


Saberes de referência para a docência mobilizados com um dispositivo didático para o ensino de fração

Edilene Simões Costa dos Santos
Denise Medina França
Késia Ramires

Edilene Simões Costa dos Santos

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS, Campo Grande, MS, Brasil


E-mail: edilenesc@gmail.com

 <http://orcid.org/0000-0002-0509-0098>

Denise Medina França

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UFRJ


E-mail: denisemedinafranca@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-1649-5816>

Késia Ramires

Universidade Federal da Grande Dourados, UFGD

E-mail: kesiamirames@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-1528-5136>

Resumo

Este artigo discute, a partir de um dispositivo didático, saberes de referência que foram produzidos para ensinar fração. Observamos que o referido dispositivo esteve presente em diferentes manuais didáticos do ensino primário, em períodos históricos distintos. Em decorrência disso, surgiu-nos a questão: de que forma os autores de manuais sistematizaram saberes para o ensino de frações apropriando-se do mesmo dispositivo didático? Foi suposto que o dispositivo poderia compor saberes de referência para a docência, saberes a ensinar e saberes para ensinar fração. Para a análise, tomou-se como parâmetros conceitos da história cultural e da linha sócio-histórica, como: cultura escolar, saber a ensinar e saber para ensinar, e dispositivo didático. Atualmente, é possível verificar que o objeto estudado mantém a mesma finalidade: ser um dispositivo didático. Entretanto, a partir da pesquisa empreendida, constatou-se que ele foi abordado para tratar de diferentes saberes inerentes à fração. Esteve articulado ao ensino de partes do todo, operações entre frações, relação entre grandezas, relação entre número fracionário e número decimal, ensino das classes de equivalência, e outros saberes a ensinar. Também foi possível compreender que saberes inerentes a ele podem ser compreendidos como vestígios de ressignificações de diferentes apropriações de autores de manuais didáticos. Assim, a investigação mostra que um dispositivo didático pode ser o meio de articular saberes a e para ensinar matemática.

Palavras-chave: Dispositivo didático. Fração. História da educação matemática.

Recebido em: 25/09/2021

Aprovado em: 21/06/2022



Abstract**Keywords:**

Didactic device.
Fraction. History
of mathematics
education.

Reference knowledge for mobilized teaching with a didactic device for fraction teaching

This article discusses, from a didactic device, reference knowledge that was produced to teach fraction. We observe that the device, on the other hand, appeared in different didactic manuals of primary education, in different historical periods. That being the case, the question emerged: how did the authors of manuals systematize the teaching of fractions knowledge, integrating the same didactic device? It was assumed that the device could compose reference knowledge for teaching, knowledge to teach and knowledge to teach fraction. For the analysis, concepts of cultural history and the socio-historical line were taken as parameters, such as: school culture, knowing how to teach and knowing for teaching, and didactic device. Currently, it is possible to verify that the object studied maintains the same purpose: to be a didactic device. However, from the research undertaken, it was found that it was approached to deal with different knowledge inherent to the fraction. It was linked to the teaching of parts of the whole, operations between fractions, relationship between quantities, relationship between fractional number and decimal number, teaching equivalence classes, and other knowledge to teach. It was also possible to comprehend that knowledge inherent to it can be understood as vestiges of redefinitions of different appropriations by authors of didactic manuals. Thus, the investigation shows that a didactic device can be the means of articulating knowledge to and for teaching mathematics.

Resumen**Palabras clave:**

Dispositivo
didático.
Fracción. Historia
de la educación
matemática.

Saberes de referencia para la docencia mobilizada com um dispositivo didático para la enseñanza de fracciones

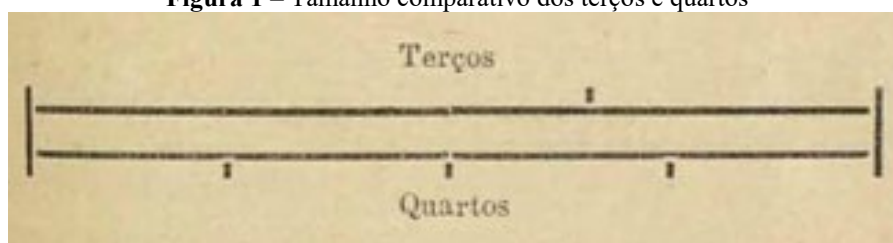
Este artículo discute, desde un dispositivo didático, los saberes referenciales que se produjeron para la enseñanza de la fracción. Observamos que el dispositivo, a su vez, apareció en diferentes manuales didácticos de la educación primaria, en distintas épocas históricas. Como consecuencia, surgió la pregunta: ¿de qué manera los autores de manuales sistematizaron conocimientos para la enseñanza de fracciones, apropiándose del mismo dispositivo didático? Se supuso que el dispositivo podría componer conocimiento de referencia para la docencia, conocimiento a ser enseñado y conocimiento para enseñar fracción. Para el análisis, se tomaron como parámetros conceptos de la historia cultural y la línea socio-histórica, tales como: cultura escolar, saber qué enseñar y saber cómo enseñar, y dispositivo didático. Actualmente, es posible verificar que el objeto estudiado mantiene el mismo propósito: ser un dispositivo didático. Sin embargo, a partir de la investigación realizada, se constató que fue abordado para tratar diferentes saberes inherentes a la fracción. Se vinculaba a la enseñanza de partes del todo, operaciones entre fracciones, relación entre cantidades, relación entre número fraccionario y número decimal, enseñanza de clases de equivalencia, y otros conocimientos a enseñar. También fue posible comprender que los conocimientos que le son inherentes pueden ser entendidos como vestigios de redefiniciones de diferentes apropiaciones por parte de autores de manuales didácticos. Así, la investigación muestra que un dispositivo didático puede ser el medio de articulación de saberes a enseñar y para la enseñanza de las matemáticas.

1 Introdução

A partir da nossa prática de trabalho com manuais didáticos de tempos históricos distintos, fomos percebendo, em alguns deles, a presença recorrente de um certo *dispositivo didático*¹ que aparecia atrelado ao assunto de frações, parecendo cumprir funções diferentes em cada manual. Então, a partir dessa percepção, surgiu-nos a questão: de que forma os autores de manuais² sistematizaram saberes para o ensino de frações apropriando-se do mesmo dispositivo didático? Com base nessa interrogação, selecionamos³ autores de diferentes vagas pedagógicas⁴ que utilizaram esse artifício para o ensino de fração. Então, neste trabalho, discutimos os saberes sistematizados por esses autores considerando o dispositivo didático em questão.

Em Calkins (1886), por exemplo, o dispositivo apareceu composto por um conjunto de segmentos paralelos que apresentavam diferentes partições em cada um, como na imagem seguinte.

Figura 1 – Tamanho comparativo dos terços e quartos



Fonte: Calkins (1886, p. 325)

Para nós, a imagem acima não representava uma figura qualquer, que retratasse apenas a execução de um determinado algoritmo a ser ensinado, ou um desenho de flechas ou setas explicativas; percebíamos nela uma ideia relacionada ao saber fracionário, que poderia abordar o assunto de algum saber e ainda ter um contexto para ser ensinado, dependendo do objetivo das atividades propostas pelo professor.

A atividade escolar, o que o professor propõe realizar por meio do dispositivo didático, prefigura e dá forma à atividade de aprendizagem do aluno que segue, como mencionamos, outra lógica com relação a do ensino. A atividade escolar, encarnada em um dispositivo, é uma das maneiras de encontrar o objeto, de trabalhá-lo, manipulá-lo, exercitá-lo e estudá-lo. (SCHNEUWLY, 2009, p. 35).

¹ As palavras *instrumento*, *artifício*, *artefato*, *material didático*, *ferramental* são usadas neste trabalho como sinônimas de *dispositivo didático*.

² Os manuais podem ser encontrados no Repositório Digital da Universidade Federal de Santa Catarina, base de dados História da Educação Matemática.

³ Neste trabalho, ao optar pela seleção de manuais didáticos, um deles não foi encontrado, como o de Baldino (1986). Sendo assim, fizemos uso de artigos que analisaram sobre o Frac-Soma 235 elaborado por Baldino.

⁴ Tem-se a "vaga pedagógica como sinônimo de movimento, de fluxo, de transformação de um dado tempo por meio da propagação e ampla aceitação de doutrinas, ideais, filosofias pedagógicas, estas que são analisadas, sobretudo, pelos historiadores da Educação, carregados do espírito de transformação" (GHEMAT, 2016).

Esse material era constituído por segmentos de retas que representavam diferentes partes de um inteiro. Posteriormente, encontramos o mesmo dispositivo composto por retângulos em diversos materiais como madeira, cartolina, etc., ou seja, ele foi sendo ressignificado segundo os objetivos dos autores dos manuais, os quais sistematizaram em seus livros suas experiências das atividades docentes.

O dispositivo didático que investigamos, sem a devida explicação, poderia gerar outros entendimentos pelos alunos, como um desenho de medidas quaisquer, uma pirâmide de tijolos, ou seja, poderia provocar diferentes interpretações. Assim, ao nos concentrarmos no estudo desse dispositivo, fomos entendendo a importância das proposições dos autores dos manuais e também compreendendo que eles não desejavam apenas ilustrar seu texto, colori-lo ou apontar um material qualquer. O dispositivo exigia de quem o utilizasse uma gama de saberes para lidar com ele, tais como saberes necessários para ensinar fração e saberes da docência em matemática, como discutiremos neste artigo.

Diante do exposto, entendemos que o movimento de olhar para dispositivos didáticos e supor que há saberes atrelados a eles para ensinar determinado assunto, não pode vir apartado de uma base teórico-metodológica. Assim, neste trabalho, para compreendermos como determinados dispositivos estão imbuídos de saberes, buscamos referenciais na história cultural, a partir do conceito de *cultura escolar* (JULIA, 2001), e também na base sócio-histórica, partindo da discussão sobre *saberes de referência para a docência – saberes a ensinar e saberes para ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017) – e sobre *dispositivo didático* (SCHNEUWLY, 2009).

A cultura escolar nos permite compreender o contexto de um dado tempo histórico, mostrando-nos indícios da "caixa-preta" escolar, incluindo, nesse contexto, também os indícios do que a escola fez *com* ou *por meio de* objetos, artificios, dispositivos, ao mobilizá-los em situação de ensino. Apropriando-nos de Burke (2016), o qual propõe transformar informações em saberes, partimos, então, de informações encontradas na cultura escolar de certo período para podermos caracterizar *saberes de referência para a docência*.

Concordamos com França, Santos e Valente (2022) quando afirmam que, nos últimos anos, o tratamento da matemática ligada ao cotidiano escolar vem sofrendo uma modificação fundamental, de âmbito epistemológico. Não focamos na matemática transmitida pela escola vinda do campo disciplinar matemático, nem na escola como lugar de passividade, que divulga somente o que lhe é externo. As pesquisas relativas à História da Educação Matemática vêm mostrando que há uma matemática própria a cada tempo escolar ligada ao ensino e à formação de professores, reafirmando o papel criativo do meio escolar, produzindo seus próprios saberes. Por esse motivo, problematizamos a produção de saberes (de diferentes autores) utilizando o dispositivo didático.

Conforme Schneuwly, os dispositivos didáticos são:

[...] instrumentos de ensino (suportes materiais, instruções e modos de trabalho) que objetivam mostrar e estudar certas dimensões a partir de diferentes perspectivas. Estes instrumentos e seu uso em sala compõem aquilo que agrupamos sob o nome genérico de dispositivo didático. O objeto de ensino é presentificado por meio de suportes mobilizados pelo professor; ele é trabalhado e estudado conforme procedimentos elaborados no seio da profissão pelo trabalho de seus membros, e são adaptados aos conteúdos a serem transmitidos aos e construídos pelos alunos. (SCHNEUWLY, 2009, p. 17).

[...] A implementação de dispositivos didáticos é um revelador particularmente importante do objeto ensinado, em um duplo sentido. Por um lado, a própria seleção do dispositivo didático pressuposta em sua implementação participa da determinação do objeto em construção e permite verificar como ele é recortado, como é abordado, como é posto em uma sequência progressiva de elaboração. Nada sabemos, certamente, acerca do processo de decisão que resultou na seleção dos dispositivos, elemento essencial do trabalho docente fora da sala de aula. (SCHNEUWLY, 2009, p. 17). Por sua forma, por seu conteúdo e pelo que é dito, o dispositivo informa sobre as dimensões do objeto que o professor considera centrais. (SCHNEUWLY, 2009, p. 18).

Para esse pesquisador, o objeto do trabalho docente e os processos psíquicos dos alunos (SCHNEUWLY, 2009), ou seja, o professor trabalha sobre os modos de pensar, falar e agir dos discentes, buscando uma transformação que atenda às finalidades definidas pelo sistema escolar. E é nessa perspectiva que mobiliza os dispositivos didáticos, objetivando pôr em ação os processos psíquicos dos alunos. Tais instrumentos podem se apresentar por meio de figuras, diagramas, materiais concretos manipuláveis, ilustrações, e outros, com explicações que venham seguidas, designando sua finalidade. São esses, para nós, artefatos históricos registrados em manuais, os quais problematizamos neste texto, discutindo os saberes docentes para ensinar frações.

Assim, partimos da hipótese de que o uso de dispositivos didáticos está diretamente ligado a relação entre os *saberes a e para ensinar*, cabendo ao primeiro ocupar a função de *objeto de trabalho do professor*, e, ao segundo, funcionar como *ferramenta de trabalho* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017), uma vez que se trata de um elemento relacionado às práticas profissionais, tal qual um meio de articulação entre os saberes *a ensinar* e os saberes *para ensinar*.

Partindo dessas premissas, pressupomos que os dispositivos nos indicam as concepções que os autores consideravam centrais para a composição de seus manuais⁵. Também procuramos analisar se esses artefatos se enraizaram, estando, ainda hoje, presentes na cultura escolar.

Desse modo, o estudo justifica-se por mostrar a dinamicidade dos artefatos; um estudo histórico também se faz em razão disso. Ademais, esse tipo de pesquisa aponta as potencialidades para a docência de quem ensina matemática, visto que a problemática discutida pode trazer novos elementos ao campo educacional e à cultura escolar atual. Acreditamos que ao conhecer abordagens distintas sobre frações que acompanham os dispositivos didáticos, os futuros professores têm a possibilidade de refletir sobre essas práticas e, conseqüentemente, produzir novos saberes.

⁵ Todos os manuais analisados e apresentados neste texto estão disponíveis no Repositório de Santa Catarina.

2 O dispositivo na pedagogia intuitiva: olhando para os manuais de Calkins (1886), Trajano (1948) e Büchler (1923)

Em estudos⁶ que tomam como fonte os manuais didáticos *Primeiras Lições de Coisas – Manual de Ensino Elementar* (1886), de Norman Allison Calkins, *Aritmetica Progressiva* (1948), de Antônio Trajano e *Arithmetica Elementar* (1923), de George August Büchler, é possível perceber iniciativas que consolidam o método de ensino intuitivo que, dentre outros aspectos, foi um “conjunto de procedimentos metódicos destinados a orientar a prática pedagógica de professores da escola elementar” (VALDEMARIN, 2014, p.162).

Oliveira e Valente (2019) e Oliveira (2017b), ao conduzirem uma discussão sobre a pedagogia intuitiva (também conhecida como pedagogia moderna), trouxeram excertos do método intuitivo, que facilitaram a compreensão dos objetivos previstos para o ensino naquele tempo. Segundo eles, naquela ocasião, havia uma importância atribuída aos objetos, que poderiam ser materiais concretos, do cotidiano das crianças, como figuras, ilustrações, pinturas, um quadro, etc., sendo eles um meio de se alcançar a intuição sensível dos alunos.

Dessa perspectiva, amparam-se autores de manuais didáticos, como os que citamos anteriormente, buscando emplacar o método que supunham o mais adequado para as crianças. É válido dizer que Calkins, Trajano e Büchler, guardada as devidas proporções⁷, colaboraram na repercussão do novo método a partir das suas obras. Rui Barbosa de Oliveira, por exemplo, ao traduzir o livro de Calkins para o português, comenta no preâmbulo que o ensino intuitivo:

Não é uma seção do programma escolar, um assumpto independente, com o seu espaço reservado no horário: é o fundamento absoluto de *toda* a educação elementar, o sôpro que há de animal-a em todas as suas partes, o *methodo* que se deve apoderar *exclusivamente* de toda ella, e affeição-a inteiramente às suas leis. (OLIVEIRA, 1886, p. XII – grifos do autor).

Isso remete para a dimensão que o método alcançou naquele tempo e para a repercussão desse movimento pedagógico. Um exemplo é o valor dado às figuras – ilustrações, imagens, desenhos – permitindo que as crianças visualizassem o saber a ser ensinado e pudessem interpretá-lo à sua maneira.

O desenho de uma fruta dividida em partes iguais poderia dizer algo sobre a o ato de dividir, mas caberia ao professor dar o devido destaque à divisão *em partes iguais*, o que promoveria a discussão de outro assunto matemático, a fração. O professor deveria chamar a atenção de que não tratar-se-ia de uma divisão qualquer, com partes desiguais (como dividir um pão e dar o maior pedaço ao chefe da família e os menores pedaços aos filhos), mas sim uma divisão de partes justas, exatamente iguais umas das outras.

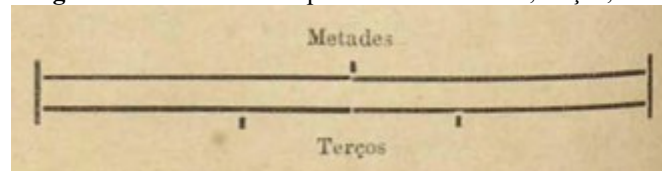
⁶ Oliveira (2017a), Oliveira e Valente (2019), Ramires, França e Santos (2021), Oliveira (2015) e Dynnikov (2016).

⁷ Em grande medida as obras analisadas apresentam vestígios do método intuitivo, mas não em todas as páginas.

As *figuras*, os *desenhos*, as *representações pictóricas* acabaram conquistando um novo *status* epistemológico, pois mesmo fazendo parte da história da humanidade há muito tempo (como os desenhos em pedras, em papiros, etc.), esses dispositivos, quando localizados no ambiente de ensino e para o ensino e aprendizagem, tornaram-se, a partir da pedagogia intuitiva, objetos de ensino com os quais os professores teriam que trabalhar. Não eram figuras quaisquer, mas frutos de uma cultura escolar que, cada uma, a seu tempo e com a sua finalidade, resguardava saberes para ensinar.

Das obras analisadas, representativas da pedagogia intuitiva, podemos notar em Calkins (1886) uma orientação para a Figura 2, a seguir. Ao fim da seção que tratou das primeiras ideias sobre fração, ele sugeriu o uso dessa figura, apontando para o ensino da relação entre grandezas, fazendo o dispositivo didático cumprir o papel de comparar os meios e terços (depois os terços e quartos, e assim por diante). De acordo com esse autor, o mestre deveria traçar linhas "paralelas como as do diagrama seguinte, dividindo uma dellas em duas partes eguaes, meios, ou metades, e a outra em tres partes eguaes ou terços", assim, obter-se-ia o tamanho relativo das metades, ou meios, e terços, assim como dos terços e quartos" (CALKINS, 1886, p. 324).

Figura 2 – Grandeza comparativa das metades, terços, etc.



Fonte: Calkins (1886, p. 324)

É possível afirmar que a explicação deveria ser introduzida com a figura, mediada pelo professor, que deveria significá-la em relação às grandezas. Como declarado anteriormente, a figura em si, destituída de significado de ensino, desvinculada de um saber *a ser ensinado* e/ou de um saber *para ensinar*, não cumpriria seu papel como instrumento de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, quando ela apareceu no manual de Calkins, na seção de frações, ele sugeriu levar os alunos, desde cedo, a obterem "idéas de *partes eguaes*, ou *fracções*, de objetos e numeros, assim como da grandeza comparativa dellas" (CALKINS, 1886, p. 323). O autor intentou com isso que as ideias fossem compreendidas de forma "palpável" (ibid, p. 324). Isso indicou que a figura, além de um dispositivo didático usado pelo professor, estaria servindo como material de apoio na efetivação do método intuitivo. Ainda, conforme nosso estudo, a figura representa a articulação entre o ensinar *grandezas* e *fração* a partir da observação das partes fracionadas.

Na continuação da mesma seção do manual, a figura colaborou para o discernimento, pelas crianças, sobre qual a maior fração, se a metade, se o terço. Nessa parte da obra, Calkins pediu para que as crianças desenhassem, cada uma na sua pedra, linhas semelhantes e paralelas, dividindo-as em metades e terços. O objetivo maior do autor era fazer com que as crianças sentissem, desenhando, as relações entre as frações, buscando prepará-las para compreender, mais tarde, as relações entre os números (CALKINS, 1886).

Novamente o professor se mostrou parte integrante do processo, pois, ao que tudo indica, ele deveria desenhar a figura e, logo em seguida, motivar os alunos a fazerem o mesmo desenho. Calkins pressupunha que o ensino acontecesse “[...] segundo a capacidade e aproveitamento dos alunos” (CALKINS, 1886, p. 244). Então, pela mediação do professor, a figura toma significado para o aluno, supostamente provoca a intuição sensível, o despertar das faculdades intelectuais sobre o saber a ensinar *relação entre grandezas fracionadas*.

Já na obra de Trajano, *Aritmetica Progressiva*, a figura se apresentou com formato parecido, mas em vez de linhas paralelas, o autor procurou usar retângulos paralelos, como na Figura 3, a seguir. Ela foi colocada nas primeiras páginas da seção que aborda o tema fração e, embora aparente uma pirâmide, denota o mesmo significado do exposto em Calkins (1886). Ao introduzir essa figura, Trajano também buscou abordar a relação, a comparação entre grandezas – qual é a maior fração e qual é a menor. Primeiramente, ele diz que o valor de uma fração depende de duas coisas: "A primeira é a grandeza da unidade. A segunda é o número de partes em que a unidade está dividida" (TRAJANO, 1948, p. 76).

Figura 3 – Comparação entre as frações

$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$				
$\frac{1}{4}$				
$\frac{1}{5}$				

Fonte: Refeito pelas autoras a partir da obra de Trajano (1948, p. 76)

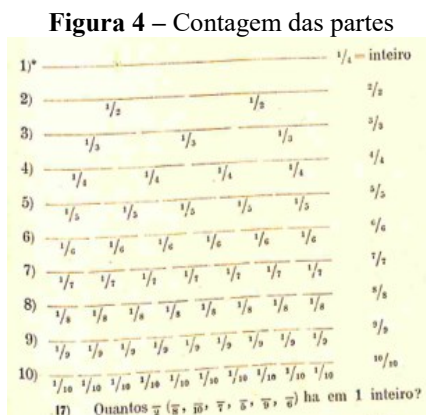
A partir dessas primeiras colocações, ele demonstrou, matematicamente, duas proposições: "1º – Quando duas ou mais frações tiverem denominadores iguais, a fração maior será a que tiver o numerador maior, e a menor, a que tiver o numerador menor"; [...] "2º – Quando duas ou mais frações tiverem numeradores iguais, a fração maior será a que tiver o denominador menor, e a fração menor será a que tiver o denominador maior" (TRAJANO, 1948, p. 76).

A Figura 3, na proposta do manual *Aritmetica Progressiva*, veio ao lado da demonstração da segunda proposição, indicando que além das instruções colocadas ao professor de como proceder com a figura, também caberia a ele entender a demonstração das proposições (a matemática com mais rigor). Isso significa que não excluía a importância e o papel das figuras na facilitação do processo de ensino e estímulo às faculdades intelectuais para compreensão dos saberes, o que nos remete aos pressupostos do método intuitivo defendido também por Trajano.

No manual de Büchler (1923), a figura em questão tomou forma e significado diferentes. Ele orientava o professor a "representar, no quadro negro, dez varas iguaes por meio de linhas rectas" (BÜCHLER, 1923, p. 26). A apropriação do autor sobre a figura, ao que tudo indica, levou-o a mobilizar e explicar, no seu manual, o significado de *contagem das partes* e o *significado de inteiro*, procurando mostrar que assim como se contam os inteiros, também se faz a contagem das frações, senão, vejamos:

Vamos assinalar as extremidades [referindo-se ao desenho que professor e aluno devem fazer nas linhas que representam as varas] por meio de pequenos traços verticais! Cada uma das linhas representa uma vara inteira, ou um inteiro. Vá partir a segunda linha em 2 partes iguais, A.! [instrui o professor para que diga o nome do resultado da divisão depois de dada a ordem aos alunos. Vá verificar si as partes são iguais, B.! [recomenda ao professor para que peça aos alunos para aferir a medida usando barbante ou régua] (BÜCHLER, 1923, p. 26).

E finaliza deixando a cargo do professor a execução da mesma tarefa na divisão em 3, 4 e demais partes, como mostra a Figura 4.



Fonte: Büchler (1923, p. 26)

Dessa forma, quando Büchler conclui dizendo: "Assim contamos: um meio, dois meios, [recomendando ao professor que vá contando as partes do desenho] um terço, dois terços, três (sic) terços, um quarto, dois quartos, três (sic) quartos, quatro quartos, um quinto, dois....." (BÜCHLER, 1923, p. 27), significa que o ensino da denominação das partes (o que é o numerador e o denominador) e o ensino das partes de um inteiro, seriam realizados. Por isso, nesse momento do ensino da "contagem de partes" e das somas que resultam em inteiros, o professor poderia facilitar o ensino por meio da figura em questão, trabalhando-a visualmente com seus alunos. Inferimos que o saber ensinado a partir do dispositivo didático, deveria levar à formalização dos *números racionais*.

Portanto, também com esse exemplo, podemos inferir que os dispositivos didáticos, na representação de figuras, tinham um destaque na vaga pedagógica intuitiva. Varas, linhas, desenhos, diagramas, todos esses objetos, acessíveis aos alunos, podiam ilustrar e provocar o raciocínio das crianças, colaborando não somente como dispositivo didático do professor, mas também como dispositivo de aprendizagem.

Veremos na seção seguinte, durante a vaga pedagógica conhecida como Escola Nova, outros autores de manuais didáticos que sistematizaram saberes com o uso de materiais didáticos, apontando, inclusive, as fragilidades na sua utilização, uma vez que os recursos, se usados indevidamente, poderiam prejudicar o aprendizado das crianças. Esses autores, como discutiremos, justificavam a importância da "participação ativa no uso e manuseio pelas crianças, de forma vivaz, sempre de acordo com as propriedades matemáticas das frações" (NOVAES, BERTICELLI, PINTO, 2020, p. 12 – tradução nossa).

3 O dispositivo na Escola Nova: olhando para os manuais de Porto (1967, 1968) e Grossniekle e Brueekner (1965)

Segundo Fiorentini (1995), a partir da década de 1920, surge no Brasil, no seio do movimento escolanovista, um modo de conceber as relações entre aluno-professor-saber matemático denominado tendência empírico-ativista.

Aqui, o professor deixa de ser o elemento fundamental do ensino, tomando-se orientador ou facilitador da aprendizagem. O aluno passa a ser considerado o centro da aprendizagem – um ser "ativo". O currículo, nesse contexto, deve ser organizado a partir dos interesses do aluno e deve atender ao seu desenvolvimento psicobiológico. Os métodos de ensino consistem nas atividades desenvolvidas em pequenos grupos, com rico material didático e em ambiente estimulante que permita a realização de jogos e experimentos ou o contato - visual e tátil - com materiais manipulativos. Epistemologicamente, entretanto, esta tendência não rompe com a concepção idealista de conhecimento. De fato, continua a acreditar que as idéias (sic) matemáticas são obtidas por descoberta. A diferença, porém, é que elas preexistem não num mundo ideal, mas no próprio mundo natural e material que vivemos. Assim, para os empírico-ativistas, o conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos. Entretanto, não existe um consenso sobre como se dá esse processo. (FIORENTINI, 1995, p. 10)

Se considerarmos a tendência empírico-ativista como uma vaga pedagógica, podemos dizer que ela abarca a intuitiva e a escolanovista. Como na seção anterior já tecemos algumas considerações sobre a primeira, agora vamos apontar apropriações do material em estudo por alguns professores da Escola Nova. Em específico, analisaremos obras relacionadas ao PABAE⁸, como a de Rizza Porto, *Frações na escola elementar* (1967) e *ver, sentir, descobrir a aritmética* (1968)⁹; o manual de Foster Grossniekle e Leo Brueekner, intitulado *O ensino da aritmética pela compreensão*, (1965b).

A Escola Nova ou Escola Ativa primava pela atividade espontânea do aluno e a autoformação, difundindo a facilitação da aprendizagem, que deveria ocorrer dentro da vida, onde aprender era modificar a realidade. Nessa perspectiva, a sala de aula era tida como um laboratório de aprendizagem.

Segundo Grossniekle e Brueekner¹⁰ (1965a), esse laboratório para o ensino da aritmética na escola elementar deveria ser equipado de materiais exploratórios, visuais e simbólicos. Ainda segundo esses autores: “os exploratórios eram os materiais manipuláveis; os visuais, os cartazes, as gravuras; e uma página de explicações, num livro de exercício, uma lista de problemas ou uma série de exemplos são modelos de material simbólico” (ibid., p.89).

⁸ "O Programa de Assistência Brasileiro-Americano ao Ensino Elementar (PABAE) é um órgão conjunto do governo federal do Brasil, do Governo de Minas Gerais, e do governo dos Estados Unidos da América do Norte, destinado ao aperfeiçoamento de professores" (PORTO, 1968, p.165).

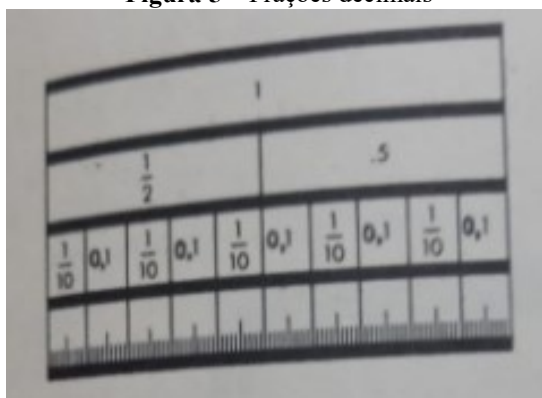
⁹ Embora as obras de Porto cronologicamente pertençam a tempos classificados como Movimento da Matemática Moderna, os autores deste texto a consideram como pertencente à vaga pedagógica anterior ao Movimento, visto que suas sistematizações não abordam a matemática como estrutura.

¹⁰ Autores de *O ensino da aritmética pela compreensão* (volumes I e II). Essas obras foram traduzidas por Olga Barroca; Helena Lopes; Rizza de Araújo Porto; Evangelina Meireles de Miranda e Regina de Almeida. A tradução e publicação foi em colaboração com o Setor de Recursos Técnicos da Aliança – Agência Norte – Americana para o Desenvolvimento Internacional – USAID. (GROSSNIEKLE; BRUEEKNER, 1965, s/n).

Esses autores, subsidiados pela Psicologia da Aprendizagem, afirmavam que o ensino deveria se iniciar pelo desenvolvimento das habilidades das crianças em relação aos materiais manipuláveis e visuais para, depois, passar gradativamente para o simbólico. Também consideravam que na aprendizagem pela compreensão é mais importante o processo do que o resultado alcançado pelo aluno.

Assim, olhando para o manual didático de autoria de Grossnickle e Brueckner (1965b), e tendo em vista a concepção deles, o dispositivo didático que investigamos mostra que a intenção era de que o professor, de posse do dispositivo, levasse as crianças a manipularem uma figura, ou um material concreto que fosse semelhante a uma régua, como na Figura 5.

Figura 5 – Frações decimais



Fonte: Grossnickle e Brueckner (1965b, p. 367)

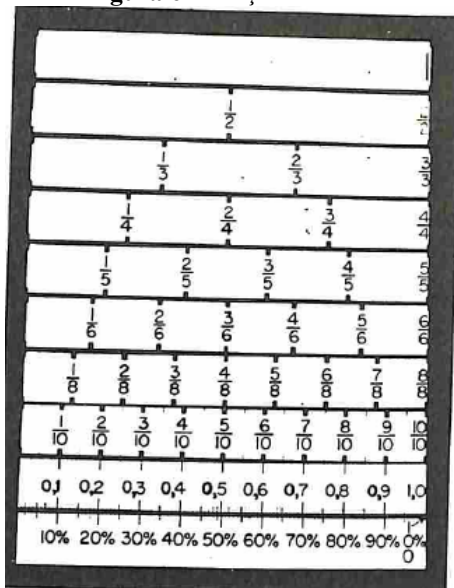
A partir da Figura 5 é possível perceber que o material tinha por base uma régua milimetrada na qual 1 inteiro poderia ser representado em décimos e centésimos. O inteiro poderia ainda dividir-se em 2 meios, sendo o meio dado na forma fracionária e decimal. Seguia dividindo o mesmo inteiro em 10 partes (3ª linha) representadas na forma fracionária e decimal. Igualmente procedia ao dividir em 100 partes (4ª linha). Por meio da observação da figura, $\frac{1}{2}$ seria equivalente a 5 partes de $\frac{1}{10}$, ou 5 partes de 0,1. Havia a noção de comparação entre a representação fracionária e decimal, relacionadas à ideia de medida.

Grossnickle e Brueckner recomendavam ao professor que solicitassem aos alunos o emprego de dispositivo próprio para o trabalho com os decimais e frações decimais, caracterizando um certo ensino por meio de material exploratório. Assim, a partir das experiências significativas, os alunos chegariam ao simbólico, às generalizações:

O aluno usa seu material para demonstrar o valor de diferentes números expressos em centésimos. É importante, para êle (sic), descobrir que 10 centésimos, ou 0,10, têm o mesmo valor que um décimo, ou 0,1 e vice-versa. Para lidar com centésimos, o professor deve usar o mesmo plano sugerido para os décimos. Depois que o aluno teve uma grande variedade de experiências significativas com material exploratório e visual, deve ser capaz de fazer generalizações relacionadas às frações decimais, como exemplo: "o número de casas decimais em uma fração decimal é igual ao número de zeros no denominador de uma fração ordinária equivalente (p. 366-367).

Podemos inferir, pela proposta pedagógica apresentada pelos respectivos autores, que a pedagogia escolanovista estava subentendida no planejamento de uso com o dispositivo. Nesse sentido, ela podia ser observada quando da proposição dos saberes a ensinar, bem como da escolha desses saberes (como as frações decimais relacionadas aos decimais).

Figura 6 – Frações decimais



Fonte: Grossnickle e Brueckner (1965b, p. 367)

Na Figura 6, é possível verificar, por exemplo, que $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$, com cada quartos ocupando uma posição no segmento, ora $\frac{1}{4}$, ora $\frac{2}{4}$, ora $\frac{3}{4}$ até $\frac{4}{4}$. Podemos ainda inferir que os autores, além da relação entre a representação fracionária, decimal e de medida, ampliam a fração ao trazer, também, a representação percentual.

O diagrama mostra a organização simétrica das casas, no sistema de numeração, com as casas correspondentes estabelecidas em relação à casa das unidades. A casa das unidades é o ponto de referência para a identificação de um lugar na escala numérica. (GROSSNICKL; BRUECKNER, 1965b, p.368).

Segundo os autores, era evidente que a operação com frações decimais era mais fácil para o aluno do que a operação com frações ordinárias¹¹, de modo que colocar em prática o contrário configuraria uma sequência de ensino "defeituosa" (ibid. p. 368).

Com o mesmo intuito que GROSSNICKL; BRUECKNER (1965), Porto (1967) também apontou os usos de materiais manipuláveis (dispositivos didáticos) para compor os momentos de ensino e aprendizagem. Segundo a autora:

No ensino de frações como experimentamos, fizemos com que os significados aritméticos brotassem da manipulação e da visualização com propósitos específicos. Desta maneira o símbolo viria como o registro de idéias (sic) atingidas através de material exploratório, garantindo-se assim a compreensão. (PORTO, 1967, p. 20)

¹¹ Grossnickle e Brueckner (1965b) tinham essa concepção e, inclusive, traziam como referência o autor em quem se apoiavam: JOHNSON (J. T.) "Decimal versus Common Fractions", *The Arithmetic Teacher*, 3: 201-203.

Assim, verificou-se a defesa do uso do material manipulativo e visual para a construção de conceitos adequados ao significado das frações, bem como para o entendimento de que esses materiais podem ajudar as crianças a superar a dificuldade da compreensão desse conceito. Desse ponto de vista, asseverou-se que é responsabilidade do professor justificar cientificamente o uso de material concreto e também ajudar o aluno no processo de transição do concreto para o abstrato, pela redução do uso de objetos e gravuras. Em outras palavras, o professor precisaria saber quando e por qual motivo usar os materiais concretos no ensino da aritmética e, por conseguinte, no ensino dos saberes a ensinar.

A autora também discutiu as ideias que uma fração envolve: parte e todo; fração como uma técnica de medir, na qual uma grandeza é comparada à outra; como razão, com uma divisão. Na Figura 7, podemos visualizar que o dispositivo é manipulável. Porto orientou a construção do material, o qual se constituiu por um suporte quadrado de madeira ou um cartaz de pregas e cartões representando o inteiro e as partes fracionárias do inteiro, estas últimas podiam ter cores diferentes para cada grupo fracionário.

Figura 7 – Divisão entre frações¹²



Fonte: Porto (1968, p. 124)

Também fazia parte do material um grupo de 10 cartões, mostrando a unidade dividida em décimos, e um cartão dividido em décimos e subdividido em centésimos. Como podemos verificar em Grossnickle e Brueckner (1965) e em Porto (1968), o mesmo dispositivo poderia cumprir funções semelhantes no ensino de frações.

No entanto, havia ainda outro uso do dispositivo, o qual está ilustrado na Figura 8. A mesma autora, Rizza Porto, propõe trabalhar o material para ensinar o conceito de frações equivalentes. Explica ela: “O objetivo (é) de levar a criança a descobrir que 2 ou mais frações de denominadores diferentes podem ser designadas sob uma denominação comum” (PORTO, 1968, p.179). Dessa forma, o dispositivo poderia disparar a interpretação sobre partes de um inteiro, depois levar a comparação entre grandezas e, após, mostrar a equivalência de frações.

¹² A figura 7 aponta uma aluna resolvendo o problema anunciado: em quantos doze avos eu preciso fazer um quarto? $\frac{1}{4}$ é igual a quantos oitavos?

Diferentemente de uma comparação que objetiva saber qual fração é maior ou menor – como visto em Calkins ou Trajano –, pelo dispositivo desenhado na Figura 8, o professor deveria considerar outro tipo de relação, qual seja, de que as frações das linhas de cima são o dobro das que aparecem embaixo, isto é: $\frac{1}{2}$ é o dobro de $\frac{1}{4}$ que é o dobro de $\frac{1}{8}$, e assim por diante. Isso transmitiria a ideia de que 2 de $\frac{1}{4}$ se faz $\frac{1}{2}$, e assim se concluiria que $\frac{2}{4}$ são $\frac{1}{2}$. Percebe-se que o ensino tendia ao conceito de *classes de equivalências* ou *frações equivalentes*. A partir do ensino desse saber *a ensinar*, o professor poderia seguir à próxima etapa: ensinar a realizar as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Figura 8 – Adição e subtração de frações de denominadores diferentes

1							
$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

1											
$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

Fonte: Porto (1967, p. 179)

Porto ainda recomendou o uso do mesmo material para se trabalhar outros assuntos relacionados à fração. No livro *Ver, sentir, descobrir a aritmética* (1968), ela anunciou os possíveis usos do quadro de frações:

- (1) Desenvolvimento do conceito de um inteiro e das várias partes iguais da unidade;
- (2) Compreensão do verdadeiro sentido e uso termos: numerador - o número de partes; denominador - o tamanho das partes.
- (3) Comparação exata e aproximada das frações.
- (4) Relações entre frações de denominadores diferentes.
- (5) Relação entre frações de denominadores diferentes.
- (6) Transformações de frações em termos (sic) menores ou maiores, por exemplo: - a equivalência de frações pode ser evidenciada, colocando-se o grupo de quartos na peça corrediça próxima à dos oitavos, à dos meios ou dezesseis avos.
- (7) Descobrimto e demonstração dos princípios e regras envolvidos nos 4 processos fundamentais com as frações. (PORTO, 1968, p. 120)

A autora continuou pontuando mais 12 possibilidades com o uso do quadro, quais sejam: soma e operações com denominadores diferentes, a ideia de razão envolvida numa fração, a ideia de divisão de uma fração por outra, com perguntas do tipo *quantos oitavos há em $\frac{1}{2}$* , comparação entre o conceito relativo às várias partes decimais de uma unidade, relação de equivalência entre frações decimais e ordinárias, relações entre inteiro, décimos e centésimos, adição e subtração de frações decimais. Vale ressaltar o que Porto propunha nas suas recomendações: o ensino de saberes associados à manipulação e à visualização de materiais exploratórios. Ela própria vinha sugerindo que o caminho fosse esse, visto que já havia experimentado com as crianças ("no ensino de frações como experimentamos" [...] - trecho dela, o qual já citamos), mostrando que os saberes propostos por ela, saberes *para ensinar* fração, não se distanciavam do ensino com os materiais exploratórios, provocando a compreensão dos alunos e estando de acordo, desse modo, às proposições da cultura escolar e à proposta pedagógica do período em que ela testou e amadureceu suas ideias.

4 O dispositivo na Matemática Moderna: olhando para os manuais de Sanchez e Liberman (1969), Sangiorgi (1965 e Ferreira e Carvalho (s.d.)

Quando, no Brasil, falamos do Movimento da Matemática Moderna, o nome de Manhúcia Perelberg Liberman e Lucília Bechara Sanchez são mobilizados para a discussão. Esse Movimento, como proposta de modernização da matemática escolar, teve essas professoras como protagonistas, visto os cursos ministrados por elas e a coleção de livros para o ensino primário – *best sellers* do período –, também escritos por elas.

Outro protagonista foi o professor e autor de livros didáticos Osvaldo Sangiorgi. Em 1965 publicou o livro *Matemática Curso Moderno* para cursos ginásiais pela Companhia Editora Nacional, baseado no ideário do MMM, com modelo estruturalista, ênfase na linguagem de conjuntos e com projeto editorial inovador. A mesma editora, possivelmente entendendo a projeção do Movimento, convidou Liberman para escrever um livro direcionado ao ensino primário. Por sua vez, essa professora convidou Lucília Bechara Sanchez e Anna Frank para integrar a equipe de autoras.

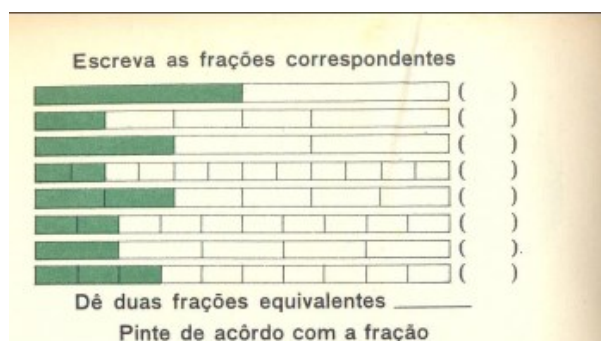
Na coleção que as professoras elaboraram, composta de 4 livros, denominada de *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar*, observamos algumas características desse Movimento: as atividades se mostravam agrupadas por objetivos, com um vocabulário específico, com enunciados curtos e imperativos, cabendo às ilustrações o protagonismo das explicações. Dentro da concepção estruturalista da matemática defendida pelo MMM, e no que diz respeito às propostas para o ensino das frações, priorizavam o ensino por meio das relações.

Também, dentre os autores do mesmo período, encontramos a obra de Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, intitulada *Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário: metodologia e didática* (v. 5, s. d). "O material é um livro destinado às professoras do ensino primário. Contém notas pedagógicas (decálogo do professor) e a divisão da matéria a se ensinar, por meses e tópicos (planejamento para o professor)", ainda, contém "algumas imagens, figuras ilustrativas, em preto e branco" (HISTÓRIA da Educação Matemática, 2021). Um fato que comprova a circulação desse material é o seu uso pela professora Myriam Boardman de Oliveira, que atuou em escolas primárias e normais da cidade de Juiz de Fora nas décadas de 1960 e 1970.

Na análise dos manuais de Sanchez e Liberman (1969), Sangiorgi (1965) e Ferreira e Carvalho (s.d.), vemos indícios da matemática moderna, tais como: organização dos conteúdos de forma lógica, conteúdos relacionados pela teoria de conjuntos e baseado nas estruturas matemáticas; quanto ao saber fração, este vinha articulado a representações numéricas e pictóricas, as quais eram apresentadas, concomitantemente, para se desenvolver ideias a fim de gerar a compreensão e análise das relações entre as quantidades representadas pelos números fracionários.

Sobre o dispositivo didático que investigamos nas obras de Sanchez e Liberman, ele apareceu no 4º volume, de 1969. A Figura 9, a seguir, mostra como o dispositivo era representado na obra das autoras para resolver exercícios que envolviam o conceito de frações equivalentes. Utilizando a observação do dispositivo didático, os alunos deveriam perceber que havia uma correspondência entre linhas com partes hachuradas de mesma dimensão, por exemplo: a 3ª linha (de cima para baixo), com representação de $\frac{1}{3}$, corresponde à quinta linha, com dimensão de $\frac{2}{6}$. Assim, presumimos que o dispositivo poderia ser utilizado para o aluno construir, pela observação, o conceito de fração equivalente.

Figura 9 – Exercício de frações equivalentes



Fonte: Sanchez e Liberman (1969, p. 148)

Sangiorgi (1965) também se utilizou de dispositivo didático para o ensino de frações. Encontramos na sua publicação *Matemática Curso Moderno* para cursos ginásiais, primeira série ginásial, na seção *Quadro de algumas unidades fracionárias*, Figura 10, uma ilustração semelhante à que temos tratado aqui. Tal ilustração foi utilizada como apoio visual no cálculo de metades de unidades fracionárias: Que é $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$? Que é $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5}$?

Figura 10 – Quadro de algumas unidades fracionárias

QUADRO DE ALGUMAS UNIDADES FRACIONÁRIAS																					
1																					
$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{2}$															
$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$									
$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$						
$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$	
$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$													
$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{6}$						
$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$	
$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{5}$									
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	

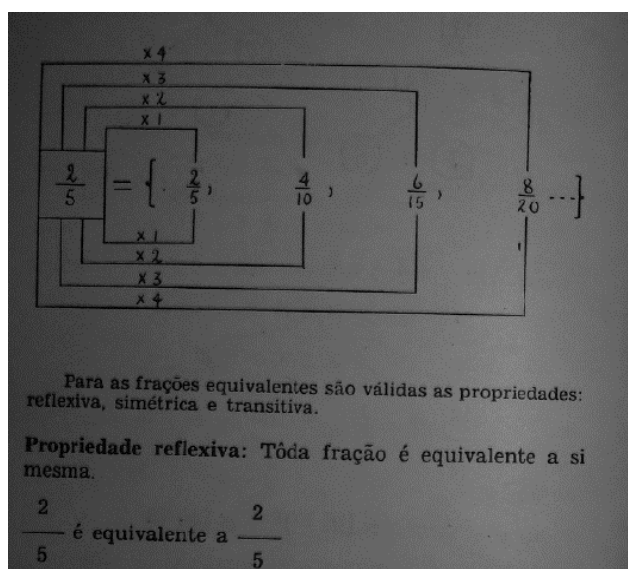
Fonte: Sangiorgi (1965, p. 173)

As atividades propostas que mobilizaram o dispositivo referiam-se a preliminares para introduzir o conceito de equivalência. Nesse sentido, o autor compreendeu que a noção de equivalência entre as frações que apresentavam termos diferentes, mas tinham o mesmo valor (colorido), poderia ser percebida através dos exercícios de fixação (do Grupo 35). (ibid, p. 174).

A utilização de figuras para complementar as definições foi o recurso trabalhado pelo autor em todo o livro. Elas ganharam espaço com atividades de representação de frações, denominadas de *exercícios de fixação*, em que eram exploradas a visualização e o reconhecimento das frações como parte-todo, indicando que Sangiorgi considerava o ensino da fração pelos dados extraídos de figuras.

Durante a pesquisa, ao olharmos o material de Ferreira e Carvalho (s.d.), percebemos indícios do ideário da matemática moderna no qual encontramos um outro dispositivo didático para o ensino das frações equivalentes. Os autores usaram um outro modelo, como ilustrado na Figura 11.

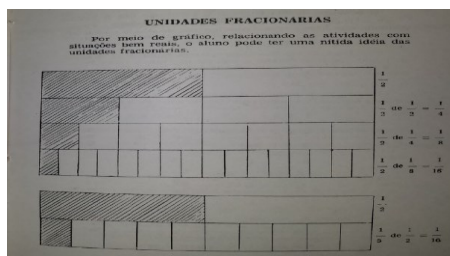
Figura 11 – Classe de equivalência da fração $\frac{2}{5}$



Fonte: Ferreira e Carvalho (s.d., p. 148)

Na ilustração da Figura 11 é possível perceber a linguagem estruturalista (propriedades da relação de equivalência: reflexão, simetria e transitividade), característica do MMM. Na sequência, os autores enfatizaram as propriedades das frações equivalentes, de modo que objetivaram mostrar aos professores como verificar as propriedades *reflexiva*, *simétrica* e *transitiva*.

Páginas à frente, surgiu o dispositivo didático que investigamos, Figura 12, o qual estava relacionado ao conceito de multiplicação entre frações. Ao iniciar as unidades intituladas, respectivamente, "Fração: problemas, redução e comparação" e "Operações: adição, subtração, multiplicação e divisão", os autores chamaram atenção a um gráfico para a visualização da unidade fracionária. Comentaram: "o professor levará o aluno à conclusão que a palavra 'de' entre frações indica a operação multiplicação" (FERREIRA; CARVALHO, s.d., p.160).

Figura 12 – Operação fração de fração

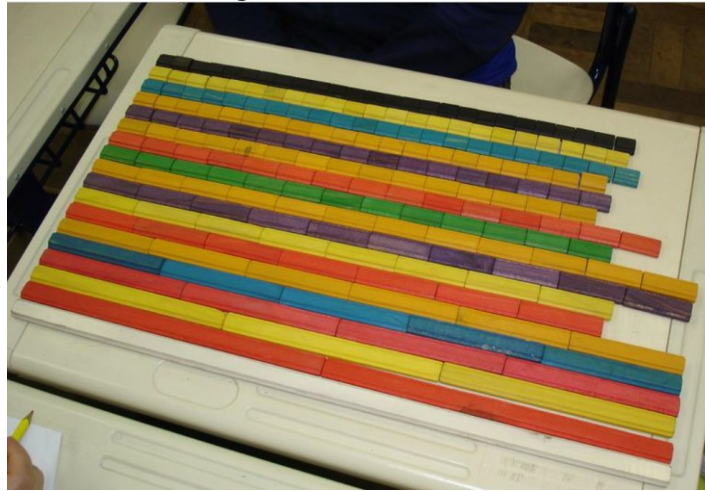
Fonte: Ferreira e Carvalho (s.d, p. 159)

Desse modo, compreendemos as alterações de significados e os diferentes usos que estiveram e estão atrelados ao dispositivo, mesmo que elementos comuns como *observação* e *comparação entre as partes e o todo* permaneçam nos modelos encontrados. O caso de Ferreira e Carvalho (s.d.) é um exemplo disso. O objeto observado foi o mesmo averiguado em outros referenciais de datas mais distantes, porém, a orientação apresentada em Ferreira e Carvalho (s.d.) foi a de levar o aluno à percepção de outro saber a ensinar (outro objeto), qual seja, a *fração de uma fração*, ou multiplicação de frações. Logo depois, sem a figura, o manual trouxe ao professor a sugestão de exercícios para que os alunos fossem conduzidos a transformar suas primeiras ideias, fazendo agir a abstração a partir da observação do dispositivo. Ao final, caberia então ao professor trabalhar os processos psíquicos dos alunos a fim de atingir as finalidades da aprendizagem do conteúdo, recorrendo, para isso, ao dispositivo.

5 O dispositivo em tempos atuais: o Frac-Soma 235

O *Frac-Soma 235* é um material de autoria de Roberto Ribeiro Baldino (Pereira, 2009; Rezende *et al.*, 2013; Melo *et al.*, 2016). Elaborado durante suas experiências com professores da rede de ensino básico e alunos da graduação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em meados de 1983, 1984, hoje, o dispositivo vem sendo comercializado pela empresa YNAITSABES – Jogos & Estilos, dirigida por Carlos Antônio Sebastiany e, mediante este cenário, em 2017, o Frac-Soma voltou a ser produzido e ofertado no mercado dos jogos.

Conforme figura a seguir, trata-se de um material constituído por uma barra que representa uma unidade, e outras barras, do mesmo tamanho da primeira, subdivididas pelos múltiplos de 2, 3 e 5. O material é composto por 235 peças, assim divididas: 1 peça branca; 2 peças vermelhas; 3 peças amarelas; 4 peças vermelhas; 5 peças azuis; 6 peças laranja; 8 peças vermelhas; 9 peças amarelas; 10 peças roxas; 12 peças laranjas; 15 peças verdes; 16 peças vermelhas; 18 peças laranjas; 20 peças roxas; 24 peças laranjas; 25 peças azuis; 27 peças amarelas; 30 peças pretas. O número 235 vem do fato da fração, representada por cada uma das peças, derivar da divisão do inteiro por um número composto gerado pela combinação das potências de 2, 3 e 5.

Figura 13 – Frac-Soma 235

Fonte: Pereira (2009, p. 34)

Para essa discussão, trouxemos alguns textos acadêmicos que abordaram esse material no ensino de fração, como: Pereira (2009), Rezende *et al.* (2013) e Melo *et al.* (2016). De acordo com o objetivo anunciado nesses trabalhos, o uso do material pode variar: para comparação entre frações, para realização das operações e para o trabalho com as classes de equivalência, prevalecendo o uso do material pelos alunos, para que possam falar do que estão internalizando, estando, assim, efetivamente aprendendo. Tendo isso em vista, pela comparação que realizamos entre os autores citados nesta seção e aqueles de manuais anteriormente analisados, ao que tudo indica, inferimos que o Frac-Soma 235, em tempos atuais, vem carregado também das possibilidades já previstas em outros tempos, por outros autores. Porém, sem o acesso ao documento original de Baldino, não pudemos avançar na explanação dos saberes *a e para ensinar* atrelados ao Frac-Soma 235.

6 Considerações finais

Inicialmente, ao observar o mesmo dispositivo aparecendo em manuais didáticos de períodos distintos, procuramos discutir acerca das transformações que ele poderia ter sofrido ao servir como objeto de atividades escolares. O dispositivo em questão, guardada as devidas proporções, manteve-se com estrutura semelhante a *linhas* ou *retângulos* paralelos, um desses elementos representando o inteiro e os demais sendo seccionados em partes iguais.

Ao problematizar a forma com que os autores de manuais sistematizaram os saberes para o ensino de frações, apropriando-se do mesmo dispositivo didático, selecionamos obras representativas de cada vaga pedagógica, como a de Calkins (1886), Trajano (1948), Büchler (1923), Porto (1967, 1968), Grossniekle e Brueekner (1965), Sanchez e Liberman (1969), Sangiorgi (1965), Ferreira e Carvalho (s.d.), além de outros autores que comentaram sobre a produção do Frac-Soma 235, de autoria de Baldino (1986). Questionamos: de que forma os autores estudados sistematizaram saberes para o ensino de frações apropriando-se do mesmo dispositivo didático? Supomos que o instrumento em questão poderia compor um dos saberes de referência para a docência, saberes *a* ensinar e saberes *para* ensinar fração.

Conforme observado em manuais de autores adeptos da pedagogia intuitiva, o dispositivo foi utilizado para mobilizar saberes relacionados às figuras para disparar, por meio da observação, da compreensão da relação entre grandezas e também da ideia de contagem das partes (fracionárias). Ambas as abordagens eram preparadas para se chegar ao conceito de número fracionário. Assim, a depender da obra para ensinar selecionada pelo professor, teria que conhecer e saber usar suportes materiais diferentes, como figuras com linhas desenhadas, ou retângulos paralelos uns aos outros. Também teria que se atentar às recomendações de uso do dispositivo com os alunos, como visto em Calkins, por exemplo. Os saberes abarcados nas instruções para cada atividade de ensino, como as explicações vinculadas aos dispositivos e os modos de trabalho, que ficariam a cargo do professor e o “psíquico” das crianças, finalizariam a atividade prevista para uma aula. Que saberes são movimentados quando o professor ensina algo a alguém.

Da pedagogia intuitiva para o movimento da Escola Nova, o dispositivo que analisamos passa de um material observável para outro manipulável, seguindo os preceitos do período escolanovista. Em Grossniekle e Brueekner (1965), os saberes *a* e *para* ensinar, trabalhados com o dispositivo como figura, perpassam a observação dos alunos na intenção de que estes percebam a relação entre número e numeral, partes do todo, soma e subtração de frações e relações entre número fracionário e decimal.

Em Porto (1967, 1968) os saberes de referência condensados pelo dispositivo estão vinculados ao uso de materiais manipuláveis, tal qual um quadro de madeira ou uma cartolina. A Figura 7 ilustra bem esse conceito. Nela, podemos ver uma criança observando e manipulando os objetos. A autora recomenda diferentes usos para o mesmo material, abordando o saber como: desenvolvimento do conceito de um inteiro e das várias partes iguais da unidade; comparação exata e aproximada das frações; transformações de frações em termos menores ou maiores, entre outros. Isso significa que, ao sistematizar saberes em seus manuais didáticos, a autora teria experienciado apropriações distintas acerca do mesmo instrumento. Os modos de uso elencados por ela denotam a quantidade de possibilidades enxergadas pela autora durante sua sistematização. Os saberes para o professor ensinar fração, vistos em Porto (1967, 1968), deixam claro que o dispositivo deveria estar a serviço de uma adequada articulação entre os saberes *a ensinar* e os saberes *para ensinar*.

Em tempos de matemática moderna, Sanchez e Liberman (1969) produziram saberes *a e para ensinar* frações com o mesmo dispositivo didático. Os autores tinham por objetivo fazer com que o aluno construísse o conceito de fração equivalente pela observação do dispositivo, levando-o a pensar e agir, concretizando suas abstrações. Já Sangiorgi (1965), apropriando-se dos usos do dispositivo, sistematizou saberes sobre a abordagem de fração como números, diferenciando a ideia de número e numeral. Por meio do material, sistematizou saberes envolvendo a ideia de número fracionário. Propôs atividades mobilizando o dispositivo na forma de figura, a fim de abstrair, generalizar e criar, concretizando propriedades lógicas sobre números fracionários.

É importante ainda ressaltar que o dispositivo, atualmente conhecido como Frac-Soma 235, carrega as impressões das possibilidades sistematizadas, transformadas e adaptadas por personagens da História da Educação Matemática que não necessariamente são de tempos recentes. Talvez até pareça, para alguns, que o Frac-Soma é uma materialização nova para o ensino de frações. Porém, ao que tudo indica, os saberes inerentes a ele são os vestígios de ressignificações de diferentes apropriações depositadas por professores e autores de manuais pedagógicos.

Assim, nosso estudo indica que um dispositivo didático se revela como um dos elementos constitutivos da articulação entre saberes *a ensinar* e saberes *para ensinar* matemática, indicando saberes de referência para a formação e para o ensino em diferentes tempos históricos. Além disso, evidencia a relevância do estudo da História da Educação Matemática na formação do futuro docente, visto que acreditamos que a análise de representações de práticas de outros tempos pode subsidiar a reflexão sobre novas práticas.

Referências

- BALDINO, R. R. **Material Concreto: Frac – Soma 235**. Campo Bom: Casquinha – Material de Apoio Pedagógico, 1983.
- BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A Matemática a Ensinar e a Matemática para Ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar**. Volume III, 2 ed. São Paulo: Melhoramentos, 1923.
- CALKINS, N. A. **Primeiras Lições de Coisas**: manual de ensinamento elementar para uso dos pais e professores. 40 ed. Tradução Ruy Barbosa de Oliveira. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1886.
- DYNNIKOV, C. M. S. S. Representações de aritmética no livro de Georg Büchler. **Revista de História da Educação Matemática**. 2, n. 1, p. 96-116, 2016.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetikê** Ano3-nº4, 1995.
- GROSSNICKLE, F.E.; BRUECKNER, L.J. **O Ensino de Aritmética pela Compreensão**. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura, 1965a. v.1.

GROSSNICKLE, F.E.; BRUECKNER, L.J. **O Ensino de Aritmética pela Compreensão**. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura, 1965b. v.2.

HISTÓRIA da Educação Matemática. **Banco de Dados do Repositório Institucional da UFSC**. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/15983>. Acesso em: 02 agosto 2021.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Rita Hofstetter e Wagner Rodrigues Valente (Org.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

FERREIRA, T; CARVALHO, H. **Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário: metodologia e didática**. São Paulo: Editora Renovada Ltda, s/d. v.5.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

MELO.M.et al. Ensino de Fração: uma experiência com o frac-soma 235. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013, São Paulo. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2016. p.1-10.

NOVAES, B. W. D.; BERTICELLI, D. G. D.; PINTO, N. B. Guidelines on the Use of Teaching Materials for Teaching Fractions in the Brazilian Primary Course (1930-1970). **Pedagogical Research**, 5(3), em0065. <https://doi.org/10.29333/pr/8221>

OLIVEIRA, R. B. Prefácio do tradutor. In: CALKINS, N. A. **Primeiras Lições de Coisas: manual de ensinamento elementar para uso dos pais e professores**. 40 ed. Tradução Ruy Barbosa de Oliveira. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1886.

OLIVEIRA, M. A. A escola elementar de Pestalozzi e Calkins: como ensinar número? **Revista Linhas**. Florianópolis, v. 16, n. 31, p. 173 – 201, maio/ago. 2015.

OLIVEIRA, M. A. Pedagogia Intuitiva da Escola Elementar de Pestalozzi: como se ensinava Aritmética? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, vol. 31, nº 59, dez. 2017b. DOI: 10.1590 / 1980-4415v31n59a08

OLIVEIRA, M. A. **A Aritmética Escolar e o Método Intuitivo**: um novo saber para o curso primário (1870-1920). Tese (Doutorado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo/Unifesp, Guarulhos/SP, 2017a.

OLIVEIRA, M. A. VALENTE, W. R. A Aritmética, a Pedagogia Moderna e a Formação de Professores. In: Miguel Chaquiam, Ana Carolina Costa Pereira. (Org.). **Série história da matemática e da educação matemática para o ensino**. 1ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019, v. 10, p. 1-82.

PEREIRA, M. C. M. **Construindo FRAC-SOMA 235 e Conhecimento no Ensino Básico**. Trabalho de conclusão de curso - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p.78. 2009.

PORTO, R. A. **Frações na Escola Elementar**. 4. ed. Belo Horizonte: Editôra do Professor, 1967. Disponível em:<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/169836>.

PORTO, R.A. **Ver, Sentir, Descobrir a Aritmética**. 9. ed. Rio de Janeiro: Editôra Nacional, 1968.

RAMIRES, K.; FRANÇA, D. M.; SANTOS, E. S. C. Saberes Necessários para Ensinar Fração em Tempos de Pedagogia Intuitiva. **Histemat**, SBHMat, v. 7, p. 1-21, 2021.

REZENDE, W. M. et al. (RE) construindo o conceito de número racional. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p.1-8.

SANCHEZ, L. B.; LIBERMAN, M. P. **Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar**, 4º vol. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2ª edição, 1969.

SANGIORGI, O. **Matemática Curso Moderno para Cursos Ginasiais** – 1, 5ª edição. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1965.

SCHNEUWLY, B. Le travail enseignant. In: SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. (orgs). **Des objets enseignés en classe de français** – Le travail de l’enseignant sur la rédaction de texts argumentatifs et sur la subordonnée relative. Rennes, FR: Presses Universitaires de Rennes, 2009, p. 29-43. Tradução Sandoval Nonato Gomes Santos. Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2011 [Uso restrito].

TRAJANO, A. B. **Aritmetica Progressiva**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1948.

VALDEMARIN, V. T. O Método Intuitivo: os Sentidos como Janelas e Portas. In Dermeval Saviani et al. **O Legado Educacional do Século XIX** (pp. 81-125). Campinas: Autores Associados, 2014.

VALENTE, W. R. História e Cultura em Educação Matemática: a produção da matemática do ensino. **REMATEC**, 15(36), p. 164-174, 2020.