

A DECOMPOSIÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO POR LEONARDO DA VINCI: PROBLEMATIZAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Jeová Pereira Martins (UFPA)

jeovapereira80@outlook.com

Iran Abreu Mendes (UFPA)

iamendes1@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho é propor atividades de ensino de geometria plana por meio de problematizações dos desenhos de Leonardo da Vinci (1452-1519) contidos na folha 300r do Códice Atlântico. Se trata de um manuscrito publicado no século XVI por Pompeo Leoni, que contém 1119 folhas, nas quais Da Vinci registrou seus estudos sobre temas como arquitetura, artes militares, óptica, perspectiva e geometria. Dentre essas folhas foi selecionada a folha 300r cujos desenhos foram tomados como informações históricas segundo Mendes (2015) a partir das quais foram elaboradas 3 atividades como proposta pedagógica para as aulas de geometria da Educação Básica. As informações históricas da folha 300r foram mobilizadas para o ensino de geometria por meio de problematizações, nos termos de Miguel e Mendes (2010), que se mostraram profícuas no estabelecimento de relações entre a geometria refletida na folha 300r e a geometria escolar.

Palavras-chave: Códice Atlântico; Problematizações; Educação Básica; Ensino de Geometria.

1. Introdução

Sem ter a intenção de restringir a leitura tampouco os leitores, o público alvo deste texto são os professores que ensinam matemática na Educação Básica, pois o objetivo é propor atividades de ensino de geometria plana por meio de problematizações dos desenhos de Leonardo da Vinci contidos na folha 300r do Códice Atlântico, um manuscrito organizado por Pompeo Leoni por volta de 1590¹, que contém 1119 folhas de desenhos e anotações de Da Vinci sobre diferentes temas como a geometria que é o foco de nosso estudo (NAVONI, 2012).

Se trata de uma proposta pedagógica, que relaciona a geometria histórica da folha 300r e a geometria escolar, como possibilidade para as aulas de geometria da Educação Básica. Se fundamenta no uso da história como fonte de informações que podem ser mobilizadas para o ensino. Assim, os desenhos da folha 300r, aqui tomados

¹ Leonardo da Vinci Não publicou o Códice Atlântico. Após sua morte em 1519, parte das folhas com suas anotações foi adquirida por Pompeu Leoni que as publicou e uma dessas publicações foi o Códice Atlântico.



como “informações históricas” foram a base para a elaboração de atividades de ensino que poderão melhorar o aprendizado dos estudantes do referido nível escolar (MENDES, 2015, p. 21).

As folhas originais do Códice Atlântico estão na Biblioteca Ambrosiana de Milão e, como não tivemos acesso a elas, usamos uma versão publicada no Brasil (em 2008), em 10 volumes, com as primeiras 602 folhas, dentre as quais selecionamos a folha 300r. Cada folha de desenhos contém reto (r) e verso (v), uma descrição (em língua portuguesa) e a transcrição das anotações de Leonardo (em italiano arcaico). Neste trabalho, consideramos para a interpretação, somente, o reto da folha 300 (300r), seus desenhos e a descrição, por serem suficientes para atingir o objetivo proposto (SÁNCHEZ; ALMARZA, 2008d).

As atividades têm o formato de problematizações: uma série de questionamentos formulados com o objetivo de movimentar os estudantes e pô-los em uma atitude de busca pelos conhecimentos, de caráter histórico e geométrico, que podem emergir do contexto problematizado aqui especificamente a folha 300r do Códice Atlântico com seus desenhos sobre triângulos e retângulos (MIGUEL; MENDES, 2010).

2. Problematizações para a Educação Básica

Para materializar a proposta pedagógica já citada, elaboramos 3 atividades, no formato de problematizações, a partir de nossa interpretação das informações históricas contidas na folha 300r. As atividades contêm: título, objetivo, texto introdutório e problematizações (questões). A problematização 1 tem caráter introdutório; já a 2 e a 3 focam o conteúdo da folha 300r e as relações com a geometria da Educação Básica.

Problematização 1: Leonardo da Vinci: artista, cientista ou geômetra?

Objetivo: Conhecer Da Vinci, seus estudos e o Códice Atlântico

Leonardo da Vinci nasceu na cidade italiana de Vinci em 1452 e trabalhou como pintor, engenheiro arquiteto, mecânico, inventor e etc. Dentre as obras de arte atribuídas a ele estão a Mona Lisa e a Santa Ceia. Além disso, fez estudos científicos e os registrou em anotações que ao morrer somavam 13 mil folhas das quais, atualmente, se conhece o paradeiro de, aproximadamente, 7 mil. Destas 1119 estão no chamado Códice Atlântico (ISAACSON, 2017; WHITE, 2002).

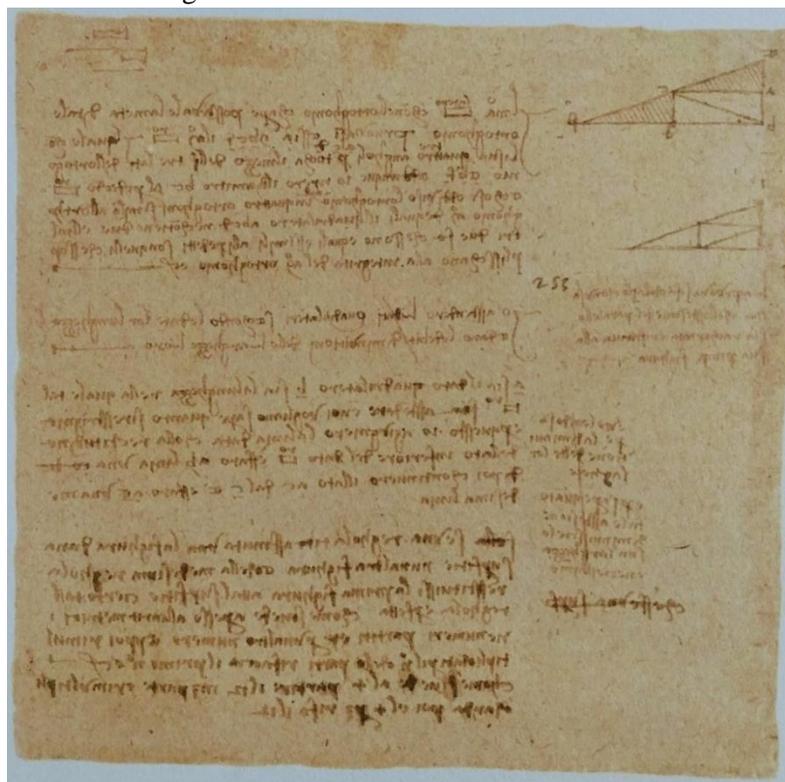
- a) Leonardo da Vinci é, realmente, um dos maiores pintores de todos os tempos? Busque informações sobre Leonardo e justifique sua resposta? b) O texto fala da Mona Lisa e da Santa Ceia. Você conhece essas pinturas? Fale um pouco sobre essas obras de arte? c) Você sabia que Leonardo, além de ter sido pintor, havia feito estudos científicos? Pesquise sobre esses temas científicos e destaque dois! d) Faça uma busca na internet com o tema “Códice Atlântico” e selecione “imagens”. Você deve



encontrar imagens das folhas do Códice. Que folhas você encontrou? Quais lhe chamam mais atenção e por quê? e) A partir dos resultados obtidos no item *d* e selecione imagens que tenham relação com a geometria que você estudou na Escola! Que elementos ou assuntos de geometria você consegue identificar nas imagens? f) Diante das informações que você obteve, você diria que Leonardo da Vinci foi um artista, um cientista ou um geômetra? Justifique!

Caro professor, faremos um estudo interpretativo da folha 300r (figura 1) na qual Leonardo trata de uma relação entre o retângulo e o triângulo retângulo por meio da decomposição de um triângulo retângulo em polígonos menores: quatro triângulos retângulos e um retângulo que está inscrito no triângulo maior. O procedimento de Leonardo e o desenho possibilita relacionar as áreas desses polígonos.

Figura 1 - folha 300r do Códice Atlântico



Fonte: Sánchez e Almarza (2008d, p 85)

Problematização 2: a folha 300r

Objetivo: Estabelecer relações entre o conteúdo da folha 300r e a geometria escolar.

A folha 300r contém anotações e desenhos. Os dois desenhos, na parte superior direita, retratam triângulos retângulos com um retângulo inscrito, sendo que o primeiro desenho possui alguns pontos identificados por letras. As letras estão escritas ao



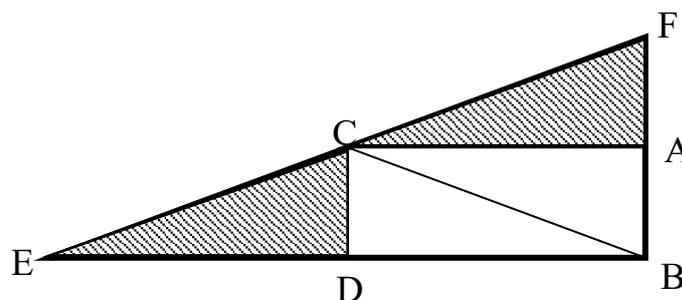
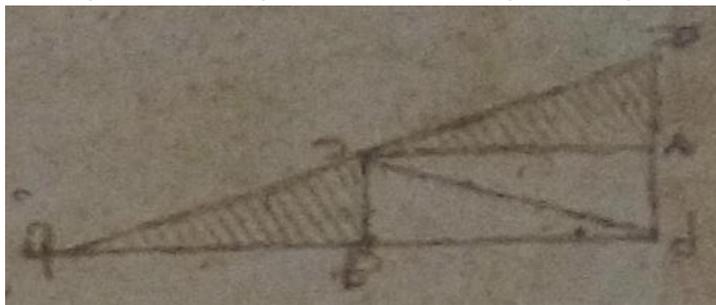
contrário pois, Da Vinci escrevia da direita para a esquerda, ou seja, no sentido contrário do usual, o que é uma de suas características marcantes.

- a) Observe a folha 300r! Quais suas primeiras impressões sobre ela? b) O que chamou mais sua atenção na folha? c) Você consegue identificar desenhos? Quais? d) Você conhece o polígono chamado retângulo? E o triângulo retângulo? O que caracteriza esses polígonos? e) Na folha 300r há algum retângulo ou triângulo retângulo? Por quê? f) Na folha há dois desenhos geométricos. Chame de desenho 1 o primeiro (de cima para baixo) e de desenho 2 o segundo. Quais as semelhanças e diferenças entre eles? g) Considere o desenho 1. Como você o descreve? Trata-se de um triângulo retângulo? h) Em quantas partes o desenho 1 foi decomposto? Que partes são essas? i) Você conseguiria representar o desenho 1? E as partes que o compõem?

Caro professor, com o propósito de aprofundar o estudo da folha 300r apresentamos a descrição da folha e a nossa interpretação dessa descrição que culminou na figura 2 feita a partir do desenho de Leonardo. É importante que a leitura da descrição seja feita concomitante à do desenho. A descrição da folha diz o seguinte:

Se num triângulo retângulo, nos pontos médios de cada cateto, são traçadas as recíprocas paralelas, obtém-se um retângulo de superfície igual à metade do triângulo, e a diagonal de tal retângulo divide o triângulo em quatro triângulos iguais e equivalentes ao triângulo inicial (SÁNCHEZ; ALMARZA, 2008d, p. 218).

Figura 2 – Retângulo inscrito no triângulo retângulo



Fonte: elaborado a partir de Sánchez e Almarza (2008d, p. 85)



De acordo com a descrição, o retângulo obtido “terá superfície igual a metade do triângulo”, ou seja, a área do retângulo equivale à metade da área do triângulo retângulo. Se nesse retângulo for traçada uma diagonal, “obtem-se quatro triângulos iguais”, de mesma área e que são “equivalentes ao triângulo inicial”. Esse último trecho significa para nós que, somadas as áreas dos quatro triângulos menores, obtém-se a área do triângulo maior. Como os quatro triângulos têm mesma área, cada um deles terá área igual a 1/4 da área do triângulo maior (SÁNCHEZ; ALMARZA, 2008d, p. 218).

O triângulo EBF tem como catetos os segmentos BE e BF e como hipotenusa o segmento EF. O retângulo ABCD tem como vértices os pontos A, B, C e D. Esses vértices tocam os lados do triângulo em seus respectivos pontos médios e o vértice B coincide com o vértice do triângulo que contém o ângulo reto, característico do triângulo retângulo. No triângulo retângulo EBF, de lados EF, BF e BE, temos que o ponto C é o ponto médio do seguimento EF, o ponto A é o ponto médio de BF e D é o ponto médio de BE. Traçando-se os segmentos DC e AC, teremos o retângulo ABCD, cuja diagonal é BC, e quatro triângulos EDC, CDB, CAB e CAF, além do triângulo maior EBF.

Para verificar se as afirmações contidas na descrição são verdadeiras, temos que provar que: 1) o retângulo ABCD tem superfície (área) igual a metade da superfície do triângulo EBF e; 2) que os triângulos EDC, CDB, CAB e CAF são congruentes.

Começamos pela prova 2. Sabemos que a diagonal de um retângulo o divide em dois triângulos de mesma área, logo, CAB e CDB são congruentes. Como A é o ponto médio de BF, FA e BA têm mesmo comprimento e CA é lado comum aos triângulos CAF e CAB que são retângulos em A. Assim, esses triângulos têm dois lados e o ângulo entre eles, congruentes. Assim, por LAL², esses triângulos são congruentes. De maneira análoga EDC e CDB, que são retângulos em D, têm o lado CD em comum e ED e BD com a mesma medida, já que D é o ponto médio de EB. Assim, por LAL, EDC e CDB são congruentes. Como CAB e CDB são congruentes, EDC é congruente a CDB e CAF é congruente a CAB, os quatro triângulos em estudo são congruentes, ou seja, possuem mesma área.

Essa conclusão é suficiente para a prova 1, pois se o triângulo EBF se subdivide em quatro triângulos menores de mesma área e o retângulo ABCD tem área equivalente a dois desses triângulos, logo, a área do retângulo ABCD equivale à metade da área do triângulo EBF. Portanto, o triângulo retângulo EBF, tem área igual ao dobro da área do retângulo nele inscrito e igual ao quádruplo da área de cada um dos triângulos que o compõem no desenho de Leonardo da folha 300r.

² Dois triângulos são congruentes quando dois lados e o ângulo compreendido entre eles são, respectivamente, congruentes.



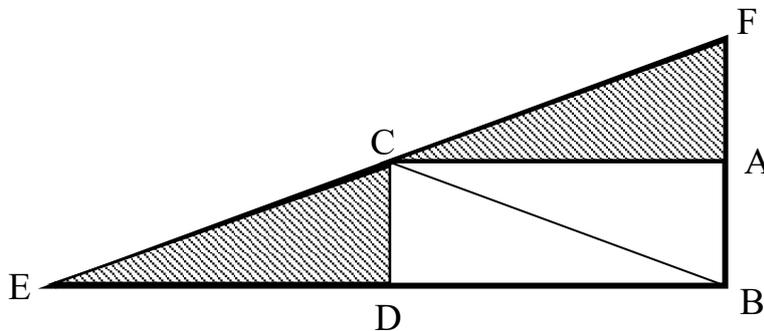
De posse da interpretação que fizemos o professor poderá elaborar a sua interpretação ou tomar a nossa como base para a elaboração de problematizações. Apresentamos uma possibilidade como exemplo que considera o desenho da figura 3.

Problematização 3: A decomposição do triângulo por Leonardo Da Vinci

Objetivo: Compreender o procedimento de decomposição do triângulo retângulo feito por Da Vinci

Observe o desenho retratado na figura 3.

Figura 3 – Triângulo retângulo EBF



Fonte: elaborado a partir de Sánchez e Almarza (2008, p. 85)

- a) Quantos triângulos você identifica no desenho? E quantos polígonos? b) Como são classificados os polígonos identificados? c) É possível estabelecer alguma relação entre os polígonos que compõem o desenho? E entre esses polígonos e o desenho maior? Que relações? d) Qual a fórmula utilizada para medir a área do retângulo a para área do triângulo? Como essas fórmulas se relacionam? e) Essa relação tem alguma correspondência com o desenho de Leonardo? f) Como você explicaria as relações utilizando os desenhos da folha 300r? g) Considere que o triângulo EBF é retângulo em B. Qual a sua hipotenusa e quais os seus catetos? h) Suponha que a hipotenusa do triângulo EBF mede 10cm e que um dos catetos mede 8cm. Quanto mede o outro cateto? Utilize essas medidas para os itens seguintes! i) Qual a área do triângulo EBF! j) Considere que os pontos A C e D são os pontos médios dos respectivos lados. Qual a área do triângulo CAF? E do triângulo CDE? E do retângulo ABCD? k) A diagonal do retângulo ABCD o divide em dois triângulos retângulos. Quais são e quais suas áreas? Qual a relação entre essas áreas e a área do retângulo ABCD? l) Qual a relação entre a área do retângulo ABCD e a área do triângulo EBF? m) Que relações podem ser estabelecidas entre as áreas dos triângulos retângulos? n) Verifique se a área do triângulo EBF é o dobro da área do retângulo ABCD?

3. Conclusões



As relações que estabelecemos por meio da interpretação da folha 300r do Códice Atlântico de Leonardo da Vinci nos levam a concluir que a geometria plana refletida na folha remete aos temas de Geometria ensinados na Educação Básica dentre os quais destacamos: determinação de áreas de retângulo e triângulo, segmento de reta, ponto médio de um segmento, congruência entre triângulos e entre retângulos, triângulo retângulo e teorema de Pitágoras. São temas que segundo os documentos curriculares oficiais, fazem parte da matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), mas que são essenciais para um bom desempenho do estudante no Nível Médio (BRASIL, 2018, 1997).

Dessa forma, o estudo dos temas de geometria que fazem parte do currículo da Educação Básica, em especial do Ensino Fundamental, poderão ser ensinados por meio de problematizações de desenhos contidos em manuscritos antigos como os contidos no Códice Atlântico de Leonardo da Vinci, pois tais desenhos mesmo não tendo sido feitos ou pensados para esse fim, têm em sua constituição elementos que remetem ou refletem a geometria desse nível de ensino.

As atividades que elaboramos são exemplos e poderão ser adaptadas para cada contexto escolar, de forma que o professor poderá organizar a sua atividade levando em consideração as particularidades das turmas e dos estudantes desse contexto. Uma orientação que deixamos aos professores é que cada atividade no formato de problematização poderá ser elaborada da seguinte maneira: faça um texto que dê pistas para o estudante sobre o que se quer que ele aprenda com a atividade. O texto pode conter imagens para que comunique melhor as informações. Após o texto coloque as perguntas que remetam o estudante ao texto e ao conteúdo de matemática pretendido. No entanto, é interessante que as perguntas remetam à pesquisa, ou seja, para além do conteúdo do texto.

O texto e as perguntas devem ser elaborados de forma intencional pelo professor, ou seja, é preciso que o professor tenha clareza do objetivo que quer atingir, do que quer que os alunos aprendam com as atividades, ou seja, os temas de geometria escolar que quer atingir com as atividades e os conhecimentos de cunho mais geral que possam estar envolvidos no estudo.

Nossa proposta tem caráter complementar, pois sabemos que os professores da Educação Básica possuem o livro didático da matemática amplamente distribuído às Escolas, e que deve ser utilizado. Esperamos que este trabalho possa complementar o livro didático e ser fonte de informação e de formação para os leitores. Que seja tomado como uma possibilidade pedagógica para a sala de aula de matemática da Educação Básica, além daquelas que o professor já conhece, e os auxilie na elaboração de suas atividades de ensino.



Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

ISAACSON, Walter. **Leonardo da Vinci**. Tradução de André Czarnobai. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2017.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino**: entre trajetórias profissionais epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MIGUEL, Antônio; MENDES, Iran Abreu. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. In: **ZDM Mathematics Education**. v. 42. p. 381 – 392, 2010.

NAVONI, Marco. **Leonardo da Vinci y los secretos del Códice Atlántico**. Tradução Eva María Cantenys Félez e Antonio Díaz Pérez. Art Blume, S. L. Barcelona, 2012.

SÁNCHEZ, José Luís; ALMARZA, Meritxell. **O Códice Atlântico de Leonardo da Vinci (vol. 4)** (Coleção O Códice Atlântico de Leonardo da Vinci). Barcelona: Editora Fòlio, 2008.

WHITE, Michael. **Leonardo o primeiro cientista**. 4 ed. – Rio de Janeiro, RJ. Record, 2002.