

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

CAIO FERNANDES FARIA

TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO MODAL APLICADA A EXPERIMENTOS COM
MODELO FLEXÍVEL DE RISER

Joinville
2022

CAIO FERNANDES FARIA

TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO MODAL APLICADA A EXPERIMENTOS COM
MODELO FLEXÍVEL DE RISER

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de bacharel em Engenharia
Naval do Centro Tecnológico de Joinville da
Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador(a): Prof. Dr.
André Luís Condino Fajarra

Joinville
2022

CAIO FERNANDES FARIA

TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO MODAL APLICADA A EXPERIMENTOS COM
MODELO FLEXÍVEL DE RISER

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 19 de julho de 2022.

Banca Examinadora:

Orientador(a): Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra
Orientador(a)
Presidente

Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng^a. Naval Aline Peres Leal
Membro(a)
Universidade de São Paulo

Este trabalho é dedicado a você, familiar ou amigo que contribuiu muito na minha caminhada. Sem vocês eu nada seria.

AGRADECIMENTOS

Ser engenheiro naval é um sonho que iniciou em uma cidade grande bem longe do mar, a partir de um vislumbre de uma embarcação atracando no porto através da tela de uma televisão. Este sonho está prestes a se realizar e tenho muito a agradecer às pessoas que foram essenciais nessa trajetória.

Em primeiro lugar, a Deus, por ter me dado forças e iluminando o meu caminho, permitindo ultrapassar todos os obstáculos e barreiras durante os meus anos de estudo.

Agradeço à minha família, em especial a minha avó, Nirta, e a minha mãe, Elisângela, por todo carinho, amor e suporte incondicional que me propuseram, não medindo esforços para que eu chegasse até aqui. Esta conquista é tão minha quanto delas.

Sou grato ao meu pai, William, a minha tia, Joice, e ao meu padrasto, Lúcio, que sempre ouviram e compreenderam meus lamentos e desabafos durante minha graduação e conseguiam trazer belos ensinamentos e incentivos para que eu pudesse continuar até o final desse ciclo.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra, pela disponibilidade e atenção ao meu aceitar nesse tema, tão quanto pelo conhecimento e experiências passadas ao longo da minha formação e ter desempenhado tal função com dedicação e amizade. Agradeço também a engenheira naval Aline Peres Leal, por toda sua ajuda, paciência e inúmeras discussões que trouxeram tantos resultados, obrigado.

Agradeço aos Professores Alexandre Mikowski e Thiago Antonio Fiorentin que, na condição de coordenadores do LabMAD e LAV, proporcionaram acesso aos dados experimentais deste trabalho. E também em agradecer ao Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo por ter aceitado em fazer parte da banca avaliadora.

Aos meus amigos de Joinville, Ana, Beatriz, Gabriela, Larissa, Lídia, Sheron e Stella a qual compartilharam muitos momentos da construção do atual Caio. Gostaria de citar mais nomes, mas saibam que sou muito grato a cada um por deixarem lembranças que ficarão para sempre guardadas com muito carinho em meu coração.

Aos meus amigos de São Paulo, que sempre foram um suporte emocional e motivacional para cada passo que eu dava, e em especial, Fernanda, Nicole, Leonardo, Vinícios e Victoria.

O maior pecado contra a mente humana é acreditar em coisas sem evidências. A ciência é somente o supra-sumo do bom-senso – isto é, rigidamente precisa em sua observação e inimiga da lógica falaciosa.

(Aldous Huxley, 1893).

RESUMO

Cabos ou tubos submersos lançados em catenária, também conhecidos como risers, são dutos suspensos que interligam os poços de petróleo, localizados em águas de grande profundidade, a uma instalação de produção, na superfície. O estudo do comportamento desses dutos, quando expostos ao fenômeno de vibração devido à liberação de vórtices (vórtex induced vibration – VIV), é um tópico de suma importância na área da engenharia naval. Uma vez que os risers são sujeitos à ação de correntezas oceânicas para a exploração de petróleo, como consequência, tem-se uma redução da vida útil desses equipamentos por conta da excitação do VIV. Nesse contexto, pretende-se apresentar o comportamento dinâmico de risers em configuração catenária alocado em testes de decaimento - vibração livre, utilizando o Método de Galerkin para decompor as frequências e modos naturais de vibrar. Para isso, utiliza-se uma análise de rastreamento de alvos por processamento de imagens e uma ferramenta de separação/decomposição numérica, implementada para cada modo natural. Verificou-se a dinâmica do modelo a partir da abordagem experimental, posteriormente comparada com a abordagem analítica simplificada. Os resultados obtidos foram avaliados para fins de verificação da compatibilidade entre as diferentes abordagens e um estudo completo de como ocorre a vibração nos modelos, baseado nas frequências e modos naturais identificados.

Palavras-chave: Risers. Experimentos em escala reduzida. Vibrações. Decomposição modal. Método de Galerkin.

ABSTRACT

Cables or submerged cables launched on catenary, also known as risers, are suspended pipelines that connect oil wells, located in deep waters, to a production facility on the surface. The study of the behavior of these pipelines, when exposed to the phenomenon of vortex induced vibration, is a topic of paramount importance in the field of naval engineering. Since the risers are subject to the action of ocean currents for oil exploration, as a consequence, there is a reduction in the useful life of this equipment due to the excitation of the VIV. In this context, we intend to present the dynamic behavior of risers in catenary configuration allocated in decay tests - free vibration, using the Galerkin Method to decompose the frequencies and natural modes of vibration. For this, a target tracking analysis by image processing and a numerical separation/decomposition tool are used, implemented for each natural mode. The model dynamics was verified by the experimental approach, later compared with the simplified analytical approach. The results obtained were evaluated in order to verify the compatibility between the different approaches and a complete study of how vibration occurs in the models, based on the frequencies and natural modes identified.

Keywords: Risers. Small-scale experiments. Vibrations. Modal Decomposition. Galerkin's method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aspecto estrutural dos risers.	14
Figura 2 – Movimento periódico descrito por meio de um sistema massa-mola.	18
Figura 3 – Movimento Harmônico Simples	19
Figura 4 – Flexão no cabo em uma parábola rasa	21
Figura 5 – Exemplificação das direções na dinâmica de cabos	22
Figura 6 – Exemplo de um modo de vibrar assimétrico e simétrico	24
Figura 7 – Exemplo de aplicação da técnica de Decomposição Modal.	27
Figura 8 – Equipamentos OptiTrack.	28
Figura 9 – Mapeamento de um ensaio.	29
Figura 10 – Mapeamento de um ensaio após o corte no tempo.	29
Figura 11 – Seção transversal do modelo experimental.	30
Figura 12 – Primeiros modos predominantes de vibrar simétricos.	33
Figura 13 – Primeiros modos predominantes de vibrar antissimétricos.	33
Figura 14 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação ao meio do cabo.	34
Figura 15 – Decomposição modal aplicada no instante de 16s com incitação inicial no meio do cabo.	35
Figura 16 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial no meio do cabo.	35
Figura 17 – Amplitudes modais com força aplicada ao meio da linha.	37
Figura 18 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação a 3/4 do cabo.	38
Figura 19 – Decomposição modal aplicada no instante de 13,2s com incitação inicial a 3/4 do cabo.	38
Figura 20 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial a 3/4 do cabo.	39
Figura 21 – Amplitudes modais com força aplicada a 3/4 da linha.	40
Figura 22 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação a 1/4 do cabo.	41
Figura 23 – Decomposição modal aplicada no instante de 16s com incitação inicial a 1/4 do cabo.	42
Figura 24 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial a 1/4 do cabo.	42
Figura 25 – Amplitudes modais com força aplicada a 1/4 da linha.	44
Figura 26 – Amplitudes modais com força aplicada a 1/4 da linha fora do plano.	44
Figura 27 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força ao meio da linha.	45
Figura 28 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força a 3/4 da linha.	46
Figura 29 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força a 1/4 da linha.	47

Figura 30 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha.	52
Figura 31 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha	52
Figura 32 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada no meio da linha	53
Figura 33 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada no meio da linha	53
Figura 34 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha	54
Figura 35 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha	54
Figura 36 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha	55
Figura 37 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha	55
Figura 38 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada no meio da linha	56
Figura 39 – Ensaio 2 no plano xz com a força aplicada no meio da linha	56
Figura 40 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada no meio da linha	57
Figura 41 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	57
Figura 42 – Ensaio 2 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	58
Figura 43 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	58
Figura 44 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha	59
Figura 45 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada ao meio da linha	59
Figura 46 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada ao meio da linha	60
Figura 47 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha	60
Figura 48 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha	60
Figura 49 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada aleatoriamente na linha	61
Figura 50 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada aleatoriamente na linha	61
Figura 51 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha	61
Figura 52 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xz com a força aplicada ao meio da linha	62
Figura 53 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xz com a força aplicada ao meio da linha	62
Figura 54 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada ao me da linha	62
Figura 55 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	63

Figura 56 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	63
Figura 57 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades da linha ensaiada	31
Tabela 2 – Valores das amplitudes no instante 16s - Força aplicada ao meio do cabo.	36
Tabela 3 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada ao meio do cabo.	36
Tabela 4 – Valores das amplitudes no instante 13,2s - Força aplicada a 3/4 do cabo.	39
Tabela 5 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada a 3/4 do cabo.	40
Tabela 6 – Valores das amplitudes no instante 16s - Força aplicada a 1/4 do cabo.	43
Tabela 7 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada a 1/4 do cabo.	43
Tabela 8 – Frequências Naturais obtidas de modo analítico e experimental . . .	47

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Parâmetro de deflexão do cabo
A	Amplitude do movimento harmônico
A_m	Amplitude modal
d	Deflexão do cabo
δ_{est}	Deformação estática da mola
E	Módulo de elasticidade
F_e	Força elástica da mola
f_{n_i}	Frequência natural do cabo no i-ésimo modo
f_s	Frequência de amostragem
H	Espaço de Hilbert
k	Rigidez da mola
L	Comprimento do vão do cabo
L_c	Comprimento do cabo sem tensão
L_e	Comprimento virtual do cabo
m	Massa
N	Número de amostragem do registro
P	Força peso
p	Carga por unidade de comprimento do cabo
T	Período de oscilação
T_0	Tensão nas extremidades do cabo
τ	Período de oscilação
λ	Parâmetro adimensional de frequência
ω	Frequência natural

\dot{x}	Velocidade do movimento harmônico
\ddot{x}	Aceleração do movimento harmônico
\subset	Contido
\in	Pertence
\mathbb{R}	Reais
\rightarrow	Implicação
\approx	Aproximação
Σ	Somatório
\int	Integral
ζ	Ângulo de fase do eixo z
ϕ	Ângulo de fase do eixo x
φ	Função arbitrária
ψ	Ângulo de fase do eixo y
Ω	Domínio dentro dos números reais positivos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Vibrações Livres	17
2.1.1	Comportamento Vibratório em Cabos	20
2.2	Análise de Fourier	24
2.3	Decomposição Modal	25
2.4	Rastreamento por Imagem	28
3	METODOLOGIA	30
3.1	Modelo e Instrumentação	30
3.2	Abordagem Analítica	31
3.3	Método de Galerkin	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
4.1	Resultados da Decomposição Modal	34
4.2	Análise de Frequências	45
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A	52
	APÊNDICE B	59
	APÊNDICE C	64

1 INTRODUÇÃO

A descoberta de imensas jazidas de petróleo em águas de grande profundidade, denominadas pré-sal, exigiu meios de exploração altamente especializados nos últimos anos, pois tais reservatórios encontram-se a mais de 7 mil metros abaixo do nível do mar, sob uma extensa camada de sal, que atinge até 2 mil metros de espessura. A reserva brasileira se localiza em uma faixa litorânea de aproximadamente 800 quilômetros de extensão e 200 quilômetros de largura, que compreende os estados do Espírito Santo e Santa Catarina (MORAIS, 2013).

A produção de petróleo no mar requer um sistema conhecido como sistema de produção offshore, composto por plataforma, dutos flexíveis e sistema de ancoragem. Levando esse cenário em consideração, o petróleo produzido é escoado do poço no fundo do mar até a superfície por meio de dutos, conhecidos como risers (FINOTELI et al., 2017).

Os risers fazem parte de um sistema de comunicação de controle e transporte de fluidos (petróleo, gás natural ou condensados) e são formados por estruturas complexas constituídas por diversas camadas combinadas de ligas metálicas e compósitos poliméricos, sendo dispostos concentricamente ao redor do eixo central do duto, formando uma estrutura com rigidez torsional e axial, porém com baixa rigidez flexional (RABELO, 2009), como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Aspecto estrutural dos risers.



Fonte: Petróleo Energia (2014) apud Pereira (2015, p. 1).

Segundo PESCE (1997), os risers estão sujeitos a fenômenos no ambiente marítimo, como ondas de superfície, correnteza marítima e movimentos da plataforma. As correntezas podem agir diretamente ao longo do comprimento do riser, induzindo excitação e a possibilidade de ocorrer o fenômeno de vibração devido à emissão

de vórtices (vortex induced vibration – VIV). Desse modo, realizar um estudo do comportamento estrutural e mecânico é de suma importância econômica e ambiental, uma vez que se evita catástrofes ambientais e danos financeiros com a falha dos risers.

Visando a caracterização de tais sistemas de forma correta, leva-se em consideração a dinâmica de risers, um dos pontos de desenvolvimento mais importantes para indústria offshore, a qual é frequentemente tratada segundo abordagens teóricas e experimentais (PEREIRA, 2014). Conforme apresentado, a intensidade e a frequência de excitação do material que compõe a estrutura dos dutos flexíveis, quando submetidos a uma vibração de grande magnitude, dependem criticamente das frequências naturais e modos de vibrar. Partindo desse ponto, o foco do trabalho concentra-se em decompor as frequências naturais e os modos de vibrar de um modelo em escala reduzida sujeito a um experimento de vibrações livres (testes de decaimento).

Para as análises teóricas foram utilizados conceitos básicos de vibração conforme os procedimentos de Rao (2019), a teoria de vibração em cabos baseada na metodologia de Blevins e Plunkett (1980), tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, sendo essa, com o auxílio da análise de Fourier, baseado em Fugarra (2015), e a análise de decomposição modal, pelo método de Galerkin, de acordo com Grandin (1986) e Pereira (2014).

A abordagem experimental foi realizada a partir de um modelo em escala reduzida Stano et al. (2019) e um equipamento de rastreamento de imagem (SILVA et al., 2021). Os dados obtidos foram tratados na ferramenta computacional Octave, para análise numérica do problema. Complementando o estudo da dinâmica de risers, como forma de comparação de resultados, utilizou-se os dados de mapeamento dos ensaios e frequências obtidos por Silva et al. (2021), desenvolvendo um modelo numérico-experimental de validação.

1.1 OBJETIVOS

Objetiva-se realizar uma análise de sinais, trazendo a caracterização dos modos de vibrar do espectro de frequências do comportamento dinâmico estrutural de risers, relacionando, assim, uma abordagem de registros experimentais com o método de decomposição modal desses modos de vibrar.

1.1.1 Objetivo Geral

Determinar as frequências naturais e os modos de vibrar de um modelo de riser em escala reduzida utilizando a decomposição modal (método de Galerkin).

1.1.2 Objetivos Específicos

- Revisão bibliográfica a respeito de vibrações e rastreamento por imagem;

- Desenvolvimento da concepção e construção do método de Decomposição modal aplicada ao modelo em escala reduzida de riser;
- Identificar os modos de vibração do modelo, apresentando um estudo dos registros experimentais;
- Elaborar um código em linguagem Octave para que possa haver a implementação da análise modal nos modos de vibrar;
- Discretizar e caracterizar o comportamento dos modos de vibrar do problema, avaliando a dinâmica da excitação observada no modelo;
- Validar os resultados, comparação entre a análise analítica e a experimental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, será apresentado o embasamento teórico a respeito dos fenômenos e as ideias principais que circundam o problema proposto, introduzindo conceitos essenciais para a compreensão das frequências naturais e dos modos de vibrar do modelo em estudo. Apresenta-se, também, em sequência lógica, os fundamentos básicos de vibrações, equacionamento para o movimento oscilatório de cabos e para a decomposição modal.

2.1 VIBRAÇÕES LIVRES

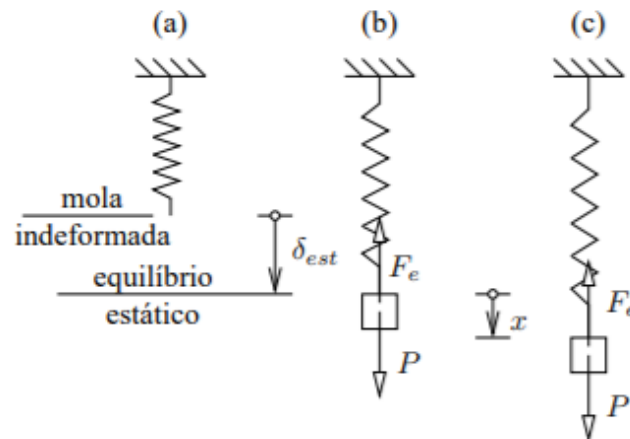
Vibração ou oscilação é qualquer movimento que se repete, regular ou irregularmente, dentro de um intervalo de tempo (RAO, 2019). A maioria das vibrações mecânicas são indesejáveis porque podem causar tensões nas estruturas e ruídos, mau funcionamento ou falhas nos sistemas dos quais fazem parte (RABELO, 2009). Segundo Rao (2019), é importante considerar que um componente ou estrutura que está submetido a vibrações mecânicas sofre uma variação cíclica de tensão, havendo assim, falha por fadiga do material.

No geral, uma vibração mecânica é incitada quando um sistema é deslocado de sua posição de equilíbrio estável. O sistema tende a retornar a essa posição sob a ação de forças restauradoras (ou de forças elásticas, como no caso, de uma massa presa a uma mola, ou de forças gravitacionais, como no caso do pêndulo). Mas o sistema acaba por atingir a posição original com uma certa velocidade que o leva a ultrapassar essa posição. Como o processo pode se repetir, o sistema mantém-se em movimento oscilatório ao redor da posição de equilíbrio (STANO et al., 2019).

O movimento dos tímpanos, a trepidação de pontes e o movimento de navios são um exemplo disso (FUJARRA, 2015). Nesse caso, o modelo que este trabalho estuda apresenta uma vibração livre, não linear, determinística e indesejável, além de ser um sistema contínuo, ou seja, possui infinitos graus de liberdade, como descrito por Silva et al. (2021).

Conforme Rao (2019), o tipo mais simples de movimento periódico de um sistema vibratório é a função harmônica. E uma forma de exemplificar esse movimento pode ser visto na Figura 2, na qual encontra-se uma partícula de massa m ligada a uma mola de constante de rigidez k .

Figura 2 – Movimento periódico descrito por meio de um sistema massa-mola.



Fonte: Cismaşiu (2009, p. 2).

Quando a partícula se encontra na posição de equilíbrio estático (b), tem-se que o somatório das forças em x é igual a zero, uma vez que a força peso (P) é igual a força elástica da mola (F_e). Porém, quando consideramos uma posição arbitrária (c), tem-se que o somatório das forças em x será igual a massa vezes a aceleração em x . Desta forma, tem-se a Equação 1 (CISMAŞIU, 2009):

$$\sum F_x = ma_x \implies P - F_e = m\ddot{x} \quad (1)$$

Considerando o balanço das forças, a deformação estática da mola (δ_{est}) acaba por ser anulada, assim obtendo a Equação 2.

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2)$$

E uma vez que se pode dividir a Equação 2 pela massa, obtém-se uma equação que evidencia a frequência natural do movimento ω .

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (3)$$

Sendo ω^2 igual a constante de rigidez da mola dividida pela massa.

Quando se busca a solução para esse movimento harmônico simples, definido pela equação diferencial, Equação 3, tem-se que a solução geral dela pode ser encontrada relacionada a uma amplitude (A) e a uma fase do movimento oscilatório (ϕ), tal qual obtém-se a solução (Equação 4):

$$x(t) = A \sin \omega t - \phi \quad (4)$$

Discretizando a frequência natural do movimento oscilatório [ω], temos, então, uma característica própria do sistema, frequência na qual o sistema oscila por si só sem a ação de forças externas, após uma excitação inicial, sendo igual à Equação 5:

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (5)$$

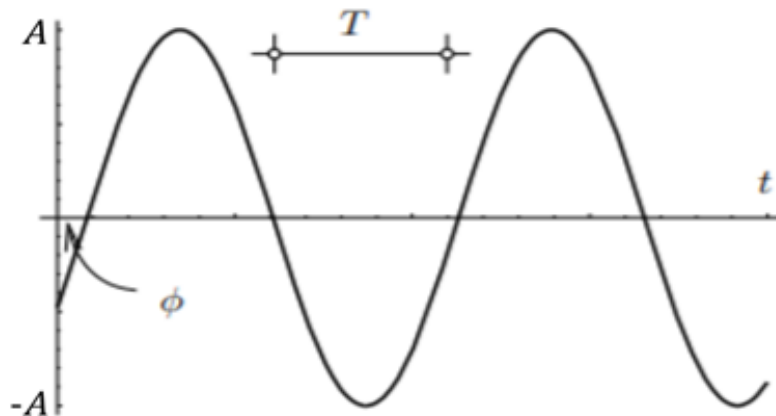
Com isso, tem-se que o tempo necessário para que um movimento realizado por uma partícula volte a se repetir, ou seja, que o corpo realize uma oscilação, chama-se período $[T]$. Enquanto que o número de ciclos ou ocorrências de um evento descritos na unidade de tempo, que é o inverso do período, denomina-se por frequência de oscilação $[f]$, comumente medida em Hertz [Hz].

Segundo Rabelo (2009), uma oscilação harmônica simples apresenta um deslocamento máximo em relação a sua posição de equilíbrio e um deslocamento mínimo. Se essa amplitude for constante, levando em consideração esse ponto de equilíbrio, tem-se que ela será dada pela Equação 6:

$$A = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} \quad (6)$$

A Figura 3 exemplifica graficamente a oscilação de um movimento harmônico, podendo-se observar os vales e os picos do ciclo, evidenciando o período e amplitude do movimento.

Figura 3 – Movimento Harmônico Simples



Fonte: adaptado de Cismaşiu (2009, p. 4).

A velocidade e a aceleração da partícula será o resultado da derivada da Equação 4 em relação ao tempo, Equação 7 e 8, respectivamente.

$$\dot{x} = \omega A \cos \omega t \quad (7)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \sin \omega t \quad (8)$$

As Equações 7 e 8 são denominadas funções harmônicas do tempo, e Rao (2019) as caracteriza como dinâmica do movimento simétrico em torno da posição de equilíbrio da partícula. No entanto, os sistemas vibratórios geralmente são periódicos, mas não harmônicos. Uma vez que qualquer movimento periódico pode ser escrito como uma soma de funções harmônicas, será utilizado a expansão da Série de Fourier

para que se possa descrever a amplitude ao longo da excitação, visto que, ela não é constante ao decorrer do tempo.

Como o modelo de duto flexível analisado tem características de uma vibração periódica, em Blevins e Plunkett (1980) se encontrou a teoria de vibrações em cabos, assim, tendo uma boa aproximação das particularidades do modelo de riser utilizado neste trabalho.

2.1.1 Comportamento Vibratório em Cabos

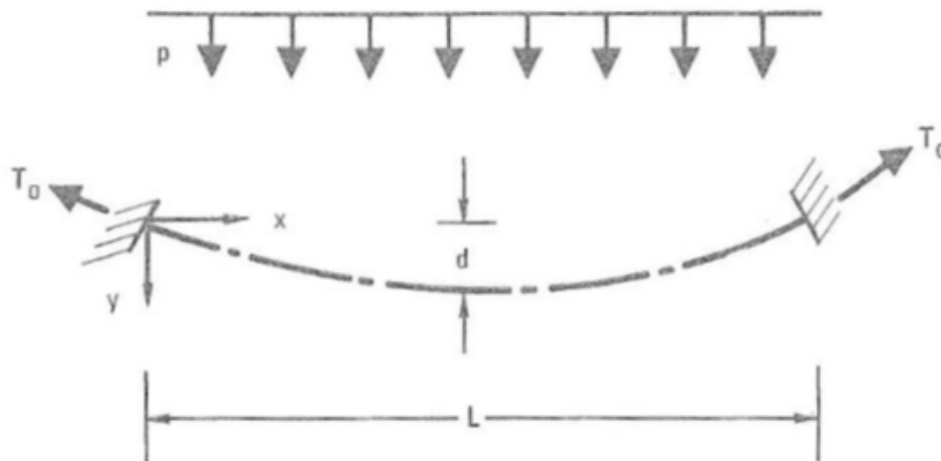
Sabe-se que as frequências naturais de risers flexíveis são influenciadas por fatores intrínsecos da estrutura do cabo, como massa, elasticidade e a tendência a arqueação entre os apoios. Oriundo dessa deflexão entre os suportes, tem-se a catenária, resultado dos esforços externos atuantes na estrutura, caracterizada geometricamente por parábolas (BLEVINS; PLUNKETT, 1980).

Blevins e Plunkett (1980) afirmam ainda que essa deflexão tem forte influência na frequência natural dos cabos, sendo que a diferença entre a frequência fundamental natural de um cabo reto e um outro possuindo uma parábola com concavidade leve pode ser maior que 300%. De forma a equacionar o modelo estudado neste trabalho, será necessário caracterizar o ω em cabos, assim deve-se levar em consideração algumas hipóteses propostas por Blevins:

- Os cabos são uniformes e elásticos;
- A tensão suportada pelos cabos é apenas axial e cisalhante, sendo que a tensão média no cabo é muito maior do que a componente de tensão durante a vibração;
- Os cabos são retos ou com uma leve arqueação, sendo que o valor da flecha não pode ultrapassar 1/8 do comprimento do cabo;
- A amplitude de vibração é pequena quando comparada com a deflexão formada no cabo com a distância entre os nós de vibração;
- Os cabos são suportados, em ambas as extremidades, por suportes engastados.

Assim, com a finalidade de se iniciar o estudo do comportamento dinâmico de risers em vão-livre, com a configuração geométrica do tipo catenária, considera-se um modelo experimental que se aproxima de um cabo, seguindo as hipóteses pré-definidas e assumindo uma tensão aproximadamente constante no cabo ao longo de seu comprimento. Como apresentado na Figura 4, observa-se que o cabo toma uma forma levemente parabólica.

Figura 4 – Flexão no cabo em uma parábola rasa



Fonte: Blevins e Plunkett (1980, p. 88).

A carga aplicada no cabo gera uma flexão que terá uma flecha em uma determinada posição x e, devido às hipóteses assumidas, pode-se aproximar essa flecha para uma parábola utilizando o equacionamento 9:

$$\bar{Y} = \frac{pL^2}{2T_0} \left\{ \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

Sendo p o peso do cabo distribuído uniformemente ao longo de seu próprio comprimento, L o comprimento do vão do cabo e T_0 a tensão gerada nas extremidades do cabo. Tendo em mente que a deflexão máxima se encontra ao centro do cabo, em $x=L/2$, pode-se calcular o maior valor que a flecha alcançará (Equação 10):

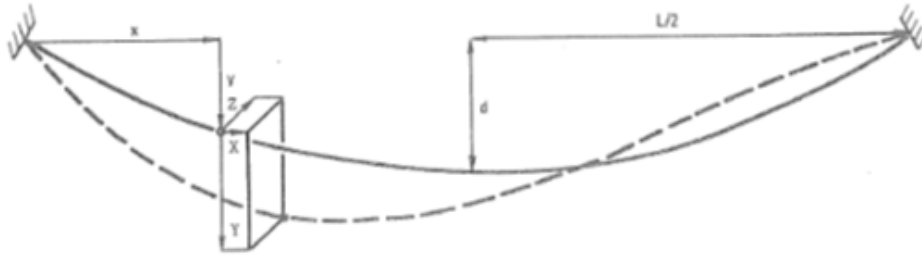
$$d = \frac{pL^2}{8T_0} \quad (10)$$

Seguindo as proposições de Blevins e Plunkett (1980), é necessária uma equação adicional para a solução estática do cabo. Para tal, na Equação 11 tem-se a relação entre o comprimento do cabo sem a tensão T_0 (L_c) com a extensão do cabo em parábola (L).

$$\frac{d}{L} = \left(\frac{5}{24} \right) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{18(L_c - L)}{5L} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{1}{2} \quad (11)$$

Na Figura 5 pode-se observar um deslocamento arbitrário qualquer no cabo, movimento esse, vibratório e necessário, para fornecer deslocamento ao sistema, que assim, terá três componentes oriundas: $X(x,t)$ resultantes da vibração na direção horizontal no plano da catenária; $Y(x,t)$ na direção vertical no plano da catenária e $Z(x,t)$ resultante do movimento transversal, portanto, fora do plano da catenária.

Figura 5 – Exemplificação das direções na dinâmica de cabos



Fonte: Blevins e Plunkett (1980, p. 89).

Como resultado da análise da Figura 5, pode-se concluir que a forma espacial associada à cada componente será dada pelos modos de vibrar $\tilde{x}(x)$, $\tilde{y}(y)$ e $\tilde{z}(z)$. E o movimento total do cabo durante a vibração livre será o somatório da flecha e do movimento dinâmico em cada modo, Equações 12, 13 e 14, nas direções x, y e z, respectivamente.

$$X(x, t) = \sum_{n=1} A_n \tilde{x}_n(x) \cos \omega_n t + \phi_n \quad (12)$$

$$Y(y, t) = \tilde{Y}(x) + \sum_{n=1} B_n \tilde{y}_n(x) \cos \omega_n t + \psi_n \quad (13)$$

$$Z(z, t) = \sum_{n=1} C_n \tilde{z}_n(x) \cos \omega_n t + \zeta_n \quad (14)$$

De forma que ω_i é a frequência natural do cabo no i -ésimo modo, A_i , B_i e C_i são constantes em virtude da amplitude e ϕ_i , ψ_i e ζ_i representam os ângulos de fase. As frequências naturais de cabos fletidos são em função da direção da vibração em relação ao plano da catenária (BLEVINS; PLUNKETT, 1980).

Devido à curvatura gerada pelo peso do próprio cabo, as frequências naturais e formas modais, para cabos em catenária, dependem da direção de vibração relativa ao plano da parábola e são influenciadas pela deflexão, pois, a frequência natural na direção transversal ao plano será diferente da frequência natural na direção perpendicular ao plano. Por esse fato, que envolve a rigidez flexional predominante no comportamento dinâmico, tem-se que a resposta ocorra majoritariamente em apenas um modo de vibrar (TSUKADA, 2009).

Desse modo, tem-se que a deflexão acoplará os deslocamentos longitudinais e os do plano, sendo uma dependência existente somente nos modos simétricos ao plano da catenária. Portanto, essa dependência gerará mudanças nas frequências naturais e nas formas modais, e será dada pelas Equações 15 e 16:

$$\alpha^2 = \left(\frac{8d}{L} \right)^2 \frac{EA}{T_0} \frac{L}{L_e} \quad (15)$$

$$L_e \approx L \left[1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right] \quad (16)$$

Onde α é o parâmetro da medida da deflexão no cabo, E o módulo de elasticidade, A a área da seção transversal e L_e o comprimento virtual do cabo, o qual é calculado em decorrência da Equação 16, pois, o cabo apresenta uma catenária em parábola.

O parâmetro α governa a influência da deflexão nas frequências naturais e nos modos de vibrar de um cabo (BLEVINS; PLUNKETT, 1980). Partindo dessa afirmação, é possível elencar algumas relações em função desse parâmetro, sendo:

- Se $0 < \alpha^2 < 4\pi^2$, a frequência natural do primeiro modo simétrico no plano será menor do que a frequência natural do primeiro modo antissimétrico no plano;
- Se $\alpha^2 = 0$, a deflexão não influencia na frequência natural do cabo;
- Se $\alpha^2 = 4\pi^2$, os primeiros modos simétricos e antissimétricos possuirão a mesma frequência natural;
- Se $\alpha^2 > 4\pi^2$, a frequência natural do primeiro modo simétrico será maior do que a frequência natural do primeiro modo antissimétrico no plano.

Em seguida Blevins e Plunkett (1980) apresentam o seguinte equacionamento para determinar as frequências naturais para os modos de vibração fora do plano (Equação 17):

$$f_{n_i} = \frac{i}{2L} \left(\frac{T_0}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Onde i é o número do modo de vibração e m a massa do cabo e das estruturas de suportes por unidade de comprimento do vão.

Assim, com o auxílio do parâmetro adimensional λ , pode-se determinar as frequências naturais do modo simétrico, adquirido por meio das raízes positivas da equação transcendental, Equação 18 e 19 (BLEVINS; PLUNKETT, 1980).

$$\tan \frac{\pi\lambda}{2} = \frac{\pi\lambda}{2} - \frac{4}{\alpha^2} \left(\frac{\pi\lambda}{2} \right)^3 \quad (18)$$

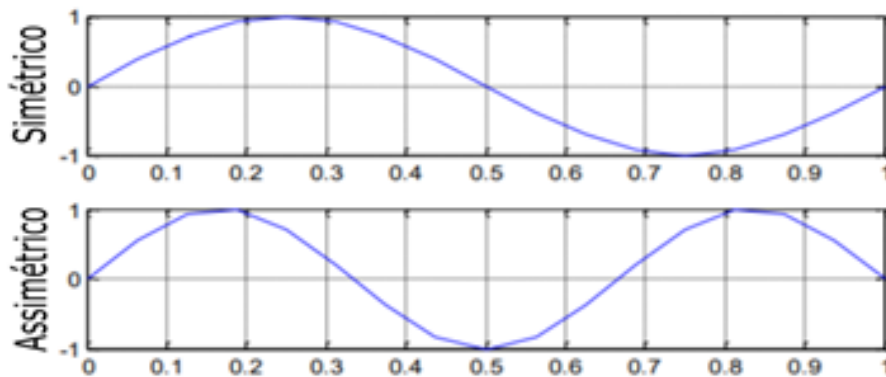
$$f_{n_i} = \frac{\lambda_i}{2L} \left(\frac{T_0}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

E para se obter as frequências naturais e modos assimétricos de vibrar para um comportamento oscilatório no plano da catenária, tem-se (Equação 20):

$$f_{n_i} = \frac{i}{L} \left(\frac{T_0}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

Na Figura 6 pode-se observar o exemplo de um resultado gráfico de um modo assimétrico e simétrico de vibrar.

Figura 6 – Exemplo de um modo de vibrar assimétrico e simétrico



Fonte: adaptado Pereira (2015, p. 71).

2.2 ANÁLISE DE FOURIER

Segundo Rao (2019), a expansão por Série de Fourier proporciona a caracterização de qualquer função periódica a partir da sobreposição de funções harmônicas, de tal forma, que essa caracterização vale-se no domínio do tempo ou da frequência, como observado na Equação 21.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (21)$$

Uma vez que os números complexos e as frequências das componentes harmônicas $[\omega]$ são múltiplos da frequência fundamental $[\delta\omega = 2\pi/\tau]$, a Equação 21 pode ser reformulada da seguinte maneira (Equação 22):

$$\xi(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} \left[a_r \cos \frac{2\pi r t}{\tau} + i b_r \sin \frac{2\pi r t}{\tau} \right] \quad (22)$$

Como por definição b_r é igual a zero, tem-se, então que, a_r pode ser calculado segundo a Equação 23:

$$a_r = \frac{2}{\tau} \int_{\tau} \xi(t) \cos \frac{2\pi r t}{\tau} dt \quad (23)$$

E no que diz respeito ao valor médio, o coeficiente a_0 , pode ser encontrado com auxílio do equacionamento 24, oriundo da Equação 24:

$$a_0 = \frac{2}{\tau} \int_{\tau} \xi(t) dt \quad (24)$$

De uma forma simplificada, o movimento harmônico pode ser caracterizado apenas pela frequência e amplitude da oscilação, contudo, para uma representação no domínio do tempo exige-se um número muito maior de coordenadas (x, t) . Vale ressaltar que, como a análise de Fourier é uma representação direta da relação entre

os domínios do tempo e frequência, tem-se que a transformação entre os domínios implica uma perda de informação quando relacionado ao instante inicial do sistema (FUJARRA, 2015). Todavia, este trabalho foca-se na dinâmica do modelo, por isso, o instante inicial não será utilizado.

Segundo Silva et al. (2021), para que haja equivalência das características entre os domínios, é necessário que o tempo total de análise seja suficiente para haver um registro dinâmico dos comportamentos de interesse. Sabe-se que os registros de comportamento dinâmico são escolhidos de maneira discreta mediante uma frequência de amostragem definida conforme a Equação 25 (FUJARRA, 2015).

$$f_s = \frac{N}{\tau} \quad (25)$$

Sendo N o número de observações (amostras) que compõem o registro do comportamento dinâmico, os coeficientes da expansão de Fourier podem ser obtidos fazendo o uso do algoritmo de análise Fast Fourier Transform (FFT), que realiza a transcrição do registro temporal da dinâmica para a representação no domínio da frequência, utilizando o equacionamento 26 (FUJARRA, 2015):

$$\xi(t) = \sum_{r=0}^{N-1} 2\sqrt{a_r^2 + b_r^2} \cos\left(\frac{2\pi r t}{\tau} + \delta_r\right) \quad (26)$$

Percebe-se, então, que a Equação 26 (FFT) é importante para calcular as frequências naturais obtidas experimentalmente, pois, converte os dados colhidos pelo sistema de rastreamento em picos de frequência (SILVA et al., 2021).

2.3 DECOMPOSIÇÃO MODAL

Nesta seção será apresentada o método de Galerkin, um método variacional que permite obter soluções aproximadas da solução de um certo problema de valor de contorno. Conforme Pinto (2001), a técnica de Galerkin assemelha a solução real por uma aproximada, constituída pela soma ponderada de um certo número de elementos de uma base infinita do espaço de funções.

A solução aproximada está inserida em uma pequena parte do espaço original (subespaço), formada por todas aquelas funções que podem ser obtidas pela combinação linear dos elementos da base, tomados para construir a aproximação. Dessa forma, é lógico tentar resolver a equação nesse subespaço, ou seja, zerar as componentes do vetor resíduo neste subespaço.

Em outras palavras, o resíduo deve ser ortogonal aos elementos do subespaço. De forma análoga, isso significa dizer que o produto interno do resíduo, com os vetores tomados como base da aproximação, deve ser zerado (PINTO, 2001).

Segundo Grandin (1986), dado um problema de valor de contorno cuja solução será designada por u_0 e seja a base do espaço de funções $B = \varphi_1, \dots, \varphi_n$,

sendo Galerkin um método numérico que, dadas às funções φ_n , também conhecidas como funções coordenadas ou de interpolação que satisfazem certas restrições, permitem determinar as constantes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, uma vez que utiliza-se para construir a aproximação de grau n a forma $\varphi = \alpha_1\varphi_1 + \dots + \alpha_n\varphi_n$ sendo i finito, encontra-se a seguinte função:

$$u_i = \sum_{n=1}^i \alpha_n \varphi_n \quad (27)$$

se aproxime de u_0 , para $i \rightarrow \infty$, em algum sentido, havendo convergência.

Logo, o método de Galerkin para a determinação de uma solução aproximada do problema de valor de contorno consiste em determinar $u_i^* \in H_i$, sendo H_i uma sequência de espaços de uma dimensão finita, espaço de Hilbert, tal qual o resíduo seja $A[u] = 0$. Dessa maneira tem-se, na Equação 28, que:

$$\int_{\Omega} A[u(x)]\varphi(x)dx = 0 \quad (28)$$

Sendo Ω um domínio limitado contido em \mathbb{R}^x e A um operador diferencial de $L^2(\Omega)$. Como apresentado anteriormente, os coeficientes α_n são escolhidos de modo que $A[u^i]$ seja ortogonal às primeiras i funções do sistema B .

$$\int_{\Omega} A\left[\sum_{n=1}^i \alpha_n \varphi_n(x)\right]\varphi_i(x)dx = 0 \quad (29)$$

De tal modo que, as aproximações $u^i(x_1, \dots, x_n)$ são projeções ortogonais da solução desejada $u(x_1, \dots, x_n)$ em um subespaço de dimensão finita $i \in \mathbb{N}$. A solução $u(x_1, \dots, x_n)$ é obtida tomando o limite de u^i quando $i \rightarrow \infty$ (REZENDE, 2005).

Num contexto geral, pode-se reformular o operador A , tal que $A : V \rightarrow H$ um operador definido num subespaço $V \subset H$, denso em H , sendo H um espaço de Hilbert. Dado $f \in H$, procura-se um elemento $u \in H$, tal que $Au = f$. Tem-se, então, aproximações de $u^i = \sum \alpha_j \varphi_j$ que são projeções ortogonais de $u \in V$ em um subespaço de dimensão finita $B_i = \varphi_1, \dots, \varphi_i, \dots \subset V$, gerado pelos n primeiros vetores da base. Assim, os coeficientes α_n são determinados pelo sistema algébrico proposto pela Equação 30 (REZENDE, 2005).

$$(Au^i - f, \varphi_i)_H = 0 \quad (30)$$

Onde a Equação 30 expressa o produto interno em H .

Com tal solução e mais algumas manipulações algébricas, pode-se chegar a um resultado matricial, uma vez que (Equação 31):

$$Ka = f \quad (31)$$

de onde tem-se que (Equação 32):

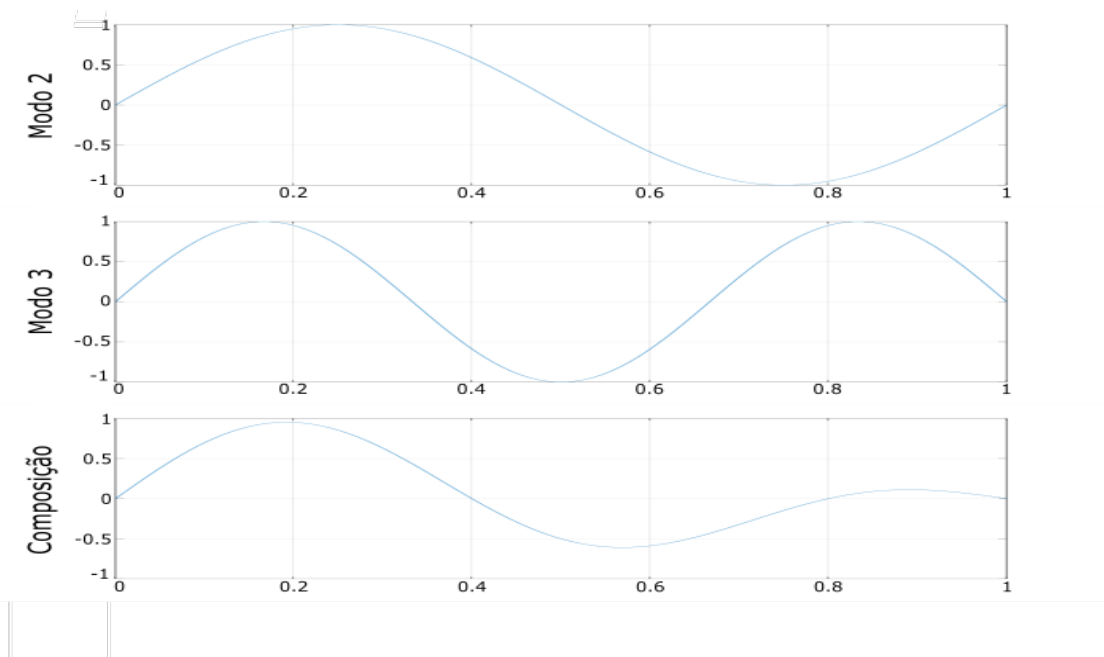
$$K_{ij} = \int_{\Omega} \varphi_i A \varphi_j d\Omega = 0 \quad (32)$$

Nota-se que se A é um operador simétrico, a matriz do sistema resulta simétrica, o que implica em vantagens computacionais, como a utilização de técnicas de triangulação da matriz do sistema, específicas para matrizes simétricas, e a diminuição do espaço de memória necessário para armazenar os coeficientes da matriz do sistema, pois, para uma matriz de ordem N não-simétrica, é preciso conhecer seus $N \times N$ coeficientes. Se a matriz for simétrica, apenas é necessário conhecer a matriz triangular superior ou inferior (GRANDIN, 1986).

Conforme Pereira (2014) apresenta em sua tese, e trazendo essa técnica para o problema apresentado com vibrações em risers, temos, então, um procedimento que visa decompor os resultados experimentais de movimento nos diversos modos naturais, obviamente passíveis de excitação. De maneira a facilitar a compreensão, na Figura 7 tem-se um gráfico exemplificando um resultado experimental instantâneo, podendo ser demonstrado como a sobreposição do segundo e terceiro modo de vibrar, seguindo o equacionamento de Blevins e Plunkett (1980) para análise de cabos.

Para a construção do gráfico da Figura 7, utilizou-se um valor de amplitude modal de $Am_n = 0,5$ para ambos os modos de $n = 2$ e $n = 3$. Portanto, pode-se generalizar esse procedimento para sucessivos instantes de tempo, obtendo-se uma série temporal de amplitudes modais no transcorrer de cada registro do experimento original (PEREIRA, 2014).

Figura 7 – Exemplo de aplicação da técnica de Decomposição Modal.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Assim, para a determinação das séries temporais da amplitude modal, vale-se

da Equação 33 que apresenta o cálculo da amplitude modal instantânea $[Am_n(t)]$, que nada mais é, do que a integral do produto interno entre os vetores do modo de vibrar e o movimento experimental da linha, ao longo do comprimento nas três direções, dividido pelo somatório das normas do modo de vibrar (PEREIRA, 2014).

$$Am_n(t) = \int_{\Omega} \frac{\langle \phi_n(s), x_e(s, t) \rangle}{\|\phi_n(s)\|} ds \quad (33)$$

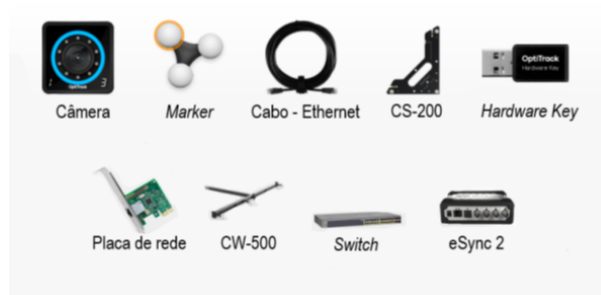
Onde $\phi_n(s)$ é o n -ésimo modo de vibrar em função da posição s ao longo da linha, sendo considerado as três coordenadas necessárias para a definição do modo. E $x_e(s, t)$ representa a coordenada do movimento obtido no experimento na posição s ao longo da linha e no instante de tempo t (PEREIRA, 2014).

Vale evidenciar que a Análise de Decomposição Modal acaba por gerar informações relevantes quanto as formas modais presentes na resposta de vibração analisada, fato este de destaque quando se comparado com a análise de Fourier, a qual, não consegue prover um dado desta amplitude.

2.4 RASTREAMENTO POR IMAGEM

O rastreamento óptico consiste em gravações de movimentos, com interatividade em tempo real, onde os dados, ao serem processados pelo programa, geram saídas sem atrasos visuais (SILVA et al., 2021). Os dados de entrada utilizados para esta pesquisa, proveem de rastreamento de imagem e foram utilizados os produtos da linha OptiTrack (Figura 8) que possuem câmeras de alta velocidade, com obturadores globais de interrupção de imagem e LEDs de descarga rápida, sendo, portanto, uma linha de produtos de extrema qualidade (SILVA et al., 2021).

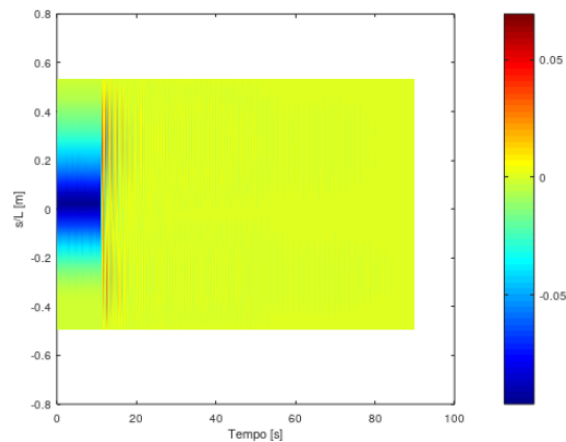
Figura 8 – Equipamentos OptiTrack.



Fonte: Silva (2020, p. 25).

Foi desenvolvido um código de programação em Octave para tratar os dados retornados do rastreamento, com objetivo de determinar as frequências naturais e os modos de vibrar. Plotando, assim, gráficos para cada alvo nas posições x , y e z em função do tempo, também descritos como mapeamento dos ensaios, Figura 9.

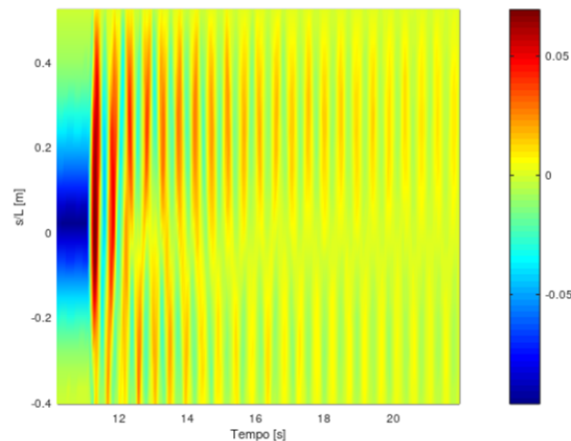
Figura 9 – Mapeamento de um ensaio.



Fonte: Silva (2020, p. 39).

É de se referenciar que foi verificado a coerência da aquisição desses dados e determinando o tempo de corte para cada ensaio, ou seja, ocorreu o reconhecimento da instabilidade inicial de excitação nos gráficos e seus respectivos instantes de tempo. Deste modo, apenas os dados posteriores a esse corte de tempo, a qual desconsidera essas vibrações instáveis iniciais, foram utilizados nesta pesquisa (SILVA et al., 2021).

Figura 10 – Mapeamento de um ensaio após o corte no tempo.



Fonte: Silva (2020, p. 40).

É importante destacar que a Análise de Decomposição Modal exige o conhecimento de deslocamentos ao longo do comprimento da estrutura que está submetida a vibração, o que, portanto, só é possível com a aplicação de monitoração como, por exemplo, por meio do Rastreamento por Imagem.

3 METODOLOGIA

Este capítulo visa apresentar a metodologia utilizada para a análise analítica das excitações agindo em um modelo de riser lançado em catenária. Deste modo, este capítulo foi dividido em duas seções: método analítico e método de Galerkin.

Na seção destinada ao modelo experimental é descrito uma simplificação da abordagem metodológica para a construção do experimento, como, a aquisição de dados e as características gerais do modelo reduzido de riser. E, ao que se refere às análises é feita uma apresentação das análises e procedimentos necessários para o desenvolvimento do trabalho e que culminam nos resultados mais adiante apresentados.

3.1 MODELO E INSTRUMENTAÇÃO

O modelo em escala utilizado no experimento segue os princípios e metodologia de construção desenvolvida por Stano et al. (2019). A linha consiste em uma mola helicoidal de aço envolvida por um tubo de elastômero, como demonstrada mediante a Figura 11, tendo como objetivo caracterizar o riser flexível.

Figura 11 – Seção transversal do modelo experimental.



Fonte: adaptado Silva (2021, p. 23).

Deste modo, as propriedades do modelo são encontradas na Tabela 1, sendo que os dados adquiridos são oriundos das medições feitas na linha modelo (Figura 11).

Tabela 1 – Propriedades da linha ensaiada

Propriedade	Valor	Unidade
Massa	1,2406	Kg
Comprimento total	3,08	m
Deflexão máxima	0,265	m
Área da seção transversal	1,75E-04	m ²
Módulo de Elasticidade	2,6443	MPa

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Utilizando o rastreamento óptico e suas gravações de movimento com interatividade em tempo real, pode-se fornecer dados a serem processados pelo programa Octave, gerando saídas sem atrasos visuais. Foram realizadas análises em 1/4, 1/2 e 3/4, todos referentes ao comprimento da linha. Como já definido, o plano XZ é referente ao plano transversal da catenária e o plano XY referente ao plano vertical da catenária. A excitação foi repetida três vezes em cada ponto para se obter uma quantidade significativa de dados (SILVA et al., 2021).

Para as gravações foi escolhida uma frequência de captura de imagem igual a 30Hz, ou seja, a cada 0,033 segundos houve uma aquisição de dados. Com o arquivo obtido por meio das gravações do rastreamento de imagem, foram observadas 77 colunas. A primeira refere-se ao ponto de captura instantânea, a segunda ao tempo e as outras correspondem às posições em x, y e z de cada alvo, ou seja, as componentes do espaço em cada instante de tempo (SILVA et al., 2021).

3.2 ABORDAGEM ANALÍTICA

Para a abordagem analítica foi desenvolvido um código no programa Octave contendo as equações para a determinação das frequências naturais seguindo as proposições de Blevins e Plunkett (1980). Para os valores de entrada foram utilizados a massa, o comprimento, a área da seção transversal, a deflexão máxima e o módulo de elasticidade do modelo experimental, presentes na Tabela 1 da Seção 3.1.

Com as equações da Seção 2.1.1, foram calculados a tensão nas extremidades, o comprimento virtual do cabo e o fator alfa. O parâmetro λ , para cada modo, corresponde às raízes positivas da equação transcendental e pode ser determinado graficamente. Ao transpor graficamente a equação, há a ocorrência de dois gráficos, cada um correspondente a um lado desta. Cada ponto de intersecção dos gráficos refere-se ao parâmetro λ de cada modo. Entretanto, utilizou-se uma outra maneira válida, que será apresentada mais a frente, para se encontrar os valores de λ , pois apesar de esforços, os gráficos não convergiam em resultados plausíveis. Portanto, todos esses resultados foram utilizados para determinar e caracterizar as frequências naturais dos dez primeiros modos de vibração, tanto no plano da catenária quanto fora do plano.

Visando uma maior clareza nos resultados das análises gráficas, foi implementado ao corpo do script uma função para tratar os dados retornados do rastreamento, com o objetivo de retirar todos os valores nulos das posições de x, y e z. Obtendo, assim, um banco de dados mais conciso, a qual pode-se utiliza-los para gerar gráficos sem poluições para uma identificação de excitações inequívocas.

3.3 MÉTODO DE GALERKIN

Os modos de vibrar utilizados durante a decomposição foram do 1 ao 10, simétricos e antissimétricos. Utilizou-se uma rotina de programação no aplicativo Octave, que a partir da organização dos dados obtidos nos ensaios de rastreamento de imagem, pode-se implementar o equacionamento proposto na literatura, a diretriz inicial foi encontrar os valores dos modo associados aos deslocamentos em x, y e z.

A descrição da flexão média e das formas de cada modo foram introduzidas na rotina em Octave, assim obtendo os valores dos modos simétricos e assimétricos. Dentro desse equacionamento, surge o parâmetro de frequência adimensional λ , que como dito anteriormente, governa a frequência natural dos modos simétricos no plano. Contudo, foi-se utilizado uma aproximação de seus valores proposta no livro de Blevins e Plunkett (1980), sendo esta aproximação regida pela seguinte Equação 34:

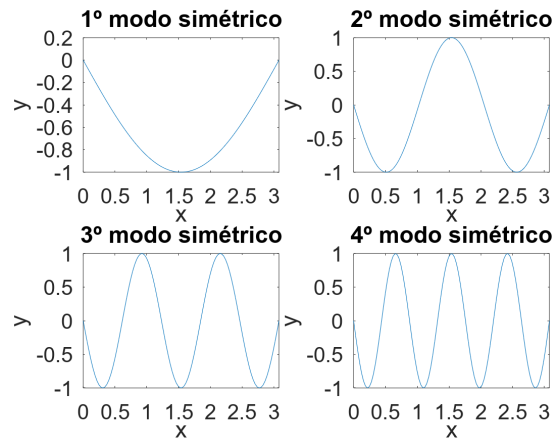
$$\lambda(n) = 2 \cdot n - 1 \quad (34)$$

onde n é um número inteiro positivo.

Posteriormente, normalizou-se os modos das três direções (x, y, z) para assim, obter a norma dos vetores desses modos. E em seguida, encontrou-se as amplitudes modais simétricas e antissimétricas utilizando o método dos trapézios para se realizar a integral de norma. O método dos trapézios nada mais é do que o cálculo numérico para aproximar uma integral por uma função polinomial de primeira ordem, ou seja, a integral da função da amplitude modal pôde ser aproximada pela área de um trapézio.

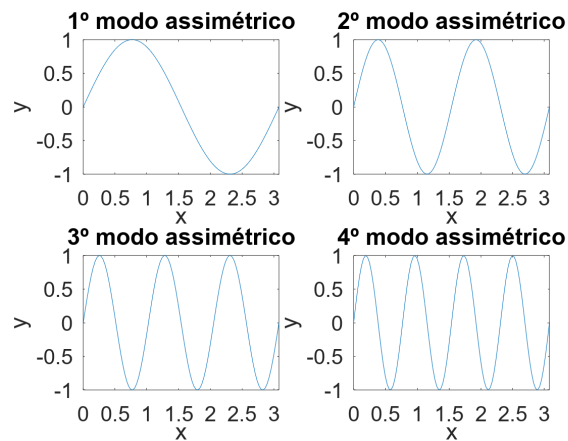
A curva da reconstrução modal então, se deu pelo produto da soma das amplitudes modais encontradas com a posição do eixo de análise. Nas Figuras 12 e 13, tem-se a representação dos 4 primeiros modos, os que prevalecem durante a oscilação do sistema.

Figura 12 – Primeiros modos predominantes de vibrar simétricos.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 13 – Primeiros modos predominantes de vibrar antissimétricos.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

O código da programação em Octave formulado pode ser conferido e analisado no Apêndice C.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

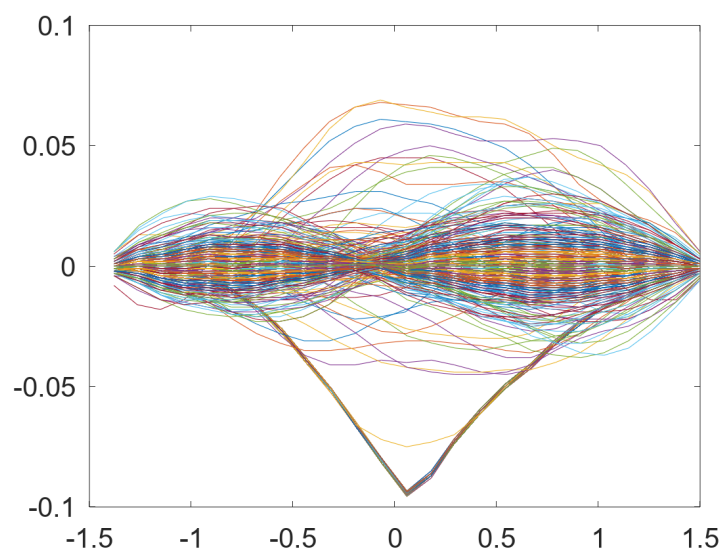
Este capítulo tem o objetivo de apresentar os principais resultados das análises dos modos naturais de vibrar obtidos através da aplicação da decomposição modal. E em conjunto, uma análise comparativa entre os resultados das diferentes análises abordadas ao decorrer do estudo. Vale apontar que os resultados modais serão apresentados de forma direta, uma vez que as frequências já foram exploradas pelo trabalho da Silva et al. (2021).

4.1 RESULTADOS DA DECOMPOSIÇÃO MODAL

Como apresentado na Seção 3.3, a integral do produto interno entre os vetores do modo de vibrar e o movimento experimental da linha nas três direções, dividido pelo somatório das normas, resulta na amplitude modal. E este procedimento repetido tanto para os modos quanto para os instantes de tempo considerados, cumina nas respectivas séries temporais de amplitude modal.

Na Figura 14, tem-se a avaliação de todos os instantes de tempo no ensaio de excitação no centro do cabo. Observa-se que aparece um ressalto em uma espécie de geometria triangular invertida no centro do cabo, essa deformação se dá pela força aplicada inicialmente no meio da linha. Como os marcadores capturam todos os movimentos que o cabo faz, partindo do repouso até seu último instante de excitação, podemos observar, então, todas as curvas desse processo.

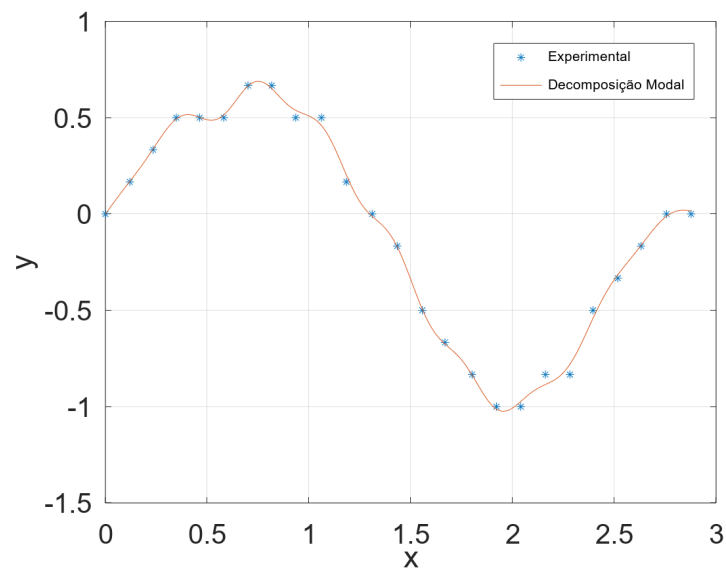
Figura 14 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação ao meio do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

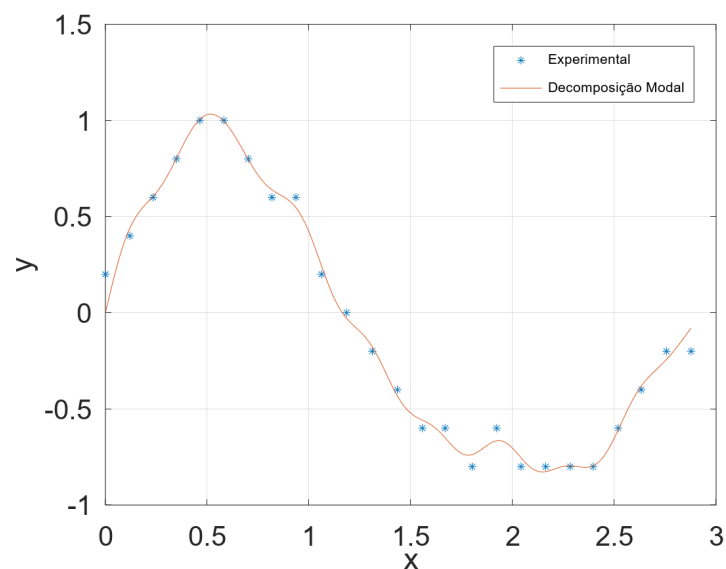
A Figura 15 exemplifica então, a caracterização da aplicabilidade da decomposição modal no experimento, onde as formas modais podem ser apresentadas de acordo com o sistema de coordenadas e o instante de tempo observado. No caso da Figura 15, tem-se a decomposição aplicada no instante de tempo de 16 segundos com a excitação forçada no plano XY, e com a mesma condição, tem-se na Figura 16 a decomposição aplicada para o instante de 17,9 segundos.

Figura 15 – Decomposição modal aplicada no instante de 16s com incitação inicial no meio do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 16 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial no meio do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Vale evidenciar que ao longo do tempo, as contribuições modais compõem com maior ou menor amplitude adimensional, tornando possível a identificação de como se dá instantaneamente a resposta dinâmica da linha. Nas tabelas 2 e 3, são apresentadas as amplitudes encontradas para os 10 primeiros modos de vibrar de acordo com cada instante analisado.

Tabela 2 – Valores das amplitudes no instante 16s - Força aplicada ao meio do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,24	0,65
2	0,25	0,18
3	0,06	0,01
4	0,00	0,02
5	0,01	0,01
6	0,01	0,01
7	0,01	0,01
8	0,01	0,01
9	0,02	0,03
10	0,01	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor(2022).

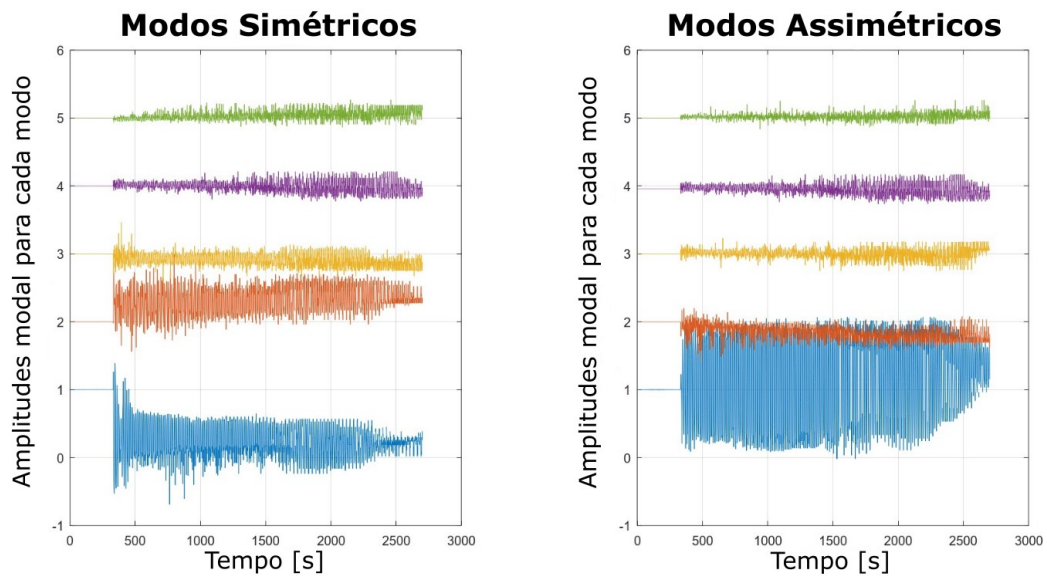
Tabela 3 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada ao meio do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,24	0,75
2	0,33	0,11
3	0,07	0,04
4	0,06	0,02
5	0,01	0,01
6	0,01	0,00
7	0,02	0,02
8	0,03	0,01
9	0,02	0,02
10	0,00	0,02

Fonte: Elaborado pelo autor(2022).

Ao estender o procedimento da decomposição modal para todos os instantes de tempo registrados, a Figura 17 foi obtida, a qual apresenta as amplitudes dos cinco primeiros modos de vibrar aplicada a série de movimentos da excitação forçada no centro do cabo ao plano XY. Sendo que cada valor do eixo Y no gráfico se refere a um modo e que a oscilação da amplitude é em torno do valor desse referente modo. Ainda, de acordo com a Figura 17, pode-se observar também a alternância da resposta, principalmente entre o modo 1 simétrico e assimétrico.

Figura 17 – Amplitudes modais com força aplicada ao meio da linha.

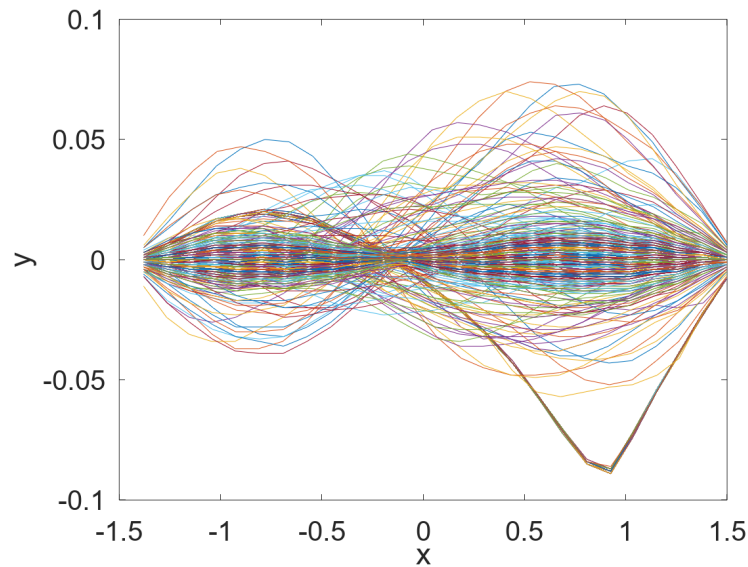


Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Com isso, tem-se uma análise das contribuições modais e observa-se que o primeiro modo simétrico foi o mais excitado no começo da oscilação, porém ao decorrer dos instantes o modo predominante passa a ser o primeiro modo antissimétrico. E conforme há o aumento dos modos naturais de vibrar, verifica-se que amplitude vai diminuindo de tal forma que sua contribuição ao longo do tempo tende a zero.

Posteriormente, avaliou-se os demais ensaios com a excitação inicial no plano XY, variando a posição da aplicação da força. Aplicando e analisando na posição de $1/4$ e $3/4$ da linha. Vale comentar que o ressalto inicial em forma de bico ocorrerá em ambos os ensaios, acompanhando a aplicação da força nos respectivos pontos de $1/4$ e $3/4$ da linha.

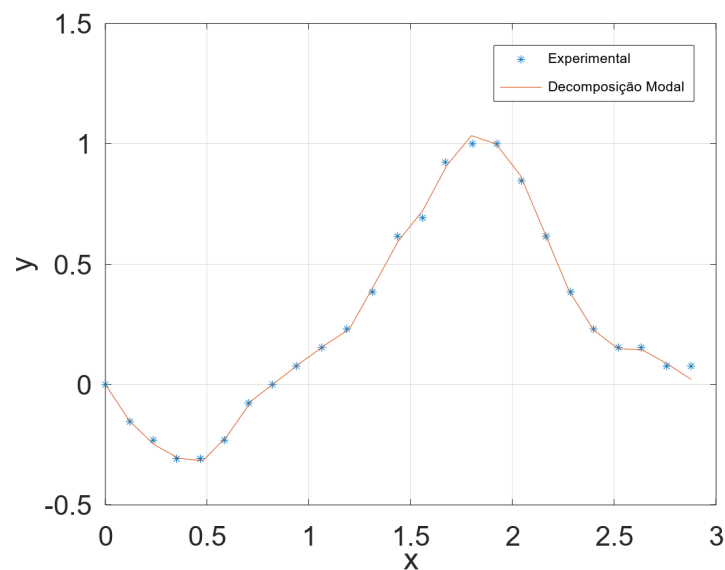
Figura 18 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação a 3/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

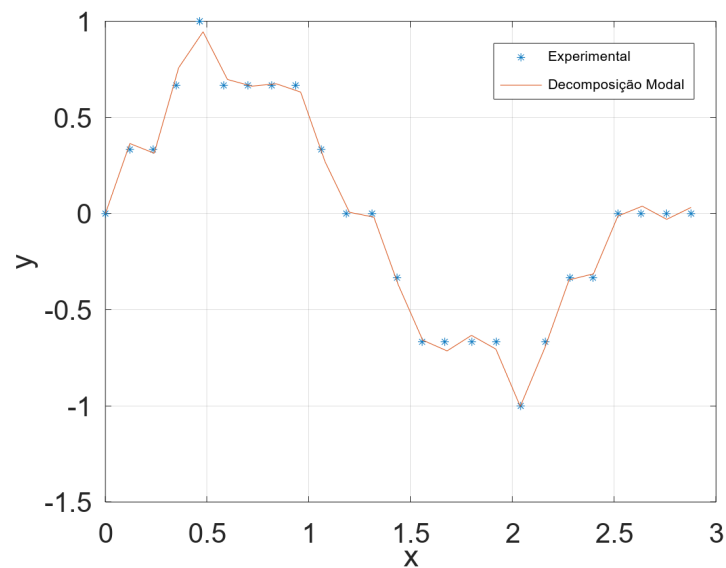
Assim, nas Figuras 19 e 20 tem-se dois exemplos de reconstrução experimental após a aplicação da decomposição modal. Nos gráficos, os pontos representam os instantes experimentalmente monitorados. Já as linhas são obtidas via sobreposição de contribuições modais. E em alguns instantes de tempo, houve a perda de markers, por isso ocorreu a origem de linhas retas, fato este que impacta diretamente a composição da amplitude dos modos de vibrar, como pode-se analisar através do gráfico da Figura 20.

Figura 19 – Decomposição modal aplicada no instante de 13,2s com incitação inicial a 3/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 20 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial a 3/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Um fato antes não comentado, é a eficácia do método de Galerkin. Como este método permite fazer a reconstrução das curvas modais a partir dos resultados experimentais para um dado instante de tempo, foi possível montar uma comparação com os dados colhidos diretamente pelo sistema de monitoramento de imagens, e comprovar sua factível aplicabilidade quando observamos que a linha em laranja percorre exatamente os pontos dos modos de vibrar encontrados.

Tabela 4 – Valores das amplitudes no instante 13,2s - Força aplicada a 3/4 do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,31	0,50
2	0,09	0,29
3	0,10	0,04
4	0,01	0,02
5	0,02	0,01
6	0,00	0,00
7	0,00	0,01
8	0,01	0,00
9	0,00	0,01
10	0,00	0,01

Fonte: Elaborado pelo autor(2022).

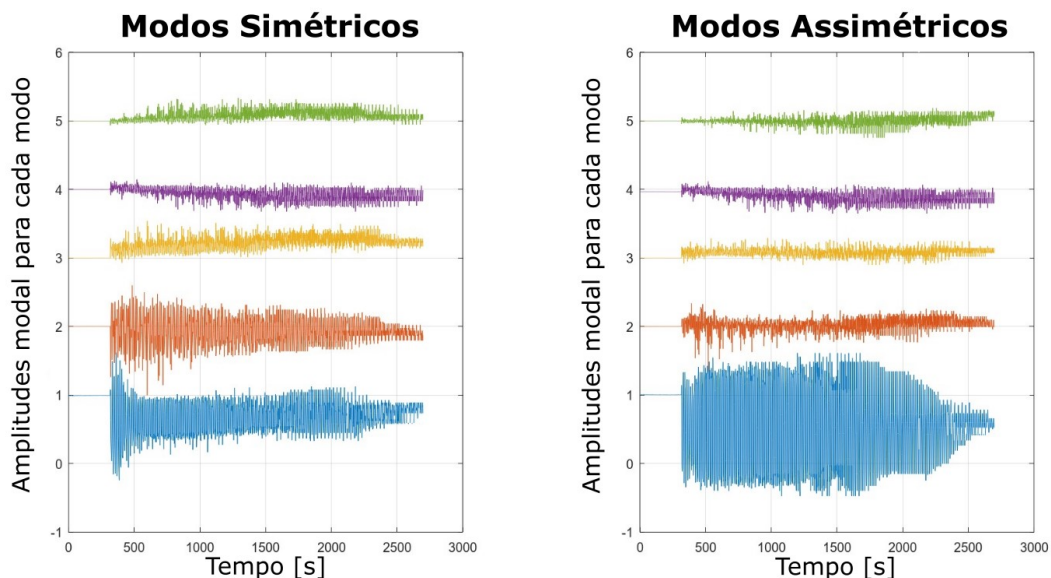
Tabela 5 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada a 3/4 do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,15	0,58
2	0,08	0,42
3	0,01	0,05
4	0,05	0,02
5	0,03	0,01
6	0,00	0,00
7	0,00	0,01
8	0,01	0,00
9	0,00	0,01
10	0,00	0,01

Fonte: Elaborado pelo autor(2022).

Com base na Figura 21, nota-se que devido à retirada do esforço centrado na linha, o modelo obteve a liberdade para oscilar e é possível observar que nos instantes seguintes a intensidade da oscilação diminui e as amplitudes dos modos, em geral, tendem a um deslocamento nulo, sendo o esperado para um ensaio de decaimento, no qual os deslocamentos vão diminuindo exponencialmente ao longo do tempo. Fora a alternância da predominância do primeiro modo antissimétrico e segundo modo simétrico, a qual estes demonstraram, quantitativamente, as maiores amplitudes dos modos de vibrar.

Figura 21 – Amplitudes modais com força aplicada a $\frac{3}{4}$ da linha.

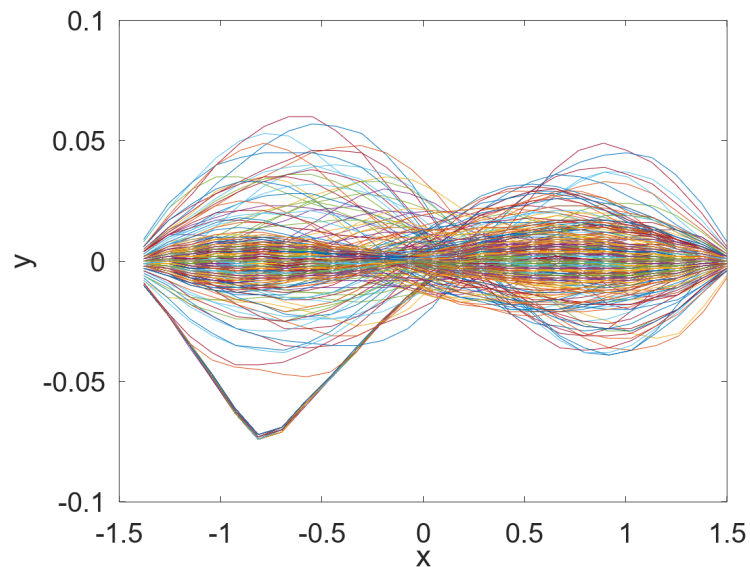


Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Ao analisar a Figura 22, pode-se perceber um deslocamento maior a $\frac{1}{4}$ da linha devido a concentração do carregamento neste ponto, fato esse também percebido nos demais ensaios, só que em seus devidos pontos de atuação da força excitante

inicial. E é possível notar uma predominância do primeiro modo de vibrar da corda na forma antissimétrica.

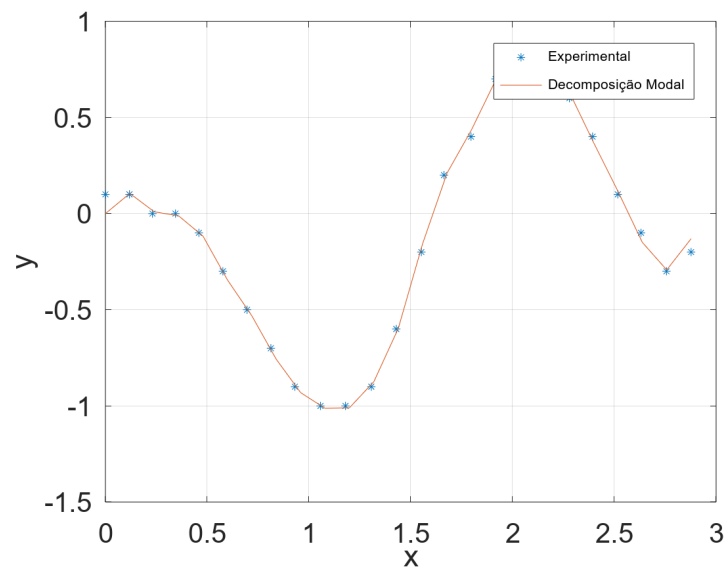
Figura 22 – Curvas instantâneas do ensaio com excitação a 1/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

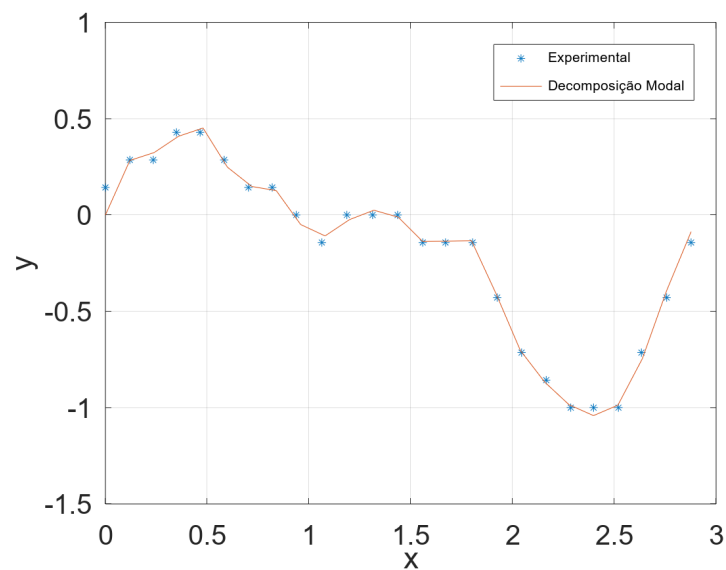
Tendo em conta que as apurações apresentadas na Seção 2.4 não nos contrapõe a resultados a qual diz respeito sobre à evolução geométrica do modo natural de vibrar dominante do sistema, tem-se, então, a necessidade da aplicação da decomposição modal como um belo método para determinar essa dominância de uma maneira visivelmente eficaz, como apresentado nas Figuras 23 e 24.

Figura 23 – Decomposição modal aplicada no instante de 16s com incitação inicial a 1/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 24 – Decomposição modal aplicada no instante de 17,9s com incitação inicial a 1/4 do cabo.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

E disto, pode-se fazer um link direto com as imagens apresentadas na Seção 2.4, pois agora é possível atentar-se a colaboração de cada amplitude no movimento e identificar a resposta dinâmica na linha, situação esta que não era possível na primeira análise feita, como visto na figura de mapeamento (Figura 9).

Tabela 6 – Valores das amplitudes no instante 16s - Força aplicada a 1/4 do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,24	0,65
2	0,18	0,25
3	0,01	0,06
4	0,02	0,00
5	0,01	0,01
6	0,01	0,01
7	0,01	0,01
8	0,01	0,01
9	0,03	0,02
10	0,00	0,01

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

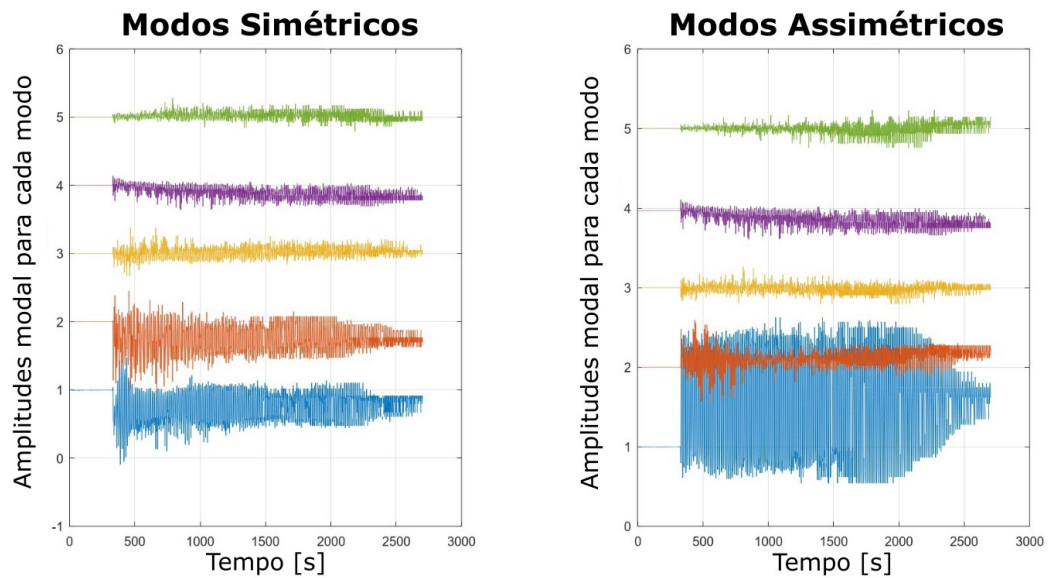
Tabela 7 – Valores das amplitudes no instante 17,9s - Força aplicada a 1/4 do cabo.

Modo	Amplitude Simétrica	Amplitude Antissimétrica
1	0,24	0,75
2	0,11	0,33
3	0,04	0,07
4	0,02	0,06
5	0,01	0,01
6	0,00	0,01
7	0,02	0,02
8	0,01	0,03
9	0,02	0,02
10	0,02	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

As amplitudes modais simétricas e assimétricas quando ultrapassam o quinto modo de vibrar possuem valores parecidos, assim como descrito na literatura, pois há a virtude de α^2 ser menor que $4\pi^2$, demonstrando que a composição do movimento que elas descrevem não são influenciadas pela deflexão da linha. Um outro detalhe são os baixos valores de amplitude que aparecem após o quinto modo de vibrar, como observado na Tabela 7, mas que também se aplica aos demais ensaios, posto que as Tabelas 5 e 6 comprovam os baixos valores encontrados. Por este motivo, acrescentar os outros cinco modos aos gráficos de amplitudes não acarretariam em uma grande diferença na análise, já que a amplitude seria mínima e o traçado seria algo beirando a uma constante.

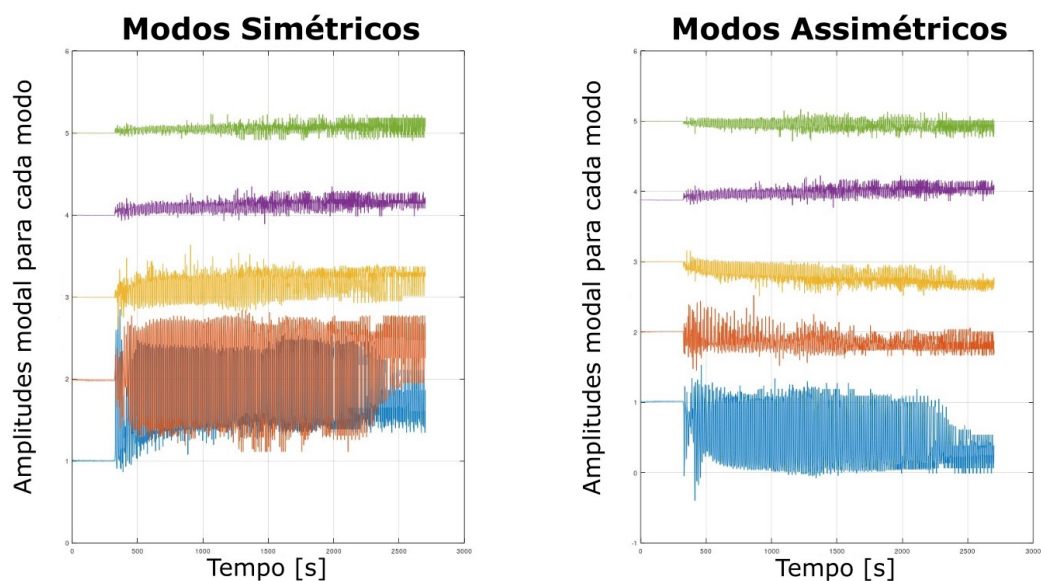
Figura 25 – Amplitudes modais com força aplicada a 1/4 da linha.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Utilizou-se os modos e as curvas experimentais normalizados para o cálculo das amplitudes, sendo possível verificar que as curvas reconstruídas com as amplitudes modais representaram as curvas experimentais. Foi possível observar (Figura 25) que para o ensaio da força aplicada a 1/4, conseguiu-se excitar, com mais facilidade, o primeiro modo de vibrar assimétrico, quando comparado com a excitação a 3/4 da linha. E mesmo com a excitação no centro da corda, o modo antissimétrico se sobressaiu em comparação com o modo de vibrar simétrico.

Figura 26 – Amplitudes modais com força aplicada a 1/4 da linha fora do plano.



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

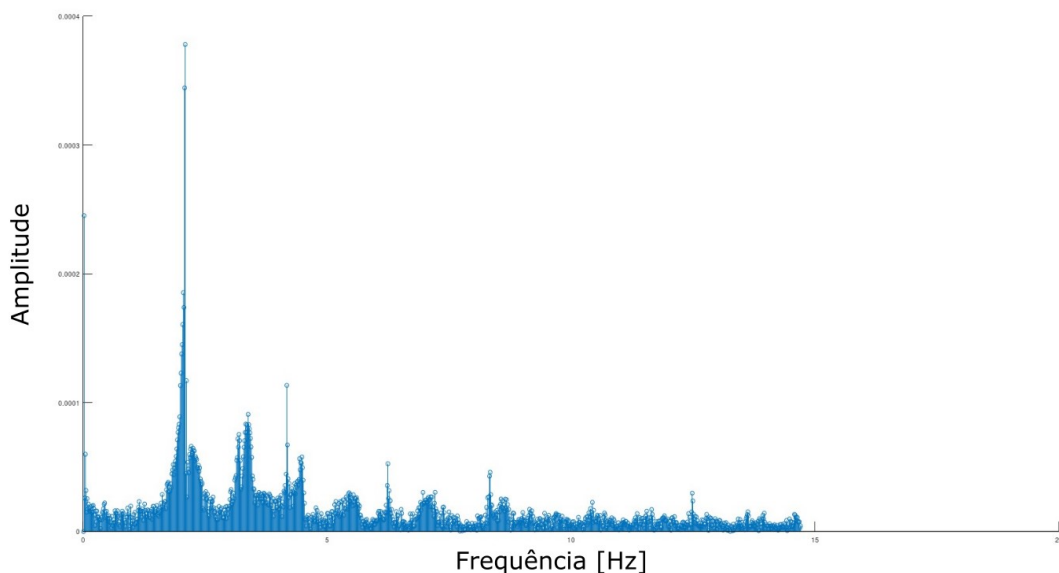
O último ponto a se destacar é a ocorrência do aumento considerável da amplitude modal do segundo modo de vibrar simétrico nos ensaios fora do plano, como observado no ensaio 2 com a força aplicada a 1/4 do cabo, Figura 26. Isso nos mostra que com a aplicação da força transversalmente a catenária, tem-se um outro modo predominante de vibrar diferente do observado na aplicação de forças longitudinais. E também, o modo simétrico passa a ser mais atuante no movimento dinâmico da linha nos ensaios que compõe o plano XZ.

4.2 ANÁLISE DE FREQUÊNCIAS

Com os resultados demonstrados graficamente da amplitude modal e do deslocamento instantâneo do modelo, obtive-se amostras eficientes das formas modais durante o ensaio de vibração livre do modelo, entretanto esses gráficos não são capazes de nos dizer a respeito de informações sobre às frequências de resposta presentes na análise do modelo. Pensando nisso, foi introduzido no código de programação, um script contendo análises via Transformada Rápida de Fourier, conhecida também por FFT, para calcular e plotar essas frequências, como pode-se visualizar na Figura 27.

Figura 27 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força ao meio da linha.

Análise de Espectro



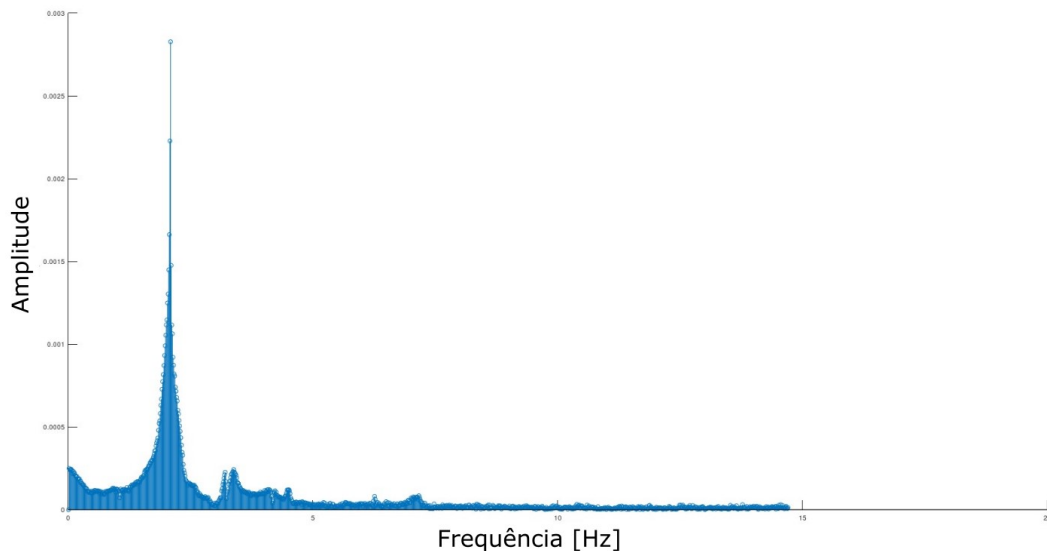
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Como apresentado na Seção 2.2, o algoritmo FFT permite criar um espectro que uma vez antes era composto por componentes complexos de um deslocamento vibracional, passando ser, agora, discretizados por picos de frequências. Assim, quando a Figura 28 é analisada, vemos que a amplitude mostrada no eixo Y é a amplitude relacionada com uma frequência no eixo X. O resultado obtido do experimento

apresenta o padrão esperado para os valores das frequências, uma vez que sabemos que os modos ímpares são os modos simétricos e os modos pares são os assimétricos, desta forma, fica claro em entender e esperar que haja uma maior densidade espectral provinda do primeiro modo assimétrico, como visto na Figura 28.

Figura 28 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força a 3/4 da linha.

Análise de Espectro

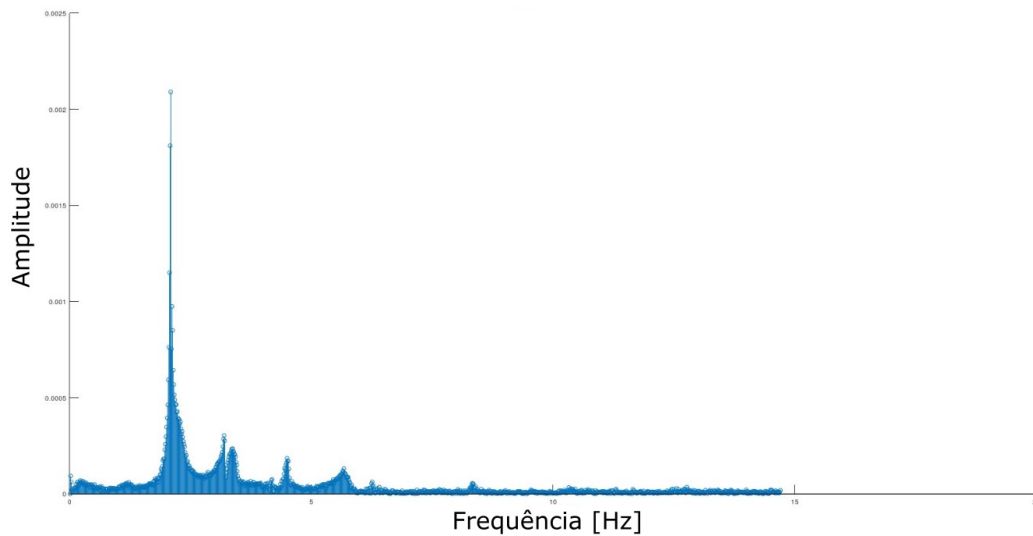


Fonte: elaborado pelo autor (2022).

A Figura 29 apresenta os períodos naturais de oscilação observados no ensaio com a força aplicada a 1/4 da corda. E um fato interessante de se observar é o decaimento da frequência presente nessa série temporal, mas também presente nas demais aplicações das excitações a 3/4 e ao meio da corda. E esse declínio se dá devido ao amortecimento vigente nas extremidades da estrutura da linha. Percebe-se na Figura 29 que o primeiro pico apresenta uma densidade espectral muito maior que o segundo pico. Portanto, o primeiro modo realmente é o predominante nos ensaios, sendo o de maior amplitude no mapeamento dos modos de vibrar. Neste gráfico, nota-se também outros picos de frequência, a quais simbolizam os outros modos de vibrar, contudo, como demonstrado na seção anterior, as amplitudes modais desses modos no sistema não causam um impacto significativo de mudança abrupta entre a dinâmica de vibrar da linha.

Figura 29 – Densidade Espectral provindo da aplicação da força a 1/4 da linha.

Análise de Espectro



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

O pico máximo de vibração ocorreu aproximadamente em $2,0955\text{ Hz}$ para os 3 experimentos com a força aplicada em pontos distintos ($1/3$, $1/2$ e $3/4$ do cabo). E mediante tal análise de espectro de frequência, consegue-se relatar a presença efetiva do primeiro modo de vibrar, sendo este também o predominante nos demais experimentos analisados de vibração da linha (ver Apêndice A). E ao analisarmos a Tabela 8 podemos traçar um parâmetro comparativo entre as frequências encontradas no gráfico com o valor correspondente a elas oriundo ao cálculo analítico, apresentado na Seção 2.1.1. Apesar do mensurando não ser exatamente igual para as duas abordagens, pois há uma série de fatores experimentais que influenciam no resultado final da análise, pode-se comprovar a similaridade entre seus respectivos valores e constatar coerência no experimento analisado neste trabalho.

Tabela 8 – Frequências Naturais obtidas de modo analítico e experimental

Plano de excitação	Localidade da excitação	Analítico [Hz]	Experimental [Hz]
No plano	1/4	2,1511	2,0955
Fora do plano	1/4	2,1511	2,1203
No plano	1/2	2,1511	2,0831
Fora do plano	1/2	2,1511	2,1327
No plano	3/4	2,1511	2,0955
Fora do plano	3/4	2,1511	2,0955

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca de um método abrangente para a caracterização dos modos de vibrar de um modelo experimental de riser em configuração geométrica do tipo catenária é uma tarefa um tanto complexa, principalmente em função das poucas pesquisas incitadas na área de estudo de Decomposição Modal. Cuidou-se, então, mediante a conceitos e referências que restringiam a amplitude da aplicação desse método, bem como diante daqueles que ampliavam demasiadamente o rol da Decomposição Modal. Sendo assim, esta pesquisa trouxe aspectos que podem contribuir para o melhor entendimento da usabilidade do método perante vibrações que induzem ao deslocamento de linhas flexíveis.

Este trabalho traz uma aplicação da Decomposição Modal decorrente do método de Galerkin, concisamente previsto na referência bibliográfica, a qual tem como base o estudo analítico proposto em Pereira (2014) e na fundamentação de Blevins e Plunkett (1980), de tal modo que pode-se encontrar equações definidas para a deflexão em linhas do tipo catenária. E por meio dos dados de deslocamento dinâmico do modelo, colhidos via método de Rastreamento por Imagem, foi possível se ter 20 ensaios com diferentes estímulos vibratórios de forças aplicadas ao longo do modelo.

Tendo em mãos os valores das posições nas três direções cartesianas (x , y e z), aplicou-se o equacionamento, resultando assim, em frequências naturais de dez modos de vibrar, sendo eles, posteriormente, decompostos para que pudessem ser analisados com uma precisão maior. Para o desenvolvimento do método de Galerkin, foi confeccionado um programa em linguagem Octave que pudesse obter resultados satisfatórios. O código segue a seguinte lógica: os dados de deslocamento do cabo são tratados e segmentados para poder-se obter seus respectivos modos de vibrar simétricos, assimétricos, fora e dentro do plano.

Em seguida, estes modos passam por uma normalização, para usar uma escala comum, sem distorcer as diferenças nos intervalos de valores e nem perder informações. Após essa operação, encontra-se, por meio da aplicação proposta de integração, a amplitude modal desses modos. E para validar se encontramos a amplitude correta deles, foi feita a metodologia inversa da operação, utilizando a sobreposição de contribuições modais, assim reconstruindo a forma modal analiticamente.

Ressalta-se que apenas uma análise de frequência não nos ofereceriam uma identificação desta resposta dinâmica da linha, uma vez que com a aplicação de uma FFT, as amplitudes de cada movimento não poderiam ser discretizadas. No entanto, só há como realizar a análise de Decomposição Modal após a verificação das

frequências naturais que, naturalmente, são coerentes com as encontradas na literatura de referência.

Os gráficos de respostas, apresentados no Capítulo 4, baseado nas respectivas séries temporais de amplitudes modais obtidas, possibilitaram a visualização da intensidade de contribuição destes modos no comportamento dinâmico das linhas flexíveis. O primeiro modo natural se sobressaiu em todas as análises com a aplicação da força gerada no plano (direção longitudinal), entretanto quando a força foi aplicada fora do plano, começou-se a ter um destaque maior para o segundo modo de vibrar, com amplitudes relevantes na direção transversal a força aplicada. Todavia, este fato não anula ou diminui a presença do primeiro modo de vibrar ali presente na direção transversal a força.

Ao comparar as frequências naturais e os modos de vibrar experimentais, concluiu-se que o sistema não vibra apenas entorno dos modos iniciais. Apesar da análise de Fourier refletir em picos de frequência que ultrapassaram o décimo modo de vibrar, os gráficos de deslocamento temporal da amplitude indicaram que após o quinto modo de vibrar, a influência do demais modos eram ínfima, com valores de amplitude tendendo a zero.

É interessante comentar o ganho qualitativo que os gráficos de amplitude modal proporcionaram, cumprindo um papel de suma importância na validação conclusiva das frequências que circundaram o experimento. Dito isto, conclui-se que a Decomposição Modal foi fundamental para acompanhar a evolução geométrica dos modos naturais de vibrar dominantes no sistema, abrindo compreensão para o estudo comportamental de vibrações em catenárias, interpretando os resultados experimentais e caracterizando a sobreposição desses modos ao longo do tempo.

Como proposta de melhoria no código de programação, foi criado um comando que identificou os alvos que perdiam a captura do deslocamento da linha, assim retirando dados de valor nulo da análise. Porém, observou-se que houve uma redução considerável na quantidade de dados. Caso essa implementação ocorresse, toda a análise poderia ser comprometida, por isso, optou-se por não aplicá-la. Fica como sugestão, um monitoramento da vibração da linha mais rebuscado, ao ponto que com a operação simultânea desse rastreamento com o comando criado, não haja quaisquer perdas significativas de informações do movimento do cabo.

Como um último comentário, pode-se expandir as análises deste estudo considerando uma excitação maior ou forçada. Nesse sentido, uma recomendação é utilizar excitadores eletroeletrônicos que induzem frequências específicas, pois auxiliariam no entendimento de diferentes comportamentos, uma vez que houve indícios de um segundo modo dominante no plano de ação transversal a catenária. E também, seria interessante estudar as frequências dominantes do ensaio incorporadas com os modos de vibrar, por isso, acredita-se que por meio da aplicação da Transformada

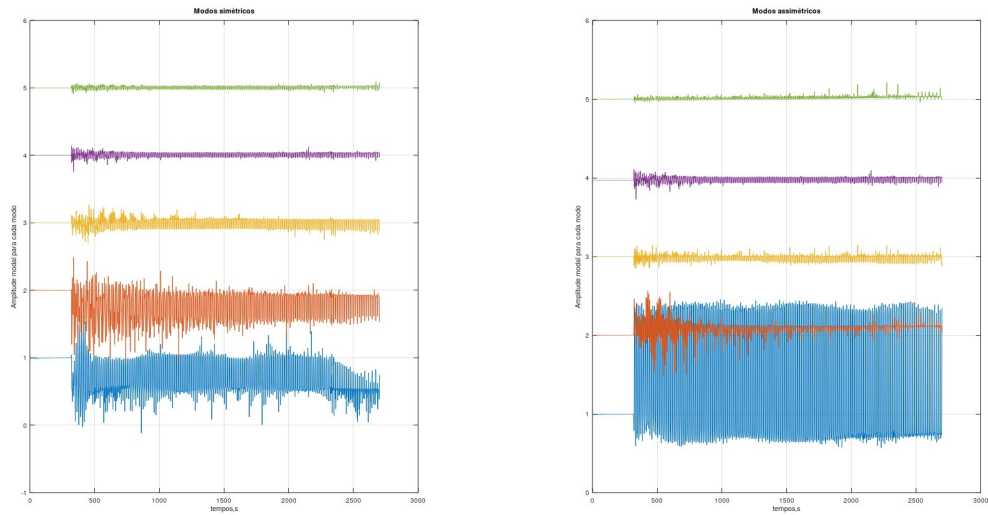
de Hilbert-Huang poderia-se ter uma análise vibratória com esta perspectiva. Desta forma, tem-se algumas condições de expansão para futuros trabalhos que buscam compreender fenômenos vibratórios em risers.

REFERÊNCIAS

- BLEVINS, R. D.; PLUNKETT, R. Formulas for natural frequency and mode shape. **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, n. 2, p. 461, 1980.
- CISMAŞIU, C. Apontamentos de vibrações mecânicas. **Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa**, 2009.
- FINOTELI, R. H. et al. Análise estática do comportamento global de risers lançados em catenária (scr). Joinville, SC, 2017.
- FUJARRA, A. L. Vibrações lineares. **Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville**, 2015.
- GRANDIN, H. **Fundamentals of the finite element method**. [S.l.]: Macmillan publishing company, 1986.
- MORAIS, J. M. de. **Petróleo em águas profundas: uma história tecnológica da Petrobras na exploração e produção offshore**. [S.l.]: Ipea, 2013.
- PEREIRA, F. R. **Investigação das vibrações induzidas pela emissão de vórtices em modelos reduzidos de riser lançados em catenária**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- PESCE, C. P. Mecânica de cabos e tubos submersos lançados em catenária: uma abordagem analítica e experimental. **Resenha de livre docência apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**, 1997.
- PINTO, J. C. **Métodos numéricos em problemas de engenharia química**. [S.l.]: Editora E-papers, 2001.
- RABELO, M. A. **Estudo experimental do comportamento estrutural de barras curvas**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2009.
- RAO, S. S. **Vibration of continuous systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- REZENDE, V. O método de galerkin. **Universidade Estadual de Maringá**, 2005.
- SILVA, L. C. D. et al. Estudo da dinâmica de um modelo de riser via rastreamento por imagem. Joinville, SC, 2021.
- STANO, R. D. et al. Estudo numérico-experimental de vibração em um modelo estrutural de riser flexível. Joinville, SC, 2019.
- TSUKADA, R. I. Comportamento dinâmico de riser rígido em catenária devido à vibração induzida por vórtices em águas profundas. **Campinas, SP-Brasil: Universidade Estadual de Campinas**, 2009.

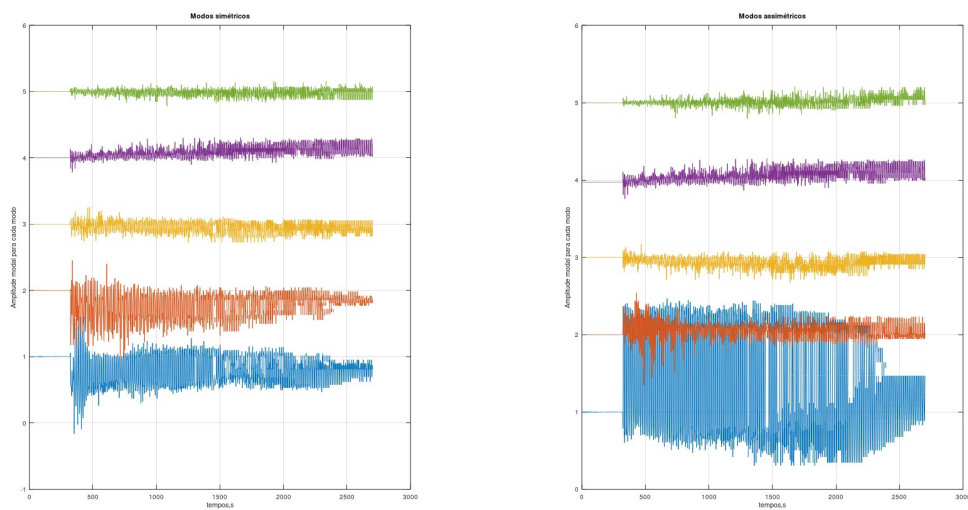
APÊNDICE A - AMPLITUDE MODAIS DE VIBRAÇÃO

Figura 30 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha.



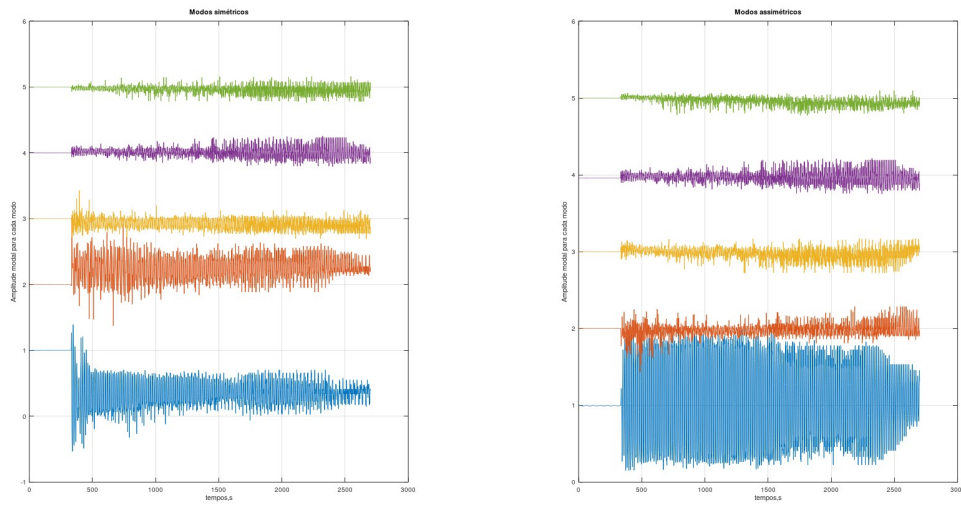
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 31 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha



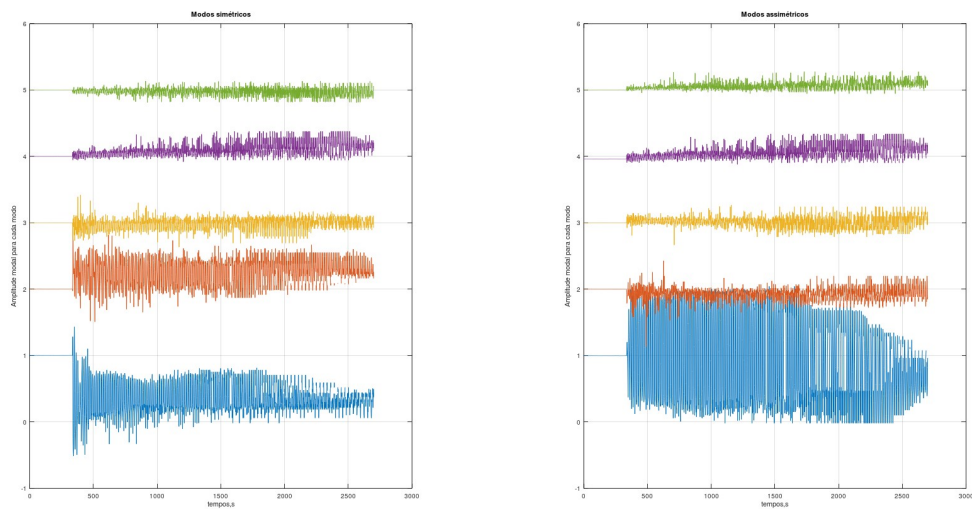
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 32 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada no meio da linha



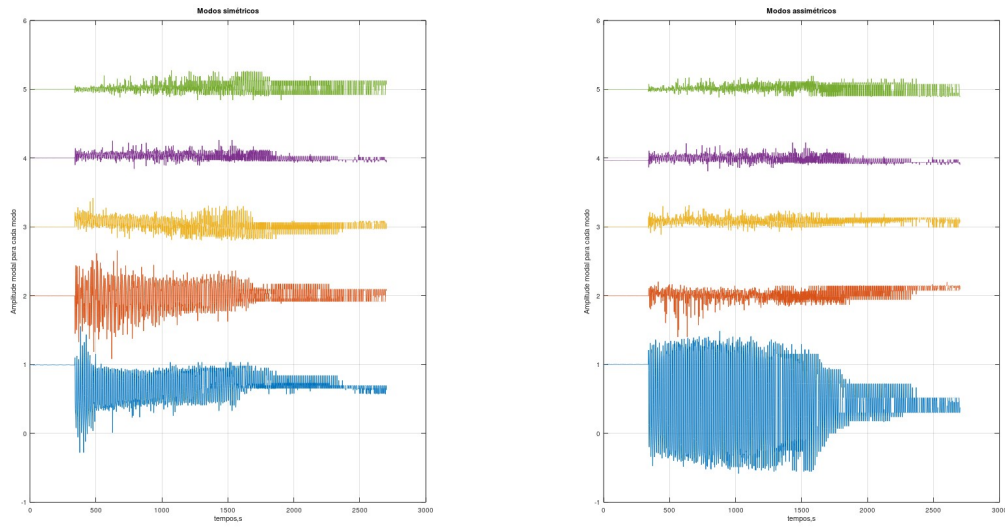
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 33 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada no meio da linha



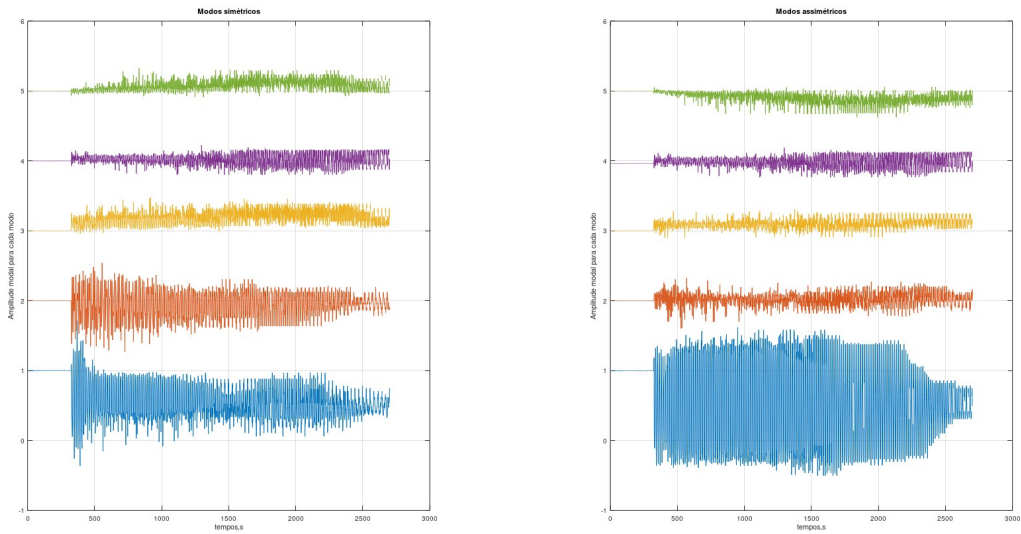
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 34 – Ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha



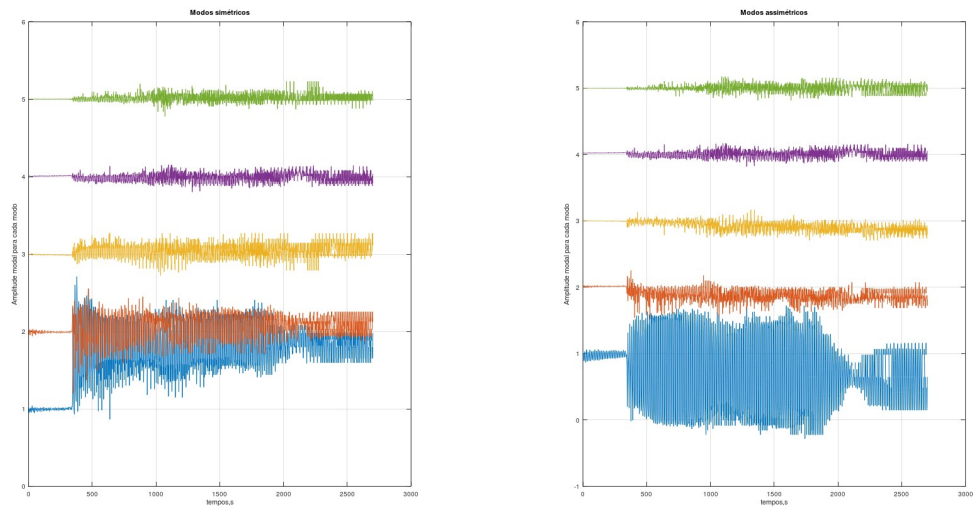
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 35 – Ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha



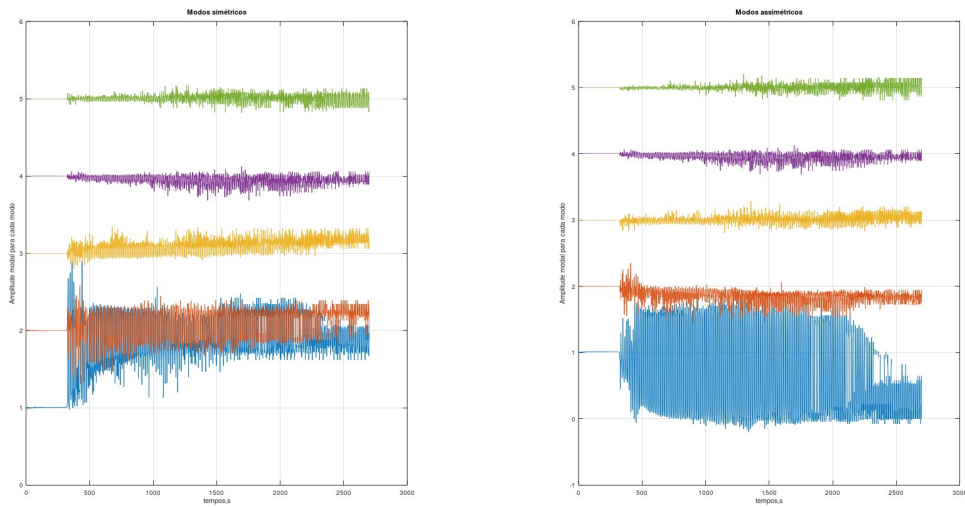
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 36 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha



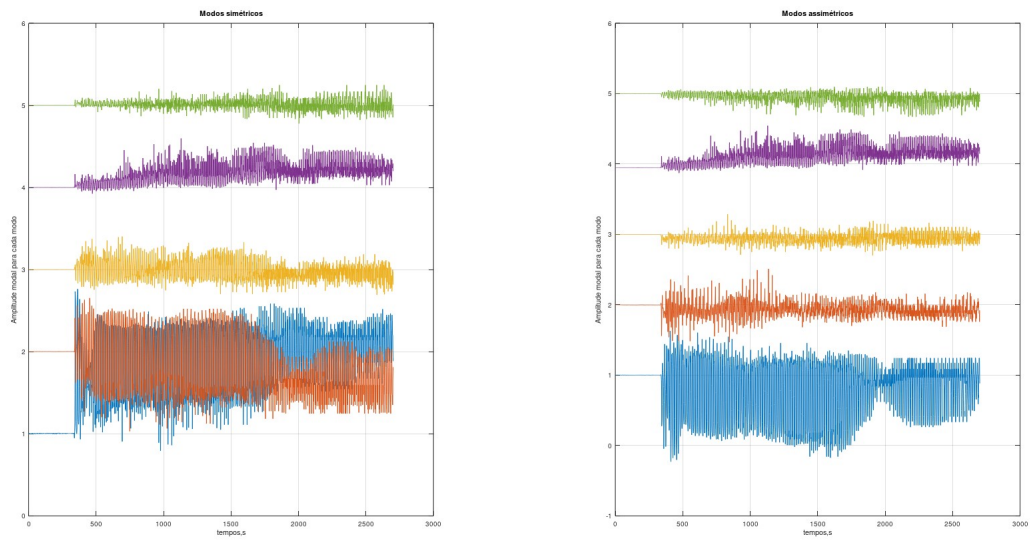
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 37 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha



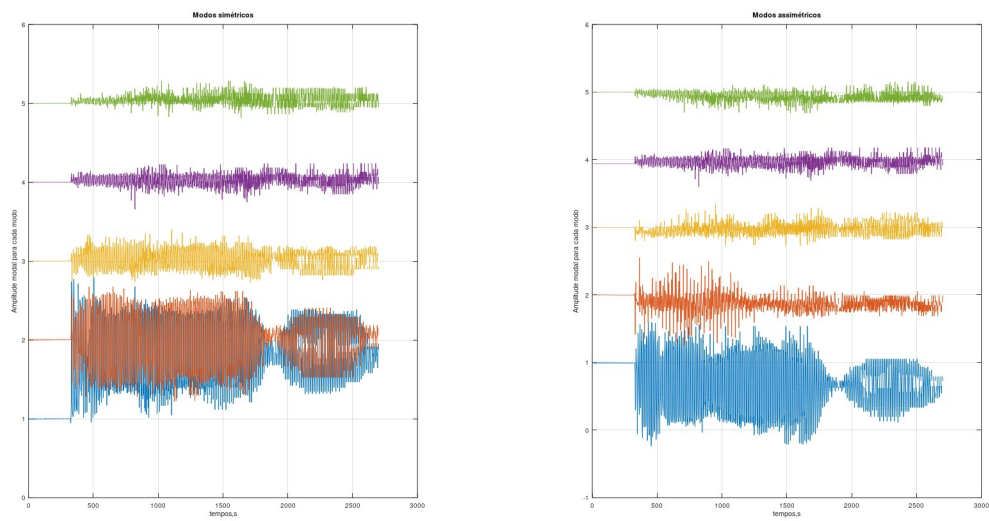
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 38 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada no meio da linha



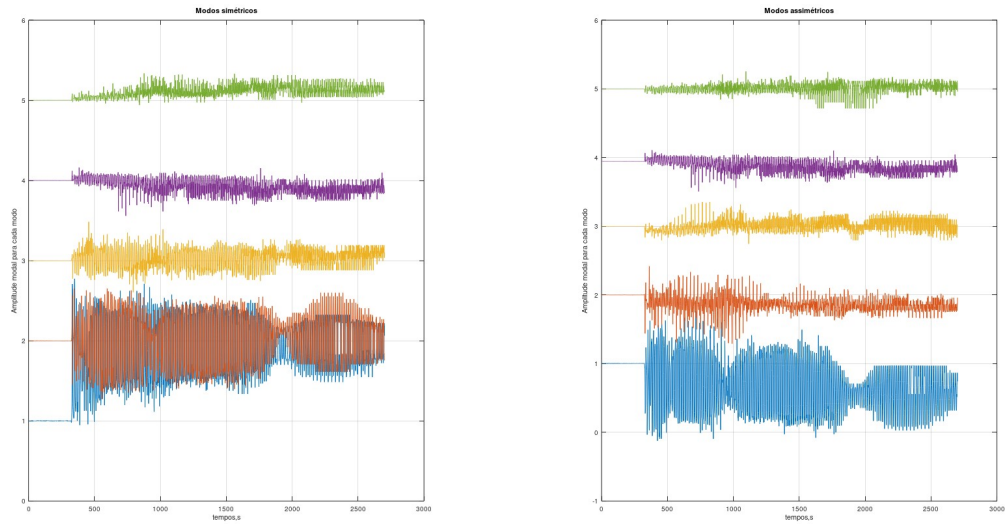
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 39 – Ensaio 2 no plano xz com a força aplicada no meio da linha



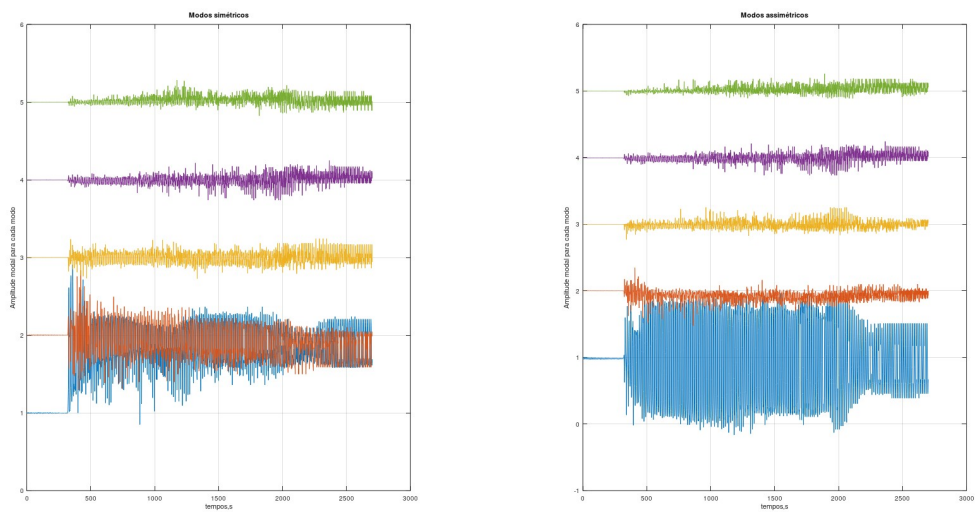
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 40 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada no meio da linha



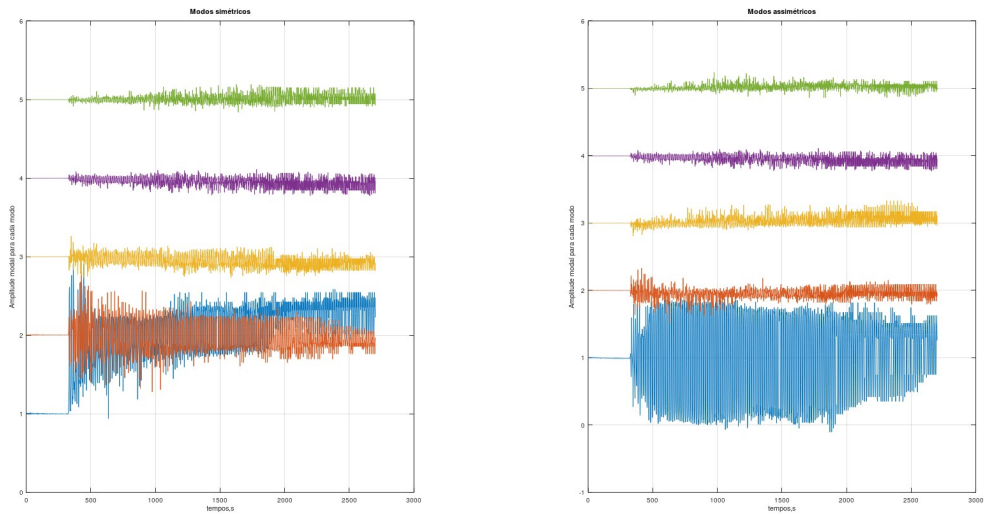
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 41 – Ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



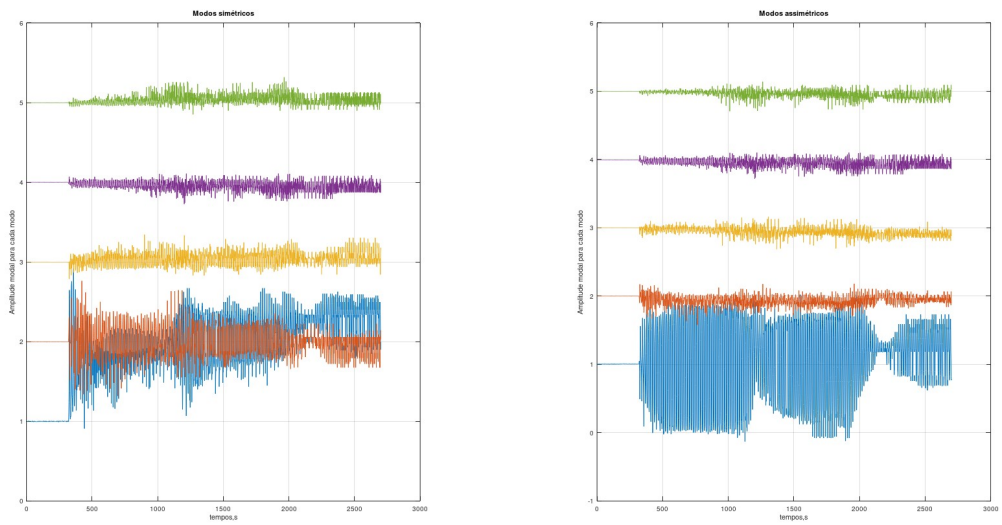
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 42 – Ensaio 2 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

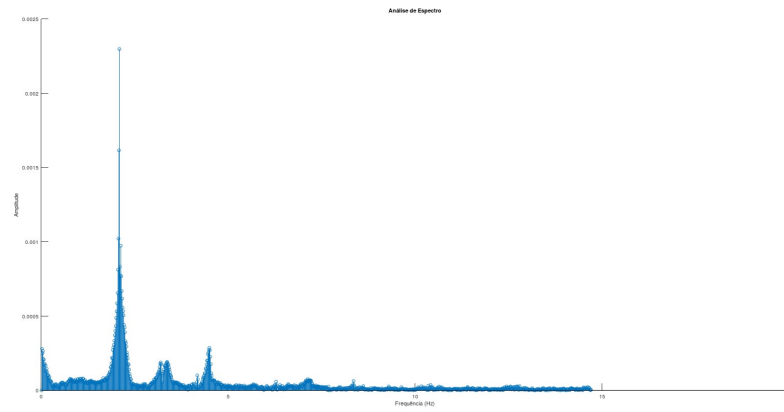
Figura 43 – Ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

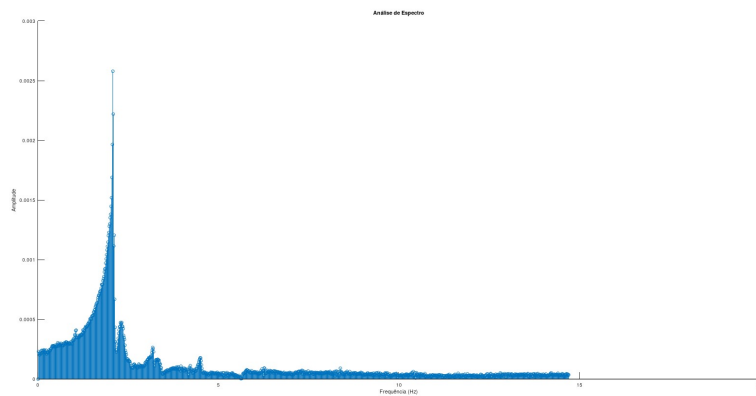
APÊNDICE B - ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS

Figura 44 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 1/4 da linha



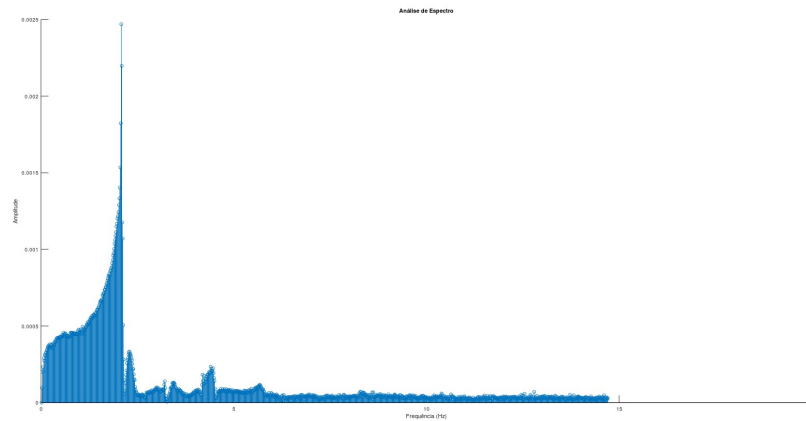
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 45 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada ao meio da linha



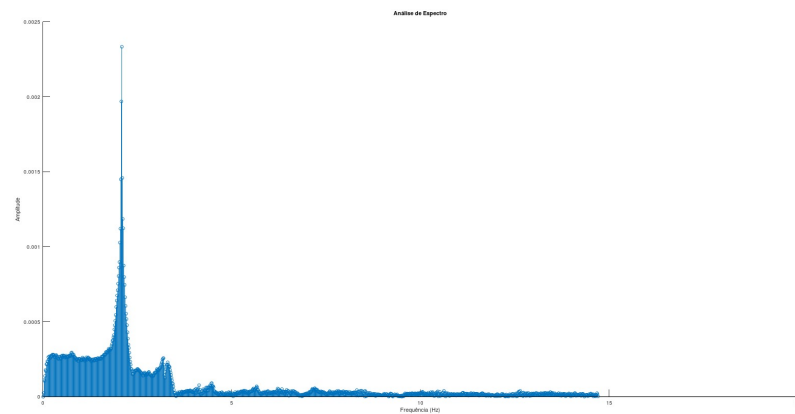
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 46 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada ao meio da linha



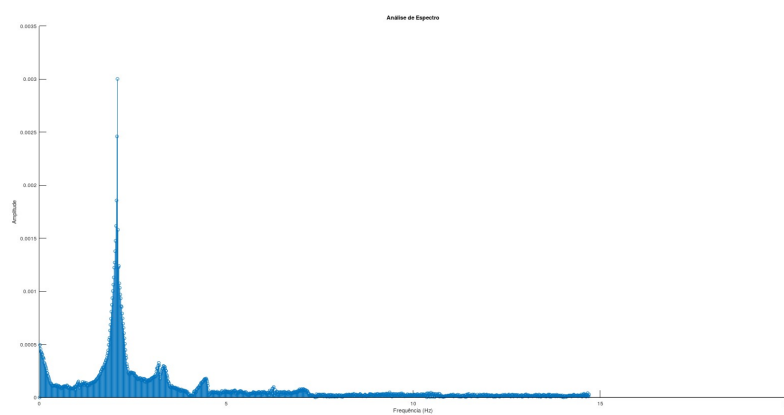
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 47 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha



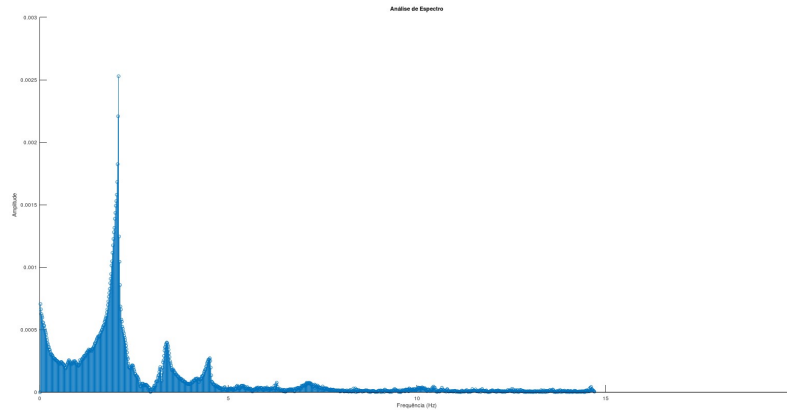
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 48 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada a 3/4 da linha



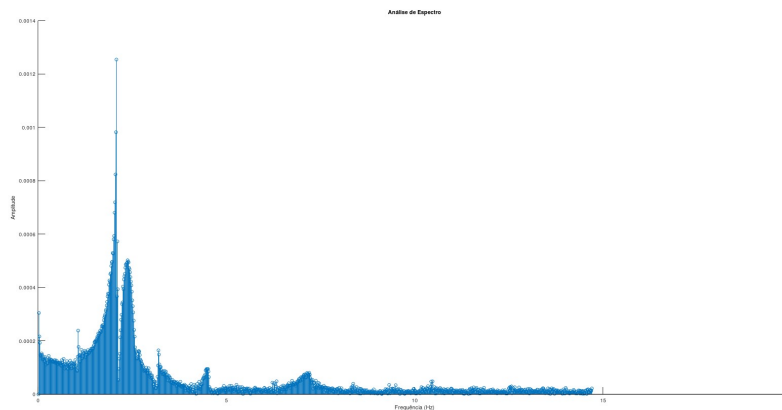
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 49 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xy com a força aplicada aleatoriamente na linha



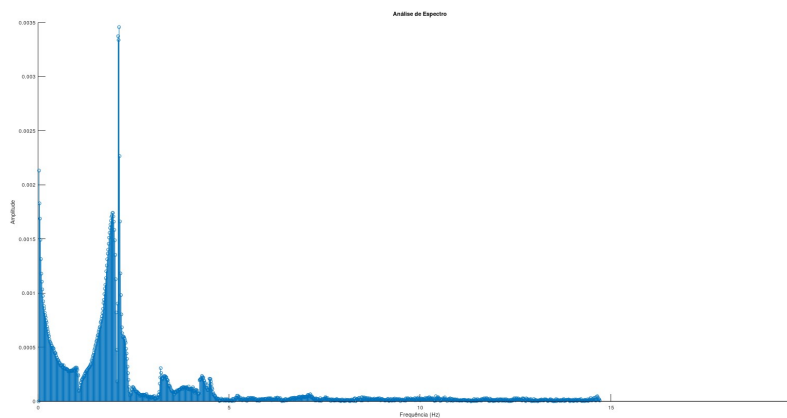
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 50 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xy com a força aplicada aleatoriamente na linha



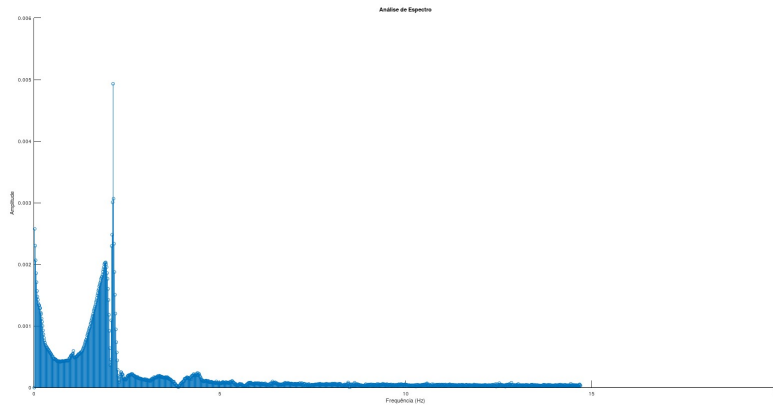
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 51 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 1/4 da linha



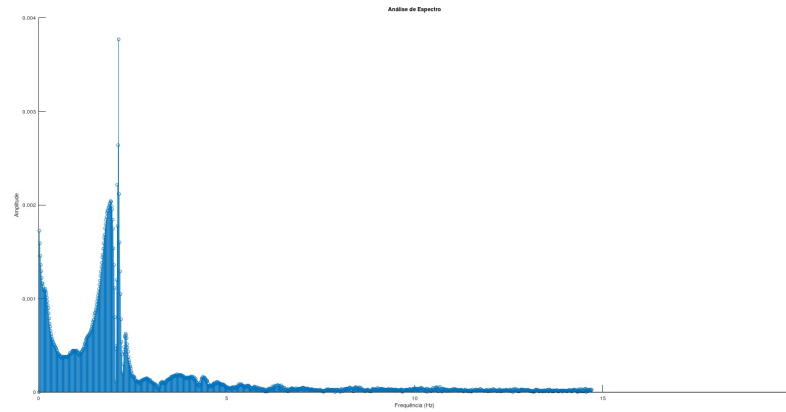
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 52 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xz com a força aplicada ao meio da linha



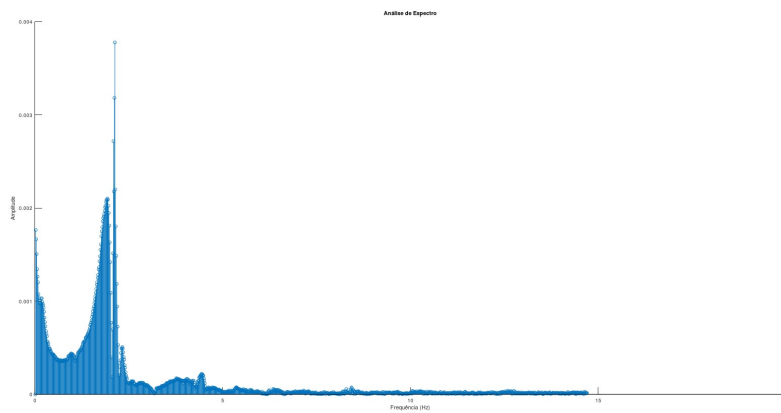
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 53 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xz com a força aplicada ao meio da linha



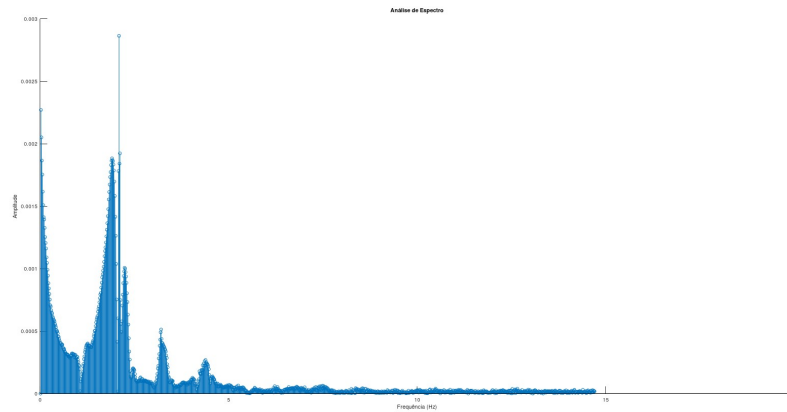
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 54 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada ao meio da linha



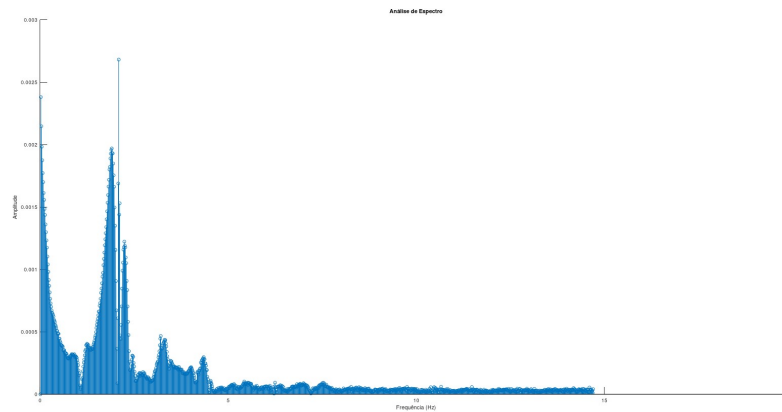
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 55 – Densidade espectral do ensaio 1 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



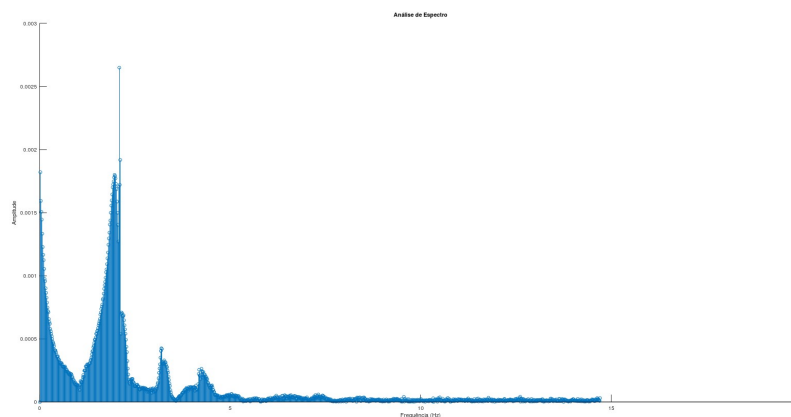
Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 56 – Densidade espectral do ensaio 2 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Figura 57 – Densidade espectral do ensaio 3 no plano xz com a força aplicada a 3/4 da linha



Fonte: elaborado pelo autor (2022).

APÊNDICE C - SCRIPT DO CÓDIGO EM LINGUAGEM OCTAVE

```

clc, clear all, close all
warning off

global alpha2
DATA = dlmread('planoxy_meio_1.csv');
DATA = real(DATA);
markers=DATA(:,3:end);
ord = dlmread('ensaios.csv');
ord = real(ord);
ordem = ord(1,1:25);
dados=[];
for m=1:length(ordem)
dados = [ dados, markers(:,3*ordem(m)-2:3*ordem(m))];
endfor
dados = [DATA(:,1:2) dados];
N = 2701;
Nini = 1;
Nfin = 2701;
dt = 1;
tempo = dados (Nini:dt:Nfin-1,2);
posicaoax = dados(Nini:dt:Nfin-1,3:3:end);
posicaoy = dados(Nini:dt:Nfin,4:3:end);
posicaoy = posicaoy - repelem(posicaoy(Nfin-Nini+1,:),Nfin-Nini+1,1);
posicaoaz = dados(Nini:dt:Nfin,5:3:end);
t = linspace(Nini,Nfin,Nfin-1);
nmodos=10;
m=1.24;
L=3.08;
p=m*9.81/L;
d=0.265;
Area=1.75*10^(-4);
E=2.64*10^6;
Le=L*(1+8*(d/L)^2);
T0=p*L^2/(8*d)
alpha2=((8*d/L)^2*(E*Area/T0)*(L/Le))

```

```

figure()
plot(posicao_x',posicao_y')
xlabel('x')
ylabel('y')
grid on
figure()
for i=1:Nfin-Nini
xi=posicao_x(i,:);
yi=posicao_y(i,:);
xi = xi-min(xi);
XI = linspace(min(xi),max(xi),25);
YI = interp1 (xi, yi, XI);
x = XI;
YEXS=YI'/max(abs(YI));
for m=1:nmodos
lambda(m)=2*m-1;
endfor
n=(1:1:nmodos);
for nn=1:length(n)
- modos fora do plano:
zm(nn,:)=sin(nn*pi*x/L);
- anti-simetrico no plano:
for xx=1:length(x)
xm_a(nn,xx)=-0.5*(p*L/T0)*((1-2*x(xx)/L)*sin(2*nn*pi*x(xx)/L)+(1/(nn*pi))*(1-
cos(2*nn*pi*x(xx)/L)));
ym_a(nn,xx)=sin(2*nn*pi*x(xx)/L);
-simetrico no plano:
xm(nn,xx)=(p*L/T0)*(((pi*lambda(nn))^2/alpha2)*L/Le-...
0.5*(1-2*x(xx)/L)*(1-tan(pi*lambda(nn)/2)*sin(pi*lambda(nn)*x(xx)/L)-...
cos(pi*lambda(nn)*x(xx)/L)-(1/(pi*lambda(nn)))*((pi*lambda(nn)*x(xx)/L)-...
tan(pi*lambda(nn)/2)*(1-cos(pi*lambda(nn)*x(xx)/L))-sin(pi*lambda(nn)*x(xx)/L)));
ym(nn,xx)=1-tan(pi*lambda(nn)/2)*sin(pi*lambda(nn)*x(xx)/L)-
cos(pi*lambda(nn)*x(xx)/L);
endfor
endfor
for nn=1:length(n)
zm(nn,:)=zm(nn,+)/max(abs(zm(nn,)));
xm_a(nn,:)=xm_a(nn,+)/max(abs(xm_a(nn,)));
ym_a(nn,:)=ym_a(nn,+)/max(abs(ym_a(nn,)));

```

```

xm(nn,:)=xm(nn,:)/max(abs(xm(nn,:)));
ym(nn,:)=ym(nn,:)/max(abs(ym(nn,:)));
endfor
NORMA=(ym_a.*ym_a);
xs=repelem(x,nmodos,1);
intNorma=trapz(xs',NORMA');
YEX=YEXS(:,:);
multi=ym_a.*YEX';
intMulti=trapz(xs',multi');
AM(i,:)=intMulti./intNorma;
NORMAs=(ym.*ym);
intNormas=trapz(xs',NORMAs');
multis=ym.*YEX';
intMultis=trapz(xs',multis');
AMs(i,:)=intMultis./intNormas;
YREC(i,:)=AMs(i,:)*ym+AM(i,:)*ym_a;
hold on
plot(x,YREC)
plot(x,YREC(i,:))
endfor
figure()
plot(xi,yi/max(abs(yi))) hold on
plot(x,YREC)
xlabel('x')
ylabel('y')
h = legend ('Experimental','Decomposição Modal' ,...
'location','northeast');
set(h,'fontsize',10)
grid on
figure ()
subplot(1,2,1)
plot(t,AMs(:,1)-mean(AMs(1:5,1))+1,t,AMs(:,2)-mean(AMs(1:5,2))+2,t,...
AMs(:,3)-mean(AMs(1:5,3))+3,t,AMs(:,4)-mean(AMs(1:5,4))+4,t,AMs(:,5)-
mean(AMs(1:5,5))+5)
xlabel('tempos,s')
ylabel ('Amplitude modal para cada modo')
title('Modos simétricos')
grid on
subplot(1,2,2)

```

```
plot(t,AM(:,1)-mean(AM(1:5,1))+1,t,AM(:,2)-mean(AM(1:5,2))+2,t,...  
AM(:,3)-mean(AM(1:5,3))+3,t,AMs(:,4)-mean(AM(1:5,4))+4,t,AM(:,5)-  
mean(AM(1:5,5))+5)  
xlabel('tempos,s')  
ylabel ('Amplitude modal para cada modo')  
title('Modos assimétricos')  
grid on
```