Traité d'arithmétique théoripratique... suivi de problèmes pratiques sur la géométrie, l'aréage, la stéréométrie, la [...]

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE

THÉORI-PRATIQUE,

CONTENANT

La théorie des opérations fondamentales, et leur application aux nombres entiers, aux fractions décimales, aux fractions absolues, aux nombres métriques et aux nombres complexes; la théorie et l'application des rapports des nombres, de la méthode de l'unité, des équations et des proportions, et leur application au calcul des intérêts, des escomptes et des rentes, aux répartitions de gain et de perte, aux alliages, mélanges, etc., etc.; la théorie et l'application des progressions et des logarithmes;

Suivi de

PROBLÈMES PRATIQUES SUR LA GÉOMÉTRIE, L'ARÉAGE, LA STÉRÉOMÉTRIE, LA GÉOGRAPHIE, LE CALENDRIER, LA PHYSIQUE, ETC., ETC.;

ACCOMPAGNÉ DE

Plus de 3000 exercices et problèmes gradués, destinés à simplifier la tâche des professeurs, et à hâter les progrès des élèves;

Terminé par un

COURS PRATIQUE DE LA TENUE DES LIVRES;

Par M. **VIGNEAU**, Instituteur du degré supérieur.

L'Arithmétique raisonnée est le gymnase de l'intelligence.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit. OV.

SE TROUVE

A PARIS, chez HACHETTE, libraire, rue Pierre-Sarrazin, 12;
A CHARTRES, chez GARNIER, imprimeur-libraire;
A PONT-AUDEMER, chez DUGAS-LECOMTE, imprimeur-libraire,
et chez l'AUTEUR.

1844

TRAITÉ

D'ARITHMÉTIQUE

THÉORI-PRATIQUE.

Édition des Professeurs.

TRAITÉ

D'ARITHMÉTIQUE

THÉORI-PRATIQUE.

Édition des Professeurs.

ERRATA.

Pages
10, n° 52, rétrograndant, *lisez* rétrogradant.
13, ligne 13, après 0, *ajoutez* $8-3=5$.
17, dern. col., 14e rép., *lisez* 18249.
21, exerc. n° 206, 1re rép., *lisez* 65360.
21, id. 2e col., 2e opér., *lisez* $\times$ 480
30, n° 147, exemple, *lisez* 4015284.
37, n° 187, 996891 doit être 998001.
40, 3°, ligne 3, 4 doit être 1.
40, à la fin de l'opération, *lisez* $2a\times b+b^2=176$.
44, 2e colonne, ligne 8, *lisez* 970299.
45, n° 208, exerc., 5e opér., le 1er chiffre est 9.
47, 2e rép., *lisez* 711,559.
47, 3e rép., *lisez* 220,302.
48, n° 230, 7e rép., *lisez* 22,0863.
Id. 8e rép., *lisez* 436,2209.
Id. 9e rép., *lisez* 975,68504.
Id. 10e rép, *lisez* 1894,773.
49, n° 234, exer., 2e col., 1re ligne, *lisez* $\times$ 6,76.
63, supprimez la 8e ligne des exercices.

TRAITÉ
D'ARITHMÉTIQUE
THÉORI-PRATIQUE,

CONTENANT

La théorie des opérations fondamentales, et leur application aux nombres entiers, aux fractions décimales, aux fractions absolues, aux nombres métriques et aux nombres complexes; la théorie et l'application des rapports des nombres, de la méthode de l'unité, des équations et des proportions, et leur application au calcul des intérêts, des escomptes et des rentes, aux répartitions de gain et de perte, aux alliages, mélanges, etc., etc.; la théorie et l'application des progressions et des logarithmes;

Suivi de

PROBLÈMES PRATIQUES SUR LA GÉOMÉTRIE, L'ARÉAGE, LA STÉRÉOMÉTRIE, LA GÉOGRAPHIE, LE CALENDRIER, LA PHYSIQUE, ETC., ETC.;

ACCOMPAGNÉ DE

Plus de 3000 exercices et problèmes gradués, destinés à simplifier la tâche des professeurs, et à hâter les progrès des élèves;

Terminé par un

COURS PRATIQUE DE LA TENUE DES LIVRES;

Par M. VIGNEAU, Instituteur du degré supérieur.

L'Arithmétique raisonnée est le gymnase de l'intelligence.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit. OV.

SE TROUVE

A PARIS, chez HACHETTE, libraire, rue Pierre-Sarrazin, 12;
A CHARTRES, chez GARNIER, imprimeur-libraire;
A PONT-AUDEMER, chez DUGAS-LECOMTE, imprimeur-libraire,
et chez l'AUTEUR.

V

1844

Imprimerie de GUIRAUDET et JOUAUST,
315, rue Saint-Honoré.

MOTIFS ET PLAN

DE L'OUVRAGE.

Les bons traités d'arithmétique ne manquent pas : Bezout, Bourdon, Lacroix, Reynaud, Olivier, etc., etc., ont exposé les principes de la science aussi complètement qu'on peut le désirer; mais leurs ouvrages ne conviennent guère qu'aux écoles secondaires, et la plupart de ceux qui s'adressent aux élèves des classes élémentaires ne contiennent qu'une théorie incomplète, toujours prolixe, et souvent obscure, surtout pour de jeunes intelligences. Ils sont en général dépourvus d'exercices, ou n'en contiennent qu'un petit nombre, avec lesquels les élèves se sont bientôt familiarisés. Quelques auteurs se bornent même à un seul exemple, qu'ils font suivre de problèmes plus ou moins oiseux : ajoutant ainsi prématurément les difficultés d'une question à l'aridité du calcul, ils semblent avoir oublié les obstacles qu'éprouvent les élèves à comprendre des principes qui ne peuvent être intelligibles pour eux qu'après de nombreux efforts et des exercices répétés.

Simplifier la tâche des professeurs et hâter les progrès des élèves à l'aide d'une théorie simple et de démonstrations claires, suivies aussitôt d'exercices gradués; conduire les élèves comme par la main d'une difficulté à une autre, en offrant à la fois à leur intelligence novice un aliment nouveau qui pique leur curiosité, et les stimule dans l'apathie qu'ils ont en général pour l'étude : tels sont les motifs de cet ouvrage.

Nous avons reconnu que trop de connexion entre les règles est souvent une cause d'obscurité lorsqu'on les lit séparément : pour éviter cet écueil, contre lequel vient se briser l'attention des élèves, chaque principe, dans notre ouvrage, forme un tout complet.

Les règles ont été disposées de manière à ce qu'une question suggère la réponse convenable. Cette disposition permettra aux élèves de s'interroger réciproquement, et leur donnera les moyens de briller dans les concours et dans les examens qu'ils auront à subir.

Les applications ont été l'objet d'un soin particulier; c'est dans les usages ordinaires de la vie qu'elles ont été puisées. Des problèmes nouveaux, curieux, instructifs et amusants, accompagnent les applications, et servent à exercer la sagacité des élèves.

Les fractions ont été traitées, nous l'espérons, de manière à ne rien laisser à désirer : elles sont comme le gymnase de l'intelligence; elles servent de base à la méthode de l'unité, aux proportions, aux équations, etc., etc.

Nous avons traité par la méthode de l'unité et par les proportions les opérations relatives aux rapports des nombres. Les équations numériques nous ont paru mériter aussi une attention marquée, bien que tous les auteurs les aient négligées. Ce n'est pas que nous ayons eu la prétention de faire un traité sur l'algèbre; nous avons seulement voulu prouver que l'étude de cette science pourrait se répandre davantage : car, quoique nous ayons traité des équations du second degré, les élèves les aborderont avec plaisir et les résoudront sans peine, en suivant la marche progressive que nous avons tracée.

Les progressions et les logarithmes ont été traités succinctement, mais de manière toutefois à en faire connaître les principes et les applications.

L'expérience nous ayant appris que toutes les sciences donnent lieu à des questions qui ne peuvent se résoudre que par les nombres, nous avons terminé l'ouvrage par des problèmes pratiques de *géométrie*, d'*aréage*, de *géodésie*, de *stéréométrie*, de *géographie*, de *cosmographie*, de *mécanique*, de *physique*, etc., etc.

Afin que l'ouvrage convienne à tous les âges et à toutes les intelligences, nous donnons en caractères plus petits les parties qui ne sont pas d'une importance immédiate, ou qui ne peuvent être bien compris d'abord, laissant d'ailleurs aux professeurs à les faire étudier lorsqu'ils le jugeront opportun.

Nous faisons aussi pour les professeurs une édition spéciale, où ils trouveront les solutions et les réponses à la suite de chaque exercice ou problème; ils auront ainsi un moyen prompt et facile de vérifier les calculs des élèves.

Ce travail est le fruit de nos veilles et d'une longue expérience; nous le dédions à nos collègues et à leurs élèves. S'il peut atteindre au but que nous nous sommes proposé, nous nous estimerons heureux de l'avoir mis au jour.

M. VIGNEAU.

TRAITÉ
D'ARITHMÉTIQUE
THÉORI-PRATIQUE.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. Les MATHÉMATIQUES sont la science des grandeurs.

2. On nomme *grandeur* ou *quantité* tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme la *longueur*, la *surface*, le *volume*, la *contenance*, le *poids*, le *prix*, etc.

3. L'ARITHMÉTIQUE est la science des grandeurs représentées par les nombres.

4. L'arithmétique *a pour but* de composer ou de décomposer les nombres.

5. Le *calcul* est la pratique de l'arithmétique.

6. Un *nombre* est la réunion de plusieurs unités de même espèce.

7. L'*unité* est une grandeur prise pour terme de comparaison entre des quantités de même espèce, le *mètre* pour les longueurs, le *franc* pour la valeur, etc.

8. On *divise les nombres* en nombres *abstraits* et nombres *concrets*.

9. Les *nombres abstraits* sont ceux qui ne désignent aucune espèce d'unité : *six*, *douze*, *six fois*.

10. Les *nombres concrets* sont ceux qui expriment une quantité dont l'espèce est déterminée : *six francs*, *douze mètres*.

11. On *distingue dans les nombres* les nombres

entiers, les *fractions* et les nombres *fractionnaires*.

12. Les *nombres entiers* sont ceux qui contiennent l'unité plusieurs fois exactement : *six mètres, douze litres*.

13. Les *fractions* sont des parties de l'unité : *deux dixièmes, trois quarts*.

14. Les *nombres fractionnaires* sont ceux qui contiennent des entiers et des parties d'entier : *douze mètres cinq décimètres, cinq entiers trois quarts*.

15. On *distingue dans les nombres concrets* les nombres *métriques* et les *nombres complexes*.

16. Les *nombres métriques* sont ceux dont le *mètre* est la base : *six hectomètres, sept décilitres*.

16 *bis*. Les *nombres complexes* sont ceux dont les subdivisions sont irrégulières et forment d'autres unités : *deux ans six mois seize jours*.

NOMBRES ENTIERS.

NUMÉRATION.

17. La *numération* est l'art de représenter et d'énoncer les nombres.

18. La *numération se divise* en numération parlée et numération écrite.

Numération parlée.

19. La *numération parlée consiste* à énoncer les nombres au moyen d'une certaine quantité de mots.

20. On *forme les nombres* en ajoutant successivement l'unité à elle-même : on a d'abord le nombre *deux*; en ajoutant l'unité à deux, on a *trois*, etc.

21. Les *neuf premiers nombres* sont : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.

22. *Une dizaine* est la réunion de dix unités.

23. *On obtient les nombres compris entre la première et la seconde dizaine* en ajoutant les neuf premiers nombres à dix; ce qui donne : dix-un ou onze, dix-deux ou douze, dix-trois ou treize,

dix-quatre ou quatorze, dix-cinq ou quinze, dix-six ou seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf.

24. Une *dizaine s'énonce dix*; deux diz., *vingt*; trois diz., *trente*; quatre diz., *quarante*; cinq diz., *cinquante*; six diz., *soixante*; sept diz., *soixante-dix*, ou *septante*; huit diz., *quatre-vingts*, ou *octante*; neuf diz., *quatre-vingt-dix*, ou *nonante*.

25. *Entre la septième et la huitième dizaine, ainsi qu'entre la neuvième et la dixième, on compte*, comme entre la première et la seconde dizaine : soixante-onze, soixante-douze, etc.

26. *La réunion de dix dizaines forme* une unité du troisième ordre, que l'on nomme *cent*, ou *centaine*.

27. *On compte par centaines* comme par unités; on dit : cent, deux cents, trois cents, etc.

28. *Pour énoncer les nombres compris entre deux centaines consécutives*, on place successivement à la suite de la première les quatre-vingt-dix-neuf premiers nombres : *cent, cent-un, cent-deux*, etc.

29. *Si l'on ajoute une unité à neuf centaines, neuf dizaines et neuf unités*, on a une unité du quatrième ordre, que l'on nomme *mille*.

30. *On compte par mille* comme par unités; la réunion de dix mille se nomme *dizaine de mille* ou unité du cinquième ordre; dix dizaines de mille forment une *centaine de mille*, ou unité du sixième ordre.

31. *Au moyen des unités, des dizaines, des centaines, des unités de mille, des dizaines de mille et des centaines de mille*, on compte jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf; l'unité ajoutée à ce nombre forme *mille mille* ou un *million*.

32. On *compte par millions* comme par unités, et l'on dit : unités, dizaines, centaines de millions.

33. *Mille millions* font un *billion* (ou *milliard* en terme de finance); mille billions font un *trillion*; mille trillions, un *quatrillion*; mille quatrillions, un *quintillion*, etc.

34. *La série des nombres est illimitée* : car, quel-

que élevé qu'on suppose un nombre, on pourra encore y ajouter l'unité et en former un plus grand.

35. *Les unités, dizaines et centaines d'unités, forment* un groupe, qu'on nomme la *première classe.*

36. Les *unités, dizaines et centaines de mille, forment* la *deuxième classe;* les millions forment la troisième classe, etc.

37. La *numération parlée se résume* dans le tableau suivant :

Classes :	4e billions			3e millions			2e mille			1re unités		
	cent.	diz.	unités	cent.	diz.	unités	cent.	diz.	unités	cent.	diz.	unités
Ordres :	12,	11,	10,	9,	8,	7,	6,	5,	4,	3,	2,	1,

Numération écrite.

38. La *numération écrite* est l'art de représenter les nombres au moyen de signes, qu'on appelle *chiffres.*

39. Les *chiffres sont* au nombre de *neuf;* ce sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ils représentent les neuf premiers nombres.

40. Les *chiffres nous viennent* des Arabes.

41. Pour *représenter les nombres, les Romains employaient* certaines lettres de l'alphabet : I égale 1; V, 5; X, 10; L, 50; C, 100; M, 1,000. Lorsqu'une lettre en précède une autre d'une valeur supérieure, cette dernière est diminuée de la valeur de la première : IX, 9; XLI, 41; IL, 49.

42. Les *chiffres romains s'emploient* pour indiquer la série des divisions d'un ouvrage, l'ordre dans lequel ont régné les souverains du même nom, etc. : chap. IV, §§ VI, Louis XIV.

43. *Pour représenter les nombres au moyen de neuf chiffres seulement*, on est convenu que le même chiffre aurait une valeur de dix en dix fois plus grande en avançant vers la gauche, et par conséquent une valeur de dix en dix fois plus petite en rétrogradant vers la droite. Ainsi, un chiffre placé au premier ordre représente des unités; au deuxième ordre il représente des dizaines; au troisième ordre des centaines, etc.

44. Afin *d'établir le rang que chaque chiffre doit occuper*, on remplace par le signe 0, qu'on nomme *zéro*,

les ordres à droite et les ordres intermédiaires qui ne seraient pas occupés. Ainsi, dix s'écrit 10; cent, 100.

45. Les *chiffres ont deux valeurs;* une *absolue* et une *relative* (43).

46. La *valeur absolue* d'un chiffre est celle qu'il a par lui-même; la *valeur relative* est celle que lui donne le rang qu'il occupe.

Dans 808, les deux 8 ont une même valeur absolue, *huit;* mais celui de gauche a une valeur relative cent fois aussi grande que celle du premier.

47. L'*omission du zéro à la droite d'un nombre* rendrait ce nombre dix fois plus petit.

Démonst. Les dizaines ne représenteraient que des unités; les centaines seraient au rang des dizaines.

48. L'*omission du zéro entre deux chiffres* rendrait celui de gauche dix fois plus petit.

49. *Pour écrire un nombre dicté*, on commence par la gauche, en plaçant chaque chiffre à l'ordre qui lui convient, et les mots *mille*, *millions*, etc., se remplacent par des points. Ainsi, 27 millions 408 mille 007 unités s'écrit 27.408.007.

50. Pour *lire un nombre écrit en chiffres*, on le sépare, des yeux ou par des points, en tranches de trois chiffres, en commençant par la droite; on lit ensuite en commençant par la gauche, en donnant à chaque tranche et au chiffre de chaque ordre le nom qui leur convient.

Exercices. Ecrivez en toutes lettres, et lisez les nombres suivants :

1	se lit un	70	se lit soixante-dix	mille 4.000
2	deux	80	quatre-vingts	5.000
3	trois	90	quatre-vingt-dix	6.000
4	quatre	100	cent	7.000
5	cinq	200	deux cents	8.000
6	six	300	trois cents	9.000
7	sept	400	quatre cents	10.000
8	huit	500	cinq cents	20.000
9	neuf	600	six cents	30.000
10	dix	700	sept cents	40.000
20	vingt	800	huit cents	50.000
30	trente	900	neuf cents	60.000
40	quarante	1.000	mille	70 000
50	cinquante	2.000	deux mille	80.000
60	soixante	3.000	trois mille	90.000

11	se lit onze	96	se lit quatre-vingt-seize
12	douze	88	quatre-vingt-huit
23	vingt-trois	98	quatre-vingt-dix-huit
24	vingt-quatre	99	quatre-vingt-dix-neuf
35	trente-cinq	101	cent un
36	trente-six	111	cent onze
47	quarante-sept	121	cent vingt-un
48	quarante-huit	232	deux cent trente-deux
59	cinquante-neuf	343	trois cent quarante-trois
61	soixante-un	454	quatre cent cinquante-quatre
71	soixante-onze	565	cinq cent soixante-cinq
64	soixante-quatre	678	six cent soixante-dix-huit
74	soixante-quatorze	789	sept cent quatre-vingt-neuf
86	quatre-vingt-six		

mille unités	mille unités	mille unités	billions millions mille unités
4.709	66.666	333.333	4.404.004
6.089	77.777	404.404	3.809.800
3.004	88.888	890.090	7.007.007
5.070	99.999	800.809	6.600.060
6.007	11.111	767.777	202.200
4.095	330.333	898.888	800.692.000
7.078	888.888	766.776	4.700.700.807
9.999	850.407	889.899	704.800.008.080
8.107	700.707	600.006	999.888.777.666
84.304	879.890	57.787	909.090.077.007
70.085	800.708	8.697	600.060.006.666
7.444	600.600	509.590	55.055.555.505

Ecrivez en chiffres les nombres suivants :

un	s'écrit 1	vingt-un	s'écrit 21	quarante-un	s'écrit 41
deux	2	deux	22	deux	42
trois	3	trois	23	trois	43
quatre	4	quatre	24	quatre	44
cinq	5	cinq	25	cinq	45
six	6	six	26	six	46
sept	7	sept	27	sept	47
huit	8	huit	28	huit	48
neuf	9	neuf	29	neuf	49
dix	10	trente	30	cinquante	50
onze	11	un	31	un	51
douze	12	deux	32	deux	52
treize	13	trois	33	trois	53
quatorze	14	quatre	34	quatre	54
quinze	15	cinq	35	cinq	55
seize	16	six	36	six	56
dix-sept	17	sept	37	sept	57
dix-huit	18	huit	38	huit	58
dix-neuf	19	neuf	39	neuf	59
vingt	20	quarante	40	soixante	60

soixante-un	s'écrit	61	quatre-vingt-un	s'écrit	81
deux		62	deux		82
trois		63	trois		83
quatre		64	quatre		84
cinq		65	cinq		85
six		66	six		86
sept		67	sept		87
huit		68	huit		88
neuf		69	neuf		89
dix		70	dix		90
onze		71	onze		91
douze		72	douze		92
treize		73	treize		93
quatorze		74	quatorze		94
quinze		75	quinze		95
seize		76	seize		96
dix-sept		77	dix-sept		97
dix-huit		78	dix-huit		98
dix-neuf		79	dix-neuf		99
quatre-vingts		80	cent		100

quatorze	s'écrit	14
cent sept		107
deux cent quatre		204
cinq cent vingt-neuf		529
huit cent six		806
mille huit cent quarante		1.840
mille cent onze		1.111
cinq mille douze		5.012
soixante mille six		60.006
neuf mille sept		9.007
treize mille sept cent quatre-vingts		13.780
vingt mille deux cent neuf		20.209
soixante-quinze mille soixante-cinq		75.065
huit cent mille quatre-vingts		800.080
huit mille quatre-vingt-huit		8.088
soixante-dix-sept mille soixante		77.060
cinquante mille sept		50.007
cent mille cent un		100.101
neuf cent quatre-vingt-neuf mille		989.000
sept cent mille soixante-dix		700.070
trois millions trois cent trente-trois mille trois cent trois		3.333.303
soixante-dix-sept millions soixante-dix-sept mille soixante-sept		77.077.067
quatre cent quarante-quatre millions quarante mille quatre		444.040.004
neuf millions quatre-vingt-dix mille quatre-vingts		9.090.080
six cent millions six mille six cent soixante-seize		600.006.676
soixante millions six cent soixante-dix mille soixante-dix		60.670.070
cinq millions cinq mille cinq		5.005.005

52 mille 9 cent 32	s'écrit	52.932
6 mille 3 cent 49		6.349
32 mille 9 cent 45		32.945
6 mille 3 cent 42		6.342
535 mille 4 cent 72		535.472
59 mille 8 cent 62		59.862
84 mille 9 cent 54		84.954
971 mille 4 cent deux		971.402
23 mille 5 cent 46		23.546
86 mille 9 cents		86.900
4 mille quatre cents		4.400
50 mille soixante-un		50.061
4 billions 600 mille		4.000.600.000
3 trillions 9 mille 9		3.000.000.009.009
7 billions 777 millions		7.777.000.000
5 trillions 5 billions 5 mille 5		5.005.000.005.005
6 billions 60 mille six		6.000.060.006
7 trillions 70 millions huit		7.000.070.000.008
9 millions 90 mille neuf		9.090.009
80 billions 8 millions mille deux		80.008.001.002
douze mille seize cent six		13.606
4 mille quatorze cent un		5.401
onze mille onze cent onze		12.111
17 mille 17 cent 17		18.717

51. Notre *système de numération se nomme décimal*, parce que dix unités d'un ordre quelconque y sont représentées par une unité que l'on place à l'ordre immédiatement supérieur.

52. On *aurait pu adopter un autre système*. En choisissant deux signes de plus, on aurait eu un système *duodécimal :* douze unités auraient été représentées par une unité de l'ordre supérieur; chaque chiffre aurait eu une valeur de douze en douze fois plus grande à mesure qu'on l'aurait avancé vers la gauche, et de douze en douze fois plus petite en rétrogradant vers la droite.

Opérations de l'arithmétique.

53. On *nomme opérations* les changements qu'on fait subir aux nombres pour les augmenter ou pour les diminuer.

54. On *augmente les nombres* par trois opérations : l'*addition*, la *multiplication* et la *formation des puissances;* on les diminue par trois opérations contraires : la *soustraction*, la *division* et l'*extraction des racines*.

55. Pour indiquer les opérations avec clarté et concision, on se sert de signes.

56. Pour indiquer qu'une quantité est égale à une autre, on emploie deux traits horizontaux placés l'un sous l'autre, $=$; ce signe s'énonce *égale* : 2 et 3$=$5.

57. Le *signe* $>$ *indique* que la quantité placée du côté de l'ouverture est plus grande que celle qui est du côté de la pointe : $4>3$ se lit 4 *plus grand que* 3 ; $3<4$ se lit 3 *plus petit que* 4.

58. Pour *prouver ce qu'on énonce*, on s'appuie sur des vérités évidentes par elles-mêmes. Ces vérités se nomment *axiomes*.

59. Les *principaux axiomes sont :*

1° Le tout est plus grand que la partie.

2° Un tout est égal à la somme de ses parties.

3° Deux quantités égales restent égales, soit qu'on y ajoute ou qu'on en retranche une même quantité.

4° Deux quantités égales à une troisième sont égales l'une à l'autre.

5° Deux quantités inégales restent inégales, soit qu'on y ajoute ou qu'on en retranche une même quantité.

OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES ENTIERS.

ADDITION.

60. L'*addition* est une opération par laquelle on réunit plusieurs nombres de même espèce en un seul, qu'on appelle *somme* ou *total*.

61. Le *signe de l'addition* est formé d'un trait vertical traversé par un trait horizontal, $+$; on l'énonce *plus*.

62. On *dispose une addition* en écrivant les nombres les uns sous les autres. On place les unités de chaque ordre dans une même colonne verticale; puis on tire une ligne sous le dernier nombre.

63. On *commence l'addition par la droite*, en réunissant les unités de la plus petite espèce; si la somme n'excède pas 9, on l'écrit ; si elle surpasse 9, on retient autant d'unités qu'il y a de fois dix ; on écrit l'excédant, s'il y en a, et l'on porte à la colonne suivante les unités retenues. On opère sur les autres colonnes comme sur la première, et l'on écrit la somme de la dernière telle qu'on la trouve, en avançant à gauche les dizaines qu'elle contient.

Exemple : Soit à additionner 3.482+4.092+8.773. J'écris les nombres les uns sous les autres ; je les souligne, puis, commençant par la droite, je dis : $3+2=5, +2=7$ unités ; je les écris. Passant à la colonnne des dizaines, je dis : $7+9=16, +8=24$ dizaines, qui valent deux cents et quatre dizaines ; j'écris les 4 dizaines, et je porte les cents à la 3ᵉ colonne, où j'ai : 2 cents de retenus $+7=9, +4=13$ cents, qui valent 1 mille et 3 cents ; j'écris ces 3 cents, et je joins le mille à la 4ᵉ colonne, ce qui donne : 1 de retenu $+8=9, +4=13, +3=16$ mille, que j'écris en avançant à gauche la dizaine de mille qu'elle contient, et l'on a une *somme* ou total de 16 mille 347 unités

3.482
4.092
8.773
———
16,347

64. On peut commencer l'addition par la gauche, mais ce procédé à l'inconvénient d'exiger plusieurs additions. Exemple.

348
409
877
———
15.. cent.
11 . diz.
24 unités.
———
Total général. 1.634 unités.

65. Pour *faire une addition, il faut* posséder de mémoire au moins le tableau suivant, qu'on peut étendre à volonté.

Table d'addition.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

66. On trouve la somme de deux nombres, au moyen de la table d'addition, en cherchant l'un de ces nombres dans la première colonne verticale ; on suit horizontalement jusqu'à la colonne au haut de laquelle se trouve l'autre nombre : le carré où l'on s'est arrêté donne la somme cherchée.

Exercices :

1 + 1 = 2	7 + 4 = 11	4 + 4 = 8	25 + 5 = 30
2 + 2 = 4	8 + 5 = 13	3 + 3 = 6	26 + 6 = 32
3 + 4 = 7	9 + 4 = 13	6 + 9 = 15	21 + 8 = 29
4 + 5 = 9	8 + 6 = 14	3 + 9 = 12	22 + 9 = 31
5 + 6 = 11	7 + 9 = 16	12 + 5 = 17	23 + 4 = 27
6 + 7 = 13	7 + 7 = 14	17 + 9 = 26	24 + 5 = 29
7 + 8 = 15	8 + 8 = 16	16 + 8 = 24	25 + 6 = 31
8 + 9 = 17	9 + 9 = 18	19 + 7 = 26	28 + 8 = 36
5 + 9 = 14	6 + 6 = 12	27 + 7 = 34	32 + 9 = 41
5 + 7 = 12	5 + 5 = 10	28 + 9 = 37	46 + 7 = 53

43 + 36 = 79	567 + 577 = 1.144
67 + 82 = 149	764 + 774 = 1.538
45 + 44 = 89	777 + 666 = 1.443
67 + 77 = 144	999 + 999 = 1.998
89 + 99 = 188	888 + 888 = 1.776
68 + 78 = 146	708 + 749 + 312 = 1.769
82 + 92 = 174	789 + 818 + 808 = 2.415
80 + 90 = 170	635 + 680 + 690 = 2.005

	945 +	954 +	766 +	776 =	3.441
	667 +	677 +	888 +	898 =	3.130
	7.077 +	909 +	324 +	745 =	9.055
	6.947 +	737 +	876 +	949 =	9.509
	8.888 +	999 +	767 +	676 =	11.330
	7.965 +	8.472 +	476 +	849 =	17.762
	409 +	840 +	7.638 +	78 =	8.965
	47 +	978 +	8.747 +	4 987 =	14.759
	9 +	86 +	789 +	5.678 =	6.562
	3.333 +	444 +	55 +	6 =	3.838
	5.784 +	6.894 +	5.555 +	7.777 =	26.010
	6.666 +	7.774 +	8.864 +	9.876 =	33.180
	9.999 +	8.888 +	7.777 +	6.666 =	33.330
	7.879 +	5.969 +	7.667 +	7.677 =	29.192
	8.765 +	9.875 +	8.947 +	3.241 =	30.828
6.308 +	6.090 +	380 +	97 +	874 =	13.749
59.896 +	68.749 +	6.839 +	96.748 +	8.939 =	241.171
74.782 +	64.792 +	80.108 +	7.709 +	7.008 =	234.399
540.082 +	39.789 +	840.090 +	986.996 +	654.398 =	3.061.355
448.864 +	49.987 +	787.899 +	498.878 +	799.966 =	2.585.594

67. Une preuve est une opération faite pour s'assurer de l'exactitude d'une opération précédente.

68. La *preuve de l'addition se fait* en négligeant le nombre supérieur, et en faisant l'addition des nombres restants; on joint ensuite au second total le nombre négligé : ce dernier résultat doit être semblable au premier.

69. La *preuve de l'addition se fait* en partageant l'opération en plusieurs additions : la somme des totaux partiels doit égaler le premier total.

Soient à additionner :

4.887		*Preuve :*	
3.798		3.798	
9.476		9.476	
7.857		7.857	
3 3 2		2 2 2	
26.018	1er total	21.131	2e total
		4.887	nombre négligé
		26.018	dernier total, semblable au 1er.

Autre preuve :

	4.887 / 3.798	8.685	1er total partiel
	9.476 / 7.857	17.333	2e total partiel
	3 3 2		
total	26.018	26.018	total général, semblable au 1er (1).

70. On *fait la preuve de l'addition* en commençant l'opération par le haut, après avoir commencé par le bas, et réciproquement : si l'on retrouve les mêmes chiffres, il est présumable que l'opération est exacte.

SOUSTRACTION.

71. La *soustraction* est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un plus grand nombre de même espèce. Le résultat se nomme *reste, excès* ou *différence*.

72. Le *signe de la soustraction* est un petit trait horizontal, —; on l'énonce *moins*.

73. Pour *disposer une soustraction*, on écrit le pe-

(1) Il y a d'autres manières de prouver l'addition. V. nos 81, 82.

tit nombre sous le grand, en ayant soin de placer les unités du même ordre les unes sous les autres, puis on souligne le dernier nombre.

74. On *fait la soustraction* en commençant par la droite; on retranche de chaque chiffre du grand nombre le chiffre correspondant du petit nombre, et l'on écrit la différence.

EXEMPLE. Soit 24.354 à ôter de 49.859, j'écris le grand nombre 49.859
et dessous, le petit. 24.354
Je les souligne. ———
Puis, commençant par la droite, je dis : 9 moins 4 égale 5; je les écris; 5—5=0; 9—4=5 et 4—2=2; ce qui donne pour reste 25.505. 25.505

74 bis. On peut commencer la soustraction par la gauche; mais, si quelque chiffre est plus fort que son correspondant, on est obligé de diminuer le reste déjà écrit, c'est-à-dire qu'on prend sur le reste l'unité dont on a besoin.

75. *Lorsqu'un chiffre du petit nombre est plus fort que celui qui lui correspond dans le grand nombre*, on prend sur le premier chiffre significatif à gauche une unité de l'ordre supérieur à celui sur lequel on opère; cette unité en vaut dix de l'ordre inférieur; on joint ces dix unités au chiffre qui se trouvait trop faible; de cette somme on retranche le chiffre inférieur, et l'on écrit la différence; puis on diminue de 1 le chiffre sur lequel on a pris l'unité.

		. . . .
EXEMPLE.	De	473.421
	Oter	184.784
	Reste	288 637
	Preuve	473 421

Je dis : De 1 ôter 4, on ne peut; je prends sur le 2 une unité du second rang, qui en vaut dix du premier; je les joins à 1, et j'ai 11; de 11 ôter 4, il reste 7; je l'écris. Passant au chiffre suivant, je dis : 2 moins 1 d'ôté=1; de 1 ôter 8, on ne peut; je prends sur le 4 à gauche une unité qui en vaut 10 du second rang, je joins ces 10 unités à 1; j'ai 11, et 11—8=3; je l'écris. Je passe au chiffre suivant, sur lequel j'opère de la même manière, et je continue ainsi jusqu'au dernier.

76. Pour *se rappeler qu'un chiffre a été diminué*, on peut le surmonter d'un point.

77. Si l'on doit prendre une unité sur un zéro, comme ce signe n'a aucune valeur par lui-même, on la prend sur le chiffre significatif le plus voisin, et la diminution se fait sur les deux chiffres réunis.

EXEMPLE. . . . .

	2 99. 59
De	3.004.604
Oter	1.234.875
Reste	1.769.729
Preuve	3.004.604

Explication. De 4 ôter 5 on ne peut, je prends sur 60 une unité qui en vaut dix du 1er ordre; 10+4=14, 14—5=9, que j'écris. Je dis ensuite : 60 diminués de 1=59; donc le 6 se réduit à 5, et le 0 vaut 9. Je continue l'opération; arrivé au 4e ordre, la soustraction étant encore impossible, je prends sur 300 une unité du 5e ordre qui en vaut 10 du 4e, je joins ces dix unités aux 3 qui restent du 4; j'ai 13 et 13—4=9. Ensuite, 300 diminués de 1=299, je l'indique, et je continue comme à l'ordinaire.

78. Lorsqu'on a pris une unité sur un chiffre du grand nombre, si l'on ne diminue pas ce chiffre, il faut augmenter de 1 celui qui lui correspond dans le petit nombre.

EXPLICATION. De 4 ôter 5, on ne peut; j'ajoute 1 unité supérieure qui en vaut dix inférieures; j'ai 14, et 14—5=9. Maintenant 60 devrait être réduit de 1; cette réduction n'étant pas faite, le nombre a 1 de trop, et afin que la différence ne soit pas troublée, j'augmente de 1 le chiffre inférieur (no 59, 5o) en disant : 1 d'ajouté+7=8; de zéro ôter 8, on ne peut; j'ajoute 1 unité du 3e rang qui en vaut 10 du 2e; 10+0=10, et de 10 ôter 8, reste 2. Au 3e chiffre, je dis : 1 d'ajouté+8=9; de 6 ôter 9, on ne peut; j'ajoute 1 unité du 4e ordre qui en vaut 10 du 3e; 10+6=16, et de 16 ôter 9, reste 7, etc.

79. La *preuve de la soustraction se fait* en ajoutant le petit nombre avec le reste; si l'on a bien opéré, on retrouve le grand nombre.

80. La *preuve de la soustraction se fait* en retranchant du grand nombre la différence : si les opérations sont exactes, on retrouve le petit nombre.

81. La *preuve de l'addition se fait par la soustraction*, en retranchant le second total du premier : si l'on a bien opéré, on retrouve le nombre supérieur qu'on a négligé.

82. La *preuve de l'addition se fait au moyen de la soustraction*, en commençant par la gauche et retranchant le total de la 1re colonne du total qu'on a écrit : s'il y a une ou plusieurs unités de différence, elles ont été fournies par les retenues de la colonne à droite; chacune de ces unités en vaut par conséquent dix de l'ordre suivant;

on les joint à celles qui s'y trouvent, on fait la somme de cette colonne, et l'on opère comme sur la première. Arrivé à la dernière, on ne doit trouver aucune différence entre les deux totaux, puisqu'il n'y a pas de retenues.

748
847
946
12
2541
120

Explication. 9+8=17,+7=24; puisque j'ai 25, c'est que la colonne précédente a fourni 10 unités que je joins au 4; j'ai 14; additionnant cette colonne, on a 4+4=8,+4=12 que j'ôte de 14; il me reste 2 unités du second rang qui en valent 20 du premier; je les joins à l'1, ce qui donne 21; faisant la somme de la première colonne, on trouve la même somme; ce qui prouve que les opérations sont exactes.

Exercices :

moins égale

7 — 4 = 3	13 — 7 = 6	7 — 3 = 4	12 — 4 = 8
9 — 7 = 2	14 — 9 = 5	7 — 5 = 2	12 — 5 = 7
6 — 2 = 4	17 — 9 = 8	8 — 4 = 4	12 — 6 = 6
9 — 3 = 6	15 — 8 = 7	8 — 2 = 6	12 — 8 = 4
8 — 3 = 5	16 — 8 = 8	9 — 4 = 5	12 — 9 = 3
4 — 2 = 2	14 — 5 = 9	9 — 5 = 4	13 — 4 = 9
12 — 7 = 5	16 — 8 = 8	9 — 6 = 3	13 — 5 = 8
17 — 8 = 9	15 — 8 = 7	9 — 1 = 8	14 — 6 = 8
10 — 8 = 2	14 — 8 = 6	8 — 0 = 8	15 — 7 = 8
16 — 7 = 9	13 — 8 = 5	8 — 6 = 2	16 — 9 = 7

7.469 — 4.312 = 3.157	78.724 — 69.840 = 8.884
9.874 — 3.213 = 6.661	79.616 — 78.841 = 775
8.347 — 1.112 = 7.235	96.743 — 95.896 = 847
6.578 — 1.233 = 5.345	84.367 — 76.377 = 7.990
7.876 — 4.243 = 3.633	76.345 — 68.487 = 7.858
9.324 — 7.104 = 2.220	74.864 — 65.278 = 9.586
6.304 — 3.352 = 2.952	38.001 — 29.235 = 8.766
9.427 — 5.253 = 4.174	30.091 — 21.345 = 8.746
8.040 — 6.673 = 1.367	74.010 — 67.339 = 6.671
4.900 — 3.141 = 1.759	50.021 — 42.743 = 7.278
3.060 — 2.135 = 925	50.004 — 41.048 = 8.956
5.007 — 3.426 = 1.581	40.204 — 34.478 = 5,726
9.050 — 2.784 = 6.266	72.604 — 66,742 = 5.862
4.708 — 3.849 = 859	84.043 — 65.794 = 8.249
7.030 — 6.749 = 281	98.010 — 89.741 = 8.269
9.008 — 7.417 = 1.591	80.300 — 72.750 = 7.550
6.000 — 5.178 = 822	46.000 — 37.456 = 8.544
7.090 — 6.191 = 899	10.100 — 10.099 = 1
5.200 — 3.399 = 1.801	79.003 — 69.104 = 9.899
4.007 — 3.008 = 999	74.000 — 65.001 = 8.999

MULTIPLICATION.

83. La *multiplication* est une opération par laquelle

on répète un nombre autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre nombre. Le résultat se nomme *produit*.

84. Le *nombre à multiplier se nomme multiplicande*; celui par lequel on multiplie se nomme *multiplicateur*.

85. On *nomme facteurs* le multiplicande et le multiplicateur.

86. On *nomme multiple* le nombre qui en contient un autre plusieurs fois exactement : 8 est multiple de 2 et de 4. On nomme sous-multiples les nombres qui sont contenus dans un autre plusieurs fois exactement : 2 et 4 sont sous-multiples de 8.

87. Le *signe de la multiplication* est formé de deux traits qui se croisent, ×; on l'énonce *multiplié par*.

88. Le *produit d'un nombre multiplié par deux* se nomme *double*; par 3, *triple*; par 4, *quadruple*, etc.

89. La *multiplication n'est qu'une addition abrégée* : $48 \times 3 = 48 + 48 + 48 = 144$.

90. Pour *effectuer aisément une multiplication*, il faut connaître de mémoire les produits des neuf premiers nombres, multipliés deux à deux : l'ensemble de ces produits se nomme *table de multiplication*. Cette table est attribuée à Pythagore, philosophe grec.

91. Pour *former la table de multiplication*, on écrit les neuf chiffres sur une même ligne horizontale ; on ajoute chaque chiffre à lui-même, ce qui donne une seconde colonne ; on ajoute ces deux colonnes, ce qui en donne une 3e ; on ajoute ensuite la première à la dernière, et l'on continue jusqu'à la fin.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

92. Pour *obtenir le produit de deux chiffres* à l'aide de la table de multiplication, on cherche l'un de ces chiffres dans la colonne verticale à gauche; on suit horizontalement jusqu'à ce qu'on soit au dessous de l'autre chiffre: le carré où l'on s'est arrêté contient le produit cherché.

93. La table de Pythagore ne contient que 36 produits différents, car $3 \times 4 = 4 \times 3$, $5 \times 6 = 6 \times 5$, etc.

94. Le *produit de deux nombres ne change pas*, quel que soit l'ordre dans lequel on les multiple : $4 \times 3 = 3 \times 4$. *Dém.* 4 fois 3 unités ou $4 \times 3 =$ III + III + III + III, nombre évidemment égal à 3×4, ou IIII + IIII + IIII.

95. Le *produit de plusieurs nombres ne change pas*, quel que soit l'ordre dans lequel on les multiplie : $3 \times 4 \times 5 = 5 \times 4 \times 3$; car 3×4 peut être considéré comme un seul nombre (94), et l'on a $(3 \times 4) \times 5 = 5 \times (4 \times 3)$.

96. Les *unités du produit sont de la même espèce* que celles du multiplicande.

97. Le *multiplicande s'écrit* ordinairement le premier; mais, dans la pratique, on prend pour multiplicateur le facteur qui a le moins de chiffres significatifs, pour abréger l'opération, en ayant soin de bien déterminer l'espèce des unités du produit.

98. Le *multiplicateur est toujours considéré* comme un nombre abstrait; il indique seulement combien de fois on doit répéter le multiplicande.

99. Quand *on multiplie des unités par des unités*, on obtient des unités; des dizaines multipliées par des unités donnent des dizaines; des centaines multipliées par des unités donnent des centaines (96).

100. Des dizaines multipliées par des dizaines donnent des cents : $10 \times 10 = 100$; des cents multipliés par des dizaines donnent des mille : $100 \times 10 = 1000$, etc. N° 105.

101. Pour *disposer une multiplication*, on écrit le multiplicateur sous le multiplicande, puis on le souligne.

102. On *fait la multiplication* en commençant par la droite. On multiplie successivement chaque chiffre du multiplicande par le chiffre multiplicateur. Si le produit n'excède pas 9, on l'écrit; s'il surpasse 9, on le décompose en dizaines et en unités; on écrit les unités, et l'on reporte les dizaines retenues au produit suivant. On opère sur les autres chiffres comme sur le premier, et le dernier produit s'écrit tel qu'on le trouve.

Exemple : Soit 4.568 à multiplier par 6, on a

4.568
× 6
Produit 27.408

Explication. 6 fois 8 unités = 48 unités, j'écris 8 et je retiens les 4 dizaines pour les joindre au produit suivant ; 6 fois 6 dizaines = 36 dizaines + 4 de retenues = 40 dizaines ; j'écris 0 et je retiens 4 centaines ; puis je dis : 6 fois 5 cents = 30 + 4 de retenus = 34 ; j'écris 4 et je retiens 3 mille ; je passe au quatrième chiffre, et j'ai : 6 × 4 = 24 + 3 de retenus = 27, que j'écris, en avançant vers la gauche les deux dizaines de mille.

Exercices :

fois		font								
2 × 2 = 4		3 × 4 = 12		4 × 7 = 28		6 × 7 = 42				
2 × 3 = 6		3 × 5 = 15		4 × 8 = 32		6 × 8 = 48				
2 × 4 = 8		3 × 6 = 18		4 × 9 = 36		6 × 9 = 54				
2 × 5 = 10		3 × 7 = 21		5 × 5 = 25		7 × 7 = 49				
2 × 6 = 12		3 × 8 = 24		5 × 6 = 30		7 × 8 = 56				
2 × 7 = 14		3 × 9 = 27		5 × 7 = 35		7 × 9 = 63				
2 × 8 = 16		4 × 4 = 16		5 × 8 = 40		8 × 8 = 64				
2 × 9 = 18		4 × 5 = 20		5 × 9 = 45		8 × 9 = 72				
3 × 3 = 9		4 × 6 = 24		6 × 6 = 36		9 × 9 = 81				

23 × 2 = 46	123 × 3 = 369	4.567 × 2 = 9.134
34 × 3 = 102	234 × 4 = 936	1.231 × 3 = 3.693
45 × 4 = 180	345 × 5 = 1.725	5.678 × 4 = 22.712
56 × 5 = 280	456 × 6 = 2.736	6.789 × 5 = 33.945
67 × 6 = 402	567 × 7 = 3.969	7.891 × 6 = 47.346
78 × 7 = 546	678 × 8 = 5.424	3.784 × 7 = 26.488
89 × 8 = 712	789 × 9 = 7.101	9.876 × 8 = 79.008

103. *S'il y a plusieurs chiffres au multiplicateur*, on opère successivement sur chacun comme sur le premier, en ayant soin d'écrire chaque produit partiel à l'ordre du facteur qui le fournit.

Exemple : Soit 468 à multiplier par 679, j'écris et dessous	468 multiplicande 679 multiplicateur
Je souligne ces nombres pour les séparer du produit	———
Je multiplie le premier facteur par les unités du multiplicateur (nos 99 et 100), et les 9 unités donnent	4212 unités
les 7 dizaines donnent	3276. dizaines
les 6 centaines donnent	2808.. centaines
Somme des produits partiels, ou produit total	317.772 entiers

EXERCICES.

379	×	74	=	28.046	586	×	76	=	44.536	921	×	68	=	62.628
456	×	38	=	17.328	697	×	87	=	60.639	534	×	79	=	42.186
748	×	49	=	36.652	798	×	98	=	78.204	896	×	87	=	77.952
895	×	56	=	50.120	456	×	26	=	11.856	789	×	89	=	70.221
746	×	48	=	35.808	567	×	17	=	9.639	678	×	89	=	60.342
784	×	37	=	29.008	678	×	35	=	23.730	567	×	76	=	43.092
475	×	56	=	26.600	798	×	46	=	36.708	456	×	78	=	35.568

104. *L'addition d'un zéro à la droite d'un nombre* rend ce nombre 10 fois plus grand, deux zéros le rendent 100 fois plus grand, etc. $42 \times 100 = 4.200$.

DÉMONSTRATION. Les unités sont devenues des dizaines, les dizaines représentent des centaines : donc le nombre est cent fois plus grand, donc (104).

105. *Pour multiplier un nombre par* 10, 100, 1000, etc., il suffit d'écrire à la droite de ce nombre autant de zéros qu'il y en a à la droite de l'unité (104). $44 \times 100 = 4400$.

106. *S'il y a des zéros à la droite de l'un des facteurs*, ou des deux à la fois, on peut, pour abréger, faire la multiplication sans avoir égard aux zéros, pourvu qu'on ait soin de les ajouter à la droite du produit.

Soit à multiplier 6.700 par 5.400 : en négligeant les zéros, on a d'abord pour produit 3.618 : ajoutant à la droite les 4 zéros négligés, on a 36.180.000 pour produit réel.

DÉMONSTRATION. En répétant 67 unités au lieu de 67 centaines, on a un produit 100 fois trop petit (99); on le rend 100 fois plus grand en ajoutant deux zéros à la droite (105); mais comme on a multiplié par 54 unités au lieu de 54 centaines, le produit est encore 100 fois trop faible; on le rend cent fois plus grand en ajoutant deux autres zéros à la droite; donc (106).

EXERCICES :

760	×	86	=	74.250	7.000	×	700	=	4.900.000
860	×	97	=	85.420	4.900	×	780	=	2.552.000
990	×	75	=	74.250	4	×	100	=	400
600	×	54	=	32.400	5	×	10	=	50
400	×	37	=	14.800	6	×	1.000	=	6.000
45.000	×	70	=	3.150.000	47	×	100	=	4.700
87.000	×	400	=	34.800.000	27	×	10	=	270
8.000	×	900	=	7.200.000					

107. *S'il y a des zéros dans le multiplicateur*, on fait la multiplication comme s'il n'y avait pas de zéros, en ayant soin d'écrire chaque produit partiel au même ordre que le chiffre multiplicateur (99).

Soit à multiplier 678 par 4.009, on écrit	678
	× 4009
On a d'abord 678×9 unités, ce qui donne	6102 unités
puis 678×4 mille, ce qui donne	2712 . . . mille
et pour produit total	2718102

108. *Il y a autant de produits partiels* qu'il y a de chiffres significatifs au multiplicateur; les zéros ne fournissent aucun produit. On simplifie la multiplication en prenant pour multiplicateur le nombre qui a le moins de chiffres significatifs.

Exercices :

307 × 207 = 63.549	4.003 × 3.004 = 12.025.012
408 × 405 = 165.240	5.007 × 5.004 = 25.055.028
709 × 807 = 572.163	7.002 × 50.001 = 350.107.002
807 × 608 = 490.656	6.005 × 50.005 = 300.280.025
405 × 506 = 204.930	7.006 × 60.007 = 420.409.042
4.007 × 307 = 1.230.149	50.008 × 6.001 = 300.098.008
5.008 × 408 = 2.043.264	87.000 × 4.000 = 348.000.000
7.009 × 805 = 5.642.245	4.508 × 8.009 = 36.104.572
4.000 × 600 = 2.400.000	8.007 × 5.006 = 40.083.042
7.000 × 700 = 4.900.000	5.050 × 9.090 = 45.904.500
98.765.432 × 9 = 888.888.888	567 × 333 = 188.811
12.345.679 × 9 = 111.111.111	444 × 678 = 301.032
12.345.679 × 27 = 333.333.333	555 × 789 = 437.895
12.345.679 × 36 = 444.444.444	666 × 894 = 595.404
12.345.679 × 54 = 666.666.666	777 × 785 = 609.345
12.345.679 × 63 = 777.777.777	888 × 678 = 602.064
12.345.679 × 45 = 555.555.555	999 × 679 = 678.321
12.345.679 × 72 = 888.888.888	679 × 999 = 678.321
12.345.679 × 18 = 222.222.222	678 × 888 = 602.064

109. *On peut commencer la multiplication par la gauche* et même par le milieu du multiplicateur. Il suffit d'écrire chaque produit partiel au même ordre que le chiffre multiplicateur qui le forme (99).

Soit à multiplier 987 par 678, on a, en commençant *par la gauche* du multiplicateur seulement,

	par le milieu,	*par la droite,*
987	987	987
678	678	678
5922.. centaines	6909. dizaines	7896 unités
6909. dizaines	5922.. centaines	6909. dizaines
7896 unités	7896 unités	5922.. centaines
669.186	669.186	669.186

110. *On pourrait commencer la multiplication par la gauche* des deux facteurs, en écrivant à l'ordre convenable les différents produits partiels; mais l'opération serait fort longue.

111. On appelle *multiplications successives* le produit de deux facteurs multiplié par un autre facteur : $3 \times 4 \times 5 = 60$.

Exercices :

$4 \times 5 \times 6 = 120$	$729 \times 87 \times 65 = 4.122.495$
$7 \times 8 \times 9 = 504$	$546 \times 98 \times 63 = 3.371.004$
$6 \times 7 \times 4 = 168$	$306 \times 76 \times 87 = 2.023.272$
$5 \times 3 \times 7 = 105$	$987 \times 54 \times 53 = 2.824.794$
$8 \times 7 \times 5 = 280$	$654 \times 32 \times 12 = 251.136$

112. On appelle *nombre pair* celui qui est multiple de 2, comme 2, 4, 8, 10, 12, etc., et *nombre impair* celui qui n'est pas multiple de 2, comme 5, 7, 9, 11, 15, etc.

113. Quand *un facteur est pair, le produit est pair* :

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12.$$

Si les deux facteurs sont impairs, le produit est impair :

$$3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15.$$

114. La *somme ou le produit de plusieurs multiples* d'un nombre est un nouveau multiple de ce nombre :

3 fois 7 + 4 fois 7 = 7 fois 7 = 49.

115. La *preuve de la multiplication se fait* par une autre multiplication en changeant l'ordre des facteurs (94). Si l'on a bien opéré, les deux produits sont semblables *.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 876 \\ \times\ 549 \\ \hline 7884 \\ 3504. \\ 4380.. \\ \hline \text{Produit } 480.924 \end{array} \qquad \text{preuve} \qquad \begin{array}{r} 549 \\ \times\ 876 \\ \hline 3294 \\ 3843. \\ 4392.. \\ \hline \text{Produit } 480.924 \end{array}$$

---

* Il y a d'autres manières de vérifier la multiplication. (Voyez les nos 132 bis et 160.)

DIVISION.

116. La *division* est une opération par laquelle on trouve combien de fois un nombre en contient un autre.

117. Le *nombre à diviser* se nomme *dividende*, celui par lequel on divise s'appelle *diviseur*, et le résultat de la division se nomme *quotient*.

118. Le *signe de la division* est formé de deux points placés l'un sous l'autre (:); on l'énonce *divisé par*. Ainsi $8:4=2$. On indique aussi la division en écrivant le diviseur sous le dividende, et en séparant ces nombres par un trait $\frac{8}{4}=2$.

119. *Si le dividende n'a que deux chiffres*, et le diviseur un, et que le quotient n'en doive avoir également qu'un, on trouve le quotient au moyen de la table de Pythagore, en cherchant le diviseur dans la colonne verticale à gauche; on suit horizontalement jusqu'à ce qu'on trouve le dividende ou le nombre inférieur qui en approche le plus; le chiffre qui se trouve au haut de la colonne où l'on s'est arrêté est le quotient cherché.

EXERCICES :

81 : 9 = 9	56 : 8 = 7	28 : 7 = 4	54 : 9 = 6	
72 : 9 = 8	63 : 9 = 7	42 : 7 = 6	54 : 6 = 9	
72 : 8 = 9	63 : 7 = 9	45 : 9 = 5	47 : 5 = 9	+ 2 de reste
64 : 8 = 8	56 : 7 = 8	35 : 7 = 5	32 : 7 = 4	+ 4
48 : 8 = 6	49 : 7 = 7	30 : 6 = 5	44 : 6 = 7	+ 2
32 : 8 = 4	35 : 7 = 5	25 : 5 = 5	58 : 8 = 7	+ 2
24 : 8 = 3	14 : 7 = 2	40 : 5 = 8	47 : 7 = 6	+ 5

120. La *division est une soustraction* abrégée.

DÉMONSTRATION. Soit 28 : 7, on a $28-7=21$, $21-7=14$, $14-7=7$, et $7-7=0$. Or 7 a été soustrait 4 fois de 28; donc il y est contenu 4 fois.

121. On *peut considérer la division* comme la décomposition d'une multiplication dont le dividende est le produit, et le diviseur l'un des facteurs.

122. Si *le dividende a plus de deux chiffres* et que le diviseur n'en ait qu'un, c'est-à-dire qu'on ait à décomposer par exemple le produit 894 dont un facteur est 6, le 2e facteur ne pourra avoir plus de 3 chiffres, car $6\times1000>894$; mais il peut en avoir trois, car $6\times$ des cents peut ne donner que des cents. Ainsi le second facteur con-

tient trois chiffres. Or le chiffre des cents ne peut être que 1, car $6 \times 200 > 894$. Retranchant du produit total le produit partiel 6×100, le reste $= 294$, qui contient le produit des dizaines et celui des unités. Or le chiffre des dizaines qui a contribué à former 294 ne peut être plus grand que 4, car 6×5 diz. > 294. Retranchant le 2e produit 6×4, ou 24, le reste $= 54$, produit des unités $\times$ les unités. Or le chiffre qui $\times 6$ a donné 54 ne peut être > 9, car $6 \times 10 > 54$. Retranchant le 3e produit 6×9, le reste est 0, et le second facteur trouvé ou le quotient $= 149$.

Pratique. Soit 894 à diviser par 6 : j'écris le dividende 894, et à droite 6 dr

894, et à droite		6 dr
6	1er prod.	149
29	2e divid.	
24	2e prod.	894
54	3e divid.	
54	3e prod.	
00		

Après avoir séparé le dividende du diviseur, je prends à la gauche du dividende autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur ; je trouve qu'il en faut deux. J'examine combien de fois le premier dividende partiel contient le diviseur, je trouve qu'il le contient une fois ; j'écris 1 au quotient. Je multiplie le diviseur par le chiffre que je viens d'écrire au quotient, et j'en écris le produit sous le dividende partiel pour l'en retrancher ; j'obtiens 2 pour reste ; j'écris à la droite de ce reste le chiffre suivant 9, et j'ai pour second dividende partiel 29. J'examine combien de fois le nouveau dividende partiel contient le diviseur, je trouve qu'il le contient 4 fois ; j'écris 4 au quotient, et j'opère ainsi que j'ai fait au premier chiffre du quotient.

123. On *commence la division par la gauche* afin de joindre plus facilement chaque reste avec le chiffre qui suit chaque dividende partiel.

124. On *pourrait commencer la division par la droite ;* mais l'opération serait plus longue et plus difficile.

125. Le *quotient doit avoir autant de chiffres* qu'il y a de dividendes partiels.

126. Pour trouver *le nombre des dividendes partiels*, on forme le premier en séparant à gauche autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur ; chaque chiffre qui suit ce premier dividende doit en fournir un nouveau.

127. On *connaît qu'un chiffre du quotient est trop fort* quand le diviseur, multiplié par ce chiffre, donne un produit plus grand que le dividende partiel ; alors la soustraction ne peut avoir lieu.

128. On *connaît qu'un chiffre du quotient est trop faible* lorsque, le produit du diviseur multiplié par ce chiffre étant retranché du dividende partiel, on a un reste égal ou supérieur au diviseur.

129. Lorsqu'*un dividende partiel ne contient pas* *le diviseur*, on écrit 0 au quotient, et l'on place le chiffre suivant à la droite de ce dividende pour former un nouveau dividende partiel.

EXERCICES :

9.636 : 3 = 3.212	28.341 : 3 = 9.447	74.656 : 8 = 9.332
8.484 : 4 = 2.121	67.468 : 4 = 16.867	45.402 : 6 = 7.567
8.642 : 2 = 4.321	10.470 : 5 = 2.094	62.802 : 9 = 6.978
6.060 : 3 = 2.020	70.875 : 7 = 10.125	60.753 : 7 = 8.679
5.500 : 5 = 1.100	69.744 : 8 = 8.718	69.960 : 8 = 8.745
7.492 : 2 = 3.746	37.485 : 9 = 4.165	32.365 : 5 = 6.473
8.745 : 3 = 2.915	35.844 : 3 = 11.948	68.306 : 7 = 9.758
9.852 : 3 = 3.284	17.045 : 5 = 3.409	35.073 : 9 = 3.897
7.948 : 4 = 1.987	80.470 : 5 = 16.094	38.898 : 6 = 6.483
6.395 : 5 = 1.279	34.006 : 7 = 4.858	37.880 : 5 = 7.576
22.835 : 5 = 4.567	45.276 : 6 = 7.546	4.123 : 7 = 589
24.192 : 7 = 3.456	43.670 : 5 = 8.734	39.632 : 4 = 9.908
21.105 : 9 = 2.345	51.948 : 4 = 12.987	80.883 : 9 = 8.987
61.512 : 8 = 7.689	30.024 : 3 = 10.008	47.904 : 6 = 7.984
59.256 : 6 = 9.876	40.640 : 8 = 5.080	15.976 : 8 = 1.997
21.728 : 4 = 5.432	54.846 : 9 = 6.094	63.072 : 9 = 7.008

130. Si *le dividende et le diviseur sont composés de plusieurs chiffres*, et qu'on ait, par exemple, à diviser 567875 par 875, le quotient ne pourra avoir plus de 3 chiffres, car 875×1000 est > le dividende; mais il en doit avoir trois, car 875×1000 est < le dividende. Or 875 × le chiffre des cents a donné au moins des cents ; c'est donc dans les cents et dans les chiffres supérieurs que se trouve ce produit.

567875 par	875
5250 1er prod.	
4287 2e divid.	649
3500	
7875	
7875	
000	

Considérant donc les quatre premiers chiffres à gauche comme un dividende partiel, j'examine quel est le chiffre qui, multiplié par 875, égale 5678, ou qui en approche le plus; et, pour faciliter cette recherche, je considère les deux premiers chiffres à gauche comme un produit dont le 1er chiffre du diviseur est un facteur. Or le chiffre qui ×8=56 est 7; mais 56 ne contient pas seulement le produit des centaines du quotient, il contient aussi les retenues fournies par le chiffre inférieur 7, qui, ×7, donnerait 4 unités à réunir à 56; ainsi le chiffre 7 est trop fort; j'écris donc seulement 6 au quotient. Retranchant du 1er dividende partiel le produit de 875×6 cents=5250 cents, le reste = 428 cents, qui, avec les 7 dizaines suivantes, forment le produit du diviseur multiplié par les dizaines du quotient. Pour déterminer les dizaines du quotient, j'examine quel est le nombre qui ×875=4287 ou qui en approche le plus; je trouve 4, que j'écris au quotient; puis le diviseur ×4 diz. = 3500, que je retranche du 2e dividende partiel; le reste =787 dizaines, qui, avec les 5 unités suivantes, forment le produit du diviseur × les unités du quotient.

Pour déterminer les unités du quotient, j'examine par quel chiffre on doit multiplier 875 pour avoir 7875; je trouve 9, que j'écris au quotient; puis le diviseur ×9=7875, que je retranche du 3e dividende partiel; le reste =0, et le quotient ou le 2e facteur cherché = 649.

EXERCICES.

4.983 : 11 = 453	45.927 : 63 = 729	81.576 : 927 = 88
384 : 12 = 32	75.735 : 85 = 891	90.882 : 918 = 99
585 : 13 = 45	48.114 : 81 = 594	14.553 : 189 = 77
4.914 : 21 = 234	54.810 : 87 = 630	8.284 : 109 = 76
528 : 22 = 24	62.300 : 89 = 700	39.933 : 459 = 87
1.656 : 23 = 72	4.570 : 914 = 5	93.492 : 954 = 98
1.674 : 31 = 54	5.775 : 825 = 7	70.389 : 891 = 79
30.240 : 32 = 945	5.744 : 718 = 8	50.688 : 792 = 64
1.188 : 33 = 36	5.661 : 629 = 9	61.677 : 693 = 89
2.583 : 41 = 63	4.482 : 747 = 6	58.806 : 594 = 99
38.934 : 42 = 927	4.185 : 837 = 5	27.984 : 584 = 48
4.293 : 53 = 81	5.992 : 749 = 8	427.527 : 709 = 603
58.752 : 64 = 918	7.704 : 856 = 9	426.816 : 608 = 702
23.688 : 72 = 329	4.248 : 708 = 6	401.886 : 807 = 498
61.254 : 83 = 738	28.623 : 609 = 47	404.130 : 570 = 709
45.018 : 82 = 549	41.724 : 549 = 76	362.292 : 399 = 908
25.389 : 91 = 279	37.062 : 639 = 58	380.442 : 778 = 489
19.668 : 22 = 894	65.412 : 828 = 79	109.599 : 357 = 307
26.199 : 41 = 639	30.996 : 369 = 84	749.662 : 989 = 758
41.652 : 52 = 801	26.784 : 279 = 96	194.068 : 478 = 406

59.316.263 : 9.807 = 4.009	25.464.726 : 2.898 = 8.787
81.810.504 : 9.084 = 9.006	55.343.808 : 7.002 = 7.904
23.652.000 : 3.375 = 7.080	9.008.352 : 8.928 = 1.009
48.549.303 : 7.029 = 6.907	9.955.602 : 4.734 = 2.103
48.903.120 : 9.765 = 5.008	85.443.471 : 8.649 = 9.879

131. Si *l'on connaît un produit et l'un de ses facteurs*, on trouve l'autre facteur en divisant le produit par le facteur connu (121).

132. La preuve de la multiplication peut se faire par la division, en prenant le produit pour dividende et l'un des facteurs pour diviseur : si l'on a bien opéré, le quotient donnera l'autre facteur (121).

133. Prendre la *moitié*, le *tiers*, le *quart*, le *cinquième*, le *sixième*, le *septième*, le *huitième*, etc., d'un nombre, c'est le diviser par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, etc. La moitié s'écrit $\frac{1}{2}$, le tiers $\frac{1}{3}$, le quart $\frac{1}{4}$, le cinquième $\frac{1}{5}$, etc.

EXERCICES (nº 129).

134. *S'il n'y a qu'un chiffre au diviseur*, on abrége la division en opérant mentalement la soustraction, et en joignant successivement chaque reste au chiffre suivant pour former un nouveau dividende.

37896	8
	4737

Soit 37896 à diviser par 8 : j'écris et je dis, 37 : 8 = 4; j'écris 4 au quotient. 4×8 = 32; 32 étant ôté de 37, il reste 5 qui, joint au 8 suivant, fait 58. Or 58 : 8 = 7, que j'écris, et 7×8 = 56; 58 − 56 = 2, qui, joint au 9 suivant, fait 29. Or 29 : 8 = 3; j'écris 3, et 8×3 = 24, qui, ôté de 29, donne 5 de reste; joignant ce reste au 6 suivant, on a

56, qui, divisé par 8, donne 7, que j'écris, et 0 pour reste. On trouve ainsi que le quotient $=4.737$.

L'opération se fait aussi en disant : le huitième de 37 $=4$; $4\times8=32$, qui, ôté de 37, donne 5 de reste ; 5 unités du quatrième ordre $=50$, $50+8=58$, le $\frac{1}{8}$ de $58=7$, $7\times8=56$, et 56 ôtés de 58 donne 2 de reste, qui, joint au 9 suivant, fait 29 ; le $\frac{1}{8}$ de $29=3$, $3\times8=24$, et 24 ôtés de 29 donne 5 de reste, qui, joint au 6 suivant, fait 56, et le $\frac{1}{8}$ de $56=7$.

$$\begin{array}{r} 37886 \\ \text{le } \frac{1}{8}=4737 \end{array}$$

135. *S'il y a plusieurs chiffres au diviseur*, on retranche successivement chaque produit partiel du chiffre qui lui correspond dans le dividende, et l'on écrit le reste.

136. *Si un produit partiel est supérieur au chiffre dont il doit être retranché*, on prend sur les chiffres significatifs immédiatement supérieurs autant d'unités qu'il en faut pour que la soustraction puisse se faire ; ensuite on fait la réduction du chiffre sur lequel on a pris les unités dont on avait besoin, ou, ce qui est plus facile, on augmente le produit suivant de ces mêmes unités avant de faire la soustraction (78). Le dernier moyen est préférable au premier, qui n'est employé par personne.

$$\begin{array}{r|l} 7952328 \text{ par} & 876 \\ 6832 & \overline{9078} \\ 7008 & \\ 000 & \end{array}$$

Soit à diviser 7952328 par 876 ; je sépare à la gauche quatre chiffres pour former le 1er dividende partiel ; je reconnais qu'il y aura quatre chiffres au quotient ; j'examine combien de fois le premier dividende partiel contient le diviseur, ou combien 79 contient de fois 8, je trouve 9 fois ; j'écris 9 au quotient ; je dis $9\times6=54$, que je dois ôter de 2 ; la soustraction étant impossible, je prends sur 95,6 unités, qui, jointes au 2, font 62, dont je retranche 54 ; j'ai pour reste 8, que j'écris ; je dis ensuite, $9\times7=63$, et, comme je n'ai pas diminué de 95 les 6 unités que j'ai jointes au 2, j'augmente de ces 6 unités le produit 63, et j'ai 69, que je dois retrancher de 5 ; la soustraction ne pouvant avoir lieu, j'augmente ce 5 de 7 unités de l'ordre supérieur, ce qui donne 75, d'où je retranche 69 ; j'ai pour reste 6, et je garde les 7 unités pour en augmenter le produit suivant, en disant $9\times8=72+7$ retenues $=79$, qui, ôté de 79, donne pour reste 0. J'écris à la droite du reste le chiffre suivant du dividende, ce qui donne 683 ; ce second dividende partiel ne contenant pas le diviseur, j'écris 0 au quotient ; j'écris le chiffre suivant 2 à la droite, ce qui donne un troisième dividende partiel ; j'examine combien de fois ce nouveau dividende contient le diviseur, je trouve qu'il le contient 7 fois ; j'écris 7 au quotient ; je multiplie le diviseur par ce chiffre, et je soustrais chaque produit du dividende partiel ; j'ai pour reste 700 ; à la droite de ce reste j'écris le dernier chiffre du dividende, ce qui donne 7008 pour 4e dividende partiel ; j'examine combien de fois ce nouveau dividende contient le diviseur, je trouve 8 fois; je l'écris; je multiplie le diviseur par ce chiffre; j'opère la soustraction en même temps que la multiplication, j'ai pour reste 0, et pour quotient 9078.

EXERCICES. Les opérations depuis le n° 128.

137. *Plus le dividende est grand*, plus le quotient est grand.

Plus la masse à partager est grande, plus les parts doivent l'être.

138. *Plus le diviseur est grand*, plus le quotient est petit.

Plus les partageants sont nombreux, plus les parts sont faibles.

139. *Si le dividende et le diviseur sont multipliés ou divisés* par un même nombre, le quotient reste le même.

Si la masse à partager augmente ou diminue, le nombre des partageants augmentant ou diminuant dans la même proportion, les parts restent les mêmes.

140. *On divise un nombre par* 10, 100, 1000, etc., en séparant à la droite de ce nombre autant de chiffres qu'il y a de zéros à la droite de l'unité. 444 : 100 = 4 + 44 de reste.

Les cents ne représentent plus que des unités, donc......

EXERCICES.

480 : 10 = 48	7.948 : 10 = 794 + 8 de reste
3.800 : 100 = 38	8.747 : 100 = 87 + 47
76.600 : 100 = 766	7.480 : 1.000 = 7 + 480
8.400 : 10 = 840	8.796 : 100 = 87 + 96

141. *Si le dividende et le diviseur sont terminés par des zéros*, on simplifie l'opération en supprimant à la droite des deux termes un même nombre de zéros, 48.000 : 800 = 480 : 8.

EXERCICES.

846.600 : 600 = 1.411	22.720.000 : 8.000 = 2.840
46.500 : 500 = 93	118.530.000 : 2.700 = 43.900
127.440 : 540 = 236	39.316.263 : 9.807 = 4.009
65.100 : 300 = 217	2.803.920 : 560 = 5.007
767.200 : 280 = 2.740	406.464.000 : 58.000 = 7.008

142. La *preuve de la division se fait* en multipliant le diviseur par le quotient, et en ajoutant le reste, s'il y en a. Si l'on a bien opéré, on retrouve le dividende.

DÉMONSTRATION. Puisque le quotient indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende, en répétant ce nombre de fois le diviseur, on doit retrouver le dividende.

143. La *preuve de la division se fait* en divisant le dividende par le quotient. Si l'on a bien opéré, on retrouve le diviseur.

DÉMONSTRATION. Puisque le dividende est un produit dont le quotient est l'un des facteurs, on retrouvera l'autre facteur en divisant le produit par le facteur connu (131). Cette preuve ne peut avoir lieu que quand la division se fait sans reste, ou quand le reste est moindre que le quotient.

Divisibilité des nombres.

144. Un *nombre est divisible par* 2, sans reste, lorsqu'il est pair.

DÉMONSTRATION. Tout nombre pair est multiple de 2 (112).

145. Un *nombre est divisible par* 4 lorsqu'il est pair et que les dizaines et les unités sont divisibles par 4 : 732 est divisible par 4, parce que 32 est divisible par 4.

DÉMONSTRATION. $100 = 4 \times 25$. Tous les cents sont donc divisibles par 4 ; donc, si les dizaines et les unités le sont, tout le nombre l'est aussi, quelque élevé qu'il soit.

146. Un *nombre est divisible* par 5 s'il est terminé par 0 ou 5.

DÉMONSTRATION. $10 = 5 \times 2$. Toutes les dizaines sont donc divisibles par 5 ; donc tout le nombre l'est s'il se termine par 0 ou 5.

147. On connaît si un nombre est divisible par 7 en écrivant dessous, en commençant par les unités, les chiffres 1, 3, 2, 1, 3, 2; on multiplie chaque chiffre par celui qui lui correspond ; puis on retranche la somme des produits que forment les tranches de rang pair de la somme des produits fournis par les tranches de rang impair. Si le reste est 0, ou divisible par 7, le nombre l'est.

EXEMPLE. Soit à trouver si 4.785.214 est divisible par 7.

J'écris 4.015.284
dessous 1.231.231

La somme des produits des tranches de rang impair $= 4 + 24 + 4 + 4 = 36$; la somme des produits des tranches de rang pair $= 5 + 3 + 0 = 8$. $36 - 8 = 28$, et 28 étant divisible par 7, tout le nombre l'est.

Les produits sont 4 | 0.3.5 | 4.24.4.

148. Un *nombre est divisible par* 8 s'il est pair, et si le nombre que forment les centaines, les dizaines et les unités, est divisible par 8.

7.656 *est divisible par* 8 *parce que* 656 *l'est.*

DÉMONSTRATION. $1.000 = 8 \times 125$; donc si les cents, les dizaines et les unités, sont divisibles, tout le nombre l'est, quelque élevé qu'il soit.

149. Un *nombre est divisible par* 9 si la somme des chiffres qui le forment est divisible par 9.

2.835 est divisible par 9, *parce que* 2+8+3+5 *ou* 18 *est divisible par* 9.

Démonstration. Un chiffre suivi d'un ou de plusieurs 0 forme un nombre divisé par 9, plus un reste égal à ce même chiffre, 10=9+1; 100=99+1 ou 9×11+1; 400=9×44+4, etc.

$$
\begin{array}{llll}
\text{Et} & 2.835 = 2.000 & \text{Or} & 2.000 = 9 \times 222 + 2 \\
 & \quad + 800 & & \;\;800 = 9 \times \;\;88 + 8 \\
 & \quad + 30 & & \quad 30 = 9 \times \;\;\;3 + 3 \\
 & \quad + 5 & & \quad\;\; 5 \qquad\qquad\;\; 5 \\
 & & \text{Donc} & 2.835 = 9 \times 313 + 18
\end{array}
$$

Or la somme des restes égale celle des chiffres du nombre donné; si elle est divisible par 9, 9×313+18, ou 2.835, le sera également.

150. Un *nombre est divisible par* 3 si la somme des chiffres qui le forment est divisible par 3.

2.835 est divisible par 3, parce que 2+8+3+5, ou 18, est divisible par 3.

Démonstration. En décomposant le nombre comme pour 9, on en forme deux parties, dont la première, 9×313, est divisible par 3 : car, 9 étant multiple de 3, les multiples de 9 le sont aussi de 3; donc, si la somme des restes est divisible par 3, tout le nombre le sera. De plus, la somme des restes égale celle des chiffres du nombre donné; donc (150).

151. Un *nombre est divisible par* 6, s'il est pair et divisible par 3.

942 est divisible par 3 (150); de plus il est pair; donc son sous-multiple 3 a été répété un nombre pair de fois. Or 6 est un multiple pair de 3; donc (151).

152. Un *nombre est divisible par* 10, sans reste, s'il est terminé par un zéro.

Démonstration. 10, 20, 30, etc., sont des multiples de 10; donc, quelque élevé que soit un nombre, il sera divisible par 10 s'il est terminé par un 0.

153. Un *nombre est divisible par* 11 si la différence entre la somme des chiffres de rang impair et la somme des chiffres de rang pair est 0, ou divisible par 11. 74.646 est divisible par 11, car la différence entre 6+6+7 ou 19, et 4+4, ou 8, est divisible par 11.

154. Un *nombre est divisible par* 12 s'il est divisible par 3 et par 4; il est divisible par 15 s'il l'est par 5 et par 3; il est divisible par 18 s'il l'est par 9 et par 2, etc., etc.

155. Si l'*on divise un nombre par* 9, et qu'on divise de même la somme des chiffres de ce nombre, on obtient deux restes égaux (149).

156. La *propriété particulière du chiffre* 9 donne un moyen prompt et facile de vérifier les opérations de l'arithmétique.

157. La *preuve par 9 de l'addition se fait* en ajoutant tous les chiffres de l'opération; on divise cette somme par 9; on tient note du reste; on fait ensuite la somme des chiffres du total; on la divise par 9. Si l'on a bien opéré, le second reste est semblable au premier.

158. On *simplifie la preuve par* 9, en négligeant les 9 et les multiples de 9, qui sont toujours divisibles par ce chiffre.

159. On *fait la preuve par* 9 *de la soustraction* en ajoutant les chiffres du grand nombre et divisant la somme par 9, on écrit le reste; on fait la somme des chiffres du petit nombre; on la divise par 9; on retranche le reste du reste précédent, et l'on écrit la différence; on fait la somme des chiffres de la différence; on la divise par 9. Le reste doit être égal au reste précédent.

160. On *fait la preuve par* 9 *de la multiplication* en divisant par 9 la somme des chiffres du multiplicande, on écrit le reste à la partie supérieure d'un $\times$; on divise par 9 la somme des chiffres du multiplicateur; on écrit le reste à la partie inférieure de l'$\times$; on multiplie ces deux restes; on en divise le produit par 9; on écrit le reste à la gauche de l'$\times$; enfin on divise par 9 la somme des chiffres du produit. Si l'on a bien opéré, les deux derniers restes sont semblables.

Opération.

$$\begin{array}{lr} \text{Soit} & 687 \\ \times & 789 \\ \hline \text{Le produit} = & 542.043 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 3 & \\ 0 & \times & 0 \\ & 6 & \end{array}$$

Preuve par 9. La somme des chiffres du multiplicande divisée par 9 donne pour reste 3; la somme des chiffres du multiplicateur divisée par 9 donne pour reste 6; le produit de ces deux restes divisé par 9 donne pour reste 0; la somme des chiffres du produit divisé par 9 donnant un reste semblable, on en conclut que l'opération est exacte.

Démonstration. Soit qu'on ait 16×14, $16 = 9 + 7$ et $14 = 9 + 5$; on aura donc

$$\begin{array}{lrcl} & & 9 + 7 & \\ & \times & 9 + 5 & \\ \hline \text{Pr. partiels} & & 9 \times 9 = & 81 \\ & & 9 \times 7 = & 63 \\ & & 9 \times 5 = & 45 \\ & & 5 \times 7 = & 35 \\ \hline \text{Produit total} & & & 224 \end{array}$$

Les trois premiers produits sont multiples de 9; ils sont donc divisibles par 9. La somme des chiffres du 4e produit $35 = 8$; la somme des chiffres du produit total égale aussi 8; donc, si le dernier produit partiel est divisible par 9, tout le nombre l'est; s'il ne l'est pas, le produit des restes ne le sera pas, et les deux restes seront égaux.

161. On *pourrait faire la preuve par tout autre chiffre*, en divisant les nombres par le chiffre choisi. Par 9 on ne divise que la somme des chiffres de chaque nombre; on peut même négliger les 9, ce qui rend encore cette preuve plus simple.

Démonstration. Quels que soient les facteurs, ils contiendront le chiffre, plus un reste; on aura donc

$$\begin{array}{rl} 1^{er}\text{ facteur} & = C + R \\ 2^{e}\text{ facteur} & = C + R' \\ \hline & C \times R \\ & C \times C \\ & C \times R' \\ & R \times R' \\ \hline \end{array}$$

Les trois premiers produits seront des multiples du chiffre, et si le 4e l'est, les deux restes le seront, puisqu'ils ont les mêmes facteurs.

$$\text{Prod.} = C \times C + 2 \text{ fois } C \times R + R \times R'$$

162. La *preuve par* 9 *de la division* se fait comme celle de la multiplication, car on peut considérer le diviseur et le quotient comme deux facteurs dont le dividende est le produit. Seulement, s'il y a un reste, il faut l'ajouter au produit des deux restes écrits dans le signe.

Exemple.

Dividende 949 : 68 diviseur
269 = 13 quotient
Reste 65

Preuve par 9. La somme des chiffres du diviseur divisée par 9, donne 5 de reste; celle du quotient donne 4 de reste; le produit de ces deux restes, plus les chiffres du reste de la division, = 31, et 31 divisé par 9 donne 4 de reste; la somme des chiffres du dividende divisée par 9 donne un reste semblable. On en conclut que l'opération est exacte.

$$\begin{array}{c} 5 \\ 4 \times 4 \\ 4 \end{array}$$

163. La *preuve par* 9 *est défectueuse* en ce qu'elle n'indique pas une erreur de 9, d'un multiple de 9, de 10, ou d'un multiple de 10.

164. Il *n'y a point de preuve rigoureusement exacte*, parce que la même erreur peut se reproduire dans les mêmes opérations.

Nombres premiers.

165. Les *nombres premiers* sont ceux qui, n'étant multiples d'aucun autre, ne sont divisibles que par eux-mêmes et par l'unité, 1, 2, 3, 5, 7, 11, etc.

166. Tous *les nombres premiers* sont impairs, excepté 2.

167. Deux *nombres sont premiers entre eux* lorsqu'ils ne peuvent être divisés par un même nombre. 18 et 25 sont premiers entre eux.

168. Pour *trouver les nombres premiers*, on écrit successivement tous les nombres impairs : comptant de trois en trois à partir de 3, on trouve les multiples de 3, on les efface; on compte de cinq en cinq à partir du 5, et l'on efface les multiples de cinq; on compte de sept en sept, de neuf en neuf, etc.

Exercices. Trouver les nombres premiers de 1 à 100

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61,

169. Pour *trouver tous les sous-multiples d'un nombre*, on le divise par 2; puis le quotient par 2, puis encore le dernier quotient par 2, et ainsi de suite autant de fois que cela est possible. Lorsqu'un quotient n'est plus divisible par 2, on essaie par 3; on divise chaque quotient successif par 3, autant que cela se peut; on essaie ainsi de diviser par les nombres premiers, jusqu'à ce qu'on ait 1 pour quotient; on multiplie ensuite les premiers facteurs par le second, ce qui en donne de nouveaux, qu'on multiplie également par ses facteurs premiers.

Exemple. Soit à trouver les sous-multiples de 360, on a

$360 : 2 = 180$	Facteurs premiers 2	$2 \times 3 = 6$	$8 \times 5 = 40$
$180 : 2 = 90$	$2 \times 2 = 4$	$4 \times 3 = 12$	$3 \times 5 = 15$
$90 : 2 = 45$	$2 \times 2 \times 2 = 8$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 5 = 45$
$45 : 3 = 15$	3	$2 \times 9 = 18$	$6 \times 5 = 30$
$15 : 3 = 5$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 9 = 36$	$12 \times 5 = 60$
$5 : 5 = 1$	5	$8 \times 9 = 72$	$24 \times 5 = 120$
	1	$2 \times 5 = 10$	$18 \times 5 = 90$
		$4 \times 5 = 20$	$36 \times 5 = 180$
			$72 \times 5 = 360$

Exercices. Trouver les facteurs premiers des nombres suivants

360 a pour facteurs	2^3, 3^2 et 5,	$2\times2\times2\times3\times3\times5$
2.520	2^3, 3^2, 5 et 7,	$2\times2\times2\times3\times3\times5\times7$
9.800	2^3, 5^2 et 7^2,	$2\times2\times2\times5\times5\times7\times7$
45.000	2^3, 3^2 et 5^4,	$2\times2\times2\times3\times3\times5\times5\times5\times5$

170. On *nomme commun diviseur* le nombre qui peut en diviser deux autres sans reste; 8 est commun diviseur entre 32 et 56.

171. Le *diviseur commun de deux nombres divise leur somme;* 8 divisant 32 et 56 séparément, il divisera aussi 32 et 56 réunis, ou 88.

172. Le *diviseur commun de deux nombres divise aussi leur différence;* 8 divisant 32 et 56, il divisera 56—32, car ces deux nombres contiennent 8 chacun un certain nombre de fois exactement. Or, si de 56 on ôte 4 fois 8, le reste sera encore formé de 8 un certain nombre de fois exactement; donc....

173. Le *diviseur d'un nombre divise aussi les multiples de ce nombre.* Puisque 8 divise 56, il divisera 56 répété un nombre quelconque de fois.

On *trouve le plus petit multiple de plusieurs nombres* en les décomposant en facteurs premiers; on forme ensuite le produit des facteurs différents, pris autant de fois que dans le nombre où chacun entre le plus.

Soit à trouver le plus petit nombre qui puisse être divisé par 12, 15, 20, 36 et 48, on a

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \qquad \text{ou } 2^2 \times 3$$
$$15 = 3 \times 5 \qquad \text{ou } 3 \times 5$$
$$20 = 2 \times 2 \times 5 \qquad \text{ou } 2^2 \times 5$$
$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \qquad \text{ou } 2^2 \times 3^2$$
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \qquad \text{ou } 2^4 \times 3$$

Les différents facteurs premiers sont 2^4, 3^2 et 5; le nombre cherché $= 2^4 \times 3^2 \times 5$, ou 720.

174. Le plus grand commun diviseur de deux nombres est aussi le plus grand commun diviseur du petit nombre et du reste de la divi-

sion du grand nombre par le petit. Soient 208 et 36 ; on a 208 : 36 = 5 + 28.

Or je dis que le plus grand commun diviseur de 208 et 36 est le même que celui de 36 et 28. En effet, 208 = 36 × 5 + 28 ; mais le nombre qui divise 36 divise aussi 36 × 5 (173).

Si de plus ce nombre divise 208, il divisera 28, qui est la différence entre 208 et 36 × 5 (172) ; donc tous les diviseurs communs à 208 et à 36 sont aussi communs à 36 et à 28.

Réciproquement tous les diviseurs communs à 36 et à 28 divisent 28 et 36 × 5; ils divisent 36 × 5 + 28, ou 208 (171); donc tous les diviseurs communs à 36 et à 28 sont aussi communs à 36 et à 208 ; donc le plus grand commun diviseur entre 208 et 36 est le même que celui de 36 et de 28; donc....

175. Pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres, on divise le grand par le petit (car ce peut être celui-ci, mais ce ne peut pas en être un plus grand, puisqu'il doit le diviser). S'il n'y a pas de reste, le petit nombre est commun diviseur aux deux nombres ; s'il y a un reste, on le prend pour diviser le dernier diviseur ; on continue ainsi jusqu'à ce que la division se fasse sans reste.

Soit à trouver le plus grand commun diviseur de 1728 et de 528, on a

quotients	3	3	1	2
1728 :	528 :	144 :	96 :	48
144	96	48	00	

Je divise 1728 par 528, j'ai pour reste 144 ; mais le plus grand commun diviseur doit diviser le reste de la division des deux nombres ; il ne peut donc être plus grand que 144 ; j'essaie ce nombre sur 528 ; j'obtiens un nouveau reste que je prends pour diviser 144 ; j'ai un autre reste, par lequel je divise le reste précédent; je trouve 0 pour reste, et 48 pour le plus grand commun diviseur cherché.

Démonstration. 48 est diviseur commun entre 1728 et 528. En effet, il divise 48 × 2 ou 96 (173) ; il divise aussi 96 + 48 ou 144 (171); de même il divise 144 × 3 + 96, ou 528; mais puisqu'il divise 528, il divise aussi 528 × 3 + 144, ou 1728 ; donc....

De plus, 48 est le plus grand commun diviseur entre 1728 et 528. En effet, s'il y en avait un plus grand, il diviserait 528 ou 144 × 3 + 96 ; il diviserait aussi 96 + 48, ou 144 ; il diviserait 48 × 2 ; enfin il diviserait 48, ce qui serait impossible s'il était plus grand ; donc....

176. Deux nombres n'ont pas de commun diviseur lorsque, dans les diverses divisions, on trouve deux restes consécutifs premiers entre eux, ou qu'un reste est un nombre premier qui ne divise pas le reste précédent, ou enfin lorsque le reste est l'unité.

Exercices.

Pl. gr. comm. divis.					*Pl. gr. comm. divis.*				
entre	85	et 30	est 5		entre	11.781	et 2.618	est 1.309
	2.520	1.512	504			8.505	4.374	243
	1.980	1.920	60			3.488	2.616	872
	1.386	1.078	154			11.781	2.918	1
	39.270	6.930	2.310			9.024	3.760	752
	1.344	1.008	336			768	108	12
	637	364	91			2.366	325	13
	512	329	1			2.466	642	6

On *trouve le plus grand commun diviseur de trois nombres* en cherchant celui qui existe entre le troisième nombre et le plus grand commun diviseur des deux autres.

Soit à trouver le plus grand commun diviseur entre 96, 18 et 21, on a : P. G. C. D. entre 96 et 18 est 6, et P. G. C. D. entre 21 et 6 est 3.

FORMATION DES PUISSANCES.

177. On *nomme puissance d'un nombre* le produit de ce nombre multiplié par lui-même.

178. La *deuxième puissance d'un nombre* est le résultat de ce nombre multiplié par lui-même, $4 \times 4 = 16$; 16 est la deuxième puissance de 4. Si le nombre est trois fois facteur, on a la troisième puissance, $3 \times 3 \times 3 = 27$.

179. La *deuxième puissance se nomme* carré ; la troisième puissance se nomme cube.

180. Pour *indiquer la puissance à laquelle un nombre doit être élevé*, on place un petit chiffre à droite et un peu au dessus de ce nombre ; ce chiffre se nomme exposant. $3^2 = 3 \times 3 = 9$; $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

Formation des carrés.

Nombres	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.
Carrés	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,	100.

181. Le *carré d'un nombre composé de dizaines et d'unités est formé* du carré des unités, de deux fois les dizaines multipliées par les unités, et du carré des dizaines.

DÉMONSTRATION. Soit 24^2, on a 24

$$\begin{array}{r} \times\ 24 \end{array}$$

Carré des unités		4^2 ou $4 \times 4 =$	16 unités
Deux fois les dizaines multipliées par les unités	$4 \times 2.$	$=$	8. dizaines
	$2 \times 4.$	$=$	8. dizaines
Carré des dizaines	2^2 ..	ou $2 \times 2 = 4..$	centaines
			576 unités

ou, désignant les dizaines par a et les unités par b,

$$\begin{array}{rrr} & & ab \\ & \times & ab \\ \hline & & b^2 \\ & ab & . \\ & ba & . \\ a^2 & . & . \\ \hline \multicolumn{3}{c}{a^2 + 2ab + b^2} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rrr} & & b \times b \\ & a \times b & . \\ & a \times b & . \\ a \times a & . & . \\ \hline \multicolumn{3}{c}{a \times a + 2 \text{ fois } a \times b + b \times b} \end{array}$$

182. *Tout nombre peut être considéré comme formé de dizaines et d'unités.* Par exemple, $348 = 34$ dizaines $+ 8$ unités.

183. Le *carré des unités donne* des unités (96); les dizaines multipliées par des unités, et réciproquement, donnent des dizaines (106).

184. Des *dizaines multipliées par des dizaines donnent* des centaines, car $10 \times 10 = 100$. Des centaines multipliées par des dizaines donnent des mille : car $100 \times 10 = 1000$, etc.

EXERCICES.

1^2 ou $1 \times 1 = 1$	$10^2 = 100$	$789^2 = 622.521$
$2^2 \quad 2 \times 2 = 4$	$99^2 = 9.801$	$879^2 = 772.641$
$3^2 \quad 3 \times 3 = 9$	$100^2 = 10.000$	$978^2 = 956.484$
$4^2 \quad 4 \times 4 = 16$	$999^2 = 998.001$	$678^2 = 459.684$
$5^2 \quad 5 \times 5 = 25$	$1.000^2 = 1.000.000$	$786^2 = 617.796$
$6^2 \quad 6 \times 6 = 36$	$709^2 = 502.681$	$867^2 = 751.689$
$7^2 \quad 7 \times 7 = 49$	$49^2 = 2.401$	$687^2 = 471.969$
$8^2 \quad 8 \times 8 = 64$	$400^2 = 160.000$	$578^2 = 334.084$
$9^2 \quad 9 \times 9 = 81$	$708^2 = 501.264$	$888^2 = 788.544$
	$376^2 = 141.376$	$777^2 = 603.729$

185. Le plus grand des nombres d'un chiffre n'en a que deux à son carré, $9^2 = 81$.

186. Le plus petit des nombres de deux chiffres en a trois à son carré, $10^2 = 100$.

187. Le plus grand des nombres de trois chiffres n'en a que six à son carré, $999^2 = 996891$.

188. Le plus petit des nombres de trois chiffres en a cinq à son carré, $100^2 = 10.000$.

Formation des cubes.

Nombres	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.
Cubes	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1.000.

189. Le cube d'un nombre composé de dizaines et d'unités est formé du cube des dizaines, de trois fois le carré des dizaines multiplié par les unités, de trois fois les dizaines multipliées par le carré des unités, et du cube des unités.

Soit 84^3; la 2^e puissance trouvée au n° 181, étant multipliée par 84, donne

$4 \times 4 \times 4 =$			$4^3 =$	64 unit.
$8. \times 4 \times 4 =$		$8. \times 4^2$	$=$	128 . diz.
$8. \times 4 \times 4 =$		$8. \times 4^2$	$=$	128 . diz.
$8. \times 8. \times 4 =$	$8^2. \times 4$		$=$	256 . . cent.
$4 \times 4 \times 8. =$		$8. \times 4^2$	$=$	128 . diz.
$8. \times 4 \times 8. =$	$8^2. \times 4$		$=$	256 . . cent.
$8. \times 4 \times 8. =$	$8^2. \times 4$		$=$	256 . . cent.
$8. \times 8. \times 8. = 8^3.$			$=$	512 . . mille

La 3^e puissance donne $8^3. + 3f.\, 8^2. \times 4 + 3f.\, 8. \times 4^2 + 4^3 = 592704$ entiers

Et algébriquement, pour simplifier et généraliser,

$b \times b \times b =$			$b^3 =$		b^3 u
$a \times b \times b =$		$a \times b^2$	.		
$a \times b \times b =$		$a \times b^2$	$. =$		$3ab^2$. d
$a \times a \times b =$	$a^2 \times b$	.	.		
$\star b \times b \times a =$		$\star a \times b^2$	.		
$a \times b \times a =$	$a^2 \times b$	.	$. =$	$3a^2b$	. . c
$a \times b \times a =$	$a^2 \times b$		.		
$a \times a \times a = a^3$	.	.	$. = a^3$	.	. . m

$$a^3 + 3f\, a^2 \times b + 3f\, a \times b^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Exercices.

1^3 ou $1 \times 1 \times 1 =$	1	$10^3 =$	1.000
2^3 $\quad 2 \times 2 \times 2 =$	8	$99^3 =$	970.299
3^3 $\quad 3 \times 3 \times 3 =$	27	$100^3 =$	1.000.000
4^3 $\quad 4 \times 4 \times 4 =$	64	$999^3 =$	997.002.999
5^3 $\quad 5 \times 5 \times 5 =$	125	$1.000^3 =$	1.000.000.000
6^3 $\quad 6 \times 6 \times 6 =$	216	$789^3 =$	491.169.069
7^3 $\quad 7 \times 7 \times 7 =$	343	$879^3 =$	679.151.439
8^3 $\quad 8 \times 8 \times 8 =$	512	$978^3 =$	935.441.352
9^3 $\quad 9 \times 9 \times 9 =$	729	$678^3 =$	311.665.752

190. Le cube du plus grand des nombres d'un seul chiffre n'en a que trois : $9^3 = 729$.

191. Le cube du plus petit des nombres de deux chiffres en a quatre : $10^3 = 1.000$.

192. Le cube du plus grand des nombres de deux chiffres n'en a que six : $99^3 = 970299$.

193. Le cube du plus petit des nombres de trois chiffres en a sept : $100^3 = 1.000.000$.

194. La *formation des puissances se vérifie* par les mêmes moyens que la multiplication, et par l'extraction des racines.

Extraction des racines.

195. *Extraire la racine d'un nombre*, c'est en trouver un autre qui, multiplié par lui-même, reproduise le premier.

16 a pour racine 4, parce que $4^2=16$.

196. Il *y a des racines de différents degrés* : la *racine carrée*, la *racine cubique*, la *racine quatrième*, etc.

De la racine carrée.

197. *Extraire la racine carrée d'un nombre*, c'est en trouver un autre qui, multiplié par lui-même, reproduise le premier.

La racine carrée de $64=8$, parce que $8^2=64$.

198. *On indique l'extraction des racines* et leurs différents degrés par le signe $\sqrt{\ }$, que l'on nomme radical; on l'énonce *racine carrée*. Le degré de la racine s'indique par un chiffre que l'on écrit entre les branches du radical.

$\sqrt[3]{81}$ indique qu'il faut extraire la racine cubique de 81; la racine carrée s'indique par le signe seulement, $\sqrt{36}=6$.

199. On peut considérer l'extraction de la racine carrée comme la décomposition d'un carré.

Soit à décomposer le carré 576.

La racine ne peut avoir plus de deux chiffres, car $(100)^2$ est >576; de plus

La $\sqrt{\ }$ aura deux chiffres, car $(10)^2$ est <576.

Les dizaines carrées égalent des centaines : c'est donc au troisième et au quatrième ordre que se trouve a^2.

Le chiffre des dizaines ne peut être >2, car (3 diz.)^2 est >576.

J'écris 2 à la racine, et (2 diz.)^2 retranché du carré total donne 176 de reste.

Le reste renferme $2ab+b^2$; mais $2a \times$ un nombre quelconque d'unités a donné au moins des dizaines : c'est donc dans les dizaines que se trouve ce deuxième élément du carré.

Le double des dizaines 4 dizaines est donc facteur de la plus grande partie du reste 176, et l'autre facteur ne peut être >4, car 4 dizaines multipliées par 5 est >176; j'écris donc 4 à la racine.

Je multiplie le double des dizaines par les unités; ce qui donne, pour $2a\times b$, 16 dizaines.

Mais 176 contient aussi b^2. Je fais ce troisième élément du carré, et j'ai 16 unités; je réunis ces deux éléments; j'ai 16 dizaines $+$ 16 unités $=$ 176, que je retranche du carré partiel 176. Le reste est zéro, et la racine 24.

	ab
576	24
4	
176	$a = 2.^d$
176	$a^2 = 4..^c$
	$2a = 4.^d$
000	$b = 4^u$
	$2a\times b = 16.^d$
	$b^2 = 16^u$
	$2a\times + bb^2 = 176$

Pratique. Soit $\sqrt{576}$ j'écris

1° Je partage le nombre en tranches de deux chiffres.

2° Je cherche la racine de la 1re tranche à gauche, je trouve 2; je l'écris à la droite du nombre.

3° Je carre 2 dizaines, et j'ai (184) 4 cents, que je retranche du premier carré partiel, ce qui donne 4 de reste.

4° J'écris la deuxième tranche à la droite du reste pour avoir un nouveau carré partiel.

5° Je double les dizaines de la racine, j'ai 4 dizaines.

6° J'examine combien de fois le double des dizaines 4 est contenu dans le deuxième carré partiel 176, je trouve 4; je l'écris à la racine.

7° Je multiplie le double des dizaines par les unités, j'ai 16 dizaines;

8° Je carre les unités, j'ai 16 unités.

9° Je fais la somme de ces deux derniers produits, 16 dizaines et 16 unités; j'ai 176, que je retranche du dernier carré partiel, ce qui donne 0 pour reste. La racine est 24.

Exercices.

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{6.084} = 78$	$\sqrt{6.241} = 79$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{196} = 14$	$\sqrt{4.489} = 67$	$\sqrt{1.444} = 38$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{256} = 16$	$\sqrt{3.249} = 57$	$\sqrt{5.929} = 77$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{361} = 19$	$\sqrt{3.364} = 58$	$\sqrt{4.356} = 66$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{441} = 21$	$\sqrt{3.481} = 59$	$\sqrt{7.744} = 88$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{225} = 15$	$\sqrt{5.625} = 75$	$\sqrt{9.025} = 95$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{289} = 17$	$\sqrt{7.569} = 87$	$\sqrt{7.396} = 86$
$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{576} = 24$	$\sqrt{7.921} = 89$	$\sqrt{1.936} = 44$
$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{841} = 29$	$\sqrt{9.801} = 99$	$\sqrt{1.089} = 33$
$\sqrt{99} = 9$	$\sqrt{2.209} = 47$	$\sqrt{9.409} = 97$	$\sqrt{1.521} = 39$

200. *Lorsqu'il y a plus de deux tranches*, on écrit la troisième à la droite du second reste, pour avoir un nouveau carré partiel; on double les chiffres de la racine, en les considérant comme des dizaines (n° 182), ce qui donne $2a$; on continue ensuite comme il est dit

Exemple.

Soit à extraire la racine de 71.74.09

1° Je dis d'abord $\sqrt{71}=8+7$ de reste.

2° J'écris la tranche suivante à la droite du reste, et j'ai 774 pour nouveau carré partiel.

3° Je double la racine et j'ai 16 dizaines.

4° Je divise 774 par 16 dizaines, et j'ai 4, que j'écris à la racine.

5° Je multiplie le double des dizaines, ou 16 dizaines, par les unités 4; j'ai 64 dizaines.

6° J'ajoute le carré des unités 16, ce qui donne 656, que je retranche de 774; j'ai 118 de reste.

7° J'écris la troisième tranche à droite du reste, ce qui donne 11.809 pour troisième carré partiel.

8° Je double la racine 84 dizaines, j'ai 168 dizaines.

9° J'examine combien de fois 11.809 contient 168 dizaines, je trouve 7; je l'écris.

10° Je multiplie le double des dizaines par les unités, j'ai 1.176 dizaines.

11° J'ajoute le carré des unités 49; j'ai 11.809, que je retranche du dernier carré partiel, ce qui donne 0 de reste. La racine est 847.

71.74.09	847
7 74	$a = 8.^d$
6 56	$a^2 = 64..^c$
1 18 09	$2a = 16.^d$
1 18 09	$b = 4^u$
0 00 00	$2a\times b = 64.^d$
	$b^2 = 16^u$
	$2a\times b+b^2 = 656^u$
	$a = 84.^d$
	$2a = 168.^d$
	$b = 7^u$
	$2a\times b = 1176.^d$
	$b^2 = 49^u$
	$2a\times b+b^2 = 11809^u$

201. *Quand on a obtenu la moitié* au moins des chiffres de la racine, on peut obtenir les autres chiffres en divisant le dernier reste par le double des chiffres de la racine.

202. On *connaît qu'un chiffre* de la racine est trop faible quand le reste égale au moins le double des chiffres de la racine plus 1 unité $(2a+1)$.

Exercices.

$\sqrt{4.556} = 67 + 67$ de reste	$\sqrt{10.404} = 102$
$\sqrt{3.307} = 57 + 58$	$\sqrt{10.608} = 102 + 204$ de reste
$\sqrt{9.417} = 97 + 8$	$\sqrt{10.609} = 103$
$\sqrt{8.008} = 89 + 87$	$\sqrt{12.544} = 112$
$\sqrt{5.786} = 76 + 10$	$\sqrt{12.768} = 112 + 224$
$\sqrt{7.699} = 87 + 130$	$\sqrt{12.769} = 113$
$\sqrt{9.999} = 99 + 198$	$\sqrt{8\ 099} = 89 + 178$
$\sqrt{10.000} = 100$	$\sqrt{8.100} = 90$
$\sqrt{10\ 200} = 100 + 200$	$\sqrt{207.936} = 456$
$\sqrt{10.201} = 101$	$\sqrt{999.999} = 999 + 1998$
$\sqrt{10.403} = 101 + 202$	

$\sqrt{1.000.000} = 1.000$	$\sqrt{15.992.001} = 3.999$
$\sqrt{56.644} = 238$	$\sqrt{49.084.036} = 7.006$
$\sqrt{69.169} = 263$	$\sqrt{259.081} = 509$
$\sqrt{229.441} = 479$	$\sqrt{60.481.729} = 7.777$
$\sqrt{239.121} = 489$	$\sqrt{80.568.576} = 8.976$
$\sqrt{322.624} = 568$	$\sqrt{84.456.100} = 9.190$
$\sqrt{459.684} = 678$	$\sqrt{622.521} = 789$
$\sqrt{972.196} = 986$	$\sqrt{772.641} = 879$
$\sqrt{49.284} = 222$	$\sqrt{956.484} = 978$
$\sqrt{654.481} = 809$	$\sqrt{459.684} = 678$
$\sqrt{64.144.081} = 8.009$	

203. La *vérification de la racine carrée se fait* en carrant la racine, et en ajoutant le reste, s'il y en a. On fait aussi la preuve par 9, comme pour la multiplication.

De la racine cubique.

204. La *racine cubique est* une opération qui consiste à décomposer un nombre en un autre qui, élevé à la troisième puissance, produise le premier nombre donné : $\sqrt[3]{27}=3$, parce que $3^3=27$.

205. On peut considérer l'extraction de la racine cubique comme la décomposition d'un cube.

Soit à décomposer le cube 13.824.

Je dis d'abord que la racine ne peut avoir plus de deux chiffres, car $100^3 > 13824$; mais elle en doit avoir deux, car $10^3 < 13824$; elle contient donc des dizaines et des unités.

Or $10^3=1000$; c'est donc dans les mille au moins que se trouve a^3, premier élément du cube ; je sépare donc les trois chiffres à droite.

Mais le chiffre des dizaines ne peut être > 2, car 3^3 dizaines est >13824; j'écris donc seulement 2 à la racine.

Retranchant du cube total $(2 \text{ diz.})^3$ ou 8 mille, le reste $= 5824$, qui renferme les trois autres éléments du cube.

Le deuxième élément est trois fois $a^2 \times b$; or a^2, ou di.z², donnent des cents; ce n'est donc que dans les cents au moins que se trouve cet élément; et trois fois les diz.², ou trois fois a^2, ou trois fois $2^2.=12$ cents; c'est l'un des facteurs qui ont formé le produit 5824.

De plus, le troisième élément trois fois $a \times b^2$ est également renfermé dans cette partie du cube, qui contient encore le quatrième élément b^3.

En cherchant le chiffre qui, multiplié par 12 cents, égale 5824, il faut donc tenir compte des retenues qui ont pu être fournies par les deux derniers éléments. Ce chiffre ne peut d'ailleurs être > 4, car 12 cents $\times 5$ est > 5824; j'écris donc 4 à la racine;

Je fais 3 fois $a^2 \times b$ ou 3 fois (2 diz.)^2 $\times$ les unités, j'ai		48.. cents
puis 3 fois $a \times b^2$ ou 3 fois 2 diz. $\times$ les unités carrées	=	96. diz.
puis enfin b^3 ou le cube des unités	=	64 unit.
les trois éléments réunis	=	5824

que je retranche du cube partiel 5824. Le reste est zéro et la racine 24.

Pratique. J'écris 13.824

1° Je partage le nombre en tranches de trois chiffres; il se trouve deux tranches; d'où je conclus qu'il y aura deux chiffres à la racine.

2° Je dis ensuite : $\sqrt[3]{\ }$ de la 1re tranche = 2 dizaines; je l'écris.

3° Je cube 2 dizaines, ce qui donne 8 mille, que je retranche du 1er cube partiel; j'ai pour reste 5.

4° J'écris la tranche suivante à la droite du reste pour avoir un nouveau cube partiel.

13.824	ab
5.824	24
	$a = 2.^d$
	$a^3 = 8...^m$
	$a^2 = 4..^c$
	$3 \times a^2 = 12..^c$
	$b = 4^u$
	$3a^2 \times b = 48..^c$
	$3a \times b^2 = 96.^d$
	$b^3 = 64^u$

5° Je fais le carré des dizaines; j'ai 4 cents, $3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 5824^u$ que je triple; ce qui donne 12 cents.

6° J'examine combien de fois le second cube partiel contient 12 cents, je trouve 4; je l'écris à la racine.

7° Je multiplie le triple carré des dizaines par les unités, ou 12 cents par 4, ce qui donne 48 cents.

8° Je multiplie le triple des dizaines par le carré des unités, ou 6 dizaines par 16, ce qui donne 96 dizaines.

9° Je cube les unités ou 4, ce qui donne 64.

10° Je réunis ces trois produits; j'ai pour somme 5824, que je retranche du second cube partiel. J'ai pour reste 0 et pour racine 24.]

Exercices.

$\sqrt[3]{1} = 1$	$\sqrt[3]{1.728} = 12$	$\sqrt[3]{300.763} = 67$
$\sqrt[3]{8} = 2$	$\sqrt[3]{12.167} = 23$	$\sqrt[3]{456.533} = 77$
$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{39.304} = 34$	$\sqrt[3]{287.496} = 66$
$\sqrt[3]{64} = 4$	$\sqrt[3]{474.552} = 78$	$\sqrt[3]{704.969} = 89$
$\sqrt[3]{125} = 5$	$\sqrt[3]{274\ 625} = 65$	$\sqrt[3]{205.379} = 59$
$\sqrt[3]{216} = 6$	$\sqrt[3]{103.823} = 47$	$\sqrt[3]{681.472} = 88$
$\sqrt[3]{343} = 7$	$\sqrt[3]{636.056} = 86$	$\sqrt[3]{857.375} = 95$
$\sqrt[3]{512} = 8$	$\sqrt[3]{970.299} = 99$	$\sqrt[3]{912.673} = 97$
$\sqrt[3]{729} = 9$	$\sqrt[3]{250.047} = 63$	$\sqrt[3]{59.319} = 39$
$\sqrt[3]{1.000} = 10$	$\sqrt[3]{592.704} = 84$	$\sqrt[3]{85.184} = 44$

Exercices.

206. *Lorsqu'il y a plus de deux tranches*, on écrit la troisième à la droite du second reste pour avoir un nouveau cube partiel ; on triple le carré des chiffres de la racine, en les considérant comme des dizaines (182), ce qui donne $3a^2$; on continue ensuite comme il est dit au n° 205, 5°.

Exemple. Soit $\sqrt[3]{14.348.907}$, j'écris

14.348.907	243
8	$a = 24.^d$
	$a^2 = 576..^c$
6.348	$3a^2 = 1728..^c$
5.824	$b = 3^u$
524 907	$3a^2 \times b = 5184..^c$
524.907	$3a \times b^2 = 648.^d$
000.000	$b^3 = 27^u$
	$3a^2 \times b + 3a \times b^2 + b^3 = 524907^u$

1° Je remarque d'abord qu'il y a trois tranches, et que par conséquent il y aura trois chiffres à la racine.

2° Ayant trouvé les deux premiers chiffres, je les considère comme des unités.

3° Je triple le carré de 24 dizaines, et j'ai 1.728 cents.

4° J'examine combien 524.907 contient de fois 1.728 cents ; je trouve 3, que j'écris à la racine.

5° Je multiplie le triple carré des dizaines par les unités, ou 1.728 cents par 3 ; j'obtiens 5.184 cents.

6° Je multiplie le triple des dizaines par le carré des unités ou 72 dizaines par 9, j'ai 648 dizaines.

7° Je cube les unités, j'obtiens 27 unités.

8° Je réunis ces trois produits, j'obtiens 524.907, que je retranche du 3e cube partiel. J'ai pour reste 0, et pour racine 243.

206 *bis* On *connaît qu'un chiffre de la racine est trop faible* quand le reste égale au moins 3 fois le carré des chiffres de la racine + trois fois cette racine + 1 ($3a^2 + 3a + 1$).

207. *Lorsqu'on a obtenu au moins la moitié* des chiffres de la racine cubique, on peut obtenir les autres en divisant le dernier reste par trois fois le carré des chiffres de la racine, c'est-à-dire par $3a^2$.

208. *Dans la pratique*, après avoir trouvé chaque chiffre de la racine, il est plus expéditif de faire le cube de tous les chiffres obtenus, et de le retrancher du cube total.

Exemple précédent. Le cube de 2 cents = 8 cent mille.

Le cube de 24 dizaines = 524 mille; je le retranche du cube total, et j'ai pour reste 524.907.

Le cube de 243 = 14.348.907; je le retranche du cube total, et j'ai pour reste 0.

Exercices.

$\sqrt[3]{1.000.000.000} = 1.000$	$\sqrt[3]{305.252} = 67 + 4.489$ de reste
$\sqrt[3]{997.002.999} = 999$	$\sqrt[3]{462.462} = 77 + 5.929$
$\sqrt[3]{491.169.069} = 789$	$\sqrt[3]{291.952} = 66 + 4.456$
$\sqrt[3]{679.151.439} = 879$	$\sqrt[3]{712.900} = 89 + 7.931$
$\sqrt[3]{435.441.352} = 978$	$\sqrt[3]{208.861} = 59 + 3.482$
$\sqrt[3]{311.665.752} = 678$	$\sqrt[3]{689.216} = 88 + 7.744$

209. On *vérifie la racine cubique* en élevant la racine à la troisième puissance, et en ajoutant le reste s'il y en a. On fait aussi la preuve par 9, comme pour la multiplication.

210. On *obtient les racines d'un degré supérieur à la racine cubique* en extrayant successivement plusieurs racines carrées ou cubiques, pourvu que la racine demandée soit un multiple de 2 ou de 3.

$$\sqrt[4]{625} = \sqrt{\sqrt{625}} = 5 \qquad \sqrt[6]{117.649} = \sqrt[3]{\sqrt{117.649}} = 7.$$

Exercices.

$\sqrt{1.000.000} = 10$	$\sqrt[6]{2.985.984} = 12$	$\sqrt[8]{43.046.721} = 9$
$\sqrt[6]{531.441} = 9$	$\sqrt[8]{65.536} = 4$	$\sqrt[5]{59.049} = 9$
$\sqrt[4]{4.096} = 8$	$\sqrt[4]{1.296} = 6$	$\sqrt[12]{531.441} = 3$
$\sqrt[5]{16.807} = 7$	$\sqrt[6]{117.649} = 7$	$\sqrt[9]{10.077.696} = 6$
$\sqrt[6]{262.144} = 8$	$\sqrt[4]{6.561} = 9$	$\sqrt[6]{46.656} = 6$

211. Les *racines des autres degrés* ne s'obtiennent que par des calculs longs et pénibles que l'emploi des logarithmes simplifie d'une manière admirable.

FRACTIONS.

212. Une *fraction* est une ou plusieurs parties d'une unité que l'on suppose divisée en un certain nombre de parties égales : *cinq dixièmes*, *trois quarts*.

213. Il y a *deux sortes de fractions*, les fractions *décimales* et les fractions *absolues*. On distingue aussi les parties aliquotes des nombres complexes.

FRACTIONS DÉCIMALES.

214. Les *fractions décimales* sont celles dont l'entier est divisé en parties de dix en dix fois plus petites, à mesure qu'on rétrograde vers la droite.

215. L'*unité se divise* en dix parties, qu'on nomme *dixièmes;* le dixième en dix parties, qu'on nomme *centièmes;* le centième en dix parties, qu'on nomme *millièmes*, etc.

216. Les *fractions décimales se nomment* aussi simplement décimales, et les nombres qui en contiennent se nomment *nombres décimaux*.

216 *bis*. Les *fractions décimales sont produites* par les divisions qui ne peuvent se faire sans reste, et dont le quotient est approché à 1 dixième, 1 centième, 1 millième, etc., près. Voy. n° 242.

217. On *écrit les décimales* comme les entiers, dont on les sépare au moyen d'une virgule : 4 entiers 5 dixièmes s'écrit 4,5 ; 6 entiers 5 millièmes s'écrit 6,005.

218. Si *les entiers manquent*, on les remplace par un zéro. On remplace de la même manière les décimales intermédiaires : 9 millièmes s'écrit 0,009.

219. Pour *bien écrire les décimales*, il suffit de se rappeler que les dixièmes sont du deuxième ordre à droite, les centièmes sont du troisième ordre, les millièmes sont du quatrième, etc. : 28 entiers 4006 dix millièmes s'écrit 28,4006.

Tableau de numération des décimales.

Classes	1re			2e			
	entiers,	dix.,	cent.,	mill.,	dix-mill.,	cent-mill.,	million., etc.
Ordres	1er,	2e,	3e,	4e,	5e,	6e,	7e.

EXERCICES. Écrivez en chiffres les nombres décimaux suivants :

28,6 dix. + 14,49 cent. + 7,696 mill. + 8,5 cent. + 4,6 mill. + 20 cent. + 30 mill. = 53 ent. 072 mill.

8 ent. 4 mill. + 349,349 mill. + 349,3 dix. 33 mill. + 15 cent. + 157 mill. + 4,56 cent. 6 mill. = 711 ent. 560 mill.

19 ent. 512 mill. + 37,387 mill. + 6 mill. + 72 dix. + 28 cent. + 37 mill. + 748 cent. + 1484 dix. = 222 ent. 302 mill.

15 ent. 409 mill. + 8 dix. 8 cent. 8 mill. + 888 mill. + 3,303 mill. + 3,7 cent. + 3,7 mill. + 3 ent. 7 dix. = 30 ent. 265 mill.

2 ent. 427 mill. + 3,28 mill. + 34,28 cent. + 46 cent. + 6,58 cent. + 7,8 mill. = 53 ent. 783 mill.

329 dix. 8 mill. + 747 cent. + 8497 mill. + 78,8 mill. + 7 dix-mill. 8 cent mill. + 38 dix-mill. + 742 cent-mill. + 5555 mill. = 132 ent. 45 cent.

220. On *lit les décimales* en énonçant chaque ordre séparément : 6,48 se lit : 6 entiers, 4 dixièmes, 8 centièmes, ou comme un nombre entier que l'on fait suivre du nom des décimales inférieures : 648 centièmes, et plus ordinairement en énonçant les entiers, puis la fraction à laquelle on donne le nom des décimales inférieures : 6 entiers 48 centièmes.

221. Les *zéros ajoutés à la droite d'un nombre décimal* n'en changent pas la valeur, 1,1 = 1,10.

DÉMONSTRATION. La partie entière n'a pas changé ; la partie décimale contient 10 fois plus de parties ; mais ces parties sont dix fois plus petites ; donc (221).

222. La *suppression des zéros à la droite d'un nombre décimal* n'en change pas la valeur, 1,10 = 1,1.

DÉMONSTRATION. La partie entière ne change pas ; la partie *décimale est dix fois plus petite ; mais les parties sont dix fois plus grandes ; donc* (222).

223. On *réduit les fractions décimales en même dénomination* en ajoutant à la droite du nombre qui a le moins de décimales autant de zéros qu'il en faut pour égaler le nombre de décimales de la fraction qui en a le plus : soit 4,6 et 3,748, *on a* 4,600 *millièmes et* 3,748 *millièmes.*

Fractions périodiques.

223 *bis.*. On *nomme fraction décimale périodique* celle dont les chiffres se reproduisent indéfiniment dans un ordre constant et régulier, 1 : 3 = 0.333,... *en fraction périodique.*

224. Une *fraction périodique* est simple ou mixte.

225. Une *fraction périodique simple* est celle dont la période commence immédiatement après la virgule, 0,666.... 0,4545.

226. Une *fraction périodique mixte* est celle dont la période ne commence qu'après une ou plusieurs décimales, 0,58333...

227. Une *fraction décimale sera périodique* si le diviseur qui la produit ne contient pas les facteurs 2 et 5.

228. Une *période sera simple* si le diviseur qui la produit ne contient pas les facteurs premiers 2 et 5; 7 : 9 = 0,777.

229. Une *période sera mixte* si le diviseur qui la produit contient les facteurs 2 et 5; 18 : 30 = 0,5666.

ADDITION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

230. L'*addition des nombres décimaux se fait comme* celle des entiers, sans avoir égard à la virgule, en ayant soin de séparer à la droite du total autant de décimales qu'il y en a dans le nombre qui en contient le plus.

4,4 + 0,84 + 0,098 = 5 ent. 338 mill.

EXERCICES. Ecrire, énoncer et additionner les nombres suivants :

8,794 mill. + 8,97 cent. + 9,6 dix. + 7,4868 dix-mill. = 34,8508 dix-mill.

74 entiers 6 dix. + 7,46 cent. + 746 mill. + 746 dix-mill. + 746 cent-mill. = 82,88806 cent-mill.

7 ent. 47874 cent-mill. + 28 ent. 6 dix. + 4,54 cent. + 3,7 cent. + 4,8 mill. + 7,6 dix-mill. = 54,69734 cent-mill.

4 ent. 7 cent-mill. + 74 cent-mill. + 474 dix-mill. + 1,87 cent. + 7,8 cent. + 4 mill. = 13,00221 cent-mill.

7 ent. 43 cent. + 8,41 mill. + 40,87 dix-mill. + 708 dix-mill. + 19,8004 dix-mill. + 7 ent. 7 dix-mill. = 82,3516 dix-mill.

7 dix. + 4 cent. + 7 mill. + 7 dix-mill. + 7 cent-mill. + 7 million. = 0,747777 million.

7 cent. + 34 cent. + 4,487 mill. + 9,3878 dix-mill. + 7,8 dix. + 7 dix-mill. + 8 dix-mill. = 22,7163 dix-mill.

47,004 cent-mill. + 71 cent-mill. + 78,007 cent-mill. + 48 cent. + 9,70008 cent-mill. + 1,4 cent. = 12,47162 cent-mill.

37 ent. 3 dix. + 78,94 mill. + 479,94 dix-mill. 374,94 cent-mill. + 7,19 cent. + 907 dix-mill. = 9,7568504 cent mill.

328 ent. 7487 dix-mill. + 74,9 dix-mill. + 90 ent. 9137 dix-mill. + 8,4716 + 717,8485 + 674,7896 = 18,94773 mill.

SOUSTRACTION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

231. La *soustraction des nombres décimaux se fait* comme celle des nombres entiers, en ayant soin de séparer au résultat autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans le nombre qui en contient le plus.

EXERCICES.

14,15	— 7,18	= 6,97	0,470	— 0,1847	= 0,2853
47,748	— 19,497	= 28,251	0,0707	— 0,019	= 0,0517
60,047	— 17,189	= 42,858	5,047	— 1,718	= 3,329
7,8	— 4,784	= 3,016	14,007	— 8,178	= 5,829
0,0487	— 0,0198	= 0,0289	0,3074	— 0,1798	= 0,1276

MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

232. Pour *multiplier un nombre décimal par* 10, 100, 1000, etc., il suffit de reculer la virgule d'un, de deux ou de trois, etc., rangs vers la droite : $4{,}75 \times 10 = 47{,}5$.

Les entiers sont devenus des dizaines, les dixièmes sont des entiers, les centièmes sont des dixièmes ; donc tout le nombre est 10 fois aussi grand, donc....

233. Pour *diviser un nombre décimal par* 10, 100, 1000, etc., il suffit d'avancer la virgule d'autant de rangs à gauche qu'il y a de zéros à la droite de l'unité : 475, : 10 = 47,5.

Les cents sont des dizaines, les dizaines sont des unités, les unités sont des dixièmes ; donc tout le nombre est dix fois plus petit, donc...

234. La *multiplication des nombres décimaux se fait* comme celle des entiers, en ayant soin toutefois de séparer à la droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les deux facteurs : $4{,}05 \times 7{,}009 = 28{,}38645$ cent millièmes.

DÉMONSTRATION. En considérant les centièmes du multiplicande comme des entiers, on a un produit cent fois trop fort ; on le rend cent fois plus petit en avançant la virgule de deux rangs vers la gauche (232) ; de même, en considérant les millièmes du multiplicateur comme des entiers, on a un produit mille fois trop grand ; on le rendra mille fois plus petit en avançant la virgule de trois rangs vers la gauche ; donc....

EXERCICES.

8,7 × 7,	= 60,9	dix.	6,78 × 5,76	= 45,8528	d. mil.
47,4 × 8,	= 379,2	dix.	7,890 × 7,658	= 60,421620	million.
8,37 × 6,	= 50,22	cent.	0,854 × 0,987	= 0,842898	million.
9,48 × 9,	= 85,32	cent.	0,09 × 9,005	= 0,81027	c. mil.
7,777 × 6,7	= 52,1059	d. mil.	0,807 × 5,07	= 4,09149	c. mil.

79, × 28, = 2212,		0,7 × 9,09 = 6,363	mill.
7,08 × 8,9 = 63,012	mill.	8,88 × 7,77 = 68,9976	d. mil.
5,007 × 0,08 = 0,40056	c. mil.	5,6 × 7,08 = 39,648	mill.
4,5 × 0,45 = 2,025	mill.	8,09 × 4,30 = 34,787	mill.
7,06 × 9,07 = 64,0342	d. mil.	7,86 × 8,009 = 62,95074	million.

235. Si *le produit ne contient pas autant de chiffres qu'il y a de décimales à séparer*, on ajoute les zéros nécessaires à la gauche du produit.

Soit à multiplier 0,048 par 0,004, on a au produit 192; mais comme on doit séparer six décimales, on ajoute 3 zéros pour les compléter, ce qui donne au produit 0 entiers 000192 millionièmes.

EXERCICES.

0,09 × 0,007 = 0,00063	c.-mil.	45,009 × 0,007 = 0,315063	million.
0,90 × 0,078 = 0,07020	c.-mil.	0,008 × 0,008 = 0,000064	million.
0,080 × 0,0009 = 0,000072	mill.	0,087 × 0,078 = 0,006786	million.
0,78 × 0,8005 = 0,624390	mill.	0,09 × 0,08 = 0,0072	d.-mill.
7,007 × 6,0008 = 42,0476056	d.-mil.	0,7 × 0,18 = 0,126	mill.

236. On *abrége la multiplication des nombres décimaux* en écrivant le multiplicateur en sens inverse sous le multiplicande, et le chiffre des entiers deux rangs à droite de celui du multiplicande qui représente l'espèce des décimales qu'on veut avoir exactement au produit; on écrit les décimales à la gauche des entiers; ensuite chaque chiffre du multiplicateur multiplie le chiffre correspondant du multiplicande et ceux de gauche seulement. On obtient des décimales du même ordre; on fait l'addition de tous les produits partiels, et l'on sépare à la droite autant de décimales qu'il y en a eu d'employées au multiplicande seulement.

Soit 0,47879 à multiplier par 4,763, et dont on veuille avoir le produit à moins d'un centième près, j'écris le multiplicande — 0ent,47879

et dessous, le multiplicateur dans un ordre inverse — 3674

et de façon que les entiers soient deux ordres à droite des centièmes. Les dix-mill. × les unités, = 19148 d. mil.

les millièmes × les dixièmes = 3346 d. mil.

les centièmes × les centièmes = 282 d. mil.

et enfin les dixièmes × les millièmes = 12 d. mil.

Produit total 2,ent.2788 d. mil.

En faisant la multiplication ainsi qu'à l'ordinaire, on aurait 2,28047677; opération beaucoup plus longue, et exigeant moitié plus de chiffres.

237. Dans *les produits des nombres décimaux on néglige* ordinairement les millièmes ou les dix millièmes. Dans ce cas, si le premier chiffre négligé excède 4, on ajoute une unité au chiffre immédiatement supérieur. 2,2788 seraient 2 entiers 279, ou 2,28.

238. Le *produit est plus petit que le multiplicande* **lorsque le multiplicateur est moindre que l'unité (n° 83).**

DIVISION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

239. La *division des nombres décimaux s'opère* comme celle des entiers, en ayant soin toutefois de séparer à la droite du quotient autant de chiffres décimaux qu'il y en a au dividende, et d'en ajouter autant qu'il y en a au diviseur.

EXEMPLE. Soit En faisant l'opération comme si c'étaient des entiers, on obtient pour quotient 768. Pour donner à ce quotient sa juste valeur, il faut considérer d'abord qu'en divisant des millièmes, on a obtenu des millièmes (122); il faut donc séparer trois chiffres à la droite du quotient pour avoir des entiers; mais, en divisant par des entiers au lieu de diviser par des dixièmes, on a un quotient dix fois trop faible (138); on le rendra dix fois plus grand en reculant la virgule d'un rang vers la droite, ce qui donne pour quotient 7,68; donc (239).

9,216	1,2
81	7,68 cent.
96	
0	

240. Pour diviser un nombre décimal par un autre, si le nombre de décimales n'est pas le même dans les deux termes, on peut écrire à la droite de celui qui en a le moins autant de zéros qu'il en faut pour égaler le nombre de décimales du terme qui en a le plus. 0,47 : 4 s'écrit 0,47 : 4,00, et la division se fait comme pour les entiers.

241. Pour avoir un quotient approché, lorsqu'une division a un reste, on écrit à la droite du dividende autant de zéros qu'on veut avoir de décimales, et l'on continue l'opération.

EXEMPLE. Soit à diviser 49 par 8, on a Après avoir effectué la division, je trouve pour quotient 6 entiers et 1 de reste; pour avoir un quotient plus approché, à un millième près par exemple, j'écris trois zéros à la droite du dividende, et je continue la division; j'obtiens pour quotient 6 125; mais, considérant que j'ai divisé des millièmes qui m'ont donné des millièmes, je sépare 3 chiffres à la droite du quotient, qui devient ainsi 6 entiers 125 millièmes.

49,000	8
1,0	6,125
20	
40	
0	

242. Pour *obtenir un quotient à moins d'un dixième près*, il faut obtenir des dixièmes à ce quotient; on est alors certain que l'erreur est moindre qu'un dixième. Si l'on a des centièmes, le quotient est à *moins d'un* *centième près ;* si l'on a des millièmes, l'erreur est de moins d'un millième.

Exercices.

710,355	: 5,	=	142,071		20.826,	: 8,9	=	2 340,
15,456	: 672,	=	0,023		49.632,	: 0,33	=	150.400,
121,66	: 77,	=	1,58		73.080,	: 0,36	=	203.000,
34,8	: 6,	=	5,8		4.536,	: 0,648	=	7.000,
921,60	: 8,	=	115,20		3.714,	: 6,19	=	600,
1,476	: 9,	=	0,164		2.935,	: 0,0587	=	50.000,
0,036	: 4,	=	0,009		1.912,	: 47,8	=	40,
9,027	: 9,	=	1.003		1.912,	: 1,	=	1.912,
4,47	: 3,	=	1,49		1.912,	: 0,1	=	19.120,
4,9	: 7,	=	0,7		1.912,	: 0,001	=	1.912.000,
45,6	: 10,	=	4,56		8.964,	: 0,996	=	9.000,
4,5	: 100,	=	0,045		4.605,	: 9,21	=	500,
456,	: 1.000,	=	0,456		4.605,	: 0,0921	=	50.000,

478,5	: 0,5	=	957,		1 : 2	=	0,500	à moins d'un millième près
70,875	: 9,	=	7,875		3 : 2	=	1,500	
8,376	: 0,08	=	104,7		3 : 4	=	0,750	
54,72	: 0,009	=	6.080,		5 : 6	=	0,833	
34,008	: 7,8	=	4,36		7 : 5	=	1,4	
33,369	: 0,681	=	49,		7 : 8	=	0,875	
19,188	: 2,34	=	8,2		6 : 7	=	0,857	
427,833	: 0,009	=	7.537		4 : 9	=	0,444	
65,100	: 3,00	=	21,7		1 : 11	=	0,090	
518,400	: 0,720	=	720,		1 : 9	=	0,111	

242 *bis.* Le *quotient est plus grand que le dividende* lorsque le diviseur est moindre que l'unité. 6, : 0,3 = 20 entiers.

Démonstration. 6 entiers ou 60 dixièmes contiennent 20 fois 3 dixièmes.

FORMATION DES PUISSANCES DES NOMBRES DÉCIMAUX.

243. La *formation des puissances s'opère* comme pour les entiers, en ayant soin toutefois de séparer à la droite des produits autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les facteurs.

Exercices.

$0{,}1^2$	= 0,01		$4{,}78^2$	= 22,8484		$0{,}08^3$	= 0,000512
$0{,}01^3$	= 0,000001		$7{,}09^2$	= 50,2681		$8{,}007^2$	= 64,112049
$0{,}001^2$	= 0,000001		$4{,}7^3$	= 103,823		$9{,}87^3$	= 961,504803

244. En *carrant des dixièmes, on obtient* des dixièmes carrés, qui sont représentés par deux chiffres. Les centièmes carrés sont également représentés par deux chiffres. $0,4^2 = 0,16$ dixièmes carrés; $0,03^2 = 0,00$ dixièmes carrés 09 centièmes carrés, qu'on écrit 0,0009.

245. En *cubant des dixièmes* on obtient des dixièmes cubes, que l'on représente par trois chiffres. $0,4^3 = 0,064$ dixièmes cubes; $0,9^3 = 0,729$ dixièmes cubes. Les centièmes sont aussi représentés par trois chiffres; il en est de même des millièmes cubes. $0,05^3 = 0,000125$ centièmes cubes; $0,002^3 = 0,000000008$ millièmes cubes.

EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES DÉCIMAUX.

Racine carrée.

246. On *obtient la racine carrée des nombres décimaux* comme celle des entiers, en ayant soin toutefois de séparer le nombre en tranches de deux chiffres en commençant par les unités, et de compléter par un zéro la tranche de droite qui n'aurait qu'un chiffre. $\sqrt{9,4}$ s'écrira $\sqrt{9,40}$ (244).

247. Pour *approcher de la véritable racine* d'un nombre qui n'est pas un carré parfait, on écrit à la droite des entiers autant de fois deux zéros qu'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine (n° 244); on considère ensuite tout le nombre comme des entiers, et l'on sépare à la droite de la racine autant de chiffres décimaux qu'on a de tranches à la droite des entiers. $\sqrt{5}$ à moins d'un centième près $= \sqrt{5,0000} = 2,23$.

248. Une *tranche à la droite des entiers* donne la racine à moins d'un dixième près; deux tranches la donnent à moins d'un centième près.

Exercices.

$\sqrt{0,25} = 0,5$	$\sqrt{0,0036} = 0,06$	$\sqrt{20,7906} = 4,56$
$\sqrt{0,49} = 0,7$	$\sqrt{8,1} = 2,846$	$\sqrt{3,074} = 1,75$
$\sqrt{0,9} = 0,948$	$\sqrt{0,0049} = 0,07$	$\sqrt{7,569} = 2,75$
$\sqrt{0,09} = 0,3$	$\sqrt{2,5} = 1,58$	$\sqrt{0,7569} = 0,87$
$\sqrt{0,4} = 0,63$	$\sqrt{0,081} = 0,284$	$\sqrt{94,09} = 9,7$
$\sqrt{0,04} = 0,2$	$\sqrt{1,0609} = 1,03$	$\sqrt{0,9409} = 0,97$
$\sqrt{0,0144} = 0,12$	$\sqrt{1,2769} = 1,13$	

$\sqrt{4,9}=2,21$ à m. d'un cent. près	$\sqrt{7,}=2,645$ à m. d'un mil. près
$\sqrt{3,6}=1,897$ à m. d'un mil. près	$\sqrt{8,2}=2,86$ à m. d'un cent. près
$\sqrt{3,}=1,7$ à m. d'un dix. près	$\sqrt{10,1}=3,162$ à m. d'un mil. près
$\sqrt{5,}=2,23$ à m. d'un cent. près	$\sqrt{0,8}=0,89$ à m. d'un cent. près
$\sqrt{6,}=2,44$ dito	$\sqrt{3,1}=1,760$ à m. d'un mil. près

Racine cubique.

249. On *obtient la racine cubique des nombres décimaux* comme celle des entiers, en ayant soin toutefois de partager le nombre en tranches de trois chiffres, en commençant par les entiers, et de compléter par des zéros la tranche de droite qui n'aurait pas trois chiffres. $\sqrt[3]{9,4}$ s'écrira $\sqrt[3]{9,400}$ (245). $\sqrt[3]{9,4}$ dixièmes s'écrit $\sqrt[3]{9,004}$ dixièmes.

250. Pour *approcher de la véritable racine* cubique d'un nombre qui n'est pas un cube parfait, on écrit à la droite le nombre de zéros nécessaire pour former autant de fois trois chiffres qu'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine (n° 245); on considère ensuite tout le nombre comme des entiers; puis on sépare à la droite de la racine autant de décimales qu'il y a de tranches à la droite des entiers. $\sqrt[3]{17}$, à moins d'un centième près $= \sqrt[3]{17,000000} = 2,57$.

Exercices. Extraire les racines suivantes :

à moins d'un dix. près	à moins d'un dix. près	à moins d'un dix. près
$\sqrt[3]{4} = 1,5$	$\sqrt[3]{8} = 2,0$	$\sqrt[3]{48} = 3,6$
$\sqrt[3]{5} = 1,7$	$\sqrt[3]{9} = 2,0$	$\sqrt[3]{74} = 4,2$
$\sqrt[3]{6} = 1,8$	$\sqrt[3]{17} = 2,5$	$\sqrt[3]{87} = 4,4$
$\sqrt[3]{7} = 1,9$		

à moins d'un centième près	à moins d'un millième près
$\sqrt[3]{4,5} = 1,62$	$\sqrt[3]{0,9} = 0,965$
$\sqrt[3]{3,74} = 1,55$	$\sqrt[3]{0,09} = 0,447$
$\sqrt[3]{7,8741} = 1,98$	$\sqrt[3]{77,7} = 4,265$
$\sqrt[3]{0,84} = 0,94$	$\sqrt[3]{88,88} = 4,462$
$\sqrt[3]{0,81} = 0,93$	$\sqrt[3]{74,008} = 4,198$
$\sqrt[3]{0,216} = 0,60$	$\sqrt[3]{64,001} = 4,000$
$\sqrt[3]{2,16} = 1,29$	$\sqrt[3]{125,27} = 5,000$
$\sqrt[3]{0,8478} = 0,94$	$\sqrt[3]{343,748} = 7,005$
$\sqrt[3]{21,6} = 2,78$	$\sqrt[3]{743,771} = 9,060$
$\sqrt[3]{8,07} = 2,00$	$\sqrt[3]{12,4} = 2,314$

SYSTÈME MÉTRIQUE.

251. Le SYSTÈME MÉTRIQUE est l'ensemble des mesures dont le mètre est la base.

252. Les *principales choses à mesurer sont* : la *longueur*, la *surface*, le *volume*, la *contenance*, le *poids*, la *valeur*, le *temps* et le *cercle*.

253. Les *unités des nouvelles mesures sont* : le *mètre*, l'*are*, le *stère*, le *litre*, le *gramme* et le *franc*.

254. Les *quantités métriques suivent la progression* décuple ; chaque chiffre a une valeur de dix en dix fois plus grande en avançant vers la gauche, et une valeur de dix en dix fois plus petite en rétrogradant vers la droite.

255. Dans *les quantités métriques*, les mots *dizaines*, *cents*, *mille*, *dix mille*, sont remplacés par les équivalents *déca*, *hecto*, *kilo*, *myria*, qui sont tirés du grec; les mots *dixième*, *centième*, *millième*, sont remplacés par *déci*, *centi*, *milli*, qui sont tirés du latin. On fait suivre chacun de ces mots du nom de l'unité à laquelle on les applique : *décamètre*, *hectogramme*, *centilitre*.

256. L'*unité des mesures de longueur* est le *mètre*.

257. Le *mètre* est la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre, c'est-à-dire de la distance du pôle à l'équateur.

258. La *longueur du quart du méridien* est de 5.130 740 toises; elle fut déterminée par celle de l'arc compris entre Dunkerque et Barcelone, prise de 1792 à 1799 par MM. Delambre et Méchin. Plus tard, MM. Biot et Arago continuèrent l'opération de Barcelone à Formentera, et reconnurent une erreur peu importante.

259. Les *multiples du mètre* sont : le *décamètre*, l'*hectomètre*, le *kilomètre* et le *myriamètre*; les sous-multiples sont : le *décimètre*, le *centimètre* et le *millimètre*.

259 *bis*. Les *mesures effectives de longueur* sont :

1° Le double décamètre
2° Le décamètre
3° Le demi-décamètre
en fer, divisés en doubles décimètres; il en existe aussi en rubans vernis; on s'en sert pour l'aréage des terres.
4° Le double mètre, en bois ou en rubans vernis.
5° Le mètre, en bois, en fer, en cuivre, etc., divisés en décimètres, centimètres et millimètres.
6° Le double décimètre, en bois, en fer, etc., d'une seule pièce ou brisé en deux parties.
7° Le double décimètre
8° Le décimètre
en bois, en cuivre, etc., divisés en centimètres et millimètres.

260. A *l'égard des tissus*, on n'emploie pas les multiples; on dit : dix mètres de drap, cent mètres de toile, etc.

261. L'*unité des mesures agraires* ou de surface est l'*are*.

262. L'*are* est une surface de dix mètres de côté ou cent mètres carrés.

263. L'*are* n'a qu'un *multiple*, l'*hectare*, et un sous-multiple, le *centiare*, ou mètre carré.

264. Dans *la numération des mesures de surface*, chaque espèce d'unité occupe *deux* ordres; car le mètre carré contient dix décimètres de long sur autant de large, ce qui fait 100 décimètres carrés; on compte donc jusqu'à 99 décimètres carrés avant d'avoir le mètre carré, que l'on nomme *centiare;* il n'y a donc pas de *déciare*. On compte également jusqu'à 99 mètres carrés avant d'avoir un *are*; il n'y a pas non plus de *décare*, car l'hectare contient 100 ares, et le côté du carré de la dixième partie de 100 ne pourrait s'exprimer exactement, car $\sqrt{10}$ est incommensurable.

265. On *peut considérer chaque chiffre comme des dixièmes* de l'unité immédiatement supérieure; mais, dans ce cas, il faut bien savoir que ces dixièmes représentent toujours une surface de 10 décimètres ou 10 mètres, etc. de long, sur un certain nombre de décimètres ou de mètres de large; ainsi, dans 4 ares 20 centiares les 2

dixièmes représentent une surface de 10 mètres de long sur 2 mètres de large, ou 20 mètres carrés, ou 20 centiares.

266. L'*unité de mesure pour le gros bois de chauffage* et le bois de charpente est le STÈRE.

267. Le *stère* est un volume d'un mètre de côté.

268. Le *stère n'a pas de multiples* particuliers; les sous-multiples sont le *dixième*, le *centième* et le *millième* de stère.

269. Le *dixième de stère* est un corps d'un mètre de long sur un décimètre de large et autant d'épaisseur. Ces dimensions se nomment *équarrissage*.

270. Le *centième de stère* est un volume d'un mètre de long sur un centimètre d'équarrissage.

271. Le *millième de stère* est un volume d'un mètre de long sur un millimètre d'équarrissage.

272. Le *stère vaut* 1.000 décimètres cubes, 1.000 $\times$ 1.000 centimètres cubes, et 1.000 $\times$ 1.000 $\times$ 1.000 millimètres cubes. Le décimètre cube est donc un millistère, et non un décistère; il n'y a pas plus de décistère qu'il n'y a de déciare. Chaque espèce d'unité occupe trois ordres.

273. Pour *les corps autres* que le bois de chauffage et le bois de charpente, le stère a conservé le nom de *mètre cube*.

274. L'*unité des mesures de contenance* est le LITRE.

275. Le LITRE est un vase de la contenance d'un décimètre cube.

276. Pour *les usages ordinaires* de la vie, on a donné au litre une forme cylindrique.

277. Les *multiples du litre* sont : le *décalitre*, l'*hectolitre*. Les sous-multiples sont : le *décilitre* et le *centilitre*.

277 *bis*. Les *mesures effectives de contenance* sont :

1° L'hectolitre,	de 0,5031	de diamètre et autant de hauteur.
2° Le demi-hectolitre,	0,3993	
3° Le double décalitre,	0,2942	
4° Le décalitre,	0,2335	
5° Le demi-décalitre,	0,1853	
6° Le double litre,	0,1366	
7° Le litre,	0,1084	
8° Le demi-litre,	0,0860	
9° Le double décilitre,	0,0634	
10° Le décilitre,	0,0503	
11° Le demi-décilitre,	0,0399	

277 *ter*. Ces *mesures sont en bois* et de forme cylindrique ; le bord

3*

supérieur doit être garni de tôle; elles sont destinées au mesurage des grains et des matières sèches. Les six dernières se font aussi en fer-blanc pour mesurer le lait et l'huile.

	Profondeur,	Diamètre,	Poids,
	m	m	kil gr.
12° Le double litre,	0,2167	0,1084	1,700
13° Le litre,	0,1720	0,0860	1,1
14° Le demi-litre,	0,1366	0,0683	0,650
15° Le double décilitre,	0,1006	0,0503	0,335
16° Le décilitre,	0,0779	0,0399	0,180
17° Le demi-décilitre,	0,0634	0,0317	0,110
18° Le double centilitre,	0,0467	0,0234	0,060
19° Le centilitre,	0,0371	0,0185	0,035

277 *quater*. Ces *mesures sont en étain* et de forme cylindrique; elles sont destinées au mesurage des boissons.

278. L'*unité qui sert à comparer le poids des corps* est le GRAMME.

279. Le *poids du gramme* est égal à celui d'un centimètre cube d'eau pure, pesée dans le vide à son maximum de densité.

280. On *a employé l'eau distillée* afin d'être sûr qu'elle ne contenait aucune matière terreuse ou minérale, ce qui en aurait changé le poids.

281. Le *maximum de densité de l'eau* est le moment où il en peut le plus dans le même vase; ce qui a lieu à 4 degrés du thermomètre centigrade; à une plus grande chaleur, le volume de l'eau augmente; elle occupe aussi plus d'espace en se refroidissant, car l'eau qui se congèle dans un vase le fait casser. On a pesé l'eau dans le vide, c'est-à-dire dans un vase privé d'air, afin que le poids du liquide fût indépendant des variations de l'atmosphère.

282. Les *multiples du gramme* sont : le *décagramme*, l'*hectogramme*, le *kilogramme* et le *myriagramme;* les sous-multiples sont le *décigramme*, le *centigramme* et le *milligramme*.

282 *bis*. Les *mesures effectives de poids* sont en fonte et en cuivre : celles de fonte ont la forme d'une pyramide hexagonale tronquée, et celles de cuivre sont de forme cylindrique, et surmontées d'un bouton dont la hauteur égale la moitié du diamètre de la mesure même.

Les mesures de poids sont :

	Hauteur en fonte.	Hauteur et diamètre en cuivre.
	m	m
1° 50 kilogram.	0,136	»
2° 20 kilog.	0,100	0,142
3° 10 kilog.	0,082	0,114
4° 5 kilog.	0,066	0,090
5° 2 kilog.	0,048	0,066
6° 1 kilog.	0,039	0,052
7° 5 hectog.	0,031	0,042

	Hauteur en fonte.	Hauteur et diamètre en cuivre.
	m	m
8° Double hectog.	0,023	0,032
9° Hectog.	0,018	0,025
10° Demi-hectog.	0,014	0,020
11° Double décag.	»	0,014
12° Décag.	»	0,011
13° Demi-décag.	»	0,009
14° Double gram.	»	haut. 0m,004 diam. 0m,008
15° Gramme.	»	haut. 0m,0025 diam. 0m,007
16° Demi-gramme.	»	Lames de cuivre carrées de 0,015 de côté.
17° Double décig.	»	0,012
18° Décigr.	»	0,010
19° Demi-décig.	»	0,009
20° Double centig.	»	0,007
21° Centig.	»	0,006
22° Demi-centig.	»	0,005
23° Double millig.	»	0,004
24° Millig.	»	0,0035

282 *ter*. On *fait aussi le kilogramme et les poids inférieurs* en forme de godets qui s'empilent l'un dans l'autre; le plus grand est une sorte de boîte qui renferme les autres.

282 *quater*. *Les instruments qui servent à peser les corps* sont la *balance ordinaire*, la *romaine* et le *peson*. La balance ordinaire est seule susceptible de précision.

282 *quinquiès*. *On vérifie une balance* en changeant de plateau les poids et le corps à peser; si alors l'équilibre subsiste encore, la balance est exacte.

282 *sexiès*. *Pour peser exactement un objet avec une balance fausse*, on équilibre cet objet avec des corps quelconques, puis on le remplace par des poids jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli.

283. L'*unité monétaire* est le FRANC.

284. Le FRANC est un disque d'argent pesant cinq grammes.

285. Le *franc n'a pas de multiples* particuliers. Les sous-multiples sont le décime et le centime; le millime n'existe que dans le calcul.

286. Les *monnaies d'or* sont : la pièce de 40 francs, pesant 12 gram. 90.322, et dont le diamètre est de 26 millimètres; la pièce de 20 francs, du diamètre de 21 millimètres.

287. La *loi tolère* 2 millièmes de différence dans le poids de la pièce de 40 fr., et 3 millièmes dans celui de la pièce de 20 fr.

288. La *monnaie d'or a*, d'après la loi, une valeur 15 fois et demi aussi grande que celle de l'argent à poids égal. Or, le kilogramme d'argent vaut 200 francs : le kilogramme d'or vaut donc $200^f \times 15\frac{1}{2}$, ou 3.100 fr.

289. Les *monnaies d'argent* sont la pièce de 5 francs, de $0^m,037$; celle de 2 francs, de $0^m,027$; celle de 1 franc, de $0^m,023$; celle de $0^f,50$, de $0^m,018$, et celle de $0^f,25$, de $0^m,015$.

290. L'*or* et l'*argent* monnayés contiennent toujours un dixième de cuivre qu'on nomme alliage; le degré de pureté de l'or et de l'argent se nomme TITRE; le titre est de 0,900 ou 0,9 gr. d'or ou d'argent fin; le titre des ouvrages d'argent est de 950 et 800 millièmes; la loi tolère 5 millièmes de différence; les ouvrages d'or ont 3 titres : 920, 840 et 750 millièmes; la loi tolère 3 millièmes de différence. Pour garantir ces différents titres, le producteur est tenu de présenter les ouvrages d'or ou d'argent aux préposés du gouvernement, qui les vérifient et les frappent d'un poinçon spécial. La marque se nomme *contrôle*. Le droit est de 1 fr. 10 c. par hectog. d'argent, et de 22 fr. par hectog. d'or.

291. Les *monnaies de cuivre* sont le décime, du poids de 20 grammes, de $0^m,031$; la pièce de 5 centimes, de $0^m,027$, et le centime, de $0^m,018$, d'un poids proportionnel. Il existe quelques autres pièces de monnaie, mais elles doivent être refondues.

292. La *tolérance du poids* des pièces d'argent est, dans l'ordre de leur valeur, de 0,75 centig., 0,05 centig., 0,025 millig., 0,017 millig. et 0,0125 gr. en plus ou en moins. Pour les monnaies de cuivre, la tolérance n'a lieu qu'en plus : elle est d'un cinquantième du poids de chaque pièce.

293. Les *multiples du franc* n'ont pu être rigoureusement assujettis à la division décimale : la pièce de 10 francs eût été trop lourde en argent, et trop petite en or; la pièce de 100 francs en or eût été d'un échange difficile.

DIVISION DU TEMPS ET DU CERCLE.

294. L'*unité de temps* ou de durée est le JOUR.

295. Le *jour* est le temps que met la terre à faire un tour sur elle-même.

296. L'*année* est le temps que met la terre à faire sa révolution autour du soleil.

297. La *terre emploie* 365 jours 5 heures 48 minutes 51 secondes 6 dixièmes à tourner autour du soleil. Cet espace de temps se nomme année *sidérale*.

298. L'*année commune* ou civile est de 365 jours.

299. Les 5 h. 48′ 51″ $\frac{6}{10}$ servent à former un jour tous les quatre ans; ce jour se place à la fin de février, et l'année se nomme BISSEXTILE.

300. L'*année se divise* aussi en quatre saisons : le *printemps*, l'*été*, l'*automne*, l'*hiver;* on la divise encore en 12 mois et en 52 semaines.

301. Les *noms des mois* sont *janvier, février, mars, avril, mai, juin, juillet, août, septembre, octobre, novembre* et *décembre*.

302. La *durée des mois est de*, savoir : janvier, mars, mai, juillet, août, octobre et décembre, 31 jours; février a 28 jours, et 29 dans les années bissextiles; les autres mois ont 30 jours.

303. La *durée d'une semaine* est de sept jours, qui sont *dimanche, lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi.*

304. On *a divisé le jour* en 24 heures, l'heure en 60 minutes, et la minute en 60 secondes.

305. La *durée du jour et de l'année* ne dépendant pas de la volonté de l'homme, il a été impossible d'assujettir les divisions du temps au système décimal. On essaya cependant, en 1793, de régulariser ces divisions autant qu'on pouvait le faire. On commença une nouvelle *ère* au 22 septembre 1792; les mois furent partagés en trois *décades* ou dizaines de jours.

305 *bis*. Les *noms des mois* étaient : *vendémiaire, brumaire, frimaire*, pour l'automne; *nivôse, pluviôse, ventôse*, pour l'hiver; *germinal, floréal, prairial*, pour le printemps; *messidor, thermidor, fructidor*, pour l'été.

306. Les *noms des jours* étaient : *primidi, duodi, tritidi, quartidi, quintidi, sextidi, septidi, octidi, nonidi, décadi*. Les cérémonies du dimanche et nos relations commerciales avec les peuples étrangers ne permirent pas de conserver cette division.

307. Le *cercle et la sphère se divisent* en 360 parties égales, qu'on nomme *degrés;* le degré se divise en 60 *minutes*, et la minute en 60 *secondes*, et même la seconde en 60 *tierces*.

308. On a *aussi divisé le cercle* et la sphère en quatre parties nommées *quadrants;* chaque quadrant est divisé en 100 *grades;* chaque grade en 100 minutes, et chaque minute en 100 secondes; mais presque tous les instruments sont encore gradués, et les cartes géographiques sont dressées d'après la division sexagésimale.

309. Les *degrés se marquent* par un zéro écrit à droite et un peu au dessus; les minutes par ′, et les secondes par ″. 45° 32′ 28″ se lit 45 degrés 32 minutes 28 secondes.

NUMÉRATION DES QUANTITÉS MÉTRIQUES.

310. Pour *écrire sans embarras les quantités métriques*, il suffira de s'exercer quelque temps à l'aide des indications suivantes.

	Mesures de longueur.	Mesures de surface.	Mesures de volume.
	myriam. kilom. hectom. décam. *mètre.* décim. centim. millim.	hect. . . . *ares.* . . . cent.	*m. cube.* . . . décim. . . . centim.
Ordres :	54321,234	321,23	1,234567

	Mesures de volume.	Mesures de contenance.	Mesures de poids.	Monnaies.
	stère dix. cent. mill.	hectol. décal. *litre.* décil. centil.	myriag. kilog. hectog. décag. *gramme.* décig. centig. millig.	*franc.* décimes centimes millimes
Ordres :	1,234	321,23	54321,234	1,234

Exercices. Énoncer et additionner les quantités métriques ci-après :

myriam. kilom. hectom. décam. *mètres.* décim. centim. millim.	hect. . . . *ares.* . . . cent.	*stères.* . . . décist. . . . centist.	*stères.* dix. cent. mill.	myryag. kilog. hectog. décag. *grammes.* décig. centig. millig.
79845,478	148,74	4,748474	4,748	37438,473
6947,34	374,40	38,007307	38,074	8437,04
94,004	47,4	4,700474	4,08	910,740
407,807	40,07	0,407187	7,9	900,004
300,009	348,78	0,007041	87,008	7,407
87594,638	959,39	47,870483	141,810	47693,664

kilol. hectol. décal. *litres.* décil. centil. millil.	*francs.* décim. centim. millim.	myr. kil. hect. déc. *mètres.* décim. centim. millim.	hect. . . . *ares.* . . . cent.
4734,780	37,478	37,4	104,87
87047,008	879,76	810,09	1890,07
8708,04	874,8	4714,008	700,08
6090,8	709,876	980,087	98,7
9765,784	7,008	69,864	9,67
116346,412	2508,922	6611,449	2803,39

Rapport des mesures agraires, des mesures de poids et de contenance, avec le mètre.

millim. cube		millig.
		centig.
		décig.
centim. cube.	millil.	*gramme.*
	centil.	décag.
	décil.	hectog.
décim. cube.	*litre.*	kilog.
	décal.	myriag.
	hectol.	
mètre cube.	kilol.	

centim. carré.	
décim. carré.	
mètre carré.	centiare.
décam. carré.	*are.*
hectom. carré.	hectare

311. L'addition des quantités métriques se fait comme celle des nombres décimaux.

Exercices. Ecrire, énoncer et additionner les nombres suivants.

3 hect. 5 déca. 3 unités + 5 kilo. 5 déca. 5 déci. + 6 unités 6 centi. 6 milli. + 1 hecto. 9 déca. 9 déci. + 39 hecto. 29 unités 47 centi. = 9509 unités 936 millim.

5 kil. 5 hect. 5 déci. + 3 myr. 7 kil. 8 déca. + 28 unités 28 mill. + 34 kil. 58 cent. + 28 déca. 39 déci. = 76892 unités 998 mil.

7 déca. 7 déci. 7 mill. + 8 myr. 8 hect. 8 unités 8 cent. + 32 déca. 32 cent. 7 mill. + 32 déci. 4 cent. 6 mill. + 4 kil. 4 déca. 4 déci. 4 cent. 37 unit. 37 mill. + 7 kil. 7 unit. 37 cent. = 85242 unit. 800 mil.

37 unit. 37 mil. + 7 kil. 7 unités 37 cent. + 87 hect. 6 déca. 3 déci. + 37 mill. + 8 myr. 38 mill. = 95 804 unit. 782 mill.

58 hect. 28 lit. 4 décil. + 329 lit. 4 centil. + 729 décil. 8 centil. + 298 centil. + 32 millil. = 6233 lit. 432 millil.

37 st. 4 dix. + 78 st. 74 cent. + 74 st. 74 mill. + 9 st. 8 cent. + 38 st. 9 mill. = 237 st. 303 mill.

39 fr. 57 cent. + 78 fr. 4 cent. + 74 déc. + 5 fr. 84 déc. + 876 cent. = 147 fr. 17 cent.

7 myr. 32 hect. 38 cent. + 4 hect. 8 unités 6 cent. + 37 hect. 327 cent. + 327 déci. 6 cent. 8 mill. + 15 hect. 15 unités 15 cent. = 78 859 unit. 628 mill.

38 déci. 67 mill. + 97 hect. 8 unités 8 mill. + 57 kil. 8 déca. 74 mill. + 47 unit. 847 mill. + 2 kil. 2 déca. 2 unités 2 déci. = 68 859 unités 996 mill.

5 myr. 38 hect. 6 mèt. 20 mill. + 47 kil. 84 mèt. 84 mill. + 30 kil. 3 déca. 3 mèt. 3 mill. + 74 déci. 84 mil. + 74 déca. 74 cent. = 131 671 mèt. 331 mil.

32 kil. 27 gr. 38 mill. + 8 kil. 8 hect. 8 gr. 8 cent. + 88 hect. 88 gr. 88 cent. + 7 484 gr. 374 mil. + 396 gr. 8 mil.
= 57 604 gr. 380 mil.

24 hect. 4 cent. + 47 ar. 38 cent. + 17 ar. 6 cent. + 3 hect. 27 cent. + 37 hect. 37 cent. = 64 hect. 91 ar. 85 cent.

78 mèt. cub. 4 déci. 3 cent. + 4 mèt. cub. 474 cent. + 6 mèt. 7 déci. 7 cent. + 3 mèt. 48 déci. + 7 déci. 7 cent.
= 91 st. 066 décist. 491 centist.

57 déca. 38 mèt. 7 cent. + 4 hect. 97 déca. 38 déci. + 78 mèt. 78 déci. 78 cent. + 8 kil. 8 déc. 8 mil. + 89 mèt. 65 décim.
= 10 myr. 164 mèt. 758 mill.

312. La SOUSTRACTION DES QUANTITÉS MÉTRIQUES *se fait* comme celle des nombres décimaux, en ayant soin toutefois de remplacer par des zéros les ordres intermédiaires manquants.

EXERCICES.

5 kilom. 8 m. — 1 kil. 1 décam. 5 cent.	= 3 kilom. 997 m. 95 cent.
3 kilog. — 2 kil. 6 hectog. 3 gr. 5 millig.	= 3 hectog. 96 gr. 995 mill.
89 fr. — 19 fr. 8 cent.	= 69 fr. 92 cent.
47 hectol. — 18 hect. 2 lit. 8 centil.	= 28 hect. 97 lit. 92 cent.
8 hect. — 1 hect. 19 cent.	= 6 hect. 99 ares 81 cent.
47 stèr. — 18 stèr. 8 centièm.	= 28 st. 92 centièm.
7 mèt. cub. — 2 m. cub. 5 cent. cub.	= 4 m. cub. 999 déc. 995 c. c.
8 myriag. — 4 myr. 57 millig.	= 3 myr. 9999 gr. 943 mil.
7 myriam. — 2 hect. 5 millim.	= 6 myr. 9799 mèt. 995 mil.

313. La MULTIPLICATION DES QUANTITÉS MÉTRIQUES *se fait* comme celle des nombres décimaux, et en se rappelant que le multiplicateur est un nombre abstrait ou devant être considéré ainsi.

EXERCICES.

55 m.	=	55 000 millim.	3 décam. car.	=	3 ar.
78 kilog.	=	78 000 gram.	6 décam. car.	=	600 centiar.
47 hectol.	=	470 décal.	8 myriam.	=	80 000 mèt.
384 ar.	=	38 400 centiar.	3 m. car.	=	30 000 cent. car.
478 décal.	=	47 800 décil.	3 m. cub.	=	3 millions cent. cub.
4 kilom.	=	40 hectom.	18 hect.	=	180 000 m. car.
487 gram.	=	487 000 millig.	7 m. cub.	=	7 billions mill. cub.
748 fr.	=	7 480 décim.	8 stèr.	=	8 000 déci. cub.
97 fr. 58 c.	=	9 758 centim.	72 stèr.	=	72 m. cub.
7 m. car.	=	700 décim. car	9 stèr.	=	9 000 déci. cub.
7 m. cub.	=	7 000 décim. cub.	1 m. cub.	=	1 000 lit.
4 hectom.	=	400 000 millim.	7 déci. cub.	=	7 lit.
45 décam.	=	45 000 centim.	8 ar.	=	800 m. car.
4 myria.	=	40 000 mèt.	5 hect.	=	50 000 m. car.
4 m. car.	=	4 centiar.	4 m. car.	=	4 millions mil. car.
6 m. cub.	=	6 000 décim. cub.	4 m. cub.	=	4 billions mil. cub.
9 stèr.	=	900 centièm.			

25 fr. 50 c.	×	7 459 fr.	=	190 204 f. 50 c.
38 fr. 65 c.	×	425 mèt. 98 cent.	=	16 464 f. 127 m.
8 fr. 05 cent.	×	39 mèt. 8 déci.	=	320 f. 39 c.
19 fr. 87 c.	×	429 st. 5 dix.	=	8 534 f. 165 m.
549 hectol. 9 décal.	×	49 fr. 75 c.	=	273 575 lit. 25 c.
87 kilog. 008 gr.	×	7 fr. 98 c.	=	694 323 gr. 84 c.
48 hect. 0005 cent.	×	29 fr. 04 cent.	=	139 393 a. 452 c.
4 myriam. 05 hect.	×	37 fr. 4 déci.	=	15 147 hectom.
3 m. cub. 005 déci. cub.	×	8 fr. 004 mill.	=	24 m. 052
8 hectol. 05 lit.	×	9 fr. 56 cent.	=	7 695 lit. 8 d.
7 kilog. 0005 décig.	×	4 fr. 6 déci.	=	32 202 gr. 3 d.
8 fr. 08 cent.	×	7 gr.	=	56 fr. 56 c.

314. La DIVISION DES NOMBRES MÉTRIQUES *se fait* comme celle des nombres décimaux, en déterminant par une virgule l'unité principale de chaque nombre, et en se rappelant que le diviseur est toujours abstrait ou considéré comme tel.

EXERCICES.

3 kilom. : 8	=	375 000 mill.		6 fr. : 11	=	545 mill.
7 hectol. : 6	=	116 666 mill.		49 fr. : 13	=	3 769 mill.
1 kilog. : 3	=	333 333 mill.		13 mèt. : 17	=	764 mill.
1 fr. : 8	=	125 mill.		15 hectom. : 48	=	31 250 mill.
1 mèt. : 4	=	250 mill.		55 décag. : 7	=	78 571 mill.
1 kilolit. : 6	=	166 666 mill.		5 hectom. : 8	=	62 500 mill.
1 myriag. : 7	=	1 428 571 mill.		6 hectar. : 7	=	8 571 cent.
4 fr. : 9	=	444 mill.		40 décilit. : 10	=	4 lit.

45 décam.	=	4 hectom. 5 décam.
498 hectom.	=	4 myriam. 9 k. 8 hect.
58 décil.	=	5 lit. 8 décil.
4790 centimèt.	=	47 décam. 9 centim.
54 décim.	=	5 fr. 4 décim.
84 centim.	=	8 décim. 4 cent.
100 centiar.	=	1 ar.
7427 ar.	=	74 hect. 27 ar.
1000 décim. cub.	=	1 mèt. cub.
41847 cent. cub.	=	0 mèt. cub. 041 déc. 847 cub.
10 hectog.	=	1 kilog.
1000 décag.	=	10 kilog.
8000 gr.	=	8 kilog.
4786 cent.	=	47 fr. 86 cent.
10000 mèt. carr.	=	1 hect.
4 billions millim. cub.	=	4 mèt. cub.
7 millions millim. cub.	=	7 déci. cub.
5 millions centim. cub.	=	5 mèt. cub.
8 mille décim. cub.	=	1 mèt. cub.

1 mèt.	=	10 décim.		10000 décil.	=	10 hectolit.
100 centim.	=	1 mèt.		100000 centig.	=	1 kilog.
1000 millim.	=	1 mèt.		10 décim.	=	1 fr.
100 décam.	=	1 kilom.				

16464 fr. 127 : 425 m. 98 = 38 fr. 65
320 fr. 39 : 39 m. 8 = 8 fr. 05
8534 fr. 165 : 429 st. 5 = 19 fr. 87
56 fr. 56 : 7 gr. = 8 fr. 08
24 m. 012 : 8 fr. 004 = 3 mèt. cub.
7695 lit. 8 : 9 fr. 56 = 8 hectol. 05 lit.
139393 ar. 452 : 29 fr. 04 = 48 hectar. 0005 cent.
32202 gr. 3 : 4 fr. 6 = 5 décig.

315. La FORMATION DES PUISSANCES et l'extraction des racines se font comme pour les nombres décimaux.

EXERCICES.

40 mèt. 09^2 = 1 607 m. car. 2081
7 mèt. 008^2 = 49 m. car. 112064
8 mèt. 60^2 = 73 m. car. 96
57 mèt. 849^2 = 3 346 m. car. 306801
40 mèt. 09^3 = 64 432 m. cub. 972729 centim. cub.
7 mèt. 008^3 = 344 m. cub. 177344512 millim. cub.
8 mèt. 60^3 = 636 m. cub. 056 décim. cub.
57 mèt. 849^3 = 193 592 m. cub. 071931049 mill. cub.

$\sqrt{1607 \text{ m. car. } 2081}$ = 40 m. 09
$\sqrt{49 \text{ m. car. } 112064}$ = 7 m. 008
$\sqrt{73 \text{ m. car. } 96}$ = 8 m. 6
$\sqrt{3346 \text{ m. car. } 306801}$ = 57 m. 849
$\sqrt[3]{64432 \text{ m. cub. } 972729}$ = 40 m. 09
$\sqrt[3]{193592 \text{ m. cub. } 071931049}$ = 57 m. 849
$\sqrt[3]{344 \text{ m. cub. } 177344512}$ = 7 m. 008
$\sqrt[3]{636 \text{ m. cub. } 056}$ = 8 m. 6

Rapport des nouvelles mesures entre elles.

316. Les *nouvelles mesures sont basées sur le mètre* : car l'*are* égale 100 mètres carrés, le *stère* égale un mètre cube, le litre est de la capacité d'un décimètre cube, le *gramme* est du poids absolu d'un centimètre cube d'eau, et le *franc* pèse 5 grammes.

EXERCICES.

1 mèt. car.	=	1 centiar.	1 mèt. cub.	=	1000 lit.
1 décam. car.	=	1 ar.	100 décim. cub.	=	1 hectol.
1 hectom. car.	=	1 hectar.	10 décim. cub.	=	1 décal.
1 kilom. car.	=	100 hectar.	100 centim. cub.	=	1 décil.
1 mèt. cub.	=	1 st.	10 centim. cub.	=	1 centil.
100 décimèt. cub.	=	100 décist.	1 centim. cub.	=	1 millil.
1 décimèt. cub.	=	1 lit.			

1	décim. cub. d'eau pure pèse	1 kilog.
10	décim. cub.	10 kilog.
100	décim. cub.	100 kilog.
1 000	décim. cub.	1 000 kilog.
1	mèt. cub.	1 000 kilog.
1	centim. cub.	1 gram.
10	centim. cub.	1 décag.
100	centim. cub.	1 hectog.
1	millim. cub.	1 millig.
10	millim. cub.	1 centig.
100	millim. cub.	1 décig.
1	kilol. cube d'eau pèse	1 000 kilog.
1	hectol.	100 kilog.
1	décal.	10 kilog.
1	décil.	1 kilog.
1	centil.	1 décag.
1	centim. cube.	1 gram.
1	décim. cub.	1 kilog.
1	mèt. cub.	1 000 kilog.
1	m. cub. 345	1 345 kilog.
0	mèt. cub. 715400	715 kil. 400 gr.
456	kilog. d'eau forment un volume de	0 mèt. cub. 456
24	hectog.	2 décim. cub. 400
427	gram.	0 m. cub. 000427
75	hect. 8 lit. 6 cent. d'eau pèsent	7 508 kilog. 060 gram.
5	pièces de 40 fr.	64 gram. 5161
7	pièces de 20 fr.	58 gram. 06449
9	pièces de 5 fr.	225 gram.
200	fr. en or	0 kil. 0645161
200	fr. en argent	1 kilog.
5 989	fr. en argent	29 kil. 945 gr.
840	fr. en cuivre	168 kilog.
2	kilog. 728474 en pièces d'or =	8 458 fr. 2849
	en pièces d'argent =	545 fr. 6958
100	pièces de 1 décim. pèsent	2 kilog.
100	pièces de 5 centim.	1 kilog.
100	pièces d'un centim.	2 hectog.
100	fr. en argent monnayé contiennent	50 gr. de cuivre
100	fr. en or monnayé	3 gr. 2258 de cuivre
2	kil. d'or monnayé	2 hectog. de cuivre
155	pièces de 20 fr. pèsent	1 kilog.
40	pièces de 5 fr.	1 kilog.
500	petites pièces de 10 cent.	1 kilog.
50	grandes pièces de 1 déc.	1 kilog.
32	pièces de 40 fr. et 8 pièces de 20 fr. forment une longueur de	1 mèt.
19	pièces de 5 fr. et 11 pièces de 2 fr.	1 mèt.
7	pièces d'un déc. et 29 de 5 cent.	1 mèt.
100	fr. en cuivre pèsent autant que	4 000 fr. en argent.
100	fr. en or pèsent autant que	1 550 fr. en argent
527	fr. en argent pèsent	2,635 gramm.
3 780	gram. d'argent monnayé valent	756 fr.

ANCIENNES MESURES.

NOTIONS GÉNÉRALES.

317. MESURES DE LONGUEUR. La *toise* = 6 pieds, le *pied* = 12 pouces, le *pouce* = 12 lignes, la *ligne* = 12 points, etc.

L'*aune* = 3 pieds 7 pouces 10 lignes 10 points, ou 833 milliém., pour les tissus.

La *lieue* = 2283 toises 1 tiers pour les mesures itinéraires.

318. MESURES DE SURFACE. La *toise carrée* = 36 pieds carrés, le *pied carré* = 144 pouces carrés, et le *pouce carré* = 144 lignes carrés.

La *perche* de 18 pieds, de 21 pieds 8 pouces, de 22 pieds, de 26 pieds, etc.

L'*arpent* de 100 perches, l'*acre* de 160 perches.

319. MESURES DE VOLUME. La *toise cube*, le *pied cube* et le *pouce cube*, pour les pierres et la maçonnerie.

La *corde* de 8 pieds de long, 4 de haut, et la bûche de 4 pieds de long, ou 128 pieds cubes; celle de 8 pieds de long, 4 de haut, et la bûche de 30 pouces de long, ou 80 pieds cubes; et celle de 7 pieds et demi de long, 3 pieds et demi de haut, et la bûche de 3 pieds et demi de long, ou 92 pieds cubes moins 1 huitième, pour le gros bois de chauffage.

La *marque*, pièce de bois de 10 pieds de long sur 5 à 6 pouces d'équarrissage, ou 300 chevilles d'un pied de long et d'un pouce carré, pour le bois de charpente.

320. MESURES DE CONTENANCE. Le *muid*, le *setier*, le *minot*, le *boisseau*, la *barotée*, la *rasière*, etc., etc., pour les grains.

Le *muid* de 36 veltes, la *velte* de 8 pintes, la *pinte* de 2 chopines, etc., etc., pour les liquides.

321. MESURES DE POIDS. Le *quintal*, de 100 livres; la *livre* égale 2 marcs, le *marc* égale 8 onces, l'*once* égale 8 gros, le *gros* égale 3 deniers, et le *denier* égale 24 grains, le *grain*, etc.

322. MONNAIES. La *livre* = 20 sous, le *sou* = 4 liards, le *liard* = 3 deniers, le *denier* = etc.

RAPPORT DES NOUVELLES MESURES AVEC LES ANCIENNES, ET RÉCIPROQUEMENT.

323. Le quart du méridien étant		
de 5 130 740 toises, le mètre	=	0 toise 5130740 millièm.
ou de 30 784 440 pieds, le mètre	=	3 pieds 0784 millièm.
ou de 369 413 280 pouc., le mètre	=	36 pouc. 941 millièm.
ou de 4 432 959 360 lignes, le mètre	=	443 lignes 296 millièm.
L'aune contenant 526 lignes 833, et le mètre 443 lignes 296, le mètre	=	0 aune 84143
La lieue de 25 au degré étant contenue 2250 fois dans le quart du méridien, qui est de 10 millions mètres, ou 10 000 kilom., le kilom.	=	0 lieue 225
le myriam.	=	2 lieues 250
323 *bis*. La perche de Paris étant de 18 pieds de côté ou 324 pieds carrés, et le centiare ou mètre carré étant de 9,4768 pieds carrés, l'are	=	2 perch. 92494
La perche commune étant de 21 pieds 8 pouces, l'are	=	2 perch. 01923
La perche étant de 22 pieds, l'are	=	1 perch. 95802
de 26 pieds, l'are	=	1 perch. 4018
324. La corde étant de 128 pieds cubes, et le stère de 29,17376 pieds cubes, le stère	=	0 corde 22792
La corde étant de 80 pieds cubes, le stère	=	0 corde 36467
de 91 pieds 7 huitièmes cubes, le stère	=	0 corde 31753
La marque étant de 3 600 pouc. cub., le stère	=	14 marq. 003
324 *bis*. La pinte étant de 46 pouces 95 cent. cubes, ou 0 litres 9313, l'hectolitre	=	107 pintes 376
325. Le kilogramme, comparé à la livre poids, pèse 18 827 grains 15 centièm.; or la livre contient 9 216 grains; le kilog. égale donc		2 livres 04288
le gram.	=	18 grains 82715
325 *bis*. Le marc d'argent contenait en argent pur 4 167 grains 3 seizièm., et donnait avec l'alliage 8 pièces de 6 livres et 3 pièces de 12 sous, ce qui donnait, pour une livre tournois,		83 grains 678
326. Les 5 gramm. du franc moins 1 dix. d'alliage pèsent 18 grains 827 × 5 — 1 dix. ou 4,5	=	84 grains 722175
Le franc contient donc de plus que la livre		1 grain 044175
Mais 83 grains 678 valaient 1 livre ou		240 deniers
1 grain 044175 vaut		2 deniers 995
Le franc égale donc de plus que la livre, à moins de 1 millième près		3 den. ou 1 liard
Or 1 livre valait		80 liards
Donc 1 franc vaut		81 liards
Et 80 francs valent		81 livres

RAPPORT DES ANCIENNES MESURES AVEC LES NOUVELLES.

326 *bis*. Le quart du méridien est de 5 130 740 toises ou	=	10 millions mètr.
1 toise = donc 5 130 740 fois moins ou	=	1 mètre 94904
1 pied = le sixième de la toise ou	=	0 mètre 32484
1 pouce = le douzième du pied ou	=	0 mètre 02707
1 ligne = le douzième du pouce	=	0 mètre 002256
1 perche de 22 pieds de côté, ou 484 pieds carrés	=	51 m. car. 0720
1 perche de 26 pieds de côté	=	71 centiar. 3322
1 lieue commune de 25 au degré	=	4 kilom. 444
1 arpent des eaux et forêts (22 pieds à la perche)	=	51 ares 07
1 corde de 128 pieds cubes	=	4 stères 390
1 corde de 80 pieds cubes	=	2 stères 744
1 corde de 91 pieds cubes 7 huitièmes	=	3 stères 151
1 marque	=	0 stère 07141
1 pinte	=	0 litre 93132
1 velte	=	7 litres 45056
1 livre poids	=	489 gram. 51
1 livre monnaie	=	0 franc 987654
1 aune	=	1 mètre 188445

APPLICATIONS DES OPÉRATIONS FONDAMENTALES DE L'ARITHMÉTIQUE.

326 *ter*. Un *problème* est une question ou une hypothèse dont on forme une solution qui conduit à la réponse.

Une *solution* est l'énoncé des opérations à exécuter pour obtenir la réponse à la question qui fait l'objet du problème.

Une *règle* est l'énoncé des moyens à employer pour exécuter une opération.

PROBLÈMES.

ADDITION.

Si un ouvrier doit recevoir le montant d'un mémoire de 375 fr. 8 c., d'un autre de 759 fr., d'un troisième de 17 fr. 5 c., et d'un quatrième de 78 fr. 786, *il recevra au total* 1229 fr. 916 mil.

Si un banquier doit toucher le montant de quatre billets, dont le premier est de 8 745 fr. 7 c., le deuxième de 740 fr. 47 c., le troisième de 9 650 fr., et le quatrième de 8 047 fr. 58 c., *il doit recevoir une somme de* 27 182 fr. 12 c.

Si un épicier reçoit 76 kil. 8 gr. de sucre pour 153 fr. 16 c., 74 kil. 4 déc. de savon pour 67 fr. 8 c., plus 947 kil. d'huile pour 478 fr. 39 c., *il reçoit au total* 1 097 kil. 048 gr. de marchandises pour 698 fr. 63 c.

Un homme né en 1839 *aura* 58 *ans en* 1897.

Lorsqu'une pièce de drap coûte 874 fr. 95 c., si l'on veut gagner 88 fr. 9 c., *il faudra la vendre* 963 fr. 4 c.

Une pièce de 5 fr., une de 2 fr. une de 1 fr., une de 50 c. et une de 25 c., *pèsent ensemble* 43 gr. 75 centig.

Si l'on achète 3 hect. 4 décil. de vin pour 87 fr., 2 hect. 28 lit. d'eau-de-vie pour 69 fr. 4 déc., et 86 décal. de cidre pour 57 fr. 5 c., *on a* 1 392 *litres de liquide pour* 213 fr. 45 c.

Rome fut fondée 753 ans avant Jésus-Christ ; *il s'est donc écoulé depuis cette époque, jusqu'en* 1843, 2 596 *ans.*

Un géomètre, ayant levé le plan d'un bois formant un quadrilatère, a trouvé le premier angle de 65° 38′, le deuxième de 85° 39′, le troisième de 98° 46′, et le quatrième de 109° 56′ ; *l'opération est-elle exacte*, sachant qu'il doit trouver la valeur de quatre angles droits ou 360° ? L'ERREUR EST DE 1′ EN MOINS.

Si un enfant a 9 ans 8 mois 17 jours 19 heures, et son père 37 ans 9 mois 20 jours 16 heures, *ils ont ensemble* 47 *ans* 6 MOIS 8 JOURS 11 HEURES.

Si quelqu'un achète une pièce de terre de 29 hect. 8 cent., une autre de 534 ares 70 cent., et une troisième de 29 ares 98 cent., *il a au total* 34 *hectares* 34 ARES 78 CENT. *de terre.*

Si pour fondre une cloche on emploie 197 kil. 7 gr. d'étain, 1 396 kil. 4 décag. de cuivre, 15 kil. 5 gr. de zinc, et 140 décag. de plomb, *cette cloche pèsera* 1 609 kil. 452 gr.

Si 48 mèt. de toile coûtent 147 fr. 25 c., et qu'on veuille gagner 15 fr., *il faudra les revendre* 162 fr. 25 c.

Paris est à 48° 50′ 13″ de latitude, Alger à 36° 48′ 36″; *la distance entre ces deux villes est donc de* 12 *degrés* 1′ 37″.

Rome fut fondée 753 ans avant Jésus-Christ, l'empire romain fut détruit par les Barbares 476 ans après l'ère chrétienne ; *il dura donc* 1229 *ans.*

SOUSTRACTION.

Un propriétaire a 35 hectares de terrain, s'il en vend 3 hect. 55 cent. *il lui en restera* 31 *hectares* 99 ARES 45 CENT.

Un ouvrier ayant reçu 58 fr. 75 c. sur un mémoire de 70 fr., *on lui redoit* 11 fr. 25 c.

Si un homme a eu 39 ans en 1840, *il est né en l'année* 1801.

Si l'on paie 5 783 fr. 57 c. sur une dette de 6 009 fr., *on doit encore* 225 fr. 43 c.

Si une pièce de terre a coûté 6 104 fr. 5 déc., plus 10 cent. par franc de frais d'achat, et qu'on ait payé 4 784 fr. 5 cent., *on ne doit plus que* 1 320 fr. 45 c.

La différence de 8 974,004 mèt. à 947 kil. *est de* 938 kil. 025 mèt. 996 mil.

L'excédant de 70 hect. sur 7 hect. 7 cent. *est de* 62 hect. 99 ares 93 cent.

La différence de deux nombres étant de 1 280, et le grand nombre 7 890, *le petit nombre est de* 6 610.

On a payé d'abord 4 708 fr. sur 9 008 fr. qu'on devait, on a obtenu une remise de 1 pour cent sur le tout, puis on a payé 4 209 fr. 90 c., *on redoit* 0 fr. 02 c.

Si l'âge de deux hommes est de 109 ans, et que l'un ait 38 ans 5 mois 15 jours, *l'autre a* 70 ans 6 *mois* 15 *jours.*

Louis XIV monta sur le trône en 1643 à 5 ans, il mourut en 1715; *il régna donc pendant* 72 *ans.*

Si un homme n'a que 397 fr. 50 c. pour payer 708 fr. à quelqu'un qui lui doit 99 fr., *il lui manque* 211 fr. 40 c.

Les jours de nouvelle et de pleine lune, il est pleine mer à Brest à 3 heures 45′ et au Havre à 9 heures 1 quart; *la marée met donc* 5 *heures* 30′ *à parcourir la distance qu'il y a entre ces deux villes.*

Sur 100 litres de rhum, il y a 53,68 d'alcool, et le meilleur cidre n'en contient que 9,87; *la différence est donc de* 43 lit. 81 cent.

Une pièce de drap de 47 mètres a coûté 608 fr., on a payé 1 fr. d'emballage et 8 fr. 50 c. de transport, et on l'a revendue 700 fr.; *on a donc gagné* 82 fr. 50 c.

Les trois plus grands guerriers qui aient paru sur la terre sont : Alexandre, roi de Macédoine, contrée de la Turquie d'Europe; César, général et dictateur romain, et Napoléon; le premier mourut 324 ans avant J.-C. à l'âge de 32 ans; le second fut poignardé 43 ans avant J.-C., âgé de 56 ans, et Napoléon est mort à Sainte-Hélène le 5 mai 1821 à l'âge de 52 ans. *Alexandre naquit en l'année* 356 *avant J.-C., César en l'année* 99 *avant J.-C. et Napoléon en* 1769.

Du centre de la terre au pôle le rayon est de 6 356 324 mètres, et celui de l'équateur de 6 376 984, *l'aplatissemeut des deux pôles est donc de* 41 320 mèt.

Un homme a eu 40 ans en 1841, en quelle année sera-t-il octogénaire? Rép. *En* 1881.

De quel nombre a-t-on ôté 90,50 pour avoir obtenu 49,90 de reste? Rép. *De* 140,40.

A quel nombre faut-il ajouter 0,98 pour avoir 47,8 au total? Rép. *A* 46,82.

MULTIPLICATION.

Si un homme reçoit par mois 198 fr. 50 c., *il reçoit par an* 2382 fr.

Si un ouvrier gagne 15 fr. par semaine, *il gagne par an* 780 fr.

Un enfant né en 1830 le 15 mars, à 10 heures du matin, *a vécu* au 18 juin 1832, à 3 heures du soir, 2 *ans* 3 *mois* 3 *jours* 5 *heures.*

Quel est le nombre qui, étant multiplié par 8097, donne au produit 64848873? *Ce nombre est* 8009.

Par quel nombre faut-il diviser 524844 pour avoir au quotient 578? *Par* 908.

49 sacs de blé à 57 fr. 30 c. le sac *donneraient* 2807 fr. 70 c.

3080 oranges à 15 centimes *coûteraient* 462 fr.

796 kil. 6 gr. de sucre à 1 fr. 89 c. le kil. *coûtent* 1504 fr. 45 c.

Une rame de papier contient 20 mains de chacune 25 feuilles; *la rame contient donc* 500 feuilles.

A 23 fr. 40 c. le mètre, 598 mèt. 4 décim. de marchandises *coûteraient* 14002 fr. 56 c.

A 1 fr. 95 c. le kil., 370 hect. de beurre *coûtent* 72 fr. 15 c.

A 97 cent. le kil., 408 kil. 30 décig. de savon *coûtent* 395 fr. 76 c.

A 57 fr. 87 c. le stère, 94 stères 74 centièmes *coûtent* 5482 fr. 60 c.

A 16 fr. 45 c. le mètre, 37 décam. 5 décim. de drap *coûtent* 6094 fr. 73 c.

A 1500 fr. l'hectare, 28 ares de pré *coûtent* 420 fr.

A 7 fr. 40 c. l'hectol., 547 lit. de cidre *coûtent* 40 fr. 48 c.

A 29 fr. l'hectol., 4790 décil. de vin *coûtent* 138 fr. 91 c.

A 95 cent. le kil. 57 hect. de viande *coûtent* 5 fr. 415

A 5 cent. la pièce, 387 pêches *donnent* 19 fr. 35 c.

A 3 fr. 8 c. par jour, 27 journées de travail *font* 83 fr. 16 c.

A 75 cent. la douzaine, une grosse de crayons *coûte* 9 fr.

A 1 fr. 90 le pain, 49 pains de 6 kil. *coûtent* 93 fr. 10 c.

A 38 c. le kil., 37 pains de 30 hect. *coûtent* 42 fr. 18 c.

3 fr. 65 c. de revenu par jour *donnent par an* 1332 fr. 25 c.

Une caisse de marchandise pèse *brut* 57 kil., la caisse seule pèse 3 kil. 5 décag.; si la marchandise coûte 5 fr. 75 c. le kil., *on a à payer* 202 fr. 50 c.

Un menuisier achète 12 planches de sapin de 6 mèt. 50 c. de long à 29 cent. le mèt., 7 planches de chêne de 3 mèt. 75 c. à 38 cent. le mèt., et 8 planches de hètre de 8 mèt. à 24 c. le mèt.; il paie en outre 3 c. de voiture par mèt.; *il doit donc débourser en tout* 58 fr. 75 c.

Un fabricant emploie 47 hommes à 2 fr. 50 c. par jour, 17 enfants qu'il paie 80 c., et 23 femmes à 1 fr. 90 c.; *il faut donc par semaine, pour payer tous ces ouvriers*, 1048 fr. 80 c.

Le centime pour franc de la contribution foncière étant de 0 fr. 1974, *une pièce de terre* estimée 87 fr. 8 c. de revenu *doit payer de contribution* 17 fr. 18 c.

Le son parcourt 340 mètres par seconde; donc, si l'explosion d'un coup de fusil se fait entendre 8 secondes après l'apparition de la flamme, on en conclura que *l'observateur est à* 2720 *mètres de distance*.

La terre se divise en 360 degrés de chacun 111 kil. 111 m. 111 mil.; *elle a donc de circonférence* 40 *millions de mèt., ou* 40 *mille kil., ou* 4 *mille myriam.*

Un édifice a 48 croisées sur la façade, 36 du côté opposé, et 12 à chaque extrémité; si chaque carreau est du prix de 1 fr. 80, *il aura fallu payer au vitrier* 194 fr. 4 c.

Quel est le nombre qui, étant divisé par 24 entiers, 384, donne pour quotient 7,5? *Ce nombre est* 182,88.

Une grosse contient 144 objets; si un crayon coûte 0 fr. 075, 4 grosses *coûteront* 43 fr. 20 c.

A 37 fr. 50 le cent, 78 fagots *coûteront* 29 fr. 25 c.

A 47 fr. le mille, 87 bottes de luzerne *coûteront* 4 fr. 9 cent.

A 0,48 fr. le mètre, 0,85 mètre de ruban *coûteront* 41 c.

A 95 c. la douzaine, 27 douzaines *coûteront* 25 fr. 65 c.

Si un homme dépense 3 fr. par jour pour sa nourriture, 25 fr. par mois pour son logement, 280 fr. pour ses habits et son linge, 2 fr. 8 c. par semaine pour son blanchissage, et 50 fr. d'aumônes et autant pour ses menues dépenses, et qu'il économise 1 000 fr. par an, *il a de revenu* 2 920 fr. 60 c.

Lorsque 14 ares 60 cent. de terre sont achetés à raison de 4 500 fr. l'hectare, *on a à payer* 657 fr.

Lorsqu'un litre d'eau-de-vie coûte 1 fr. 90 c., 9 hectolitres *coûtent* 1 710 fr.

Lorsque le mètre carré de pierre coûte 7 fr. 50 c., 8 décam. *coûtent* 600 fr.

Un mètre de chemin de fer coûte environ 15 fr., 98 myriam. *coûteront alors* 14 700 000 fr.

Paris est à 12° 1′ 37″ au nord d'Alger; il y a donc de distance entre ces deux villes 133 myriam. 6 307 mèt.

DIVISION.

Si 9 personnes ont à partager 6082 fr. 65 c., *chacune aura* 675 fr. 85 cent.

Solution. Si 9 personnes ont 6082 fr. 65 c., 1 aura 9 fois moins, ou 6 082 fr. 65 : 9=675 fr. 85 c.

Si l'on paie 6 fr. pour 75 oranges, une seule *coûte* 0 fr. 08 c.

Combien le nombre 708,75 est-il contenu de fois dans 5 670? *Il y est contenu* 8 *fois.*

Si 29 ouvriers ont gagné 205 fr. 61 c., *il revient à chacun* 7 fr. 09 c.

Lorsque le mille de plumes coûte 18 fr., *une plume coûte* 0 fr.,018.

Si 20 grosses de plumes métalliques coûtent 51 fr. 84 c., *une plume revient à* 0 fr.,018.

Lorsque 228 mètres de drap coûtent 4 735 fr. 56 c., *le mètre revient à* 20 fr. 77 c.

Si le kil. de sucre coûte 1 fr. 65 c., pour 3 461 fr. 70 c. *on en aura* 2 098 *kilog.*

Lorsque les fagots coûtent 48 fr. le cent, 1 *fagot coûte* 0 fr. 48 c.

Si les crayons coûtent 14 fr. 40 c. la grosse, *chaque crayon revient à* 10 c.

Une personne a 8 851 fr. 25 c. de revenu, si elle veut économiser 6 fr. par jour, et donner 25 cent. aux pauvres, *elle peut dépenser* 18 fr. *par jour.*

Solution. 6 f. d'économies + 25 c. d'aumônes = 6 f. 25 c. à diminuer par jour,

et pour un an, ou 365 jours, 6 f. 25×365=2 281 f. 25 c.

8851 fr. 25 c. — 2 281 fr. 25 c. = 6 570 »

et 6 570 fr. : 365 = 18 »

La lumière du soleil nous parvient en 8′ 13″; or la distance moyenne de la terre au soleil est de 154 500 000 kilom.; la lumière parcourt donc 313 387 4233 mètres *environ* par seconde.

En faisant 4 myriam. par jour, un homme mettrait à faire le tour de la terre 1 000 *jours*.

Quel est le nombre qui est 8 fois plus petit que 604 948 ? *Ce nombre est* 75618,5.

Si on paie 23 fr. 4 c. pour 2 grosses de crayons, pour gagner 2 cent. par crayon, *il faudra les vendre* 10 c. *la pièce*.

Les 90 degrés du thermomètre de Réaumur valent 100 degrés centigrades; 1 *degré Réaumur vaut donc* 1,25 *degrés centigrades*, et 1 *degré centigrade vaut* 0,8 *degré Réaumur*.

Si un sac renferme 12 fr. 25 c. en 49 pièces d'égale valeur, *ces pièces sont de* 0 fr. 25 c.

Si un notaire perçoit 364 fr. 90 c. pour honoraires d'une vente de 9122 fr. 50 c, *il perçoit pour franc* 0 fr. 04 cent.

Si un négociant fait faillite, et ne laisse à ses créanciers que 43740 fr. 75 c. pour payer 58321 fr., *ils recevront, pour 1 franc, seulement* 75 *centimes*.

Si une pièce de terre de 73 ares 5 centiares est évaluée à 29 fr. 22 c., et que le propriétaire en vende 14 ares 60 cent., la part de revenu de la parcelle vendue *sera de* 5 fr. 84 c.

Pour 137 fr. de revenu on paie 27 fr. 40 c. de contribution, *c'est donc* 20 *centimes pour franc*.

Dans un volume in-8° de 768 pages, *il y a* 48 *feuilles*.

Dans un in-12 de 768 pages, *il y a* 32 *feuilles*.

Un boulet parcourt 222 mètres par seconde, combien mettrait-il de jours à parcourir la distance de la terre au soleil? Rép. *Il mettrait* 8 054 *jours* 22 *heures* 19′ 5″.

Si l'on paie 819 fr.,2525 pour 48 mèt. 5 cent. de drap, et qu'on veuille gagner sur le tout 141 fr.,7475, il faudra vendre le mètre 20 fr.

On veut distribuer 234 fr. 71 c. à 149 soldats, de manière que les 27 sous-officiers aient le double de chaque soldat, *les sous-officiers auront chacun* 9 fr. 58 c., *et chaque soldat* 4 fr. 79 c.

Quel est le nombre qui, multiplié par 98, donne 0,95844 au produit? Rép. *Ce nombre est* 0,00978.

Par quel nombre faut-il diviser 95844 pour avoir 1956 au quotient? *Il faut diviser par* 49.

Le produit de deux nombres = 7338 912156, si l'un de ces nombres est 90708, *l'autre* = 80907.

Le produit de deux facteurs est 666,1402072; si l'un d'eux est 74,009, *l'autre est* 9,0008.

Le résultat de la division de deux nombres est 900,08, si le dividende est 3330701,036, *le diviseur est* 3700,45.

Lorsqu'un hectare de terre coûte 5 780 fr., 27 *ares* 18 *cent. coûteront* 1 571 fr.

Lorsqu'un kilogramme de soie coûte 57 fr. 80 c., 7 *décag. coûteront* 4 fr.,046.

Lorsque 48 mètres de drap coûtent 765 fr. 60 c. *le décimètre coût* 1 fr.,595.

Lorsque 12 hectolitres de cidre coûtent 132 francs, 1 *décalitre coûte* 1 fr. 10 c.

On compte 90 degrés du pôle à l'équateur, *chaque degré contient donc* 111 111 mèt. 111 mill.

FORMATION DES PUISSANCES.

Si une salle carrée contient 69 pavés sur un côté, il en *faudra pour la paver en entier* 4761.

Pour planter une pépinière de forme carrée, qui pourra contenir 187 pieds d'arbres de chaque côté, *il faudra* 34 969 arbres.

Une caisse dont les dimensions sont égales à $0^m,87$ de côté, *combien contient-elle de décimètres cubes?* Rép. 658 *décim. cubes* 503 *centim. cubes.*

Pour former un bataillon carré de 79 hommes de front au premier rang, 69 au cinquième en laissant le reste libre, *il faudrait* 1 657 *hommes.*

Extraction des racines.

Si pour une salle carrée il a fallu 39 204 pavés, *combien y en a-t-il sur chaque côté?* Rép. 198.

Si l'on voulait une pièce de terre parfaitement carrée, et dont la surface fût de 9 hect. 47 ares 40 cent. 84 décim. carrés, *elle aurait de long* 307 *mèt.* 8 *déc.*

Si l'on voulait une caisse d'une contenance de 658 déc. 503 centim. cubes, et dont les dimensions fussent égales, *elle devrait avoir de côté* $0^m,870$.

Si un bloc de marbre de forme cubique contient 941 déc. 192 cent. cub., *il a de côté* $0^m,98$.

Si un parc de forme carrée contient 12 hectares 11 ares 4 centiares, la *longueur des murs sera de* 1 392 *mètres.*

Une pièce de terre carrée doit être plantée d'arbres espacés de 2 mètres; elle contient 121 104 mètres carrés, *il faudra donc* 3 276 *arbres.*

Pour rendre carré un terrain de 1 hect. 16 ares 64 cent. ayant de long 144 mèt. et de large 81 mètres, *il faudrait diminuer la longueur de* 36 *mètres, et augmenter la largeur de* 27 *mètres.*

Si l'on veut faire creuser une fosse de forme cubique pour contenir et conserver en hiver 138 hectol. 24 lit. de pommes de terre, *cette fosse devra avoir* $2^m,4$ *de dimension.*

Si l'on fait récrépir les deux côtés des murs d'un parc carré de 15 hectares 21 ares, et que ces murs aient $1^m,95$ de haut; si, de plus, le récrépiment coûte 1 fr. 75 c. le mètre carré, le *tout coûtera* 10 647 fr.

FRACTIONS ABSOLUES.

NUMÉRATION.

327. Les *fractions absolues* sont celles dont le dénominateur n'est soumis à aucune condition déterminée.

328. Les *fractions absolues proviennent* des divisions qui ne peuvent se faire sans reste, et dont on veut cependant avoir le quotient exactement. Dans ce cas, on écrit le reste à la droite du quotient; on le souligne, et l'on écrit le diviseur dessous. $7 : 4 = 1 + \frac{3}{4}$; ce qui indique les 3 quarts d'un entier ou le quart de 3 entiers.

329. Les *fractions absolues s'écrivent* au moyen de deux termes placés l'un sous l'autre et séparés par un trait horizontal $\frac{3}{4}$.

330. Le *terme supérieur* se nomme NUMÉRATEUR.

331. Le *terme inférieur* se nomme DÉNOMINATEUR.

$$\frac{4\ \textit{numérateur}}{5\ \textit{dénominateur}}$$

332. Le *dénominateur indique* en combien de parties l'unité est subdivisée. $\frac{1}{4}$ indique que l'entier est partagé en 4 parties égales.

333. Le *numérateur indique* combien on prend de parties de l'entier. $\frac{4}{5}$ indique qu'un entier est partagé en cinq parties et qu'on en prend quatre.

EXERCICES. *Donner en fraction absolue les quotients exacts des divisions suivantes:*

$3 : 4 = \frac{3}{4}$	$13 : 7 = 1\frac{6}{7}$	$107 : 87 = 1\frac{20}{87}$
$7 : 4 = 1\frac{3}{4}$	$12 : 18 = \frac{12}{18}$	$29 : 5 = 5\frac{4}{5}$
$6 : 13 = \frac{6}{13}$	$27 : 5 = 5\frac{2}{5}$	$134 : 7 = 19\frac{1}{7}$

$387 : 9 = 43$	$708 : 6 = 118$	$129 : 10 = 12\frac{9}{10}$
$496 : 15 = 33\frac{1}{15}$	$87 : 8 = 10\frac{7}{8}$	$478 : 100 = 4\frac{78}{100}$
$798 : 19 = 42$	$59 : 3 = 19\frac{2}{3}$	$374 : 1000 = \frac{374}{1000}$
$494 : 48 = 40\frac{14}{48}$	$78 : 4 = 19\frac{2}{4}$	

334. Pour lire *une fraction* on énonce le numérateur, puis le dénominateur, que l'on fait suivre de la terminaison *ième.* $\frac{4}{5}$ se lit 4 cinquièmes.

335. Les *fractions qui ont pour dénominateur* 2, 3 *ou* 4, se lisent *demi*, *tiers*, *quart.* $\frac{1}{2}$ se lit 1 *demi;* $\frac{2}{3}$, 2 *tiers;* $\frac{3}{4}$, 3 *quarts.*

336. Lorsque *le numérateur égale le dénominateur*, la fraction égale un entier (nº 59, 2º).

Exercices. *Rendre les fractions suivantes égales chacune à un entier.*

Fractions.

$\frac{4}{5}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{12}{15}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{8}{11}$ $\frac{18}{19}$ $\frac{32}{68}$ $\frac{9}{49}$ $\frac{3}{57}$ $\frac{11}{48}$ $\frac{15}{78}$

Fractions égales à 1 entier.

$\frac{5}{5}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{15}{15}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{9}{9}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{11}{11}$ $\frac{19}{19}$ $\frac{68}{68}$ $\frac{49}{49}$ $\frac{57}{57}$ $\frac{48}{48}$ $\frac{78}{78}$

337. Lorsque *le numérateur est plus grand que le dénominateur*, la fraction se nomme *expression fractionnaire.* $\frac{7}{5}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{9}{4}$, etc.

338. Plus *le numérateur d'une fraction augmente*, plus la fraction augmente. 1 *quart* est < 2 *quarts* < 3 *quarts*, ou $\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$.

339. Plus *le dénominateur d'une fraction diminue* (le numérateur restant le même), plus la fraction augmente. $\frac{5}{7} < \frac{5}{6} < \frac{5}{5}$.

340. Plus *le numérateur d'une fraction diminue* (le dénominateur restant le même), plus la fraction diminue. 5 *sixièm.* > 4 *sixièm.* > 3 *sixièm.* > 2 *sixièm.*, ou $\frac{5}{6} > \frac{4}{6} > \frac{3}{6} > \frac{2}{6}$.

341. Plus le *dénominateur d'une fraction augmente* (le numérateur restant le même), plus la fraction diminue. $\frac{5}{5} > \frac{5}{6} > \frac{5}{7}$.

342. Lorsque *deux fractions ont le même numérateur,* la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur. $\frac{4}{5} > \frac{4}{6}$ (341).

343. Lorsque *deux fractions ont le même dénominateur,* la plus grande est celle dont le numérateur est le plus grand. $\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$.

EXERCICES. *Comparer les fractions suivantes.*

$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$	$\frac{14}{15} > \frac{13}{15}$	$\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$	$\frac{12}{13} > \frac{11}{12}$	$\frac{19}{20} < \frac{20}{21}$	$\frac{4}{8} < \frac{5}{8}$	$\frac{9}{12} > \frac{8}{11}$
$\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$	$\frac{6}{17} < \frac{9}{17}$	$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$	$\frac{14}{15} < \frac{15}{16}$	$\frac{8}{9} > \frac{6}{7}$	$\frac{6}{9} < \frac{7}{10}$	$\frac{5}{9} < \frac{7}{11}$
$\frac{11}{12} > \frac{9}{12}$	$\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$	$\frac{8}{9} > \frac{6}{7}$	$\frac{13}{15} < \frac{14}{15}$	$\frac{7}{8} > \frac{6}{8}$	$\frac{7}{11} < \frac{8}{12}$	

Augmenter les fractions suivantes en changeant le numérateur.

$$\frac{4}{8} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{18}{48} \quad \frac{21}{36} \quad \frac{24}{72} \quad \frac{36}{54} \quad \frac{36}{96} \quad \frac{63}{168} \quad \frac{48}{144} \quad \frac{72}{108} \quad \frac{84}{216}$$

Fractions augmentées par le numérateur.

$$\frac{9}{12} \quad \frac{19}{48} \quad \frac{22}{36} \quad \frac{26}{72} \quad \frac{39}{54} \quad \frac{44}{96} \quad \frac{69}{168} \quad \frac{57}{144} \quad \frac{80}{108} \quad \frac{91}{216}$$

Diminuer les mêmes fractions en changeant le dénominateur.

Fractions diminuées par le dénominateur.

$$\frac{8}{13} \quad \frac{18}{49} \quad \frac{21}{40} \quad \frac{24}{78} \quad \frac{36}{58} \quad \frac{36}{99} \quad \frac{63}{172} \quad \frac{48}{160} \quad \frac{72}{108} \quad \frac{84}{232}$$

344. Lorsqu'on *ajoute un même nombre* aux deux termes d'une fraction, cette fraction augmente. $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$, etc.

La fraction approchera de plus en plus de l'entier, sans pouvoir jamais l'égaler; il s'en faudra toujours une partie indiquée par le dernier dénominateur.

345. Lorsqu'*on ajoute un même nombre* aux deux termes d'une expression fractionnaire, on la diminue. $\frac{4}{3}>\frac{5}{4}>\frac{6}{5}>\frac{7}{6}$.

346. Lorsqu'on *multiplie le numérateur seul* d'une fraction, cette fraction augmente. $\frac{3}{4}<\frac{3\times2}{4}$ ou $\frac{3}{4}<\frac{6}{4}$.

347. Lorsqu'on *multiplie le dénominateur seul* d'une fraction, cette fraction diminue et devient autant de fois plus petite qu'il y a d'unités dans le multiplicateur. $\frac{6}{8}>\frac{6}{8\times2}$ ou $\frac{6}{8}>\frac{6}{16}$.

348. Lorsqu'on *multiplie les deux termes d'une fraction* par un même nombre, cette fraction ne change pas de valeur. $\frac{4}{8}=\frac{4\times2}{8\times2}$, ou $\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$.

Démonstration. Si d'une part on a moitié plus de parties, de l'autre ces parties sont moitié plus petites; donc la fraction n'a pas changé de valeur; donc (348).

349. Lorsqu'on *divise le numérateur seul d'une fraction*, cette fraction devient autant de fois plus petite qu'il y a d'unités dans le diviseur entier. $\frac{6}{8}>\frac{6:2}{8}$ ou $\frac{6}{8\times2}$ ou $\frac{6}{8}>\frac{6}{16}$.

350. Lorsqu'on *divise le dénominateur d'une fraction*, cette fraction devient autant de fois plus grande qu'il y a d'unités dans le diviseur. $\frac{4}{8}<\frac{4}{8:2}$ ou $\frac{4}{8}<\frac{4}{4}$.

351. Lorsqu'on *divise les deux termes d'une fraction* par un même nombre, cette fraction ne change pas de valeur. $\frac{4}{8}=\frac{4:2}{8:2}$ ou $\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$.

Démonstration. Si d'une part on a moitié moins de parties, de l'autre ces parties sont moitié plus grandes; la fraction n'a donc pas changé de valeur; donc (351).

Exercices. *Rendre les fractions précédentes 6 fois plus grandes.*

En opérant sur le numérateur, on a

$$\frac{24}{8}\quad \frac{36}{9}\quad \frac{48}{12}\quad \frac{108}{48}\quad \frac{126}{36}\quad \frac{124}{72}\quad \frac{216}{54}\quad \frac{216}{96}\quad \frac{378}{168}\quad \frac{288}{144}\quad \frac{432}{108}\quad \frac{504}{216}$$

En opérant sur le dénominateur on a

$$\frac{8}{2}\quad \frac{18}{8}\quad \frac{21}{6}\quad \frac{24}{12}\quad \frac{36}{9}\quad \frac{36}{16}\quad \frac{63}{28}\quad \frac{48}{24}\quad \frac{72}{18}\quad \frac{84}{36}$$

Rendre les mêmes fractions 6 fois plus petites.

En opérant sur le numérateur on a

$$\frac{}{8}\quad \frac{1}{9}\quad \frac{}{12}\quad \frac{3}{48}\quad \frac{}{36}\quad \frac{4}{72}\quad \frac{6}{54}\quad \frac{6}{96}\quad \frac{}{168}\quad \frac{8}{144}\quad \frac{9}{108}\quad \frac{14}{216}$$

En opérant sur le dénominateur on a

$$\frac{4}{48}\quad \frac{6}{54}\quad \frac{8}{72}\quad \frac{18}{288}\quad \frac{21}{216}\quad \frac{24}{432}\quad \frac{36}{324}\quad \frac{56}{576}\quad \frac{63}{1008}\quad \frac{48}{864}\quad \frac{72}{648}\quad \frac{84}{1296}$$

Changer l'expression des mêmes fractions sans en changer la valeur.

En multipliant par 8, on a

$$\frac{32}{64}\quad \frac{48}{72}\quad \frac{64}{96}\quad \frac{144}{384}\quad \frac{192}{576}\quad \frac{288}{432}\quad \frac{288}{768}\quad \frac{504}{1344}\quad \frac{384}{1152}\quad \frac{576}{864}$$

En divisant par 6 celles qui peuvent l'être, on a

$$\frac{3}{8}\quad \frac{4}{12}\quad \frac{6}{9}\quad \frac{8}{24}\quad \frac{12}{18}\quad \frac{14}{36}$$

352. On *convertit un nombre entier en fraction* en multipliant l'entier par le dénominateur donné ; le produit est le numérateur. Soit 7 entiers à convertir en *quarts*, on a $7\times4=28$ quarts, ou $\frac{28}{4}$.

Démonstration. Puisqu'un entier $=4$ quarts, 7 entiers $=7$ fois autant, ou 28 quarts.

352 *bis*. Si *un nombre entier est joint à une fraction*, on multiplie le dénominateur par l'entier, et l'on ajoute le numérateur, ce qui donne le numérateur de l'expression fractionnaire, à laquelle on donne le dénominateur de la fraction proposée. 5 ent. $\frac{4}{7}=\frac{5\times7+4}{7}=\frac{39}{7}$.

Démonstration. 5 ent. = 35 septièm., et 35 sept. + 4 sept. = 39 sept. ou $\frac{39}{7}$.

Exercices :

7 ent. $= \frac{21}{3}$	7 ent. $\frac{2}{3} = \frac{23}{3}$	9 ent. $\frac{5}{6} = \frac{59}{6}$
8 ent. $= \frac{48}{6}$	13 ent. $\frac{6}{7} = \frac{97}{7}$	7 ent. $\frac{2}{5} = \frac{37}{5}$
5 ent. $= \frac{35}{7}$	8 ent. $\frac{7}{12} = \frac{103}{12}$	9 ent. $\frac{11}{12} = \frac{119}{12}$
7 ent. $= \frac{63}{9}$	27 ent. $\frac{3}{4} = \frac{111}{4}$	15 ent. $\frac{1}{7} = \frac{106}{7}$
4 ent. $= \frac{16}{4}$	8 ent. $\frac{2}{45} = \frac{362}{45}$	34 ent. $\frac{1}{5} = \frac{171}{5}$
5 ent. $\frac{4}{9} = \frac{49}{9}$	5 ent. $\frac{29}{47} = \frac{264}{47}$	27 ent. $\frac{1}{8} = \frac{217}{8}$
7 ent. $\frac{5}{8} = \frac{61}{8}$	63 ent. $\frac{7}{9} = \frac{574}{9}$	39 ent. $\frac{7}{9} = \frac{358}{9}$
87 ent. $\frac{6}{7} = \frac{615}{7}$	76 ent. $\frac{8}{9} = \frac{692}{9}$	48 ent. $\frac{5}{7} = \frac{341}{7}$

353. On *extrait les entiers d'une expression fractionnaire* en divisant le numérateur par le dénominateur; le quotient indique les entiers; s'il y a un reste, on l'écrit sous la forme d'une fraction.

$$\frac{39}{7} = 39 : 7 = 5 \text{ ent.} + \frac{4}{7}.$$

Démonstration. Puisque 7 septièm. = 1 entier, on aura autant d'entiers qu'on a de fois 7 septièmes.

Exercices :

$\frac{48}{6} =$ 8 ent.	$\frac{54}{10} =$ 5 ent. $\frac{4}{10}$	$\frac{674}{100} =$ 6 ent. $\frac{74}{100}$
$\frac{35}{7} = 5$	$\frac{9288}{87} = 106 \quad \frac{66}{87}$	$\frac{7874}{1000} = 7 \quad \frac{874}{1000}$
$\frac{63}{9} = 7$	$\frac{6467}{52} = 124 \quad \frac{19}{52}$	$\frac{3333}{68} = 49 \quad \frac{1}{68}$
$\frac{16}{4} = 4$	$\frac{3747}{69} = 54 \quad \frac{21}{69}$	$\frac{5704}{1265} = 4 \quad \frac{644}{1265}$
$\frac{68}{17} = 4$	$\frac{4137}{37} = 111 \quad \frac{30}{37}$	$\frac{240}{48} = 5$
$\frac{109}{19} = 5 \quad \frac{14}{19}$	$\frac{11893}{98} = 121 \quad \frac{35}{98}$	$\frac{444}{37} = 12$
$\frac{171}{40} = 4 \quad \frac{11}{40}$	$\frac{42760}{597} = 71 \quad \frac{373}{597}$	$\frac{297}{27} = 11$

$\frac{2860}{260}$ = 11 ent.		$\frac{9\,999}{888}$ = 11 ent.	$\frac{231}{888}$	$\frac{9\,070}{719}$ = 12 ent.	$\frac{402}{719}$
$\frac{372}{48}$ = 7	$\frac{36}{48}$	$\frac{5\,555}{666}$ = 8	$\frac{7}{666}$	$\frac{12\,307}{608}$ = 20	$\frac{147}{608}$
$\frac{4\,444}{777}$ = 5	$\frac{559}{777}$	$\frac{363}{24}$ = 15	$\frac{3}{24}$	$\frac{41\,938}{7214}$ = 5	$\frac{4\,938}{7214}$

354. La *conversion des entiers en fractions* et l'extraction des entiers d'une expression fractionnaire se servent réciproquement de preuve.

$$5 \text{ ent. } \frac{4}{7} = \frac{39}{7}, \quad \text{et} \quad \frac{39}{7} = 5 \text{ ent. } \frac{4}{7}.$$

355. Réduire une fraction a sa plus simple expression, c'est en simplifier les termes autant que cela est possible, et sans en changer la valeur. $\frac{24}{48}$ réduite à sa plus simple expression $= \frac{1}{2}$.

356. On *réduit une fraction à sa plus simple expression* en en divisant les deux termes par un même nombre, ce qui (351) n'en change pas la valeur.

$$\frac{27 :}{63 :} 9 = \frac{3}{7}.$$

357. On peut *simplifier une fraction de deux manières :* par des divisions successives, ou en divisant les deux termes de la fraction par leur plus grand commun diviseur. Voy. les nos 170 à 175.

358. On *simplifie une fraction par des divisions successives* en en divisant les deux termes par un même nombre; on obtient ainsi une nouvelle expression, que l'on simplifie comme la première, et l'on continue de simplifier chaque nouvelle fraction jusqu'à ce qu'on ne trouve plus aucun nombre qui puisse en diviser les deux termes.

$$\frac{72 :}{108 :} 9 = \frac{8}{12}, \quad \frac{8 :}{12 :} 4 = \frac{2}{3}.$$

359. On *vérifie l'égalité de deux fractions* en multipliant le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre, et réciproquement. Si l'on a bien opéré, on obtient deux produits égaux.

$$\frac{72}{108}=\frac{2}{3}.\ \textit{Preuve}: 72\times3=108\times2=216.$$

Démonstration. Puisque $\frac{72}{108}=\frac{2}{3}$, on peut écrire $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$, et alors les produits 2×3 et 3×2 seront nécessairement égaux, puisqu'ils ont les mêmes facteurs.

Exercices. Simplifier les fractions suivantes.

$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	$\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$	$\frac{51}{57}=\frac{17}{19}$	$\frac{2616}{3488}=\frac{3}{4}$	$\frac{2\,618}{11\,781}=\frac{2}{9}$
$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$	$\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$	$\frac{42}{54}=\frac{7}{9}$	$\frac{943°0}{141\,570}=\frac{2}{3}$	$\frac{4\,374}{8\,505}=\frac{19}{39}$
$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{15}{27}=\frac{5}{9}$	$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$	$\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$	$\frac{6\,669}{10\,374}=\frac{9}{14}$
$\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$	$\frac{68}{119}=\frac{4}{7}$	$\frac{180}{210}=\frac{6}{7}$	$\frac{27}{54}=\frac{1}{2}$	$\frac{1\,645}{2\,303}=\frac{5}{7}$
$\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$	$\frac{44}{48}=\frac{11}{12}$	$\frac{612}{900}=\frac{17}{25}$	$\frac{364}{637}=\frac{4}{7}$	$\frac{1\,783}{8\,626}$ irréd.
$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$	$\frac{39}{90}=\frac{13}{30}$	$\frac{1\,920}{1\,980}=\frac{32}{33}$	$\frac{5\,940}{15\,840}=\frac{3}{8}$	
$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	$\frac{90}{180}=\frac{1}{2}$	$\frac{6\,930}{39\,270}=\frac{3}{17}$	$\frac{1\,512}{2\,520}=\frac{3}{5}$	

360. On *réduit une fraction à ses moindres termes* en cherchant le plus grand commun diviseur des deux termes de la fraction, et les divisant par ce nombre.

Les deux termes de la fraction $\frac{2\,592}{12\,096}$ ont pour plus grand commun diviseur 864. Divisant ces deux termes par ce nombre, on a

$$\frac{2\,592:}{12\,096:}\ 864=\frac{3}{14}.$$

Exercices :

$\frac{612\ :}{900\ :}\ 36=\frac{17}{25}$	$\frac{94\,380\ :}{141\,570\ :}\ 47\,190=\frac{2}{3}$	$\frac{4\,374\ :}{8\,505\ :}\ 243=\frac{18}{35}$
$\frac{1\,920\ :}{1\,980\ :}\ 60=\frac{22}{33}$	$\frac{5\,940\ :}{15\,840\ :}\ 1\,980=\frac{3}{8}$	$\frac{6\,669\ :}{10\,374\ :}\ 741=\frac{9}{14}$
$\frac{6\,930\ :}{39\,210\ :}\ 2\,310=\frac{3}{17}$	$\frac{1\,512\ :}{2\,520\ :}\ 504=\frac{3}{5}$	$\frac{1\,645\ :}{2\,303\ :}\ 329=\frac{5}{7}$
$\frac{2\,616\ :}{3488\ :}\ 872=\frac{3}{4}$	$\frac{2\,618\ :}{11\,781\ :}\ 1\,309=\frac{2}{9}$	$\frac{1\,783\ :}{8\,626\ :}$ irréd.
:	$\frac{7\,933\ :}{8\,765\ :}$ irréd.	$\frac{679\ :}{857\ :}$ irréd.

361. On *nomme* FRACTIONS COMPOSÉES celles dont les termes sont formés de plusieurs facteurs. $\frac{3\times4\times6}{4\times8\times12}$.

362. On *simplifie les fractions composées* en en divisant les deux termes par les mêmes nombres.

Dans la fraction $\frac{3\times4\times6}{4\times8\times12}$, on divise d'abord par 4, ce qui détruit ces deux chiffres au numérateur et au dénominateur sans changer la valeur de la fraction (351); on peut diviser ensuite 3 et 12 par 3; 3 sera détruit, et 12 sera réduit à 4; divisant enfin 6 et 8 par 2, on a $\frac{3}{16}$.

Opération. $$\frac{\cancel{3}\times\cancel{4}\times\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{4}\times\underset{4}{\cancel{8}}\times\underset{4}{\cancel{12}}}=\frac{3}{4\times4}=\frac{3}{16}.$$

EXERCICES. Simplifiez les fractions composées qui suivent.

$\frac{3\times4\times8}{4\times8\times9}=\frac{1}{3}$	$\frac{12\times5\times6\times15}{8\times18\times30\times20}=\frac{1}{16}$	$\frac{15\times10\times7\times8}{20\times21\times6\times4}=\frac{5}{6}$
$\frac{5\times8\times4}{8\times9\times5}=\frac{4}{9}$	$\frac{3\times8\times2}{8\times12\times3}=\frac{1}{6}$	$\frac{2\times9\times5\times4}{3\times11\times4\times9}=\frac{2}{11}$
$\frac{2\times3\times5}{3\times4\times6}=\frac{5}{12}$	$\frac{5\times7\times12\times8\times3}{9\times6\times18\times20\times4}=\frac{7}{54}$	$\frac{2\times3\times5}{3\times4\times6}=\frac{5}{12}$
$\frac{6\times4\times5}{8\times7\times7}=\frac{15}{49}$	$\frac{7\times11\times12\times3\times40}{3\times5\times24\times21\times99}=\frac{4}{27}$	$\frac{1\times4\times3\times4}{3\times5\times4\times9}=\frac{4}{45}$

363. Lorsque *les termes d'une fraction irréductible sont trop élevés* pour qu'on puisse se faire une idée de la valeur de cette fraction, on la convertit approximativement en une autre aussi simple qu'on veut en multipliant le numérateur de la grande par le dénominateur qu'on veut obtenir, puis on divise par le grand dénominateur.

Soit à déterminer combien la fraction $\frac{7\,987}{9\,871}$ *vaut de quarts, on aura*

$$\frac{7\,987\times4}{9\,871}=\frac{3}{4},\ \text{plus}\ \frac{2\,335}{9\,871}\ \text{de quart.}$$

DÉMONSTRATION. Le numérateur est un dividende ou le reste d'une division; pour avoir un quotient approché, il faut convertir le reste en parties immédiatement plus petites, qui sont ici des quarts, et continuer la division (241).

$\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$	$\frac{178}{1246}=\frac{1}{7}$	$\frac{714}{879}=\frac{4}{6}$ appr.	$\frac{787}{806}=\frac{3}{4}$ appr.
$\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$	$\frac{384}{3456}=\frac{1}{9}$	$\frac{87}{111}=\frac{6}{8}$ appr.	$\frac{684}{1274}=\frac{1}{2}$ appr.
$\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$	$\frac{883}{1287}=\frac{2}{3}$ appr.	$\frac{748}{909}=\frac{6}{8}$ appr.	$\frac{72}{108}=\frac{2}{4}$ appr.
$\frac{172}{860}=\frac{1}{5}$	$\frac{819}{7817}=\frac{1}{11}$ appr.	$\frac{969}{1111}=\frac{7}{9}$ appr.	

364. On *évalue approximativement une fraction* en supprimant à la droite des deux termes un même nombre de chiffres.

$$\frac{7048}{19748}=\frac{704}{1974}=\frac{70}{197}=\frac{7}{19} \text{ approximativement.}$$

364 bis. On *évalue* approximativement une fraction au moyen des *fractions continues*.

365. On *nomme* FRACTION CONTINUE une suite de fractions déduites les unes des autres, et dont la réunion égale la fraction à évaluer.

366. Pour *réduire une fraction ordinaire en fraction continue*, on opère comme pour trouver le plus grand commun diviseur (175); on continue les divisions successives jusqu'à ce qu'on ait zéro pour reste; les quotients obtenus seront les dénominateurs des fractions successives.

Soit à évaluer au moyen des fractions continues l'expression fractionnaire $\frac{314159}{100000}$, indiquant le rapport de la circonférence au diamètre, on aura pour quotients

	3	7	15	1	25	1	7	4
314159	100000	14159	887	854	33	29	4	1
14159	887	5289	33	194	4	1	0	
		854		29				

On prend ces quotients dans l'ordre où ils se trouvent; on fait de chacun d'eux le dénominateur d'une fraction à laquelle on donne 1 pour numérateur.

$$\frac{314159}{100000}=3+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{25+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{4}}}}}}}$$

367. La réunion de plusieurs ou de toutes les fractions continues se nomme *fraction réduite*, ou simplement *réduite*.

368. La *réunion des fractions continues s'opère* comme ci-après pour l'exemple qui précède :

La 1re	$= \frac{3}{1}$ entiers	$= \frac{3}{1}$
Les 2 1res	$= \dfrac{3 \times 7, + 1}{1 \times 7,}$	$= \dfrac{22}{7}$
Les 3 1res	$= \dfrac{22 \times 15, + 3}{7 \times 15, + 1}$	$= \dfrac{333}{106}$
Les 4 1res	$= \dfrac{333 \times 1, + 22}{106 \times 1, + 7}$	$= \dfrac{355}{113}$
Les 5 1res	$= \dfrac{355 \times 25, + 333}{113 \times 25, + 106}$	$= \dfrac{9208}{2931}$
Les 6 1res	$= \dfrac{9208 \times 1, + 355}{2931 \times 1, + 113}$	$= \dfrac{9563}{3044}$
Les 7 1res	$= \dfrac{9563 \times 7, + 9208}{3044 \times 7, + 2931}$	$= \dfrac{76149}{24239}$
Les 8 ens.	$= \dfrac{76149 \times 4, + 9563}{24239 \times 4, + 3044}$	$= \dfrac{314159}{100000}$

369. On *évalue approximativement une fraction irréductible* en supprimant à la droite des deux termes un nombre de chiffres égal et proportionné au degré d'approximation désiré.

$$\frac{314159}{100000} = \frac{3}{1} = \frac{31}{10} = \frac{314}{100}, \text{etc.}$$

370. On *évalue les fractions absolues en fractions décimales* en écrivant à la droite du numérateur autant de zéros qu'on veut avoir de décimales, et en divisant par le dénominateur.

Soit à évaluer $\frac{3}{8}$ en fraction décimale à moins de 1 millième près, on aura $\frac{3000}{8} = 3000 : 8 = 0,375$.

Démonstration. Les $\frac{5}{8}$ de 1 entier = le huitième de 3 entiers; on doit donc diviser 3 par 8 (241).

Exercices :

$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{7}{9} = 0,7777$ pér.	$\frac{5}{6} = 0,8333$ pér.
$\frac{2}{3} = 0,666$ pér.	$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{3}{11} = 0,2727$ pér.
$\frac{5}{7} = 0,714287$ pér.	$\frac{7}{12} = 0,5833$ pér.	$\frac{7}{13} = 0,538461$ pér.

$\frac{7}{11} = 0{,}6363$ pér.	$\frac{19}{111} = 0{,}171171$ pér.	$\frac{77}{79} = 0{,}9746$ non pér.
$\frac{5}{8} = 0{,}625$	$\frac{23}{99} = 0{,}2323$ pér.	$\frac{6}{17} = 0{,}3529$ n. pér.
$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$\frac{4}{9} = 0{,}444$ pér.	$\frac{517}{519} = 0{,}5625$ n. pér.
$\frac{7}{16} = 0{,}4375$	$\frac{5}{12} = 0{,}41666$ pér.	$\frac{176}{874} = 0{,}2013$ n. pér.
$\frac{11}{50} = 0{,}22$	$\frac{14}{18} = 0{,}777$ pér. simp.	$\frac{398}{742} = 0{,}5364$ n. pér.

371. On *évalue une fraction décimale en fraction absolue* en l'écrivant comme une fraction absolue, et en la réduisant à sa plus simple expression. $0{,}375 = \frac{375}{1\,000}$, et $\frac{375}{1\,000}$, réduite à ses moindres termes, $= \frac{3}{8}$.

Exercices :

$0{,}75 = \frac{3}{4}$	$0{,}175 = \frac{7}{40}$	$0{,}485 = \frac{97}{200}$	$0{,}008 = \frac{1}{125}$
$0{,}25 = \frac{1}{4}$	$0{,}4375 = \frac{7}{16}$	$0{,}785 = \frac{157}{200}$	$0{,}705 = \frac{141}{200}$
$0{,}875 = \frac{7}{8}$	$0{,}6875 = \frac{11}{16}$	$0{,}045 = \frac{9}{200}$	$7{,}85 = \frac{157}{20}$

372. Une *fraction décimale périodique simple est égale* à une fraction absolue qui a pour numérateur la période, et pour dénominateur un nombre composé d'autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période. $0{,}333... = \frac{3}{9}$, $0{,}1818... = \frac{18}{99}$, $0{,}171171... = \frac{171}{999}$.

Démonstration. Représentant la période par x, on a $x = 0{,}171171...$

Multipliant par un nombre assez élevé pour faire passer la période dans les entiers, par 1 000, on a $1000x = 171{,}171171$

c'est-à-dire mille fois autant.

Or $1000\,x - x =$ $999x = 171$

et $x = 999$ fois moins, ou $x = \frac{171}{999}$

donc (372)...

373. Pour *évaluer une fraction périodique mixte* en fraction absolue, on forme d'abord de la partie non périodique une fraction dont le dénominateur est 1, suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres au numérateur ; on forme de la partie périodique une autre fraction ayant pour numérateur la période, et pour dénominateur un nombre composé d'autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période, et suivi d'autant de zéros qu'il y a de chiffres dans la partie non pé-

riodique. $0,8333 = \frac{8}{10} + \frac{3}{90}$. Or $\frac{8}{10}$ réduit en 90^{mes} (363) $= \frac{72}{90}$, et $\frac{72}{90} + \frac{3}{90} = \frac{75}{90}$.

En effet, réduisant $\frac{75}{90}$ en fraction décimale, on a $75 : 90 = 0,8333$.

Démonstration. Soit $x = 0,8333$

$$10x = 8,333$$

Mais $0,333 = \frac{3}{9}$ (372)

Donc $10x = 8 \text{ ent.} + \frac{3}{9} = \frac{75}{9}$

Et $x = 10$ fois moins ou $= \frac{75}{9 \times 10} = \frac{75}{90}$

Exercices :

$0,777 = \frac{7}{9}$	$0,2121 = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$	$0,2666 = \frac{4}{15}$
$0,9090 = \frac{90}{99}$	$0,666 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	$0,14285714 = \frac{1}{7}$
$0,333 = \frac{3}{9}$	$0,114114 = \frac{114}{999} = \frac{38}{333}$	$0,5333 = \frac{8}{15}$
$0,4545 = \frac{45}{99}$	$0,171171 = \frac{171}{999} = \frac{19}{111}$	$0,58333 = \frac{7}{12}$
$0,328328 = \frac{328}{999}$	$0,2323 = \frac{23}{99} =$	$0,36111 = \frac{13}{36}$

374. On *évalue une fraction absolue en nombre complexe* en multipliant le numérateur par le nombre de parties que contient l'unité donnée ; puis on continue la division. $\frac{1}{3}$ de jour = en heures $\frac{1 \times 24}{3}$ = 8 heures ; $\frac{5}{6}$ d'année $= \frac{5 \times 360}{6} = 300$ jours.

Exercices :

$\frac{3}{4}$ de jour = 18 h.

$\frac{7}{8}$ d'année (365 j.) = 318 j. 15 h.

$\frac{3}{4}$ de degré = 45′

$\frac{5}{6}$ de 34° 20′ = 26° 36′ 40″

$\frac{3}{4}$ de 7 h. 20′ = 5 h. 30′

$\frac{5}{7}$ de 4 m. = 2 m. 25 j. 17 h. 8′ 34″ $\frac{2}{7}$

$\frac{1}{8}$ de 5' $= 37'' \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$ de 3 j. 7 h. $=$ 2 j. 11 h. 15'
$\frac{3}{4}$ de 5' $= 3'\ 45''$	$\frac{2}{3}$ de 4 m. 6 h. 15' $=$ 1 m. 10 j. 2 h. 5'
$\frac{1}{6}$ de 7° 45' $=$ 1° 17' 30''	$\frac{1}{2}$ de 47° 45' 28'' $=$ 23° 52' 44''

375. On *évalue un nombre complexe en fraction absolue* en le réduisant en parties de l'espèce inférieure; on aura ainsi le numérateur d'une fraction dont le dénominateur sera le nombre de parties contenues dans l'unité principale. 5 jours en fraction d'année $= \frac{5}{360}$, 8 jours 5 heures $= \frac{8 \times 24 + 5}{24 \times 360} = \frac{197}{8\,640}$ d'année de 360 jours.

Exercices.

27 j. 8. h. 17' $= \frac{39377}{518\,400}$ d'année	7° 45' $= \frac{465}{60} = \frac{31}{4}$ de degré
7 h. $= \frac{7}{8\,640}$ d'année	3 j. 7 h. $= \frac{79}{8\,640}$ d'année
4 m. $= \frac{1}{3}$ d'année	4 m. 6 h. $= \frac{481}{1\,440}$ d'année
5' $= \frac{1}{288}$ de jour	9 m. 15 j. $= \frac{285}{360}$ d'année
15 $= \frac{1}{4}$ de degré	7 a. 2 m. $= \frac{43}{6}$ d'année

376. On *réduit deux fractions au même dénominateur* en multipliant les deux termes de chacune par le dénominateur de l'autre : soit à réduire au même dénominateur $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$, on a $\frac{3 \times 6}{4 \times 6}$ et $\frac{5 \times 4}{6 \times 4}$, ou $\frac{18 \text{ et } 20}{24}$.

Démonstration. Les fractions n'ont pas changé de valeur, puisque les deux termes ont été multipliés par un même nombre; de plus, elles ont un même dénominateur, puisqu'il est formé par les mêmes facteurs.

Exercices.

$\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3} = \frac{3\ 4}{6}$	$\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{8} = \frac{16\ 21}{24}$	$\frac{9}{19}$ et $\frac{7}{8} = \frac{72\ 133}{152}$
$\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{5} = \frac{5\ 12}{20}$	$\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5} = \frac{10\ 12}{15}$	$\frac{7}{18}$ et $\frac{2}{3} = \frac{21\ 36}{54}$
$\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4} = \frac{8\ 9}{12}$	$\frac{7}{8}$ et $\frac{3}{5} = \frac{35\ 24}{72}$	$\frac{8}{9}$ et $\frac{7}{17} = \frac{136\ 63}{153}$
$\frac{3}{7}$ et $\frac{6}{11} = \frac{33\ 42}{77}$	$\frac{6}{7}$ et $\frac{9}{11} = \frac{66\ 63}{77}$	$\frac{6}{7}$ et $\frac{8}{9} = \frac{54\ 56}{63}$

377. On *réduit plusieurs fractions au même dénominateur* en multipliant le numérateur de chaque fraction par le produit des dénominateurs des autres fractions, et le dénominateur commun s'obtient en multipliant tous les dénominateurs entre eux.

Soit à réduire au même dénominateur $\frac{2}{3}\ \frac{4}{5}\ \frac{6}{7}\ \frac{8}{9}$, on a pour numérateurs $2\times5\times7\times9,\ 4\times3\times7\times9,\ 6\times3\times5\times9,\ 8\times3\times5\times7$

ou $\frac{730 \quad 756 \quad 810 \quad 840}{\text{et pour dén}^{r}\text{ comm. } 3\times5\times7\times9, \text{ ou } 945}$ (376)

Exercices.

$\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}=\frac{12\ 8\ 6}{24}$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{9}=\frac{54\ 18\ 12}{108}$	$\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}=\frac{48\ 72\ 36\ 24}{144}$
$\frac{1}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{8}=\frac{48\ 32\ 24}{192}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{6}=\frac{54\ 24\ 36}{216}$	$\frac{1}{7}\ \frac{3}{4}\ \frac{3}{8}\ \frac{3}{4}=\frac{128\ 772\ 336\ 672}{896}$
$\frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{9}=\frac{360\ 162\ 240}{432}$	$\frac{3}{8}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{7}=\frac{84\ 168\ 160}{224}$	$\frac{2}{3}\ \frac{3}{7}\ \frac{1}{9}\ \frac{3}{8}=\frac{1008\ 648\ 168\ 567}{1512}$
$\frac{5}{8}\ \frac{3}{4}\ \frac{2}{7}=\frac{140\ 168\ 64}{224}$	$\frac{5}{6}\ \frac{7}{9}\ \frac{2}{3}=\frac{135\ 126\ 108}{162}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{9}\ \frac{3}{12}\ \frac{1}{4}=\frac{432\ 192\ 432\ 432}{1728}$
$\frac{7}{9}\ \frac{2}{3}\ \frac{5}{7}=\frac{147\ 126\ 135}{189}$	$\frac{7}{8}\ \frac{3}{4}\ \frac{1}{2}=\frac{56\ 48\ 32}{64}$	$\frac{3}{4}\ \frac{3}{7}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{2}=\frac{378\ 216\ 56\ 252}{504}$

378. On *trouve le plus petit commun dénominateur de plusieurs fractions* en examinant si le plus grand des dénominateurs est multiple des autres. Si cela a lieu, on a le nombre cherché; dans le cas contraire, on multiplie le plus grand dénominateur par 2, 3, 4, etc., jusqu'à ce qu'on trouve un nombre multiple de tous les dénominateurs.

Soit à trouver le plus petit commun dénominateur des fractions $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$ et $\frac{8}{9}$; 9 n'étant multiple ni de 8 ni de 6, je le multiplie par 2; j'ai 18, qui n'est pas divisible par 8; je multiplie 9 par 3, 4, 5, 6, 7, sans trouver le multiple cherché; enfin, multipliant 9 par 8, j'ai 72 pour plus petit commun dénominateur (173).

379. On *réduit plusieurs fractions* au même dénominateur en prenant sur le nombre choisi la quantité indiquée par chaque fraction.

Soit $\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{7}{8}\frac{8}{9}$, si l'on suppose l'entier divisé en 72 soixante-douzièmes, on a

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ de } 72 = 48 \\ \frac{5}{6} \quad\quad\;\; = 60 \\ \frac{7}{8} \quad\quad\;\; = 63 \\ \frac{8}{9} \quad\quad\;\; = 64 \end{array}\right\} 72^{\text{mes}}.$$

Pour se préparer aux équations, il est avantageux de disposer les fractions de la manière suivante :

$$\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{7}{8}\frac{8}{9} = \frac{48\ 60\ 63\ 64}{72}$$

Exercices.

$$\frac{4}{20}\ \frac{11}{60}\ \frac{7}{30}\ \frac{4}{15} = \frac{15\ 11\ 14\ 16}{60}$$
$$\frac{1}{2}\ \frac{3}{4}\ \frac{7}{8}\ \frac{5}{32} = \frac{16\ 24\ 28\ 5}{32}$$
$$\frac{1}{12}\ \frac{2}{15}\ \frac{17}{20}\ \frac{19}{24} = \frac{10\ 16\ 102\ 95}{120}$$
$$\frac{4}{12}\ \frac{7}{15}\ \frac{6}{9}\ \frac{20}{21} = \frac{420\ 588\ 840\ 1200}{1260}$$
$$\frac{3}{7}\ \frac{7}{9}\ \frac{3}{10}\ \frac{9}{12} = \frac{540\ 980\ 378\ 945}{1260}$$

$$\frac{5}{6}\ \frac{7}{8}\ \frac{9}{12}\ \frac{17}{15} = \frac{100\ 105\ 90\ 136}{120}$$
$$\frac{3}{7}\ \frac{7}{9}\ \frac{5}{8}\ \frac{3}{4} = \frac{216\ 392\ 315\ 378}{504}$$
$$\frac{1}{2}\ \frac{4}{5}\ \frac{7}{15}\ \frac{8}{9} = \frac{135\ 216\ 126\ 240}{270}$$
$$\frac{4}{13}\ \frac{7}{26}\ \frac{8}{52}\ \frac{1}{2} = \frac{16\ 14\ 8\ 26}{52}$$
$$\frac{8}{9}\ \frac{7}{18}\ \frac{8}{24}\ \frac{7}{36} = \frac{64\ 28\ 24\ 14}{72}$$

ADDITION DES FRACTIONS.

379 *bis*. L'*addition des fractions se fait* en les réduisant au même dénominateur si elles n'y sont pas, et en additionnant ensuite les numérateurs. On a alors une seule fraction, que l'on simplifie s'il y a lieu, ou une expression fractionnaire dont on extrait les entiers.

Soit à additionner

$\frac{4}{9}+\frac{5}{9}+\frac{7}{9}+\frac{8}{9}$, on a $\frac{4+5+7+8}{\text{neuvièmes}}=\frac{24}{9}=2$ ent. $\frac{6}{9}$, ou 2 ent. $\frac{2}{3}$

Soit encore à additionner $\frac{5}{8}+\frac{5}{6}+\frac{5}{9}+\frac{5}{12}$, réduisant au même dénominateur, on a $\frac{45+60+40+30}{72}=\frac{175}{72}=2$ ent. $\frac{31}{72}$.

Exercices.

$$\frac{4}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}=2\frac{1}{7} \qquad \frac{3}{11}+\frac{7}{11}+\frac{9}{11}=1\frac{8}{11} \qquad \frac{3}{13}+\frac{4}{13}+\frac{7}{13}=1\frac{1}{13}$$
$$\frac{8}{9}+\frac{7}{9}+\frac{5}{9}=2\frac{2}{9} \qquad \frac{7}{12}+\frac{5}{12}+\frac{8}{12}=1\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=1\frac{1}{12}$$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=1\frac{11}{12}$	$0,5+0,75+\frac{5}{8}=1,875$	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=1\frac{5}{12}$
$\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{6}{7}=2\frac{57}{140}$	$\frac{5}{7}+\frac{3}{8}+\frac{5}{9}=1\frac{325}{504}$	$\frac{3}{6}+\frac{6}{9}+\frac{2}{8}=1\frac{5}{12}$
$\frac{7}{8}+\frac{7}{9}+\frac{7}{10}=2\frac{127}{360}$	$\frac{6}{7}+\frac{3}{8}+\frac{4}{9}=1\frac{341}{504}$	$0,25+\frac{7}{8}+\frac{3}{4}=1\frac{7}{8}$
$\frac{5}{7}+\frac{5}{8}+\frac{5}{9}=1\frac{451}{504}$	$\frac{12}{14}+\frac{6}{16}+\frac{8}{18}=1\frac{341}{504}$	

380. Lorsque *des entiers sont joints aux fractions*, on dispose ordinairement l'opération comme pour l'addition des entiers, et l'on porte à la première colonne les retenues provenant des fractions, s'il y a lieu.

Soit à additionner 7 ent. $\frac{5}{9}+12\frac{6}{8}+49\frac{3}{4}+16\frac{5}{6}$, on écrit :

Dén^{r} com. 72

$$\begin{array}{ll} 7\frac{5}{9}= & 40 \\ 12\frac{6}{8}= & 54 \\ 49\frac{3}{4}= & 54 \\ 16\frac{5}{6}= & 60 \\ \hline 86\frac{8}{9} & 208 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 208 & 72^{\text{mes}}. \\ 64 & =2\frac{64}{72}\text{ ou }\frac{8}{9} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{lr|l} 7\frac{5}{9}\times 8\times 4\times 6= & 960 & \\ 12\frac{6}{8}\times 9\times 4\times 6= & 1284 & \\ 49\frac{3}{4}\times 9\times 8\times 6= & 1296 & \\ 16\frac{5}{6}\times 9\times 8\times 4= & 1440 & \\ \frac{5}{6}\times 9\times 8\times 4= & \ldots\ldots & 1728 \\ \hline 86\frac{8}{9} & 4980 & 2\frac{1524}{1728}\text{ ou }\frac{8}{9} \\ & 1524 & \end{array}$$

Exercices.

$4\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}=8\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}+4\frac{2}{3}+6,5=14\frac{1}{3}$
$3\frac{2}{3}+4\frac{3}{4}=8\frac{5}{12}$	$5\frac{1}{4}+7\frac{11}{12}+7,08=20\frac{37}{150}$
$7\frac{5}{6}+5\frac{2}{7}=13\frac{5}{42}$	$5,75+6\frac{1}{9}+11\frac{1}{7}=23\frac{1}{252}$
$3\frac{1}{4}+4\frac{2}{3}=7\frac{11}{12}$	$\frac{7}{9}+1,90+3,7=6\frac{17}{45}$
$5\frac{3}{4}+6\frac{4}{9}=12\frac{7}{36}$	$\frac{5}{11}+7\frac{3}{17}+4\frac{5}{9}=12\frac{314}{1683}$
$7\frac{4}{7}+9\frac{3}{7}=17$	$\frac{8}{9}+7\frac{9}{14}+8,08=16\frac{1477}{3150}$
$6\frac{5}{8}+7\frac{3}{4}=14\frac{3}{8}$	$0,8+4\frac{7}{9}+7,50=13\frac{7}{90}$
$5\frac{3}{8}+8,05=13,425$	$7,04+3\frac{1}{8}+9,007=19,172$
$4,07+5\frac{3}{4}=7,82$	$0,12+\frac{7}{9}+6,04=6\frac{211}{225}$

SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

380 *bis*. La *soustraction des fractions se fait* en les réduisant d'abord au même dénominateur, si elles n'y sont pas ; on retranche ensuite le numérateur du petit nombre du numérateur du grand nombre. Si la soustraction est possible, on écrit la différence ; dans le cas contraire, on prend sur les entiers une unité, qui vaut autant de parties que l'indique le dénominateur commun ; on réunit ces parties à celles de même espèce qui se trouvent au numérateur du grand nombre, puis de cette somme on retranche le numérateur du petit nombre.

Soit à ôter 6 cent. $\frac{5}{8}$ de 8 cent. $\frac{4}{9}$, on a

De	8 cent.	$\frac{4\times 8}{9\times 8} =$	$\frac{32}{72^e}$
Ôter	6	$\frac{5\times 9}{8\times 9} =$	$\frac{45}{72^e}$
Reste	1 cent.		$\frac{59}{72}$

OPÉRATION. $\frac{4}{9}=\frac{32}{72}$ et $\frac{5}{8}=\frac{45}{72}$, et de 32 ôter 45, on ne peut ; j'ajoute une unité qui vaut 72 *soix.-douz.*; $72+32=104$, et de 104 ôter 45, il reste 59 soix.-douz. ou $\frac{59}{72}$. J'ai ensuite $6+1$ d'ajouté $=7$, et de 8 ôter 7 il reste 1. Le reste est donc 1 cent. $\frac{59}{72}$.

EXERCICES.

$\frac{15}{17}-\frac{8}{17}=\frac{7}{17}$	$9-\frac{7}{8}=8\frac{1}{8}$	$4\frac{2}{3}-3\frac{3}{4}=\frac{11}{12}$
$\frac{5}{7}-\frac{4}{7}=\frac{1}{7}$	$7-0,5=6\frac{1}{2}$	$7\frac{2}{5}-4\frac{4}{7}=2\frac{29}{35}$
$\frac{14}{19}-\frac{7}{19}=\frac{7}{19}$	$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$6\frac{5}{6}-4\frac{3}{7}=2\frac{17}{42}$
$\frac{92}{96}-\frac{74}{96}=\frac{1}{12}$	$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$	$2\frac{3}{6}-\frac{6}{7}=1\frac{9}{14}$
$\frac{55}{100}-\frac{19}{100}=\frac{9}{25}$	$\frac{6}{7}-\frac{5}{6}=\frac{1}{42}$	$8,80-5\frac{11}{12}=2\frac{53}{60}$
$\frac{48}{92}-\frac{7}{92}=\frac{41}{92}$	$\frac{8}{9}-\frac{7}{8}=\frac{1}{72}$	$7\frac{1}{3}-4\frac{5}{11}=2\frac{29}{33}$
$8-\frac{2}{3}=7\frac{1}{3}$	$\frac{12}{17}-\frac{4}{9}=\frac{40}{153}$	$16,45-7\frac{8}{10}=8\frac{13}{20}$
$6-\frac{3}{4}=5\frac{1}{4}$	$\frac{7}{16}-\frac{3}{19}=\frac{85}{304}$	$3\frac{7}{8}-2,99=\frac{177}{200}$

MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

381. La *multiplication des fractions offre cinq cas.* On peut avoir à multiplier une fraction par un nombre entier, un nombre entier par une fraction, une fraction par une fraction, et enfin des entiers et une fraction par des entiers, des entiers et une fraction par des entiers et une fraction.

382. On *multiplie une fraction par un nombre entier* en multipliant le numérateur par le nombre entier (346). $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.

Exercices.

$\frac{3}{7} \times 8 = 3\frac{3}{7}$	$\frac{3}{4} \times 3 = 2\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9} \times 7 = 3\frac{1}{7}$
$\frac{5}{6} \times 9 = 7\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} \times 7 = 4\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9} \times 9 = 8$
$\frac{7}{8} \times 6 = 5\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} \times 9 = 6\frac{1}{3}$	$\frac{7}{8} \times 6 = 5\frac{1}{4}$

383. On *multiplie une fraction par un nombre entier* en divisant le dénominateur par l'entier, pourvu que la division se fasse sans reste.

$$\frac{6}{24} \times 8 = \frac{6}{24 : 8} = \frac{6}{3} = 2.$$

Exercices.

$\frac{7}{16} \times 4 = 1\frac{3}{4}$	$\frac{7}{63} \times 7 = \frac{7}{9}$	$\frac{17}{48} \times 7 = 1\frac{23}{48}$
$\frac{8}{35} \times 7 = 1\frac{3}{5}$	$\frac{8}{63} \times 9 = 1\frac{1}{7}$	$\frac{38}{84} \times 5 = 2\frac{11}{42}$
$\frac{9}{54} \times 9 = 1\frac{1}{2}$	$\frac{9}{108} \times 6 = \frac{1}{2}$	$\frac{72}{144} \times 9 = 4\frac{1}{2}$
$4 \times \frac{5}{7} = 2\frac{6}{7}$	$12 \times \frac{7}{18} = 4\frac{2}{3}$	$7 \times \frac{16}{42} = 2\frac{2}{3}$
$7 \times \frac{7}{9} = 5\frac{4}{9}$	$48 \times \frac{5}{6} = 40$	$3 \times \frac{30}{45} = 3\frac{1}{3}$

384. On *multiplie un nombre entier par une frac-*

tion comme une fraction par un nombre entier, car l'interversion des facteurs ne change pas le produit (94).

385. On *multiplie un nombre fractionnaire par un nombre entier* en multipliant d'abord la fraction, et en joignant les retenues, s'il y a lieu, au produit des entiers.

Soit 8 ent. $\frac{5}{6}$ à multiplier par 9, on a d'abord $\frac{5}{6} \times 9 = \frac{45}{6} = 7\frac{1}{2}$, et $8 \times 9 = 72 + 7$ de retenus $= 79$; le produit $= 79\frac{1}{2}$.

Exercices.

$9\frac{7}{8} \times 8 = 79$	$\frac{7}{8} \times 3\frac{5}{6} = 3\frac{17}{48}$	$5{,}08 \times \frac{5}{7} = 3\frac{22}{35}$
$17\frac{8}{9} \times 9 = 161$	$\frac{8}{11} \times 4\frac{6}{7} = 3\frac{41}{77}$	$\frac{9}{18} \times 7{,}54 = 3\frac{17}{100}$
$48\frac{9}{16} \times 6 = 291\frac{3}{8}$	$\frac{7}{12} \times 8{,}7 = 5\frac{3}{40}$	$\frac{6}{13} \times 8{,}9 = 4\frac{7}{65}$

386. On *multiplie une fraction par une fraction* en multipliant numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{5}{4 \times 2} = \frac{5}{8}.$$

Démonstration. Si l'on avait $\frac{3}{4} \times 5$, on aurait $\frac{3 \times 5}{4}$ (381); mais ce n'est pas par des entiers, c'est par des sixièmes qu'on doit multiplier; le produit $\frac{3 \times 5}{4}$ est donc 6 fois trop fort; on le rendra 6 fois plus petit en multipliant le dénominateur par 6, ce qui donne $\frac{3 \times 5}{3 \times 6}$; mais 3×5 est un produit formé par les deux numérateurs, et 4×6 est un autre produit formé par les deux dénominateurs; donc (386).

Exercices.

$\frac{7}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{27}$	$\frac{8}{17} \times \frac{6}{19} = \frac{48}{323}$	$\frac{3}{5} \times 0{,}5 = \frac{3}{10}$
$\frac{9}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{21}{32}$	$\frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$	$0{,}08 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{225}$
$\frac{4}{7} \times \frac{6}{11} = \frac{24}{77}$	$0{,}9 \times \frac{7}{9} = \frac{7}{10}$	$\frac{9}{6} \times 0{,}45 = \frac{81}{320}$

387. On *multiplie un nombre fractionnaire par* *un nombre fractionnaire* en réduisant l'un et l'autre en expression fractionnaire (352).

$$5\frac{3}{4}6 \times \frac{7}{8} = \frac{23}{4} \times \frac{55}{8} = 39\frac{17}{32}.$$

EXERCICES.

$4\frac{4}{5} \times 2\frac{3}{4} = 13\frac{1}{5}$	$2\frac{3}{4} \times 7\frac{5}{6} = 21\frac{13}{24}$	$7{,}6 \times 3\frac{1}{4} = 24\frac{7}{10}$
$7\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{3} = 47\frac{1}{2}$	$3{,}7 \times 8\frac{6}{7} = 32\frac{27}{35}$	$8\frac{5}{9} \times 7\frac{3}{5} = 65\frac{1}{45}$
$9\frac{2}{3} \times 7\frac{3}{7} = 71\frac{17}{21}$	$9\frac{8}{9} \times 5{,}07 = 45\frac{1}{15}$	$0{,}09 \times \frac{7}{9} = \frac{7}{100}$

388. On *multiplie un nombre quelconque de fractions* en faisant le produit de tous les numérateurs et celui de tous les dénominateurs, après avoir préalablement simplifié la fraction composée, s'il y a lieu (362).

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{8} \times \frac{9}{12} = \frac{3 \times 5 \times 3 \times 9}{4 \times 6 \times 8 \times 12} = \frac{5 \times 9}{4 \times 2 \times 8 \times 4} = \frac{45}{256}.$$

389. Prendre la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, etc., d'une fraction, c'est la répéter $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc., de fois; c'est donc la multiplier.

$$\text{Les } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}.$$

EXERCICES.

Le $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{6} = \frac{1}{6}$	Les $\frac{3}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de $\frac{8}{9} = \frac{16}{45}$
La $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{8} = \frac{3}{8}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{8} = \frac{1}{2}$
Le $\frac{1}{4}$ $\frac{8}{12} = \frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{9}{11} = \frac{14}{33}$
Les $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{9} = \frac{32}{63}$	$\frac{3}{7}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{11} = \frac{3}{11}$
$\frac{6}{8}$ $\frac{7}{12} = \frac{7}{16}$	$\frac{7}{8}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{9}{10} = \frac{7}{10}$

DIVISION DES FRACTIONS.

390. La *division des fractions offre six cas.* On peut avoir à diviser une fraction par un nombre entier, un nombre fractionnaire par un nombre entier, un nombre entier par une fraction, un nombre entier par un nombre fractionnaire, une fraction par une fraction, ou un nombre fractionnaire par un nombre fractionnaire.

391. On *divise une fraction par un nombre entier* en multipliant le dénominateur ou en divisant le numérateur par le nombre entier (347 et 349).

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9 \times 4} = \frac{2}{9} \text{ ou } = \frac{8:4}{9} = \frac{2}{9}.$$

Exercices.

$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{15}$	$\frac{7}{12} : 5 = \frac{7}{60}$	$\frac{24}{35} : 8 = \frac{3}{35}$
$\frac{3}{7} : 4 = \frac{3}{28}$	$\frac{9}{17} : 8 = \frac{9}{136}$	$\frac{36}{48} : 7 = \frac{3}{28}$
$\frac{5}{9} : 7 = \frac{5}{63}$	$\frac{12}{19} : 6 = \frac{2}{19}$	$\frac{54}{63} : 9 = \frac{2}{21}$

392. On *divise un nombre fractionnaire par un nombre entier* en divisant d'abord les entiers; puis, s'il y a un reste, on le réduit en fraction du dénominateur donné; on ajoute le numérateur, et l'on divise la nouvelle fraction.

Soit 8 ent. $\frac{6}{11} : 5$; on aura d'abord $8 : 5 = 1$ ent. $+ 3$ de reste; ces 3 unités $= 3$ fois 11 onzièmes ou $\frac{33}{11}$; or 33 onz. $+ 6$ onz. $= \frac{39}{11}$, et $\frac{39}{11} : 8 = \frac{39}{11 \times 8} = \frac{39}{88}$.

Exercices.

$7\frac{8}{9} : 6 = 1\frac{17}{54}$	$12\frac{5}{8} : 9 = 1\frac{29}{72}$	$28\frac{4}{5} : 7 = 4\frac{4}{35}$
$14\frac{6}{18} : 6 = 2\frac{7}{18}$	$45\frac{5}{7} : 8 = 5\frac{5}{7}$	$32\frac{7}{9} : 8 = 4\frac{7}{72}$
$9\frac{7}{9} : 4 = 2\frac{17}{36}$	$39\frac{6}{9} : 7 = 5\frac{2}{3}$	$48\frac{8}{11} : 8 = 6\frac{1}{11}$

393. On *divise un nombre entier par un nombre fractionnaire* en réduisant le dividende et le diviseur en fraction de l'espèce indiquée par le dénominateur donné ; on opère ensuite comme sur des entiers.

Soit 5 ent. : $8\frac{6}{11}$, on a 5 ent. $=$ 55 onz., $8\frac{6}{11} = 94$ onz., et $55 : 94 = \frac{55}{94}$.

Exercices.

$12 : 7\frac{8}{9} = 1\frac{37}{71}$	$35 : 6\frac{6}{7} = 5\frac{5}{48}$	$32 : 8\frac{10}{12} = 3\frac{33}{53}$
$16 : 4\frac{5}{6} = 3\frac{9}{29}$	$27 : 5\frac{4}{5} = 4\frac{19}{135}$	$36 : 18\frac{14}{16} = 1\frac{137}{151}$
$18 : 9\frac{7}{8} = 1\frac{65}{79}$	$24 : 14\frac{16}{18} = 1\frac{41}{108}$	$30 : 7\frac{7}{9} = 3\frac{6}{7}$

394. On *divise une fraction par une fraction* en multipliant le numérateur de la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.

Démonstration. Si l'on avait $\frac{3}{4}$: 5 entiers, on aurait (347) $\frac{3}{4\times5}$; mais ce n'est pas par des entiers qu'on doit diviser, c'est par des sixièmes d'entier ; le diviseur est donc 6 fois trop grand et le quotient 6 fois trop petit ; on le rendra 6 fois plus grand en multipliant (346) le numérateur par 6 ; on a donc $\frac{3\times6}{4\times5}$; mais les $\frac{6}{5}$ par lesquels on multiplie sont le diviseur renversé ; donc (394).

Exercices.

$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$	$\frac{5}{7} : \frac{6}{11} = 1\frac{13}{42}$	$\frac{8}{9} : \frac{7}{8} = 1\frac{1}{63}$
$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = 1\frac{7}{8}$	$\frac{1}{100} : \frac{1}{10} = \frac{1}{1\,000}$	$\frac{5}{6} : \frac{5}{8} = 1\frac{1}{3}$

395. On *divise un nombre fractionnaire par un autre nombre fractionnaire* en les réduisant l'un et l'autre en expression fractionnaire ; on opère ensuite la division comme d'une fraction par une fraction.

$$5 \text{ ent. } \frac{7}{8} : 6\frac{4}{9} = \frac{47}{8} : \frac{58}{9} = \frac{47\times9}{8\times58} = \frac{423}{464}.$$

Exercices.

$7\frac{3}{4} : 2\frac{4}{5} = 2\frac{43}{56}$	$6\frac{4}{9} : 5\frac{7}{8} = 1\frac{41}{423}$	$9\frac{10}{100} : 0{,}75 = 12\frac{2}{3}$
$5\frac{3}{6} : 7\frac{3}{7} = 1\frac{25}{77}$	$2\frac{1}{2} : 4{,}05 = \frac{50}{81}$	$8{,}7 : \frac{8}{100} = 108\frac{3}{4}$
$100\frac{2}{3} : 18\frac{1}{2} = 5\frac{49}{604}$	$7{,}75 : 8\frac{2}{3} = \frac{93}{104}$	$\frac{8}{1000} : \frac{7}{100} = \frac{4}{35}$
$15\frac{2}{7} : 21\frac{3}{4} = \frac{428}{609}$	$\frac{7}{15} : \frac{7}{5} = \frac{1}{3}$	$0{,}008 : 0{,}07 = \frac{4}{35}$

396. Si *le numérateur du dividende égale le numérateur du diviseur*, ils se détruisent; dans ce cas, le dénominateur du diviseur devient le numérateur du quotient, et le dénominateur du dividende devient le dénominateur du même quotient.

$$\frac{7}{8} : \frac{7}{9} = \frac{7 \times 9}{8 \times 7} = \frac{9}{8}.$$

397. Si *le dénominateur du dividende égale le dénominateur du diviseur*, ils se détruisent : le numérateur du dividende devient le numérateur du quotient, et le dénominateur du diviseur devient le dénominateur de ce même quotient.

$$\frac{5}{7} : \frac{6}{7} = \frac{5 \times 7}{7 \times 6} = \frac{5}{6}.$$

Exercices.

$\frac{6}{7} : \frac{6}{9} = 1\frac{2}{7}$	$\frac{7}{8} : \frac{5}{8} = 1\frac{2}{5}$	$5 : \frac{8}{9} = 5\frac{5}{8}$
$\frac{3}{8} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{6}{7} : \frac{4}{7} = 1\frac{1}{2}$	$\frac{8}{9} : 5 = \frac{8}{45}$
$\frac{7}{12} : \frac{7}{16} = 1\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4}$	$5\frac{8}{9} : \frac{8}{9} = 6\frac{5}{8}$
$\frac{5}{9} : \frac{5}{11} = 1\frac{2}{9}$	$\frac{7}{9} : \frac{4}{9} = 1\frac{3}{4}$	$\frac{8}{9} : 5\frac{8}{9} = \frac{8}{53}$
$\frac{4}{7} : \frac{4}{9} = 1\frac{2}{7}$	$\frac{8}{17} : \frac{15}{17} = \frac{8}{15}$	$5\frac{8}{9} : 5\frac{8}{9} = 1$

FORMATION DES PUISSANCES DES FRACTIONS.

398. *Elever une fraction à la deuxième puissance,* c'est la carrer ou la multiplier par elle-même.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3\times3}{4\times4}=\frac{9}{16}.$$

399. *Elever nne fraction à la troisième puissance,* c'est la cuber, ou la faire trois fois facteur.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{3\times3\times3}{4\times4\times4}=\frac{27}{64}.$$

Exercices :

$\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$	$\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{16}{49}$	$\left(\frac{7}{9}\right)^3=\frac{343}{729}$
$\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$	$\left(\frac{8}{9}\right)^3=\frac{512}{729}$
$\left(\frac{7}{9}\right)^2=\frac{49}{81}$	$\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$	$\left(\frac{4}{7}\right)^3=\frac{64}{343}$
$\left(\frac{8}{9}\right)^2=\frac{64}{81}$	$\left(\frac{7}{8}\right)^3=\frac{343}{512}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$

Extraction des racines des fractions.

400. On *obtient la* RACINE CARRÉE d'une fraction en l'extrayant du numérateur et du dénominateur séparément, lorsque la fraction est un carré parfait.

$$\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}}=\frac{4}{7}.$$

401. Si *le dénominateur seul est un carré parfait,* on ne peut obtenir la racine qu'à un certain degré d'approximation en décimales; pour y parvenir, on écrit à la droite du numérateur autant de tranches de deux zéros qu'on veut avoir de décimales à la racine; on

extrait cette racine des deux termes; puis on réduit la fraction en décimales.

$$\sqrt{\frac{7}{16}} \text{ à moins d'un centième près} = \sqrt{\frac{7,0000}{16}} = \frac{2,64}{4} = 0,66.$$

En effet, $0,66^2 = 0,4356$; ou, en négligeant les deux derniers chiffres, 0,44 et $0,44 = \frac{7}{16}$, à une légère différence près, provenant du chiffre 3 centièmes qu'on a forcé.

402. Si *le numérateur seul est un carré parfait*, on en extrait la racine, puis celle du dénominateur, après avoir écrit à la droite autant de tranches de deux zéros qu'on veut avoir de chiffres décimaux; ensuite on réduit la fraction absolue en fraction décimale.

$$\sqrt{\frac{9}{12}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} \text{ à m. d'un m. près} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12000000}} = \frac{3}{3,465} = 0,865.$$

En effet, $0,865^2 = 0,75 = \frac{9}{12}$.

403. Si *le numérateur et le dénominateur sont des carrés imparfaits*, on les multiplie par le dénominateur, ce qui ne change pas la valeur de la fraction; on obtient ainsi une nouvelle expression, dont le dénominateur est un carré parfait; on extrait ensuite la racine approchée du numérateur, puis on réduit cette racine en décimales.

$$\sqrt{\frac{7}{8}} = \sqrt{\frac{7\times8}{8\times8}} = \sqrt{\frac{56}{64}} = \frac{7,48}{8} = 0,935.$$

En effet, $0,935^2 = 0,874$, et $0,874 = \frac{7}{8}$.

Exercices.

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \qquad \sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{2645}{5000} \qquad \sqrt{\frac{81}{99}} = 0,9045$$

$$\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9} \qquad \sqrt{\frac{8}{36}} = \frac{2832}{6000} \qquad \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{8}{11} \qquad \sqrt{\frac{12}{64}} = \frac{3464}{8000} \qquad \sqrt{\frac{25}{27}} = 0,9622$$

$$\sqrt{\frac{7}{12}} = \frac{916}{1200} = 0,763$$

$$\sqrt{\frac{23}{37}} = \quad 0,783$$

$$\sqrt{\frac{72}{96}} = \quad 0,867$$

404. On *obtient les* RACINES CUBIQUES *des fractions* en observant les principes établis pour la racine carrée, avec cette différence que les tranches doivent être de trois zéros.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}}=\frac{3}{4}.$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{40}}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{40\,000}} \text{ à moins d'un dix. près } =\frac{2}{3,4}=0,588 \text{ ou } 0,59.$$

En effet, $0,59^3=0,20$, et $0,20=\frac{8}{40}$.

$$\sqrt[3]{\frac{125}{343}}=\frac{5}{7}\quad \sqrt[3]{\frac{7}{512}}=0,239\quad \sqrt[3]{\frac{8}{21}}=0,724\quad \sqrt[3]{\frac{17}{58}}=0,664$$

404 bis. On *obtient facilement les racines des fractions absolues* en les réduisant d'abord en fractions décimales.

$$\sqrt{\frac{81}{99}}=\sqrt{0,818181}=0,9045.$$

APPLICATION DES FRACTIONS.

Problèmes. Un puits de 42 mèt. a été creusé par 4 ouvriers, qui gagnaient chacun 2 fr. 50 c. par jour :

Le 1er y ayant travaillé	6 jours $\frac{1}{3}$,	il recevra	15 fr.	83 c.
Le 2e	7 $\frac{3}{4}$,		19	37
Le 3e	6 $\frac{1}{2}$,		16	25
Le 4e	3 $\frac{2}{3}$,		9	17

Le travail a été exécuté en 24 *jours* $\frac{1}{4}$, *et a coûté* 60 fr. 62 c.

Un marchand avait une pièce de toile de 58 m. $\frac{1}{2}$, et une autre de 65 mèt. $\frac{5}{6}$; s'il en a vendu 89 mèt. $\frac{7}{8}$, *il lui en reste* 34 $\frac{11}{24}$ *mètres.*

Si l'on ôte les $\frac{5}{6}$ d'un nombre, *le reste*$=\frac{1}{6}$.

Une caisse de sucre pèse 34 kilog. $\frac{1}{2}$; la caisse et l'emballage pèsent 8 kil. $\frac{3}{4}$; si le sucre coûte 1 fr. 90 c. le kil., *on a à payer* 61 fr. 75 c.

Si 1 kil. de farine donne 1 kil. $\frac{1}{3}$ de pain, 47 kil. $\frac{3}{4}$ *donneront* 63 kil. $\frac{2}{3}$.

A 15 fr. 30 c. le mèt., 7 mèt. $\frac{3}{4}$ *coûteront* 118 fr. 575.

A $\frac{1}{100}$ pour cent de commission pour 78 $\frac{7}{8}$, *on recevra* 0 fr. 79 c.

Un commerçant ayant éprouvé des pertes, ses créanciers lui font une remise des $\frac{3}{17}$ de 17 458 fr. 50 c. qu'il leur doit; *il lui reste donc à payer* 14 379 fr. 36 c.

Un volume in-8° est composé de 64 feuilles $\frac{3}{4}$; chaque page contient 75 lignes, et chaque ligne 74 lettres; il *y a donc dans ce volume* 1 749 800 *lettres.*

Par quel nombre faut-il diviser 39 $\frac{1}{2}$ pour avoir un quotient 2 fois $\frac{1}{2}$ plus grand? Par $\frac{158}{395}$.

Si l'on emploie 19 mèt. $\frac{5}{6}$ de toile pour faire des serviettes, si chaque serviette doit avoir 1 mèt. $\frac{1}{6}$ de long, *on en aura* 17.

Si l'on fait 12 serviettes avec 13 mèt. $\frac{1}{2}$ de toile, *la longueur de chaque serviette est de* 1 mèt. $\frac{1}{8}$.

S'il faut 1 mèt. $\frac{3}{4}$ de velours pour doubler un manteau, avec 5 mèt. $\frac{2}{8}$, *on doublera* 3 *manteaux.*

NOMBRES COMPLEXES.

405. Les nombres complexes ou concrets irréguliers sont ceux dont les subdivisions ne sont pas assujetties à une même base, et forment d'autres unités de différentes espèces : 2 *ans* 6 *mois* 29 *jours* 5 *heures* 49'.

OPÉRATIONS.

406. *L'addition des nombres complexes se fait* comme celle des entiers en commençant par la droite; si la somme des unités inférieures ne forme pas une unité de l'ordre immédiatement supérieur,

on l'écrit ; si elle en contient une ou plusieurs, on les joint à celles qui peuvent s'y trouver, on écrit l'excédant s'il y en a ; on opère sur les unités du second ordre comme sur celles du premier, en ayant soin de se rappeler les subdivisions de chaque ordre immédiatement supérieur. Ainsi, en additionnant des minutes, on ne retiendra une unité qu'autant qu'on aura au moins 60 ; pour retenir 1 sur les heures il faudra avoir au moins 24, etc. C'est ainsi qu'on trouve que

4 ans	6 mois	15 jours	13 heur.	28 min.
+ 27	8	24	18	25
= 32 ans	3 mois	10 jours	7 heur.	53 min.

Explication. 28′ + 25′ = 53′, qui ne forment pas 1 heure : je les écris ; 13 h. + 18 h. = 31 h. ou 1 j. + 7 h. ; j'écris 7 h. et je joins 1 j. à la colonne des jours, en disant : 1 de retenu + 24 = 25 + 15 = 40 j. ou 1 mois et 10 j. ; j'écris 10 et je joins 1 à la colonne des mois, en disant : 1 de retenu + 8 = 9 + 6 = 15 mois, ou un an 3 mois ; j'écris 3 et je joins 1 à la colonne des années ; j'opère sur les années comme sur des entiers, et j'ai le total.

Exercices.

4 ans	7 mois	15 jours	8 heur.	27 min.
6	5	4	16	45
11 a.	0 m.	20 j.	1 h.	12′

24 deg.	28 min.	30 sec.
45	37	58
70°	6′	28″

8 a.	11 m.	29 j.	23 h.	59′
98	9	27	19	47
107 a.	9 m.	27 j.	19 h.	46′

39 d.	59 m.	59 s.
87	38	47
127°	38′	46″

5 a.	7 m.	23 j.		50′
8	6	17		38
14 a.	2 m.	10 j.	1 h.	28′

407. La *soustraction des nombres complexes* se fait comme celle des entiers ; mais seulement, en ajoutant une unité, il faut se rappeler combien elle vaut d'unités de l'ordre immédiatement inférieur.

Exemple.

De	4 ans	3 m.	0 j.	5 h.	39′
Oter	1	8	24	7	42
Reste	2 ans	6 m.	5 j.	21 h.	57′

Opération. De 39′ ôter 42, on ne peut ; j'ajoute une h. qui vaut 60′ ; 60 + 39 = 99, et 99 — 42 = 57′ ; je les écris ; 1 d'ajouté + 7 = 8 ; de 5 ôter 8, on ne peut ; j'ajoute 1 j. qui vaut 24 h. ; 24 + 5 = 29 ; 29 — 8 = 21 ; 1 d'ajouté + 24 = 25 ; de 0 ôter 25, on ne peut ; j'ajoute 1 m. qui vaut 30 j., et 30 — 25 = 5 ; 1 m. d'aj. + 8 = 9 ; de 3 ôter 9, on ne peut, j'ajoute 1 an qui vaut 12 mois ; 12 + 3 = 15, et 15 — 9 = 6 ; enfin 1 an d'ajouté + 1 = 2, et 4 — 2 = 2.

Exercices.

De	8 ans	9 m.	8 j.	0 h.	27′
Oter	1	10	7		42
Reste	6 ans	11 m.	0 j.	23 h.	45′

De	78°	32′	26″
Oter	19	41	31
Reste	58°	50′	55″

De	5 ans				
Oter	2	7 m.	12 j.	8 h.	17′
Reste	2 ans	4 m.	17 j.	15 h.	43′

408. La MULTIPLICATION DES NOMBRES COMPLEXES offre deux cas : ou le nombre complexe est multiplicande, ou il est multiplicateur.

1° Lorsque le nombre complexe est multiplicande, le multiplicateur ne pouvant être qu'un nombre décimal abstrait, ou pouvant être considéré comme tel, on commence la multiplication par les unités inférieures ; on réduit le produit en unités de l'ordre immédiatement supérieur; on écrit l'excédant s'il y en a, et l'on joint les retenues au produit suivant.

EXEMPLE.

Soit à multiplier 8 j. 9 h. 25′
par 7

J'ai d'abord 25′×7=175′ ou 2 h. 55′; j'écris les 55′, et je retiens les 2 h. pour les joindre au produit suivant; j'ai ensuite 9 h. × 7 = 63 h. + 2 retenues = 65 h. ou 2 j. 17 h., j'écris 17 et je retiens 2 heures; enfin 8 j. × 7 = 56 j. + 2 retenus = 58 j. ou 1 m. 28 j., ce qui donne pour produit 1 m. 28 j. 17 h. 55′.

1 m. 28 j. 17 h. 55′

2° Lorsque le nombre complexe est multiplicateur, on multiplie d'abord par les entiers; on répète ensuite le multiplicande une moitié, un tiers, un quart, etc., de fois, selon que chaque ordre est la *moitié*, le *tiers*, etc., de l'unité immédiatement supérieure : c'est ce qu'on appelle opérer par les parties aliquotes.

EXEMPLE.

Soit qu'on ait à multiplier	128 fr.	
par	2 ans 8 m. 25 j.	
J'ai d'abord 2 fois 128 fr. =	256 fr.	
Pour multiplier par 8 m., je considère que 6 m. doivent donner la moitié de ce que donne 1 an; je prends la moitié de 128 fr. =	64 fr.	
2 m. donn. le tiers de ce que donn. 6 m., ou	21	33 c.
Pour multiplier par 25 j., je considère que 20 j. sont le tiers de 2 m.; je prends le tiers de ce qu'ont produit 2 m. =	7	11
5 j. donn. le quart de ce que donn. 20 j., ou	1	77
	350 fr.	21 c.

409. Le *produit d'un nombre par un nombre complexe s'obtient* en réduisant le nombre complexe en parties de l'ordre inférieur, en faisant la multiplication et divisant par le nombre de parties inférieures qui composent l'unité principale. Dans le cas précédent, on

a 2 ans 8 m. 25 j. = 985 j. ; 128 fr. × 985 j. = 126 080 ; mais on a multiplié par des jours, tandis qu'on ne doit multiplier que par des années ; le produit est donc 360 fois trop grand ; on le rendra 360 fois plus petit en le divisant par 360, ce qui donne pour produit 350 fr. 22 c.

Exercices.

1 année civile	=	8 760 heures
1 année commerciale	=	518 400 minutes
5 ans 7 m. 8 j. 3 h.	=	48 435 heures
4 ans 2 m. 15 j.	=	1 515 jours
3 ans 5 m. 18 h.	=	29 538 heures
8 jours 40 min.	=	693 600 secondes
1 siècle	=	36 500 jours
1 siècle	=	5 200 semaines
1 siècle	=	1 200 mois
7 ans 8 j.	=	2 563 jours.
4 degrés 50 min.	=	290 minutes

4° 18′ 42″	×	4	=	17 deg.	14 min.	48 sec.			
74° 28′ 39″	×	8	=	595°	49′	12″			
57° 15″	×	9	=	513°	2′	15″			
4 j. 8 h.	×	7,4	=		1 m.	2 j.	1 h.	36′	
7 ans 8 j.	×	6	=	42 ans	1	18			
5 mois 16 h.	×	4,85	=	2	0	10	17	36	
7 h. 16 sec.	×	5,25	=			1	12	46	24″
3 m. 17 j.	×	3,50	=	1	0	14	12		
8 sem. 4 j.	×	7,45	=		63 sem.	6			
76 j. 7 h.	×	9,30	=	1	11	19	12	18	
3 ans 6 m. 19 j.	×	7,60	=	27	0	0	9	36	

7 fr.	45 c.	×	8 ans 6 m.	=	65 fr.	325
8	05	×	5 ans 9	=	46	29 c.
5	45	×	3 ans 10	=	20	89
7	68	×	4 ans 11	=	37	76
9	80	×	8 ans 3	=	80	85
7	24	×	6 ans 2	=	44	65
7	45	×	8 ans 6 m. 15 j.	=	63	64
8	05	×	5 ans 9 m. 18 j.	=	46	69
5	45	×	3 ans 10 j.	=	16	50
7	68	×	4 ans 11 m. 28 j.	=	38	36
9	80	×	8 ans 3 j.	=	79	30
7	24	×	6 ans 2 m. 15 j.	=	44	95

410. La *division des nombres complexes* offre deux cas : le nombre complexe est dividende ou diviseur.

411. *Lorsque le nombre complexe est dividende*, le diviseur est simple ou décimal ; dans ce cas, on fait la division des entiers ; s'il y a un reste, on le convertit en parties immédiatement inférieures, en y joignant celles qui pourraient se trouver au dividende, et l'on continue de convertir chaque reste jusqu'à ce qu'on soit arrivé à un degré d'approximation suffisant.

EXEMPLE.

Soit qu'on ait à diviser 24 ans 7 m. 14 j. par 16

On a d'abord 24 ans : 16 = 1 + 8 de reste; 8 ans $\times$ 12 m. = 96 m. + 7 = 103 m.; 103 : 16 = 6 mois et 7 de reste; 7 mois $\times$ 30 = 210 j. + 14 = 224 j., et 224 : 16 = 14 j.

24 ans 7 m. 14 j.		par 16
8		1 an 6 m. 14 j.
12		
103 m.		
7		
30		
224 j.		
64		
00		

412. *Lorsque le nombre complexe est diviseur*, on le réduit en parties de la plus petite espèce; on augmente le dividende dans la même proportion, et la division se fait alors comme si l'on avait des entiers.

EXEMPLE. Soit à diviser 92 fr. 25 c. par 8 ans 6 m. 15 j., on réduit 8 ans 6 m. 15 j. en jours; on trouve 3075 jours; mais, ayant multiplié le diviseur par 12 et par 30, il faut aussi multiplier le dividende par ces mêmes nombres, ce qui donne 33210 fr. à diviser par 3075. Opérant la division à moins d'un centime près, on trouve 10 fr. 80 c.

EXERCICES.

1 340 280 jours	=	3 672 années communes
21 768 heures	=	907 jours
4 740 min.	=	79 jours
525 600 min.	=	365 jours
8 760 heures	=	1 année commune
1 843 ans	=	18 siècles + 43 ans
16 144 680 heures	=	1 843 années civiles
139 670 sec.	=	38 deg. 47 min. 50 sec.
1 306 080 min.	=	2 ans 5 m. 27 j.
33 180 min.	=	11 semaines + 2 j.
2 398 096 min.	=	4 ans 7 m. 15 j. 8 h. 16 min.
8 760 heures	=	365 jours.
320 706 min.	=	37 ans 1 m. 12 j. 18 h. 20 min.
448 440 sec.	=	5 j. 4 h. 34 min.

413. La *formation des puissances* des nombres complexes se ferait comme la multiplication; mais on n'a jamais besoin de faire ces sortes d'opérations sur les nombres complexes que nous avons conservés dans notre système de mesures; elles avaient lieu sur la toise et ses subdivisions, que remplace le mètre. On en peut dire autant de l'extraction des racines.

RAPPORTS.

414. On *nomme* RAPPORTS la comparaison de deux nombres.

415. Il *y a deux sortes de rapports*, les rapports par *différence* et les rapports par *quotient*.

416. Les *rapports par différence* s'établissent au moyen du signe de la soustraction 8—2, qu'on écrit aussi 8.2.

417. Les *rapports par quotient* s'établissent au moyen du signe de la division 8 : 2, ou $\frac{8}{2}$.

418. On nomme *raison* le résultat de l'opération indiquée par le signe d'un rapport. $8 - 2 = 6$.

419. On nomme *termes* d'un rapport les nombres comparés.

420. On nomme *antécédent* le premier terme, et *conséquent* le second terme d'un rapport.

421. On *divise les rapports* en *rapports simples* et en *rapports composés*.

422. Les *rapports simples* sont ceux dont les termes sont formés d'un seul nombre. 24 : 8, ou $\frac{24}{8}$.

423. Les *rapports composés* sont ceux dont les termes sont formés de plusieurs nombres.

$$(24\times8) : (6\times2), \quad \text{ou} \quad \frac{24\times8}{6\times2}.$$

424. Lorsqu'on *établit un rapport* avec des nombres concrets, on distingue une *cause* et un *effet*.

425. On *nomme cause* la quantité qui en produit une autre. Ainsi, de l'argent donne de la marchandise.

426. On *nomme effet* la quantité produite par une autre.

427. Les *causes peuvent devenir des effets*, et ré-

ciproquement, selon la manière de considérer les nombres.

428. On *distingue deux sortes d'effets* : les effets *directs* et les effets *inverses*.

429. L'*effet est direct* quand il augmente lorsque la cause augmente : plus on achète de marchandise, plus il faut donner d'argent.

430. L'*effet est inverse* quand il diminue lorsque la cause augmente : plus on emploie de forces, moins il faut de temps.

MÉTHODE DE L'UNITÉ.

431. La MÉTHODE DE L'UNITÉ est un procédé d'arithmétique au moyen duquel, connaissant les deux termes d'un rapport et l'un des termes d'un autre rapport égal, on détermine le terme inconnu.

432. Cette *méthode est de la plus grande utilité*; on peut par ce moyen résoudre toutes les opérations de l'arithmétique. On l'applique surtout aux questions relatives aux *rapport des nombres*, au calcul des *intérêts*, des *rentes*, des *escomptes*, des *répartitions* de *gain* et de *perte*, aux *alliages*, aux *mélanges*, et à une infinité de questions utiles ou amusantes.

433. Pour *calculer les rapports* par la méthode de l'unité, il faut connaître trois termes : deux causes et un effet, ou deux effets et une cause.

434. Dans *les rapports composés*, la force et le temps produisent un effet commun et ne forment qu'un terme.

4 ouvriers en 8 jours, à 12 heures par jour, forment une cause qui produit un même effet. C'est comme si l'on avait 4 fois 8 jours de 12 heures, ou $4 \times 8 \times 12$ heures de travail. Il en est de même des surfaces et du volume des corps : une pièce de drap de 1 mèt. 20 c. de large sur 20 mèt. de long équivaut à 20 fois 1 mèt. 20 c. carré, ou $20 \times 1{,}20$.

435. Lorsqu'il *se trouve dans un problème des termes surabondants*, il faut les négliger.

Si 4 ouvriers font 476 mèt. en 12 jours, combien faudra-t-il de temps à 8 hommes pour faire un semblable travail?

Dans cet exemple, la quantité de mètres est surabondante, puisqu'elle est la même dans les deux cas ; on doit donc la négliger.

436. Pour trouver le quatrième terme d'un problème par la méthode de l'unité, si l'effet est direct, on met en rapport la cause et l'effet connus ; on obtient ainsi une fraction, qu'on multiplie par la cause dont l'effet est inconnu.

Soit 8 mèt. coûtant 96 fr., combien coûteront 16 mèt. ?

Solution. *Si 8 mèt. coûtent* 96 fr., 1 mèt. coûte 8 fois moins ou $\frac{96}{8}$;

Et 16 mèt. coûtent 16 fois autant, ou $\frac{96\times16}{8}=96\times2=192$ fr.

437. La preuve de cette sorte de problème se fait en multipliant la première cause par le second effet, et le premier effet par la seconde cause. Si l'on a bien opéré, on trouve deux produits égaux.

8 mèt. $\times$ 192 fr. $=$ 96 fr. $\times$ 16 mèt. $=$ 1536.

Démonstration. Les deux rapports forment deux fractions égales. 96 : 8 = 192 : 16, et n° 359 Dém.

RAPPORTS SIMPLES ET DIRECTS.

Problèmes.

Si 7 mèt. coûtent 91 f. 91, 1 mèt. coûte	13 f. 13
Si 49 mèt. coûtent 445 f. 41, 1 mèt. coûte	9 09
Si 50 hectares coûtent 56 780 fr., 1 are coûte	11 356
Si 66 stères coûtent 726 f. 66, 1 stère coûte	11 01
Si 57 m. 8 coûtent 389 fr. 96, 635 mèt. 8 coûtent	4289 56
Si 578 kilom. coûtent 1169 fr. 88, 289 myr. coûtent	5849 40
Si 89 kilog. coûtent 809 fr. 01, 890 hectog. coûtent	809 01
Si 3 hect. 5 cent. coût. 4098 fr., 21 hect. 35 c. coût.	3486
Si 49 stères coût. 392 fr. 49, 392 stères coûtent	3179 92
Si pour 57 fr. 57 on a 9 mèt., pour 402 fr. 99, on aura	63 m.
Si 77 fr. 77 donnent 3 mèt. 09, 37 mèt. 08 coûtent	933 f. 24
Si l'on a 777 mèt. pour 888 f., pour 79 fr. 92 on aura	69 m. 93
Si 2 hect. 28 ares paient 27 f. 49, 22 ares 80 paient	2 f. 75
Si pour 785 fr. on a 37 mèt., 333 mèt. coûtent	7065
Si pour 897 fr. 56, on a 897 kilog. 56, 576 hect. coût.	57 60
Si 456 kilom. coût. 45 fr. 60, 78 myr. coûtent	78
Combien paient 47 ares si 47 hectares paient 329?	3 29
Combien coûtent 99 hectol. si 495 lit. coûtent 4 fr. 95?	99
Combien coût. 99 décal. si pour 699 fr. 93 on a 99 hect.	69 993
Combien coût. 88 moutons si pour 1463 f. on en a 77?	1232 mout.
Si 989 fr. donnent 777 kil., 69 fr. 23 donnent	54 k. 39

Si 999 fr. donn. 888 hectog., combien coût. 7104 gr.	79 f. 92
Si pour 66 f. 6 on a 55 décim., pour 732 fr. 60 on a	60 m. 5
Si 33 hommes dépensent 99 f. 99, 363 hom. dépens.	1099 f. 89
Si 51 hom. emploient 41 jours, 17 hom. emploient	123 j.
Si l'on paie 1 fr. 50 pour 1000, pour 750 on doit	1 f. 125
S'il est dû 75 c. pour 100 fr., pour 80 fr. on doit	0,60
A 1 1/2 %, combien doit-on pour 878 fr. ?	4 f. 39
A 1 1/2 %, combien doit-on pour 786 fr.	11 79
A 5 f. 50 %, combien doit-on pour 7854 fr. 80?	396 67
A 6 fr. 05 %, 4567 fr. 80 doivent	276 35
Si pour 987 fr. 50 on paie 97 fr. 7625, c'est p. %	9 90
Si le dix. d'une somme est de 79 fr. 80, cette s. est	798
Si le décime d'une somme est de 545, cette somme est	5450
A 5 fr. 50 p. % plus le dixième, 8800 fr. 80 doivent	532 45
A 2 fr. 40 p. %, décime compris, sur quelle somme a-t-on perçu 287 fr. 76? Sur	11990

Les droits d'enregistrement se perçoivent de 20 en 20 fr., sans fraction, à raison de 1, de 2, de 3, etc., p. %, et le dixième en sus :

Le droit à payer pour	775 fr. à 2 p. %	= 17	16
	998 fr. à 4 p. %	= 44	
	7846 fr. à 5 p. %	= 431	53
	287 f. à 5 f. 50 p. %	= 16	50

Si 3 kilog. coûtent 51 fr., 39 kilog. coûteront 663 fr.

Si 98 lit. coûtent 109 fr., 294 lit. coûteront 327 fr.

Si un cheval fait 2 myriamètres par heure, il ferait en 4 heures 30′ 85 000 mèt.

Si une locomotive fait 8 myriam. par heure, en combien de temps parcourra-t-elle 136 kil., distance de Paris à Rouen? *En 1 heure 42′.*

Si une pendule a retardé de 18′ en 7 jours, en 4 semaines *elle retardera de* 1 h. 12′.

Si l'on a payé 9 fr. pour le transport de 225 kilog., pour 5 000 hect. *on paiera* 36 fr.

Si un bâton de 2 mèt. placé verticalement donne 2 mèt. 95 c. d'ombre, en même temps qu'un arbre en donne 26 mèt. 55 c., la hauteur de l'arbre est de 18 mèt.

Paris a consommé en 1832 115290 hectol. de bière, ce qui fait *par jour* 315 hectol.

Si l'on vend 67 fr. ce qu'on a payé 75 fr. 10 c., on perd 8 fr. 10 c. pour 100 fr.

S'il faut 39 hommes pour faire 273 mètres en 17 jours, pour en faire 1638, *il faudra* 234 *hommes*.

Si une pièce de toile de 47 mèt. coûte 117 fr. 50 c., et qu'une autre soit du prix de 145 fr., et de 58 mèt. de long, quelle est la plus chère? *Au même prix.*

Si une fontaine fournit 19 lit. en 3′, et qu'une autre donne 47 lit., 5 en 7′ 30″, quelle est la plus abondante? *Egalement.*

Solution. *Puisque la première donne* 19 lit. en 3′, en 1′ elle donne 3 fois moins ou $\frac{19}{3}$.

Et puisque la deuxième donne 47,5 en 7′ 30″, en 1′ elle donne 47,5 : 7′ 30″.

Or 7′ 30″ = 450″; et, pour ne pas changer la fraction, il faut multiplier le numérateur par 60, ainsi qu'on a multiplié le dénominateur, ce qui donne 2 850, et l'abondance de la deuxième fontaine $= \frac{2\,850}{450}$. Réduisant les deux fractions à leur plus simple expression et au même dénominateur s'il en est besoin, on en tirera la réponse.

On promet à un ouvrier une gratification de 15 fr. s'il termine 249 mètres d'ouvrage en 17 jours ; au bout de 8 jours, il en a fait 110 mètres ; il demande s'il aura fini à propos? *Il lui restera* 15 mèt. 25 c.

Un écrivain s'est engagé à copier en 12 jours un manuscrit de 372 pages à 49 lignes à la page et 50 lettres à la ligne ; après y avoir travaillé 2 jours pendant 8 heures par jour, il en a fait 28 pages ; reconnaissant qu'il n'aura pas terminé, il veut y travailler 12 heures par jour, et demande combien il doit en faire copier pour tenir l'engagement qu'il a pris ? *Il doit en faire copier* 134 *pages*.

Un homme gagne 3 fr. par jour, et son fils 1 fr. 75 c. ; ils dépensent 18 fr. par semaine ; *en combien de temps auront-ils économisé* 100 fr. 50 c.? *En* 58 *jours de travail.*

Si les $\frac{5}{7}$ d'un nombre = 75, ce nombre est 105

Si les $\frac{5}{10}$ d'un nombre = 75, ce nombre est 150

Si les 0,07 d'un nombre = 7,5 , ce nombre est 107 $\frac{1}{7}$

Si les $\frac{8}{1\,000}$ d'un nombre = $\frac{7}{8}$, ce nombre est 109 $\frac{3}{8}$

Combien un homme ferait-il de myriamètres en 8 jours s'il fait 32 kilomètres par jour ? Rép. 25 *myr.* 6 *kil.*

Si un voyageur a fait 12 myriam. en 5 jours, pour faire 660 kilom. *il mettrait* 27 *jours* $\frac{1}{2}$.

S'il faut 7 jours pour faire 20 myriam., pour faire le tour de la terre *il faudrait* 1 400 *jours.*

RAPPORTS SIMPLES ET INVERSES.

438. Pour résoudre un problème dont les rapports produisent des effets inverses, on multiplie l'un par l'autre la cause et l'effet connus, puis on divise par la cause dont l'effet est inconnu.

Exemple. Si 8 hommes emploient 96 jours pour un ouvrage, combien 16 hommes mettront-ils de temps à faire un semblable travail ?

Solution. Si 8 hommes mettent 96 jours, 1 mettra 8 fois autant ou 96×8.

Et 16 hommes mettront 16 fois moins de jours, ou

$$\frac{96 \times 8}{16} = 6 \times 8 \text{ ou } 48 \text{ j.}$$

439. La *preuve des rapports inverses se fait* en multipliant chaque cause par son effet. Si l'on a bien opéré, on trouve deux produits égaux.

Démonstration. Pour exécuter le même ouvrage, il faut le même nombre de journées de travail; et en effet $96 \times 8 = 16 \times 48 = 768$ jours de travail.

Problèmes.

S'il faut 25 jours à 15 ouvriers pour faire un ouvrage, *combien faudra-t-il de jours à 18 ouvriers?* Rép. 20 *jours* $\frac{5}{6}$.

S'il faut 29 hommes pour faire un ouvrage en 14 jours, *combien faudra-t-il d'hommes pour le faire en 2 jours?* Rép. 203 *hommes.*

Combien faut-il d'ouvriers pour faire un ouvrage en 24 jours si 28 hommes en ont fait un semblable en 6 jours? Rép. 6 *ouvriers.*

Combien faut-il de toile de 1 mèt. 20 c. de lé pour faire 12 chemises, lorsqu'on emploie 36 mèt. de 66 c.? Rép. 19 *mèt.* 80 *c.*

Si l'on veut faire des rideaux avec une étoffe de 87 cent. pour en remplacer de vieux qui avaient nécessité 45 mèt. d'un tissu de 1 mèt. 19 c. de lé, *il faudra* 61 *mèt.* 55 *c. du nouveau tissu.*

Si 1 500 hommes assiégés n'ont des vivres que pour 6 mois, à combien faut-il réduire la garnison pour tenir 2 mois de plus? Rép. *A* 1 125 *hommes.*

RAPPORTS COMPOSÉS.

440. Pour *résoudre un problème où il entre des rapports composés*, il faut réunir en un seul terme les causes qui concourent aux mêmes effets.

Si 12 ouvriers en 4 jours et 8 heures par jour font 216 mèt. d'étoffe de 66 cent. de large, combien 24 ouvriers, en 6 jours et 10 heures par jour, feront-ils de mètres d'une étoffe de 99 c. de lé?

1re cause composée, 12 ouv. $\times$ 4 j. $\times$ 8 h. de travail.

1er effet composé, 216 mèt. $\times$ 0,66 mèt. carrés.

2e cause composée, 24 ouv. $\times$ 6 j. $\times$ 10 h. de travail.

Solution. Si $12 \times 4 \times 8$ font $216 \times 0{,}66$, 1 fait $\frac{216 \times 0{,}66}{12 \times 4 \times 8}$;

Et $24 \times 6 \times 10$ feront $\frac{216 \times 0{,}66 \times 24 \times 6 \times 10}{12 \times 4 \times 8} = 524$ mèt. 60 c.

Mais l'étoffe n'a pas 1 mèt. de large, elle n'a que 99 c.;
Donc, si 100 cent. de lé veulent 634 mèt. 60 c. de long,
1 veut 100 fois autant, ou 53460,
et 99 veulent 99 fois moins, ou $\frac{53460}{99} = 540$ mèt.

441. La *preuve des rapports composés se fait* comme celle des rapports simples et directs. On peut aussi la faire en simplifiant les deux termes de la fraction, après avoir ajouté au dénominateur le terme cherché. Puisque les deux termes de la fraction donnent des produits égaux, si l'on divise successivement ces deux termes par un même nombre, ils doivent se détruire réciproquement.

$$\frac{\overbrace{216 \times 0{,}66}^{1^{er}\text{ effet}} \times \overbrace{24 \times 6 \times 10}^{2^e\text{ cause}}}{\underbrace{12 \times 4 \times 8}_{1^{re}\text{ cause}} \times \underbrace{0{,}99 \times 540}_{2^e\text{ effet}}} = \%.$$

PROBLÈMES.

Si 8 ouvriers ont mis 9 jours pour défricher une pièce de terre de 108 mèt. de long sur 18 mèt. de large, pour faire le même travail sur une pièce de 64 mèt. de long sur 48 de large, 12 *ouvriers mettront* 9 *jours* $\frac{15}{27}$.

SOLUTION. Si 108 mèt. $\times$ 18 mèt. veulent 8 ouv. $\times$ 9 j., 1 veut $\frac{8 \times 9}{108 \times 18}$ jours.

Et 64 mèt. $\times$ 48 veulent $\frac{8 \times 9 \times 64 \times 48}{108 \times 18}$ jours de travail.

Et puisqu'on emploie 12 ouvriers, il faudra 12 fois moins de jours ou $\frac{8 \times 9 \times 64 \times 48}{108 \times 18 \times 12} = 9\frac{15}{27}$.

S'il faut 6 ouvriers pendant 12 jours, à 8 heures par jour, pour faire 72 mèt. d'ouvrage, combien en feront 9 ouvriers en 7 jours à 10 heures par jour? Rép. 78 *mèt.* 75 *cent.*

L'équipage d'un vaisseau n'a que pour 15 jours de vivres; s'il ne peut aborder que dans 20 jours, *on doit réduire la ration de chaque homme à* $\frac{3}{4}$ *de ration.*

INTÉRÊT.

442. L'*intérêt* est le profit qu'on retire d'une somme prêtée.

443. On *distingue, dans les questions sur l'intérêt*, le *capital principal* et le *capital proportionnel*, l'*intérêt* et l'*intérêt proportionnel*, le *temps* et le *temps proportionnel*.

444. Le *capital* est la somme prêtée ; on le nomme aussi *principal ;* on le désigne par C.

445. L'*intérêt proportionnel*, ou le *taux*, est la *taxe* légale ou conventionnelle du loyer du capital.

446. Le *taux légal* est fixé à 5 pour 100 entre les individus non commerçants, et à 6 pour 100 en matière commerciale. On le désigne par *i*.

447. Le taux conventionnel au dessus de 6 pour 100 est prohibé par la loi, et les tribunaux sévissent contre les *usuriers*.

448. Le *temps* est la durée du prêt ; on le désigne par T.

449. On *nomme denier* le résultat du rapport entre 100 et le taux. 100 francs à 5 pour 100 sont au denier 20, c'est-à-dire que 20 francs donnent 1 franc d'intérêt.

450. On *distingue deux sortes d'intérêts :* l'intérêt simple et l'intérêt composé.

Intérêt simple.

451. L'*intérêt simple* est le taux à payer à chaque échéance.

452. Dans *le calcul de l'intérêt* ou de toute autre opération relative à l'argent, on compte le mois de 30 jours, et l'année de 360 jours.

453. Le *capital proportionnel* est la somme sur laquelle est basé l'intérêt ; cette somme est toujours 100 francs ; on le représente par *c*.

454. L'*intérêt* est le produit du capital prêté ; on le représente par I.

455. Le *temps proportionnel* est celui qui sert de base à la fixation du taux ; c'est ordinairement un an ; on le représente par *t*.

456. Des *six choses* C, *c*, T, *t*, I, *i*, *c* et *t* sont toujours connues ; le but de tout problème sur l'intérêt est

de déterminer celle des quatre autres qui est inconnue.

457. Le *capital et le temps* sont deux causes qui produisent un même effet; car l'intérêt est en raison du capital et du temps; on les réunit donc en un seul terme.

$$C \times T \text{ et } c \times t.$$

Exemples.

Quel est l'intérêt de 4783 fr. à 5 % ? Rép. 239 fr. 15 c.

Solution. Si 100 fr. donnent 5 fr., 1 donne 100 fois moins ou 5 c.
Et 4 783 fr. donnent 4783 fois autant, ou 5 c. $\times$ 4 783 = 239 fr. 15 c.

458. L'*intérêt d'un capital s'obtient* en multipliant ce capital par le taux et divisant par 100.

$$\textit{Formule}, \quad I = \frac{C \times i}{c}.$$

Quel est le capital qui produira 44 fr. 50 c., en le plaçant à 5 % ? Rép. 890 fr.

Solution. Si 5 fr. sont produits par 100, 1 l'est par $\frac{100}{5}$;

Et 44 fr. 50 c. sont produits par 44,50 fois autant, ou

$$\frac{100 \times 44,50}{5} = 890 \text{ fr.}$$

459. Le *capital s'obtient* en multipliant l'intérêt par 100 et divisant par le taux.

$$\textit{Formule}, \quad C = \frac{c \times I}{i}.$$

Si l'on retire au bout d'un an 360 fr. d'intérêt de 7 200 fr., à quel taux cette somme était-elle placée? Rép. A 5 %.

Solution. Si 7 200 fr. donnent 360 fr., 1 donne $\frac{360}{7\,200}$.

Et 100 donnent $\frac{360 \times 100}{7200} = 5$ fr.

460. Le *taux s'obtient* en multipliant l'intérêt par 100 et divisant par le capital.

$$\textit{Formule}, \quad t = \frac{I \times c}{C}.$$

Si 780 fr. sont placés à 4 %, en combien de temps produiront-ils 156 fr. ? Rép. En 5 ans.

Solution. Si 100 donnent 4 fr., 1 donne 4 c.

De même, si 780 donnent 156 fr., 1 donne $\frac{156}{780}$: 780.

Or si 4 c. sont produits en 1 an, 1 est produit en $\frac{1}{0{,}04}$;

Et $\frac{156}{780}$ seront produits en $\frac{1 \times 156}{0{,}04 \times 780} = 5$ ans.

461. Le *temps s'obtient* en multipliant le temps proportionnel par 100, puis par l'intérêt, et divisant par le taux multiplié par le capital.

$$\textit{Formule,}\quad T = \frac{t \times c \times I}{i \times C}.$$

Exercices.

I de 7 948 fr. placés pendant un an à 6 %	=	476 fr.	88 c.
I de 478 fr. placés pendant un an à 4 1/2 %	=	21	51
I de 39 fr. 60 c. placés pendant six mois à 5 %	=	»	99
I de 27 fr. placés pendant 8 mois à 4 %	=	»	72
I de 58 fr. 65 c. placés pendant 15 m. à 4 1/2 %	=	3	30
I de 7 840 fr. 80 c. placés pendant 24 j. à 3 1/2 %	=	18	60
I de 698 fr. placés pendant 2 m. 12 jours à 5 %	=	6	98
I de 346 fr. 25 c. placés pend. 5 m. 20 j. à 4 %	=	6	54
I de 804 fr. placés pendant 48 j. à 6 %	=	6	43
I de 90 fr. placés pendant 8 m. 18 j. à 4 %	=	2	58
I de 750 fr. du 15 mars au 15 août à 6 %	=	18	75
C qui à 4 % donne 8550 fr. d'intérêt en 3 ans	=	71 250	»
C qui à 5 % donne 2 250 fr. d'intérêt en 5 ans	=	9 000	»
C qui à 4 1/2 % d. 4 500 fr. d'int. en 2 ans 1/2	=	40 000	»
C qui à 5 % donne 3 400 fr. 2 c. d'int. annuel	=	68 000	4 d.
C qui à 3 % donne 20 fr. 43 c. d'int. annuel	=	680	»
C qui à 3 % donne 8 fr. 75 c. d'intérêt en 7 m.	=	500	»
C qui à 6 % d. 204 fr. 26 c. d'int. en 2 a. 9 m.	=	1 237	94 c.
i (le taux) de 3600 fr. prod. 180 fr. d'int. par an	=	8	»
i de 5 000 fr. produis. 262 fr. 50 c. d'int. par an	=	5	25
i de 4 000 fr. produisant 140 fr. en 7 m.	=	6	
i de 8680 fr. produisant 1 171 fr. 80 c. en 3 ans	=	4	1/2
i de 8630 fr. qui ont donné 75 fr. 5125 en 90 j.	=	3	1/2
T p. rec. 1 413 f. 41 d'i. de 5 951 f. 20 à 4 3/4 %	=	5 ans.	
T pour recevoir 1 120 f. d'int. de 9 000 f. à 5 %	=	2 ans 5 m. 26 j.	
T pour rec. 89 f. 22 c. d'int. de 11 680 f. à 5 %	=	55 j.	
T pour rec. 112 f. 15 d'int. de 360 f. à 4 1/2 %	=	9 m.	
T p. r. 2177 f. 4 pour C et I de 1910 f. à 3 1/2 %	=	4 ans.	
i de 680 f. qui en 1 an ont d. p. C et I 700 f. 43	=	3 fr. %	
T pour r. 897 f. d'int. de 897 f. placés à 4 1/2 %	=	22 ans 2 m. 20 j.	
T pour rec. 789 fr. d'int. de 789 fr. placés à 5 %	=	20 ans 3 m. 17 j.	
C qui à 4 % a prod. en 1 an 4 438 f. 20 de C et I	=	4 267 fr. 50 c.	

Intérêt composé.

462. On *nomme* INTÉRÊT COMPOSÉ, ou *intérêt de l'intérêt*, celui qui est capitalisé à la fin de chaque année pour produire intérêt comme le capital.

463. On *trouve l'intérêt composé* en ajoutant l'intérêt de la première année au capital; on a ainsi un nouveau capital dont on calcule l'intérêt; on ajoute ce nouvel intérêt au capital qui l'a produit, et l'on calcule l'intérêt de la troisième année, etc.

EXEMPLE. Quel sera l'intérêt composé de 500 fr. placés à 5 % pendant 3 ans ? Rép. 78 fr. 8125.

SOLUTION.

I 1re année = 25 f.		et C 2e année	= 525 f.	
I 2e année = 26	25	et C 3e année	= 551	25
I 3e année = 27	5625,	et C après 3 ans	= 578	8125

464. On *trouve l'intérêt composé en élevant* 1 plus l'intérêt à la puissance marquée par le nombre des années; on obtient ainsi le capital et l'intérêt composé de 1 franc, et pour avoir la valeur d'une somme quelconque il suffit de multiplier par cette somme elle-même.

EXEMPLE. I et C de 1 fr. au bout de 1 an = 1 fr. 5 c., et $(1,05)^3$ = 1 fr. 157625 pour capital et intérêt de 1 fr. au bout de 3 ans; 500 fr. vaudront 500 fois autant ou 1 fr. 157625 × 500 = 578 fr. 8125.

EXERCICES.

Le capital et l'intérêt composé de 1 fr. à 5 % en

1 an =	1 f. 05		9 ans =	1 f.	551328
2 ans =	1	1025	10 ans =	1	628841
3 ans =	1	157625	11 ans =	1	710338
4 ans =	1	215506	12 ans =	1	795855
5 ans =	1	276285	13 ans =	1	885648
6 ans =	1	3401	14 ans =	1	979930
7 ans =	1	407130	15 ans =	2	078927
8 ans =	1	477554	23 ans =	3	071521

Le capital et l'intérêt composé de 1 fr. à

2 %	en 35 ans = 2 f.		4 %	en 18 = 2 f.	026
3 %	en 24 ans = 2	033	6 %	en 12 = 2	012
3 1/2 %	en 21 ans = 2	059	1 %	en 70 = 2	007

Le capital et l'intérêt composé de

6 000 f.	à 5 %,	en 3 ans	=	6 945 f.	75
3 000	à 4 %,	en 2 ans	=	3 244	80
2 500	à 5 %,	en 2 ans	=	2 756	25
1 600	à 5 %,	en 3 ans	=	1 852	20
8 800	à 5 %,	en 4 ans	=	10 696	45

C et I comp. de 1 c. à 5 %, en 1 000 ans = plus de 1 546 quintillions fr.

465. On *trouve le* CAPITAL qui produira une somme déterminée après un temps donné, en prenant pour termes du rapport 1 et 1 plus le taux élevés à la puissance marquée par le nombre des années.

EXEMPLE. Quel est le capital qui à 5 % deviendra 670 fr. en 6 ans? Rép. 500 fr.

SOLUTION. Si $(1,05)^6$ vient de 1^6, 1 vient de $\frac{1^6}{(1,05)^6}$;

Et 670 viennent de $\frac{1^6 \times 670}{(1,05)^6}$.

Or $1^6=1$; on a donc $C = \frac{670}{(1,05)^6} = 500$.

466. On *trouve le* TEMPS nécessaire pour qu'un capital produise une somme déterminée en divisant cette somme par le capital, ce qui donne le produit de 1 franc; on divise le résultat par 1 plus le taux; on prend successivement chaque quotient pour dividende, et le nombre de divisions qui pourront avoir lieu indiquera le nombre d'années demandé.

EXEMPLE. En combien de *temps* 500 fr. à 5 % d'intérêt composé deviendront-ils 670?

SOLUTION. 670 : 500 = 1 f. 34 c., et 1,34 : 1,05 = 1,276285; 1,276285 : 1,05 = 1,2155, etc. La 6e division indiquera le résultat.

467. On *trouve le* TAUX en multipliant le capital plus l'intérêt par le capital élevé à une puissance du nombre d'années moins 1, et en extrayant du produit une racine indiquée par le nombre d'années.

EXEMPLE. A quel *taux* faut-il placer 8 800 fr. pour recevoir 1 896 f. 455 d'intérêt composé à 5 % en 4 ans? Rép. à 5 %.

SOLUTION. $\sqrt[4]{10\,696 \text{ fr. } 455 \times (8800)^3} = 9\,240$ fr. ou 440 fr. d'intérêt pour la première année.

On calcule ensuite le taux de la manière suivante :

Si 8 800 donnent 440 fr. en 1 an, 1 fr. donne $\frac{440}{8\,800}$;

Et 100 donnent 100 fois autant, ou $\frac{440 \times 100}{8800} = 5$.

RENTE PUBLIQUE.

468. La RENTE est l'intérêt que paie l'état de six en six mois des différents emprunts faits pour cause d'utilité générale. Ces emprunts s'élèvent à 39 billions; ils ont été faits à 5, $4\frac{1}{2}$, 4 et 3 pour 100, et imposent à la France une rente annuelle de 217647848 francs.

469. Les *titres de rente sont transmissibles* comme les autres propriétés. Cette transmission a lieu à Paris, sous l'autorité du gouvernement, dans un édifice public nommé la *Bourse*.

470. Plus *le gouvernement offre de sécurité*, plus les rentes publiques sont recherchées, et plus elles augmentent de prix. 5 francs de rente valent, en 1843, 122 fr. 75 c. Le cours le plus bas a eu lieu le 8 brumaire an VIII; 5 francs de rente étaient alors vendus 11 fr. 50 c.

471. Le calcul des rentes se fait comme celui de l'intérêt.

EXERCICES.

Si le 5 % se paie 108 f. 50 c., pour 3 836 f. 56 c. on aura 176 f. 80 c. de rente.
Si le 5 % se paie 108 fr. 50 c., 176 f. 80 c. vaudront 3836 f. 56 c.
Si le 5 % est à 104 fr. 10 c., le 3 % doit être à 62 fr. 46 c.
Si le 5 % se paie 121 fr., les fonds produisent 4 fr. 132 %.
Si le 5 % est à 108, le 4 1/2 devra être à 97 fr. 20 c.
Si le 5 % baisse de 2 fr. 50 c., le 3 % devrait baisser de 1 fr. 50 c.
Si le 5 % est à 111 fr. 50 c., et le 3 à 67, le 3 est plus élevé de 10 c.
Le 5 % étant au pair à 100 fr., le 3 y sera à 60.
Le 5 % étant au pair à 100 fr., le 4 1/2 % est au pair à 90.

CAISSES D'ÉPARGNES.

472. Les *caisses d'épargnes* sont des établissements autorisés par l'état à recevoir en dépôt les économies des gens laborieux. On reçoit depuis 1 franc jusqu'à 300 francs à la fois. L'intérêt est de 4 pour 100 depuis le quinzième jour du dépôt. Cet intérêt cesse 15 jours avant le remboursement. Au 31 décembre de chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital. Les déposants retirent leurs fonds à volonté, en prévenant 15 jours d'avance.

473. On *calcule l'intérêt des fonds* placés aux caisses d'épargnes comme l'intérêt ordinaire.

EXERCICES.

Si 100 fr. donnent 4 fr. par an, c'est par jour	0 f.	01111
par mois	0	3333
Si 100 fr. donn. 4 fr. par an, 1 fr. d. par an	0	04
Si 100 f. donn. 0 f. 3333 par m., 1 f. d. par m.	0	00333
Si 100 f. donn. 0 f. 01111 par j., 1 f. d. par j.	0	000111
28 fr. en 38 jours donneront	0	1184
56 fr. en 45 jours donneront	0	28
88 fr. en 75 jours donneront	0	7326
150 fr. en 2 mois donneront	1	
300 fr. en 4 mois donneront	4	
200 fr. en 2 ans donneront	16	32

Un ouvrier a fait à une caisse d'épargnes cinq dépôts qu'il a réclamés le 1er janvier dernier; il demande ce qu'il a dû toucher, sachant qu'il avait mis,

1° Le 1er janv. précéd.	25 f. pend.	345 jours, ou	8625 f. pend. 1 j.	
2° Le 15 mars suiv.	40	270	10800	
3° Le 28 juin	65	167	10855	
4° Le 1er oct.	112	75	8400	
5° Le 1er déc.	70	15	1050	
Total des 5 versements	312	ou	39730	
		Intérêt		4 f. 414
		Capital versé	312	
		Somme à recevoir	316	414

ESCOMPTE.

474. L'*escompte* est une retenue, une sorte d'intérêt que prélève un banquier pour remettre comptant la valeur d'un billet qui n'est payable que plus tard.

475. L'*escompte* EN DEDANS est celui qu'on devrait prélever non sur le montant intégral du billet, mais seulement sur la somme que remet le banquier. Ainsi,

sur 106 francs, l'escompte *en dedans* serait de 6 francs pour 100 francs que toucherait le porteur du billet; mais l'escompte *en dehors* est prélevé par tous les banquiers et les négociants.

476. L'*escompte* EN DEHORS est celui qui est perçu sur le montant intégral du billet. Ainsi, pour 100 francs, l'escompte *en dehors* et de 6 francs pour 94 francs que touche le porteur du billet.

477. Le *taux* de l'escompte est ordinairement de 6 *pour* 100. Les *capitalistes* qui, abusant de la nécessité où l'on se trouve de recourir à eux, en profiteraient pour élever le taux, mériteraient justement le titre d'*usuriers* et de *loups-cerviers* qu'on leur donne dans ce cas, et encourraient la vindicte des lois.

478. On *cherche dans les calculs sur l'escompte* une des quantités *intérêt* ou *escompte*, *capital*, *temps*, *capital*, *taux* et *temps* proportionnels. On peut les désigner par les initiales I, C, T, *c*, *i*, *t*, comme pour l'intérêt.

479. Le *calcul de l'escompte* se fait comme celui de l'intérêt.

EXERCICES.

Si 100 fr. paient 6 fr. par an, c'est par mois $\frac{6}{12}$ ou 0 f. 50

Si 100 fr. paient 6 fr. par an, 1 fr. paie 0 f. 06

Si 1 fr. paie 0 fr. 06 par an, c'est par mois $\frac{0\text{ f. }06}{12}$ ou 0 f. 005

Si 1 fr. paie 0 fr. 06 par an, c'est par jour $\frac{0\text{ f. }06}{360}$ ou $\frac{1}{60}$ de c.

I de 850 fr. à 5 %, égale, pour 1 an,	42 f.	50
I de 380 fr. pour 1 an, à 6 % =	22	80
I de 760 fr. pour 6 mois, à 5 % par an =		19
I de 528 fr. par 9 mois, à 7 % par an =	27	72
478 fr. esc. pour 1 an à 5 1/2 % par an, se réd. à	451	71
6 900 fr. esc. pour 3 mois à 6 % par an, se réd. à	6 796	50
Si 703 f. 12 rest. d'un cap. esc. p. 1 an à 6 %, ce C =	748	
Si 741 fr. rest. de 760 fr. esc. pour 6 mois, cet I =	5 %	

SOLUTION. 760 fr. en 6 mois $= 760 \times 6$ en 1 mois, et 100 fr. en 12 mois $= 100 \times 12$ en 1 mois, et si 760×6 paient 19, 1 paie $\frac{19}{760 \times 6}$, et 100×12 paient $\frac{19 \times 100 \times 12}{760 \times 6}$;

A 2 1/2 % de remise au comptant, 784 f. se réd. à 764 f. 40
A 1/2 % par mois, 630 fr. payables à 90 j. se réd. à 620 55
Escompte à 6 % de 7200 fr. pour 1 mois = 36
Escompte à 6 % de 960 fr. pour 7 mois 1/2 = 36

RÉPARTITION DE GAIN ET DE PERTE.

480. Le *but de la répartition de gain* ou de perte est de déterminer le bénéfice ou la perte résultant d'opérations commerciales faites par plusieurs personnes en commun.

481. On *calcule la part de chaque associé* en établissant d'abord la masse qui a produit le gain ou qui doit supporter la perte, on détermine la part de 1 franc, puis on multiplie par la mise de chacun.

EXEMPLE. Si deux négociants ont gagné 840 fr., et

si la mise du 1er est 4000 fr., son gain sera de 280 fr.
si celle du 2e est 8000 son gain sera de 560

la mise totale = 12000 fr., le gain total = 840

OPÉRATION. Si 12000 f. ont 840 f., 1 f. a $\frac{840}{12000} = \frac{7}{100} = 0$ f. 07.

Or, si 1 fr. a 0 fr. 07, 4000 auront 0 fr. 07 × 4000 = 280.
Et 8000 0 fr. 07 × 8000 = 560.

482. On *vérifie les calculs* de gain et de perte en faisant la somme de ce qui revient à chacun. Si l'on a bien opéré, on retrouve la masse à partager.

PROBLÈMES.

Si 3 marchands de bois ont acheté en commun une coupe de bois qui a produit 12960 fr., et si la mise

du 1er est de 2400 fr., il lui revient 2880 }
du 2e 3600 4320 } 12960 fr.
du 3e 4800 5760 }

Trois ouvriers ayant fait un ouvrage qui leur a été payé 385 fr.,

le 1er, y ayant travaillé 15 j., recevra 165 }
le 2e 12 132 } 385 fr.
le 3e 8 88 }

Si un individu ne peut donner que 7857 fr. à trois créanciers, et qu'il soit dû au 1er 3787 fr., il recevra seulement 3306 f. 051 }
au 2e 2474 2159 802 } 7857
au 3e 2739 2391 147 }

Si l'on veut partager 90 fr. à 3 enfants, à proportion de leur âge,

le 1er, ayant 3 ans, recevra		18 fr.	90 fr.
le 2e	5	30	
le 3e	7	42	

On veut distribuer une gratification de 89 fr. 05 à 5 ouvriers, à condition que

le 1er reçoive la	$\frac{1}{2}$, il aura	21 f.	89 fr. 05.
le 2e	les $\frac{2}{5}$	16 80	
le 3e	les $\frac{3}{7}$	18	
le 4e	les $\frac{5}{12}$	17 50	
le 5e	les $\frac{3}{12}$	15 75	

Si un commerçant fait faillite n'ayant que pour 8 905 fr. de fortune, et s'il doit, savoir :

à un 1er créancier	4200, celui-ci perdra	2100	8 905 fr.
à un 2e	3200	1600	
à un 3e	3680	1840	
à un 4e	3580	1790	
à un 5e	3150	1575	

RAPPORTS COMPOSÉS.

Si trois marchands ont gagné 3 081 fr. en société, et que

le 1er ait mis 650 fr. pend.	6 mois, ou	650×6, *il aura*	1 014 fr.
le 2e	870	5	870×5	1 131
le 3e	450	8	450×8	936

Trois cultivateurs ont loué un pré pour 86 fr.,

le 1er y ayant mis 18 bœufs pend.	3 mois,	*il paiera*	27 fr.
le 2e	17	4	34
le 3e	25	2	25

Deux hommes, s'étant associés, ont gagné 2 429 fr. en un an.

Le 1er mit d'abord 600 fr., et 2 mois après il ajouta 800 fr.; *il aura* 1 064 fr.

Le 2e mit d'abord 1 800 fr., et retira 300 fr. au bout de 5 mois; *il aura* 1 365 fr.

La loi appelle chaque année 80 000 hommes sous les drapeaux; si le nombre des jeunes gens destinés à fournir le contingent est de 464 000,

un canton qui a 145 hommes *devra fournir*		25 jeunes soldats.
un 2e	162	28
un 3e	98	17
un 4e	117	20

Un oncle partage 15 656 fr. à ses trois neveux, à proportion de leur âge et du temps de leurs études :

le 1er a 12 ans,	il étudie depuis 7 ans;	*il aura*	6384 fr.
le 2e 11	6		5016
le 3e 14	4		4256

TROC OU ÉCHANGE.

483. Le *troc est* un échange que les commerçants font de leurs marchandises.

Si l'on échange 45 mèt. de drap de 25 fr. le mèt. contre 8 hectol. de vin de 0 fr. 75 le litre, le marchand de drap aura en outre à *recevoir* 525 fr.

Si l'on trouve du cidre de 98 fr. le kilol. pour du drap de 14 fr. le mèt., 12 hectol. de cidre donneront 8 mèt. 4 de drap.

On troque de la toile de 2 fr. 5 le mèt. pour des fagots qui se vendent 48 fr. le cent; on fait sur la toile une remise de 0 fr. 25 par mètre; on devra donc faire sur le prix des fagots une remise de 4 fr. 80 par cent de fagots.

Et pour 29 mèt. 952 de toile on aura 156 fagots.

MÉLANGE ET ALLIAGE.

484. Le *mélange est* la réunion intime de plusieurs marchandises; l'*alliage* est la réunion des métaux. On nomme amalgame l'alliage du mercure et de l'étain.

485. Le *but des opérations sur le mélange et l'alliage* est de déterminer le prix moyen des objets mélangés, ou la quantité à prendre de chaque objet pour former le mélange dont le prix moyen est donné.

486. Pour *trouver le prix moyen de plusieurs objets* on fait la somme de ces objets et des prix particuliers, et l'on divise le prix total par le nombre total d'objets.

Exemple. Si l'on mêle 7 kil. de cassonnade à 0 fr. 75 avec 18 kil. à 0 fr. 60, le prix moyen du mélange sera de 0 fr. 642.

Opération. 5 kil. à 0 f. 75 = 5 f. 25
18 0 60 = 10 80

ou 25 kil. à 0 f. 642 = 16 f. 05, et $\frac{16 \text{ f. } 05}{25} = 0 \text{ f. } 642$.

Si l'on mélange

	48 lit.	à	0 f. 60 le lit., et ensemble	28 f. 80
et	72 lit.	à	0 75		54 00

on aura 120 lit. *au prix moyen de* 0 f. 69 le lit., *et ensemble* 82 f. 80

Si l'on mêle 5 litres d'eau à 20 lit. d'eau-de-vie du prix de 1 fr. 25, *le litre du mélange vaudra* 1 fr.

Si l'on mêle 48 lit. de vin à 0 fr. 30, 72 lit. à 0 fr. 45, 60 lit. à 0 fr. 60, et 20 lit. d'eau, *le litre du mélange vaudra* 0 fr. 414.

Si l'on mêle deux pièces de vin, l'une de 230 lit. du prix de 80 fr., l'autre de 220 lit. du prix de 167 fr. 50, *le litre du mélange vaudra* 0 fr. 55.

On a du blé à 15 fr. et à 20 fr. l'hectol., si l'on en mêle 8 hectol. de chaque sorte, *le prix moyen sera de* 17 fr. 875.

Si un aubergiste mêle du vin de 0 fr. 40, 0 fr. 50 et 0 fr. 60, et qu'il veuille gagner 0 fr. 05 par litre, *il devra le vendre* 0 fr. 55.

Si l'on mêle 18 hectol. de blé à 16 fr. l'hectol., 14 à 12 fr., et 18 à 18 fr., et qu'on veuille gagner 5 %, *on devra vendre l'hectol. du mélange* 16 fr. 38.

Si l'on fond 12 kil. de cuivre à 2 fr. 50, avec 6 kil. de zinc à 0 fr. 90, et 2 kil. de bismuth à 1 fr. 20, *le prix moyen de cet alliage est de* 1 fr. 26.

487. Si le prix moyen est donné, on prend des marchandises de prix supérieurs une quantité déterminée par la différence du prix inférieur au prix moyen, et des marchandises de prix inférieurs une quantité déterminée par la différence du prix supérieur au prix moyen.

Exemple. Soit à mêler deux sortes de café à 3 fr. et à 2 fr. le kil., et qu'on veuille vendre le mélange 2 fr. 60.

Sur 1 k. à 3 f. on perd	0 f. 40, on prendra donc		40 k.	à 2 f.	= 80 f.
Sur 1 2 on gagne	0 60,	et	60	3	= 180
		ou	100 k.	à 2 f. 60	= 260 f.

Démonstration. Si l'on connaissait deux nombres qui, multipliés l'un par la perte et l'autre par le gain, donnassent deux produits égaux, le problème serait résolu.

Or, en prenant 60 k. à 3 f., on perd 0 f. $40 \times 60 = 24$,
et   40   2   on gagne 0 $60 \times 40 = 24$.

Il est évident que la perte égale le gain, puisque l'un et l'autre sont produits par les mêmes facteurs.

Problèmes.

Si l'on mêle du blé à 15 et à 20 fr. l'hectol., et qu'on veuille vendre le mélange 16 fr., *on devra prendre 4 hect. à 15 fr. et 1 à 20 fr.*

Si l'on mêle de la farine à 16 et à 19 fr. l'hectol., pour vendre le mélange 17 fr., *on devra prendre 2 hect. à 16 fr. et 1 hect. à 19 fr.*

Si l'on a de l'e u-de-vie à 1 fr. 20 le litre, et qu'on veuille vendre 0 fr. 80, *il faudra y mêler 1 litre d'eau sur 2 lit. d'eau-de-vie.*

488. Si la quantité d'une ou de plusieurs parties du mélange est donnée, on détermine les autres à l'aide du rapport établi.

Exemple. Soit à mêler de l'eau-de-vie à 1 fr. 25 et à 1 fr. 50 le litre, de manière à en avoir 100 litres à 1 fr. 40, on aura :

Sur 1 lit. à 1 f. 25, on gagne 15;	on prendra donc	15 lit.	à 1 fr.	50
Sur 1 — 1 50, on perd 10;	et	20	1	25
Prix moyen, 1 fr. 40.	et	25 lit.	à 1 fr.	40

Or, si pour 25 lit. à 1 fr. 40 on prend 15 lit. à 1 fr. 50, pour 1 lit. on prendra $\frac{15\ \text{l.}}{25}$,

Et pour 100 lit. on prendra $\frac{15 \times 100}{25} = 60$ lit. à 1 fr. 50.

On trouvera par le même moyen qu'on prendra 40 lit. à 1 fr. 25.

Exercices.

Si un lingot d'argent du poids de 2 kil. 88 gr. contient 0,3 de cuivre, combien y faudra-t-il ajouter d'argent au titre de 0,9 pour avoir un alliage au titre de 0,850? Rép. 6 kil. 264.

Si l'on fond ensemble 8 gr. d'or au titre de 0,9 avec 12 gr. à 0,8, *le titre de cet alliage sera de* 0,840.

Si l'on a de l'or à 0,90 et à 0,8, dans quelle proportion faut-il composer un alliage qui soit au titre de 0,87? Rép. 7 *à* 0,9 *et* 3 *à* 0,8.

Si deux lingots d'or sont au titre de 0,9 et 0,8, combien faut-il prendre de chacun pour composer un kilog. à 0,87? Rép. 70 *et* 30.

489. S'il y a plus de deux objets à mélanger, on comparera les prix inférieurs pour trouver la quantité à prendre des objets de prix supérieur, et réciproquement.

Exemple. Soit à mêler du blé à 15 fr. et d'autre à 14 fr. avec du seigle à 9 fr. et de l'orge à 8 fr. pour former 36 hectol. à 12 fr.

15 — 12 = 3 hect.	à 8 fr. =	24 fr.	ou	9 hect.
14 — 12 = 2	9 =	18		6
12 — 9 = 3	14 =	42		9
12 — 8 = 4	15 =	60		12
12 hect.	à 12 fr. =	144 fr.	ou	36 hect. à 12 fr.

Exercices.

Si l'on mêle du vin à 0 fr. 25, 0 fr. 30, 0 fr. 45 et 0 fr. 60 le litre, et qu'on en veuille 250 lit. à 0 fr. 40, *on devra prendre* 100 *lit. du* 1^{er}, 25 *lit. du* 2^e, 50 *litres du* 3^e, et 75 *lit. du* 4^e.

Si l'on veut emplir un tonneau de 210 litres avec du vin à 0 fr. 35, de manière à former une boisson qui ne coûte que 0 fr. 14 le lit., *on devra y mettre* 150 *litres d'eau.*

Si l'on a 46 lit. d'eau-de-vie de 1 fr. 75 le lit., et qu'on veuille la vendre 1 fr. 15, *il faudra y ajouter* 24 *litres d'eau.*

On veut mêler du blé à 17, 18, 19 et 20 fr. l'hect., de manière qu'on puisse vendre le mélange 18 f. 50, en en prenant 8 hect. à 17 fr., *combien en faudra-t-il prendre des trois autres prix?* Rép. 16 *à* 18 fr., 16 *à* 19 fr.

SOLUTION. 8 hect. à 17 fr. = 136 fr., on les vendra 148, on gagnera donc 12 fr., qu'il faut compenser par une perte égale.

Or on perdra 1 fr. 50 par hect. à 20 fr.; on peut donc prendre un nombre d'hectolitres égal à 12 : 1 f. 50 = 8 hect. On procède comme à l'ordinaire pour les deux autres prix.

Si l'on veut faire une cloche avec un alliage de 110 kil. d'étain à 2 fr. 25, 390 kil. de cuivre à 1 fr. 675, 5 kil. de zinc à 0 fr. 50, et 4 kil. de plomb à 1 fr.,

Le poids de la cloche sera de 509 kil.
Le prix total de 907 f. 25
Le prix moyen de 1 *kil.* 1 78

Si l'on mêle du vin à 0 fr. 50, 0 fr. 60, 0 fr. 75 et 0 fr. 80, de manière qu'en y mettant une égale quantité des deux prix extrêmes, on en puisse former 22 décal. qu'on puisse vendre 0 fr. 70, *combien doit-on prendre de chaque sorte?* Rép. $31\frac{3}{7}$ à 0 f. 50, $31\frac{3}{7}$ à 0 f. 60, $125\frac{5}{7}$ à 0 fr. 75, et $31\frac{3}{7}$ à 0 fr. 80.

SOLUTION. 0 fr. 50 + 0 fr. 80 = 1 fr. 30, et 1 fr. 30 : 2 = 0 fr. 65, prix moyen des deux espèces dont la quantité est déterminée; les prix deviennent alors 65, 60, 75 et 65 centim. Procédant alors comme à l'ordinaire, on trouvera les réponses.

490. Si *les prix supérieurs et les prix inférieurs* sont en quantité inégale, il faut rétablir l'égalité en répétant les moins nombreux.

EXEMPLE. Si l'on mêle du blé à 16, 18 et 20 fr. l'hect., et qu'on en forme 42 hect. du prix de 17 fr., on devra prendre 28 *à* 16 *f.*, 7 *à* 18 *fr. et* 7 *à* 20 *fr.*

SOLUTION. Le prix moyen étant 17 fr., il n'y a qu'un prix inférieur; il faut l'écrire deux fois pour que les prix inférieurs soient en nombre égal aux prix supérieurs; on a ainsi 16, 16, 18 et 20. On procède ensuite comme à l'ordinaire.

EXERCICES.

Si l'on mêle du vin à 35, 40, 48, 55 et 60 centim. le lit., et qu'on en veuille 265 lit. à 0 fr. 45, on devra prendre 125 *du* 1er, 15 *du* 2e, 25 *du* 3e, 50 *du* 4e, *et* 50 *du* 5e.

Si l'on mêle du vin à 40, 50 et 60 cent., pour gagner 5 fr. par hect., *on devra vendre le lit. du mélange* 0 f. 55.

Si l'on mêle du blé à 12, 16 et 18 fr., pour en faire 48 hect. à 15 fr. *on devra prendre* 4,8 *du* 1er *et* 14,4 *des trois autres.*

PROBLÈMES DE FAUSSE POSITION.

491. On *nomme fausse position* un procédé qui consiste à trouver la solution de certains problèmes à l'aide d'hypothèses arbitraires qui peuvent être fausses, mais qui dirigent le raisonnement.

492. On *résout les problèmes de fausse position* en choisissant un nombre sur lequel on puisse opérer *selon les conditions données*; on obtient ensuite la réponse à l'aide du rapport établi.

Exemple. Soit à trouver le nombre dont $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4} = 39$.

Je suppose que ce nombre soit 12.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ de $12 = 6 + 4 + 3$, ou 13.

Or, si 13 vient de 12, 1 vient de $\frac{12}{13}$.

Et 39 vient de $\frac{12 \times 39}{13} = 36$.

Preuve. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ de $36 = 39$.

Autre exemple. Soit à partager 55 en deux parties, de façon que la plus grande surpasse de 13 la plus petite.

Solution. Si les parties devaient être égales, on aurait 55 : 2 ; mais l'une doit avoir 13 de plus que l'autre; ôtant d'abord ces 13, on a $55 - 13$, ou $42 : 2 = 21$.

Les parties sont donc, la plus grande $13 + 21$, ou 34, et la plus petite 21.

Preuve. $34 + 21 = 55$, et $34 - 21 = 13$.

Exercices et Problèmes.

Partager 1600 fr. en trois parties : la 2e doit excéder la 1re de 200 fr., et la 3e doit excéder de 100 fr. la 2e. La 1re = 400, la 2e = 600, et la 3e = 700.

Le $\frac{1}{3}$ d'un nombre $= 42 + 8$, ce nombre	$= 150$
Si le $\frac{1}{3}$ d'un nombre $+ 8 = 42$, ce nombre	$= 102$
Si le $\frac{1}{4}$ d'un nombre $+ 7 = 132$, ce nombre	$= 500$
Si le $\frac{1}{6}$ d'un nombre $+ 18 = 60$, ce nombre	$= 252$
Si un nombre $+$ le $\frac{1}{6} + 18 = 60$, ce nombre	$= 36$
Si un nombre $+ \frac{2}{3} + 15 = 165$, ce nombre	$= 90$
Le tiers et demi de 100	$= 50$
Si un nombre $+ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 = 100$, ce nombre	$= 56\frac{4}{7}$
Si un nombre $+ \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + 5 = 24$, ce nombre	$= 12$

Partager 156 en 3 parties, de façon que la 1re ait 18 de plus que la

2ᵉ, et la 2ᵉ 5 de plus que la 3ᵉ. La 1ʳᵉ $= 65\frac{2}{3}$, la 2ᵉ $= 47\frac{2}{3}$, la 3ᵉ $= 42\frac{2}{3}$.

Si $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ d'un nombre $+ 2 = 42$, ce nombre $= 48$

Si $\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$ d'un nombre $- 4 = 100$, ce nombre $= 64$

Un homme partage une somme à ses domestiques; il veut donner la $\frac{1}{2}$ au 1ᵉʳ, le $\frac{1}{3}$ au 2ᵉ, et 100 fr. au 3ᵉ. La somme à partager $= 600$, la part du 1ᵉʳ $= 300$ fr., et celle du 2ᵉ $= 200$ fr.

DOUBLE FAUSSE POSITION.

493. Si *une seule hypothèse ne suffit pas pour obtenir la réponse*, on suppose un second nombre, sur lequel on opère selon les conditions données; on écrit chaque nombre supposé, ainsi que l'erreur résultant de chaque supposition. Si les erreurs sont toutes deux en plus ou en moins, on multiplie le premier nombre supposé par la deuxième erreur, et le deuxième nombre supposé par la première erreur; on prend la DIFFÉRENCE de ces deux produits, et on la divise par la différence des deux erreurs, ce qui donne le nombre cherché.

EXEMPLE. Soit à payer 26 fr. avec 10 pièces, les unes de 2 fr., et les autres de 5 fr.; *on devra prendre 8 pièces de 2 fr., et 2 pièces de 5 fr.*

SOLUTION. 1ʳᵉ *hypothèse.*		2ᵉ *hypothèse.*	
Soit 4 pièces de 2 fr.	= 8	Soit 5 pièces de 2 fr.	= 10
Et 6 5	= 30	Et 5 5	= 25
Total	38	Total	35
On ne doit avoir que	26	Or on ne doit avoir que	26
Différence en plus	12	Différence en plus	9
1ʳᵉ *hypothèse* 4, erreur	+ 12	Or $5 \times 12 - 4 \times 9 = 24$ pièces	
2ᵉ 5	+ 9	Et $24 : 12 - 9$	= 8

494. Si les erreurs sont l'une en plus et l'autre en moins, on ADDITIONNE le produit de la première supposition par la deuxième erreur avec le produit de la deuxième supposition par la première erreur, et l'on divise cette *somme* par la *somme* des deux erreurs.

Soit la 1re hyp. 4, l'err. est + 12	Or 4 × 3 + 9 × 12 = 120 pièces
Et la 2e 9 — 3	Et 120 : 12 + 3 = 8

PROBLÈMES.

Trouver combien il faut de pièces de 5 et de 2 fr. pour faire la longueur exacte du mètre? 19 *de 5 et 11 de 2 fr.*

Trouver combien il faut de pièces de 40 et de 20 fr.? 32 *de 40 et 8 de 20 fr.*

Trouver combien il faut de pièces de 2 et de 1 fr.? 20 *de 2, et 20 de 1 fr.*

Un homme a le triple de l'âge de son fils; il y a 10 ans, il en avait le quintuple. *Le père a 60 ans, et le fils 20 ans.*

Si l'on distribue des oranges à quelques enfants en en donnant 6 à chacun, il en reste 7; en en donnant seulement 4 il en reste 17. *Il y a donc 37 oranges et 5 élèves.*

Si un homme a 42 ans, et son fils 16, le fils aura la moitié de l'âge du père *dans* 10 *ans, et les* $\frac{2}{3}$ *dans* 36 *ans.*

Deux nombres réunis font 124; leur différence est 50. *Ces deux nombres sont* 37 *et* 87.

La somme de deux nombres est 16; la différence de leurs carrés est 32. *Ces nombres sont* 49 *et* 81.

Le produit de deux nombres est 6142; la somme de leurs carrés est 12325. *Ces nombres sont* 78 *et* 79.

A dit à B : Si tu me donnes 9 fr., j'aurai autant d'argent qu'il t'en restera, et si je te donne 9 fr., tu auras cinq fois plus qu'il ne m'en restera. *Trouver ce que chacun a.* A *a* 18 *fr.*, et B 36 *fr.*

ÉQUATIONS.

495. Une ÉQUATION est l'expression différente de deux quantités égales séparées par le signe de l'égalité. $4+3=5+2$.

496. On *nomme* 1er *membre* les quantités qui précèdent le signe =, et 2e *membre* les quantités qui suivent ce signe. 1er memb. $5+7=18-6$ 2e memb.

497. On *nomme terme* chaque quantité de l'équation. 1er terme $5+7$ 2e terme.

498. Une *équation à une inconnue* est celle qui ne renferme qu'une quantité inconnue. $5-1=5-x$.

499. Une *équation à plusieurs inconnues* est celle qui renferme plusieurs quantités inconnues. $7+x=3+y$.

500. Les *quantités connues se représentent* par les premières lettres de l'alphabet, et les quantités inconnues par les dernières.

301. On *nomme équations du premier degré* celles où l'inconnue n'est multipliée ni par elle-même ni par une autre inconnue.

302. Les *équations du second degré* sont celles où l'inconnue est élevée à la seconde puissance.

303. Le *signe* $+$ *est l'opposé* du signe $-$, et réciproquement. L'addition et la soustraction sont deux opérations qui se détruisent. $8+5-5=8$.

304. Le *signe* $\times$ *est l'opposé* du signe : ou $\div$, et réciproquement. La multiplication et la division sont deux opérations qui se détruisent. $(4\times 8):8=4$.

305. Les *exposants* sont les signes contraires des radicaux. La formation des puissances et l'extraction des racines sont deux opérations qui se détruisent. $4\times\sqrt[3]{8^3}=4\times 8$.

306. On *nomme coefficient* une quantité qui en précède une autre pour indiquer combien de fois cette dernière doit être répétée. $4x$ signifie $4\times x$, ou $x\times 4=x+x+x+x$.

307. *Lorsque plusieurs quantités composent un même terme*, on les écrit entre deux parenthèses, afin d'en déterminer la fonction. $7\times 4+8$ pourrait se lire $(7\times 4)+8=36$, ou $7\times(4+8)=84$.

308. On *peut augmenter ou diminuer d'une même quantité les deux membres d'une équation sans altérer l'égalité* (n° 59, 5°); on peut par conséquent multiplier ou diviser, former les puissances ou extraire les racines, pourvu que les mêmes opérations soient faites sur les deux membres.

309. On *détruit ou on élimine un terme d'une équation* en écrivant ce terme dans le membre opposé, avec un signe contraire à celui dont il était affecté.

DÉMONSTRATION. Soit $x+5=8$; si l'on retranche $+5$ du premier membre, il faut le retrancher aussi du second pour conserver l'égalité; on écrit donc $x=8-5$.

DÉMONSTRATION. Soit $x-7=12$; si l'on ôte -7 du premier membre, on l'augmente de 7, car ce n'est pas x seul qui égale 12, mais bien $x-7$; si donc x n'est pas diminué de 7 pour conserver l'égalité, il faut ajouter aussi 7 au second membre; on écrit donc $x=12+7$.

DÉMONSTRATION. Soit $x\times8=64$; si l'on ne multiplie pas x par 8, le premier membre est 8 fois plus petit; pour conserver l'égalité, il faut diviser aussi le second membre par 8; on écrit donc $x=64:8$, ou $x=\frac{64}{8}$.

DÉMONSTRATION. Soit $x:7=9$, ou $\frac{x}{7}=9$; si l'on ne divise pas le premier membre par 7, il est 7 fois trop fort; il faut donc rendre aussi le second membre 7 fois plus grand; on écrit $x=9\times7$.

DÉMONSTRATION. Soit $x^2=81$; si l'on n'élève pas x à la seconde puissance, le premier membre est trop faible de cette quantité; pour conserver l'égalité on fait la même réduction sur le second membre en écrivant $x=\sqrt{81}$.

DÉMONSTRATION. Soit $\sqrt{x}=9$; si l'on n'extrait pas la racine de x, le premier membre est trop grand; il faut augmenter le second membre dans la même proportion, ce que l'on fait en écrivant $x=9^2$.

510. Pour *résoudre une équation*, on considère le problème comme résolu; on indique au moyen des lettres x, y, z, les quantités inconnues, et l'on fait les raisonnements et les opérations qu'il faudrait exécuter pour vérifier la valeur des inconnues si elle était donnée.

511. Pour *résoudre une équation du premier degré à une seule inconnue*, on procède par *élimination*, c'est-à-dire qu'on détruit les quantités numériques qui accompagnent l'inconnue; on fait ensuite les réductions et les opérations indiquées par les signes.

Soit $5x+2\times(11-x)=40$, qui signifie 5 fois $x+2$ f. $(11-x)=40$.

J'évalue d'abord le dernier terme du premier membre $2(11-x)$, et j'ai $5x+22-2x=40$.

Je détruis $-2x$, en considérant que j'ai $5x-2x$, il reste $3x+22=40$.

Je retranche 22 dans chaque membre; il reste $3x=40-22$, ou $3x=18$, et $x=$ trois fois moins, ou $x=\frac{18}{3}$, ou $x=6$.

512. On *vérifie le résultat d'une équation* en opérant sur ce résultat comme on l'a fait avec l'inconnue, et en remplissant les conditions indiquées.

Ainsi, si $5x+2\times(11-x)=40$, je dis que $x=6$.
En effet $(5\times6)+2\times(11-6)=40$, ou $30+22-12=40$.
Ou $30+10=40$.

Exemples.

Soit $x+4=9$;
retranchant 4 de part et d'autre,
on a $x=9-4$, ou 5.
Soit $x-4=9$;
ajoutant 4 de part et d'autre,
on a $x=9+4$, ou 13.
Soit $x-4+9=7$,
on a $x-4=7-9$,
et $x=7-9+4$, ou 2.
Soit $4x=8$;
divisant les deux membres par 4,
on a $x=8:4$, ou 2.
Soit $4x+4-8=16$,
on a $4x+4=16+8$, ou 24;
puis $4x=23-4$, ou 20;
et $x=20:4$, ou 5.

Soit $\frac{4x}{2}=12$,
on a $4x=12\times2$, ou 24;
et $x=24:4$, ou 6.

Soit $\frac{2}{3}x-4=2$,
on a $\frac{2}{3}x=2+4$, ou 6.
et $x=6:\frac{2}{3}$, ou 9.

Soit $x+\frac{1}{2}x+5=11$,
on a $x+\frac{1}{2}x=11-5=6$.
or on peut ne pas diviser x par 2, en multipliant tous les autres termes par 2,
ce qui donne $2x+x=6\times2$, ou 12,
ou $3x=12$, et $x=4$.

Soit $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=44$;
réduisant au même dénominateur, puis le supprimant,
on a $6x+3x+2x=44\times6$,
ou $11x=264$; donc $x=24$.

Soit $\frac{x}{4}+5-8=6$,
on a $\frac{x}{4}=6+8-5$, ou 9,
et $x=9\times4$, ou 36.
Soit $3x+2=x+10$;
retranch. $1x$ dans chaque memb.,
on a $2x+2=10$,
et $2x=8$; donc $x=4$.

Soit $\frac{100}{x}-8=12$,
on a $\frac{100}{x}=12+8$, ou 20;
puisqu'on peut ne pas diviser par x, en multipliant les autres termes par x,
on a $100=20x$; donc $x=5$.
Soit $\frac{5x+3}{x-1}=7$,
on a $5x+3=7\times(x-1)$,
ou $5x+3=7x-7$;
supprim. $5x$ de part et d'autre,
on a $3=2x-7$;
fais. passer 7 dans le 1er membre,
on a $3+7=2x$; donc $x=5$.

FORMULES D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ, A UNE SEULE INCONNUE.

Exercices.

Si $x=7-9+8$, $x=6$
Si $x=8+4+7$, $x=19$
Si $x=5-8+9$, $x=6$
Si $x=7-4+16$, $x=19$
Si $x=8-7+4$, $x=5$
Si $x=7+7+8$, $x=22$
Si $x+7-(4+9)=24$, $x=30$
Si $x-8-7+24=32$, $x=23$
Si $x+7+9-8=29$, $x=21$
Si $x-8+8-7=17$, $x=24$
Si $x-60-27+3=144$, $x=228$
Si $x+27-13-14=8$, $x=8$

Si $x-8+4=7+4-2$, $x=13$
$x+4+7=8+7+4$, $x=8$
$x-8+8=8-8$, $x=0$
$x-9-7=9+7$, $x=32$
$x+9+9=9+9$, $x=0$
$x-6-8=7+8$, $x=29$

Si $x=(7\times 8)+9$, $x=65$
$x=24:(4\times 2)$, $x=3$
$x=8\times(4+8)$, $x=256$
$x=(8\times 4)+8$, $x=40$
$x=8\times(8+2)$, $x=128$
$x=(48\times 8)+2$, $x=386$

Si $x=8:2$, $x=4$
$x=48:(2+6)$, $x=6$
$x=(48:2)+6$, $x=30$
$x=\frac{48}{2}$, $x=24$
$x=\frac{96}{2+6}$, $x=12$
$x=\frac{144}{2}+6$, $x=78$
$\frac{x}{4}=8$, $x=32$

Si $\frac{x}{8}=8\times 9$, $x=576$
$\frac{x}{8}=8+9$, $x=136$
$\frac{x}{3}=\frac{3}{9}\times 9$, $x=9$
$\frac{x}{9}=\frac{8}{9}+(4\times 8)$, $x=296$
$\frac{x}{7}=\frac{5}{7}:(7\times 5)$, $x=\frac{1}{7}$

Si $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=145$, $x=174$
$\frac{x}{9}+\frac{x}{3}=324$, $x=27$
$\frac{x2}{3}+\frac{x2}{4}=36$, $x=3\frac{6}{7}$
$\frac{x3}{4}+\frac{x2}{6}=24$, $x=57{,}6$
$\frac{x}{7}-\frac{x60}{9}=4$, $x=42$
$\frac{x}{4}-\frac{x}{7}=15$, $x=140$
$\frac{x}{6}+x+6=90$, $x=72$
$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=145$, $x=174$
$\frac{x}{9}+\frac{x}{3}=324$, $x=27$
$x+x+21=75$, $x=27$
$x+x-8=40$, $x=24$
$x+4x=160$, $x=32$
$\frac{x}{4}-\frac{x}{7}=15$, $x=140$
$\frac{x}{6}+x+6=90$, $x=72$
$15x=600$, $x=40$
$24x=120$, $x=5$
$\frac{2x}{3}+\frac{2x}{4}=36$, $x=3\frac{6}{7}$

Si $\frac{x3}{4}-\frac{x2}{6}=24$, $x=57{,}6$
$\frac{x}{7}-\frac{60x}{9}=4$, $x=42$
$20x+x5+x2=5\,400$, $x=200$
$12x=5+x$, $x=\frac{5}{11}$
$x+x4+x20=10\,000$, $x=400$
$x+24=\frac{1}{2}+\frac{4}{5}$, $x=80$
$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}-25=x$, $x=300$
$x+\frac{x}{3}+\frac{x}{9}+\frac{x}{27}=80$, $x=54$
$2x+\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}+\frac{x}{4}=164$, $x=48$
$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{5}+\frac{x}{10}+3$, $x=15$
$x+24=\frac{x}{2}+\frac{4x}{5}$, $x=80$
$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}-25=x$, $x=300$
$x+\frac{x}{3}+\frac{x}{9}+\frac{x}{27}=8\,000$, $x=5\,400$
$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{5}+\frac{x}{10}+3$, $x=15$
$x+x+\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}+\frac{x}{4}=164$, $x=48$

Si $4x = 3\,(189 - x)$, $x = 81$
$4x = 567 - 3x$, $x = 81$
$x - 6 = 2x - 16$, $x = 10$
$5x + 3\,(15 - x) = 61$, $x = 8$
$3x - 8 = 24 - 5x$, $x = 4$
$x5 + 45 - x3 = 61$, $x = 8$
$x + x2 + x6 = 72$, $x = 8$
$x3 + 5(10 + x) = 36$, $x = 7$
$x + 3x + \frac{x}{3} = 5\,200$, $x = 1\,200$
$8 + 8x = 10$, $x = \frac{1}{4}$

Si $3x + 20 = 2 \times (x + 20)$, $x = 20$
$x - 3 + x - 7 = 14 + 6$, $x = 15$
$x5 + 2 \times (11 - x) = 40$, $x = 6$
$8x + 800 + 400 = x9$, $x = 1\,200$
$33 + x = 2 \times (24 - x)$, $x = 5$
$20x = 12 \times (40 - x)$, $x = 15$
$340 - x3 = 4(100 - x)$, $x = 60$
$12x - 8 \times (13 - x) = 36$, $x = 7$
$12x - (104 - 8x) = 36$, $x = 7$
$18x - 300 = 16x + 820$, $x = 560$
$2x - 4 + x + 3 = 35$, $x = 36$
$\frac{100 + x}{3} = 20 + x$, $x = 20$
$x : (x - 8) = 3$, $x = 12$
$\frac{x}{x - 8} = 6$, $x = 9{,}6$
$\frac{x}{3} = (70 - x) : 4$, $x = 30$
$\frac{x}{5} = \frac{70 - x}{6}$, $x = 21$
$\frac{x}{180 - x} = 5$, $x = 150$
$x = \frac{24}{6}$, $x = 4$
$\frac{x + 40}{30} = \frac{x - 5}{25}$, $x = 230$
$x : (180 - x) = 8$, $x = 160$
$5(x - 6) + 6 = 4x - 4$, $x = 20$
$40x + 20 \times (4{,}3 - x) = 116$, $x = 1{,}5$
$x75 = 3\,000 + 25 \times (60 - x)$, $x = 45$
$x9 + 8 = 4 \times [10 \times (8 - x) + x] + 3$, $x = 7$
$x9 = 4 \times (80 - 10x + x) - 5$, $x = 7$
$9x = 315 - 50x + 4x$, $x = 7$
$8x(x + 12) + 8 \times (x - 9) = 348$, $x = 24$

Si $x + x + 7 + 4 \times (x + 7) = 125$, $x = 15$
$x - 12 = 4(x - 57)$, $x = 72$
$1{,}50x + 1{,}20 \times (60 - x) = 78$, $x = 20$
$15x + 720 - 12x = 78$, $x = 20$
$10x - 15(12 - x) = 20$, $x = 4$
$3x - (100 - x) = 0$, $x = 25$
$4(x + 5) = 3(x + 12)$, $x = 16$
$2x - 3(3 - 6) = x$, $x = 9$
$4x = 6\,(50 - x)$, $x = 30$
$43 + x = 4(7 + x)$, $x = 5$

Si $45 + x = (13 + x) \times 3$, $x = 2$
$x + \frac{5}{6}x + \frac{2}{3}x = 45$, $x = 18$
$x + \frac{5x}{6} + \frac{2x}{3} = 45$, $x = 18$
$8 = \frac{x1}{3} + \frac{x2}{5} + 1\,600$, $x = 6\,000$
$x + 3x + \frac{x}{3} = 5\,200$, $x = 1\,200$
$\frac{1x}{3} + \frac{x4}{5} + 2x = x3 + 10$, $x = 75$
$\frac{x}{5} + \frac{x}{4} - 30 + 85 = x$, $x = 5$
$x = \frac{x}{12} + \frac{x}{6} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$, $x = 84$
$x + \frac{2}{3}(x - 22{,}5) = 35$, $x = 30$
$\frac{x + 1\,500}{10} = 1\,500$, $x = 15\,500$
$\frac{x}{2} = \frac{3}{4} \times (50 - x)$, $x = 30$
$\frac{x10}{2} + \frac{10x}{3} - 8x = 20$, $x = 60$
$\frac{1}{8} \times (2 + 5x) + 2x = 16$, $x = 6$
$x - \frac{1}{3} \times (x + 5\,584)$, $x = 2\,016$
$\frac{89x}{10} - \frac{32x}{5} = 125$, $x = 50$
$\frac{x}{3} + \frac{1}{4}(158 - x) = 47$, $x = 90$
$\frac{x}{3} + \frac{158}{4} - \frac{x}{4} = 47$, $x = 90$

Problèmes.

513. La *solution d'un problème* dépend surtout de la mise en équation.

514. On *met en problème une équation* en représentant l'inconnue par une lettre, sur laquelle on opère selon les conditions du problème; puis on élimine les quantités numériques de manière à ne plus avoir que l'inconnue dans un membre de l'équation, et dans l'autre la valeur de l'inconnue.

Exemple. Si 786 fr. joints à ce que j'ai me permettent de payer 981 fr., et qu'il me reste 19 fr., *j'ai* 214 fr.

Solution. $x+786=981+19$; $x=981+19-786$, ou $x=214$.

On me prête 179 fr., je paie 715 fr., et il me reste 95; *j'avais donc* 626 fr.

Si quelqu'un a eu 39 ans en 1839, 17 *ans après il aura* 56 ans.

Si un enfant a 8 fr., un 2^e 7 fr. de plus, un 3^e 6 fr. de plus que le 1^{er}, et un 4^e 9 fr. de plus que le second, *ils ont en tout* 61 fr.

Si deux hommes ont ensemble 97 ans, et l'un d'eux 28 ans, *l'autre a* 69 ans.

Si un nombre devient 7 306, en y ajoutant 784, *ce nombre* = 6 522.

Quelqu'un pense un nombre, il y ajoute 8, il multiplie le tout par 9, il en ôte 782, et obtient 6 373; *ce nombre* = 787.

Trois hommes ayant à partager 8 000 fr., si le 1^{er} a 2 719 fr., et le 2^e 2 938; *le* 3^e *aura* 2 343 fr.

Douze grosses de canifs coûtent 15 fr. la grosse, 5 canifs se trouvent perdus; si l'on veut gagner 36 fr. 40, *on devra vendre la grosse* 19 fr. 20.

Si l'on partage 3 500 fr. de façon qu'une part ait autant de pièces de 20 fr. que l'autre de 5 fr., *la* 1^{re} *sera de* 2 800 fr., *et la* 2^e *de* 700 fr.

Si l'on divise 474 en deux parties, dont l'une soit de $\frac{1}{4}$ plus grande que l'autre, *la* 1^{re} = $210\frac{2}{5}$ *et la* 2^e $263\frac{1}{5}$.

Si deux nombres réunis font 316, et que l'un soit triple de l'autre, *ces deux nombres sont* 79 *et* 237.

Si l'on multiplie un nombre par 8, et qu'on divise le produit par 29, le quotient est 24; *ce nombre est* 87.

Si deux nombres réunis font ensemble 125, que l'un surpasse l'autre de 47, *ces nombres sont* 86 *et* 39.

Solution. Si l'un est x, l'autre $= x+47$; on a donc $x+x+47 = 125$, etc.

A, B, C, ont à partager 3 000 fr. : B a 200 fr. de plus que A, C a 59 fr. de plus que B; *ils ont donc*, A 847, B 1 047, *et* C 1 106 fr.

Un célibataire donne par testament, à deux neveux et trois nièces, son bien, estimé 22 500 fr., à condition que la part des neveux sera double, et qu'une part égale à celle d'un neveu sera employée à doter cinq jeunes filles; *les neveux auront chacun* 5 000 fr., *les nièces* 2 500 fr., *et les jeunes filles* 1 000 fr.

Quelqu'un pense un nombre, il le multiplie par 9, il ajoute 9 au produit, il divise le résultat par 9, il retranche 99 du quotient; si le reste est 1, *ce nombre* = 99.

Si l'on veut 15 fr. en nombre égal de pièces de 2 fr. et de 0 fr. 50, *on aura* 6 *pièces de chaque valeur*.

Si l'on partage 3000 fr. entre A, B, C, D, de manière que B ait le triple de A, C le double de B, et D la moitié des trois premiers, A *aura* 206 fr., B 600 fr., C 1 260 fr., *et* D 1 000 fr.

Si l'on partage 387 fr. à deux personnes, en donnant à l'une le double de l'autre, *les parts seront* 129 *et* 258 fr.

Si l'on partage 1 200 fr. en deux parties, de manière que l'une soit à l'autre comme 2 est à 7, *les parts seront* $266\frac{2}{3}$ *et* $933\frac{1}{3}$.

Si le quart plus le cinquième d'un nombre font 9, *ce nombre est* 20.

Si l'on partage 46 en deux nombres, de sorte que, divisant l'un par 7 et l'autre par 3, la somme des quotients = 10, *ces nombres sont* 28 *et* 18.

Quelqu'un a gagné dans une affaire 15 %; si ce gain élève sa fortune à 15 571 fr., *il avait auparavant* 13 540 fr.

Si une somme placée à 4 1/2 % devient 13 167 fr. en un an, *cette somme* = 12 600 fr.

Une somme placée à 4 % devient 8208 en 4 ans; *cette somme* = 6 840 fr.

Un ouvrier s'engage à travailler pendant 24 jours à un ouvrage, à raison de 3 fr. par jour, à condition qu'on lui retiendra 1 fr. par chaque jour d'absence; si au bout du temps il n'a rien à recevoir, *c'est qu'il n'a travaillé que* 6 jours.

Si un homme a 43 ans et son fils 9, le fils aura le tiers de l'âge du père *dans* 8 ans.

Si une source remplit un réservoir en 8 heures, et une autre en 7, en coulant ensemble *il sera rempli en* 3 h. 55′.

Si un capital placé à 4 1/2 % forme avec les intérêts 7837 fr. 50, *ce capital est* 7 500 fr.

A part 10 heures après B pour le rejoindre; B fait 8 kilom. et A 12 kilom. par heure; *en combien de temps A atteindra-t-il B? En* 20 heures.

SOLUTION. Soit x le temps cherché, on a $12x = 8x + 8 \times 10$.

A midi les aiguilles d'une montre se trouvent l'une sur l'autre; *à quelle heure se fera leur première rencontre? A* 1 h. $5'\frac{5}{11}$.

SOLUTION. En une heure la petite aiguille, avec une vitesse 1, se trouvera sur 1 heure, et la grande, avec une vitesse 12, sera sur midi; la réponse s'obtiendra donc, comme la précédente, en ajoutant *l'heure* écoulée.

A, B, C, ont à partager 720 fr.; A doit avoir le triple de B, et B le double de C; *ils auront, savoir :* A 480, B 160, et C 80 f.

Si l'on divise 300 en deux parties, telles que l'une soit le quart de l'autre, *ces parties seront* 60 *et* 240.

Un nombre divisé par 9 donne un quotient qui, joint au dividende et au diviseur, forme 100; *ce nombre est* 81,9.

Le nombre des élèves d'une classe est tel que ce nombre $+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ de ce nombre = 232; *ce nombre est* 96.

Le tiers, les quatre cinquièmes et le double de ce que j'ai, excèdent de 160 fr. mon argent; *j'ai donc* 75 fr.

J'avais 42 fr., il me reste le sixième de ce que j'ai dépensé; *il me reste donc* 6 fr.

Un marchand vend à 1 500 fr. de gain des marchandises sur lesquelles il gagne 10 % du prix de vente; *combien lui coûtent ces marchandises?* 13 500 fr.

Si l'heure du jour est le cinquième de ce qui reste de la journée *il est* 4 heures du matin.

A, B, C, ont ensemble 45 ans, C a les deux tiers et B les cinq sixièmes de A; *A a donc* 18, *B* 15, *et C* 12 ans.

Si 18 ouvriers, hommes et enfants, reçoivent 271 fr. 50 pour le travail d'une semaine, et que les hommes gagnent 3 fr. et les enfants 1 fr. 25 par jour, *il y a* 13 hommes et 5 enfants.

Pour pouvoir, sans perte ni gain, vendre 50 c. le lit. d'un vin qui coûte 0 fr. 60, *il faut y mêler* $\frac{1}{5}$ d'eau.

Un spéculateur engage dans une entreprise une rente qu'il a sur l'état; il s'oblige à faire trois paiements de chacun 1 000 fr., à condition qu'à chaque versement le reste de sa rente sera doublé; au troisième paiement la rente entière se trouve absorbée. *Trouver le montant de cette rente?* Rép. 1750 fr.

Solution. Soit x la rente; au 1er versement il lui reste $(x - 1 \text{ mille}) \times 2$, ou $2x - 2$ m.; au 2e versement il lui reste $(2x - 2\text{m.} - 1\text{ m.}) \times 2$; enfin au 3e il lui reste $4x - 4$ m. $- 2$ m. $- 1$ m., et cette quantité $= 0$; *on a donc* $4x - 4$ m. $- 2$ m. $- 1$ m. $= 0$.

Un professeur achète des oranges qu'il distribue à ses élèves de la manière suivante : le 1er jour le quart du tout, plus le quart d'une orange; le 2e jour le quart du reste, plus le quart d'une; le 3e jour le quart du reste, plus le quart d'une; alors il lui en reste le double plus 2 de ce qu'il a donné le 2e jour, et aucune n'a été partagée. *Trouver le nombre d'oranges?* Rép. 63.

Trois billets sont payables, savoir : le 1er de 500 fr. à 5 mois, le 2e de 8 900 fr. à 3 m., et le 3e de 1 000 fr. à 2 mois; si l'on veut faire un seul paiement, *à quel délai devra-t-il avoir lieu?* Rép. *Dans* 3 mois.

Solution. $x = (500 \times 5 + 900 \times 3 + 1\,000 \times 2) : (500 + 800 + 100)$.

A et B partent au même moment, le 1er de Paris, et l'autre de Madrid, qui en est à 126 myriam. A fait 12 kilom. par heure, et B 10; *à quelle distance se rencontreront-ils?* Rép. *A* 68 myr. 8 de Paris.

Solution. $\frac{x}{12} = \frac{126 - x}{10}$.

ÉQUATIONS A PLUSIEURS INCONNUES.

515. Les *équations à plusieurs inconnues* sont celles qui renferment plusieurs quantités inconnues qu'on ne peut déterminer qu'en formant autant d'équations qu'il y a d'inconnues.

516. On *résout les équations à plusieurs inconnues* par *comparaison*, par *substitution*, par *addition* et par *soustraction*.

517. On *élimine par comparaison* en prenant dans chaque équation la valeur d'une même inconnue, et l'on égale une de ces valeurs à toutes les autres, ce qui donne une équation à une seule inconnue.

Soit $x + y = 100$ et $y - x = 40$, on a $x = 100 - y$, ou $y = 40 + x$,

518. On *élimine par substitution* en remplaçant dans la 2e équation une inconnue par sa valeur comparée à une autre inconnue.

Soit $x + y = 100$
et $y - x = 40$
on a $x = 100 - y$
puis $y - (100 - y) = 40$
ou $y - 100 + y = 40$
puis $2y = 40 + 100$
donc $y = 140 : 2 = 70$
et $x + 70 = 100$
donc $x = 100 - 70 = 30$

519. On *élimine par addition ou par soustraction* en détruisant une inconnue au moyen de l'une de ces opérations.

Soit $x + y = 100$
et $x - y = 40$
Add°. On a $2x = 140$, et $x = 70$

ou $x + y = 100$
et $x - y = 40$
Subst° $2y = 60$ et $y = 30$

EXERCICES.

Si $x + 5y = 1235$,
et $x + 16y = 1312$,
$x = 1200$, et $y = 7$.

Si $9x - 4y = 380$,
et $7x - 8y = 100$,
$x = 60$, et $y = 40$.

Si $x + 2 = y - 2$,
et $x + 13 = 2y - 22$,
$x = 27$, et $y = 31$.

Si $x - 2y = -220$,
et $y - x = -130$,
$x = 480$, et $y = 350$.

Si $10x + y = 5(x+y)$,
et $10x + y - 27 = \frac{1}{3}(10y + x)$,
$x = 4$, et $y = 5$.

Si $5x - 4y = 0$,
et $29x - 7y = 81$,
$x = 4$, et $y = 5$.

Si $182x - 272y = 180$,
et $2x - y = 3256$,
$x = 2446$, et $y = 1636$.

Si $x + y = 72$,
et $300x + 180y = 15960$,
$x = 25$, et $y = 47$.

Si $x - y = 6$,
et $5y = 3x$,
$x = 15$, et $y = 9$.

Si $\frac{1}{4}x + 2 = y$,
et $3y + 14 = x$,
$x = 80$, et $y = 22$.

Si $x + \frac{1}{4}y = 600$,
et $y + \frac{2}{3}x = 600$,
$x = 540$, et $y = 240$.

Si $4x + 3y = 32$,
et $4y + 3x = 31$,
$x = 5$, et $y = 4$.

Si $x + 4 = 3(y - 4)$,
et $x - 2 = y + 2$,
$x = 14$, et $y = 10$.

Si $\frac{x}{5} + \frac{y}{15} = 78$,
et $\frac{x}{5} - \frac{x}{15} = 14$,
$x = 230$, et $y = 480$.

Si $x = y + 3$,
et $y = 3 + \frac{x}{2}$,
$x = 12$, et $y = 9$.

Si $2x + 3y = 21 \times 5$,
et $7x + 8y = 22 \times 15$.
$x = 30$, et $y = 15$.

Si $\frac{x}{4} - \frac{y}{8} = 139$,
et $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{3}{4}y + 2$,
$x = 1040$, et $y = 968$.

Si $10(x - 2) \times 2 + x - 3y = 8$,
et $10x + (x - 2) \times 2 + y = 75$,
$x = 5$, et $y = 19$.

Si $7x - y = 16$,
et $12x + y = 79$,
$x = 5$, et $y = 19$.

Si $x + y = 10$, $x + z = 19$,
et $y + z = 21$,
$x = 4$, $y = 6$, et $z = 15$.

Si $x + y + z = 196$,
$x + y - z = 32$,
et $x + z - y = 68$,
$x = 50$, $y = 64$, et $z = 82$.

Si $3x - 5y = 12$,
et $6y - 2x = 8$,
$x = 14$, et $y = 6$.

Si $10x + y = 5(x+y)$,
et $10x + y - 27 = \frac{1}{3}(10y + x)$,
$x = 4$, et $y = 5$.

Si $5x - 4y = 0$,
et $29x - 7y = 81$,
$x = 4$, et $y = 5$.

Si $x - \frac{1}{3}y - 4 = 2\left(y - \frac{1}{4}x - 50\right)$
et $x - \frac{1}{3}y = \frac{2}{5}\left(y - \frac{1}{4}x\right)$,
$x = 48$, et $y = 72$.

Si $3x - 2y = 0$,
et $9x - 14y = -576$,
$x = 48$, et $y = 72$.

Si $x + y + z = 162$,
si $x - 3z = y - 30$,
et que $x + z - \frac{2}{3}x = 12$,
$x = 90$, $y = 48$, et $z = 24$.

Si $x = 1\,000 - \frac{1}{2}(y + z)$,
si $y = 200 + \frac{1}{3}(x + z)$,
et que $z = 325 - \frac{1}{4}(x - y)$,
$x = 600$, $y = 500$, et $z = 300$.

Problèmes.

Si la somme de deux nombres est 479, et la différence 89, *ces nombres sont* 284 *et* 195.

A et B ont ensemble 200 fr., et si A donne 30 fr. à B, ils ont la même somme ; A *a* 130 *et* B 70 fr.

Si A donne 50 fr. à B, ils ont la même somme ; mais si B donne 50 fr. à A, ce dernier a le triple de B ; A *a* 150 *et* B 250 fr.

A et B ont ensemble 140 fr., le triple de A joint au quadruple de B = 476 fr. ; A *a* 84 *et* B 56 fr.

Pour payer 126 fr. avec 48 pièces de 5 fr. et de 0 fr. 25, *il faut* 24 pièces de chaque sorte.

Si 2 mèt. de drap valent 3 mèt. de casimir, et que 5 mèt. de casimir vaillent 7 mèt. de basin, combien 60 mèt. de drap donneront-ils de basin ? Rép. 126 mèt.

Si la somme de deux nombres est 17, que leur produit soit 72, *ces nombres sont* 8 et 9.

ÉQUATIONS DU 2e DEGRÉ A UNE INCONNUE.

520. Une *équation du second degré* est celle dont l'inconnue est élevée à la seconde puissance : $4x^2 = 324$.

521. Pour *résoudre une équation du second degré*, on isole le carré de l'inconnue dans le premier membre en faisant passer dans le 2e toutes les quantités connues ; puis on extrait la racine carrée des deux membres ; le résultat donne la valeur de x :

$$4x^2 = 324, \quad \text{ou} \quad x^2 = \frac{324}{4}, \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{\frac{324}{4}} = 9.$$

Exercices.

Si $89x^2 = 4361$, $x = 7$

$3x^2 - 7 = 356$, $x = 11$

$x^2 - 9 = 23 - x^2$, $x = 4$

$\frac{5}{7}x \times x = 3\,500$, $x = 70$

$\frac{x}{5} \times \frac{x}{10} = 462\,722$, $x = 4810$

$\frac{x^2}{60} = 3840$, $x = 480$

$9x^2 + 900 = 10x^2$, $x = 30$

$x \times \frac{3}{5}x + 6 = \frac{2}{3}x^2$, $x = 3$

$x \times \frac{3}{5}x + 2583\frac{2}{3}x^2 - 3417$, $x = 300$

Si $\frac{7}{15}x^2 = 1\,680$, $x = 60$

$\frac{x+55}{250} = \frac{780}{x-55}$, $x = 445$

$(x+55) \times (x-55) = 780 \times 250$, $x = 445$

$x^2 - 3025 = 195\,000$, $x = 445$

$4x^2 + 5184 - 3x^2 + 3\,888 = 175536$, $x = 408$

$\frac{1}{3}(x^2 + 1\,296) - \frac{1}{4}(x^2 - 1\,296) = 14628$, $x = 408$

$\left(\frac{x}{7} \times \frac{x}{8}\right) : 3 = 298\frac{2}{3}$, $x = 224$

$x^2 = 176,4 : 4,9$, $x = 6$

522. Si *l'équation renferme l'inconnue au 1^er^ et au 2^e^ degré à la fois*, 1° on fait passer dans le 2^e^ membre tous les termes connus.

$$3x^2 + 6 = 8x + 22 \text{ devient } 3x^2 = 8x + 22 - 6, \text{ ou } 16.$$

2° On fait passer dans le 1^er^ membre les termes affectés de l'inconnue, et l'on a

$$3x^2 - 8x = 16.$$

3° On dégage l'inconnue de tout multiplicateur ou diviseur, et l'on a

$$x^2 - \frac{8x}{3} = \frac{16}{3}.$$

4° On complète le carré en ajoutant dans le 1^er^ membre et dans le second (pour ne pas détruire l'égalité) le carré de la moitié du coefficient de x, et l'on a

$$x^2 - \frac{8x}{3} - \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3} + \frac{4^2}{3}.$$

5° On *donne au carré de la moitié du coefficient*, dans le premier membre, le signe de ce coefficient, et dans le second membre le signe $+$.

Si $x^2 + 6x = 112$, on a $x^2 + 6x + 3^2 = 112 + 9$;
Si $x^2 - 8x = -12$, on a $x^2 - 8x - 4^2 = -12 + 16$.

6° Pour *compléter le carré* dans l'équation $x^2 + 6x = 112$, on considère que x^2 est le premier élément du carré (181); que $6x$ peut être regardé comme le double produit du premier élément multiplié par le second, et que le second doit être la moitié du coefficient de x; donc en ajoutant le carré de cette moitié, on forme un carré parfait. $x^2 + 6x + 3^2$.

7° On extrait la racine de chaque membre, et l'on a

$$x-\frac{4}{3}=\pm\sqrt{\frac{16}{3}+\frac{16}{9}},$$

$$\text{ou } x=\frac{4}{3}\pm\sqrt{\frac{64}{9}},\quad \text{ou } x=\frac{4}{3}+\frac{8}{3},\quad \text{ou } x=\pm 4.$$

523. On *emploie le double signe* $\pm$ parce qu'on ne sait pas d'abord quel est celui qui conviendra, et que quelquefois l'un et l'autre donnent deux réponses opposées qui satisfont cependant à la question.

EXERCICES.

Si $x^2-12x=85$,	$x=17$	Si $x^2+30x=1000$,	$x=20$
$x^2-10x=24$,	$x=12$	$(x+7)(x+9)=2400$,	$x=41$
$\frac{1}{5}x^2-4250=9x$,	$x=170$	$6x^2-56=10x$,	$x=4$
$x+2x+2x^2=65$,	$x=5$	$\frac{x}{3}+10=\frac{x}{7}(x-8)$,	$x=15$
$2x^2+3x=65$,	$x=5$	$x^2-\frac{31}{3}x=\frac{210}{3}$,	$x=15$
$x(x-18)=760$,	$x=38$		
$x^2-18x=760$,	$x=38$		
$x^2+6x=567$,	$x=21$	$x^2+108x=4140$,	$x=30$

PROBLÈMES.

Si la $\frac{1}{2}$ d'un nombre $\times$ son $\frac{1}{3}=1536$, *ce nombre est* 96.

Le $\frac{1}{7}$ d'un nombre $\times$ le $\frac{1}{9}=$ ce nombre ; *c'est donc* 63.

Si le produit d'un nombre $\times$ son $\frac{1}{6}$, et diminué de $14=1000$, *ce nombre est* 78.

Quelqu'un pense un nombre, il le multiplie par $2\frac{5}{8}$, il ajoute $5\frac{3}{8}$ au produit, il multiplie le résultat par le $\frac{1}{3}$ du nombre pensé, il divise le tout par 29, il multiplie le quotient par le quadruple du nombre, et obtient 243. *Trouver le nombre pensé ?* Rép. 9.

Si le carré d'un nombre le surpasse de 4692, *ce nombre est* 69.

Si la somme des carrés de deux nombres est 10130, et que l'un de ces nombres soit 47, *l'autre est* 89.

PROPORTIONS.

524. Une *proportion* est la réunion de deux rapports égaux. $9.6=5.2$, ou $9:3=6:2$.

525. Il *y a deux sortes de proportions* : les proportions par *différence* et les proportions par *quotient*.

PROPORTIONS PAR DIFFÉRENCE OU ÉQUIDIFFÉRENCES.

526. Une *proportion par différence* est la réunion de deux rapports par différence. $9 . 6 = 5 . 2$.

527. On *indique une équidifférence* par deux points placés l'un sous l'autre ; on les énonce *comme* ou *égale*. $9 . 6 : 5 . 2$.

528. On *nomme extrêmes* le 1^er^ et le 4^e^ terme d'une proportion ; le 2^e^ et le 3^e^ se nomment *moyens*.

529. La SOMME *des extrêmes d'une proportion par différence* égale la somme des moyens.

Soit $9 . 6 : 5 . 2$, on a $9 + 2 = 6 + 5$.

DÉMONSTRATION. Si l'on a $9 - 6 = 5 - 2$, et qu'on augmente chaque rapport de la somme $6 + 2$ des conséquents, l'égalité ne sera pas changée (59, 5°), on aura $9 - 6 + 6 + 2 = 5 - 2 + 6 + 2$.

Or dans le 1^er^ membre de l'égalité -6 et $+6$ se détruisent, et dans le 2^e^ membre -2 et $+2$ se détruisent également.

Il reste donc $9 + 2 = 5 + 6$.

Mais $9 + 2$ sont les deux extrêmes, $5 + 6$ sont les deux moyens ; donc (529).

530. Un *extrême, dans une équidifférence, égale* la somme des deux moyens moins l'extrême connu.

Soit la proportion $x . 6 : 5 . 2$, on a (529) $x + 2 = 6 + 5$;
Retranchant 2 dans chaque membre, il reste $x = 6 + 5 - 2 = 9$.

531. Un *moyen, dans une équidifférence, égale* la somme des extrêmes, moins le moyen connu.

Soit $9 . x : 5 . 2$, on a (529) $x + 5 = 9 + 2$;
Retranchant 5 dans chaque membre, il reste $x = 9 + 2 - 5 = 6$.

532. On *nomme équidifférence continue* celle dont les moyens sont égaux. $8 . 6 : 6 . 4$. On l'écrit $\div 8 . 6 . 4$, qu'on lit 8 est à 6 comme 6 est à 4.

533. On *nomme moyen différentiel* celui qui est le même dans les deux rapports. $8 . 6 : 6 . 4$.

534. Un *moyen différentiel égale* la somme des deux extrêmes divisée par 2.

Soit $8 . x : x . 4$, où les moyens sont égaux,
On a $x + x = 8 + 4$, ou $2x = 8 + 4$.
Or x vaut moitié moins ; donc $x = (8 + 4) : 2 = 6$.

Exercices. Trouver le terme inconnu des équidifférences qui suivent.

Si $9 . 6 : 17 . x$, $x = 14$	Si $17 . x : x . 14$, $x = 15\frac{1}{2}$
$7 . 4 : 12 . x$, $x = 9$	$x . 7 : 4 . x$, $x = 5\frac{1}{2}$
$8 . 3 : 7 . x$, $x = 2$	$\frac{3}{7} . \frac{2}{3} : \frac{4}{8} . x$, $x = \frac{31}{42}$
$16 . 9 : 12 . x$, $x = 5$	$0,5 . \frac{3}{4} : 0,45 . x$, $x = 0,70$
$19 . 40 : 17 . x$, $x = 38$	$\frac{8}{9} . \frac{6}{7} : \frac{7}{11} . x$, $x = \frac{419}{693}$
$x . 9 : 12 . 7$, $x = 14$	$0,9 . 0,49 : x . \frac{5}{6}$, $x = 1\frac{73}{300}$
$x . 17 : 16 . 13$, $x = 20$	
$x . 70 : 50 . 49$, $x = 71$	
$18 . x : 8 . 7$, $x = 17$	
$7 . 8 : x . 9$, $x = 8$	
$8 . 5 : x . 7$, $x = 10$	
$43 . x : 49 . 8$, $x = 2$	
$6 . x : x . 8$, $x = 7$	
$8 . x : x . 9$, $x = 8,5$	
$14 . x : x . 7$, $x = 10\frac{1}{2}$	

PROPORTIONS PAR QUOTIENT.

535. Une *proportion par quotient* est la réunion de deux rapports par quotient égaux. $12 : 6 = 8 : 4$, ou de deux fractions égales $\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$.

536. Une *proportion par quotient s'indique* par quatre points : : ; on les énonce *comme* ou *égale*. $12 : 6 :: 8 : 4$. On lit : 12 *est à* 6 *comme* 6 *est à* 4.

537. Le *produit des extrêmes d'une proportion par quotient égale* le produit des moyens.

Soit la proportion $12 : 6 :: 8 : 4$, on a $12 \times 4 = 6 \times 8$.

Démonstration. Puisque la proportion est formée de deux fractions égales, on peut écrire $\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$.

Réduisant les deux fractions au même dénominateur, on a

$$\frac{12 \times 4}{6 \times 4} = \frac{8 \times 6}{4 \times 6}.$$

Les fractions étant encore égales, elles resteront égales si on les multiplie par un même nombre en supprimant les dénominateurs semblables.

Il reste $12 \times 4 = 8 \times 6$; mais 12 et 4 sont les extrêmes, 8 et 6 sont les moyens; donc (537).

538. Un *extrême égale* le produit des moyens divisé par l'extrême connu.

DÉMONSTRATION. Soit $x : 6 :: 8 : 4$, on a (537) $x \times 4 = 6 \times 8$; divisant chaque membre par 4, on a $x = \frac{6 \times 8}{4} = 12$.

539. Un *moyen égale* le produit des extrêmes divisé par le moyen connu.

DÉMONSTRATION. Soit $12 : x :: 8 : 4$, on a (537) $x \times 8 = 12 \times 4$; divisant chaque membre par 8, on a $x = \frac{12 \times 4}{8} = 6$.

540. Une *proportion continue* est celle dont les moyens ou les extrêmes sont égaux. $9 : 6 :: 6 : 4$. On l'écrit $\div 9 : 6 : 4$, qu'on lit 9 *est à* 6 *comme* 6 *est à* 4.

541. On *nomme moyen proportionnel* celui qui est le même dans les deux rapports.

542. Un *moyen proportionnel égale* la racine carrée du produit des extrêmes.

Soit $3 : x :: x : 27$, on a $x \times x$, ou $x^2 = 3 \times 27$, et $x = \sqrt{3 \times 27} = 9$.

543. Si *le produit de deux nombres égale celui de deux autres*, les quatre termes pourront former une proportion; il suffira de prendre pour *extrêmes* les facteurs d'un même produit, et pour *moyens* les facteurs de l'autre produit. Soit $12 \times 4 = 6 \times 8$, on aura $12 : 6 :: 8 : 4$.

544. On *peut écrire la même proportion* de huit manières différentes; il suffit de placer les termes de façon que le produit des extrêmes égale celui des moyens.

Ainsi donne	$8 : 4 :: 6 : 3$	$4 : 3 :: 8 : 6$
	$8 : 6 :: 4 : 3$	$4 : 8 :: 3 : 6$
	$3 : 6 :: 4 : 8$	$6 : 3 :: 8 : 4$
	$3 : 4 :: 6 : 8$	$6 : 8 :: 3 : 4$

545. Si *l'on échange les moyens entre eux*, il y a encore proportion.

546. Si *l'on échange les extrêmes entre eux*, il y a encore proportion.

547. Si *l'on échange les antécédents et les conséquents*, il y a encore proportion.

548. Si *l'on multiplie ou si l'on divise les quatre termes* d'une proportion par un même nombre, il y a encore proportion.

549. Si *l'on multiplie ou si l'on divise seulement les antécédents* ou seulement les conséquents par un même nombre, il y a encore proportion.

450. Si *l'on multiplie ou si l'on divise une proportion par une autre*, terme par terme, les résultats seront en proportion.

DÉMONSTRATION. Soit les deux proportions $8:4::6:3$, $7:14::5:10$, à multiplier terme à terme, je dis qu'on a $8\times7:4\times14::6\times5:3\times10$.

En effet, 1° si on les écrit $\frac{8}{4}=\frac{6}{3}$, $\frac{7}{14}=\frac{5}{10}$, et qu'on multiplie la 1re par la 3e, il faut aussi, pour conserver l'égalité, multiplier la 2e par une quantité égale telle que $\frac{5}{10}$,

Ce qui donne $\frac{8}{4}\times\frac{7}{14}=\frac{6}{3}\times\frac{5}{10}$, ou $\frac{8\times7}{4\times14}=\frac{6\times5}{3\times10}$.

Or deux fractions égales forment une proportion.

On a donc $8\times7:4\times14::6\times5:3\times10$.

2° Si l'on divise la 1re par la 3e, il faut aussi, pour conserver l'égalité, diviser la 2e par une quantité égale telle que $\frac{5}{10}$,

Ce qui donne $\frac{8}{4}:\frac{7}{14}=\frac{6}{3}:\frac{5}{10}$, ou $\frac{8}{4}:\frac{7}{14}::\frac{6}{3}:\frac{5}{10}$.

551. Les puissances et les racines des termes d'une proportion sont aussi en proportion.

$8\times8:4\times4::6\times6:3\times3 \quad =8^2:4^2::6^2:3^2$

Et la dernière, multipliée par la précédente, $=8^3:4^3::6^3:3^3$

De même $\sqrt{8}:\sqrt{4}::\sqrt{6}:\sqrt{3}$, car $\frac{8}{4}=\frac{6}{3}$;

Donc $\sqrt{\frac{8}{4}}=\sqrt{\frac{6}{3}}$, ou $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$,

Ou enfin $\sqrt{8}:\sqrt{4}::\sqrt{6}:\sqrt{3}$.

552. La *somme ou la différence des deux premiers termes est au 2e comme la somme des deux derniers est au 4e.*

DÉMONSTRATION. Soit $8:4::6:3$, je dis que $8+4:4::6+3:3$, ou $12:4::9:3$, ou $\frac{12}{4}=\frac{9}{3}$; or ces deux fractions sont égales; donc (552).

On a de même $8-4:4::6-3:3$, ou $4:4::3:3$.

553. La *somme ou la différence des deux premiers termes est au 1er comme la somme ou la différence des deux derniers est au 3e.*

DÉMONSTRATION semblable à la précédente.

554. La *somme des antécédents est à la somme des conséquents comme un antécédent est à son conséquent.* Il en est de même de la différence.

DÉMONSTRATION. Soit $8:4::6:3$, je dis que $8+6:4+3::8:4$, ou $14:7::8:4$, ou $\frac{14}{7}=\frac{8}{4}$; or (359) ces deux fractions sont égales; donc (554).

555. La *somme des antécédents est à leur différence comme la somme des conséquents est à leur différence.*

Démonstration. Soit $8:4::6:3$, je dis que $8+6:8-6::4+3:4-3$, ou $14:2::7:1$, ou $\frac{14}{2}=\frac{7}{1}$; or (359) ces deux fractions sont égales; donc (555).

556. Si *deux proportions ont les mêmes antécédents ou les mêmes conséquents, les quatre autres termes forment une proportion.*

Soit $5:15::7:21$ et $5:10::7:14$, je dis qu'on a $15:21::10:14$.

En effet, en transposant les moyens dans les deux proportions, on a $5:7::15:21$ et $5:7::10:14$, ou $\frac{5}{7}=\frac{15}{21}$ et $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}$; donc les quatre fractions sont égales; donc....

Exercices. Mettre en proportion les fractions suivantes.

$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$	ou $3:4::6:8$	$\frac{35}{45}=\frac{7}{9}$	ou $35:45::7:9$
$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$	$2:3::6:9$	$\frac{32}{48}=\frac{8}{12}$	$32:48::8:12$
$\frac{2}{7}=\frac{6}{21}$	$2:7::6:21$	$\frac{30}{42}=\frac{5}{7}$	$30:42::5:7$
$\frac{4}{9}=\frac{20}{45}$	$4:9::20:45$	$\frac{52}{12}=\frac{13}{3}$	$52:12::13:3$
$\frac{6}{7}=\frac{18}{21}$	$6:7::18:21$	$\frac{98}{63}=\frac{14}{9}$	$98:63::14:9$

Ecrire sous ses formes différentes la proportion $8:12::6:9$.

$8:12::6:9$	$9:6::12:8$	$6:9::8:12$	$12:8::9:6$
$8:6::12:9$	$9:12::6:8$	$6:8::9:12$	$12:9::8:6$

Trouver le terme inconnu des proportions suivantes.

Si $9:12::6:x,\ x=8$	Si $x:7::9:8,\ x=7{,}875$
$6:9::8:x,\ x=12$	$x:4::5:7,\ x=2\frac{6}{7}$
$6:18::9:x,\ x=27$	$8:3::x:9,\ x=24$
$15:5::9:x,\ x=3$	$9:6::x:7,\ x=10{,}5$
$4:7::x:21,\ x=12$	$13:x::78:9,\ x=1{,}5$
$9:7::x:21,\ x=27$	$78:89::56:x,\ x=63\frac{35}{39}$
$8:17::x:51,\ x=24$	$17:51::9:x,\ x=27$
$5:x::9:18,\ x=10$	$x:65::13:52,\ x=16\frac{13}{52}$
$7:x::49:42,\ x=6$	
$9:x::19:171,\ x=81$	
$x:37::9:11,\ x=\frac{3}{11}$	
$x:7::8:14,\ x=4$	

Si $4:x::x:16,\ x=8$	Si $75:15::60:x,\ x=12$
$8:x::x:18,\ x=12$	$12:36{,}6::30:x,\ x=91{,}5$
$9:x::x:64,\ x=24$	$x:150::130:65,\ x=300$
$4:x::x:81,\ x=18$	$340:68::3740:x,\ x=748$
$9:x::x:36,\ x=18$	$1{,}92:24::x:100,\ x=8$
$x:16::49:x,\ x=28$	$287:41::x:31,\ x=217$
$x:25::36:x,\ x=30$	$1389:463::x:162,\ x=486$
$x:49::9:x,\ x=21$	$44:264::58:x,\ x=348$
$27:x::x:12,\ x=18$	$x:100::750:8,\ x=9375$
$x:96::216:3,\ x=144$	$x:1{,}5::3:12,\ x=0{,}375$

Si $18 : \frac{2}{3} :: x : \frac{4}{6}$,	$x = 18$	Si $\frac{7}{8} : \frac{5}{9} :: x : \frac{3}{7}$,	$x = \frac{27}{40}$
$\frac{6}{7} : \frac{3}{5} :: 8 : x$,	$x = 5\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5} : \frac{5}{6} :: 3\frac{3}{7} : x$,	$x = 7\frac{1}{7}$
$\frac{2}{7} : \frac{5}{8} :: \frac{6}{5} : x$,	$x = 1\frac{23}{40}$	$x : \frac{5}{8} :: 5\frac{5}{7} : 8$,	$x = \frac{25}{56}$
$2\frac{3}{4} : 8\frac{1}{2} :: x : 6$,	$x = 1\frac{16}{17}$	$x : 9{,}4 :: \frac{3}{4} : \frac{3}{5}$,	$x = 11{,}75$
$\frac{15}{12} : \frac{5}{6} :: \frac{18}{10} : x$,	$x = 1\frac{1}{5}$	$3{,}75 : 22{,}5 :: \frac{7}{8} : x$,	$x = 5{,}25$

Si $3 \times x : 7 \times 8 :: 9 \times 8 : 21$,	$x = 64$
$8 \times x : 12 :: 6 : 4$,	$x = 2{,}25$
$3 \times 9 : 9 :: 16 \times 48 : x$,	$x = 256$
$9 \times 0{,}5 : 3 :: x \times 0{,}75 : 6$,	$x = 12$
$6 \times 36 \times 15 : 450 :: 18 \times 12 \times 18 : x$,	$x = 540$
$18 \times 8 \times 14 : 136 :: 36 \times 7 \times 14 : x$,	$x = 238$
$x \times 0{,}75 : 1 :: 24 \times 15 : 8$,	$x = 60$
$136 : 6 \times 12 \times 12 :: x : 9 \times 10 \times 15$,	$x = 212{,}5$
$450 : 24 \times 12 \times 15 :: 150 : 8 \times x \times 10$,	$x = 18$
$50 \times 8 \times 15 : 1800 :: 34 \times 18 \times x : 2937{,}5$,	$x = 16$
$75 \times 30 \times 6 : 15 \times 60 :: 40 \times 15 : 20 \times x$,	$x = 2$
$8 + 9 : 15 - 7 :: 3 \times 17 : x$,	$x = 24$

APPLICATION DES PROPORTIONS.

Rapports simples et directs.

337. Les *proportions servent* à résoudre la plupart des problèmes qu'on résout par la méthode de l'unité. Les rapports s'établissent de la manière suivante.

EXEMPLE. Si 789 lit. de vin coûtent 710 fr. 10, 87 lit. coûteront

SOLUTION. 789 lit. : 87 lit. :: 710 fr. 10 : x fr.; $x = \frac{87 \times 710 \text{ f. } 10}{789}$ = 78 fr. 30.

PROBLÈMES.

Si pour 10 fr. 30 on a un mille de plumes, pour 72 fr. 10 *on en aura* 7 000.

Si un ouvrier gagne 15 fr. par semaine, en 54 jours *il gagnera* 135 fr.

Un ouvrier reçoit 85 fr. pour 34 jours de travail; *s'il avait travaillé 9 jours de plus, il recevrait* 107 fr. 50.

Si une fontaine donne 28 lit. en 3 min., et qu'une autre fournisse 24 lit. en 2′ 20″, *quelle est la plus abondante?* Rép. *La dernière donne par seconde* $\frac{1}{63}$ de lit. de plus.

Un ouvrage occupe 12 ouvriers depuis 7 jours, et il n'est qu'au tiers, *combien faut-il joindre d'ouvriers aux premiers pour finir l'ouvrage dans 6 jours?* 28 ouvriers.

On promet une récompense à un ouvrier s'il fait 148 mèt. d'ouvrage en 18 jours; après 12 jours de travail, il lui reste 49 mètres un tiers à faire, il demande *s'il aura terminé à propos.* Exactement.

Si un ouvrier fait 39 mèt. 27 en 18 jours trois quarts, et qu'un autre fasse 13 m. 09 du même ouvrage en 5 j. et demi, *quel est le plus actif?* Le second.

Une coupe de bois coûte 5748 fr. 50; si on la cède à 2 % de bénéfice, *on gagne* 114 fr. 97.

Un soldat devait faire 96 lieues en 12 jours; mais, étant resté deux jours de plus chez ses parents, de combien devra-t-il augmenter sa marche pour arriver au régiment le jour prescrit? *Il devra faire 9,6 lieues par jour.*

Rapports simples et inverses.

Si 45 ouvriers emploient 72 jours à faire un ouvrage, 36 *ouvriers mettront* 90 jours.

S'il faut 18 jours à 54 ouvriers, 48 *mettront* 20 jours un quart.

Un bassin a trois ouvertures égales par lesquelles il se vide en 12 heures; *avec deux ouvertures seulement il se viderait en* 18 heures.

Rapports composés.

Si 8 ouvriers en 6 jours et 10 heures par jour font 250 mètres, combien de jours faudra-t-il à 12 ouvriers pour faire 350 mèt., *s'ils ne travaillent que* 8 *heures par jour? Il faudra* 7 jours.

Si une muraille de 48 mèt. de longueur, 3 de hauteur et 0 mèt. 72 d'épaisseur a nécessité l'emploi de 18 ouvriers pendant 12 jours et 8 heures par jour, combien faudra-t-il d'ouvriers pendant 8 jours et 9 heures par jour pour faire un semblable ouvrage de 36 mèt. de longueur, 2 mèt. 4 de hauteur, et 0 mèt. 6 d'épaisseur? *Il faudra* 12 ouvriers.

Pour creuser un canal de 12960 mèt. de longueur, 13 mèt. 4 d'ouverture, et 10 mèt. 6 au fond, ayant 2 mèt. de profondeur, il a fallu 720 ouvriers pendant 216 jours et 8 heures par jour, il reste encore 4320 mèt. à creuser; mais on ne veut donner à cette partie que 10 mèt. 4 d'ouverture et 7 mèt. 6 au fond sur 1 mèt. 8 de profondeur. Si l'on veut que l'ouvrage soit achevé en 162 jours en y travaillant 12 heures par jour, et que le terrain offre une difficulté double du premier, *combien faudra-t-il d'ouvriers?* Rép. 288 ouvriers.

Si 6 hommes font 90 mèt. en 8 jours, pour faire 270 mèt. en 12 jours, *il faudra* 12 hommes.

Si 90 mèt. emploient 6 hommes pendant 8 jours, 12 hommes en 12 jours *feront* 270 mèt.

S'il faut 8 jours à 6 hommes pour faire 90 mèt., *combien faudra-t-il de jours à 12 hommes pour en faire* 270 *mèt.?* Rép. 12 jours.

Si l'on paie 24 fr. pour le transport de 3 myriagr. de marchandises à 8 kilom., *combien de marchandises ferait-on transporter à* 6 *kil. pour* 22 fr. 20 ? Rép. 37 kil.

Si 9 hommes en 6 jours font 216 mèt., *combien faudra-t-il d'hommes pour faire* 144 *mèt. en* 3 *jours?* Rép. 12 hommes.

Si 6 hommes font 216 mèt. en 9 jours, *combien faudra-t-il d'hommes pour faire* 144 *mèt. dans le même temps?* Rép. 4 hommes.

Intérêt.

Formule générale. $c \times t : C \times T :: i : I$.

Trouver l'intérêt I dans les problèmes suivants.

I de 1780 fr. placés à 5 % pendant 1 an	= 49 fr.	
I de 1500 fr. placés à 6 % pendant 8 mois	= 60	
I de 4800 fr. placés à 4,5 % pendant 7 mois 10 jours	= 132	
I de 2136 fr. placés à 5 % pendant 5 mois 24 jours	= 51	62

Trouver le capital C dans les problèmes suivants.

C qui a 4 fr. 5 % a produit 602 fr. d'intérêt en 1 an	= 13400 fr.
C qui à 5 % a produit 178 fr. d'intérêt en 1 an	= 3560

Trouver le temps T.

T pour retirer 900 fr. d'intérêt de 9000 fr. à 5 %	= 2 ans.
T pour retirer 3750 fr. de pareille somme à 5 %	= 20

Trouver le taux *i*.

i de 890 fr. qui ont produit 267 fr. en 5 ans	= 6 %
de 8000 fr. qui sont devenus 8720 fr. en 2 ans	= 4 1/2 %
C et I de 876 fr. placés à 4 fr. 5 % pendant 7 ans	= 1151 f. 94

Si 15240 fr. sont le capital et l'intérêt d'une somme placée pendant 6 ans à 4 fr. 50 %, *ce capital est* 12000 fr.

Solution. $100 + (4{,}5 \times 6) : 15\,240 :: 100 : x$.

Si 11560 fr. produisent 578 fr. d'intérêt, et que 675 fr. soient la rente de 15000 fr., quel est le placement le plus avantageux ? Rép. *La* 1re *somme est placée à* 5 %, *et la* 2e *à* 4 fr. 50 %.

Si l'on paie 780 fr. 8 mois après le terme fixé, et que l'intérêt du retard soit de 1/2 % par mois, *il est dû au total* 811 fr. 20.

Un homme doit 1650 fr. payables dans un an; il peut se libérer partiellement, et les intérêts de 6 % diminueront en proportion des sommes qu'il versera.

Si le 1er janvier il paie	100 fr.		
Le 15 mars	200	pour 2 mois 1/2 ou	500 fr. pour 1 m.
Le 1er juillet	300	pour 6 m.	1800
Le 15 septembre	450	pour 8 m. 1/2	3825
Le 1er novembre	250	pour 10 m.	2500
Le 31 déc., il devra	350	p. 12 m.	4200
Ce qui donne			12825 fr.
Intérêt de cette somme			64 fr. 125 p. 1 m.
Capital restant dû			350
Total à payer au 31 déc.			414 f. 125

Intérêt composé.

L'intérêt composé de 6 000 à 5 % pendant 3 ans = 945 fr. 75.

Pour recevoir 244 fr. 80 d'intérêt composé d'un capital placé à 4 % pendant 2 ans, il faudrait placer 3000 fr.

Rente.

Si l'on emploie 3 836 fr. 56 en achat de rente 5 %, et qu'on veuille en retirer 176 fr. 80, *il faudra acheter au cours de* 108 fr. 50.

Si l'on place 10000 fr. à 5 %, au lieu d'acheter de la rente 3 % au cours de 63 fr. 60, *on gagne* 28 fr. 30 d'intérêt.

Escompte.

Si un effet de 832 fr. 10 représente le principal et l'intérêt d'une somme prêtée à 6 % pour un an, *cette somme est* 785 fr.

SOLUTION. 106 : 832 fr. 10 :: 100 : x.

Une somme de 630 fr. est payable dans 90 jours; si l'on paie comptant, la remise est de 1/2 % par mois; alors *il ne resterait à payer que* 620 fr. 55.

Si une marchandise vaut au comptant 7 fr. 50, et qu'on accorde un an de crédit, en supposant l'escompte à 6 %, *on devra vendre* 7 fr. 95.

On fait un achat à un an de crédit ou 4 % d'escompte au comptant; on paie comptant 921 fr. 60. *Quel est le montant de l'achat?* Rép. 960 fr.

SOLUTION. 96 : 921 fr. 60 : : 100 : x.

On doit 960 fr. payables dans 1 an; au bout de 4 mois on peut se libérer pour 934 fr. 40; *le taux de l'escompte est donc de* 4 fr.

SOLUTION. 960 fr. — 934 fr. 40 = 25 fr. 60 d'escompte pour 8 mois, et 960 $\times$ 8 : 100 $\times$ 12 : : 25 fr. 60 : x.

Si l'on reçoit 588 fr. en échange d'un billet de 600 fr. à 3 mois, *l'escompte est de* 8 %.

SOLUTION. C $\times$ T : $c \times t$: : E : e, ou 600 $\times$ 3 : 100 $\times$ 12 : : 12 : x.

On doit 960 fr. payables en termes égaux de 3 en 3 mois ; pour se liquider en un seul paiement, *on devrait payer au bout de* 7 mois et demi.

Solution. 960 : 4 = 240 fr. par paiement, et 240 fr. à 3, 6, 9 et 12 mois, ou 960 fr. : 30 = x.

Le 31 décembre on souscrit quatre billets, savoir : un de 360 fr. au 1er janvier suivant, un de 480 fr. au 1er avril, un de 720 fr. au 1er juin, et le quatrième de 960 fr. au 1er septembre de la même année ; si l'on veut les réunir en un seul, *quelle doit en être l'échéance?* Rép. A 5 mois 10 jours.

On doit 320 fr. dans 6 mois ; 2 mois après on paie 100 fr., 2 autres mois après 120 fr. ; *de combien peut-on retarder le paiement du reste?* Rép. De 6 mois 12 jours.

Répartition de gain et de perte.

Trois ouvriers ont fauché en commun dans l'espace de 3 jours, et à 14 heures par jour, 3 hectares 60 ares de pré pour 36 fr. ; le 1er a perdu 6 heures de travail et le 2e 12 ; *chacun recevra, savoir :* le 1er 12, le 2e 10, et le 3e 14 fr.

Quatre marchands ont à partager 4720 fr. :

Le 1er a payé 490 fr., *il recevra*	1150 fr.
Le 2e a payé 740 fr., *il recevra*	1400
Le 3e a payé 850 fr., *il recevra*	1510
Le 4e a reçu 500 fr., *il recevra*	160
	4220
	+ 500
	= 4720

Trois marchands ont gagné ensemble 1449 fr. 92 :

Le 1er a mis 75 m. 8 de drap à 15 fr., *il aura*	568 f.	50
Le 2e a mis 41 485 décag. de laine à 2 f. 40 le kil., *il aura*	497	82
Le 3e a mis 774 mèt. de toile à 2 f. 80 le mèt., *il aura*	383	60
	1449	92

Une compagnie de 120 soldats, 2 capitaines, 1 lieutenant, 2 sous-lieutenants et 12 sous-officiers, a fait en pays ennemi une prise estimée 77 760 fr. ; chaque capitaine devra avoir le double du lieutenant, le lieutenant le double d'un sous-lieutenant, chaque sous-lieutenant le double d'un sous-officier, et chaque sous-officier le double de chaque soldat ; *déterminer ce qui revient à chacun.* Chaque capitaine aura 6 480 fr., le lieutenant 3 240 fr., chaque sous-lieutenant 1 620 fr., chaque sous-officier 810 fr., et chaque soldat 405 fr.

PROGRESSIONS.

558. Une *progression* est une proportion continue. $\div 8 . 6 . 4 . 2$, $\div 3 . 5 . 7 . 9$.

559. On *nomme progression croissante* celle dont les termes augmentent, et *progression décroissante* celle dont les termes diminuent.

560. Il *y a deux sortes de progressions*, les progressions par *différence* et les progressions par *quotient*.

561. On *nomme raison différentielle* la différence de deux nombres consécutifs. $\div 3 . 5 . 7 . 9 . 11$ a pour raison 2.

562. On *nomme raison proportionnelle* le résultat de la division de deux termes consécutifs. $\div\div 48 : 24 : 12 : 6 : 3$ a pour raison 2.

PROGRESSIONS PAR DIFFÉRENCE.

563. Une *progression par différence* est une équi-différence continue. $\div 1 . 3 . 5 . 7 . 9$.

564. On *considère dans toute progression* le premier terme, le dernier et la raison, le nombre et la somme des termes. On les représente par les initiales de ces mots.

565. Tout *terme d'une progression par différence égale* le 1er, + autant de fois la raison qu'il y a de termes — 1.

Formule. $d = p + r \times (n - 1)$.

DÉMONSTRATION. Le 2e = le 1er $+ r$, le 3e = le 1er $+ 2r$, etc.

566. On *peut considérer une progression décroissante* comme une progression croissante en prenant le dernier terme pour le premier.

567. Le *premier terme* $p = d - r \times (n - 1)$.

DÉMONSTRATION. Puisque (365) $d = p + r \times (n - 1)$, on a, en transposant, $p = d - r \times (n - 1)$.

568. Le *dernier terme* $d = p + r \times (n - 1)$. (565.)

569. La *raison* $r=(d-p):(n-1)$.

Démonstration. Puisque (365) $d=p+r\times(n-1)$, on a, en transposant, $r=(d-p):(n-1)$.

570. Le *nombre* $n=1+(d-p):r$.

Démonstration. Puisque (365) $d=p+r\times(n-1)$, on trouve, en transposant, $n=1+(d-p):r$.

571. La *somme* $s=(p+d)\times(n:2)$.

Démonstration. Puisque la somme des extrêmes égale celle des moyens, la somme de deux termes équidistants est égale, et la somme de tous les termes se compose d'une même somme répétée autant de fois qu'il y a de termes équidistants pris deux à deux.

572. Pour *insérer un nombre quelconque de moyens différentiels* entre deux termes, on cherche la raison de la progression.

Exemple. Soit à insérer 4 moyens différentiels entre 7 et 22, on trouve la raison par la formule du n° 569, $r=(d-p):(n-1)$. Or $n-1=5$, car la progression doit avoir 6 termes. On a donc $r=(22-7):5=3$, et la progression est $\div 7.10.13.16.19.22.$

573. On *forme à l'aide des équations* 20 *formules* au moyen desquelles, connaissant 3 des 5 éléments d'une progression, on trouve les 2 autres.

Formules.

$$p=\begin{cases} d-r\times(n-1) \\ \dfrac{2s-d\times n}{n} \\ \dfrac{2s-rn\times(n-1)}{2n} \\ \dfrac{r\pm\sqrt{(2d+r)^2-8rs}}{2} \end{cases} \qquad r=\begin{cases} \dfrac{d-p}{n-1} \\ \dfrac{d^2-p^2}{2s-p-d} \\ \dfrac{2s-2pn}{n(n-1)} \\ \dfrac{2dn-2s}{n(n-1)} \end{cases}$$

$$d=\begin{cases} p+r(n-1) \\ \dfrac{2s-pn}{n} \\ \dfrac{2s+rn(n-1)}{2n} \\ \dfrac{-r\pm\sqrt{(2p-r)^2+8rs}}{2} \end{cases} \qquad s=\begin{cases} \dfrac{(p+d)\times n}{2} \\ \dfrac{p+d)\times(d-p+r)}{2} \\ \dfrac{2pn+rn(n-1)}{2} \\ \dfrac{2dn-rn(n-1)}{2} \end{cases}$$

$$n=\begin{cases} 1+\dfrac{d-p}{r} \\ \dfrac{2s}{p+d} \\ \dfrac{r-2p\pm\sqrt{(2p-r)^2+8rs}}{2r} \\ \dfrac{2d+r\pm\sqrt{(2d+r)^2-8rs}}{2r} \end{cases}$$

Exercices.

Trouver la raison.		Trouver le dernier.		
Dans la prog. $\div 1.2.3.4$,	$r=1$	$\div 2.5.8$ a pour	20ᵉ terme	59
$\div 1.3.5.7$,	$r=2$	$\div 3.5.7$	18ᵉ	37
$\div 2.5.8.11$,	$r=3$	$\div 5.9.13$	29ᵉ	117
$\div 20.17.14$,	$r=3$	$\div 8.13.18$	68ᵉ	343
$\div \frac{3}{5}.1\frac{5}{12}$,	$r=\frac{2}{3}$	$\div 1.1\frac{1}{5}$	9ᵉ	6
$\div \frac{7}{8}.\frac{8}{9}$,	$r=\frac{1}{72}$	$\div 6.6\frac{5}{8}$	9ᵉ	11
		$\div 11.11\frac{5}{8}$	9ᵉ	16

Trouver la somme

S des 20 1ᵉʳˢ termes de	$\div 2.5.8$	$=610$
18	$\div 3.5.7$	$=360$
29	$\div 5.9.13$	$=1769$
68	$\div 8.13.18$	$=11935$

Insérer un nombre donné de moyens différentiels entre deux nombres.

Soit 18 moyens entre	2 et	78, on aura	$r=4$
9	8	68,	$r=6$
8	3	39,	$r=4$
7	2	67,	$r=8,5$

Soit $p=2$, $r=3$ et $d=158$,	$n=53$	et $s=4240$
$n=9$, $r=2$ et $d=25$,	$p=9$	$s=163$
$r=3$, $n=14$ et $s=287$,	$p=1$	$d=40$
$n=11$, $d=17$ et $s=104,5$,	$r=1,5$	$p=2$
$r=1\frac{1}{4}$, $n=13$ et $s=136\frac{1}{2}$,	$d=18$	$p=3$
$p=4$, $d=89$ et $r=5$,	$n=18$	$s=837$
$p=7$, le 2ᵉ 11 et $d=59$,	$r=4$	$n=14$
$s=15400$, $d=262$ et $n=88$,	$p=88$	$r=2$
$r=3$, $n=17$ et $d=13$,	$s=629$	$p=64$

Applications.

Un puits de 24 mèt. doit coûter 2 fr. du 1er mèt., 3 fr. du 2e, 4 fr. du 3e, et ainsi de suite en augmentant de 1 fr. par mètre; *il coûtera au total* 324 fr.

Une citerne a été creusée pour 357 fr.; le 1er mèt. a coûté 2 fr., le 2e 3 fr. 50, et ainsi de suite en augmentant de 1 fr. 50 par mètre. *Trouver la profondeur de la citerne?* Rép. 21 mètres.

Un voiturier doit déposer sur une route 75 mèt. de cailloux également espacés sur une longueur de 296 mèt.; la carrière est à 1 kilom. du lieu où doit être déposé le 1er mètre. *Quel est le nombre de mètres à parcourir?* Rép. 172 200 mètres.

Pour couvrir un pavillon, il faut 4 ardoises au sommet, 8 au 2e rang, 12 au 3e, etc.; s'il doit y en avoir 40 rangs, *il faut* 3280 ardoises.

Un jeune homme s'offre pour faire un voyage de 36 myriam. 5 kil., aller et retour, et demande pour le 1er kilom. 1 cent., pour le 2e 3, et ainsi en augmentant de 2 cent. par kilom.; si la proposition était acceptée, *quelle somme toucherait-il?* Rép. 1 332 fr. 25.

PROGRESSIONS PAR QUOTIENT.

374. Une *progression par quotient* est une proportion par quotient continue. $\dot{::}$ 2 : 6 : 18 : 54.

375. Tout *terme d'une progression par quotient égale* le 1er multiplié par la raison élevée à la puissance marquée par le nombre des termes moins un.

Formule. $d = p \times r^{n-1}$.

DÉMONSTRATION. Le 2e = le 1er $\times r$, le 3e = le 1er $\times (r \times r)$, ou 3×3^2, ou 18, etc.

376. Le 1er terme $p = d : r^{n-1}$.

DÉMONSTRATION. Puisque $d = p \times r^{n-1}$, on a, en transposant, $p = d : r^{n-1}$.

377. Le *dernier terme* $d = p \times r^{n-1}$. (375.)

378. La *raison* $r = \sqrt[n-1]{\dfrac{d}{p}}$.

DÉMONSTRATION. En transposant la formule du n° 375.

379. Le *nombre* $n = 1 + (\log. d - \log. p) : \log. r$.

380. La *somme* $s = (d \times r - p) : (r - 1)$.

DÉMONSTRATION. Soit $\dot{::}$ 2 : 6 : 18 : 54 : 162, on a

$$s = \frac{(162 \times 3) - 2}{3 - 1} = 242.$$

En effet, en multipliant par la raison 3 les termes de la progression donnée $a \quad \div 2 : 6 : 18 : 54 : 162 \ldots$
on a $3a \quad \div 6 : 18 : 54 : 162 : 486 \ldots$ ou 3 fois la 1re
donc $2a = -2 \qquad + 486 \ldots$ ou $a = 486 - 2$
et $a = \dfrac{486 - 2}{2} = 242.$

Mais $486 - 2 =$ le dernier $162 \times$ par la raison 3, et le diviseur 2 est le 1er terme; donc (580.)

581. Pour *insérer un nombre quelconque des moyens proportionnels* entre deux nombres, on cherche la raison de la progression.

Exemple. Soit à insérer 5 moyens proportionnels entre 2 et 1458, on a $r = \sqrt[6]{1458 : 2} = 3$, et la progression est $\div 2:6:18:54:162:486:1458$.

Formules.

$$p = \begin{cases} d : r^{n-1} \\ d \times r + s - s \times r \\ \dfrac{s \times (r-1)}{r^n - 1} \end{cases} \qquad r = \begin{cases} \sqrt[n-1]{\dfrac{d}{p}} \\ \dfrac{s-p}{s-d} \end{cases}$$

$$n = 1 + (\log.d - \log.p) : \log.r$$

$$d = \begin{cases} p \times r^{n-1} \\ \dfrac{sr - s + p}{r} \end{cases} \qquad s = \begin{cases} \dfrac{dr - p}{r - 1} \\ \dfrac{pr^n - 1}{r - 1} \end{cases}$$

Exercices.

Trouver la raison.

Dans la prog. $\div 3 : 12 : 48$, $\quad r = 4$
$\div 1 : 2 : 4 : 8$, $\quad r = 2$
$\div 4 : 12 : 36$, $\quad r = 3$
$\div \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{3}{8}$, $\quad r = \frac{3}{4}$
$\div 5\frac{1}{2} : 16\frac{1}{2} : 49\frac{1}{2}$, $\quad r = 3$
$\div 2\frac{1}{9} : 1\frac{11}{27} : \frac{76}{91}$, $\quad r = \frac{2}{3}$
$\div 0{,}5 : 0{,}04 : 0{,}0032$, $\quad r = 0{,}08$

Trouver le dernier.

La pr. $\div\div$ 2 : 4 : 8 : . . .	a pour 9ᵉ terme	512
$\div\div$ 2 : 6 : 18 : . . .	7ᵉ	1 458
$\div\div$ 1 : 2 : 4 : . . .	64ᵉ	9 223 372 036 854 775 808
$\div\div$ 3 : 9 : 27 : . . .	12ᵉ	531 441
$\div\div$ 1458 : 486 : . . .	8ᵉ	$\frac{2}{3}$
$\div\div$ 2 : 6 : 18 : . . .	8ᵉ	4 374
$\div\div$ 3 : 12 : 48 : . . .	12ᵉ	12 582 912
$\div\div$ 2 : 7 : 24,5 : . .	7ᵉ	3 676,53

Trouver la somme.

S des 16 1ᵉʳˢ termes de $\div\div$ 6 : 48 : . . . = 224 694
S 15 $\div\div$ 4 : 12 : . . . = 28 697 812

Insérer un nombre donné de moyens proportionnels entre deux nombres.

Soit 7 moyens entre	2 et	512, on aura	$r = 2$
5	2	1 458,	$r = 3$
8	3	59 049,	$r = 3$
10	3	12 582 912,	$r = 4$

Soit $d = 324$, $r = 3$, $n = 5$, on aura	$p =$ 4
Si $d = 19\,683$, $r = 3$ et $s = 29\,523$, on a	$p =$ 3
Si $p = 5$, $r = 4$, le 8ᵉ ou	$d =$ 49 152
Si $r = 3$, $p = 5$ et $d = 972$,	$s =$ 1 456

Applications.

Un homme riche, mais ignorant et avare, voulant faire donner des leçons de mathématiques à son fils, s'adresse à un professeur qui lui demande une rétribution de 20 fr. par mois; l'avare trouvant cette somme trop élevée, le professeur propose de donner ses leçons pendant un an à 1 fr. pour le 1ᵉʳ mois, 2 fr. pour le 2ᵉ, 4 fr. pour le 3ᵉ, en doublant ainsi jusqu'au 12ᵉ mois. Séduit par l'apparence, le riche s'engage. *Trouver ce qui serait dû au professeur.* 4095 fr.

Si l'on vendait un cheval pour le prix du 24ᵉ clou, en comptant le 1ᵉʳ à 0 fr. 01, le 2ᵉ à 0 fr. 02, le 3ᵉ à 0 fr. 04, etc., *le cheval coûterait* 83 886 fr. 08.

Sessa, inventeur du jeu d'échecs, en ayant fait hommage au roi du pays, le prince en fut si satisfait, qu'il promit de donner au savant la récompense qu'il désirerait; celui-ci demanda 1 grain de blé pour la première case, 2 pour la 2ᵉ, 4 pour la 3ᵉ, en doublant ainsi jusqu'à la 64ᵉ et dernière case. *Trouver ce qui était dû, sachant que 1 litre contient environ 2 500 grains de blé, et comptant l'hectolitre à 10 fr.* Rép. 737 869 762 948 382 f. 0646.

582. Une *somme placée à intérêt composé, soit de 5 %, forme une progression par quotient,* dont le *premier* terme est 1 fr., plus l'intérêt de 1 fr. pour un an, ou 1 f. 05; la *raison,* 1 f. 05; le *dernier,* le capital, plus l'intérêt composé; le *nombre* des termes, le temps.

C et I composé de 4000, à 5 %, en 6 ans = 5360 f. 355.
C et I composé de 6 000, à 4 %, en 8 ans = 7 020

Pour que 8 000 f. devinssent 10 705 f. 80 en 5 ans, *il faudrait placer le capital à* 6 %.

La population de la France est de 34 millions, elle augmente chaque année de $\frac{5}{1000}$; si la progression continue pendant 100 ans, la population *sera alors de* 537 081 591.

Solution : p=34 millions; r=1,005 et d=la réponse.

LOGARITHMES.

583. Les logarithmes sont des nombres en progression par différence qui correspondent terme pour terme à d'autres nombres en progression par quotient :

Logar. ÷ 0 1 2 3 4 5 6 7
Nombr. ∺ 1 10 100 1 000 10 000 100.000 1 000000 10 000 000.

584. Les *logarithmes furent inventés par* Néper, baron écossais, qui les publia en 1628.

585. On trouve les log. des nombres entre 1 et 10, entre 10 et 100, etc., en insérant (572 et 581) entre deux termes consécutifs de chaque progression un assez grand nombre de moyens différentiels ou proportionnels. Parmi les moyens proportionnels insérés entre 1 et 10, on prend pour 2 celui qui approche le plus de ce nombre, et parmi les moyens différentiels, on prend pour logarithme de 2 celui qui correspond au moyen différentiel pris pour 2.

Soit à trouver le logarithme de 3 avec trois décimales, on a :
Log. de 1 = 0, et log. de 10 = 1;
Le moyen proport. entre 1 et 10 = 3,1627;
Et le log. de 3,162 égale le moyen différentiel entre 1 et 10 = 0,5;
Mais 1 est trop faible pour représenter 3, et 3,1627766 est trop fort;
Le moyen proportionnel entre 1 et 3,162 = 1,778;
Et le log. de 1,778 égale le moyen diff. entre 0 et 0,5 = 0,25.

Continuant ainsi de chercher le moyen proportionnel entre les deux nombres plus près de 3, l'un plus grand et l'autre plus petit, on a *le moyen proportionnel*

entre 1	et 10	= 3,162		0,5
1	3,162	= 1,778		0,25
1,778	3,162	= 2,371		0,375
2,371	3,162	= 2,738	Dont le logarith.	0,437
2,738	3,162	= 2,942	égale le *moyen*	0,468
2,942	3,162	= 3,050	*différentiel* entre	0,484
2,942	3,050	= 2,996	les deux nombres	0,476
2,996	3,050	= 3,023	qui l'ont produit;	0,480
2,996	3,023	= 3,009	ce log. est donc	0,478
2,996	3,009	= 3,002		0,477
2,996	3,002	= 2,999		0,477
2,999	3,002	= 3,000		0,477

TABLES DE LOGARITHMES.

586. On *nomme tables de logarithmes la série* des nombres plus ou moins étendue, en regard desquels on a placé le log. de chaque nombre. Les tables de Callet sont les plus étendues de toutes ; elles s'élèvent jusqu'à 108 000, et donnent les log. sans caractéristique, avec 7 décimales.

587. On *nomme caractéristique* la partie entière qui précède les décimales : les log. des nombres de 1 à 10 ont 0 pour caractéristique ; les log. des nombres de 10 à 99 ont 1 pour caract.

588. La *caractéristique d'un nombre se compose* d'autant d'unités que ce nombre a de chiffres moins 1 ; c'est pourquoi on ne l'écrit pas dans les tables.

Exercices.

Log. 1 = 0	Log. de	37	a pour caractéristique	1
10 = 1		370		2
100 = 2		3 700		3
1 000 = 3		789		2
10 000 = 4		45 872		4
100 000 = 5		107 478		5
1 000 000 = 6		4 787		3

589. Les *log. des nombres terminés par un nombre quelconque de zéros* sont semblables quant à la partie décimale ; ils ne diffèrent que dans la caractéristique : log. 24 = 1,3802112 ; log. 240, de 2400, de 24,000, etc. = 2, ou 3, ou 4, etc. + la fraction décimale 3802112.

590. On *trouve le log. d'un nombre* en le décomposant en facteurs dont on ait les log. ; la somme de ces log. = le log. de ce nombre.

Log. de 10 000 = log. de 10 + log. 1 000 = 1 + 3 ou 4.

591. Les *log. des nombres premiers suffisent* pour former les tables les plus étendues. Soit à trouver le log. de 178 486 ; ce nombre = 89243 × 2 : donc (590) le log. = le log. de 89 243 + log. 2.

592. *Pour obtenir le log. d'un nombre quelconque qui excède la limite des tables*, soit de 878 477, on forme à gauche un nombre dont on puisse avoir le log. ; soit 878, dont le log. = ,9434945 ; on prend la diff. de ce log. avec celui du nombre immédiatement supé-

rieur, 879; cette différence = 4944; on considère 477, reste du nombre, comme une portion décimale, et l'on établit cette proportion 1 unité : 0,477 :: 4944, diff. pour une unité : x, diff. pour la portion décimale; on trouve x=2358, à ajouter au log. de 878; on a ,9437303; enfin, écrivant la caractéristique, on a log. 878477 = 5,9437303.

593. On *obtient le log. d'un nombre décimal*, soit de 4,856, en considérant d'abord tout le nombre comme un nombre entier, 4856, dont le log. =,6862787, et auquel on donne la caractéristique convenable, qui est ici 0 (588), et l'on a log. 4,856 = 0,6862787.

594. On *obtient le log. d'une fraction décimale*, soit de 0,2589, en considérant tous les chiffres comme un nombre entier, dont on prend le log. : ainsi log. de 2589 =,4131321, auquel on donne pour caractéristique *négative* (*à retrancher*) un nombre représentant autant d'unités que la fraction contient de zéros à gauche : ainsi log. de 0,2589 = — 1 + 0,4131321.

595. On *obtient le log. d'une fraction absolue*, soit de $\frac{3}{4}$,

en prenant le log. du numérat^{r} 3 =	,4771213
dont on ôte le log. du diviseur 4 =	,6020600
ce qui donne log. de 3 : 4 ou de $\frac{3}{4}$ = — 1 +	,8750613

596. On *écrit quelquefois les log. des fractions sous une forme entièrement négative*. On obtient ces log. en retranchant le log. du numérateur de celui du dénominateur. Ainsi, log. de $\frac{3}{4}$ = log. 4 — log. 3, = — 0,1249387.

597. On *trouve à quel nombre correspond un log. qui n'est pas dans les tables*, soit log. 6,8563800. Puisqu'il ne se trouve pas dans les tables, il correspond à un nombre entier + une fraction; on prend dans les tables le log. inférieur qui en approche le plus, le nombre correspondant est le nombre entier cherché; logarith. inférieur plus près de logarith. 6,8563800 est ,8563784, correspondant à 7184200 selon la caractéristique 6. Pour déterminer les unités inférieures, on prend la différence entre le log. de 71842 et celui de 71843; cette diff. est 61; on prend également la différ. du log. donné ,8563800 au log. inférieur le plus proche; cette différence est 16; puis on établit ce rapport : Si 61 donne 1 unité, combien donneront 16? On a pour réponse : 0,262295, que l'on ajoute à 71842.., ce qui donne : log. 6,8563800, correspondant à 7184226 ent. 2295.

598. On *suppose, par les procédés des n^{os} 592 et 597, que les log. sont en proportion avec les nombres* : ce qui n'est pas; mais l'approximation suffit.

Table des logarithmes des nombres de 1 à 230.

Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.
1	.0000000	47	.6720979	93	.9684830	139	.1430148	185	.2671717
2	.3010300	48	.6812412	94	.9731279	140	.1461280	186	.2695129
3	.4771213	49	.6901961	95	.9777236	141	.1492191	187	.2718416
4	.6020600	50	.6989700	96	.9822721	142	.1522883	188	.2741579
5	.6989700	51	.7075702	97	.9867717	143	.1553360	189	.2764618
6	.7781513	52	.7160033	98	.9912261	144	.1583624	190	.2787536
7	.8450980	53	.7242759	99	.9956352	145	.1613680	191	.2810334
8	.9030900	54	.7323938	100	.0000000	146	.1643529	192	.2833012
9	.9542425	55	.7403627	101	.0043214	147	.1673173	193	.2855573
10	.0000000	56	.7481880	102	.0086002	148	.1702617	194	.2878017
11	.0413927	57	.7558749	103	.0128372	149	.1731863	195	.2900346
12	.0791813	58	.7634280	104	.0170333	150	.1760913	196	.2922561
13	.1139434	59	.7708520	105	.0211893	151	.1789770	197	.2944662
14	.1461280	60	.7781513	106	.0253059	152	.1818436	198	.2966652
15	.1760913	61	.7853298	107	.0293838	153	.1846914	199	.2988531
16	.2041200	62	.7923917	108	.0334238	154	.1875207	200	.3010300
17	.2304489	63	.7993406	109	.0374265	155	.1903317	201	.3031961
18	.2552725	64	.8061800	110	.0413927	156	.1931246	202	.3053514
19	.2787536	65	.8129134	111	.0453230	157	.1958997	203	.3074960
20	.3010300	66	.8195439	112	.0492180	158	.1986571	204	.3096302
21	.3222193	67	.8260749	113	.0530784	159	.2013971	205	.3117539
22	.3424227	68	.8325089	114	.0569049	160	.2041200	206	.3138672
23	.3617278	69	.8388491	115	.0606978	161	.2068259	207	.3159704
24	.3802112	70	.8450980	116	.0644580	162	.2095150	208	.3180633
25	.3979400	71	.8512584	117	.0681859	163	.2121876	209	.3201463
26	.4149733	72	.8573325	118	.0718820	164	.2148439	210	.3222193
27	.4313637	73	.8633229	119	.0755470	165	.2174839	211	.3242825
28	.4471580	74	.8692317	120	.0791813	166	.2201081	212	.3263359
29	.4623980	75	.8750612	121	.0827854	167	.2227165	213	.3283796
30	.4771213	76	.8808136	122	.0863598	168	.2253093	214	.3304138
31	.4913617	77	.8864907	123	.0899051	169	.2278867	215	.3324385
32	.5051500	78	.8920946	124	.0934217	170	.2304489	216	.3344538
33	.5185139	79	.8976271	125	.0969100	171	.2329961	217	.3364597
34	.5314789	80	.9030900	126	.1003705	172	.2355285	218	.3384565
35	.5440680	81	.9084850	127	.1038037	173	.2380461	219	.3404441
36	.5563025	82	.9138139	128	.1072100	174	.2405495	220	.3424227
37	.5682017	83	.9190781	129	.1105897	175	.2430381	221	.3443923
38	.5797836	84	.9242793	130	.1139434	176	.2455127	222	.3463530
39	.5910646	85	.9294189	131	.1172713	177	.2479733	223	.3483049
40	.6020600	86	.9344985	132	.1205739	178	.2504200	224	.3502480
41	.6127839	87	.9395193	133	.1238516	179	.2528530	225	.3521825
42	.6232493	88	.9444827	134	.1271048	180	.2552725	226	.3541084
43	.6334685	89	.9493900	135	.1303338	181	.2576786	227	.3560259
44	.6434527	90	.9542425	136	.1335389	182	.2600714	228	.3579349
45	.6532125	91	.9590414	137	.1367206	183	.2624511	229	.3598355
46	.6627578	92	.9637878	138	.1398791	184	.2648178	230	.3617278

Table des logarithmes des nombres premiers de 200 à 1737

Nbr.	Logar.	Nbr	Logar.	Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.	Nbr.	Logar.
211	.3242825	87	.6875289	97	.9014583	1103	.0425755	53	.1622656
23	.3483049	91	.6910815	809	.9079485	9	.0449316	59	.1640553
27	.3560259	99	.6981006	11	.9090209	17	.0480532	71	.1676127
29	.3598355	503	.7015680	21	.9143432	23	.0503798	81	.1705551
33	.3673559	9	.7067178	23	.9153999	29	.0526939	83	.1711412
39	.3783979	21	.7168377	27	.9175055	51	.0610753	87	.1723110
41	.3820170	23	.7135017	29	.9185545	53	.0618293	89	.1728947
51	.3996737	41	.7331973	39	.9237620	63	.0655797	93	.1740598
57	.4099331	47	.7379873	53	.9309490	71	.0685569	99	.1758016
63	.4199558	57	.7458552	57	.9329808	81	.0722499	1511	.1792645
69	.4297523	63	.7505084	59	.9339932	87	.0744507	23	.1826999
71	.4329693	69	.7551123	63	.9360108	93	.0766404	31	.1849752
77	.4424798	71	.7566361	77	.9429996	1201	.0795430	43	.1883659
81	.4487063	77	.7611758	81	.9449759	13	.0838608	49	.1900514
83	.4517864	87	.7686381	83	.9459607	17	.0852906	53	.1911715
93	.4668676	93	.7730547	87	.9479236	23	.0874265	59	.1928461
307	.4871384	99	.7774268	907	.9576073	29	.0895519	67	.1950690
11	4927604	601	.7788745	11	.9595184	31	.0902581	71	.1961762
13	.4955443	7	.7831887	19	.9633155	37	.0923697	79	.1983821
17	.5010593	13	.7874605	29	.9680157	49	.0965624	85	.1994809
31	.5198280	17	.7902852	37	.9717396	59	.1000257	97	.2033049
37	.5276299	19	.7916907	41	.9735896	77	.1061909	1601	.2043913
47	.5403295	31	.8000294	47	.9763500	79	.1068705	7	.2060159
49	.5428254	41	.8068580	53	.9790930	83	.1082267	9	.2065560
53	.5477747	43	.8082110	67	.9854265	89	.1102529	13	.2076344
59	.5550945	47	.8109043	71	.9872193	91	.1109262	19	.2092468
67	.5646661	53	.8149132	77	.9898946	97	.1129400	21	.2097830
73	.5717088	59	.8188854	83	.9925535	1301	.1142773	27	.2113876
79	.5786392	61	.8202015	91	.9960737	3	.1149444	37	.2140487
83	.5831988	73	.8280151	97	.9986952	7	.1162756	57	.2193225
89	.5899496	77	.8305887	1009	.0038912	19	.1202148	63	.2208922
97	.5987905	83	.8344207	13	.0056095	21	.1209028	67	.2219356
401	.6031444	91	.8394781	19	.0081742	27	.1228709	69	.2224563
9	.6117233	701	.8457180	21	.0090257	61	.1338581	93	.2286570
19	.6222140	9	.8506462	31	.0132587	67	.1357685	97	.2296818
21	.6242821	19	.8567289	33	.0141003	73	.1376705	99	.2301934
31	.6344773	27	.8615344	39	.0166156	81	.1401937	1703	.2312146
33	.6364879	33	.8651040	49	.0207755	99	.1458177	09	.2327421
39	.6424645	39	.8686445	51	.0216027	1409	.1489110	11	.2332500
43	.6464037	43	.8709889	61	.0257154	23	.1532049	13	.2337574
49	.6522463	51	.8756400	63	.0265333	27	.1544240	17	.2347703
57	.6599162	57	.8790959	69	.0289777	29	.1550322	19	.2352759
61	.6637009	61	.8813847	87	.0362295	33	.1562462	23	.2362853
63	.6655810	69	.8859263	91	.0378248	39	.1580608	29	.2377950
67	.6693169	73	.8881795	93	.0386202	47	.1604685	31	.2382971
79	.6803355	87	.8959747	97	.0402066	51	.1616674	37	.2397998

Exercices.

Log. 347 = 2,5403295	Log. 16 = 1,2041200
3 470 = 3,5403295	3 = 0,4771213
34 700 = 4,5403295	32 = 1,5051500
478 768 = 5,6801252	9 = 0,9542426
37 667 = 4,5758457	63 = 1,7993406
2 = 0,3010300	128 = 2,1072100
8 = 0,9030900	1 024 = 3,0103000
12 = 1,0791813	8 192 = 3,9133899

Log. 3,478 = 0 ,5413296	Log. $\frac{7}{8}$ = — 1+,9420081
34,78 = 1 ,5413296	$\frac{6}{8}$ = — 1+,8750613
3,7584 = 0 ,5750030	$\frac{15}{18}$ = — 1+,9208188
0,8 = — 1+,9030900	0,75 = — 1+,8750613
0,36 = — 1+,5563025	0,875 = — 1+,9420081
0,347 = — 1+,5403295	0,00875 = — 3+,9420081
0,036 = — 2+,5563025	0,00075 = — 4+,8750613
$\frac{3}{4}$ = — 1+,8750613	
$\frac{5}{6}$ = — 1+,9208188	

0,4771213 est le log. de 3	3,0090257 est le log. de 1 021
0,6989700 de 5	4,3814761 de 24 070
0,1139434 de 13	5,3814761 de 240 700

6 ,8563800	est le log. de	7 184 226,2295
— 1+,4837869		0,30464
— 1+,7958802		0,625
5 ,4073521		255 477,093
3 ,3344135		2 159,9
5 ,9928847		983 750,

Complément arithmétique.

599. Le *complément arithmétique d'un nombre* est ce qui manque à ce nombre pour former 1 unité de l'ordre immédiatement supérieur : compl. arith. de $8 = 10 - 8$, ou 2; compl. arith. de $57 = 100 - 57$, ou 43.

600. L'*emploi des compléments arithmétiques donne le moyen* d'opérer simultanément l'addition et la soustraction.

Soit $48 + 27 - 58$, on a $48 + 27 + 42 - 100 = 17$.

Démonstration. Non seulement on n'a pas retranché 58, mais on a même ajouté 42 ; il faut donc retrancher $58 + 42$, ou 100 : ce que l'on fait en retranchant 1 unité du 3e ordre.

APPLICATION DES LOGARITHMES.

601. La *propriété fondamentale des progressions qui servent de base aux logarithmes* est que la somme de deux termes quelconques de la progression par différence correspond au produit des deux termes de la progression par quotient, et que la somme qu'on obtient dans la première est le log. du produit obtenu dans la seconde :

Dans les ÷ 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6
progressions ∺ 1 : 10 : 100 : 1 000 : 10 000 : 100 000 : 1 000 000

602. La *propriété résultant de la comparaison des deux progressions donne les moyens* d'opérer la multiplication par l'addition, la division par la soustraction, la formation des puissances par la multiplication, l'extraction des racines par une simple division, et plusieurs divisions par une seule.

603. On *opère la multiplication par l'addition* en ajoutant les log. des deux facteurs; le résultat est le log. du produit : $10 \times 1\,000 =$ le nombre correspondant au log. 10 + log. 1 000, ou $1 + 3 = 4$, qui indique 10 000.

604. On *opère la division par la soustraction* en ôtant le log. du diviseur de celui du dividende; le reste est le log. du quotient : $10\,000 : 100 =$ le nombre correspondant à $4 - 2$, ou 2, qui indique 100 pour quotient.

605. On *obtient la puissance d'un nombre* en multipliant le log. de ce nombre par le degré de cette puissance : $10^2 =$ le nombre correspondant au log. de 10 multiplié par $2 = 1 \times 2$, ou 2, qui indique 100.

606. On *obtient la racine d'un nombre* en divisant le log. de ce nombre par le degré de la racine : $\sqrt[3]{1\,000\,000}$ est indiqué par le quotient du log. de 1 000 000, ou $6 : 3 = 2$, qui indique 100 pour racine.

607. On *opère plusieurs divisions par une seule*, c'est-à-dire qu'on obtient l'exposant d'une quantité en divisant le log. de la puissance par le log. du nombre : soit 97 élevé à une puissance in-

connue, mais dont le résultat égale 8 587 340 257, on trouve le degré de cette puissance en divisant le log. de 8 587 340 257 par celui de 97; or log. de 8 587 340 257 = 9,9338587, et celui de 97 = 1,9867717, et le 1er divisé par le 2e = 5 pour l'exposant cherché.

Exercices.

$4\,878 \times 4\,875 = 23\,780\,250$,	$5\,478 : 47 = 116,053$
$0,784 \times 4,835 = 3,043515$	$7\,968 : 396 = 20,121$
$0,009 \times 4,835 = 0,043515$	$\sqrt{767\,989} = 876,34$
$(1,45)^{16} = 381,84$	$\sqrt[3]{4\,748\,978} = 168,08$
$3^{14} = 4\,782\,969$,	$\sqrt[4]{22\,667\,121} = 69$
$4^{12} = 16\,777\,216$,	Si $3^x = 4\,782\,969$, $x = 14$
$5^8 = 390\,625$,	Si $4^x = 16\,777\,216$, $x = 12$
$\left(3\frac{1}{5}\right)^4 = 104,8576$	Si $5^x = 390\,625$, $x = 8$

Si $7\,398 : 51\,786 :: x : 128\,359$, $x = 18\,337$,
$578 : 7\,962 :: 4\,046 : x$, $x = 55\,734$,
$7\,948 : x :: 55\,636 : 500\,724$, $x = 3\,571\,532$.

Intérêt composé.

24000 fr. placés à int. comp. de 5 % pour 4 ans *donnent* 29 172 f. 15.

Solution. On a $c^4 : (c+i)^4 :: C : C+I$, ou $1^4 : 1,05^4 :: 24\,000 : x$, et $x = 29\,172$ f. 15.

Quelle somme faut-il placer à int. comp. de 5 % pour avoir 983 f. 88 au bout de 3 ans? Rép. 850 fr.

Solution. $c^3 : (c+i)^3 :: C : C+I$, ou $1^3 : 1,05^3 :: x : 983$ f. 88, et $x = 850$.

A quel taux faut-il placer 764 fr. pour retirer au bout de 4 ans 964 f. 54 pour capital et int. composé? Rép. à 0,06 pr fr. ou 6 fr. pr 100 fr.

Solution. La formule $c^4 : (c+i)^4 :: C : C+I$ donne $1^4 : (1,+x)^4 :: 764 : 964$ f. 54; or $1^4 = 1$. On a donc $(1,+x)^4 \times 764 = 964,54$ ou $(1+x)^4 = 964$ f. $54 : 764$, et, extrayant $\sqrt[4]{}$ de chaque terme, on a $x+1 = \sqrt[4]{\dfrac{964,54}{764}} = 1 +$ int. 0,06.

En combien de temps 980 fr. produiront-ils 331 f. 46, si l'on place cette somme à intérêt composé de 6 %? Rép. En 5 ans.

Solution. La formule $c^x : (c+i)^x :: C : C+I$ donne

$$1,06^x = \frac{1311 \text{ f. } 46}{980}$$

et

$$x = \left(\log. \frac{1\,311,46}{980}\right) : (\log. 1,06).$$

Annuités et amortissement.

608. On *nomme annuités* les placements annuels

que font les personnes économes et prudentes qui ont à cœur de se ménager des ressources pour leur vieillesse, ou de parer à des revers de fortune.

609. Une *suite d'annuités égales forment* une progression par quotient dont le premier terme P est l'annuité A, plus l'intérêt i; la raison R est 1 fr., plus l'intérêt i; le nombre des termes est le nombre d'annuités n.

Or le dernier $d = p \times r^{n-1}$, et la somme S $\frac{(d \times r) - p}{r - 1}$.

EXEMPLE. 5 annuités de 100 fr. à 5% =

SOLUTION. $d = 105 \times 1.05^4 = 127$ f. 6285
et S = (127 f. 6285 × 1,05 : − 105) : 0,05.

10 annuités	de 100 fr.	à 5%	= 1 320 f.	63.
15	de 100	à 5	= 2 265	70.
20	de 100	à 5	= 3 471	88.
10	de 100	à 6	= 1 397	20.
20	de 800	à 5	= 27 775	04.

Quelle somme faut-il placer chaque année à 5 % pour obtenir 10 060 fr. au bout de 10 ans? Rép. 757 f. 21.

SOLUTION. S = 10 000, $r = 1{,}05$, $n = 10$,

et $p = \frac{s \times r - 1}{r^n - 1} = \frac{10\,000 \times 0{,}05}{1{,}05^{10} - 1}$.

Pour acquitter dans 10 ans une dette de 10 000 fr. et les intérêts à 5 %, il *faudrait placer par an* 1 295 f. 03.

Les *fonds convertis en rentes sur l'état produisent* tous les six mois des intérêts qui, étant capitalisés, augmentent sensiblement les bénéfices de ces sortes de placements.

EXEMPLE. La rente 5 % étant supposée au pair, si l'on emploie à l'achat de cette rente 5 annuités de 100 fr., *on recevra au bout du temps* 581 f. 26.

Lorsqu'*aux intérêts accumulés d'une économie annuelle on joint le système des associations*, dont les conditions sont de laisser aux survivants les mises des décédés, on arrive à des résultats si avantageux, que tous les pères de famille devraient y recourir pour assurer l'avenir de leurs enfants.

GÉOMÉTRIE.

1. La *géométrie* est la science de l'étendue.

2. On *distingue trois sortes d'étendue* : l'étendue en longueur, ou *ligne*; l'étendue en longueur et largeur, ou *surface*; l'étendue en longueur, largeur et épaisseur ou profondeur, qu'on nomme *volume*.

Lignes.

3. La *ligne* est une suite de points qui se touchent. (Fig. 1.)

4. La *ligne droite* est le plus court chemin d'un point à un autre. (Fig. 1.)

5. La *ligne courbe* est celle qui s'écarte peu à peu de sa direction primitive. (Fig. 2.)

6. La *ligne brisée* est celle qui est formée de plusieurs droites. (Fig. 3.)

7. La *ligne perpendiculaire* est celle qui ne penche d'aucun côté à l'égard d'une autre. (Fig. 4.)

8. La *ligne oblique* est celle qui penche plus d'un côté que d'un autre à l'égard d'une seconde ligne. (Fig. 5.)

9. Les *lignes parallèles* sont celles qui, étant également distantes dans toute leur étendue, ne peuvent se rencontrer à quelque distance qu'on les prolonge. (Fig. 6 et 7.)

10. La *circonférence* est une ligne courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur nommé centre. (Fig. 8.)

11. Le *diamètre* est une ligne droite qui passe par le centre, et touche la circonférence à ses deux extrémités. (Fig. 8, ACB.)

12. Le *rapport du diamètre à la circonférence* est de 1 mèt. à 3 mèt. 14, c'est-à-dire qu'une circonférence de 3 mèt. 14 a 1 mèt. de diamètre, et réciproquement.

13. Le *rayon* est une ligne qui va du centre à la circonférence ; c'est un demi-diamètre. (Fig. 8, CA, CD, CB.)

14. L'*arc* est une partie de la circonférence comprise entre deux rayons. (Fig. 8, AED.)

15. La *corde* est une ligne qui sous-tend un arc. (Fig. 8, AD.)

16. La *tangente* est une ligne qui touche la circonférence en un seul point; elle est perpendiculaire à un rayon. (Fig. 8, HI.)

17. La *sécante* est une ligne qui coupe la circonférence en deux points. (Fig. 8, FG.)

18. On *divise la circonférence* en 360 parties nommées degrés.

19. Un *angle* est l'ouverture formée par deux lignes qui se rencontrent en un point qu'on nomme sommet. (Fig. 9, 10 et 11.)

20. L'*angle droit* est celui que forment deux lignes qui tombent perpendiculairement l'une sur l'autre; c'est le quart de la circonférence; il a 90°. (Fig. 9.)

21. L'*angle aigu* est celui qui est moins ouvert que l'angle droit. (Fig. 10.)

22. L'*angle obtus* est celui qui est plus ouvert que l'angle droit. (Fig. 11.)

Surfaces.

23. Le *triangle* est une surface comprise entre trois lignes. (Fig. 12.)

24. Le *triangle rectangle* est celui qui a un angle droit. (Fig. 12.)

25. L'*hypoténuse* est le côté du triangle rectangle opposé à l'angle droit. (Fig. 12, AB.)

26. Le *triangle isocèle* est celui qui a deux côtés égaux. (Fig. 13.)

27. Le *triangle équilatéral* est celui qui a les trois côtés égaux. (Fig. 14.)

28. Le *triangle scalène* est celui qui a les côtés inégaux. (Fig. 15.)

29. La *hauteur d'un triangle* est la perpendiculaire abaissée du sommet sur sa base. (Fig. 14 et 15.)

30. Le *carré* est une surface à quatre côtés égaux formant quatre angles droits. (Fig. 16.)

31. Une *diagonale* est la ligne qui joint le sommet de deux angles opposés. (Fig. 16, AC.)

32. Le *losange* est une surface à quatre côtés égaux et parallèles deux à deux, formant deux angles aigus et deux angles obtus. (Fig. 17.)

33. Le *rectangle* est une surface à quatre côtés

égaux et parallèles deux à deux, formant quatre angles aigus et deux angles obtus. (Fig. 18.)

34. Le *parallélogramme* est une surface à quatre côtés égaux et parallèles deux à deux, formant deux angles aigus et deux angles obtus. (Fig. 19.)

35. Le *trapèze* est une surface à quatre côtés dont deux sont parallèles. (Fig. 20.)

36. Un *quadrilatère* est une surface à quatre côtés quelconques.

37. Un *pentagone* est une surface à cinq côtés. (Fig. 21.)

38. Un *hexagone* est une surface à six côtés. (Fig. 22.)

39. Un *octogone* est une surface à huit côtés. (Fig. 23.)

40. On *nomme polygone* une surface à un nombre quelconque de côtés.

41. Le *polygone régulier* est celui dont les côtés et les angles sont égaux. (Fig. 21, 22, 23.)

42. Le *polygone inscrit* est celui qui se trouve dans un cercle, et dont les côtés sont des cordes. (Fig. 24.)

43. Le *polygone circonscrit* est celui qui est formé autour d'un cercle, et dont les côtés sont des tangentes. (Fig. 25.)

44. Le *cercle* est l'espace compris entre la circonférence. (Fig. 8 et 26.)

45. Un *segment* est une surface comprise entre un arc et sa corde. (Fig. 8, ADE.)

46. Un *secteur* est une portion de cercle comprise entre deux rayons et l'arc qu'ils déterminent. (Fig. 26, ACDE.)

47. Une *couronne* est la surface comprise entre deux circonférences parallèles. (Fig. 26.)

48. L'*ellipse* est un cercle allongé. (Fig. 26 *bis.*)

Corps ou Solides.

49. On *nomme corps ou solides* les objets qui ont les trois dimensions, *longueur*, *largeur* et *épaisseur*.

50. On *divise les corps* en *polyèdres* et en *corps ronds*.

51. On *nomme polyèdres* les corps terminés par des surfaces rectilignes.

52. On *distingue deux sortes de polyèdres* : les *prismes* et les *pyramides*.

53. Un *prisme* est un solide dont les bases opposées sont des polyèdres égaux et parallèles, et dont les côtés forment des parallélogrammes.

54. Les *prismes tirent leur nom* de la forme de leurs bases : prisme *triangulaire*, *quadrangulaire*, *pentagonal*, etc.

55. Le *parallélipipède* est un prisme dont les bases parallèles forment des parallélogrammes.

56. Les *prismes parallélipipèdes* sont le *cube*, le prisme *quadrangulaire* et le prisme *triangulaire*.

57. Le *cube* est un prisme régulier qui a les trois dimensions égales. (Fig. 27.)

58. Le *prisme quadrangulaire* est un corps dont les bases et les côtés sont des parallélogrammes. (Fig. 28.)

59. Le prisme *triangulaire* est celui dont les bases forment des triangles parallèles. (Fig. 29.)

60. La *pyramide* est un solide qui a pour base un polygone quelconque et pour sommet un point. (Fig. 30 et 31.)

61. Les pyramides tirent leur nom de leur base : pyramide *triangulaire*, *quadrangulaire*, *pentagonale*, etc.

62. Une *pyramide tronquée* est celle dont la partie supérieure a été retranchée. (Fig. 32.)

Corps ronds.

63. Les *corps ronds* sont ceux qui sont terminés par des surfaces courbes.

64. Les *principaux corps ronds* sont : le *cylindre*, le *cône* et la *sphère*.

65. Le *cylindre* est un solide rond et allongé dont les deux extrémités forment deux cercles parallèles. (Fig. 33.)

66. Le *cône* est un solide qui a pour base un cercle et pour sommet un point. (Fig. 34.)

67. Le *cône tronqué* est celui dont la partie supérieure est retranchée. (Fig. 35.)

67 *bis*. La *sphère* est un solide terminé par une surface courbe dont tous les points sont également distants du centre. (Fig. 36.)

Mesurage des surfaces.

68. La *base* se désigne par B.
69. La *hauteur* se désigne par H.
70. Le *rayon* se désigne par R.
71. La *circonférence* se désigne par C.
72. Le rapport du *diamètre* à la *circonférence* se désigne par π.
73. La *surface* se désigne par S.
74. Le *volume* se désigne par V.
75. L'*arc* se désigne par A.
76. Le *diamètre* se désigne par D.
77. Surface *du carré* $= B^2$.
78. S *du losange* $= B \times H$.
79. S *du rectangle* $= B \times H$.
80. S *du parallélog.* $= B \times H$.
81. S *du trapèze* $= \frac{(B + b) \times H}{2}$.
82. S *du triangle* $= \frac{B \times H}{2}$.
83. S *d'un polyg. rég.* = le périmètre $\times$ H de l'un des triangles.
84. S *d'un polyg. irrég.* s'obtient en divisant la surface en triangles et en trapèzes.
85. Circonférence $= D \times 3{,}14$.
86. $D = C : 3{,}14$.
87. S *du cercle* $= R^2 \times 3{,}14$.
88. S *du cercle* $= \frac{C \times R}{2}$.
89. S *du secteur* $= \frac{A \times R}{2}$.
90. S *du segment* = S du sect. — S du triang. qui y est compris.

91. S *de la couronne* = S du gr. cercle — S du petit cercle.

Surface des corps.

92. S *latérale d'un prisme* = le périmètre $\times$ H.
93. S *latérale d'un cylindre* = circ. $\times$ H.
94. Pour obtenir la *surface totale* on ajoute celle des bases.
95. S *latérale d'une pyramide* droite = le périmètre de B $\times$ (H : 2).
96. S *latérale d'un cône droit* = le périmètre de la base $\times$ (H : 2).
97. Pour obtenir *la surface totale* de la pyramide et du cône, on ajoute la surface de la base à la surface latérale.
98. S *convexe d'un tronc de cône droit* à bases parallèles = la moitié de la somme des circonférences opposées $\times$ H.
99. S *d'une sphère* = circ. d'un gr. cercle $\times$ D.
100. S *d'une sphère* = surf. d'un gr. cercle $\times$ 4.
101. S *d'un gr. cercle* ou d'une demi-sphère = celle du cercle.

Volume des corps.

102. V. *du cube* = B^3.
103. V. *d'un prisme* = S de la base $\times$ H.
104. V *d'un cylindre* = S de la base $\times$ H.
105. V *d'une pyramide* = S de la base $\times$ (H : 3).
106. V *d'un cône* = S de la base $\times$ (H : 3).
107. V *d'une pyram. tronq.* = V de la pyr. entière — V de la pyr. retranchée.
108. V *d'un cône tronq.* = V du cône entier — V du cône retranché.
109. H *d'une pyr. tronq.* se détermine par la proportion Circ. inf. — circ. sup. : haut. partielle : : circ. sup. : haut. totale (32).
110. H *d'un cône tronq.* se trouve par la proportion D inf. — *d* sup. : *h* : : *d* sup. : H (35).

111. V *d'une pyr. tronq.* $= \frac{H}{3} \times (B + b) + \sqrt{B \times b}$.

112. V *d'un tronc de cône* $= \frac{H}{3} \times (B + b) + \sqrt{B \times b}$.

113. V *d'une sphère* $= S \times (R : 3)$.

114. V *d'un arbre en grume* = celui du cône tronqué.

115. V *approche d'un tronc d'arbre* = Long. $\times$ (C : 4) au quart.

116. V *approché d'un tronc d'arbre* = Long. $\times$ (Circ. moyenne : 5) au cinquième.

117. V ou *Contenance d'un tonneau*

$$= S \text{ de} \left(\frac{2R + r}{3}\right) \times L.$$

118. V ou *contenance d'un tonneau* s'obtient en le considérant comme deux troncs de cône.

119. V ou contenance d'un tonneau s'obtient en introduisant obliquement par la bonde une baguette de bois ou de fer convenablement divisée.

120. V *d'un corps irrégulier* s'obtient en le plongeant dans un vase plein d'eau, et en évaluant le volume du liquide qui s'est échappé, ou en évaluant l'espace vide du vase.

APPLICATIONS.

Problèmes.

121. Une circonférence	=	360 degrés.
122. Un angle droit	=	90 degrés.
123. Un angle droit	=	5400 minutes.
124. Un angle droit	=	648000 secondes.
125. Chaque angle d'un triangle équilat.	=	60 degrés.
126. Les 3 angles d'un triangle isocèle	=	180 degrés.
127. Un triangle équilatéral a		3 angles aigus.
128. Un triangle obtusangle a		1 angle obtus.
129. Un triangle équiangle a		3 angles aigus.
130. Un triangle acutangle a		1 angle obtus.
131. Un triangle rectangle a		2 angles aigus.

132. La somme des angl. intér. d'un quadrilatère = 360 degrés.
133. La somme des angles intér. d'un pentagone = 540 degrés.
134. La somme des angles intér. d'un hexagone = 8 angl. dr.
135. La somme des angles intér. d'un octogone = 12 angl. dr.
136. La somme des angles extér. d'un triangle = 360 degrés.
137. La somme des angles extér. d'un carré = 4 angl. dr.
138. La somme des angles extér. d'un trapèze = 4 angl. dr.

139. Si deux angles d'un triangle valent 78° 47′ 57″, *le 3e angle* = 101° 12′ 3″.

140. Si un angle d'un triangle rectangle vaut 45°, le *triangle est dit* rectangle isocèle.

141. Si un angle d'un triangle rectangle vaut 55° 38′, *le 2e vaut* 34° 22′, *et le 3e* 90°.

142. Si l'hypoténuse d'un triangle = 48 m. 5 et que l'un des deux autres côtés = 33 m. 8, *le 3e côté est de* 34 mèt. 78.

143. Si les côtés d'un angle droit sont 38 m. 4 et 47 m. 5, l'*hypoténuse* du triangle rectangle *sera de* 61 m. 08.

144. Si un carré a 38 m. 7 de côté, S = 14 ares 98.

145. Si un carré a de S 23 ares 5225, *le côté* = 48 mèt. 5.

146. Si le côté d'un carré = 87 mèt., *la diagonale* = 123 mèt.

147. Si la diagonale d'un carré = 76 m. 4, *le côté* = 54 m. 02.

148. Si un rectangle a B = 34 m. et H = 27,8, S = 9 ares 45.

149. Si S d'un rectangle est de 661 ares 08, et que B soit de 84 m., H = 787 mèt.

150. Si une muraille a 17 m. de haut, et qu'elle soit défendue par un fossé de 9 m. de large, pour parvenir au sommet de cette muraille *il faudrait une échelle d'au moins* 19 m. 23.

151. Si un losange a 10 m. de côté, et que la petite diagonale soit de 12 m., *il a de surface* 96 mèt. carrés.

152. Si un parallélogramme a 78 m. carrés de surface, un triangle de même base et de même hauteur a 39 mètres carrés.

152 *bis*. Si un triangle a 56 m. de base et 89 m. de hauteur, S = 24 ares 92 cent.

153. Si B d'un triangle isocèle a 36 m., et que l'un des côtés ait 57 m., S = 973 mèt. 44 décim. car.

154. Si les côtés d'un triangle sont 49, 76 et 87 mèt., S = 18 ares 56.

SOLUTION. La demi-somme des trois côtés = 106, et

$$S = \sqrt{(106-49) \times (106-76) \times (106-87) \times 106}.$$

155. Si B d'un triangle est 58 m. 4, et S 1 hectare 13 ares 88 cent., H = 390 mèt.

156. Si une pièce de terre de forme rectangulaire a de surface 17 ares 64 cent., et qu'on veuille la rendre carrée, *le côté devra être de* 42 m.

157. Si S d'un trapèze est 34 m. car., et que les deux côtés parallèles soient 8 et 9 m., H = 4 mèt.

158. Si S d'un triangle est 3104 m. car., *un triangle d'une surface triple* dont B serait 194 m. *aurait* H = 96 mèt.

159. Si S d'un carré est 153 mèt. car., B *d'un carré double* = 17 m. 49.

160. Si deux des côtés d'un triangle sont de chacun 24 mèt., et que la perpendiculaire soit de 20 m., *le 3e côté* = 26 m. 52.

161. Si S d'un rectangle est 40 mèt. car., et que B excède H de 11 mèt., *ces deux lignes sont de* 5 et 16 mèt.

8

161 *bis*. Si S d'un triangle équilatéral est de 389 m. 7113, *le côté* = 30 m.

SOLUTION. La demi-somme des trois côtés, multipliée par le produit des trois restes égaux, a donné 389 m. car. 7113 ou 151875 exactement.

Et soit x la moitié du côté, on a $3x \times x^3 = 151875$ et $x \times x^3$, ou $x^4 = 151875 : 3 = 50625$, et $x = \sqrt[4]{50625}$.

162. Si S d'un rectangle est 55 ares 9401, quelles en sont les dimensions, sachant que, si la figure était un carré, S serait de 62 ares 25 cent. 21 décim. carr., et que B excède H de 8 mèt.? Rép. B = 78 m. 9 et H = 70 m. 9.

163. Si la somme des bases d'un trapèze est 17 m., et la surface 51 m. carrés, H = 6 m.

164. B d'un triangle est 18 m., H est 15 m.; si l'on veut un triangle d'une surface double, et dont B soit 24 m., H *devrait être de* 22 m. 5.

165. Si un carré a 4 m. de côté, S = 16 m. car.

166. Si un carré a 8 m. de côté, S = 64 m. car.

167. Si un carré a 16 m. de côté, S = 256 m. car.

168. Si B d'un rectangle est 6 et H 4, S = 24 m. car.

169. Si B d'un rectangle est 12 et H 8, S = 96 m. car.

170. Si un carré a 1 mèt. de côté, *le côté d'un carré double* = 1 m. 414.

171. Si l'on fait peindre une salle de 12 m. de long sur 9 de large et 3 de haut à 1 fr. 50 le mètre, *ce travail coûtera* 351 fr.

172. Si l'on veut paver un appartement carré de 6 m. de côté avec du pavé carré de 11 c. de côte, *il faudra* 2975 pavés.

173. Si l'on veut couvrir avec de la tuile de 22 c. de long sur 11 c. de large un bâtiment de 17 m. dont la toiture a 17 de long et 4 de large; si de plus la moitié de chaque tuile est couverte par celle qu'on place ensuite, *il faudrait* 11 239 tuiles au moins.

174. Pour tapisser un appartement de 5 m. carrés et de 2 m. 8 de haut, si l'on emploie du papier de 0 m. 5 de large sur 12 m. de long par rouleau, *il faudra environ* 9 rouleaux 1 tiers.

175. Un appartement a 8 mètres de long d'un côté et 7 de l'autre, 6 de large à une extrémité, et 5,4 à l'autre; les côtés 8 et 6 sont à angle droit; si l'on voulait faire parqueter cet appartement à 6 f. 55 le mètre, *on aurait à payer* 264 f. 62.

176. Deux carrés ont l'un 17 mèt. et l'autre 45 mèt. de côté, le côté d'un carré égal aux deux premiers *serait de* 48 mèt.

177. Un carré égal à la différence des deux premiers *aurait* 41 mèt. 66 de côté.

178. Si une pièce de terre forme

1° Un triangle dont B = 7,8 et H 4,6;

2° Un trapèze dont les parallèles = 4,6 et 7,2, et H 12.3;

3° Un triangle dont les côtés sont 28 mèt., 8 mèt. et 26 mèt.; la *surface de cette pièce de terre* = 1 are 94 cent.

179. On a payé 408 f. 20 pour la toiture d'un pavillon carré; chaque côté de la toiture est de 6 mèt.; la hauteur est égale à la longueur, *à combien revient le mèt. carré ?* Rép. 5 f. 60.

180. Si deux triangles ont une même base, et que la hauteur de l'un soit triple de celle de l'autre, *la surface du premier sera, à l'égard de celle du second*, triple.

181. Si la surface d'un triangle est 256 mèt., et qu'un autre triangle de même base ait une hauteur quadruple de celle du premier, *la surface du second sera de* 1 024 mèt.

182. S de deux carrés est de 2 116 mèt. et 1 369, *le côté d'un carré égal aux deux premiers serait de* $59^m,03$.

183. S d'un rectangle est 144 m. carr., si un autre rectangle de même base a une hauteur quintuple, *la surface sera de* 720 m. carr.

184. Dans un pentagone régulier, *chaque angle central* = 72°.

185. Dans un pentag. régulier, *chaque angle à la circonf.* = 54°.

186. Dans un hexagone régulier, *l'angle central* = 60°.

187. Dans un hexagone régulier, *l'angl. de la circonf.* = 60°.

188. Deux cordes partent d'un même point et se terminent aux deux extrémités du diamètre; la longueur de ces cordes étant de 17 et 23 mètres, on trouve que *la surface du cercle* = 642 m. 09 carr.

Solution. Les deux cordes sont les côtés d'un angle droit dont l'hypoténuse est le diamètre; et $D = \sqrt{17^2 + 23^2}$.

189. Si le côté d'un hexagone régulier = 8 m. 8, S = 166 m. 2768 car.

Solution. Le côté = R; ou la perpendiculaire abaissée sur le milieu de la base divise cette base en deux parties égales et forme deux triangles rectangles.

190. On veut paver un appartement avec du pavé de forme hexagonale, dit à 6 pans, dont le côté est de 0 m. 12; l'appartement a 7 m. de long et 6 de large : *combien faut-il de pavés ?* Rép. 1 129.

191. Si un hexagone régulier a 41 m. 5697 de surface, *le côté* = 4 mètres.

192. Si un pentagone régulier de 4 m. de côté a 34 m. carr., 64 déc. de surface, *le côté d'un pentagone trois fois aussi grand* = 6 m. 928.

193. Si un carré a 1 m. de côté, *le côté d'un carré double* = 1 m. 414.

194. Si un cercle a 1 m. de R, *le côté du carré inscrit* = 1 m. 414.

195. Si R d'un cercle = 1 m., S *du carré inscrit* = 2 mètres.

196. Si R est 1, *le côté du carré circonscrit*	=	2 m.
197. Si R est 1, S *du carré circonscrit*	=	4 m.
198. Si R est 1, S *de l'octogone inscrit*	=	2 m. 8184.
199. Si R est 1, S *de l'octog. circonscrit*	=	3 m. 3137.
200. Si R est 6, S *du carré inscrit*	=	72 m.
201. Si R est 6, S *du carré circonscrit*	=	144 m.
202. Si R est 6, *le côté du carré inscrit*	=	8 m. 485.
203. Si R est 6, *le côté du carré circonscrit*	=	12 m.
204. Si D est 7 m. 8, C	=	24 m. 50.
205. Si C est 122 m. 5, D	=	39 m.
206. Si C est 367 m. 5, R	=	58 m. 5.
207. Si R est 7, C	=	43 m. 98.
208. Si R est 8, S	=	200 m. 96 déc c.
209. Si D est 8, S	=	54 m. 24.
210. Si R est 2, S	=	12 m. 56.
211. Si D est 24, S	=	452 m. 16.
212. Si R est 3, S	=	28 m. 26.
213. Si S est 153 m. 86, R	=	7 m.
214. Si S est 78 m. 5, D	=	10 m.
215. Si C est 43 m. 96, S	=	153 m. 86.

216. Si C est 21 m. 98, S = 38 m. 465.
217. Si C est 10 m. 99, S = 9 m. 616.
218. Si R est 12, *d'un cercle double en surf.* = 16 m. 97.
219. Si R est 6, R *d'un cercle double* = 8 m. 485.
220. Si R est 7, R *d'un cercle triple* = 12 m. 12.
221. Si S est 50 m. 24, C = 25 m. 12.
222. Si S est 78 m. 5, C = 31 m. 4.
223. Si S est 254 m. 34, S *d'un cerc. de* R *doub.* = 1 017 m. 36.
224. Si S est 28 m. 26, S *d'un cerc. de* C *doub.* = 113 m. 04.
225. Si S est 50 m. 24, S *d'un cercle de* D *trip.* = 452 m. 16.
226. Si S est 12 m. 56, S *d'un cerc. de* R *quad.* = 200 m. 96.
227. Si l'angle d'un secteur est de 47° 25', et R. 4 m., *l'arc* = 3 m. 308.
228. Si l'angle d'un sect. est de 142° 15', et D 8 m., *l'arc* = 9 m. 92.
229. Si l'arc d'un secteur est de 9 m., et R 7, *l'angle* = 73° 41'.
230. Si un arc de 45° a 18 m., S *du cercle* = 1650 m. 92.
231. Si R est 12 m., et que l'angle soit de 38° 12', *la surface du secteur* = 47 m. 97.
232. Si R est 12, et la corde 6 m. 46, S *du segment* = 10 m. 65.
233. Si R est 6, et qu'une couronne de ce cercle soit large de 2 m., *la surface de cette couronne* = 62 m. 80.
234. Si le grand axe d'une ellipse est de 18 m. et le petit de 5 m., S = 70 m. 65.

SOLUTION. $S = \frac{A}{2} \times \frac{a}{2} \times 3{,}14.$

Surface des corps.

235. Si le côté d'un cube est 7 m. 6, S totale = 346 m. 56 déc. car.
236. Si la longueur d'un parallélipipède est de 7 m. 4, et la largeur des côtés 0 m. 8, S latérale = 23 m. 68.
237. S totale = 24 m. 96.
238. Si la longueur d'un prisme triangulaire est de 8 m. 4 et la largeur des faces de 0 m. 5, S latérale = 6 m. 30.
239. S totale = 6 m. 55.
240. Si L d'un cylindre est 7 m. 8 et D 3, S latérale = 73 m. 47.
241. S totale = 87 m. 60.
242. Si H d'une pyramide triangulaire est 12 m., et que chaque face ait 0 m. 6 de base, S latérale = 108 m. car.
243. Si H d'un cône est 16 m., et D 2 m., S totale = 53 m. 38.
244. Si H d'un cône tronqué parallèlement à sa base est de 19 m., et les diamètres des bases 3 et 4 m., S totale = 228 m. 45.
245. Si D d'une sphère est de 24 m., S = 1 808 m. 64.

Volume des corps.

246. Si le côté d'un cube est 7 m. 9, V = 493 m. 039 déc. cub.
246 *bis*. Si L d'un parallélipède est 8 m. 5, la largeur 0 m. 5, et l'épaisseur 0 m. 4, V = 17 m. cub.
247. Si L d'un cylindre est 8 m., et R 0 m. 5, V = 6 m. 280.
247 *bis*. Si H d'une pyramide triangulaire est 8 m. 07, et la largeur des faces à la base de 0 m. 4, 0 m. 3 et 0 m. 2, V = 7 m. 811.

248. Si H d'une pyramide quadrangulaire rectangle est 12 m., et la largeur des faces à la base 0 m. 6, V = 1 m. 440.

249. Si H d'un cône est 8 m., et R 0 m. 5, V = 2 m. 093.

250. Si H d'un cône est 6 m. 6, et D 0 m. 8, V = 1 m. 105.

251. Si une pyramide tronquée parallèlement à sa base a H 6 m. 9, B inf. 4 m. 80, et *b* inf. 2 m. 48 de surface, V = 24 m. 647.

252. Si H d'une pyramide triangulaire est 9 m., et chaque côté à la base inférieure 0 m. 8, V = 0 m. 831.

253. Si H d'un cône tronqué parallèlement à sa base est 6 m., si R inf. est 4 m., et *r* sup. 3 m., V = 232 m. 360.

254. Si C d'une sphère est 8 m., V = 27 m. 176.

255. Si un arbre a 32 m. de long et 2 m. 4 de circonférence moyenne, son volume V = 11 stères 520 décist.

256. Si un tonneau a D 0 m. 75 aux fonds ou aux extrémités, 0 m. 96 au bouge, si de plus L intérieure est 1 m. 25, V *ou contenance* = 777 lit. 650.

257. Si un tonneau a D 0 m. 88 aux extrémités, 0 m. 97 au bouge, et 1 m. 14 de longueur ou intérieure, V *ou contenance* = 791 lit.

258. Si un puits de 24 m. de profondeur et de 1 m. 4 de diamètre a été creusé à raison de 2 fr. le mètre cube, il a coûté 73 fr. 86.

259. Si la maçonnerie de ce puits, ayant 0 m. 60 d'épaisseur, doit être payée 18 fr. le mèt. cube, elle coûtera 691 fr. 74.

260. Si la maçonnerie devait être enduite de ciment à raison de 1 fr. 50 le mètre carré, ce travail coûterait 158 fr. 26.

261. Une boule de plomb a 0 m. 2 de diamètre, si un cylindre a le même diamètre et une hauteur égale, quel est le volume des deux corps? La sphère = 0 m. 004188.
Le cylindre = 0 m. 006283.

GÉOGRAPHIE.

262. Le rayon polaire a été trouvé de 3 261 552 toises, et le rayon équatorial de 3 272 515; l'aplatissement de la terre à chaque pôle est donc de 10 963 toises.

263. Le quart du méridien est de 5 131 850 toises au lieu de 5 130 740 toises, comme on l'avait cru d'abord; le mètre devrait donc avoir 443 lignes 392 mill.; il est donc trop court de 0 lign. 096.

264. La terre étant aplatie aux pôles, les degrés de latitude ne sont pas entièrement égaux; mais en prenant la longueur moyenne suivant le méridien légal, on trouve que chaque degré = 57 008 toises 2/9.

265. La lieue de 25 au degré valait donc 2 280 toises 1/3.

266. Les degrés de longitude vont en diminuant à mesure qu'ils se rapprochent des pôles; quelle est donc la valeur d'un degré de longitude aux pôles? Rép. 0.

267. Chaque degré étant de 25 lieues, la terre a donc de circonférence 9 000 lieues.

268. Le quart du méridien légal étant de 5 130 740 toises, puisque le mètre en est la dix-millionième partie, une lieue égale en mètres 4 444 mèt. 444.

269. La distance diamétrale qui sépare les peuples antipodes est de 1 273 myriam. 2 395 mèt.

270. Pour passer devant le soleil un degré terrestre met 4'.

271. Un degré terrestre égale 11 myriam. 1 111 mèt.

272. En une heure la terre présente au soleil 15 degrés.

273. En 1 h. 6' la terre présente au soleil 16° 30'.

274. Si un homme pouvait rester suspendu dans l'atmosphère, en combien de temps aurait-il vu le tour de la terre? Rép. En 24 h.

275. New-York étant à 76° 23' 51'' de longitude occidentale, s'il est midi à Paris, à New-York il est 6 h. 55' 25''.

276. Jérusalem est à 33° de longitude orientale; lorsqu'il est midi en cette ville, il est à Paris 9 h. 48'.

277. Carcassonne est sur le méridien de Paris; lorsque l'une de ces villes a midi, l'autre a midi.

278. A 6 heures du matin à Paris, il est minuit dans l'Amérique centrale.

279. A 6 heures du matin à Paris, il est midi dans la Tartarie.

280. A 6 heures du matin à Paris, il est 6 heures du soir aux îles des Amis.

281. A 6 heures du matin à Paris, il est 1 h. 36' 30'' du soir à Pékin (114° 7' 30'').

282. Rome est à 10° 9' 32'' de longitude orientale; à 8 heures du soir en cette ville, il est à Paris 7 h. 19'.

283. Si l'on a une bonne montre qui ait été réglée à Paris, et que cette montre marque 8 h. 20' du matin quand il est midi au soleil, on en conclura qu'on se trouve à 55 degrés de longitude orientale.

284. Pour trouver sur une carte la distance d'un lieu à un autre, on prend cette distance sur une bonne carte avec un compas; on porte l'ouverture du compas sur un méridien ou sur l'équateur, et l'on a la distance en degrés de 25 lieues, ou de 11 myr. 1 111 mètres; puis on ajoute le cinquième pour les sinuosités du chemin. C'est ainsi qu'on trouve que la distance de

	Paris à Constantinople est de	607 lieues ou	270 myr.
285.	à Madrid	284	126
286.	à Moscou	670	298
287.	à Rome	300	133
288.	à Alger	360	161

289. Quelle distance y a-t-il en degrés entre les tropiques et les cercles polaires? Rép. 43° 4' 52''.

290. Deux parents à un degré éloigné sont morts, l'un à Québec (73° 30') le 1er mars à 6 heures du matin, et l'autre à Strasbourg (5° 21' 3 '') le même jour, à midi. Il s'agit de reconnaître quels seront les héritiers de ces deux hommes, sachant que la loi exclut ceux de celui qui est mort le premier? Rép. Ceux du second.

Solution. Lorsqu'il est midi à Strasbourg, il n'est que 6 h. 44' 12'' du matin à Québec; celui de Québec est donc décédé 44' 12'' avant celui de Strasbourg.

291. Deux voyageurs partent de Paris pour faire le tour de la terre: l'un se dirige vers l'est et l'autre vers l'ouest; ils désirent revenir en même temps. Quel jour sera-t-il en effet? Rép.

Solution. Chaque degré que l'on fait à l'est donne 4' de moins, et 360° donnent 24 heures. Le contraire a lieu en allant à l'ouest; de manière que ces voyageurs arriveraient, le 1er un jour plus tôt, et le 2e un jour plus tard.

292. Paris est à 48° 50′ 13″, et Alger à 36° 48′ 36″ de latitude sur le même méridien; la plus courte distance entre ces deux villes est donc de 133 myriam. 6 327 mèt.

293. Québec est à 73° 30′ de longitude, et à peu près sur le même parallèle que Paris, et à cette latitude les degrés de longitude n'ont plus que 73 172 m. 8; la plus courte distance entre ces deux villes est donc de 537 myr. 82 hectom.

CALENDRIERS.

294. On *comptait l'année* de 365 jours; mais, 46 ans avant J.-C., Jules César, maître et souverain pontife de Rome, ayant appris d'un astronome égyptien que la durée du mouvement annuel de la terre était de 365 jours un quart, il décida qu'on réunirait cet excédant à une 4e année qui serait de 366 jours. Cette année fut nommée *bissextile* : c'est ce qu'on appelle le calendrier *Julien*. On sait aujourd'hui que le mouvement de translation a lieu en 365 j. 5 h. 48′ 51″ 36‴; *l'erreur était donc de 11′ 8″ 24‴*.

295. L'*erreur du calendrier Julien fut rectifiée* par le pape Grégoire XIII en 1582. Lors du Concile de Nicée, tenu en 325, l'équinoxe se trouvait le 21 mars : combien dut-on retrancher de jours à l'année de la réforme? Rép. 10 jours.

296. Pour *prévenir le retour de semblables erreurs*, on arrêta que, dans l'espace de 400 ans, on retrancherait 3 jours, en ne faisant pas bissextiles les années séculaires dont le nombre de siècles ne serait pas divisible par 4. Ainsi, des années 1600, 1700, 1800, 1900 et 2000, la première a eu et la dernière aura 366 jours.

297. Les *Russes et les Grecs n'ont pas adopté la réforme grégorienne* : quelle différence y a-t-il entre leurs dates et les nôtres au 1er janvier 1843? Rép. 12 jours.

298. En *faisant chaque 4e année bissextile*, en retranchant 3 jours tous les 400 ans, on commet encore une erreur qui sera, en l'an 4000, de 1 jour.

299. Les *années bissextiles* étant celles dont le millésime est divisible par 4, on voit que les années 1842, 46, 50, 54, 74, *ne le seront pas*, et que 1848, 72, 96, 1904, 12, *le seront.*

300. Le *cycle solaire* est une période de 28 ans après laquelle les jours reviennent au même quantième des mois, tant que les années sont bissextiles de 4 ans en 4 ans (296).

301. Les *lettres dominicales* sont les 7 premières lettres de l'alphabet qui désignent, pendant le cycle solaire, les dimanches de chaque année. A désigne toujours le 1er janvier, B le 2, C le 3, etc.; A le 8, le 15, le 22, etc. Les années bissextiles en ont 2, parce qu'il y a un jour de plus en février.

302. On *trouve la lettre dominicale* pendant le XIXe siècle en prenant le nombre formé par les dizaines et les unités de l'année proposée; on augmente ce nombre du *quart*, et du quart plus 1 s'il y a un reste; on divise cette somme par 7; si le reste est zéro, la lettre dominicale est G; s'il y a un reste, on le retranche de 6; ce der-

nier reste indique l'ordre de la lettre cherchée. On trouve ainsi que les lettres dominicales des années 1842, 49 et 71 sont B, G, A.

303. Le *nombre d'or ou cycle lunaire* est une période de 19 ans, après laquelle les phases de la lune se reproduisent aux mêmes jours que dans la période précédente.

304. On *trouve le nombre d'or* d'une année en ajoutant 1 au millésime et divisant par 19. Le reste est le nombre d'or; si le reste est zéro, le nombre d'or est 19. On trouve ainsi que le nombre d'or des années 1842, 48, 70 et 92, est 19, 6, 9, 12.

305. Le *mois lunaire est de* 29 jours 53 centièm., la différence entre l'année solaire et l'année lunaire est donc d'environ 11 jours.

306. Les *Mahométans datent les années* de l'*hégire*, ou fuite de Mahomet de la Mecque, le 16 juillet 622 après J.-C. selon le calendrier julien. Ils comptent les années lunaires par cycle de 30 ans, dont 11 de 355 jours, et 19 de 354 jours. Un cycle musulman est donc de 10 631 jours.

307. Le 16 *juillet* 622, selon le calendrier julien, était le 14 du calendrier grégorien. Le nombre d'années sidérales écoulées depuis lors est donc, au 14 juillet 1843, de 1 221

308. Le nombre de secondes est de 38 531 013 117

309. Le nombre de jours est de 445 968

310. Le nombre de cycles musulmans est de 41,95

311. Le nombre d'années musulmanes est de 1 258

312. Ils comptent donc en 1843 1 259

Tableau de concordance du calendrier grégorien avec le calendrier républicain.

Mois républicains	Années républicaines.													Mois grégoriens
	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	
	1793	94	95	96	97	98	99	1800	1	2	3	4	5	
1er vendém.	22	22	23	22	22	22	23	23	23	23	24	23	23	sept.
1er brum.	22	22	23	22	22	22	23	23	23	23	24	23	23	oct.
1er frim.	21	21	22	21	22	21	22	22	22	22	23	22	22	nov.
1er niv.	21	21	22	21	21	21	22	22	22	22	23	22	22	déc.
	1794	95	96	97	98	99	1800	1	2	3	4	5	6	
1er pluv.	20	20	21	20	20	20	21	21	21	21	22	21	*	janv.
1er vent.	19	19	20	19	19	19	20	20	20	20	21	20		févr.
1er germ.	21	21	21	21	21	20	22	22	22	22	22	22		mars.
1er flor.	20	20	20	20	20	20	21	21	21	21	21	21		avril.
1er prair.	20	20	20	20	20	20	21	21	21	21	22	21		mai.
1er messid.	19	19	19	19	19	19	20	20	20	20	20	20		juin.
1er therm.	19	19	19	19	19	19	20	20	20	20	20	20		juillet.
1er fruct.	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19		août.
1er complém.	17	17	17	17	17	17	18	18	18	18	18	18		sept.

313. Le 9 thermidor an II correspond au 27 juillet 1794.

314. Le 18 brumaire an VIII correspond au 9 novembre 1799.

* Le lendemain du 10 nivôse an XIV on compta 1er janvier 1806.

315. *L'épacte* est la différence de l'année lunaire à l'année solaire, ou l'âge de la lune à la fin de l'année, qui commençait autrefois au 1^er^ mars.

316. On *trouve l'épacte* d'une année, entre 1700 et 1900, en retranchant 1 du nombre d'or; multipliant le reste par 11, et divisant le produit par 30, le reste indique l'épacte. Lorsque le nombre d'or est 1, l'épacte est 0. On trouve ainsi que les épactes des années 1813, 49, 62 et 78, sont 0, 6, 0, 26.

317. On *trouve l'épacte* en ajoutant 11 à l'épacte de l'année précédente. Lorsque le nombre d'or est 1, on ajoute 12. La même épacte sert depuis le 1^er^ mars jusqu'au 28 ou 29 février suivant.

318. On *trouve l'âge de la lune* en ajoutant à l'épacte le nombre de mois écoulés depuis et y compris mars; on y joint le quantième du mois; la somme indique l'âge de la lune. Si la somme excède 30, cet excédant est l'âge demandé. Si le mois n'a que 30 jours, on ajoute 1 de plus. On trouve ainsi que l'âge de la lune au 23 février, 12 avril et 16 juillet 1843, égale 24, 15 et 21 jours.

318 *bis*.

Si N=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19.
E=	*	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18.

319. On *célèbre la fête de Pâques* le 1^er^ dimanche après la pleine lune qui suit l'équinoxe du printemps.

319 *bis*. On *trouve la date de la fête de Pâques* en cherchant 1° l'épacte, E; 2° la lettre dominicale, D; 3° l'âge de la lune, A, au 21 mars. Si à cette date la lune a 14 jours, elle est pascale, et Pâques a lieu le dimanche suivant. Si, le 21 mars, la lune n'est pas dans son 14^e^ jour, Pâques n'est célébré que le dimanche d'après la pleine lune suivante.

EXEMPLE POUR 1843.

$$N = \text{le reste de } \frac{1843+1}{19} = 1, \quad L = \text{le reste de } \left(43+\frac{43}{4}+1\right) : 7 = 5,$$

et $6-5=1$, ou A pour lettre dominicale.

$$E = \frac{(N-1)\times 11}{30} \quad \text{ou} \quad \frac{(1-1)\times 11}{30} = 0,$$

et A au 21 mars $= 21 + 1 = 22$ jours.

Pâques n'a donc lieu qu'après la pleine lune suivante. Or la pleine lune n'arrivera que 8 j. + 15 j. plus tard, c'est-à-dire du 13 au 14 avril. Pâques est donc le 15 si ce jour est un dimanche, et, dans le cas contraire, il est le dimanche suivant.

320. On *trouve le jour initial de mars* au moyen de la table suivante, en commençant à la 3^e^ colonne de 1800 à 1900, à la 4^e^ de 1900 à 2000, etc.

Mercr.	Lundi	Samedi	Jeudi	Mardi	Dim.	Vendr.
Jeudi	Mardi	Dim.	Vendr.	Mercr.	Lundi	Samedi
Vendr.	Mercr.	Lundi	Samedi	Jeudi	Mardi	Dim.
Samedi	Jeudi	Mardi	Dim.	Vendr.	Mercr.	Lundi

321. On *trouve donc qu'en* 1843 *mars commence* le mercredi; le 8, le 15 et le 29, sont aussi le mercredi, et le 1^er^ avril est le samedi;

le 15 est également le samedi. Pâques sera donc le dimanche suivant 16 avril.

322. On *trouve ainsi que pour les années* 1845, 48, 50, 59, 64, Pâques sera le 23 mars, 23 avril, 31 mars, 24 avril, 27 mars.

PHYSIQUE.

323. Une balle parcourt en tombant 4 mèt. 904 dans la 1re seconde, et la vitesse de ce mouvement s'accroît de manière à former une progression dont la raison est double du 1er terme; c'est-à-dire que les espaces parcourus sont égaux au carré des temps multiplié par 4 mèt. 904. Ainsi en 1′ le corps parcourt 1^2 m. $\times$ 4 m. 904; en 2′, il parcourt $2^2 \times$ 4 m. 904; en 3′, $3^2 \times$ 4 m. 904.

324. On sait qu'une balle met 4″ à tomber du sommet du Panthéon; *la hauteur de cet édifice est donc de* 78 m. 464.

325. On voit une pierre toucher l'eau d'un puits 4″ 1/2 après son départ, *le puits a donc de profondeur* 99 m. 306.

326. Le son parcourt 340 mèt. par seconde; quelle est donc la distance d'une pièce de canon dont on a entendu l'explosion 7″ après l'inflammation de la poudre? Rép. 2 380 mèt.

327. Si l'on entend le tonnerre 6″ après l'apparition de l'éclair, le nuage est à une distance de 2 040 mèt.

328. La lumière nous parvient du soleil en 8′ 13″; la distance moyenne du soleil étant de 15 millions de myriam., la vitesse de la lumière est donc par seconde d'environ 30 426 myriam.

328 *bis*. Le *poids ou pesanteur spécifique des corps* est leur densité relative, leur masse sous un même volume.

329. L'*unité de comparaison pour la pesanteur des liquides et des solides* est celle de l'eau distillée.

329 *bis*. On *obtient le poids spécifique d'un corps* en le pesant d'abord dans l'air; on le plonge ensuite dans l'eau; on ajoute les poids nécessaires pour rétablir l'équilibre, et la division des poids du premier plateau par ceux ajoutés au corps donne le poids cherché. Ainsi un morceau de fer pèse dans l'air 46 gr. 728; en plongeant ce corps dans l'eau, il faut ajouter, pour rétablir l'équilibre, 6 grammes. Divisant 46 gr. 728 par 6, on obtient pour poids spécifique du fer 7 gr. 788, c'est-à-dire qu'un décimètre cube d'eau pesant 1 kil., un décim. cube de fer pèse 7 kil. 788 gr.

330. C'est ainsi qu'on a trouvé que 1 DÉCIMÈTRE CUBE de

	kil.		kil.
Platine laminé pèse	22,06	Fer fondu	7,20
Or pur fondu	19,25	Etain fondu	7,291
Mercure	13,598	Zinc fondu	6,86
Plomb fondu	11,352	Marbre	2,87 à 3
Argent pur fondu	10,474	Grès	2,41
Cuivre rouge fondu	8,78	Chêne sec	1,67
Acier trempé	7,813	Marbre vert	0,96 à 1,22
Fer forgé	7,788	Glace d'eau	0,93

	kil.		kil.
Hêtre	0,85	Vin	0,99
Sapin	0,81	Huile	0,91
Peuplier	0,38	Eau-de-vie	0,86
Liége	0,24	Esprit-de-vin	0,83
Lait	1,03	Air	0,0013
Eau de mer	1,0263	Gaz hydrogène	0,0001

331. Combien un cylindre de plomb de 0 m. 8 de long sur 0 m. 04 de diamètre fournirait-il de balles de 0 m. 012 de diamètre en comptant un dixième de scories? Rép. 444 balles.

332. Si une sphère d'or a 0 m. 12 de diamètre, elle pèse 18 k. 477.

333. Combien pèse le vin contenu dans un tonneau de 224 lit.? Rép. 221 kil. 760.

334. Un corps irrégulier pèse dans l'air 36 kil., et dans l'eau 31 378 gr.; quel est le volume de ce corps? Rép. 0 m. 004622 cubes.

335. Quelle est la nature de ce corps? Rép. Du fer.

336. Quel est le volume d'un corps irrégulier qui, plongé dans un vase plein d'eau, en fait sortir 3 kil. 340 gr.? Rép. 0 m. 003340.

337. On sait que le mercure du baromètre s'abaisse de 0 m. 001 par 10 m. 50 d'élévation; quelle est donc la hauteur de l'Himalaya, au sommet duquel le mercure baisse de 0 m. 7448? Rép. 7821 mèt.

338. Un paratonnerre garantit un espace circulaire d'un rayon double de sa hauteur. Si la tige de fer a 9 mèt. de haut, combien en faut-il sur un édifice de 54 m. de long? Rép. 3.

Manière de tracer un cadran horizontal.

338 *bis.* Pour *tracer un cadran horizontal* on choisit une pierre, ou, mieux, une ardoise bien dressée; on mène d'abord une ligne destinée à marquer six heures; sur le milieu de cette ligne on élève une perpendiculaire destinée à marquer midi; on décrit une demi-circonférence du plus grand rayon possible; on partage le quart de la circonférence en 9 parties bien égales; on divise chacune de ces 9 parties en 10, qui seront des degrés du cercle; on partage ces degrés en 2, ou en 4 parties même si cela se peut; on mène ensuite les lignes des heures en donnant le plus exactement possible à chacune l'ouverture d'angle désignée ci-après.

Angles formés avec la méridienne.

Matin.	Soir.	Angles.
11 h. $\frac{3}{4}$	12 h. $\frac{1}{4}$	2°49′50″
11 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	5 39 37
11 $\frac{1}{4}$	12 $\frac{3}{4}$	8 31
11	1	11 24 18
10 $\frac{3}{4}$	1 $\frac{1}{4}$	14 20 6

Matin.	Soir.	Angles.
10 h. $\frac{1}{2}$	1 h. $\frac{1}{2}$	17° 19′ 10″
10 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{3}{4}$	20 22 4
10	2	23 29 32
9 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	26 42 14
9 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	30 0 50
9 $\frac{1}{4}$	2 $\frac{3}{4}$	33 26 1
9	3	36 58 26
8 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{1}{4}$	40 38 40
8 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	34 27 14

Angles formés avec la ligne de 6 heures.

Matin.	Soir.	Angles.
8 h. $\frac{1}{4}$	3 h. $\frac{3}{4}$	41° 35′ 26″
8	4	39 29 5
7 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{1}{4}$	33 13 36
7 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	28 49 11
7 $\frac{1}{4}$	4 $\frac{3}{4}$	24 16 14
7	5	19 35 30
6 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{1}{4}$	14 48 1
6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	9 55 9
6 $\frac{1}{4}$	5 $\frac{3}{4}$	4 58 33

On peut prolonger ces neuf dernières lignes pour avoir les heures avant et après 6 heures.

Le *style ou l'aiguille du cadran doit former* à sa base un angle égal à la latitude du lieu. Ainsi Paris, Bar-le-Duc, Châlons-sur-Marne, Melun, Nanci, etc., étant sous la même latitude ou environ (48° 50′), le style sera semblable; il doit être aussi fixé bien perpendiculairement au cadran.

Le *cadran doit être placé* bien horizontalement; on lui donne cette position au moyen d'une bonne équerre et d'un fil à plomb.

La ligne de midi doit être parfaitement dirigée vers le nord; c'est ce qu'on appelle orienter le cadran.

On *oriente un cadran* à l'aide d'une boussole, ou, la nuit, en plaçant deux jalons dans la direction de l'étoile polaire ; on peut même employer ces deux moyens, qui se vérifieront réciproquement.

Valeur des matières d'or et d'argent.

1 kilog. d'argent monnayé au titre de 0,900	vaut	200 f.
1 kilog. d'argent pur		222 22
1 kilog. d'or monnayé au titre de 0,900		3100
1 kil. d'or pur		3444 44

On compte 3 fr. pour la fabrication de 1 kilog. d'argent en monnaies, et 9 fr. pour 1 kilog. d'or.

1 kilog. d'argent pur au change des monnaies	vaut	218 f. 88
1 kilog. d'or pur au change des monnaies		3434 44

339. Un vase d'argent pèse 812 gr. 78 ; il est au titre de 0,8. Combien vaut-il au change des monnaies? Rép. 106 fr. 20.

Solution. 812,78 $\times$ 0,8 de fin = 650 gr. 224 de fin.

Or 900 grammes valent 197 fr. au change des monnaies.

1 gr. = 197 : 900 et 650,224 = etc.

340. Une cuillère d'or pèse 116 gr. 14 ; elle est au titre de 0,840. Combien sera-t-elle payée au change des monnaies ? Rép. 335 fr. 06.

341. Le *contrôle des ouvrages d'argent* est de 1 fr. 10, et celui de l'or de 22 fr. par hectogr. de métal.

342. Le contrôle d'un vase d'argent pesant 584 gr. 58 sera de 6 fr. 43.

343. Le contrôle d'un vase d'or pesant 489 gr. est de 107 fr. 58.

Valeur des mesures étrangères en mesures françaises.

ANGLETERRE.

Mesures de longueur.

Yard = 0 m. 91438348.
Pied = 1/3 du yard.
Pouce = 1/12 du pied.
Fathom = 2 yards.
Pole ou perch = 5 yards 1/3.
Furlong = 220 yards.
Mille = 1760 yards.

Mesures de superficie.

Yard carré.
Rod ou perch carré.
Rood, 40 rod.
Acre, 4 840 yards carrés.

Mesures de contenance.

Gallon = 4 lit. 54345797.
Pint = 1/8 de gallon.
Quart = 1/4 de gallon.
Peck = 2 gallons.
Bushell = 8 gallons.
Sack = 3 bushells.
Quarter = 8 bushells.

Mesures de poids pour les matières précieuses.

Livre troy = 0 kil. 373096.
Once = 1/12 de livre troy.
Pennyweight = 20^{e} d'once.
Grain = 24^{e} de penny.

Livre avoirdupoids = 0 k. 4534.
Once = 16^{e} de livre.
Drachm = 16^{e} d'once.
Quintal = 112 livres.
Ton = 20 quintals.

Monnaies.

Or.

Guinée de 21 shillings	= 26 f. 47
Livre sterling (monnaie de c.)	= 25 21
Souverain, dep. 1818	= 25 21

Argent.

Shilling, depuis 1818	= 1 1614
Shilling ancien	= 1 236
Crown de 5 shillings.	

Cuivre.

Penny, 12e du shilling.
Halfpenny 1/2 penny.

AUTRICHE.

Longueur.

Pied	= 0 m. 3161
Mille	= 7586 472
Aune	= 0 7997

Poids.

Livre	= 0 k. 5586

Monnaies.

Ducat	= 11 f. 85
Risdale	= 5 195
Florin	= 2 60
10 Kreutzers	= 0 433

BELGIQUE.

Mille métrique	= 1 kilom. 072

Monnaies.

Pièce de 40 et de 20 fr.
de 5 et de 1 fr.

DANEMARCK.

Mille, 24 000 pieds danois	= 7531 m. 704

Monnaies.

Ducat-species	= 11 f. 86
Risdale	= 5 66
Mark danois	= 0 94
Marck de Lubeck	= 1 53

ESPAGNE.

Longueur.

Vare	= 0 m. 8366
Lieue royale	= 7066 375
Lieue commune	= 5596 569

Poids.

Livre	= 0 kil. 459

Monnaies.

Doublon de 8 écus	= 81 f. 51
Demi-pistole ou écu	= 10 1887
Piastre	= 5 43
2 Réaux ou piécette	= 1 086
1 Réal ou d.-piéc.	= 0 543
Réal de vellon de 34 maravédis.	= 0 271

ÉTATS-UNIS.

Monnaies.

Double aigle	= 55 21
Aigle.	
Demi-aigle.	
Dollar	= 5 42

HOLLANDE.

Longueur.

Pied	= 0 m. 283
Aune	= 0 6903
Mille	= 5856 995

Poids.

Livre	= 0 kil. 4914

Monnaies.

Ducat	= 11 f. 85
Ducat nouveau	= 11 78
Ryder	= 31 65
Florin	= 2 1594
Escalin	= 0 64
Ducaton	= 6 85
Risdale	= 5 74

PORTUGAL.

Longueur.

Lieue	= 6173 m. 286
Vare	= 1 0929

Monnaies.

Portugaise de 6400 reis = 45 f. 27
Cruzade neuve de 480 reis = 2 94

PRUSSE.

Longueur.

Pied du Rhin = 0 m. 31385
Lieue = 7 407 m. 943
Mille, 24 801 pieds du Rhin = 7 783 m. 794
Aune = 0 6669

Monnaies.

Ducat fin = 11 f. 85
Frédéric = 20 78
Risdale ou thaler = 3 716
12 bons gros = 1 858

ITALIE.

ÉTATS ROMAINS.

Longueur.

Mille = 1 481 m. 588
Canne = 1 992
Brasse = 0 848

Monnaies.

Pistole = 17 f. 28
Sequin = 11 80
Teston de Rome, écu de 10 pouls, ou 100 baïoques = 5 38

RUSSIE.

Longueur.

Pied, 16 palez = 0 m. 3590
Arschine = 0 7180
Sagène, 3 arschines.
Verst de 500 sagènes ou 1 500 arschines = 1 077 m. 781
Mille de 28 530 pieds du Rhin = 8 934 m. 255

Poids.

Livre = 0 k. 4095

Monnaies.

Ducat ancien = 11 f. 78
Ducat (1763) = 11 59
Impériale ancienne = 52 38
Impériale (1763) = 41 29
Rouble ancien = 4 61
Rouble (1798) = 4

SARDAIGNE.

Longueur.

Vaso = 0 m. 5493

Monnaies.

Sequin = 11 f. 84
Ecu = 4 70
Pièces de 20, de 5 et de 1 fr.

SUISSE.

Les mesures et les monnaies varient tellement d'un canton à l'autre, qu'il est impossible de les désigner ici. Il en est de même des mesures et des monnaies de l'Allemagne et de l'Italie.

SUÈDE.

Longueur.

Pied = 0 m. 2969
Ell = 2 pieds.
Famn = 3 ells.
Ruthe = 16 pieds.

Poids.

Livre = 0 k. 4252

Monnaies.

Ducat = 11 f. 70
Risdale = 5 75

TURQUIE.

Longueur.

Berri = 1479 m. 293

Monnaies.

Sequin = 8 f. 72
Piastre de 40 paras = 2

RÉCAPITULATION.

344. Un homme s'établit avec 3 489 fr.; il épousa une femme dont la dot était de 7 857 fr.; il a gagné 38 785 fr.; mais il perdit, par la faillite d'un de ses correspondants, 7695 fr. 94; il fit un héritage de 18 700 fr. Si à sa mort il laisse 6 enfants, quelle sera la part de chacun? Rép. 10 188 fr. 51.

345. 897 hectogr. de cassonnade coûtent 69 fr. 966; si on la vend 1 fr. le kilogr., combien gagne-t-on? Rép. 69 fr. 966.

346. 790 litres de vin contenus dans 1 027 bouteilles ont coûté 592 fr. 50; si l'on a revendu les bouteilles vides 22 fr. le cent, le litre de vin revient à 0 fr. 464.

347. On a employé 7 ouvriers pendant 19 jours : l'un gagnait 45 décimes, l'autre 2 fr. 25, et les autres 1 fr. 25. La dépense totale est donc de 190 fr.

348. Si des briques coûtent 27 f. le mille, 57 briques coûtent 1 f. 539.

349. Un ancien contrat établit en faveur d'une personne une rente de 87 livres 9 sous 6 deniers; combien est-ce en francs? R. 86 f. 395.

350. On a employé à la copie d'un acte d'abord trois quarts d'heure, puis une demi-heure, puis 45 minutes, puis 50 minutes, puis 4 heures 1 quart; si l'écrivain est payé 45 centimes par heure, il lui est dû 2 fr. 89.

351. La loi exempte du service militaire le fils unique d'un père septuagénaire; si un enfant est né le 17 janvier 1843, et son père le 19 février 1792, le fils jouira-t-il du bénéfice de la loi? Rép. Oui.

352. Un élève a obtenu dans les compositions de l'année les numéros 1, 3, 5, 7, 7, 6, 2, 1; un autre a eu les numéros 2, 2, 1, 7, 6, 6, 3, 1. La moyenne du premier est donc de 4, et la moyenne du second de 3 1/2.

353. On a essayé une pièce de canon qui a porté, la première fois à 688 m., la deuxième fois à 703 m., la troisième fois à 657 m., et la quatrième fois à 680 m.; la portée moyenne de la pièce est donc de 682 mètres.

354. Un petit cochon coûte 12 fr.; il consomme 12 hectol. de pommes de terre à 1 fr. 50 et 150 kilogr. de son à 10 cent.; combien doit-il peser alors pour que la viande ne revienne qu'à 45 centimes? Rép. 102 kil.

355. Une parcelle de terre de 149 ares 58 centiares est estimée 37 f. 395 de revenu; si l'on en vend 1 hectare, quel sera le revenu de la partie vendue? Rép. 25 fr.

356. Deux marchands achètent en commun une coupe de bois contenant 27 hectares 9 centiares, à raison de 754 fr. l'hect., plus le décime pour couvrir les frais de la vente; l'un deux a payé ces frais. Combien doit-il encore pour sa moitié de l'achat? Rép. 9 161 fr. 41.

357. Si j'avais vendu 36 fr. de plus un cheval qui m'avait coûté 790 fr., j'aurais gagné 78 fr.; combien ai-je vendu ce cheval? Rép. 832 fr.

358. Si un homme gagne 3 fr. 68 par jour, le dimanche excepté, quelle est sa dépense annuelle s'il économise le quart de son gain? Rép. 1 007 f. 4.

359. Quelqu'un achète 5 m. 7 de drap à 17 fr. 80 le mèt.; rentré chez lui il reconnaît qu'il n'a que 4 mèt. 95. Combien perd-il? Rép. 12 fr. 61.

360. On a partagé une somme inconnue entre 3 personnes : la 1re a eu 987 fr. de plus que la 2e, celle-ci a eu 498 fr. de moins que la 3e, qui a eu 8 947 fr. Quelle est la somme partagée? Rép. 26 832 fr.

361. Quel est le dividende d'une division dont le diviseur est 6 789, le quotient 9 999, plus 6 788 de reste? Rép. 67 808 999.

362. La différence entre les deux tiers et les trois quarts d'un nombre est 91. Trouver ce nombre. 1 092.

363. Quelqu'un pense un nombre; il le multiplie par 7; il ajoute 2 604; divisant alors par 9, le quotient est 987. Quel est le nombre pensé? Rép. 897.

364. Le grand côté d'un rectangle surpasse de 29 mèt. le plus petit, qui est de 87 mètres. Quel est le périmètre de la pièce de terre? Rép. 406 m.

365. Un marchand de figurines en a 27 dont il doit retirer 44 fr. 55; mais, en ayant cassé 3, il demande combien il doit vendre chacune des 24 qui lui restent? Rép. 1 fr. 86.

366. Un livre contient 1569 pages, et chaque page 78 lignes. Quel temps emploierait à le copier un homme qui y travaillerait 12 h. par jour, et qui en écrirait 2 lignes et demie par minute? Rép. 67 j. 11 h. 52′ 48″.

367. Une planche a 7 m. de long sur 37 cent. de large et 27 mill. d'épais; à 4 fr. 8 le mèt. carré, elle coûtera 12 fr. 432.

368. Une pièce de bois a 9 m. de long sur 37 à 39 cent. d'équarrissage; à 78 fr. le stère, elle coûtera 101 fr. 30.

369. On veut entourer de murs en maçonnerie un parc de forme rectangulaire dont la longueur excède de 37 mètres la largeur, qui est de 841 mètres; les murs doivent avoir 2 m. 7 de haut et 47 cent. d'épais. Si cette maçonnerie est payée 15 fr. le mèt. cube, le tout coûtera 48 475 fr. 80.

370. Quel était, en 1843, l'âge d'une personne née en 1809? Rép. 34 ans.

371. On veut paver la chaussée d'une route sur une largeur de 4 m. et une longueur de 24 789 m.; le pavé dont on doit faire usage a en moyenne 17 cent. de côté. Si chaque pavé revient à 1 fr., le travail coûtera 3 431 003 fr. 46.

372. On veut entourer de fossés un bois formant un pentagone irrégulier; l'un des côtés a 78 m., un autre a 84 m., un 3e a 89 et les autres chacun 95 m.; on ne veut dépenser à cet ouvrage que 368 fr. 9406, tout en donnant au fossé 1 mèt. d'ouverture et 78 cent. au fond, et le travail est payé 94 cent. le mèt. cube. Quelle profondeur doit-on donner à ce fossé? Rép. 1 mèt.

373. Partager 7 884 f. en 18 personnes, de façon que 9 d'entre elles aient le triple des autres. Trouver la part de chacune. 9 ont chacune 657 fr., et les 9 autres chacune 219 fr.

374. Un kilog. de pain est produit par 3/4 kil. de farine; 1 hectol de blé pèse environ 80 kil. et donne environ 20 kil. de son. Com bien un sac de deux hectol. donne-t-il de pain? Rép. 160 kil.

375. Un boulanger a fourni à son boucher 198 pains de 6 kilog. à 1 fr. 95 l'un, et 76 pains de 3 kilog. à 1 fr. 75 les 6 kilog.; il en a reçu 178 kilog. de bœuf à 1 f. 20 et 658 hectog. de veau ou de mou-

ton à 1 f. 40 le kil. Faire le compte de ces deux personnes. Le boucher redoit 146 fr. 88.

376. L'Europe a 228 millions d'habitants, l'Asie 390, l'Afrique 60, l'Amérique 40, et l'Océanie 20. Ce nombre d'individus meurt dans l'espace de 33 ans. Combien en meurt-il par minute? Rép. 42 au moins.

377. L'agriculture produit, année commune, 155 millions hectol. de grains; les semences en enlèvent 24, la subsistance des hommes 97, celle des bestiaux et des volailles 29 millions 400 mille, la distillation 16 cent mille; quel est l'excédant? Rép. 3 millions d'hectol.

378. La France produit, année commune, 38 millions hectol. de vin; on en exporte environ 1 630 690 hectol. Combien en consomme-t-on en France? Rép. 36 369 310 hectol.

379. L'effectif des gardes nationales est de 5 729 052, la population étant de 33 540 910 habitants; sur quel nombre trouve-t-on un garde national? Rép. Sur 5 hab. 854.

380. On appelle chaque année sous les drapeaux 80 mille hommes; sur quel nombre d'habitants se trouve-t-il un soldat, sachant que la durée du service militaire est de 7 ans? Rép. Sur 64 hab. 945.

381. En 1772 la population de la France était de 22 672 000 habitants; de combien a-t-elle augmenté? Rép. De 10 868 910 habitants.

382. En 1801 le budget des dépenses de la France était de 549 620 169; il a augmenté de 768 906 998 fr. De combien est-il aujourd'hui? Rép. De 1 318 527 177 fr.

383. On a besoin d'une barre de fer de 8 m. 7 de long sur 0 m. 04 de large et 0 m. 02 d'épais; combien coûtera-t-elle à raison de 0 f. 75 le kil.? Rép. 40 fr. 65.

384. Combien pèse une pièce de vin de 224 litres, comptant le fût pour 28 kil. 24? Rép. 250 kil.

385. Un sac d'argent pèse 49 kilog. 38 décag.; quelle somme contient-il? Rép. 9 876 fr.

386. Un sac de pièces de cuivre pèse 9 kil. 876 gr.; quelle somme contient-il? Rép. 49 fr. 38.

387. Lorsque l'hectolitre de blé coûte 24 fr., le pain de 6 kil. coûte 2 fr. 15; quel était le prix de 1 kil. de pain en 1817, alors que le blé valait 67 fr. 20 l'hectol.? Rép. 1 fr.

388. Et en 1824, lorsque l'hect. valait 14 f. 80? Rép. 0 fr. 221.

389. Et en 1765, lorsque l'hect. valait 9 fr. 58? Rép. 0 fr. 143.

390. Au moyen du télégraphe on transmet les nouvelles avec une vitesse de 4 myriam. par minute; en combien de temps reçoit-on à Paris des nouvelles de Toulon, sachant que la distance directe entre ces deux villes est de 69 myriam. 299? Rép. En 17′ environ.

391. Quels sont les 3/7 et demi de 99? Rép. 49 1/2.

392. Quelle est la hauteur d'un arbre qui donne 78 m. 6 d'ombre en même temps qu'un arbre de 2 mèt. 7 donne 8 m. d'ombre? Rép. 26 m. 2.

393. On a payé le prix d'une pièce de terre en quatre termes, savoir : au 1er la moitié, au 2e le tiers, au 3e le quart, et 879 fr. au 4e. Quel est le prix? Rép. 21 096 fr.

394. On veut enclore de murs un jardin de forme rectangulaire contenant 43 ares 69 cent. 92, et dont la longueur est de 56 m. 9; la hauteur des murs doit être de 2 m. Quelle en sera la longueur? Rép. 267 m. 4.

395. La surface d'un verger est de 18 ares 6750 ; s'il était carré, elle serait de 24 ares 8004. Quelles en sont les dimensions? Rép. 49 m. 8 de long et 37 m. 5 de large

396. Quel est le diamètre d'un cercle égal en surface à un triangle de 58 m. 4 de base et 47 m. 6 de hauteur? Rép. 42 m. 078.

397. Un ouvrier a fait 87 mèt. 57 en 15 jours; un autre a fait 262 m. 71 en 44 jours. Quel est le plus actif? Rép. Le second.

398. Lorsque la rame de papier coûte 18 fr. 50, on en a 5 mains pour 4 f. 625; quel est le prix de la rame lorsqu'on a 7 mains et demie pour le même prix? Rép. 12 fr. 33.

399. Quelle est la hauteur d'un triangle de 37 m. 5 de base, et dont la surface égale celle d'un cercle de 17 m de rayon? Rép. 48 m. 9312.

400. Si un courrier va de Paris à Madrid en 15 jours et 14 heures par jour, combien voyagera-t-il d'heures par jour s'il met 23 jours pour le retour? Rép. 9 h. 3/23.

401. Une pièce de bois de 10 m. de long sur 48 à 54 cent. d'équarrissage coûte 135 fr., quelle doit être la longueur d'un autre pièce qui a coûté 72 fr. 80, et qui a 35 à 43 centim. d'équarrissage? Rép. 9 m. 287.

402. Deux marchands mettent en commun 800 fr. et font un bénéfice de 150 fr.; l'un reçoit pour sa mise et son gain 570 fr. Quelle est la mise de chacun? Le 1[er] a mis 480 fr., et le 2[e] 320 fr.

403. Un homme, voulant encourager les progrès de son fils dans les mathématiques, lui dit : Le tiers de ce que j'ai dans la main égale le huitième de ce que j'ai dans ma bourse. et le dixième plus 2 de ce que j'ai dans ma bourse égale le onzième de ce que j'ai dans la main et dans ma bourse; si tu trouves la somme que j'ai, je te la donne. Ayant calculé, le fils trouva que son père avait 30 fr. dans la main, et 80 fr. dans sa bourse.

404. La longueur d'une pièce de terre surpasse de 4 mètres la largeur, et la surface est de 2176 m. 89. Quelle est la longueur? Rép. 48 m. 7.

405. Un nombre multiplié par ses cinq septièmes égale 1715. C'est 49.

406. Les six septièmes de l'âge de Louis XIV, multipliés par les cinq onzièmes, égalent 2310; trouver l'âge de ce prince? Rép. 77 ans.

407. Un siphon peut vider un tonneau en 12 heures, et un second en 18 heures; en les employant ensemble en combien de temps aura-t-on vidé le tonneau? Rép. En 7 h. 1/5.

408. Un gendarme poursuit un malfaiteur qui a 8 myriam. d'avance, et qui fait 5 kilom. par heure; le gendarme faisant 11 kilom. par heure, en combien de temps aura-t-il atteint le fuyard? Rép. En 13 h. 20′.

409. Un homme emplit de vin un verre qu'il vide ensuite à moitié; il le remplit d'eau, puis il le vide aux 2/3; il le remplit de nouveau et le vide au 1/4; combien reste-t-il de vin dans le verre? Rép. Le 1/8 du verre.

410. Le 1/8 moins le 1/9 d'un nombre égale 7; quel est ce nombre? Rép. 504.

411. Lorsque les aiguilles d'une montre se rencontrent entre 5 et 6 heures, quelle heure est-il? Rép. 5 h. 5/11.

412. Quelle heure est-il entre 6 et 7 heures? Rép. 6 h. 6/11.
413. entre 7 et 8 heures? Rép. 7 h. 7/11.
414. Un libraire met un ouvrage en loterie : à 2 fr. le billet, il gagne 5 fr.; à 1 fr. 80, il perd 1 fr. Trouver le prix de l'ouvrage et le nombre de billets. Rép. 55 fr. et 30 billets.
415. Outre les méthodes générales, on trouverait encore que x billets = 5 fr. gain + 1 fr. perte divisé par 2 fr. — 1 fr. 80 prix des billets; ou le nombre des billets = 5 + 1 : (2 — 1,80) = 6 : 0,2.
416. On a payé 277 fr. en 83 pièces de 5 fr. et de 2 fr.; combien a-t-on donné de pièces de chaque espèce? Rép. 37 de 5 fr. et 46 de 2 fr.
417. Trouver deux nombres dont la somme est 73 et la somme des carrés 2845. Rép. 27 et 46.
418. Partager 76 en deux parties dont la somme des carrés soit 2920. Rép. 42 et 34.
419. La différence de deux nombres est 7; la somme de leurs carrés est 949. Trouver ces deux nombres. Rép. 18 et 25.
420. Le produit de deux nombres est 306; la somme de leurs carrés est 613. Trouver ces deux nombres. Rép. 17 et 18.
421. Quel est le nombre qui ajouté à sa racine carrée donne 342? Rép. 324.
422. Quel est le nombre qui surpasse de 702 sa racine carrée? Rép. 27.
423. Un marchand de bois a acheté une coupe de forme carrée, ayant 312 mèt. de tour; on lui propose de l'échanger contre deux autres égales l'une à l'autre, ayant ensemble aussi 312 mèt. de périmètre; doit-il accepter cette proposition? Rép. Les deux petites ne contiennent ensemble que la moitié de la grande.
424. On a deux cuves de même hauteur, l'une contient 6 hectol. et l'autre 4; si l'on en fait une seule en employant les mêmes douves, quelle sera la contenance de cette dernière? Rép. 40 hectol.
425. Un cercle a 8 de circonférence, un autre a 4; si l'on fait un cercle dont la circonférence égale celles des deux premiers, quelle sera la surface des trois cercles? Rép. Celui de 8 a 5,09555; celui de 4 a 1,273885 et celui de 12 a 11,4649.
426. Si l'on fait une seule futaille au moyen des douves de deux autres de même dimension, quelle sera la contenance de cette dernière? Rép. Quatre fois autant que l'une des deux autres.

Problèmes curieux et récréatifs.

427. Une pension compte 24 internes; les dortoirs se composent de 8 chambres, contenant chacune 3 lits, et disposées en carré, avec celle du professeur au milieu. Pour s'assurer la nuit de la présence de chacun, celui-ci sait qu'en comptant les élèves par rang il doit en trouver 9. Or, un beau jour de sortie, 4 d'entre eux négligent de rentrer; afin de cacher leur absence, un de leurs camarades dispose les autres de manière que le professeur trouve encore 9 élèves par rang. Quelques jours après, 4 externes étant restés le soir à la pension, le même élève trouve le moyen de les faire coucher avec quelques uns de leurs amis, et de façon que le professeur ne trouve encore que 9 élèves par rang. Enhardis par le succès, ils retiennent le

lendemain 4 autres externes, et le jeune mathématicien sait encore les disposer de telle sorte que le professeur ne trouve également que 9 élèves par rang. Trouver les moyens employés par le jeune homme.

3	3	3
3		3
3	3	3

4	1	4
1		1
4	1	4

2	5	2
5		5
2	5	2

1	7	1
7		7
1	7	1

428. Passer isolément sur un pont, un loup, une chèvre et un chou, sans qu'en l'absence du conducteur aucun puisse être attaqué par l'autre.

Solut. On passe la chèvre, puis le chou; on remmène la chèvre, on ramène le loup avec le chou, puis on va reprendre la chèvre. C'est ce qu'on appelle *savoir ménager le loup, la chèvre et le chou.*

Carrés magiques.

429. On nomme *carrés magiques* des carrés subdivisés en un certain nombre de cases renfermant les termes d'une progression, et disposés de telle sorte qu'étant ajoutés ou multipliés horizontalement, verticalement ou en diagonale, ils donnent une même somme ou un même produit.

Ces carrés sont pairs ou impairs.

430. Disposer *un carré magique impair* avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en progression arithmétique.

Solut. 1° Disposez ces nombres en diagonale dans un carré comme au premier ABCD;

2° Prenez le carré ABCD, qui contient quatre cases vides;

3° Remplissez les cases vides au moyen des chiffres qui se trouvent hors du premier carré, en ayant soin de placer en bas le chiffre qui se trouve en haut, et *vice versa;* placez à droite le chiffre qui se trouve à gauche, et réciproquement, et le carré magique sera formé.

A		1		B
	4	·	2	
7	·	5	·	3
	8	·	6	
C		9		D

4	·	2
·	5	·
8	·	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

431. Disposer *un carré magique pair* avec les nombres de 1 à 16 en progression arithmétique.

Solut. 1° Ecrivez les nombres au crayon dans l'ordre habituel; 2° Mettez à l'encre ceux des cases qui se trouvent en diagonale; 3°

Echangez en diagonale les nombres qui restent au crayon; ceux du haut avec ceux du bas, et ceux de droite avec ceux de gauche.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	·	·	4
·	6	7	·
·	10	11	·
13	·	·	16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

432. Les *carrés magiques avec les nombres* en progression géométrique se forment comme les autres.

433. Vingt enfants demandent chez un confiseur pour 1 sou de dragées; chaque enfant paie sa part au moyen d'une pièce de monnaie, sur laquelle on lui rend une autre pièce de monnaie. De quelles pièces ont-ils fait usage? Rép. Ils ont donné chacun 1 liard, sur lequel on leur a rendu à chacun 1 centime.

434. Une laitière a un vase de 8 litres plein, et un autre de 3 vide; on lui demande 4 litres de lait, comment pourra-t-elle les mesurer, si on ne lui donne qu'un vase de 5 litres?

Solut. Emplissez le vase 3; versez dans le vase 5; remplissez le vase 3, achevez d'emplir le vase 5; il restera 1 litre dans le vase 3; videz le vase 5 dans le vase 8; versez 1 litre du vase 3 dans le vase 5; emplissez de nouveau le vase 3, et versez-le dans le vase 5, qui en contiendra alors 4.

435. *Partager* 40 en 5 nombres impairs.

Le problème est insoluble, car... (N° 115, p. 23).

436. A et B conviennent d'ajouter, chacun à leur tour, une quantité qui ne doit pas dépasser un nombre déterminé, comme 10, et que le 1er qui parviendra à 100 sera le gagnant. Quels moyens convient-il d'employer pour réussir?

Solut. Retranchez successivement 10 + 1 de 100, on aura pour restes 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1. Celui qui parviendra à l'un de ces nombres pourra se maintenir aux suivants, quel que soit celui que l'adversaire emploie.

437. On peut aussi diviser 100 par 10 + 1; le reste de la division indiquera le nombre que doit prendre le premier pour s'emparer de la position gagnante; il suffira d'y ajouter successivement 10 + 1 pour connaître les nombres qu'il faut choisir.

438. *Trouver un nombre* qui, divisé par 2, 3, 4, 5 et 6, donne 1 de reste, et par 7 donne pour reste zéro.

Solut. 1° Cherchez un multiple des nombres 2, 3, 4, 5, 6; soit 60;

2° Divis. ce nombre par 7, écriv. le reste 4;

3° Cherch. un multiple de 7 et un de 4 tels que le premier surpasse d'1 le second; soit 21 et 20;

4° Div. 20 par son sous-multiple 4, on a 5;

5° Multipl. 60 par 5 et ajoutez 1, on a 301.

Ce problème a plusieurs solutions, car $7 \times 60 + 301$, ou 721, remplit les mêmes conditions.

439. On envoie trois fruitières au marché avec la 1re 50, la 2e 30 et la 3e 10 pêches; elles doivent les vendre au même prix, et rapporter

cependant la même somme; combien les ont-elles vendues, et combien ont-elles rapporté? Rép. Sept pour 1 sou, puis 3 sous la pièce.

La 1re en a vendu d'abord 49 pour 7 s. et ensuite 1 à 3	}	10 sous.
La 2e en a vendu d'abord 28 pour 4 et ensuite 2 à 3 s. 6	}	10 sous.
La 3e en a vendu d'abord 7 pour 1 puis 3 à 3 s. 9	}	10 sous.

440. Un marchand désire trouver le moyen de marquer le prix de ses marchandises d'une façon inconnue au public; comment y parviendra-t-il?

Solut. Cherchez quelque mot de 10 lettres différentes, comme *Admoniteur*, *Consulaire*, *Pondichéry*, et remplacez les chiffres par ces lettres.

TENUE DES LIVRES.

1. La *tenue des livres* est l'art d'inscrire avec régularité les ventes et les achats, les recettes et les paiements, et généralement toutes les opérations commerciales que l'on fait.

2. L'*avantage des livres régulièrement tenus* est immense. D'abord la loi en fait une obligation à tout commerçant. (Code de comm., art. 8.) Cotés et paraphés par un magistrat, ils acquièrent un caractère d'authenticité qui peut faire foi en justice. Ensuite chacun peut par ce moyen se rendre un compte exact du résultat de son travail, soit intellectuel, soit commercial, soit agricole. L'habitude de compter avec soi-même est précieuse; elle oblige à examiner le soir les dépenses et parfois les folies du jour; on est souvent effrayé des fortes sommes que font à la fin les petites dépenses; on apporte à propos dans sa maison des réformes utiles, on s'impose des économies nécessaires, et l'on prévient ces catastrophes si communes qui précipitent dans le dénûment les propriétaires insouciants, les commerçants imprudents, les cultivateurs imprévoyants.

3. La *tenue des livres en partie double* consiste à

inscrire chaque opération à deux comptes distincts, le compte *débiteur* et le compte *créancier*.

4. Le *compte débiteur* est celui qui reçoit; on l'indique par l'un de ces mots : Doit, Débit, Passif.

5. Le *compte créancier* est celui qui fournit les marchandises ou les valeurs; on l'indique par l'un de ces mots : Avoir, Crédit, Actif.

6. *Créditer un compte* c'est porter à son avoir ce qu'il fournit; *débiter un compte* c'est porter à son débit ce qu'il reçoit.

Comptes généraux.

7. On *distingue six comptes généraux :* Capital, Caisse, Marchandises générales, Effets a payer, Effets a recevoir, Pertes et Profits.

8. Le *compte de capital est destiné* à présenter la situation de fortune de la maison. On crédite ce compte de tout ce que la maison possède, de toutes les valeurs actives, mobilières et immobilières, et de tous les bénéfices; on le débite de ce que la maison doit, de toutes les valeurs passives, et de toutes les pertes à la fin de chaque mois, de chaque année au plus tard.

9. Le *compte de caisse doit être débité* de l'argent qu'il reçoit, et crédité de celui qu'il donne.

10. Le *compte de marchandises générales doit être débité* des marchandises qu'il reçoit, et crédité de celles qu'il fournit.

11. Le *compte d'effets à payer doit être débité* de ceux qu'on acquitte, et crédité de ceux que l'on souscrit.

12. Le *compte d'effets à recevoir doit être débité* des effets que l'on reçoit, il doit être crédité lorsqu'on en touche le montant.

13. Le *compte de pertes et profits doit être débité* des pertes, et crédité des bénéfices.

14. Les *comptes particuliers sont* ceux qu'on ouvre à chaque personne avec laquelle on fait des affaires à

terme ou à *crédit*. On ouvre également un compte pour chaque chose dont on veut connaître le produit.

15. Les *comptes particuliers doivent être débités* de ce qu'ils reçoivent, et crédités de ce qu'ils fournissent.

Livres ou registres nécessaires.

16. Les *livres ou registres nécessaires pour la tenue des livres sont :* le *Mémorial*, le *Journal* et le *Grand-Livre*.

17. Le *Mémorial est destiné* à recevoir l'exposé clair et succinct des achats, ventes, recettes ou dépenses que l'on fait, et au moment où elles ont lieu. Il doit être tenu avec d'autant plus d'exactitude qu'il est difficile de reconnaître les erreurs qui y seraient commises, et que ces erreurs passeraient dans les autres comptes.

18. Le *Journal est la mise au net du Mémorial;* il sert à inscrire jour par jour, sans blanc ni interligne, et sans rature ni surcharge, l'exposé clair et précis des recettes, dépenses, achats ou ventes que l'on fait à terme ou à crédit. Ce livre est prescrit par la loi à tout commerçant (C. de comm., art. 8); il doit être coté et paraphé par le maire de la commune qu'on habite.

19. Le *Grand-Livre sert* à dresser les comptes particuliers de chaque débiteur ou créancier; les écritures y sont disposées de façon à reconnaître en un instant, par une simple addition, la situation de la maison avec chacun de ces comptes : c'est le résumé du *journal*.

20. Les *autres livres utiles ou nécessaires sont :* le livre de *caisse*, le livre de *copies de lettres*, le livre d'*inventaire*, le livre de *frais et dépenses*, le livre de *magasin*, etc.

21. Le *livre de caisse ou de recettes et dépenses sert* à inscrire tous les mouvements de fonds ; on le débite des sommes que l'on reçoit, et on le crédite de celles que l'on paie.

22. Le *livre de copie de lettres sert* à conserver la copie des lettres qu'on envoie. (C. de comm., art. 8.)

23. Le *livre d'inventaire est* celui sur lequel on doit faire son inventaire à la fin de chaque année. On porte au passif tout ce qu'on doit, soit en billets, soit par suite de conventions écrites, verbales ou tacites; on porte à l'actif le montant des immeubles, meubles, valeurs en espèces ou en portefeuille, et marchandises. L'inventaire se termine par une récapitulation dont la balance offre la situation de la maison.

24. *Lorsqu'on veut connaître le produit particulier d'une chose* ou d'une industrie, on ouvre un compte particulier à cet effet.

Vérification des comptes.

25. La *vérification des comptes se fait* chaque mois, en comparant le total des articles portés au journal pendant le mois avec la somme des crédits et celle des débits du grand-livre; s'il n'y a pas d'erreur, les trois résultats sont semblables.

26. *Lorsqu'une erreur est reconnue dans les livres*, il faut revoir les écritures du mois, jusqu'à ce qu'on l'ait découverte. A mesure qu'on s'assure que chaque article du journal a été régulièrement passé, on l'indique au journal par un trait : c'est ce qu'on appelle *pointer* les écritures.

27. On *rectifie une erreur* en réparant l'omission, si c'en est une, ou en faisant un article rectificatif convenable, en ayant soin d'en indiquer le motif. La loi interdit les ratures et les surcharges sur le journal.

Balance des comptes.

28. La *balance* est une opération qui a pour but de solder les comptes à la fin de chaque mois et de chaque année.

29. La *balance qui se fait à la fin de chaque mois* se nomme *balance mensuelle;* la balance qui a lieu à la fin de l'année se nomme *balance générale.*

30. La *balance mensuelle* se fait en égalant le passif et l'actif de chaque compte au moyen d'un nombre qu'on ajoute au débit ou au crédit; si le débit excède le crédit, on a un *solde débiteur;* si le crédit surpasse le débit, on obtient un *solde créditeur.*

Solde des comptes.

31. Le *but de la balance mensuelle* est de vérifier les écritures du mois.

32. On *connaît qu'il n'y a pas d'erreur* lorsque le total du *journal* est égal au débit et au crédit de la balance mensuelle.

33. On *solde les comptes* en débitant ceux qui offrent du bénifice et en créditant *pertes et profits;* on crédite ensuite ceux qui présentent de la perte, puis on débite de cette perte le compte de *pertes et profits.*

34. On *solde le compte de pertes et profits* en le débitant du bénéfice net, s'il y en a, et l'on en crédite *capital;* s'il y a de la perte, on en *crédite pertes et profits,* et l'on en *débite capital.* Ce résultat final est l'*avoir réel* de la maison; il doit être semblable au solde de l'inventaire.

35. L'*inventaire* ou *bilan* est un état de l'actif et du passif de la maison; il doit être fait à la fin de chaque année, immédiatement avant la *balance de sortie* et la *balance de rentrée.*

35 *bis.* La *balance de sortie est* un compte qui présente à son débit le solde de tous les comptes débiteurs, et à son crédit le solde des comptes créditeurs.

36. On *solde balance de sortie* en portant le résultat de ce compte au débit de capital.

37. Le *but de la balance de sortie* est de n'avoir plus

qu'un seul compte débiteur et créancier : ce compte se balance par un solde créditeur, qui est l'*avoir* réel.

38. La *balance de rentrée est* un compte qui reçoit à son *débit* le solde de tous les comptes créditeurs, et à son *avoir* le solde des comptes débiteurs.

39. Le *but de la balance de rentrée est* de rouvrir les comptes et de les rétablir dans la position où ils étaient avant la balance de sortie.

40. Le *résultat de la balance de sortie est* de n'avoir plus à considérer au *grand-livre* qu'une seule somme à chaque compte.

41. La *balance de sortie et la balance de rentrée ne s'établissent* qu'à la fin de chaque année, immédiatement après l'*inventaire* ou *bilan*.

Billet à ordre.

42. Le *billet* ou *effet à ordre est* l'obligation contractée par une personne de payer à une autre, ou sur l'ordre de cette dernière, à toute autre y désignée, une somme déterminée, en un temps et en un lieu également déterminés.

43. Le *billet à ordre doit énoncer* l'époque et le lieu du paiement, le nom, la qualité et la demeure de celui à l'ordre de qui il est souscrit; la somme à payer et la valeur en échange de laquelle il est fait (en marchandises, en compte, en espèces, comptant) ; il doit être écrit sur papier timbré, par le souscripteur, ou contenir au moins de sa main et en toutes lettres un *Bon pour* (la somme à payer), puis la signature.

44. L'*endossement* est l'ordre donné au débiteur par le créancier de payer le montant du billet à l'ordre d'une autre personne désignée.

45. L'*endosseur d'un billet devient responsable* de la valeur de ce billet, sauf son recours contre celui ou ceux qui l'auraient signé avant lui.

46. Si *le billet à ordre n'est pas acquitté le jour de l'échéance*, il faut faire *protester* par un huissier

ans les 24 heures contre ce défaut de paiement : ce délai expiré, on n'a plus aucun recours contre les autres endosseurs.

47. Si l'*auteur d'un billet refuse de payer et qu'il y ait plusieurs endosseurs*, le porteur du billet peut en exiger le paiement de celui qu'il voudra.

BILLET A ORDRE.

Au PREMIER JANVIER *prochain, à mon domicile, je paierai à l'ordre de M. Boursy, négociant à Paris, la somme de* SIX CENTS *francs, valeur reçue en marchandises.*

Rouen, le six août mil huit-cent quarante-trois.

Bon pour six cents francs.

A. FOURNIER,

Marchand de bois à Courville.

48. L'*endossement doit être* daté et signé ; il s'écrit au dos et en travers du billet, en ces termes : *Payez à l'ordre de M. ***, valeur reçue comptant.*

49. Lorsqu'*on solde un billet*, il est bon de le faire acquitter.

Traite ou lettre de change.

50. La *traite*, ou *lettre de change*, est l'ordre que donne un banquier ou un commerçant à son correspondant dans un autre lieu de payer à l'ordre d'un tiers une somme déterminée. La traite n'engage que celui qui l'accepte.

TRAITE.

A présentation, ou A vue, ou A quinze jours de vue, veuillez payer à l'ordre de M. Plummer, négociant à Pont-Audemer, la somme de SIX CENTS *francs, valeur reçue en espèces, et que vous passerez en compte sans autre avis.*

Votre dévoué serviteur,

E. DUMONT.

A M. E. Pinot,
Banquier, rue S.-Denis, n° 12,
à Paris.

Accepté pour la somme de six cents francs.

E PINOT.

MÉMORIAL.

INVENTAIRE GÉNÉRAL.

1843.

Janvier 1er.

	f	c	f	c
Actif.				
1. Valeur de mes propriétés.			40000	
2. Valeur de mon mobilier.			8000	
3. Espèces et billets de banque.			20000	
Marchandises en magasin.				
4. 500 mèt. de drap à 12 fr.	6000			
5. 25 châles à 40 fr.	1000			
6. 100 couvertures de laine à 25 fr.	2500			
7. 400 kil. de laine à 1 fr. 25.	500		10000	
Effets en portefeuille.				
8. Billet Pepin à mon ordre, au 1er juin, n° 1.	2000			
9. Billet Leroy, à m/ o/ au 15 mai, n° 2.	800		2800	
Débiteurs.				
10. Perret.	1500			
11. Lamy.	1700		3200	
Total de l'actif.			84000	
Passif.				
Effets en circulation.				
12. Mon billet, ordre Borel, au 15 janvier, n° 1.	1200			
13. Mon billet, ordre Dupont, au 31 janvier, n° 2.	875		2075	
Créanciers.				
14. Muret.	2750	50		
15. Duhault.	1280	75	4031	25
Total du passif.			6106	25

BALANCE DE L'INVENTAIRE.

Actif.	84000	**Passif.**	6 106	25
		Avoir net du c^te de *Capital*	77 893	75
	84000		84 000	«

Janvier 3.

16. Acheté de Lagnier, d'Elbeuf, au comptant, deux pièces de drap de chacune 43 mèt., à raison de 19 fr. 50 le m.	1677f		
Frais de transport	53		1730

Dito.

17. Acheté de Dupont, de Rouen, deux tonneaux de vin à six mois de terme, ensemble	380

Exercices.

18. *Janvier* 3. Acheté de Lagnier, au comptant, 4 pièces de drap de 27 mèt. à 18 f.; 2 p. de casimir de 29 m. à 24 f.; 2 p. de velours de 48 m. chacune, à 28 f. le mèt.

Solution. *Débitez* Marchandises générales, qui *reçoit*, et *créditez* Caisse, qui *fournit* 6 024 f.

19. *Janv.* 4. Acheté au comptant de Vinsot, de Rouen, 2 p. de mousseline de 80 m. chac. à 1 f. 28.

Débit. March. gén.; *Crédit.* Caisse de 204 f. 80.

20. *Dito.* Vendu à Borel, au comptant, 48 m. de velours de 32 f. le mèt.

Débit. Caisse; *Crédit.* March. génér. de 1 536 f.

21. *Dito.* Vendu à Borel, à 2 mois de terme, 54 m. de drap à 20 f. le mèt.

Débit. Borel; *Crédit.* March. gén. de 1 080 f.

22. *Janv.* 5. Vendu à Borel, au comptant, à 2 % d'escompte, 80 mèt. de mousseline à 1 f. 45.

Débit. Caisse de 113 f. 68, prix des marchandises, déduction faite de l'escompte; *Crédit.* March. génér.

23. *Janv.* 6. Acheté au comptant de Vinsot 400 m. de rouenneries moitié à 1 f. 75, un quart à 1 f., et le reste à 75 c. le mèt., avec escompte d'1 %.

Débit. March. génér. de 519 f. 75; *Crédit.* Caisse.

24. *Dito* 7. Acheté de Lamy 20 stères de bois de chauffage, à 7 f. 50; en compte.

Débit. March. gén.; *Crédit.* Lamy.

25. *Dito* 8. Reçu de Marcel, mon fermier, 500 f. pour l'année de fermage échue le 1er octobre dernier, et omise en l'inventaire.

Débit. Caisse; *Crédit.* Pertes et Profits.

26. *Dito* 9. Vendu à Dupont, au comptant, 100 m. de rouenneries à 0 f. 75, et 100 m. à 1 f. 75, à 2 % de bénéfice.

Débit. Caisse du montant de la vente 255 f.; *Crédit.* March. gén.

27. *Dito* 10. Vendu à Duhault, en compte, 400 kilog. de laine à 1 f. 95; 39 m. de casimir à 27 f., et 45 m. de drap à 20 f.

Débit. Duhault de 2 733 f.; *Crédit.* March. gén.

28. *Dito* 11. Acheté de Pépin, au comptant, à 2 % d'escompte, 107 p. de vin, savoir: 9 à 98 f., 34 à 120 f., 38 à 275 f. et 26 à 38 f.

Débit. March. gén. de 16072 f.; *Crédit.* Caisse.

29. *Dito* 13. Vendu à Pépin 5 pièces de vin à 290 f. chac., 100 m. de rouenneries à 1 f. 25 et 80 m. de mousseline à 1 f. 45, qu'il m'a reglés en un effet à m. o. au 15 juillet, n. 3.

Débit. Eff. a recevoir; *Crédit.* March. gén. de 1 691 f.

30. *Dito* 14 Négocié à M. Clouet, banquier, le billet Pépin n. 1 à 1/2 % par mois.

Débit. Caisse du produit net de cet effet 1 945 f.; *Débit.* Pertes

ET PROFITS de l'escompte payé 55 f. pour 165 jours; *Crédit*. EFF. A RECEVOIR par divers.

31. *Dito* 15. Acquitté mon bil. o. Borel, N° 1er, 1 200 f.

Débit. EFFETS A PAYER; *Crédit*. CAISSE.

32. *Dito*. Escompté à Lamy un effet, ordre Bellier, N° 4, de 1 875 f., au 15 mars, à 1/2 % par mois.

Débit. EFF. A RECEVOIR à divers du mont. du bil.; *Crédit*. PERTES ET PROFITS du bénéfice 17 f. 19; *Crédit*. CAISSE de la se payée 1857 f. 81.

33. *Dito* 16. Vendu à Desvaux une pièce de drap de 38 mèt., qu'il a voulu acheter 16 f. l'aune, et qu'il m'a payée en un effet Brossard, N° 5, à son ordre, au 1er mai, de 500 f., et le reste en espèces.

Débit. EFF. A RECEVOIR du mont. du bil.; *Débit*. CAISSE de la se reçue 11 f. 52; *Crédit*. MARCH. GÉN. par divers.

34. *Dito* 16. Vendu à Pépin 38 aunes de drap de 13 f. le mèt., à 3 mois de terme.

Débit. PÉPIN; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 587 f. 08.

35. *Dito* 16. Reçu de Duhault, en compte, un effet Barré, N° 6, au 15 mars, de 985 f.

Débit. EFF. A RECEVOIR; *Crédit*. DUHAULT.

36. *Dito*. Négocié l'effet Pépin, N° 3, de 1 691 f., à 1/2 % par mois.

Débit. CAISSE du produit net du bil. 1 646 f. 47; *Débit*. PERTES ET PROFITS de l'escompte 44 f. 53 pour 158 jours; *Crédit*. EFF. A RECEVOIR par divers.

37. *Dito* 18. Perdu dans un voyage un portefeuille contenant deux billets de banque de 500 f.

Crédit. PERTES et *Profits*, CRÉDIT. CAISSE, 1000 f.

38. *Dito* 20. Reçu de Muret 2500 f. contre mon billet à son ordre, N° 3, au 1er juin; je lui fais intérêt à 5 %.

Débit. CAISSE du principal; *Débit*. PERTES ET PROFITS de l'intérêt pour 130 jours; *Crédit*. EFFETS A PAYER par divers du cap. et de l'int. 2554 f. 17.

39. *Dito* 23. Vendu au comptant, à Desvaux, 100 mèt. de rouenneries à 2 f. 45.

Débit. CAISSE; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 245 f.

40. *Dito*. Vendu à Borel, à 2 mois, 10 châles à 50 f.

Débit. BOREL; *Crédit*. MARCH. GÉN.

41. *Dito* 24. Recueilli la succession d'un parent; montant net à 4 780 f. en propriétés foncières, et à 2 587 f. en espèces.

Débit. CAISSE à capital de l'argent; *Crédit*. CAPITAL du montant de la succession.

42. *Dito* 25. Vendu au comptant à Muret 4 p. de drap de chacune 40 m., à 14 f.

Débit. CAISSE; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 2240 f.

43. *Dito*. Vendu à Vinsot, à 6 mois, 9 p. de vin à 100 f. chacune.

Débit. VINSOT; *Crédit*. MARCH. GÉN.

44. *Dito* 26. Prêté à Perret 1 200 f. sur son bil. à mon ord., au 15 mai, N° 7, à 5 % d'int., à comprendre au billet.

Débit. EFF. A RECEV. à divers du mont. du bil.; *Crédit*. CAISSE du principal; *Crédit*. PERTES ET PROFITS des intérêts 21 f. 80 pour 109 jours.

45. *Dito* 27. Acheté de Desvaux, au comptant, avec remise de 1 1/2 %, 467 kilog. de laine à 1 f. 80.

Débit. MARCH. GÉN.; *Crédit*. CAISSE de 836 f. 40.

46. *Dito* 28. vendu à Muret, au comptant, avec remise de 2 %, 9 mèt. de drap à 20 f., 45 m. à 16 f. et 48 m. à 30 f.

Débit. CAISSE; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 2293 f. 20.

47. *Dito* 29. Vendu à Borel, à 3 mois de terme, 2 pièc. de drap: l'une de 38 aunes, à 12 f. le mèt.; l'autre de 47 mèt., à 16 f. l'aune.

Débit. BOREL; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 1 174 f. 72.

48. *Dito*. Vendu à Desvaux 20 p. de vin à 50 f., 15 couvertures de laine à 28 f.; il m'a payé en un effet Perret, N° 8, de 548 f. à son ord. au 15 mars, au pair, et le surplus en espèces.

Débit. EFF. A RECEV. du mont. du bil.; *Débit*. CAISSE de 872 f. *Crédit*. MARCH. GÉN. par divers.

49. *Dito*. Vendu à Perret 86 mèt. de drap à 22 f., il m'a remis en paiement un effet à mon ordre, N° 9, au 1er juillet.

Débit. EFF. A RECEV.; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 1 892 f.

50. *Dito* 29. Vendu à Dupont 467 kil. de laine à 2 f. 08; il m'a remis un billet de banque de 500 f. et le reste en espèces.

Débit. CAISSE; *Crédit*. MARCH. GÉN. de 971 f. 36.

51. *Dito*. Prêté sur parole à Perret 200 f. sans intérêt.

Débit. PERRET; *Crédit*. CAISSE.

52. *Dito* 30. Payé pour dépenses de ménage 540 f.; pour achat de meubles 800 f.; gages des gens de service 350 f.; frais de bureau 59 f. 50.

Débit. DÉPENSES DE MÉNAGE de la 1re se; *Débit*. MOBILIER de la 2e, et FRAIS GÉNÉRAUX des deux dernières; *Crédit*. CAISSE par divers

53. *Dito*. Payé le mémoire du boulanger 120 f.; celui du boucher 48 f.; celui du cordonnier 37 f.; et celui du tailleur 120 f.

Débit. DÉPENSES DE MÉNAGE; *Crédit*. CAISSE de 325 f.

54. *Dito* 31. Acquitté mon billet ordre Dupont, N° 2, 875 f.

Débit. EFFETS A PAYER; *Crédit*. CAISSE.

55. *Dito*. Dépensé 4 stères de bois et 1/2 p. de vin, ensemble 125 f.

Débit. DÉPENSES DE MÉNAGE; *Crédit*. MARCH. GÉN.

Numéros d'ordre.	Folios des comptes du grand livre.	Dates, Comptes débiteurs et Comptes créditeurs, Nature des opérations.	Sommes partielles.		Total de chaque article.	
		1843. *Janvier* 2.				
	Ct créance / Cte crédit.	Doivent les suivants à Capital, montant de mon actif, suivant inventaire de ce jour, 74 000 fr., savoir :				
1		Mes propriétés foncières, montant de l'estimation.	40 000	»»		
2		Mobilier montant de l'estimation.	8 000	»»		
3		Caisse pour mes valeurs espèces.	20 000	»»		
4 à 7		Marchandises générales pour valeurs en marchandises.	10 000	»»		
		Effets a recevoir, le montant de mes effets en portefeuille, savoir :				
8		Billet Pépin, à mon ordre, au 1er juin, n° 1. 2 000 »				
9		Billet Leroy, à mon ordre, au 15 mai, n° 2. 800 »	2 800	»»		
10		Perret, débiteur par compte.	1 500	»»		
11		Lamy, débiteur par compte.	1 700	»»	84 000	»»
		Janv. 2.				
	1 / Plusieurs.	Capital aux suivants, 6 106 fr. 25 c., somme des valeurs composant mon passif, suivant inventaire de ce jour.				
		A effets a payer, montant de mes effets en circulation, savoir :				
12		Mon billet ordre Borel, au 15 janvier, n° 1. 875 »				
13		Mon billet ordre Dupont, au 31 janv., n° 2. 1 2 0 »	2 075	»»		
14		A Muret, par compte. 2 750 50				
15		A Duhault, par compte. 1 280 75	4 031	25	6 106	25
		Janv. 3.				
16	1 / 1	March. génér. a Caisse pour achat au comptant de Lagnier, d'Elbeuf, de 2 pièces de drap de chacune 47 mèt., à 19 fr. 50 c. le mètre.	1 677	»»		
		Frais de transport.	53	»»	1 730	
		A reporter.			91 836	25

On passera les autres numéros de la même manière.

Folio 1er. **GRAND LIVRE.** Folio 1er.

DATES.	Comptes, créanciers et motifs du débit.	Numéro d'ordre du jour al.	Nos des comptes créanciers au grand livre.	MONTANT des débits.		DATES.	Comptes, débiteurs et motifs du crédit.	Numéros d'ordre du journal.	Nos des comptes débiteurs au grand livre.	MONTANT des crédits.	
	DOIT.					**CAPITAL.**			**AVOIR.**		
1843 Janv. 1er	A PLUSIEURS COMPTES le montant de mon passif.	12 à 15	Plusieurs.	6106	25	1843 Janv. 1er	Par PLUSIEURS COMPTES le montant de mon actif.	1 à 11	Plusieurs.	84 000	» »
	DOIT.					**CAISSE.**			**AVOIR.**		
1843 Janv. 1er	A CAPITAL pour valeurs en espèces.	3	1	20 000	»	1843 Janv. 3	Par MARCH. GÉNÉRAL. pour achat de 2 p. de drap.	16	1	1 730	»
	DOIT.					**MARCHANDISES GÉNÉRALES.**			**AVOIR.**		
1843 Janv. 1er	A CAPITAL pour valeur en marchandises.	4 à 7	1	10 000	»	1833 Janv. 4	Par CAISSE pour vente à Borel de 48 mèt. de velours.	»	»	1 536	»
	A CAISSE pour achat de 2 pièces de drap.	16	1	1 730	»						

On ouvrira un compte à chaque débiteur ou créancier, et l'on passera les autres numéros de la même manière que les précédents.

BALANCE MENSUELLE.

Janvier 1843.

Désignation des comptes.	Fos du G. L.	Totaux des comptes.				Solde des comptes.			
		Débiteurs.		Créanciers.		S. débitrs.		S. créditrs.	
Capital.		6 106	25	91 367	»	»	»	85 260	75
Propriétés.		44 780	»	»	»	44 780	»	»	»
Mobilier.		8 800	»	»	»	8 800	»	»	»
Caisse.		37 716	23	33 794	26	3 921	97	»	»
Marches générles.		35 916	95	20 268	56	15 648	39	»	»
Effets à recevoir.		11 512	80	3 691	»	784	80	»	»
Effets à payer.		2 075	»	3 629	17	»	»	2 554	17
Perret.		1 700	»	»	»	1 700	»	»	»
Lamy.		1 700	»	150	»	1 550	»	»	»
Muret.		»	»	2 750	50	»	»	2 750	50
Duhault.		2 733	»	2 26	75	467	25	»	»
Dupont.		»	»	380	»	»	»	380	»
Pépin.		587	08	»	»	587	08	»	»
Borel.		2 754	72	»	»	2 754	72	»	»
Vinsot.		900	»	»	»	900	»	»	»
Dépes de ménage		990	»	»	»	990	»	»	»
Frais généraux.		409	50	»	»	409	50	»	»
Pertes et profits.		1 153	70	538	99	614	71	»	»
		150 835	23	150 835	23	90 945	42	90 945	42

56. Décembre 31. *Inventaire.*

Dressez l'inventaire comme on l'a fait en commençant les écritures. Voyez page 206.

57. Décembre 31. *Solde des comptes.*

MARCH. GÉN. est créditeur de	20 268 56
Les marchandises en magasin sont, suivant l'inventaire, d'une valeur de	18 137 50
Ensemble	38 406 06
Prix d'achat	35 916 95
Bénéfice sur les marchandises vendues	2 489 11
Soldez MARCHAND. GÉNÉR.	
Débit. MARCH. GÉNÉR.; *Crédit.* PERTES ET PROFITS, qui soldait par un débit de	614 71
et qui solde maintenant par un crédit de	1 874 40

	Report	1874 40
58. Les dépenses de ménage sont de	990 »	
Les frais généraux de	409 50	1399 50
Soldez ces comptes.		
Débit. **Profits et Pertes** de	1399 50	
Crédit. les deux autres comptes qui sont supposés solder.		
59. Le crédit de Profits et Pertes est réduit à		474 90
Soldez ce compte.		
Débit. **Profits et Pertes**; *Crédit.* **Capital.**		
Capital soldait par		85260 75
Il solde définitivement par un avoir réel égal à celui de l'inventaire, ou de		85735 65

Balance de sortie.

60. Balance de sortie reçoit tout l'actif montant à 91420 32

Débit. **Balance de sortie**, et *Crédit.* chaque compte de la somme qu'il est supposé payer.

61. Balance de sortie est supposé payer ce qui est dû par la maison 5684 67

Débit. **Eff. a payer** et les créanciers chacun pour son solde créditeur, et *créditez* **Balance de sortie.**

62. Balance de sortie présente maintenant un avoir réel de 85735 65

Soldez ce compte.

Débit. **Capital** et *Crédit.* **Balance de sortie.**

Balance de rentrée.

63. 1er janvier 1844. *Balance de rentrée* reprend les *crédits* et rend les débits; en d'autres termes il reçoit le passif de l'inventaire et l'*avoir réel.*

Débit. **Balance de rentrée** et créditez **les créanciers.**

64. Janv. 1er. **Balance de rentrée** rend l'actif de l'inventaire à chacun des comptes qui le composent.

Débitez **Caisse, March. gén., Mobilier, Propriétés, Eff. a recevoir** et les *Débiteurs;* Crédit. **Balance de rentrée.**

Tenue des Livres des Maisons particulières où l'on fait peu d'affaires.

Si les chefs de maisons particulières qui font peu d'affaires ne jugeaient pas indispensable d'entrer dans tous les détails de la partie double, ils devront au moins écrire jour par jour leurs recettes et leurs dépenses sur un livre qui pourra leur servir de Journal. Ce livre sera balancé et soldé tous les mois; le solde en sera porté à capital, à la fin du livre. Toutefois, on ne devra pas perdre de vue que dans cette apparente comptabilité on peut commettre les erreurs les plus grossières sans que rien vienne les signaler.

MODÈLE DU LIVRE DE RECETTES ET DÉPENSES.

Recettes. *Dépenses.*

Dates	Nature des recettes	Montant des recettes	Dates	Motifs des dépenses	Montant des dépenses

MODÈLE DE MÉMOIRE.

M. Olivier, propriétaire à Rouen.
Son compte avec M. *Angu*, négociant à Pont-Audemer.

Dates.	Motifs du Débit ou du Crédit.	Doit.	Avoir.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

OUVRAGES DE M. VIGNEAU.

Grammaire française, suivie de notions sur l'art d'écrire, vol. in-12, cartonné. 1 fr. 25

Exercices et modèles *d'analyse grammaticale, d'analyse logique, d'orthographe, de syntaxe et de style*, v. in-12, cart. 0 fr. 75

Remise de 25 p. 100 en volumes aux personnes qui prendront par 5, 10 ou 15 exemplaires.

Extrait du Bibliographe.

« Depuis quelques années surtout d'excellents travaux sur cette matière ont » été publiés; mais nous n'en connaissons pas de plus recommandables » que la *Grammaire française* de M. Vigneau. Il a su disposer les règles » dans un ordre tellement simple et méthodique, que l'étude, mise à la » portée de toutes les intelligences, au lieu de rebutante qu'elle paraît » être de sa nature, y devient facile et agréable. Le livre de M. Vigneau » a en outre un mérite qui lui est particulier : celui de convenir aux éco- » les élémentaires aussi bien qu'aux institutions et aux colléges commu- » naux. Sous ces différents rapports, il nous paraît digne de fixer l'atten- » tion du Conseil royal de l'instruction publique. »

Exercices graphiques pour la cursive, la ronde, la gothique et la moulée, sur papier pot, la rame, 16 fr.
Le cahier oblong de 24 pages, 0 fr. 15

Extrait du registre des délibérations du comité supérieur de Pont-Audemer.

« Le Comité,
» Attendu que les Exercices publiés par M. Vigneau ne peuvent pro- » duire que des résultats avantageux, d'autant plus qu'il paraît avoir » réuni deux faits importants : *le progrès et le bon marché*.
» Remercie M. Vigneau de la communication qu'il lui a faite, et » donne son approbation pleine et entière aux *Exercices graphiques* qu'il » publie. »

Arithmétique théori-pratique.

1re partie, volume in-12,	cartonné,	1 fr. 25
1re et 2e partie,	cartonné,	2 fr.
Edition des professeurs, avec les réponses,	cartonné,	3 fr.

Remise de 25 p. 100 en volumes aux personnes qui prendront par 5, 10 ou 15 exemplaires.