

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA  
CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO

Paulo Arthur Sens Coelho

**Heurísticas para o problema de roteamento de veículos elétricos**

Florianópolis  
23 de dezembro de 2022



Paulo Arthur Sens Coelho  
**Heurísticas para o problema de roteamento de veículos elétricos**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Ciências da Computação e aprovado em sua forma final pelo curso de Graduação em Ciências da Computação.

Florianópolis, 23 de dezembro de 2022.

---

Prof. Jean Everson Martina, Dr  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Pedro Belin Castellucci, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Rafael de Santiago, Dr.  
Avaliador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Álvaro Junio Pereira Franco, Dr.  
Avaliador  
Universidade Federal de Santa Catarina



Paulo Arthur Sens Coelho

## **Heurísticas para o problema de roteamento de veículos elétricos**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Graduação em Ciências da Computação do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciências da Computação.

Orientador: Prof. Pedro Belin Castellucci, Dr.

Coorientador:

Florianópolis  
23 de dezembro de 2022



## RESUMO

A resolução de problemas de roteamento de veículos fornece um conjunto de rotas eficientes (menor custo) a serem desempenhadas por uma frota de veículos. Apenas mais recentemente, estão sendo consideradas variantes do problema que incluem frotas com veículos elétricos (Problemas de Roteamento de Veículos Elétricos - EVRPs). Devido às diferenças na utilização de veículos elétricos, principalmente relacionadas à autonomia, consumo e recarga de bateria, as rotas a serem projetadas precisam levar em conta as características específicas da frota. Um dos desafios de se estudar EVRPs é determinar a contribuição de diferentes procedimentos para a busca de soluções de baixo custo. Esse trabalho avalia experimentalmente em um conjunto de instâncias de teste a contribuição da heurística Clarke e Wright, da vizinhança 2-opt\* e da meta-heurística de Busca Local Iterada para melhoria de soluções viáveis do problema.

**Palavras-chave:** Otimização. Heurísticas. Pesquisa Operacional. Roteamento. Veículos Elétricos.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráfico que exhibe minimização da solução com a busca por mínimos locais no espaço de busca do problema . . . . .	15
Figura 2 – Exemplos de cálculo de economias e de junção de rotas da heurística de Clarke Wright. . . . .	19
Figura 3 – Exemplos de movimentos 2-opt e 2-opt*. . . . .	19
Figura 4 – Exemplo de aplicação da meta-heurística ILS . . . . .	20
Figura 5 – Três rotas que começam e terminam no mesmo ponto (depósito) e o consumo de energia de cada uma é representado graficamente. . . . .	23
Figura 6 – Exemplo de solução sem utilizar estação de recarga. . . . .	25
Figura 7 – Exemplo de solução utilizando estação de recarga. . . . .	26



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>11</b>
1.1	OBJETIVOS . . . . .	12
<b>2</b>	<b>CONCEITOS RELACIONADOS . . . . .</b>	<b>13</b>
2.1	OTIMIZAÇÃO DISCRETA . . . . .	13
2.2	MÉTODOS EXATOS E HEURÍSTICOS . . . . .	13
<b>3</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA . . . . .</b>	<b>17</b>
3.1	MODELO DE CONSUMO DE ENERGIA . . . . .	17
3.2	MÉTODOS COMPUTACIONAIS . . . . .	17
<b>3.2.1</b>	<b>Algoritmo de economias . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Heurísticas de melhoria e vizinhanças . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Busca local iterada . . . . .</b>	<b>20</b>
3.3	COMENTÁRIOS GERAIS . . . . .	21
<b>4</b>	<b>DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO . . .</b>	<b>23</b>
4.1	ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO . . . . .	24
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS . . . . .</b>	<b>25</b>
5.1	REDUÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA . . . . .	25
5.2	REDUÇÃO DO NÚMERO DE VEÍCULOS . . . . .	27
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>35</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>A</b>	<b>APÊNDICE . . . . .</b>	<b>39</b>



## 1 INTRODUÇÃO

O sistema logístico global é de importância fundamental econômica e socialmente. Investimentos e o comércio relacionado ao setor dos transportes contabilizam parte considerável da economia de diversos países. Por outro lado, o setor de transporte é responsável por um considerável impacto gás carbônico. Em 2010, mais de 70 por cento da emissão de poluente tinha origem no transporte rodoviário (SIMS et al., 2014). Para tentar reduzir os impactos ambientais de seu sistema de transporte, alguns países europeus como Noruega, Holanda e Alemanha já visam proibir a circulação de veículos movidos à combustão (SILVA, 2020).

A geração de rotas eficientes (de baixo custo/consumo energético) é um problema desafiador que vem sendo tratado na literatura há mais de 50 anos (DANTZIG; RAMSER, 1959), quando foi proposto o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados. Para contemplar diversas características práticas, há um grande número de variantes do problema (LAPORTE, 1992; ADEWUMI; ADELEKE, 2018). Mais recentemente, a consideração de frotas com veículos elétricos tem ganhado atenção. Rotas para veículos a combustão não consideram particularidades de veículos elétricos (autonomia, custo por quilômetro percorrido, disponibilidade de estações de recarga, velocidade de recarregamento, entre outros). Por isso, rotas definidas sem considerar essas características podem implicar em um alto custo ou mesmo na inviabilidade da operação de distribuição. Uma das considerações adotadas neste trabalho é que todos os veículos saem de um mesmo depósito para atender os clientes e que este depósito também pode servir como estação de recarga.

O objeto de estudo deste trabalho é um Problema de Roteamento de Veículos Elétricos. Um dos desafios de estudar tal problema é a complexidade dos algoritmos propostos na literatura, tipicamente inspirados por décadas de literatura em variantes tradicionais do Problema de Roteamento de Veículos (KUCUKOGLU; DEWIL; CATTRYSSSE, 2021). A pesquisa realizada também está relacionada com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU. O desenvolvimento de soluções eficientes (minimizando o custo) para o roteamento de veículos elétricos incentiva a adoção dessa tecnologia.

Particularmente, diversas propostas de métodos de solução heurísticos utilizam alguma versão de busca em vizinhança, com vizinhanças do tradicional Problema de Roteamento de Veículos (por exemplo,  $k$ -opt) em procedimentos bastante sofisticados envolvendo múltiplas vizinhanças e componentes algorítmicas. No entanto, a contribuição individual de tais vizinhanças e componentes frequentemente não é avaliada. O objetivo desse trabalho é avaliar o algoritmo de economias, a vizinhança 2-opt\* e a meta-heurística de Busca Local Iterada ao serem utilizados com o objetivo de melhor soluções viáveis de um Problema de Veículos Elétricos.

O restante deste documento está organizado da seguinte forma. Na seção 2 é feita uma apresentação de conceitos que possuem relação com o problema estudado. Na Seção 3, é apresentada uma análise de trabalhos relacionados, descrito o modelo de consumo de energia dos veículos e apresentados os métodos de soluções implementados. Na Seção 4 é feita uma

definição mais detalhada do problema. Já na Seção 5, são apresentados os resultados alcançados e uma análise a respeito dos experimentos realizados. E por fim, na Seção 6 são apresentadas as conclusões e ideias a respeito de trabalhos futuros.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral do projeto é avaliar a eficácia de estruturas de vizinhança tradicionalmente utilizadas para o Problema de Roteamento de Veículos quando aplicadas à variante com veículos elétricos. Para isso, foram definidos os seguintes objetivos específicos.

1. Revisão da literatura para identificar estruturas de vizinhanças típicas de problemas de roteamento de veículos.
2. Desenvolvimento e aplicação de uma heurística construtiva.
3. Implementação de uma heurística de melhoria com estruturas de vizinhança identificadas na revisão.
4. Realizar a implementação de meta-heurística de busca local iterada.
5. Avaliação dos algoritmos apresentados.

## 2 CONCEITOS RELACIONADOS

Neste capítulo, são apresentados conceitos relacionados ao desenvolvimento do trabalho. Na Seção 2.1, é introduzida a área de otimização discreta e na Seção 2.2 são discutidas as diferenças entre métodos de solução exatos e heurísticos.

### 2.1 OTIMIZAÇÃO DISCRETA

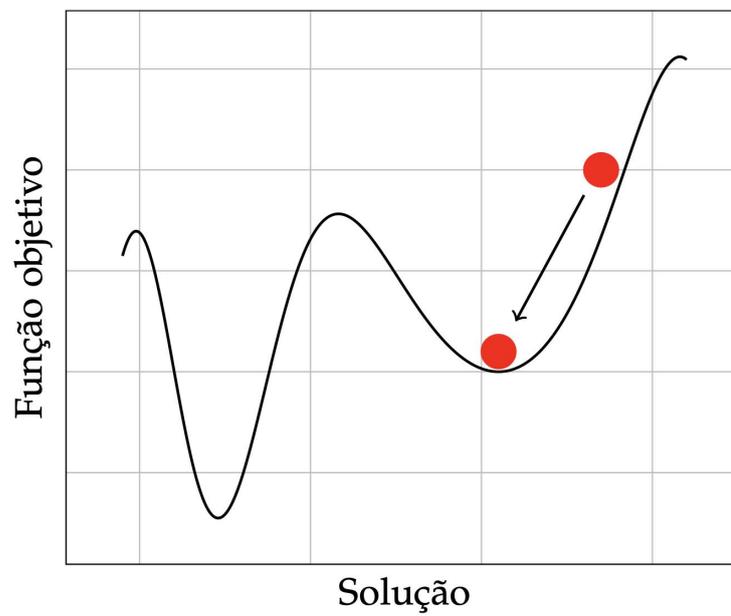
Otimização discreta é um ramo de pesquisa que pertence às áreas de ciências da computação, matemática aplicada e pesquisa operacional. E tem como finalidade estudar uma classe de problemas que possuem um número muito grande de soluções candidatas, porém buscando a melhor solução possível ou uma solução suficientemente boa e que seja possível encontrá-la em um tempo que seja viável computacionalmente. Independente da abordagem adotada, assim como em Carvalho, Almeida e Rocha (2020) será necessário especificar três pontos necessários para resolver esses problemas, os quais os algoritmos de otimização discreta terão que utilizar para encontrar soluções. O primeiro aspecto é a representação do espaço de busca, o segundo é o objetivo que deverá ser alcançado e o último ponto é a função de avaliação que será utilizada para encontrar a solução do problema que satisfaça o objetivo escolhido. Utilizando como exemplo o problema do caixeiro viajante, TSP (Traveling salesman problem), exemplo também presente em Michalewicz e Fogel (2013) o objetivo intuitivo é minimizar a distância total percorrida pelo caixeiro, respeitando as restrições impostas, entre elas que ele só pode visitar cada cidade uma vez e deverá retornar a cidade a qual ele iniciou a viagem. Embora possam parecer semelhantes, a função de avaliação é um conceito diferente de objetivo. Pois, a função de avaliação possui um papel de relacionar uma solução candidata presente no espaço de busca do problema, para um valor numérico que indica sua qualidade. No TSP, que é o problema que está sendo utilizado como exemplo, a função de avaliação poderia ser um mapeamento de cada possível solução encontrada, para o valor total de distância que teria que ser percorrida pelo caixeiro naquela sequência de cidades. Dessa maneira, soluções candidatas seriam comparadas de maneira qualitativa, ou seja se uma é melhor que a outra, mas também seria possível saber o quanto uma solução minimiza a distância total em relação à outra. Em uma solução para o problema do caixeiro viajante constituído de  $n$  cidades, uma possível representação seria a permutação dos números naturais de  $1, 2, 3, \dots, n$  onde cada número corresponde a uma cidade para ser visitada em sequência. Sob esta representação o espaço de busca consiste em todas as permutações possíveis, logo há  $n!$  ordenações.

### 2.2 MÉTODOS EXATOS E HEURÍSTICOS

Os algoritmos de otimização discreta podem ser classificados como métodos exatos e métodos heurísticos (ROTHLAUF, 2011). Os algoritmos de otimização que utilizam a abordagem exata, tem o objetivo de encontrar a melhor solução possível no espaço de busca do

problema. Essas soluções também podem ser chamadas de máximos ou mínimos globais, respectivamente para otimizações de maximização e minimização. Os métodos exatos são baseados em equações matemáticas e na maioria das vezes também tem a necessidade de testar grande parte das soluções candidatas, o que pode tornar esses métodos inviáveis de serem utilizados, pois alguns problemas podem possuir um número imenso de soluções factíveis, o que faria com que o teste de cada uma dessas possibilidades demandasse um tempo computacional muito grande. Já os métodos heurísticos para resolução de problemas de otimização discreta são algoritmos baseados em técnicas desenvolvidas para encontrar soluções suficientemente boas e próximas aos máximos ou mínimos globais, principalmente quando o tempo necessário para os algoritmos exatos de otimização seria indesejável para encontrar a melhor solução possível. Algoritmos heurísticos são baseados no conceito de vizinhança, onde cada solução possui uma série de soluções próximas no espaço de busca do problema (SCHROTENBOER, 2020). O que define a vizinhança é uma solução ser encontrada a partir de outra fazendo modificações nessa solução atual. Um algoritmo de otimização que utiliza o método heurístico pode-se basear na heurística de busca local, que é uma heurística que realiza iterações a partir de uma solução inicial procurando por soluções vizinhas com valores melhores sob a ótica da função de avaliação. Desse modo, quando for encontrada alguma solução superior à solução atual, substitui-se a solução atual por essa vizinha e realiza-se uma nova busca a partir desse ponto. Essas iterações são realizadas até que não seja possível encontrar soluções melhores do que a solução atual. Ao final dessas buscas é encontrado um ótimo local, que não necessariamente é a melhor solução possível para o problema, como poder ser observado na Figura 1, onde chega-se a um ponto de ótimo local que não é o ótimo global do problema. Para que se possa encontrar um ponto mais próximo ao ótimo global, pode-se executar a busca local a partir de diferentes pontos de partida, ou seja, explorar de maneira mais eficaz o espaço de busca, pois realizando a busca local a partir de apenas uma solução inicial está sendo usado somente o processo de intensificação em uma área do espaço de busca de possíveis soluções, o que pode fazer com que encontre-se uma solução ótima naquela região, porém esse ponto encontrado pode possuir um valor não desejável em comparação com a melhor solução possível.

Figura 1 – Gráfico que exibe minimização da solução com a busca por mínimos locais no espaço de busca do problema



Fonte: Ritt (2022).



### 3 REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1 MODELO DE CONSUMO DE ENERGIA

Diversos trabalhos destacam a importância de se considerar a variação de carga dos veículos ao longo do trajeto, para garantir a factibilidade das soluções. Entre os primeiros a propor métodos de solução para o problema com tal característica estão Lin, Zhou e Wolfson (2016) e Goeke e Schneider (2015). Nesse trabalho, além de características físicas (atrito, aceleração gravitacional e massa do veículo), a velocidade e a variação de carga ao longo do trajeto são consideradas.

O modelo do consumo de energia utilizado neste trabalho de conclusão de curso é baseado no trabalho de Goeke e Schneider (2015), também utilizado por Silva (2020) e Zhang et al. (2018). Para a construção do modelo, são utilizados diversos parâmetros físicos, entre eles  $v$ , que é a velocidade média, com valor igual a 40 km/h.  $g$  que é a aceleração da gravidade, que consideramos como  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Outro parâmetro utilizado é o coeficiente de atrito de rolamento,  $c_r$ , como valor igual a 0,01. Também utilizamos  $\rho$ , que é a densidade do ar com o valor de  $1,2041 \text{ kg/m}^3$ . O parâmetro  $c_a$  é o coeficiente de resistência aerodinâmica e possui o valor de 0,7. O parâmetro  $A$  é a área frontal do veículo, e foi atribuído o valor de  $3,912 \text{ m}^2$ . A massa  $m$  do veículo é igual a 650 kg. O coeficiente de rendimento do motor  $\phi$  possui um valor de 1,184692. E o coeficiente de rendimento da bateria  $\gamma$  é igual a 1,112434. Já o termo  $t_{ij}$  se refere ao tempo decorrido para o veículo percorrer a distância entre o nó  $i$  e o nó  $j$ , em segundos. Por fim, o ângulo  $\alpha$  possui o valor  $0^\circ$ , pois foi considerado que o veículo percorre apenas caminhos planos na rota de entrega entre os clientes.

Podemos separar o consumo em duas parcelas: consumo fixo, que não depende da massa transportada; e consumo variável, que depende da massa transportada.

O consumo fixo é dado por:  $g_{ij}^x$ . Em que  $g_{ij}^x$  é igual a equação (3.1).

$$g_{ij}^x = \phi \gamma t_{ij} [(c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v m + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3] \quad (3.1)$$

E o consumo variável é dado por  $g_{ij}^y m_{ij}$ . Em que  $g_{ij}^y$  é igual a equação (3.2) e  $m_{ij}$  é a massa adicional que o veículo carrega do nó  $i$  para o no  $j$ .

$$g_{ij}^y = \phi \gamma t_{ij} (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v \quad (3.2)$$

#### 3.2 MÉTODOS COMPUTACIONAIS

No dicionário de Oxford o adjetivo heurístico é definido como algo que utiliza-se da tentativa e erro como estratégia para alcançar um alvo. Existem as heurísticas construtivas e de melhoria. As heurísticas construtivas são algoritmos que a partir de dados iniciais, criam uma solução inicial, e fazem várias iterações até que uma solução completa seja gerada. Já as

heurísticas de melhoria, recebem uma solução completa inicial e utilizando diferentes tipos de operações, encontram uma solução melhor que a anterior, esses passos são repetidos até que um máximo ou mínimo local sejam encontrados. Nesse projeto foi utilizado o algoritmo de economias como heurística construtiva e o algoritmo de máxima descida com as vizinhanças 2-opt\* como heurística de melhoria. Os algoritmos heurísticos e as vizinhanças utilizadas nesse trabalho serão explicados nas próximas sessões desse relatório. Também será apresentada uma explicação a respeito da busca local iterada, pois esta meta-heurística foi aplicada como método de solução nos experimentos computacionais.

### 3.2.1 Algoritmo de economias

Uma das abordagens mais conhecidas e simples de resolver o problema de roteamento de veículos é o algoritmo das economias, proposto por Clarke e Wright (1964). De acordo com Cordeau et al. (2002), o algoritmo de economias continua sendo uma das heurísticas construtivas com o melhor custo-benefício (custo computacional *versus* qualidade de solução).

Os passos do algoritmo são os seguintes:

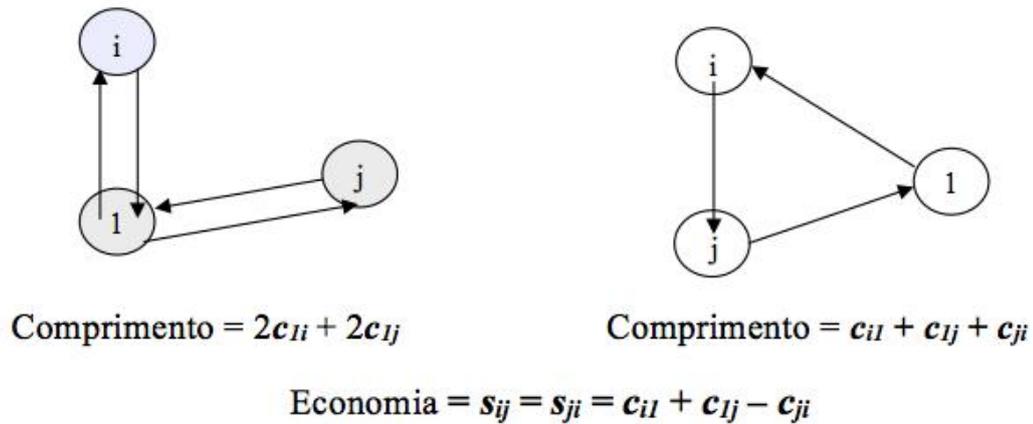
- 1: Crie  $n$  rotas  $r$ , tal que  $r = \langle \text{depósito}, i, \text{depósito} \rangle$  para todo cliente  $i$ .
- 2: Calcule as economias decorrentes da fusão de cada par de rotas. Tal que a economia é igual a distância do depósito até o cliente  $i$  ( $c_{0i}$ ) mais a distância do depósito ao cliente  $j$  ( $c_{0j}$ ), menos a distância do cliente  $i$  até o cliente  $j$  ( $c_{ij}$ ), para todo  $i$  e  $j \geq 1$ . Ou seja, a economia é dada por  $e_{ij} = c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}$ .
- 3: Realize a união das rotas a partir daquelas com maior economia, desde que as seguintes condições sejam respeitadas:
  - As rotas das quais os dois clientes fazem parte, não são as mesmas.
  - Os dois pontos ainda tem conexão direta com o depósito.
  - A capacidade máxima do veículo é respeitada.
  - O gasto de energia não ultrapassa a capacidade da bateria.

O passo número 3 é repetido até que não existam mais economias para unir rotas.

### 3.2.2 Heurísticas de melhoria e vizinhanças

Nos trabalhos analisados que serviram de base para esse relatório foi possível verificar a utilização de diferentes estruturas de vizinhança. Em Goeke e Schneider (2015), foi desenvolvido um método heurístico híbrido, que combina as metaheurísticas Busca Tabu e VNS (*Variable Neighborhood Search*). No trabalho de Montoya et al. (2017), também pode-se observar a utilização de um método heurístico híbrido, porém desta vez combinando as metaheurísticas

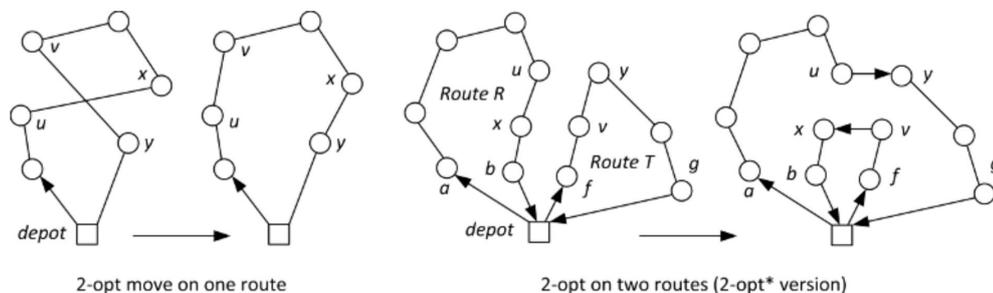
Figura 2 – Exemplos de cálculo de economias e de junção de rotas da heurística de Clarke Wright.



Fonte: OLIVEIRA e COELHO (2015).

ILS (*iterated local search*) e HC (*heuristic concentration*). Entretanto foi em Goeke e Schneider (2015) que escolhemos as estruturas de vizinhança 2-opt e 2-opt\* para avaliar nossas instâncias de teste, dada a popularidade das estruturas e a conhecida eficiência para algoritmos que exploram vizinhanças do tipo  $k$ -opt para o problema tradicional de roteamento de veículos elétricos.

Figura 3 – Exemplos de movimentos 2-opt e 2-opt\*.



Fonte: Labadie, Prins e Prodhon (2016).

O algoritmo heurístico de melhoria utilizado neste trabalho foi o de máxima descida, que requer que haja uma solução vizinha  $Y$  de  $X$  com um valor menor que  $X$ . Se a busca na vizinhança não encontra nenhum vizinho que atenda este critério, deve-se retornar falso. Portanto, este algoritmo consiste em ir de encontro com uma solução ótima (possivelmente ótimo local), por meio de encontrar uma sequência de soluções factíveis, cada uma melhor que a anterior. A vizinhança 2-opt consiste em remover dois arcos que não são adjacentes e inserir dois novos arcos que unam os pontos pertencentes aos arcos removidos, de modo a gerar uma nova rota diferente. Já a vizinhança 2-opt\* é uma generalização da vizinhança 2-opt para duas rotas, onde seria aplicado o mesmo conceito que um arco de cada rota seria removido, e os pontos que faziam parte dessas rotas seriam unidos fazendo com que 2 novas rotas diferentes fossem geradas. A Figura 3 ilustra um movimento 2-opt e um 2-opt\* respectivamente.

### 3.2.3 Busca local iterada

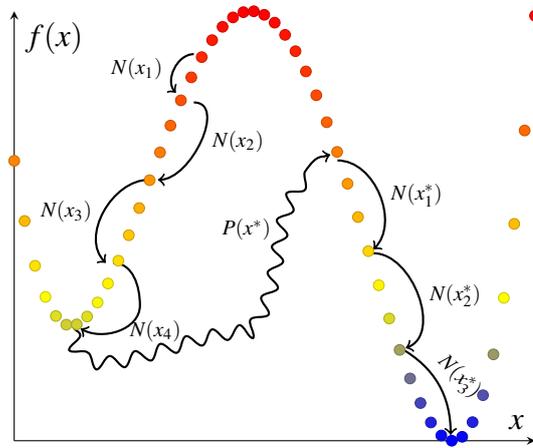


Figura 4 – Exemplo de aplicação da meta-heurística ILS

A busca local iterada, do inglês *iterated local search*, é uma metaheurística que incorpora uma heurística de melhoria em um processo iterativo gerando uma cadeia de soluções. O objetivo de utilizar a ILS é poder encontrar possíveis soluções melhores dentro do espaço de busca do problema em regiões que ainda não foram exploradas (VIEIRA et al., 2022). A demonstração do funcionamento desta metaheurística pode ser verificada na Figura 4, onde o problema se inicia no ponto  $N(x_1)$ , e é executada uma busca local que encontra pontos com soluções melhores, e a partir de  $N(x_4)$  não é mais possível encontrar na vizinhança uma solução com valor menor que a respectiva solução deste ponto, pois é um mínimo local. Então é realizada uma perturbação  $P(x_1^*)$  e é aplicada uma nova busca local, tendo como ponto de partida  $N(x_1^*)$ . Realizar uma minimização a partir de uma nova região possibilita uma melhor exploração do espaço de busca do problema que se está otimizando, aumentando as chances de encontrar uma solução mais próxima ao ótimo global. Na Figura 4, por conta da perturbação realizada, uma solução mais otimizada foi encontrada. Este processo de reiniciar a busca a partir de diferentes pontos pode ser realizado por  $k$ -iterações.

Os passos do algoritmo de busca local iterada são os seguintes:

- 1: A busca local( $s$ ), sendo  $s$  a solução inicial, é atribuída à melhor solução que é  $s_{best}$ .
- 2: Iterações  $iter$  recebe o valor 0.
- 3: Se o número de iterações  $iter$  for igual ao número máximo de iterações, a ILS é finalizada e os próximos passos não são executados.
- 4: A solução  $s'$  recebe  $perturbacao(s_{best})$ .
- 5: A busca local( $s'$ ), é atribuída à  $s_{best}$ .
- 6: A melhor solução  $s_{best}$  é igual à  $s''$  se  $s_{best}$  for maior que  $s''$ .
- 7: Soma-se o valor 1 à variável  $iter$  e o algoritmo é reiniciado a partir do passo 3.

### 3.3 COMENTÁRIOS GERAIS

De acordo com a revisão da literatura, pode-se observar que o EVRP é uma extensão do tradicional problema de roteamento de veículo VRP e possui o objetivo específico de encontrar um conjunto de rotas otimizadas para veículos elétricos, levando em consideração restrições de bateria e operações de carregamento (KESKIN; ÇATAY, 2018; LIN; ZHOU; WOLFSON, 2016). Neste trabalho, são consideradas as seguintes restrições e procedimentos operacionais:

- Cada rota inicia e termina no depósito.
- Cada cliente é servido por apenas um veículo.
- O limite de carga do veículo (volume/massa) de encomendas não poderá ser excedido.
- A localização das estações de recarga e a distância a ser percorrida entre depósito, clientes e estações de recarga já é conhecida previamente.
- Ao sair de uma estação de recarga a bateria de um veículo sempre estará totalmente carregada.

Uma restrição muito comum nas pesquisas relacionadas ao problema de roteamento de veículos elétricos é relacionada ao tempo (LIN; ZHOU; WOLFSON, 2016). Podem existir diversas hipóteses consideradas em trabalhos que levam em conta restrições de tempo, mas resumidamente podem ser divididas em janelas de tempo como em Hiermann et al. (2016) e limite de duração total da rota em Montoya et al. (2015). Entretanto neste trabalho foi assumido que não existem restrições de tempo de nenhum tipo.

Em relação à função objetivo, tradicionalmente na literatura os problemas VRP consideram minimizar a distância total percorrida, o número total de veículos necessários para efetuar as entregas de todas as rotas e ainda o tempo total de operação (KUCUKOGLU; DEWIL; CATTRYSSSE, 2021). Como o EVRP é derivado do problema de roteamento de veículos, essas funções objetivos já mencionadas também são comuns nesse tipo de problema, porém a minimização da energia total consumida, o número de estações de recarga necessárias e o tempo de recarga também podem ser levados em conta. Neste trabalho a função objetivo tem a função de minimizar o número total de veículos elétricos necessários e a energia total consumida por esses veículos.

As hipóteses relacionadas ao cálculo de gasto de energia dos veículos elétricos podem considerar diferentes tipos de aspectos para tornar os resultados das soluções encontradas pelo EVRP mais realistas. Entre as características mais comuns e que foram consideradas neste estudo estão: peso do veículo e da carga adicional no momento, densidade do ar, coeficiente de atrito do asfalto e pneu, área frontal do veículo, constante gravitacional, área frontal do veículo, distância percorrida e velocidade média (GOEKE; SCHNEIDER, 2015). Esta abordagem adotada é classificada como uma função determinística não linear de cálculo de energia, que produz resultados mais fiéis à realidade porém demandam um tempo computacional maior. Também

existem cálculos de gasto de energia da bateria baseados em funções determinísticas lineares, onde o consumo de energia é diretamente proporcional à distância percorrida pelo veículo como pode ser visto em Erdoğan e Miller-Hooks (2012). Este tipo de cálculo é considerado menos realista, porém possui muito menos complexidade que o método não linear. Neste trabalho, é utilizado o modelo determinístico não linear presente em Goeke e Schneider (2015) para que os resultados sejam mais precisos e que tenham maior probabilidade de corresponder ao gasto de energia em testes reais.

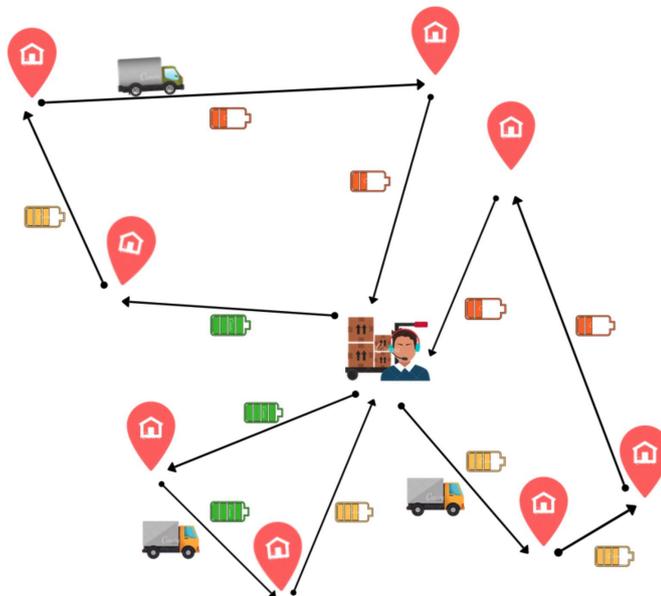
Assumindo que o problema de roteamento de veículos é um problema NP-difícil e o EVRP é uma generalização do VRP, o roteamento de veículos elétricos também é um problema NP-difícil (AFRODITI et al., 2014). Além disso, com a adição das restrições descritas anteriormente, o problema se torna consideravelmente mais complexo de resolver. As metodologias de solução propostas na literatura podem ser classificadas em abordagens exatas ou heurísticas. Analisando os trabalhos relacionados a resolução de problemas EVRP, foi possível verificar que o número de estudos em que abordagens exatas são utilizadas como solução é muito pequeno, devido à complexidade do problema e por ser NP-difícil. Ademais, além dessas razões já postas para utilizar-se métodos heurísticos para resolver problemas de roteamento de veículos elétricos, neste trabalho foram escolhidas instâncias de testes com tamanho grande, presentes em Schneider, Stenger e Goeke (2014), o que foi mais um motivo para a escolha de métodos heurísticos em detrimento de métodos exatos, como abordagem de solução.

#### 4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

Também conhecido como VRP, da sigla em inglês *vehicle routing problem*, o Problema de Roteamento de Veículos é um problema de otimização que é formado por  $n$  clientes, cada um localizado em um ponto numa determinada área geográfica. Veículos, que possuem uma capacidade máxima idêntica de peso de carga, irão entregar encomendas para os clientes. Se considera que cada cliente possui uma demanda em peso de bens encomendados. Todos os bens em questão, e os veículos estão respectivamente estocados e estacionados num mesmo depósito. Os veículos devem iniciar e finalizar suas rotas nesse depósito. O problema consiste em otimizar as entregas de modo que os veículos percorram a menor distância possível, realizando as entregas para todos os clientes, sem exceder as restrições de carga.

Mais formalmente, o problema pode ser definido através de um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$ , com o conjunto de  $n$  vértices  $V = \{0, 1, \dots, n - 1\}$  em que 0 representa o depósito e para todo cliente  $v \in V \setminus \{0\}$  há uma demanda  $d_i > 0$  associada. À cada arco  $A = \{(i, j) \in V \times V, i \neq j\}$  é associado um custo (distância)  $c_{ij} > 0$ . Uma rota factível (viável) é definida no grafo como um ciclo que inicia e termina no depósito (0) e com demanda menor do que a capacidade do veículo  $C$ . A demanda de uma rota é a soma das demandas dos clientes que compõem tal rota. O objetivo é encontrar um conjunto de rotas factíveis que minimize o custo total.

Figura 5 – Três rotas que começam e terminam no mesmo ponto (depósito) e o consumo de energia de cada uma é representado graficamente.



Fonte: Silva (2020).

Um dos desafios de tratar o problema de roteamento de veículos elétricos é modelar a variação da carga na bateria de cada veículo. Asamer et al. (2016) apresentaram um dos modelos mais relevantes para esse contexto. Nesse modelo, a força necessária para acelerar e vencer as forças de resistência envolvidas considera a massa do veículo, sua aceleração e velocidade,

a aceleração gravitacional, a força de inércia rotacional de partes do veículo, a inclinação da rodovia, o atrito do ar e de solo, entre outros. Com isso, é possível, além de considerar as características do VRP, considerar também o consumo de energia ao se deslocar de um ponto a outro, definindo assim o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (EVRP). Na versão de veículos elétricos cada arco também tem um gasto de energia associado  $g_{ij}$  e o veículo possui uma capacidade de bateria, então uma rota viável, além de respeitar a capacidade em peso deve respeitar a capacidade em energia disponível. Um exemplo gráfico de solução é mostrado na Figura 5.

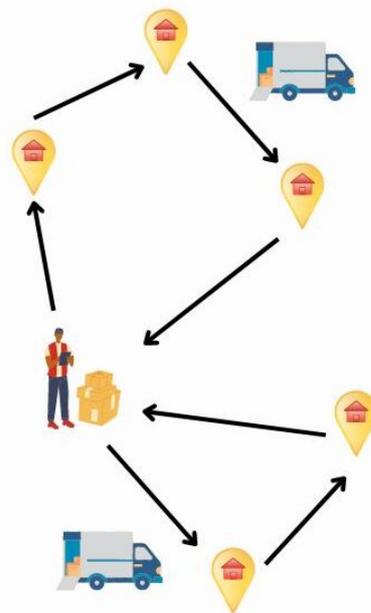
#### 4.1 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

Neste trabalho algumas das adaptações realizadas, por ser um problema de roteamento de veículos elétricos foi que na implementação para o algoritmo de economias foi considerada a demanda mas também a capacidade de bateria. Além disso, as estações de recarga não foram incluídas. Para a implementação da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\* também não foram consideradas as estações de recarga. Ainda, o nosso “custo” na verdade é a energia gasta para atender todos os clientes no conjunto de rotas. Na implementação da busca local iterada utilizada neste trabalho para solucionar o problema de roteamento de veículos elétricos, a solução inicial empregada é a solução gerada pela aplicação do algoritmo de economias e pela heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, a busca local também é a heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Já a estratégia de perturbação adotada é o sorteio de alguma rota que pertença ao conjunto de rotas da solução, e após isso é realizado um embaralhamento na sequência de clientes desta rota.

## 5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os testes neste trabalho foram divididos em dois experimentos. O primeiro (Seção 5.1) com o objetivo de minimizar o consumo de energia, que não considere o fato de que os veículos podem utilizar estações de recarga para continuar seu percurso. Esse experimento compara os algoritmos de economias, a heurística de melhoria de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, e a execução da meta-heurística Busca Local Iterada. No segundo experimento (Seção 5.2), foi contemplada a possibilidade dos veículos visitarem estações de recarga ao longo de suas rotas, o que potencialmente permite a redução do número de veículos (ou viagens). Essa utilização de estações de recarga pode ser verificada na Figura 7, onde apenas um veículo atende todos os clientes, em comparação com a solução apresentada na Figura 6, onde são necessários dois veículos, pois não é possível visitar uma estação de recarga de bateria.

Figura 6 – Exemplo de solução sem utilizar estação de recarga.

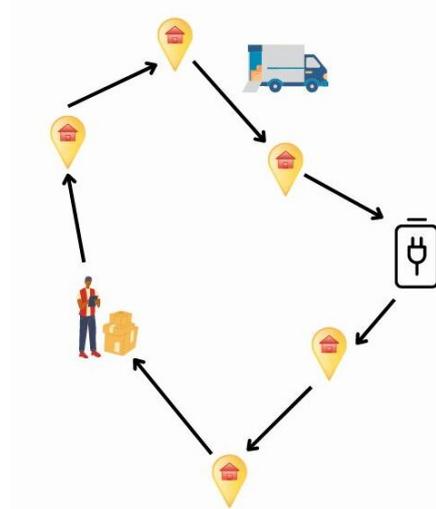


Fonte: Elaborada pelo autor baseada em Silva (2020).

### 5.1 REDUÇÃO DO CONSUMO DE ENERGIA

Neste trabalho, a realização de testes tiveram como objetivo poder analisar algumas das possibilidades existentes para resolver o problema do roteamento de veículos elétricos. Entre as opções existentes na literatura foi escolhido o algoritmo de economias como heurística construtiva, o algoritmo de máxima descida com a vizinhança 2-opt\* como heurística de melhoria e uma meta-heurística de busca local iterada para que o espaço de busca do problema pudesse ser melhor explorado por meio das perturbações geradas pela ILS. Nos experimentos, outras decisões que tiveram que ter sido tomadas abrangem por exemplo o modelo de consumo de energia da bateria, a velocidade escolhida para o veículo, que foi 40km/h, a não declividade

Figura 7 – Exemplo de solução utilizando estação de recarga.



Fonte: Elaborada pelo autor baseada em Silva (2020).

nas ruas do trajeto de entregas para os clientes e a capacidade máxima da bateria igual a  $18kWh$ . O algoritmo de economias, as heurísticas, suas vizinhanças e a meta-heurística de busca local iterada foram implementados utilizando-se a linguagem de programação C++. Essa linguagem foi escolhida, por ser considerada de alto desempenho, por possuir muitas bibliotecas que auxiliam no desenvolvimentos de programas e por ser amplamente conhecida pela comunidade de computação. O programa desenvolvido foi executado em um PC modelo MacBook Air, com um processador Apple M1 e memória RAM de 8GB.

Na realização desse trabalho foi estudada a adequabilidade de um conjunto de instâncias públicas para o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com janelas de tempo na sua utilização para o problema de Roteamento de Veículos Elétricos Capacitados. Essas instâncias foram adaptadas de Schneider, Stenger e Goeke (2014), e possuem um número de clientes que, dependendo da instância, pode ser igual a 5, 10, 15 ou 100. Para isso, foi analisada a energia total necessária para percorrer todos os clientes de uma instância, sendo que a capacidade do veículo e da bateria não deveriam ser ultrapassadas. Neste primeiro experimento, como não foram utilizadas as estações de recarga, o número de veículos necessários para atender o conjunto de rotas de cada instância é o mesmo para o algoritmo de economias, heurística de melhoria e busca local iterada.

Desse modo, nas Tabelas 1 e 2 podem ser vistos os resultados obtidos com a execução das instâncias de testes no algoritmo de economias desenvolvido neste trabalho, na heurística de melhoria de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, e a execução de 10 repetições da busca local iterada com 100 iterações. Verificando estes resultados pode-se concluir que é desejável utilizar heurísticas de melhoria, pois no nosso projeto o algoritmo de máxima descida foi capaz de encontrar rotas com gasto de energia menor do que quando as instâncias são executadas apenas com o algoritmo de economias, mantendo o tempo computacional "virtualmente instantâneo". Além disso, a aplicação da meta-heurística ILS resultou em uma diminuição no

gasto total de energia em 46 das 91 instâncias em comparação com uso somente do algoritmo de economias, o corresponde a uma melhora em mais de 50% das instâncias de teste. O que torna o uso da busca local iterada algo desejável, mesmo com o aumento do tempo computacional do programa, como pode ser visto nas Tabelas 3 e 4.

## 5.2 REDUÇÃO DO NÚMERO DE VEÍCULOS

Em seguida foram realizados novos experimentos, porém com a tentativa de realizar a junção das rotas com a utilização de estações de recarga para possibilitar essa união de rotas pertencentes ao mesmo conjunto. Esses novos testes foram aplicados sobre as soluções geradas pela meta-heurística de busca local iterada, por conta de ter sido o método que proporcionou os resultados mais otimizados nos testes anteriores. A tentativa de junção de rotas é realizada pois a diminuição de rotas faz com que sejam necessários menos veículos para que todos os clientes daquela instância de teste sejam atendidos. E isso é um dos aspectos que fazem parte da função objetivo da abordagem adotada nesse trabalho para aplicar na otimização do roteamento de veículos elétricos.

Sendo assim, realizando a análise das Tabela 3 e 4 em comparação com as Tabelas anteriores, é possível verificar que a média de veículos necessários por instância de teste com a junção de rotas é 4,35 e a mediana é 4. Já nos experimentos sem a tentativa de união de rotas com a utilização de estações de recarga são gerados resultados em que a média de veículos necessários por instância é 4,96 e a mediana é 5. Logo, verifica-se que foi obtido êxito em aplicar a junção de rotas nas soluções pré-existentes dos testes com a utilização de busca local iterada com 100 iterações, pois a diminuição do número de veículos mínimos necessários para atender todos os clientes gera uma economia muito grande já que os gastos com veículos de transporte e mão de obra representam um dos principais custos em sistemas de logística. Nas Tabelas 5 e 6 foram repetidos os mesmos experimentos das Tabelas 3 e 4, porém com 200 iterações na busca local iterada. Porém não foi verificada uma melhora nos gastos de energia da bateria e no número média de veículos necessários, que justifique o acréscimo no tempo e esforço computacional aplicados para executar mais iterações na meta-heurística ILS.

Tabela 1 – Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 1).

$k$	$nv$	$z^{AE}$	$z^{AE-2opt*}$	$\bar{z}^{ILS}$	$\sigma^{ILS}$
1	1	16594,50	16589,50	16589,50	0,00
2	2	27812,50	27812,50	27611,08	173,35
3	10	84317,04	83980,87	83977,56	10,47
4	10	84317,04	83980,87	83976,35	14,28
5	1	14615,80	14535,80	14535,80	0,00
6	2	28910,40	28829,70	28563,30	428,94
7	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
8	2	28924,60	28750,30	27256,24	199,34
9	10	84317,04	83980,87	83963,20	55,88
10	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
11	2	22209,05	22209,05	22209,05	0,00
12	10	84317,04	83980,87	83939,32	131,40
13	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
14	10	84317,04	83980,87	83934,80	130,59
15	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
16	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
17	2	23258,30	23258,30	23258,30	0,00
18	2	32225,30	32201,10	31757,82	233,63
19	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
20	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
21	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
22	2	22353,65	22262,86	22262,86	0,00
23	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
24	2	19834,48	19832,28	19832,28	0,00
25	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
26	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
27	1	15185,20	15112,00	15112,00	0,00
28	2	30140,70	29838,20	29807,32	97,65
29	8	89957,31	89547,97	89445,71	133,48
30	8	89957,31	89547,97	89418,02	125,74
31	2	20168,15	20166,07	20166,07	0,00
32	2	25299,87	25183,07	25103,51	128,10
33	8	89957,31	89547,97	89288,47	270,11
34	1	14406,20	14309,40	14309,40	0,00
35	8	89957,31	89547,97	89338,18	274,24
36	1	13270,50	13130,70	13130,70	0,00
37	8	89957,31	89547,97	89294,09	339,56
38	1	13357,30	13348,40	13348,40	0,00
39	2	25924,44	25533,74	25077,71	240,35
40	8	89957,31	89547,97	89420,96	96,75
41	8	89957,31	89547,97	89386,58	110,25
42	8	89957,31	89547,97	89367,15	170,90
43	8	89957,31	89547,97	89308,54	177,38
44	8	89957,31	89547,97	89393,38	120,16
45	8	89957,31	89547,97	89359,26	304,55
46	8	89957,31	89547,97	89333,33	242,91

Tabela 2 – Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 2).

$k$	$nv$	$z^{AE}$	$z^{AE-2opt^*}$	$\bar{z}^{ILS}$	$\sigma^{ILS}$
47	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
48	2	18211,80	18089,30	18089,30	0,00
49	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
50	1	12529,30	12508,60	12508,60	0,00
51	2	29037,80	28992,00	28871,78	178,61
52	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
53	2	18987,30	18987,30	18987,30	0,00
54	2	22688,50	22667,60	22667,60	0,00
55	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
56	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
57	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
58	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
59	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
60	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
61	2	27334,10	27294,60	27078,62	496,87
62	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
63	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
64	9	105368,71	105229,81	105145,26	165,71
65	9	105368,71	105229,81	105180,82	154,93
66	3	34544,70	34544,70	34544,70	0,00
67	9	105368,71	105229,81	105229,81	0,00
68	3	33375,44	33371,64	32877,33	795,91
69	9	105368,71	105229,81	105132,75	245,74
70	9	105368,71	105229,81	105085,12	222,09
71	2	20807,05	20778,25	20778,25	0,00
72	9	105368,71	105229,81	105214,05	49,84
73	9	105368,71	105229,81	105078,29	354,56
74	9	105368,71	105229,81	105151,20	149,69
75	2	24345,46	24271,75	24271,75	0,00
76	2	34516,60	34348,20	33160,41	1.541,46
77	3	35139,44	35132,24	35132,24	0,00
78	5	84830,80	84450,60	84329,61	241,57
79	2	27240,50	27220,80	27112,20	228,95
80	5	84830,80	84450,60	84366,52	199,78
81	3	34485,09	34463,69	34463,69	0,00
82	5	84830,80	84450,60	84152,95	491,09
83	5	84830,80	84450,60	84385,62	168,27
84	1	17386,60	17189,90	17189,90	0,00
85	3	36453,30	36394,10	35941,36	524,95
86	5	84830,80	84450,60	84401,86	153,86
87	2	30601,60	30488,00	30488,00	0,00
88	5	84830,80	84450,60	84294,93	492,27
89	5	84830,80	84450,60	84378,73	227,27
90	5	84830,80	84450,60	84305,29	326,37
91	1	17532,70	17532,70	16098,30	0,00
Média	4,96	61542,99	60905,09	60784,97	127,69
Mediana	5,00	80385,40	76904,38	76904,38	0,00

Tabela 3 – A primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. Na terceira coluna é apresentada a média de tempo para a execução do programa. A quarta coluna possui a média de veículos. Na sexta coluna é apresentado o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. E na última coluna está a mediana entre as energias das 10 repetições (Parte 1).

ILS-100					
$k$	$\bar{z}$	$\bar{t}$ (s)	$\bar{m}$	$\sigma$	$m$
1	16589,50	14,70	1,00	0,00	16589,50
2	25072,33	42,40	1,00	655,64	25067,20
3	83939,32	4949,10	10,00	131,40	83980,87
4	83980,87	4828,00	10,00	0,00	83980,87
5	14535,80	19,40	1,00	0,00	14535,80
6	28474,50	176,00	2,00	458,56	28829,70
7	83974,25	5463,60	10,00	13,96	83980,87
8	27133,74	76,20	1,90	451,04	27145,48
9	83978,67	4857,60	10,00	6,96	83980,87
10	83939,32	4944,10	10,00	131,40	83980,87
11	22293,70	280,00	1,00	72,81	22350,10
12	83980,87	4812,60	10,00	0,00	83980,87
13	83939,32	4911,90	10,00	131,40	83980,87
14	83963,20	5241,10	10,00	55,88	83980,87
15	68462,80	18889,70	4,00	0,00	68462,80
16	68462,80	18254,70	4,00	0,00	68462,80
17	20701,80	51,20	1,00	0,00	20701,80
18	31980,93	207,30	1,00	267,66	31814,70
19	68462,80	17539,50	4,00	0,00	68462,80
20	68462,80	19258,90	4,00	0,00	68462,80
21	68462,80	17941,70	4,00	0,00	68462,80
22	20825,70	35,00	1,00	0,00	20825,70
23	68462,80	18346,50	4,00	0,00	68462,80
24	18388,30	5,30	1,00	0,00	18388,30
25	68462,80	18403,20	4,00	0,00	68462,80
26	68462,80	17170,10	4,00	0,00	68462,80
27	15112,00	11,20	1,00	0,00	15112,00
28	67275,22	144,00	1,00	146,37	67383,00
29	89371,36	14816,00	8,00	71,51	89370,00
30	89433,71	12461,10	8,00	73,87	89416,28
31	17513,80	49,70	1,00	0,00	17513,80
32	23437,98	147,70	1,00	83,86	23464,50
33	89320,04	14514,80	8,00	245,32	89370,00
34	14309,40	233,80	1,00	0,00	14309,40
35	89332,07	16001,00	8,00	191,31	89361,65
36	13130,70	18,20	1,00	0,00	13130,70
37	89374,41	14570,40	8,00	161,34	89370,00
38	13348,40	20,00	1,00	0,00	13348,40
39	25134,71	217,80	2,00	275,36	24963,70
40	89339,71	14616,00	8,00	119,13	89370,00
41	89340,77	14903,90	8,00	64,63	89370,00
42	89315,49	15946,30	8,00	187,49	89370,00
43	89268,78	15680,10	8,00	456,43	89370,00
44	89369,43	13555,90	8,00	69,96	89370,00
45	89233,69	16196,80	8,00	368,75	89370,00
46	89357,73	14842,00	8,00	84,60	89370,00

Tabela 4 – A primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. Na terceira coluna é apresentada a média de tempo para a execução do programa. A quarta coluna possui a média de veículos. Na sexta coluna é apresentado o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. E na última coluna está a mediana entre as energias das 10 repetições. (Parte 2).

ILS-100					
$k$	$\bar{z}$	$\bar{t}$ (s)	$\bar{m}$	$\sigma$	$m$
47	76440,00	30705,10	4,00	0,00	76440,00
48	17122,90	77,00	1,00	0,00	17122,90
49	76440,00	31529,70	4,00	0,00	76440,00
50	12508,60	19,20	1,00	0,00	12508,60
51	29612,11	183,70	1,00	188,53	29729,20
52	76440,00	31315,50	4,00	0,00	76440,00
53	31798,90	5,40	1,00	0,00	31798,90
54	20052,70	45,30	1,00	0,00	20052,70
55	76440,00	30127,00	4,00	0,00	76440,00
56	76440,00	30780,10	4,00	0,00	76440,00
57	76440,00	30730,80	4,00	0,00	76440,00
58	76440,00	30985,80	4,00	0,00	76440,00
59	76440,00	30861,80	4,00	0,00	76440,00
60	76440,00	33430,40	4,00	0,00	76440,00
61	27666,95	205,20	1,30	943,99	27912,05
62	76440,00	31953,20	4,00	0,00	76440,00
63	76440,00	31789,30	4,00	0,00	76440,00
64	105229,81	5427,40	9,00	0,00	105229,81
65	104937,79	6731,40	9,00	486,84	105229,81
66	25552,70	24,70	1,00	0,00	25552,70
67	105152,39	6731,00	9,00	145,57	105229,81
68	34509,03	74,80	2,00	521,05	34673,80
69	105156,77	6298,00	9,00	121,10	105229,81
70	105191,48	5764,00	9,00	76,85	105229,81
71	18976,70	5,10	1,00	0,00	18976,70
72	105052,45	6753,40	9,00	277,81	105229,81
73	105203,78	5825,20	9,00	56,38	105229,81
74	105225,44	5779,50	9,00	13,83	105229,81
75	71087,70	5,90	1,00	0,00	71087,70
76	30679,00	66,60	1,00	966,95	31428,00
77	31817,00	101,00	2,00	0,00	31817,00
78	86850,47	24558,00	3,90	1515,27	86371,30
79	23664,10	46,30	1,00	174,14	23664,10
80	87444,35	27652,30	3,80	1913,79	86371,30
81	33108,20	84,90	1,00	0,00	33108,20
82	86265,56	25629,10	3,90	334,38	86371,30
83	86602,48	27577,10	3,90	731,06	86371,30
84	17189,90	17,80	1,00	0,00	17189,90
85	35218,80	78,20	1,00	1123,01	35470,00
86	86812,01	29855,00	3,80	949,58	86371,30
87	27108,80	39,30	1,00	0,00	27108,80
88	87182,40	29968,90	3,70	2013,77	86371,30
89	86894,01	23527,70	3,90	1652,95	86371,30
90	86535,81	29992,10	3,80	2449,97	86371,30
91	16098,30	15,30	1,00	0,00	16098,30
Média	61396,30	10758,69	4,35	237,73	61389,55
Mediana	76440,00	5764,00	4,00	13,83	76440,00

Tabela 5 – Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 1).

ILS-200					
$k$	$\bar{z}$	$\bar{t}$ (s)	$\bar{nv}$	$\sigma$	$m$
1	16589,50	19,00	1,00	0,00	16589,50
2	25067,20	49,00	1,00	650,06	25067,20
3	83980,87	6235,70	10,00	0,00	83980,87
4	83912,43	7184,50	10,00	134,35	83980,87
5	14535,80	24,90	1,00	0,00	14535,80
6	28385,70	222,90	2,00	468,02	28385,70
7	83963,20	6987,20	10,00	55,88	83980,87
8	26461,31	92,60	1,40	714,97	25912,20
9	83979,03	6638,60	10,00	5,82	83980,87
10	83919,45	6762,90	10,00	136,07	83980,87
11	22350,10	218,30	1,00	0,00	22350,10
12	83971,65	7067,80	10,00	22,51	83980,87
13	83980,87	6187,00	10,00	0,00	83980,87
14	83939,32	6570,70	10,00	131,40	83980,87
15	68462,80	21765,90	4,00	0,00	68462,80
16	68462,80	22244,10	4,00	0,00	68462,80
17	20701,80	45,10	1,00	0,00	20701,80
18	32036,34	279,20	1,00	286,14	31814,70
19	68462,80	23095,60	4,00	0,00	68462,80
20	68462,80	22315,30	4,00	0,00	68462,80
21	68462,80	21989,20	4,00	0,00	68462,80
22	20825,70	46,80	1,00	0,00	20825,70
23	68462,80	21835,80	4,00	0,00	68462,80
24	18388,30	6,60	1,00	0,00	18388,30
25	68462,80	22782,60	4,00	0,00	68462,80
26	68462,80	21334,70	4,00	0,00	68462,80
27	15112,00	14,20	1,00	0,00	15112,00
28	67321,24	161,90	1,00	130,20	67383,00
29	88915,56	19159,60	8,00	496,75	89122,16
30	89226,14	18658,40	8,00	258,62	89362,85
31	17513,80	94,60	1,00	0,00	17513,80
32	23278,86	374,50	1,00	128,10	23199,30
33	89118,81	20140,70	8,00	507,06	89364,26
34	14309,40	288,10	1,00	0,00	14309,40
35	89219,16	19174,80	8,00	275,73	89370,00
36	13130,70	21,60	1,00	0,00	13130,70
37	89220,88	19934,60	8,00	201,50	89311,96
38	13348,40	24,70	1,00	0,00	13348,40
39	25362,73	181,80	2,00	275,36	25533,74
40	89334,12	17142,30	8,00	140,32	89370,00
41	89150,09	17004,20	8,00	428,73	89370,00
42	89330,04	17322,80	8,00	85,71	89370,00
43	89235,32	17315,20	8,00	369,38	89370,00
44	89360,55	15967,60	8,00	168,82	89364,26
45	89153,82	17858,60	8,00	378,19	89286,96
46	89228,02	18514,90	8,00	253,48	89368,17

Tabela 6 – Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 2).

ILS-200					
$k$	$\bar{z}$	$\bar{t}$ (s)	$\bar{m}$	$\sigma$	$m$
47	76440,00	32565,60	4,00	0,00	76440,00
48	17122,90	100,80	1,00	0,00	17122,90
49	76440,00	34530,20	4,00	0,00	76440,00
50	12508,60	23,50	1,00	0,00	12508,60
51	29447,55	294,20	1,00	336,28	29534,05
52	76440,00	34272,80	4,00	0,00	76440,00
53	31798,90	6,00	1,00	0,00	31798,90
54	20052,70	54,40	1,00	0,00	20052,70
55	76440,00	34402,50	4,00	0,00	76440,00
56	76440,00	34578,80	4,00	0,00	76440,00
57	76440,00	33547,50	4,00	0,00	76440,00
58	76440,00	32549,50	4,00	0,00	76440,00
59	76440,00	34227,40	4,00	0,00	76440,00
60	76440,00	33045,80	4,00	0,00	76440,00
61	26947,56	467,20	1,40	1150,19	27013,34
62	76440,00	33119,80	4,00	0,00	76440,00
63	76440,00	34351,10	4,00	0,00	76440,00
64	105065,48	8785,10	9,00	338,41	105186,07
65	105065,88	8470,40	9,00	343,27	105181,41
66	25552,70	27,10	1,00	0,00	25552,70
67	104976,06	8117,70	9,00	376,46	105229,81
68	33685,18	180,90	2,00	850,87	33026,10
69	105099,42	8018,20	9,00	199,65	105195,41
70	105006,90	8004,00	9,00	240,83	105046,44
71	18976,70	6,00	1,00	0,00	18976,70
72	104949,90	8665,20	9,00	396,30	105044,81
73	105074,02	7903,80	9,00	235,42	105216,16
74	104877,04	9205,50	9,00	458,87	105064,51
75	71087,70	6,30	1,00	0,00	71087,70
76	31009,68	80,60	1,20	1404,06	31428,00
77	31817,00	110,50	2,00	0,00	31817,00
78	87639,41	28531,40	3,70	2210,27	86371,30
79	23730,18	54,20	1,00	159,60	23829,30
80	85759,76	35259,70	3,50	1561,82	86371,30
81	33108,20	105,70	1,00	0,00	33108,20
82	86639,07	36530,30	3,70	1449,25	86371,30
83	86858,46	31685,60	3,70	2645,49	86371,30
84	17189,90	21,60	1,00	0,00	17189,90
85	35291,87	88,80	1,00	1164,19	35835,35
86	86239,20	30931,40	3,80	871,63	86371,30
87	27108,80	59,60	1,00	0,00	27108,80
88	85870,88	33882,80	3,80	1017,96	86371,30
89	86168,08	34135,60	3,80	432,78	86371,30
90	86449,93	31876,00	3,80	1022,22	86371,30
91	16098,30	18,20	1,00	0,00	16098,30
Média	61315,10	12684,14	4,34	280,98	61337,86
Mediana	76440,00	8004,00	4,00	22,51	76440,00



## 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

É cada vez mais presente a preocupação com a diminuição das poluições emitidas na atmosfera, por isso muitos países já possuem leis que incentivem a população a comprar veículos elétricos pois eles possuem tecnologias que prometem reduzir os custos de transporte e os efeitos da poluição em comparação com os motores a combustão. No entanto, a autonomia da bateria, os longos tempos de carregamento e a disponibilidade limitada de estações de recarga tornam as operações de carregamento uma questão mais crítica em comparação com as operações de reabastecimento para veículos movidos a combustíveis fósseis. Levando isso em conta, neste trabalho de conclusão de curso, foi estudado o problema de roteamento de veículos elétricos (EVRP), que é derivado do problema de roteamento de veículos (VRP). O problema visa encontrar o melhor conjunto de rotas para veículos elétricos que minimize uma dada função de custo enquanto satisfaz uma série de restrições e procedimentos operacionais para veículos elétricos. O objetivo desse estudo foi avaliar estratégias para encontrar rotas otimizadas para veículos elétricos, levando em consideração as restrições da bateria e as operações de recarga.

Inicialmente, foi utilizada uma heurística construtiva que foi o algoritmo de economias, também conhecido como Clarke e Wright. Posteriormente foi realizado mais um experimento, no qual as instâncias de teste foram executadas tanto no algoritmo de economias como na heurística de melhoria de máxima descida, com a vizinhança 2-opt\*. Com a utilização da heurística 2-opt\*, houve uma melhora nos resultados em relação a energia demandada pela bateria para realizar as rotas de entrega. Em seguida, foi desenvolvida uma metaheurística de busca local iterada ILS e um procedimento de junção de rotas utilizando as estações de recarga, onde foi possível verificar que as instâncias de teste tiveram uma melhora em relação ao número mínimo de veículos necessários para atender todos os clientes. Por fim, pode-se concluir que a utilização de heurísticas tanto construtivas como de melhoria, e a aplicação de metaheurística como a busca local iterada em conjunto com a utilização de estações de recarga, podem otimizar os custos de energia consumida pelas baterias dos veículos elétricos e o número de veículos mínimos necessários por conjunto de rotas.

Como trabalhos futuros, seria interessante realizar testes com diferentes tipos de vizinhanças e heurísticas, como o algoritmo de busca tabu, simulated annealing e algoritmos genéticos. Também poderia ser estudado como seria a aplicação da ILS em rotas onde os veículos já realizam recarga da bateria durante a entrega das mercadorias, pois existe a possibilidade de haver uma otimização na energia consumida num determinado conjunto de rotas. E algo que poderia ser abordado em futuros projetos é a análise da correlação da variação dos parâmetros dos testes como tempo, energia total gasta e número de veículos, com os diferentes números de clientes nas instâncias de teste. Por fim, em trabalhos futuros poderia ser realizado uma verificação das estruturas de dados utilizadas neste projeto, de modo a utilizar estruturas mais eficientes e que possam diminuir o tempo total gasto na execução dos testes computacionais.



## REFERÊNCIAS

- ADEWUMI, A. O.; ADELEKE, O. J. A survey of recent advances in vehicle routing problems. **International Journal of System Assurance Engineering and Management**, Springer, v. 9, n. 1, p. 155–172, 2018.
- AFRODITI, A. et al. Electric vehicle routing problem with industry constraints: Trends and insights for future research. **Transportation Research Procedia**, v. 3, p. 452–459, 2014. ISSN 2352-1465. 17th Meeting of the EURO Working Group on Transportation, EWGT2014, 2-4 July 2014, Sevilla, Spain. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146514001896>.
- ASAMER, J. et al. Sensitivity analysis for energy demand estimation of electric vehicles. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Elsevier, v. 46, p. 182–199, 2016.
- CARVALHO, R. L. d.; ALMEIDA, T. d. S.; ROCHA, M. L. Introdução às metaheurísticas. 2020.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations research**, *Inform*s, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964.
- CORDEAU, J.-F. et al. A guide to vehicle routing heuristics. **Journal of the Operational Research society**, Springer, v. 53, n. 5, p. 512–522, 2002.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management science**, *Inform*s, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- ERDOĞAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A green vehicle routing problem. **Transportation research part E: logistics and transportation review**, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 100–114, 2012.
- GOEKE, D.; SCHNEIDER, M. Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 245, n. 1, p. 81–99, 2015.
- HIERMANN, G. et al. The electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 252, n. 3, p. 995–1018, 2016.
- KESKIN, M.; ÇATAY, B. A matheuristic method for the electric vehicle routing problem with time windows and fast chargers. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 100, p. 172–188, 2018.
- KUCUKOGLU, I.; DEWIL, R.; CATTRYSSE, D. The electric vehicle routing problem and its variations: A literature review. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 161, p. 107650, 2021.
- LABADIE, N.; PRINS, C.; PRODHON, C. Simple heuristics and local search procedures. **Metaheuristics for Vehicle Routing Problems**, Wiley Online Library, v. 3, p. 15–37, 2016.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European journal of operational research**, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.

- LIN, J.; ZHOU, W.; WOLFSON, O. Electric vehicle routing problem. **Transportation Research Procedia**, Elsevier, v. 12, p. 508–521, 2016.
- MICHALEWICZ, Z.; FOGEL, D. B. **How to solve it: modern heuristics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- MONTOYA, A. et al. **The electric vehicle routing problem with partial charging and nonlinear charging function**. Tese (Doutorado) — LARIS, 2015.
- MONTOYA, A. et al. The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. **Transportation Research Part B: Methodological**, Elsevier, v. 103, p. 87–110, 2017.
- OLIVEIRA, J. R. de; COELHO, A. S. Abordagens heurísticas de solução para problemas de roteamento de veículos (prv). **Revista ESPACIOS| Vol. 36 (Nº 13) Año 2015**, 2015.
- RITT, M. **Notas de Aula - Otimização Combinatória**. [S.l.]: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2022. 169 p.
- ROTHLAUF, F. Optimization methods. In: \_\_\_\_\_. **Design of Modern Heuristics: Principles and Application**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. p. 45–102. ISBN 978-3-540-72962-4. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-3-540-72962-4\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-540-72962-4_3).
- SCHNEIDER, M.; STENGER, A.; GOEKE, D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. **Transportation science**, INFORMS, v. 48, n. 4, p. 500–520, 2014.
- SCHROTENBOER, A. **Exact and Heuristic Methods for Optimization in Distributed Logistics**. Tese (Doutorado), 03 2020.
- SILVA, A. V. d. **Problema de Roteamento de Veículos Elétricos: otimização da vida útil das baterias**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2020.
- SIMS, R. et al. Climate Change 2014: Mitigation of Climate Change. In: EDENHOFER, O. et al. (Ed.). **Working Group III Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change**. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.: Cambridge University Press, 2014. cap. 8, p. 599–670.
- VIEIRA, N. H. et al. Uma heurística ils para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea. **Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção**, v. 10, n. 17, p. 63–77, 2022.
- ZHANG, S. et al. Electric vehicle routing problem with recharging stations for minimizing energy consumption. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 203, p. 404–413, 2018.

## A APÊNDICE

# Heurísticas para o problema de roteamento de veículos elétricos

Paulo Arthur Sens Coelho<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Informática e Estatística  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Florianópolis, SC – Brasil

paulosenscoelho@gmail.com

**Abstract.** *Solving vehicle routing problems provides a set of efficient (lowest cost) routes to be taken by a fleet of vehicles. Only more recently, variants of the problem that include fleets with electric vehicles (Electric Vehicle Routing Problems - EVRPs) are being considered. One of the challenges of studying EVRPs is to determine the contribution of different procedures to the search for low-cost solutions. This work is experimentally evaluating in a set of test instances the contribution of the Clarke and Wright heuristic, the 2-opt\* neighborhood and the Iterated Local Search meta-heuristic for improving viable solutions to the problem.*

**Resumo.** *A resolução de problemas de roteamento de veículos fornece um conjunto de rotas eficientes (menor custo) a serem desempenhadas por uma frota de veículos. Apenas mais recentemente, estão sendo consideradas variantes do problema que incluem frotas com veículos elétricos (Problemas de Roteamento de Veículos Elétricos - EVRPs). Um dos desafios de se estudar EVRPs é determinar a contribuição de diferentes procedimentos para a busca de soluções de baixo custo. Esse trabalho avalia experimentalmente em um conjunto de instâncias de teste a contribuição da heurística Clarke e Wright, da vizinhança 2-opt\* e da meta-heurística de Busca Local Iterada para melhoria de soluções viáveis do problema.*

## 1. Introdução

O sistema logístico global é de importância fundamental econômica e socialmente. Investimentos e o comércio relacionado ao setor dos transportes contabilizam parte considerável da economia de diversos países. Por outro lado, o setor de transporte é responsável por um considerável impacto gás carbônico. Em 2010, mais de 70 por cento da emissão de poluente tinha origem no transporte rodoviário. Para tentar reduzir os impactos ambientais de seu sistema de transporte, alguns países europeus como Noruega, Holanda e Alemanha já visam proibir a circulação de veículos movidos à combustão [Silva 2020].

A geração de rotas eficientes (de baixo custo/consumo energético) é um problema desafiador que vem sendo tratado na literatura há mais de 50 anos [Dantzig and Ramser 1959], quando foi proposto o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados. Para contemplar diversas características práticas, há um grande número de variantes do problema [Laporte 1992, Adewumi and Adeleke 2018]. Mais recentemente, a consideração de frotas com veículos elétricos tem ganhado atenção. Rotas para veículos a combustão não consideram particularidades de veículos elétricos (autonomia, custo por

quilômetro percorrido, disponibilidade de estações de recarga, velocidade de recarregamento, entre outros). Por isso, rotas definidas sem considerar essas características podem implicar em um alto custo ou mesmo na inviabilidade da operação de distribuição. Uma das considerações adotadas neste trabalho é que todos os veículos saem de um mesmo depósito para atender os clientes e que este depósito também pode servir como estação de recarga.

O objeto de estudo deste trabalho é um Problema de Roteamento de Veículos Elétricos. Um dos desafios de estudar tal problema é a complexidade dos algoritmos propostos na literatura, tipicamente inspirados por décadas de literatura em variantes tradicionais do Problema de Roteamento de Veículos [Kucukoglu et al. 2021]. A pesquisa realizada também está relacionada com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU. O desenvolvimento de soluções eficientes (minimizando o custo) para o roteamento de veículos elétricos incentiva a adoção dessa tecnologia.

Particularmente, diversas propostas de métodos de solução heurísticos utilizam alguma versão de busca em vizinhança, com vizinhanças do tradicional Problema de Roteamento de Veículos (por exemplo,  $k$ -opt) em procedimentos bastante sofisticados envolvendo múltiplas vizinhanças e componentes algorítmicas. No entanto, a contribuição individual de tais vizinhanças e componentes frequentemente não é avaliada. O objetivo desse trabalho é avaliar o algoritmo de economias, a vizinhança 2-opt\* e a meta-heurística de Busca Local Iterada ao serem utilizados com o objetivo de melhor soluções viáveis de um Problema de Veículos Elétricos.

O restante deste documento está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, é apresentada uma análise de trabalhos relacionados, descrito o modelo de consumo de energia dos veículos e apresentados os métodos de soluções implementados. Na Seção 3 é feita uma definição mais detalhada do problema. Já na Seção 4, são apresentados os resultados alcançados e uma análise a respeito dos experimentos realizados. E por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões e ideias a respeito de trabalhos futuros.

## 2. Revisão da literatura

### 2.1. Modelo de consumo de energia

Diversos trabalhos destacam a importância de se considerar a variação de carga dos veículos ao longo do trajeto, para garantir a factibilidade das soluções. Entre os primeiros a propor métodos de solução para o problema com tal característica estão [Lin et al. 2016] e [Goeke and Schneider 2015]. Nesse trabalho, além de características físicas (atrito, aceleração gravitacional e massa do veículo), a velocidade e a variação de carga ao longo do trajeto são consideradas.

O modelo do consumo de energia utilizado neste trabalho de conclusão de curso é baseado no trabalho de [Goeke and Schneider 2015], também utilizado por [Silva 2020] e [Zhang et al. 2018]. Para a construção do modelo, são utilizados diversos parâmetros físicos, entre eles  $v$ , que é a velocidade média, com valor igual a 40 km/h.  $g$  que é a aceleração da gravidade, que consideramos como  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Outro parâmetro utilizado é o coeficiente de atrito de rolamento,  $c_r$ , como valor igual a 0,01. Também utilizamos  $\rho$ , que é a densidade do ar com o valor de  $1,2041 \text{ kg/m}^3$ . O parâmetro  $c_a$  é o coeficiente de resistência aerodinâmica e possui o valor de 0,7. O parâmetro  $A$  é a área frontal do

veículo, e foi atribuído o valor de  $3,912 m^2$ . A massa  $m$  do veículo é igual a 650 kg. O coeficiente de rendimento do motor  $\phi$  possui um valor de 1,184692. E o coeficiente de rendimento da bateria  $\gamma$  é igual a 1,112434. Já o termo  $t_{ij}$  se refere ao tempo decorrido para o veículo percorrer a distância entre o nó  $i$  e o nó  $j$ , em segundos. Por fim, o ângulo  $\alpha$  possui o valor  $0^\circ$ , pois foi considerado que o veículo percorre apenas caminhos planos na rota de entrega entre os clientes.

Podemos separar o consumo em duas parcelas: consumo fixo, que não depende da massa transportada; e consumo variável, que depende da massa transportada.

O consumo fixo é dado por:  $g_{ij}^x$ . Em que  $g_{ij}^x$  é igual a equação (1).

$$g_{ij}^x = \phi\gamma t_{ij}[(c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij}))gvm + \frac{1}{2}\rho A c_a v^3] \quad (1)$$

E o consumo variável é dado por  $g_{ij}^y m_{ij}$ . Em que  $g_{ij}^y$  é igual a equação (2) e  $m_{ij}$  é a massa adicional que o veículo carrega do nó  $i$  para o no  $j$ .

$$g_{ij}^y = \phi\gamma t_{ij}(c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij}))gv \quad (2)$$

## 2.2. Métodos Computacionais

No dicionário de Oxford o adjetivo heurístico é definido como algo que utiliza-se da tentativa e erro como estratégia para alcançar um alvo. Existem as heurísticas construtivas e de melhoria. As heurísticas construtivas são algoritmos que a partir de dados iniciais, criam uma solução inicial, e fazem várias iterações até que uma solução completa seja gerada. Já as heurísticas de melhoria, recebem uma solução completa inicial e utilizando diferentes tipos de operações, encontram uma solução melhor que a anterior, esses passos são repetidos até que um máximo ou mínimo local sejam encontrados. Nesse projeto foi utilizado o algoritmo de economias como heurística construtiva e o algoritmo de máxima descida com as vizinhanças 2-opt\* como heurística de melhoria. Os algoritmos heurísticos e as vizinhanças utilizadas nesse trabalho serão explicados nas próximas sessões desse relatório. Também será apresentada uma explicação a respeito da busca local iterada, pois esta meta-heurística foi aplicada como método de solução nos experimentos computacionais.

### 2.2.1. Algoritmo de economias

Uma das abordagens mais conhecidas e simples de resolver o problema de roteamento de veículos é o algoritmo das economias, proposto por [Clarke and Wright 1964]. De acordo com [Cordeau et al. 2002], o algoritmo de economias continua sendo uma das heurísticas construtivas com o melhor custo-benefício (custo computacional *versus* qualidade de solução).

### 2.2.2. Heurísticas de melhoria e vizinhanças

Nos trabalhos analisados que serviram de base para esse relatório foi possível verificar a utilização de diferentes estruturas de vizinhança. Em [Goeke and Schneider 2015], foi

desenvolvido um método heurístico híbrido, que combina as metaheurísticas Busca Tabu e VNS (*Variable Neighborhood Search*). No trabalho de [Montoya et al. 2017], também pode-se observar a utilização de um método heurístico híbrido, porém desta vez combinando as metaheurísticas ILS (*iterated local search*) e HC (*heuristic concentration*). Entretanto foi em [Goeke and Schneider 2015] que escolhemos as estruturas de vizinhança 2-opt e 2-opt\* para avaliar nossas instâncias de teste, dada a popularidade das estruturas e a conhecida eficiência para algoritmos que exploram vizinhanças do tipo  $k$ -opt para o problema tradicional de roteamento de veículos elétricos.

O algoritmo heurístico de melhoria utilizado neste trabalho foi o de máxima descida, que requer que haja uma solução vizinha  $Y$  de  $X$  com um valor menor que  $X$ . Se a busca na vizinhança não encontra nenhum vizinho que atenda este critério, deve-se retornar falso. Portanto, este algoritmo consiste em ir de encontro com uma solução ótima (possivelmente ótimo local), por meio de encontrar uma sequência de soluções factíveis, cada uma melhor que a anterior. A vizinhança 2-opt consiste em remover dois arcos que não são adjacentes e inserir dois novos arcos que unam os pontos pertencentes aos arcos removidos, de modo a gerar uma nova rota diferente. Já a vizinhança 2-opt\* é uma generalização da vizinhança 2-opt para duas rotas, onde seria aplicado o mesmo conceito que um arco de cada rota seria removido, e os pontos que faziam parte dessas rotas seriam unidos fazendo com que 2 novas rotas diferentes fossem geradas.

### 2.2.3. Busca local iterada

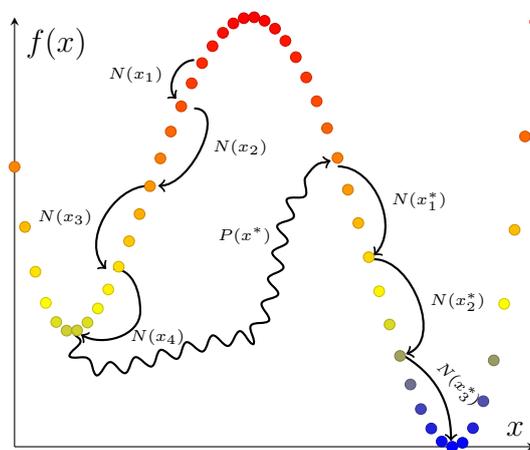


Figura 1. Exemplo de aplicação da meta-heurística ILS

A busca local iterada, do inglês *iterated local search*, é uma metaheurística que incorpora uma heurística de melhoria em um processo iterativo gerando uma cadeia de soluções. O objetivo de utilizar a ILS é poder encontrar possíveis soluções melhores dentro do espaço de busca do problema em regiões que ainda não foram exploradas [Vieira et al. 2022]. A demonstração do funcionamento desta metaheurística pode ser verificada na Figura 1, onde o problema se inicia no ponto  $N(x_1)$ , e é executada uma busca local que encontra pontos com soluções melhores, e a partir de  $N(x_4)$  não é mais possível encontrar na vizinhança uma solução com valor menor que a respectiva solução deste ponto, pois é um mínimo local. Então é realizada uma perturbação  $P(x_1^*)$  e é aplicada

uma nova busca local, tendo como ponto de partida  $N(x_1^*)$ . Realizar uma minimização a partir de uma nova região possibilita uma melhor exploração do espaço de busca do problema que se está otimizando, aumentando as chances de encontrar uma solução mais próxima ao ótimo global. Na Figura 1, por conta da perturbação realizada, uma solução mais otimizada foi encontrada. Este processo de reiniciar a busca a partir de diferentes pontos pode ser realizado por  $k$ -iterações.

Os passos do algoritmo de busca local iterada são os seguintes:

1. A busca local( $s$ ), sendo  $s$  a solução inicial, é atribuída à melhor solução que é  $s_{best}$ .
2. Iterações  $iter$  recebe o valor 0.
3. Se o número de iterações  $iter$  for igual ao número máximo de iterações, a ILS é finalizada e os próximos passos não são executados.
4. A solução  $s'$  recebe perturbação( $s_{best}$ ).
5. A busca local( $s'$ ), é atribuída à  $s_{best}$ .
6. A melhor solução  $s_{best}$  é igual à  $s''$  se  $s_{best}$  for maior que  $s''$ .
7. Soma-se o valor 1 à variável  $iter$  e o algoritmo é reiniciado a partir do passo 3.

### 2.3. Comentários gerais

De acordo com a revisão da literatura, pode-se observar que o EVRP é uma extensão do tradicional problema de roteamento de veículo VRP e possui o objetivo específico de encontrar um conjunto de rotas otimizadas para veículos elétricos, levando em consideração restrições de bateria e operações de carregamento [Keskin and Çatay 2018, Lin et al. 2016]. Neste trabalho, são consideradas as seguintes restrições e procedimentos operacionais:

- Cada rota inicia e termina no depósito.
- Cada cliente é servido por apenas um veículo.
- O limite de carga do veículo (volume/massa) de encomendas não poderá ser excedido.
- A localização das estações de recarga e a distância a ser percorrida entre depósito, clientes e estações de recarga já é conhecida previamente.
- Ao sair de uma estação de recarga a bateria de um veículo sempre estará totalmente carregada.

Uma restrição muito comum nas pesquisas relacionadas ao problema de roteamento de veículos elétricos é relacionada ao tempo [Lin et al. 2016]. Podem existir diversas hipóteses consideradas em trabalhos que levam em conta restrições de tempo, mas resumidamente podem ser divididas em janelas de tempo como em [Hiermann et al. 2016] e limite de duração total da rota em [Montoya et al. 2015]. Entretanto neste trabalho foi assumido que não existem restrições de tempo de nenhum tipo.

Em relação à função objetivo, tradicionalmente na literatura os problemas VRP consideram minimizar a distância total percorrida, o número total de veículos necessários para efetuar as entregas de todas as rotas e ainda o tempo total de operação [Kucukoglu et al. 2021]. Como o EVRP é derivado do problema de roteamento de veículos, essas funções objetivos já mencionadas também são comuns nesse tipo de problema, porém a minimização da energia total consumida, o número de estações de recarga

necessárias e o tempo de recarga também podem ser levados em conta. Neste trabalho a função objetivo tem a função de minimizar o número total de veículos elétricos necessários e a energia total consumida por esses veículos.

As hipóteses relacionadas ao cálculo de gasto de energia dos veículos elétricos podem considerar diferentes tipos de aspectos para tornar os resultados das soluções encontradas pelo EVRP mais realistas. Entre as características mais comuns e que foram consideradas neste estudo estão: peso do veículo e da carga adicional no momento, densidade do ar, coeficiente de atrito do asfalto e pneu, área frontal do veículo, constante gravitacional, área frontal do veículo, distância percorrida e velocidade média [Goeke and Schneider 2015]. Esta abordagem adotada é classificada como uma função determinística não linear de cálculo de energia, que produz resultados mais fiéis à realidade porém demandam um tempo computacional maior. Também existem cálculos de gasto de energia da bateria baseados em funções determinísticas lineares, onde o consumo de energia é diretamente proporcional à distância percorrida pelo veículo como pode ser visto em [Erdoğan and Miller-Hooks 2012]. Este tipo de cálculo é considerado menos realista, porém possui muito menos complexidade que o método não linear. Neste trabalho, é utilizado o modelo determinístico não linear presente em [Goeke and Schneider 2015] para que os resultados sejam mais precisos e que tenham maior probabilidade de corresponder ao gasto de energia em testes reais.

Assumindo que o problema de roteamento de veículos é um problema NP-difícil e o EVRP é uma generalização do VRP, o roteamento de veículos elétricos também é um problema NP-difícil [Afroditi et al. 2014]. Além disso, com a adição das restrições descritas anteriormente, o problema se torna consideravelmente mais complexo de resolver. As metodologias de solução propostas na literatura podem ser classificadas em abordagens exatas ou heurísticas. Analisando os trabalhos relacionados a resolução de problemas EVRP, foi possível verificar que o número de estudos em que abordagens exatas são utilizadas como solução é muito pequeno, devido à complexidade do problema e por ser NP-difícil. Ademais, além dessas razões já postas para utilizar-se métodos heurísticos para resolver problemas de roteamento de veículos elétricos, neste trabalho foram escolhidas instâncias de testes com tamanho grande, presentes em [Schneider et al. 2014], o que foi mais um motivo para a escolha de métodos heurísticos em detrimento de métodos exatos, como abordagem de solução.

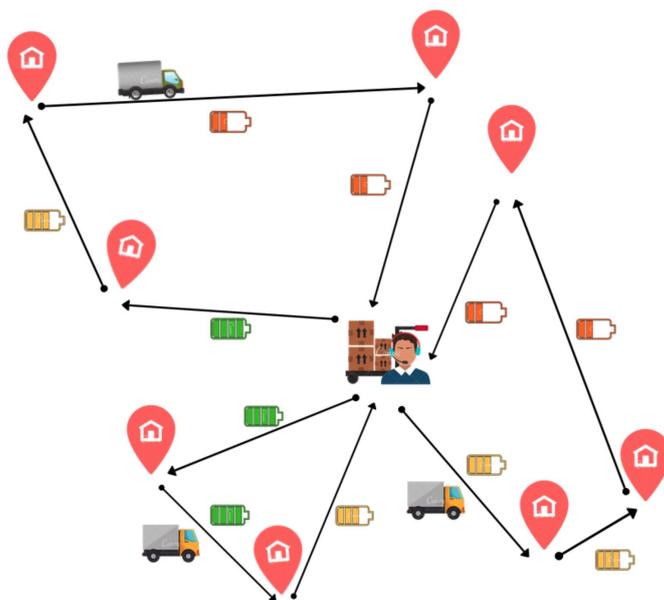
### **3. Definição do problema e estratégias de solução**

Também conhecido como VRP, da sigla em inglês *vehicle routing problem*, o Problema de Roteamento de Veículos é um problema de otimização que é formado por  $n$  clientes, cada um localizado em um ponto numa determinada área geográfica. Veículos, que possuem uma capacidade máxima idêntica de peso de carga, irão entregar encomendas para os clientes. Se considera que cada cliente possui uma demanda em peso de bens encomendados. Todos os bens em questão, e os veículos estão respectivamente estocados e estacionados num mesmo depósito. Os veículos devem iniciar e finalizar suas rotas nesse depósito. O problema consiste em otimizar as entregas de modo que os veículos percorram a menor distância possível, realizando as entregas para todos os clientes, sem exceder as restrições de carga.

Mais formalmente, o problema pode ser definido através de um grafo direcionado

completo  $G = (V, A)$ , com o conjunto de  $n$  vértices  $V = \{0, 1, \dots, n - 1\}$  em que 0 representa o depósito e para todo cliente  $v \in V \setminus \{0\}$  há uma demanda  $d_i > 0$  associada. À cada arco  $A = \{(i, j) \in V \times V, i \neq j\}$  é associado um custo (distância)  $c_{ij} > 0$ . Uma rota factível (viável) é definida no grafo como um ciclo que inicia e termina no depósito (0) e com demanda menor do que a capacidade do veículo  $C$ . A demanda de uma rota é a soma das demandas dos clientes que compõem tal rota. O objetivo é encontrar um conjunto de rotas factíveis que minimize o custo total.

**Figura 2. Três rotas que começam e terminam no mesmo ponto (depósito) e o consumo de energia de cada uma é representado graficamente.**



Fonte: silva2020.

Um dos desafios de tratar o problema de roteamento de veículos elétricos é modelar a variação da carga na bateria de cada veículo. asamer2016sensitivity apresentaram um dos modelos mais relevantes para esse contexto. Nesse modelo, a força necessária para acelerar e vencer as forças de resistência envolvidas considera a massa do veículo, sua aceleração e velocidade, a aceleração gravitacional, a força de inércia rotacional de partes do veículo, a inclinação da rodovia, o atrito do ar e de solo, entre outros. Com isso, é possível, além de considerar as características do VRP, considerar também o consumo de energia ao se deslocar de um ponto a outro, definindo assim o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (EVRP). Na versão de veículos elétricos cada arco também tem um gasto de energia associado  $g_{ij}$  e o veículo possui uma capacidade de bateria, então uma rota viável, além de respeitar a capacidade em peso deve respeitar a capacidade em energia disponível. Uma exemplo gráfico de solução é mostrado na Figura 2.

### 3.1. Estratégias de Solução

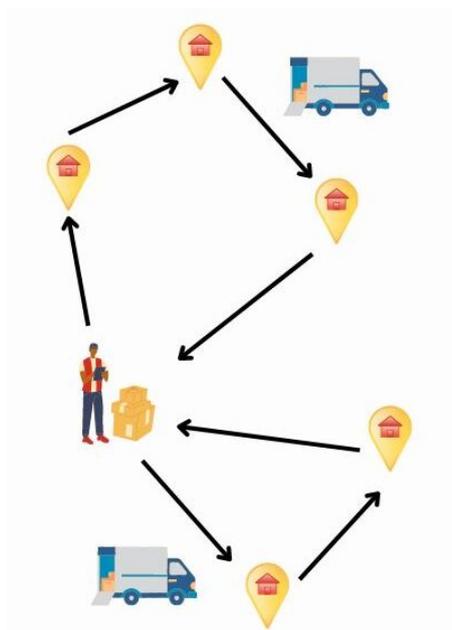
Neste trabalho algumas das adaptações realizadas, por ser um problema de roteamento de veículos elétricos foi que na implementação para o algoritmo de economias foi considerada a demanda mas também a capacidade de bateria. Além disso, as estações de recarga não foram incluídas. Para a implementação da heurística de máxima descida com

a vizinhança 2-opt\* também não foram consideradas as estações de recarga. Ainda, o nosso “custo” na verdade é a energia gasta para atender todos os clientes no conjunto de rotas. Na implementação da busca local iterada utilizada neste trabalho para solucionar o problema de roteamento de veículos elétricos, a solução inicial empregada é a solução gerada pela aplicação do algoritmo de economias e pela heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, a busca local também é a heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Já a estratégia de perturbação adotada é o sorteio de alguma rota que pertença ao conjunto de rotas da solução, e após isso é realizado um embaralhamento na sequência de clientes desta rota.

#### 4. Experimentos computacionais

Os testes neste trabalho foram divididos em dois experimentos. O primeiro (Seção 4.1) com o objetivo de minimizar o consumo de energia, que não considere o fato de que os veículos podem utilizar estações de recarga para continuar seu percurso. Esse experimento compara os algoritmos de economias, a heurística de melhoria de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, e a execução da meta-heurística Busca Local Iterada. No segundo experimento (Seção 4.2), foi contemplada a possibilidade dos veículos visitarem estações de recarga ao longo de suas rotas, o que potencialmente permite a redução do número de veículos (ou viagens). Essa utilização de estações de recarga pode ser verificada na Figura 4, onde apenas um veículo atende todos os clientes, em comparação com a solução apresentada na Figura 3, onde são necessários dois veículos, pois não é possível visitar uma estação de recarga de bateria.

Figura 3. Exemplo de solução sem utilizar estação de recarga.

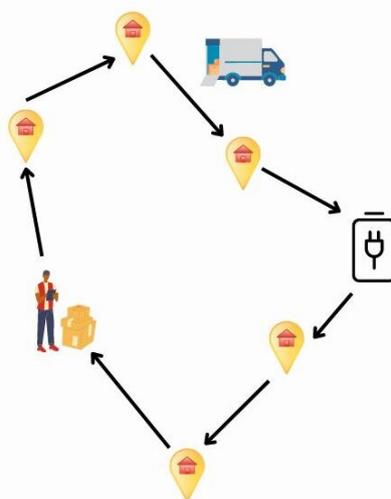


Fonte: Elaborada pelo autor baseada em [Silva 2020].

##### 4.1. Redução do consumo de energia

Neste trabalho, a realização de testes tiveram como objetivo poder analisar algumas das possibilidades existentes para resolver o problema do roteamento de veículos elétricos.

**Figura 4. Exemplo de solução utilizando estação de recarga.**



Fonte: Elaborada pelo autor baseada em [Silva 2020].

Entre as opções existentes na literatura foi escolhido o algoritmo de economias como heurística construtiva, o algoritmo de máxima descida com a vizinhança 2-opt\* como heurística de melhoria e uma meta-heurística de busca local iterada para que o espaço de busca do problema pudesse ser melhor explorado por meio das perturbações geradas pela ILS. Nos experimentos, outras decisões que tiveram que ter sido tomadas abrangem por exemplo o modelo de consumo de energia da bateria, a velocidade escolhida para o veículo, que foi  $40\text{km/h}$ , a não declividade nas ruas do trajeto de entregas para os clientes e a capacidade máxima da bateria igual a  $18\text{kWh}$ . O algoritmo de economias, as heurísticas, suas vizinhanças e a meta-heurística de busca local iterada foram implementados utilizando-se a linguagem de programação C++. Essa linguagem foi escolhida, por ser considerada de alto desempenho, por possuir muitas bibliotecas que auxiliam no desenvolvimentos de programas e por ser amplamente conhecida pela comunidade de computação. O programa desenvolvido foi executado em um PC modelo MacBook Air, com um processador Apple M1 e memória RAM de 8GB.

Na realização desse trabalho foi estudada a adequabilidade de um conjunto de instâncias públicas para o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com janelas de tempo na sua utilização para o problema de Roteamento de Veículos Elétricos Capacitados. Essas instâncias foram adaptadas de [Schneider et al. 2014], e possuem um número de clientes que, dependendo da instância, pode ser igual a 5, 10, 15 ou 100. Para isso, foi analisada a energia total necessária para percorrer todos os clientes de uma instância, sendo que a capacidade do veículo e da bateria não deveriam ser ultrapassadas. Neste primeiro experimento, como não foram utilizadas as estações de recarga, o número de veículos necessários para atender o conjunto de rotas de cada instância é o mesmo para o algoritmo de economias, heurística de melhoria e busca local iterada.

Desse modo, nas Tabelas 1 e 2 podem ser vistos os resultados obtidos com a execução das instâncias de testes no algoritmo de economias desenvolvido neste trabalho, na heurística de melhoria de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*, e a execução de 10 repetições da busca local iterada com 100 iterações. Verificando estes resultados

pode-se concluir que é desejável utilizar heurísticas de melhoria, pois no nosso projeto o algoritmo de máxima descida foi capaz de encontrar rotas com gasto de energia menor do que quando as instâncias são executadas apenas com o algoritmo de economias, mantendo o tempo computacional "virtualmente instantâneo". Além disso, a aplicação da meta-heurística ILS resultou em uma diminuição no gasto total de energia em 46 das 91 instâncias em comparação com uso somente do algoritmo de economias, o corresponde a uma melhora em mais de 50% das instâncias de teste. O que torna o uso da busca local iterada algo desejável, mesmo com o aumento do tempo computacional do programa.

#### **4.2. Redução do número de veículos**

Em seguida foram realizados novos experimentos, porém com a tentativa de realizar a junção das rotas com a utilização de estações de recarga para possibilitar essa união de rotas pertencentes ao mesmo conjunto. Esses novos testes foram aplicados sobre as soluções geradas pela meta-heurística de busca local iterada, por conta de ter sido o método que proporcionou os resultados mais otimizados nos testes anteriores. A tentativa de junção de rotas é realizada pois a diminuição de rotas faz com que sejam necessários menos veículos para que todos os clientes daquela instância de teste sejam atendidos. E isso é um dos aspectos que fazem parte da função objetivo da abordagem adotada nesse trabalho para aplicar na otimização do roteamento de veículos elétricos.

### **5. Conclusão e trabalhos futuros**

É cada vez mais presente a preocupação com a diminuição das poluições emitidas na atmosfera, por isso muitos países já possuem leis que incentivem a população a comprar veículos elétricos pois eles possuem tecnologias que prometem reduzir os custos de transporte e os efeitos da poluição em comparação com os motores a combustão. No entanto, a autonomia da bateria, os longos tempos de carregamento e a disponibilidade limitada de estações de recarga tornam as operações de carregamento uma questão mais crítica em comparação com as operações de reabastecimento para veículos movidos a combustíveis fósseis. Levando isso em conta, neste trabalho de conclusão de curso, foi estudado o problema de roteamento de veículos elétricos (EVRP), que é derivado do problema de roteamento de veículos (VRP). O problema visa encontrar o melhor conjunto de rotas para veículos elétricos que minimize uma dada função de custo enquanto satisfaz uma série de restrições e procedimentos operacionais para veículos elétricos. O objetivo desse estudo foi avaliar estratégias para encontrar rotas otimizadas para veículos elétricos, levando em consideração as restrições da bateria e as operações de recarga.

Inicialmente, foi utilizada uma heurística construtiva que foi o algoritmo de economias, também conhecido como Clarke e Wright. Posteriormente foi realizado mais um experimento, no qual as instâncias de teste foram executadas tanto no algoritmo de economias como na heurística de melhoria de máxima descida, com a vizinhança 2-opt\*. Com a utilização da heurística 2-opt\*, houve uma melhora nos resultados em relação a energia demandada pela bateria para realizar as rotas de entrega. Em seguida, foi desenvolvida uma metaheurística de busca local iterada ILS e um procedimento de junção de rotas utilizando as estações de recarga, onde foi possível verificar que as instâncias de teste tiveram uma melhora em relação ao número mínimo de veículos necessários para atender todos os clientes. Por fim, pode-se concluir que a utilização de heurísticas tanto construtivas como de melhoria, e a aplicação de metaheurística como a busca local iterada em conjunto com

**Tabela 1.** Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 1).

$k$	$nv$	$z^{AE}$	$z^{AE-2opt^*}$	$\bar{z}^{ILS}$	$\sigma^{ILS}$
1	1	16594,50	16589,50	16589,50	0,00
2	2	27812,50	27812,50	27611,08	173,35
3	10	84317,04	83980,87	83977,56	10,47
4	10	84317,04	83980,87	83976,35	14,28
5	1	14615,80	14535,80	14535,80	0,00
6	2	28910,40	28829,70	28563,30	428,94
7	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
8	2	28924,60	28750,30	27256,24	199,34
9	10	84317,04	83980,87	83963,20	55,88
10	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
11	2	22209,05	22209,05	22209,05	0,00
12	10	84317,04	83980,87	83939,32	131,40
13	10	84317,04	83980,87	83980,87	0,00
14	10	84317,04	83980,87	83934,80	130,59
15	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
16	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
17	2	23258,30	23258,30	23258,30	0,00
18	2	32225,30	32201,10	31757,82	233,63
19	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
20	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
21	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
22	2	22353,65	22262,86	22262,86	0,00
23	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
24	2	19834,48	19832,28	19832,28	0,00
25	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
26	5	71355,60	70671,40	70671,40	0,00
27	1	15185,20	15112,00	15112,00	0,00
28	2	30140,70	29838,20	29807,32	97,65
29	8	89957,31	89547,97	89445,71	133,48
30	8	89957,31	89547,97	89418,02	125,74
31	2	20168,15	20166,07	20166,07	0,00
32	2	25299,87	25183,07	25103,51	128,10
33	8	89957,31	89547,97	89288,47	270,11
34	1	14406,20	14309,40	14309,40	0,00
35	8	89957,31	89547,97	89338,18	274,24
36	1	13270,50	13130,70	13130,70	0,00
37	8	89957,31	89547,97	89294,09	339,56
38	1	13357,30	13348,40	13348,40	0,00
39	2	25924,44	25533,74	25077,71	240,35
40	8	89957,31	89547,97	89420,96	96,75
41	8	89957,31	89547,97	89386,58	110,25
42	8	89957,31	89547,97	89367,15	170,90
43	8	89957,31	89547,97	89308,54	177,38
44	8	89957,31	89547,97	89393,38	120,16
45	8	89957,31	89547,97	89359,26	304,55
46	8	89957,31	89547,97	89333,33	242,91

**Tabela 2.** Primeira coluna é o número da instância de teste. A segunda coluna é o número de veículos. Na terceira coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias. A quarta coluna é a energia necessária pelo algoritmo de economias com a utilização da heurística de máxima descida com a vizinhança 2-opt\*. Na quinta coluna é a média da energia requerida pelas instâncias com a utilização da busca local iterada. E a última coluna é o desvio padrão das energias das 10 repetições da aplicação da meta-heurística ILS. (Parte 2).

$k$	$nv$	$z^{AE}$	$z^{AE-2opt^*}$	$\bar{z}^{ILS}$	$\sigma^{ILS}$
47	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
48	2	18211,80	18089,30	18089,30	0,00
49	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
50	1	12529,30	12508,60	12508,60	0,00
51	2	29037,80	28992,00	28871,78	178,61
52	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
53	2	18987,30	18987,30	18987,30	0,00
54	2	22688,50	22667,60	22667,60	0,00
55	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
56	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
57	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
58	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
59	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
60	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
61	2	27334,10	27294,60	27078,62	496,87
62	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
63	5	80385,40	76904,38	76904,38	0,00
64	9	105368,71	105229,81	105145,26	165,71
65	9	105368,71	105229,81	105180,82	154,93
66	3	34544,70	34544,70	34544,70	0,00
67	9	105368,71	105229,81	105229,81	0,00
68	3	33375,44	33371,64	32877,33	795,91
69	9	105368,71	105229,81	105132,75	245,74
70	9	105368,71	105229,81	105085,12	222,09
71	2	20807,05	20778,25	20778,25	0,00
72	9	105368,71	105229,81	105214,05	49,84
73	9	105368,71	105229,81	105078,29	354,56
74	9	105368,71	105229,81	105151,20	149,69
75	2	24345,46	24271,75	24271,75	0,00
76	2	34516,60	34348,20	33160,41	1.541,46
77	3	35139,44	35132,24	35132,24	0,00
78	5	84830,80	84450,60	84329,61	241,57
79	2	27240,50	27220,80	27112,20	228,95
80	5	84830,80	84450,60	84366,52	199,78
81	3	34485,09	34463,69	34463,69	0,00
82	5	84830,80	84450,60	84152,95	491,09
83	5	84830,80	84450,60	84385,62	168,27
84	1	17386,60	17189,90	17189,90	0,00
85	3	36453,30	36394,10	35941,36	524,95
86	5	84830,80	84450,60	84401,86	153,86
87	2	30601,60	30488,00	30488,00	0,00
88	5	84830,80	84450,60	84294,93	492,27
89	5	84830,80	84450,60	84378,73	227,27
90	5	84830,80	84450,60	84305,29	326,37
91	1	17532,70	17532,70	16098,30	0,00
Média	4,96	61542,99	60905,09	60784,97	127,69
Mediana	5,00	80385,40	76904,38	76904,38	0,00

a utilização de estações de recarga, podem otimizar os custos de energia consumida pelas baterias dos veículos elétricos e o número de veículos mínimos necessários por conjunto de rotas.

Como trabalhos futuros, seria interessante realizar testes com diferentes tipos de vizinhanças e heurísticas, como o algoritmo de busca tabu, simulated annealing e algoritmos genéticos. Também poderia ser estudado como seria a aplicação da ILS em rotas onde os veículos já realizam recarga da bateria durante a entrega das mercadorias, pois existe a possibilidade de haver uma otimização na energia consumida num determinado conjunto de rotas. E algo que poderia ser abordado em futuros projetos é a análise da correlação da variação dos parâmetros dos testes como tempo, energia total gasta e número de veículos, com os diferentes números de clientes nas instâncias de teste. Por fim, em trabalhos futuros poderia ser realizado uma verificação das estruturas de dados utilizadas neste projeto, de modo a utilizar estruturas mais eficientes e que possam diminuir o tempo total gasto na execução dos testes computacionais.

## Referências

- Adewumi, A. O. and Adeleke, O. J. (2018). A survey of recent advances in vehicle routing problems. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 9(1):155–172.
- Afroditi, A., Boile, M., Theofanis, S., Sdoukopoulos, E., and Margaritis, D. (2014). Electric vehicle routing problem with industry constraints: Trends and insights for future research. *Transportation Research Procedia*, 3:452–459. 17th Meeting of the EURO Working Group on Transportation, EWGT2014, 2-4 July 2014, Sevilla, Spain.
- Clarke, G. and Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4):568–581.
- Cordeau, J.-F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y., and Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, 53(5):512–522.
- Dantzig, G. B. and Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1):80–91.
- Erdoğan, S. and Miller-Hooks, E. (2012). A green vehicle routing problem. *Transportation research part E: logistics and transportation review*, 48(1):100–114.
- Goeke, D. and Schneider, M. (2015). Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. *European Journal of Operational Research*, 245(1):81–99.
- Hiermann, G., Puchinger, J., Ropke, S., and Hartl, R. F. (2016). The electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations. *European Journal of Operational Research*, 252(3):995–1018.
- Keskin, M. and Çatay, B. (2018). A matheuristic method for the electric vehicle routing problem with time windows and fast chargers. *Computers & Operations Research*, 100:172–188.
- Kucukoglu, I., Dewil, R., and Cattrysse, D. (2021). The electric vehicle routing problem and its variations: A literature review. *Computers & Industrial Engineering*, 161:107650.

- Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European journal of operational research*, 59(3):345–358.
- Lin, J., Zhou, W., and Wolfson, O. (2016). Electric vehicle routing problem. *Transportation Research Procedia*, 12:508–521.
- Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, J. E., and Villegas, J. (2015). *The electric vehicle routing problem with partial charging and nonlinear charging function*. PhD thesis, LARIS.
- Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, J. E., and Villegas, J. G. (2017). The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. *Transportation Research Part B: Methodological*, 103:87–110.
- Schneider, M., Stenger, A., and Goeke, D. (2014). The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation science*, 48(4):500–520.
- Silva, A. V. d. (2020). Problema de roteamento de veículos elétricos: otimização da vida útil das baterias. Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- Vieira, N. H., dos Reis Cota, F., Júnior, A. d. C. G., Gomes, H. C., and Fortes, A. (2022). Uma heurística ils para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea. *Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção*, 10(17):63–77.
- Zhang, S., Gajpal, Y., Appadoo, S., and Abdulkader, M. (2018). Electric vehicle routing problem with recharging stations for minimizing energy consumption. *International Journal of Production Economics*, 203:404–413.