^{j\omega}, n)$	Resposta em frequência de $G(q, n)$
$H(e^{j\omega}, n)$	Resposta em frequência de $H(q, n)$
$A(e^{j\omega}, n)$	Resposta em frequência de $A(q, n)$
$\mathbf{f}(n)$	Resposta ao impulso do caminho de realimentação
$\mathbf{g}(n)$	Resposta ao impulso do caminho de avanço
$\mathbf{h}(n)$	Resposta ao impulso do filtro adaptativo
$\mathbf{a}(n)$	Resposta ao impulso do caminho acústico
q^{-1}	Operador de atraso temporal
$K(n)$	Ganho de banda larga
$O(q, n)$	Oscilações da resposta em frequência de $G(q, n)$
$\text{MSG}(n)$	Máximo ganho estável do sistema de sonorização
$\Delta\text{MSG}(n)$	Aumento alcançável do máximo ganho estável
$\text{MIS}(n)$	Desalinhamento ou desajuste normalizado
ω	Frequência angular

f_s	Frequência de amostragem
λ	Fator de esquecimento
$(.)^T$	Transposto
$\{.\}^{*i}$	i -ésima potência de convolução
$\{.\}^{\wedge}$	Valor estimado
$\ \cdot\ $	Norma euclidiana
$\mathcal{P}(n)$	Conjunto de frequências críticas do sistema AFC
$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)$	Conjunto de frequências críticas do sistema AFC com filtro adaptativo
$\mathcal{P}_{\mathcal{E}}(n)$	Conjunto de frequências críticas do sistema AFC estendido
$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$	Conjunto de frequências críticas do sistema AFC estendido com filtro adaptativo
N_F	Comprimento de $F(q, n)$
N_G	Comprimento de $N(q, n)$
N_H	Comprimento de $H(q, n)$
N_A	Comprimento de $A(q, n)$
L	Quantidade de amostras mais recentes de $e(n)$ para o método AFC-CE
N	Intervalo de amostras para a execução do método AFC-CE
M	Quantidade de microfones
p	Índice de microfone
k	Ganho de amplificação do microfone
$\mathcal{F}\{.\}$	Transformada de Fourier
$\mathcal{F}^{-1}\{.\}$	Transformada inversa de Fourier
$\mathbf{c}_e(n)$	Cepstro de tempo curto do sinal de erro
$\mathbf{c}_u(n)$	Cepstro de tempo curto do sinal de entrada
$\mathbf{c}_a(n)$	Cepstro de tempo curto do caminho acústico
n	Índice de tempo discreto

m	Número de iterações do método
ρ_m	Polinômio de ordem $m - 1$ associado ao sinal de entrada
ζ_m	Polinômio de ordem $m - 1$ associado aos caminhos acústicos
ϵ_m	Erro de estimação do filtro adaptativo na m -ésima iteração
$\tilde{A}(e^{j\omega}, n)$	Argumento do logaritmo de $\mathbf{c}_a(n)$
ΔK	Aumento do ganho de banda larga do caminho de avanço

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	MOTIVAÇÃO	17
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	Objetivo Geral	18
1.2.2	Objetivos Específicos	18
1.2.3	Organização do Trabalho	18
1.2.4	Contribuição do Trabalho	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	SISTEMAS DE SONORIZAÇÃO	20
2.2	FILTRAGEM ADAPTATIVA	22
2.3	CANCELAMENTO DE REALIMENTAÇÃO ACÚSTICA	26
2.4	ANÁLISE CEPSTRAL	29
2.5	MÉTODO AFC-CE	30
3	MATERIAIS E MÉTODOS	33
3.1	SISTEMA DE SONORIZAÇÃO COM M MICROFONES	33
3.2	CANCELAMENTO DE REALIMENTAÇÃO ACÚSTICA DO SISTEMA ESTENDIDO	36
3.3	MÉTODO AFC-CE APLICADO AO SISTEMA COM M MICROFONES	38
3.4	MÉTODO AFC-CE ADAPTADO AO SISTEMA COM M MICROFONES	40
3.5	ANÁLISE DO MÉTODO AFC-CE	40
3.5.1	Caso I: $M = 1$	43
3.5.2	Caso II: $M = 2$	44
3.6	MÉTRICAS DE DESEMPENHO	46
3.6.1	Máximo Ganho Estável	46
3.6.2	Desalinhamento	46
3.7	CONFIGURAÇÃO DAS SIMULAÇÕES	47
3.7.1	Caminho de Realimentação	47
3.7.2	Caminho de Avanço	48
3.7.3	Caminho Acústico	48
3.7.4	Sinal de Fala	49
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	50
4.1	CASO $M = 1$	50
4.2	CASO $M = 2$	53
4.2.1	Configuração I: $k_1 = k_2 = 0,5$	54
4.2.2	Configuração II: $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$	60
5	CONCLUSÃO	64
5.1	TRABALHOS FUTUROS	65

REFERÊNCIAS	67
-------------------	----

1 INTRODUÇÃO

Um sistema de sonorização compreende, essencialmente, microfones, amplificadores e alto-falantes. Seu objetivo fundamental é captar, amplificar e reproduzir um ou mais sinais sonoros desejados no mesmo ambiente acústico. Mesas de som e processadores de sinal podem ser empregados para combinar e melhorar a qualidade dos sinais sonoros.

O acoplamento acústico entre o alto-falante e o microfone faz o sinal reproduzido por aquele ser captado por este e, com isso, gera-se uma malha fechada de sinal. Uma vez que o atraso acarretado pelo sistema de amplificação é tipicamente pequeno, tem-se um sinal realimentado indistinguível do sinal de interesse e que soa como reverberação (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011).

Aponta-se que a realimentação acústica limita o desempenho de um sistema de sonorização de duas maneiras. Primeiramente, e mais importante, a função de transferência em malha fechada do sistema, a depender do ganho de amplificação, pode tornar-se instável e resultar em um som perceptivelmente desagradável de apito, fenômeno denominado efeito Larsen. Por conta disso, o ganho de amplificação precisa ser frequentemente reduzido. Como consequência, o máximo ganho estável do sistema é limitado a um valor máximo. Em segundo lugar, mesmo quando não excedido, a qualidade do som é afetada por excesso de reverberação (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011; BISPO *et al.*, 2020).

Com o intuito de conter o efeito Larsen e aumentar a amplificação alcançável, desenvolveu-se nas últimas décadas uma variedade de métodos, cujas soluções do estado da arte são os métodos de cancelamento de realimentação acústica (AFC), os quais visam estimar e cancelar o sinal realimentado mediante a utilização de filtros adaptativos. Acontece que, nesta aplicação, os sinais que agem como entrada (sinal do alto-falante) e ruído (sinal sonoro desejado e ruído ambiente) para o filtro adaptativo são altamente correlacionados (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011; BISPO *et al.*, 2020).

Por esse motivo, os tradicionais algoritmos de filtragem adaptativa, que, conforme Diniz (2012), são baseados na teoria de Wiener ou mínimos quadrados, não funcionam adequadamente e soluções específicas precisam ser desenvolvidas. A maioria das soluções para superar este problema introduz um procedimento de decorrelação com o intuito de reduzir a correlação cruzada entre os sinais de entrada e de interferência para o filtro adaptativo (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011).

Tendo isso em vista, uma solução recentemente apresentada na literatura por Bispo e Freitas (2015a) é o método AFC baseado no cepstro do sinal de erro (AFC-CE), que se vale da análise cepstral do sinal de erro para identificar o caminho de realimentação acústica e, assim, evita o problema da necessidade de decorrelação. Seus resultados mostraram-se bastante promissores quando aplicados a um sistema de sonorização típico ao prover um desalinhamento de -25 dB e um aumento de 30 dB no máximo ganho estável do sistema. Por suas virtudes, este trabalho se debruça sobre este método em particular.

1.1 MOTIVAÇÃO

Em trabalhos recentemente publicados na literatura, Bispo e Freitas (2015a) e Silva Nogueira *et al.* (2018) observaram que, ao se aplicar o método AFC-CE para sinais de fala, obtinha-se um desalinhamento entre o filtro adaptativo e o caminho de realimentação acústica que apresentava velocidade de convergência e valor após a convergência reduzidos com o aumento do fator de esquecimento, parâmetro presente na equação de atualização do filtro adaptativo. Acontece que esse comportamento é indesejável, visto que se pretende conjugar uma rápida velocidade de convergência a um baixo desalinhamento após a convergência.

Porém, em ambos os trabalhos, nenhuma justificativa foi apresentada para esclarecer o comportamento verificado. Tendo isso em vista, revelou-se pertinente o desenvolvimento de uma pesquisa que tratasse de elucidar e compreender esses fenômenos. Com isso, espera-se obter maneiras mais eficientes de controlá-los para, futuramente, aperfeiçoar o desempenho do método.

Além disso, parte considerável dos trabalhos publicados na literatura restringiram-se a aplicar os métodos AFC a sistemas de sonorização constituídos somente por um microfone e um alto-falante. Os primeiros a considerar a extensão do sistema a múltiplos microfones foram Guo, S. H. Jensen e J. Jensen (2012) na modelagem de um problema de cancelamento em aparelhos auditivos. Demais publicações deram continuidade como em Guo *et al.* (2012), Nakagawa, Nordholm e Yan (2012), Nakagawa *et al.* (2014) e Tran *et al.* (2015). Ainda assim, todos fizeram uso apenas de algoritmos tradicionais de filtragem adaptativa.

Diante disso, Bispo e Freitas (2015b) avaliaram o desempenho de alguns métodos do estado da arte, dentre eles o AFC-CE, em um sistema de sonorização com um microfone e múltiplos alto-falantes. Contudo, não existe nenhum estudo publicado que conduza esta mesma abordagem para um sistema de sonorização com um alto-falante e múltiplos microfones.

Em vista disso, considerou-se propício conduzir um estudo para extrair, analisar e compreender os efeitos e relações decorrentes de uma extensão do sistema de sonorização com um alto-falante para múltiplos microfones a partir do método cepstral de cancelamento de realimentação acústica. Destarte, espera-se avançar no entendimento sobre os sistemas de cancelamento e torná-los mais eficientes para toda sorte de aplicação de áudio, fala e reforço sonoro, como em concertos musicais, *shows*, videoconferências e aparelhos auditivos.

1.2 OBJETIVOS

A seguir, são listados os objetivos gerais e específicos deste trabalho, respectivamente.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é estudar, implementar e analisar o método AFC-CE em um sistema de sonorização com um alto-falante para dois casos, a saber: primeiramente, com um microfone e, posteriormente, com múltiplos microfones.

1.2.2 Objetivos Específicos

O trabalho desenvolvido teve por objetivos especificamente:

- Revisar a literatura concernente ao método cepstral de cancelamento de realimentação acústica;
- Estudar e implementar o método AFC-CE em um sistema de sonorização com múltiplos microfones;
- Analisar matematicamente as equações subjacentes ao método AFC-CE aplicado a um cenário envolvendo sinais de fala em um sistema de sonorização;
- Compreender a influência do fator de esquecimento, parâmetro regente do método, da quantidade de iterações, dos cepstros de fala dos sinais de entrada e dos cepstros dos caminhos acústicos no comportamento do filtro adaptativo;
- Executar simulações computacionais a partir de amostras de sinais de fala reais a fim de reproduzir virtualmente o sistema e método estudados. A partir dos resultados alcançados, descrevê-los em detalhes, apontando as relações envolvidas e, com isso, elucidar e investigar a influência prática das propriedades de interesse no desempenho do método AFC-CE.

1.2.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado como segue. No Capítulo 2, faz-se uma revisão bibliográfica onde são apresentados os conceitos relacionados com a fundamentação teórica do estudo conduzido. Nele, aborda-se o problema da realimentação acústica e sua modelagem, o conceito de filtragem adaptativa e sua introdução na modelagem estabelecida, os métodos de cancelamento de realimentação acústica, o conceito de análise cepstral e apresenta-se o método AFC-CE. O capítulo 3 comporta a análise do método AFC-CE e a sua metodologia de implementação no estudo feito. No capítulo 4, são apresentados e discutidos os resultados das simulações executadas. Por último, são sumarizadas as considerações finais.

1.2.4 Contribuição do Trabalho

O estudo conduzido no presente trabalho proporcionou a publicação na literatura do seguinte artigo:

- AMARAL, Marcelo Carsten; RODRIGUES, Pedro Miguel; BISPO, Bruno Catarino. Uma Análise do Método Cepstral de Cancelamento de Realimentação Acústica. Anais do XXXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT 2021, Fortaleza, Ceará, p. 1-5, set. 2021.

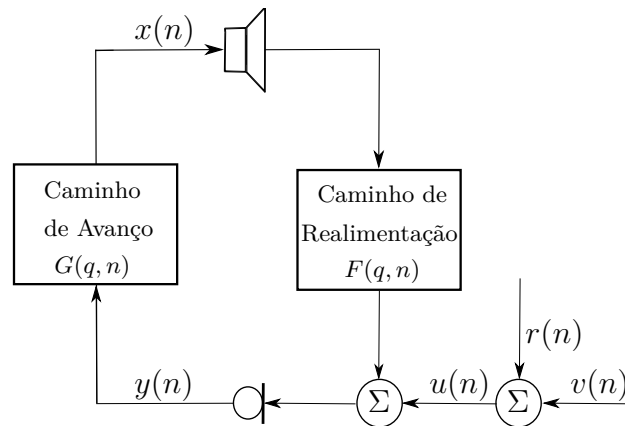
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são abordados os conceitos fundamentais relacionados ao problema de realimentação acústica em sistemas de sonorização. Primeiramente, apresenta-se a modelagem de um problema de realimentação acústica e introduz-se as relações matemáticas nele envolvidas. Na sequência, discute-se a filtragem adaptativa. A seguir, estuda-se o mesmo problema, porém, dessa vez, com a inserção de um filtro adaptativo e as novas relações daí decorrentes. Adiante, expõe-se sobre os conceitos de cepstro e análise cepstral que ancoram o presente estudo. Por fim, apresenta-se em detalhes o método cepstral de cancelamento de realimentação acústica (AFC-CE).

2.1 SISTEMAS DE SONORIZAÇÃO

A modelagem de um sistema de sonorização típico com um microfone e um alto-falante pode ser visto na Figura 2.1. O sinal de entrada $u(n)$ do sistema é composto pela adição entre o sinal de fonte $v(n)$ e o ruído ambiente, $r(n)$, isto é, $u(n) = v(n) + r(n)$. O sinal de fonte é o sinal desejado. Por conveniência, $u(n)$ inclui as características do microfone e do conversor A/D (BISPO *et al.*, 2020).

Figura 2.1 – Realimentação acústica em sistemas de sonorização.



Fonte: Adaptado de Bispo *et al.* (2020)

O caminho de realimentação acústica modela o acoplamento existente entre o alto-falante e o microfone. Por praticidade, também abarca as características dos demais elementos de processamento de sinais nele inseridos, como conversor D/A, alto-falante, microfone e conversor A/D. Assim, pode-se representá-lo pela função de transferência variante no tempo de comprimento N_F expressa por (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$F(q, n) = f_0(n) + f_1(n)q^{-1} + \dots + f_{N_F}(n)q^{-N_F}, \quad (2.1)$$

sendo q o operador de deslocamento de tempo discreto, isto é, $q^{-1}x(n) = x(n-1)$ (LJUNG, 1999), ou pela resposta ao impulso

$$\mathbf{f}(n) = [f_0(n) \ f_1(n) \ \dots \ f_{N_F}(n)]^T. \quad (2.2)$$

A filtragem do sinal $x(n)$ com $F(q, n)$ é dada por

$$F(q, n)x(n) = \mathbf{f}(n) * x(n) = \sum_{k=0}^{N_F} f_k(n)x(n - k) \quad (2.3)$$

em que $*$ denota a operação de convolução.

O caminho de avanço, por sua vez, modela o sistema de amplificação, bem como quaisquer outros dispositivos de processamento de sinais inseridos neste trecho da malha. Para todos os efeitos, pode-se representá-lo pela função de transferência variante no tempo de comprimento N_G na forma (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$G(q, n) = g_0(n) + g_1(n)q^{-1} + \dots + g_{N_G}(n)q^{-N_G}, \quad (2.4)$$

ou, equivalentemente, pela sua resposta ao impulso

$$\mathbf{g}(n) = [g_0(n) \ g_1(n) \ \dots \ g_{N_G}(n)]^T. \quad (2.5)$$

Assim posto, o sinal do alto-falante $x(n)$ está relacionado com o sinal de entrada do sistema $u(n)$ pela função de transferência em malha fechada variante no tempo do sistema conforme

$$x(n) = \frac{G(q, n)}{1 - G(q, n)F(q, n)}u(n), \quad (2.6)$$

Da teoria de sistemas de controle, sabe-se que o critério de estabilidade de Nyquist afirma que o sistema em malha fechada será instável se existir ao menos uma frequência ω para a qual

$$\begin{cases} |G(e^{j\omega}, n)F(e^{j\omega}, n)| & \geq 1 \\ \angle G(e^{j\omega}, n)F(e^{j\omega}, n) & = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (2.7)$$

em que $G(e^{j\omega}, n)$ e $F(e^{j\omega}, n)$ consistem nas respostas em frequência de tempo curto dos caminhos de avanço e de realimentação, respectivamente, e $\omega \in [0, 2\pi]$ é a frequência angular normalizada (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011).

Segue-se de (2.7), portanto, que se uma componente frequencial não for atenuada e sua fase for deslocada de um múltiplo inteiro de 2π pela função de transferência de malha aberta do sistema, isto é, $G(q, n)F(q, n)$, esta componente jamais desaparecerá do sistema, mesmo que o sinal de entrada $u(n)$ não esteja mais presente. Por conta disso, se for amplificada, sua magnitude irá aumentar após cada ciclo na malha e um som tipo apito ocorrerá nesta frequência, fenômeno denominado efeito Larsen¹. Esse som de apito é profundamente desconfortável para os ouvintes, de tal modo que o ganho de amplificação tem de ser reduzido. Consequentemente, a realimentação acústica impõe um limite superior ao máximo ganho estável (MSG) do sistema de sonorização (BISPO; FREITAS, 2015a).

¹ Em homenagem ao engenheiro acústico dinamarquês Søren Absalon Larsen (1871-1957) que o estudou.

De maneira a quantificar a amplificação alcançável de um sistema de reforço sonoro, é de praxe definir um ganho de banda larga $K(n)$ do caminho de avanço como a média de sua magnitude (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011; BISPO; FREITAS, 2015a), isto é,

$$K(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |G(e^{j\omega}, n)| d\omega \quad (2.8)$$

e extraí-lo a partir de $G(q, n)$ da seguinte maneira

$$G(q, n) = K(n)O(q, n), \quad (2.9)$$

em que $O(q, n)$ é um termo constituído pelas oscilações da resposta em frequência de $G(q, n)$.

Se se admitir que $O(q, n)$ é conhecido e que $K(n)$ pode ser variado, define-se o MSG do sistema como (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011)

$$\begin{cases} \text{MSG}(n)(\text{dB}) = 20 \log_{10} K(n) \\ \text{tal que } \max_{\omega \in \mathcal{P}(n)} |G(e^{j\omega}, n)F(e^{j\omega}, n)| = 1, \end{cases} \quad (2.10)$$

que de (2.9) em (2.10) implica que

$$\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left\{ \max_{\omega \in \mathcal{P}(n)} |O(e^{j\omega}, n)F(e^{j\omega}, n)| \right\}, \quad (2.11)$$

em que $\mathcal{P}(n)$ denota o conjunto de frequências que satisfazem a condição de fase em (2.7), ditas frequências críticas do sistema, isto é

$$\mathcal{P}(n) = \left\{ \omega \mid \angle G(e^{j\omega}, n)F(e^{j\omega}, n) = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (2.12)$$

A fim de suprimir ou, se tanto, controlar o efeito Larsen, desenvolveu-se nos últimos anos os chamados métodos de cancelamento de realimentação acústica (AFC). Esses métodos destacam-se, sobretudo, por proporcionarem os melhores desempenhos. Para tanto, eles identificam e rastreiam o caminho de realimentação acústica $F(q, n)$ ao fazerem uso de um filtro adaptativo (BISPO; FREITAS, 2015a). Diante disso, o conceito de filtragem adaptativa é introduzido a seguir.

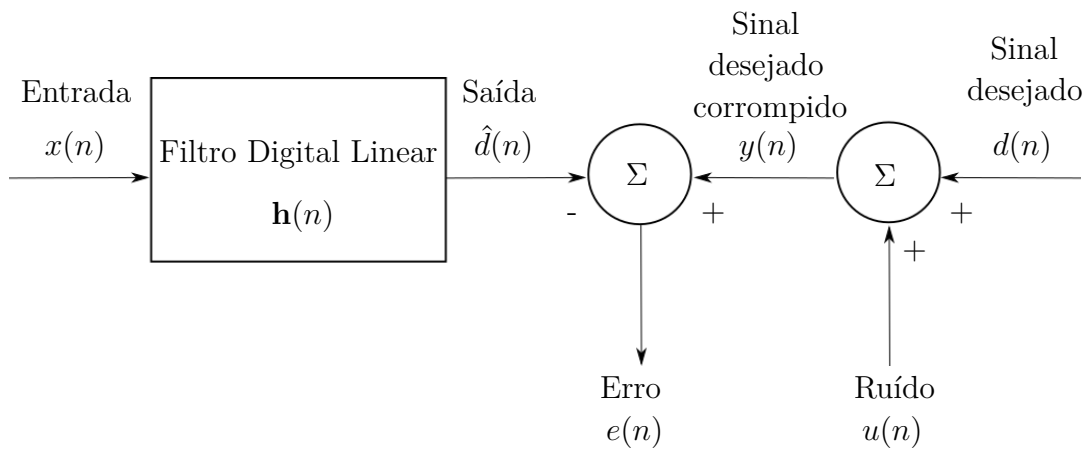
2.2 FILTRAGEM ADAPTATIVA

A filtragem é uma técnica de processamento de sinais que consiste na extração de informação de uma determinada grandeza de interesse a partir de dados ruidosos. Por conta de sua versatilidade, a teoria de filtros tem sido aplicada com sucesso nas mais variadas áreas, dentre as quais pode-se citar comunicações, controle, radar e engenharia biomédica (HAYKIN, 2014).

A Figura 2.2 apresenta um diagrama de blocos de um filtro linear de tempo discreto genérico. O filtro tem como sinal de entrada o sinal $x(n)$ e sua caracterização é dada

pela resposta ao impulso $\mathbf{h}(n)$. A saída do filtro $\hat{d}(n)$ fornece uma estimativa do sinal desejado $d(n)$. A diferença entre o sinal que se deseja e o sinal de saída gera o sinal de erro $e(n)$. O objetivo, portanto, é minimizá-lo segundo algum critério o tanto quanto for possível (HAYKIN, 2014). Repare que se o sinal desejado sofrer modificações por conta da presença de ruído, representado pelo sinal de ruído $u(n)$, origina-se o sinal desejado corrompido $y(n)$. Dessa forma, o sinal de erro de estimação corresponde à diferença entre o sinal desejado corrompido $y(n)$ e o sinal de saída do filtro $\hat{d}(n)$.

Figura 2.2 – Diagrama de blocos do problema de filtragem.



Fonte: Adaptado de Haykin (2014)

Na prática, é comum situações em que as especificações do sinal de entrada e do sinal desejado corrompido não são completamente conhecidas ou são variantes no tempo. Nesse caso, a solução mais eficiente é o emprego de filtros com coeficientes adaptativos, conhecidos como filtros adaptativos (DINIZ, 2012).

O filtro adaptativo vale-se de um algoritmo iterativo que parte de um conjunto pré-determinado de condições iniciais que representam os dados conhecidos do ambiente. Em um ambiente estacionário, o algoritmo tende a convergir para a solução ótima após sucessivos ciclos de adaptação. Em contrapartida, em ambientes não-estacionários, o algoritmo apresenta capacidade de rastreamento que lhe possibilita sondar variações temporais na estatística dos dados de entrada, contanto que as variações sejam suficientemente lentas (HAYKIN, 2014).

A escolha da natureza do filtro adaptativo a ser utilizado depende de um conjunto de fatores a serem sopesados, tais como taxa de convergência, desalinhamento, rastreamento, robustez, esforço computacional, estrutura e propriedades numéricas (HAYKIN, 2014).

O objetivo básico de um filtro adaptativo consiste em tentar minimizar uma função custo J , que permite fazer com que ocorra convergência dos parâmetros do filtro para um conjunto ótimo de coeficientes. Esta função pode ser interpretada como uma função do sinal de erro $e(n)$, isto é, $J = J[e(n)]$. Desse modo, considera-se que um algoritmo

adaptativo é definido, fundamentalmente, por três elementos, a saber: um algoritmo de minimização, uma função custo e um sinal de erro (DINIZ, 2012).

A definição do algoritmo de minimização afeta, essencialmente, a velocidade de convergência e a complexidade computacional do processo adaptativo. A intenção é minimizar uma função custo em relação a um conjunto de parâmetros por meio da seguinte iteração

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) + \Delta\mathbf{h}(n) \quad (2.13)$$

sendo $\Delta\mathbf{h}(n)$ o passo do método, também denominado termo de correção (DINIZ, 2012).

Os métodos de otimização mais frequentemente empregados no processamento de sinais adaptativos são, nomeadamente: método de Newton, método quase-Newton e método do gradiente descendente (DINIZ, 2012).

O método de Newton procura o mínimo de uma aproximação de segunda ordem da função objetivo de acordo com uma fórmula de atualização iterativa para o vetor de parâmetros dada por

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) - \mu \mathcal{H}_{\mathbf{h}}^{-1} \{J[e(n)]\} \nabla_{\mathbf{h}} \{J[e(n)]\}, \quad (2.14)$$

em que μ é o fator que controla o tamanho do passo do algoritmo, isto é, determina o quão rapidamente o vetor de parâmetros pode ser alterado; $\mathcal{H}_{\mathbf{h}}^{-1}$ é a matriz Hessiana da função custo e $\nabla_{\mathbf{h}}$ é o gradiente da função custo em relação aos coeficientes do filtro adaptativo (DINIZ, 2012).

Já o método quase-Newton consiste numa versão simplificada do método de Newton, uma vez que ele tenta minimizar a função custo utilizando uma estimativa calculada recursivamente do inverso da matriz Hessiana (DINIZ, 2012), isto é,

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) - \mu \mathcal{S}(n) \nabla_{\mathbf{h}} \{J[e(n)]\}, \quad (2.15)$$

em que $\mathcal{S}(n)$ é uma estimativa de $\mathcal{H}_{\mathbf{h}}^{-1} \{J[e(n)]\}$ tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{S}(n) = \mathcal{H}_{\mathbf{h}}^{-1} \{J[e(n)]\}. \quad (2.16)$$

Por fim, o método do gradiente descendente, ou simplesmente método do gradiente, procura o ponto mínimo da função custo ao seguir na direção oposta do vetor gradiente dela. Sua equação de atualização é expressa por (DINIZ, 2012)

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{h}} \{J[e(n)]\}. \quad (2.17)$$

Segundo Diniz (2012), os métodos de gradiente são, em geral, mais fáceis de implementar. Por outro lado, o método de Newton normalmente necessita de um menor número de iterações para alcançar a vizinhança do ponto mínimo. Em muitas situações, o método quase-Newton pode ser considerado um bom compromisso entre esforço computacional e rápida convergência do método de Newton. Todavia, mostra-se mais suscetível a problemas

de instabilidade por conta da forma recursiva usada para gerar a estimativa da matriz Hessiana inversa.

Diniz (2012) aponta ainda que uma escolha apropriada do parâmetro de convergência requer uma quantidade razoável de conhecimento do problema adaptativo de interesse. Consequentemente, não existe uma solução geral para realizar esta tarefa. Tendo isso em vista, as simulações computacionais desempenham um papel fundamental e são, de fato, a ferramenta mais utilizada para verificar a consistência da solução adotada.

O segundo critério a ser definido em um algoritmo adaptativo é a função custo $J[e(n)]$, que afeta a sua complexidade computacional. Diniz (2012) lista as mais comumente utilizadas:

- Erro Quadrático Médio (MSE):

$$J[e(n)] = E[|e(n)|^2]; \quad (2.18)$$

- Mínimos Quadrados (LS):

$$J[e(n)] = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n |e(n-i)|^2; \quad (2.19)$$

- Mínimos Quadrados Ponderados (WLS):

$$J[e(n)] = \sum_{i=0}^n \lambda^n |e(n-i)|^2, \quad (2.20)$$

em que $0 < \lambda < 1$;

- Valor Quadrático Instantâneo (ISV):

$$J[e(n)] = |e(n)|^2. \quad (2.21)$$

A MSE, estritamente falando, é apenas um valor teórico, uma vez que ela requer uma quantidade infinita de informações para ser mensurada. Na prática, a função custo ideal pode ser aproximada pelas demais três listadas. As funções LS, WLS e ISV diferem entre si na complexidade de implementação e no comportamento de convergência. De maneira geral, a ISV é mais fácil de ser implementada, porém apresenta convergência ruidosa. Já a LS é conveniente para ser utilizada em um ambiente estacionário, ao passo que a WLS é favorável em aplicações em que as características do ambiente variam lentamente (DINIZ, 2012).

Por fim, o terceiro critério a ser definido em um algoritmo adaptativo é o sinal de erro. Trata-se de uma escolha crucial para o desempenho do filtro, uma vez que pode afetar diversas características do algoritmo como um todo, incluindo complexidade computacional, velocidade de convergência, robustez e a ocorrência de soluções enviesadas (DINIZ, 2012).

Os métodos apresentados até aqui estão todos consagrados na literatura, apresentam bom desempenho e são amplamente utilizados nas mais diversas aplicações de filtragem. Todavia, salienta-se que para o sistema exposto na Figura 2.2 funcionar satisfatoriamente, o sinal desejado $d(n)$ deve ter alguma relação linear com a entrada $x(n)$, bem como o sinal de ruído $u(n)$ deve ser nulo ou ser decorrelacionado de $d(n)$, pelo fato dele ser o responsável por modificá-lo. É válido mencionar que é usual adotar-se $u(n)$ como ruído branco gaussiano com média zero.

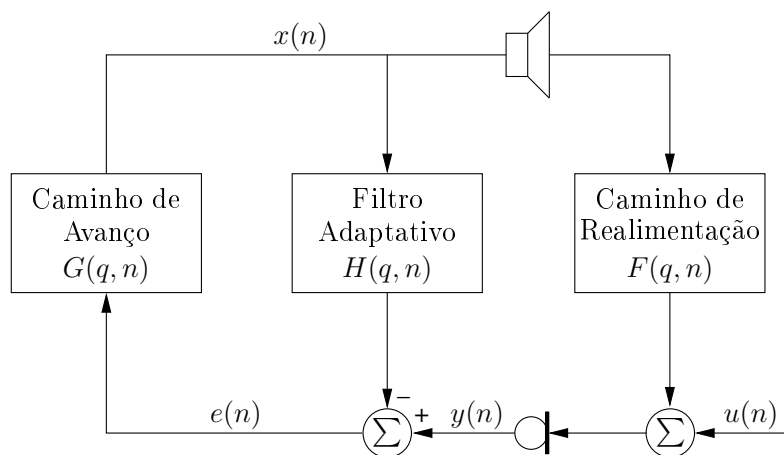
Entretanto, em casos como o sistema de sonorização apresentado, o emprego dos algoritmos tradicionais que aproximam a solução de Wiener baseados no gradiente ou nos mínimos quadrados acabam por introduzir um viés nos coeficientes de adaptação do filtro e apresentam desempenho insatisfatório no AFC. Isso se dá pelo fato de que os sinais de entrada do sistema e o sinal do alto-falante são altamente correlacionados (BISPO, 2015). Dessa forma, faz-se necessário o desenvolvimento de novas técnicas de atualização do filtro adaptativo com o objetivo de obter-se uma solução ótima.

2.3 CANCELAMENTO DE REALIMENTAÇÃO ACÚSTICA

Com o intuito de eliminar ou, ao menos, conter o efeito Larsen, tem-se proposto na literatura uma variedade de métodos nas últimas décadas. Dentre eles, os métodos de cancelamento de realimentação acústica (AFC) buscam estimar o sinal de realimentação e subtraí-lo do sinal de microfone. O sinal de realimentação previsto é obtido pela filtragem do sinal de alto-falante a partir de um modelo do caminho de realimentação acústica. O modelo é calculado utilizando-se um filtro adaptativo projetado para estimar e rastrear o caminho de realimentação segundo algum algoritmo iterativo (BISPO *et al.*, 2016).

Para tanto, Waterschoot e Moonen (2011) e Bispo e Freitas (2015a) utilizaram a arquitetura ilustrada na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Cancelamento de realimentação acústica.



Fonte: Bispo *et al.* (2020)

Nela, insere-se um filtro adaptativo $H(q, n)$, responsável pela identificação e rastreamento do caminho de realimentação acústica, $F(q, n)$, cuja função de transferência variante no tempo de comprimento N_H é representada por

$$H(q, n) = h_0(n) + h_1(n)q^{-1} + \dots + h_{N_H}(n)q^{-N_H}, \quad (2.22)$$

ou, analogamente, pela sua resposta ao impulso

$$\mathbf{h}(n) = [h_0(n) \ h_1(n) \ \dots \ h_{N_H}(n)]^T. \quad (2.23)$$

Essa configuração possibilita que o sinal de realimentação $\mathbf{f}(n) * x(n)$ seja calculado como $\mathbf{h}(n) * x(n)$ e subtraído do sinal de microfone $y(n)$, donde obtém-se o sinal de realimentação compensado ou sinal de erro expresso por (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$\begin{aligned} e(n) &= y(n) - \mathbf{h}(n) * x(n) \\ &= u(n) + \mathbf{f}(n) * x(n) - \mathbf{h}(n) * x(n) \\ &= u(n) + [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)] * x(n), \end{aligned} \quad (2.24)$$

que é, efetivamente, o sinal alimentado ao caminho de avanço $G(q, n)$.

Destarte, a função de transferência em malha fechada do sistema de sonorização submetido ao método AFC é dada por

$$x(n) = \frac{G(q, n)}{1 - G(q, n) [F(q, n) - H(q, n)]} u(n). \quad (2.25)$$

De maneira similar ao caso pretérito, o critério de estabilidade de Nyquist afirma que o sistema AFC em malha fechada será instável se existir ao menos uma frequência ω para a qual (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011)

$$\begin{cases} |G(e^{j\omega}, n) [F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)]| & \geq 1 \\ \angle G(e^{j\omega}, n) [F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)] & = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (2.26)$$

em que $H(e^{j\omega}, n)$ corresponde à resposta em frequência de tempo curto do filtro adaptativo.

Considerando-se o ganho de banda larga $K(n)$ do caminho de avanço tal qual definido em (2.8), define-se o MSG do sistema AFC como (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left\{ \max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)} |O(e^{j\omega}, n) [F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)]| \right\}, \quad (2.27)$$

em que $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)$ denota o conjunto de frequências que satisfazem a condição de fase em (2.26), ditas frequências críticas do sistema AFC, isto é,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n) = \left\{ \omega \mid \angle G(e^{j\omega}, n) [F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)] = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (2.28)$$

O aumento alcançável do MSG segundo o método AFC, portanto, é obtido pela diferença entre (2.11) e (2.27), isto é, (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$\Delta \text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left[\frac{\max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)} |O(e^{j\omega}, n) [F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)]|}{\max_{\omega \in \mathcal{P}(n)} |O(e^{j\omega}, n) F(e^{j\omega}, n)|} \right]. \quad (2.29)$$

A partir de (2.29), conclui-se que a $\Delta\text{MSG}(n)$ alcançável aumenta à medida em que as respostas em frequência do filtro adaptativo e do caminho de realimentação, às frequências críticas do sistema AFC, aproximam-se. Note-se que se $H(e^{j\omega}, n) = F(e^{j\omega}, n)$, $\forall \omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)$, então o MSG do sistema AFC pode ser, teoricamente, infinito. No entanto, é possível que alguma reverberação ainda esteja presente no sinal de erro $e(n)$ por conta das componentes frequenciais que não foram perfeitamente correspondidas (BISPO, 2015).

Em contrapartida, se o filtro adaptativo equiparar-se exatamente ao caminho de realimentação, isto é, $H(q, n) = F(q, n)$, além de alcançar um MSG infinito, segue-se de (2.24) que a realimentação acústica será totalmente cancelada, visto que se terá $e(n) = u(n)$. Repare que, sob essa condição, o sistema deixará de ser uma malha fechada, uma vez que (2.25) tomará a forma $x(n) = G(q, n)u(n)$, o que implica que apenas o sinal de entrada do sistema $u(n)$ será admitido ao caminho de avanço $G(q, n)$, conforme desejado (BISPO; FREITAS, 2015a).

Acontece que, nos sistemas AFC, o sinal de entrada do sistema $u(n)$ e o sinal do alto-falante $x(n)$ são altamente correlacionados, sobretudo quando o sinal de som desejado $v(n)$ apresenta alto grau de coloração espectral. Pelo fato do sinal de entrada $u(n)$ do sistema atuar como interferência para o filtro adaptativo $H(q, n)$, decorre que o emprego de algoritmos de filtragem adaptativa tradicionais, que aproximam a solução de Wiener por meio do gradiente ou dos mínimos quadrados, introduz um viés em $H(q, n)$. Por conta disso, os algoritmos de filtragem adaptativa tradicionais apresentam baixo desempenho quando aplicados ao AFC (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011). Conseqüentemente, o filtro adaptativo $H(q, n)$ consegue cancelar apenas parcialmente o sinal de realimentação $\mathbf{f}(n) * x(n)$, impedindo o MSG de ser aumentado livremente e deteriorando o sinal de entrada do sistema (BISPO, 2015).

A maioria das soluções propostas para contornar esse problema vale-se de um procedimento de descorrelação com a intenção de reduzir a correlação cruzada existente entre o sinal do alto-falante e os sinais de interferência. A literatura provê um repertório de artifícios, tais como: adição de ruídos de formas diferentes ao sinal de alto-falante, inserção de atrasos, processamentos não-lineares, retificação de meia-onda e processamentos variantes no tempo, como deslocamento em frequência, em fase e modulação de atraso (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011; SIQUEIRA; ALWAN, 2000; GUO; JENSEN, S. H.; JENSEN, J., 2012; GUO *et al.*, 2012).

Uma solução alternativa apresentada na literatura consiste em evitar a utilização de algoritmos tradicionais e adotar soluções baseadas no cepstro dos sinais de microfone e de erro. O método AFC baseado no cepstro do sinal de erro (AFC-CE) explora uma definição desse cepstro em função das respostas ao impulso do caminho de realimentação, do caminho de avanço e do filtro adaptativo para calcular estimativas delas e utilizá-las para atualizar o filtro adaptativo (BISPO; FREITAS, 2015a). Diante disso, os princípios da análise cepstral serão elucidados a seguir.

2.4 ANÁLISE CEPSTRAL

A análise cepstral é uma técnica de processamento não-linear de sinais baseada numa transformação homomórfica que mapeia a convolução em adição e de seu resultado obtém-se o cepstro (DELLER; HANSEN; PROAKIS, 2000).

O cepstro foi proposto pela primeira vez nos anos 1960 por Bogert, Healy e Tukey como uma alternativa à função de autocorrelação para detectar ecos em sinais sísmicos. O termo cepstro (*cepstrum*) é uma paráfrase da palavra espectro (*spectrum*) ao reordenar-se suas quatro primeiras letras (OPPENHEIM; SCHAFER, 2004).

O cepstro real² de um sinal $s(n)$ é definido como (OPPENHEIM; SCHAFER, 2004),

$$\mathbf{c}_s(n) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log |\mathcal{F} \{s(n)\}| \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log |S(\omega)| e^{j\omega n} d\omega, \quad (2.30)$$

em que $\mathcal{F}\{\cdot\}$ e $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ denotam a Transformada Rápida de Fourier (FFT) de N -pontos e sua inversa, respectivamente, e \log é o logaritmo natural. No cepstro, o índice de amostra n é tipicamente referido como quefrência (DELLER; HANSEN; PROAKIS, 2000).

Desde sua concepção, a análise cepstral tem sido aplicada a uma extensa variedade de áreas, tais como processamento de áudio e fala, tecnologias de radar, imageamento médico, geofísica e sismologia (OPPENHEIM; SCHAFER, 2004).

Como será demonstrado a seguir, a representação cepstral permite que uma convolução de dois sinais no domínio do tempo e, portanto, uma operação não-linear no domínio da frequência, seja representada como uma combinação linear no domínio cepstral (DELLER; HANSEN; PROAKIS, 2000).

Seja $s(n)$ um sinal de interesse relacionado no domínio do tempo por meio da convolução entre dois sinais $s_1(n)$ e $s_2(n)$, isto é,

$$s(n) = s_1(n) * s_2(n), \quad (2.31)$$

cujas representação no domínio da frequência é dada por

$$S(\omega) = S_1(\omega)S_2(\omega). \quad (2.32)$$

Deseja-se que o sinal de interesse seja deconvoluído no domínio do tempo em suas componentes individuais. Para tanto, emprega-se a representação logarítmica, assim

$$\log |S(\omega)| = \log |S_1(\omega)| + \log |S_2(\omega)|. \quad (2.33)$$

² Existem três modalidades de cepstro, a saber: real, complexo e de potência. Este trabalho em particular faz uso exclusivamente do cepstro real. A título de curiosidade, o cepstro complexo difere do cepstro real na medida em que substitui a operação $\log |S(\omega)|$ pelo logaritmo complexo da DTFT completa com a fase incluída. Com essa alteração em (2.30), o cepstro complexo é definido como $\boldsymbol{\gamma}_s(n) = \mathcal{F}^{-1} \{ \log \mathcal{F} \{s(n)\} \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log S(\omega) e^{j\omega n} d\omega$, em que $\log S(\omega) = \log |S(\omega)| + j \arg \{S(\omega)\}$ é definido como o logaritmo complexo (DELLER; HANSEN; PROAKIS, 2000). O cepstro de potência, por sua vez, é definido como a IDTFT do logaritmo do espectro de potência do sinal, isto é, $\mathbf{c}_p(n) = |\mathcal{F}^{-1} \{ \log(|\mathcal{F}\{s(n)\}|^2) \}|^2$ (NORTON; KACZUB, 2003).

Em seguida, aplica-se a transformada de Fourier inversa de tempo discreto (IDTFT) a (2.33) e obtém-se

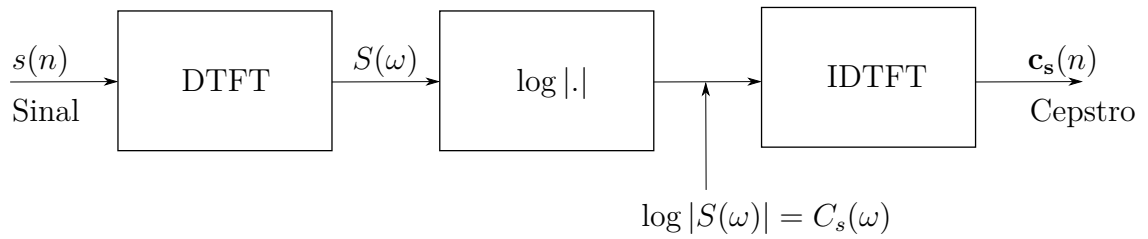
$$\mathcal{F}^{-1}\{\log |S(\omega)|\} = \mathcal{F}^{-1}\{\log |S_1(\omega)|\} + \mathcal{F}^{-1}\{\log |S_2(\omega)|\}, \quad (2.34)$$

que, pela definição em (2.30), pode ser representada no domínio cepstral por

$$\mathbf{c}_s(n) = \mathbf{c}_{s_1}(n) + \mathbf{c}_{s_2}(n). \quad (2.35)$$

A Figura 2.4 resume as diferentes etapas envolvidas na conversão de um dado sinal de interesse em sua representação no domínio cepstral.

Figura 2.4 – Etapas para obtenção do cepstro.



Fonte: Adaptado de Deller, Hansen e Proakis (2000)

2.5 MÉTODO AFC-CE

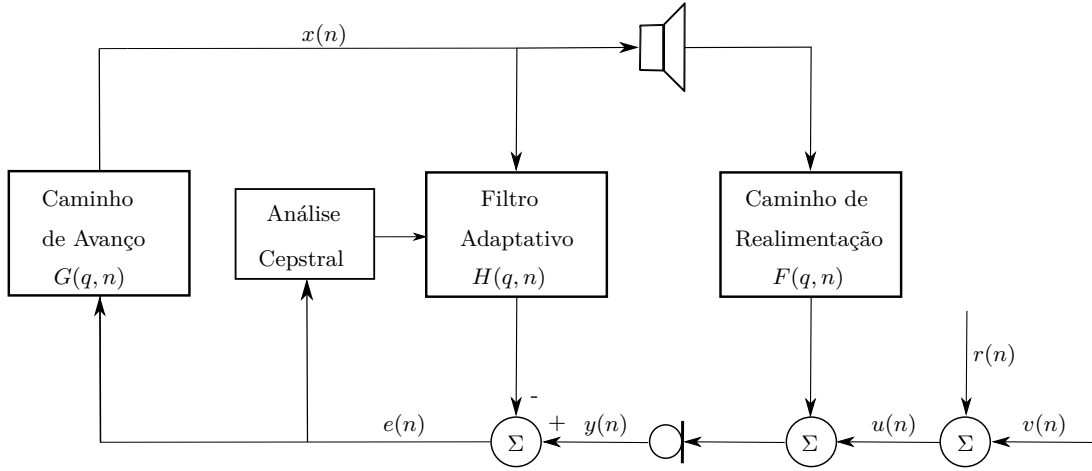
Seja o sistema de sonorização baseado no método AFC-CE ilustrado pela Figura 2.5. Se $|G(e^{j\omega}, n)[F(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)]| < 1$, condição suficiente para assegurar a estabilidade do sistema, então o cepstro de tempo curto do sinal de erro $e(n)$ pode ser definido como (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$\mathbf{c}_e(n) = \mathbf{c}_u(n) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\{\mathbf{g}(n) * [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]\}^{*i}}{i}, \quad (2.36)$$

em que $\mathbf{c}_e(n)$, $\mathbf{c}_u(n)$ e $\{\cdot\}^{*i}$ denotam o cepstro de tempo curto do sinal de erro $e(n)$, o cepstro de tempo curto do sinal de entrada $u(n)$ e a i -ésima potência de convolução, respectivamente.

A equação (2.36), portanto, implica que, para um sistema AFC, o cepstro do sinal de erro consiste no cepstro do sinal de entrada do sistema adicionado a uma série no domínio do tempo em função das respostas ao impulso do caminho de avanço, do caminho de realimentação e do filtro adaptativo, isto é, $\mathbf{g}(n)$, $\mathbf{f}(n)$ e $\mathbf{h}(n)$, respectivamente. Observe que essa série é formada pelas i convoluções sucessivas de $\mathbf{g}(n) * [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]$, isto é, a resposta ao impulso em malha aberta do sistema AFC. A partir disso, constata-se que o cepstro do sinal de erro contém informações sobre o sistema AFC no domínio do tempo (BISPO; FREITAS, 2015a).

Figura 2.5 – Cancelamento de realimentação acústica pelo método AFC-CE.



Fonte: Adaptado de Bispo (2015)

Idealmente, deseja-se que o filtro adaptativo corresponda exatamente ao caminho de realimentação acústica, isto é, $H(q, n) = F(q, n)$. Nessa condição, tem-se que $\mathbf{c}_e(n) = \mathbf{c}_u(n)$ que, no domínio do tempo, implica que $e(n) = u(n)$. Noutras palavras, a realimentação acústica cancela-se completamente. Na prática, tem-se que $H(q, n) \approx F(q, n)$, o que significa que quanto melhor for a correspondência entre o filtro adaptativo $H(q, n)$ com o caminho de realimentação $F(q, n)$, mais o sinal de erro $e(n)$ se aproximará do sinal de entrada do sistema $u(n)$ (BISPO; FREITAS, 2015a).

Assim como qualquer outro método AFC, o método AFC-CE identifica e rastreia o caminho de realimentação acústica utilizando um filtro adaptativo FIR. Porém, em vez dos algoritmos de filtragem adaptativa tradicionais baseados no gradiente ou nos mínimos quadrados, o método AFC-CE proposto atualiza o filtro adaptativo utilizando estimativas do caminho de realimentação $\mathbf{f}(n)$ calculado a partir de $\mathbf{c}_e(n)$ (BISPO, 2015).

Inicialmente, o método AFC-CE calcula o cepstro de tempo curto $\mathbf{c}_e(n)$ do sinal de erro ao utilizar as L amostras mais recentes de $e(n)$ e uma FFT de N_{FFT} pontos. De posse disso, prossegue para o cálculo de $\{\mathbf{g}(n) * [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]\}^\wedge$, uma estimativa de $\{\mathbf{g}(n) * [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]\}$, ao selecionar as primeiras $N_G + N_F + 1$ amostras de $\mathbf{c}_e(n)$ (BISPO; FREITAS, 2015a).

O caminho de avanço $G(q, n)$ pode ser estimado com certa precisão a partir de seus sinais de entrada e saída por um método de identificação de sistemas, como um filtro adaptativo. Assim, admitindo-se que $\mathbf{g}(n)$ é conhecido, o método calcula $[\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]^\wedge$, uma estimativa de $[\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]$, da seguinte maneira (BISPO; FREITAS, 2015a)

$$[\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]^\wedge = \{\mathbf{g}(n) * [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]\}^\wedge * \mathbf{g}^{-1}(n). \quad (2.37)$$

Após isso, o método calcula $\hat{\mathbf{f}}(n)$, uma estimativa de $\mathbf{f}(n)$, a partir de (2.37) como se segue

$$\hat{\mathbf{f}}(n) = [\mathbf{f}(n) - \mathbf{h}(n)]^\wedge + \mathbf{h}(n - 1). \quad (2.38)$$

Por fim, o método atualiza o filtro adaptativo como

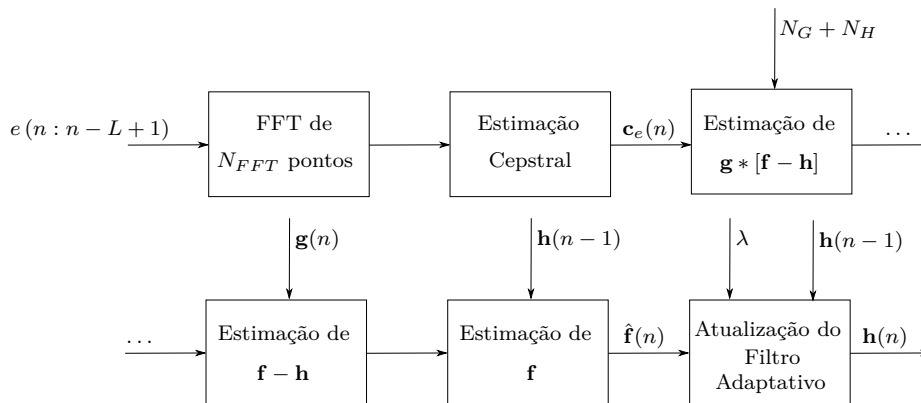
$$\mathbf{h}(n) = \lambda \mathbf{h}(n-1) + (1-\lambda) \hat{\mathbf{f}}(n), \quad (2.39)$$

em que $0 \leq \lambda < 1$ é um fator de ponderação exponencial, denominado fator de esquecimento por fazer as estimativas mais antigas terem um efeito cada vez mais insignificante, que controla o compromisso entre robustez a perturbações de curta duração e capacidade de rastreamento do filtro adaptativo (BISPO, 2015).

Portanto, a cada execução, o método AFC-CE obtém uma estimativa de $\mathbf{f}(n)$ para atualizar $\mathbf{h}(n)$. Se $\mathbf{f}(n)$ variar lentamente ao longo do tempo, esse esforço computacional pode não ser vantajoso, em relação ao desempenho, se realizado a cada amostra de $e(n)$. Por isso, na prática, o método é executado a cada N amostras, em que N é o parâmetro que controla o compromisso entre desempenho (latência e capacidade de rastreamento) e complexidade computacional (BISPO *et al.*, 2020).

O diagrama de blocos que resume o método AFC-CE apresentado é ilustrado na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Diagrama de blocos do método AFC-CE.



Fonte: Adaptado de Bispo (2015)

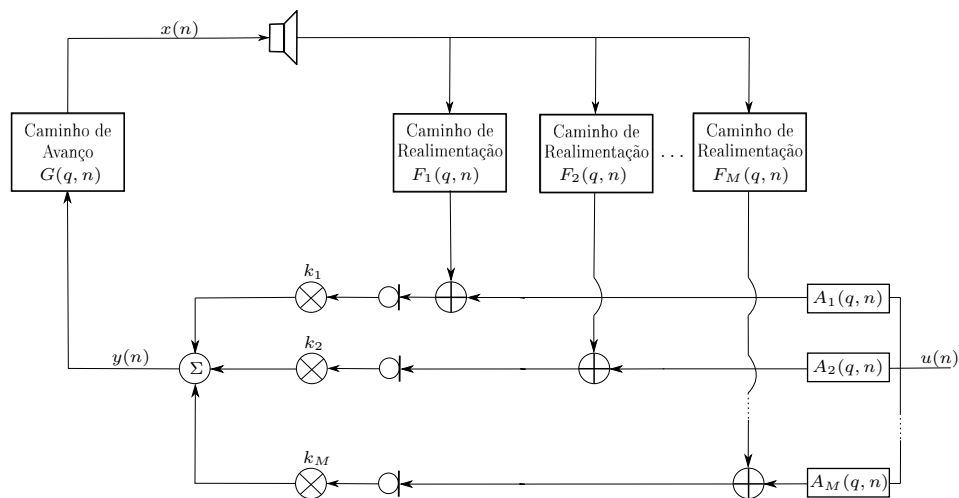
3 MATERIAIS E MÉTODOS

O presente capítulo dispõe sobre a metodologia proposta para a execução desse trabalho, bem como as métricas de desempenho e configurações de implementação.

3.1 PROPOSTA DE UM SISTEMA DE SONORIZAÇÃO COM M MICROFONES

A modelagem proposta de um sistema de sonorização estendido, isto é, equipado com múltiplos microfones e um alto-falante, segue a estrutura de Guo, S. H. Jensen e J. Jensen (2012) e Guo *et al.* (2012) e é apresentada na Figura 3.1. Nela, M microfones são dispostos, usualmente em diferentes posições do mesmo ambiente acústico, com ganhos de amplificação k_p , $p = 1, \dots, M$, respectivamente. O som captado é amplificado pelo caminho de avanço $G(q, n)$ e reproduzido por um alto-falante. O acoplamento acústico entre o alto-falante e os M microfones gera M caminhos de realimentação $F_p(q, n)$. O sinal de entrada do sistema $u(n)$ é a composição entre o sinal de fonte $v(n)$ e o ruído ambiente $r(n)$ como visto para $M = 1$ e é o sinal desejado.

Figura 3.1 – Sistema de sonorização estendido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Microfones e alto-falantes são, tipicamente, posicionados de tal maneira que, levando-se em conta suas diretividades, o som do alto-falante não atinge diretamente os microfones, isto é, não ocorre nenhum acoplamento acústico direto entre os alto-falantes e os microfones. Contudo, em quase todas as aplicações envolvendo sistemas de sonorização, é inevitável que o som do alto-falante seja refletido pelas fronteiras do ambiente acústico (paredes, chão e teto) e pelos sujeitos e objetos nele presentes (WATERSCHOOT; MOONEN, 2011).

Os caminhos acústicos $A_p(q, n)$ modelam o atraso de propagação inerente entre a fonte e cada microfone. Desse modo, pode-se representá-los pela função de transferência variante no tempo de comprimento N_A na forma

$$A_p(q, n) = a_0(n) + a_1(n)q^{-1} + \dots + a_{N_A}(n)q^{-N_A}, \quad p = 1, 2, \dots, M, \quad (3.1)$$

ou, equivalentemente, pela sua resposta ao impulso

$$\mathbf{a}_p(n) = [a_0(n) \ a_1(n) \ \dots \ a_{N_A}(n)]^T, \quad p = 1, 2, \dots, M. \quad (3.2)$$

O sinal de entrada do sistema $u(n)$ percorre cada um dos p caminhos acústicos $A_p(q, n)$. Esse processo é descrito por meio das convoluções

$$u_p(n) = u(n) * \mathbf{a}_p(n), \quad p = 1, 2, \dots, M. \quad (3.3)$$

O sinal de alto-falante $x(n)$ acaba por ser captado pelo p -ésimo microfone após passar pelo caminho de realimentação $F_p(q, n)$. Cada um dos p sinais de realimentação acústica $\mathbf{f}_p(n) * x(n)$ são adicionados então ao p -ésimo sinal de entrada do sistema $u_p(n)$

$$y_p(n) = u_p(n) + \mathbf{f}_p(n) * x(n), \quad p = 1, 2, \dots, M. \quad (3.4)$$

Em seguida, cada um dos p sinais é ponderado por um fator de ganho de amplificação k_p que modela a influência que o respectivo microfone possui no sistema acústico, uma vez que nem todos os microfones são, necessariamente, igualmente amplificados. Disso, obtém-se o sinal resultante da contribuição individual de cada microfone

$$y(n) = \sum_{p=1}^M k_p y_p(n). \quad (3.5)$$

De (3.4) em (3.5), pode-se escrever o sinal do misturador

$$y(n) = \sum_{p=1}^M k_p [u_p(n) + \mathbf{f}_p(n) * x(n)], \quad (3.6)$$

o qual se pode separar em duas parcelas, tal qual

$$y(n) = \sum_{p=1}^M k_p u_p(n) + \sum_{p=1}^M k_p [\mathbf{f}_p(n) * x(n)], \quad (3.7)$$

em que a primeira contém todos os termos dependentes dos sinais de entrada do sistema $u_p(n)$ e, por conseguinte, dos caminhos acústicos $\mathbf{a}_p(n)$, e o segundo toda a informação sobre o caminho de realimentação $\mathbf{f}_p(n) * x(n)$.

Em síntese, o sistema de sonorização proposto apresentado na Figura 3.1 é descrito pelo seguinte conjunto de equações no domínio do tempo

$$\begin{cases} y(n) = \sum_{p=1}^M k_p u_p(n) + \sum_{p=1}^M k_p [\mathbf{f}_p(n) * x(n)] \\ x(n) = \mathbf{g}(n) * y(n) \end{cases} \quad (3.8)$$

e por suas representações correspondentes no domínio da frequência

$$\begin{cases} Y(e^{j\omega}, n) = \sum_{p=1}^M k_p U_p(e^{j\omega}, n) + \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) X(e^{j\omega}, n) \\ X(e^{j\omega}, n) = G(e^{j\omega}, n) Y(e^{j\omega}, n) \end{cases} \quad (3.9)$$

Assim, o sinal do alto-falante $x(n)$ está relacionado com o sinal de entrada do sistema $u(n)$ pela função de transferência em malha fechada variante no tempo do sistema conforme

$$x(n) = \frac{G(q, n) \sum_{p=1}^M k_p A_p(q, n)}{1 - G(q, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(q, n) \right]} u(n), \quad (3.10)$$

Da comparação de (3.10) com a função de transferência do sistema de sonorização com $M = 1$ (2.5), percebe-se que esta relação difere da original na medida em que incorpora a presença dos M microfones com ganhos k_p , caminhos de realimentação $F_p(q, n)$ e caminhos acústicos $A_p(q, n)$.

Pelo critério de estabilidade de Nyquist, o sistema em malha fechada será instável se existir ao menos uma frequência ω para a qual

$$\begin{cases} \left| G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) \right] \right| \geq 1 \\ \angle G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) \right] = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \quad (3.11)$$

Nesse sentido, percebe-se que a relação entre o caminho de avanço $G(q, n)$ e os caminhos de realimentação $F_p(q, n)$ ponderados pelos ganhos de amplificação k_p pode ocasionar instabilidade.

De maneira análoga ao sistema com $M = 1$, quantifica-se um ganho de banda larga $K(n)$, como em (2.8), donde extrai-se $G(q, n)$ pela relação $K(n)O(q, n)$, como definido em (2.9). De posse disso, define-se o MSG do sistema com M microfones como

$$\begin{cases} \text{MSG}(n)(\text{dB}) = 20 \log_{10} K(n) \\ \text{tal que } \max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{G}}(n)} \left| G(e^{j\omega}, n) \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) \right| = 1, \end{cases} \quad (3.12)$$

que de (2.9) em (3.12) implica que

$$\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left\{ \max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{G}}(n)} \left| O(e^{j\omega}, n) \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) \right| \right\}, \quad (3.13)$$

em que $\mathcal{P}_{\mathcal{G}}(n)$ denota o conjunto de frequências que satisfazem a condição de fase em (3.11), ditas frequências críticas do sistema estendido, isto é

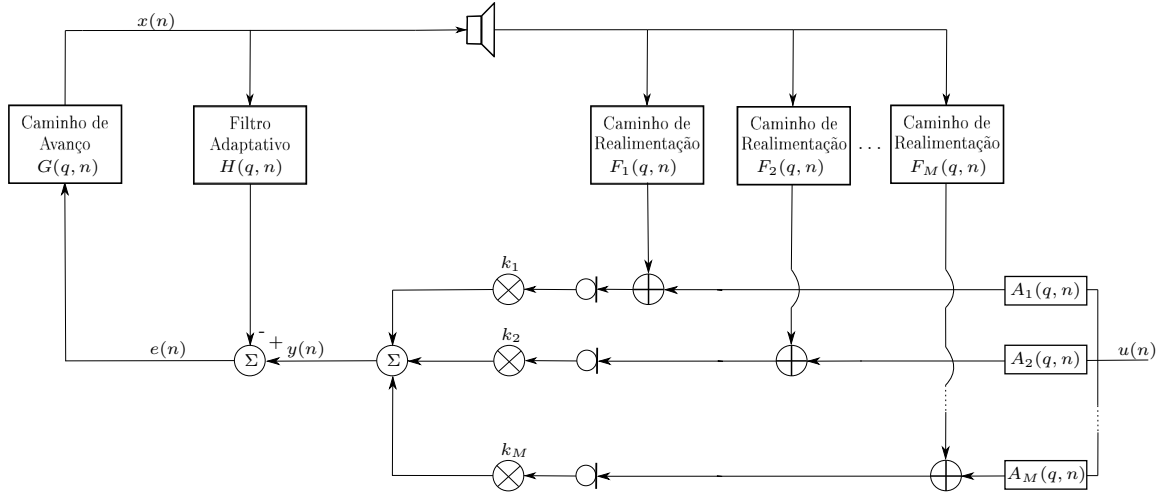
$$\mathcal{P}_{\mathcal{G}}(n) = \left\{ \omega \mid \angle G(e^{j\omega}, n) \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (3.14)$$

Apresentada a extensão proposta ao sistema de sonorização original, descreve-se a seguir a metodologia de cancelamento de realimentação acústica para a nova arquitetura.

3.2 CANCELAMENTO DE REALIMENTAÇÃO ACÚSTICA DO SISTEMA ESTENDIDO

A arquitetura proposta para eliminar o efeito Larsen considera¹ a estrutura de Guo, S. H. Jensen e J. Jensen (2012) e Guo *et al.* (2012) e é ilustrada na Figura 3.2 . Com o intuito de eliminar os efeitos das realimentações acústicas decorrentes dos $F_p(q, n)$ insere-se um filtro adaptativo $H(q, n)$ como indicado na malha.

Figura 3.2 – Cancelamento de realimentação acústica pelo método AFC-CE estendido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com isso, o sinal de realimentação resultante é estimado como $\mathbf{h}(n) * x(n)$ e subtraído do sinal do misturador $y(n)$. Segue-se, portanto, que o sinal de erro gerado é

$$\begin{aligned} e(n) &= y(n) - \mathbf{h}(n) * x(n) \\ &= \sum_{p=1}^M k_p u_p(n) + \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] * x(n), \end{aligned} \quad (3.15)$$

que é, essencialmente, o sinal alimentado ao caminho de avanço $G(q, n)$.

Logo, o sinal de erro $e(n)$ será desprovido de realimentação acústica se

$$H(q, n) = \sum_{p=1}^M k_p F_p(q, n). \quad (3.16)$$

Conclui-se assim, que para uma configuração com M microfones e um alto-falante, o filtro adaptativo possui uma solução ótima que consiste na combinação linear dos p -ésimos caminhos de realimentação ponderados pelos p -ésimos ganhos k_p .

¹ É válido apontar que há algumas diferenças. A estrutura proposta neste trabalho emprega somente um filtro adaptativo. Por outro lado, Guo, S. H. Jensen e J. Jensen (2012) e Guo *et al.* (2012) utilizaram M filtros adaptativos, isto é, um para cada microfone. Os autores assim o fizeram, pois optaram por remover a realimentação acústica antes da convolução do sinal de cada microfone pelo caminho de avanço, adotado como um vetor e não apenas um ganho. Como os ganhos k_p são constantes, torna-se mais barato computacionalmente posicionar o filtro após a mistura dos áudios. Adicionalmente, os autores realizaram uma filtragem espacial do caminho de avanço, não considerada neste trabalho.

Em suma, o sistema de sonorização apresentado na Figura 3.2 é descrito pelas seguintes equações no domínio do tempo

$$\begin{cases} y(n) = \sum_{p=1}^M k_p u_p(n) + \sum_{p=1}^M k_p [\mathbf{f}_p(n) * x(n)] \\ e(n) = y(n) - \mathbf{h}(n) * x(n) \\ x(n) = \mathbf{g}(n) * e(n) \end{cases} \quad (3.17)$$

e por suas representações correspondentes no domínio da frequência

$$\begin{cases} Y(e^{j\omega}, n) = \sum_{p=1}^M k_p U_p(e^{j\omega}, n) + \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) X(e^{j\omega}, n) \\ E(e^{j\omega}, n) = Y(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) X(e^{j\omega}, n) \\ X(e^{j\omega}, n) = G(e^{j\omega}, n) E(e^{j\omega}, n) \end{cases} \quad (3.18)$$

Portanto, a função de transferência em malha fechada do sistema de sonorização com M microfones munido de um filtro adaptativo é dada por

$$x(n) = \frac{G(q, n) \sum_{p=1}^M k_p A_p(q, n)}{1 - G(q, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(q, n) - H(q, n) \right]} u(n), \quad (3.19)$$

Decorre do critério de estabilidade de Nyquist que o sistema AFC com M microfones em malha fechada será instável se existir ao menos uma frequência ω para a qual

$$\begin{cases} \left| G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right| \geq 1 \\ \angle G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Repare que, a solução ótima do sistema, conforme atestado pela equação (3.16), independe de $A_p(e^{j\omega}, n)$. Não obstante, caso a presença dos caminhos acústicos venha a influenciar a estimativa de $H(e^{j\omega}, n)$, a instabilidade do sistema será afetada.

Considerando-se o ganho de banda larga $K(n)$ do caminho de avanço tal qual definido em (2.8), define-se o MSG do sistema AFC estendido como

$$\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left\{ \max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)} \left| O(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right| \right\}, \quad (3.21)$$

em que $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$ denota o conjunto de frequências que satisfazem a condição de fase em (3.20), ditas frequências críticas do sistema AFC estendido e com filtro, isto é,

$$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n) = \left\{ \omega \mid \angle G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (3.22)$$

O aumento alcançável do MSG segundo o método AFC, portanto, é obtido pela diferença entre (3.13) e (3.21), isto é,

$$\Delta\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20\log_{10} \left[\frac{\max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(n)} \left| O(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right|}{\max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{E}}(n)} \left| O(e^{j\omega}, n) \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) \right|} \right]. \quad (3.23)$$

Feita a exposição do método de cancelamento de realimentação acústica para um sistema de sonorização munido de M microfones, discorre-se a seguir sobre o método AFC-CE aplicado a este sistema e quais as suas implicações.

3.3 MÉTODO AFC-CE APLICADO AO SISTEMA COM M MICROFONES

A partir da manipulação das equações em (3.18) é possível extrair a relação no domínio da frequência entre o sinal de entrada do sistema $u(n)$ e o sinal de erro $e(n)$,

$$E(e^{j\omega}, n) = \frac{\sum_{p=1}^M k_p A_p(e^{j\omega}, n)}{1 - G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right]} U(e^{j\omega}, n). \quad (3.24)$$

Aplica-se o logaritmo natural a ambos os lados de (3.24), a qual passa a ser

$$\begin{aligned} \ln[E(e^{j\omega}, n)] &= \ln \left[\sum_{p=1}^M k_p A_p(e^{j\omega}, n) \right] + \ln[U(e^{j\omega}, n)] \\ &\quad - \ln \left\{ 1 - G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Se $\left| G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right| < 1$, condição suficiente para garantir a estabilidade do sistema com M microfones, tem-se que o terceiro termo do membro direito de (3.25) pode ser expandido em uma série de Taylor² como

$$\begin{aligned} \ln \left\{ 1 - G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right\} &= \\ &= - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \left\{ G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right\}^i. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Substituindo-se (3.26) em (3.25) e aplicando-se a transformada de Fourier inversa,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1} \left\{ \ln[E(e^{j\omega}, n)] \right\} &= \mathcal{F}^{-1} \left\{ \ln \left[\sum_{p=1}^M k_p A_p(e^{j\omega}, n) \right] \right\} + \mathcal{F}^{-1} \left\{ \ln[U(e^{j\omega}, n)] \right\} \\ &\quad + \mathcal{F}^{-1} \left\{ \ln \left[1 - G(e^{j\omega}, n) \left[\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right] \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

² A série de Taylor do logaritmo natural é dada por $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots$ e é convergente se $|x| < 1$.

obtem-se a expressão para o cepstro de tempo curto do sinal de erro $e(n)$ dada por

$$\mathbf{c}_e(n) = \mathbf{c}_a(n) + \mathbf{c}_u(n) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}^{*i}, \quad (3.28)$$

em que

$$\mathbf{c}_a(n) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \log \left| \sum_{p=1}^M k_p A_p(e^{j\omega}, n) \right| \right\} \quad (3.29)$$

é o cepstro de tempo curto da soma das respostas ao impulso dos caminhos acústicos $\mathbf{a}_p(n)$ ponderados pelo ganho de amplificação k_p do p -ésimo microfone.

A equação (3.28), portanto, implica que, para um sistema AFC com M microfones, o cepstro do sinal de erro consiste na adição de três parcelas, nomeadamente: o cepstro da soma dos caminhos acústicos ponderados pelo p -ésimo ganho; o cepstro do sinal de entrada do sistema; e uma série no domínio do tempo em função das respostas ao impulso do caminho de avanço, dos caminhos de realimentação ponderados pelo p -ésimo ganho e do filtro adaptativo, isto é, $\mathbf{g}(n)$, $k_p \mathbf{f}_p(n)$ e $\mathbf{h}(n)$, respectivamente. Observe que essa série é formada pelas i convoluções sucessivas de $\mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]$, isto é, a resposta ao impulso em malha aberta do sistema AFC com M microfones. A partir disso, constata-se que o cepstro do sinal de erro contém informações sobre o sistema AFC no domínio do tempo.

Repare que a equação do cepstro de tempo curto do sinal de erro $e(n)$ (3.28) difere daquela do sistema com um único microfone (2.36) em dois quesitos. Primeiramente, neste há a contribuição de uma nova parcela concernente ao cepstro de tempo curto do cômputo total das respostas ao impulso dos caminhos acústicos $\mathbf{c}_a(n)$. Além disso, a soma das potências de convolução depende, além de $\mathbf{g}(n)$ e $\mathbf{h}(n)$, da soma ponderada dos caminhos de realimentação $\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n)$ enquanto que naquele dependia apenas de $\mathbf{f}(n)$. Note que caso houvesse apenas um caminho de realimentação e ganho unitário, ter-se-ia somente $\mathbf{f}(n)$ como no caso com $M = 1$.

Conforme (3.16), deseja-se idealmente que o filtro adaptativo corresponda exatamente ao caminho líquido de realimentação acústica, isto é, $H(q, n) = \sum_{p=1}^M k_p F_p(q, n)$. Uma vez satisfeita essa condição, (3.24) e (3.28) tornam-se $E(e^{j\omega}, n) = \left(\sum_{p=1}^M k_p A_p(q, n) \right) U(e^{j\omega}, n)$ e $\mathbf{c}_e(n) = \mathbf{c}_a(n) + \mathbf{c}_u(n)$, respectivamente. No domínio do tempo, isso implica que $e(n) = \left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{a}_p(n) \right) u(n)$ e, conseqüentemente, a realimentação acústica é cancelada completamente. Na prática, tem-se que $H(q, n) \approx \sum_{p=1}^M k_p F_p(q, n)$, o que significa que quanto melhor for a correspondência entre o filtro adaptativo $H(q, n)$ com a adição de todos os p caminhos de realimentação $F_p(q, n)$ ponderados pelo ganho k_p , mais o sinal de erro $e(n)$ se aproximará do sinal de entrada do sistema $u(n)$. É válido apontar que, a princípio, a presença do fator decorrente dos caminhos acústicos $A_p(q, n)$ que relaciona $E(e^{j\omega}, n)$ e $U(e^{j\omega}, n)$ não afeta o desempenho do filtro, uma vez que os sinais captados pelos microfones têm a influência dos caminhos acústicos, a qual não deve ser removida pelo sistema de cancelamento.

3.4 MÉTODO AFC-CE ADAPTADO AO SISTEMA COM M MICROFONES

O método AFC-CE para o caso com $M > 1$ microfones é inicializado com o cálculo de $\left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}^\wedge$, uma estimativa de $\left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}$, ao selecionar as primeiras $N_G + N_{F_1}$ amostras de $\mathbf{c}_e(n)$.

Admitindo-se que $\mathbf{g}(n)$ é conhecido, segundo algum método de identificação de sistemas, o método calcula $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]^\wedge$, uma estimativa de $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]$, da seguinte maneira

$$\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]^\wedge = \left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}^\wedge * \mathbf{g}^{-1}(n). \quad (3.30)$$

Após isso, o método calcula $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge$, uma estimativa de $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]$, a partir de (3.30) como se segue

$$\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge = \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]^\wedge + \mathbf{h}(n-1). \quad (3.31)$$

Por fim, o método atualiza o filtro adaptativo como

$$\mathbf{h}(n) = \lambda \mathbf{h}(n-1) + (1-\lambda) \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge, \quad (3.32)$$

em que $0 \leq \lambda < 1$ é o fator de esquecimento, conforme já discutido na Seção 2.5. Portanto, a cada execução, o método AFC-CE adaptado ao sistema com M microfones obtém uma estimativa de $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]$ para atualizar $\mathbf{h}(n)$.

3.5 ANÁLISE DO MÉTODO AFC-CE

O método AFC-CE aplicado ao sistema AFC com M microfones, introduzido na seção anterior, estima $\left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}$ como as primeiras $N_G + N_F + 1$ amostras de $\mathbf{c}_e(n)$, cuja estimativa é dada por

$$\left\{ \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] \right\}^\wedge = \mathbf{g}(n) * \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] + \mathbf{c}_{u0}(n) + \mathbf{c}_{a0}(n), \quad (3.33)$$

em que

$$\mathbf{c}_{u0}(n) = \left[c_{u0}(n) \ c_{u1}(n) \ \dots \ c_{u_{N_{F_1}+N_G}}(n) \right]^T \quad (3.34)$$

são as primeiras $N_G + N_{F_1} + 1$ amostras de $\mathbf{c}_u(n)$ e

$$\mathbf{c}_{a0}(n) = \left[c_{a0}(n) \ c_{a1}(n) \ \dots \ c_{a_{N_{F_1}+N_G}}(n) \right]^T \quad (3.35)$$

são as primeiras $N_G + N_{F_1} + 1$ amostras de $\mathbf{c}_a(n)$.

Adiante, o método calcula $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]^\wedge$, uma estimativa de $[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n)]$ da seguinte maneira

$$\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right]^\wedge = \left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n) \right] + [\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}0}(n)] * \mathbf{g}^{-1}(n). \quad (3.36)$$

Substituindo-se (3.36) em (3.31) e considerando-se que $\mathbf{h}(n-1) \approx \mathbf{h}(n)$, tem-se que

$$\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge = \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) + \underbrace{[\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}0}(n)] * \mathbf{g}^{-1}(n)}_{\text{Ruído}}. \quad (3.37)$$

Repare, portanto, que os segmentos $\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n)$ do cepstro da entrada e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}0}(n)$ do cepstro proveniente dos caminhos acústicos atuam como ruído e, desse modo, impedem a estimativa instantânea da resposta ao impulso do caminho de realimentação de atingir seu valor ótimo $\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge = \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n)$.

Embora o sistema de amplificação possa ter uma função de transferência qualquer, o presente trabalho considera o caso particular em que o caminho de avanço consiste em um atraso e um ganho, como feito em Waterschoot e Moonen (2011), Bispo e Freitas (2015a) e Silva Nogueira *et al.* (2018), isto é,

$$G(q) = g_{N_G} q^{-N_G}. \quad (3.38)$$

Nessas condições, (3.37) pode ser escrita como

$$\left[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) \right]^\wedge = \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) + \frac{\mathbf{c}_{\mathbf{u}N_G}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}N_G}(n)}{g_{N_G}}, \quad (3.39)$$

em que

$$\mathbf{c}_{\mathbf{u}N_G}(n) = [c_{u_{N_G}}(n) \quad c_{u_{N_G+1}}(n) \quad \dots \quad c_{u_{N_G+N_{F_1}}}(n)]^T \quad (3.40)$$

e

$$\mathbf{c}_{\mathbf{a}N_G}(n) = [c_{a_{N_G}}(n) \quad c_{a_{N_G+1}}(n) \quad \dots \quad c_{a_{N_G+N_{F_1}}}(n)]^T \quad (3.41)$$

são os segmentos de $\mathbf{c}_{\mathbf{u}}(n)$ e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}(n)$ sobrepostos a $[\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n)]$, respectivamente. Ambas (3.40) e (3.41) são de interesse.

Sejam $\mathbf{c}_{\mathbf{u}m}$ e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}m}$ os segmentos de $\mathbf{c}_{\mathbf{u}N_G}$ e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}N_G}$ à m -ésima execução do método AFC-CE, respectivamente. Admite-se que as respostas ao impulso dos caminhos de realimentação sejam invariantes no tempo, isto é, $\mathbf{f}_1(m) = \mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2(m) = \mathbf{f}_2$, $\forall m \in \mathbb{Z}^+$. Isto posto, a resposta ao impulso do filtro à m -ésima iteração do método, \mathbf{h}_m , é obtida por meio da aplicação recursiva de (3.39) em (3.32), que pode ser expressa como

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_m &= (1 - \lambda) \left(\lambda^m + \lambda^{m-1} + \dots + 1 \right) (k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2 + \dots + k_M \mathbf{f}_M) \\ &+ \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) (\lambda^{m-1} \mathbf{c}_{\mathbf{u}1} + \lambda^{m-2} \mathbf{c}_{\mathbf{u}2} + \dots + \lambda \mathbf{c}_{\mathbf{u}m-1} + \mathbf{c}_{\mathbf{u}m}) \\ &+ \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) (\lambda^{m-1} \mathbf{c}_{\mathbf{a}1} + \lambda^{m-2} \mathbf{c}_{\mathbf{a}2} + \dots + \lambda \mathbf{c}_{\mathbf{a}m-1} + \mathbf{c}_{\mathbf{a}m}), \end{aligned} \quad (3.42)$$

que pode ser escrita como

$$\mathbf{h}_m = (1 - \lambda^m) \left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right) + \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\rho}_m + \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\zeta}_m, \quad (3.43)$$

em que

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho}_m = \lambda^{m-1} \mathbf{c}_{\mathbf{u}1} + \lambda^{m-2} \mathbf{c}_{\mathbf{u}2} + \dots + \lambda \mathbf{c}_{\mathbf{u}m-1} + \mathbf{c}_{\mathbf{u}m} \\ \boldsymbol{\zeta}_m = \lambda^{m-1} \mathbf{c}_{\mathbf{a}1} + \lambda^{m-2} \mathbf{c}_{\mathbf{a}2} + \dots + \lambda \mathbf{c}_{\mathbf{a}m-1} + \mathbf{c}_{\mathbf{a}m} \end{cases} \quad (3.44)$$

são polinômios de ordem $m - 1$ formados pela combinação linear de potências do fator de esquecimento λ com os cepstros dos sinais de entrada $\mathbf{c}_{\mathbf{u}m}$ e dos caminhos acústicos $\mathbf{c}_{\mathbf{a}m}$ à m -ésima iteração do método, respectivamente.

Constata-se de (3.43), portanto, que a resposta ao impulso do filtro adaptativo é composta pela soma de três componentes. A primeira está relacionada somente às respostas ao impulso dos caminhos de realimentação ponderados $\left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right)$, a qual se deseja estimar. A segunda, por sua vez, está relacionada somente aos segmentos dos cepstros do sinal de entrada $\boldsymbol{\rho}_m$. Por último, a terceira componente está relacionada apenas aos segmentos dos cepstros dos caminhos acústicos $\boldsymbol{\zeta}_m$ entre o sinal de entrada e os microfones. Observe que o fator de esquecimento λ está presente em todas as três componentes.

O desalinhamento ou, equivalentemente, o erro de estimação do filtro adaptativo à m -ésima iteração é definido pela diferença entre o p -ésimo caminho de realimentação que se deseja estimar e a estimativa do filtro, isto é,

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = \left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right) - \mathbf{h}_m. \quad (3.45)$$

De (3.43) em (3.45), tem-se que o erro de estimação é dado por

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = \lambda^m \left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right) - \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\rho}_m - \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\zeta}_m, \quad (3.46)$$

cuja norma é limitada superiormente por

$$\|\boldsymbol{\epsilon}_m\| \leq \lambda^m \left\| \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right\| + \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \|\boldsymbol{\rho}_m\| + \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \|\boldsymbol{\zeta}_m\|. \quad (3.47)$$

Depreende-se de (3.46) que para valores elevados de m , isto é, após uma quantidade apreciável de iterações, o produto $\lambda^m \left(\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p \right) \rightarrow \mathbf{0}$, uma vez que $\lambda < 1$ e $\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p$ é constante. Assim, para $m \rightarrow \infty$ o erro de estimação reduz-se à

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = -\frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\rho}_m - \frac{1}{g_{NG}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\zeta}_m. \quad (3.48)$$

O resultado obtido em (3.48) permite concluir que após muitas execuções, o erro de estimação do método AFC-CE depende exclusivamente dos cepstros do sinal de entrada

do sistema ρ_m , dos cepstros dos caminhos acústicos existentes entre o sinal de entrada e os microfones ζ_m , do fator de esquecimento λ e do ganho do caminho de avanço g_{N_G} .

A equação (3.47) é importante, sobretudo, pois possibilitará tecer mediante simulações uma análise da influência do fator de esquecimento λ , dos cepstros do sinal de entrada, bem como dos cepstros dos caminhos acústicos no desempenho do método AFC-CE ao longo do tempo.

Para tanto, a análise geral será particularizada em dois casos de estudo. O caso I simulará um sistema de sonorização com $M = 1$. Já o caso II simulará um sistema de sonorização com $M = 2$. A abordagem de cada problema será tratada em mais detalhes a seguir.

3.5.1 Caso I: $M = 1$

O sistema de sonorização com $M = 1$ microfones, apresentado na Figura 2.5, é formado pelo caminho de avanço $\mathbf{g}(n) = \mathbf{g}$ e o caminho de realimentação $\mathbf{f}(n) = \mathbf{f}$, invariantes no tempo.

Não há necessidade de um caminho acústico que modele o atraso inerente entre a fonte e o microfone. Nesse caso, pode-se defini-lo como um ganho unitário somente, isto é, $a_p = 1$. Consequentemente, todos os termos referentes ao cepstro dos caminhos acústicos se anulam, isto é, $\mathbf{c}_a = \mathbf{0}$. Sendo assim, o cepstro de tempo curto do sinal de erro $\mathbf{c}_e(n)$, conforme definido em (3.28), assume a forma de (2.36). Como não há mistura de áudios provenientes de múltiplos microfones, admite-se que $k = 1$.

O método atualiza o filtro adaptativo conforme (2.39) e é inicializado pela estimativa da resposta ao impulso em malha aberta (3.33) como

$$\{\mathbf{g} * [\mathbf{f} - \mathbf{h}(n)]\}^{\hat{}} = \mathbf{g} * [\mathbf{f} - \mathbf{h}(n)] + \mathbf{c}_{u0}(n), \quad (3.49)$$

em que

$$\mathbf{c}_{u0}(n) = [c_{u0}(n) \ c_{u1}(n) \ \dots \ c_{u_{N_F+N_G}}(n)]^T \quad (3.50)$$

são as primeiras $N_G + N_F + 1$ amostras de $\mathbf{c}_u(n)$. De (3.37), obtém-se que

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{f} + \mathbf{c}_{u0} * \mathbf{g}^{-1}. \quad (3.51)$$

O segmento $\mathbf{c}_{u0}(n)$ do cepstro do sinal de entrada atua como ruído e impede a estimativa instantânea da resposta ao impulso do caminho de realimentação de atingir seu valor ótimo $\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{f}$.

No caso particular do caminho de avanço ser um atraso e um ganho, como definido em (3.38), (3.51) torna-se

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{f} + \frac{\mathbf{c}_{u_{N_G}}}{g_{N_G}}, \quad (3.52)$$

em que

$$\mathbf{c}_{u_{N_G}}(n) = [c_{u_{N_G}}(n) \ c_{u_{N_G+1}}(n) \ \dots \ c_{u_{N_G+N_F}}(n)]^T \quad (3.53)$$

é o segmento de $\mathbf{c}_u(n)$ que está sobreposto a $[\mathbf{f} - \mathbf{h}(n)]$, de interesse.

A resposta ao impulso do filtro adaptativo à m -ésima execução do método, inicialmente definido em (3.43), torna-se

$$\mathbf{h}_m = (1 - \lambda^m)\mathbf{f} + \frac{1}{g_{NG}}(1 - \lambda)\boldsymbol{\rho}_m, \quad (3.54)$$

em que

$$\boldsymbol{\rho}_m = \lambda^{m-1}\mathbf{c}_{u1} + \lambda^{m-2}\mathbf{c}_{u2} + \dots + \lambda\mathbf{c}_{u_{m-1}} + \mathbf{c}_{um}. \quad (3.55)$$

O erro de estimação, inicialmente definido em (3.46), torna-se

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = \lambda^m\mathbf{f} - \frac{1}{g_{NG}}(1 - \lambda)\boldsymbol{\rho}_m. \quad (3.56)$$

A norma do erro de estimação, inicialmente definida em (3.47), é limitada superiormente por

$$\|\boldsymbol{\epsilon}_m\| \leq \lambda^m\|\mathbf{f}\| + \frac{1}{g_{NG}}(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|. \quad (3.57)$$

Para valores elevados de m , $\lambda^m\mathbf{f} \rightarrow \mathbf{0}$ uma vez que $\lambda < 1$ e, assim, o erro de estimação se reduz a

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = -\frac{1}{g_{NG}}(1 - \lambda)\boldsymbol{\rho}_m. \quad (3.58)$$

Portanto, após muitas execuções, o erro de estimação do método AFC-CE com $M = 1$ depende exclusivamente dos cepstros do sinal de entrada do sistema $\boldsymbol{\rho}_m$, do fator de esquecimento λ e do ganho do caminho de avanço g_{NG} .

3.5.2 Caso II: $M = 2$

O sistema de sonorização com $M = 2$ microfones, com ganhos k_1 e k_2 , respectivamente, é apresentado na Figura 3.2 com $p = \{1;2\}$. Ele é formado pelo caminho de avanço $\mathbf{g}(n) = \mathbf{g}$, pelos caminhos de realimentação $\mathbf{f}_1(n) = \mathbf{f}_1$ e $\mathbf{f}_2(n) = \mathbf{f}_2$, e pelos caminhos acústicos $\mathbf{a}_1(n) = \mathbf{a}_1$ e $\mathbf{a}_2(n) = \mathbf{a}_2$, todos invariantes no tempo. Nessas condições, a equação (3.28) assume a forma

$$\mathbf{c}_e(n) = \mathbf{c}_a + \mathbf{c}_u(n) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathbf{g} * [k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2 - \mathbf{h}(n)]^{*i}}{i} \quad (3.59)$$

em que o cepstro dos caminhos acústicos, definido de forma geral em (3.29), torna-se

$$\mathbf{c}_a = \mathcal{F}^{-1}\left\{\log\left|k_1A_1(e^{j\omega}) + k_2A_2(e^{j\omega})\right|\right\}. \quad (3.60)$$

O método atualiza o filtro adaptativo conforme (3.32) para $M = 2$, isto é,

$$\mathbf{h}(n) = \lambda\mathbf{h}(n-1) + (1 - \lambda)[k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2]^{\widehat{}} \quad (3.61)$$

e é inicializado pela estimativa da resposta ao impulso em malha aberta (3.33)

$$\{\mathbf{g} * [k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2 - \mathbf{h}(n)]^{\widehat{}}\} = \mathbf{g} * [k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2 - \mathbf{h}(n)] + \mathbf{c}_{u0}(n) + \mathbf{c}_{a0}, \quad (3.62)$$

em que

$$\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n) = \left[c_{u_0}(n) \ c_{u_1}(n) \ \dots \ c_{u_{N_{F_1}+N_G}}(n) \right]^T \quad (3.63)$$

são as primeiras $N_G + N_{F_1}$ amostras de $\mathbf{c}_{\mathbf{u}}(n)$ e

$$\mathbf{c}_{\mathbf{a}0} = \left[c_{a_0} \ c_{a_1} \ \dots \ c_{a_{N_{F_1}+N_G}} \right]^T \quad (3.64)$$

são as primeiras $N_G + N_{F_1}$ amostras de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$. De (3.37), pode-se obter que

$$[k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2]^\wedge = k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2 + [\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}0}] * \mathbf{g}^{-1}. \quad (3.65)$$

O segmento $\mathbf{c}_{\mathbf{u}0}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}0}$ dos cepstros do sinal de entrada e dos caminhos acústicos atua como ruído e impede a estimativa instantânea da soma das respostas ao impulso dos caminhos de realimentação de atingir seu valor ótimo $[k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2]^\wedge = k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2$.

No caso particular do caminho de avanço ser um atraso e um ganho, como definido em (3.38), (3.65) torna-se

$$[k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2]^\wedge = k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2 + \frac{\mathbf{c}_{\mathbf{u}N_G}(n) + \mathbf{c}_{\mathbf{a}N_G}}{g_{N_G}}, \quad (3.66)$$

em que

$$\mathbf{c}_{\mathbf{u}N_G}(n) = \left[c_{u_{N_G}}(n) \ c_{u_{N_G+1}}(n) \ \dots \ c_{u_{N_G+N_{F_1}}}(n) \right]^T \quad (3.67)$$

e

$$\mathbf{c}_{\mathbf{a}N_G} = \left[c_{a_{N_G}} \ c_{a_{N_G+1}} \ \dots \ c_{a_{N_G+N_{F_1}}} \right]^T \quad (3.68)$$

são os segmentos de $\mathbf{c}_{\mathbf{u}}(n)$ e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$, respectivamente, que estão sobrepostos a $[k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2 - \mathbf{h}(n)]$, de interesse.

A resposta ao impulso do filtro adaptativo à m -ésima execução do método, definida de forma geral em (3.43), é

$$\mathbf{h}_m = (1 - \lambda^m) (k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2) + \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\rho}_m + \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\zeta}_m \quad (3.69)$$

em que

$$\boldsymbol{\rho}_m = \lambda^{m-1} \mathbf{c}_{\mathbf{u}1} + \lambda^{m-2} \mathbf{c}_{\mathbf{u}2} + \dots + \lambda \mathbf{c}_{\mathbf{u}m-1} + \mathbf{c}_{\mathbf{u}m}, \quad (3.70a)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_m = \left(\lambda^{m-1} + \lambda^{m-2} + \dots + \lambda + 1 \right) \mathbf{c}_{\mathbf{a}}. \quad (3.70b)$$

O erro de estimação, inicialmente definido em (3.46), torna-se

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = \lambda^m (k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2) - \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\rho}_m - \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \boldsymbol{\zeta}_m. \quad (3.71)$$

A norma do erro de estimação, inicialmente definida em (3.47), é limitada superiormente por

$$\|\boldsymbol{\epsilon}_m\| \leq \lambda^m \|k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2\| + \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \|\boldsymbol{\rho}_m\| + \frac{1}{g_{N_G}} (1 - \lambda) \|\boldsymbol{\zeta}_m\|. \quad (3.72)$$

Para valores elevados de m , $\lambda^m (k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2) \rightarrow \mathbf{0}$, uma vez que $\lambda < 1$ e, assim, o erro de estimação se reduz a

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = -\frac{1}{g_{N_G}}(1 - \lambda)(\boldsymbol{\rho}_m + \boldsymbol{\zeta}_m). \quad (3.73)$$

Portanto, após muitas execuções, o erro de estimação do método AFC-CE com $M = 2$ depende exclusivamente dos cepstros do sinal de entrada do sistema $\boldsymbol{\rho}_m$, dos cepstros dos caminhos acústicos $\boldsymbol{\zeta}_m$, do fator de esquecimento λ e do ganho do caminho de avanço g_{N_G} .

3.6 MÉTRICAS DE DESEMPENHO

O desempenho do método de cancelamento de realimentação acústica adotado é avaliado por duas métricas, nomeadamente: o máximo ganho estável e o desalinhamento. Ambas são descritas a seguir.

3.6.1 Máximo Ganho Estável

O objetivo principal de qualquer método AFC consiste em aumentar o MSG do sistema de sonorização, o qual possui um limite superior devido à realimentação acústica. Por conta disso, o MSG representa a métrica mais importante de avaliação do método (BISPO, 2015).

Para o método AFC-CE aplicado ao sistema com $M = 1$ adotou-se o MSG conforme definido em (2.27), enquanto que para o sistema com $M = 2$ adotou-se o MSG conforme definido em (3.13). Além disso, definiu-se o aumento do MSG possibilitado pelo método AFC, ΔMSG , para o primeiro caso tal qual em (2.29) e para o segundo caso como em (3.23). Naquele, $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}(n)$ denota o conjunto de frequências críticas do sistema com $M = 1$ e foram definidas como em (2.28). Neste, $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$ denota o conjunto de frequências críticas do sistema com $M > 1$ e foram definidas como em (3.22). De modo geral, $\text{MSG} \rightarrow \infty$ e $\Delta\text{MSG} \rightarrow \infty$ à medida que $H(e^{j\omega}, n) \rightarrow \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n)$, $\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$.

3.6.2 Desalinhamento

O desalinhamento, também chamado de desajuste, é uma métrica que quantifica o desacordo entre a resposta ao impulso do caminho de realimentação e a resposta ao impulso do filtro adaptativo (BISPO, 2015). Define-se o desalinhamento normalizado como

$$\text{MIS}(n) = \frac{\|\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n) - \mathbf{h}(n)\|}{\|\sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n)\|} = \frac{\|\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n)\|}{\|\sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n)\|}. \quad (3.74)$$

Note que $\text{MIS}(n)$ consiste no erro de estimação $\boldsymbol{\epsilon}_m$ do filtro adaptativo (3.45) normalizado em relação à soma ponderada dos caminhos de realimentação e seu valor ótimo é $\text{MIS}(n) = 0$, condição proporcionada quando $\mathbf{h}(n) = \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n)$. De maneira geral,

$MIS \rightarrow 0$ conforme $\mathbf{h}(n) \rightarrow \sum_{p=1}^M k_p \mathbf{f}_p(n)$, isto é, o desalinhamento tende a diminuir à medida em que o filtro converge para a soma ponderada dos caminhos de realimentação.

Aponta-se que as métricas de $MIS(n)$ e $MSG(n)$ estão relacionadas, porquanto ambas dependem de $\left| \sum_{p=1}^M k_p F_p(e^{j\omega}, n) - H(e^{j\omega}, n) \right|$. Tipicamente, a melhora em uma implica em uma melhora na outra. Todavia, isso pode não ocorrer visto que o $MSG(n)$ depende da precisão de $H(e^{j\omega}, n)$ em apenas uma componente frequencial, ao passo que o $MIS(n)$ depende de sua precisão média em todas as componentes frequenciais (BISPO, 2015).

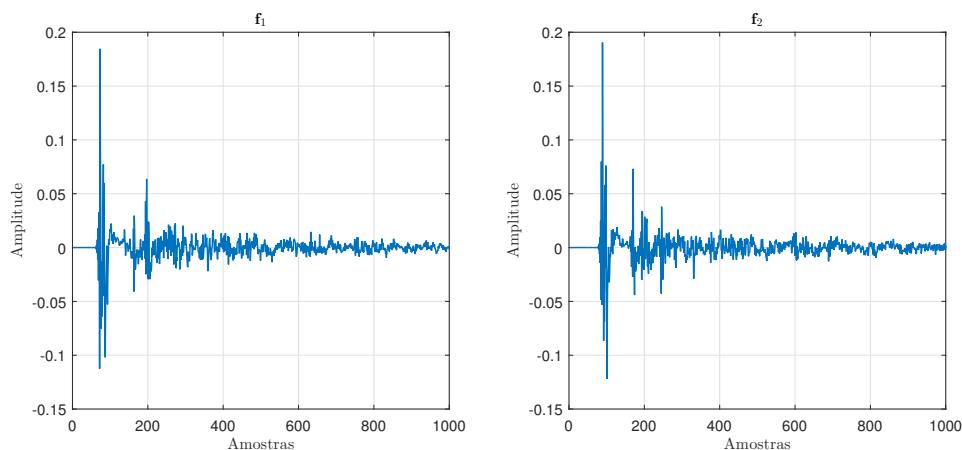
3.7 CONFIGURAÇÃO DAS SIMULAÇÕES

A presente seção descreve a configuração das simulações executadas em um ambiente virtual com o intuito de avaliar o desempenho do método AFC-CE aplicado a um sistema de sonorização com um alto-falante inicialmente com $M = 1$, e, em seguida, com $M = 2$.

3.7.1 Caminho de Realimentação

Para a realização das simulações, utilizou-se duas respostas ao impulso do caminho de realimentação acústica $\mathbf{f}_1(n)$ e $\mathbf{f}_2(n)$. Ambas são RIRs (*Room Impulse Responses*) mensuradas por Jeub, Schäfer e Vary (2009) e, portanto, invariantes no tempo, isto é, $\mathbf{f}_1(n) = \mathbf{f}_1$ e $\mathbf{f}_2(n) = \mathbf{f}_2$. As RIRs tiveram suas frequências de amostragem reduzidas para $f_s = 16$ kHz e foram truncadas de forma que tenham comprimento $N_F = 1000$. O resultado é exibido na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Respostas ao impulso \mathbf{f}_1 e \mathbf{f}_2 dos caminhos de realimentação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As simulações pertinentes ao sistema com $M = 1$ empregam exclusivamente a resposta ao impulso \mathbf{f}_1 , isto é, $\mathbf{f} = \mathbf{f}_1$, visto haver somente um único caminho de realimentação. Por outro lado, as simulações concernentes ao sistema com $M = 2$ e, conseqüentemente, dois caminhos de realimentação, utilizam ambas as respostas ao impulso \mathbf{f}_1 e \mathbf{f}_2 .

3.7.2 Caminho de Avanço

Assim como Waterschoot e Moonen (2011) e Bispo e Freitas (2015a), o caminho de avanço foi definido como (3.38) com um atraso de 25 ms e um ganho, em que $N_G = 400$ e o ganho g_{N_G} foi escolhido de forma que, por precaução, o sistema tenha uma margem de ganho estável inicial igual a 3 dB. Note que $K(n) = g_{N_G}$ e $O(q, n) = q^{-N_G}$, de acordo com (2.9).

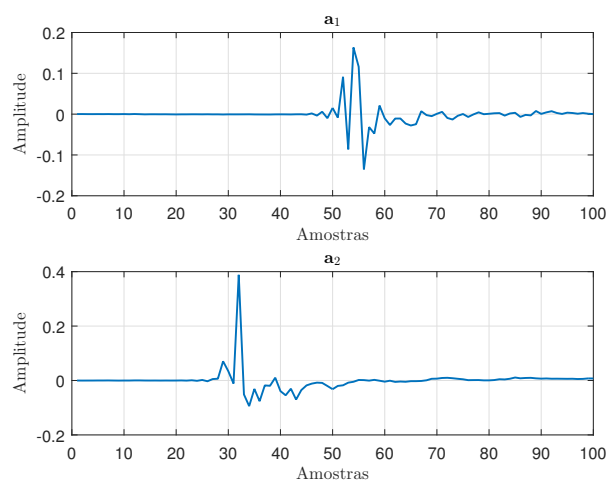
É importante salientar que para garantir a estabilidade do sistema, os ganhos de amplificação $k_p, p = 1, 2, \dots, M$ dos microfones foram selecionados de maneira que a sua soma seja sempre unitária, isto é $\sum_{p=1}^M k_p = 1$. Diante disso, optou-se pela escolha de duas configurações: i) $k_1 = k_2 = 0,5$ e ii) $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$.

3.7.3 Caminho Acústico

Os caminhos acústicos representam o atraso inerente entre a fonte e cada um dos microfones do sistema de sonorização, o qual pode ser um ambiente acústico fechado, como em uma sala de conferências, ou um ambiente acústico aberto, como em um estádio de futebol. A principal diferença é que no primeiro o som está sujeito a reflexões e atrasos decorrentes da reverberação, enquanto que no segundo pressupõe-se somente a existência de atraso e atenuação.

Para modelar os caminhos acústicos presentes em um sistema com dois microfones situados relativamente próximos em um mesmo ambiente acústico fechado, utilizou-se duas respostas ao impulso $\mathbf{a}_1(n) = \mathbf{a}_1$ e $\mathbf{a}_2(n) = \mathbf{a}_2$, invariantes no tempo, geradas na mesma sala, porém ligeiramente diferentes, sendo a energia da segunda maior do que a da primeira. Ambas são RIRs providenciadas pela recomendação G.91 da ITU (2016) e tiveram suas frequências de amostragem reduzidas para $f_s = 16$ kHz, bem como foram truncadas de forma que tenham comprimento $N_A = 100$. O resultado é visto na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Caminhos acústicos \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 , respectivamente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.7.4 Sinal de Fala

Os sinais de entrada $u(n)$ foram criados a partir de um banco de 10 sinais de fala. Cada sinal contém uma frase curta gravada em um intervalo de tempo de 4s a uma taxa de amostragem de 48 kHz e com nível de potência ativa normalizado para -26 dBov de acordo com o algoritmo Rec. P.56 da ITU (2011). A taxa de amostragem foi reduzida para 16 kHz. Todas as frases foram gravadas por falantes nativos das seguintes nacionalidades e gêneros:

- 4 Americanos (2 homens e 2 mulheres);
- 2 Britânicos (1 homem e 1 mulher);
- 2 Franceses (1 homem e 1 mulher);
- 2 Alemães (1 homem e 1 mulher).

Uma vez que a avaliação de desempenho do filtro adaptativo demanda sinais de longa duração, vários sinais do mesmo locutor foram concatenados em sinais de 20 segundos de duração e tiveram os seus trechos de silêncio provenientes do início e final removidos por meio de um detector de atividade de voz (VAD).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os resultados das simulações realizadas. Inicialmente, trata-se dos resultados originados com $M = 1$. Posteriormente, traz-se os resultados originados com $M = 2$.

4.1 CASO $M = 1$

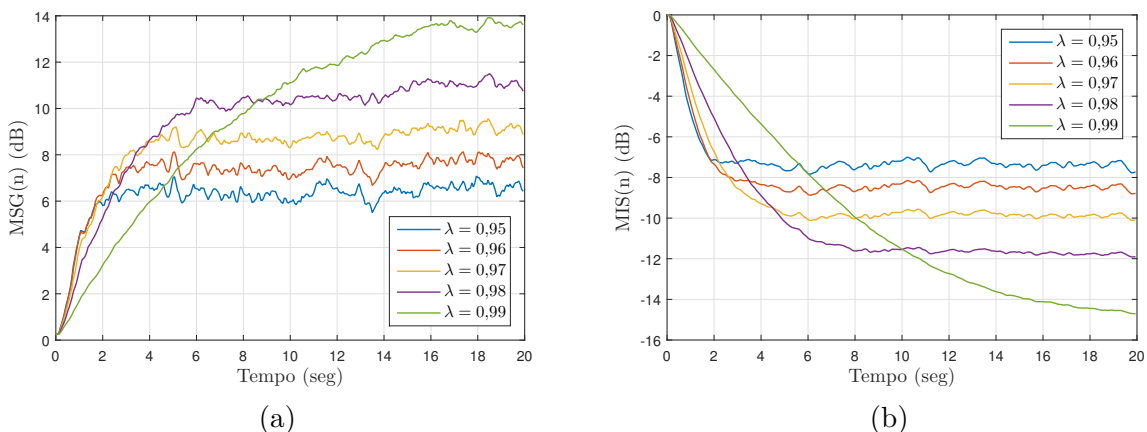
O desempenho do método AFC-CE com $M = 1$ foi avaliado para $L = 8000$, $N = 1000$, como inicialmente proposto, $N_H = N_F$ e $\lambda = \{0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99\}$. A escolha dos fatores de esquecimento no intervalo $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$ providencia os resultados mais satisfatórios no que diz respeito à velocidade de convergência e limite de desalinhamento (SILVA NOGUEIRA *et al.*, 2018).

Os valores médios de $MSG(n)$ e $MIS(n)$ são ilustrados nas Figuras 4.1a e 4.1b, respectivamente, e encontram-se de acordo com os resultados apresentados em Bispo e Freitas (2015a). De fato, observa-se que ambas as métricas de desempenho estão associadas à escolha do fator de esquecimento λ , parâmetro que governa a atualização do filtro adaptativo do método AFC-CE, conforme (3.54).

Percebe-se que a seleção de um λ maior tende a proporcionar um desalinhamento que apresenta velocidade de convergência, valor após a convergência e oscilação ao redor do seu valor após a convergência reduzidos, como visto em Bispo e Freitas (2015a) e Silva Nogueira *et al.* (2018), mas não explicado.

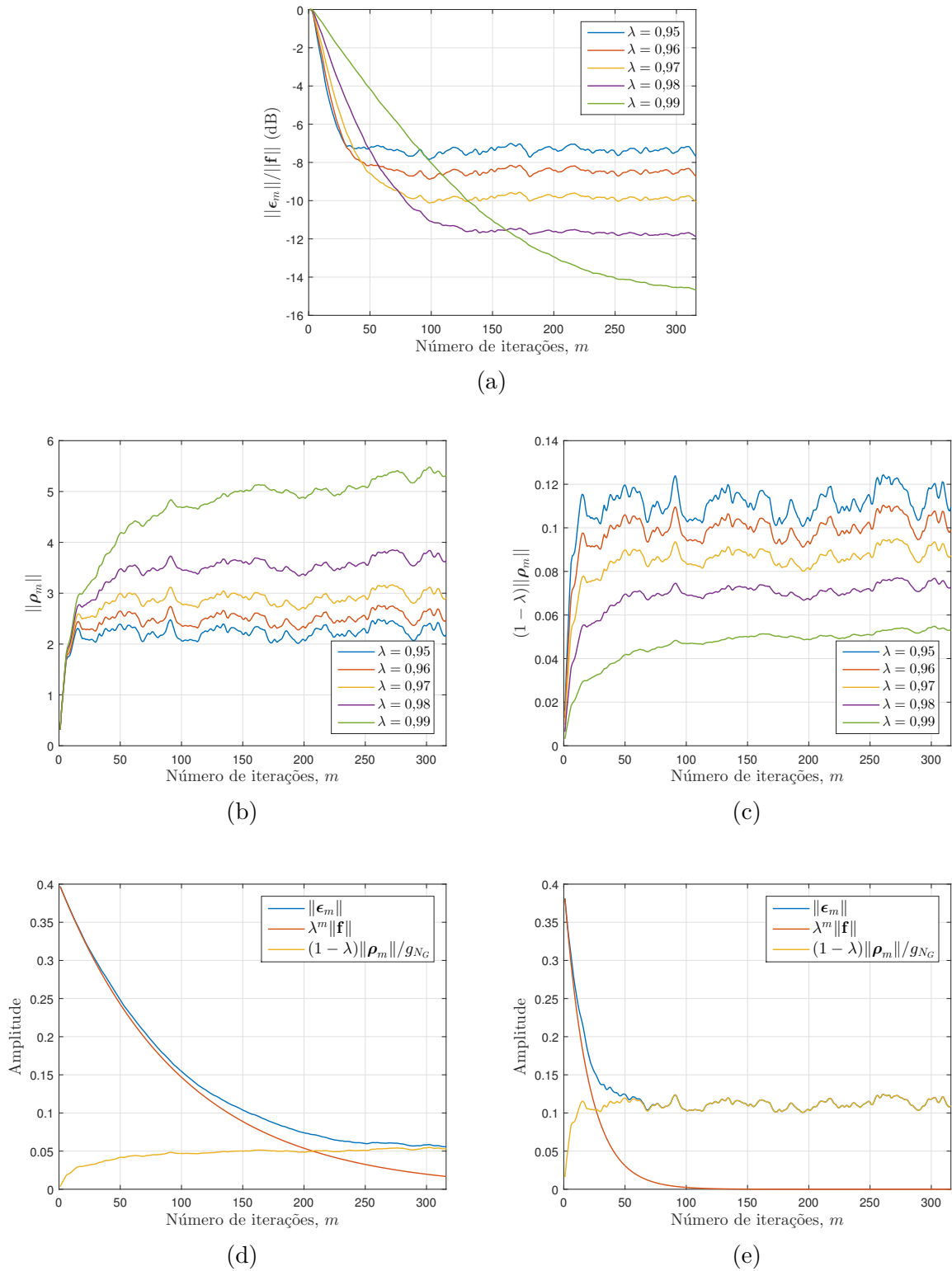
Os motivos para os comportamentos sobreditos serão analisados e discutidos a partir do limite superior de $\|\epsilon_m\|$, conforme definido em (3.57). A Figura 4.2a apresenta o erro de estimação do filtro normalizado pelo caminho de realimentação, $\|\epsilon_m\|/\|\mathbf{f}\|$, ao longo das iterações do método. Note que $\|\epsilon_m\|/\|\mathbf{f}\|$ equivale ao desalinhamento $MIS(n)$, conforme expresso pela equação (3.74).

Figura 4.1 – Resultados médios para $M = 1$: (a) $MSG(n)$; (b) $MIS(n)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.2 – Desempenho do método AFC-CE para $M = 1$: (a) $\|\epsilon_m\|/\|\mathbf{f}\|$; (b) $\|\rho_m\|$; (c) $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$; (d) Análise completa para $\lambda = 0,99$; (e) Análise completa para $\lambda = 0,95$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma análise do segundo termo do lado direito de (3.57) permite avaliar a influência que os cepstros do sinal de entrada do sistema exercem no desempenho do método. Para tanto, a Figura 4.2b mostra $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$. Os resultados observados possibilitam tecer algumas considerações. De início, percebe-se que o valor de $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ converge após algumas iterações. Trata-se, pois, de um fato preponderante para a convergência do método exibida na Figura 4.2a. Adiante, constata-se que a velocidade de convergência de $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ diminui com o aumento de λ , comportamento semelhante àquele apresentado por $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$. Em contrapartida, o valor de $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ após sua convergência aumenta com o incremento de λ e, portanto, tem-se um comportamento oposto ao observado em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$. Por fim, as oscilações de $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ ao redor do seu valor após convergência são independentes de λ , diferentemente do comportamento visto em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$.

Contudo, há de se observar que, como demonstrado em (3.56), os cepstros do sinal de entrada influenciam o erro de estimação $\boldsymbol{\epsilon}_m$ mediante o termo $(1 - \lambda)\boldsymbol{\rho}_m$. Para tanto, a Figura 4.2c mostra $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|$. Nota-se que seu valor após a convergência diminui com o aumento de λ , comportamento oposto ao visto em $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ (Figura 4.2b), porém semelhante ao visto em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ (Figura 4.1b). Portanto, após a convergência, o aumento de λ reduz $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ apesar de aumentar $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$. Verifica-se, também, que as oscilações de $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ ao redor do seu valor após convergência diminuem com o aumento de λ , de maneira semelhante ao observado em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$. Isso ocorre pois, dado que $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ apresenta oscilações com igual amplitude independentemente de λ , o fator multiplicativo $(1 - \lambda)$ reduz as oscilações de forma mais intensa ao aumentar-se λ .

Uma análise completa da influência de λ e dos cepstros do sinal de entrada no desempenho do método AFC-CE para $\lambda = 0,99$ e $\lambda = 0,95$ pode ser apreciada à vista das Figuras 4.2d e 4.2e, respectivamente. Ambas traçam as curvas de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$, $\lambda^m\|\mathbf{f}\|$ e $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$, em que os dois últimos são os termos do limite superior de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$, definido em (3.57). É válido apontar que g_{N_G} é apenas um fator de ganho que afeta igualmente os dois casos.

Para $\lambda = 0,99$, observa-se que $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$ converge após aproximadamente 250 iterações e que, apesar de atingir valores pequenos, $\lambda^m\|\mathbf{f}\|$ não se torna nulo mesmo após 320 iterações. A lenta convergência de ambos os termos resulta na baixa velocidade de convergência de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$. Assim, confirma-se que, como descrito em (3.58), $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ converge para $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$ à medida que o número de execuções m do método aumenta.

Para $\lambda = 0,95$, percebe-se uma convergência mais rápida de $\lambda^m\|\mathbf{f}\|$ e, como demonstrado anteriormente, de $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$. Nesse caso, este converge e aquele se torna nulo após aproximadamente 50 e 100 iterações, respectivamente. Como consequência, verifica-se uma convergência mais rápida de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$. Por outro lado, devido ao menor valor de λ , ocorre um aumento no valor de $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$ após a convergência, como discutido anteriormente. Por conta disso, o resultado é um aumento de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ após a convergência.

De forma geral, como observado na Figura 4.1b, tanto a velocidade de convergência

quanto o valor após a convergência do erro de estimação $\|\epsilon_m\|$ serão tão maiores quanto menor for o fator de esquecimento λ . Além disso, uma vez que $\lambda^m \|\mathbf{f}\|$ apresenta um decaimento suave, as oscilações presentes em $\|\epsilon_m\|$, principalmente ao redor do seu valor após convergência, são ocasionados exclusivamente pelas oscilações de $\|\rho_m\|$, demonstradas anteriormente. Com a diminuição de λ , as oscilações de $\|\epsilon_m\|$ ao redor de seu valor após a convergência intensificam-se devido ao aumento das oscilações de $\|\rho_m\|$, como discutido previamente.

Às primeiras iterações do método, observa-se que $\|\epsilon_m\|$ apresenta valores consideravelmente inferiores para $\lambda = 0,95$. Isso porque $\lambda^m \|\mathbf{f}\| \rightarrow 0$ para $\lambda = 0,95$ muito mais rapidamente do que para $\lambda = 0,99$. Portanto, nas iterações iniciais, o termo $\lambda^m \|\mathbf{f}\|$ exerce maior influência no desempenho do método. Por outro lado, ao decorrer das iterações, o termo $(1 - \lambda) \|\rho_m\|/g_{N_G}$ domina o desempenho do método AFC-CE e passa a regê-lo.

A Tabela 1 resume a discussão da análise do caso $M = 1$ quanto ao comportamento das normas $\|\epsilon_m\|$, $\|\rho_m\|$ e $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$ com o aumento do fator de esquecimento λ . Vê-se que, de maneira geral, a escolha de um λ maior diminui a velocidade de convergência, o valor após a convergência e a oscilação ao redor do valor após a convergência.

Tabela 1 – Comportamento após a convergência das normas do caso $M = 1$ com o aumento de λ .

	$\ \epsilon_m\ $	$\lambda^m \ \mathbf{f}\ $	$\ \rho_m\ $	$(1 - \lambda)\ \rho_m\ $
Velocidade	Diminui	Diminui	Diminui	Diminui
Valor	Diminui	Independente	Aumenta	Diminui
Oscilação	Diminui	Não possui	Independente	Diminui

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 CASO $M = 2$

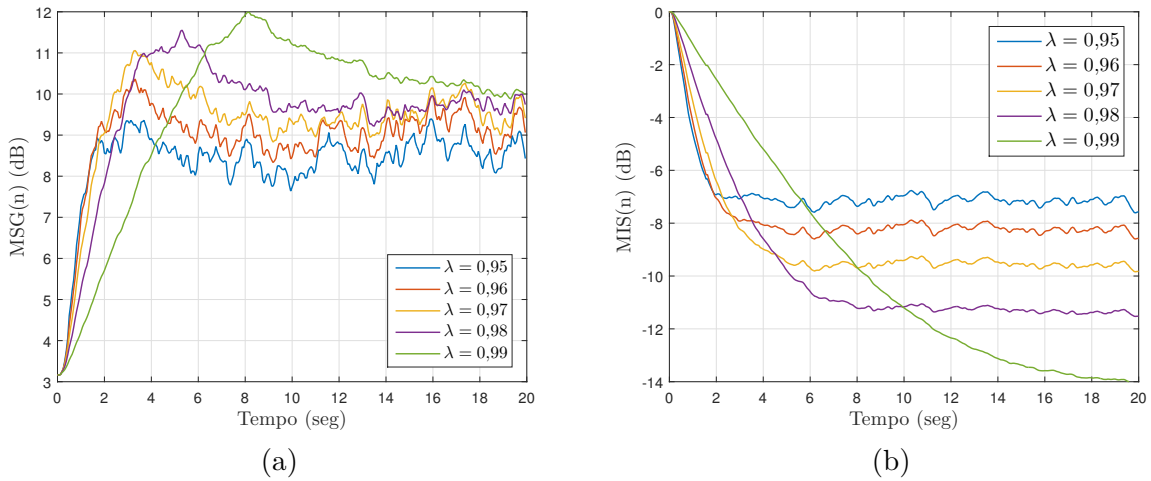
A análise de desempenho do método AFC-CE com $M = 2$ foi subdividida em duas configurações. Na primeira, considera-se microfones configurados com ganhos de amplificação iguais tais que $k_1 = k_2 = 0,5$. Na segunda, considera-se microfones configurados com ganhos de amplificação distintos tais que $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$. Em ambas, utiliza-se os caminhos acústicos \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 como as RIRs mostradas na Figura 3.4 com o intuito de simular um ambiente acústico fechado. O desempenho do método AFC-CE foi avaliado com $L = 8000$, $N = 1000$, $N_H = N_{F_1} = N_{F_2}$, $N_{A_1} = N_{A_2} = 100$ e $\lambda = \{0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99\}$.

4.2.1 Configuração I: $k_1 = k_2 = 0,5$

Os valores médios de $\text{MSG}(n)$ e $\text{MIS}(n)$ para $k_1 = k_2 = 0,5$ são ilustrados nas Figuras 4.3a e 4.3b, respectivamente. Novamente, constata-se uma dependência de desempenho com a escolha do fator de esquecimento λ .

De início, verifica-se que, em ambos os casos, o $\text{MIS}(n)$ apresenta um comportamento esperado. Dessa vez, porém, apesar do $\text{MIS}(n)$ convergir para um resultado mais satisfatório à medida em que se opta por um λ maior, não se constata uma melhoria recíproca em termos do $\text{MSG}(n)$, que, a princípio, está relacionado com o $\text{MIS}(n)$.

Figura 4.3 – Resultados médios para $M = 2$, $k_1 = k_2 = 0,5$ e $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ RIRs: (a) $\text{MSG}(n)$; (b) $\text{MIS}(n)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O erro de estimação normalizado $\|\epsilon_m\|/\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ para $k_1 = k_2 = 0,5$ é ilustrado na Figura 4.4a. Frisa-se que $\|\epsilon_m\|/\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ equivale ao $\text{MIS}(n)$ para $M = 2$ (3.74). Observa-se que, semelhantemente ao caso $M = 1$, ao se aumentar λ , o erro de estimação $\|\epsilon_m\|/\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ apresenta velocidade de convergência, valor após a convergência e oscilação ao redor do seu valor após a convergência reduzidos. Os motivos para tanto serão analisados e discutidos a partir do limite superior de $\|\epsilon_m\|$ conforme definido em (3.72).

A influência dos cepstros do sinal de entrada do sistema sobre o desempenho do método não sofre alteração em relação à Figura 4.2b, uma vez que $\|\rho_m\|$, definido em (3.70a), está relacionado somente aos cepstros $\mathbf{c}_{\mathbf{u}_m}$ do sinal de entrada, originados pelos mesmos sinais de fala, e ao fator de esquecimento λ . Portanto, independe dos caminhos acústicos e dos ganhos de amplificação k_1 e k_2 . Por conseguinte, a norma $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$ também não se altera, como pode ser vista na Figura 4.4b.

Uma análise do terceiro termo do lado direito de (3.72) permite avaliar a influência que os cepstros dos caminhos acústicos exercem no desempenho do método. Para tanto, a Figura 4.4c mostra $\|\zeta_m\|$. A partir dos resultados observados, constata-se que $\|\zeta_m\|$ apresenta um comportamento crescente, suave e convergente ao longo da execução do

método. A equação (3.70b) atesta que ζ_m é uma série geométrica de coeficiente \mathbf{c}_a e razão λ . Sendo assim, o valor de convergência¹ de sua norma é expresso pela razão $\|\mathbf{c}_a\|/(1-\lambda)$, uma vez que $|\lambda| < 1$. O fato de $\|\zeta_m\|$ convergir é preponderante para a convergência do método exibida na Figura 4.4a. Além disso, percebe-se que a sua velocidade de convergência diminui com o aumento de λ , tal qual se dá com $\|\epsilon_m\|$ e $\|\rho_m\|$. Aponta-se que $\|\zeta_m\|$ difere de $\|\rho_m\|$ ao não apresentar oscilações, porquanto $\|\zeta_m\|$ é apenas um somatório de potências de λ multiplicado por um fator constante $\|\mathbf{c}_a\|$, ao passo que $\|\rho_m\|$ possui, além das potências de λ , coeficientes variáveis formados pelos cepstros $\|\mathbf{c}_{u_m}\|$.

No entanto, como expresso em (3.71), os cepstros dos caminhos acústicos influenciam o erro de estimação ϵ_m mediante o termo $(1-\lambda)\zeta_m$. Assim, a Figura 4.4d mostra $(1-\lambda)\|\zeta_m\|$. Nota-se que o valor de convergência é o mesmo, independentemente de λ . Isso se dá pois, sendo uma série geométrica, o valor de convergência de $(1-\lambda)\|\zeta_m\|$ é $(1-\lambda)\|\mathbf{c}_a\|/(1-\lambda)$. Conseqüentemente, o fator $(1-\lambda)$ é cancelado. Como \mathbf{c}_a é constante, tem-se também um valor de convergência constante dado por $\|\mathbf{c}_a\|$. Por $\|\mathbf{c}_a\|$ ser um valor pequeno, $(1-\lambda)\|\zeta_m\|$ apresenta baixa amplitude. Além disso, constata-se que $(1-\lambda)\|\zeta_m\|$ converge mais lentamente com o aumento de λ , consoante ao comportamento visto em $\|\epsilon_m\|/\|k_1\mathbf{f}_1+k_2\mathbf{f}_2\|$ e $(1-\lambda)\|\rho_m\|$. Por fim, da mesma forma que $\|\zeta_m\|$, a norma $(1-\lambda)\|\zeta_m\|$ é uma curva suave e desprovida de oscilações, pelas razões sobreditas.

Uma análise completa da influência de λ , dos cepstros do sinal de entrada e dos cepstros dos caminhos acústicos no desempenho do método AFC-CE para $\lambda = 0,99$ e $\lambda = 0,95$ pode ser apreciada à vista das Figuras 4.4e e 4.4f, respectivamente. Ambas traçam as curvas de $\|\epsilon_m\|$, $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1+k_2\mathbf{f}_2\|$, $(1-\lambda)\|\rho_m\|/g_{NG}$ e $(1-\lambda)\|\zeta_m\|/g_{NG}$, sendo esses três últimos os termos do limite superior de $\|\epsilon_m\|$ definido em (3.72).

Para $\lambda = 0,99$, observa-se que, semelhantemente ao caso $M = 1$, $(1-\lambda)\|\rho_m\|/g_{NG}$ converge após aproximadamente 250 iterações e que, apesar de atingir valores pequenos, $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1+k_2\mathbf{f}_2\|$ não se torna nulo mesmo após 320 iterações. Além disso, $(1-\lambda)\|\zeta_m\|/g_{NG}$ apresenta baixa velocidade de convergência e, assim como $(1-\lambda)\|\rho_m\|/g_{NG}$, converge após 250 iterações. Desse modo, a lenta convergência dos três termos resulta na baixa velocidade de convergência de $\|\epsilon_m\|$ e um valor de convergência menor. Confirma-se que, como descrito em (3.73), $\|\epsilon_m\|$ converge para $(1-\lambda)(\|\rho_m\|+\|\zeta_m\|)/g_{NG}$, como observado graficamente, à medida que o número de execuções m do método aumenta.

Para $\lambda = 0,95$, percebe-se, como discutido anteriormente, uma convergência mais rápida de $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1+k_2\mathbf{f}_2\|$ e $(1-\lambda)\|\rho_m\|/g_{NG}$, bem como de $(1-\lambda)\|\zeta_m\|/g_{NG}$. O primeiro se torna nulo dentro de 100 iterações, o segundo converge em aproximadamente 50 iterações e o terceiro converge em 100 iterações. Como consequência, verifica-se uma convergência mais rápida de $\|\epsilon_m\|$. Devido ao menor valor de λ , ocorre um aumento no valor de

¹ O teorema da convergência de uma série geométrica de razão r estabelece que a série diverge se $|r| \geq 1$. Se $0 < |r| < 1$, então a série converge para a soma $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$, $0 < |r| < 1$ (LARSON; EDWARDS, 2010).

$(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$ após a convergência. Adicionalmente, percebe-se um ligeiro descolamento entre $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ e $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$, visto que $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ anula-se na convergência e $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|/g_{N_G}$, por ser uma constante após a convergência, atua como um nível DC à curva de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$.

Dado que $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|/g_{N_G}$ converge para o mesmo valor independentemente de λ , contanto que o caminho acústico seja mantido o mesmo, e, nesse caso, como seu valor apresenta baixa amplitude, o aumento observado em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ decorre quase que exclusivamente do aumento de $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$. Depreende-se, portanto, que os caminhos acústicos, neste cenário e configuração, exercem pouca influência sobre o desalinhamento, o que explica a forte semelhança entre os resultados de MIS(n) obtidos com $M = 1$ para com aqueles obtidos com $M = 2$ e $k_1 = k_2 = 0,5$.

De forma geral, como observado na Figura 4.4a, tanto a velocidade de convergência quanto o valor após a convergência do erro de estimação $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ serão tão maiores quanto menor for o fator de esquecimento λ . Além disso, uma vez que as curvas de $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ e $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|/g_{N_G}$ apresentam um decaimento e um crescimento suaves, respectivamente, as oscilações presentes em $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$, principalmente ao redor do seu valor após convergência, são ocasionados exclusivamente pelas oscilações de $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$.

Às primeiras iterações do método, observa-se que $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ apresenta valores consideravelmente inferiores para $\lambda = 0,95$. Isso porque $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\| \rightarrow 0$ muito mais rapidamente para $\lambda = 0,95$ do que para $\lambda = 0,99$. Portanto, nas iterações iniciais, o termo $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ exerce maior influência no desempenho do método. Por outro lado, ao decorrer das iterações, o termo $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|/g_{N_G}$ domina o desempenho do método AFC-CE e passa a regê-lo.

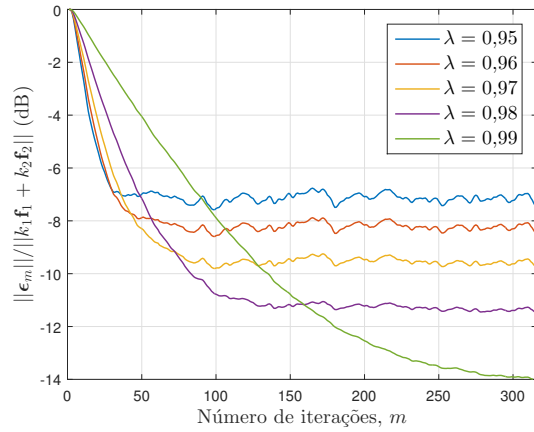
A Tabela 2 resume a discussão da análise do caso $M = 2$ quanto ao comportamento das normas $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$, $\|\boldsymbol{\rho}_m\|$, $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|$ e $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|$ com o aumento do fator de esquecimento λ . Vê-se que, de maneira geral, a escolha de um λ maior, assim como no caso $M = 1$, diminui a velocidade de convergência, o valor após a convergência e a oscilação ao redor do valor após a convergência de $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$.

Tabela 2 – Comportamento após a convergência das normas do caso $M = 2$ com o aumento de λ .

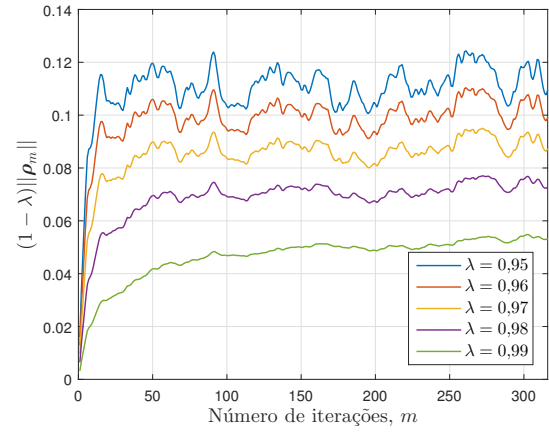
	$\ \boldsymbol{\epsilon}_m\ $	$\lambda^m\ k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\ $	$\ \boldsymbol{\rho}_m\ $	$(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\rho}_m\ $	$(1 - \lambda)\ \boldsymbol{\zeta}_m\ $
Velocidade	Diminui	Diminui	Diminui	Diminui	Diminui
Valor	Diminui	Independente	Aumenta	Diminui	Independente
Oscilação	Diminui	Não possui	Independente	Diminui	Não possui

Fonte: Elaborado pelo autor.

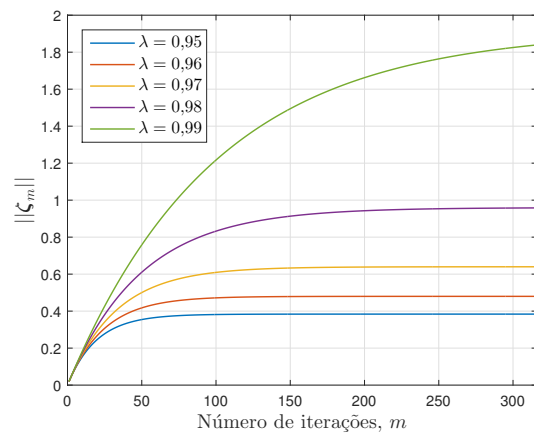
Figura 4.4 – Desempenho do método AFC-CE com $M = 2$, $k_1 = k_2 = 0,5$ e $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ RIRs:
 (a) $\|\epsilon_m\|$; (b) $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$; (c) $\|\zeta_m\|$; (d) $(1 - \lambda)\|\zeta_m\|$; (e) análise geral para $\lambda = 0,99$; (f) análise geral para $\lambda = 0,95$.



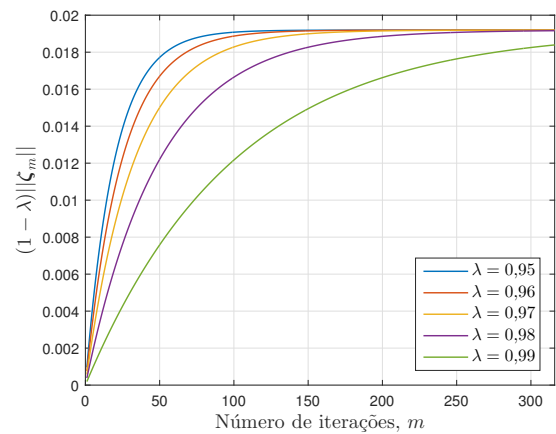
(a)



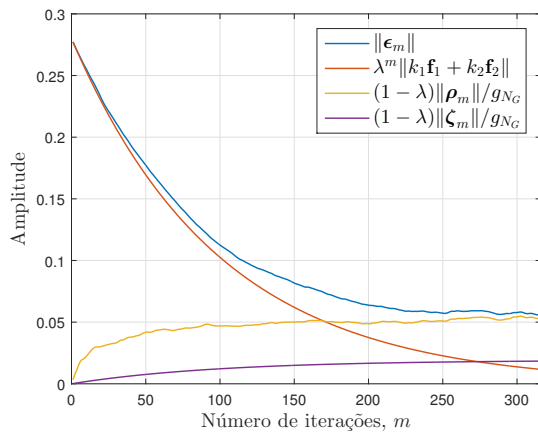
(b)



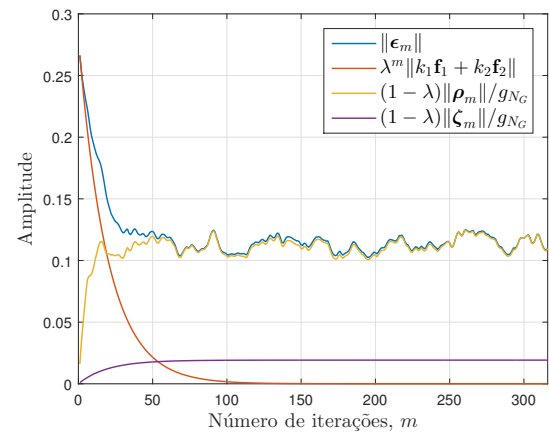
(c)



(d)



(e)



(f)

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise feita até o presente momento tratou de elucidar a influência que as componentes da norma $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$ exercem sobre o $\text{MIS}(n)$. Tanto para $M = 1$ quanto para $M = 2$, o comportamento do $\text{MIS}(n)$ praticamente manteve-se inalterado e apresenta resultados satisfatórios. Como visto, a influência de \mathbf{c}_a sobre o desalinhamento, representada pela curva $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|$, é muito pequena. Todavia, embora pouco influente sobre o desalinhamento, \mathbf{c}_a , como será demonstrado, pode afetar consideravelmente o cálculo do $\text{MSG}(n)$.

Uma comparação entre as Figuras 4.1a e 4.3a permite tecer algumas considerações quanto ao desempenho do $\text{MSG}(n)$ nos casos $M = 1$ e $M = 2$ configurado com $k_1 = k_2 = 0,5$, respectivamente. No primeiro caso, o $\text{MSG}(n)$ apresenta, na média, um comportamento crescente. De fato, almeja-se aumentar o $\text{MSG}(n)$ o tanto quanto possível. Além disso, percebe-se um $\Delta\text{MSG}(n)$ entre 6,2 dB e 13,4 dB para a faixa de $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$. Por outro lado, verifica-se no segundo que, apesar do $\text{MSG}(n)$ apresentar um crescimento nos primeiros segundos de simulação, tão maior quanto maior for λ , seus valores sofrem um decaimento repentino seguido de uma estagnação. Como consequência, o $\Delta\text{MSG}(n)$ restringe-se a valores entre 5,3 dB e 6,8 dB. Esse fenômeno será discutido em maiores detalhes a seguir.

Como explicitado pela equação (3.21), a estimativa do $\text{MSG}(n)$ é efetuada no domínio da frequência apenas na frequência mais crítica. Para $M = 2$, tem-se

$$\text{MSG}(n)(\text{dB}) = -20 \log_{10} \left\{ \max_{\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n)} \left| k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n) \right| \right\}, \quad (4.1)$$

em que $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n)$ é o conjunto de frequências críticas definido como

$$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n) = \left\{ \omega \mid \angle G(e^{j\omega}) \left[k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n) \right] = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad (4.2)$$

Posto que os ganhos de amplificação k_1 e k_2 são constantes e que tanto o caminho de avanço $G(e^{j\omega})$ quanto os caminhos de realimentação $F_1(e^{j\omega})$ e $F_2(e^{j\omega})$ são invariantes no tempo, a variação do $\text{MSG}(n)$ e do conjunto de frequências críticas $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n)$ decorre exclusivamente da atualização do filtro adaptativo $H(e^{j\omega}, n)$. É válido ressaltar que quanto mais $H(e^{j\omega}, n)$ se aproxima da solução ótima, $k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega})$, às frequências críticas, melhor é o resultado médio do $\text{MSG}(n)$.

Como assinalado pela equação (3.32), o filtro adaptativo $\mathbf{h}(n)$ é atualizado a partir de uma estimativa da solução ótima, $[k_1 \mathbf{f}_1 + k_2 \mathbf{f}_2]^{\wedge}$, e sua resposta em frequência é

$$H(e^{j\omega}, n) = \lambda H(e^{j\omega}, n-1) + (1 - \lambda) \left[k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) \right]^{\wedge}. \quad (4.3)$$

A estimativa da solução ótima, por sua vez, expressa pela equação (3.66), depende dos caminhos de realimentação ponderados $k_1 \mathbf{f}_1$ e $k_2 \mathbf{f}_2$ e dos cepstros $\mathbf{c}_{\mathbf{u}_{N_G}}(n)$ e $\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}$ e no domínio da frequência é dada por

$$\left[k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) \right]^{\wedge} = k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) + \frac{\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{u}_{N_G}}(n)\}}{g_{N_G}} + \frac{\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}}{g_{N_G}}. \quad (4.4)$$

A relação entre as equações (4.4), (4.3), (4.2) e (4.1) evidencia a influência no domínio da frequência do cepstro dos caminhos acústicos sobre a estimativa da solução ótima, a atualização do filtro adaptativo, o conjunto de frequências críticas e o consequente cálculo do $\text{MSG}(n)$. Essencialmente, a influência proveniente de $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}$ atua como ruído para a estimativa da solução ótima, utilizada para atualizar $H(e^{j\omega}, n)$. Como tanto $\text{MSG}(n)$ quanto $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$ dependem do valor de $H(e^{j\omega}, n)$ para serem computados, bem como o $\text{MSG}(n)$ é calculado a partir de $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$, constata-se que a inclusão dos caminhos acústicos pode mudar as frequências críticas do sistema e afetar ambas as equações que compõem o critério de estabilidade de Nyquist.

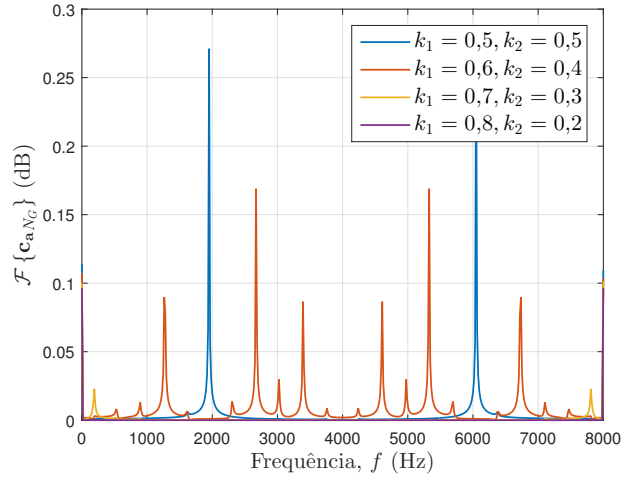
Assim, o módulo $|k_1F_1(e^{j\omega}) + k_2F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n)|$ presente no argumento do logaritmo do $\text{MSG}(n)$ pode mudar nas frequências críticas. Idealmente, deseja-se que $|k_1F_1(e^{j\omega}) + k_2F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n)| \rightarrow 0$. Nesse caso, $\text{MSG} \rightarrow \infty$. Porém, para certas frequências $\omega \in \mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\mathcal{E}}(n)$, pode ser que a influência de $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}$, que não é conhecida de antemão, faça com que esse módulo aumente consideravelmente. Como consequência, MSG diminui e pode apresentar decaimento e estagnação.

Para $M = 2$, o cepstro $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$, definido em (3.60), é influenciado tanto pelos ganhos k_1 e k_2 quanto pelas respostas em frequência dos caminhos acústicos $A_1(e^{j\omega})$ e $A_2(e^{j\omega})$. Como os caminhos acústicos \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 são RIRs torna-se inviável determinar uma solução fechada para $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$. Não obstante, uma solução numérica pode ser obtida com recurso de um *software* numérico. Para tanto, deve-se inicialmente calcular o argumento do logaritmo de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$ em (3.60), o qual será chamado doravante de $\tilde{A}(e^{j\omega})$, isto é,

$$\tilde{A}(e^{j\omega}) = k_1A_1(e^{j\omega}) + k_2A_2(e^{j\omega}). \quad (4.5)$$

Feito isso, toma-se o módulo $|\tilde{A}(e^{j\omega})|$, extrai-se o logaritmo $\log(|\tilde{A}(e^{j\omega})|)$ e aplica-se a IDTFT. Como resultado, obtém-se $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$. Porém, como discutido, o termo que efetivamente influencia o $\text{MSG}(n)$ é $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}$. Para tanto, seleciona-se o segmento de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}}$ sobreposto à solução ótima, como definido em (3.68), e obtém-se $\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}$. Por fim, faz-se a FFT de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}$.

A Figura 4.5 ilustra $|\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}|$ para quatro pares de ganhos de amplificação k_1 e k_2 , nomeadamente (0,5; 0,5), (0,6; 0,4), (0,7; 0,3) e (0,8; 0,2). Observa-se que $|\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}|$ em todos os casos é constituído por componentes frequenciais de diferentes amplitudes que variam de acordo com o par de ganhos k_1 e k_2 escolhido. Contudo, é importante salientar que, independentemente das amplitudes geradas no espectro $|\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}|$, o que realmente impacta no comportamento do $\text{MSG}(n)$ é se a influência proveniente de $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}\}$ sobre $H(e^{j\omega}, n)$ faz com que o cálculo do módulo $|k_1F_1(e^{j\omega}) + k_2F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n)|$ apresente um aumento ou um decréscimo na frequência mais crítica.

Figura 4.5 – Módulo da transformada de Fourier de $\mathbf{c}_{\mathbf{a}_{N_G}}$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

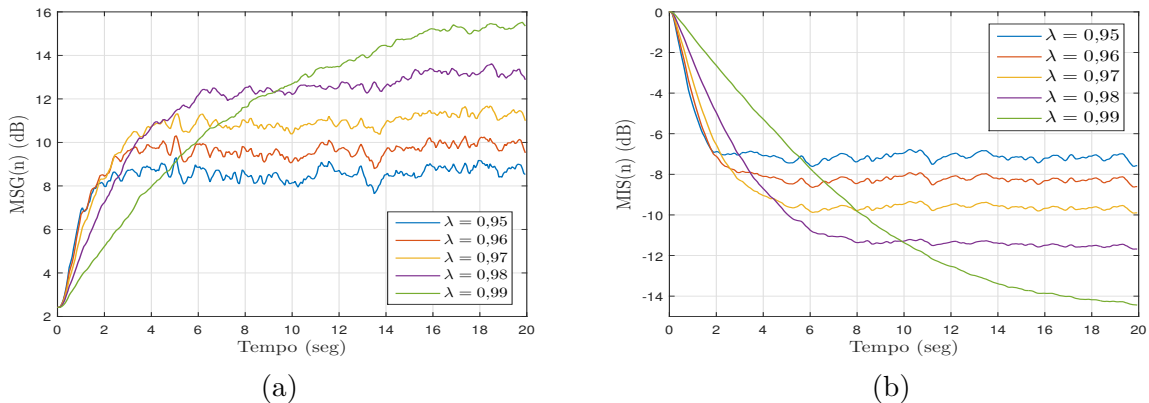
Este experimento mostra que apesar de a influência decorrente do cepstro dos caminhos acústicos sobre o desalinhamento ser pouco expressiva, ela pode, a depender dos caminhos acústicos e dos ganhos de amplificação, ser bastante apreciável sobre o $\text{MSG}(n)$. É importante recapitular que, embora relacionados, uma melhora no $\text{MIS}(n)$ não necessariamente resulta em uma melhora no $\text{MSG}(n)$, ou vice-versa, uma vez que o cálculo do $\text{MSG}(n)$ depende da precisão de $H(e^{j\omega}, n)$ apenas na frequência mais crítica de $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n)$, enquanto que o $\text{MIS}(n)$ depende de sua precisão média em todas as frequências.

4.2.2 Configuração II: $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$

Os valores médios de $\text{MSG}(n)$ e $\text{MIS}(n)$ para $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$ são ilustrados nas Figuras 4.6a e 4.6b, respectivamente. Verifica-se uma dependência do desempenho com λ .

Diferentemente da configuração $k_1 = k_2 = 0,5$, mas de maneira similar ao caso com $M = 1$, tanto o $\text{MSG}(n)$ quanto o $\text{MIS}(n)$ apresentam um comportamento esperado e convergem para um resultado mais satisfatório à medida em que se opta por um λ maior.

Figura 4.6 – Resultados médios para $M = 2$, $k_1 = 0,7$, $k_2 = 0,3$ e $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ RIRs: (a) $\text{MSG}(n)$; (b) $\text{MIS}(n)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O erro de estimação normalizado $\|\epsilon_m\|/\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$ para $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$ é ilustrado na Figura 4.7a e refaz, em geral, o mesmo resultado produzido pela configuração anterior (Figura 4.4a) quanto à velocidade de convergência, ao valor após a convergência e à oscilação ao redor do valor após a convergência. Os motivos para tanto são novamente discutidos a partir do limite superior de $\|\epsilon_m\|$ conforme definido em (3.72).

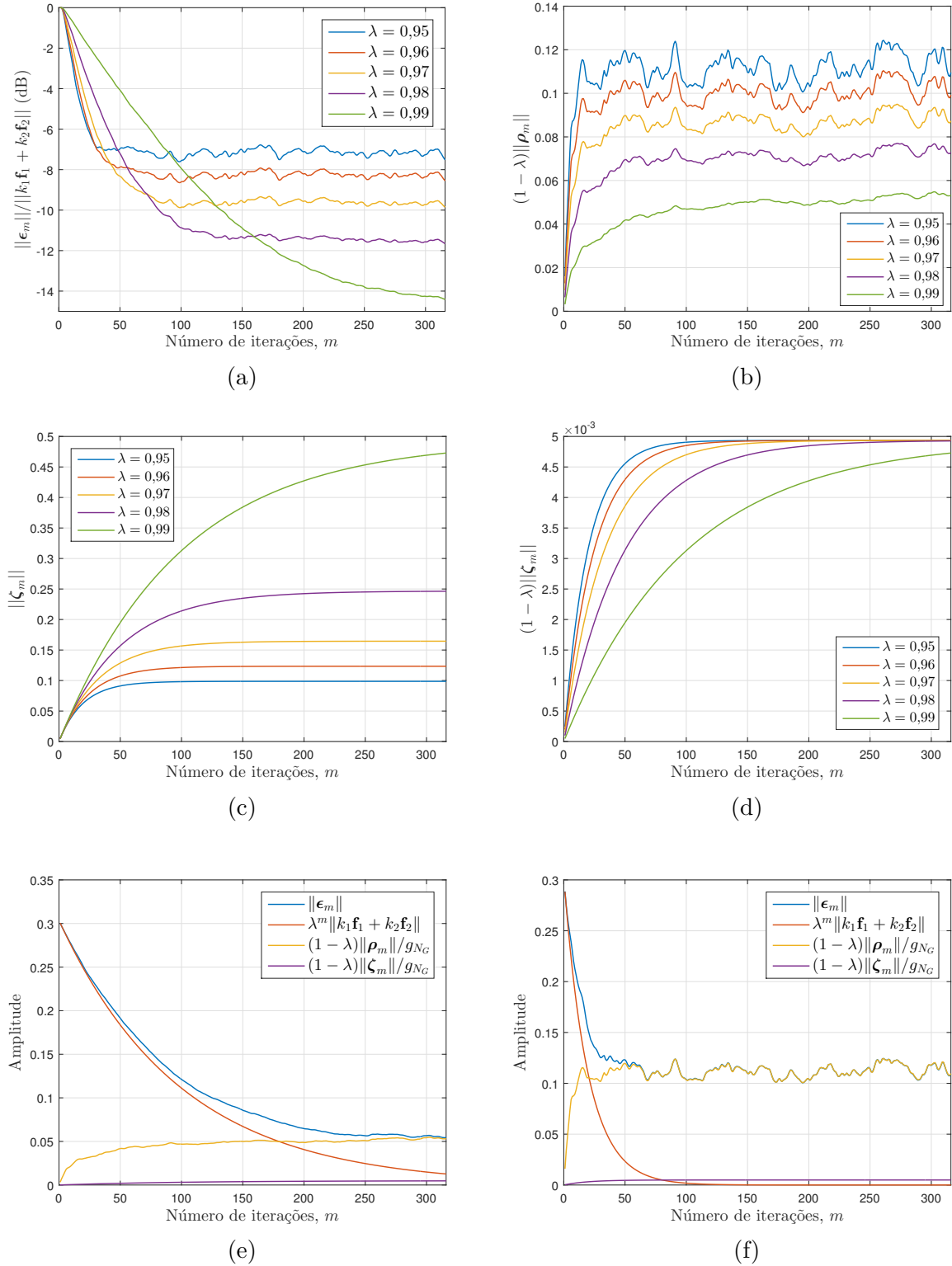
Pelas razões já mencionadas, a norma $\|\rho_m\|$ depende exclusivamente dos cepstros $\mathbf{c}_{\mathbf{u}m}$ do sinal de entrada do sistema e do fator de esquecimento λ e, portanto, não se altera mediante a escolha dos ganhos k_1 e k_2 nem com a forma dos caminhos acústicos \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 . Logo, o termo $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$, que efetivamente influencia o erro de estimação ϵ_m , permanece o mesmo. De fato, como pode ser visto na Figura 4.7b, a norma $(1 - \lambda)\|\rho_m\|$ reproduz as mesmas curvas dispostas nas Figuras 4.2c e 4.4b.

As curvas das normas $\|\zeta_m\|$ e $(1 - \lambda)\|\zeta_m\|$, ilustradas nas Figuras 4.4c e 4.4d, respectivamente, mantém-se suaves e com as mesmas velocidades de convergência que aquelas do caso $M = 2$ configurado com $k_1 = k_2 = 0,5$, com a diferença de que seus valores de convergência reduziram-se de cerca de um quarto. Depreende-se que ajustar os ganhos de amplificação k_1 e k_2 dos microfones a valores distintos, contanto que seja mantida a relação $k_1 + k_2 = 1$, pode ser uma opção válida para reduzir a influência dos cepstros $\mathbf{c}_{\mathbf{a}m}$ sobre o desempenho do método, ao menos para os caminhos acústicos avaliados neste trabalho.

Uma análise completa da influência de λ , dos cepstros do sinal de entrada e dos cepstros dos caminhos acústicos no desempenho do método AFC-CE para $\lambda = 0,99$ e $\lambda = 0,95$ pode ser apreciada à vista das Figuras 4.7f e 4.7e, respectivamente. Ambas traçam as curvas de $\|\epsilon_m\|$, $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$, $(1 - \lambda)\|\rho_m\|/g_{N_G}$ e $(1 - \lambda)\|\zeta_m\|/g_{N_G}$, sendo esses três últimos os termos do limite superior de $\|\epsilon_m\|$ definido em (3.72).

Tanto para $\lambda = 0,99$ quanto para $\lambda = 0,95$ observa-se que $\|\epsilon_m\|$ praticamente não se altera em relação à configuração $k_1 = k_2 = 0,5$, com exceção de uma maior proximidade entre $\|\epsilon_m\|$ com $(1 - \lambda)\|\rho_m\|/g_{N_G}$ após a convergência por conta da diminuição de $(1 - \lambda)\|\zeta_m\|/g_{N_G}$. Pode-se apontar que, para os caminhos de realimentação \mathbf{f}_1 e \mathbf{f}_2 adotados, a influência da escolha de ganhos k_1 e k_2 diferentes pouco afeta a velocidade de convergência de $\lambda^m\|k_1\mathbf{f}_1 + k_2\mathbf{f}_2\|$, de modo que a quantidade de iterações necessárias para a convergência permanece, efetivamente, a mesma relatada na configuração anterior. As curvas obtidas para $(1 - \lambda)\|\rho_m\|/g_{N_G}$, como discutido, não sofrem alterações. Por outro lado, mesmo que a velocidade de convergência seja mantida a mesma, é perceptível que a influência dos caminhos acústicos diminui significativamente com a adoção de k_1 e k_2 distintos, como já relatado, como pode ser constatado pelas curvas de $(1 - \lambda)\|\zeta_m\|/g_{N_G}$.

Figura 4.7 – Desempenho do método AFC-CE com $M = 2$, $k_1 = 0,7$, $k_2 = 0,3$ e \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 RIRs: (a) $\|\boldsymbol{\epsilon}_m\|$; (b) $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\rho}_m\|$; (c) $\|\boldsymbol{\zeta}_m\|$; (d) $(1 - \lambda)\|\boldsymbol{\zeta}_m\|$; (e) análise geral para $\lambda = 0,99$; (f) análise geral para $\lambda = 0,95$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise das componentes da norma $\|\epsilon_m\|$ sobre o MIS(n) mostrou que o seu comportamento praticamente manteve-se inalterado em relação aos casos com $M = 1$ e $M = 2$ configurado com $k_1 = k_2 = 0,5$ e novamente apresenta resultados satisfatórios. Assim, as mesmas considerações levantadas na Tabela 2 aplicam-se novamente. Além disso, como apontado, a adoção de ganhos de amplificação distintos $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$ contribuiu para a redução da influência de \mathbf{c}_a sobre o desalinhamento. A influência de \mathbf{c}_a sobre o MSG(n), por sua vez, é explorada a seguir.

Da comparação entre as Figuras 4.1a e 4.6a, observa-se que o resultado médio do MSG(n) assemelha-se bastante àquele visto com $M = 1$ ao apresentar, de modo geral, um comportamento crescente ao longo do tempo e, portanto, satisfatório. De fato, verifica-se que a configuração atual propiciou um $\Delta\text{MSG}(n)$ entre 6 dB e 13 dB para a faixa de $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$, resultado similar ao obtido para $M = 1$. As razões para tanto decorrem da relação entre as equações (4.4), (4.3), (4.2) e (4.1), como discutido na configuração anterior.

Em suma, o espectro $|\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{a_{NG}}\}|$, ilustrado na Figura 4.5 para $k_1 = 0,7$ e $k_2 = 0,3$, atua como interferência para a estimativa da solução ótima, a qual é utilizada para atualizar o filtro adaptativo $H(e^{j\omega}, n)$. Porém, $H(e^{j\omega}, n)$ é empregado tanto no cálculo das frequências críticas $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}^{\epsilon}(n)$ quanto no cálculo do MSG(n). Assim, ambos podem variar sob influência dos caminhos acústicos. Como apontado, $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{a_{NG}}\}$ influencia a estimativa $|k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n)|$ utilizada para aferir o MSG(n) nas frequências críticas. Desse modo, o valor do MSG(n) nessas frequências pode aumentar ou diminuir. Eventualmente, $\mathcal{F}\{\mathbf{c}_{a_{NG}}\}$ pode fazer com que este módulo seja incrementado consideravelmente e o MSG(n) decaia. Ou então pode ser que o módulo seja decrementado e o MSG(n) aumente.

Deve-se compreender que, na prática, tanto a influência do cepstro dos caminhos acústicos quanto as frequências críticas não são conhecidas. Sabe-se apenas que o cepstro dos caminhos acústicos age como ruído para a estimativa da solução ótima e que seu espectro depende dos ganhos de amplificação e da resposta em frequência dos caminhos acústicos. Desse modo, o efeito desse cepstro, para o sistema de sonorização considerado, é inerente ao problema e não existe uma maneira de controlar sua influência sobre o MSG. A escolha dos ganhos de amplificação podem contribuir para melhorar o desempenho do método, mas não garante que a influência seja suprimida. O que efetivamente determina se o ganho será reduzido ou não é se nas frequências críticas a estimativa $|k_1 F_1(e^{j\omega}) + k_2 F_2(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}, n)|$ tende a aumentar ou diminuir.

5 CONCLUSÃO

Um sistema de sonorização é formado por microfones, amplificadores e alto-falantes e seu objetivo é captar, amplificar e reproduzir sinais sonoros no mesmo ambiente acústico. O acoplamento acústico entre o alto-falante e os microfones estabelece uma malha fechada de sinal que faz com que o sinal reproduzido pelo alto-falante seja captado pelos microfones e realimentado ao sistema, tornando-o instável. Como resultado, um som desagradável de apito é emitido, fenômeno denominado efeito Larsen.

Dentre os vários métodos publicados na literatura para suprimir o efeito Larsen aqueles que oferecem o melhor desempenho são os chamados métodos de cancelamento de realimentação acústica (AFC) e são caracterizados pelo emprego de um filtro adaptativo que identifica e rastreia, segundo algum algoritmo iterativo, os caminhos de realimentação e subtraem sua influência do sistema. Porém, os algoritmos tradicionais de filtragem adaptativa apresentam desempenho insatisfatório no AFC, pois os sinais que agem como entrada e interferência para o filtro são altamente correlacionados.

O método AFC-CE, por outro lado, explora uma definição do cepstro do sinal de erro para atualizar o filtro e, assim, dispensa o uso de algoritmos tradicionais. Quando aplicado a sinais e fala, o método providencia um desalinhamento entre o filtro adaptativo e o caminho de realimentação acústica que apresenta velocidade de convergência e valor após a convergência reduzidos com o aumento do fator de esquecimento, parâmetro utilizado na equação de atualização do filtro.

O presente trabalho introduziu uma extensão à arquitetura do sistema de sonorização que incorpora múltiplos microfones e teceu uma análise sobre a influência do fator de esquecimento, dos cepstros do sinal de entrada do sistema e dos cepstros dos caminhos acústicos sobre o desempenho do método AFC-CE. Considerou-se caminhos de realimentação e caminhos acústicos invariantes no tempo e um caminho de avanço definido como um atraso e um ganho, como normalmente realizado na literatura.

Uma equação para o erro da resposta ao impulso do filtro adaptativo em função do número de iterações do método foi formulada. Demonstrou-se que ela é composta pela soma de três termos. O primeiro está relacionado somente às respostas ao impulso dos caminhos de realimentação ponderados pelos ganhos de amplificação individuais dos microfones, tende a zero à medida que o número de iterações aumenta e converge mais rapidamente para menores valores do fator de esquecimento. O segundo, por sua vez, está relacionado aos cepstros do sinal de entrada e contém uma soma ponderada desses cepstros, em que as ponderações são potências do fator de esquecimento. Por último, o terceiro está relacionado ao cepstro dos caminhos acústicos e é formado por uma série geométrica cuja razão é o fator de esquecimento. O fator de esquecimento está presente nos três termos e tanto o segundo quanto o terceiro termos estão relacionados ao ganho do caminho de avanço.

Simulações mostraram que, para sinais de fala, a média ponderada dos cepstros dos sinais de entrada e a série geométrica dos cepstros convergem, fatos preponderantes para a convergência do método. A velocidade de convergência do segundo e terceiro termos diminui com o aumento do fator de esquecimento. No segundo, o valor após a convergência e oscilações também são reduzidos, comportamentos diretamente refletidos no erro do filtro. Às primeiras iterações, o primeiro termo exerce maior influência. À medida que o método é executado, tem-se que após algumas iterações, o segundo e terceiro termos regem o desempenho do método.

Por fim, demonstrou-se que apesar de a influência sobre o desalinhamento ser geralmente pequena, o cepstro dos caminhos acústicos, por atuar como ruído para a estimação da solução ótima, pode alterar as frequências críticas do sistema e afetar o MSG consideravelmente.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Dentre as possibilidades de continuação e aprofundamento do trabalho pode-se citar:

- **Variação do ganho de banda larga do sistema:** todas as simulações realizadas neste trabalho foram executadas considerando-se um ganho de banda larga K fixo. Contudo, sistemas de sonorização costumam empregar dispositivos como mesas de som que possibilitam o operador ajustar o volume e a intensidade dos efeitos sonoros. Nesse caso, tem-se um ganho de banda larga variável $K(n)$. Silva Nogueira *et al.* (2018), por exemplo, simula um sistema que é inicializado com um ganho $K(n) = K_1$ até 5 s e, em seguida $20 \log_{10} K(n)$ é aumentado, a uma taxa de 1 dB/s, até $20 \log_{10} K_2$, de forma que $20 \log_{10} K_2 = 20 \log_{10} K_1 + \Delta K$. Finalmente, $K(n) = K_2$ durante 10 s. A adoção de um $\Delta K > 0$ poderia reduzir a influência dos sinais que agem como ruído para o filtro adaptativo e melhorar a SNR do sistema.
- **Caminhos acústicos variantes no tempo:** as simulações realizadas neste trabalho empregaram exclusivamente caminhos acústicos invariantes no tempo $A(e^{j\omega})$, em que se pressupõe que o ambiente acústico no qual o sistema de sonorização está inserido seja estacionário. Zhang *et al.* (2019), porém, aponta que, na prática, a maioria dos ambientes são dinâmicos, como é o caso em que os microfones ou os alto-falantes podem ser movimentados. O autor elucida que por conta das contínuas alterações na relação espacial entre a fonte sonora e o microfone, as características do sinal sonoro, descritas pela RIR, também se alteram. Nesse caso, tem-se um caminho acústico variante no tempo $A(e^{j\omega}, n)$.
- **Fator de esquecimento variante no tempo:** o presente trabalho considera que o fator de esquecimento seja uma constante λ . Porém, é possível conceber um sistema no qual o fator de esquecimento seja variante no tempo, isto é, $\lambda(n)$. Um exemplo de

implementação pode ser encontrado em Silva Nogueira *et al.* (2018). Nele, o autor demonstra que o método apresentou um melhor compromisso entre velocidade de convergência e limite de desalinhamento e, com isso, aumentou-se, de maneira geral, a margem de estabilidade do sistema de sonorização. Ainda nesse item, uma outra possibilidade a ser explorada seria desenvolver um algoritmo em que $\lambda(n)$ possa ser configurado para compensar algum distúrbio provocado pelo cepstro dos caminhos acústicos.

- **Múltiplos alto-falantes e múltiplos microfones:** um estudo do método AFC-CE aplicado a um sistema com múltiplos alto-falantes e um microfone já foi implementado em Bispo e Freitas (2015b). O presente trabalho, por sua vez, conduziu uma análise do método AFC-CE aplicado a um sistema com múltiplos microfones e um alto-falante. O próximo passo seria a combinação das duas arquiteturas. Alguns trabalhos publicados na literatura que exploram esse tipo de sistema são Guo, S. H. Jensen e J. Jensen (2012) e Guo *et al.* (2012). Para tanto, é necessário adotar um algoritmo de *beamforming* no caminho de avanço, que passa a ser modelado como um filtro e não apenas como um ganho e um atraso, para realizar a filtragem espacial dos sinais de entrada.
- **Ganhos de amplificação modelados como filtros:** diante da proposta do item anterior, uma outra possibilidade para conceber um sistema de sonorização mais elaborado seria a modelagem dos p ganhos de amplificação individuais, k_p , como filtros \mathbf{k}_p . Com isso, pode-se simular um sistema capaz de variar os ganhos de amplificação dos microfones ao longo da execução.
- **Sinais de áudio como entrada do sistema:** este trabalho aplicou o método AFC-CE para sinais de fala. Uma outra possibilidade seria alimentar a entrada do sistema com sinais de áudio como, por exemplo, trechos de concertos e *shows* de diferentes gêneros musicais. A faixa poderia ser apenas instrumental, apenas cantada ou ambas simultaneamente. Nessa aplicação, o cepstro dos sinais de entrada $\mathbf{c}_u(n)$ mudaria e, por conseguinte, o desempenho do método. O objetivo, portanto, seria avaliar como o desempenho do método AFC-CE seria influenciado caso os sinais de entrada sejam sinais de áudio.

REFERÊNCIAS

- BISPO, B. C. **Acoustic Feedback and Echo Cancellation in Speech Communication Systems**. 2015. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- BISPO, B. C.; FREITAS, D. R. S. On the use of cepstral analysis in acoustic feedback cancellation. **Digital Signal Processing**, v. 44, p. 88–101, 2015a.
- BISPO, B. C.; FREITAS, D. R. S. Performance evaluation of acoustic feedback cancellation methods in single-microphone and multiple-loudspeakers public address systems. *In*: E-BUSINESS; TELECOMMUNICATIONS (Ed.). **Communications in Computer and Information Science**. [S.l.]: Springer, 2015b. v. 544. M. S. Obaidat, A. Holzinger, e J. Filipe, p. 473–495.
- BISPO, B. C.; MOUTINHO, J. N.; RODRIGUES, P. M. L.; FREITAS, D. R. S. Assessing the Cepstrum-based Acoustic Feedback Cancellation Method for Short Acoustic Paths. **2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, p. 1–6, 2016. DOI: 10.1109/INDUSCON.2016.7874522.
- BISPO, B. C.; YAMAMURA, C. F.; SILVA NOGUEIRA, W. M. da; THEODORO, E. A. R.; RODRIGUES, P. M. Analysis of acoustic feedback cancellation systems based on direct closed-loop identification. **Journal of Communication and Information Systems**, v. 35, n. 1, p. 217–229, 2020. DOI: <https://doi.org/10.14209/jcis.2020.24>.
- DELLER, J. R.; HANSEN, J. H. L.; PROAKIS, J. G. **Discrete-Time Processing of Speech Signals**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2000.
- DINIZ, P. S. R. **Adaptive Filtering: Algorithms and practical implementation**. 4. ed. [S.l.]: Springer, 2012.
- GUO, M.; JENSEN, S. H.; JENSEN, J. Novel acoustic feedback cancellation approaches in hearing aid applications using probe noise and probe noise enhancement. **IEEE Transactions on Speech and Audio Processing**, v. 20, n. 9, p. 2549–2563, nov. 2012. DOI: 10.1109/TASL.2012.2206025.
- GUO, M.; JENSEN, S. H.; JENSEN, J.; GRANT, S. L. On the use of a phase modulation method for decorrelation in acoustic feedback cancellation. **Proceedings of**

20th European Signal Processing Conference, Bucharest, Romania, p. 2000–2004, ago. 2012.

HAYKIN, S. **Adaptive Filter Theory**. 5. ed. [S.l.]: Pearson, 2014.

ITU. **-T G.191 Software tools for speech and audio coding standardization**. [S.l.]: International Telecommunications Union, 2016.

ITU. **-T P.56 Objective measurement of active speech level**. [S.l.: s.n.], 2011.

JEUB, M.; SCHÄFER, M.; VARY, P. A binaural room impulse response database for the evaluation of dereverberation algorithms. **Proceedings of International Conference on Digital Signal Processing**, 2009.

LARSON, Ron; EDWARDS, Bruce H. **Calculus**. 9. ed. Belmont, CA: Brooks/Cole, Cengage Learning, 2010.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User**. 2. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999.

NAKAGAWA, C. R. C.; NORDHOLM, S.; YAN, W. Y. Dual microphone solution for acoustic feedback cancellation for assistive listening. *In*: 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). [S.l.: s.n.], 2012. P. 149–152. DOI: 10.1109/ICASSP.2012.6287839.

NAKAGAWA, C. R. C.; NORDHOLM, Sven; ALBU, Felix; YAN, Wei-Yong. Closed-loop feedback cancellation utilizing two microphones and transform domain processing. *In*: 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). [S.l.: s.n.], 2014. P. 3645–3649. DOI: 10.1109/ICASSP.2014.6854281.

NORTON, M. P.; KACZUB, D. G. **Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers**. 2. ed. New Jersey: Cambridge University Press, 2003.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. From frequency to quefrequency: a history of the cepstrum. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 21, n. 5, p. 95–106, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1109/MSP.2004.1328092>.

SILVA NOGUEIRA, W. M. da; YAMAMURA, C. F.; BISPO, B. C.; THEODORO, E. A. R.; RODRIGUES, P. M. Algoritmo para o fator de esquecimento do

método cepstral de cancelamento de realimentação acústica. *In*: ANAIS do XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais. Campina Grande, Brazil: [s.n.], set. 2018. P. 784–788. DOI: 10.14209/sbrt.2018.160.

SIQUEIRA, M. G.; ALWAN, A. Steady-state analysis of continuous adaptation in acoustic feedback reduction systems for hearing-aids. **IEEE Transactions on Speech and Audio Processing**, v. 8, n. 4, p. 443–453, jul. 2000. DOI: 10.1109/89.848225.

TRAN, L.T.T.; NORDHOLM, S.; DAM, H. H.; YAN, W. Y.; NAKAGAWA, C.R. Acoustic Feedback Cancellation in hearing aids using two microphones employing variable step size affine projection algorithms. *In*: 2015 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP). [S.l.: s.n.], 2015. P. 1191–1195. DOI: 10.1109/ICDSP.2015.7252068.

WATERSCHOOT, T. van; MOONEN, M. Fifty years of acoustic feedback control: state of the art and future challenges. **Proceedings of the IEEE**, v. 99, n. 2, p. 288–327, 2011.

ZHANG, Zhaofeng; NAKADAI, Kazuhiro; NAKAJIMA, Hirofumi; SUMIDA, Naoaki. Acoustic Simulation in Dynamic Environments for Robot Audition. *In*: 2019 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). [S.l.: s.n.], 2019. P. 1–5. DOI: 10.23919/EUSIPCO.2019.8902609.