

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Matheus Wagner

**PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
ATITUDE PARA CUBESATS**

Florianópolis
2022

Matheus Wagner

**PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
ATITUDE PARA CUBESATS**

Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Antônio Augusto Fröhlich, Dr.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Wagner, Matheus

Projeto e implementação de uma estratégia de controle
para CubeSats / Matheus Wagner ; orientador, Antônio
Augusto Medeiros Fröhlich, 2022.

124 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. CubeSats. 3. Controle de
Atitude. 4. Controle Não-Linear. 5. Sistemas Ciber-
físicos. I. Fröhlich, Antônio Augusto Medeiros. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em
Engenharia Elétrica. III. Título.

Matheus Wagner

**PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE
ATITUDE PARA CUBESATS**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Engenharia Elétrica” e aceito, em sua forma final, pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 02 de Junho de 2022

Prof. Miguel Moreto, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em
Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Antônio Augusto Fröhlich, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Eduardo Augusto Bezerra, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Júlio Elias Normey Rico, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 2022.

Este trabalho é dedicado à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Rogerio Wagner e Cristiane Wagner, por ao longo de toda a minha vida me mostrarem a importância do amor e da perseverança.

Ao meu irmão, Lucas Wagner, uma grande inspiração para mim, por compartilhar comigo o seu brilhante intelecto e especialmente por nunca ter deixado de acreditar no meu potencial.

Ao meu grande amigo Lucas Borges por me acompanhar durante toda a minha jornada acadêmica, tanto nos melhores quanto nos piores momentos.

Ao meu orientador, Antônio Augusto Fröhlich, pela paciência, confiança e por compartilhar a sua sabedoria ao sempre fazer as perguntas certas nas horas certas.

À minha companheira, Aluanny Durso, por todo o apoio, compreensão e principalmente por, todos os dias, impulsionar a minha evolução.

*“É mais estranho do que todas as estranhezas
E do que os sonhos de todos os poetas
E os pensamentos de todos os filósofos,
Que as cousas sejam realmente o que parecem ser
E não haja nada que compreender.”
(CAEIRO, 1914)*

RESUMO

Conforme os satélites que seguem o padrão CubeSat ganham notoriedade como plataformas acessíveis para aplicações espaciais, surge a demanda por sistemas capazes de controlar a sua orientação, com o intuito de ampliar o escopo dos serviços que podem ser oferecidos com este tipo de satélite. Neste trabalho descreve-se o projeto de um sistema de controle de orientação para CubeSats, considerando as características matemáticas particulares deste tipo de sistema assim como os efeitos de incertezas na modelagem de sua dinâmica e da presença de ruído nos sinais sobre seu desempenho. Além disso, visando garantir a qualidade da implementação em software da estratégia de controle, define-se para esta uma arquitetura de software capaz de expressar de forma concisa os seus requisitos temporais, bem como garantir a reusabilidade de componentes de software e a extensibilidade da implementação da estratégia de controle. A capacidade do sistema de atingir os requisitos de projeto é avaliada em um ambiente de simulação.

Palavras-chave: CubeSats. Controle de Atitude. Controle Não-Linear. Sistemas Ciberfísicos.

ABSTRACT

As satellites that implement the CubeSat standard receive increasing attention as accessible platforms for space applications, a demand for systems that provide control over the satellite's orientation arises, aiming at extending the scope of the services provided through the use of this class of satellites. In this context, this work describes the design of an attitude control system for CubeSats, considering the special mathematical properties of this kind of system as well as the effects of model uncertainties and measurement noise in the overall system performance. A high quality software implementation of the proposed control strategy is provided through the use of a software architecture capable of expressing the timeliness requirements of the control system, providing modularity and reusability of software components, and ensuring the extensibility of the control strategy implementation. The ability of the system to meet a set of requirements is evaluated in a simulation environment.

Keywords: CubeSats. Attitude Control. Nonlinear Control. Cyberphysical Systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Total de CubeSats lançados entre 1999 e 2022	17
Figura 2 – Sistema de coordenadas atrelado a um corpo	21
Figura 3 – Sistema de coordenadas inercial geocêntrico	21
Figura 4 – Representação gráfica do ponto vernal	22
Figura 5 – Sistema de coordenada horizontal	22
Figura 6 – Representação gráfica de uma sequência de rotações parametrizada por ângulos de Euler	24
Figura 7 – Rotação de um vetor em termos de suas componentes perpendiculares e paralelas ao eixo de rotação	27
Figura 8 – Ímã permanente utilizado no sistema de controle de atitude do UNISAT-4 (SANTONI; ZELLI, 2009)	30
Figura 9 – Barra de histerese utilizada no sistema de controle de atitude UNISAT-4 (SANTONI; ZELLI, 2009)	31
Figura 10 – Roda de reação para CubeSats (ROCKETLAB, 2022)	32
Figura 11 – <i>Magnetorquers</i> para CubeSats (CUBESATSHOP, 2022)	32
Figura 12 – Circuito equivalente do motor BLDC entre dois instantes de comutação	39
Figura 13 – Interface para SmartData (FRÖHLICH, Antônio A, 2018)	45
Figura 14 – Valores singulares máximos em função da frequência utilizando parâmetros nominais	58
Figura 15 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da velocidade das rodas de reação	59
Figura 16 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da inércia do satélite	59
Figura 17 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da inércia das rodas de reação	60
Figura 18 – Valores singulares máximos em função da frequência utilizando parâmetros que implicam no pior caso	61
Figura 19 – Gabarito do Filtro Digital Para os Sinais da Malha de Controle de Atitude	61
Figura 20 – Gabarito do Filtro Contínuo Protótipo Para os Sinais da Malha de Controle de Atitude	64
Figura 21 – Resposta em frequência de magnitude do filtro contínuo protótipo para os sinais da malha de controle de atitude com gabarito	65
Figura 22 – Resposta em frequência de magnitude do filtro digital para os sinais da malha de controle de atitude com gabarito	66
Figura 23 – Resposta em frequência de magnitude da função de transferência do motor	67

Figura 24 – Modelo baseado em SmartData	79
Figura 25 – Diagrama de Classes do Sistema de Controle	80
Figura 26 – Objeto de transferência de dados do sistema de controle de atitude	81
Figura 27 – Diagrama de Atividades do Sistema de Controle	82
Figura 28 – Objeto de transferência de dados do sistema de controle de atitude decorado para calcular a variável deslizante	83
Figura 29 – Visão geral da hierarquia dos componentes da simulação	85
Figura 30 – Diagrama de clases da implementação de SmartData em ROS2 . .	87
Figura 31 – Atitude do satélite e atitude de referência (ref) para o Cenário 1 . . .	88
Figura 32 – Velocidade angular do satélite e velocidade angular de referência (ref) para o Cenário 1	89
Figura 33 – Variável deslizante para o Cenário 1	89
Figura 34 – Torque de controle para o Cenário 1	90
Figura 35 – Erro de atitude no Cenário 1	90
Figura 36 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 1 do cenário 2	91
Figura 37 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 1 do cenário 2	92
Figura 38 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 1 do cenário 2	92
Figura 39 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 2 . . .	93
Figura 40 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 2 . .	93
Figura 41 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 2	94
Figura 42 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 2 do cenário 2	94
Figura 43 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 2 do cenário 2	95
Figura 44 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 2 do cenário 2	95
Figura 45 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 2 . . .	96
Figura 46 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 2 . .	96
Figura 47 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 2	97
Figura 48 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 3 do cenário 2	97
Figura 49 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 3 do cenário 2	98
Figura 50 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 3 do cenário 2	98
Figura 51 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 2 . . .	99

Figura 52 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 2 . . .	99
Figura 53 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 2	100
Figura 54 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 3 . . .	101
Figura 55 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 3 . . .	101
Figura 56 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 3	102
Figura 57 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 3 . . .	102
Figura 58 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 3 . . .	103
Figura 59 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 3	103
Figura 60 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 3 . . .	104
Figura 61 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 3 . . .	104
Figura 62 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 3	105
Figura 63 – Componentes da variável deslizante para o caso 4 do cenário 3 . . .	105
Figura 64 – Componentes do torque de controle para o caso 4 do cenário 3 . . .	106
Figura 65 – Erro de atitude para o caso 4 do cenário 3	106
Figura 66 – Componentes da variável deslizante para o caso 5 do cenário 3 . . .	107
Figura 67 – Componentes do torque de controle para o caso 5 do cenário 3 . . .	107
Figura 68 – Erro de atitude para o caso 5 do cenário 3	108
Figura 69 – Componentes da variável deslizante para o caso 5 do cenário 3 . . .	108
Figura 70 – Componentes do torque de controle para o caso 6 do cenário 3 . . .	109
Figura 71 – Erro de atitude para o caso 6 do cenário 3	109
Figura 72 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 4 . . .	110
Figura 73 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 4 . . .	110
Figura 74 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 4	111
Figura 75 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 4 . . .	111
Figura 76 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 4 . . .	112
Figura 77 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 4	112
Figura 78 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 4 . . .	113
Figura 79 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 4 . . .	113
Figura 80 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 4	114
Figura 81 – Atitude do satélite e atitude de referência (ref) para o Cenário 5 . . .	115
Figura 82 – Velocidade angular do satélite e velocidade angular de referência (ref) no Cenário 5	115
Figura 83 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o cenário 5	116
Figura 84 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o cenário 5	116
Figura 85 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e veloci- dade angular das rodas de reação filtrada para o cenário 5	117
Figura 86 – Componentes do torque de controle para o cenário 5	117
Figura 87 – Componentes da variável deslizante para o cenário 5	118

Figura 88 – Erro de atitude para o cenário 5 118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Intensidades de ruído nos sinais de medida considerados no cenário 2 em termos do desvio padrão da distribuição de probabilidade do ruído.	91
Tabela 2 – Valores para a diagonal principal dos tensores de inércia do satélite e das rodas de reação, em $kg.m^2$, considerados no cenário 3. . . .	100
Tabela 3 – Valores para o fator de amortecimento e para o torque de perturbação considerados no cenário 4.	104
Tabela 4 – Parâmetros considerados para a simulação do cenário 5.	114

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	18
1.1.1	Objetivo Geral	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
1.1.3	Definição do escopo	19
2	FUDAMENTAÇÃO	20
2.1	SISTEMAS DE COORDENADAS PARA DESCRIÇÃO DA ORIENTAÇÃO DE SATÉLITES NA ÓRBITA BAIXA DA TERRA	20
2.1.1	Sistema de coordenadas atrelado a um corpo	20
2.1.2	Sistema de coordenadas inercial geocêntrico	20
2.1.3	Sistema de coordenadas horizontal	21
2.2	REPRESENTAÇÕES DE ATITUDE	22
2.2.1	Matriz de cossenos direcionados	23
2.2.2	Ângulos de Euler	23
2.2.3	Quatérnions	26
2.2.4	Considerações Computacionais Quanto as Representações de Atitude	28
2.3	SISTEMAS DE DETERMINAÇÃO E CONTROLE DE ATITUDE PARA CUBESATS	29
2.3.1	Classificação de Sistemas de Controle de Atitude em Relação aos seus Atuadores	30
2.3.2	Determinação de atitude	33
2.4	MODELO MATEMÁTICO DA ORIENTAÇÃO DO CUBESAT	34
2.4.1	Modelo cinemático da representação de atitude	35
2.4.2	Modelo Dinâmico da Orientação do Cubesat	36
2.4.3	Modelo do Motor BLDC	39
2.5	CONTROLE E ESTABILIDADE DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES	42
2.6	SISTEMAS CIBER-FÍSICOS E <i>DEADLINES</i>	44
2.7	SMARTDATA	45
2.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
3	REVISÃO DA LITERATURA	49
4	PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE	53
4.1	FILTRO DIGITAL BASEADO NA APROXIMAÇÃO DE BUTTERWORTH	53
4.1.1	Determinação da Largura de Banda do Modelo Dinâmico do CubeSat	54
4.1.2	Determinação dos Gabaritos	60

4.1.3	Determinação dos Parâmetros do Filtro	64
4.1.4	Determinação da Largura de Banda dos Atuadores	66
4.2	PROJETO DO CONTROLADOR DE ATITUDE	68
4.2.1	Variáveis Deslizantes	68
4.2.2	Linearização por realimentação	69
4.2.3	Efeitos das incertezas no controlador de linearização por realimentação	70
4.2.4	Controle de Atitude Por Modos Deslizantes	71
4.2.5	Determinação dos Ganhos do Controlador	74
4.3	CONSIDERAÇÕES QUANTO AO CONSUMO DE ENERGIA	75
4.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
5	ARQUITETURA DE SOFTWARE CENTRADA EM DADOS	77
5.1	MODELAGEM DO SISTEMA BASEADA EM SMARTDATA	77
5.2	ARQUITETURA DE SOFTWARE DO SISTEMA DE CONTROLE	78
5.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	83
6	SIMULAÇÃO	84
6.1	IMPLEMENTAÇÃO DO SMARTDATA EM ROS2	85
6.2	RESULTADOS	86
6.2.1	Cenário 1	88
6.2.2	Cenário 2	90
6.2.2.1	Caso 1	91
6.2.2.2	Caso 2	92
6.2.2.3	Caso 3	93
6.2.3	Cenário 3	96
6.2.3.1	Caso 1	97
6.2.3.2	Caso 2	98
6.2.3.3	Caso 3	99
6.2.3.4	Caso 4	99
6.2.3.5	Caso 5	100
6.2.3.6	Caso 6	101
6.2.4	Cenário 4	102
6.2.4.1	Caso 1	104
6.2.4.2	Caso 2	105
6.2.4.3	Caso 3	106
6.2.5	Cenário 5	107
6.3	DISCUSSÃO	109
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	119
	REFERÊNCIAS	120

1 INTRODUÇÃO

O padrão CubeSat foi desenvolvido na Universidade Politécnica do Estado da Califórnia com o objetivo de tornar o desenvolvimento de tecnologias espaciais mais acessível, barato e ágil. Os CubeSats são, em termos construtivos, satélites com dimensões de 10cm x 10 cm x 10cm e uma massa de até 1,33kg (CUBESAT, 2014). Ainda que inicialmente os CubeSats tenham sido utilizados como uma ferramenta educacional e de pesquisa em universidades, gradualmente o valor deste tipo de satélite foi percebido pelos setores público e privado de diversos países ao redor do mundo, gerando iniciativas de pesquisa por parte de agências espaciais governamentais e levando ao surgimento de empresas que provêm serviços utilizando CubeSats ou produzem componentes especificamente para satélites de pequeno porte. CubeSats já foram empregados em diversas aplicações envolvendo astronomia, ciências climáticas, observação do planeta Terra, telecomunicações, entre outras, demonstrando o potencial econômico desta tecnologia (WOELLERT *et al.*, 2011) e justificando o grande crescimento da quantidade de CubeSats lançados, evidenciado pelos dados apresentados na figura 1 (KULU, 2022) .

Entre 2016 e 2020, no Brasil, foram desenvolvidos e lançados seis satélites de pequeno porte visando diversas aplicações (SOUZA *et al.*, 2020), dentre estes o FloripaSat, desenvolvido na Universidade Federal de Santa Catarina, cuja missão era, além de capacitar estudantes, atuar como um repetidor de sinais de radio para responder a eventos de emergência em áreas sem cobertura de redes de telefonia (FLORIPASAT, 2021).

Algumas das aplicações que fazem uso de CubeSats exigem um sistema capaz de controlar a orientação do satélite, sendo que os requisitos deste sistema podem variar de acordo com as necessidades da missão. Para missões que envolvem imageamento, por exemplo, exige-se que o sistema de captura de imagens do satélite seja apontado para uma região de interesse, logo é necessário controlar simultaneamente a orientação e a velocidade angular do satélite com alta precisão para que os objetivos da missão sejam atendidos. Por outro lado, existem missões em que, por exemplo, só é necessário que a velocidade angular do satélite seja suficientemente baixa de forma a garantir o funcionamento apropriado dos seus equipamentos de comunicação, sem necessidade de controle de orientação, porém exigindo o controle da velocidade angular do satélite.

Há uma série de fatores que fazem com o que o controle de atitude de CubeSats seja um problema complexo, como por exemplo:

- A não-linearidade das equações que descrevem a dinâmica rotacional de corpos rígidos.
- Atuadores com torque máximo muito baixo devido à miniaturização destes

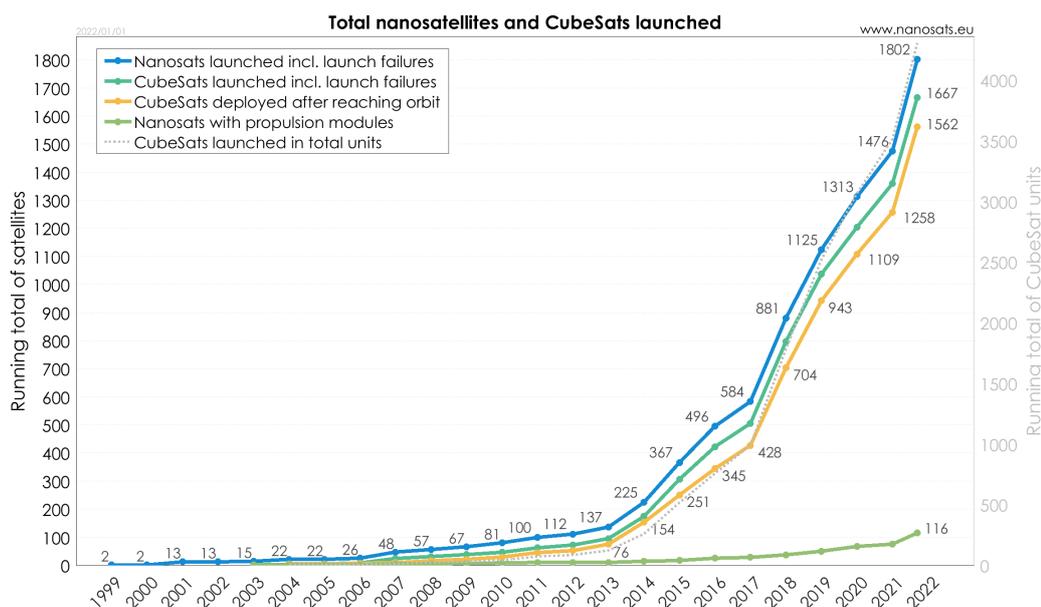


Figura 1 – Total de CubeSats lançados entre 1999 e 2022

dispositivos.

- A dificuldade de caracterizar precisamente os parâmetros do sistema, o que implica em incertezas no modelo utilizado no projeto do sistema de controle.
- A presença de ruído nas medidas dos sensores com características estatísticas que não podem ser determinadas durante o projeto do sistema.

Além da complexidade de projetar uma estratégia de controle dados os fatores já descritos, há também a dificuldade de implementar tal estratégia em software. Um dos fatores que traz tal dificuldade é fato de que sistemas de controle são sistemas de tempo real, isto é, é necessário que a computação dos sinais de controle a partir dos sinais de medida seja finalizada dentro de um período de tempo específico. Conforme a complexidade desses sistemas aumenta, a complexidade envolvida em expressar e conciliar os requisitos dos mesmo também aumenta. O conceito de SmartData proposto em (FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, 2018) tem como objetivo guiar o projeto e a implementação de sistemas de tempo real utilizando um paradigma centrado em dados, com o intuito de lidar com a complexidade da especificação e implementação de sistemas desse tipo.

Embora o SmartData capture os requisitos e a estrutura do software que implementa um sistema de tempo real, o mesmo não define um padrão para a implementação de estratégias de controle, deixando essa tarefa a cargo do projetista. Ainda que do ponto de vista funcional qualquer implementação da estratégia de controle que produza resultados corretos antes de um determinado ponto no tempo físico seja uma implementação aceitável, diferentes implementações se distinguem de acordo com parâmetros de qualidade. Mesmo que tenham sido propostas várias formas de

identificar a qualidade de um software (AL-QUTAISH, 2010), há um consenso de que reusabilidade, flexibilidade, interoperabilidade e baixo custo de manutenção são características de componentes de software com alta qualidade. Nesse sentido, além do desenvolvimento de uma estratégia de controle que atinja objetivos de uma missão, é relevante que se implemente tal estratégia em software considerando os aspectos que definem a qualidade da implementação.

Sendo assim, neste trabalho será proposta uma estratégia de controle de atitude para CubeSats bem como uma arquitetura de software, baseada no conceito de SmartData, que realiza a estratégia de controle em software seguindo um padrão de implementação flexível e reutilizável.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral projetar um sistema de controle de atitude para CubeSats utilizando técnicas de controle não-linear bem como uma implementação em software baseada no conceito de SmartData.

1.1.2 Objetivos Específicos

Este trabalho têm como objetivos específicos:

- Desenvolver uma estratégia de controle que permite o seguimento de uma trajetória de referência dada em termos de atitude e velocidade angular.
- Avaliar a capacidade da lei de controle proposta de garantir o seguimento de uma trajetória de referência na presença de incertezas paramétricas e não-paramétricas.
- Avaliar o efeito do ruído nos sinais de medida sobre o desempenho do sistema de controle proposto.
- Especificar o software que implementa a estratégia de controle utilizando o conceito de SmartData.
- Desenvolver uma implementação em software do sistema de controle que seja independente de uma estratégia de controle específica, fazendo com que outras estratégias possam ser implementadas através da reutilização e customização de um conjunto de componentes de software.
- Validar o sistema proposto em um ambiente de simulação.

1.1.3 Definição do escopo

O foco deste trabalho é no projeto de uma estratégia de controle de atitude ativo para CubeSats, utilizando rodas de reação como atuadores, bem como a definição de uma arquitetura de software que permite que a estratégia seja implementada de forma simples e modular, permitindo também que outras estratégias de controle possam ser implementadas através da reutilização e customização de um conjunto de componentes de software.

Assume-se que as medidas de atitude, de velocidade angular do satélite e de velocidade angular das rodas de reação estão disponíveis, ou seja, os sistemas de instrumentação e de determinação de atitude não serão analisados neste trabalho.

Embora seja enfatizada a característica de tempo real do software que realiza a estratégia de controle, assume-se que o software de controle será executado sobre um sistema operacional de tempo real e que o conjunto de tarefas envolvidas é escalonável.

2 FUDAMENTAÇÃO

Nesta seção são apresentados os conceitos fundamentais que serão utilizados no projeto do sistema de controle de atitude, incluindo os sistemas de coordenadas utilizados para expressar a orientação de satélites na órbita baixa da Terra, as diferentes formas de representar a orientação de um corpo no espaço e uma visão geral dos sistemas de determinação e controle de atitude. Além disso apresenta-se a dedução das equações diferenciais que regem a cinemática e dinâmica dos corpos rígidos, bem como a dinâmica dos motores que são utilizados nas rodas de reação, o ferramental matemático para determinar a estabilidade de sistemas dinâmicos não-lineares, necessário para o projeto do sistema de controle, e o paradigma no qual a implementação em software da estratégia de controle será baseada

2.1 SISTEMAS DE COORDENADAS PARA DESCRIÇÃO DA ORIENTAÇÃO DE SATÉLITES NA ÓRBITA BAIXA DA TERRA

A orientação de um corpo rígido só é bem definida quando se define, também, um sistema de coordenadas de referência. Dessa forma, a orientação é definida pela rotação em três dimensões que transforma o sistema de coordenadas de referência em um sistema de coordenadas centrado no corpo de interesse. Para representar a atitude de um satélite, existe um conjunto de sistemas de coordenadas que são comumente utilizados.

2.1.1 Sistema de coordenadas atrelado a um corpo

O sistema de coordenadas atrelado a um corpo é definido como um sistema de coordenadas cuja origem é o centro de massa de um corpo rígido e os eixos são alinhados com os autovetores do tensor de inércia deste mesmo corpo (BARUH, 1999), como apresentado na figura 2. Quando o tensor de inércia do corpo é expressado neste sistema de coordenadas, seus valores permanecem constantes independente do movimento realizado pelo corpo e por isso as equações de que descrevem a dinâmica da rotação de corpos rígidos utilizam este sistema de coordenadas.

2.1.2 Sistema de coordenadas inercial geocêntrico

As leis de Newton são válidas apenas em um sistema de coordenadas inercial, portanto para descrever a dinâmica de um corpo rígido é necessário, primeiro, definir um sistema de coordenadas inercial.

Para aplicações espaciais, quando a missão se dá na órbita da Terra, pode-se utilizar o sistema de coordenadas inercial geocêntrico. Este sistema possui a origem no centro do planeta Terra, um de seus eixos alinhados com o eixo de rotação da

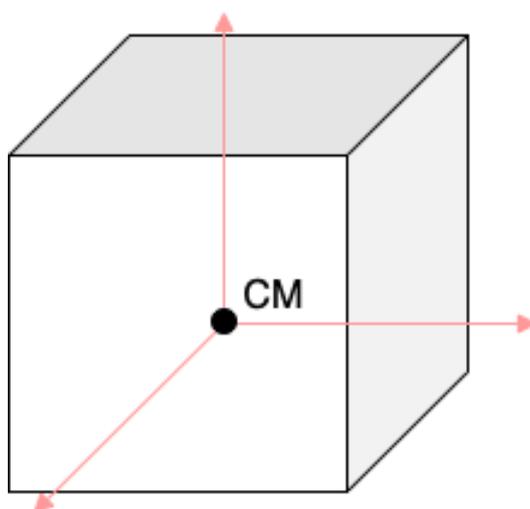


Figura 2 – Sistema de coordenadas atrelado a um corpo

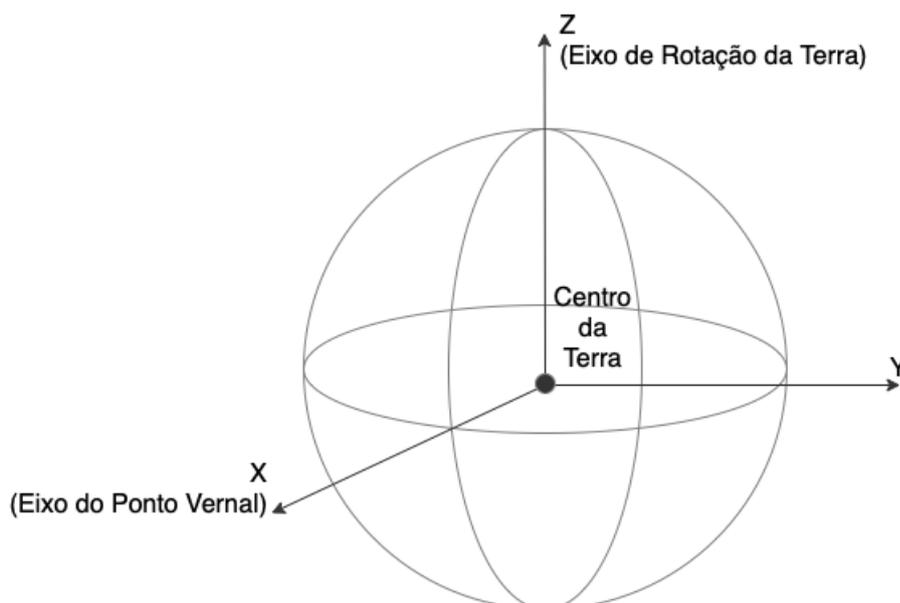


Figura 3 – Sistema de coordenadas inercial geocêntrico

Terra, outro alinhado com a direção do ponto vernal e um terceiro perpendicular aos dois primeiros, como descrito pela figura 3. O ponto vernal é o ponto no qual o plano equatorial da Terra, o plano que contém todos os pontos da linha do equador, intercepta a trajetória do sol em relação à terra na direção ascendente, ou seja, do hemisfério sul para o hemisfério norte (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014). Uma representação gráfica da definição do ponto vernal é apresentada na figura 4.

2.1.3 Sistema de coordenadas horizontal

Um sistema de coordenadas especialmente interessante para aplicações espaciais que envolvem imageamento da superfície terrestre é o sistema de coordenadas horizontal. Este sistema de coordenadas é referenciado à órbita circular de um corpo,

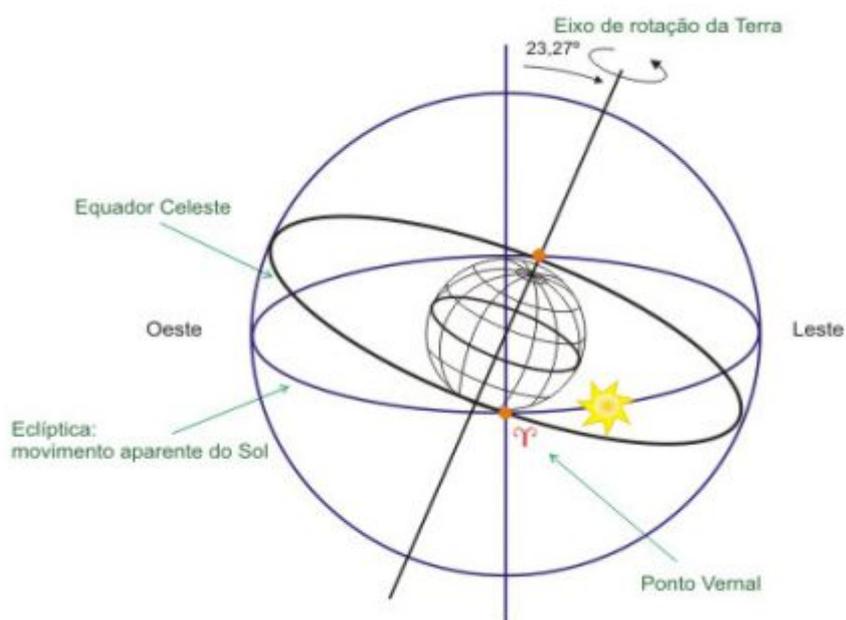


Figura 4 – Representação gráfica do ponto vernal

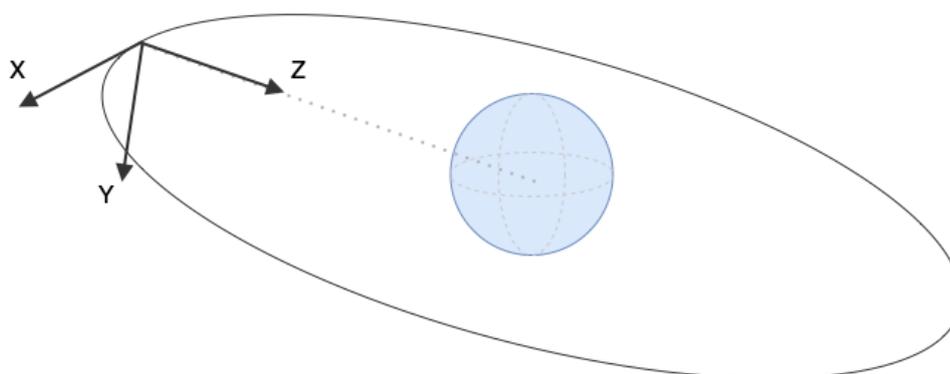


Figura 5 – Sistema de coordenada horizontal

neste caso, de um satélite. O centro do sistema de coordenadas é escolhido como centro de massa do satélite, um de seus eixos é dado pelo vetor tangente à órbita, outro pelo vetor normal à órbita e um terceiro é dado por um vetor perpendicular aos dois primeiros, como representado graficamente na figura 5. Note que, assumindo uma órbita circular, o vetor normal à órbita sempre aponta para o centro da Terra (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

2.2 REPRESENTAÇÕES DE ATITUDE

A orientação de um corpo rígido em relação a um sistema de coordenadas é definida como a rotação em três dimensões que transforma o sistema de coordenadas

de referência no sistema de coordenadas atrelado ao corpo sob análise.

Existe mais de uma maneira de representar a orientação de um corpo, dentre elas há a representação por uma matriz de cossenos direcionados, por um conjunto de três parâmetros chamados de ângulos de Euler e por um objeto matemático denominado quatérnion. Todas as representações são equivalentes, no sentido que é possível converter uma representação em outra sem perda de informação, porém para o problema de controle de atitude cada uma possui suas vantagens e desvantagens.

2.2.1 Matriz de cossenos direcionados

A matriz de cossenos direcionados representa uma transformação de rotação partindo da definição do produto interno entre dois vetores (BARUH, 1999).

Dados dois vetores \mathbf{e}_i e \mathbf{e}_j , o seu produto interno é dado pela equação (1), onde θ_{ij} é o ângulo entre os dois vetores.

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \|\mathbf{e}_i\| \|\mathbf{e}_j\| \cos(\theta_{ij}) \quad (1)$$

De acordo com (BARUH, 1999), a equação (1) pode ser utilizada para definir uma transformação linear que relaciona um vetor \mathbf{r} , de três dimensões e expressado em termos de uma base ortonormal de um espaço vetorial $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, com um vetor \mathbf{r}' , expressado em termos de uma outra base ortonormal, $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$. Esta transformação é dada pela equação (2), onde um elemento c_{ij} da matriz C é dado por $c_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{b}_j = \cos(\theta_{ij})$. Dessa forma, dados dois sistemas de coordenadas, a matriz C representa uma operação de rotação que transforma um sistema de coordenadas no outro, portanto representa a orientação de um sistema em relação ao outro.

$$\mathbf{r}' = C\mathbf{r} \quad (2)$$

Embora esta representação seja conveniente devido à sua simplicidade, existem representações de atitude que são definidas por uma quantidade menor de parâmetros, logo são mais eficientes em termos computacionais.

2.2.2 Ângulos de Euler

Em uma representação de atitude por ângulos de Euler a matriz de rotação que relaciona dois sistemas de coordenadas é construída através da multiplicação de três matrizes de rotação, cada uma em torno de um dos eixos do sistema de coordenadas de referência e parametrizada por um ângulo. O conjunto de três ângulos $\{\theta, \varphi, \psi\}$, um para cada rotação, é denominado ângulos de Euler (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014). Sendo assim, a equação (2) pode ser reescrita na forma apresentada na equação (3).

$$\mathbf{r}' = R_\theta R_\varphi R_\psi \mathbf{r} \quad (3)$$

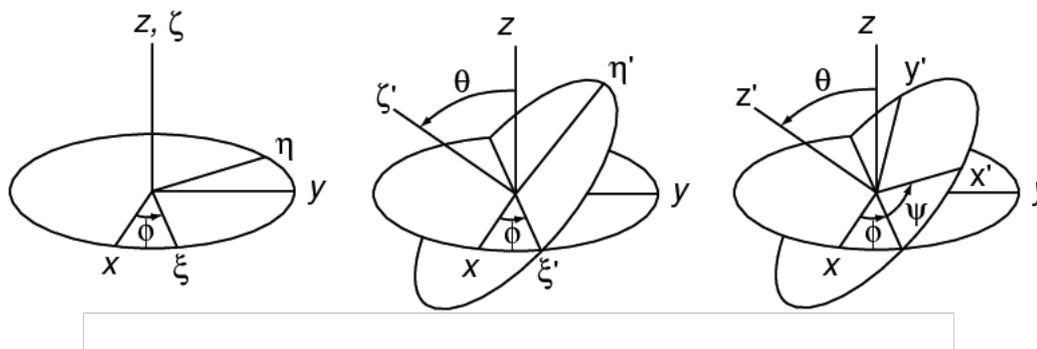


Figura 6 – Representação gráfica de uma seqüência de rotações parametrizada por ângulos de Euler

A principal limitação do uso de ângulos de Euler como uma representação de atitude se dá pelo fato de que esta leva a uma singularidade nas equações que descrevem a cinemática rotacional do corpo rígido. Para demonstrar esse fato, considera-se uma representação por ângulos de Euler em que φ é o ângulo de uma rotação em torno do eixo Z de um sistema de coordenadas inercial, θ é o ângulo de uma rotação em torno do eixo X do sistema de coordenadas resultante da primeira rotação, pelo ângulo φ , e ψ representa uma rotação em torno do eixo Z do sistema de coordenadas resultante das duas rotações prévias, por φ e por θ , respectivamente. Esse processo é elucidado pela figura 6, na qual é descrita a aplicação de uma seqüência de rotações, parametrizadas por ângulos de Euler, sobre um sistema de coordenadas. A matriz de rotação que representa esta seqüência de rotações é apresentada na equação (4), na qual $c(\cdot)$ e $s(\cdot)$ representam de forma compacta as funções seno e cosseno.

$$R = \begin{bmatrix} c(\varphi)c\psi - s(\varphi)c(\theta)s(\psi) & s(\varphi)c(\psi) + c(\varphi)c(\theta)s(\psi) & s(\theta)s(\psi) \\ -c(\varphi)s(\psi) - s(\varphi)c(\theta)c(\psi) & -s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)c(\theta)c(\psi) & s(\theta)c(\psi) \\ s(\varphi)s(\theta) & -c(\psi)s(\theta) & c(\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

A descrição da cinemática da rotação de um corpo rígido é dada pela relação entre a velocidade angular do mesmo e a taxa de variação dos parâmetros que representam a atitude em função do tempo. A velocidade angular entre o sistema de referência resultado da seqüência de rotações em relação ao sistema de referência inercial é dada pela soma das velocidades angulares entre os sistemas de coordenadas intermediários (BARUH, 1999), matematicamente descrita pela equação (5), onde B é o sistema de coordenadas resultante da seqüência de rotações, B' é o sistema de coordenadas resultante da rotação do sistema de coordenadas inercial E pelo ângulo φ , e B'' é o sistema de coordenadas resultante da rotação do sistema de coordenadas inercial E pelo ângulo φ e em seguida pelo ângulo θ .

$$\omega^{B/E} = \omega^{B'/E} + \omega^{B''/B'} + \omega^{B/B''} \quad (5)$$

Como cada uma das velocidades angulares entre os sistemas de coordenadas intermediários se dá em torno de um eixo fixo, estas podem ser expressadas apenas em termos do eixo de rotação e da taxa de variação em relação ao tempo do ângulo de rotação, como apresentado na equação (6), sendo \mathbf{e}_z , \mathbf{b}'_x e \mathbf{b}''_z os vetores unitários que definem os eixos de rotação em cada um dos sistemas de coordenadas.

$$\boldsymbol{\omega}^{B/E} = \dot{\phi} \mathbf{e}_z + \dot{\theta} \mathbf{b}'_x + \dot{\psi} \mathbf{b}''_z. \quad (6)$$

Uma vez que os eixos de rotação são relacionados pelas matrizes de rotação que transformam um sistema de coordenadas no outro, a equação (6) pode ser reescrita em um único sistema de coordenadas, neste caso, o sistema de coordenadas resultante da sequência de rotações. A equação (7) é o resultado desta operação. Note que para matrizes de rotação $R^{-1} = R^T$.

$$\boldsymbol{\omega}^{B/E} = \dot{\phi} R_\phi^T R_\theta^T R_\psi^T \mathbf{e}_z + \dot{\theta} R_\theta^T R_\psi^T \mathbf{b}_x + \dot{\psi} R_\psi^T \mathbf{b}_z. \quad (7)$$

Realizando as manipulações algébricas necessárias chega-se a equação (8) que relaciona a velocidade angular com a taxa de variação no tempo dos ângulos de Euler.

$$\boldsymbol{\omega}^{B/E} = \begin{bmatrix} s(\theta)s(\psi) & c(\psi) & 0 \\ s(\theta)c(\psi) & -s(\psi) & 0 \\ c(\theta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para obter escrever a taxa de variação no tempo dos ângulos de Euler em função da velocidade angular, basta inverter matriz da equação (8), chegando à equação (9).

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s(\psi)}{s(\theta)} & \frac{c(\psi)}{s(\theta)} & 0 \\ c(\psi) & -s(\psi) & 0 \\ \frac{s(\psi)c(\theta)}{s(\theta)} & -\frac{c(\psi)c(\theta)}{s(\theta)} & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^{B/E} \quad (9)$$

A equação (9) evidencia a singularidade associada à representação de atitude por ângulos de Euler. Quando $\theta = k\pi$, para qualquer k inteiro, alguns elementos da matriz que define a equação são indefinidos, devido a uma divisão por zero. Isso também significa que para valores de θ próximos de $k\pi$ os elementos da matriz que são divididos por $\text{sen}(\theta)$ assumem valores numéricos de alta magnitude, o que pode ocasionar em uma instabilidade numérica, ou até mesmo *overflow*, ao tentar utilizar esta representação em um sistema computacional. O efeito da singularidade na representação de atitude por ângulos de Euler também pode ser percebido na própria matriz de rotação apresentada na equação (4). Quando $\theta = k\pi$, esta equação assume a forma apresentada na equação (10). Nesta situação surge uma ambiguidade na representação por ângulos de Euler, uma vez que a rotação descrita pela matriz de rotação da equação (10) representa, na realidade, a rotação por um único ângulo $\phi + \psi$

ao invés de dois ângulos independentes, logo há perda de um dos graus de liberdade da representação por atitude e conseqüentemente não há como determinar φ e θ a partir da matriz de rotação.

$$R = \begin{bmatrix} c(\varphi + \psi) & s(\varphi + \psi) & 0 \\ -s(\varphi + \psi) & c(\varphi + \psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A presença de singularidades nas equações diferenciais que descrevem a evolução no tempo da representação de atitude por ângulos de Euler dificultam a análise do sistema de controle de atitude para sistemas espaciais nos quais, ao contrário dos automóveis e aviões comerciais, não é possível garantir em tempo de projeto que as singularidades serão evitadas para que se possa simplificar a análise.

2.2.3 Quatérnions

Os quatérnions podem ser entendidos como uma extensão dos números complexos para um espaço de quatro dimensões e definidos matematicamente pela equação (11), em conjunto com as relações fundamentais dadas pela equação (12). Dadas as relações fundamentais, a multiplicação entre dois quatérnios pode ser realizada seguindo as regras distributivas usuais da álgebra elementar.

$$q = q_0 + iq_x + jq_y + kq_z = q^0 + \mathbf{q} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ jk &= i \\ ki &= j \\ ij &= k \\ kj &= -i \\ ik &= -j \\ ji &= -k \end{aligned} \quad (12)$$

O termo q^0 do quatérnion é chamado de parte escalar e os outros termos, denotados por \mathbf{q} , são chamados de parte vetorial. Assim como definido para os números complexos, o conjugado de um quatérnion $q = q^0 + \mathbf{q}$ é definido por $q^* = q^0 - \mathbf{q}$.

A relação entre rotações em três dimensões e quatérnions é fundamentada pelo teorema de Euler. O teorema de Euler enuncia que para qualquer matriz de rotação existe um único vetor invariante a esta rotação. Este vetor é um vetor unitário na direção do eixo de rotação. Dessa forma, dado um vetor qualquer \mathbf{x} e um eixo de rotação \mathbf{n} , o vetor pode ser decomposto em duas componentes, como descrito na equação (13), onde \mathbf{x}_{\parallel} é a componente paralela ao eixo de rotação e \mathbf{x}_{\perp} é a componente

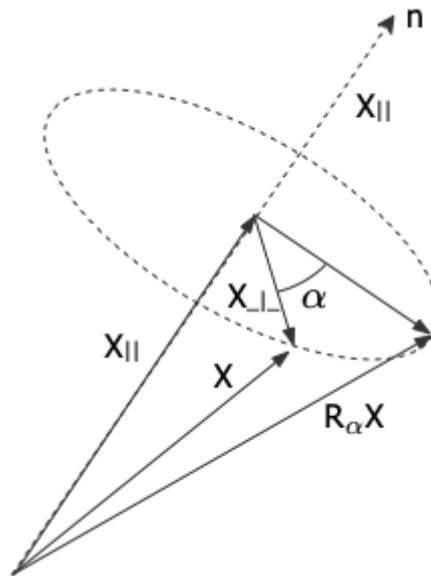


Figura 7 – Rotação de um vetor em termos de suas componentes perpendiculares e paralelas ao eixo de rotação

perpendicular ao eixo de rotação. As componentes paralela e perpendicular do vetor \mathbf{x} são definidas matematicamente pelas equações (14) e (15), respectivamente, e podem ser visualizadas na figura 7, na qual apresenta-se as duas componentes do vetor \mathbf{x} citadas, o eixo de rotação e o vetor resultante de uma rotação por um ângulo α .

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\parallel} + \mathbf{x}_{\perp} \quad (13)$$

$$\mathbf{x}_{\parallel} = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_{\perp} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{\parallel} \quad (15)$$

Ao aplicar uma rotação por um ângulo α em torno do eixo definido por \mathbf{n} ao vetor \mathbf{x} , obtém-se a equação (16), que pode ser deduzida facilmente quando se considera o fato de que o conjunto $\{\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{n} \times \mathbf{x}_{\perp}\}$ é uma base ortogonal do plano perpendicular ao eixo de rotação, e que a rotação do vetor \mathbf{x}_{\perp} é uma rotação que ocorre neste plano, logo basta realizar a multiplicação deste vetor por uma matriz de rotação em duas dimensões para se obter os dois últimos termos da equação (16).

$$R_{\alpha}\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\parallel} + \mathbf{x}_{\perp} \cos(\alpha) + \mathbf{n} \times \mathbf{x}_{\perp} \sin(\alpha) \quad (16)$$

Realizando as manipulações algébricas necessárias sobre a equação (16), esta pode ser reescrita como apresentada na equação (17), quando se considera que \mathbf{x} pode ser definido como um quatérnio puro, isto é, com parte escalar igual à zero, e que $(\cos(\frac{\alpha}{2}) + \mathbf{n}\sin(\frac{\alpha}{2}))$ define um quatérnio.

$$R_\alpha \mathbf{x} = (\cos(\frac{\alpha}{2}) + n \sin(\frac{\alpha}{2})) \mathbf{x} (\cos(\frac{\alpha}{2}) - n \sin(\frac{\alpha}{2})) \quad (17)$$

Sendo assim, o quatérnio $q = (\cos(\frac{\alpha}{2}) + n \sin(\frac{\alpha}{2}))$ se relaciona com a matriz de rotação R_α pela equação (18).

$$R_\alpha \mathbf{x} = q \mathbf{x} q^* \quad (18)$$

Note que a norma do quatérnio q que representa uma rotação, definida na equação (19), é igual à 1. Esta propriedade dos quatérnios que representam rotações tem uma consequência significativa em relação às suas propriedades matemáticas. Uma vez que soma dos quadrados das componentes do quatérnio devem ser iguais à 1, um quatérnio que representa uma rotação é um ponto da superfície de uma esfera em quatro dimensões, logo qualquer função $q = q(t)$ que descreve a orientação de um corpo em um função do tempo é uma trajetória contida na superfície desta esfera. Isso significa que os quatérnios que representam rotações não são elementos de um espaço euclidiano, visto que a trajetória mais curta, $q_0 = q_0(t)$, que representa uma variação contínua na orientação de um corpo, entre dois quatérnios unitários não é uma reta.

$$\|q\| = \sqrt{(q_0)^2 + (q_x)^2 + (q_y)^2 + (q_z)^2} \quad (19)$$

Em sistemas de controle com múltiplas variáveis é comum definir o erro de rastreamento como a diferença entre dois vetores, isto é $\mathbf{e} = \mathbf{x}^* - \mathbf{x}$, sendo \mathbf{x} o vetor que representa os estados do sistema. Para a representação de atitude por quatérnios isso não é possível, uma vez que uma subtração de quatérnios que representam orientação não necessariamente possui norma unitária, isto é, não necessariamente é um elemento da superfície da esfera em quatro dimensões. Uma solução para esta questão será apresentada na seção que trata do projeto do sistema de controle de atitude.

2.2.4 Considerações Computacionais Quanto as Representações de Atitude

A escolha de uma representação de atitude para um determinado problema de controle se baseia tanto nas características matemáticas inerentes à representação de atitude como nas implicações da representação de atitude no software que implementa a estratégia de controle.

Do ponto de vista de consumo de memória, os ângulos de Euler são mais vantajosos, uma vez que só é necessário armazenar três variáveis, uma para cada ângulo de Euler, para que se tenha a representação de atitude, em comparação com o quatérnio, que exige quatro variáveis, e a matriz de cossenos direcionados que depende de

nove variáveis. Quando se trata de computar os erros de orientação, operação fundamental para o controle de atitude, utilizando ângulos de Euler são necessárias apenas 3 operações de subtração, uma vez que o erro de orientação é igual à diferença entre os ângulos de Euler de referência e os ângulos de Euler medidos. Para os quatérnions o custo computacional é maior, uma vez que é necessário realizar a multiplicação entre dois quatérnions para que se possa obter um terceiro quatérnion que representa o erro de orientação. Para isso são necessárias, no máximo, 16 operações de multiplicação e 12 operações de adição. Para calcular o erro de orientação em termos de uma matriz de cossenos direcionados é necessário realizar a multiplicação entre duas matrizes, que depende de 27 operações de multiplicação e 18 operações de adição.

Em uma primeira análise, considerando apenas os requisitos de memória e a quantidade de operações para calcular o erro de orientação, os ângulos de Euler parecem uma escolha mais eficiente do ponto de vista computacional. Entretanto, ao considerar a presença de singularidades na representação por ângulos de Euler, percebe-se que há um *overhead* associado a testar se o conjunto de ângulos de Euler medidos estão próximos de uma singularidade e tomar as medidas necessárias para lidar com essa situação. Uma solução que pode ser empregada é alterar a representação por ângulos de Euler, isto é, escolher uma sequência de ângulos diferente na qual a singularidade se manifesta em outra orientação, o que envolve recalculando a representação por ângulos de Euler a partir das medidas de sensores, aumentando o tempo de execução do laço de controle. Uma vez que para aplicações espaciais não há como prever em tempo de projeto com qual frequência a orientação do satélite pode implicar em uma singularidade na representação por ângulos de Euler, também se torna difícil estimar a frequência com a qual um procedimento para lidar com essa situação deverá ser realizado, prejudicando o determinismo temporal da execução da estratégia de controle.

Considerando o efeito das singularidades na representação por ângulos de Euler, bem como suas implicações práticas em termos de análise do sistema de controle e sua implementação, conclui-se que os quatérnions implicam em uma representação de atitude mais robusta para o controle de atitude de satélites.

2.3 SISTEMAS DE DETERMINAÇÃO E CONTROLE DE ATITUDE PARA CUBESATS

O objetivo do sistema de determinação e controle de atitude, no contexto dos CubeSats, é utilizar dados de sensores para estimar a orientação de um satélite e um conjunto de atuadores para controlar a sua orientação. Nesta seção os sistemas de determinação e controle de atitude serão brevemente descritos e classificados em termos das características dos seus atuadores.

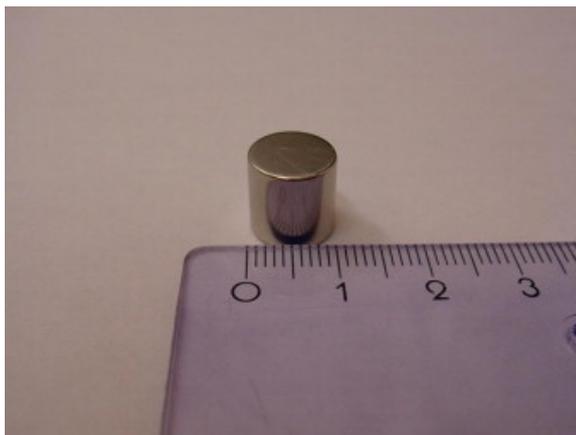


Figura 8 – Ímã permanente utilizado no sistema de controle de atitude do UNISAT-4 (SANTONI; ZELLI, 2009)

2.3.1 Classificação de Sistemas de Controle de Atitude em Relação aos seus Atuadores

Existem dois tipos de sistemas de controle de atitude, os sistemas passivos e os sistemas ativos. Sistemas de controle de atitude passivos são aqueles que dependem unicamente da interação com o ambiente para atingir a estabilidade. Um exemplo de sistema de controle de atitude passivo seria um que utiliza barras de histerese e ímãs permanentes como atuadores. As barras de histerese são peças de material magnético mole que ao interagir com o campo magnético da Terra, visto como um campo magnético que varia no tempo no sistema de referências do satélite de acordo com a sua velocidade angular, transforma a energia cinética do satélite em calor devido às suas perdas magnéticas, especialmente as perdas por histerese, reduzindo, assim, a velocidade angular do satélite. Os ímãs permanentes são utilizados para controlar a orientação do satélite de forma passiva, uma vez que o campo magnético resultante do ímã, que é rigidamente acoplado à estrutura do satélite, tende a se alinhar com o campo magnético da Terra. Com isso, ao distribuir propriamente os ímãs permanentes pela estrutura do satélite pode-se alcançar um comportamento previsível para a sua orientação em função da sua posição orbital. As figuras 8 e 9 foram apresentadas originalmente em (SANTONI; ZELLI, 2009) e mostram uma das barras de histerese e um dos ímãs permanentes utilizados no projeto do UNISAT-4, um satélite construído para fins educacionais na universidade de Roma. Note que embora os sistemas de controle de atitude passivos provenham, de fato, alguma estabilidade para a orientação do satélite, a sua orientação é uma função da sua posição orbital, logo não é possível realizar apontamentos para regiões de interesse da superfície terrestre sob demanda, isto é, sempre que necessário. Para endereçar essa limitação utiliza-se sistemas de controle de atitude ativos.

Os sistemas de controle de atitude ativos utilizam atuadores que exercem torque

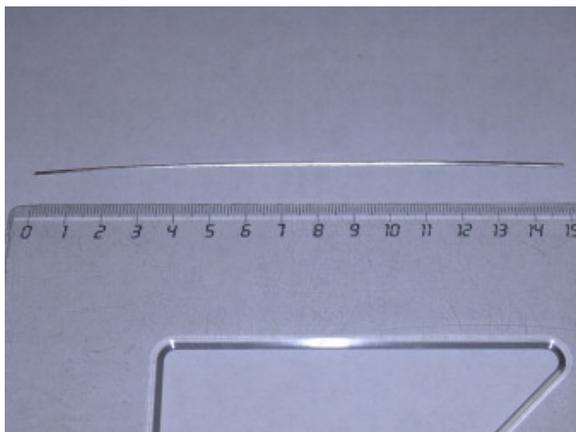


Figura 9 – Barra de histerese utilizada no sistema de controle de atitude UNISAT-4 (SANTONI; ZELLI, 2009)

sobre o satélite de forma controlada, permitindo que se tenha um controle preciso sobre a sua orientação. De acordo com (POLAT; VIRGILI-LLOP; ROMANO, 2016) os atuadores mais utilizados para controlar a orientação de CubeSats de forma ativa são as rodas de reação e os *magnetorquers*.

As rodas de reação são compostas, basicamente, por um motor elétrico acoplado a uma carga com alta inércia. A figura 10 apresenta uma roda de reação comercial específica para nanossatélites. Seu princípio de funcionamento se baseia no princípio da conservação do momento angular, e por isso são comumente chamadas, também, de rodas de momento. Uma vez que as rodas de reação são fixadas à estrutura do satélite, quando o motor aplica um torque sobre a sua carga, alterando o seu momento angular, um torque de mesma magnitude, porém com a direção oposta, é aplicado à estrutura do satélite, garantindo a conservação do momento angular no sistema. Note que a conservação do momento angular é equivalente à terceira lei de Newton. A principal limitação das rodas de reação como atuador para sistemas de controle de atitude é que os motores elétricos possuem um limite superior de velocidade, sendo que uma vez que este limite é atingido não é mais possível entregar torque ao eixo do motor, logo há uma quantidade máxima de momento que a roda de reação pode trocar com a estrutura do satélite antes que ocorra a saturação do atuador.

Os *magnetorquers* são barras de material magnético mole envoltas por um condutor, formando um solenoide com núcleo magnético. A figura 11 apresenta um conjunto de *magnetorquers* comercializados especificamente para nanossatélites. O princípio de funcionamento dos *magnetorquers* é muito semelhante ao princípio de funcionamento dos ímãs permanentes, uma vez que ambos geram torque a partir da interação com o campo magnético da Terra. Quando o condutor de um *magnetorquer* é excitado, um campo magnético é produzido na barra de material magnético envolta pelo condutor. Este campo magnético tende a se alinhar com o campo magnético da Terra, produzindo um torque sobre o satélite, uma vez que os *magnetorquers* são



Figura 10 – Roda de reação para CubeSats (ROCKETLAB, 2022)

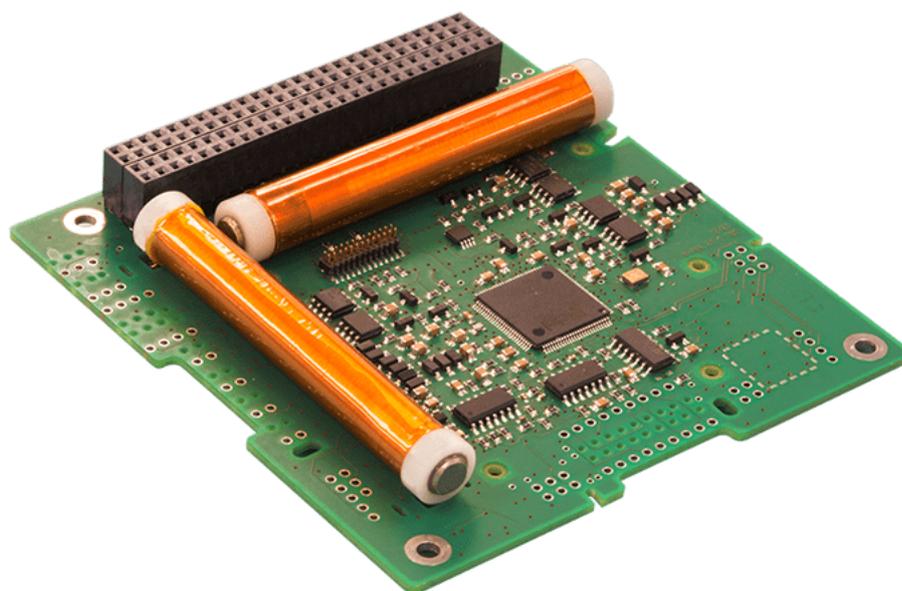


Figura 11 – *Magnetorquers* para CubeSats (CUBESATSHOP, 2022)

fixados na estrutura do mesmo. A diferença essencial entre os *magnetorquers* e os ímãs permanentes é que a intensidade do campo magnético produzido no núcleo magnético do *magnetorquers* pode ser controlada pela magnitude da corrente que flui pelo condutor, e a direção deste campo pode ser controlada pela direção na qual esta corrente flui. Sendo assim é possível controlar, com alguma precisão, o torque que é aplicado ao satélite, logo a sua orientação.

Em geral, o torque máximo dos *magnetorquers* é menor do que o torque máximo das rodas de reação, o que significa que sistemas de controle de atitude que utilizam

rodas de reação tendem a ter uma performance, em termos de tempo de estabilização, maior do que a aqueles que utilizam *magnetorquers*. Todavia os *magnetorquers* não possuem o problema de saturação das rodas de reação, causado pelo limite de velocidade dos motores elétricos, logo o sistema de controle de atitude ideal utiliza ambos os atuadores. As rodas de reação são utilizadas para realizar as manobras de orientação em um curto intervalo de tempo, enquanto um segundo controlador utiliza os *magnetorquers* como atuadores para simultaneamente manter a orientação do satélite estável, após a manobra, e aplicar torques ao satélite, de forma controlada, que impliquem em uma diminuição da velocidade angular das rodas de reação, idealmente levando esta grandeza à zero.

Neste trabalho será considerado apenas o estágio de estabilização com rodas de reação, porém enfatiza-se que após a realização da manobra é necessário ativar um outro controlador responsável por reduzir a velocidade das rodas de reação.

2.3.2 Determinação de atitude

O problema de determinação de atitude se resume a utilizar um conjunto de vetores que podem ser medidos no sistema de coordenadas atrelado ao corpo do satélite, e cujos valores no sistema de coordenadas de referência são conhecidos previamente, para determinar uma matriz de rotação que transforma estes vetores no sistema de coordenadas de referência nos vetores medidos no sistema de coordenadas atrelado ao corpo do satélite.

A descrição matemática do problema de determinação de atitude é dada pela minimização da função apresentada na equação (20), onde \mathbf{b}_i é um vetor no sistema de coordenadas atrelado ao corpo e \mathbf{r}_i é o vetor correspondente no sistema de coordenadas de referência. Este problema de otimização é conhecido como problema de Wabba (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

$$L = \sum_i^N \|\mathbf{b}_i - R\mathbf{r}_i\| \quad (20)$$

Existem vários algoritmos que foram projetados para resolver o problema de Wabba de maneira eficiente. Uma discussão sobre estes algoritmos pode ser encontrada em (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

Os vetores \mathbf{b}_i são medidos utilizando um conjunto de sensores, como magnetômetros, sensores que rastreiam a posição do sol em relação ao satélite ou *star trackers*, os quais medem a posição de um conjunto de estrelas em relação ao satélite. Os vetores correspondentes no sistema de coordenadas de referência podem ser determinados utilizando modelos matemáticos, como modelos do campo magnético da Terra ou modelos da posição orbital do sol em relação ao satélite, ou através dados ob-

tidos e armazenados previamente, como é o caso da posição das estrelas em relação ao satélite.

2.4 MODELO MATEMÁTICO DA ORIENTAÇÃO DO CUBESAT

Para realizar o projeto do sistema de controle de atitude é necessário, primeiro, modelar a dinâmica do satélite, incluindo a dinâmica dos atuadores. Neste trabalho serão considerados como atuadores as rodas de reação, um vez que, de acordo com (POLAT; VIRGILI-LLOP; ROMANO, 2016), estes atuadores são um dos mais utilizados para controlar a atitude do CubeSats e podem atingir uma acurácia maior do que outros atuadores comumente utilizados, como os *magnetorquers*. Note que os *magnetorquers* ainda podem ser utilizados como atuadores da malha controle responsável por manter a velocidade das rodas de reação longe do seu limite de operação.

A modelagem do sistema será dividida em três partes: o modelo cinemático, que define a evolução no tempo da orientação do sistema dada uma função do tempo que define a velocidade angular; o modelo dinâmico, que relaciona torques externos e torques provenientes das rodas de reação à variação no tempo do momento angular do satélite e dos momentos angulares das rodas de reação; e o modelo do motor elétrico que captura a transformação eletromecânica de energia que permite que sejam aplicados torques às rodas de reação.

O sistema de controle de atitude não é constituído apenas de sensores, atuadores e um computador digital que implementa a estratégia de controle. Além destes, há outros componentes do satélite que interagem com o sistema de controle de atitude e podem influenciar seu desempenho, como o subsistema de armazenamento de energia, constituído pelas baterias que alimentam o satélite, o subsistema de gerenciamento dos painéis solares, responsável por controlar a potência de saída dos painéis, e as interfaces de potência, constituídas principalmente de conversores estáticos, cujo objetivo é atender os requisitos de tensão e corrente dos diferentes componentes do satélite, dadas as características elétricas da bateria. Estes subsistemas interagem com o sistema de controle através da potência fornecida pelos atuadores, isto é, só é possível que o atuador esteja submetido a uma determinada condição de corrente e tensão, e conseqüentemente produzir um determinado torque, se houver energia disponível para tal. Esta condição depende da potência fornecida pelos painéis solares, da energia armazenada na bateria e do desempenho dos conversores, logo o torque máximo que pode ser fornecido pelas rodas de reação é função do estado de operação dos componentes que gerenciam o fornecimento de potência para o sistema. Enfatiza-se também que a quantidade de energia que pode ser alocada para a tarefa de controle de atitude não depende apenas da energia disponível, mas também da política de alocação de tarefas do satélite, que pode levar em conta aspectos energéticos. Por exemplo, ainda que haja energia disponível para realizar uma manobra, em

termo de orientação, existe a possibilidade de que uma tarefa de comunicação seja mais crítica para a missão e portanto a energia disponível deve ser alocada para a tarefa mais crítica, possivelmente impedindo o funcionamento apropriado do sistema de controle.

A interferência de outros subsistemas na operação do sistema de controle de atitude, entretanto, não será considerada. Assume-se que há energia disponível para realizar a estabilização da orientação do satélite em torno de uma referência e que não há nenhuma oscilação nas tensões aplicada aos terminais dos motores. Embora essa seja uma premissa que parece, inicialmente, pouco realista, o emprego de uma política de alocação de recursos energéticos para as diferentes tarefas que devem ser realizadas pelo satélite pode garantir uma condição em que essa premissa é válida.

2.4.1 Modelo cinemático da representação de atitude

O principal resultado referente à cinemática de uma representação de atitude é a uma expressão para a derivada em relação ao tempo dos parâmetros da representação. Neste caso deseja-se encontrar uma expressão para a derivada em relação ao tempo de um quatérnion que representa rotações em três dimensões. A derivada em relação ao tempo de um quatérnion segue a definição tradicional de derivada, dada pela equação (21), logo resta definir o termo $q(t + dt)$ de forma apropriada para que se possa encontrar a expressão desejada.

$$\dot{q} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{q(t + dt) - q(t)}{dt} \quad (21)$$

A dedução do termo $q(t + dt)$ tem como ponto de partida a parametrização pelo tempo da definição proposta para um quatérnion que representa uma rotação, dada pela equação (16). Com tal parametrização, a equação (16) pode ser reescrita na forma da equação (22), onde $\mathbf{x}' = R_{\alpha} \mathbf{x}$, sendo \mathbf{x} um vetor constante.

$$\mathbf{x}'(t) = q(t) \mathbf{x} q(t)^* \quad (22)$$

Neste formato, o termo $q(t + dt)$ pode ser associado ao vetor rotacionado \mathbf{x}' no instante $t + dt$ por uma simples substituição de variáveis dada por $t \rightarrow t + dt$. O resultado desta operação é dado pela equação (23).

$$\mathbf{x}'(t + dt) = q(t + dt) \mathbf{x} q(t + dt)^* \quad (23)$$

Intuitivamente, o vetor $\mathbf{x}'(t + dt)$ é o resultado de uma operação de rotação sobre o vetor $\mathbf{x}'(t)$. O quatérnion que parametriza essa rotação adicional é definido como δq . Dessa maneira, reescreve-se a equação (23) no formato apresentado pela equação (24).

$$\mathbf{x}'(t + dt) = \delta q(q(t)\mathbf{x}q(t)^*)\delta q^* \quad (24)$$

Comparando as equações (24) e (23), pode-se definir o termo $q(t + dt)$ utilizando a equação (25).

$$q(t + dt) = \delta q q(t) \quad (25)$$

O quatérnion δq representa uma rotação infinitesimal por ângulo $d\alpha$ em torno do eixo de rotação \mathbf{n} . Assumindo que esta rotação se dá com uma velocidade angular $\boldsymbol{\omega}(t)$ pode se escrever a expressão $d\alpha = \|\boldsymbol{\omega}(t)\| dt$, uma vez que o vetor que representa a velocidade angular é, por definição, um vetor cuja direção é a mesma do eixo de rotação. Logo, utilizando a definição do quatérnion que representa uma rotação, dada pela equação (17), pode se utilizar a equação (26) para descrever o quatérnion δq , sendo o vetor unitário na direção da velocidade angular, $\hat{\boldsymbol{\omega}}$, igual ao vetor unitário na direção do eixo de rotação.

$$\delta q = \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{\omega}(t)\| dt}{2}\right) + \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{\omega}(t)\| dt}{2}\right) \quad (26)$$

As equações (26) e (25) podem ser utilizadas para reescrever a equação (21), chegando à equação (27).

$$\dot{q} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{q(t + dt) - q(t)}{dt} = \frac{1}{dt} \left(\cos\left(\frac{\|\boldsymbol{\omega}(t)\| dt}{2}\right) + \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{\omega}(t)\| dt}{2}\right) - 1 \right) q(t) \quad (27)$$

A solução do limite descrito pela equação (27) pode ser obtida utilizando identidades trigonométricas, levando à equação (28), que descreve a derivada em relação ao tempo de um quatérnion que parametriza uma rotação, mais precisamente, que define a evolução temporal da atitude de um corpo rígido em função da velocidade angular do mesmo.

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \boldsymbol{\omega} \quad (28)$$

2.4.2 Modelo Dinâmico da Orientação do Cubesat

O objetivo do modelo dinâmico do Cubesat é relacionar a variação o momento angular da estrutura do satélite, a variação do momento angular das rodas de reação e os torques externos que podem ser aplicados ao satélite, neste caso, considerados perturbações.

Ao longo da dedução do modelo dinâmico, as grandezas vetoriais relevantes serão expressadas em diferentes sistemas de coordenadas, portanto é importante que a notação utilizada seja bem definida. Define-se então:

- $\mathbf{v}_{(\cdot)}^A$: um vetor avaliado no sistema de referência A

- $\dot{\mathbf{v}}_{(\cdot)}^A$: derivada em relação ao tempo de um vetor avaliado no sistema de referência A
- $\boldsymbol{\omega}_{(A/B)}$: velocidade angular do sistema de referência A em relação ao sistema de referência B .
- $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(A/B)}^C$: derivada no tempo da velocidade angular do sistema de referência A em relação ao sistema de referência B avaliada no sistema de referência C .
- $J_{(\cdot)}^A$: tensor de inércia avaliado no sistema de referência A .

O sistema de coordenadas inercial centrado na Terra será descrito pela letra E , o sistema de coordenadas atrelado ao corpo do satélite será descrito pela letra F e os sistemas de coordenadas atrelado à i -ésima roda de reação é descrito por R_i .

A relação entre a variação do momento angular de um corpo e os torques aplicados ao mesmo é capturada pela segunda lei de Newton. Uma aplicação direta da segunda lei de Newton levaria à equação (29). Nesta equação o tensor de inércia do corpo varia no tempo, uma vez que, em geral, para um corpo rígido em movimento rotacional, a distribuição de massa do corpo em relação aos eixos do sistema de referência inercial varia no tempo, logo esta representação é excessivamente complexa para o projeto de uma lei de controle. Uma representação alternativa para o problema pode ser obtida através do teorema do Transporte.

$$\dot{H}^E = J^E \boldsymbol{\omega}_{F/E} + J^E \dot{\boldsymbol{\omega}}_{F/E}^E = \mathbf{T} \quad (29)$$

De acordo com (BARUH, 1999), o teorema do Transporte relaciona a derivada em relação ao tempo de grandezas vetoriais em diferentes sistemas de referência, considerando explicitamente o caso em que um sistema de referência possui uma velocidade angular não nula em relação ao outro. Matematicamente o teorema do Transporte é descrito pela equação (30), onde $\dot{\mathbf{V}}^O$ é a derivada em relação ao tempo de um vetor arbitrário \mathbf{V} avaliada no sistema de coordenadas O , $\dot{\mathbf{V}}^B$ é a derivada em relação ao tempo de um vetor arbitrário \mathbf{V} avaliada no sistema de coordenadas B , cuja velocidade angular em relação ao sistema de coordenadas O é $\boldsymbol{\omega}_{B/O}$.

$$\dot{\mathbf{V}}^O = \dot{\mathbf{V}}^B + \boldsymbol{\omega}_{B/O} \times \mathbf{V} \quad (30)$$

Dado que o tensor de inércia de um corpo rígido quando avaliado no sistema de referência do corpo não varia no tempo, pode-se concluir que a derivada no tempo do momento angular avaliada no sistema de referência do corpo depende de um tensor de inércia constante. Sendo assim, aplicando o teorema do Transporte à equação (29) pode-se obter uma expressão válida da segunda lei de Newton sem um tensor de inércia que varia no tempo. Note que este é um passo necessário para uma modelagem correta do problema porque a segunda lei de Newton só é válida em sistemas de referência inerciais, portanto é preciso, de fato, expressar a derivada no tempo do

momento angular no sistema de referência inercial em função de grandezas definidas no sistema de referência atrelado ao corpo para se obter uma expressão válida na qual o tensor de inércia é constante.

Para deduzir as equações de movimento do Cubesat utilizando o teorema do transporte e a segunda lei de Newton, primeiramente define-se o momento angular total do satélite como a soma dos momentos angulares da estrutura do satélite e dos rotores das rodas de reação, como na equação (31), na qual se considera que a velocidade angular total de uma roda de reação em relação ao sistema de referência inercial é a soma da velocidade angular da estrutura do satélite em relação ao sistema de referência inercial com a velocidade angular da roda de reação em relação à estrutura do satélite.

$$\mathbf{H}_S^E = \mathbf{H}_f^E + \sum_{i=1}^3 \mathbf{H}_{r_i}^E = \left(\mathbf{J}_f^E + \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^E \right) \boldsymbol{\omega}_{F/E}^E + \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^E \boldsymbol{\omega}_{R_i/F}^E \quad (31)$$

Aplicando o teorema do Transporte para se obter a derivada em relação ao tempo do momento angular total descrito na equação (31) e assumindo que os eixos de rotação das rodas de reação estão alinhados com os eixos principais da estrutura do satélite, obtém-se a equação dinâmica (32).

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_S^E = & \left(\mathbf{J}_f^F + \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^F \right) \dot{\boldsymbol{\omega}}_{F/E}^F + \boldsymbol{\omega}_{F/E}^F \times \left(\mathbf{J}_f^F + \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^F \right) \boldsymbol{\omega}_{F/E}^F + \\ & \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^f \dot{\boldsymbol{\omega}}_{R_i/F}^F + \boldsymbol{\omega}_{F/E}^F \times \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^F \boldsymbol{\omega}_{R_i/F}^F = \mathbf{T} \end{aligned} \quad (32)$$

Com a equação dinâmica definida, algumas simplificações notacionais podem ser realizadas, essas definidas pelas equações de (33) à (37)

$$\left(\mathbf{J}_f^F + \sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^F \right) = \mathbf{J}_S \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{F/E} = \boldsymbol{\omega}_S \quad (34)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{F/E}^F = \dot{\boldsymbol{\omega}}_S \quad (35)$$

$$\sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^f \boldsymbol{\omega}_{R_i/F}^F = \mathbf{J}_r \boldsymbol{\omega}_r \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^3 \mathbf{J}_{r_i}^f \dot{\boldsymbol{\omega}}_{R_i/F}^F = \mathbf{T}_r \quad (37)$$

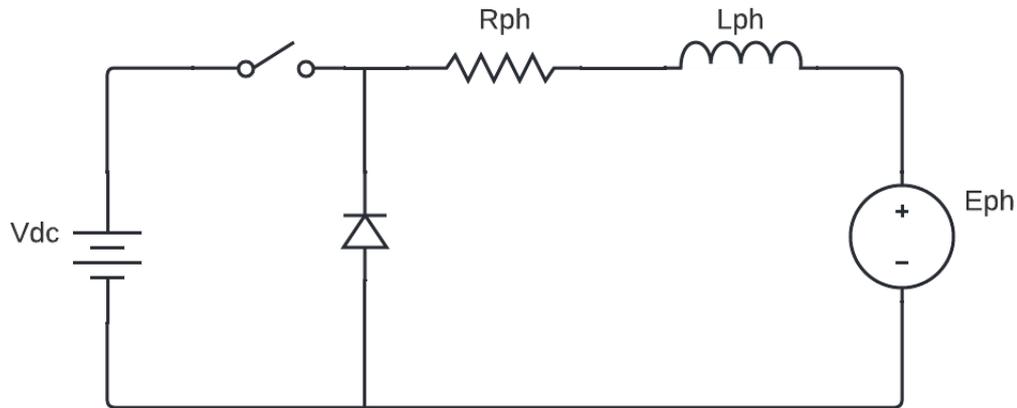


Figura 12 – Circuito equivalente do motor BLDC entre dois instantes de comutação

A forma final da equação de dinâmica é dada pela equação (38), finalizando a dedução.

$$J_S \dot{\omega}_S = T - T_r + (J_S \omega_S + J_r \omega_r) \times \omega_S \quad (38)$$

Sendo a dinâmica das rodas de reação dada pela equação (39).

$$J_r \dot{\omega}_r = T_r \quad (39)$$

2.4.3 Modelo do Motor BLDC

Os motores utilizados no projeto das rodas de reação em (GOMES; RICARDO, 2016) são motores de corrente contínua sem escovas, conhecidos como BLDC. A estratégia de modelagem deste tipo de motor depende do esquema de controle do inversor. Em um esquema comumente utilizado, descrito em (XIA, 2012), apenas duas das três fases do inversor de frequência conduzem corrente simultaneamente, de forma que, entre dois instantes de comutação, o circuito equivalente do motor é aquele descrito na figura 12, na qual R_{ph} é a resistência entre fases, L_{ph} é a indutância entre fases, V_{dc} é a tensão contínua na entrada do motor e E_{ph} é a força contra-eletromotriz do motor entre fases. Neste modelo são desconsideradas as perdas no núcleo do motor, as perdas nas chaves do inversor e assume-se que a força contra-eletromotriz tem um formato de onda trapezoidal. A chave apresentada no circuito abre e fecha em alta frequência, frequência esta chamada de frequência de chaveamento, para regular a tensão na entrada do conversor, enquanto o diodo provém um caminho para circulação da corrente quando a chave está aberta. A razão entre a parcela do período de chaveamento na qual a chave está fechada e o período de chaveamento em si é chamada de razão cíclica, denotada pelo símbolo D .

Por inspeção do circuito da figura 12 pode-se perceber que sua topologia é igual à de um conversor *buck*, logo a relação entre a tensão média nos terminais do motor, a razão cíclica e a tensão na entrada do conversor é dada pela equação (40), de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001). Note que a razão cíclica assume valores entre -1 e 1 , sendo que os valores negativos representam a inversão da polaridade da tensão nos terminais do motor com o intuito de inverter o sentido da rotação.

$$V = DV_{dc} \quad (40)$$

Partindo da equação (40), deseja-se estabelecer a equação diferencial que descreve a dinâmica do circuito equivalente. O único elemento armazenador de energia no circuito é o indutor, portanto a dedução da equação diferencial parte da definição da tensão entre os terminais de um indutor, apresentada na equação (41).

$$V_L = L\dot{i} \quad (41)$$

Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff no circuito da figura 12, chega-se na equação (42). Rearranjando os termos, pode-se colocar a equação na forma de uma equação de estado, descrita pela equação (43).

$$DV_{dc} = R_{ph}i + L_{ph}\dot{i} + E_{ph} \quad (42)$$

$$\dot{i} = \frac{DV_{dc} - R_{ph}i + E_{ph}}{L_{ph}} \quad (43)$$

Resta, ainda, acoplar a equação elétrica do motor com a sua equação mecânica, apresentada na equação (44), onde ω é velocidade angular do motor, T é o torque aplicado ao eixo do motor e J é a inércia da carga no eixo do motor. Esta equação desconsidera perdas mecânicas. Para o problema de controle, desconsiderar as perdas mecânicas não é necessariamente um problema, uma vez que o controlador tem como dever, além da estabilização, rejeitar perturbações externas, como um perturbação capturada pelo torque proveniente das perdas mecânicas.

$$\dot{\omega} = \frac{T}{J} \quad (44)$$

Duas relações fundamentais são necessárias para realizar o acoplamento entre as equações mecânica e elétrica, como descrito em (HANSELMAN, 1994). Uma delas relaciona o torque eletromagnético aplicado ao eixo do motor com a corrente que flui pelos enrolamentos do mesmo, apresentada na equação (45), e a outra relaciona o valor de pico da força contra-eletromotriz com a velocidade angular do rotor, apresentada na equação (46). As constantes k_T e k_e são, em geral, fornecidas pelo fabricante do motor.

$$T = k_T I \quad (45)$$

$$E_{ph} = k_e \omega \quad (46)$$

A função de transferência do modelo do motor, tendo como entrada a razão cíclica e como saída a velocidade angular, pode ser obtida substituindo a equação (46) na equação (43) e utilizando a equação (45) em conjunto com a equação (44) para substituir a corrente na equação (43) pela velocidade angular. Esta função de transferência é apresentada na equação (47).

$$\frac{\omega}{D} = \frac{k_T V_{dc}}{s^2 J L_{ph} + s J R_{ph} + k_e K_T} \quad (47)$$

Embora a equação (47) seja útil para a análise da dinâmica do sistema do motor, ainda é necessário estabelecer uma relação entre o torque produzido pelo motor e a razão cíclica, de forma que os comandos de torque produzidos pelo controlador de atitude possam ser traduzidos em comandos de razão cíclica que podem ser efetivamente utilizados para controlar o torque sob o qual as rodas de reação serão submetidas.

Analisando a resposta natural da equação elétrica do motor BLDC, dada pela equação (43), ou seja, quando $D = 0$ e $E_{ph} = 0$, pode-se chegar a uma solução para equação diferencial dada pela equação (48), cuja constante de tempo é a razão entre a indutância entre fases e a resistência entre fases do motor. Para o motor utilizado no projeto das rodas de reação em (GOMES; RICARDO, 2016), $L_{ph} = 26\mu H$ e $R_{ph} = 16\Omega$, portanto a constante de tempo do sistema assume o valor numérico de $1,625\mu s$, o que significa que a resposta ao degrau deste sistema atinge mais de 99% do seu valor em regime permanente após $8,125\mu s$, um valor muito menor do que o período de amostragem do sistema, este da ordem de milissegundos.

$$I(t) = I(t=0) e^{-\frac{R_{ph}}{L_{ph}} t} \quad (48)$$

Além da constante de tempo da equação elétrica do motor, é necessário avaliar a taxa na qual a força contra-eletromotriz nos enrolamentos do motor aumenta em função da corrente que flui pelos enrolamentos. Utilizando as equações (46), (45) e (44) pode-se chegar a equação (49) que descreve a relação em questão. Considerando os valores numéricos dados no projeto apresentado em (GOMES; RICARDO, 2016), $k_t = 9 \times 10^{-4} Nm/A$, $k_e = 9 \times 10^{-4} V.s/rad$, $J = 5,87 \times 10^{-7} kg.m^2$ e $I_{max} = 0,25A$, têm-se que a taxa máxima de variação da força contra-eletromotriz nos terminais do motor é de $3,45 \times 10^{-4} V/ms$. Considerando um limite superior para o período de amostragem de $10ms$, têm-se que a variação máxima da força contra-eletromotriz em um período de amostragem é de $3,45 \times 10^{-3} V$, o que corresponde a uma perturbação

na corrente elétrica, em relação ao seu valor em equilíbrio, de $-2,16 \times 10^{-4} A$, o que corresponde à cerca de 0,001% da corrente máxima do motor. Este valor pode ser deduzido através da avaliação da derivada da corrente em equilíbrio em relação à força contra-eletromotriz multiplicada pela variação máxima da força contra-eletromotriz.

$$E_{ph} = \frac{k_t k_e I}{J} \quad (49)$$

Dada a constante de tempo de baixa magnitude da dinâmica elétrica do motor e a pequena proporção da perturbação gerada pela variação da força contra-eletromotriz em um período de amostragem, pode-se considerar que a resposta do circuito elétrico do motor, em termos da corrente que flui pelos seus enrolamentos, a um degrau de tensão é instantânea, logo, para fins de controle, é suficiente analisar a equação elétrica do motor em uma condição de equilíbrio, ou seja, quando $\dot{I} = 0$. Neste cenário, a corrente elétrica que flui pelos enrolamentos do motor em equilíbrio pode ser aproximada pela equação (50), onde t_k é um instante de tempo que define o início de um intervalo de tempo no qual a razão cíclica permanece constante.

$$I(t = t_k) = \frac{DV_{dc} - E_{ph}(t = t_k)}{R_{ph}} \quad (50)$$

Neste cenário, utilizando a equação (45) e realizando as manipulações algébricas necessárias, pode-se definir a equação (51), que relaciona um comando de torque com um comando de razão cíclica, sendo $E_{ph}(t = t_k)$ a força contra-eletromotriz estimada utilizando a equação (46) e uma medida de velocidade angular do motor no instante t_k .

$$D_c(t = t_k) = \frac{R_{ph} k_t^{-1} T_c + E_{ph}(t = t_k)}{V_{dc}} \quad (51)$$

2.5 CONTROLE E ESTABILIDADE DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-LINEARES

A teoria de controle de sistemas dinâmicos lineares provém um conjunto de ferramentas poderosas para a análise e projeto de sistemas controle (SLOTINE, J.; LI, 1991). Porém uma hipótese fundamental dessa teoria é que a dinâmica dos sistemas sob análise é linear, isto é, respeita o princípio da superposição, logo os métodos matemáticos que a compõe se tornam inválidos quando o sistema dinâmico é descrito por equações diferenciais ordinárias não lineares. Para lidar com as particularidades dos sistemas dinâmicos não-lineares, no contexto do projeto de controladores, foi desenvolvida a teoria de controle não-linear.

Um sistema dinâmico contínuo e não linear pode ser descrito, em geral, pela equação (52), onde \mathbf{x} é o vetor de estados do sistema, \mathbf{u} é o vetor de entradas do sistema e \mathbf{f} é um campo vetorial que define a evolução no tempo do vetor de estados.

O projeto de um controlador se resume, então, a escolha de uma função $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ que mapeia o estado de um sistema a um vetor de entradas. Quando todos os componentes de \mathbf{x} podem ser medidos, a função $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ representa uma forma de calcular um conjunto de comandos de atuação utilizando as medidas de um conjunto de sensores e um conjunto de sinais exógenos, representados por \mathbf{w} . Parte da teoria de controle envolve a definição de procedimentos para que se construa, de forma sistemática, uma função $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$, definindo um controlador, que faz com que o sistema dinâmico em malha fechada atenda a um conjunto de requisitos.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (52)$$

A teoria de controle define uma série de propriedades e procedimentos para analisar um sistema em malha fechada, isto é, um sistema dinâmico munido de um controlador dado pela função $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$. Dentre as propriedades de interesse no projeto dos controladores, há uma que se destaca: a estabilidade.

Ao inspecionar a dinâmica de um sistema em malha fechada, percebe-se que a condição descrita pela solução da equação (53) representa um ponto ou conjunto de pontos no espaço de estados nos quais a derivada em relação ao tempo do vetor de estados se anula. Estes pontos são chamados de pontos de equilíbrio. Note que, pela definição dos pontos de equilíbrio, se em algum momento o sistema se encontra em um desses pontos o mesmo permanecerá no ponto de equilíbrio durante toda a sua operação. Um sistema pode ser descrito como estável se dado uma condição inicial que se encontra em uma vizinhança de um ponto de equilíbrio, o vetor de estados do sistema permanece nessa vizinhança durante toda a operação do mesmo.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{w})) = \mathbf{0} \quad (53)$$

O estudo da estabilidade de sistemas dinâmicos se baseia na teoria da estabilidade de Lyapunov, que define dois métodos para analisar a estabilidade de um sistema (SLOTINE, J.; LI, 1991). O primeiro método consiste em analisar a estabilidade do sistema em uma vizinhança de um ponto de equilíbrio utilizando uma aproximação de primeira ordem, isto é, uma linearização, das equações que regem a dinâmica de um sistema. Este método não será descrito em detalhes, pois não será utilizado neste trabalho.

O segundo método, o método direto, consiste em analisar a estabilidade de um sistema através das propriedades de uma função escalar cujo argumento é o vetor de estados. Esta função é chamada de função de Lyapunov e possui algumas características específicas. Uma função de Lyapunov é estritamente positiva em todo o espaço de estados exceto em um ponto, no qual tanto o vetor de estados quanto a sua derivada em relação ao tempo são nulos. Neste ponto a função de Lyapunov

também é nula. A outra característica que define uma função de Lyapunov é que sua derivada em relação ao tempo assume apenas valores negativos ou nulos.

Formalmente, o teorema da estabilidade de Lyapunov enuncia que se em uma bola aberta no espaço de estados de raio R e centrada em $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ existir uma função escalar $V(\mathbf{x})$ com as seguintes características:

- as derivadas parciais de $V(\mathbf{x})$ são contínuas
- $V(\mathbf{x} = \mathbf{0}) = 0$
- $V(\mathbf{x})$ assume valores apenas positivos quando \mathbf{x} pertence à bola aberta, exceto quando $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
- $\dot{V}(\mathbf{x})$, a derivada em relação ao tempo da função $V(\mathbf{x})$, assume apenas valores negativos ou nulos quando \mathbf{x} pertence à bola aberta, exceto quando $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Então, se \mathbf{x} for um ponto de equilíbrio do sistema sobre análise, o sistema é estável na região definida pela bola aberta e $V(\mathbf{x})$ é uma função de Lyapunov. Se essas características se mantiverem em todo o espaço de estados, qualifica-se o sistema como globalmente estável. Quando a derivada em relação ao tempo da função de Lyapunov assume valores negativos para todos os valores de \mathbf{x} pertencentes à bola aberta, exceto quando $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, ponto no qual $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$, qualifica-se o sistema como assintoticamente estável, isto é, para qualquer condição inicial o estado do sistema dinâmico se aproxima assintoticamente do ponto de equilíbrio conforme o tempo evolui.

Em geral, no projeto de sistemas de controle deseja-se analisar não a estabilidade do sistema dinâmico a ser controlado, mas sim a estabilidade da dinâmica do erro de rastreamento, uma vez que, caso esta dinâmica seja assintoticamente estável, concluí-se que o erro de rastreamento de uma trajetória se aproxima assintoticamente de zero conforme o tempo evolui.

O projeto de controladores para sistemas não-lineares consiste, então, na escolha de uma função $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ que garanta a estabilidade do erro de rastreamento bem como atenda a um conjunto de requisitos de desempenho.

2.6 SISTEMAS CIBER-FÍSICOS E DEADLINES

Sistemas ciber-físicos são sistemas que envolvem a interação entre sistemas computacionais e processos físicos (LEE, E., 2006), incluindo sistemas de controle implementados com auxílio de computadores digitais.

Para tarefas de controle, o comportamento do sistema é julgado como correto não só pelo resultado de uma computação, mas também pelo tempo despendido para sua execução, caracterizando-os como sistemas de tempo real (KOPETZ, 2011). Esta característica é derivada do fato de que a estabilidade de um sistema de controle e seu desempenho são influenciados pelo atraso temporal entre o instante em que um

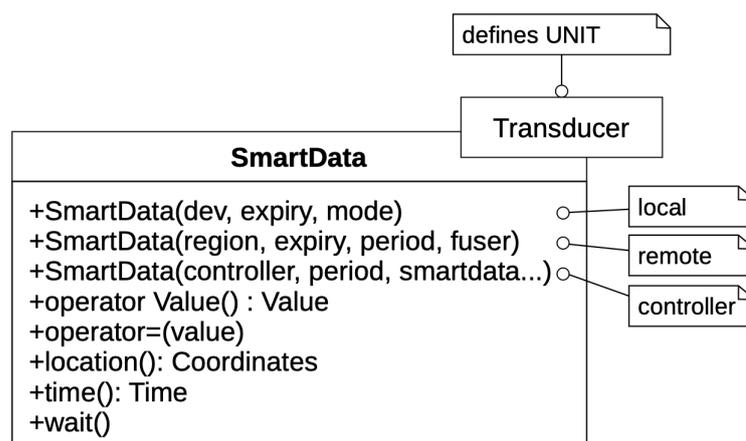


Figura 13 – Interface para SmartData (FRÖHLICH, Antônio A, 2018)

sensor é amostrado e o instante em que um comando de atuação é produzido. Como os comandos de atuação são calculados a partir das amostras dos sinais dos sensores, este atraso temporal é, em geral, uma consequência do tempo necessário para realizar este cálculo.

Dessa maneira, para que um sistema de controle atenda a um conjunto de requisitos de estabilidade e desempenho, é necessário que o atraso introduzido pelo sistema computacional, utilizado para determinar os comandos de atuação, seja sempre menor ou igual a um determinado valor. A partir deste parâmetro de atraso máximo, pode-se definir uma meta temporal, conhecida como *deadline*, que determina o limite superior para o tempo de conclusão da execução de uma tarefa em um sistema computacional.

2.7 SMARTDATA

O conceito de SmartData, apresentado em (FRÖHLICH, Antônio A, 2018) e discutido em (FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, 2018), se refere a uma *Application Programming Interface (API)*, apresentada na figura 13, cujo objetivo é representar as características temporais, espaciais e de segurança cibernética de sistemas ciberfísicos em termos dos dados que estes sistemas produzem e consomem ao invés das tarefas que executam, compondo uma representação centrada em dados para este tipo de sistema.

Uma implementação de SmartData depende de um sistema de suporte à execução responsável por mediar o consumo de serviços fornecidos por um sistema operacional, como comunicação, escalonamento, sincronização e interação com dispositivos periféricos. A forma como estes serviços são utilizados é deduzida dos requisitos impostos sobre os dados que são produzidos e consumidos pelo sistema, abstraídos como SmartData.

A interface para SmartData define construtores diferentes com o intuito de representar entidades cuja abstração se baseia em diferentes conjuntos de metadados.

Estas entidades são fontes de dados locais, proxies para fontes de dados remotas ou controladores.

Um tipo `Transducer` é utilizado para associar um `SmartData` a um sensor ou atuador, sendo que este tipo é responsável por definir uma constante chamada `UNIT`, que corresponde a uma unidade do sistema internacional de unidades (SI) associada à grandeza física do sinal medido por um sensor ou do sinal produzido por um atuador. Quando um dado não está associado a uma unidade SI, como é o caso de um quatérnio que representa a orientação de um corpo, define-se `UNIT` como um dado digital.

Todas as entidades abstraídas como `SmartData` também carregam informação sobre a posição no espaço em que o dado foi produzido, utilizando três coordenadas; um número inteiro utilizado para diferenciar transdutores que geram dados com a mesma unidade SI em uma mesma posição do espaço, denominado `dev` na interface; o instante de tempo no qual o dado foi produzido; e um valor que expressa o último instante de tempo no qual o dado pode ser utilizado sem comprometer a funcionalidade do sistema, denotado `Expiry`. O `Expiry` é um conceito que expressa a mesma ideia de um *deadline*, mas enfatizando as características temporais do dado em si e não de uma tarefa a ser realizada, assim desacoplando os requisitos temporais, essencialmente associados aos dados, do tempo de execução exigido para uma tarefa específica, logo pode ser utilizado para propósitos além do escalonamento de tarefas, como demonstrado em (FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, 2018), trabalho no qual os autores utilizando o conceito de `Expiry` para construir uma estratégia de roteamento de pacotes em redes de sensores sem fio.

Existem três modos de operação possíveis para um `SmartData` que representa uma fonte de dados local: *private*, *advertised* e *commanded*. O modo de operação é representado pelo parâmetro `mode` no construtor. No modo *private* o `SmartData` não pode ser consumido através da rede de comunicação. No modo *advertised* o `SmartData` pode ser consumido através da rede de comunicação, porém seu valor não pode ser alterado. No modo *commanded* o `SmartData` pode ser consumido através da rede de comunicação e pode ter seu valor alterado por outro `SmartData`.

Um `SmartData` que representa um proxy para uma fonte de dados remota carrega informação sobre uma região espaço-temporal de interesse, definida por um raio de interesse centrado em um ponto e um intervalo de tempo, um período de atualização e uma operação denominada fusor. Quando um `SmartData` deste tipo é instanciado, todos os `SmartDatas` dentro da região de interesse com unidades correspondentes ao `Transducer` do `SmartData` remoto passam a enviar dados, durante todo o intervalo de tempo definido pela parcela temporal da região espaço-temporal de interesse, para este `SmartData`, através da rede de comunicação, a uma taxa definida pelo período do `SmartData` remoto. Quando o período é nulo define-se uma operação *event-driven*.

Há duas alternativas para lidar com a situação em que há múltiplos SmartDatas dentro da região de interesse. Pode-se utilizar a operação `fuser` para agregar os valores dos múltiplos SmartDatas em um único valor ou é possível não fornecer o fusor e permitir que uma implementação específica da interface defina uma maneira de lidar com os valores dos múltiplos SmartDatas.

A forma como o valor de um SmartData é atualizado depende tanto da definição do seu período como da natureza de operação do transdutor associado ao SmartData. Quando o período é diferente de zero, o valor do SmartData é atualizado periodicamente seguindo o período especificado. Neste caso, se o transdutor opera via *polling*, uma tarefa periódica é criada para interagir periodicamente com o transdutor e realizar a atualização do valor do SmartData. Caso o transdutor opere via interrupções, a atualização periódica do valor do SmartData é realizada quando ocorrem as interrupções periódicas realizadas pelo transdutor. Quando o período é igual à zero, o valor é atualizado quando um evento é detectado. Neste caso, se o transdutor opera via *polling*, o valor do SmartData é atualizado sempre que outro SmartData deseja consultar este valor. Caso o transdutor opere via interrupções o valor do SmartData só é atualizado quando um evento é detectado pelo transdutor.

Controladores representados como SmartData recebem como parâmetros um conjunto de SmartDatas locais e remotos, uma função que implementa a estratégia de controle, denominada `controller`, e um período que define o intervalo de tempo entre duas chamadas da função `controller`. Quando o período é igual à zero, a chamada à função `controller` ocorre quando um evento é detectado, sendo que este evento é definido por cada implementação específica da interface.

O uso do conceito de SmartData, como uma API, em sistemas embarcados depende de uma implementação cuja responsabilidade é mapear as características dos dados, expressadas em termos de SmartData, aos recursos que devem ser fornecidos pelo sistema operacional no instante em que um SmartData é instanciado, e gerenciar estes recursos ao longo da operação do sistema. Uma descrição detalhada de como realizar este mapeamento é apresentada em (FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, 2018).

As entidades abstraídas através do conceito de SmartData representam todos os componentes necessários para a implementação de um sistema de controle através de uma abstração centrada em dados. Este esquema de representação e implementação de sistemas ciber-físicos será utilizado para realizar a estratégia de controle de atitude proposta.

2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção foram apresentados os principais conceitos associados ao projeto de sistemas de controle de atitude.

Foram apresentados os conceitos de orientação e suas diversas representações matemáticas, incluindo as vantagens e desvantagens de cada representação. Além disso, discutiu-se brevemente o problema de determinação de atitude o qual, embora esteja fora do escopo deste trabalho, é vital para a realização da estratégia de controle.

Uma vez que o projeto de leis de controle se pautam, em geral, no conhecimento de um modelo matemático que aproxima a dinâmica real do sistema a ser controlado, foram deduzidas as equações diferenciais que regem a evolução no tempo da orientação e da velocidade angular de um corpo rígido no espaço livre. Além disso, foram apresentadas também as equações que descrevem a dinâmica dos atuadores que serão utilizados para controlar a orientação do satélite, as rodas de reação.

Por fim, apresenta-se o conceito de SmartData, a abstração fundamental que será utilizada para a construção de uma especificação centrada em dados da implementação do software que realiza a estratégia de controle.

Em conjunto, todos estes conceitos fundamentam o projeto da estratégia de controle e a especificação da sua implementação em software, ambos realizados nas seções subsequentes.

3 REVISÃO DA LITERATURA

O problema de controle de atitude de CubeSats já foi exaustivamente estudado e na literatura encontra-se diferentes estratégias para a solução deste problema.

Em (REYNOLDS *et al.*, 2021), os autores utilizam um algoritmo de otimização convexa para resolver um problema de controle ótimo cujo objetivo é minimizar o consumo de energia dos atuadores sob as restrições de que a atitude final do satélite seja a atitude desejada, a velocidade angular final do satélite seja nula e de que os limites de torque e velocidade dos atuadores, neste caso rodas de reação, sejam respeitados. Para que o problema de otimização seja convexo, a dinâmica do sistema é linearizada em torno de um ponto de operação em cada iteração do algoritmo. Este procedimento, embora eficaz, exige grande poder computacional devido à complexidade dos algoritmos de otimização, o que pode elevar o consumo energético total do sistema. Esta solução também requer um modelo preciso do sistema dinâmico sendo controlado, uma vez que a solução do problema de otimização exige a integração numérica das equações que modelam a dinâmica do sistema, porém o efeito de incertezas no modelo sobre o desempenho da estratégia de controle não é apresentado.

No trabalho apresentado em (SUN *et al.*, 2020), os autores propõe o uso de técnicas de controle adaptativo não-linear para controlar a atitude de um CubeSat, utilizando superfícies de arrasto como atuadores. Considera-se explicitamente a incerteza sobre o torque aerodinâmico gerado pelos atuadores e a incerteza sobre os parâmetros de inércia do sistema. Os autores demonstram matematicamente que a lei de controle estabiliza o sistema, utilizando a teoria da estabilidade de Lyapunov, e apresentam resultados de simulação para validar a estratégia proposta.

Já em (SHOU, 2014) os autores utilizam propulsores como atuadores, um filtro de Kalman *Unscented* para estimar o estado do sistema, filtrando o ruído nos sinais de medida, e o efeito de perturbações aleatórias, em conjunto com um controlador H_∞ , cujo objetivo é produzir uma lei de controle que seja robusta às incertezas no modelo utilizado para projetar o controlador, bem como à perturbações. Assume-se que tanto as incertezas quanto as perturbações possuem limites superior e inferior definidos em tempo de projeto. Para validar a solução proposta, os autores apresentam resultados de simulação que demonstram a capacidade do sistema de minimizar o erro de rastreamento de uma referência.

A estratégia proposta em (OLIVEIRA *et al.*, 2013) utiliza como atuadores *magnetorquers*, barras de material magnético excitadas por bobinas que geram torque através da interação entre a indução magnética nas barras e o campo magnético da Terra. Nesta estratégia utiliza-se uma variação do filtro de Kalman *Unscented*, para filtrar os sinais de medida e estimar o estado do sistema, em conjunto com uma estratégia de controle baseada na solução de um problema de otimização, assumindo que há

apenas um conjunto finito de sinais de controle. Os autores não consideram os efeitos de incertezas no modelo sobre o desempenho do filtro de Kalman e do algoritmo de controle.

Os autores de (CARRARA *et al.*, 2014) propõe o uso de uma variação filtro de Kalman em conjunto com um controlador proporcional integral derivativo (PID) para controlar a atitude de um CubeSat. Ainda que o controlador PID seja derivado de técnicas de controle para sistemas lineares, os resultados de simulação apresentados pelos autores demonstram a capacidade do sistema de controle de estabilizar a atitude do satélite.

As particularidades da tarefa de controlar a atitude de um corpo rígido devido às propriedades matemáticas das representações de atitude são discutidas em (LOPEZ; SLOTINE, J.-J. E., 2021). Os autores apresentam uma representação do erro de rastreamento projetada especificamente para lidar com a representação de atitude por quatérnions, considerando o fato de que no espaço de quatérnions unitários, espaço este que representa as orientações possíveis de um corpo, há sempre dois elementos que representam a mesma atitude, característica essa não tratada em nenhum dos outros trabalhos mencionados até então. Sendo assim, a técnica proposta pelos autores garante que a convergência da orientação do satélite para a orientação desejada se dê sempre pelo caminho mais curto. Os autores também demonstram como esta estratégia pode ser utilizada em conjunto com técnicas de controle robusto, especificamente controle por modos deslizantes, e controle adaptativo para lidar com incertezas no modelo. É importante ressaltar que o caminho curto entre duas orientações é definido apenas do ponto de vista geométrico, logo não necessariamente é o caminho que exige menor ação de controle, isto é, que implica no menor consumo energético.

No trabalho apresentado em (ROMERO-CALVO; BIGGS; TOPPUTO, 2019) os autores descrevem um sistema de controle de atitude para um CubeSat utilizado em uma missão cujo objetivo é coletar dados referentes ao impacto de meteoroides na superfície Lunar. Este sistema utiliza como atuadores um conjunto de rodas de reação e um conjunto de propulsores, sendo que as rodas de reação são utilizadas para realizar a estabilização da orientação do satélite e os propulsores são utilizados para controlar a velocidade angular das rodas de reação, evitando a saturação das mesmas. A estratégia de controle de atitude proposta neste trabalho consiste em um controlador cujo objetivo é cancelar os efeitos das não-linearidades da dinâmica do CubeSat fazendo com que o sistema em malha fechada seja linear. Por outro lado, o controlador dos propulsores, cujo objetivo é rastrear um comando de torque, se baseia na solução de um problema de otimização. Assume-se que os atuadores só podem operar em dois modos, ligado e desligado, assim, define-se um problema de otimização cujo o objetivo é selecionar os propulsores que devem ser acionados e os que devem se manter desligados para minimizar a diferença entre o torque produzido pelo conjunto

de propulsores e o torque de comando. Embora a estratégia de controle proposta exija um modelo de alta acurácia, os autores não avaliam os efeitos de incertezas no modelo sobre o desempenho da estratégia de controle proposta.

Uma estratégia de controle para lidar com restrições de orientação de um CubeSat é descrita em (LIGHTSEY; KJELLBERG, 2013). Dado um conjunto de requisitos para uma missão que implicam em restrições de orientação, possivelmente associados às condições de operação aceitáveis para os instrumentos de medida, os autores propõe o uso de um algoritmo de busca de menor caminho em um grafo derivado da discretização da esfera unitária. Dessa maneira, uma trajetória em termos de uma sequência de rotações que mapeiam um ponto da esfera unitária a outro pode ser extraída do caminho encontrado pelo algoritmo de busca. Esta trajetória é utilizada como referência para um controlador proporcional derivativo que utiliza funções de saturação para considerar os limites de torque dos atuadores e limitar a velocidade angular do satélite. Essa estratégia apresenta uma alternativa para lidar com o problema de que a representação de atitude por quatérnions sempre implica na existência de dois quatérnions que representam a mesma orientação, como descrito em (SLOTINE, J.; LI, 1991).

Uma lei de controle proporcional-derivativo não-linear para o problema de controle de atitude é descrita em (MICHAEL *et al.*, 2013). A lei de controle proposta não utiliza um modelo do sistema dinâmico para calcular os sinais de controle, diferente da maior parte dos controladores propostos para controlar a orientação de CubeSats. Os autores apresentam uma prova da estabilidade do sistema em malha fechada utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov. A prova de estabilidade demonstra que, embora o controlador seja independente de um modelo para o CubeSat, a taxa de convergência do erro de rastreamento em direção a um valor nulo depende tanto dos ganhos do controlador como do tensor de inércia do satélite, logo a determinação do desempenho do controlador em tempo de projeto depende de uma medida precisa desta grandeza. Além disso, o método proposto considera o uso de *magnetorquers* como atuadores, logo a prova de estabilidade apresentada não se estende, necessariamente, a cenários em que atuadores que produzem torques internos, como as rodas de reação, são utilizados.

Uma análise sistemática dos limites de desempenho de sistemas de controle de atitude para CubeSats foi realizada em (GUO, Jian; HAN, 2016). Os autores propõe uma simulação do sistema de controle atitude que consiste em um modelo para as rodas de reação, um modelo para cada um dos sensores utilizados na análise e modelos para a dinâmica da orientação do satélite e para o seu movimento orbital. O sistema é avaliado em relação ao problema de apontamento para o Nadir, isto é, o sistema de controle de atitude deve rastrear uma orientação de referência em que o satélite sempre aponta para o centro da Terra, em uma órbita circular à 600km de

altitude. O controlador utilizado é um regulador linear quadrático, logo a dinâmica do sistema é linearizada em torno de um ponto de operação para que se realize a regulação da orientação do satélite. Os resultados da simulação indicam um erro absoluto de apontamento de $74,46 \text{ arcsec}$, ou $0,021^\circ$ e um desvio padrão do erro de medida de $22,40 \text{ arcsec}$ ou $0,006^\circ$. Os autores afirmam que esse nível de desempenho pode ser tomado como um limite inferior para sistemas de controle de atitude, com a tecnologia disponível no período em que o trabalho foi desenvolvido, quando se conhece com alto grau de precisão as características do sistema.

Os trabalhos descritos demonstram que há uma grande quantidade de estratégias de controle de atitude para CubeSats distintas já propostas na literatura. Algumas das estratégias tem como objetivo lidar com um conjunto de não-idealidades do sistema no tempo de projeto da estratégia de controle, como incertezas nas medidas dos sensores, no modelo utilizado no projeto e quanto a interação do satélite com o ambiente na forma de perturbações externas. O uso de controladores não-lineares é mais comum do que técnicas de controle linear, dada a complexidade matemática do problema, especialmente quando se leva em consideração as peculiaridades matemáticas das representações de atitude. O amplo uso de variações do filtro de Kalman indicam a eficácia deste método, porém há pouca menção sobre o poder computacional necessário para implementar essas estratégias, especialmente quando se trata de algoritmos que fazem uso de técnicas de integração numérica, como o filtro de Kalman *Unscented* e o filtro de Kalman por Cubatura.

Frente à revisão da literatura realizada, neste trabalho será apresentado o projeto de um sistema de controle de atitude para CubeSats que utiliza técnicas de controle já conhecidas na literatura e uma arquitetura de software geral o suficiente para que seja possível implementar os algoritmos de controle estudados na literatura seguindo uma estrutura bem definida. Em contraste com as estratégias de controle apresentadas na literatura, busca-se realizar uma análise completa do problema de controle, considerando incertezas no modelo, perturbações externas e ruído de medida simultaneamente, e propor uma estratégia de controle capaz de lidar com as não-idealidades em questão, sem exigir o conhecimento das características estatísticas do ruído de medida em tempo de projeto, e cuja implementação tem baixo custo computacional.

4 PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE

O objetivo geral do sistema de controle de atitude é rastrear uma trajetória de referência, em termos de velocidade angular e orientação em função do tempo, na presença de incertezas de modelagem, perturbações externas e ruído de medida. Note que o conceito de rastreamento é entendido como a minimização do erro, chamado erro de rastreamento, entre o estado atual do sistema e o estado desejado, sendo o estado definido em termos de velocidade angular e orientação, sinais estes medidos através do sistema de instrumentação, e o conjunto de estados desejados parametrizados pelo tempo é a chamada trajetória de referência.

Para atingir este objetivo é necessário atenuar o ruído de medida inerente ao sistema de instrumentação e determinar comandos de atuação, a partir dos sinais de medida, capazes de guiar o erro de rastreamento assintoticamente à zero.

Com o intuito de atenuar o ruído de medida, será projetado um filtro digital com uma característica passa-baixas no domínio da frequência, procurando rejeitar as componentes de alta frequência dos sinais medidos e simultaneamente evitar a distorção das componentes de baixa frequência devido à aplicação do filtro. Como será descrito nas próximas seções, a dinâmica do sistema a ser controlador possui uma característica passa-baixas e por isso é necessário preservar as componentes de baixa frequência do sinal medido, prevenir distorções causadas pelo filtro nesta faixa de frequências e rejeitar as componentes de alta frequência, uma vez componentes de alta frequência e alta magnitude não correspondem à resposta, em termos de velocidade angular e orientação, do sistema dinâmico à estímulos externos de alta frequência, dada a sua característica passa-baixas.

Já a estabilização dos estados do sistema em torno da trajetória de referência, isto é, a garantia de que o erro de rastreamento tende à zero assintoticamente, é garantida através do projeto de um controlador, ou seja, uma função matemática que determina um conjunto de comando de atuação a partir de uma medida dos estados do sistema.

Nas seções subsequentes serão apresentados o projeto do filtro digital e do controlador que serão utilizados para realizar a estratégia de controle de atitude proposta.

4.1 FILTRO DIGITAL BASEADO NA APROXIMAÇÃO DE BUTTERWORTH

A presença de ruído, isto é, flutuações aleatórias, em sinais adquiridos utilizando sensores é inevitável e proveniente de várias fontes, como o ruído térmico gerado por dispositivos eletrônico, interferência eletromagnética e a conversão analógico-digital, que produz ruído de quantização. Uma vez que os comandos de atuação são determinados a partir dos sinais de medida, através de uma lei de controle, a presença

de flutuações aleatórias no sinal de medida implica em flutuações aleatórias, possivelmente de menor magnitude, nos comandos de atuação, o que pode levar a um consumo de energia maior do que o esperado, a um comportamento oscilatório do erro de rastreamento ou até mesmo à instabilidade do sistema. Sendo assim, com o intuito de atenuar o ruído presente nos sinais de medida do sistemas de controle de atitude proposto, será projetado um filtro digital baseado na função de aproximação de Butterworth.

Ainda que o objetivo central da aplicação dos filtros seja atenuar o ruído dos sinais de medida, é necessário levar em consideração também a distorção que pode ser gerada pela aplicação do filtro. A distorção é consequência do efeito do filtro, em termos de atenuação e defasagem, não ser o mesmo para todas as componentes de frequência de um sinal, logo é necessário minimizar os efeitos de distorção em uma banda de frequência de interesse para que o sinal filtrado preserve as características do sinal original. Neste contexto, escolhe-se a aproximação de Butterworth para realizar a síntese do filtro, uma vez que esta apresenta um bom compromisso entre características de atenuação e de fase. Outras aproximações, como a aproximação de Bessel, possuem maior linearidade de fase, porém há uma limitação na sua capacidade de atingir níveis baixos de atenuação na banda de frequências de interesse. Aproximações como a de Chebyshev Inversa possuem boas características de atenuação, mas implicam em uma distorção muito severa devido à sua baixa linearidade de fase, isto é, sua capacidade de gerar uma defasagem uniforme em toda a banda de frequências de interesse. Uma comparação entre as respostas em frequência e no tempo de diferentes funções de aproximação pode ser encontrada em (FILHO, 1998).

O projeto do filtro é dividido em três etapas: determinação da largura de banda do sistema, determinação do gabarito do filtro digital e de um filtro contínuo protótipo correspondente, e determinação dos parâmetros do filtro contínuo protótipo e do filtro digital. O projeto do filtro contínuo protótipo é realizado com base no procedimento descrito em (FILHO, 1998) e a transformação do filtro contínuo para digital bem como a especificação do gabarito do filtro contínuo protótipo é feita com base em (ROWELL, 2008). Os filtros projetados nesta seção serão aplicados nos sinais de velocidade angular do satélite, de orientação do satélite e de velocidade angular das rodas de reação.

4.1.1 Determinação da Largura de Banda do Modelo Dinâmico do CubeSat

A determinação da largura de banda do sistema de controle de atitude em malha aberta é realizada baseando-se apenas na equação que rege a velocidade angular do sistema, dada pela equação (38). Isso porque a orientação do satélite pode ser vista como a integração no tempo da velocidade angular, operação esta com característica passa-baixa, logo a largura de banda do sistema em termos de orientação é,

necessariamente, menor do que a largura de banda em termos de velocidade angular.

Além disso, técnicas de análise de sistemas dinâmicos no domínio da frequência para determinação de largura de banda são tipicamente aplicadas a sistemas lineares, logo será necessário linearizar o sistema em torno do ponto de equilíbrio $\omega_s = 0$ $T_r = 0$. Embora a linearização em torno do ponto de equilíbrio não seja, em geral, representativa o suficiente para caracterizar o comportamento do sistema de forma global, baseando-se na análise realizada em (GUO, Jinsheng *et al.*, 2019) pode-se concluir que a velocidade angular do satélite esperada no instante da separação, quando o satélite deixa o veículo de lançamento e entra em órbita, é menor do que 1 rad/s portanto a linearização em torno do ponto de equilíbrio, neste caso, é representativa, uma vez que espera-se que esta seja a velocidade angular máxima para o sistema.

As equações que governam a dinâmica da velocidade angular de um corpo rígido caracterizam um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas, portanto, como apresentado em (SKOGESTAD, 2014), a forma mais apropriada de realizar esta análise é através da decomposição da matriz de transferência do sistema linearizado em termos de seus valores singulares máximos.

Os valores singulares máximos correspondem ao ganho máximo em qualquer direção das entradas do sistema. O conceito de direção das entradas é proveniente do fato de que as entradas são vetores, visto que o sistema possui múltiplas entradas. Como o ganho é medido em termos da razão entre as normas quadráticas dos sinais de entrada e de saída, a relação entre o conjunto de vetores de entrada admissíveis e o conjunto de normas destes vetores não é injetiva, e os ganhos aplicados a cada componente do vetor não são, necessariamente, iguais. Dois vetores de entrada com a mesma norma podem resultar em vetores de saída com normas diferentes, logo o ganho é dependente da direção. Ao encontrar a direção que maximiza o ganho em relação a uma única saída, com vetores de entrada que possuem a mesma norma, encontra-se, por consequência, um dos valores singulares máximos, definido como o ganho resultante do processo de maximização.

Como a matriz de transferência do sistema linearizado pode ser parametrizada pela frequência, os valores singulares máximos da matriz também são dependentes da frequência. Realiza-se, então, a determinação da largura de banda através da análise da resposta em frequência dos valores singulares máximos.

A linearização das equações de velocidade do sistema se dá pelo truncamento da expansão em série de Taylor, no segundo termo, da equação (38), desconsiderando os torques não provenientes dos motores das rodas de reação. A equação (54) apresenta a linearização em torno do ponto de equilíbrio em sua forma geral.

$$\dot{\omega}_s \approx J_s^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] \Big|_{\omega_s=0} \omega_s + \frac{\partial}{\partial \omega_r} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] \Big|_{\omega_s=0} \omega_r \right] + J_s^{-1} \frac{\partial}{\partial T_r} (-T_r) \Big|_{T_r=0} T_r \quad (54)$$

O cálculo das derivadas será realizado por etapas, de forma a tornar a dedução mais compreensível. Por conveniência os produtos vetoriais serão expressados em sua forma matricial, sendo a matriz associada ao produto vetorial $a \times (\cdot)$ representada por $[a]_x$. As equações (55) à (58) apresentam a simplificação da primeira expressão do lado direito da equação (54).

$$\frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] = \frac{\partial}{\partial \omega_s} (J_s \omega_s \times \omega_s + J_r \omega_r \times \omega_s) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] &= [J_s \omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_s} (\omega_s) - \\ &[\omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_s} (J_s \omega_s) + [J_r \omega_r]_x \frac{\partial}{\partial \omega_s} (\omega_s) - [\omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_s} (J_r \omega_r) \end{aligned} \quad (56)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] = [J_s \omega_s]_x - [\omega_s]_x J_s + [J_r \omega_r]_x \quad (57)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] \Big|_{\omega_s=0} = [J_r \omega_r]_x \quad (58)$$

As equações de (59) à (62) apresentam a simplificação da segunda expressão do lado direito da equação (54).

$$\frac{\partial}{\partial \omega_r} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] = \frac{\partial}{\partial \omega_r} (J_s \omega_s \times \omega_s + J_r \omega_r \times \omega_s) \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_r} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] &= [J_s \omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_r} (\omega_s) - \\ &[\omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_r} (J_s \omega_s) + [J_r \omega_r]_x \frac{\partial}{\partial \omega_r} (\omega_s) - [\omega_s]_x \frac{\partial}{\partial \omega_r} (J_r \omega_r) \end{aligned} \quad (60)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_r} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] = -[\omega_s]_x J_r \quad (61)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_s} [(J_s \omega_s + J_r \omega_r) \times \omega_s] \Big|_{\omega_s=0} = 0 \quad (62)$$

A versão simplificada da equação (54) é apresentada na equação (63).

$$\dot{\omega}_s = J_s^{-1} [J_r \omega_r]_x \omega_s - J_s^{-1} T_r \quad (63)$$

Uma vez que a equação (63) depende tanto do torque T_r e das velocidades angulares das rodas, é necessário levar em consideração a dinâmica das rodas de reação, que por sua vez já é linear, apresentada na equação (39). A matriz de estados do sistema linearizado incluindo tanto a dinâmica do satélite como a das rodas de reação é apresentada na equação (64) enquanto a matriz de entrada é dada pela equação (65).

$$A = \begin{bmatrix} J_s^{-1} [J_r \omega_r]_x & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$B = \begin{bmatrix} -J_s^{-1} \\ J_r^{-1} \end{bmatrix} \quad (65)$$

Definidas as matrizes A e B , pode-se encontrar as curvas de valores singulares máximos em função da frequência utilizando ferramentas computacionais.

Antes de prosseguir com a análise dos valores singulares máximos é necessário definir os valores numéricos de J_s , J_r e ω_r . Será especificado um conjunto de valores nominais e em seguida se observará a variação dos valores singulares máximos conforme se altera os valores numéricos de J_s , J_r e ω_r , explicitando os efeitos das incertezas sobre a largura de banda do sistema.

O valor nominal de J_s pode ser deduzido das especificações do padrão Cubesat (CUBESAT, 2014). Utiliza-se como valor nominal, então, o tensor de inércia de um cubo com lado de 10cm e com massa de $1,33\text{kg}$ uniformemente distribuída. A equação (66) apresenta o cálculo de um elemento da diagonal principal do tensor de inércia do cubo, sendo que todos os outros elementos da diagonal principal são iguais a este e os elementos restantes são iguais à zero.

$$J_s = \frac{1}{6} mL = 2,22 \times 10^{-3} \text{kgm}^2 \quad (66)$$

O valor nominal da inércia de uma roda de reação em relação ao seu eixo de rotação é dada pelo valor especificado em (GOMES; RICARDO, 2016), trabalho em que o autor descreve e realiza o projeto de um sistema de rodas de reação para controle de atitude de Cubesat 1U. O valor especificado pelo autor é $J_r = 5,67 \times 10^{-7}$.

O valor nominal de velocidade das rodas de reação é dado pela velocidade máxima do motor escolhido para o projeto das rodas de reação, $\omega_r = 4188\text{rad/s}$.

As curvas dos valores singulares máximos em função da frequência utilizado parâmetros nominais são apresentadas na figura 14. Percebe-se que a magnitude dos valores singulares decresce linearmente conforme a frequência aumenta, exceto em torno da frequência de $0,295\text{Hz}$, onde ocorre um pico. Inspeccionando os autovalores de A encontra-se os seguintes números: $\lambda = \{0 + j1,8527, 0 - j1,8527, 0, 0, 0, 0\}$. Note que, uma vez que $J_s^{-1} [J_r \omega_r]_x$ é uma matriz anti-simétrica, é esperado que a parte real dos seus auto-valores seja nula. A parte imaginária dos autovalores corresponde à

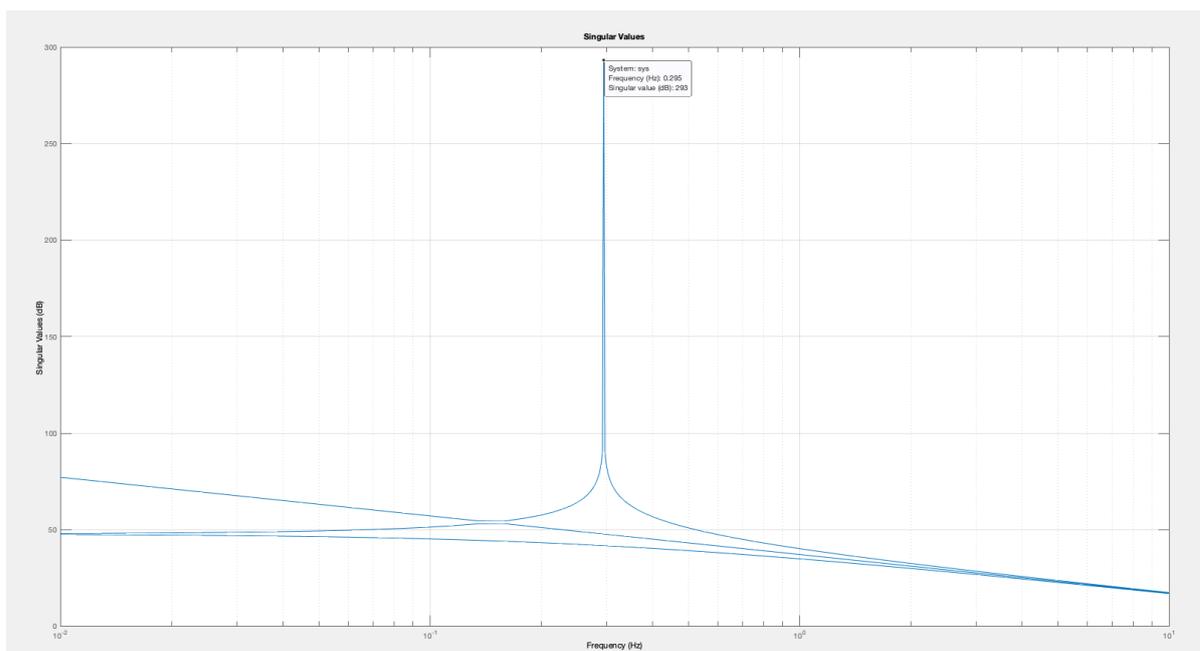


Figura 14 – Valores singulares máximos em função da frequência utilizando parâmetros nominais

frequência, em rad/s , onde encontra-se o pico na magnitude dos valores singulares. A análise da largura de banda resume-se, então, a compreender os efeitos dos parâmetros do sistema sobre os autovalores da matriz A , de forma a determinar qual a maior frequência possível na qual ocorre o pico quando se varia os parâmetros dentro de um intervalo.

Serão analisados os seguintes conjuntos de parâmetros:

1. J_S e J_r mantêm seus valores nominais e analisa-se o sistema com 10%, 25% 50%, 90% e 100% do valor nominal de ω_r .
2. ω_r e J_r mantêm seus valores nominais e analisa-se o sistema com 25% 50%, 100%, 125% e 150% do valor nominal de J_S .
3. J_S e ω_r mantêm seus valores nominais e analisa-se o sistema com 10% 50%, 100%, 150% e 200% do valor nominal de J_r .

As figuras de 15 à 17 apresentam os resultados dos conjuntos de 1 à 3, respectivamente. Verifica-se que a frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares aumenta conforme a velocidade das rodas de reação aumenta, diminui conforme a inércia do satélite aumenta e aumenta conforme a inércia das rodas de reação aumenta. Sendo assim, pode-se analisar como pior caso aquele em que a velocidade das rodas de reação é a velocidade nominal especificada, visto que essa é a velocidade máxima, a inércia do satélite é 10% da inércia nominal especificada, ainda que este seja um caso extremo, e a inércia da roda de reação é 200% da inércia nominal, ainda que este seja um valor não usual visto que o projeto de roda de reação, em geral, garante uma determinada inércia com baixo nível de incerteza. Neste caso,

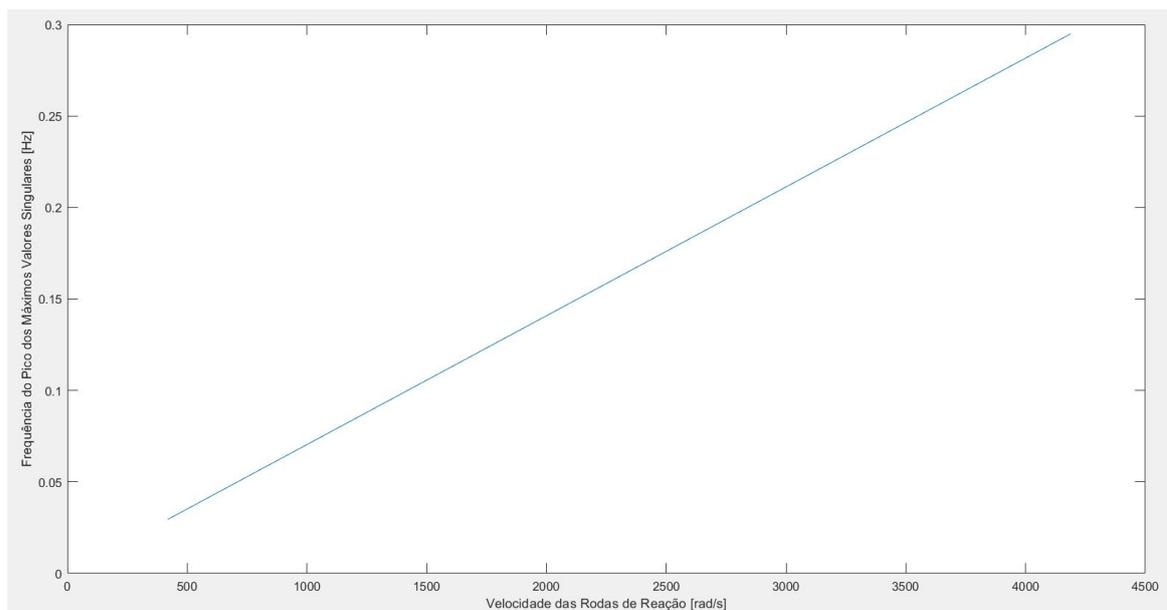


Figura 15 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da velocidade das rodas de reação

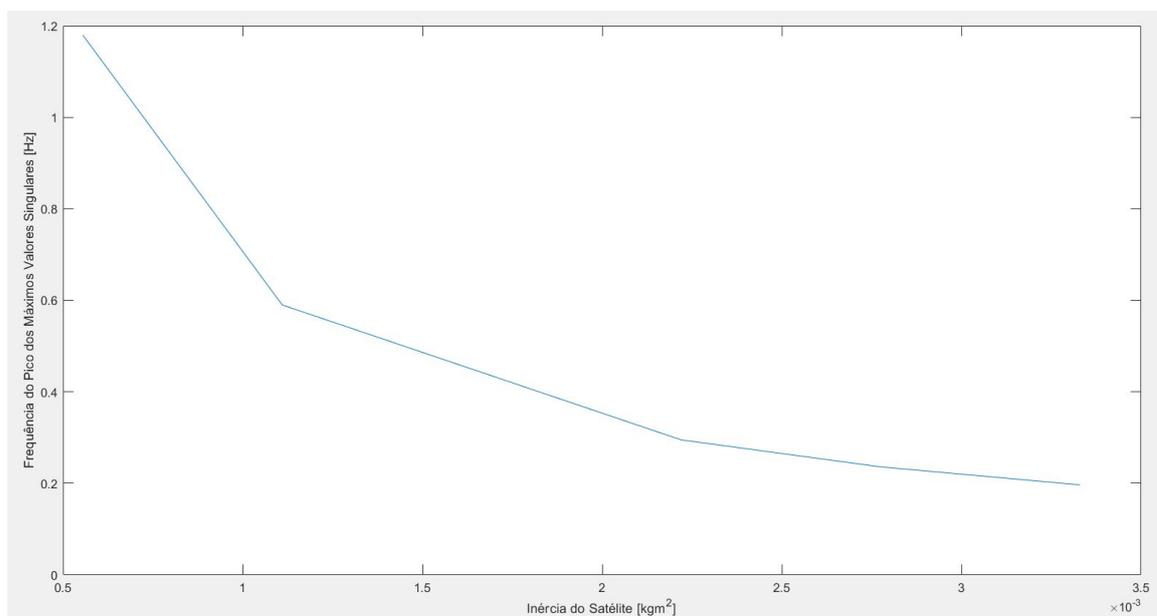


Figura 16 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da inércia do satélite

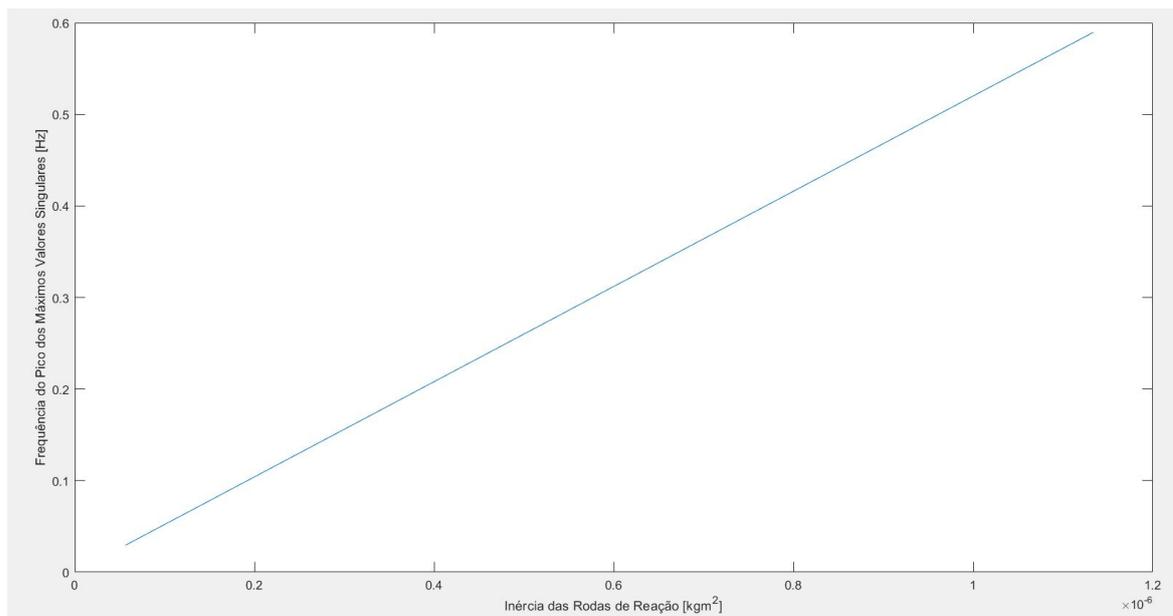


Figura 17 – Frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares em função da inércia das rodas de reação

considerado pessimista, encontra-se a frequência na qual ocorre o pico dos máximos valores singulares com o valor de $5,9\text{Hz}$, como apresentado na figura 18, logo, para garantir o uso de um valor conservador, estima-se a largura de banda do sistema em 24Hz , aproximadamente quatro vezes o valor encontrado. A estimativa conservadora se dá devido a uma série de fenômenos dinâmicos não modelados que podem fazer com que o sistema tenha, na realidade, uma largura de banda maior, como perdas mecânicas e torques externos provenientes da interação com atmosfera, gerando torques aerodinâmicos.

4.1.2 Determinação dos Gabaritos

A determinação dos gabaritos, tanto do filtro digital quanto do filtro protótipo, consiste em especificar a frequência de corte do filtro, a largura da banda de transição, a atenuação máxima na banda de passagem e a atenuação mínima na banda de rejeição. Todos os filtros serão projetados com ganho de 0dB na origem, equivalente a um ganho em escala linear igual à 1, uma vez que não deseja-se amplificar os sinais de medida, apenas atenuar o conteúdo de alta frequência dos mesmos.

Baseado na análise da largura de banda do sistema, especifica-se a frequência limite da banda de passagem do filtro digital em 24Hz . A frequência que define o início da banda de rejeição é especificada em 68Hz . Para garantir que a distorção devido à atenuação na banda de passagem seja pequena, escolhe-se uma atenuação máxima na banda de passagem de $0,1\text{dB}$, que representa uma atenuação de cerca de 1% da potência do sinal. Por fim, escolhe-se uma atenuação mínima na banda de rejeição de 20dB , o que corresponde a uma atenuação de cerca de 90% da potência do sinal.

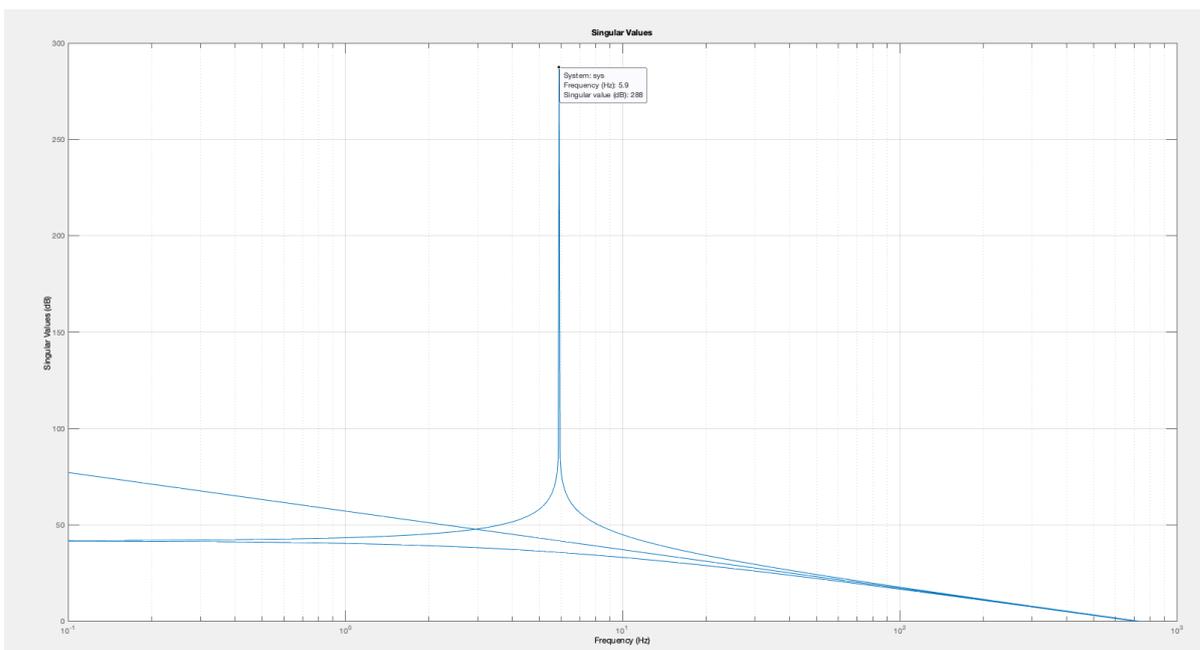


Figura 18 – Valores singulares máximos em função da frequência utilizando parâmetros que implicam no pior caso

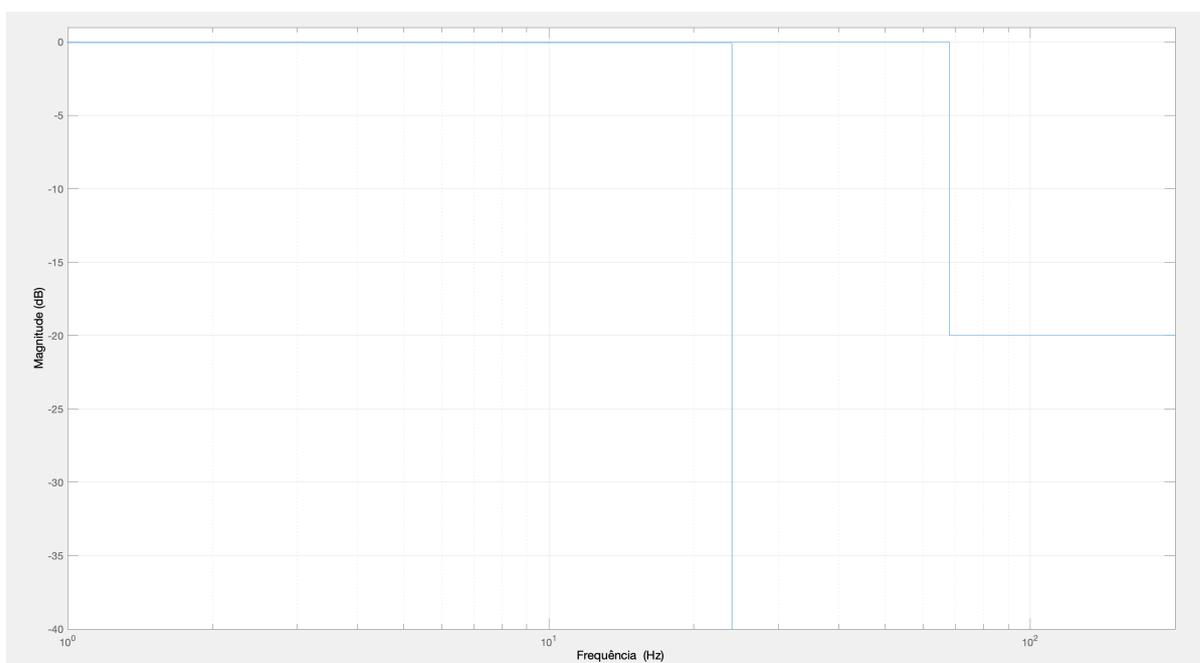


Figura 19 – Gabarito do Filtro Digital Para os Sinais da Malha de Controle de Atitude

De acordo com (ROWELL, 2008), quanto se utiliza o método de Tustin para discretizar um sistema linear contínuo, a relação entre os valores numéricos de frequência no domínio digital e seus correspondentes no domínio contínuo assume um caráter não linear. Esta relação é descrita pela equação (68), onde f_s é a frequência de amostragem. O método de Tustin é uma transformação do domínio contínuo para o domínio discreto. Sua definição matemática em termos de s , variável usual do domínio de Laplace, e z , variável usual do domínio da transformada Z, é apresentada na equação (67), onde f_s é a frequência de amostragem. Note que a frequência de amostragem deve ser maior do que o dobro da frequência de início da banda de rejeição, caso contrário, esta frequência, quando transformada para o domínio contínuo, seria infinita. Como o projeto do filtro digital será projetado utilizando um procedimento de emulação de um filtro contínuo, ou seja, o filtro digital é adquirido a partir de uma discretização que leva a uma aproximação do filtro contínuo, é necessário definir a frequência de amostragem utilizada antes de prosseguir com o projeto.

$$s = 2f_s \frac{z - 1}{z + 1} \quad (67)$$

$$\Omega_{contínuo} = 2f_s \tan\left(\frac{\Omega_{discreto}}{2f_s}\right) \quad (68)$$

Há uma série de fatores que influenciam a escolha da frequência de amostragem. Sabe-se que um condição suficiente, mas não necessária, para que se possa realizar a reconstrução do sinal de contínuo a partir de um conjunto de amostras do mesmo, de forma satisfatória, é que a amostragem do sinal seja realizada com uma frequência superior à frequência de Nyquist, ou seja, o dobro da maior frequência do sinal, assumindo que o sinal possui banda limitada. Como, em geral, sistemas físicos não produzem sinais com banda limitada, toma-se como máxima frequência do sinal o limite da banda de rejeição, a partir da qual as componentes de frequência têm sua potência atenuada por um fator maior ou igual à 20dB, equivalente à 90% da potência do sinal.

Embora seja intuitivo imaginar que a qualidade do filtro aumenta conforme a frequência de amostragem aumenta, frequências de amostragem altas podem implicar em filtros digitais instáveis. Mais precisamente, quando se considera a discretização pelo método de Tustin, ao escrever a variável z em função de s , como apresentado na equação (69), este comportamento fica evidente. Percebe-se que, nesta equação, quando a frequência de amostragem, denota por f_s , é muito maior do que os valor de s , a imagem da transformação se aproxima de 1. Isso significa que ao mapear os polos da função de transferência do domínio de s para o domínio de z , quando a frequência de amostragem é muito maior do que a frequência associada a estes, os polos transformados se aproximam do círculo unitário. Uma vez que o círculo unitário representa o limite de estabilidade para sistemas lineares de tempo discreto, ou seja,

polos com norma maior do que 1 implicam em sistemas instáveis, fica claro que um aumento da frequência de amostragem prejudica a margem de estabilidade do filtro e pode levar a uma resposta oscilatória.

$$z = \frac{1 + \frac{s}{2f_s}}{1 - \frac{s}{2f_s}} \quad (69)$$

Por fim, tendo estabelecido um limite inferior para a frequência de amostragem, a frequência de Nyquist, e explicitando um motivo pelo qual a frequência de amostragem não pode ser arbitrariamente alta, resta um terceiro balizador da decisão referente à frequência de amostragem, a razão sinal-ruído que espera-se no sinal de saída do filtro. Na ausência de um filtro, obtêm-se uma razão sinal ruído dada pela equação (70), uma vez que, assumindo ruído gaussiano branco, têm-se que a densidade espectral de potência de ruído é constante, denominada N_0 , em toda a faixa de frequências entre 0Hz e a frequência de amostragem. Sendo assim, a aplicação de um filtro passa-baixas ideal levaria a uma razão sinal-ruído como a dada na equação (71), onde f_c é a frequência de início da banda de rejeição do filtro. A figura de mérito que será utilizada para determinar a frequência de amostragem do filtro é a razão entre as razões sinal-ruído do sinal filtrado e do sinal não-filtrado, como apresentado na equação (72). Nesta equação fica evidente o efeito da frequência de amostragem na capacidade do filtro de atenuar o ruído no sinal de entrada, sendo que a fração da potência de ruído que será retirada pelo filtro é dada por f_c/f_s . Escolhe-se então uma frequência de amostragem de 500Hz , o que corresponde à $f_c/f_s = 0,864$, logo cerca de 86% da potência de ruído será filtrada. Note que um filtro passa-baixas realizável apenas aproxima a função de transferência de um filtro passa-baixas ideal, logo a sua capacidade de atenuar ruído será menor, embora não significativamente menor, do que o esperado a partir da figura de mérito da equação (72).

$$SNR_{nf} = \frac{P_{signal}}{N_0 f_s} \quad (70)$$

$$SNR_f = \frac{P_{signal}}{N_0 f_c} \quad (71)$$

$$\frac{SNR_f}{SNR_{nf}} = \frac{f_c}{f_s} \quad (72)$$

Com isso, as frequências limite da banda de passagem e de início da banda de rejeição para o filtro contínuo protótipo após a aplicação da equação (68) assumem os valores de $24,18\text{Hz}$ e $72,54\text{Hz}$, respectivamente. O gabarito do filtro contínuo protótipo é apresentado na figura 20

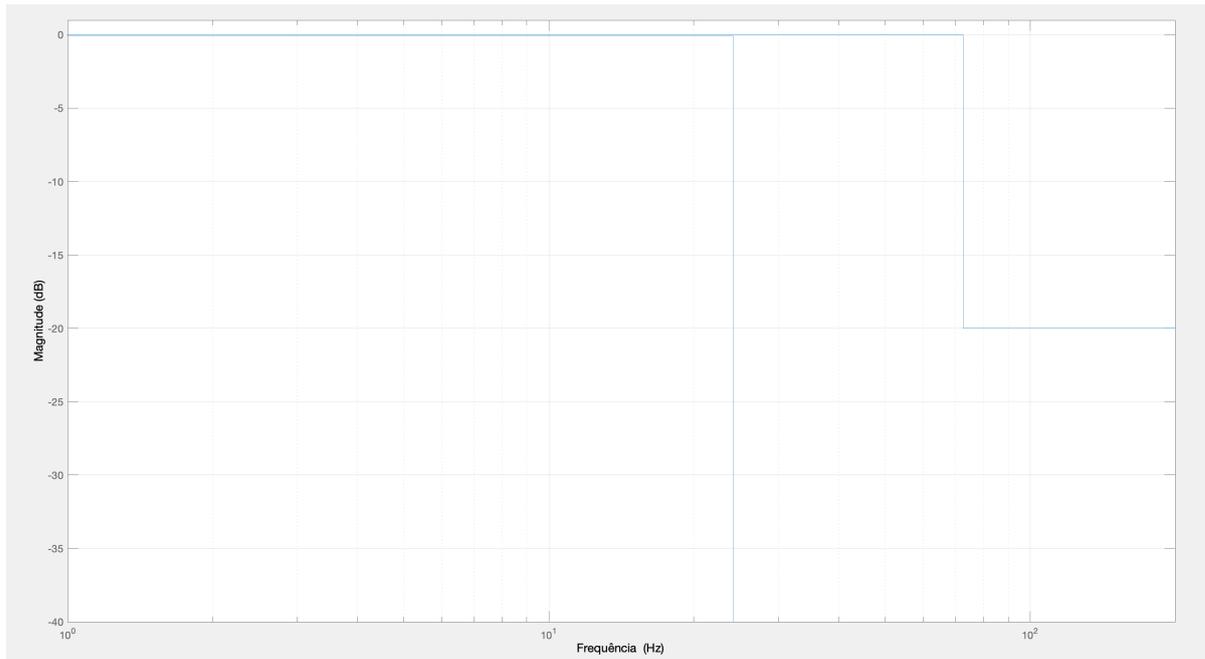


Figura 20 – Gabarito do Filtro Contínuo Protótipo Para os Sinais da Malha de Controle de Atitude

4.1.3 Determinação dos Parâmetros do Filtro

Inicialmente serão determinados os parâmetros do filtro contínuo protótipo e em seguida os parâmetros do filtro digital serão obtidos aplicando a discretização pelo método de Tustin no filtro contínuo protótipo. As equações utilizadas no projeto do filtro podem ser encontradas em (FILHO, 1998).

O primeiro parâmetro a ser definido é a ordem do filtro, esta que pode ser calculada utilizando a equação (73), na qual A_{min} é a mínima atenuação na banda de rejeição, A_{max} é a máxima atenuação na banda de passagem e $\bar{\omega}_s$ é a razão entre a frequência limite da banda de passagem e a frequência de início da banda de rejeição, ambas do filtro contínuo. Realizando os cálculos, encontra-se $n \geq 3,803$, logo a ordem o filtro deve ser $n = 4$.

$$n \geq \log \left(\frac{10^{0,1A_{min}} - 1}{10^{0,1A_{max}} - 1} \right) \frac{1}{2 \log(\bar{\omega}_s)} \quad (73)$$

A função de transferência do filtro de Butterworth de quarta ordem é dada pela equação (74), onde ω_c é a frequência limite da banda de passagem em rad/s e ε é definido pela equação (75). Substituindo os valores numéricos na equação (74), obtém-se a equação (76).

$$T(s) = \frac{\omega_c^4 \varepsilon^{-1}}{s^4 + 2,61 \varepsilon^{-\frac{1}{4}} \omega_c s + 3,41 \varepsilon^{-\frac{2}{4}} \omega_c^2 s^2 + 2,61 \varepsilon^{-\frac{3}{4}} \omega_c^3 s + \omega_c^4 \varepsilon^{-1}} \quad (74)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_{max}} - 1} \quad (75)$$

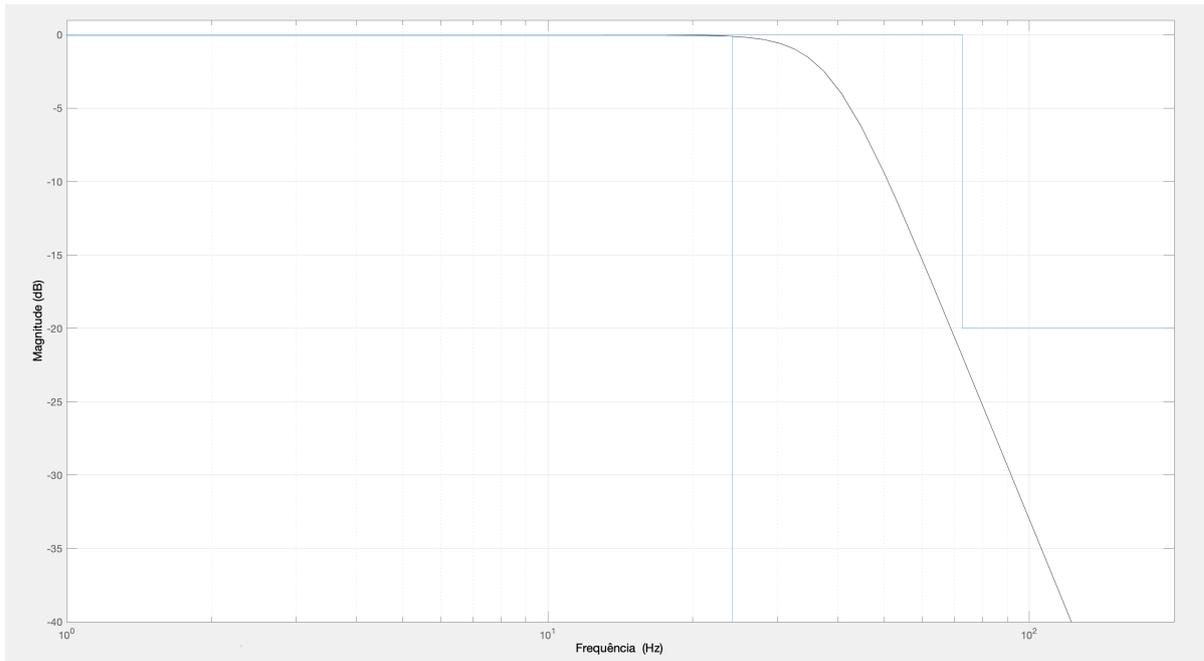


Figura 21 – Resposta em frequência de magnitude do filtro contínuo protótipo para os sinais da malha de controle de atitude com gabarito

$$T(s) = \frac{3,491 \times 10^9}{s^4 + 635,1s^3 + 2,017 \times 10^5 s^2 + 3,753 \times 10^7 s + 3,491 \times 10^9} \quad (76)$$

Aplicando o método de Tustin para discretizar a equação (76), obtem-se a função de transferência da equação (77).

$$T(z) = \frac{0,001859z^4 + 0,007436z^3 + 0,01115z^2 + 0,007436z + 0,001859}{z^4 - 2,759z^3 + 2,991z^2 - 1,486z + 0,2836} \quad (77)$$

Para verificar o projeto do filtro, as respostas em frequência de magnitude tanto do filtro protótipo quanto do filtro digital são apresentadas em conjunto com seus gabaritos nas figuras 21 e 22, respectivamente. Pode-se perceber que ambos os filtros atendem os requisitos de atenuação nas faixas de frequência especificadas, demonstrando que o projeto dos filtros está correto em relação à especificação.

Para realizar o filtro digital em software, é necessários, ainda, utilizar a transformada Z inversa para recuperar a relação de recorrência que define o filtro no domínio das amostras. O procedimento é apresentado nas equações de (78) (83).

$$T(z) = \frac{z^{-4} (0,001859z^4 + 0,007436z^3 + 0,01115z^2 + 0,007436z + 0,001859)}{z^4 - 2,759z^3 + 2,991z^2 - 1,486z + 0,2836} \quad (78)$$

$$T(z) = \frac{0,001859 + 0,007436z^{-1} + 0,01115z^{-2} + 0,007436z^{-3} + 0,001859z^{-4}}{1 - 2,759z^{-1} + 2,991z^{-2} - 1,486z^{-3} + 0,2836z^{-4}} \quad (79)$$

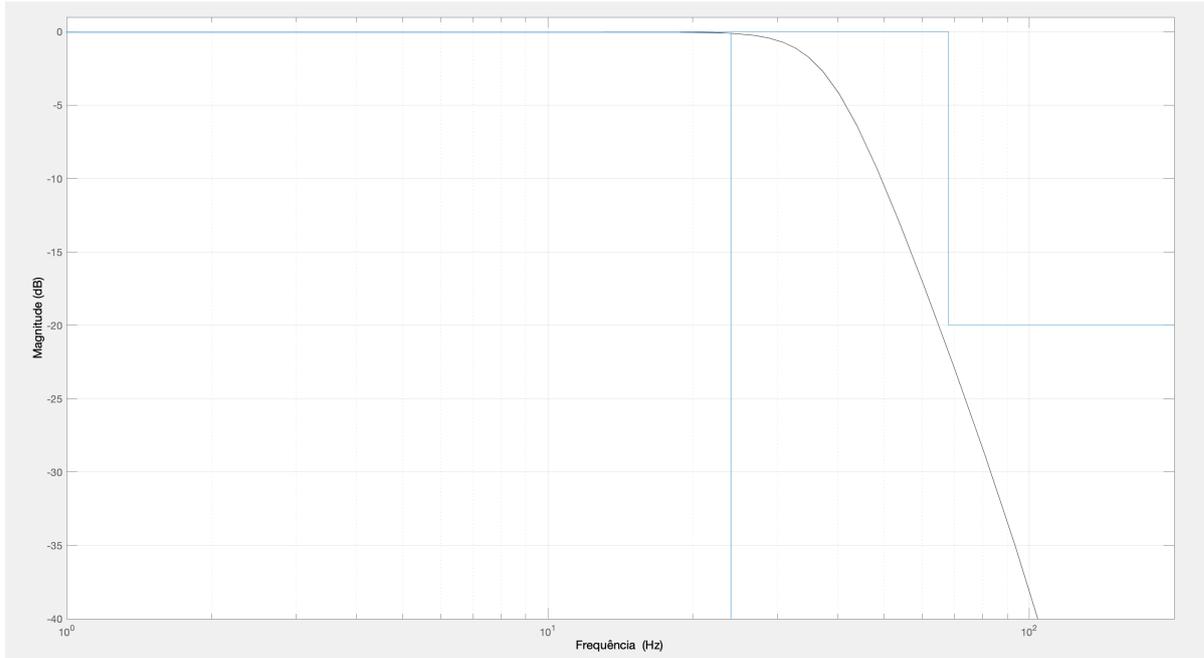


Figura 22 – Resposta em frequência de magnitude do filtro digital para os sinais da malha de controle de atitude com gabarito

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,001859 + 0,007436z^{-1} + 0,01115z^{-2} + 0,007436z^{-3} + 0,001859z^{-4}}{1 - 2,759z^{-1} + 2,991z^{-2} - 1,486z^{-3} + 0,2836z^{-4}} \quad (80)$$

$$Y(z) \left[1 - 2,759z^{-1} + 2,991z^{-2} - 1,486z^{-3} + 0,2836z^{-4} \right] = U(z) \left[0,001859 + 0,007436z^{-1} + 0,01115z^{-2} + 0,007436z^{-3} + 0,001859z^{-4} \right] \quad (81)$$

$$y[n] - 2,759y[n-1] + 2,991y[n-2] - 1,486y[n-3] + 0,2836y[n-4] = 0,001859u[n] + 0,007436u[n-1] + 0,01115u[n-1] + 0,007436u[n-3] + 0,001859u[n-4] \quad (82)$$

$$y[n] = 2,759y[n-1] - 2,991y[n-2] + 1,486y[n-3] - 0,2836y[n-4] + 0,001859u[n] + 0,007436u[n-1] + 0,01115u[n-1] + 0,007436u[n-3] + 0,001859u[n-4] \quad (83)$$

A equação (83) apresenta a versão final da relação de recorrência que será utilizada para implementar o filtro, na qual y é a sequência de saída do filtro e u é a sequência de entrada.

4.1.4 Determinação da Largura de Banda dos Atuadores

A determinação da largura de banda dos atuadores é baseada na equação (47) utilizando os parâmetros do motor selecionado em (GOMES; RICARDO, 2016). Têm-se, então $L_{ph} = 26\mu H$, $R_{ph} = 16\Omega$, $k_T = 9,02 \times 10^{-4} Nm/A$, $k_e = 8,98 \times 10^{-4} V.s/rad$

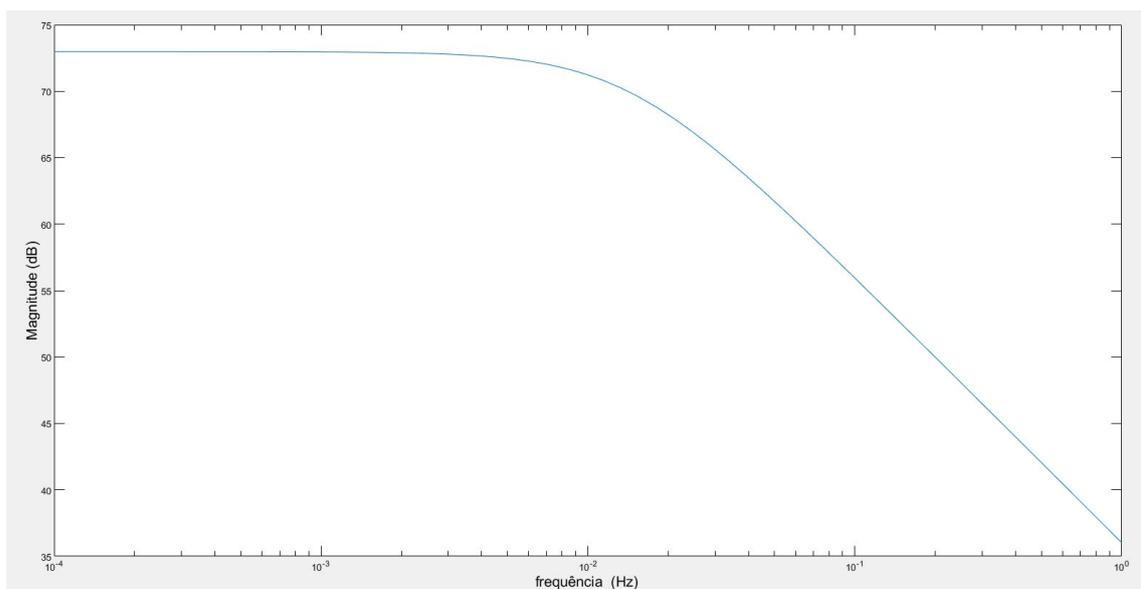


Figura 23 – Resposta em frequência de magnitude da função de transferência do motor

e $V_{dc} = 4V$. O valor de inércia considerado para os motores é o mesmo utilizado no projeto do filtro digital. A função de transferência da equação (47) é apresentada após a substituição dos valores numéricos na equação (84).

$$H(s) = \frac{0,003608}{1,474 \times 10^{-11} s^2 + 9,072 \times 10^{-6} s + 8,096 \times 10^{-7}} \quad (84)$$

A resposta em frequência de magnitude da função de transferência da equação (84) é apresentada na figura 23. A partir da resposta em frequência determina-se que a largura de banda do sistema é cerca de 0,015Hz.

Ainda que o projeto de um novo filtro para os sinais de medida referentes aos atuadores poderia ser realizado com o intuito de tirar proveito da sua baixa largura de banda para que o filtro rejeitasse a maior parte do ruído de medida, a aplicação de filtros digitais de baixa largura de banda e com alta frequência de amostragem é limitada pelo fato de que ao discretizar o filtro, os polos da sua função de transferência no domínio Z se aproximam do círculo unitário. Este fenômeno pode ser facilmente percebido quando se inverte a relação dada pela equação (67), chegando à equação (69). Nesta equação, percebe-se que quando $f_s \gg s$, $z \approx 1$.

Embora o projeto do filtro sempre garanta que o mesmo será estável, o fato de que os computadores digitais não são capazes de representar os parâmetros do filtro com precisão infinita faz com que a realização do filtro implique em um sistema instável. Por este motivo opta-se por utilizar o filtro projetado anteriormente para os sinais de medida referentes às rodas de reação, ainda que este não seja ótimo em termos de atenuação de ruído.

4.2 PROJETO DO CONTROLADOR DE ATITUDE

O projeto do controlador de atitude consiste em definir um função que mapeia um conjunto de sinais de medida para um conjunto de comandos de atuação de forma a garantir a convergência assintótica dos sinais de medida para um conjunto de sinais que definem uma trajetória de referência.

Nesta seção será descrito o projeto de um controlador de atitude utilizando técnicas de controle não-linear, assim como uma representação para o erro de rastreamento que acomoda as particularidades da representação de atitude por quatérnions, buscando lidar diretamente e de forma sistemática com as características não-lineares das equações diferenciais que regem a dinâmica da orientação do satélite.

4.2.1 Variáveis Deslizantes

De acordo com (LOPEZ; SLOTINE, J.-J. E., 2021) variáveis deslizantes são variáveis intermediárias cujo objetivo é reduzir a ordem de um modelo dinâmico utilizado no projeto de controladores com o intuito de simplificar o mesmo, especialmente quando se trata de controladores robustos ou adaptativos.

Em (LOPEZ; SLOTINE, J.-J. E., 2021) os autores definem uma forma específica de variável deslizante para lidar com problemas de controle de atitude, apresentada na equação (85), onde $\tilde{\omega}$ é o erro de velocidade angular, $sgn(\cdot)$ é uma função definida pela equação (86), λ é uma matriz positiva definida diagonal, \tilde{q}^0 é a parte escalar e $\tilde{\mathbf{q}}$ é a parte vetorial do erro de atitude expressado como um quatérnion.

$$\mathbf{s} = \tilde{\omega} + \lambda sgn(\tilde{q}^0) \tilde{\mathbf{q}} \quad (85)$$

$$sgn(\cdot) = \begin{cases} 1 & \text{se } \cdot \geq 0 \\ -1 & \text{se } \cdot < 0 \end{cases} \quad (86)$$

A importância da variável deslizante especificada em (85) se dá pelo fato de que esta foi projetada para lidar com duas características especiais do problema de controle de atitude:

1. O grupo das rotações em três dimensões, $SO(3)$, não se comporta como um espaço euclidiano. Embora os quatérnions que representam rotação em três dimensões, logo são elementos do grupo $SO(3)$, sejam representados por quatro números reais, quando se trata de representação de atitude, a distância entre dois quatérnions não é dada pela distância euclidiana entre dois vetores em um espaço de quatro dimensões, mas sim por um terceiro quatérnion que representa a rotação que transformaria o primeiro quatérnion no segundo.

2. Existem sempre dois quatérnions, q e $-q$, que representam a mesma orientação no espaço, porém utilizando a variável deslizante (85) o controlador sempre escolherá dentre os quatérnions equivalentes o que está mais próximo da orientação atual.

A variável deslizante proposta será utilizada como métrica de erro no sistema de controle, isto é, o controlador será projetado para estabilizar \mathbf{s} em um valor nulo dado que, como demonstrado em (LOPEZ; SLOTINE, J.-J. E., 2021), quando $\mathbf{s} = 0$ os erros de atitude e de velocidade convergem para zero exponencialmente.

4.2.2 Linearização por realimentação

A linearização por realimentação é uma técnica de controle não-linear que consiste em projetar um controlador capaz de cancelar as não-linearidades de um sistema de forma que o sistema em malha fechada seja linear, logo representa uma maneira sistemática de lidar com as não-linearidades das equações diferenciais que descrevem um sistema dinâmico e, simultaneamente, garantir que as características do sistema em malha fechada possam ser especificadas utilizando princípios da teoria de controle linear. As limitações e considerações formais sobre este método podem ser encontradas em (SLOTINE, J.; LI, 1991). Para aplicar esta técnica ao problema de controle em questão, é preciso, inicialmente, analisar a dinâmica da variável deslizante da equação (85). Diferenciando no tempo a expressão $J_S \mathbf{s}$, obtém-se a equação (87).

$$J_S \dot{\mathbf{s}} = J_S \dot{\boldsymbol{\omega}}_S + J_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (87)$$

Substituindo a equação (38) na equação (87), assumindo que a aceleração angular da trajetória de referência do satélite é nula e desconsiderando as perturbações, chega-se na equação (88).

$$J_S \dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{T}_r + (J_S \boldsymbol{\omega}_S + J_r \boldsymbol{\omega}_r) \times \boldsymbol{\omega}_S + J_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (88)$$

Para realizar a linearização por realimentação do sistema descrito pela equação (88), escolhe-se uma lei de controle descrita pela equação (89), o que leva ao sistema dinâmico linear descrito pela equação (90), sendo K uma matriz positiva definida.

$$\mathbf{T}_r = K \mathbf{s} + (J_S \boldsymbol{\omega}_S + J_r \boldsymbol{\omega}_r) \times \boldsymbol{\omega}_S + J_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (89)$$

$$J_S \dot{\mathbf{s}} = -K \mathbf{s} \quad (90)$$

A estabilidade do sistema descrito pela equação (90) pode ser verificada utilizando a teoria da estabilidade de Lyapunov.

Propõe-se a função de Lyapunov (91) e verifica-se que, de acordo com a equação (92), a derivada em relação ao tempo dessa função é sempre menor ou igual à

zero para qualquer valor de \mathbf{s} . Uma vez que $V(0) = 0$ e que a função de Lyapunov proposta assume valores positivos para qualquer valor de \mathbf{s} , pode-se concluir que o sistema é estável.

$$V(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T J_S \mathbf{s} \quad (91)$$

$$\dot{V}(\mathbf{s}) = \mathbf{s}^T J_S \dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{s}^T K \mathbf{s} \quad (92)$$

Assim, conclui-se que o controlador proposto é capaz de estabilizar a orientação e a velocidade angular do satélite em torno de qualquer trajetória com aceleração angular nula, sendo que a taxa de convergência da variável deslizando à zero é determinada pela escolha da matriz K de ganhos do controlador.

4.2.3 Efeitos das incertezas no controlador de linearização por realimentação

Dado que o modelo descrito pela equação dinâmica (38) em conjunto com a equação cinemática (28) não é uma descrição perfeita do comportamento real do Cubesat, é necessário descrever explicitamente as incertezas do modelo antes de propor um controlador capaz de lidar com tais incertezas. Com este objetivo, são definidas as seguintes grandezas:

- $\tilde{J}_S = \hat{J}_S - J_S$, onde \hat{J}_S é a estimativa do tensor de inércia total do satélite, J_S é o tensor de inércia real do satélite e \tilde{J}_S é o erro de estimação.
- $\tilde{J}_R = \hat{J}_R - J_R$, onde \hat{J}_R é a estimativa do tensor de inércia total das rodas de reação, J_R é o tensor de inércia real das rodas de reação e \tilde{J}_R é o erro de estimação.

As grandezas \tilde{J}_S e \tilde{J}_R são chamadas de incertezas paramétricas, uma vez que representam o erro de estimação de parâmetros associados a fenômenos físicos explicitamente considerados no modelo.

O modelo estimado da dinâmica do Cubesat pode ser então representado pela equação (93).

$$\hat{J}_S \dot{\boldsymbol{\omega}}_S = -T_R + \left(\hat{J}_S \boldsymbol{\omega}_S + \hat{J}_R \boldsymbol{\omega}_R \right) \times \boldsymbol{\omega}_S \quad (93)$$

Um problema associado aos controladores projetados utilizando linearização por realimentação é o fato de que é necessário ter conhecimento exato do sistema para se atingir o desempenho desejado. Em situações práticas somente há disponível um modelo que aproxima a dinâmica do sistema, portanto uma descrição mais adequada do controlador (89) é dada pela equação (94), na qual se usa o modelo dinâmico estimado para construir a lei de controle.

$$T_R = K \mathbf{s} + \left(\hat{J}_S \boldsymbol{\omega}_S + \hat{J}_R \boldsymbol{\omega}_R \right) \times \boldsymbol{\omega}_S + \hat{J}_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (94)$$

Utilizando a lei de controle baseada no modelo dinâmico estimado, pode-se escrever uma nova equação para a dinâmica da variável deslizante, esta apresentada na equação (95), na qual se considera, também, as perturbações desconhecidas.

$$\begin{aligned} J_S \dot{\mathbf{s}} = & \mathbf{T} + (J_S \boldsymbol{\omega}_S + J_R \boldsymbol{\omega}_R) \times \boldsymbol{\omega}_S + J_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \\ & K \mathbf{s} - (\hat{J}_S \boldsymbol{\omega}_S + \hat{J}_R \boldsymbol{\omega}_R) \times \boldsymbol{\omega}_S - \hat{J}_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \end{aligned} \quad (95)$$

De forma compacta, a equação (96) expressa a dinâmica da variável deslizante em termos dos erros de estimação dos parâmetros.

$$J_S \dot{\mathbf{s}} = -K \mathbf{s} + \mathbf{T} - (\tilde{J}_S \boldsymbol{\omega}_S + \tilde{J}_R \boldsymbol{\omega}_R) \times \boldsymbol{\omega}_S - \tilde{J}_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (96)$$

A estabilidade do sistema considerando as incertezas pode ser analisada utilizando a mesma função de Lyapunov proposta na equação (91), sendo que sua derivada, utilizando a equação ?? ao invés da equação (90) para modelar o sistema em malha fechada, é dada pela equação (97).

$$\dot{V}(\mathbf{s}) = \mathbf{s}^T J_S \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T (-K \mathbf{s} + \mathbf{T} - (\tilde{J}_S \boldsymbol{\omega}_S + \tilde{J}_R \boldsymbol{\omega}_R) \times \boldsymbol{\omega}_S - \tilde{J}_S \lambda \operatorname{sgn}(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) \quad (97)$$

A derivada em relação ao tempo da função de Lyapunov proposta não assume, necessariamente, valores negativos para qualquer valor de \mathbf{s} , demonstrando que, uma vez que o torque de perturbação e os erros de estimação são desconhecidos, o sistema pode não ser estável, e mesmo que seja, a taxa de convergência da variável deslizante para zero não pode ser determinada em tempo de projeto.

Sendo assim, é necessário modificar o projeto do controlador com o intuito de garantir a estabilidade e o desempenho do mesmo, ainda que existam incertezas no modelo. Para este fim será utilizado um controlador por modos deslizantes.

4.2.4 Controle de Atitude Por Modos Deslizantes

Como discutido na anteriormente, variáveis deslizantes são variáveis intermediárias cujo objetivo é reduzir a ordem do modelo de um sistema dinâmico. Além deste uso, as variáveis deslizantes são comumente empregadas na implementação de controladores por modos deslizantes, um tipo de controlador para sistemas lineares e não-lineares cuja função é mitigar os efeitos de incertezas paramétricas e não-paramétricas do modelo dinâmico utilizado no projeto do controlador (SLOTINE, J.; LI, 1991).

O sinal de controle, quando se utiliza um controlador por modos deslizantes, é produzido pela soma entre uma função contínua e uma descontínua. A função contínua pode ser dada pelo controlador de linearização por realimentação, o qual, como já apresentado, é sensível à presença de incertezas. Para lidar estas incertezas, a função descontínua do controlador por modos deslizantes é projetada de forma a atuar na

direção oposta à variação da variável deslizante com um sinal de controle constante e de alta magnitude, assim, se a perturbação que fez com que a variável deslizante se distanciasse do seu ponto de equilíbrio tiver uma magnitude menor do que o sinal de controle gerado, a variável deslizante tende, novamente, ao seu ponto de equilíbrio após a ação do controlador. Logo, quando se trata de controladores por modos deslizantes assume-se que as incertezas possuem um limite superior. Esta hipótese é, na realidade, necessária para todos os sistemas de controle realizáveis devido aos limites dos atuadores, isto é, a maior parte dos atuadores reais satura em uma determinada condição de operação, fazendo com que qualquer perturbação constante com magnitude maior do que a condição de saturação do atuador tenda a desestabilizar o sistema.

Matematicamente, um controlador por modos deslizantes pode ser descrito pela equação (98), onde Γ é uma matriz de ganhos a ser projetada e, diferentemente da função $sgn(\cdot)$ definida pela equação (86), a função $sgn^*(\cdot)$ resulta em um vetor cujas componentes são definidas pela equação (99).

$$\mathbf{T}_r = \bar{\mathbf{T}}_r + \Gamma \mathbf{sgn}^*(\mathbf{s}) \quad (98)$$

$$sgn_i^*(\cdot) = \begin{cases} 1 & \text{se } \cdot > 0 \\ -1 & \text{se } \cdot < 0 \end{cases} \quad (99)$$

Para avaliar o uso do controlador por modos deslizantes, substituindo-se a equação (98) na equação (96) e obtém-se a equação (100), que descreve a aplicação do controlador por modos deslizantes ao controle de atitude na presença de incertezas quando a parcela contínua do controlador por modos deslizantes é dada pela equação (94).

$$\mathbf{J}_s \dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{K}\mathbf{s} - \Gamma \mathbf{sgn}^*(\mathbf{s}) + \mathbf{T} - \left(\tilde{\mathbf{J}}_s \boldsymbol{\omega}_s + \tilde{\mathbf{J}}_r \boldsymbol{\omega}_r \right) \times \boldsymbol{\omega}_s - \tilde{\mathbf{J}}_s \lambda sgn(\tilde{\mathbf{q}}^0) \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (100)$$

A estabilidade do sistema descrito pela equação (100) pode ser provada utilizando a função de Lyapunov da equação (101) e sua derivada em relação ao tempo apresentada na equação (102), na qual assume-se que a norma do vetor que agrega todas as incertezas tem um limite superior representado por $\|\mathbf{F}\|$. O termo $\mathbf{s}^T \Gamma \mathbf{sgn}^*(\mathbf{s})$ tem como função gerar sinais de controle que atuam no sentido contrário das perturbações, logo se este termo for maior do que o limite superior da perturbação gerada pelas incertezas, o sistema é estável no sentido de Lyapunov em torno do ponto de equilíbrio $\mathbf{s} = 0$ dado que, neste cenário, a função de Lyapunov é positiva definida, sua derivada é sempre negativa ou igual à zero e $V(0) = 0$.

$$V(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{J}_s \mathbf{s} \quad (101)$$

$$\dot{V}(\mathbf{s}) \leq \mathbf{s}^T J_s \dot{\mathbf{s}} = -K \|\mathbf{s}\|^2 - \mathbf{s}^T \Gamma \mathbf{sgn}^*(\mathbf{s}) + \mathbf{s}^T \mathbf{F} \quad (102)$$

A principal desvantagem do controlador por modos deslizante é o uso de uma função descontínua. Esta função pode implicar em uma alternância de alta frequência entre valores máximo positivos e mínimo do sinal de controle, gerando oscilações no sinal de saída do atuador, possivelmente levando a um comportamento indesejado. Este fenômeno indesejado é conhecido como *chattering* (UTKIN; LEE, H., 2006). Para mitigá-lo substituí-se a função $\mathbf{sgn}^*(.)$ por uma função contínua que se comporta exatamente como $\mathbf{sgn}^*(.)$ quando seu argumento é maior do que um determinado valor, isto é, para um determinado valor de \mathbf{s} a função contínua deve saturar em 1 ou -1 e deve se manter em 0 quando $\mathbf{s} = 0$. Neste projeto a função $\mathbf{sgn}^*(.)$ será substituída pela função tangente hiperbólica, visto que esta possui todas as características desejadas.

Como descrito em (SLOTINE, J.; LI, 1991), a introdução de uma função contínua para substituir a função $\mathbf{sgn}^*(.)$ implica em uma perda da capacidade do sistema de garantir um erro de rastreamento nulo, isto é, garantir que $\mathbf{s} = 0$ durante toda a operação do sistema, porém, é possível limitar o valor máximo da norma da variável deslizante, logo limita-se o valor máximo da norma do erro de velocidade angular e do erro de orientação.

Sabe-se que $\tanh_i(bs_i) \approx 1$ quando $bs_i = 2$, sendo s_i a i -ésima componente de \mathbf{s} , logo pode-se determinar o valor de b de forma que o sinal de controle proveniente da parcela do controlador que é função da tangente hiperbólica seja máximo quando o valor absoluto da variável deslizante atinge um limite superior, denominado ξ . A relação entre b e ξ é dada pela equação (103).

$$b = \frac{2}{\xi} \quad (103)$$

Dada a definição da variável deslizante pela equação (85), fica claro um limite para a sua magnitude implica também em um limite para os erros de velocidade angular e de orientação, sendo o erro absoluto máximo de velocidade angular igual ao valor máximo absoluto da variável deslizante, e o valor máximo de uma das componentes vetoriais do quatérnion que representa o erro de atitude dado pela equação (104).

$$\tilde{q}_i = \frac{\xi}{\lambda} \quad (104)$$

Dada a estrutura do controlador por modos deslizantes, o seu projeto se resume a definir os ganhos Γ , K e λ para que se garante um determinado limite superior para o erro de orientação e se atenda a uma especificação da taxa na qual a variável deslizante deve aproximar de zero.

4.2.5 Determinação dos Ganhos do Controlador

A determinação dos ganhos do controlador proposto depende de um conjunto de especificações do sistema em termos de desempenho e robustez. O erro máximo de orientação é especificado em $0,2^\circ$, um valor aceitável para satélites de pequeno porte de acordo com (PSIAKI, 2000). De acordo com (LOPEZ; SLOTINE, J.-J. E., 2021) pode-se escolher λ para que se garanta uma taxa de convergência para o erro de atitude. O ganho K pode ser determinado a partir de uma especificação do tempo de acomodação, isto é, o tempo necessário para que a resposta ao degrau do sistema atinga 95% do seu valor de equilíbrio. Esta especificação de desempenho é usual para sistemas lineares (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2010) e, neste cenário, só pode ser utilizada quando se negligencia o efeito das incertezas no modelo, logo assumindo que o sistema em malha fechada se comporte como um sistema linear. A matriz Γ pode ser utilizada para determinar a maior perturbação limitada que pode ser rejeitada pelo sistema com garantia de estabilidade.

A determinação da matriz de ganhos K pode ser realizada utilizando a equação (90), que representa a dinâmica da variável deslizante quando os erros de estimação são nulos. Escolhendo K como uma matriz positiva definida, diagonal com componentes iguais, as diferentes componentes do vetor \dot{s} são desacopladas, levando a um conjunto de equações escalares da forma descrita na equação (105), uma equação diferencial de primeira ordem linear e homogênea que implica em uma dinâmica estável com constante de tempo $\tau = J_{s,i}k_i^{-1}$. Dado a estimativa para o valor máximo de $J_{s,i}$ como $J_{s,i} = 1,5 \times 2,22 \times 10^{-3} \text{kgm}^2$, e especificando que a constante de tempo deve assumir o valor de 33,33s para que se tenha um tempo de acomodação de 100s, pode-se calcular $k_i \approx 1 \times 10^{-4}$.

$$\dot{s}_i = -\frac{k_i}{J_{s,i}}s \quad (105)$$

A taxa de convergência do erro de atitude em função de λ , quando assume-se que essa matriz é uma matriz diagonal com todos os elementos não-nulos iguais e positivos, é $\lambda_i|q_0|$. Como esta taxa varia em função de $|q_0|$, especifica-se a taxa de convergência para um valor médio, $|q_0| = 0,5$. Define-se $\lambda_i = 30$, o que equivale a um tempo de acomodação igual à 200ms.

Como apresentado em (SLOTINE, J.; LI, 1991), a relação entre os elementos da matriz λ e a margem de atraso temporal, quando se considera λ como uma matriz diagonal com todos os elementos não-nulos positivos e iguais, é dada pela equação (106), onde T_d é o máximo atraso temporal. Logo, para $\lambda_i = 30$, encontra-se uma margem de atraso temporal de 7ms.

$$\lambda = \frac{1}{5T_d} \quad (106)$$

Como o torque máximo dos atuadores é de $2,22 \times 10^{-4} N.m$, de acordo com a especificação apresentada em (GOMES; RICARDO, 2016), escolhe-se Γ como uma matriz diagonal com todos os elementos não-nulos positivos, iguais e assumindo o valor $2,22 \times 10^{-4}$, logo a maior perturbação constante que pode ser rejeitada pelo sistema é igual à maior perturbação constante que pode ser rejeitada dadas as limitações do atuador.

Dada a especificação do erro máximo de orientação, pode-se calcular o quatérnion $\tilde{q}_{max} = 0,999991667 + i0,0017 + j0,0017 + k0,0017$ que representa este erro. Logo, uma vez que a matriz de ganhos λ foi definida, utiliza-se a equação (103) para calcular $b \approx 40$.

Com a definição destes parâmetros conclui-se o projeto do controlador.

4.3 CONSIDERAÇÕES QUANTO AO CONSUMO DE ENERGIA

No contexto dos CubeSats, o consumo de energia do sistema de controle de atitude é um fator determinante para sua aplicabilidade, dado que a energia é um recurso escasso no ambiente espacial, especialmente devido ao fato de que tanto a fonte de energia, em geral painéis fotovoltaicos, e os dispositivos de armazenado são miniaturizados, logo possuem capacidade de geração e armazenamento, respectivamente, limitados pelas suas dimensões.

Para deduzir um limite superior para o consumo de energia do sistema de controle durante uma manobra, utiliza-se a potência máxima dos atuadores, definida em (GOMES; RICARDO, 2016) com o valor de $1,28W$, e o tempo de acomodação especificado no projeto da lei de controle, no caso, $100s$. Com ambas as especificações, determina-se que a máxima energia consumida durante o período de acomodação da variável deslizante, isto é, entre o instante em que o comando para efetuar a manobra foi recebido e o instante em que a variável deslizante assume 95% do seu valor em regime permanente, é $E_{max} = 1,28 \times 100 = 128J$.

Dada a estimativa de máxima energia necessária para realizar uma manobra, o subsistema do CubeSat responsável por gerenciar os recursos energéticos do satélite como um todo deve garantir que no instante em que uma manobra deve ser executada há, pelo menos, $128J$ de energia disponível para uso exclusivo do sistema de controle de atitude, considerando apenas o consumo dos atuadores. Ainda devem ser adicionados a essa estimativa o consumo energético dos microcontroladores, sensores e demais dispositivos de potência, como conversores estáticos, envolvidos na operação do sistema de controle de atitude.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção foi especificada a estratégia de controle que será utilizada para realizar o sistema de controle de atitude proposto.

O gabarito do filtro em malha aberta, utilizado para atenuar o ruído nos sinais de medida, foi deduzido a partir de uma estimativa para largura de banda do sistema dinâmico a ser controlado e de um conjunto de requisitos de atenuação, pautados na necessidade de evitar a distorção da componentes de frequência do sinal pertencentes à banda de passagem e, simultaneamente, atenuar significativamente a potência do ruído na banda de rejeição. A aproximação de Butterworth foi utilizada para encontrar uma função de transferência que atenda aos requisitos do gabarito de discretizada pelo método de Tustin para que se possa definir uma relação de recorrência que pode ser, de fato, implementada em um computador digital.

Apresentou-se, também, o projeto de uma lei de controle que se baseia na definição de uma variável deslizante capaz de capturar as peculiaridades da representação de atitude por quatérnions e em duas técnicas comumente utilizadas para o controle de sistemas não-lineares: a linearização por realimentação e o controle por modos deslizantes. A parcela da lei de controle referente ao controlador por linearização por realimentação tem como finalidade alcançar uma dinâmica em malha fechada que se comporte como um sistema dinâmico linear, enquanto a parcela referente ao controle por modos deslizantes tem como finalidade mitigar o efeito de incertezas paramétricas, não-paramétricas e perturbações externas sobre o desempenho do sistema de controle, especialmente em termos de erro em regime permanente.

Embora tanto o filtro como o controlador estejam totalmente especificados, resta ainda especificar a sua implementação em software, de forma que a estratégia de controle seja, de fato, realizável em computador digital.

5 ARQUITETURA DE SOFTWARE CENTRADA EM DADOS

A implementação do sistema de controle de atitude é especificada em termos de SmartData, sendo essa especificação baseada nos parâmetros que definem o conjunto de SmartDatas que representa o sistema.

Ainda que uma implementação de SmartData se encarregue de gerenciar os recursos à nível de sistema operacional que são necessários para execução do software, a implementação da estratégia de controle não é definida por essa abstração, sendo assim, ainda é necessário construir uma arquitetura de software modular e reutilizável para a estratégia de controle.

5.1 MODELAGEM DO SISTEMA BASEADA EM SMARTDATA

As características dos diferentes SmartDatas que representam os componentes do sistema de controle e sua interação podem ser capturadas por diagramas como o apresentado na figura 24. Neste diagrama, atribui-se a cada um dos SmartDatas que representam sensores ou atuadores uma unidade SI, ou uma unidade digital acompanhada do tamanho da sua representação na memória, e um nome. Como apresentado em (FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, 2018) o tamanho da representação na memória dos SmartDatas com unidades SI é deduzido da própria unidade. As arestas que conectam dois SmartDatas apresentam suas propriedades quanto à atualização dos seus valores. Para SmartDatas que operam como sensores e têm seus valores atualizados periodicamente, especifica-se nas arestas o período de atualização, dado pelo primeiro valor da tupla, e o *Expiry*, dado pelo segundo valor da tupla. Quando não há nenhuma especificação nas arestas, os SmartDatas têm seus valores atualizados quando um evento é detectado. Para este caso, os *expiries* dos SmartData que representam os atuadores não são apresentados porque são deduzidos dos *expiries* dos sensores.

A partir do diagrama têm-se, então, que o sistema é composto por 7 sensores, um controlador e três atuadores.

Dentre os sensores há aqueles responsáveis por medir a velocidade angular do satélite na unidade de *rad/s*, aqueles responsáveis por medir a velocidade angular das rodas de reação na unidade de *rad/s* e um sensor responsável por medir a orientação do satélite na unidade digital denominada quatérnion, composta por quatro números que utilizam uma representação de ponto flutuando e ocupam quatro *bytes* na memória cada um. Todos os sensores têm seus valores atualizados a cada *2ms*, de acordo com a frequência de amostragem definida no projeto do sistema de controle, e estes valores podem ser utilizados até *7ms* após a atualização sem comprometer o funcionamento do sistema, uma vez que esta foi a margem de atraso temporal especificada no projeto. Todos os sensores operam no modo *advertised*.

Os atuadores são definidos pelos dados utilizados para comandar os atuadores, a razão cíclica, representada em inglês como *duty cycle*. Estes SmartDatas operam no modo `commanded` e tem seus valores atualizados pelo controlador. Sua unidade é uma unidade digital que constitui um número representado por um ponto flutuante que ocupa quatro *bytes* na memória.

O controlador é representado por um SmartData que lê os dados de todos os sensores, calcula os comandos de atuação baseado em uma função, no diagrama denominada por `control()`, e atualiza os SmartDatas referentes aos comandos de atuação. A função `control()` é chamada uma vez que os valores de todos os sensores foram atualizados desde a última vez que a função foi chamada, sendo assim, sempre que um sensor foi atualizado, o mesmo notifica o SmartData do controlador, o qual mantém a informação referente à quais SmartDatas já foram atualizados.

A implementação do sistema de controle utilizando SmartData se reduz, então, a instanciar todos os SmartDatas presentes no diagrama utilizando os parâmetros especificados.

5.2 ARQUITETURA DE SOFTWARE DO SISTEMA DE CONTROLE

A arquitetura do software que implementa a estratégia de controle é construída de forma a abstrair o funcionamento interno do sistema, expondo apenas uma interface com um método que calcula os comandos de atuação utilizando as medidas dos sensores, de forma que este método possa ser fornecido como parâmetro para o construtor de um SmartData que representa um controlador. Essa interface funciona como uma fachada.

Para garantir que várias estratégias de controle possam ser representadas pela mesma arquitetura e que a inclusão de novos componentes de software na estratégia de controle seja simples e ágil, garantindo a escalabilidade da arquitetura, modela-se a estratégia de controle como uma cadeia de responsabilidade, sendo que cada um dos manipuladores da cadeia de responsabilidade representa um estágio da estratégia de controle, de forma que os sinais de medida são processados sequencialmente por cada um dos estágios.

O diagrama de classes apresentado na figura 25 representa a estrutura do sistema de controle de atitude proposto.

Neste diagrama, a interface `AttitudeControlSystem` representa a fachada definida para o sistema. Uma classe concreta `SlidingAttitudeControlSystem` implementa a fachada e armazena uma referência ao primeiro manipulador da cadeia de responsabilidade, logo uma chamada para o método `handle()` definido na interface do manipulador, cujo nome é `ControlSystemComponent` inicia o processamento das medidas. Quando o último componente da cadeia de responsabilidade finaliza sua tarefa, o controle da execução retorna para o SmartData que representa o controlador para que

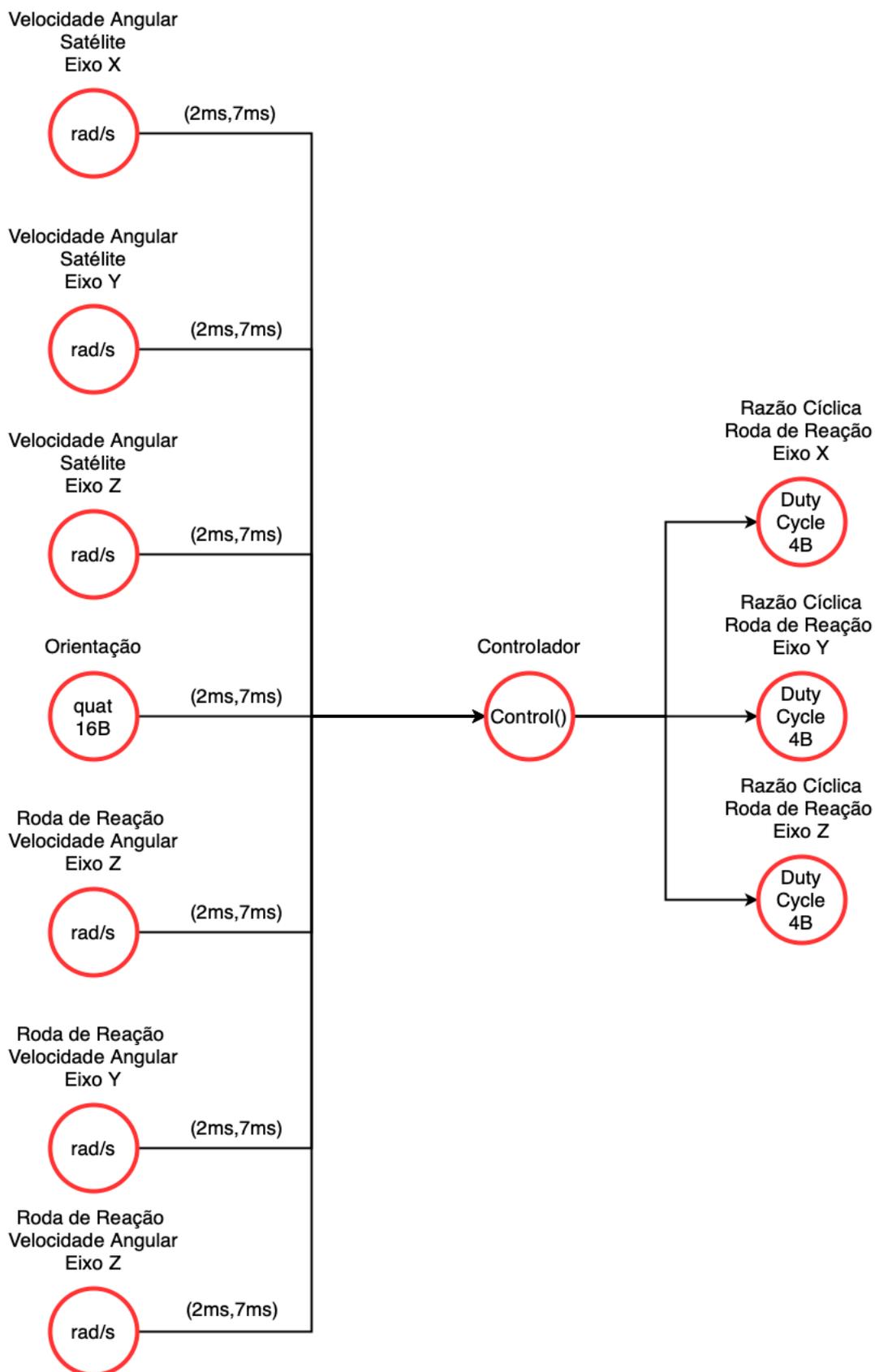


Figura 24 – Modelo baseado em SmartData

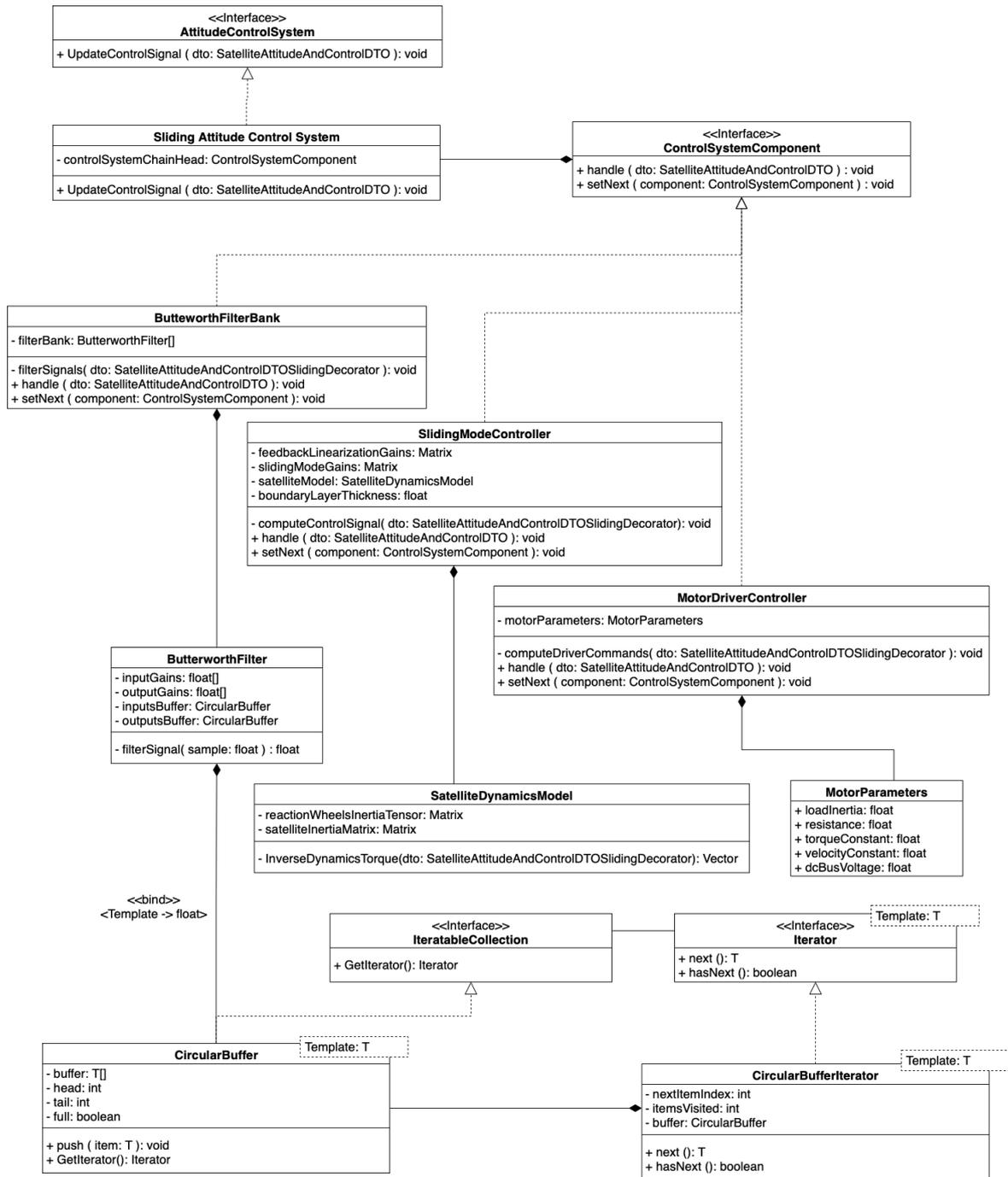


Figura 25 – Diagrama de Classes do Sistema de Controle

o mesmo copie os valores referentes aos comandos de atuação para os SmartDatas que representam os atuadores.

O função que inicia a computação dos comandos de atuação recebe como argumento uma referência a um objeto de transferência de dados, apresentado na figura 26, que será alterado pelos componentes do sistema de controle.

A implementação da estratégia de controle proposta consiste em definir um conjunto de componentes que implementam a interface ControlSystemComponent e arranjá-los em uma cadeia de responsabilidade. Para este fim, defini-se um banco

SatelliteAttitudeAndControlDTO
- satelliteAngularVelocity: vector
- reactionWheelAngularVelocities: vector
- attitude: quaternion
- referenceAttitude: quaternion
- referenceSatelliteVelocity: quaternion
- controlTorque: vector
- actuatorCommands: vector

Figura 26 – Objeto de transferência de dados do sistema de controle de atitude

de filtros, abstraído pela classe `ButterworthFilterBank`, um controlador por modos deslizantes, abstraído pela classe `SlidingModeController` e uma entidade cuja responsabilidade é traduzir os comandos de controle em termos de torque em comandos de controle em termos de razão cíclica, abstraída pela classe `MotorDriverController`. Como esperado, o primeiro manipulador da cadeia de comandos é o banco de filtros, o segundo é o controlador por modos deslizantes e o terceiro é o controlador dos motores.

O diagrama apresentado na figura 27 representa o fluxo de execução da estratégia de controle. Para simplificar o diagrama, considera-se, explicitamente, apenas um sensor e um atuador. A execução se inicia quando um sensor adquire uma nova amostra, evento este que ocorre periodicamente, e em seguida atualiza o valor do seu respectivo `SmartData` e notifica o `SmartData` que representa o controlador com o intuito de informá-lo que uma nova amostra está disponível. Se todos os `SmartDatas` ainda não tiverem sido atualizados neste ciclo de execução, o processo termina e só será iniciado novamente quando um outro `SmartData` que representa um sensor atualizar o seu valor de medida. Caso todos os `SmartDatas` que representam sensores já tenham sido atualizados neste ciclo de execução, ao receber a notificação do último `SmartData` atualizado, o `SmartData` que representa o controlador chama o banco de filtros para que o mesmo filtre dos sinais de medida. Em seguida o banco de filtros chama o controlador, que realiza o cálculo dos sinais de controle. Este por sua vez chama o controlador do *driver* do motor para que ocorra a transformação de um comando de torque para um comando de razão cíclica. O fluxo de execução retorna, então, ao `SmartData` que representa o controlador, que atualiza os valores dos `SmartDatas` que representam atuadores e os notifica para que os mesmos realizem a requisição do comando de atuação aos transdutores.

Como este sistema de controle específico exige uma representação do erro de rastreamento em termos de uma variável deslizante, definiu-se um novo objeto de transferência de dados, chamado `SatteliteAttitudeAndControlDTOSlidingDecorator` e definido na figura 28, que decora o objeto de transferência original, adicionando um método que calcula e retorna a variável deslizante baseada nos atributos do objeto de transferência de dados original.

O controlador por modos deslizantes também exige um modelo da dinâmica do

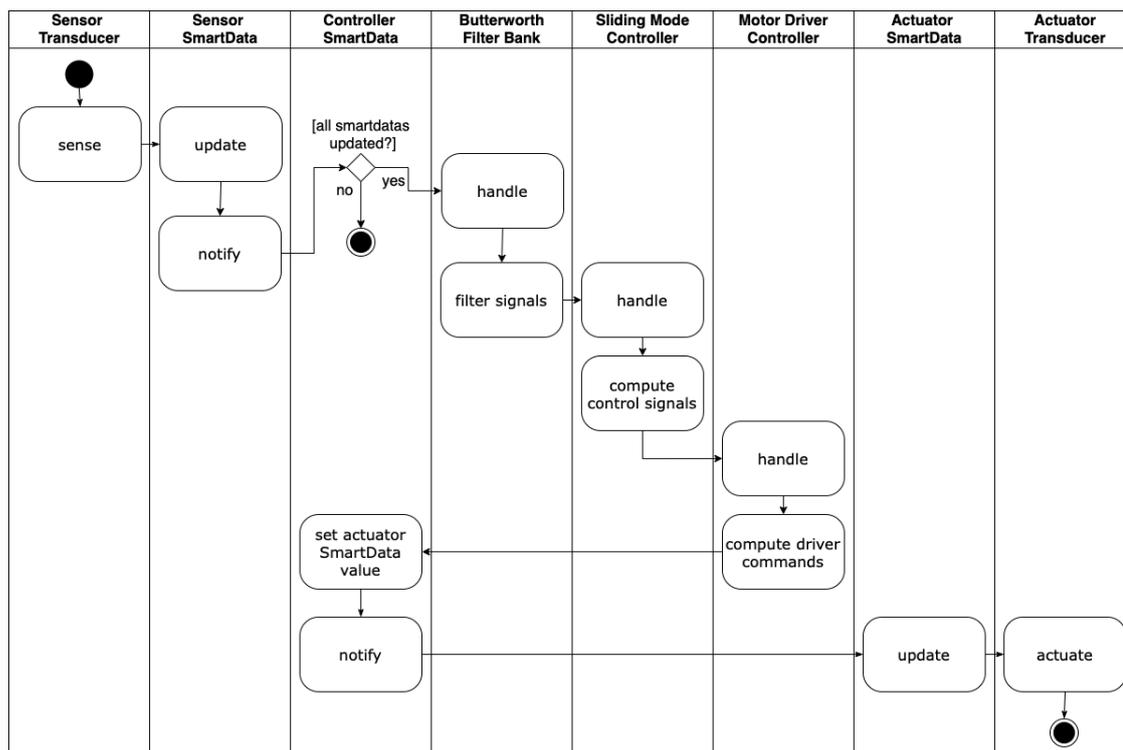


Figura 27 – Diagrama de Atividades do Sistema de Controle

satélite para gerar a parcela do sinal de controle que realiza a linearização por realimentação, para este fim define-se uma classe `SatelliteDynamicsModel` que implementa essa funcionalidade.

A implementação dos filtros digitais é realizada com o auxílio de um *buffer* circular, uma estrutura de dados que utiliza um bloco fixo de memória para armazenar um conjunto de amostras de um de sinal, sendo que toda vez que uma amostra nova é inserida, a amostra mais antiga que estava armazenada no *buffer* é descartada. O *buffer* circular implementa este comportamento sem a necessidade de rearranjar os dados que estão nele armazenados quando uma nova amostra é inserida. Para que isso seja possível, é necessário manter referências à posição na memória na qual está armazenada a amostra mais antiga. Esta referência não é, necessariamente, exposta a outros objetos que consomem o *buffer* circular, logo não é possível ter conhecimento prévio sobre o endereço do bloco de memória no qual se encontra uma amostra específica armazenada no *buffer*. Por esse motivo, implementa-se um iterador para o *buffer* circular que inicia a travessia pelo *buffer* a partir da amostra mais recente e o percorre na direção da amostra menos recente.

A vantagem dessa arquitetura se dá pelo fato de que a adição de um novo estágio de processamento, como um novo filtro ou um controlador PID para o motor, se resume a adicionar uma nova classe que implementa a interface `ControlSystemComponent` e inserir uma instância de um objeto dessa classe na cadeia de responsabilidade, sem a necessidade de alterar os componentes de software que consomem a estratégia de

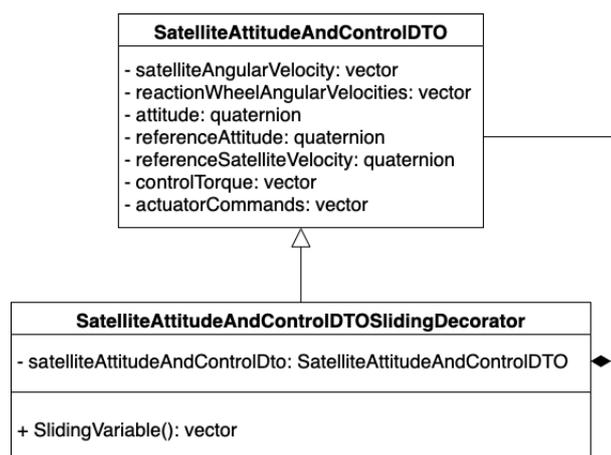


Figura 28 – Objeto de transferência de dados do sistema de controle de atitude decorado para calcular a variável deslizando

controle. Percebe-se também que a implementação de uma estratégia de controle completamente diferente também se reduz a definir novos componentes e possivelmente um decorador diferente para o objeto de transferência de dados.

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6 SIMULAÇÃO

Para validar a estratégia de controle proposta utiliza-se o Gazebo, uma ferramenta de simulação de sistemas robóticos complexos munida de um *solver* de equações diferenciais ordinárias para resolver as equações que regem a dinâmica de corpos rígidos (FOUNDATION, 2014).

Além de simular a física do sistema a ser controlado, é necessário simular, também, a execução do software de controle. Para este fim, utiliza-se a integração do Gazebo com o ROS2, um conjunto de bibliotecas e ferramentas de desenvolvimento de software para sistemas mecatrônicos (ROBOTICS, 2022a). A implementação de um sistema utilizando ROS2 consiste em definir uma rede de processos que realizam tarefas específicas e trocam mensagens entre si (ROBOTICS, 2022b) em uma rede que segue o padrão *publish/subscribe*.

Essas ferramentas foram escolhidas para realizar a simulação do sistema de controle de atitude devido ao desempenho do *solver* de equações diferenciais do Gazebo, de forma que a dinâmica do CubeSat pode ser simulada em tempo real, e devido ao fato de que este simulador foi construído visando a integração com ROS2, com o intuito de garantir que a maior parte do software de controle implementado para realizar a simulação possa ser reutilizada para controlar um sistema real.

A figura 29 apresenta graficamente a relação entre as diferentes partes do sistema simulado. A dinâmica do CubeSat é avaliada pelo *solver* de equações diferenciais do Gazebo. Os sensores e atuadores também são simulados pelo Gazebo na forma de *plugins*, cuja responsabilidade é publicar as medidas dos sensores simulados na rede de processos do ROS2, receber os comandos para os atuadores através da mesma rede e atualizar, neste caso, os valores de torque que estão sendo utilizados pelo simulador para resolver as equações diferenciais de acordo com os comandos recebidos. Os sensores e atuadores simulados são abstraídos como *Transducers*, dentro do contexto de *SmartData*, logo os valores dos *SmartDatas* que representam sensores são atualizados sempre que o simulador publica as novas medidas simuladas e os torques aplicados ao corpo rígido são atualizados sempre que os *SmartDatas* que representam atuadores têm seus valores atualizados. Por fim, têm-se a implementação em software da estratégia de controle que fornece ao *SmartData* que representa o controlador uma função que calcula os comandos de atuação a partir das medidas dos sensores.

A estratégia de controle é avaliada pela sua capacidade de seguir uma trajetória de referência em condições ideais, na presença de ruído de medida de diferentes intensidades, na presença de incertezas paramétricas de diferentes magnitudes e sob efeito de perturbações externas constantes. A perturbação externa constante assume o valor de $1 \times 10^{-7} N.m$, um limite superior para esta grandeza utilizado em (GERHARDT,

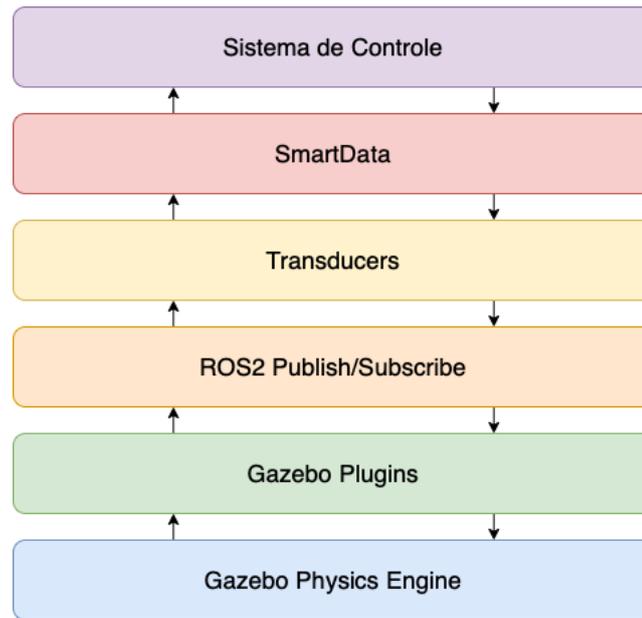


Figura 29 – Visão geral da hierarquia dos componentes da simulação

2010).

A trajetória de referência utilizada na simulação é derivada da tarefa de apontamento para o Nadir, isto é, para o centro da órbita circular do satélite. A equação (107) apresenta uma expressão para calcular a magnitude da velocidade angular de referência para esta trajetória, sendo a sua direção perpendicular ao plano que contém a órbita (RIGO *et al.*, 2021). Nesta equação G representa a constante gravitacional, m_e representa a massa da Terra, R_e representa o raio médio da terra e h a altitude da órbita. Considerando uma órbita a uma altitude de 600km , obtém-se uma velocidade angular de referência com magnitude aproximadamente igual à $1 \times 10^{-3}\text{rad/s}$. A direção da velocidade angular é dada pelo vetor unitário $\hat{\omega} = [-0,217, 0,965, 0,147]$.

$$\omega_{ref} = \sqrt{\frac{Gm_e}{(R_e + h)^3}} \quad (107)$$

Baseando-se a na relação entre a velocidade angular de um corpo rígido e sua orientação no espaço, pode-se definir o quatérnio de referência da trajetória em questão utilizando a equação (108).

$$q_{ref}(t) = \cos\left(\frac{\|\omega_{ref}\|dt}{2}\right) + \hat{\omega} \sin\left(\frac{\|\omega_{ref}\|dt}{2}\right) \quad (108)$$

6.1 IMPLEMENTAÇÃO DO SMARTDATA EM ROS2

Da maneira que foi proposta, a simulação do sistema de controle depende de uma implementação do SmartData em ROS2.

As aplicações desenvolvidas utilizando ROS2 são modeladas como uma série de módulos capazes de processar informação e trocar mensagem entre si. Estes módulos são chamados *nodo*. Esta representação pode ser diretamente mapeada para uma implementação de *SmartData*, onde cada *Transducer* associado a um *SmartData* é um *nodo* responsável por se comunicar com a simulação através de uma rede.

A estrutura da implementação do *SmartData* utilizando ROS2 é descrita pelo diagrama de classes apresentado na figura 30. Nesta implementação, há duas classes que implementam a interface do *SmartData*, uma que representa o controlador, denominada *Controller SmartData*, e uma que representa *SmartData*s locais, tanto sensores como atuadores, chamada *LocalSmartData*. Ambas as classes também implementam as interfaces do observador e do observável.

O *SmartData* que representa controlador observa os *SmartData*s que representam os sensores, permitindo que estes notifiquem o controlador toda vez que seus valores são atualizados. Uma vez que os valores de todos os sensores foram atualizados, o *SmartData* que representa o controlador chama o método que executa a estratégia de controle.

Os *SmartData*s que representam atuadores observam o controlador, dessa maneira o controlador pode notificar os *SmartData*s que representam os atuadores uma vez que seus valores forem atualizados para que os mesmos atualizem os comandos de atuação dos seus respectivos transdutores, permitindo que a atribuição ao valor de um *SmartData* que representa um atuador seja desacoplada do envio dos comandos de atuação, tornando mais simples a sincronização do envio dos comandos aos diferentes atuadores.

Com essa estrutura definida, a implementação do *SmartData* em ROS2 está completa, visto que o consumo dos serviços à nível de sistema operacional, como criação de novos processos e comunicação entre processos, são gerenciados pelas bibliotecas do ROS2.

Os *SmartData*s que representam transdutores remotos não foram implementados porque não foram utilizados para a realização da simulação.

6.2 RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulação do sistema de controle de atitude proposto. Foram considerados os cenários:

1. ideal, ou seja, sem ruído nas medidas, sem perturbações externas e sem incertezas quanto ao modelo.
2. com ruído de medida de diferentes intensidades, porém sem perturbações externas e sem incertezas quanto ao modelo.
3. sem ruído de medida e sem perturbações, porém com diferentes níveis de

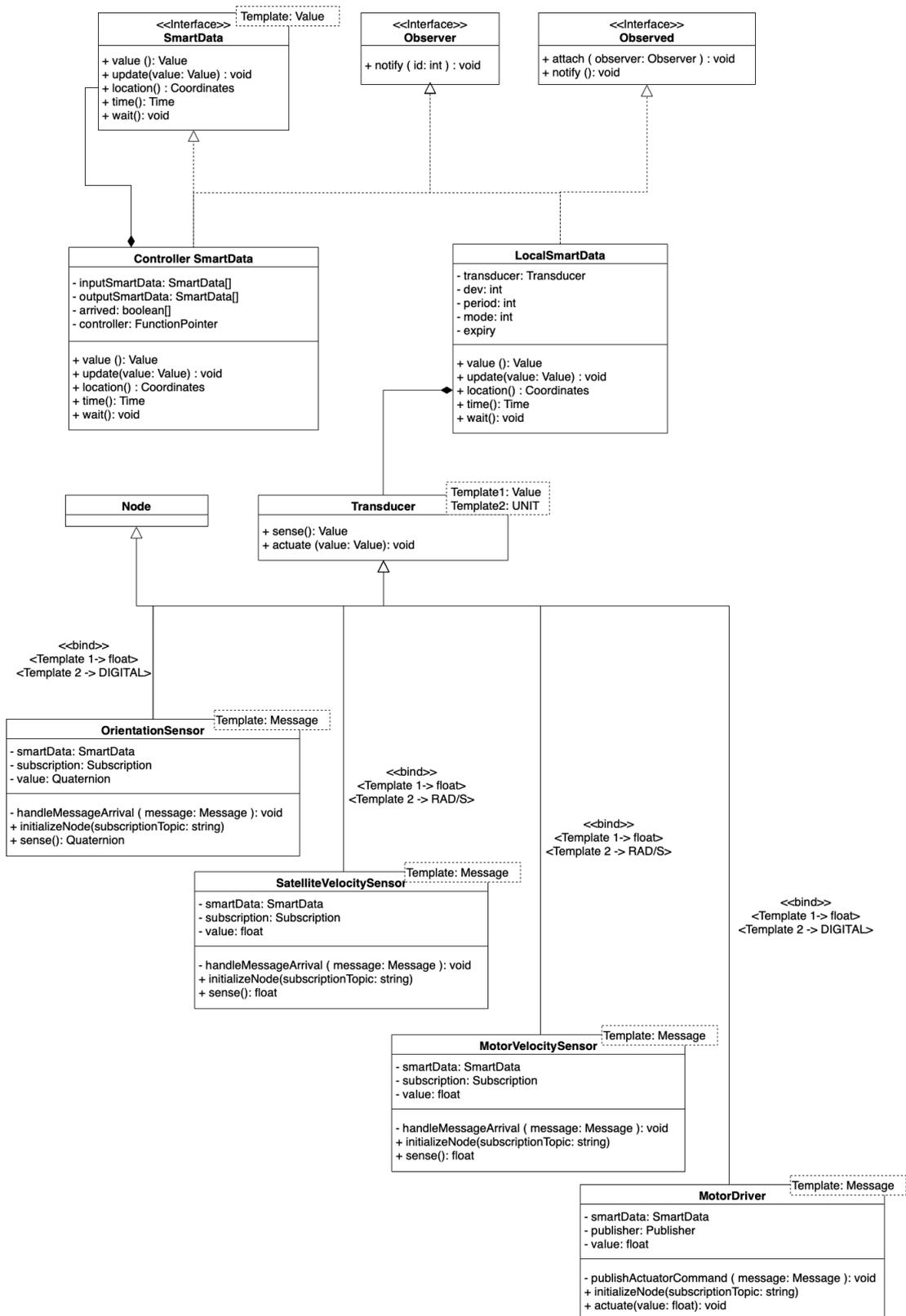


Figura 30 – Diagrama de classes da implementação de SmartData em ROS2

incerteza paramétricas nos tensores de inércia das rodas de reação e do CubeSat.

4. sem ruído de medida e sem incertezas paramétricas, porém considerando diferentes níveis de incertezas não paramétricas quanto às perdas mecânicas das rodas de reação, expressas como um termo um amortecimento proporcional à velocidade das rodas de reação, e considerando um torque de perturbação externo constante com magnitude de $1 \times 10^{-7} N.m$.
5. considerando ruído de medida, incertezas paramétricas e não paramétricas e a presença de um torque de perturbação externo constante com magnitude de $1 \times 10^{-7} N.m$.

6.2.1 Cenário 1

Neste cenário o sistema de controle de atitude será simulado na ausência de ruído de medida e incertezas de qualquer natureza. O objetivo é avaliar a capacidade do controlador de estabilizar o erro de rastreamento.

A figura 31 apresenta as componentes do quatérnio que representa a atitude do satélite em função do tempo bem como as componentes do quatérnio de referência, isto é, o quatérnio que expressa a atitude desejada para o satélite em um determinado instante de tempo. Já a figura 32 apresenta as componentes da velocidade angular do satélite e as componentes da velocidade angular de referência.

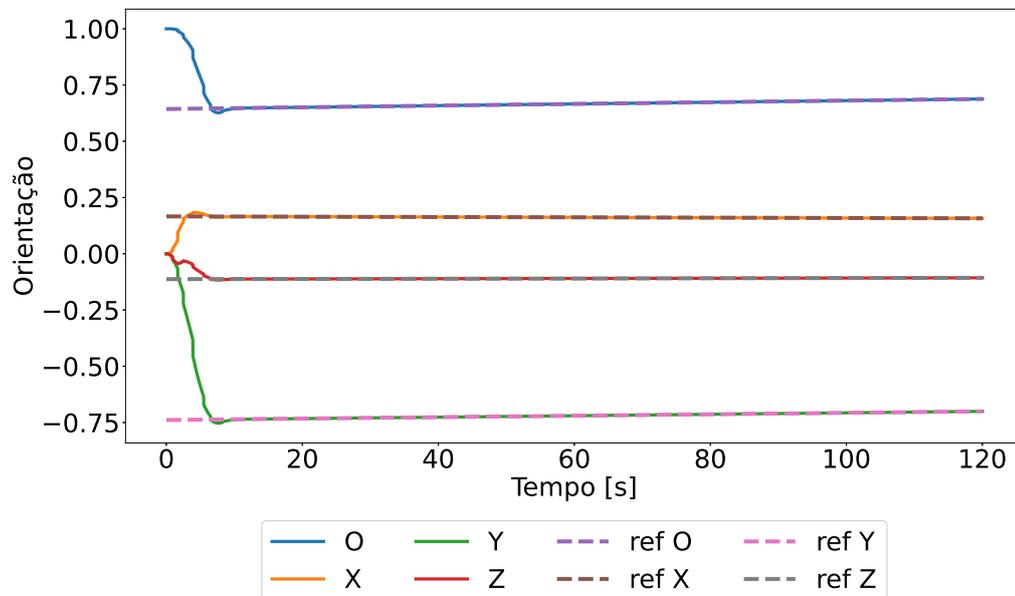


Figura 31 – Atitude do satélite e atitude de referência (ref) para o Cenário 1

As componentes da variável deslizante são apresentadas na figura 33 e as componentes do torque de controle são apresentadas na figura 34.

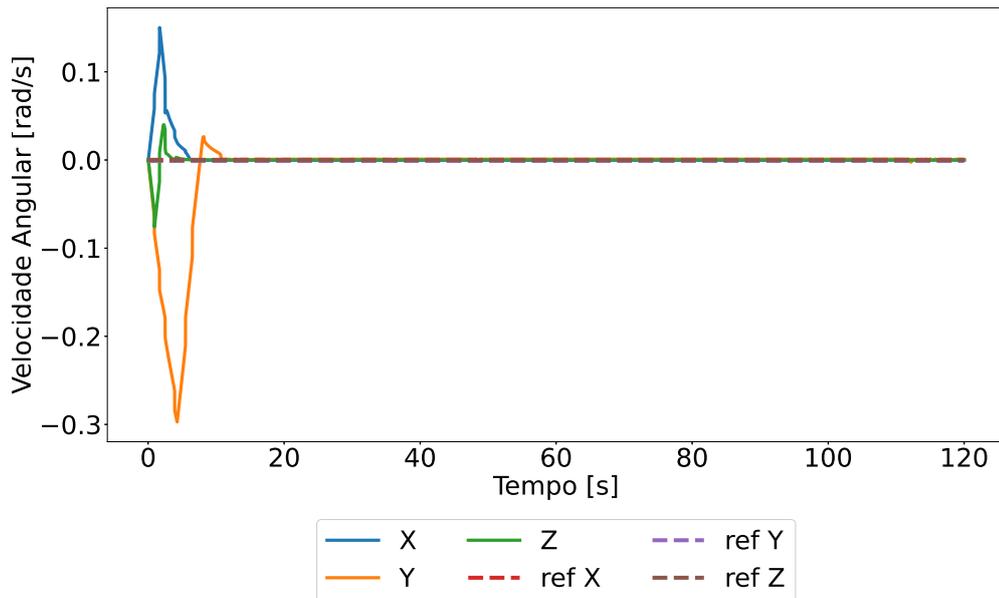


Figura 32 – Velocidade angular do satélite e velocidade angular de referência (ref) para o Cenário 1

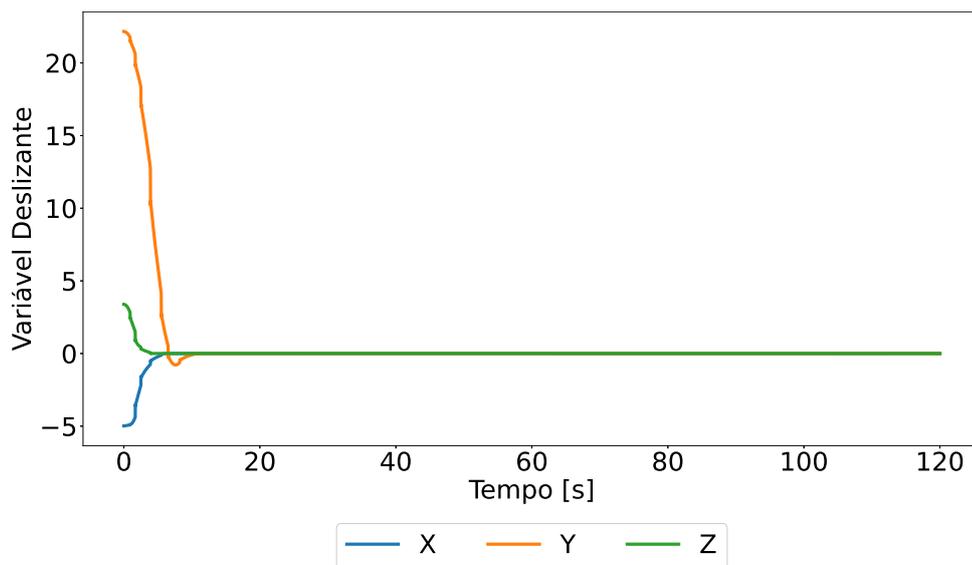


Figura 33 – Variável deslizante para o Cenário 1

A figura 35 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude. As linhas tracejadas representam os limites superior e inferior definidos para as componentes deste erro em tempo de projeto.

Os resultados referentes a este cenário demonstram que a lei de controle proposta é capaz de estabilizar tanto a orientação quanto a velocidade angular do satélite em torno de um trajetória e garantir que o erro de orientação em regime permanente seja menor do que os limites especificados, atingindo os requisitos de projeto.

Uma característica relevante, relacionada ao sinal de controle, que pode ser percebida é que na ausência de ruído, incertezas e perturbações externas, o sinal de controle assume valores próximos à zero durante grande parte da operação do sistema,

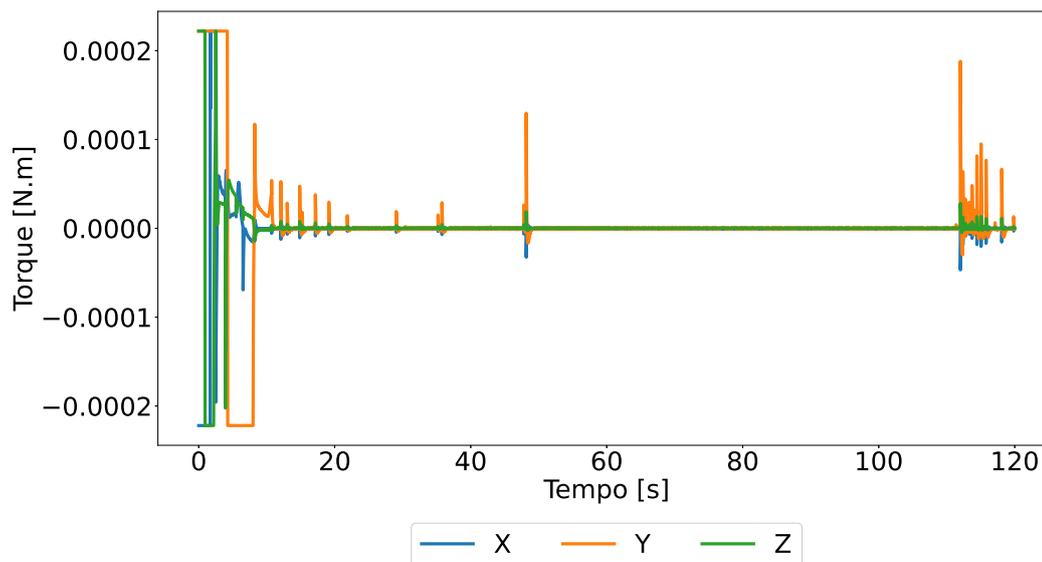


Figura 34 – Torque de controle para o Cenário 1

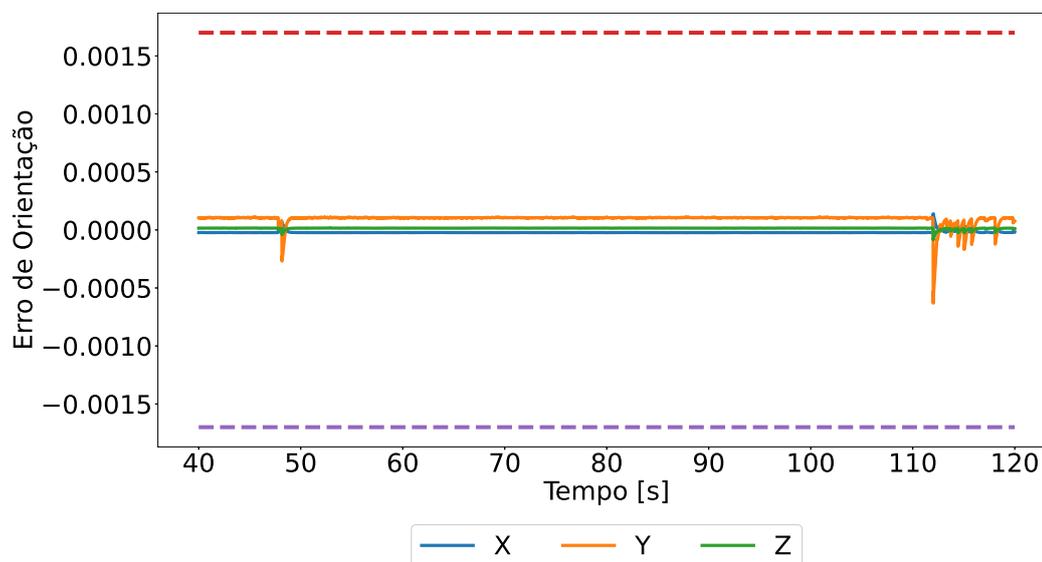


Figura 35 – Erro de atitude no Cenário 1

demonstrando que os sinais de controle de alta magnitude associados ao controlador por modos deslizantes não se manifestam na ausência destas não-idealidades. Os picos no sinal de controle observados na figura 34 podem ser associados aos aspectos temporais da simulação, a qual, por ser executada em um computador de propósito geral, pode apresentar atrasos temporais que não estariam presentes na implementação do sistema em um sistema operacional de tempo real.

6.2.2 Cenário 2

Neste cenário será considerado o efeito da adição de ruído gaussiano branco nos sinais de medida sobre o desempenho do sistema de controle. Incertezas sobre o sistema dinâmico de qualquer natureza não são consideradas.

Diferentes níveis de ruído são considerado nas simulações para os diferentes sinais de medidas. Os casos avaliados, especificados pelo desvio padrão do ruído gaussiano para cada um dos sensores, são definidos na tabela 1, onde σ_q , σ_{ω_s} e σ_{ω_r} são os desvios-padrão associados à distribuição de probabilidade do ruído de cada um dos sinais de medida.

	σ_q	σ_{ω_s} [rad/s]	σ_{ω_r} [rad/s]
caso 1	$6,8 \times 10^{-5}$	0,001	2
caso 2	$3,4 \times 10^{-4}$	0,005	10
caso 3	$8,5 \times 10^{-4}$	0,025	50

Tabela 1 – Intensidades de ruído nos sinais de medida considerados no cenário 2 em termos do desvio padrão da distribuição de probabilidade do ruído.

6.2.2.1 Caso 1

A figura 36 apresenta uma comparação entre os sinais de medida das componentes do quatérnion que representa atitude e a saída do filtro que recebe como entrada estas medidas. Da mesma forma as figuras 37 e 38 apresentam as medidas originais e filtradas para os sinais de velocidade angular do satélite e velocidade angular das rodas de reação.

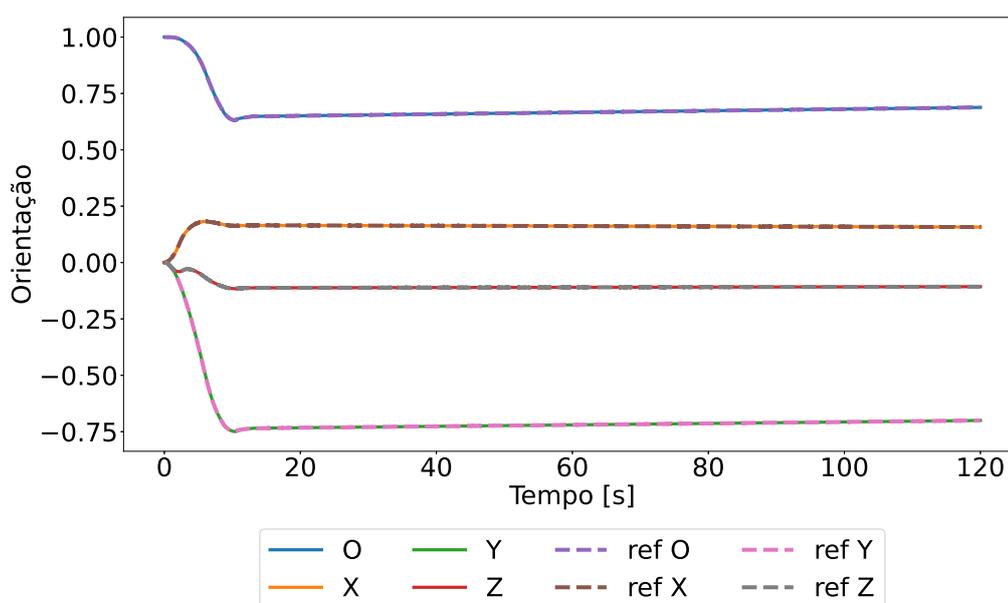


Figura 36 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 1 do cenário 2

A figura 40 apresentam a evolução temporal das componentes variável deslizando e a figura 39 apresenta as componentes do torque de controle.

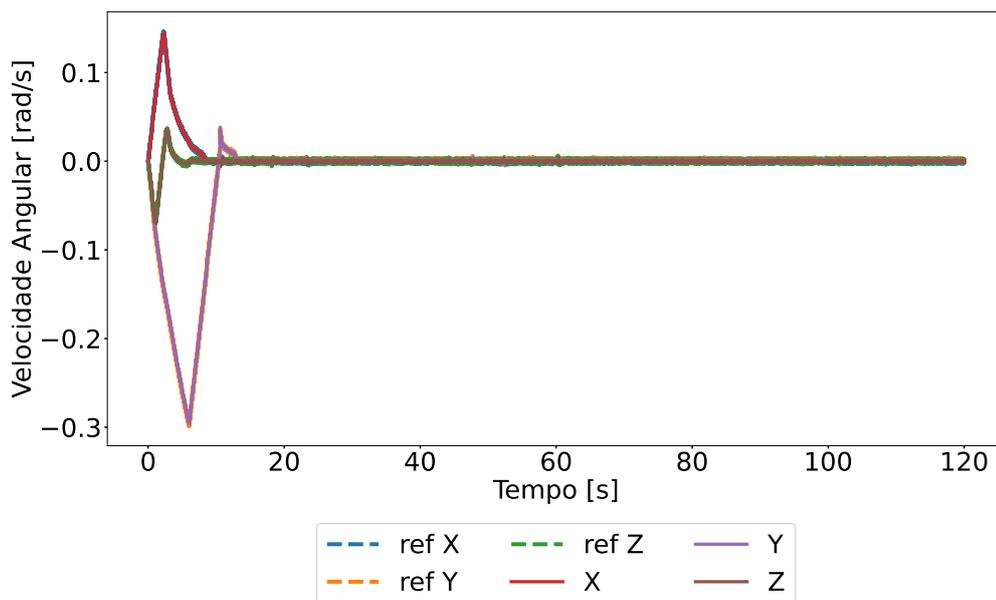


Figura 37 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 1 do cenário 2

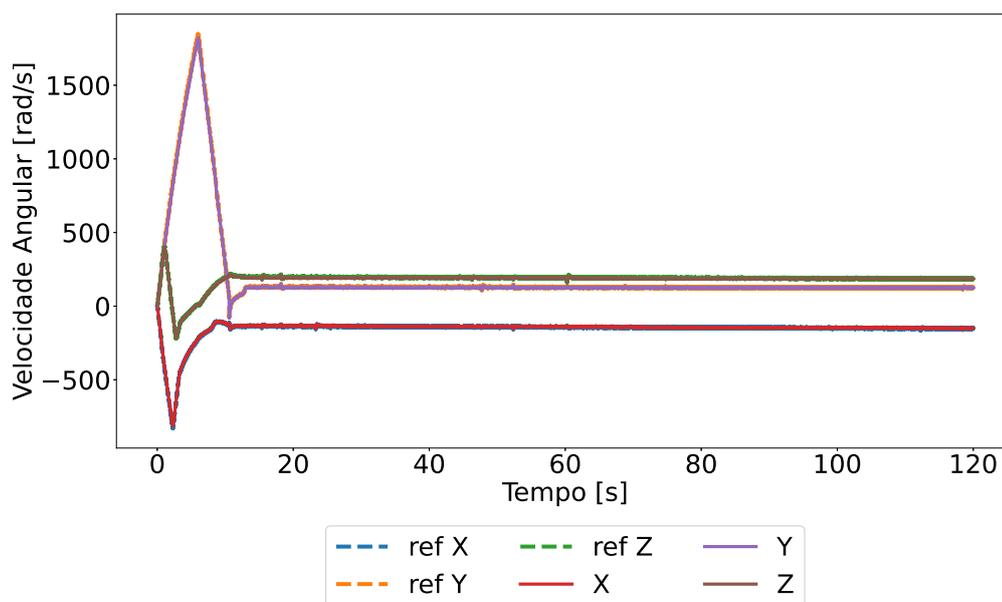


Figura 38 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 1 do cenário 2

Finalmente, a figura 41 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

6.2.2.2 Caso 2

A figura 42 apresenta uma comparação entre os sinais de medida das componentes do quatérnion que representa atitude e a saída do filtro que recebe como entrada estas medidas. Da mesma forma as figuras 43 e 44 apresentam as medi-

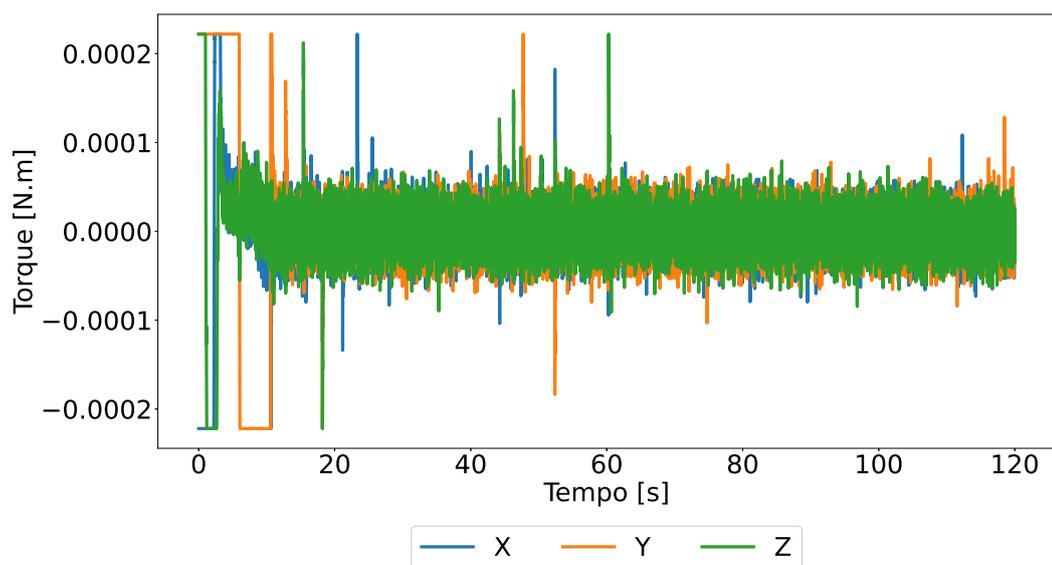


Figura 39 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 2

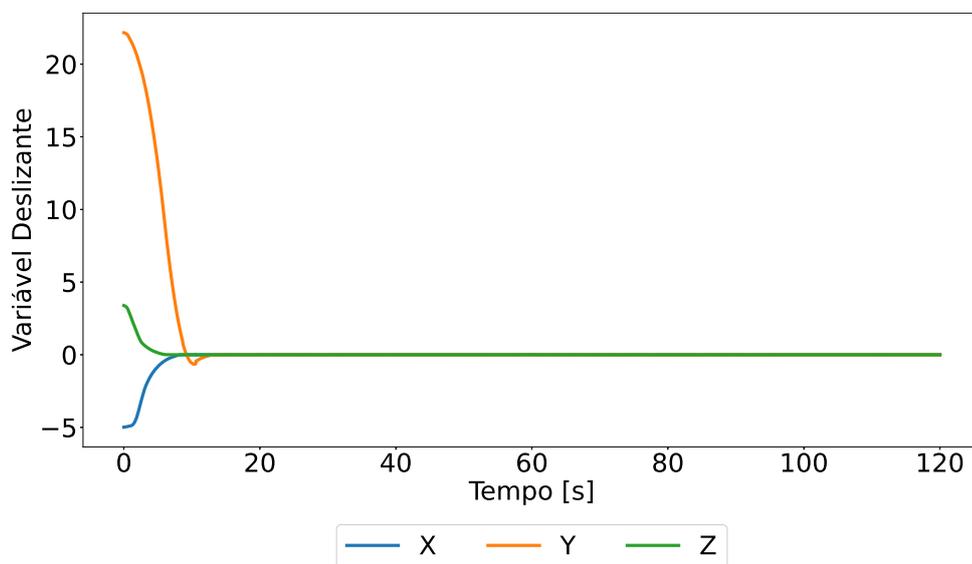


Figura 40 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 2

das originais e filtradas para os sinais de velocidade angular do satélite e velocidade angular das rodas de reação.

A figura 46 apresentam a evolução temporal das componentes variável deslizante e a figura 45 apresenta as componentes do torque de controle.

Finalmente, a figura 47 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

6.2.2.3 Caso 3

A figura 48 apresenta uma comparação entre os sinais de medida das componentes do quatérnion que representa atitude e a saída do filtro que recebe como

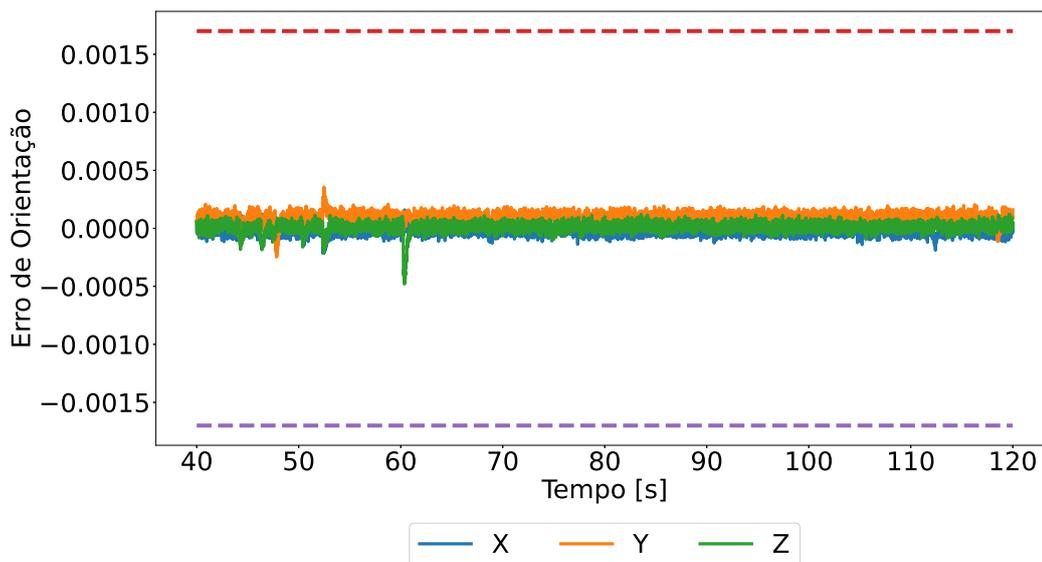


Figura 41 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 2

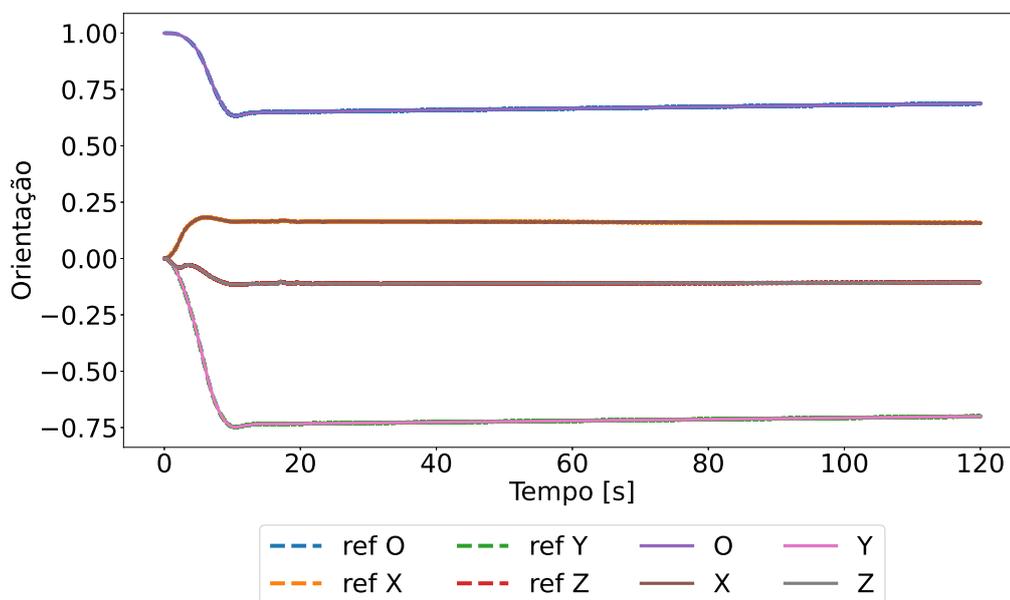


Figura 42 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 2 do cenário 2

entrada estas medidas. Da mesma forma as figuras 49 e 50 apresentam as medidas originais e filtradas para os sinais de velocidade angular do satélite e velocidade angular das rodas de reação.

A figura 52 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante e a figura 51 apresenta as componentes do torque de controle.

Finalmente, a figura 53 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

Neste cenário fica clara a relação entre o consumo de energia associado à estratégia de controle e o desempenho do filtro responsável por atenuar o ruído dos sinais de medida. Percebe-se que conforme a potência de ruído nos sinais de medida

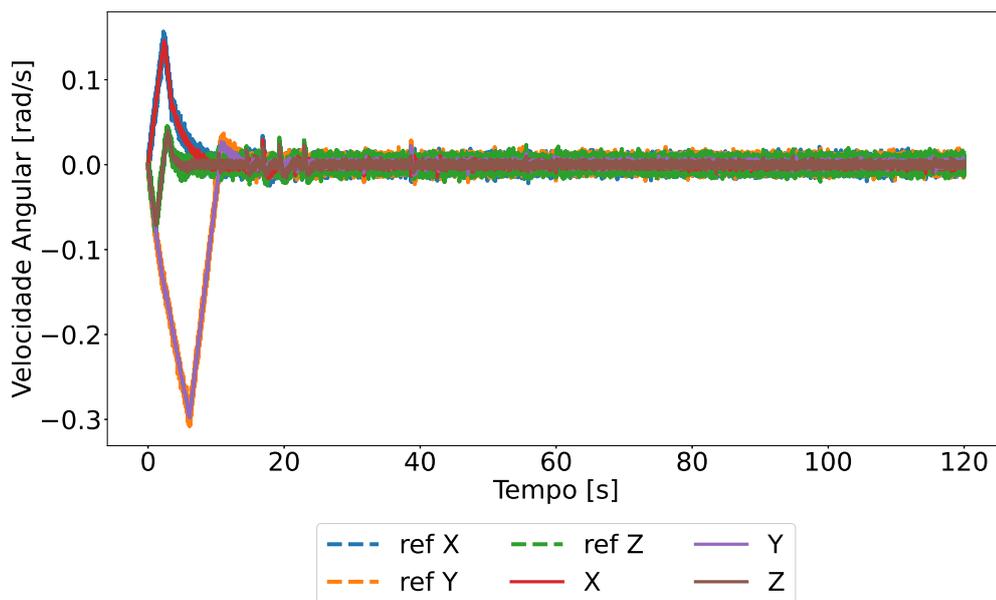


Figura 43 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 2 do cenário 2

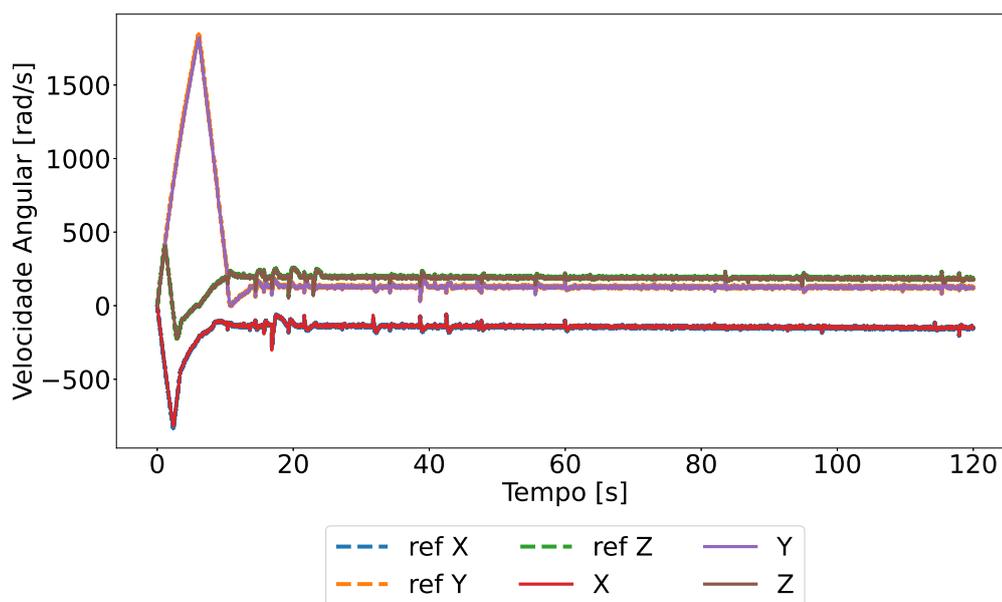


Figura 44 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 2 do cenário 2

aumenta, tanto a frequência quanto a magnitude dos sinais de controle também aumentam. Isso se dá não só pelo alto ganho da lei de controle por modos deslizantes, mas também pelo fato de que o sinal de velocidade angular das rodas de reação é utilizado para determinar o comando de razão cíclica que será enviado para os atuadores com a intenção de produzir o torque de controle computado através da lei de controle, logo, uma vez que há uma grande quantidade de ruído nos sinais de medida da velocidade angular das rodas de reação, mesmo após a aplicação do filtro passa-baixas, haverá, também, uma grande quantidade de ruído no sinal de controle, demonstrando que

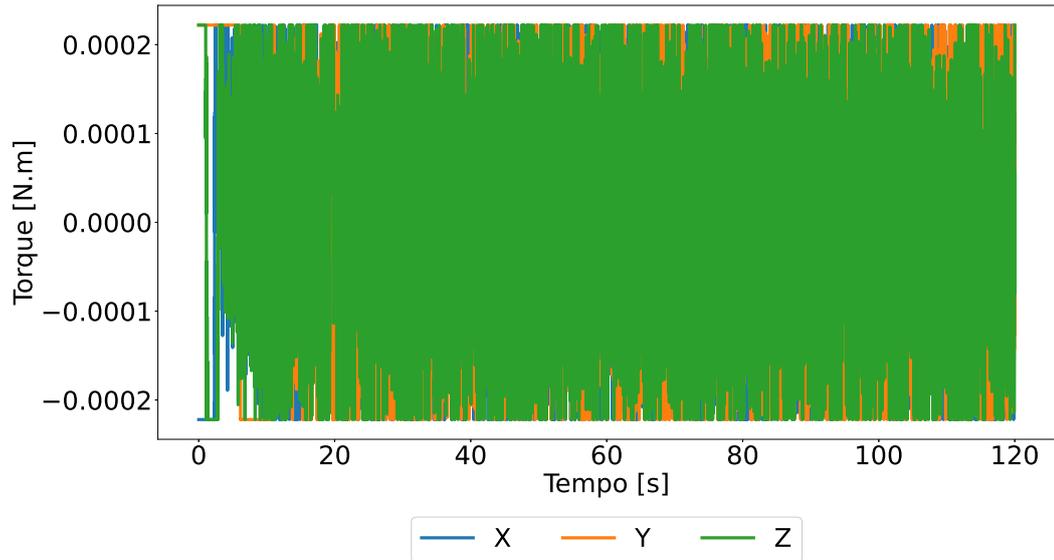


Figura 45 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 2

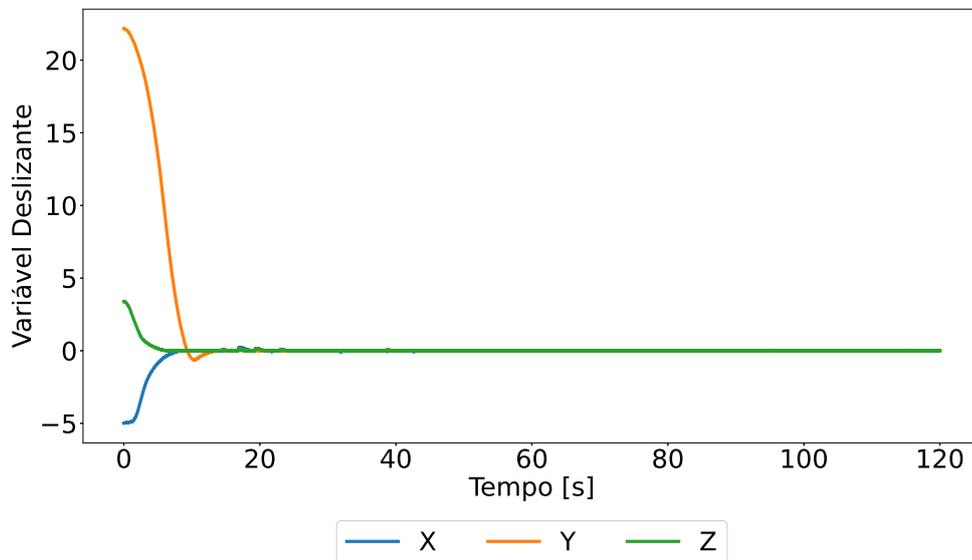


Figura 46 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 2

a qualidade do sinal de medida das rodas de reação é vital para o desempenho da estratégia de controle proposta.

6.2.3 Cenário 3

Neste cenário considera-se o efeito das incertezas paramétricas, especificamente nos tensores de inércia do satélite e das rodas de reação, sobre o desempenho do sistema de controle de atitude. Assume-se que não há ruído de medida e desconsidera-se o efeito de incertezas não-paramétricas.

A tabela 2 apresenta os valores da diagonal principal dos tensores de inércia do satélite e do conjunto de rodas de reação utilizados nas simulações. Os valores para os tensores de inércia utilizados na lei de controle se mantém iguais aos valores

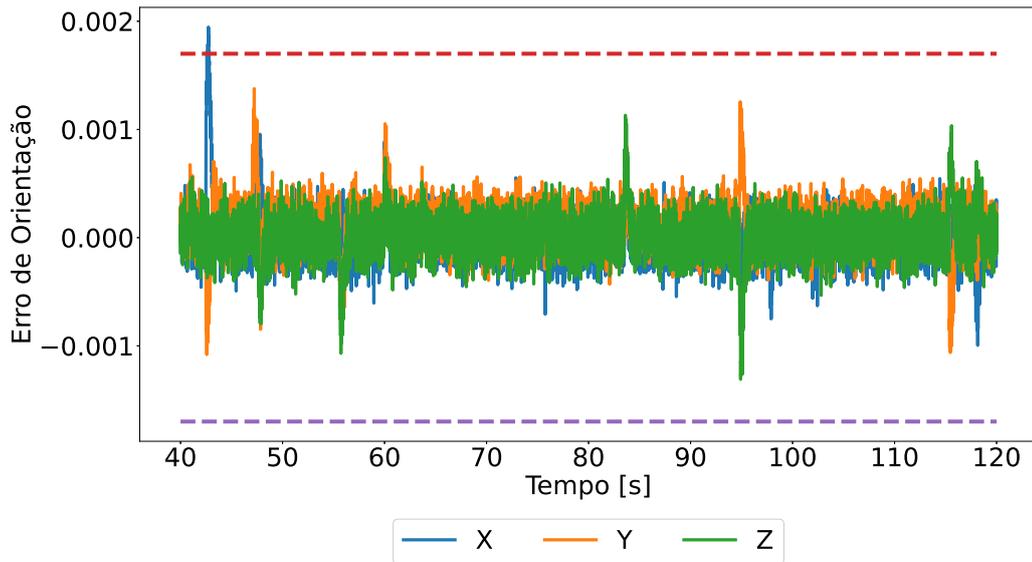


Figura 47 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 2

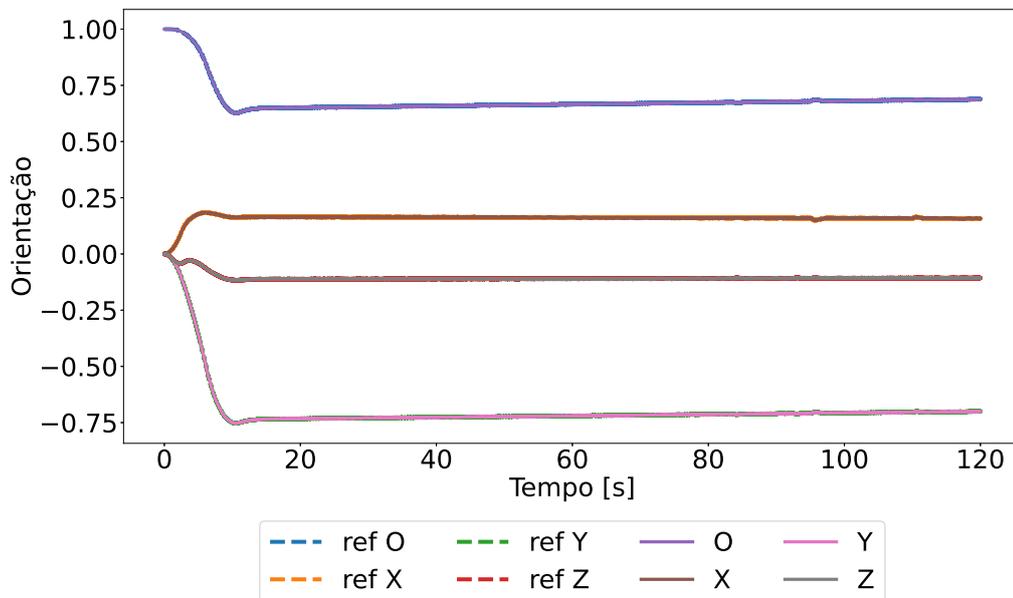


Figura 48 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o caso 3 do cenário 2

nominais considerados no projeto.

6.2.3.1 Caso 1

A figura 54 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 55 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 56 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

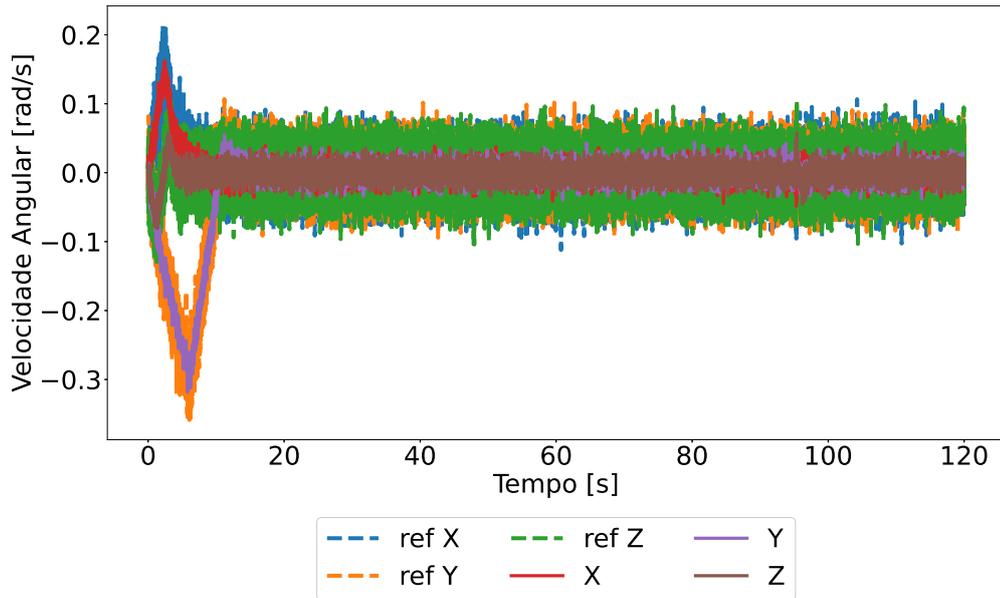


Figura 49 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o caso 3 do cenário 2

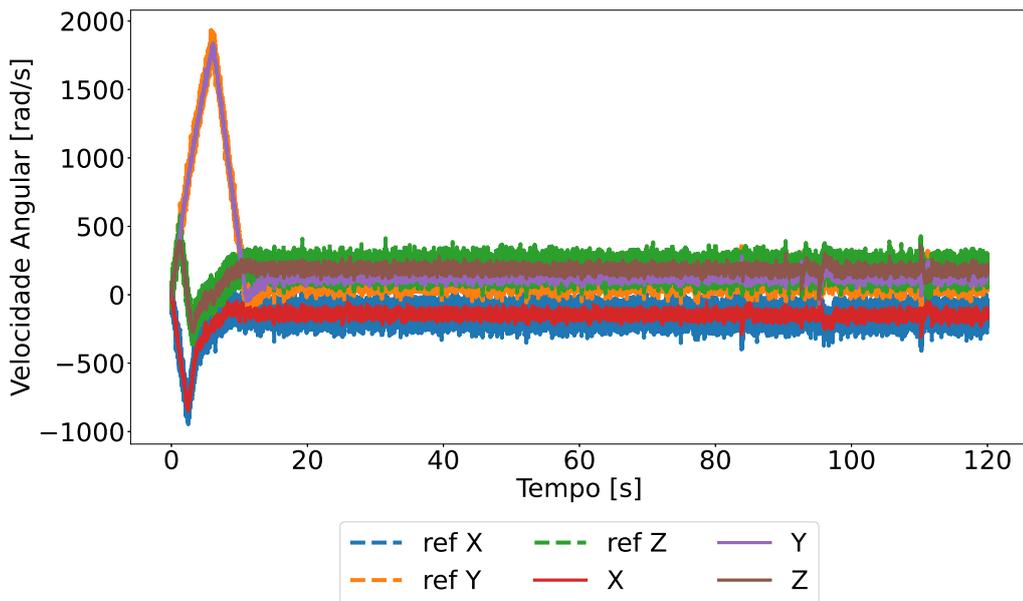


Figura 50 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o caso 3 do cenário 2

6.2.3.2 Caso 2

A figura 57 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 58 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 59 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

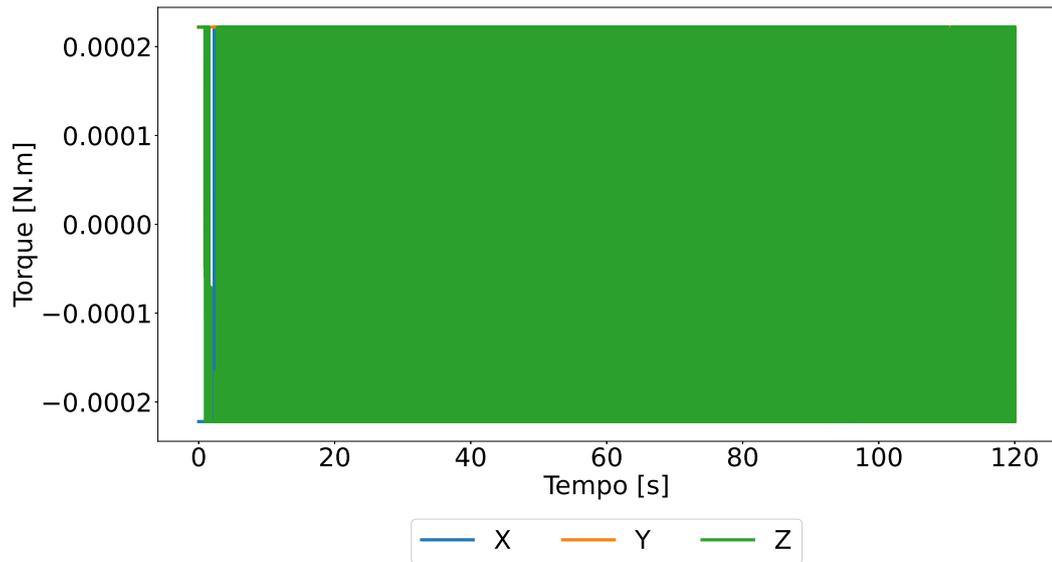


Figura 51 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 2

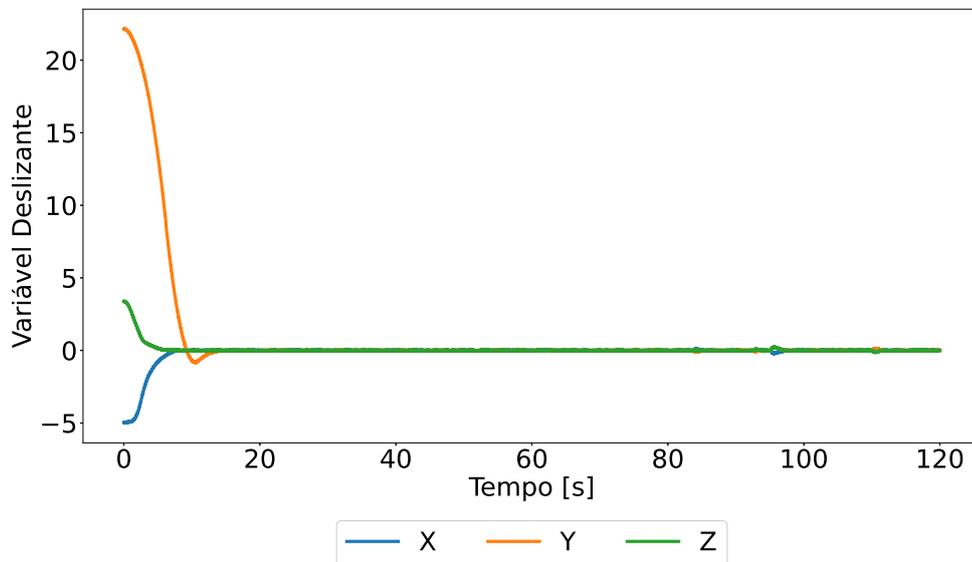


Figura 52 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 2

6.2.3.3 Caso 3

A figura 60 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 61 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 62 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

6.2.3.4 Caso 4

A figura 63 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 64 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 65 apresenta as 3 componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de

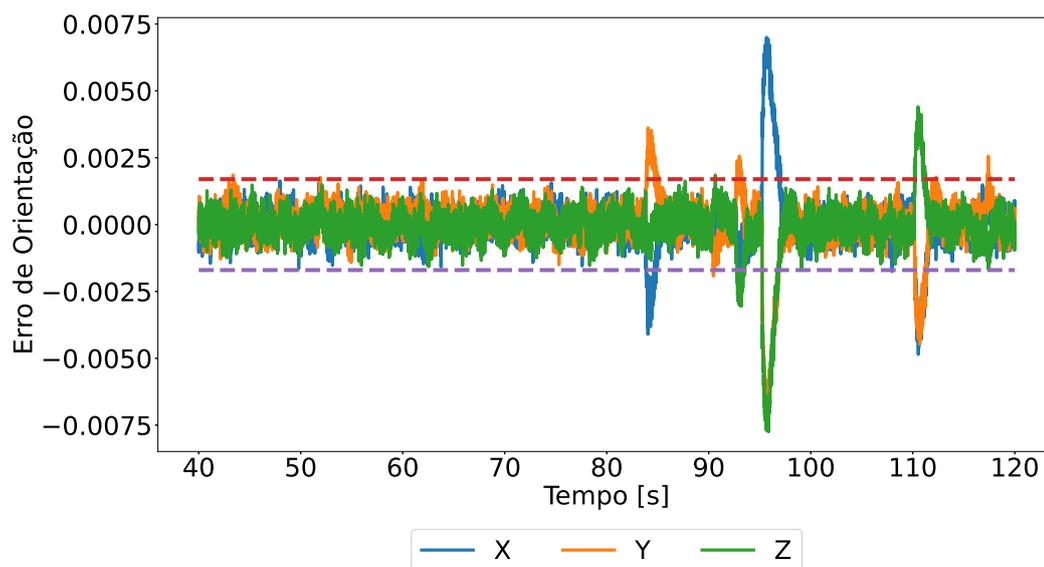


Figura 53 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 2

	$J_{s,xx}$	$J_{s,yy}$	$J_{s,zz}$	$J_{r,xx}$	$J_{r,yy}$	$J_{r,zz}$
caso 1	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^{-7}$	$7,0 \times 10^{-7}$	$7,0 \times 10^{-7}$
caso 2	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$4,7 \times 10^{-7}$	$4,7 \times 10^{-7}$	$4,7 \times 10^{-7}$
caso 3	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$4,7 \times 10^{-7}$	$4,7 \times 10^{-7}$	$4,7 \times 10^{-7}$
caso 4	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^{-7}$	$7,0 \times 10^{-7}$	$7,0 \times 10^{-7}$
caso 5	$1,8 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-7}$	$5,9 \times 10^{-7}$	$5,9 \times 10^{-7}$
caso 6	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-7}$	$5,9 \times 10^{-7}$	$5,9 \times 10^{-7}$

Tabela 2 – Valores para a diagonal principal dos tensores de inércia do satélite e das rodas de reação, em $kg.m^2$, considerados no cenário 3.

atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

6.2.3.5 Caso 5

A figura 66 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 67 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 68 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

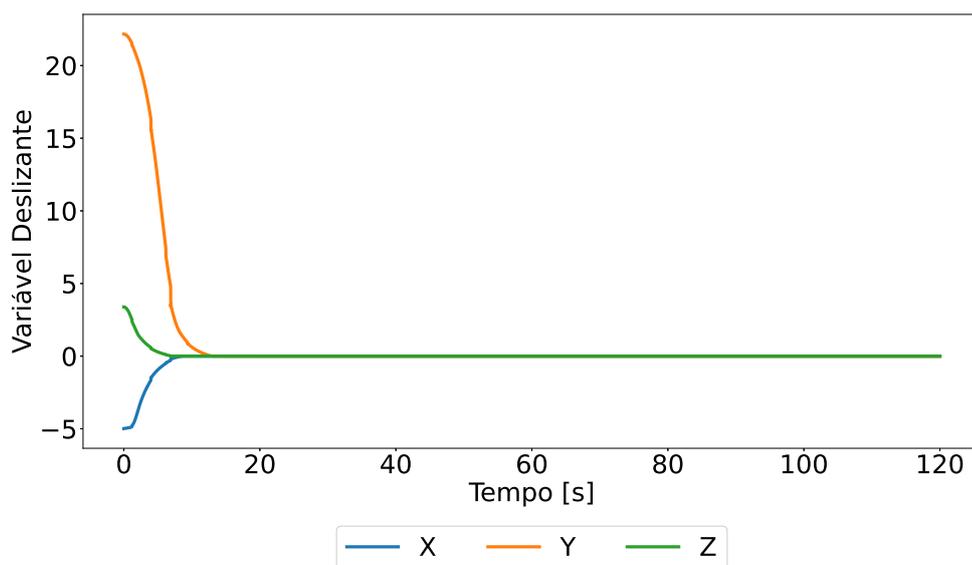


Figura 54 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 3

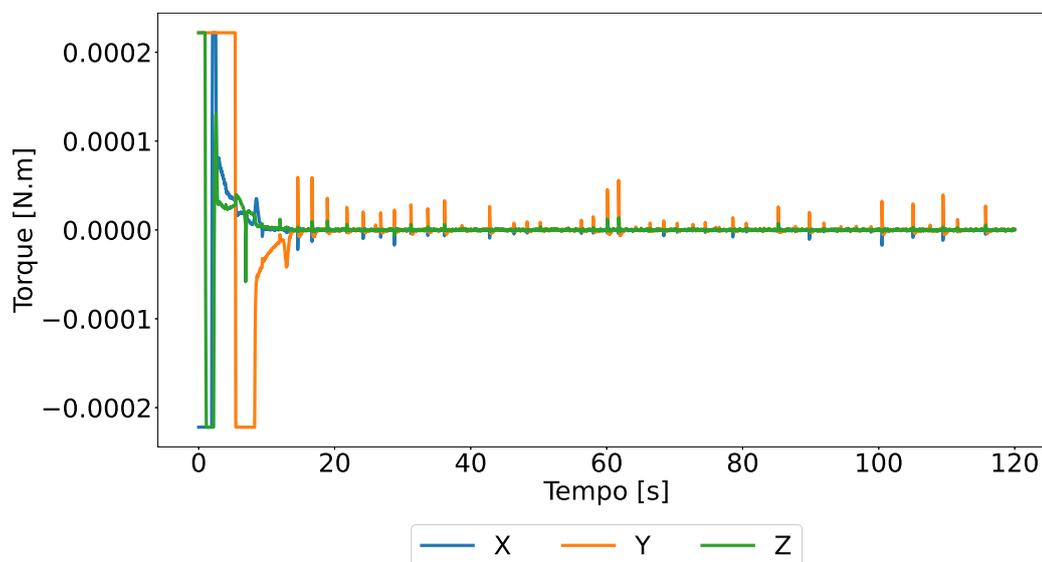


Figura 55 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 3

6.2.3.6 Caso 6

A figura 69 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 70 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 71 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

Com os experimentos apresentados neste cenário, fica evidente que a estratégia de controle proposta apresenta um certo grau de robustez à incertezas paramétricas. É relevante ressaltar que ainda que haja uma relação entre o esforço de controle e a presença de incertezas paramétricas, os sinais de controle, neste cenário, apresentam uma magnitude muito menor do que aqueles apresentados no cenário 2, demonstrando

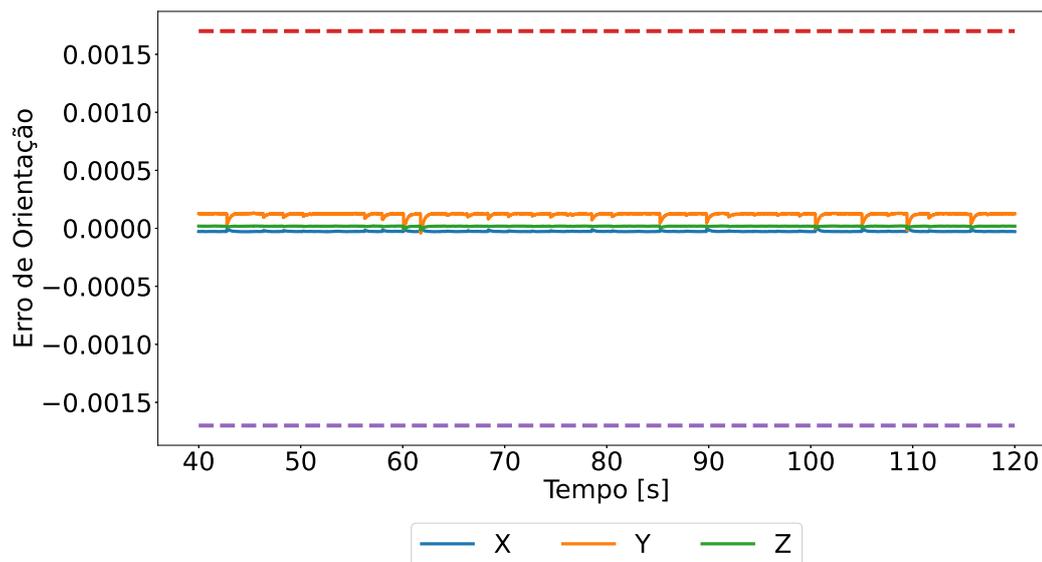


Figura 56 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 3

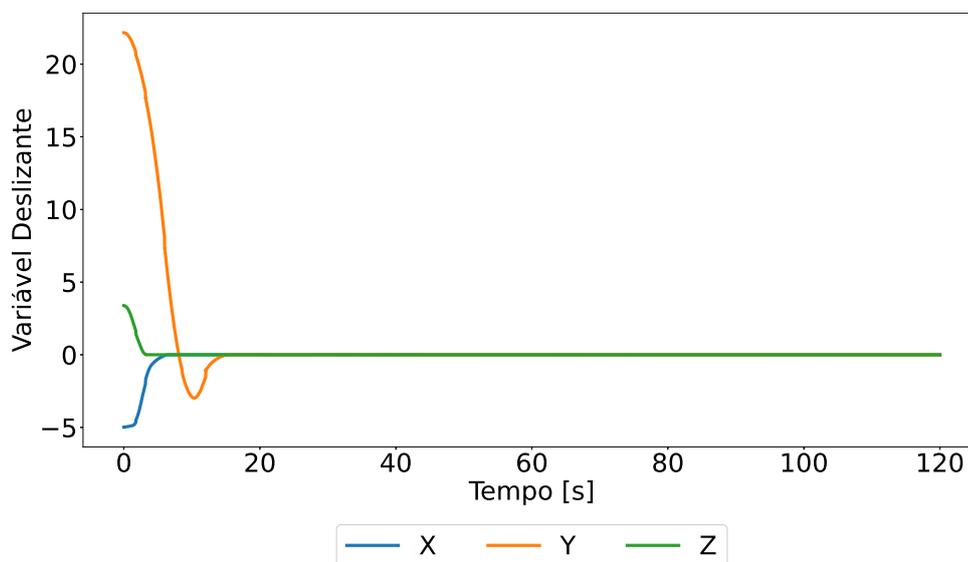


Figura 57 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 3

que a qualidade dos sinais de entrada do controlador possui um efeito maior sobre o esforço de controle do que a presença de incertezas paramétricas. Comparando o cenário 3 com o cenário 1, fica evidente, também, que há, de fato, uma maior atividade de controle quando há incertezas paramétricas associado ao modelo, porém os efeitos dessas incertezas são mitigados pelo emprego do controlador por modos deslizantes e a estratégia de controle é capaz de manter o erro de orientação dentro dos limites especificados apesar das incertezas.

6.2.4 Cenário 4

Neste cenário considera-se o efeito das incertezas não-paramétricas, especificamente das perdas mecânicas no conjunto de rodas de reação, e de um torque

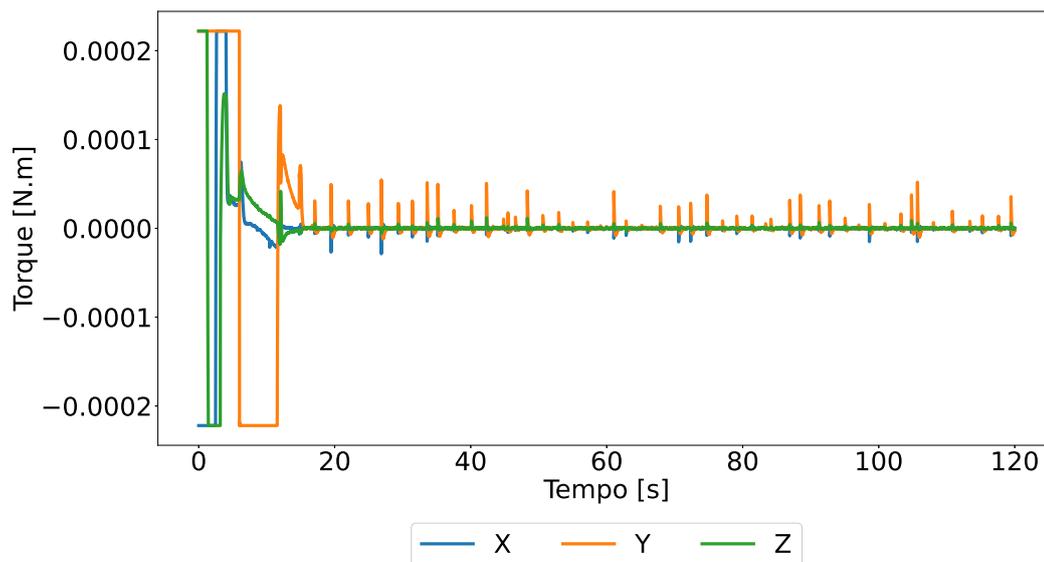


Figura 58 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 3

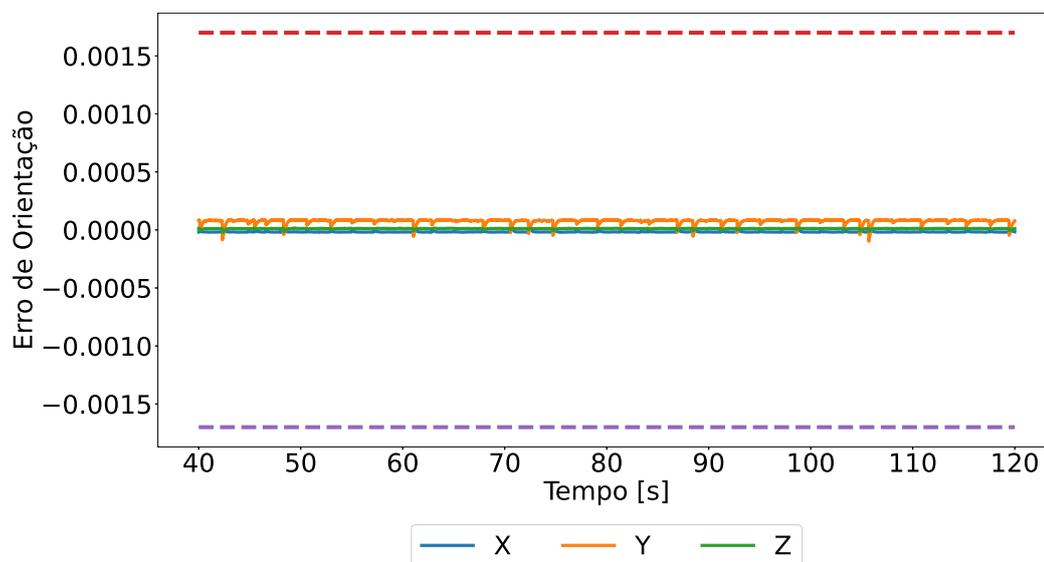


Figura 59 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 3

de perturbação constante, sobre o desempenho do sistema de controle de atitude. A magnitude da perturbação constante é definida baseada em (SANTONI; ZELLI, 2009), trabalho no qual especificou-se que, no pior caso, as perturbações externas atingem uma magnitude na ordem de $10^{-7} N.m$. As perdas mecânicas são modeladas como um termo de amortecimento proporcional à velocidade das rodas de reação. Assume-se que não há ruído de medida e desconsidera-se o efeito de incertezas paramétricas.

A tabela 3 apresenta os valores considerados para o fator de amortecimento que multiplica a velocidade angular das rodas de reação para modelar perdas mecânicas e do torque constante de perturbação considerado nas simulações.

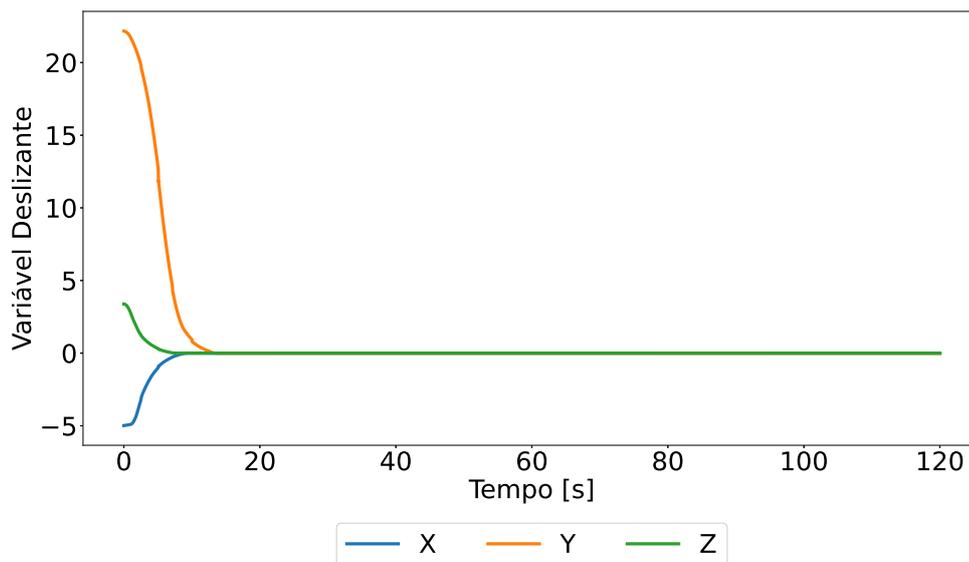


Figura 60 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 3

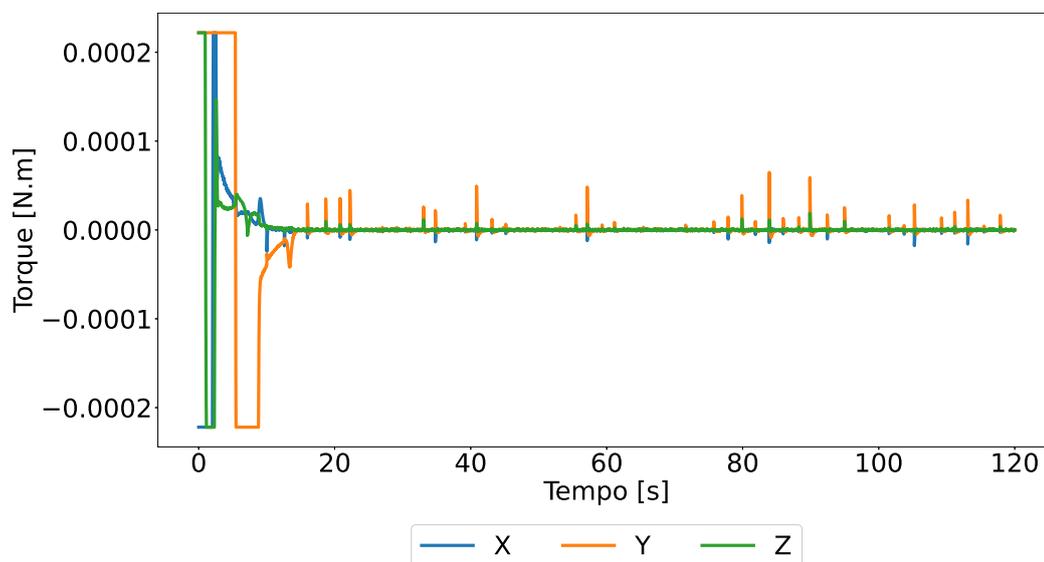


Figura 61 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 3

	Fator de Amortecimento [<i>N.m.s/rad</i>]	Perturbação [<i>N.m</i>]
caso 1	0	1×10^{-7}
caso 2	$3,26 \times 10^{-5}$	1×10^{-7}
caso 3	$6,52 \times 10^{-5}$	1×10^{-7}

Tabela 3 – Valores para o fator de amortecimento e para o torque de perturbação considerados no cenário 4.

6.2.4.1 Caso 1

A figura 72 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 73 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 74

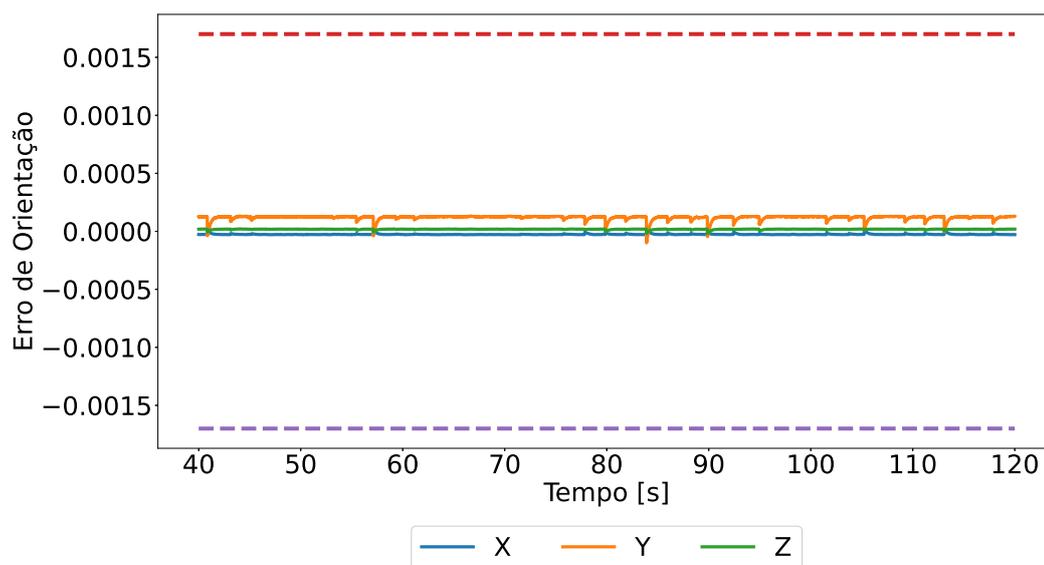


Figura 62 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 3

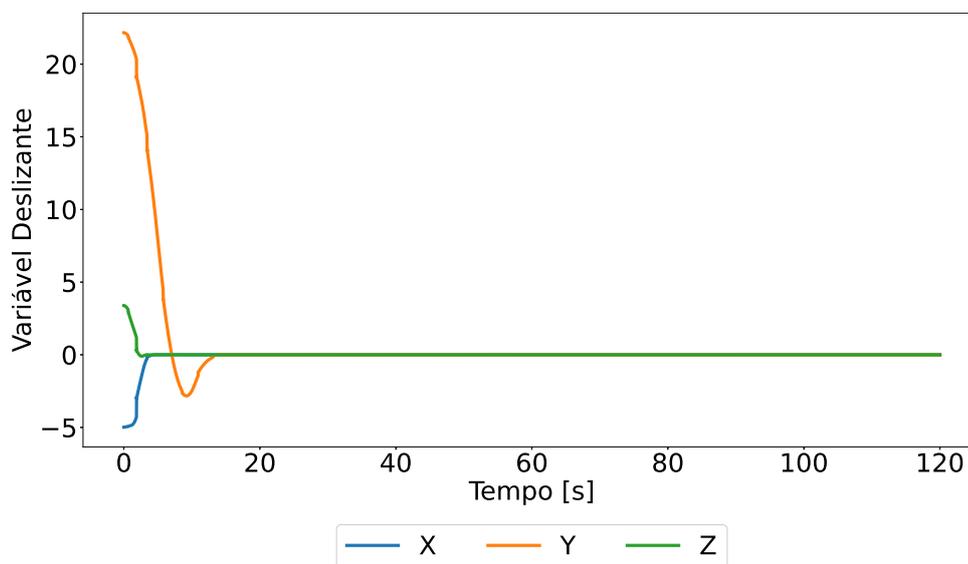


Figura 63 – Componentes da variável deslizante para o caso 4 do cenário 3

apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

6.2.4.2 Caso 2

A figura 75 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 76 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 77 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

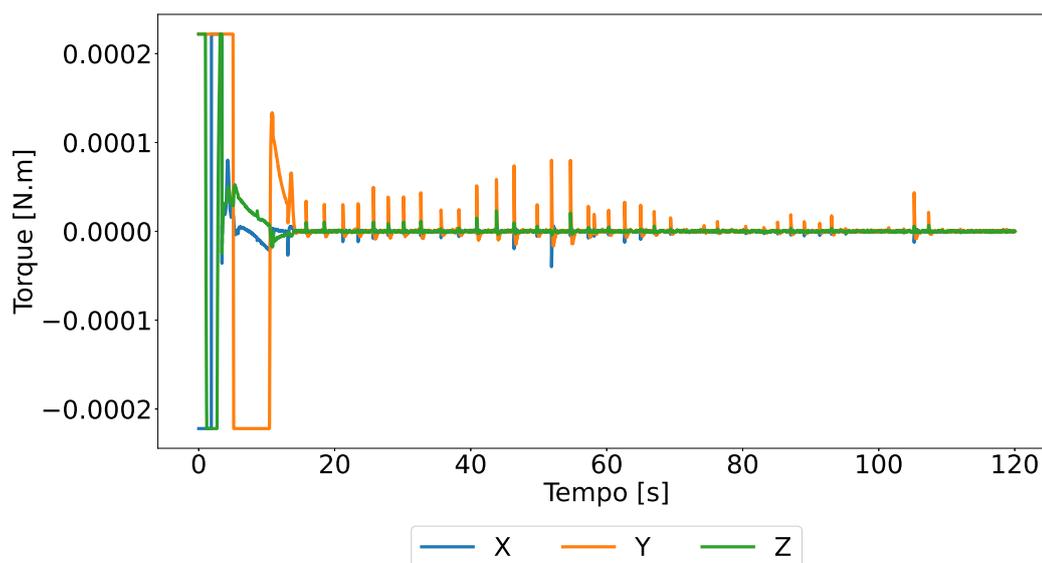


Figura 64 – Componentes do torque de controle para o caso 4 do cenário 3

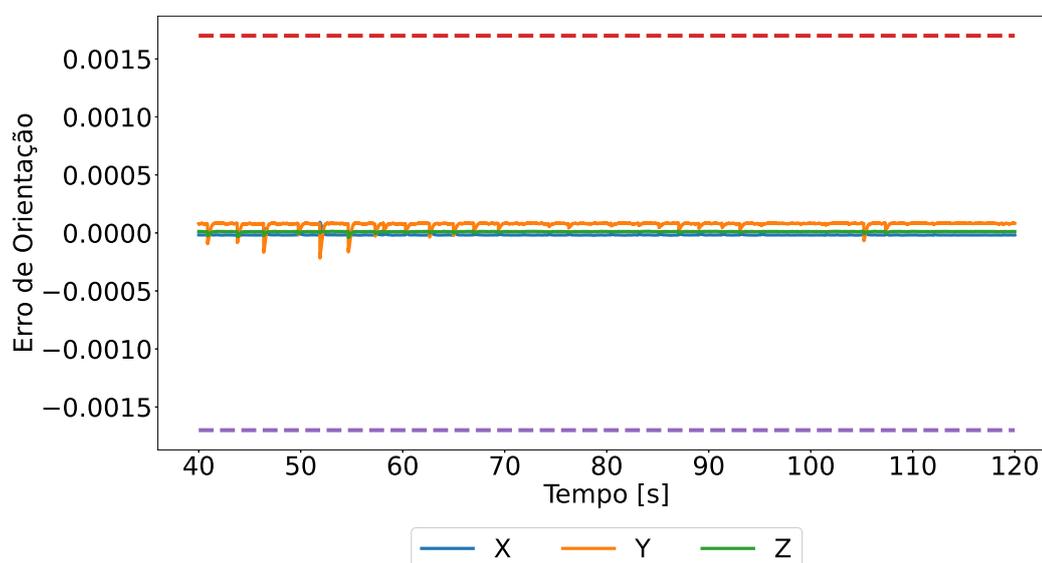


Figura 65 – Erro de atitude para o caso 4 do cenário 3

6.2.4.3 Caso 3

A figura 78 apresenta a evolução temporal das componentes variável deslizante, a figura 79 apresenta as componentes do torque de controle, enquanto a figura 80 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnion que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

Os resultados associados ao cenário 4 demonstram que a estratégia de controle proposta garante uma determinada robustez à incertezas não-paramétricas. Assim como no cenário 3, o impacto dos torques provenientes das incertezas não-paramétricas sobre o esforço de controle, embora seja evidente, é muito menor do que o impacto do ruído nos sinais de medida.

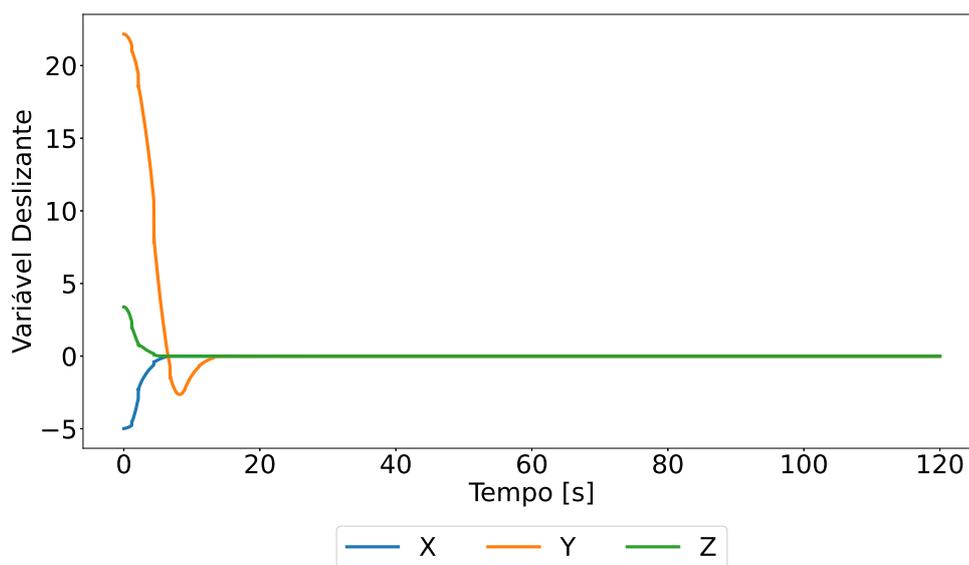


Figura 66 – Componentes da variável deslizante para o caso 5 do cenário 3

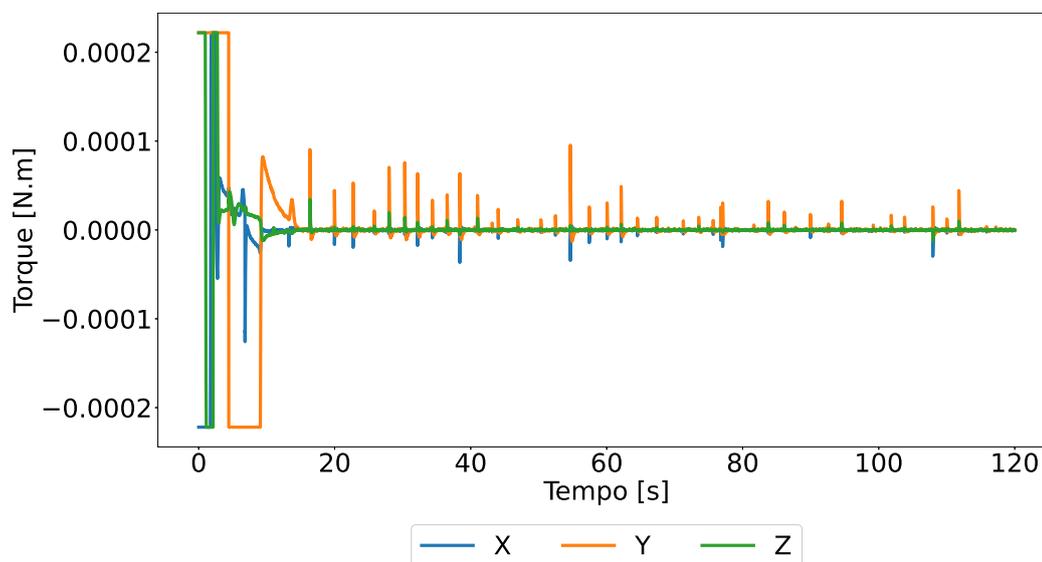


Figura 67 – Componentes do torque de controle para o caso 5 do cenário 3

6.2.5 Cenário 5

Neste cenário avalia-se um único caso em que todas as não-idealidades que foram analisadas separadamente nos casos anteriores são consideradas simultaneamente na simulação.

Os parâmetros escolhidos para esta simulação são apresentados na tabela 4.

A figura 81 apresenta a atitude do satélite em função do tempo junto à atitude de referência e a figura 82 apresenta a velocidade angular do satélite junto à velocidade angular de referência.

As figuras 83, 84 e 85 apresentam as medidas e os sinais filtrados referentes à atitude, velocidade angular do satélite e velocidade angular das rodas de reação, respectivamente.

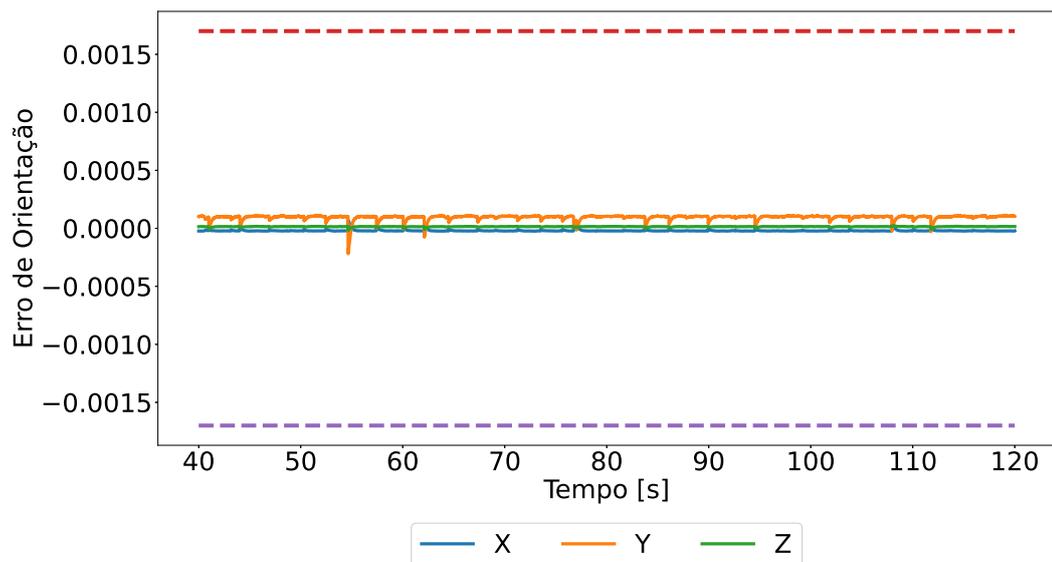


Figura 68 – Erro de atitude para o caso 5 do cenário 3

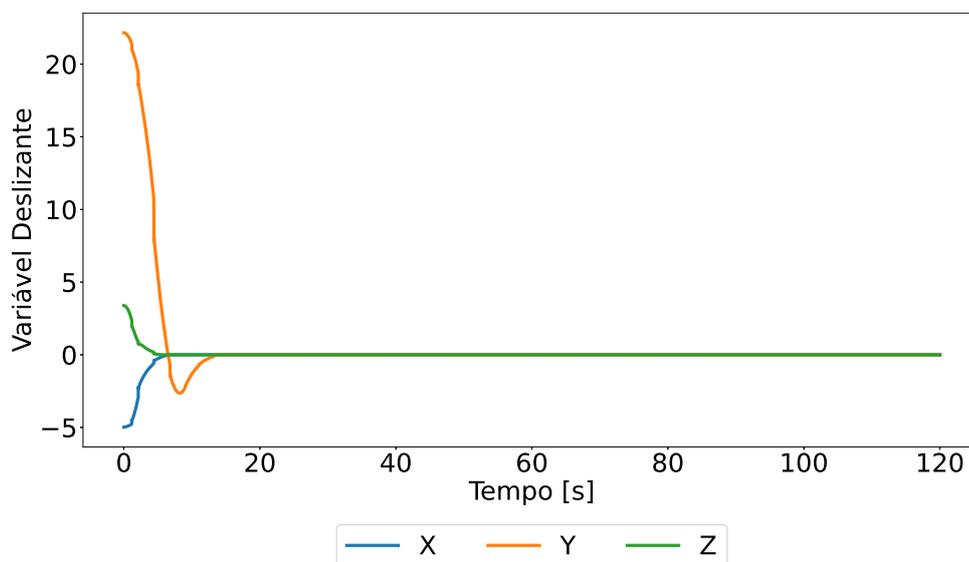


Figura 69 – Componentes da variável deslizante para o caso 5 do cenário 3

As componentes do torque de controle e da variável deslizantes são apresentadas nas figuras 86 e 87, respectivamente, enquanto a figura 88 apresenta as componentes da parte vetorial do quatérnio que representa o erro de atitude bem como os limites para as componentes deste erro definidas em tempo de projeto.

O cenário 5 engloba o efeito simultâneo de todas as não-idealidades consideradas no projeto da estratégia de controle: ruído nos sinais de medida, incertezas paramétricas e não-paramétricas e perturbações externas. Os resultados demonstram que mesmo na presença de todas as não-idealidades, o erro de orientação permanece, na maior parte do tempo, dentro dos limites especificados em tempo de projeto, demonstrando o sucesso da estratégia de controle.

O aspecto negativo associado aos resultados apresentados é a intensa atividade do sinal de controle. Comparando os resultados do cenário 5 com os demais cenários

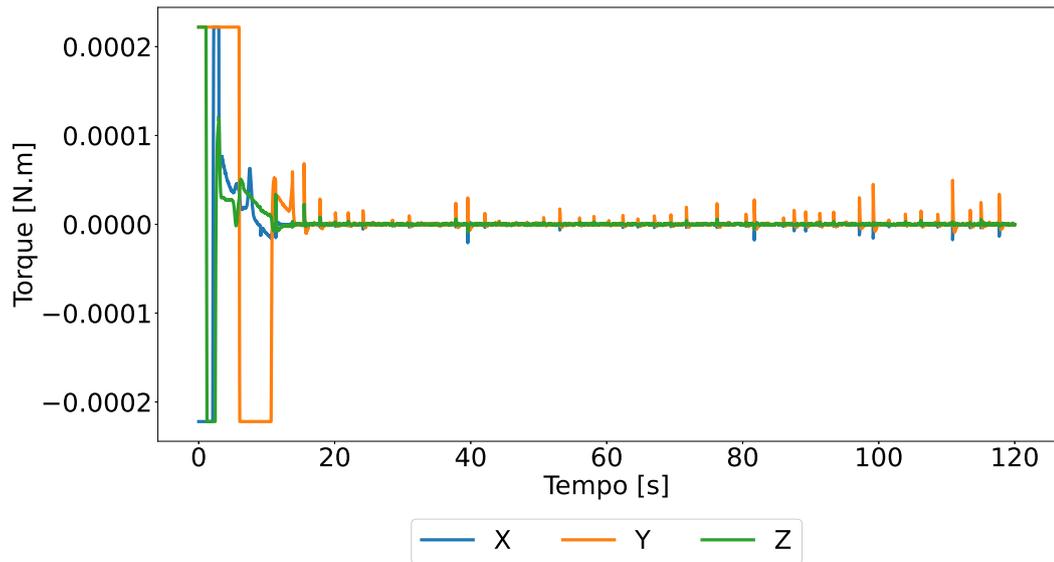


Figura 70 – Componentes do torque de controle para o caso 6 do cenário 3

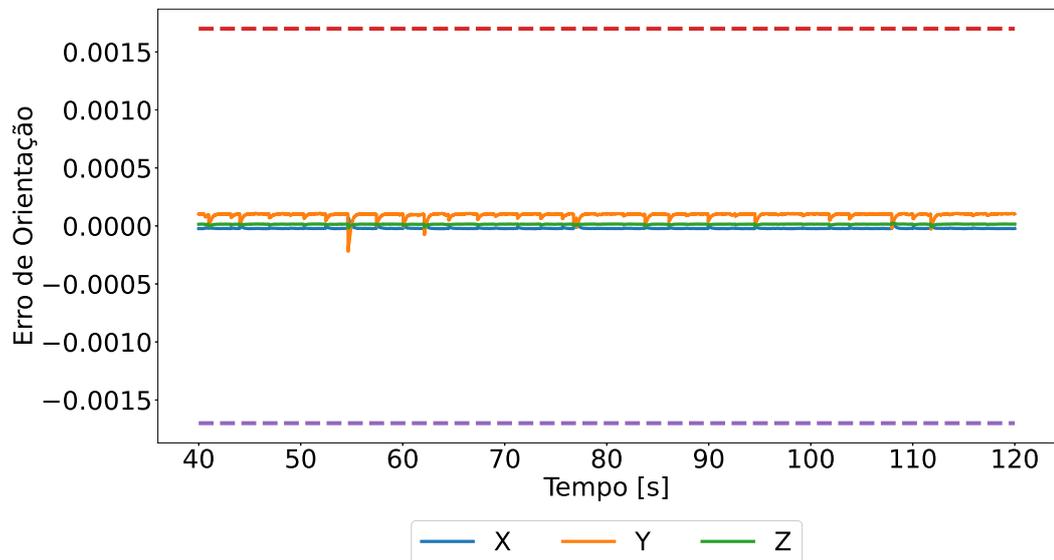


Figura 71 – Erro de atitude para o caso 6 do cenário 3

considerados, fica evidente que a intensa atividade de controle é, majoritariamente, consequência do ruído presente nos sinais de medida, indicando que este é o fator determinante para o sucesso da aplicação da estratégia de controle proposta.

6.3 DISCUSSÃO

Observando os resultados de simulação nos diferentes cenários, percebe-se que o principal objetivo do projeto foi atingido: a estratégia de controle proposta é capaz de estabilizar a atitude do satélite em torno de uma referência e manter, exceto em alguns intervalos de tempo, o erro de orientação dentro das margens definidas em tempo de projeto.

Embora o desempenho do sistema de controle de atitude, pela perspectiva do

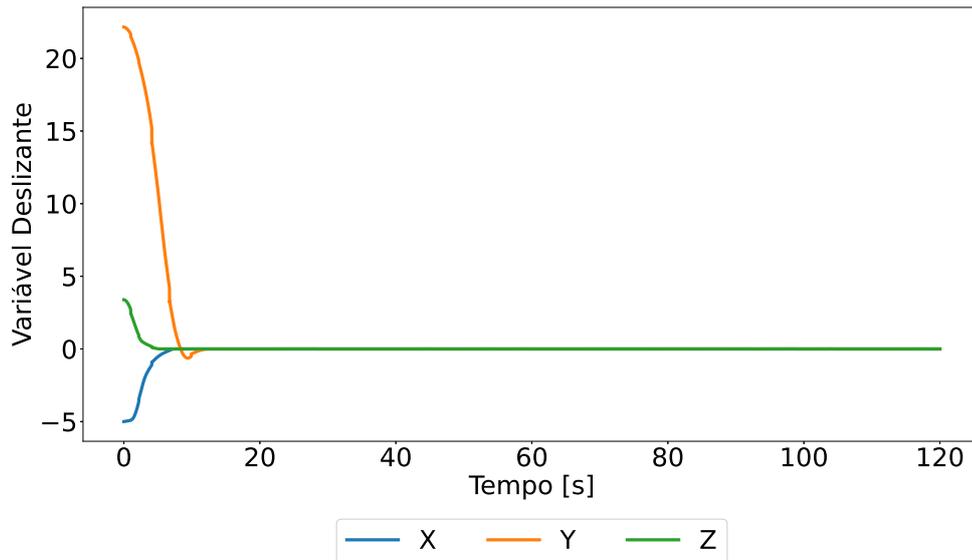


Figura 72 – Componentes da variável deslizante para o caso 1 do cenário 4

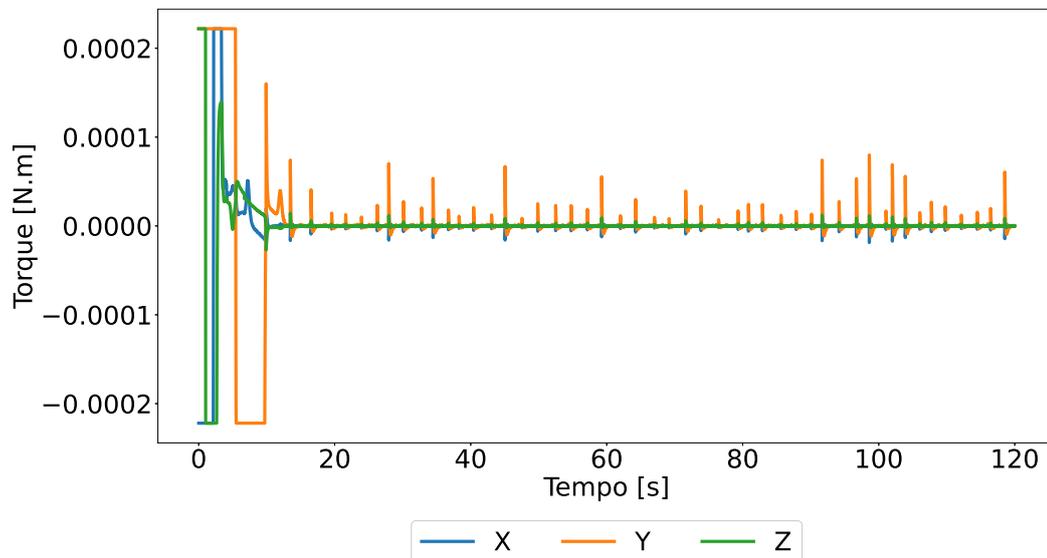


Figura 73 – Componentes do torque de controle para o caso 1 do cenário 4

erro de orientação, seja satisfatório em todos os casos apresentados, pode-se perceber que os filtros propostos não são eficazes quando se trata de remover ruído dos sinais de medida. Isso se dá devido ao fato de que todo o ruído na banda de passagem dos filtros não é rejeitado, logo, ainda que a intensidade do ruído nos sinais de saída seja menor do que nos sinais de entrada, os sinais de saída do filtro possuem variações de alta frequência significativas. Uma caracterização mais precisa dos parâmetros do sistema permitiria uma estimativa mais precisa da largura de banda e, possivelmente, uma largura de banda menor para o filtro, logo aumentando a sua capacidade de filtrar ruído gaussiano branco. Entretanto essa solução não mudaria o fato de que todo o ruído na banda de passagem do filtro é transferido para o sinal de saída.

Uma solução proposta na literatura como mais eficaz para remover o ruído dos sinais de medida seria o uso de uma variação do filtro de Kalman. Todavia o uso

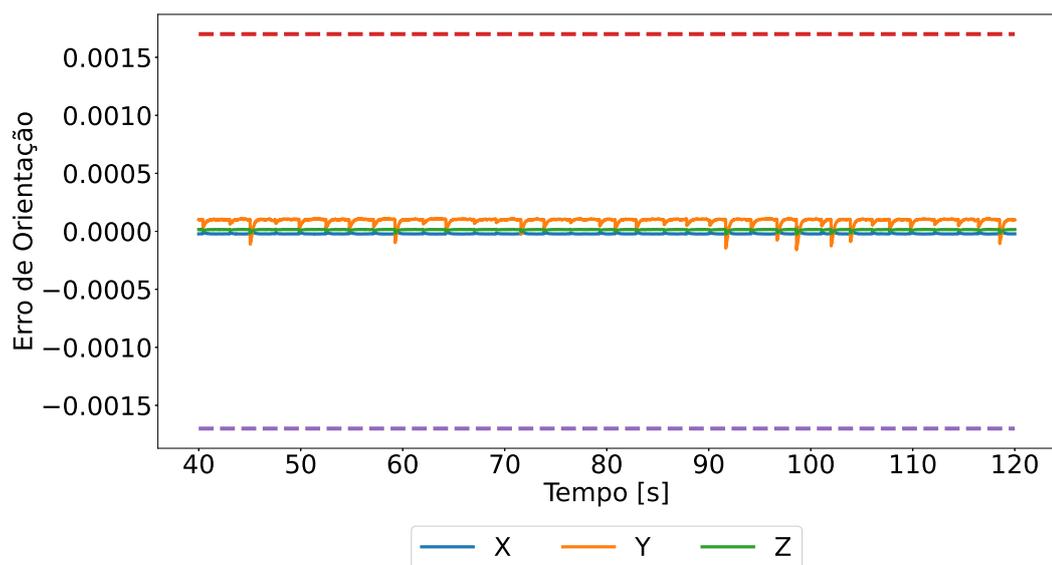


Figura 74 – Erro de atitude para o caso 1 do cenário 4

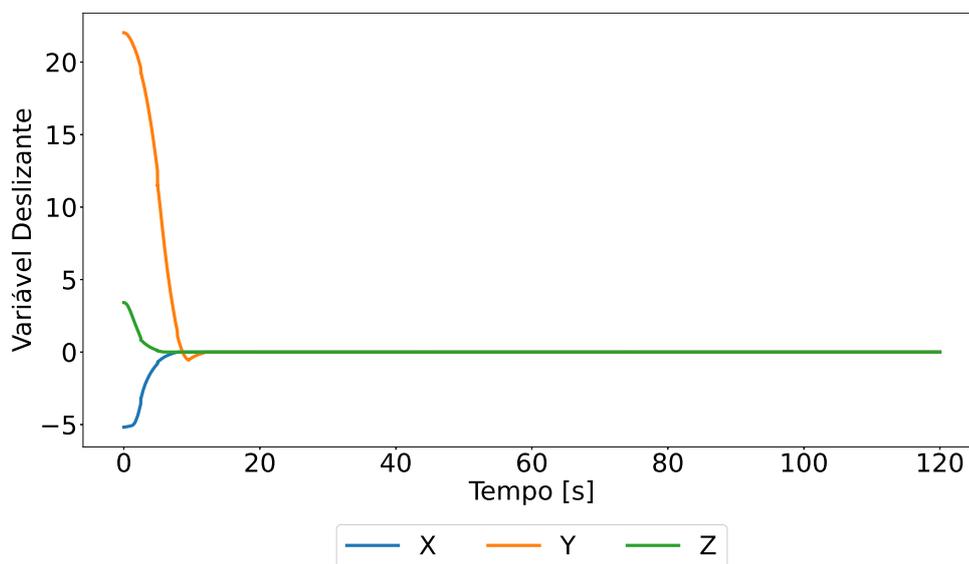


Figura 75 – Componentes da variável deslizante para o caso 2 do cenário 4

deste tipo de filtro aumenta a demanda do sistema por recursos computacionais e sua eficácia depende da qualidade do modelo proposto para o sistema físico e da determinação das características estatísticas do ruído. Em contraste com os filtros de Kalman, o filtro digital proposto não exige que as características estatísticas do ruído sejam conhecidas nem estacionárias, portanto para sistemas de controle de atitude de baixo custo e para aplicações que não exigem alta precisão, os filtros digitais são uma alternativa viável e robusta, apesar do seu desempenho relativamente baixo.

Contudo, observando os resultados de simulação do cenário 2, pode-se perceber que conforme a intensidade do ruído no sinal na saída dos filtros aumenta, devido às características do controlador por modos deslizantes, a amplitude e a frequência dos torques de controle também aumentam significativamente. Este é um comportamento indesejado para sistemas de controle de atitude para CubeSats uma vez que

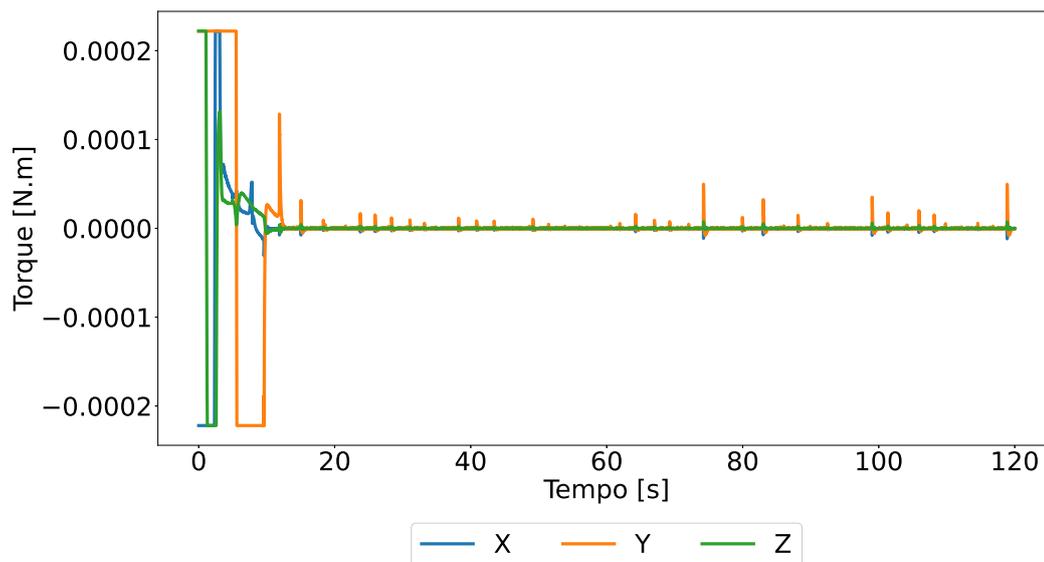


Figura 76 – Componentes do torque de controle para o caso 2 do cenário 4

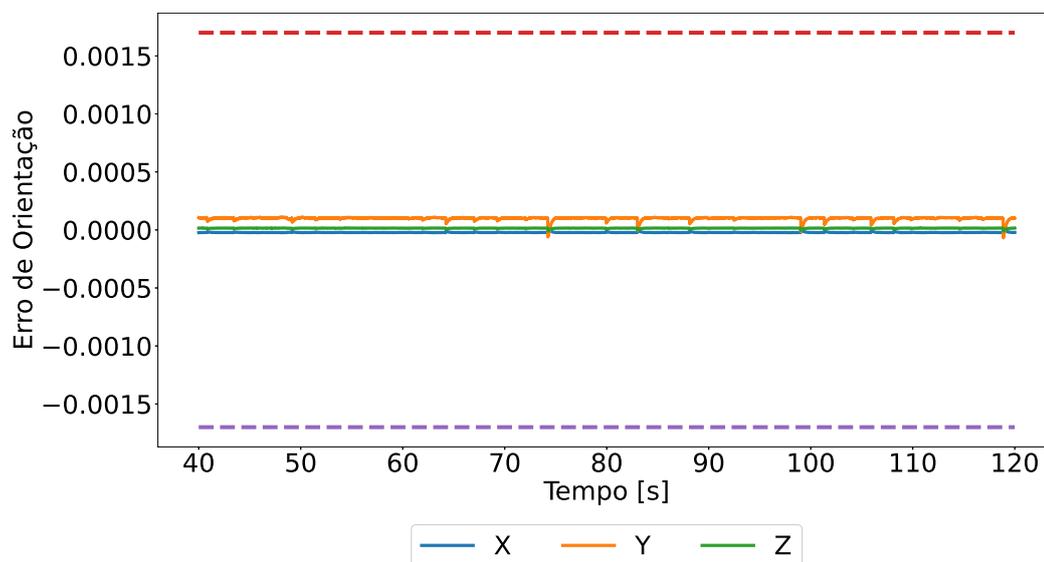


Figura 77 – Erro de atitude para o caso 2 do cenário 4

este tipo de satélite possui limitações na quantidade de energia disponível e um sinal de controle de alta frequência e alta amplitude necessariamente implica em um alto consumo de energia. Sendo assim, para utilizar de fato o controlador por modos deslizantes em conjunto com os filtros digitais propostos seria necessário determinar as características de ruído do sistema de instrumentação em um ambiente espacial, e caso a intensidade do ruído seja alta, seria necessário utilizar outra lei de controle, permitir que o erro de orientação máximo seja maior, permitindo que a função tangente hiperbólica utilizada na formulação do controlador permaneça na região linear durante a maior parte da missão, ou ainda projetar o controlador de forma que sua resposta seja mais lenta, explicitando o compromisso entre tempo de resposta e esforço de controle. Outra possibilidade para mitigar os efeitos do alto consumo de energia causado pelo controlador por modos deslizantes seria não manter o sistema de controle de ati-

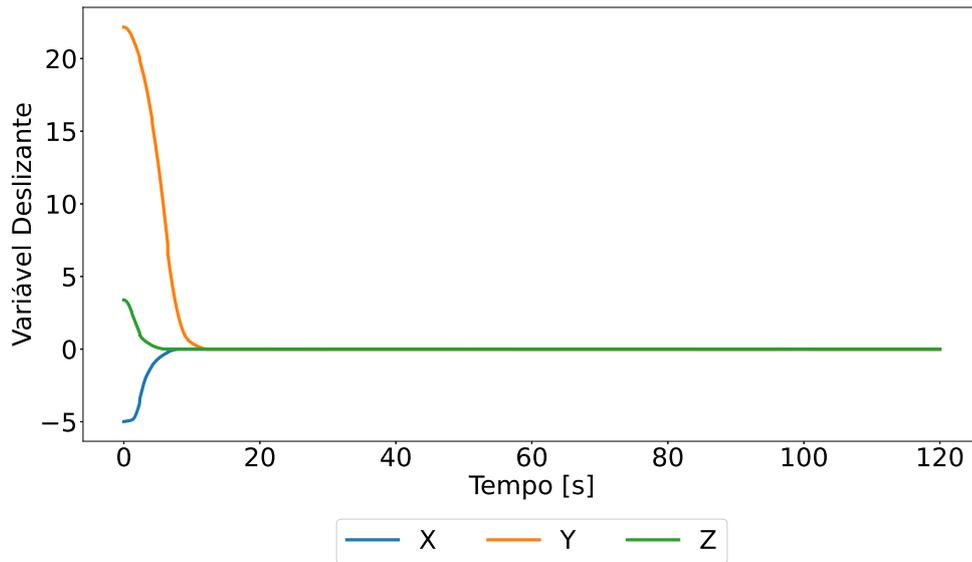


Figura 78 – Componentes da variável deslizante para o caso 3 do cenário 4

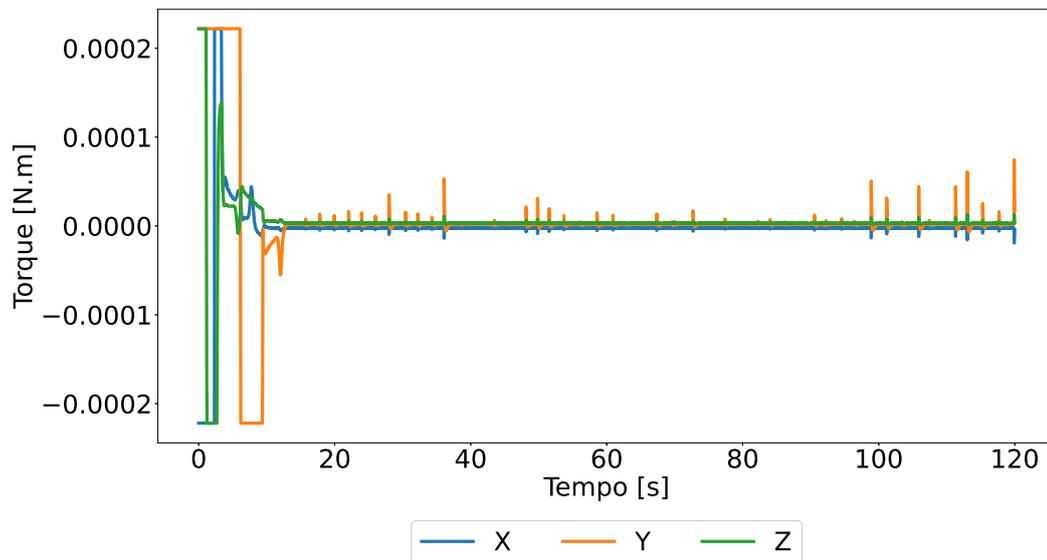


Figura 79 – Componentes do torque de controle para o caso 3 do cenário 4

tude operante permanentemente e sim apenas quando o apontamento do satélite para uma região específica seja requisitado por algum agente externo, porém a verificação da viabilidade dessa solução dependente dos requisitos de cada missão.

Como esperado, os resultados de simulação que consideram incertezas paramétricas e não-paramétricas, isto é, dos cenários 3 e 4, demonstram que a lei de controle proposta é, de fato, robusta a incertezas de diferentes magnitudes. O efeito das incertezas sobre o desempenho do sistema de controle proposto pode ser observado no período transitório da resposta das componentes da variável deslizante. O tempo de acomodação e o sobressinal observados na evolução temporal das componentes da variável deslizante são afetados pela presença das incertezas, como previsto pela equação(95). Este efeito, entretanto, não é significativo quando se considera que o erro de orientação em regime permanente atende às especificações do projeto. De

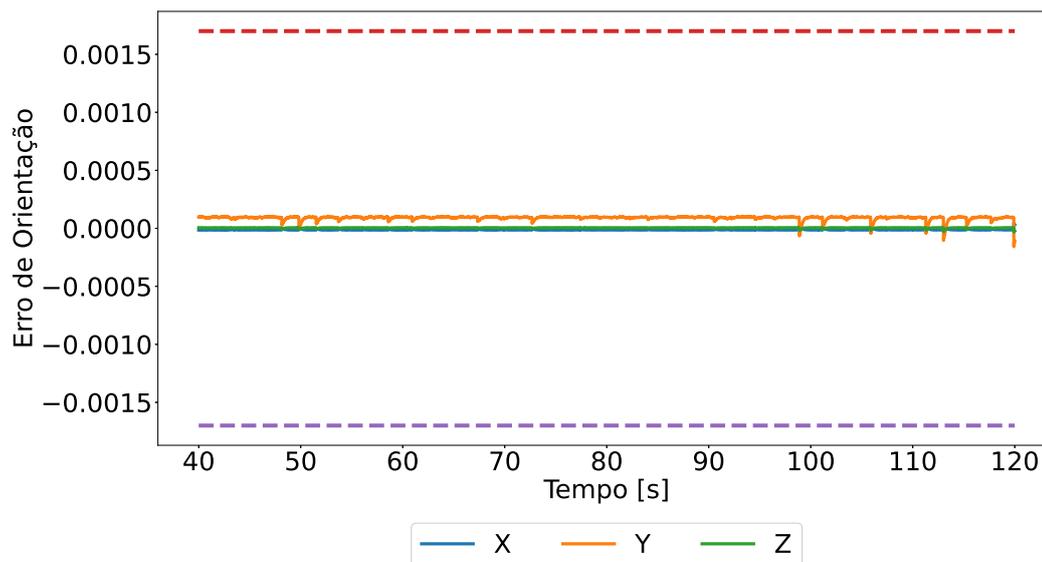


Figura 80 – Erro de atitude para o caso 3 do cenário 4

ruído - atitude	$8,5 \times 10^{-4}$
ruído - velocidade angular do satélite [rad/s]	0,025
ruído - velocidade angular das rodas de reação [rad/s]	50
$J_{s,xx}$ [$kg.m^2$]	$2,7 \times 10^{-3}$
$J_{s,yy}$ [$kg.m^2$]	$2,7 \times 10^{-3}$
$J_{s,zz}$ [$kg.m^2$]	$2,2 \times 10^{-3}$
$J_{r,xx}$ [$kg.m^2$]	$7,0 \times 10^{-7}$
$J_{r,yy}$ [$kg.m^2$]	$7,0 \times 10^{-7}$
$J_{r,zz}$ [$kg.m^2$]	$7,0 \times 10^{-7}$
Fator de Amortecimento [$N.m.s/rad$]	$6,52 \times 10^{-5}$
Perturbação [$N.m$]	1×10^{-7}

Tabela 4 – Parâmetros considerados para a simulação do cenário 5.

toda forma as variações observadas no desempenho transitório do sistema de controle podem ser tornar um problema dependendo das características da trajetória a ser rastreada, especialmente quando a velocidade angular de referência é alta, uma vez que os efeitos das incertezas são amplificados por essa grandeza, fato este evidenciado pela equação (95).

O efeito mais relevante das incertezas sobre o desempenho do sistema de controle pode ser observado na figura 79, na qual pode-se perceber que as componentes do torque de controle assumem valores não-nulos uma vez que o regime permanente é atingido. Esse efeito está presente em todos os casos do cenário 4, porém é visual-

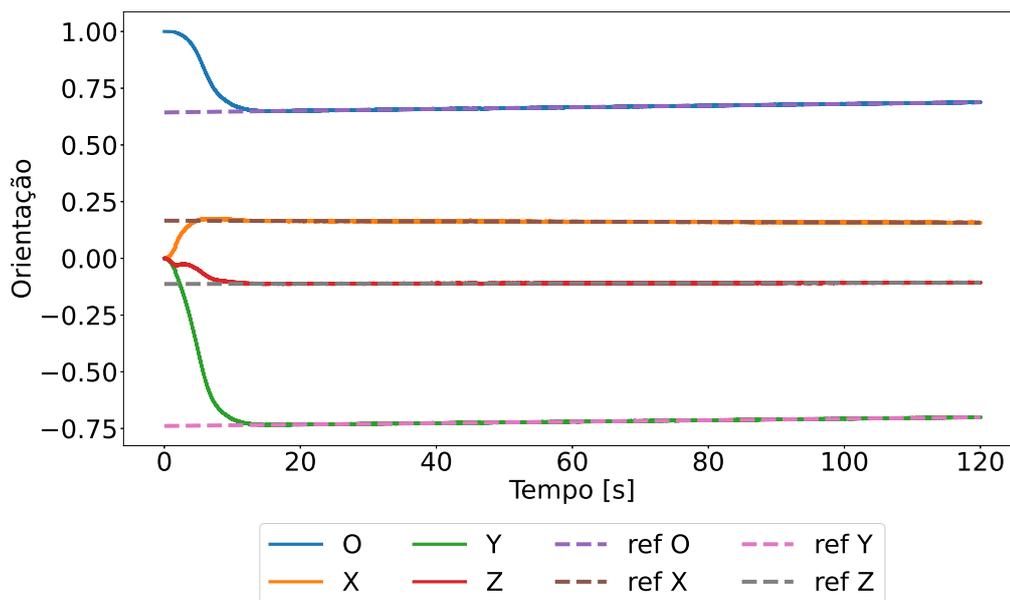


Figura 81 – Atitude do satélite e atitude de referência (ref) para o Cenário 5

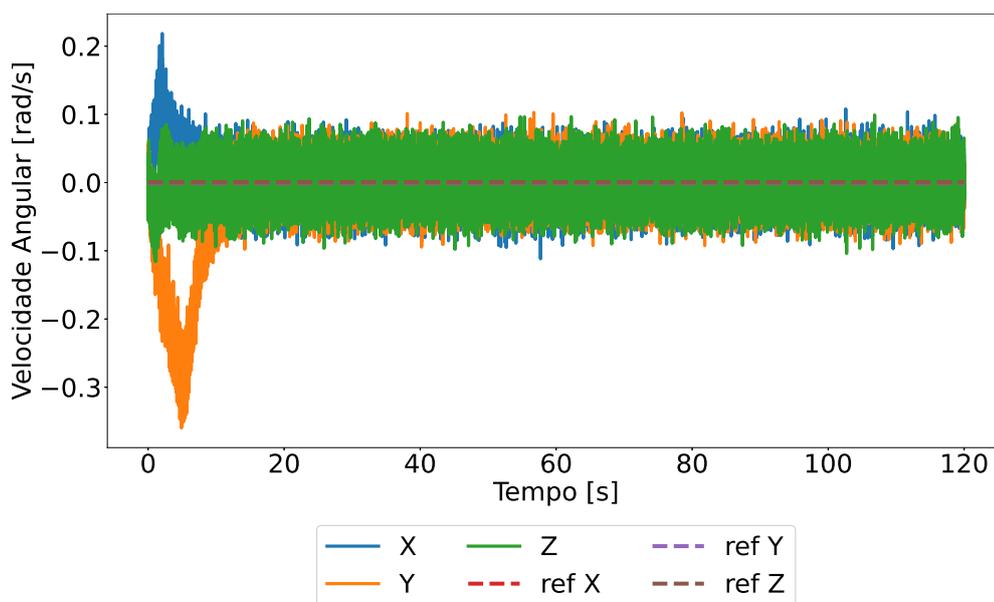


Figura 82 – Velocidade angular do satélite e velocidade angular de referência (ref) no Cenário 5

mente imperceptível nos casos 1 e 2 devido à sua baixa magnitude. Uma vez que os motores elétricos possuem um limite superior de velocidade angular e que conforme a velocidade angular se aproxima deste limite o torque fornecido pelo motor tende à zero, é improvável que um sistema de rodas de reação seja capaz de fornecer torque constante por um longo período de tempo. Esse fenômeno pode ser verificado através de uma análise considerando as equações (43), (45) e (46).

Dado que perdas mecânicas e a presença de torques de perturbação externos são inevitáveis e que estes fenômenos são, em parte, responsáveis pela demanda por um torque de controle constante, o uso de um conjunto de atuadores secundário

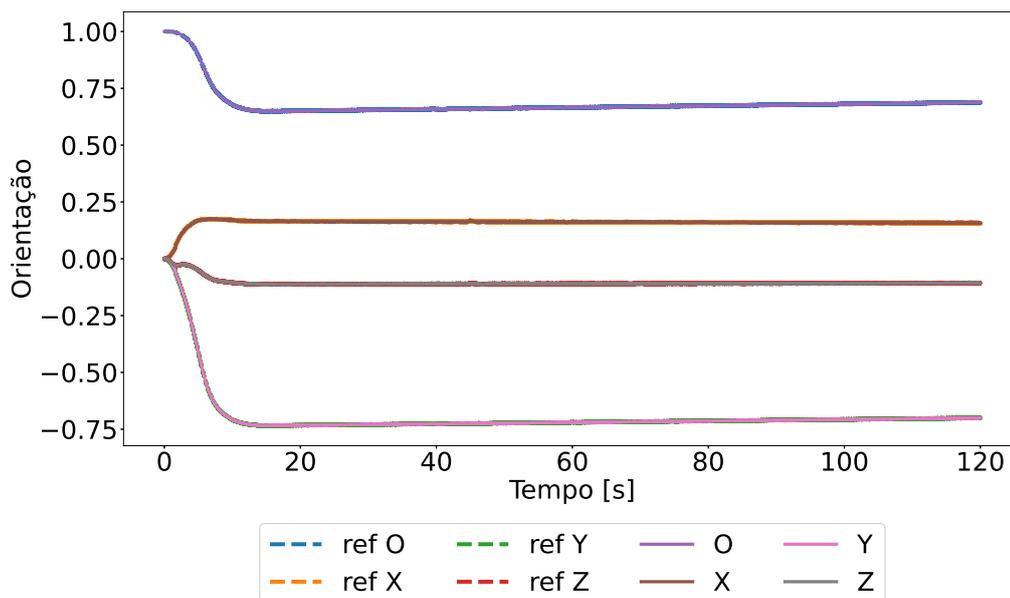


Figura 83 – Medidas de atitude (ref) e atitude filtrada para o cenário 5

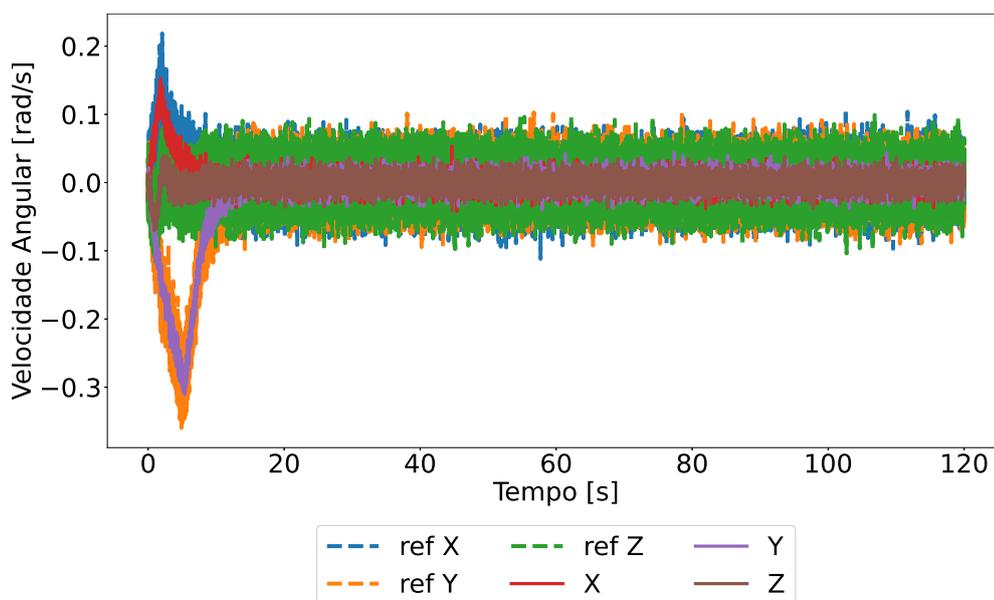


Figura 84 – Medidas de velocidade angular do satélite (ref) e velocidade angular do satélite filtrada para o cenário 5

cuja função é dissipar a energia cinética das rodas de reação, como propulsores ou *magnetorquers*, é indispensável. Esses atuadores, em geral, são incapazes de prover a mesma quantidade de torque de um conjunto de rodas de reação, portanto o uso das rodas de reação e de um atuador secundário é interessante para se obter um bom desempenho transitório e garantir, simultaneamente, que o sistema se mantenha operacional durante toda a missão.

Por fim, é relevante mencionar o fato de que o tempo de acomodação das componentes da variável deslizante observados em todos os cenários de simulação não corresponde ao tempo especificado em tempo de projeto. Isso é uma consequência da

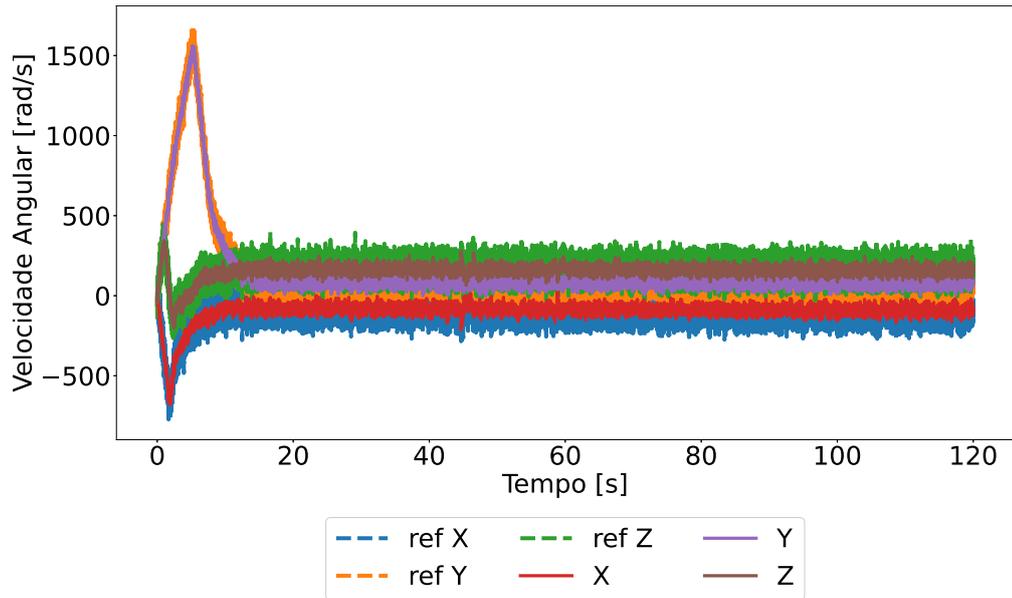


Figura 85 – Medidas de velocidade angular das rodas de reação (ref) e velocidade angular das rodas de reação filtrada para o cenário 5

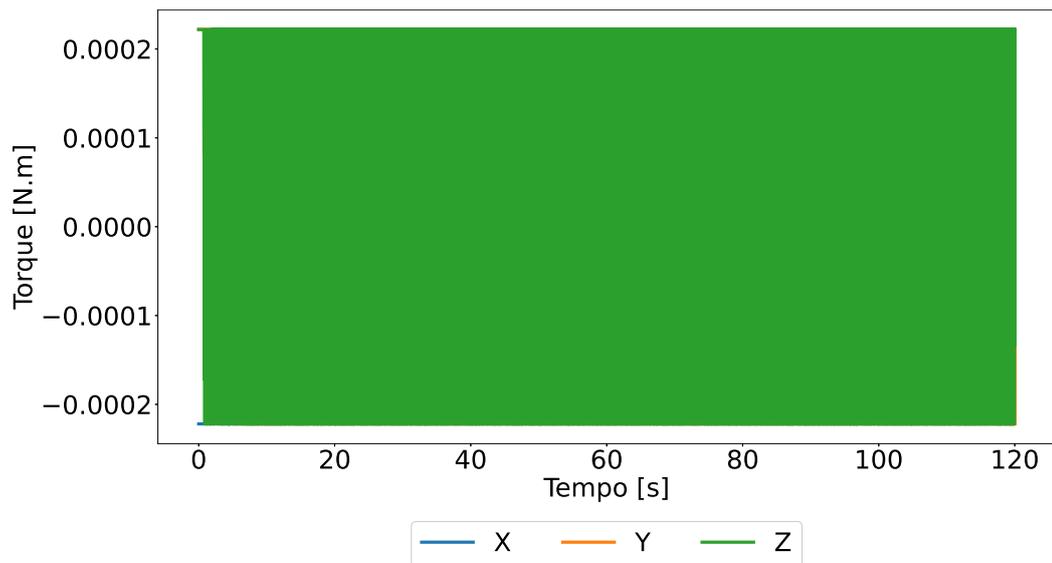


Figura 86 – Componentes do torque de controle para o cenário 5

limitação de torque dos atuadores, não considerada na determinação da matriz de ganhos do controlador por linearização por realimentação, logo o tempo de acomodação encontrado, embora não seja o especificado, não indica uma falha no projeto das leis de controle e é, na realidade, uma evidência das limitações no desempenho transitório do sistema de controle de atitude devido às características dos atuadores utilizados.

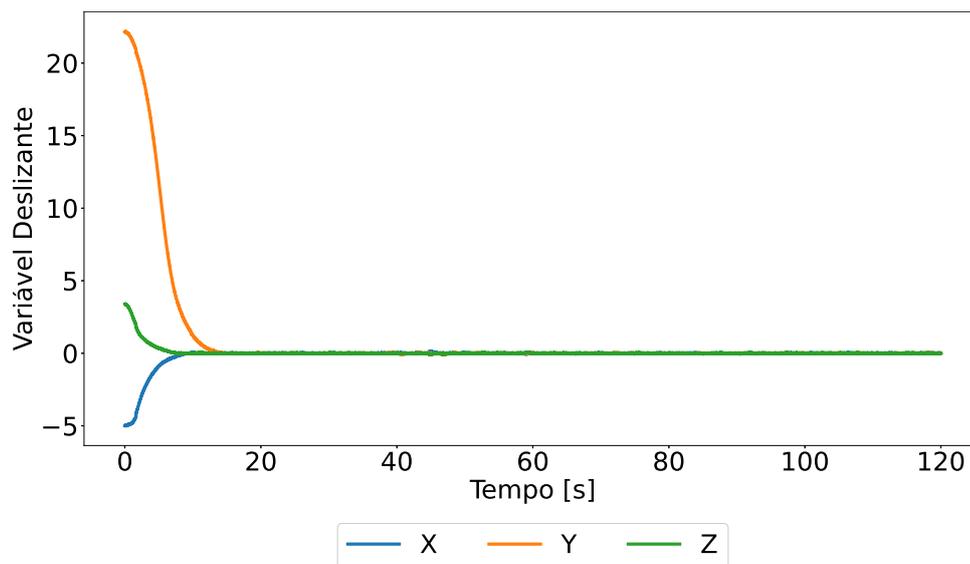


Figura 87 – Componentes da variável deslizante para o cenário 5

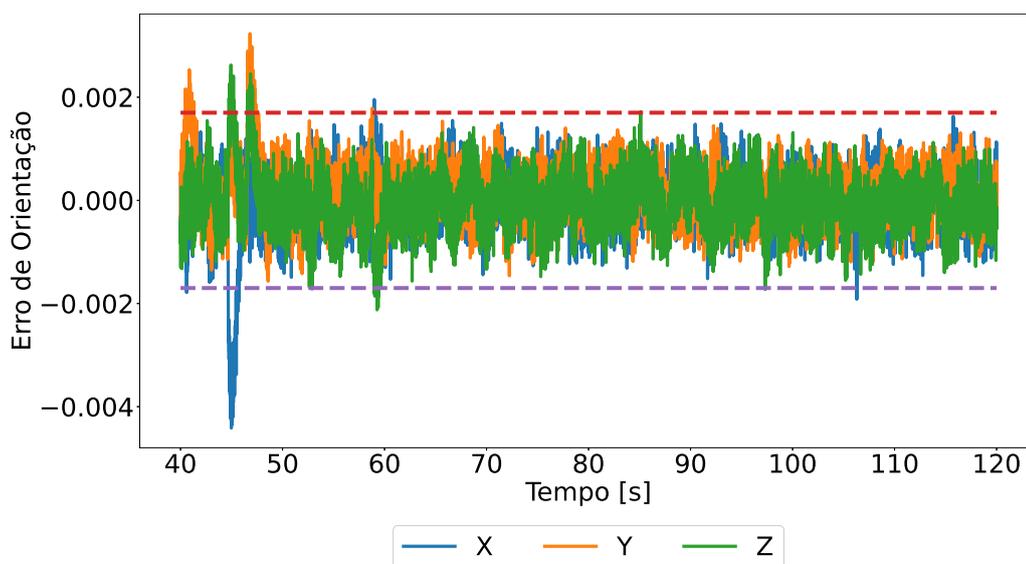


Figura 88 – Erro de atitude para o cenário 5

7 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresenta o projeto de um sistema de controle de atitude para CubeSats que considera explicitamente as peculiaridades da representação matemática da orientação de corpos rígidos em um espaço tridimensional, a natureza não-linear da dinâmica rotacional de corpos rígidos e o efeito de incertezas no modelo utilizado para o projeto do sistema bem como da presença de ruído aleatório gaussiano nos sinais de medida. Além disso a implementação em software da estratégia de controle foi modelada utilizando o conceito de SmartData, provendo uma arquitetura de software moderna, centrada em dados e capaz de expressar os requisitos temporais do sistema de forma concisa e se mantendo agnóstica a uma implementação específica. Uma estrutura baseada em padrões de projeto para software que implementa a estratégia de controle foi fornecida com o intuito de garantir reusabilidade dos componentes do sistema de controle e a extensibilidade da estratégia de controle.

A estratégia de controle proposta consiste em um banco de filtros digitais, baseados na aproximação de Butterworth, para rejeitar o ruído presente nos sinais de medida e um controlador por modos deslizantes para realizar o seguimento robusto de uma trajetória com limites superior e inferior garantidos para o erro de orientação.

O sistema de controle, bem como sua implementação, foram validados em um ambiente de simulação considerando diferentes cenários, com o intuito de capturar os efeitos de incertezas e do ruído nos sinais de medida sobre o desempenho da estratégia de controle proposta. Os resultados de simulação demonstram que tal estratégia é capaz de garantir a estabilidade do sistema assim como os limites superior e inferior para o erro de orientação definidos em tempo de projeto.

Embora o objetivo central do sistema de controle, garantir que o erro de orientação esteja dentro dos limites definidos, tenha sido atingido, há uma série de melhorias que podem ser implementadas para que a estratégia de controle seja mais adequada para cenários reais, como o aumento da capacidade de rejeição do ruído nos sinais de medida e uma redução no consumo de energia dos atuadores devido à sinais de controle de alta frequência e amplitude em regime permanente.

Sendo assim, trabalhos futuros envolvem avaliar o uso de variações do filtro Kalman para filtrar o ruído presente nos sinais de medida, considerando as limitações de recursos computacionais no contexto de missões espaciais que utilizam satélites de baixo custo, e analisar o desempenho de técnicas de controle adaptativo como uma alternativa ao controlador por modos deslizantes, partindo do pressuposto de que essas estratégias podem ser utilizadas para mitigar os efeitos de incertezas paramétricas e não-paramétricas sobre o desempenho do sistema de controle, porém com um menor consumo de energia.

REFERÊNCIAS

BARUH, H. **Analytical Dynamics**. [S.l.]: WCB/McGraw-Hill, 1999. (Engineering mechanics series). ISBN 9780071160940.

CARRARA, Conasat Cubesats Valdemir; KUGA, Helio K.; BRINGHENTI, Philippe M; CARVALHO, Manoel J. M. 1 ATTITUDE DETERMINATION , CONTROL AND OPERATING MODES FOR. *In*.

CUBESAT. **CubeSat Design Specification**. [S.l.], 2014. Disponível em: https://static1.squarespace.com/static/5418c831e4b0fa4ecac1bacd/t/56e9b62337013b6c063a655a/1458157095454/cds_rev13_final2.pdf.

CUBESATSHOP. **NSS CubeSat ACS solution**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <https://www.cubesatshop.com/product/cubesat-ac-board/>.

ERICKSON, R.W.; MAKSIMOVIC, D. **Fundamentals of Power Electronics**. [S.l.]: Springer US, 2001. (Online access with purchase: Springer). ISBN 9780792372707.

FILHO, S.N. **Filtros seletores de sinais**. [S.l.]: Editora da UFSC, 1998. (Série Didática). ISBN 9788532801418.

FLORIPASAT. **FloripaSat**. [S.l.: s.n.], 2021. Disponível em: <https://floripasat.ufsc.br>.

FOUNDATION, Open Source Robotics. **Gazebo**. [S.l.: s.n.], 2014. Disponível em: <http://gazebo.org/#features>.

FRANKLIN, G.F.; POWELL, J.D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. [S.l.]: Pearson, 2010. (Alternative Etext Formats, v. 10). ISBN 9780136019695.

FRÖHLICH, Antônio A. SmartData: An IoT-Ready API for Sensor Networks. **Int. J. Sen. Netw.**, Inderscience Publishers, Geneva 15, CHE, v. 28, n. 3, p. 202–210, jan. 2018. ISSN 1748-1279.

FRÖHLICH, Antônio A.; RESNER, Davi. Data-Centric Cyber-Physical Systems Design with Smartdata. *In*: PROCEEDINGS of the 2018 Winter Simulation Conference. Gothenburg, Sweden: IEEE Press, 2018. (WSC '18), p. 1274–1285.

GERHARDT, David. Passive Magnetic Attitude Control for CubeSat Spacecraft. *In*.

GOMES, Ricardo; RICARDO. Development of a reliable and low cost miniaturized Reaction Wheel System for CubeSat applications. *In*.

GUO, Jian; HAN, Congying. WHERE IS THE LIMIT: THE ANALYSIS OF CUBESAT ADCS PERFORMANCE. *In*.

GUO, Jinsheng; ZHANG, Jiyao; YUE, Chengfei; WANG, Feng. Modeling of the CubeSat deployment and initial separation angular velocity estimation. **Aerospace Science and Technology**, v. 95, p. 105477, 2019. ISSN 1270-9638.

HANSELMAN, D.C. **Brushless Permanent-magnet Motor Design**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994. (New Horizons in Comparative Politics). ISBN 9780070260252.

KOPETZ, H. **Real-Time Systems: Design Principles for Distributed Embedded Applications**. [S.l.]: Springer US, 2011. (Real-Time Systems Series). ISBN 9781441982377.

KULU, Erik. **Nanosats database**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <https://www.nanosats.eu/#info>.

LEE, Edward. Cyber-Physical Systems - Are Computing Foundations Adequate?, jan. 2006.

LIGHTSEY, Glenn; KJELLBERG, Henri. Discretized Constrained Attitude Pathfinding and Control for Satellites. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 36, p. 1301–1309, set. 2013.

LOPEZ, Brett T.; SLOTINE, Jean-Jacques E. Sliding on Manifolds: Geometric Attitude Control with Quaternions. *In*: 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). [S.l.: s.n.], 2021. P. 11140–11146.

MARKLEY, F.L.; CRASSIDIS, J.L. **Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control**. [S.l.]: Springer New York, 2014. (Space Technology Library). ISBN 9781493908028.

MICHAEL, Ajayi; OLUWATOSIN; HAMAM, Yskandar; DJOUANI, Karim. Attitude Control of a CubeSat in a Circular Orbit using Magnetic Actuators. *In*.

- OLIVEIRA, Gabriel F. de; ISHIHARA, Joao Y.; BORGES, Renato A.; FERREIRA, Henrique C.; KULABUKHOV, Anatolyi M.; LARIN, Vladimir A.; BELIKOV, Vladimir V. A Low-Cost Attitude Determination and Control System for the UYS-1 nanosatellite. *In: 2013 IEEE Aerospace Conference*. [S.l.: s.n.], 2013. P. 1–14.
- POLAT, Halis; VIRGILI-LLOP, Josep; ROMANO, Marcello. Survey, Statistical Analysis and Classification of Launched CubeSat Missions with Emphasis on the Attitude Control Method. **Journal of Small Satellites**, v. 5, p. 513–530, jan. 2016.
- PSIAKI, Mark. Magnetic Torquer Attitude Control Via Asymptotic Periodic Linear Quadratic Regulation. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v. 24, jul. 2000.
- AL-QUTAISH, Rafa. Quality Models in Software Engineering Literature: An Analytical and Comparative Study. **Journal of American Science**, v. 6, nov. 2010.
- REYNOLDS, Taylor P. *et al.* SOC-i: A CubeSat Demonstration of Optimization-Based Real-Time Constrained Attitude Control. *In: 2021 IEEE Aerospace Conference (50100)*. [S.l.: s.n.], 2021. P. 1–18.
- RIGO, Cezar Antônio; SEMAN, Laio Oriel; CAMPONOGARA, Eduardo; MORSCH FILHO, Edemar; BEZERRA, Eduardo Augusto. Task scheduling for optimal power management and quality-of-service assurance in CubeSats. **Acta Astronautica**, v. 179, p. 550–560, 2021. ISSN 0094-5765.
- ROBOTICS, Open. **ROS 2 Documentation**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <https://docs.ros.org/en/foxy/index.html>.
- ROBOTICS, Open. **Understanding ROS 2 nodes**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <https://docs.ros.org/en/foxy/Tutorials/Understanding-ROS2-Nodes.html>.
- ROCKETLAB. **Reaction Wheels**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <https://www.rocketlabusa.com/space-systems/satellite-components/reaction-wheels/>.
- ROMERO-CALVO, Álvaro; BIGGS, James; TOPPUTO, Francesco. Attitude Control for the LUMIO CubeSat in Deep Space. *In*.
- ROWELL, Derek. **Lecture Notes in Signal Processing: Continuous and Discrete**. [S.l.]: MIT OpenCourseWare, 2008.

SANTONI, Fabio; ZELLI, Mauro. Passive magnetic attitude stabilization of the UNISAT-4 microsatellite. **Acta Astronautica**, v. 65, n. 5, p. 792–803, 2009. ISSN 0094-5765.

SHOU, Ho Nien. Micro-satellite Attitude Determination and Control Subsystem Design and Implementation: Software-in-the-Loop Approach. *In*: 2014 International Symposium on Computer, Consumer and Control. [S.l.: s.n.], 2014. P. 1283–1286.

SKOGESTAD, S. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. [S.l.]: Wiley India, 2014. ISBN 9788126552672.

SLOTINE, J.J.E.; LI, W. **Applied Nonlinear Control**. [S.l.]: Prentice Hall, 1991. ISBN 9780130408907.

SOUZA, Leonardo; BAPTISTA, Victor; LOBO, Rafael; SAKAY, Danilo. Overview of past, present and future Brazilian small satellites missions. **Aeronautics and Aerospace Open Access Journal**, v. 4, p. 34–38, abr. 2020.

SUN, Runhan; RIANO-RIOS, Camilo; BEVILACQUA, Riccardo; FITZ-COY, Norman; DIXON, Warren. CubeSat Adaptive Attitude Control with Uncertain Drag Coefficient and Atmospheric Density. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 44, p. 1–10, dez. 2020.

UTKIN, V.; LEE, Hoon. Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems. *In*: INTERNATIONAL Workshop on Variable Structure Systems, 2006. VSS'06. [S.l.: s.n.], 2006. P. 346–350.

WOELLERT, Kirk; EHRENFREUND, Pascale; RICCO, Antonio J.; HERTZFELD, Henry. Cubesats: Cost-effective science and technology platforms for emerging and developing nations. **Advances in Space Research**, v. 47, n. 4, p. 663–684, 2011. ISSN 0273-1177.

XIA, Chang-liang. Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls: Xia/Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls. *In*.