

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LICENCIATURA EM FÍSICA

Guilherme Tirelli

**Determinação do coeficiente de atrito cinético com o uso de
Arduino e do sensor ultrassônico HC-SR04**

Florianópolis
2022

Guilherme Tirelli

**Determinação do coeficiente de atrito cinético com o uso de
Arduino e do sensor ultrassônico HC-SR04**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura em Física do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Física da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Licenciado em Física.
Orientador: Prof. Paulo José Sena dos Santos, Dr.

Florianópolis
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Tirelli, Guilherme

Determinação do coeficiente de atrito cinético com o uso de Arduino e do sensor ultrassônico HC-SR04 / Guilherme Tirelli ; orientador, Paulo José Sena dos Santos, 2022.
71 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Graduação em Física, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Física. 2. Arduino. 3. Software Tracker. 4. Força de Atrito. 5. Coeficiente de Atrito Cinético. I. Santos, Paulo José Sena dos. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Física. III. Título.

Guilherme Tirelli

**Determinação do coeficiente de atrito cinético com o uso de
Arduíno e do sensor ultrassônico HC-SR04**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Licenciado em Física e aprovado em sua forma final pelo Curso de Física.

Florianópolis, 29 de Março de 2022.

Profa. Marinês Domingues Cordeiro, Dra.
Coordenadora do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Paulo José Sena dos Santos, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Profa. Gabriela Kaiana Ferreira, Dra.
Avaliadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Lucio Sartori Farenzena, Dr.
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado à Leticia, por dividir as dimensões do espaço-tempo comigo. Aos meus pais e ao meu irmão, por todo o apoio; e ao Hiury e à Juliana, pela parceria em todos esses anos que nos conhecemos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao professor Paulo, pela orientação, auxílio e dedicação na produção deste trabalho, e também pelas diversas disciplinas ministradas durante a minha graduação, bem como ter sido orientador dos projetos PIBID e LABIDEX que participei, você é uma excelente pessoa e profissional. Aproveito para agradecer aos demais professores do departamento que lecionaram aulas durante minha graduação, e que de alguma forma contribuíram para meu engrandecimento pessoal, em especial à professora Gabriela e ao professor Lucio, avaliadores deste trabalho e também ótimos profissionais. Um agradecimento especial aos colegas, os quais se tornaram grandes amigos, que compartilharam comigo esta difícil jornada que é uma graduação em física: Adolfo Scheidt, Anthony Bet, Franck Peffan, Gabriel Remus, Gustavo Cafe, João Böger, Juarez Junior, Leonardo Souto, Luiz Kubaski, Pedro Jung e Pedro Sanson. Vocês foram essenciais para que eu conseguisse concluí-la, agradeço pelas horas compartilhadas de estudo e lazer.

*“Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae,
et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.”*
(NEWTON, 1726)

RESUMO

A tecnologia tem o intuito de facilitar a vida da espécie humana. Com a inserção da tecnologia digital na sociedade, facilitou e mudou a forma como vivemos. Nesta linha, busca-se inserir as tecnologias digitais para ressignificar o ensino de física nas escolas. Entre as diversas ferramentas disponíveis, uma que tem ganhado destaque nas pesquisas é o uso de microcontroladores - como o Arduino - e de sensores - como o ultrassônico HC-SR04 -, para determinar a posição. A partir de dados coletados por esses dispositivos, diversas quantidades, como o coeficiente de atrito cinético, podem ser determinadas. Neste contexto, este trabalho tem como objetivos: (i) comparar os valores dos coeficientes de atrito cinético determinados a partir dos valores de posição coletados pelo sensor HC-SR04 e o software de análise de vídeo Tracker, e (ii) investigar as variações nos valores dos coeficientes determinados a partir de vários conjuntos de leituras obtidos com o sensor. Para cumprir esses objetivos, montou-se um aparato experimental com elementos comprados em lojas de ferragens e obtidos por meio de impressora 3D, para a construção de uma máquina de Atwood modificada. A partir da análise do movimento foram determinados os coeficientes de atrito cinético entre as seguintes superfícies: EVA e EVA, lixa e lixa (gramaturas 120), EVA e papel cartão (180 g/cm^3) com áreas diferentes e lixa e papel cartão. Os resultados indicaram: (i) uma proximidade entre os valores dos coeficientes determinados através do sensor e do Tracker - a maior diferença percentual encontrada foi 5,04%, (ii) em diversas situações, principalmente envolvendo o EVA, a diferença entre o maior e o menor conjunto de leituras obtidos com o sensor para um conjunto de leituras em uma das situações estudadas foi 0,87%. Assim, pode-se concluir que o sensor ultrassônico HC-SR04 é uma alternativa para a coleta de dados em sala de aula.

Palavras-chave: Arduino. Software Tracker. Força de Atrito. Coeficiente de Atrito Cinético.

ABSTRACT

The technology is intended to make life easier for the human species. With the insertion of digital technology in society, it has facilitated and changed the way we live. In this way, it seeks to insert digital technologies to resignify the physics teaching in schools. Among the various tools available, one that has gained prominence in research is the use of microcontrollers - such as Arduino - and sensors - such as the ultrasonic HC-SR04, to determine the position. From data collected by these devices, various quantities, such as the kinetic friction coefficient, can be determined. In this context, this work aims to: (i) compare the values of the kinetic friction coefficients determined from the position values collected by the HC-SR04 sensor and the Tracker video analysis software, and (ii) investigate the variations in the coefficient values determined from several sets of sensor readings. To fulfill these objectives, an experimental apparatus was set up, with elements purchased at hardware stores and obtained by means of a 3D printer, for the construction of a modified Atwood machine. From the analysis of the movement, the kinetic friction coefficient between the following surfaces were determined: EVA and EVA, sandpaper and sandpaper (grammage 120), EVA and cardboard (180 g/cm³) with different areas and sandpaper and cardboard. The results indicated: (i) a proximity between the values of the coefficients determined through the sensor and the Tracker - the largest percentage difference found was 5.04%, (ii) in several situations, mainly involving the eva, the difference between the largest and the smallest set of readings obtained with the sensor for a set of readings in one of the situations studied was 0.87%. Thus, it can be concluded that the HC-SR04 ultrasonic sensor is an alternative for data collection in the classroom.

Keywords: Arduino. Software Tracker. Friction Force. Kinetic Friction Coefficient.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação exagerada dos encaixes das rugosidades do modelo de Euler.	21
Figura 2 – Modelo de Coulomb para a deformação e encaixe entre duas superfícies que ocasionam a força de atrito.	22
Figura 3 – Gráfico força de atrito em função da força aplicada.	23
Figura 4 – Gráfico da força de atrito em função do tempo.	24
Figura 5 – Esquema do experimento para obtenção do coeficiente de atrito.	26
Figura 6 – Ilustração de uma placa Arduino UNO.	29
Figura 7 – Onda de ultrassom sendo refletida pelo anteparo.	31
Figura 8 – Ângulo de abertura do sensor ultrassônico.	31
Figura 9 – Sensor ultrassônico HC-SR04.	32
Figura 10 – Funcionamento do sensor HC-SR04.	33
Figura 11 – Ligação do sensor ultrassônico e da placa Arduino na protoboard.	34
Figura 12 – Ligação e alimentação dos componentes na protoboard.	34
Figura 13 – Software Tracker.	35
Figura 14 – Componentes do aparato experimental.	37
Figura 15 – Componentes do aparato experimental.	38
Figura 16 – Vista frontal do experimento.	39
Figura 17 – Curva ajustada para o caso EVA e EVA HC-SR04.	42
Figura 18 – Curva ajustada para o caso EVA e EVA Tracker.	42
Figura 19 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e EVA HC-SR04.	43
Figura 20 – Curva ajustada para o caso lixa e lixa HC-SR04.	44
Figura 21 – Curva ajustada para o caso lixa e lixa Tracker.	44

Figura 22 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso lixa e lixa HC-SR04.	45
Figura 23 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão HC-SR04.	46
Figura 24 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão Tracker.	47
Figura 25 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e cartão HC-SR04.	47
Figura 26 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão HC-SR04 da menor área.	49
Figura 27 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão Tracker da menor área.	49
Figura 28 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e cartão da menor área HC-SR04. . .	50
Figura 29 – Curva ajustada para o caso lixa e cartão HC-SR04 da menor área.	51
Figura 30 – Curva ajustada para o caso lixa e cartão Tracker da menor área.	51
Figura 31 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso lixa e cartão da menor área HC-SR04. . . .	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – As interações fundamentais.	18
Quadro 2 – Leituras obtidas com o sensor.	63
Quadro 3 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.	63
Quadro 4 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras	64
Quadro 5 – Leituras obtidas com o sensor.	64
Quadro 6 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.	65
Quadro 7 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras	65
Quadro 8 – Leituras obtidas com o sensor.	66
Quadro 9 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.	66
Quadro 10 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras	67
Quadro 11 – Leituras obtidas com o sensor.	67
Quadro 12 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.	68
Quadro 13 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras	68
Quadro 14 – Leituras obtidas com o sensor.	69
Quadro 15 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.	69
Quadro 16 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras	70

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo Geral	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
2	A FORÇA DE ATRITO	18
2.1	INTERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA NATUREZA	18
2.2	DESCRIÇÃO DA FORÇA DE ATRITO	19
2.3	COMPORTAMENTO DA FORÇA DE ATRITO	23
2.4	DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE ATRITO CINÉTICO ATRAVÉS DE UMA MÁQUINA DE ATWOOD	25
3	METODOLOGIA	28
3.1	ARDUINO UNO	28
3.2	SENSOR ULTRASSÔNICO	29
3.3	TRACKER	35
3.4	COLETA E ANÁLISE DOS DADOS	36
4	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	41
4.1	COMBINAÇÃO A)	41
4.2	COMBINAÇÃO B)	43
4.3	COMBINAÇÃO C)	45
4.4	COMBINAÇÃO D)	48
4.5	COMBINAÇÃO E)	50
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS	57
	APÊNDICE A – SCRIPT DO PROGRAMA	60
	APÊNDICE B – VALORES DOS COEFICIENTES CALCULADOS PARA CADA CONJUNTO DE LEITURAS	63

B.1	EVA E EVA - MAIOR ÁREA	63
B.2	LIXA E LIXA - MAIOR ÁREA	64
B.3	EVA E PAPEL CARTÃO - MAIOR ÁREA	66
B.4	EVA E PAPEL CARTÃO - MENOR ÁREA	67
B.5	LIXA E PAPEL CARTÃO - MAIOR ÁREA	69

1 INTRODUÇÃO

De acordo com o dicionário, tecnologia é um conjunto de métodos e técnicas que visam a resolução de problemas. A palavra tem origem grega, onde “tekhne” significa técnica, e “logia” significa estudo. Envolve o desenvolvimento de técnicas que visam facilitar a vida do ser humano, podendo citar desde a descoberta de como produzir fogo, passando pela invenção da roda a construção de navios, até chegar nos tempos atuais, da tecnologia de informação e comunicação. Com o avanço da era digital, a utilização de computadores, celulares e tablets com conexão à internet causaram tanto impactos positivos quanto negativos na sociedade e na forma de viver dos seres humanos.

A adesão das pessoas à era da tecnologia digital foi facilitada devido a possibilidade de conseguir utilizá-la cada vez mais no dia a dia. O custo e o tamanho dos computadores e celulares foram fatores que influenciaram essa adesão, pois, conforme salienta Santos (2016, p. 23), “os computadores passaram de grandes máquinas que ocupavam toda uma sala, com válvulas enormes, a pequenos objetos portáteis, capazes de processar uma infinidade de dados”. Como os alunos fazem parte da sociedade, o avanço dessa tecnologia acaba sendo incorporada por eles, e por consequência nos ambientes educacionais que frequentam.

Sena dos Anjos (2008) afirma que cada vez mais os computadores têm estado presente nas escolas, por meio de laboratórios computacionais, e embora o citado autor não se refira diretamente à telefonia móvel, ultimamente é possível se estender na forma de celulares pessoais dos próprios alunos, logo torna-se necessário um posicionamento crítico e consciente dos professores quanto a esses aparelhos eletrônicos. Aliado às buscas por uma alternativa à abordagem de ensino tradicional, e utilizando das tecnologias digitais cada vez mais presentes nas escolas, uma possibilidade é de se trabalhar com o

Arduino, pois ele:

(...) proporcionou uma democratização das tecnologias digitais, tornando-as mais acessíveis para alunos e professores. Essa democratização abrange desde facilidades de uso, manuseio, liberdade criativa, até o baixo custo dos materiais como sensores, atuadores, entre outros. A tecnologia é uma ferramenta de suma importância para a jornada educacional, ela visa facilitar e contribuir para o êxito dos alunos e professores durante essa caminhada em busca de conhecimento. (AGUIAR, IZÍDIO, CARVALHO, 2021, p. 1)

O Arduino é um sistema que faz uso da eletrônica e da programação, permitindo o manuseio de experimentos robóticos. É uma ferramenta que busca ressignificar o ensino de física nas escolas, o qual costuma ser trabalhado de forma expositiva e tradicional, o que pode provocar o desinteresse dos alunos pelas aulas.

De acordo com Santos (2016), a abordagem tradicional não permite um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento, e também não possibilita a compreensão das diversas abstrações e simplificações adotadas para o fenômeno físico a ser ensinado. Isso acaba tornando o estudo da física abstrato para os alunos, e por consequência disso, acabam não conseguindo relacionar o conteúdo com o seu cotidiano, fazendo com que a ênfase acabe se resumindo a resolução de problemas no papel. Nesse caminho, o uso de experimentos com Arduino possibilitam “um aprendizado empírico, proporcionando assim uma aprendizagem significativa e mais útil para o cotidiano do discente (...)” (AGUIAR et. al, 2021, p. 1).

Durante o primeiro ano do ensino médio, os alunos discutem o conceito da força de atrito, e de modo geral, essa discussão é abstrata e esquemática, conforme afirmam Santos e Santos (2018), o que contribui para que o estudante não obtenha um aprendizado satisfatório. Além disso, por não ser um assunto trivial, quando discutido de forma

superficial faz com que o aluno não consiga aprender os conceitos de forma correta, os quais muitas vezes já vêm formados nas suas cabeças, devido às suas experiências sensoriais realizadas na tentativa de entender o mundo e os fenômenos que os cercam. Um assunto discutido de forma superficial e sem o devido aprofundamento é a causa do reforço, e algumas vezes da produção, das concepções espontâneas referente ao conceito discutido, conforme afirmam Hançer e Durkan (2008).

Devido ao caráter não trivial da força de atrito, diversos estudos - Besson, Borghi, Ambrosis e Mascheretti (2007), Bilal e Erol (2010), Hançer e Durkan (2008), Kızılcık, Aygün, Şahin, Çelikkanlı, Türk, Taşkın e Güneş (2021) e Robertson, Goodhew, Sherr e Heron (2021) - listam diferentes concepções espontâneas que os alunos adquirem na tentativa de construir conceitos ao interagir com o meio que os cerca. Assim, decidiu-se escolher uma delas para buscar explorar neste trabalho: A dependência da força de atrito com a área de contato de um objeto. Além da concepção, outra motivação para o desenvolvimento deste trabalho foram as dificuldades identificadas por Santos (2016) ao propor a medição do atrito cinético através de motores e sensores conectados ao Arduino.

O experimento envolvendo o Arduino foi desenvolvido com base nos experimentos realizados por Çoban (2021) e Santos (2016), o qual foi projetado e montado utilizando dos princípios da máquina de Atwood e de um sensor ultrassônico. O experimento foi filmado para posterior análise no software Tracker. Os valores de posição obtidos, tanto pelo Arduino quanto pelo Tracker, foram transpostos para um programa de análise gráfica, para determinar a aceleração do sistema e por consequência o valor do coeficiente de atrito cinético entre as diferentes superfícies utilizadas. A escolha de comparação com o valor obtido do coeficiente de atrito cinético pelo Tracker foi feita pois este já é um programa conhecido pelos docentes para utilização em sala.

1.1 OBJETIVOS

Nas seções abaixo estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos.

1.1.1 Objetivo Geral

Utilizar um sensor ultrassônico conectado ao Arduino para determinar o coeficiente de atrito cinético.

1.1.2 Objetivos Específicos

Comparar a obtenção do coeficiente de atrito cinético obtido através do Arduino com o software Tracker.

Discutir a variabilidade das leituras obtidas pelo sensor ultrassônico.

Verificar a independência da força de atrito com a área de contato das superfícies dos objetos.

2 A FORÇA DE ATRITO

A força de atrito é uma força resistiva, que por diversas vezes é contrária a tendência de movimento de um corpo. Por isso, seu fenômeno ocorre quando há movimento relativo entre superfícies sólidas, fluídos ou materiais que estão em contato entre si. Para haver um pleno entendimento da dita força, é necessário uma discussão pelo prisma das forças fundamentais da natureza e dos níveis microscópicos de rugosidades dos materiais.

2.1 INTERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA NATUREZA

É possível classificar as interações fundamentais da natureza em quatro diferentes tipos: forte, fraca, gravitacional e eletromagnética. Cada interação possui um intervalo de alcance e de intensidade, também como uma teoria responsável para a sua explicação, um resumo disso pode ser visto no seguinte quadro:

Quadro 1 – As interações fundamentais.

Interação fundamental	Intensidade	Teoria	Alcance
forte	10	cromodinâmica quântica	10^{-15} m
fraca	10^{-2}	eletrodinâmica	$< 10^{-17}$ m
gravitacional	10^{-13}	flavordinâmica	$\propto 1/r$
eletromagnética	10^{-42}	geometrodinâmica	$\propto 1/r$

Fonte: Eisberg e Resnick, (1979).

Todas as forças fundamentais estão relacionadas entre si. Só existe coesão de um núcleo atômico devido a interação forte, assim como a interação gravitacional é responsável pela estabilidade dinâmica de todo o Universo. Contudo o foco de exploração será a interação eletromagnética.

A interação fundamental eletromagnética é uma interação de longo alcance e tem como partícula mediadora o fóton. Ela descreve

os fenômenos elétricos e magnéticos que surgem por meio das cargas elétricas e magnéticas, onde cargas de sinais iguais se repelem, e cargas de sinais opostos se atraem. Todas as forças presentes em nosso cotidiano se devem a essa interação fundamental, com exceção da interação gravitacional, responsável pela força peso.

A nível microscópico, quando duas superfícies estão em contato, como por exemplo o pé com o chão, surge uma força resistiva quando há o movimento relativo entre elas, e essa força surge devido à repulsão dos elétrons do pé com os do chão. A essa força resistiva dá-se o nome de força de atrito. Apesar de saber-se que a força de atrito surge da interação eletromagnética, conforme escrevem (HAHNER e SPENCER, 1998, p.1), “embora expressadas de forma simples, as leis do atrito encapsulam uma série de fenômenos microscópicos e nanoscópicos cuja elucidação se tornou uma das atividades mais fascinantes da física aplicada.”¹

2.2 DESCRIÇÃO DA FORÇA DE ATRITO

No ensino médio, essa força costuma ser vista de maneira superficial, não tendo o costume de entrar em detalhes e a discutir suas características. Por isso, além de apresentar um breve histórico da força, serão apresentados diferentes modelos que os cientistas propuseram para a sua explicação.

As atividades mais básicas que executamos em nosso dia-a-dia, como por exemplo o simples ato de caminhar, mover alguma coisa, pegar ou segurar um objeto só ocorrem devido a existência da força de atrito. Trovoadas só existem devido ao atrito entre as moléculas de água suspensas nas nuvens, que ao interagirem entre si acabam

¹ No original: “though simply expressed, the laws of friction encapsulate a host of microscopic and nanoscopic phenomena whose elucidation has become one of the most fascinating pursuits of applied physics”, tradução feita pelo autor do trabalho

se eletrizando e produzindo as descargas elétricas. Estas, por sua vez, podem ter apresentado o fogo aos antepassados, que buscaram reproduzi-lo ao esfregar galhos secos de árvores, contribuindo para o processo da evolução. O atrito também mostra sua importância na fixação de um parafuso em uma porca, de um prego em uma parede e também é devido a ele que um nó permanece em uma corda. Pequenos detalhes que estão presentes no cotidiano das pessoas.

Apesar de sabermos utilizar o atrito a nosso favor de diversas formas, por se tratar de um fenômeno complexo, ainda não existe uma descrição exata para ele. O que é sabido é que sua natureza é eletromagnética, mas muito precisou ser estudado para isso ser concluído. Através de uma análise histórica, é possível afirmar que:

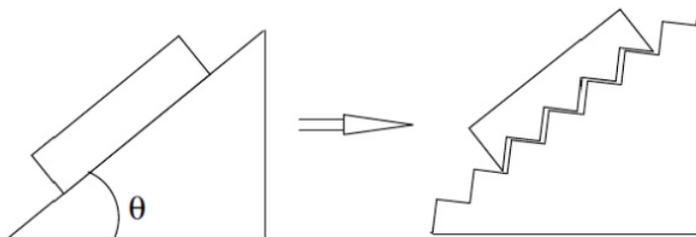
Na idade antiga, os egípcios já tinham uma noção do atrito e procuravam evidenciá-lo em seus hieróglifos, embora ausente de uma investigação científica, expressavam as dificuldades dos escravos no deslocamento de blocos e a utilização de líquidos (água ou gordura animal), para atenuar a fricção entre duas superfícies, pois o atrito contribuía para o perecimento dos escravos envolvidos nessa atividade. (SILVEIRA JÚNIOR, TEDESCO e QUEIROZ, 2005, p.1)

Leonardo Da Vinci, que na época desenvolveu diversos trabalhos na engenharia, botânica e na arte, percebeu que o atrito dependia da compressão de um corpo, mas não da sua área de contato. Também acreditava que essa força dependia do peso do objeto, mas o que ele não sabia era que a força peso e a força normal nem sempre são equivalentes, e é a esta que o atrito está relacionada. Da Vinci jamais tornou público seus estudos, manteve em suas anotações particulares. Guillaume Amontons, por meados de 1700, teve acesso a esse material e os publicou. Ainda acrescentou que a força de atrito era atenuada com a lubrificação das superfícies, e supôs a existência de duas diferen-

tes forças de atrito, a estática e a cinética, conforme afirma Mendonça, (2010).

Contemporâneo de Amontons, outro cientista que obteve acesso aos materiais de Da Vinci e desenvolveu seu estudo sobre a força de atrito, foi Leonhard Euler. Acabou se destacando por mostrar que a força de atrito era proveniente das rugosidades existentes nas superfícies em contato, conforme visto na figura 1, que se encaixavam e dificultavam o movimento. Conforme escrevem Silveira Júnior et al. (2005), utilizando um plano inclinado, através de deduções geométricas, conseguiu mostrar a relação entre o coeficiente de atrito estático e o ângulo de inclinação do plano, cujo ângulo máximo é o momento em que o objeto começa a se deslocar. Seus estudos foram de extrema importância para a construção de um modelo para a força de atrito, pois foi o pioneiro em teorizar uma equação que descreve a força, como $F_{at} = \mu_e N$ e $F_{at} = \mu_c N$, onde F_{at} é a força de atrito, N é a força normal à superfície e μ_e e μ_c são os coeficientes de atrito estático e cinético, respectivamente.

Figura 1 – Representação exagerada dos encaixes das rugosidades do modelo de Euler.

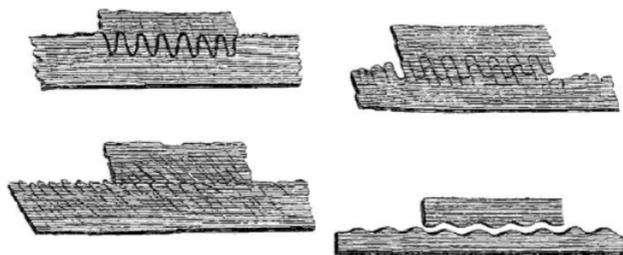


Fonte: Tedesco; Silveira Junior, 2003.

Charles Augustin Coulomb, conhecido pelos seus estudos envol-

vido a eletricidade, também procurou estudar e elaborar um modelo para a força de atrito, e o fez no mesmo período em que Euler estudou. Coulomb chegou à mesma conclusão de Euler, mostrando que a força de atrito era devida ao encaixe das rugosidades das superfícies em contato (figura 2). Apesar do modelo de Coulomb também oferecer respostas ao comportamento da força de atrito, o modelo de Euler acabou obtendo mais sucesso por ser conceitualmente menos complexo e ainda oferecer uma descrição favorável ao fenômeno.

Figura 2 – Modelo de Coulomb para a deformação e encaixe entre duas superfícies que ocasionam a força de atrito.



Fonte: Besson et al (2007).

Diferente de Euler e Coulomb, Bowden e Tabor afirmam que a força de atrito é proveniente não do encaixe das rugosidades entre as superfícies em contato, mas devido a uma solda plástica que ocorre entre as superfícies. Besson et al (2007) descrevem que, quanto maior a força normal, maior são os pontos de contato entre as superfícies e maior será essa junção plástica, ocasionando uma maior força de atrito. Os autores continuam dizendo que Tomlinson, em 1929, anterior a Bowden e Tabor, em seus estudos da tribologia, mostrou que a dissipação de energia devido ao contato entre duas superfícies, têm

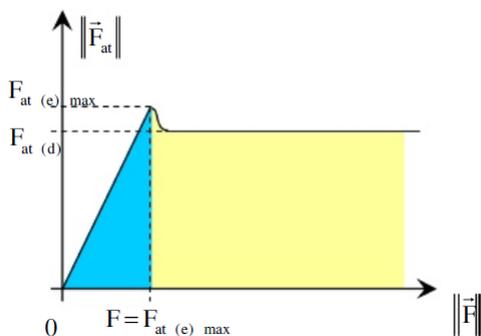
origem nos fônons da rede, afirmando que para existir a força de atrito não é necessário haver adesão e ruptura dos pontos em contato das superfícies.

Apesar dos avanços no entendimento do atrito, o modelo de Euler é o adotado nos cursos de física de ensino médio e graduação, por sua simplicidade e por oferecer uma explicação adequada para o fenômeno.

2.3 COMPORTAMENTO DA FORÇA DE ATRITO

Para complementar, e por vezes facilitar o entendimento da força de atrito, convém analisá-la por meio de um gráfico, mais especificamente um gráfico da força de atrito em função da força aplicada (figura 3).

Figura 3 – Gráfico força de atrito em função da força aplicada.



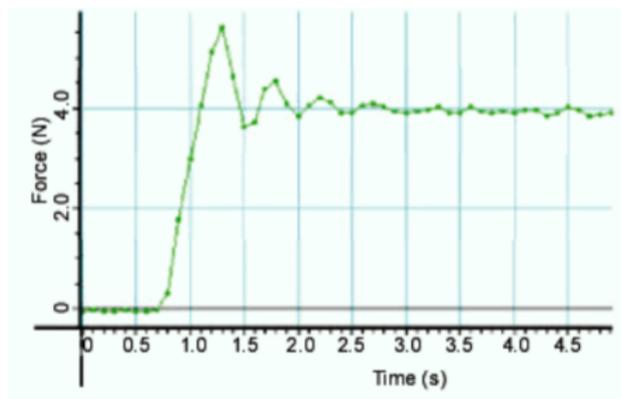
Fonte: Tedesco; Silveira Junior, 2003.

Na figura 3, a área em azul corresponde ao objeto em repouso. O movimento do objeto começa a acontecer na área em amarelo do gráfico, que é o momento em que o atrito estático atinge o seu máximo.

Na transição entre atrito estático e atrito cinético, ou dinâmico, é possível verificar a descontinuidade entre as forças. Pelo gráfico nota-se que a força de atrito cinético mantém-se constante independente da força aplicada, e seu módulo vale $F_{at} = \mu_c N$.

Apesar de parecer uma transição suave e decrescente até atingir um valor constante, na prática não é exatamente isso o que se observa durante a tomada das medidas para a força de atrito cinético. Mossmann, Catelli, Libardi e Damo (2002), que ao fazer um experimento para a determinação do valor da força de atrito cinético usando um bloco com base de carpete sob uma superfície de madeira, observaram uma flutuação em torno de um ponto médio do valor de atrito cinético, como pode ser visto na figura 4:

Figura 4 – Gráfico da força de atrito em função do tempo.



Fonte: Mossmann et al, 2002.

Portanto torna-se algo relevante em ser discutido ao se fazer um experimento para a visualização da força de atrito cinético com os alunos, pois estes, ao se depararem com um gráfico como o obtido por

Mossmann et al (2002), podem acabar se equivocando com o resultado obtido, correndo o risco de construir um conhecimento que não condiz com o fenômeno físico.

2.4 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE ATRITO CINÉTICO ATRAVÉS DE UMA MÁQUINA DE ATWOOD

São diversas as maneiras possíveis de se determinar a força de atrito cinético entre duas superfícies. É possível fazê-lo utilizando um plano inclinado, inclinando-o até que o objeto comece a se movimentar. Outra maneira possível é utilizar do princípio da máquina de Atwood. Neste trabalho será feito conforme o proposto por Çoban (2021), em que utilizando blocos de madeira, fios e polias, atrelados ao princípio de funcionamento da “Máquina de Atwood” foi possível determinar o valor do atrito cinético.

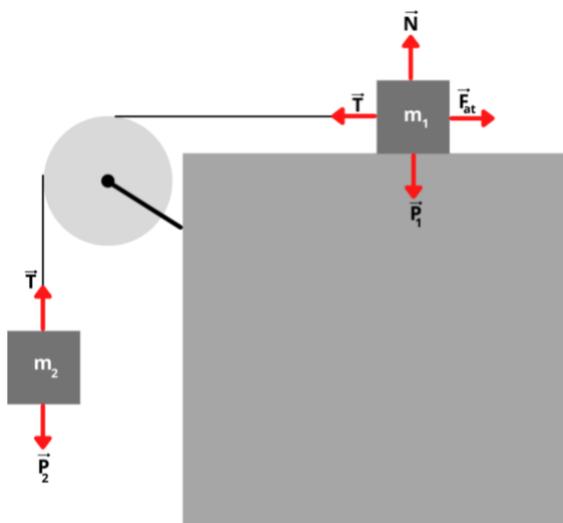
O experimento que levou o nome do estudioso que o propôs foi publicado pela primeira vez pelo reverendo George Atwood, em 1784, no artigo intitulado “*Um Tratado sobre o Movimento Retilíneo e sobre a Rotação de Corpos, com uma Descrição dos Experimentos Originais Relativos ao Assunto*”.² Essa máquina consiste numa roldana ideal fixa, pela qual passa um fio ideal e inextensível que une duas massas m_1 e m_2 . Como visto na figura 5, caso a força peso do corpo 2 seja igual a força de atrito do corpo 1, o sistema ficará em equilíbrio no repouso. Uma vez que exista a diferença nos valores das forças, surgirá na polia um torque positivo, fazendo-a com que adquira uma velocidade angular e os blocos sejam acelerados.

O experimento da máquina de Atwood e o seu modelo são muito utilizados no estudo da dinâmica, ele “permite a determinação do

² No original: “A Treatise On The Rectilinear Motion and Rotation of Bodies, with a Description of Original Experiments Relative to the Subject”, tradução feita pelo autor do trabalho

momento de inércia de objetos com simetria cilíndrica, da aceleração da gravidade, bem como coloca a prova as leis de Newton” (AMLEF, 2017).

Figura 5 – Esquema do experimento para obtenção do coeficiente de atrito.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A equação para o coeficiente de atrito cinético pode ser obtida resolvendo o diagrama de forças do sistema, conforme observado na imagem. Sabendo que as forças atuando sobre o bloco 1 são: Peso, Normal, Tensão e Força de atrito, e as forças atuando sobre o bloco 2 são: Peso e Tensão. Levando em consideração que o sistema esteja em movimento, tem-se, para o bloco 2:

$$P_2 - T = m_2 a \quad (1)$$

E para o bloco 1:

$$T - F_{at} = m_1 a \quad (2)$$

Somando-se as equações encontradas para o bloco 1 e para o bloco 2, chega-se a:

$$\mu_c = \frac{m_2 g - a(m_1 + m_2)}{m_1 g} \quad (3)$$

Onde m_1 e m_2 são as massas dos objetos, g é a aceleração da gravidade, a a aceleração do sistema e μ_c é o coeficiente de atrito cinético. O sistema se moverá com aceleração diferente de zero, logo sua velocidade sofrerá um acréscimo com o tempo.

É possível verificar que, apesar do aumento da velocidade, uma vez que o atrito cinético atinge seu valor máximo, ele não se altera, conseguindo inferir que o atrito não diminui conforme o aumento da velocidade.

3 METODOLOGIA

Com a forma de medir o valor do atrito cinético definida, algumas opções surgem de como as medições são aferidas. Uma possibilidade é medi-las de maneira manual, interagindo com o experimento e com os instrumentos de medição, confiando nos reflexos e na percepção humana. Outra forma é automatizar esse processo e delegar a um computador a tomada de dados. O sensor ultrassônico possui a vantagem de não precisar de uma medição humana, logo acaba não possuindo um tempo de reflexo para apertar o botão de um cronômetro ou aferir a distância com um instrumento de medição manual, conseguindo entregar um resultado preciso. Independente da maneira escolhida para realizar as medidas, é preciso levar em consideração que:

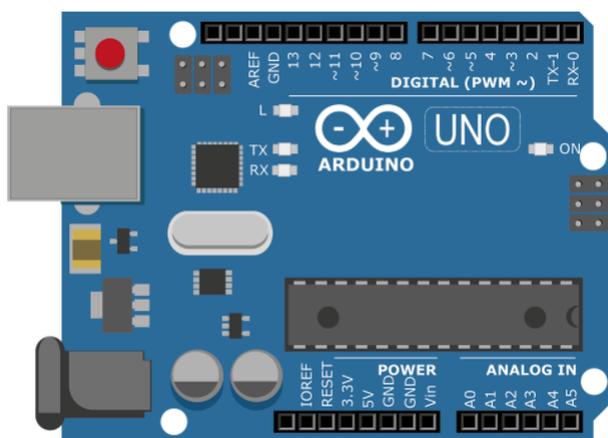
É bom salientar que, devido à natureza de qualquer fenômeno em estudo, assim como os próprios processos que acompanham a medida, o resultado desta é apenas aproximado, sendo impossível analisar ou indicar todos os fatores que atuam sobre ele. (PIACENTINI, GRANDI, HOFMANN, LIMA e ZIMMERMANN, 2013, p.5)

3.1 ARDUINO UNO

São diversas as plataformas existentes para trabalhar com a programação na educação, indo desde kits de robótica proprietários de marcas conhecidas, como a LEGO, até kits de fonte livre, ou Open Source, como o Arduino, sendo que este possui mais liberdade no momento de trabalhar com sensores e atuadores e também na programação. Apesar de ambas as plataformas possuírem suas limitações, o Arduino tem o benefício de possuir uma fácil utilização como também um menor custo, tanto da placa controladora como dos dispositivos eletrônicos que são utilizados.

Dentro da plataforma de prototipagem eletrônica Arduino existem algumas variações, como: Arduino Nano, Arduino Mega ADK e Arduino UNO, cada uma com suas características próprias. No entanto, o Arduino UNO (figura 6) é a que possui a melhor relação custo-benefício para se empregar nas escolas.

Figura 6 – Ilustração de uma placa Arduino UNO.



Fonte: Pixabay. <https://pixabay.com/pt/illustrations/arduino-arduino-uno-tecnologia-2168193/>

3.2 SENSOR ULTRASSÔNICO

O sensor ultrassônico é um dispositivo eletrônico muito utilizado na indústria, na medicina e em projetos que envolvem robótica, e sua principal função é realizar a medida da posição de um objeto em um instante de tempo. Ao emitir uma onda mecânica a uma alta frequência, maior do que o ouvido humano pode ouvir, indo de 20kHz até escalas de Ghz, o sensor consegue determinar a distância percor-

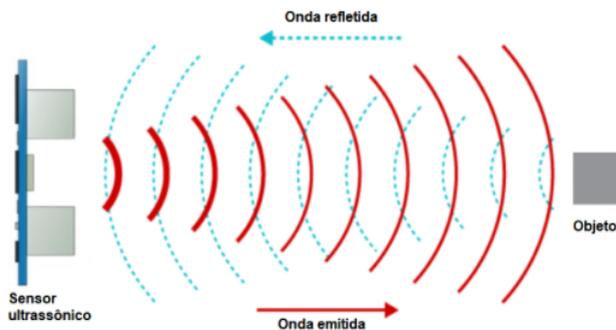
rida quando esta onda encontra o anteparo e retorna para a origem. A onda se desloca no espaço com a velocidade de aproximadamente 340m/s, e quando encontra um anteparo, colide e inverte seu sentido, voltando para o lugar de onde foi emitida.

No experimento para a determinação do coeficiente do atrito cinético é utilizado um sensor ultrassônico do modelo HC-SR04 (figura 9), que foi escolhido pelo seu baixo custo. Conforme o bloco se desloca, sua distância em relação ao sensor aumenta. Como a velocidade do som é constante no meio, o tempo que a onda leva para encontrar o anteparo e retornar novamente para o sensor aumenta, com isso o sensor, que está integrado ao circuito, percebe que o objeto está se distanciando. A distância percorrida pelo bloco é calculada pelo sistema através da seguinte equação:

$$d = \frac{t}{2v_s} \quad (4)$$

Onde “d” é a distância percorrida pelo objeto, “t” é o tempo em que foi feita a medição, “ v_s ” é a velocidade do som no ar, que vale aproximadamente 340 m/s, e o fator 1/2 surge devido ao movimento de ida e volta da onda. O funcionamento está representado na figura 7.

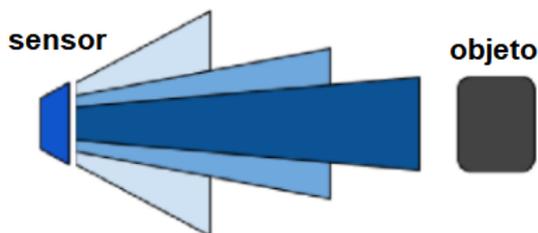
Figura 7 – Onda de ultrassom sendo refletida pelo anteparo.



Fonte: Adaptado de Linear Motions Tips, <https://www.linearmotiontips.com/ultrasonic-sensors-for-linear-position-and-distance-measuring/>

É importante levar em consideração o ângulo de abertura da recepção da onda refletida, correspondente a 30 graus, formando um cone de detecção, conforme figura 8. Caso a onda refletida esteja fora desse cone, a leitura ocorrerá com falhas.

Figura 8 – Ângulo de abertura do sensor ultrassônico.



Fonte: Datasheetspdf, <https://cdn.datasheetpdf.com/pdfhtml/0391/1380136/page2.png>

O sensor consegue medir uma distância que varia de 2cm a 4m, com uma precisão de 3mm. Para que o sensor consiga ler as medidas de forma correta, a superfície do objeto precisa ser plana, pois assim as ondas refletidas não se dispersam, e para que a leitura ocorra até a resolução máxima do detector, o objeto precisa ter uma área de no mínimo $0,5m^2$.

O dispositivo eletrônico é composto de 4 pinos que serão aco-
plados ao sistema. Quanto à alimentação do sensor, têm-se os pinos “VCC” e “GND”, aquele que fornece uma tensão de 5V e este que atua como aterramento. O pino “TRIG” é responsável por emitir o sinal ultrassônico e o pino “ECHO” encarregado de receber o retorno da onda. Um ciclo de sinal que foi enviado e a sua leitura do retorno resulta na distância entre o objeto e o sensor. A corrente de alimentação do sistema é de apenas 15mA.

Figura 9 – Sensor ultrassônico HC-SR04.

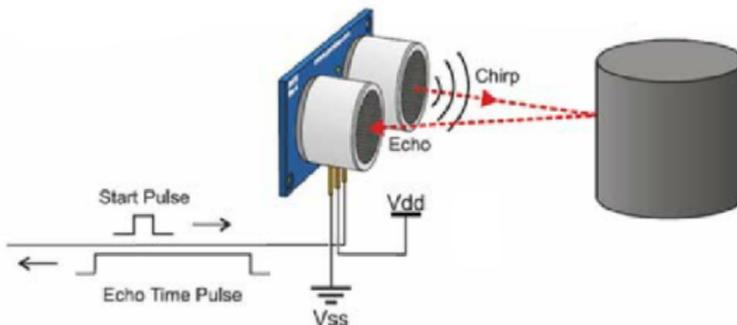


Fonte: Blog Eletrogate, <https://blog.eletrogate.com/trena-metrica-com-hc-sr04-e-compensacao-de-temperatura/>

Na placa Arduino UNO, os pinos “VCC” e “GND” são ligados nas entradas “5 V” e “GND”, respectivamente, e os pinos “TRIG” e “ECHO” podem ser ligados às portas digitais da placa. Quando o sinal é enviado, o pino “TRIG” é energizado com a tensão de 5V. Uma

vez que o sinal é enviado, o pino “ECHO” também fica energizado, e ao detectar o retorno, o pino “ECHO” é desenergizado pelo sistema. Uma representação do funcionamento pode ser vista na figura 10:

Figura 10 – Funcionamento do sensor HC-SR04.

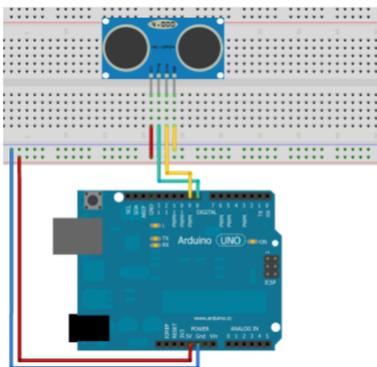


Fonte: Datasheetspdf. <https://datasheetspdf.com/pdf/1380137/HandsOn/HC-SR04/1>

Com isso, é possível medir a distância do objeto pelo tempo que o pino “ECHO” ficou energizado.

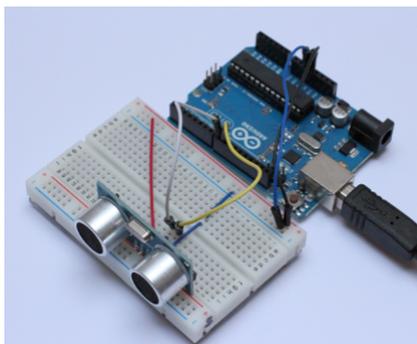
O sensor ultrassônico é afixado à protoboard, e os cabos fazem a ponte até a placa do Arduino. Uma representação de como é feita essa ligação ao circuito podem ser vistas nas figuras 11 e 12:

Figura 11 – Ligação do sensor ultrassônico e da placa Arduino na protoboard.



Fonte: fritzing, <https://fritzing.org/projects/hc-sr04-project>

Figura 12 – Ligação e alimentação dos componentes na protoboard.



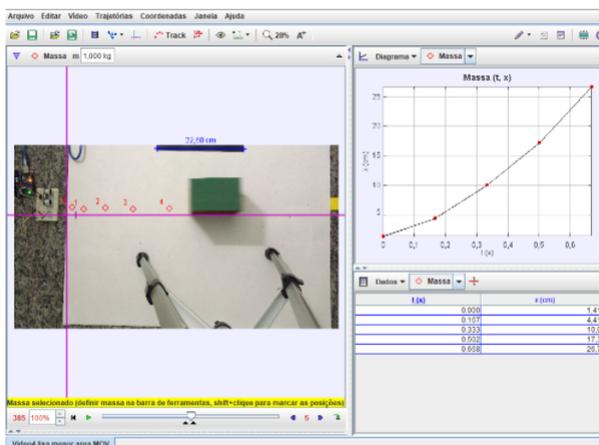
Fonte: fritzing, <https://fritzing.org/projects/hc-sr04-project>

3.3 TRACKER

O software Tracker (figura 13) é um programa gratuito de computador que permite analisar e modelar um fenômeno físico por meio de imagens de vídeo. O programa possui uma interface simples e de fácil assimilação das funções, assim se utilizando da “inteligibilidade do software, aliada a uma câmera de celular” (ALVES, FERREIRA, FILHO, 2019) é possível analisar algum fenômeno físico macroscópico, geralmente do ramo da Mecânica, com a ajuda do programa.

Carregando o vídeo no programa, é possível calibrá-lo com alguma medida de comprimento conhecida na filmagem, e então selecionar os pontos da trajetória de um objeto. Com os pontos selecionados e o vídeo calibrado, é possível confeccionar de forma rápida um gráfico e realizar um ajuste de curvas para analisar o fenômeno físico.

Figura 13 – Software Tracker.



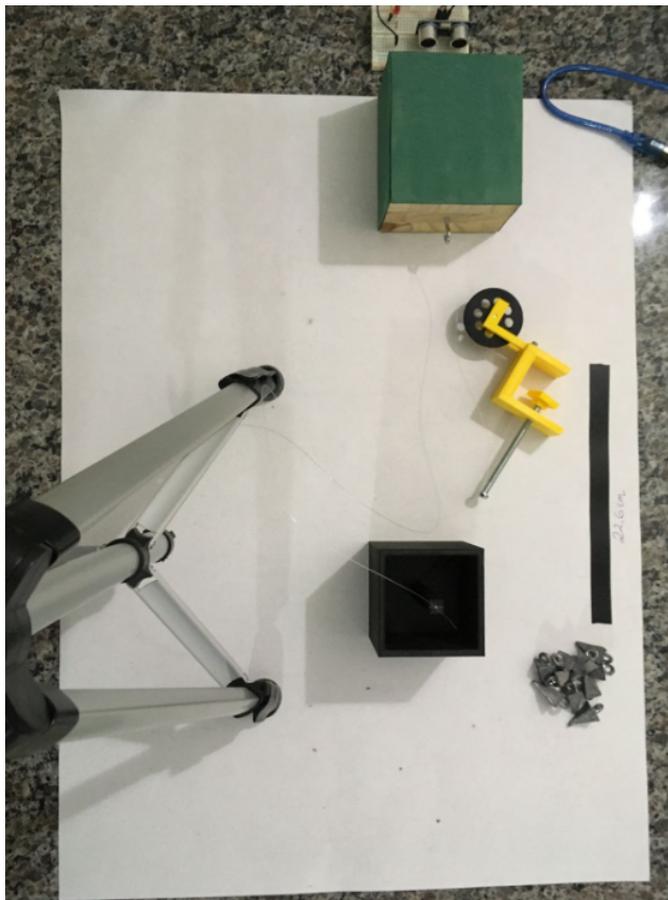
Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

O experimento foi desenvolvido considerando aspectos apontados por Çoban (2021) e Santos (2016). O aparato experimental é composto de 1 bloco de madeira em forma de paralelepípedo (com dimensões 11,5 cm x 10,3 cm x 7,5 cm), com as diferentes bases cobertas por diferentes materiais, sendo uma base maior e uma base menor coberta por EVA e outras bases maiores e menores cobertas por lixa de gramatura 120.

O bloco foi colocado sobre diferentes superfícies sobre a mesa, sendo elas: papel cartão de gramatura 180 g/cm³, EVA e lixa de gramatura 120. Uma roldana e seu suporte de fixação foram impressos em uma impressora 3D, assim como uma cesta que ficará pendente, a qual é ligada ao bloco por meio de um fio de nylon. A cesta foi impressa de modo que possa acomodar pequenas massas de chumbo, que serão colocados uma a uma de forma gradual, para alterar a massa total e verificar sua influência no sistema. A massa do bloco de madeira é de 377g, da cesta, 123g e de cada pedaço de chumbo, aproximadamente 20g. Para cada conjunto de medidas, a quantidade necessária de partes de chumbo utilizadas foram medidas em uma balança. Os componentes estão representados na figura 14.

Figura 14 – Componentes do aparato experimental.

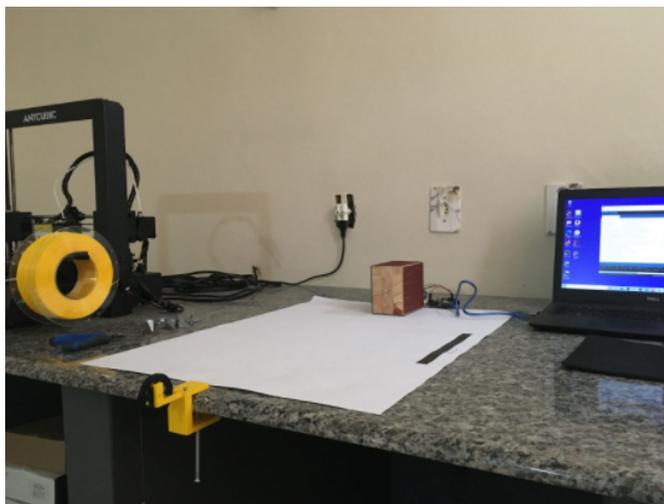


Fonte: Acervo pessoal.

Na extremidade da mesa, e paralela a ela, está posicionado o sensor ultrassônico ligado ao sistema Arduino UNO. Uma câmera foi posicionada acima do experimento para gravar o fenômeno e tornar

possível analisá-lo pelo software Tracker.

Figura 15 – Componentes do aparato experimental.



Fonte: Acervo pessoal.

O bloco é posicionado sobre a mesa ligado à cesta pendente, conforme figuras 15 e 16, então é dado início à gravação e ao programa que energiza o sensor. As massas de chumbo são colocadas uma a uma na cesta pendente até que o sistema inicie seu movimento com sentido bloco-cesta. Uma vez que o bloco atinge a roldana a filmagem e o sensor são desligados. O experimento então é repetido de forma que as diferentes áreas - maior e menor - do bloco cobertas pelos diferentes materiais - lixa e EVA - e as diferentes superfícies da mesa - papel cartão, lixa e EVA - sejam utilizadas.

Figura 16 – Vista frontal do experimento.



Fonte: Acervo pessoal.

Os dados brutos obtidos pelo sensor são filtrados e dispostos em uma tabela com valores da posição ocupadas pelo bloco em determinados instantes de tempo (Apêndice - B) para posterior análise, o mesmo é feito com a filmagem, em que é carregada no software Tracker para tomada dos dados e posterior disposição em uma tabela com valores da posição em determinados instantes de tempo. A análise, por sua vez, é feita com base na tomada dos valores de posição e do tempo vinculadas ao movimento do bloco. Utilizando um software de análise gráfica³, construiu-se gráficos de posição em função do tempo para as diferentes combinações, sendo elas:

- a) Área maior do bloco com base em EVA sobre o EVA;
- b) Área maior do bloco com base em lixa sobre a lixa;

³ Software de análise gráfica: QtIPLOT, <https://www.qtiplot.com/>

- c) Área maior do bloco com base em EVA sobre o papel cartão;
- d) Área menor do bloco com base em EVA sobre o papel cartão;
- e) Área maior do bloco com base em lixa sobre o papel cartão;
- f) Área menor do bloco com base em lixa sobre o papel cartão;

A aceleração para cada combinação foi obtida a partir da análise dos gráficos, mais precisamente pelo ajuste em uma curva descrita por uma função de segundo grau, que tem a forma:

$$f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2 \quad (5)$$

Comparado com a equação horária da posição, que tem a forma:

$$S(t) = S_0 + V_0t + \frac{at^2}{2} \quad (6)$$

É possível verificar que multiplicando o fator “ a_0 ” da equação Equação (5) por 2 encontra-se o valor para a aceleração do sistema, conforme visto na equação Equação (6). Uma vez encontrada, substitui-se na equação Equação (3) para determinar o valor do coeficiente de atrito cinético.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para cada combinação - a), b), c), d), e), e f) - mediu-se 8 vezes com o sensor ultrassônico utilizando Arduino, para realizar a comparação entre os respectivos coeficientes de atrito, sendo que apenas a primeira medida foi filmada para posterior análise no Tracker. Decidiu-se assim por detalhes operacionais, pois filmar todas as medidas realizadas com o Arduino ocuparia espaço demais em disco e também pelo motivo de levar um certo tempo para carregar cada vídeo no Tracker.

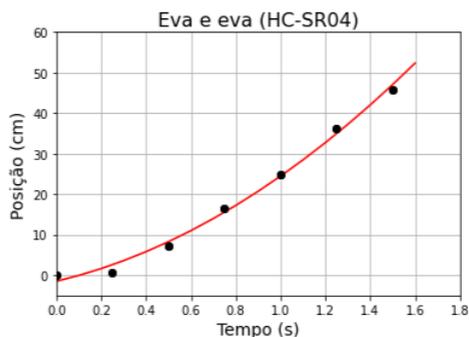
Para verificar a dispersão e a exatidão entre o valor médio obtido e os valores de cada medição, calculou-se o desvio padrão e a variância, encontrando um valor próximo de zero para ambas as medidas, verificando que a dispersão foi praticamente nula. A seguir apresenta-se as combinações trabalhadas. Os valores medidos e os coeficientes das curvas ajustadas para cada combinação se encontram no apêndice do trabalho, com exceção da combinação f), a qual não foi realizada uma análise detalhada.

4.1 COMBINAÇÃO A)

As figuras 17 e 18 mostram os pontos experimentais e a curva ajustada obtidas para o caso da maior área do bloco coberta por EVA sob a superfície de EVA. Foram necessárias quatorze partes de chumbo para que se iniciasse o movimento do sistema, totalizando uma massa pendente de 409g.

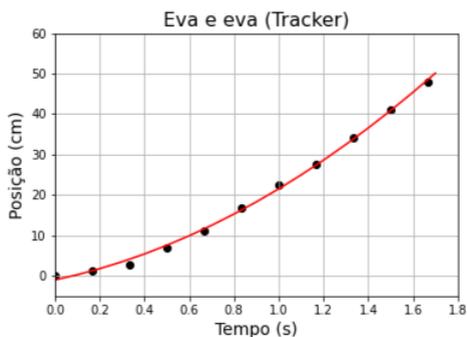
Os valores obtidos para os coeficientes de atrito cinético foram de $1,030 \pm 0,013$ e $1,039 \pm 0,072$, medidos via sensor HC-SR04 e Tracker, respectivamente, mostrando uma proximidade entre os valores. Também é possível verificar essa proximidade pela diferença percentual de 0,86%.

Figura 17 – Curva ajustada para o caso EVA e EVA HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Curva ajustada para o caso EVA e EVA Tracker.

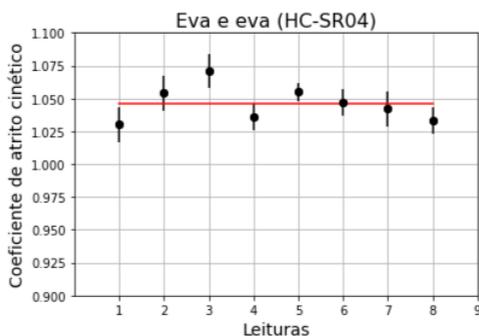


Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 19 mostra os oito valores obtidos para o coeficiente de atrito cinético via sensor ultrassônico junto da barra de erros em

torno do valor médio. É possível verificar que não há um ponto atípico que flutua do valor médio, sendo que o maior valor obtido difere de 3,98% para o menor valor. O desvio padrão e variância calculadas foram 0,0137 e 0,0002, respectivamente.

Figura 19 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e EVA HC-SR04.



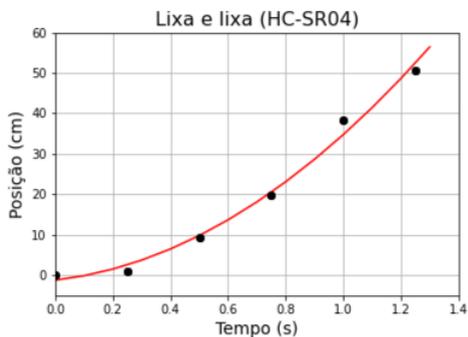
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 COMBINAÇÃO B)

No caso em que se utilizou da maior base do bloco coberto por lixa sob a superfície de lixa foi necessário dez massinhas de chumbo para que se iniciasse o movimento, totalizando 329g somando com a cesta pendente. As figuras 20 e 21 mostram os valores experimentais e as curvas obtidas tanto para o sensor quanto para o Tracker, respectivamente. Os valores encontrados para o coeficiente de atrito cinético via sensor HC-SR04 e Tracker foram $0,774 \pm 0,027$ e $0,735 \pm 0,029$. Apesar de possuírem similaridade em 1 casa decimal, a segunda casa decimal mostra que já são valores não tão próximos, porém aceitáveis e que

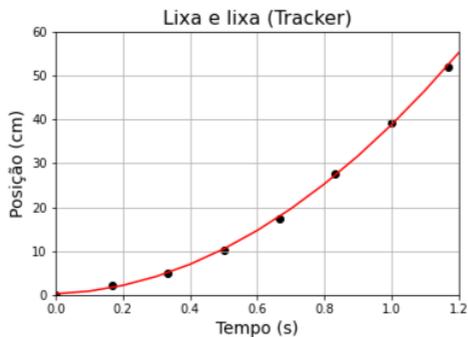
não comprometem a maneira que será escolhida para determiná-los. A diferença percentual entre os valores encontrados é de 5,09%

Figura 20 – Curva ajustada para o caso lixa e lixa HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor.

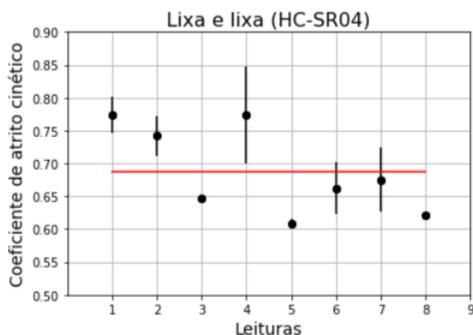
Figura 21 – Curva ajustada para o caso lixa e lixa Tracker.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 22 é possível verificar os valores obtidos junto do valor médio e suas incertezas. O maior valor obtido para o coeficiente de atrito cinético possui uma diferença de 27,3% para o menor valor obtido. O desvio padrão e a variância calculados foram 0,0668 e 0,0045, respectivamente. Uma das causas desse comportamento que é possível levantar é o desgaste da lixa. A combinação lixa-lixo foi medida em outros momentos além das 8 listadas nessa parte, ocasionando um desgaste das superfícies.

Figura 22 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso lixa e lixa HC-SR04.



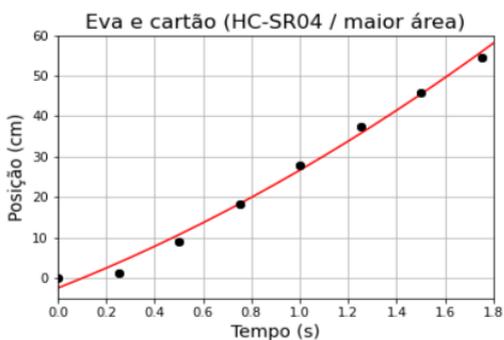
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 COMBINAÇÃO C)

Para esta combinação, o sensor realizou medidas de posição a cada 0,25 segundos, e o Tracker a cada 0,33 segundos. A quantidade de massas de chumbo necessárias para que o movimento se iniciasse foi de onze, totalizando 348g com a massa da cesta. Os dados obtidos e as curvas obtidas podem ser vistas nas figuras 23 e 24. O valor do

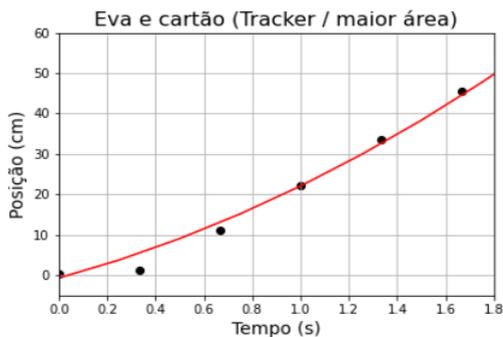
coeficiente de atrito encontrado via sensor ultrassônico e via Tracker foi de $0,911 \pm 0,009$ e $0,898 \pm 0,022$, respectivamente. É possível verificar a proximidade dos valores obtidos pelas duas maneiras distintas de medir o coeficiente de atrito cinético. A diferença percentual entre os valores encontrados é de 1,45%.

Figura 23 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão HC-SR04.



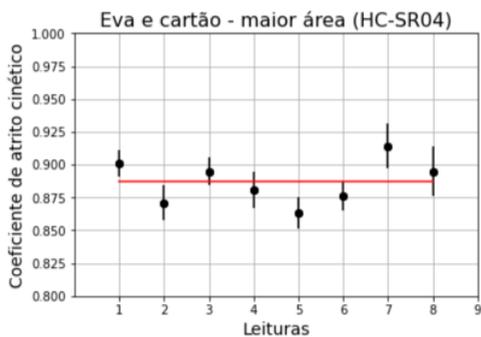
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão Tracker.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 25 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e cartão HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor.

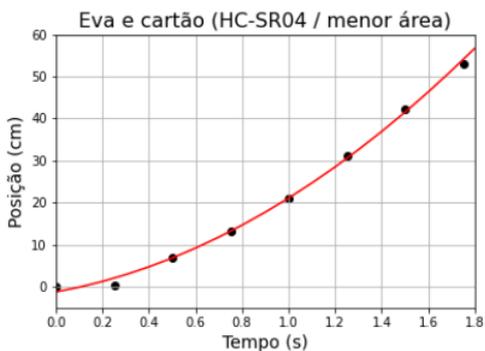
Na figura 25, os oito valores obtidos para o coeficiente de atrito,

junto da barra de incerteza, se encontram próximos ao valor médio, sendo que o maior valor obtido difere de 5,91% para o menor valor obtido, podendo verificar a proximidade das medidas. O desvio padrão e a variância são 0,0184 e 0,0003, respectivamente.

4.4 COMBINAÇÃO D)

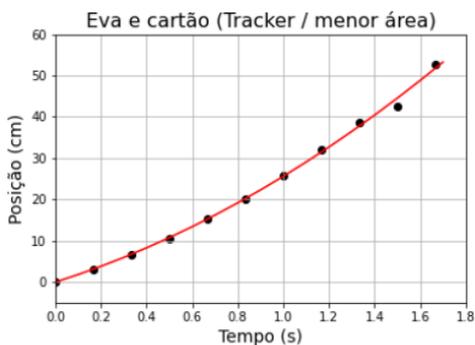
Para esta combinação, o sistema também iniciou seu movimento com onze partes de chumbo, totalizando uma massa de 348g. As figuras 26 e 27 mostram os valores experimentais e as curvas obtidas, tanto para o sensor quanto para o Tracker, respectivamente. Os valores obtidos para o coeficiente de atrito cinético utilizando o sensor foi de $0,875 \pm 0,005$, enquanto que para o Tracker encontrou-se $0,891 \pm 0,031$. Também é possível notar a similaridade entre os valores determinados, pois se diferem de 1,86%, bem como sua semelhança com a combinação superfície do bloco em EVA e superfície da mesa em papel cartão, mostrando que a área de contato não influencia na força de atrito. A diferença percentual entre as maiores e menores áreas do coeficiente de atrito cinético obtido pelo Tracker é de 0,72%, enquanto para o Arduino 4,1%.

Figura 26 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão HC-SR04 da menor área.



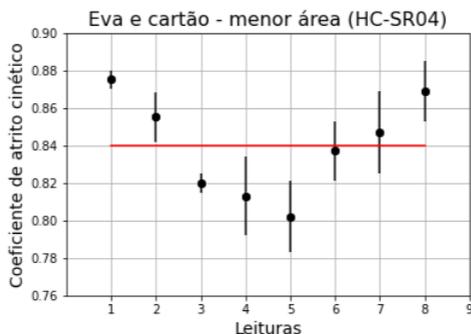
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 27 – Curva ajustada para o caso EVA e cartão Tracker da menor área.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso EVA e cartão da menor área HC-SR04.



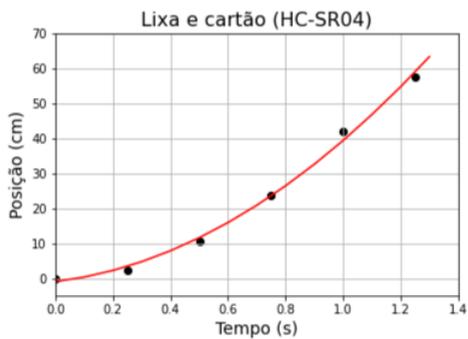
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores referentes a esta combinação, como vistos na figura 28, tiveram uma flutuação maior do que os obtidos pela combinação c), visto que a diferença percentual entre o maior e o menor valor obtido é de 8,34%. O desvio padrão e a variância calculados são 0,0265 e 0,0007, respectivamente.

4.5 COMBINAÇÃO E)

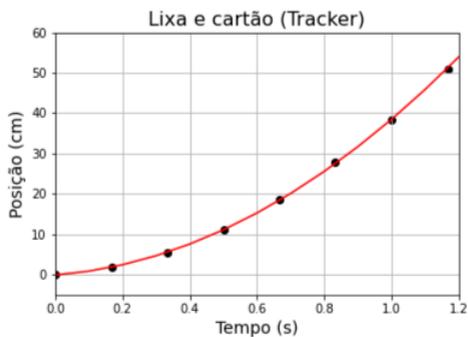
Nesta combinação foram necessárias sete partes de chumbo para que o sistema iniciasse o movimento, totalizando uma massa pendente total de 266g. Nas figuras 29 e 30 estão representados os valores experimentais e as curvas obtidas, tanto para o sensor quanto para o Tracker, respectivamente. Os valores encontrados para o coeficiente de atrito cinético foram de $0,600 \pm 0,019$, via sensor HC-SR04 e $0,593 \pm 0,032$, via Tracker. É possível verificar a semelhança entre os dois valores por meio da diferença percentual de 1,1%.

Figura 29 – Curva ajustada para o caso lixa e cartão HC-SR04 da menor área.



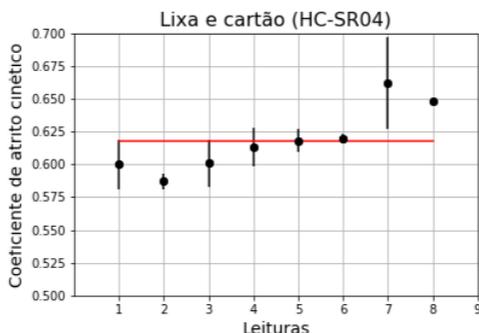
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 30 – Curva ajustada para o caso lixa e cartão Tracker da menor área.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Gráfico do valor médio e da barra de incerteza encontrado para o coeficiente de atrito cinético para o caso lixa e cartão da menor área HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 31 mostra as flutuações em torno do valor médio com as medidas obtidas pelo sensor HC-SR04. A diferença percentual entre o maior e o menor valor é de 10,39%. O desvio padrão e variância são 0,0252 e 0,0006, respectivamente.

Para a combinação f), que é uma variação da combinação e), só que com a menor área voltada para a superfície de papel cartão, foi necessário oito partes de chumbo para que o movimento se iniciasse, totalizando uma massa pendente de 288g. Os coeficientes de atrito cinético obtidos pelo sensor ultrassônico e pelo software Tracker foram de $0,735 \pm 0,003$ e $0,747 \pm 0,015$, respectivamente.

De acordo com o modelo, a força de atrito deve independer da área. No entanto, na medição para o movimento das superfícies maiores e menores cobertas com a lixa e o papel cartão, os valores diferiram em aproximadamente 22,5%. Uma possível causa para esse comportamento pode estar no desgaste da lixa que se encontra na

superfície de maior área. Ela foi utilizada nos diversos testes que precederam a coleta dos dados, e no início das medições, foi utilizada para a obtenção do coeficiente de atrito entre as lixas. Pelos motivos expostos, a lixa na superfície de maior área estava mais desgastada do que a que se encontrava na superfície de menor área.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabendo que os alunos vêm para a sala de aula com diversas concepções alternativas, que são construídas na tentativa de explicar o mundo e os fenômenos que experimentam com seus sentidos, e que o ensino tradicional expositivo não se mostra suficiente na superação dessas concepções, a utilização do Arduino para a determinação da força de atrito pode ser uma boa ferramenta para auxiliar as aulas.

Neste contexto, este trabalho teve como objetivos a determinação do coeficiente de atrito cinético utilizando o sensor ultrassônico, bem como sua comparação com o valor obtido pelo software Tracker. Outra finalidade foi discutir as variações do número adimensional obtidas através das medidas do sensor, com o intuito de mostrar a independência da força de atrito com a área de contato das superfícies dos objetos.

A proximidade dos valores encontrados para o coeficiente de atrito cinético entre o software Tracker e o sensor ultrassônico HC-SR04 permitem afirmar que esta é uma alternativa para utilização em sala de aula, ainda contando com o protagonismo do aluno na confecção do experimento, o que pode auxiliar o processo ensino-aprendizagem. Entretanto as flutuações obtidas na obtenção dos valores devem ser levadas em consideração, pois, caso sejam ignoradas, podem levar os alunos a tomarem conclusões precipitadas guiados pelas próprias concepções dos fenômenos.

Os valores obtidos para os diferentes conjuntos de superfícies e áreas através do sensor ultrassônico e do Tracker, tiveram uma diferença percentual que oscilou entre 1% e 2% para os conjuntos c), d), e) e f). Evidenciando a combinação a), que diferiu de 0,87%, enquanto que para a combinação b) a diferença percentual foi 5,04%. As pequenas diferenças percentuais obtidas mostram que ambas são

ferramentas para obter um valor de coeficiente de atrito cinético envolvendo as superfícies, a um nível didático do ensino médio.

A variação dos valores obtidos tanto pelo Tracker quanto pelo sensor ultrassônico podem ser de diversas causas, sistemáticas e aleatórias. Para o sensor, é possível citar o seu custo, por ser um material barato sua precisão pode não ser tão grande. A dificuldade de largar o bloco da mesma posição nas diferentes medidas também é um fator que influencia na leitura do dispositivo, fazendo com que o valor obtido para o coeficiente de atrito apresente uma variação. Outro ponto que pode influenciar os valores das leituras é a área do bloco onde ocorre a reflexão da onda. Já para o Tracker, apesar de ter possuído uma flutuação menor, ela ainda existiu, e sua causa pode ser devido à dificuldade de clicar no mesmo ponto no momento de interagir com o vídeo para tomar as medidas. Tanto para o Tracker quanto para o sensor, é possível citar os problemas técnicos do aparato experimental que podem ter ocorrido, como o atrito do fio com a roldana e com o próprio fio de nylon, por não ser um fio ideal.

A diferença obtida para a superfície da mesa em papel cartão com o bloco em EVA, para a maior e a menor área, foi de aproximadamente 3,95%. Assim: “O grau de sofisticação e/ou de precisão do aparelho utilizado não livra o operador da existência de erros ao realizar a medida” (PIACENTINI et al, 2013, p. 21). É possível considerar que o valor obtido para a diferença é aceitável. No entanto, para a superfície da mesa em papel cartão com o bloco em lixa, a diferença observada foi de aproximadamente 22,5%, valor que traz consigo os problemas de medição encontrados. O desgaste do papel cartão pela superfície da lixa por onde o bloco se movia foi visível, sendo que o mesmo papel cartão foi utilizado para as diferentes medidas realizadas. Também podem ser causa da diferença observada a área da superfície do bloco onde a onda é refletida, o posicionamento do bloco em cada

conjunto de medidas, bem como o próprio funcionamento do sensor.

O desgaste da lixa é outro ponto que é preciso ser levado em consideração, pois isso acaba por refletir nos resultados obtidos. Como a lixa é um material abrasivo, a sua interação com outras superfícies causa o seu desgaste, desgaste esse que pode resultar em diferenças nos valores obtidos para o coeficiente de atrito cinético. Uma possibilidade para a redução desse problema é realizar poucas medidas com o material, ou até mesmo substituir a cada medida para garantir que o resultado seja melhor.

Como o trabalho proposto é para ser utilizado e discutido a nível médio, as flutuações acabam não sendo um problema, uma vez que o objetivo do aparato experimental é explorar o protagonismo do aluno bem como discutir de forma qualitativa o fenômeno da força de atrito. Contudo, para não ser causa de dúvidas dos alunos, bem como não perpetuar concepções como a força de atrito depender da área, faz-se necessário discutir as possíveis causas das flutuações, conforme aponta Santos (2016), que tratou o tema utilizando um experimento diferente.

Apesar das diferenças encontradas, é possível afirmar que o uso do sensor ultrassônico HC-SR04 para a determinação do coeficiente de atrito cinético é uma ferramenta para esse fim, pois de acordo com Mossmann et al (2002), que determinaram os coeficientes de atrito estático e cinético de forma automatizada, é impossível obter todos os gráficos em tão curto tempo de forma manual, possibilitando os estudantes a discuti-los e entendê-los. Ainda é possível supor que caso a tomada de dados tivesse sido manual, uma flutuação maior nos valores seria encontrada, pois a exatidão da medida dependeria dos reflexos e de possíveis erros experimentais cometidos pelo experimentador.

REFERÊNCIAS

ALVES, P. L.; FERREIRA, M.; FILHO, O. L. S. UMA PROPOSTA DE MEDIAÇÃO: O USO DO SOFTWARE TRACKER NO ENSINO DE FÍSICA, **Physicae Organum**, v. 5, n. 1, p. 22-26, mar. 2019.

AGUIAR, D.; IZÍDIO, L.; CARVALHO, N. EXPERIMENTO AUTOMÁTICO DO COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO COMO FERRAMENTA DIDÁTICA DE ENSINO DE FÍSICS, **Comunicações Orais do XXIV Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF**, 2021.

BESSON, U.; BORGHI, L.; DE AMBROSIS, A.; MASCHERETTI, P. How to teach friction: Experiments and models. **American Journal of Physics**, Nova Iorque. v. 75, n. 1106, p. 1-8, nov. 2007.

BILAL, E.; EROL, M. HEI METHOD FOR INVESTIGATION AND ELIMINATION OF MISCONCEPTIONS ON FRICTION, **Balkan Physics Letters**, 18.181036, p. 269-276, mar. 2010.

ÇOBAN, A. Determination of kinetic friction coefficient using an Arduino. **Physics Education**, v. 55, n. 6, p. 1-4, out. 2020.

EISBERG, R.; RESNICK, R. **Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**, Tradução de Paulo Costa Ribeiro, Enio Frota da Silveira e Marta Feijó Barroso, 1^a ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 1979.

HÄHNER, G.; SPENCER, N. D. Rubbing and Scrubbing, **Physics Today**, 51(9), p. 22-27, set. 1998.

HANÇER, A. H.; DURKAN, N. Turkish Pupils Understanding of Physical Concept: Force and Movement, **World Applied Sciences Journal**, v. 3, n. 1, p. 45-50, 2008.

Kızılçık, H. Ş.; Aygün, M.; Şahin, E.; Çelikkanlı, N. Ö.; Türk, O.; Taşkın, T.; Güneş, B. Possible misconceptions about solid friction, **Physical Review Physics Education Review**, 17.023107, p. 1-20, nov. 2021.

MÁQUINA de Atwood. **AMLEF - UFRGS**.

MENDONÇA, L. P. Força de atrito: um experimento didático com recursos de mídias, **Anais do II Encontro da Rede de Professores, Pesquisadores e Licenciados de Física e de Matemática**, 2010, São Carlos.

MOSSMANN, V. L. F.; CATELLI, K. B. M. F.; LIBARDI, H.; DAMO, I. S. Determinação dos coeficientes de atrito estático e cinético utilizando-se a aquisição automática de dados, **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 24, n. 2, jun. 2002.

PIACENTINI, J. J.; GRANDI, B. C. S.; HOFMANN, M. P.; LIMA, F. R. R.; ZIMMERMANN, E. **INTRODUÇÃO AO LABORATÓRIO DE FÍSICA**, 5. ed., Florianópolis: editora ufsc, 2013.

ROBERTSON, A. D.; GOODHEW, L. M.; SCHERR, R. E.; HERON, P. R. L.; University student conceptual resources for understanding forces, **Physical Review Physics Education Review**, 17.010121, p. 1-18, mar. 2021.

SENA DOS ANJOS, A. J. As novas tecnologias e o uso dos recursos telemáticos na educação científica: a simulação computacional na educação em Física, **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.25, n.3, p. 569-600, dez. 2008.

SANTOS, T. F. M. **A Robótica Educacional Como Ferramenta na Discussão de Conceitos Relacionados às Forças de Atrito**, Orientador: Paulo José Sena dos Santos. 2016. 112 f. TCC (Graduação) - Curso de Física, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

SANTOS, T. F. M; SANTOS, P. J. S. Relato e análise de uma sequência didática sobre forças de atrito com uso de kits de robótica educacional no primeiro ano de ensino médio, **Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação**, v. 16, n. 1., p. 1-10, jul. 2018.

SILVEIRA JÚNIOR, R. N.; TEDESCO, J. C. G. Atrito entre superfícies sólidas. **Notas de aula para a disciplina de Instrumentação para o Ensino I**, Rio de Janeiro, 2003.

SILVEIRA JÚNIOR, R. N; TEDESCO, J. C. G; QUEIROZ, G. P. A dependência da área real de contato no atrito entre superfícies sólidas, **Anais do XIV Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF**, 2005.

APÊNDICE A – SCRIPT DO PROGRAMA

```
int PinTrigger = 2; // Usado para disparar os pulsos do sensor
int PinEcho = 3; // Usado para ler a saída do sensor

float TempoEcho = 0; // Tempo medido em us
float tempo = 0; // Tempo medido em segundos

float Distancia_m = 0; // Posicao inicial em metros
float Distancia_cm = 0; // Posicao inicial em centimetros

float velocidade_som_mps = 340 // em m/s
float velocidade_som_mporus = 0.000340; / em m/us

void setup() {
  // Configura o pino Trigger como saida e inicializa
  // com nivel baixo

  pinMode(pinTrigger, OUTPUT);
  digitalWrite(PinTrigger, LOW);

  // Configura o pino Echo como entrada

  pinMode(PinEcho, INPUT);

  // Inicializa a porta serial
  Serial.begin(9600);
}
```

```
void loop() {

    // Envia, no pino Trigger, um sinal alto
    // durante 10us

    digitalWrite(PinTrigger, HIGH);
    delayMicroseconds(10);
    digitalWrite(PinTrigger, LOW);

    // Mede o tempo de duracao do sinal do pino
    // de leitura (us)

    TempoEcho = pulseIn(PinEcho, HIGH);

    // Calcula a distancia (em metros)

    Distancia_m = (TempoEcho*velocidadedesom_mporus)/2;

    // Calcula a distancia em cm

    Distancia_cm = Distancia_m*100;

    // Escreve os valores armazenados no serial monitor

    Serial.println("Instante de tempo em segundos: ");
    Serial.println(tempo);
    Serial.println("Distância em metros: ");
    Serial.println(Distancia_m);
    Serial.println("Distância em centímetros: ");
```

```
Serial.println(Distancia_cm);

// Instante de tempo (em segundos)
// a constante aditiva corresponde ao argumento da
// funcao delay

tempo = tempo + 0.25;

// Espera por meio segundo antes de recommear

delay(250);
}
```

APÊNDICE B – VALORES DOS COEFICIENTES CALCULADOS PARA CADA CONJUNTO DE LEITURAS

B.1 EVA E EVA - MAIOR ÁREA

Quadro 2 – Leituras obtidas com o sensor.

t(s)	X1(cm)	X2(cm)	X3(cm)	X4(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	0,60	3,09	5,07	1,23
0,50	7,18	9,80	13,48	9,39
0,75	16,41	19,17	21,27	17,60
1,00	24,93	28,20	30,70	25,74
1,25	36,25	39,08	41,82	36,62
1,50	45,85	46,46	47,01	47,09
t(s)	X5(cm)	X6(cm)	X7(cm)	X8(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	3,84	1,53	0,56	0,67
0,50	11,75	9,32	8,19	7,64
0,75	19,28	17,70	17,42	15,59
1,00	26,61	24,80	24,55	23,48
1,25	37,32	34,92	34,49	33,59
1,50	45,85	43,95	44,11	43,93

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 3 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para
as diferentes leituras.

	x1	x2	x3	x4
a0 (cm)	-1,528 ± 1,477	-1,311 ± 1,469	-1,028 ± 1,507	-1,253 ± 1,191
a1 (cm/s)	13,149 ± 4,611	20,931 ± 4,586	28,127 ± 4,705	15,583 ± 3,718
a2 (cm/s ²)	12,815 ± 2,953	7,923 ± 2,937	3,320 ± 3,014	11,364 ± 2,382
	x5	x6	x7	x8
a0 (cm)	-6,343 ± 0,817	-1,279 ± 1,234	-1,593 ± 1,507	-1,223 ± 1,121
a1 (cm/s)	2,075 ± 2,552	17,276 ± 3,855	15,863 ± 4,706	12,230 ± 3,501
a2 (cm/s ²)	7,057 ± 1,635	8,874 ± 2,469	10,029 ± 3,014	12,177 ± 2,243

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 4 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras

x1	x2	x3	x4
1,030 ± 0,013	1,054 ± 0,013	1,071 ± 0,013	1,036 ± 0,010
x5	x6	x7	x8
1,055 ± 0,007	1,047 ± 0,010	1,042 ± 0,013	1,033 ± 0,010

Fonte: Elaborado pelo autor

Diferença percentual entre o maior e o menor valor: 3,98%. O valor médio do coeficiente de atrito cinético é 1,046. O desvio padrão e a variância são 0,0137 e 0,0002, respectivamente.

B.2 LIXA E LIXA - MAIOR ÁREA

Quadro 5 – Leituras obtidas com o sensor.

t (s)	X1(cm)	X2(cm)	X3(cm)	X4(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	1,03	0,66	4,56	0,46
0,50	9,23	7,99	16,61	8,24
0,75	19,75	23,63	38,40	26,25
1,00	38,40	46,15	49,38	51,93
t (s)	X5(cm)	X6(cm)	X7(cm)	X8(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	0,31	4,61	0,71	-0,10
0,50	11,19	14,57	11,68	7,28
0,75	31,18	32,10	32,60	22,81
1,00	51,07	47,94	51,02	47,45

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 6 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.

	x1	x2	x3	x4
a0 (cm)	-1,186 ± 2,341	-0,540 ± 1,740	0,065 ± 0,248	-1,504 ± 4,257
a1 (cm/s)	8,090 ± 9,147	15,028 ± 8,246	-13,354 ± 1,176	27,234 ± 20,169
a2 (cm/s ²)	27,857 ± 7,023	34,320 ± 7,907	59,463 ± 1,128	25,806 ± 19,341
	x5	x6	x7	x8
a0 (cm)	0,113 ± 0,441	-0,956 ± 2,328	-1,103 ± 2,854	0,159 ± 0,344
a1 (cm/s)	-17,477 ± 2,091	-1,962 ± 11,033	1,721 ± 1,352	-18,739 ± 1,629
a2 (cm/s ²)	69,337 ± 2,005	55,166 ± 10,560	51,851 ± 12,966	65,863 ± 1,562

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 7 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras

x1	x2	x3	x4
0,774 ± 0,027	0,742 ± 0,030	0,646 ± 0,004	0,774 ± 0,074
x5	x6	x7	x8
0,608 ± 0,008	0,662 ± 0,040	0,675 ± 0,049	0,621 ± 0,006

Fonte: Elaborado pelo autor

Diferença percentual entre o maior e o menor valor: 27,3%. O valor médio do coeficiente de atrito cinético é 0,688. O desvio padrão e a variância são 0,0668 e 0,0045, respectivamente.

B.3 EVA E PAPEL CARTÃO - MAIOR ÁREA

Quadro 8 – Leituras obtidas com o sensor.

t(s)	X1(cm)	X2(cm)	X3(cm)	X4(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	1,27	0,06	2,77	0,67
0,50	9,03	6,52	11,80	8,42
0,75	18,21	15,33	21,28	18,51
1,00	27,79	25,50	30,84	27,85
1,25	37,54	35,85	40,92	38,17
1,50	45,75	45,40	50,22	47,74
1,75	54,52	56,01	52,67	56,93
t(s)	X5(cm)	X6(cm)	X7(cm)	X8(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	0,61	1,49	4,62	2,98
0,50	4,91	9,86	14,70	11,27
0,75	14,11	19,09	24,56	22,36
1,00	24,10	29,65	36,70	34,14
1,25	34,86	40,56	47,53	45,89
1,50	44,81	51,69	52,90	52,60
1,75	52,46	52,85	52,90	52,60

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 9 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.

	x1	x2	x3	x4
a0 (cm)	-2,411 ± 1,752	-1,722 ± 1,704	-1,544 ± 1,394	-1,944 ± 1,788
a1 (cm/s)	23,468 ± 4,678	12,503 ± 5,322	24,269 ± 4,354	17,993 ± 5,584
a2 (cm/s ²)	5,614 ± 2,570	13,261 ± 3,409	7,249 ± 2,788	10,638 ± 3,577
	x5	x6	x7	x8
a0 (cm)	-1,374 ± 1,563	-1,561 ± 1,413	-1,979 ± 2,215	-2,153 ± 2,367
a1 (cm/s)	8,709 ± 4,881	17,983 ± 4,411	34,629 ± 6,915	27,404 ± 7,390
a2 (cm/s ²)	15,349 ± 3,126	12,107 ± 2,825	2,297 ± 4,429	7,110 ± 4,733

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 10 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras

x1	x2	x3	x4
0,910 ± 0,010	0,871 ± 0,013	0,895 ± 0,011	0,881 ± 0,014
x5	x6	x7	x8
0,863 ± 0,012	0,876 ± 0,011	0,914 ± 0,017	0,895 ± 0,019

Fonte: Elaborado pelo autor

Diferença percentual entre o maior e menor valor: 5,91%. O valor médio do coeficiente de atrito cinético é 0,887. O desvio padrão e variância são 0,0184 e 0,0003, respectivamente.

B.4 EVA E PAPEL CARTÃO - MENOR ÁREA

Quadro 11 – Leituras obtidas com o sensor.

t(s)	X1(cm)	X2(cm)	X3(cm)	X4(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	0,41	0,15	0,10	1,58
0,50	6,92	6,35	2,72	8,92
0,75	13,12	13,53	10,45	11,71
1,00	21,08	22,61	21,35	20,82
1,25	31,07	34,61	34,54	35,78
1,50	42,24	48,75	50,30	51,53
1,75	53,07	53,17	52,82	52,92
t(s)	X5(cm)	X6(cm)	X7(cm)	X8(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	0,40	0,16	1,04	0,31
0,50	2,26	6,36	3,94	1,08
0,75	10,11	17,17	12,09	9,70
1,00	23,80	22,95	23,48	23,06
1,25	42,34	32,35	35,73	42,03
1,50	53,07	51,99	40,44	54,73
1,75	53,41	53,98	64,91	53,93

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 12 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.

	x1	x2	x3	x4
a0 (cm)	-1,181 ± 0,941	-1,251 ± 1,635	-0,294 ± 0,598	-0,765 ± 2,665
a1 (cm/s)	9,965 ± 2,511	7,704 ± 5,106	-5,224 ± 1,852	-4,119 ± 8,322
a2 (cm/s ²)	12,321 ± 1,380	17,286 ± 3,270	26,189 ± 1,186	27,949 ± 5,330
	x5	x6	x7	x8
a0 (cm)	0,517 ± 2,417	-0,531 ± 1,827	-0,630 ± 2,721	-1,187 ± 2,115
a1 (cm/s)	-7,893 ± 7,546	0,736 ± 6,358	5,069 ± 9,093	7,967 ± 6,625
a2 (cm/s ²)	30,939 ± 4,833	21,880 ± 4,108	19,257 ± 5,729	13,634 ± 4,211

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 13 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras

x1	x2	x3	x4
0,875 ± 0,005	0,855 ± 0,013	0,820 ± 0,005	0,813 ± 0,021
x5	x6	x7	x8
0,802 ± 0,019	0,837 ± 0,016	0,847 ± 0,022	0,869 ± 0,016

Fonte: Elaborado pelo autor

Diferença percentual entre o maior e o menor valor: 8,34%. O valor médio do coeficiente de atrito cinético é 0,840. O desvio padrão e variância são 0,0265 e 0,0007, respectivamente.

B.5 LIXA E PAPEL CARTÃO - MAIOR ÁREA

Quadro 14 – Leituras obtidas com o sensor.

t(s)	X1(cm)	X2(cm)	X3(cm)	X4(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	2,28	0,76	1,34	2,82
0,50	10,37	7,53	8,41	10,10
0,75	23,58	18,59	20,80	22,15
1,00	41,99	34,68	37,62	38,40
1,25	57,32	53,65	52,29	52,58
t(s)	X5(cm)	X6(cm)	X7(cm)	X8(cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,25	3,47	3,31	5,54	3,63
0,50	10,82	10,08	13,26	9,36
0,75	23,31	20,21	28,47	16,50
1,00	37,34	33,47	45,39	26,52
1,25	53,11	48,82	52,56	38,21

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 15 – Valores dos coeficientes das equações de movimento para as diferentes leituras.

	x1	x2	x3	x4
a0 (cm)	-0,993 ± 1,904	-0,379 ± 0,554	-0,969 ± 1,759	-0,739 ± 1,498
a1 (cm/s)	9,832 ± 7,166	-2,281 ± 2,086	6,003 ± 6,618	10,522 ± 5,637
a2 (cm/s ²)	30,437 ± 5,503	36,666 ± 1,601	30,186 ± 5,082	26,480 ± 4,329
	x5	x6	x7	x8
a0 (cm)	-0,525 ± 0,892	-0,179 ± 0,309	-0,155 ± 3,450	0,062 ± 0,189
a1 (cm/s)	11,881 ± 3,356	8,624 ± 1,163	29,746 ± 13,168	9,977 ± 0,713
a2 (cm/s ²)	25,206 ± 2,577	24,617 ± 0,893	12,414 ± 10,112	16,417 ± 0,547

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 16 – Valores dos coeficientes de atrito cinético calculados para cada conjunto de leituras

x1	x2	x3	x4
0,600 ± 0,019	0,587 ± 0,006	0,601 ± 0,018	0,613 ± 0,015
x5	x6	x7	x8
0,618 ± 0,009	0,620 ± 0,003	0,662 ± 0,035	0,648 ± 0,002

Fonte: Elaborado pelo autor

Diferença percentual entre o maior e o menor valor: 10,39%. O valor médio do coeficiente de atrito cinético é 0,6176. O desvio padrão e variância são 0,0252 e 0,0006, respectivamente.