

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Tatiana Rodrigues Barth

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE UMA TOMADA D'ÁGUA EM CONCRETO ARMADO**

Florianópolis

2022

Tatiana Rodrigues Barth

## **ANÁLISE ESTRUTURAL DE UMA TOMADA D'ÁGUA EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Jano d'Araujo Coelho, Dr.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Barth, Tatiana Rodrigues

Análise estrutural de uma tomada d'água em concreto armado / Tatiana Rodrigues Barth ; orientador, Jano d'Araujo Coelho, 2022.

104 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,  
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Tomada d'água. 3. Elementos finitos. 4. Tabelas de Bares. I. Coelho, Jano d'Araujo. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Tatiana Rodrigues Barth

## **ANÁLISE ESTRUTURAL DE UMA TOMADA D'ÁGUA EM CONCRETO ARMADO**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Engenharia Civil” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Civil.

Florianópolis, 10 de março de 2022.

---

Prof.<sup>a</sup> Liane Ramos da Silva, Dra.  
Coordenadora do Curso

### **Banca Examinadora:**

---

Prof.<sup>a</sup> Jano d'Araujo Coelho, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Dr.  
Avaliador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Eng. Paulo Roberto Senem, Me.  
Avaliador  
Estelar Engenharia

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Maria Francisca e Carlos, pelo amor, incentivo e educação. Em especial à minha mãe pelos valores e princípios ensinados, pela paciência e apoio incondicional durante esses últimos meses.

Aos meus irmãos e família pelo carinho e por acreditarem em mim em todos os momentos.

Ao meu namorado, Arthur, pelo amor e parceria nos estudos e na vida.

À minha amiga mais antiga, Clara, por participar do início da minha formação acadêmica e estar até hoje ao meu lado. Às minhas amigas Júlia, Maria Fernanda e Nathália pelos momentos de alegria compartilhados e pelo suporte nos momentos difíceis.

Aos amigos que fizeram parte da minha graduação, principalmente ao Rafael, Bruna e Ingrid pelo companheirismo, pelas risadas e pela ajuda.

Ao Paulo Senem por todo conhecimento transmitido com enorme competência, dedicação e paciência. Também, meu agradecimento ao meu orientador Jano Coelho.

A todos os professores que direta ou indiretamente contribuíram de alguma forma na minha formação acadêmica.

## RESUMO

A tomada d'água é um componente em concreto armado presente em centrais hidrelétricas e tem a função de captar água do reservatório para alimentar o circuito hidráulico de geração. Este trabalho compara os resultados obtidos entre dois procedimentos de análise estrutural, o processo de cálculo simplificado, com auxílio das tabelas, e o método dos elementos finitos, através da modelagem e análise linear em *software*. Em ambos os procedimentos, as análises se limitam ao comportamento da placa à flexão, sujeita a cargas perpendiculares ao seu plano. Além disso, condições de carregamentos são determinadas com o objetivo de identificar as combinações de carregamento para cada caso e os respectivos coeficientes de majoração. No cálculo por tabelas, são realizadas simplificações nos carregamentos triangulares provenientes do empuxo de terra e água. São obtidos valores de momentos fletores e deslocamentos máximos para cada elemento de laje discretizado. Os resultados obtidos apresentam diferenças entre os momentos fletores, sendo que as maiores ocorrem nas lajes submetidas à simplificação das cargas e de geometria.

**Palavras-chave:** Tomada d'água. Elementos finitos. Tabelas de Bares.

## ABSTRACT

The hydropower water intake is a reinforced concrete component present in hydroelectric plants and has the function of capturing water from the reservoir to feed the hydraulic generation circuit. This study compares the results of the obtained between two structural analysis procedures, the simplified calculation process with the assistance tables, and the finite element method through computational modeling and linear analysis in software. In both procedures, the analyzes are limited to the flexural behavior of the plate, subjected to loads perpendicular to its plane. Furthermore, loading conditions are determined to identify the loading combinations for each case and the respective enhancement coefficients. In the calculation by tables, simplifications are carried out in the triangular loads from the earth pressure and water pressure. Values of bending moments and maximum displacements are obtained for each discretized slab element. The results present variations between the bending moments and the largest occur in slabs subjected to simplification of loads and geometry.

**Keywords:** Hydropower water intake. Finite elements. Tables of Bares.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Aproveitamento com derivação .....	20
Figura 2 - Arranjo em vale aberto .....	21
Figura 3 - Tomada d'água tipo torre .....	22
Figura 4 - Tomada d'água tipo gravidade .....	22
Figura 5- Tomada d'água integrada à casa de força .....	23
Figura 6 - Peso de água, empuxo hidrostático e subpressão .....	24
Figura 7 - Condições de empuxo de terra.....	24
Figura 8 - Momentos fletores e de torção atuando na placa .....	26
Figura 9 - Laje simplesmente apoiada .....	28
Figura 10 - Laje engastada um lado.....	28
Figura 11- Laje biengastada .....	29
Figura 12 - Tipos de vinculação .....	30
Figura 13 - Classificação de lajes em função dos vínculos nas bordas .....	30
Figura 14 - Elementos quadrilátero e triangular (shell).....	33
Figura 15 - Comportamento da casca .....	33
Figura 16 - Metodologia .....	37
Figura 17 - Arranjo geral de montante .....	38
Figura 18 - Tomada d'água em concreto armado .....	38
Figura 19 - Elementos tomada d'água .....	39
Figura 20- Localização das comportas na estrutura .....	41
Figura 21 - Empuxo de terra.....	42
Figura 22- Empuxo de água.....	43
Figura 23 - Peso de água .....	43
Figura 24 - Subpressão .....	44
Figura 25 - Sobrecarga .....	44
Figura 26 - Discretização da tomada d'água.....	45
Figura 27 - Vinculação dos elementos estruturais.....	46
Figura 28 – Teste de simplificação – Ftool .....	48
Figura 29 - Teste de simplificação - SAP2000.....	49
Figura 30 - Simplificação do empuxo de água N.A. normal.....	50
Figura 31 – Simplificação do empuxo de água N.A. máximo .....	51
Figura 32 – Simplificação do empuxo de terra .....	51

Figura 33 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCN .....	52
Figura 34 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCE e CCL2 .....	52
Figura 35 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCL1 .....	53
Figura 36 - Carregamento Laje 3.....	54
Figura 37 - Carregamento Laje 5.....	55
Figura 38 - Carregamentos Laje 6 CCN.....	56
Figura 39 - Carregamentos Laje 6 CCE .....	57
Figura 40 - Simplificação da subpressão .....	57
Figura 41 - Carregamentos Laje 6 CCL1 .....	58
Figura 42 - Carregamentos Laje 6 CCL2 .....	58
Figura 43 - Carregamentos Laje 7 e Laje 8 .....	59
Figura 44 - Compatibilização de momentos fletores.....	60
Figura 45 - Geometria SAP2000 .....	62
Figura 46 - Malha .....	62
Figura 47 - Subpressão CCN, CCL1 e CCL2.....	64
Figura 48 - Carregamentos – SAP2000.....	65
Figura 49 - Momento fletor Laje 1 .....	67
Figura 50 - Momentos fletores Laje 2 .....	68
Figura 51 - Momentos fletores Laje 3 .....	69
Figura 52 - Momentos fletores Laje 4 .....	69
Figura 53 - Momentos fletores Laje 5 .....	70
Figura 54 - Momentos fletores Laje 6 .....	71
Figura 55 - Momentos fletores Laje 7 .....	71
Figura 56 - Momentos fletores Laje 8 .....	72
Figura 57 - $M_{11}$ e $M_{22}$ - CCE .....	73
Figura 58 - $M_{11}$ e $M_{22}$ - CCL1 .....	73
Figura 59 - $M_{11}$ e $M_{22}$ - CCL2 .....	74
Figura 60 - $M_{11}$ e $M_{22}$ – Laje 3 .....	75
Figura 61 - $M_{11}$ e $M_{22}$ – Laje 4 .....	76
Figura 62- $M_{11}$ e $M_{22}$ – Laje 5 .....	77
Figura 63- $M_{11}$ e $M_{22}$ – Laje 6 .....	78
Figura 64- $M_{11}$ e $M_{22}$ - Laje 7.....	79
Figura 65 - $M_{11}$ e $M_{22}$ – Laje 8 .....	80
Figura 66 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCE .....	81

Figura 67 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCL1 .....	82
Figura 68 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCL2 .....	82
Figura 69 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCE .....	84
Figura 70 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCL1 .....	84
Figura 71 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCL2 .....	85
Figura 72 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 3 .....	86
Figura 73 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 4 .....	87
Figura 74 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 5 .....	88
Figura 75 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 6 .....	89
Figura 76 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 7 .....	90
Figura 77 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 8 .....	92
Figura 78 - Deslocamentos máximos .....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Níveis de água .....	40
Tabela 2 - Classificação dos elementos quanto a armação.....	47
Tabela 3 - Teste de simplificação dos carregamentos .....	49
Tabela 4 - Cargas finais Laje 1 e Laje 2 .....	53
Tabela 5 - Carga final Laje 3 .....	54
Tabela 6 - Carga final Laje 5 .....	55
Tabela 7 - Cargas finais Laje 6 .....	59
Tabela 8 - Cargas finais Laje 7 e Laje 8 .....	60
Tabela 9 - Momentos fletores Laje 1 .....	66
Tabela 10 - Momentos fletores Laje 2 .....	67
Tabela 11 - Momentos fletores Laje 3 .....	68
Tabela 12- Momentos da borda Laje 3 .....	68
Tabela 13 - Momentos fletores Laje 4 .....	69
Tabela 14 - Momentos fletores Laje 5 .....	70
Tabela 15 - Momentos da borda Laje 5 .....	70
Tabela 16 - Momentos fletores Laje 6 .....	70
Tabela 17 - Momentos fletores Laje 7 .....	71
Tabela 18 - Momentos fletores Laje 8 .....	72
Tabela 19 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCE.....	73
Tabela 20 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCL1 .....	74
Tabela 21 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCL2 .....	74
Tabela 22 - Momentos fletores Laje 3 - CCN .....	75
Tabela 23 - Momentos fletores de borda Laje 3 - CCN .....	75
Tabela 24 - Momentos fletores Laje 4 - CCN .....	76
Tabela 25 - Momentos fletores de borda Laje 4 - CCN .....	76
Tabela 26- Momentos fletores Laje 5 - CCL <sub>2</sub> .....	77
Tabela 27- Momentos fletores de borda Laje 5 - CCL <sub>2</sub> .....	77
Tabela 28- Momentos fletores de borda Laje 6 - CCL <sub>1</sub> .....	78
Tabela 29 - Momentos fletores Laje 7 - CCN .....	79
Tabela 30 - Momentos fletores Laje 8 - CCN .....	80
Tabela 31 - Comparação Laje 1 - CCE.....	81
Tabela 32 - Comparação Laje 1 - CCL <sub>1</sub> .....	81

Tabela 33 - Comparação Laje 1 - CCL2.....	82
Tabela 34 - Comparação Laje 2 - CCE.....	83
Tabela 35 - Comparação Laje 2 - CCL1.....	84
Tabela 36 - Comparação Laje 2 - CCL2.....	85
Tabela 37 - Comparação Laje 3.....	86
Tabela 38 - Comparação Laje 4.....	87
Tabela 39 - Comparação Laje 5.....	88
Tabela 40 - Comparação Laje 6.....	89
Tabela 41 – Momentos fletores máximos Laje 7 .....	90
Tabela 42 – Momentos fletores máximos Laje 8 .....	91
Tabela 43 - Comparação das flechas imediatas.....	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CCE	Condição de carregamento excepcional
CCL	Condição de carregamento limite
CCN	Condição de carregamento norma
ELS	Estado limite de serviço.
ELU	Estado limite último
El.	Elevação
MEF	Método dos elementos finitos
N.A.	Nível de água
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
SAP	<i>Structural Analysis Program</i> / Programa de Análise Estrutural

## LISTA DE SÍMBOLOS

$K_0$	Coefficiente de empuxo de repouso
$\phi'$	Ângulo de atrito interno do solo
$q$	Carga uniformemente distribuída
$D$	Rigidez à flexão da placa
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$M$	Momento máximo positivo
$X$	Momento máximo negativo
$l_x$	Menor lado da laje
$l_y$	Maior lado da laje
$\lambda$	Relação entre o maior e menor vão da laje
$M_x$	Momento positivo na direção x
$X_x$	Momento negativo na direção x
$M_y$	Momento na positivo na direção y
$X_y$	Momento negativo na direção y
$\mu_x$	Coefficiente para cálculo do momento fletor positivo na direção x
$\mu'_x$	Coefficiente para cálculo do momento fletor negativo na direção x
$\mu_y$	Coefficiente para cálculo do momento fletor positivo na direção y
$\mu'_y$	Coefficiente para cálculo do momento fletor positivo na direção y
$M_b$	Momento positivo próximo à borda
$X_b$	Momento negativo próximo à borda
$\mu_{yb}$	Coefficiente para cálculo do momento fletor positivo próximo à borda
$\mu'_{yb}$	Coefficiente para cálculo do momento fletor negativo próximo à borda
$f$	Flecha elástica
$E_{CS}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$b$	Largura da seção
$I$	Momento de inércia da seção
M11	Momento fletor na direção 1 (SAP2000)
M22	Momento fletor na direção 2 (SAP2000)
$\gamma_m$	Coefficiente de minoração para o estado limite de serviço

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVOS .....	17
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo geral.....</b>	<b>17</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos específicos .....</b>	<b>17</b>
1.2	LIMITAÇÕES .....	17
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	18
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>19</b>
2.1	PEQUENAS CENTRAIS HIDRELÉTRICAS.....	19
<b>2.1.1</b>	<b>PCHs e CGHs no Brasil.....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Arranjos e estruturas.....</b>	<b>20</b>
2.1.2.1	<i>Tomada d'água .....</i>	21
2.2	AÇÕES .....	23
2.3	DEFINIÇÕES DAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO.....	25
2.4	TEORIA DAS PLACAS .....	26
<b>2.4.1</b>	<b>Processo de cálculo por tabelas.....</b>	<b>27</b>
2.4.1.1	<i>Armada em uma direção .....</i>	28
2.4.1.2	<i>Armada em duas direções .....</i>	29
<b>2.4.2</b>	<b>Método dos elementos finitos .....</b>	<b>32</b>
2.4.2.1	<i>Tipos de elemento.....</i>	32
2.4.2.2	<i>Malha .....</i>	34
2.4.2.3	<i>Software SAP2000.....</i>	34
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>36</b>
3.1	ESTUDO DE CASO.....	37
3.2	PARÂMETROS DE PROJETO .....	40
<b>3.2.1</b>	<b>Condições de carregamento .....</b>	<b>40</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Carregamentos atuantes.....</b>	<b>42</b>
3.3	PROCESSO DE CÁLCULO SIMPLIFICADO .....	44
<b>3.3.1</b>	<b>Discretização da estrutura .....</b>	<b>45</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Condições de vinculação.....</b>	<b>46</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Classificação quanto às direções de armadura .....</b>	<b>46</b>
<b>3.3.4</b>	<b>Ações nos elementos.....</b>	<b>47</b>
3.3.4.1	<i>Lajes 1 e 2 .....</i>	50

3.3.4.2	<i>Laje 3</i> .....	54
3.3.4.3	<i>Laje 4</i> .....	55
3.3.4.4	<i>Laje 5</i> .....	55
3.3.4.5	<i>Laje 6</i> .....	56
3.3.4.6	<i>Laje 7 e 8</i> .....	59
<b>3.3.5</b>	<b>Compatibilização dos momentos fletores</b> .....	<b>60</b>
3.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	61
<b>3.4.1</b>	<b>Especificação da propriedade do material</b> .....	<b>61</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Modelagem da estrutura</b> .....	<b>61</b>
<b>3.4.3</b>	<b>Discretização do elemento</b> .....	<b>62</b>
<b>3.4.4</b>	<b>Condições de contorno</b> .....	<b>63</b>
<b>3.4.5</b>	<b>Carregamentos e combinações</b> .....	<b>63</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>66</b>
4.1	PROCESSO DE CÁLCULO SIMPLIFICADO .....	66
4.2	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	72
4.3	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	80
<b>4.3.1</b>	<b>Laje 1</b> .....	<b>81</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Laje 2</b> .....	<b>83</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Laje 3</b> .....	<b>86</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Laje 4</b> .....	<b>87</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Laje 5</b> .....	<b>88</b>
<b>4.3.5</b>	<b>Laje 6</b> .....	<b>89</b>
<b>4.3.6</b>	<b>Laje 7</b> .....	<b>90</b>
<b>4.3.7</b>	<b>Laje 8</b> .....	<b>91</b>
4.4	ESTUDO DOS DESLOCAMENTOS .....	92
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>95</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>97</b>
	<b>ANEXO A – Coeficientes para determinação de momentos fletores</b> <b>em lajes com carga uniforme</b> .....	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Um projeto estrutural deve ser realizado de tal modo que a estrutura funcione adequadamente durante toda a sua vida útil e ainda de forma econômica, atendendo a níveis adequados de confiabilidade estrutural e aos requisitos do estado limite último e de serviço. Deve-se definir sua concepção, na qual são escolhidos os materiais, o sistema estrutural a ser utilizado, em conjunto com a disposição dos elementos, e seu pré-dimensionamento. Em seguida, realiza-se a etapa de análise estrutural, na qual são obtidos os esforços internos e deslocamentos nos elementos, para, por fim, dimensionar as armaduras no caso de estruturas de concreto armado.

A etapa de análise estrutural é fundamental em um projeto desse tipo, pois nela é realizada uma previsão do comportamento da estrutura. Desse modo, em estruturas usuais e não usuais de concreto armado, a representação das solicitações deve refletir a realidade o mais próximo possível. Mesmo que o dimensionamento e o detalhamento de armadura sejam realizados da maneira correta, não serão obtidos bons resultados caso os esforços aos quais a estrutura esteja sujeita não traduzam a realidade.

Ao se definir um modelo estrutural, quanto mais realista, maior é a complexidade no processo de cálculo, devido à quantidade de variáveis possíveis. Por outro lado, quanto mais simplificado for o modelo, menos representativo ele se torna. Dependendo do modelo estrutural adotado, podem ser necessários diferentes níveis de informação.

Neste contexto, o presente trabalho apresenta uma comparação dos resultados da análise estrutural de uma tomada d'água em concreto armado, pelo processo de cálculo por tabelas e pelo método dos elementos finitos.

Em usinas hidrelétricas, a água é conduzida por um circuito hidráulico de geração até as turbinas, as quais transformam energia mecânica em elétrica. Segundo Ferreira e Genovez (2005), a tomada d'água é um elemento de obra hidráulica cuja finalidade é convergir o fluxo proveniente do reservatório, direcionando o escoamento aos canais e condutos que alimentam as turbinas para geração de energia. Trata-se de uma estrutura não usual em concreto armado e apresenta uma geometria diferenciada, com bordas livres e paredes inclinadas, além de estar sujeita a diferentes tipos de solicitações.

A realização deste trabalho justifica-se pela necessidade de verificação da eficiência positiva ou negativa do processo de cálculo simplificado em relação aos mais complexos, como o método dos elementos finitos, em estruturas de concreto armado.

## 1.1 OBJETIVOS

No presente item serão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

### 1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo analisar e comparar os resultados dos esforços internos (momentos fletores) e deslocamentos máximos de uma tomada d'água em concreto armado, calculados a partir das tabelas de Bares e por meio de modelagem numérica pelo método dos elementos finitos.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Visando atingir o objetivo geral do trabalho, formularam-se os seguintes objetivos específicos:

- Modelar a estrutura como um conjunto de lajes isoladas, com simplificações nos carregamentos (empuxos de água e de solo) e, eventualmente, na geometria, para possibilitar a utilização das tabelas de Bares.
- Executar o processo de cálculo com base nos coeficientes das tabelas de Bares, obtendo os momentos fletores e os deslocamentos máximos.
- Realizar a compatibilização dos momentos fletores entre as lajes isoladas.
- Modelar a estrutura em 3D, com os devidos carregamentos e as condições de contorno, de modo a realizar a análise pelo método dos elementos finitos.
- Extrair os momentos fletores e os deslocamentos máximos da estrutura pelo método dos elementos finitos.
- Comparar os resultados entre o processo de cálculo simplificado e o método dos elementos finitos.
- Aprofundar os conhecimentos em engenharia de estruturas com foco na aplicação em estruturas de usinas hidrelétricas.

## 1.2 LIMITAÇÕES

A principal limitação encontrada durante a elaboração do trabalho, foi a falta de tabelas para carregamentos triangulares que contemplassem algumas das condições de vinculações presentes na geometria dos elementos discretizados da tomada d'água analisada. Com isso, foi

realizada uma simplificação nos carregamentos, transformando-os de triangulares para uniformemente distribuídos.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo inicial aborda a introdução ao tema da pesquisa, justificando a sua importância, os objetivos, bem como as limitações apresentadas na sua elaboração e a estrutura na qual o trabalho foi desenvolvido.

O segundo capítulo refere-se à revisão bibliográfica que serviu como base ao trabalho. É realizada uma apresentação do objeto de estudo, contextualizando desde as pequenas centrais hidrelétricas no Brasil até o seu componente, a tomada d'água. Em seguida, é abordada a teoria das placas e as duas metodologias utilizadas no trabalho contempladas por ela, o cálculo simplificado e o método dos elementos finitos.

O terceiro capítulo é dedicado inicialmente a descrição da tomada d'água, os parâmetros utilizados e as ações atuantes. Posteriormente, mostram-se as etapas realizadas no processo de cálculo e na modelagem numérica por elementos finitos.

No quarto capítulo, apresentam-se os resultados para as duas metodologias realizadas, um comparativo dos momentos fletores obtidos e um estudo complementar sobre os deslocamentos máximos.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais e propõe algumas linhas de novas pesquisas. Em seguida, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento do trabalho e os Anexos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta a teoria necessária para o entendimento dos procedimentos desenvolvidos ao longo da elaboração do trabalho. Inicialmente, aborda-se sobre o que são pequenas centrais hidrelétricas e qual o papel delas dentro da matriz energética brasileira, seguindo com os principais tipos de arranjos e seus componentes, com ênfase no objeto de estudo, uma tomada d'água. Também, discorre-se sobre os carregamentos atuantes, a teoria das placas, e os procedimentos baseados em tabelas de cálculos e pelo método dos elementos finitos.

### 2.1 PEQUENAS CENTRAIS HIDRELÉTRICAS

Conforme classificação da Agência Nacional de Energia (Aneel), as Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs) são usinas de tamanho e potência relativamente reduzidos. A principal característica desse tipo de empreendimento é a potência acima de 5,0 até 50 megawatts (MW). Além disso, seu reservatório deve possuir área menor que 13 km<sup>2</sup>. As Centrais Geradoras Hidrelétricas (CGH) se diferem pela potência ainda mais reduzida de até 5 MW de energia. Segundo a ABRAPCH (Associação Brasileira de PCHs e CGHs), as PCHs atualmente são responsáveis por 3,5% de toda a capacidade instalada do sistema interligado nacional.

#### 2.1.1 PCHs e CGHs no Brasil

Segundo o Plano Decenal de Expansão de Energia 2030, entre 2019 e 2030, o consumo de energia crescerá a uma taxa média de 1,2% anual, e esse aumento é impulsionado principalmente pelo setor residencial, no qual a participação da eletricidade durante esse período passará de 46% para 56%. Com o intuito de acompanhar o aumento no consumo, o PDE trás para a expansão da geração de energia, no âmbito das PCHs, um total contratado para o período de 746MW, estimando a construção de 57 PCHs.

Dentro da matriz energética brasileira tem-se que 82,69% é de origem renovável, sendo que 61,02% dessas é fonte hídrica (Aneel, 2021). Quando se trata de PCHs/CGHs seu perfil de geração distribuída é capaz de diminuir as perdas ligadas ao SIN, pela proximidade aos pontos de demanda, além de suprir a sazonalidade, pela sua geração não intermitente e ainda despacháveis em curto período de tempo (GONÇALVES, 2020).

A cadeia produtiva e tecnologias envolvidas na construção de PCHs são inteiramente nacionais quando comparadas as outras fontes de energia renovável, que utilizam na sua maioria equipamentos de origem importada. Com isso, há uma maior geração de receita para o país, além de uma maior quantidade de empregos diretos e indiretos (GONÇALVES, 2020).

### 2.1.2 Arranjos e estruturas

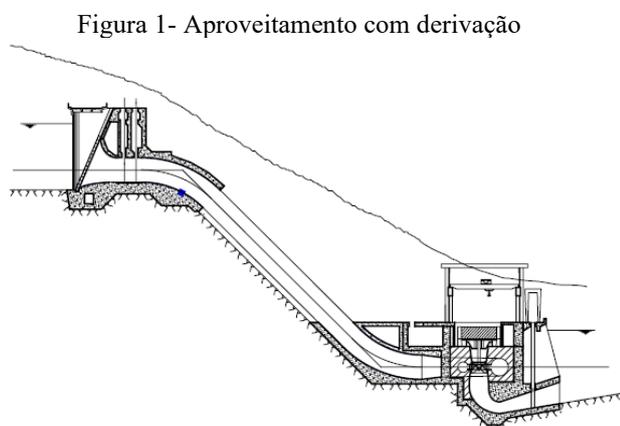
Em uma usina hidrelétrica, o arranjo das estruturas é condicionado a partir de aspectos hidrológicos, topográficos, geológicos e geotécnicos. Além disso, destacam-se as características ambientais na definição geral do aproveitamento. Em função dos aspectos considerados, tem-se a existência de dois tipos de arranjos rotineiros: locais com queda natural localizada ou sem queda natural localizada (ELETROBRÁS, 2000).

- Locais com queda natural localizada

Em locais onde existe uma acentuada queda natural em um trecho curto de comprimento do rio, o arranjo comumente utilizado é o arranjo de derivação (ou desvio).

Nesse tipo de usina é comum a utilização de um barramento a montante da queda, que contém vertedouro e tomada d'água, além de um circuito de adução e uma casa de força distante do barramento para a geração de energia.

Quando há a presença de um circuito hidráulico de adução, ele é composto por um trecho de baixa pressão, constituído por um túnel/canal ou conduto, e outro de alta pressão, constituído por um conduto forçado (ELETROBRÁS, 2000).



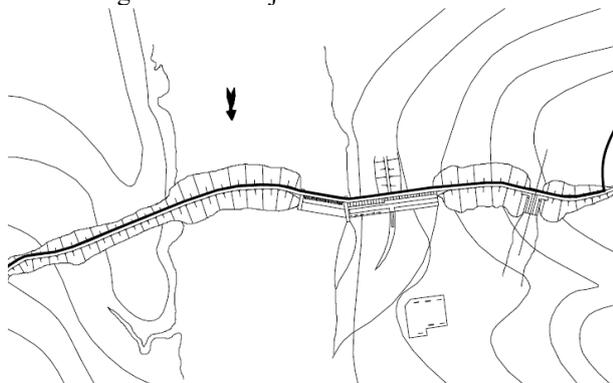
A derivação de canal é recomendada em aproveitamentos com pequenas variações do reservatório e quando a topografia é suave. Esse tipo de aproveitamento pode exigir uma estrutura de controle extra, na entrada do canal, enquanto com derivação em túnel podem necessitar uma chaminé de equilíbrio e válvulas (MME, 2007).

- Locais sem queda natural localizada

Em locais onde não existe uma queda natural, são utilizados rotineiramente os arranjos compactos. Neles, as estruturas de tomada d'água, casa de força e vertedouro são incorporadas ao barramento. Para a geração de energia, o desnível é criado pela própria altura da barragem (MAGELA, 2015).

O sistema de adução é realizado através de uma estrutura de tomada d'água incorporada ao barramento. Ainda existem outras opções de arranjo geral em que a estrutura de tomada d'água, conduto forçado e a casa de força ficam em um ponto qualquer do reservatório devido a aspectos geomorfológicos da bacia (ELETROBRÁS, 2000).

Figura 2 - Arranjo em vale aberto



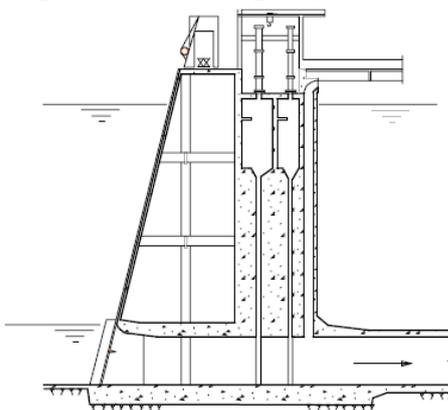
Fonte: MME (2007)

#### 2.1.2.1 Tomada d'água

A tomada d'água é um dos componentes estruturais de uma usina hidrelétrica, sendo responsável pela transição do escoamento livre do reservatório para um escoamento que tenha o mínimo de perda de carga. Durante a concepção, busca-se uma estrutura geométrica que acomode o escoamento de forma uniforme, sem vorticidades, e promova uma aceleração progressiva e gradual do fluxo, com o objetivo de se obter o melhor rendimento da turbina (MAGELA, 2015).

Conforme o Manual do Inventário Hidroelétrico e Bacias Hidrográficas (2007), os tipos mais usuais de tomada d'água são: torre, gravidade e integrada à casa de força. Em locais onde existem túneis ou galeria de desvio como adução, é recomendado o uso de tomadas d'água tipo torre.

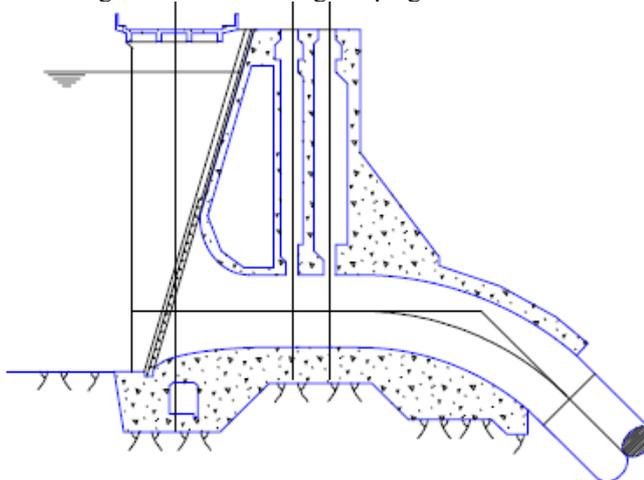
Figura 3 - Tomada d'água tipo torre



Fonte: MME (2007)

Já as tomadas do tipo gravidade, podem ser integradas ou não à barragem e a adução acontece por meio de condutos forçados. São empregadas em aproveitamentos com turbinas tipo Pelton, Francis ou Kaplan com espiral de aço.

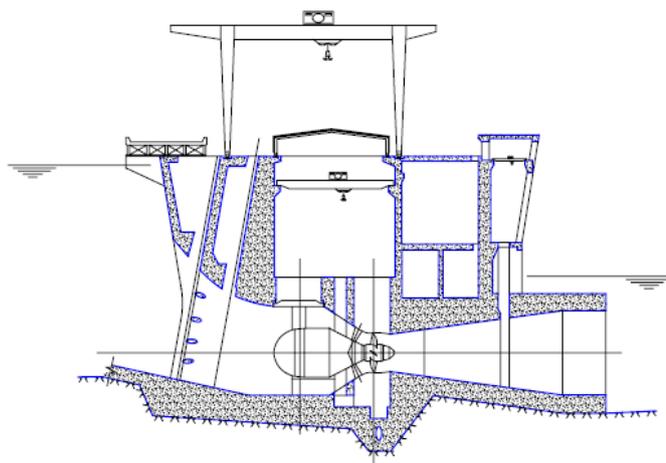
Figura 4 - Tomada d'água tipo gravidade



Fonte: MME (2007)

Na tomada d'água integrada à casa de força, o aproveitamento deve ser equipado com turbinas do tipo Bulbo ou Kaplan com caixa semiespiral de concreto. Nesse tipo de estrutura devem ser dimensionadas comportas tipo vagão com rodas.

Figura 5- Tomada d'água integrada à casa de força



Fonte: MME (2007)

## 2.2 AÇÕES

Segundo a NBR 6120 (2019), as ações são aquelas que atuam em uma estrutura e com isso são capazes de produzir ou alterar as deformações, ou o estado de tensão do elemento estrutural. Podem ser permanentes, variáveis ou até excepcionais.

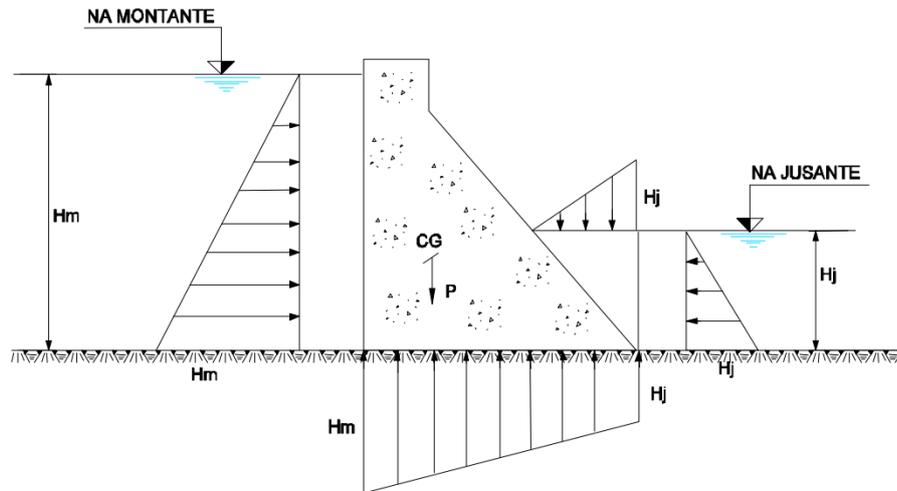
Dentre as cargas permanentes que atuam no elemento está o peso próprio e os elementos construtivos, que atuam durante toda a vida útil da estrutura. Ainda conforme a norma, para a determinação dos carregamentos permanentes deve ser utilizado o peso específico dos materiais constituintes.

Por se tratar de um componente de obra hidráulica, a tomada d'água pode estar submetida a carregamentos variáveis como o peso de água, a empuxo hidrostático e a subpressão. O empuxo hidrostático varia linearmente com a profundidade e sua representação é dada por diagramas de carregamento triangulares e trapezoidais (ELETROBRÁS, 2003).

A subpressão é um esforço existente através do contato entre a fundação e a estrutura, a qual se encontra dentro de pequenas fissuras, poros, juntas no concreto ou no material da fundação (U. S. Army Corps of Engineers, 1995).

Em fundações contínuas, a subpressão deve admitida em toda a área da base da estrutura. Seu valor é dado pela pressão hidrostática a montante ( $H_m$ ) até a pressão hidrostática a jusante ( $H_j$ ), levando em consideração os diferentes níveis de água e em conformidade com a linha piezométrica. Os diagramas de carregamento têm formatos triangulares e trapezoidais (ELETROBRÁS, 2003).

Figura 6 - Peso de água, empuxo hidrostático e subpressão

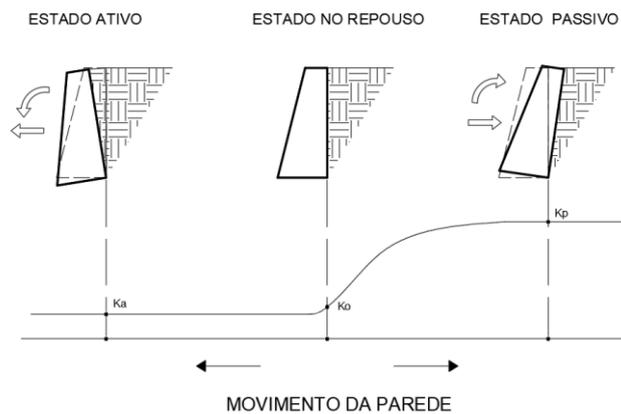


Fonte: Critérios de projeto Eletrobrás (2003)

Além das ações relacionadas a presença de água, a estrutura pode estar sujeita a carregamentos provenientes do empuxo de terra, que é o esforço produzido por um aterro de solo na estrutura. Os empuxos de terra ocorrem a partir de deslocamentos do solo ou de tensões. Mas até que o solo esteja à beira da ruptura, conforme definido pelo envelope de ruptura de Mohr, as tensões são indeterminadas (BOWLES, 1997).

Existem três condições para qual o empuxo de terra deve ser calculado: condição ativa, passiva ou de repouso, variando conforme avaliado em cada caso (ELETROBRÁS, 2003).

Figura 7 - Condições de empuxo de terra



Fonte: Adaptado Caputo (1985)

Quando a estrutura de contenção se afasta do solo permitindo a sua expansão lateral, o empuxo de terra diminui com o aumento do deslocamento da estrutura. Dessa forma, a expansão causará uma ruptura por cisalhamento no solo, em que uma cunha deslizante tende a se mover

para a frente e para baixo. Esse estado de falha é conhecido como empuxo de terra ativo (TENG, 1962).

Quando a estrutura de retenção é forçada a se mover em direção ao solo, comprimindo-o lateralmente, a força necessária para iniciar o movimento é maior do que a do empuxo de terra contra uma parede rígida e inflexível. Com isso, uma força ainda maior é necessária para mover o solo até que um estado de falha seja alcançado e ocorra a formação de uma cunha deslizante. Essa cunha de solo se move para trás e para cima em relação à sua posição original. Nesse estado, o empuxo de terra está em um valor máximo conhecido como empuxo de terra passivo (TENG, 1962).

Quando o solo é impedido de deformação lateral (expansão ou contração) por uma estrutura de contenção rígida, a pressão é conhecida como empuxo de terra em repouso (TENG, 1962). Por essa razão, no cálculo das ações atuantes em uma tomada d'água o coeficiente de empuxo de repouso é utilizado. Conforme os critérios de projeto Eletrobrás (2003), o coeficiente de repouso para terrapleno horizontal em paramento vertical liso é dado pela Equação 1.

$$K_0 = 1 - \text{sen } \phi' \quad (1)$$

Onde o  $\phi'$  é o ângulo de atrito do material do terrapleno.

A sobrecarga consiste em uma carga acidental de baixa probabilidade e curta duração, proveniente da construção e/ou montagem de equipamentos eletromecânicos. Os Critérios de Projeto da Eletrobrás (2003) não contemplam valores de sobrecarga para tomada d'água. Dessa forma, utiliza-se um valor usual adotado em escritórios de projeto.

### 2.3 DEFINIÇÕES DAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

Os Critérios de projeto da Eletrobrás (2003), apresentam as condições de carregamentos que devem ser utilizadas nos estudos de estabilidade global e nos cálculos dos esforços internos, sendo elas: a condição de carregamento normal (CCN), a condição de carregamento excepcional (CCE), a condição de carregamento limite (CCL) e a condição de carregamento de construção (CCC).

A condição de carregamento normal corresponde a todas as combinações de ação com grande probabilidade de ocorrência ao longo da vida útil da estrutura, em sua operação normal.

A condição de carregamento excepcional corresponde a combinação de ações com baixa probabilidade e conta com a ocorrência de uma ação excepcional em conjunto das ações

relacionadas à condição normal. As ações excepcionais podem estar relacionadas às condições hidrológicas excepcionais, defeitos no sistema de drenagem ou até a efeitos de abalos sísmicos.

A condição de carregamento limite, por sua vez, corresponde à combinação de ações com uma baixa probabilidade de ocorrência ao longo da vida útil da estrutura. Essa condição conta com a ação de duas ou mais excepcionalidades em conjunto da condição normal.

A condição de carregamento de construção, por fim, corresponde à combinação de ações com probabilidade de ocorrência durante a execução da obra. Tais ações podem estar relacionadas à presença de equipamentos de construção, transporte de equipamentos permanentes ou etapas parciais da construção.

## 2.4 TEORIA DAS PLACAS

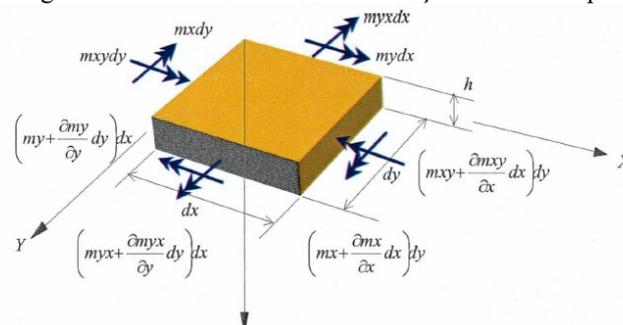
Segundo Coelho (2000), define-se placas como uma estrutura de superfície plana, sem curvaturas, em que  $h$  é a altura da placa e  $\epsilon$  é a menor dimensão quando comparada as outras. Serão apresentadas as equações diferenciais utilizadas na solução de placas planas retangulares, baseado nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Para a utilização da teoria das placas, são consideradas algumas hipóteses, e apesar de o concreto armado não se encontrar dentro delas, para fins práticos, ele será admitido como tal.

O material constituinte da placa é elástico, isotrópico e homogêneo. Além disso, a placa deve possuir pequenos deslocamentos quando comparados a sua espessura (inferior a 1/10) e as deformações devidas ao cisalhamento são desprezadas (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Conforme Coelho (2000), um elemento de placa de dimensões  $dx$  e  $dy$ , submetido a uma carga distribuída  $q$ , tem seu equilíbrio a partir dos esforços internos atuantes. A placa está submetida a momentos fletores ( $m_x$  e  $m_y$ ), momentos de torção ( $m_{xy}$  e  $m_{yx}$ ).

Figura 8 - Momentos fletores e de torção atuando na placa



Fonte: Coelho (2000)

Com isso, a equação diferencial de equilíbrio das placas é dada pela Equação 2.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{yx}}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q \quad (2)$$

Onde  $q$  é a intensidade do carregamento atuante na placa.

Até esse momento, nota-se que a equação do equilíbrio independe de a placa estar em regime elástico, do coeficiente de Poisson, ou dela ser isotrópica. Relacionando a equação do equilíbrio com a curvatura, temos a Equação 3.

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (3)$$

Onde  $\omega$  é o deslocamento da placa no eixo  $z$ ,  $x$  e  $y$  são coordenadas de pontos genéricos da placa e  $D$  é a rigidez à flexão da placa dada pela Equação 4.

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (4)$$

Em que  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $h$  a espessura da placa e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

A resolução das equações diferenciais fornece os esforços internos e deslocamentos da análise estrutural.

#### 2.4.1 Processo de cálculo por tabelas

Elementos estruturais do tipo laje são definidos como elementos planos bidimensionais em que as duas dimensões, comprimento e largura, são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a dimensão da espessura (NETO, 2016).

As lajes são classificadas também quanto a sua armação, de acordo com a relação entre o maior e o menor vão. Caso essa relação seja maior que 2, diz-se que a laje é *armada em uma direção*; caso seja menor ou igual a 2, a laje é denominada *armada em duas direções*.

Segundo Botelho e Marchetti (2019), para as lajes armadas em duas direções, os momentos positivos das duas direções definem as armaduras positivas. As lajes armadas em apenas uma direção apresentam uma armação principal no menor vão e uma armadura secundária na outra direção.

Por definição, os momentos negativos ocorrem na região dos engastes, enquanto os momentos positivos ocorrem no vão.

### 2.4.1.1 Armada em uma direção

Nessa classificação de lajes, a geometria é o fator determinante para o cálculo e, com isso, para fins de simplificação, o elemento pode ser analisado na direção do menor vão, analisando-o como uma faixa de 1 metro de largura.

Nesse caso, deve-se diferenciar quanto aos apoios do menor vão, podendo a laje ser biapoiada, engastada em um lado e apoiada em outro ou biengastada.

- Laje biapoiada

Nesse tipo de elemento existe apenas momento positivo ( $M$ ), atingindo o seu valor máximo no meio do vão para uma carga uniformemente distribuída.

Figura 9 - Laje simplesmente apoiada



Fonte: Adaptado de Botelho (2019)

Para a determinação do momento máximo utiliza-se a Equação 5.

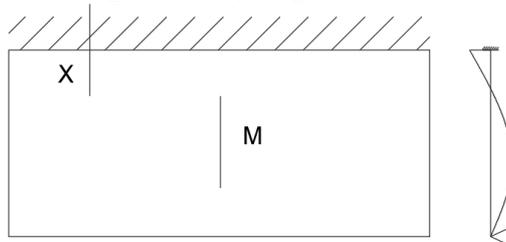
$$M = \frac{q \cdot lx^2}{8} \quad (5)$$

Em que  $q$  é o carregamento uniformemente distribuído sobre o elemento e  $lx$  é o menor vão do elemento.

- Laje engastada em um lado e apoiada no outro

No engaste aparecerá o momento máximo negativo ( $X$ ), e em algum ponto do vão, o momento máximo positivo ( $M$ ).

Figura 10 - Laje engastada um lado



Fonte: Adaptado de Botelho (2019)

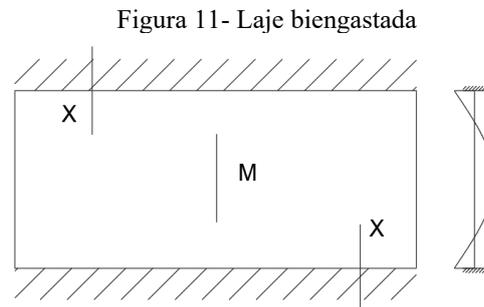
Para a determinação dos momentos máximos utilizam-se as Equações 6 e 7.

$$M = \frac{9 \cdot q \cdot lx^2}{128} \quad (6)$$

$$X = -\frac{q \cdot lx^2}{8} \quad (7)$$

- Laje biengastada

Em lajes biengastadas aparecerão dois momentos máximos negativos ( $X$ ), um em cada apoio, além do momento máximo positivo no centro do vão ( $M$ ) para cargas uniformemente distribuídas.



Fonte: Adaptado de Botelho (2019)

As Equações 8 e 9 são empregadas na determinação dos momentos máximos.

$$M = \frac{q \cdot lx^2}{24} \quad (8)$$

$$X = -\frac{q \cdot lx^2}{12} \quad (9)$$

Todas as equações citadas estão considerando a atuação de um carregamento uniformemente distribuído.

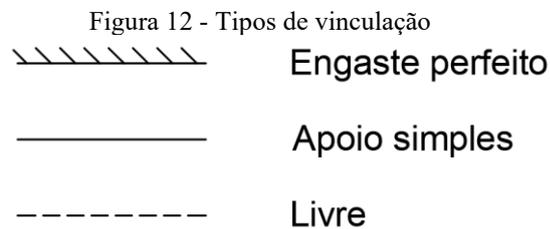
#### 2.4.1.2 Armada em duas direções

As lajes armadas em duas direções caracterizam-se pela determinação dos momentos nas duas direções principais. Para isso, podem ser utilizadas tabelas com coeficientes de cálculo.

Como uma solução exata para a equação diferencial das placas pode ser obtida apenas para alguns casos particulares, foi desenvolvido por Bares uma solução por série para diversas condições de vinculação. Essa solução, depois, foi adaptada para um coeficiente de Poisson de 0,2, conforme indicado na NBR 6118 (2014) para o concreto.

A solução por tabelas baseia-se na análise individual de cada elemento de laje já discretizado, adequado conforme a geometria e as condições de vinculação da placa (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

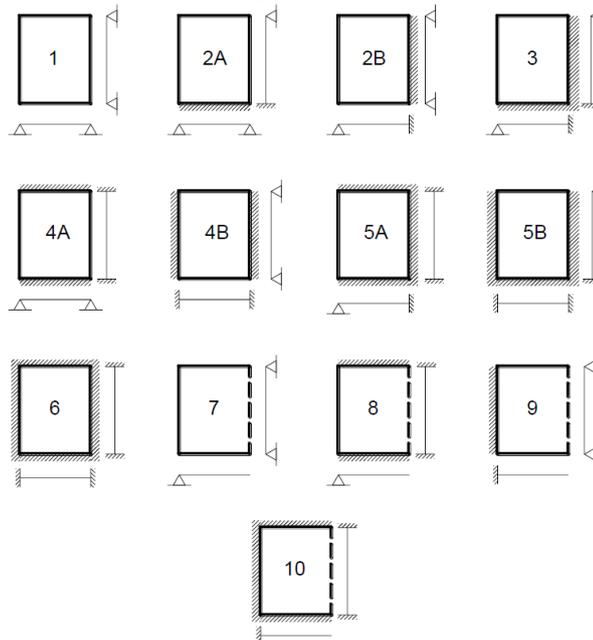
Mesmo que haja diversas condições de vinculação no que tange a lajes de concreto armado, para fins de cálculo são consideradas apenas três: o engaste perfeito, o apoio simples e a borda livre, representadas na Figura 12. O engaste perfeito acontece quando há uma restrição de translação e rotação em todas as direções no encontro com o apoio. No apoio simples, existe restrição à translação em todas as direções e não existe restrição à rotação. A borda livre, por sua vez, caracteriza-se pela ausência de apoio, apresentando deslocamentos e rotações.



Fonte: Adaptado de Bastos (2015)

Para determinar os coeficientes, deve-se classificar a laje analisada dentre as 10 opções disponíveis para a utilização das tabelas de Bares, apresentadas na Figura 13.

Figura 13 - Classificação de lajes em função dos vínculos nas bordas



Fonte: Adaptado de Bastos (2015)

Além das condições de vinculação das lajes, é utilizado outro parâmetro como dado de entrada da tabela para a retirada dos coeficientes. O parâmetro  $\lambda$ , que reflete a geometria da laje, é dado pela Equação 10 (BOTELHO, 2019).

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (10)$$

Em que  $l_x$  é o menor vão da laje e  $l_y$  o maior.

São retirados os coeficientes  $\mu_x$  e  $\mu_y$  para a utilização nas Equações 11 e 12 para encontrar os momentos máximos positivos.

$$M_x = \mu_x \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (11)$$

$$M_y = \mu_y \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (12)$$

Em que  $q$  é o carregamento distribuído e  $l_x$  o menor vão da laje.

Já os coeficientes,  $\mu'_x$  e  $\mu'_y$ , são utilizados no cálculo dos momentos máximos negativos a partir das Equações 13 e 14.

$$X_x = \mu'_x \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (13)$$

$$X_y = \mu'_y \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (14)$$

Em lajes com borda livre, determina-se também o valor do momento máximo positivo e máximo negativo próximo à borda. Nesse caso, utilizam-se os coeficientes  $\mu_{yb}$  e  $\mu'_{yb}$  nas Equações 15 e 16.

$$M_b = \mu_{yb} \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (15)$$

$$X_b = \mu'_{yb} \cdot \frac{q \cdot l_x^2}{100} \quad (16)$$

De maneira semelhante, com o uso de tabelas que variam conforme a geometria da laje e as condições de vinculação, ocorre o procedimento de cálculo da flecha elástica. Esse cálculo utiliza o coeficiente  $\alpha$  e a Equação 17.

$$f = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{q \cdot l_x^4}{E_{CS} \cdot E \cdot I} \quad (17)$$

Onde  $q$  é o carregamento distribuído uniformemente,  $E_{CS}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto,  $b$  é a largura da seção e  $I$  é o momento de Inércia.

As flechas elásticas podem ser classificadas em imediatas e diferidas no tempo. A flecha elástica imediata ocorre por ocasião da aplicação do carregamento, enquanto a diferida no tempo ocorre sob tensão constante do carregamento ao longo do tempo.

Além disso, para a determinação da flecha elástica imediata não são considerados os efeitos de fissuração ou fluência.

## **2.4.2 Método dos elementos finitos**

Segundo Fish e Belytschko (2009), diversos fenômenos da engenharia podem ser resolvidos por equações diferenciais parciais. Entretanto, para solucioná-los por métodos analíticos clássicos para geometrias arbitrárias é quase impossível. Com o método de elementos finitos (MEF), essas equações diferenciais parciais podem ser solucionadas de modo aproximado.

O MEF foi desenvolvido na segunda metade da década de 50 pelos engenheiros aeronáuticos Turner, Argyris e Associados e surgiu em decorrência da evolução da análise matricial de estruturas (SORIANO, 2009).

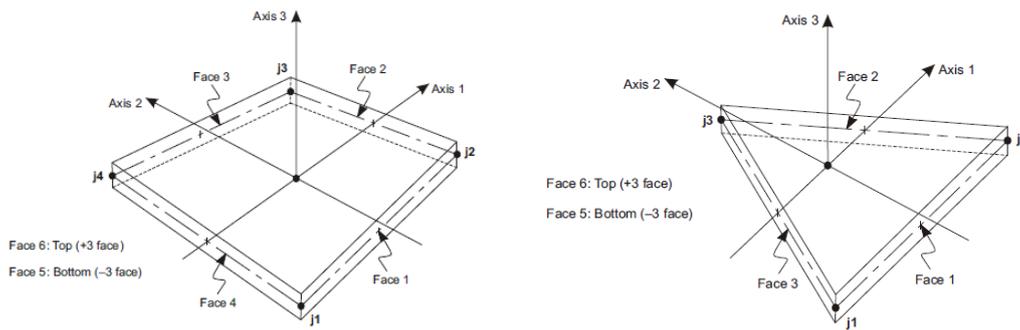
Sua ideia principal consiste na divisão do corpo em um número de elementos finitos, em que esses elementos são conectados por nós e constituem uma malha. (FISH e BELYTSCHKO, 2009). Com isso, a metodologia provê a substituição de infinitos graus de liberdade por um número finito de parâmetros a serem determinados, trocando as equações diferenciais por um modelo de equações algébricas (SORIANO, 2009).

### *2.4.2.1 Tipos de elemento*

Na escolha de um modelo que melhor represente a estrutura a ser analisada, a discretização ocorre a partir da sua geometria, das ações externas e do comportamento que se deseja analisar. Em elementos de barra, idealizadas como elementos unidimensionais que possuem uma dimensão muito maior que sua seção transversal (RODRIGUES, 2019), a modelagem se divide em treliças (plana e espacial), pórticos (plano e espacial) e grelhas (SORIANO, 2009).

Segundo Rodrigues (2019), os elementos finitos planos, bidimensionais, em que uma dimensão, a espessura, é muito menor que as outras duas medidas do plano, são empregados na modelagem de comportamentos de chapas, placas finas, placas espessas e de cascas (*shell*).

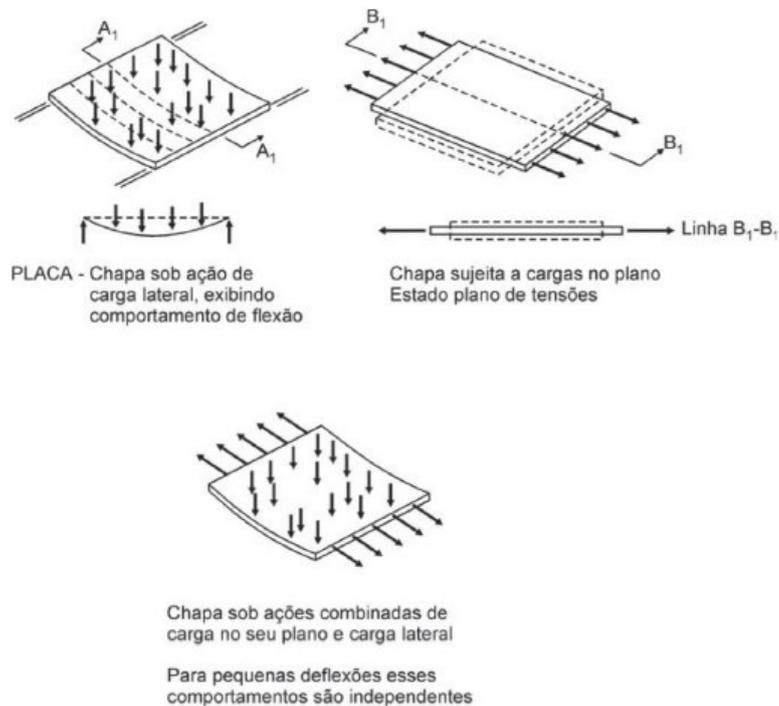
Figura 14 - Elementos quadrilátero e triangular (*shell*).



Fonte: Computer and Structures, inc (2017).

O elemento de casca é composto pela superposição de dois comportamentos independentes entre si para pequenas deflexões: o comportamento da placa à flexão, sujeita a cargas perpendiculares ao seu plano, e o comportamento de chapa (membrana), quando sujeito a forças no plano (ALVES FILHO, 2013).

Figura 15 - Comportamento da casca



Fonte: Adaptado de Alves Filho (2013)

Já os elementos finitos sólidos são utilizados para a modelagem de estruturas tridimensionais. No entanto, por apresentar a modelagem e o processamento mais demorados, o método não é tão usual. Outro fator de destaque também é o fornecimento de resultados: ele apresenta apenas as tensões resultantes, sendo necessária a sua integração para que sejam determinados os esforços internos. (RODRIGUES, 2019).

#### 2.4.2.2 Malha

Conforme Soriano (2009), a criação da malha deve ser realizada a partir de critérios dependentes de cada projeto, não sendo possível definir uma discretização ideal. Em regiões com variações acentuadas de tensão é necessário um maior refinamento da malha, como também em locais de aplicação de carga e de apoios concentrados.

Algumas condições geométricas devem ser adotadas para um melhor resultado. Dentre elas está o ângulo interno em cada vértice, que deve ser menor que  $180^\circ$ . Os melhores resultados são obtidos em elementos quadriláteros, que, quanto mais próximo de  $90^\circ$  for o ângulo interno, melhor, mas nunca sair do intervalo de  $45^\circ$  a  $135^\circ$  (COMPUTERS AND STRUCTURES, INC, 2017).

A razão entre os lados também influencia na exatidão dos resultados, sendo desaconselhável a utilização de elementos alongados. Dessa forma, os melhores resultados são obtidos para elementos com razão entre os lados próximo de 1, não excedendo o valor de 10 (COMPUTERS AND STRUCTURES, INC, 2017).

#### 2.4.2.3 Software SAP2000

O primeiro programa de computador de análise de elementos finitos foi desenvolvido pelo professor de engenharia de estruturas da Universidade da Califórnia, Edward L. Wilson, em 1961, já o programa SAP (Structural Analysis Program), surgiu em sua tese de doutorado, em 1972. No Brasil, ele foi introduzido em 1982 pelo aluno de doutorado do professor Wilson, Harold Hirth (MULTIPLUS, 2021).

O SAP2000 é um programa para análise estrutural estática e dinâmica, linear e não-linear, por elementos finitos, que conta com uma interface gráfica 3D orientada a objetos. Dentro do programa, a modelagem e a análise são realizadas de maneira integrada, sendo a versatilidade na modelagem o fator que permite a sua utilização em diversos tipos de estruturas (MULTIPLUS, 2021).

O programa admite inserir variados tipos de carregamentos e situações, como deslocamento e temperatura, que geram esforços internos. Além disso, ele efetua análises estáticas e análises independentes para uma sequência de carregamentos. Em estruturas pequenas e médias é possível utilizar o *Model Alive*, que permite que a análise seja realizada à

medida que o modelo construído é alterado, gerando automaticamente uma nova deformada, diagramas de esforços e outros resultados (MULTIPLUS, 2021).

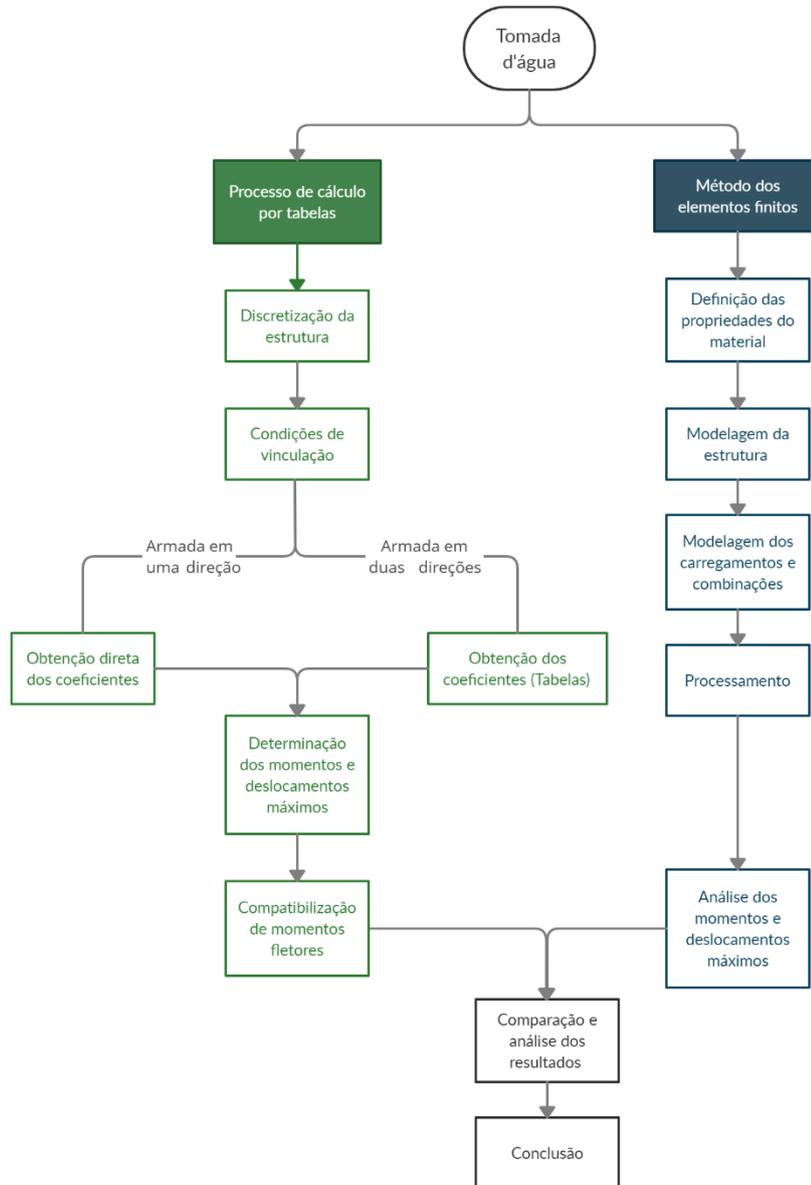
### 3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do trabalho, foram aplicadas duas metodologias para a obtenção dos momentos e deslocamentos máximos, conforme fluxograma da Figura 16. Inicialmente, realizou-se o processo de cálculo por tabelas, baseado na discretização da estrutura em lajes isoladas, no qual a geometria e as condições de vinculação determinam os valores dos coeficientes a serem usados. O processo foi realizado por cálculos simplificados com o auxílio de planilhas eletrônicas.

Já o Método dos Elementos finitos, foi realizado dentro do *software* SAP2000. Com isso, foi necessário implementar dentro do programa as condições da estrutura, modelando a geometria das seções, as suas condições de contorno e os carregamentos e combinações. Em seguida, realizou-se o processamento e as análises dos resultados gerados.

Por fim, foram apresentados os resultados e uma comparação entre eles, analisando as interações das variáveis empregadas e considerando as particularidades de cada um dos procedimentos.

Figura 16 - Metodologia



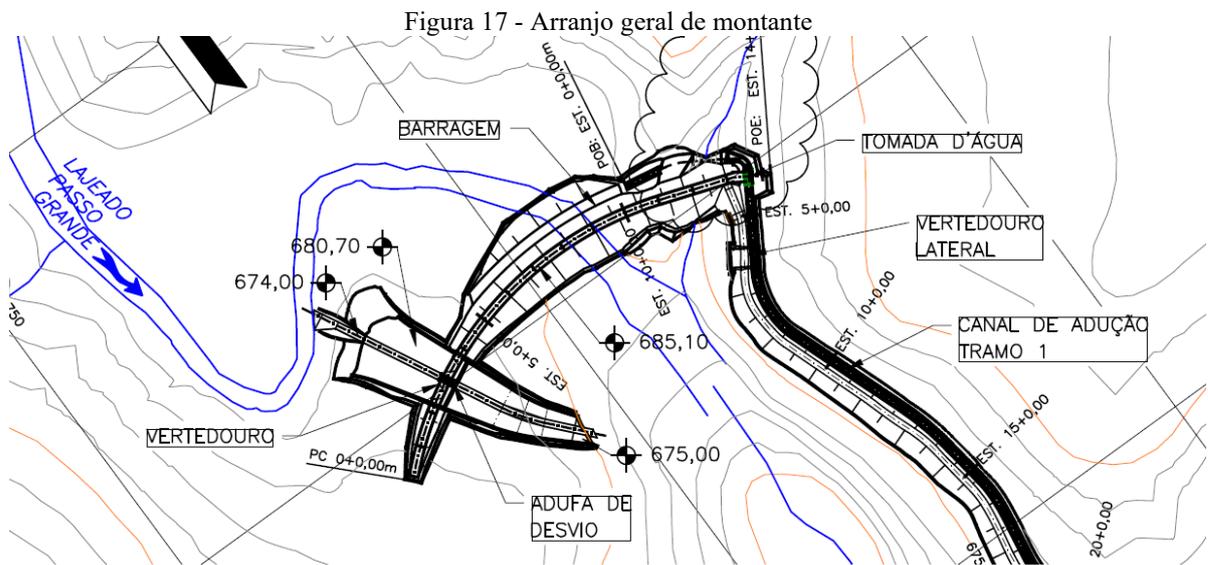
Fonte: Autora (2022)

### 3.1 ESTUDO DE CASO

A estrutura de tomada d'água utilizada no dimensionamento faz parte do arranjo da PCH Pito, situada no município de Campos Novos, Santa Catarina. Seu arranjo geral é composto de um barramento (arranjo de montante), circuito de adução (tomada d'água, canal, câmara de carga e conduto forçado) e casa de força (arranjo de jusante).

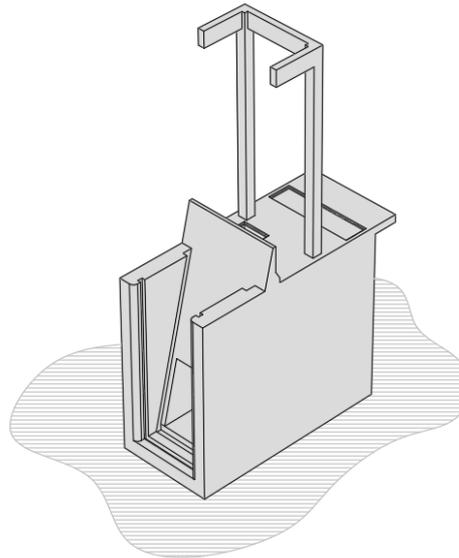
A estrutura está localizada na esquerda hidráulica do barramento, junto à barragem de enrocamento, e está apresentada na Figura 17. A água parte do reservatório a montante,

entrando na tomada d'água e seguindo em um canal de adução e conduto forçado até a casa de força. A Figura 18 mostra o objeto de estudo, a tomada d'água em concreto armado.



Fonte: Estelar Engenharia

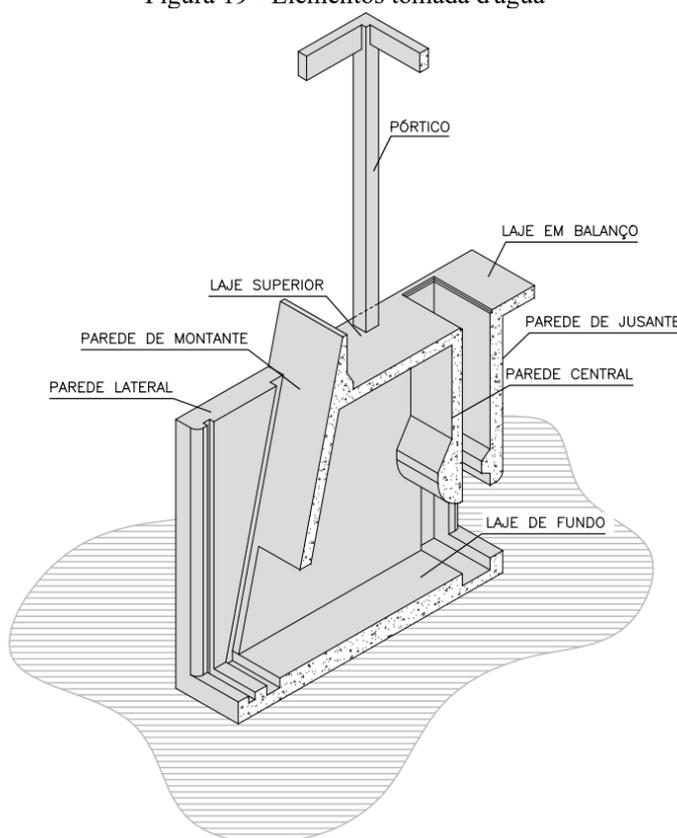
Figura 18 - Tomada d'água em concreto armado



Fonte: Estelar Engenharia

Para uma melhor compreensão da tomada, apresenta-se na Figura 19 os seus elementos principais e a nomenclatura utilizada.

Figura 19 - Elementos tomada d'água



Fonte: Adaptado Estelar Engenharia (2022)

Nas laterais da tomada d'água existe um aterro de solo compactado, a montante dela há o reservatório de água e a jusante, por sua vez, o canal de adução. Na parte superior da tomada d'água, existe um pórtico em concreto armado que auxilia na operação da comporta, responsável por controlar a entrada de água na estrutura. Por se tratar de um pórtico, o processo de dimensionamento dos esforços internos se difere do utilizado no restante da tomada d'água. Além disso, os esforços do pórtico transmitidos à estrutura da tomada são insignificantes no dimensionamento das lajes. Assim, a análise estrutural do pórtico não fará parte deste trabalho. Por fim, a fundação da estrutura é dada por uma laje de fundo apoiada em rocha do tipo basalto.

Anterior à análise estrutural, foram verificados os critérios de estabilidade segundo os Critérios de Projeto da Eletrobrás. Com isso, a estabilidade da estrutura foi avaliada de forma a atender aos fatores de flutuação, tombamento e deslizamento e não ocorrência de tensões de tração para a condição de carregamento normal nem de tensões que provoquem abertura de junta maior que um terço da área da base para as condições de carregamento excepcional e limite.

### 3.2 PARÂMETROS DE PROJETO

No dimensionamento dos esforços na estrutura da tomada d'água, utilizaram-se os dados de projeto como parâmetros em ambas as metodologias de cálculo de forma a permitir a comparação entre os resultados.

Dois níveis de água principais foram utilizados no dimensionamento: nível de água máximo normal, referente ao nível do reservatório, e o nível máximo maximorum, correspondente à cheia com tempo de recorrência milenar. Os dois valores estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Níveis de água

	<b>Nível de água</b>
N. A. máx. max.	684,40
N. A. máx. nor.	682,00

Fonte: Estelar Engenharia

O nível de água máximo normal considerado nas análises foi na EL. 682,00 m e o nível de água máximo maximorum na EL. 684,40 m. O peso específico da água utilizado foi de 10 kN/m<sup>3</sup>.

Tratando-se do concreto, foi utilizado um fck de 20 MPa, além do módulo de elasticidade secante de 25.544 MPa, característico de agregados do tipo basalto e, também, peso específico de 25 kN/m<sup>3</sup>.

Para o solo compactado dos aterros laterais, por sua vez, o peso específico de projeto para o solo saturado foi de 18 kN/m<sup>3</sup>, bem como o ângulo de atrito utilizado foi de 40°. Devido a estrutura ser rígida e não permitir o deslocamento do solo, utilizou-se a Equação 1.

$$K_0 = 1 - \operatorname{sen} 40^\circ$$

$$K_0 = 0,357$$

O coeficiente de empuxo de repouso utilizado foi de 0,357 e, nas lajes superiores, utilizou-se o valor constante para uma carga uniforme de 25 kN/m<sup>2</sup>, valor usual adotado em escritórios de projeto para tomadas d'água.

#### 3.2.1 Condições de carregamento

Todas as condições consideram o aterro de solo nas laterais da estrutura, peso próprio, e sobrecarga. Em relação aos níveis de água e operação da comporta, as condições de carregamento se dividem em CCN, CCE e CCL. Dentro delas, foram consideradas as

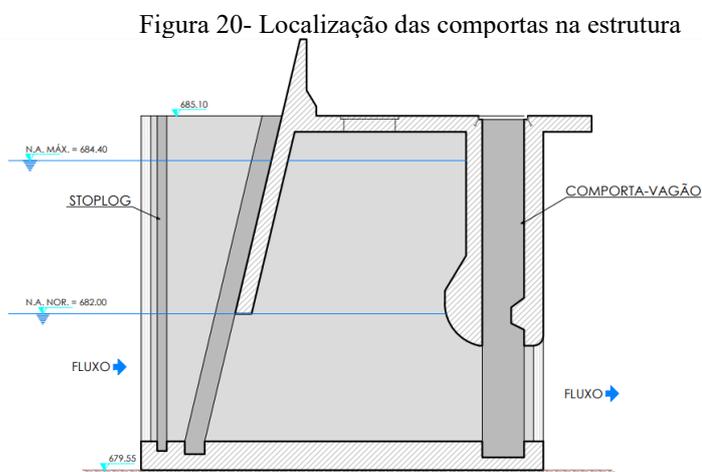
combinações de carregamento mais desfavoráveis à estrutura em termos de intensidade, localização, direção e sentido.

A CCN refere-se ao funcionamento normal da estrutura durante a vida útil, ou seja, com as comportas abertas, com a passagem de água internamente com o nível máximo normal e o aterro de solo nas laterais externas da estrutura. Para essa condição, e sendo uma estrutura de concreto armado, as cargas devem ser majoradas pelo valor de 1,4 para o estado limite último.

A CCE refere-se a uma baixa probabilidade de o evento ocorrer durante a vida útil, considerando uma excepcionalidade. Dessa forma, considerou-se a mesma hipótese de funcionamento normal da tomada d'água com as comportas abertas e aterro de solo nas laterais externas, porém, com o nível de água máximo maximorum. Para essa condição, e sendo uma estrutura de concreto armado, as cargas devem ser majoradas pelo valor de 1,1 para o estado limite último.

A CCL refere-se à baixa probabilidade de o carregamento ocorrer ao longo da vida útil, considerando duas excepcionalidades por um curto período de tempo. Então considerou-se o nível de água máximo maximorum e a configuração da comporta fechada, impedindo a passagem de água dentro da estrutura. Para essa condição e sendo uma estrutura de concreto armado, as cargas devem ser majoradas pelo valor de 1,1 para o estado limite último.

A tomada d'água possui duas possibilidades de interrupção da passagem de água no interior da estrutura: uma delas acontece pela comporta do tipo *stoplog* a montante e outra pela comporta-vagão a jusante na estrutura. Portanto, a condição limite foi separada em duas possibilidades: CCL1, em que a primeira comporta, *stoplog*, está fechada, e CCL2, na qual a comporta-vagão está fechada.

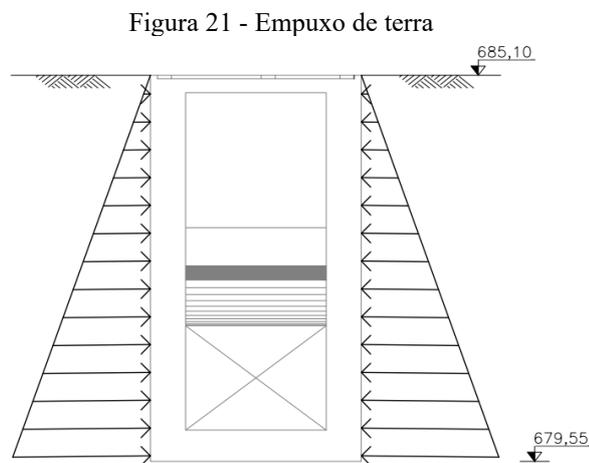


Fonte: Adaptado Estelar Engenharia (2022)

### 3.2.2 Carregamentos atuantes

Analisando a localização da tomada d'água e os níveis de água do projeto, determinaram-se as ações que atuam nela. Para isso, foram consideradas apenas as cargas normais aos planos de cada elemento da estrutura que geram esforços de flexão.

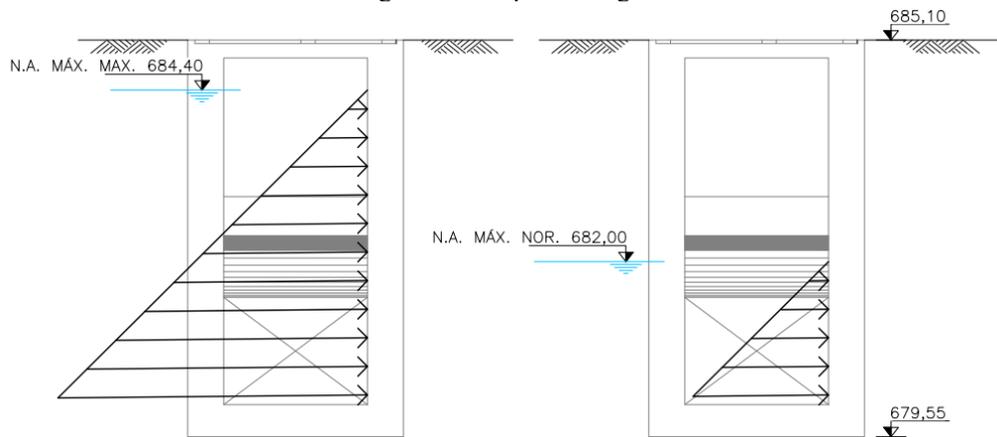
Nas laterais da estrutura, existe um aterro de solo compactado, o que implica em um empuxo de terra atuando de fora para dentro da estrutura. Esse empuxo de terra é dado por uma carga triangular, conforme apresentado na Figura 21.



Fonte: Autora (2022)

A passagem de água dentro da estrutura gera dois carregamentos: o empuxo de água, que atua internamente nas paredes, bem como o peso da água, atuando na laje de fundo. O empuxo de água varia com a profundidade, portanto, também tem formato triangular. Além disso, existem dois níveis de água utilizadas nas condições de projeto, nível de água normal e o nível de água maximorum mostrados na Figura 22.

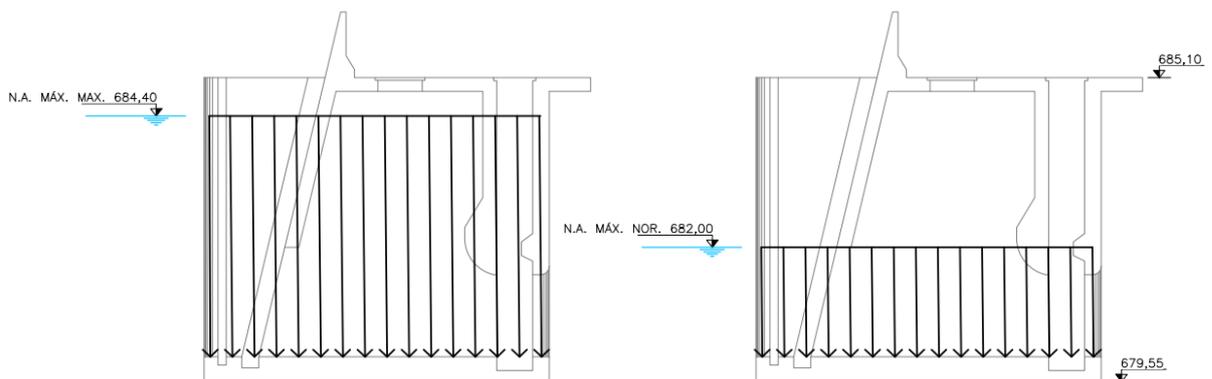
Figura 22- Empuxo de água



Fonte: Autora (2022)

O peso de água é uniforme e atua ao longo de toda a laje de fundo, e seu valor é dado pela altura do nível de água, apresentado na Figura 23.

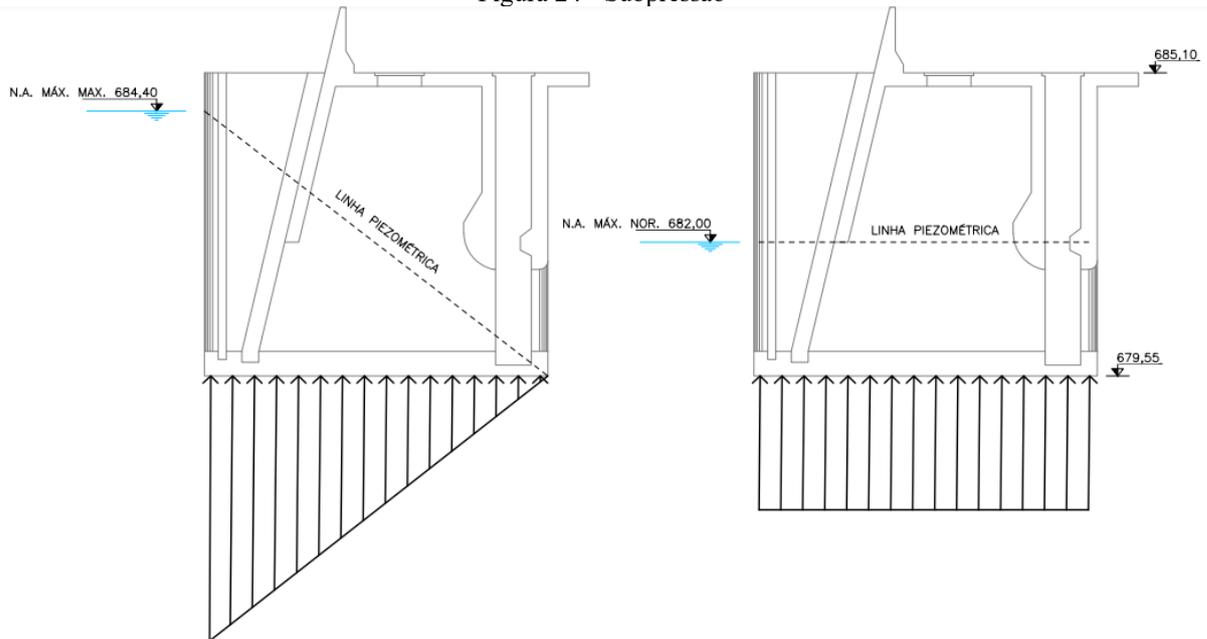
Figura 23 - Peso de água



Fonte: Autora (2022)

No exterior da laje de fundo da estrutura existe a subpressão, que varia conforme o nível de água e a condição de carregamento analisada. O carregamento pode ser uniforme ou triangular, dependendo das condições da comporta, e ocorre na direção vertical e sentido para cima, com tendência de levantar a estrutura.

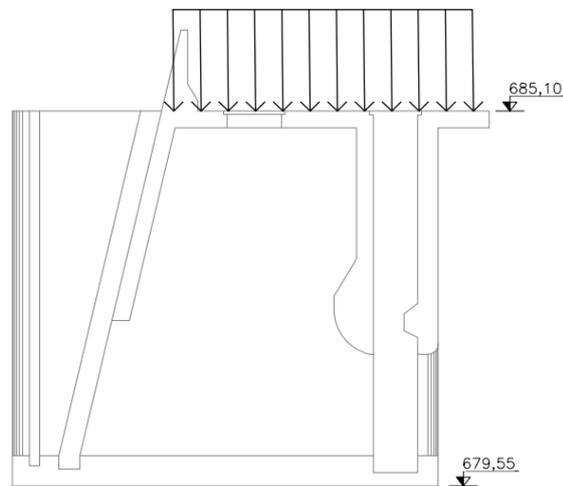
Figura 24 - Subpressão



Fonte: Autora (2022)

Por fim, atuando nas lajes superiores, há a sobrecarga que consiste na possibilidade de um carregamento acidental de construção.

Figura 25 - Sobrecarga



Fonte: Autora (2022)

### 3.3 PROCESSO DE CÁLCULO SIMPLIFICADO

O processo de cálculo é iniciado com a discretização da tomada d'água em lajes isoladas conforme suas condições de vinculação e geometria das dimensões principais. A partir disso, elas foram classificadas quanto a sua armação para identificar de qual forma serão obtidos os coeficientes de cálculo. Para lajes armadas em uma direção, foram usados os coeficientes de

cálculo diretos e para as lajes armadas em duas direções, os coeficientes foram obtidos com a utilização das tabelas de Bares.

Então, com as cargas e os coeficientes de cálculo determinados, obtiveram-se os valores de momentos fletores e deslocamentos para cada elemento estrutural e foi realizada a compatibilização entre os momentos fletores.

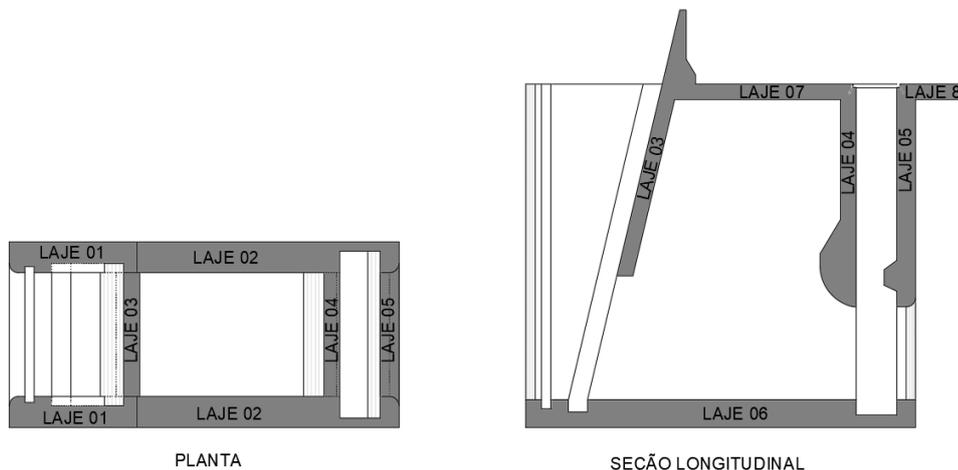
### 3.3.1 Discretização da estrutura

Para definir a geometria das lajes isoladas, é necessário que se discretize a estrutura. Para isso, as paredes e lajes propriamente ditas foram todas consideradas como elementos de lajes, uma vez que os seus carregamentos são sempre normais ao plano principal. Nesse processo, é fundamental que se analise a estrutura de modo a determinar a geometria do conjunto de lajes que melhor se aproxime da realidade.

Com isso, nas laterais da estrutura, cada parede foi dividida em duas lajes, em razão da parede transversal inclinada restringir a movimentação das paredes na direção normal ao seu plano principal, funcionando como um apoio. A espessura da parede referente a ranhura lateral da comporta vagão foi desprezada.

Assim, a discretização da estrutura resultou em 8 lajes, dentre elas: 3 lajes normais ao fluxo, 4 lajes paralelas ao fluxo, 1 laje de fundo e 2 lajes superiores.

Figura 26 - Discretização da tomada d'água



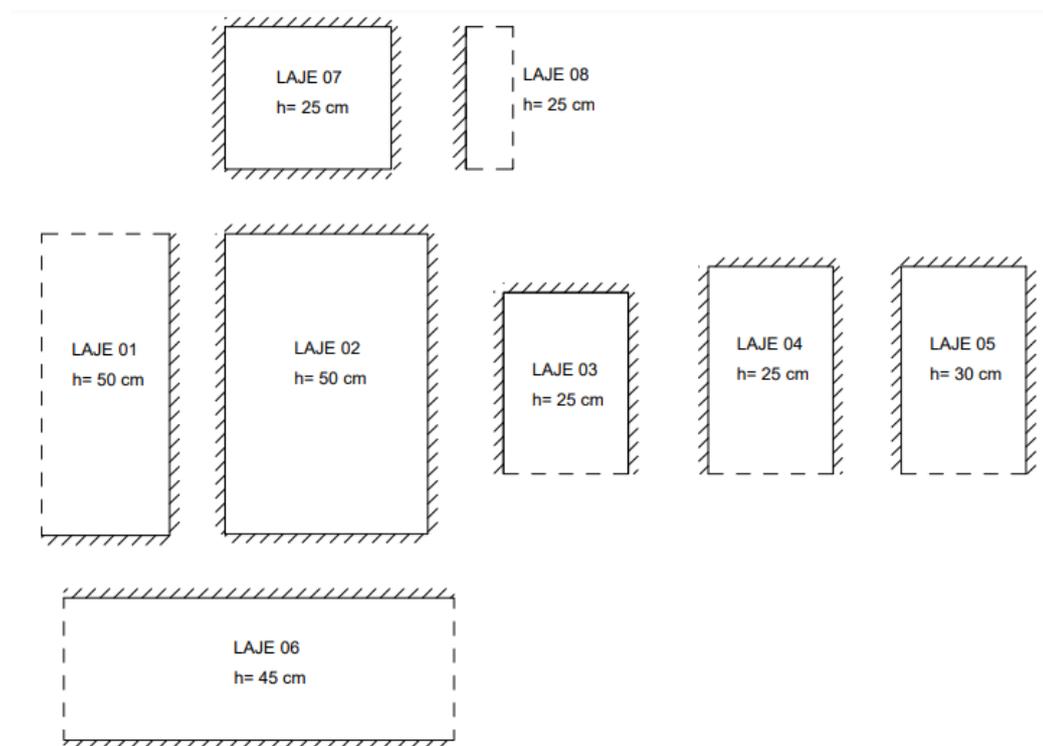
Fonte: Autora (2022).

### 3.3.2 Condições de vinculação

Após a discretização, foram estabelecidos os vínculos de cada borda das lajes. Onde existe o encontro entre duas lajes, mesmo que em planos diferentes e que seja possível garantir a rigidez da vinculação, considerou-se um engaste nos lados onde ocorre o encontro. Nos lugares onde não existe ligação com outro elemento, por sua vez, considerou-se borda livre.

A Figura 27 mostra o resultado para cada elemento. Observa-se que devido a configuração da tomada d'água não houve bordas apoiadas, apenas engastadas e livres.

Figura 27 - Vinculação dos elementos estruturais



Fonte: Autora (2022)

### 3.3.3 Classificação quanto às direções de armadura

No processo de dimensionamento dos esforços, os elementos estruturais de laje foram classificados em dois casos: armadas em uma direção e armada em duas direções. Nos casos em que o valor da relação entre o maior e menor vão foi maior que dois, considerou-se a laje armada em uma direção. Já nos casos menores que dois, considerou-se armada em duas direções. Os resultados da classificação para cada elemento são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Classificação dos elementos quanto a armação

<b>Elemento</b>	<b><math>\lambda</math></b>	<b>Classificação</b>
L1	2,58	Armada em uma direção
L2	1,47	Armada em duas direções
L3	1,43	Armada em duas direções
L4	1,63	Armada em duas direções
L5	1,61	Armada em duas direções
L6	2,54	Armada em uma direção
L7	1,15	Armada em duas direções
L8	3,64	Armada em uma direção

Fonte: Autora (2022).

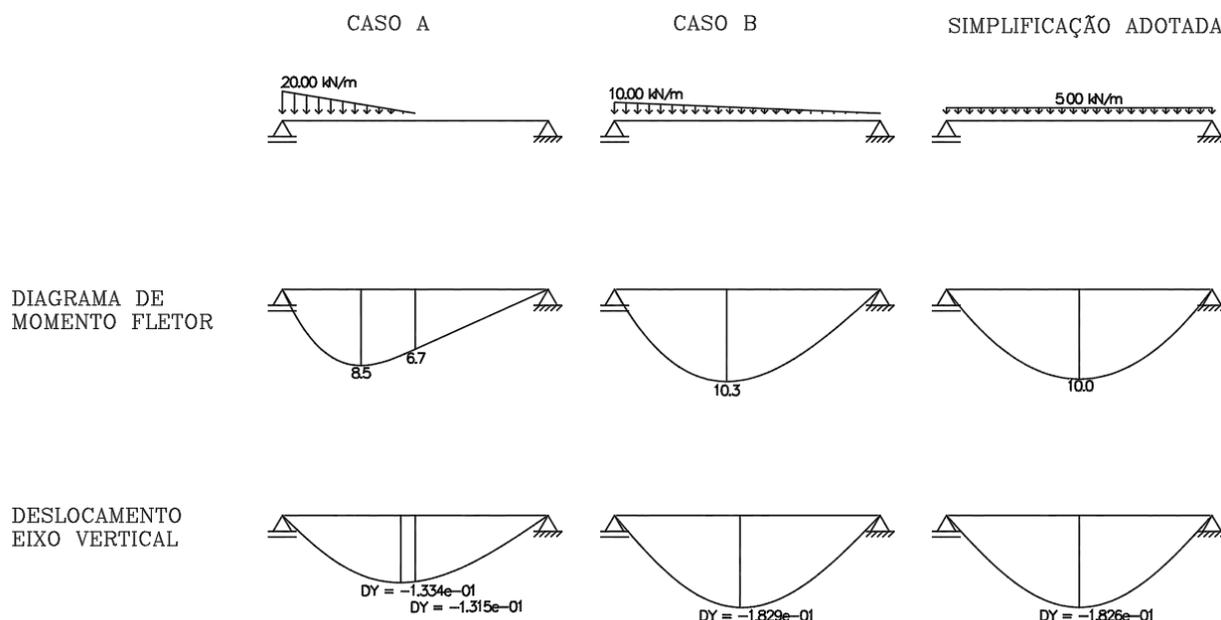
Dessa forma, o dimensionamento dos elementos L1, L6 e L8 acontece apenas com a determinação dos momentos fletores relacionados ao menor vão. Nos demais elementos, L2, L3, L4, L5 e L7, são dimensionados os momentos fletores nas duas direções com o auxílio da tabela de Bares.

### 3.3.4 Ações nos elementos

Para utilizar o processo de cálculo por tabelas, é necessário que se realize a análise individual das ações nos elementos de lajes já discretizados. Devido a tomada d'água apresentar diferentes ações e condições de carregamentos, neste item são apresentados os carregamentos resultantes que atuam individualmente em cada laje.

Como as tabelas usadas contemplam apenas cargas uniformemente distribuídas, os empuxos de água e terra, por serem triangulares neste caso, sofreram simplificações em seus carregamentos. Essa simplificação consiste inicialmente na determinação de um valor resultante do empuxo de geometria triangular. Depois disso, o vetor resultante foi distribuído uniformemente pelo comprimento do elemento com o objetivo de encontrar o valor da carga uniformemente distribuída ao longo da laje.

Utilizando uma abordagem de projeto para consolidar a simplificação, foram realizados testes com o auxílio do *software Ftool*. Dentro do programa, foi criado um exemplo de viga com 4,00 m de comprimento, submetida a três tipos diferentes de carregamentos, porém com um mesmo valor resultante para simplificar.

Figura 28 – Teste de simplificação – *Ftool*

Fonte: Autora (2022)

No caso A, foi colocado um carregamento triangular até a metade do vão, que inicia com uma intensidade de 20 kN/m e finaliza com 0 kN/m no centro. No caso B, foi colocado outro carregamento triangular, mas ao longo de todo o vão e com intensidade variando de 10 kN/m até 0 kN/m. Já na simplificação, foi colocado um carregamento uniformemente distribuído com 5kN/m ao longo de todo o vão.

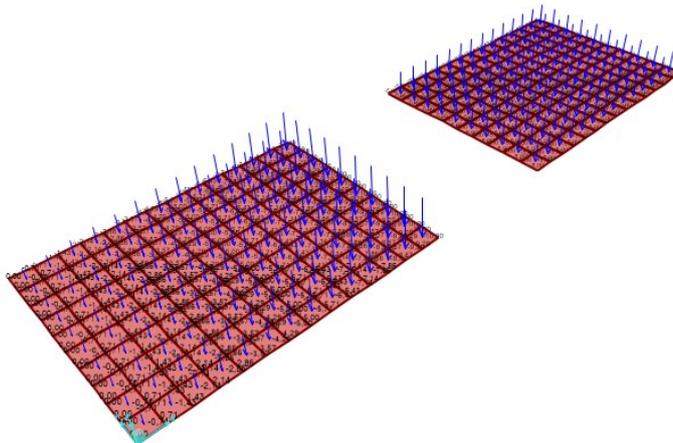
Analisando os diagramas de momento fletor, é possível identificar que houve mudança, já esperada, do local onde ocorre o momento máximo. No caso da simplificação, verificou-se a mudança do momento para o centro do vão. Além disso, os valores ficaram muito próximos, sendo que, quanto menor a área de carregamento aplicada, o valor de momento tende a diminuir (Caso A), e quando o carregamento é aplicado em todo o vão (Caso B), o momento atinge o valor máximo com uma diferença de 3% em relação à simplificação adotada.

Já para a flecha elástica, também ocorre a mudança do valor máximo para o centro do vão após a simplificação. Comparando o Caso B com a simplificação, o deslocamento máximo na simplificação é 0,16% menor que deslocamento máximo possível para um carregamento triangular com um mesmo valor resultante.

Também foram realizados testes em lajes de dimensões 3 m x 4 m, submetidas a carregamentos triangulares e uniformes. Determinou-se os momentos fletores e deslocamentos máximos utilizando as tabelas de Bares e o *software* SAP2000. A laje foi submetida

inicialmente a um carregamento uniforme de  $5 \text{ kN/m}^2$  e a um carregamento triangular na direção  $y$ , referente a direção com  $4 \text{ m}$ , começando em  $0 \text{ kN/m}^2$  de um lado e terminando em  $10 \text{ kN/m}^2$ . De maneira semelhante ao caso anterior, os valores resultantes dos carregamentos foram preservados.

Figura 29 - Teste de simplificação - SAP2000



Fonte: Autora (2022)

Considerou-se as lajes apoiadas e foram obtidos os resultados da Tabela 3. Foram definidos o  $M_x$  como o menor lado da laje,  $3 \text{ m}$ , e o  $M_y$  como o maior,  $4 \text{ m}$ . Assim, a direção  $x$  é referente à um carregamento uniformemente distribuído e a direção  $y$  é referente ao carregamento triangular. O  $M_{11}$ , determinado pelo método dos elementos finitos, diz respeito à direção  $y$  e pelo processo de cálculo por tabelas e o  $M_{22}$  diz respeito à direção  $x$ .

Tabela 3 - Teste de simplificação dos carregamentos

	SAP			Bares		
	$M_{11}$	$M_{22}$	$f\alpha$ (mm)	$M_y$	$M_x$	$f\alpha$ (mm)
Triangular	2,55	3,19	0,1318	2,45	3,06	0,1600
Uniforme	1,98	3,09	0,1287	1,84	3,00	0,1569

Fonte: Autora (2022)

Analisando os resultados, nota-se que as tabelas de Bares apresentam valores de momentos máximos menores se comparados ao SAP, inclusive na simplificação das cargas. Percebe-se, também, que a diferença do momento na direção  $x$  entre a carga triangular obtida pelo SAP e a carga uniforme simplificada obtida pelas tabelas de Bares é de  $6\%$ .

Observa-se que os valores de flecha no cálculo pelas tabelas de Bares ficaram próximos para os dois formatos de carregamento aplicados, variando  $2,35\%$  e  $1,90\%$  no SAP e por Bares,

respectivamente. Além disso, apesar dos momentos serem menores, as flechas máximas determinadas pelo cálculo simplificado são maiores.

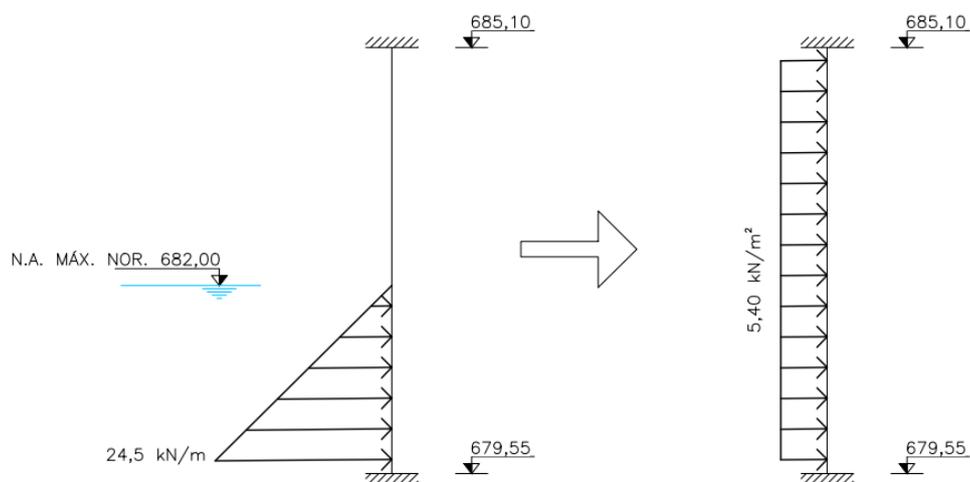
Identificou-se também variações entre os resultados das tabelas e do SAP, demonstrando uma imprecisão dos valores para além da simplificação. Como no SAP será utilizado um modelo inteiro, no que tange a tomada d'água, em vez de lajes isoladas, é esperado que os momentos sofram alterações por redistribuição dos esforços quando a estrutura trabalhar em conjunto e, no comparativo entre os resultados será possível avaliar de fato essas diferenças.

### 3.3.4.1 Lajes 1 e 2

As Lajes 1 e 2 são submetidas externamente ao empuxo de terra e internamente ao empuxo hidrostático para os dois níveis de água. Por se tratarem de carregamentos triangulares, foi necessário realizar a simplificação para cada um deles.

Nas Lajes 1 e 2, o nível de água máximo normal está na El. 682,00 m e a cota final do elemento está na El. 679,55 m. Com isso, o empuxo de água gera uma área de carregamento de 3,00 m<sup>2</sup>. Para encontrar o valor resultante, multiplicou-se o valor de área pelo peso específico da água (10 kN/m<sup>3</sup>), resultando em 30,00 kN/m. Então, dividiu-se o valor resultante pela altura da parede, 5,55 m, encontrando uma carga uniformemente distribuída de 5,40 kN/m<sup>2</sup> referente ao empuxo hidrostático normal interno.

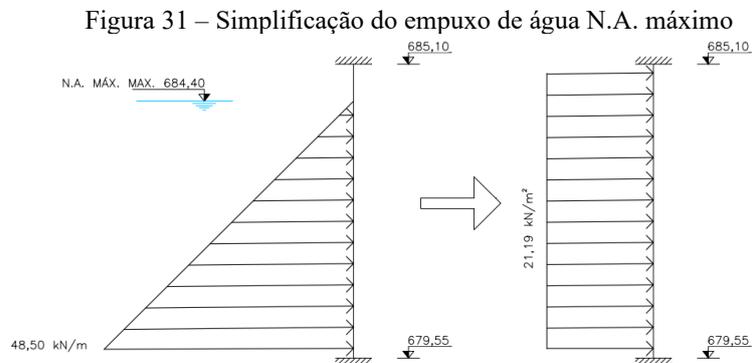
Figura 30 - Simplificação do empuxo de água N.A. normal



Fonte: Autora (2022)

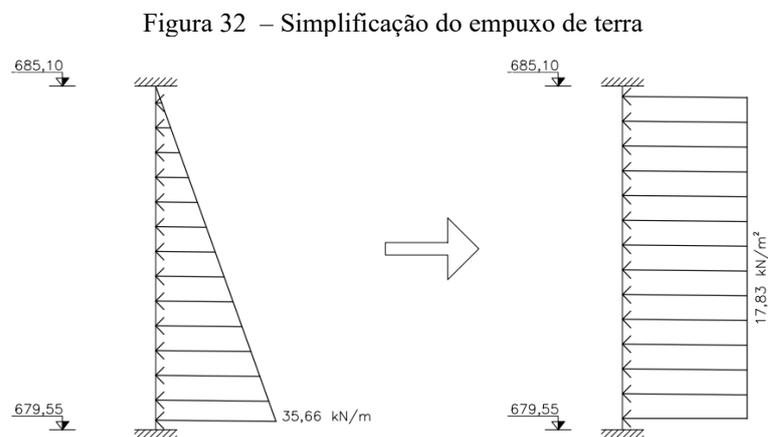
O mesmo procedimento foi realizado para o nível de água máximo maximorum na El. 684,40 m. A área de carregamento encontrada foi de 11,76 m<sup>2</sup>, que multiplicado pelo

peso específico da água, gera um valor resultante de 117,60 kN/m. Então, dividiu-se o valor resultante pela altura da parede, 5,55 m, encontrando uma carga uniformemente distribuída de 21,19 kN/m<sup>2</sup> referente ao empuxo hidrostático máximo interno.



Fonte: Autora (2022)

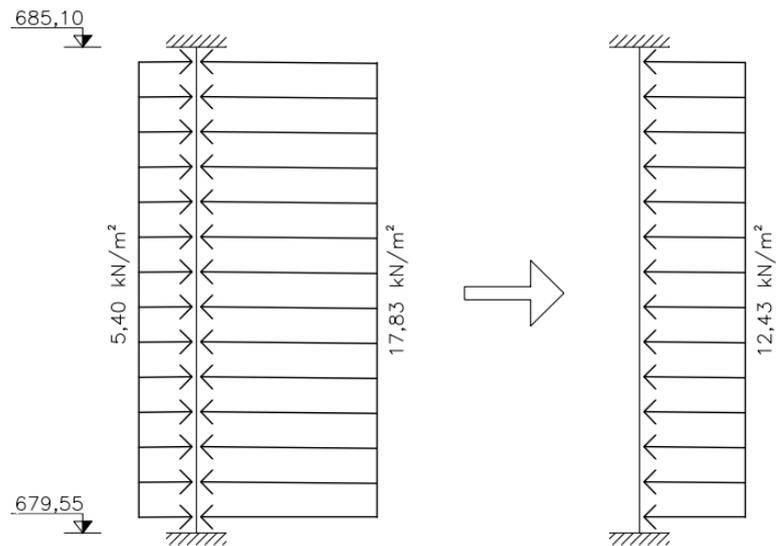
A simplificação também foi realizada para o empuxo de terra presente na parte externa da tomada d'água. A área do carregamento encontrada foi multiplicada pelo coeficiente de empuxo de repouso, de 0,357, resultando em 5,49 m<sup>2</sup>. Essa área foi multiplicada pelo peso específico do solo, de 18 kN/m<sup>3</sup> e por fim dividida pelo comprimento da laje, 5,55 m, resultando em um carregamento uniformemente distribuído de 17,83 kN/m<sup>2</sup> referente ao empuxo de terra.



Fonte: Autora (2022)

No CCN, atuam a água no nível máximo normal, com um empuxo de água direcionado para fora da estrutura, e o empuxo de terra externo direcionado para dentro. Assim, realizou-se a soma vetorial dos carregamentos com o propósito de determinar sua resultante.

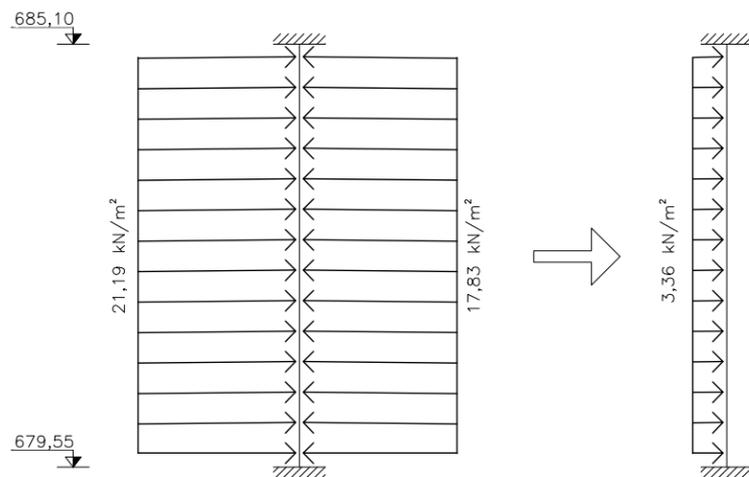
Figura 33 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCN



Fonte: Autora (2022).

O mesmo se repete para o CCE e CCL2. Entretanto, o nível de água a ser considerado é o máximo maximum. Da mesma forma, realizou-se a soma vetorial dos carregamentos com o propósito de determinar sua resultante.

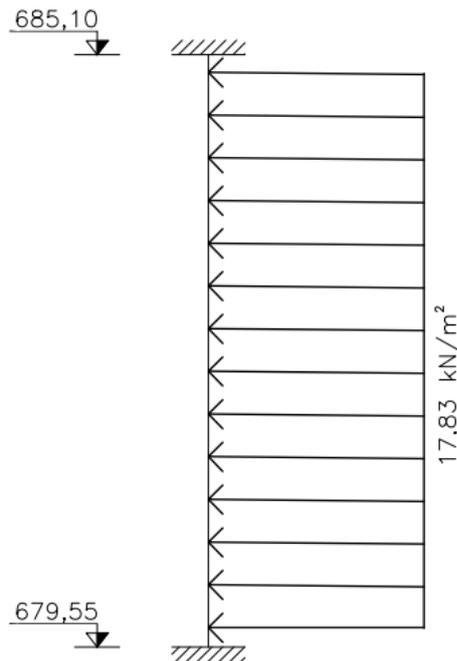
Figura 34 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCE e CCL2



Fonte: Autora (2022)

Para o CCL1, a comporta *stoplog* fechada impede a passagem de água no interior; então, apenas o empuxo de solo foi considerado.

Figura 35 - Carregamentos Lajes 1 e 2 CCL1



Fonte: Autora (2022).

Em seguida, considerou-se os carregamentos para cada condição e o valor resultante foi multiplicado pelo seu respectivo fator de majoração descritos no item 3.2.1. Os resultados dos carregamentos para cada condição analisada estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Cargas finais Laje 1 e Laje 2

Elemento	Condição de carregamento	Empuxo hidrostático (kN/m <sup>2</sup> )	Empuxo hidrostático (kN/m <sup>2</sup> )	Empuxo de Terra (kN/m <sup>2</sup> )	Carga final (kN/m <sup>2</sup> )
		N. A. máx. normal	N. A. máx. maximorum		
	CCN	5,40		-17,84	-17,41
L1 e L2	CCE/ CCL2		21,20	-17,84	3,68
	CCL1			-17,84	-19,63

Fonte: Autora (2022).

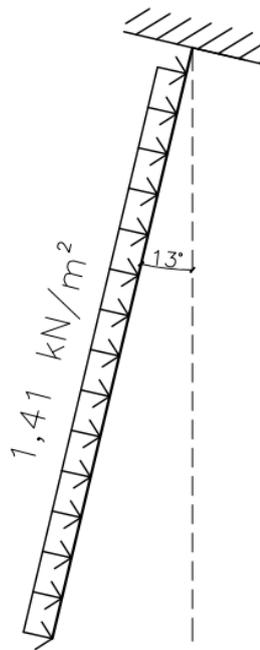
Para esses valores de carga, identificou-se que as condições críticas são os casos CCE, CCL2 e CCL1. Nos casos CCE e CCL2, em que o valor da carga é o mesmo, o empuxo hidrostático é maior que o empuxo de terra e isso tende a tracionar a face externa da parede no trecho do vão. No caso CCL1, sem a presença de água no interior, o empuxo de terra traciona a face interna da parede.

### 3.3.4.2 Laje 3

A Laje 3 se diferencia das demais por ser inclinada. Analisando as condições de carregamento, foi identificado que nenhuma carga acidental atua no elemento estrutural causando flexão, pois quando existe o empuxo de água, ele atua nas duas faces do elemento. Então, determinou-se que a carga crítica que atua é apenas a carga permanente do peso próprio e, dessa forma, realizou-se uma única análise do CCN.

Por ser uma laje inclinada, o valor do peso próprio foi decomposto em função do ângulo de inclinação, levando em consideração apenas parte do carregamento perpendicular ao elemento estrutural, visto que a análise acontece apenas ao esforço de flexão. O valor da carga decomposta foi aplicado ao longo da laje 3, em um carregamento uniforme.

Figura 36 - Carregamento Laje 3



Fonte: Autora (2022).

O carregamento do peso próprio foi majorado em função da sua condição normal. Os valores estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Carga final Laje 3

Elemento	Condição de carregamento	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Carga final (kN/m <sup>2</sup> )
L3	CCN	-1,41	-1,97

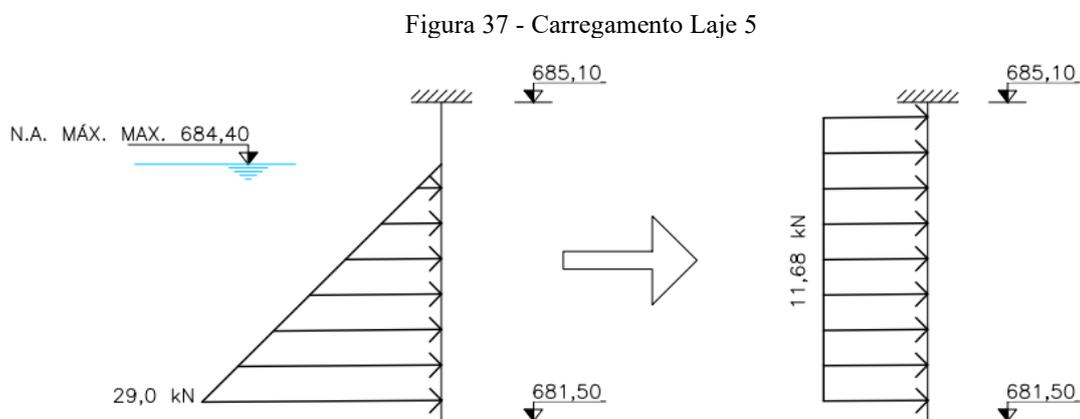
Fonte: Autora (2022)

### 3.3.4.3 Laje 4

A laje 4 não sofre com o esforço de flexão, pois o empuxo hidrostático, quando existente, ocorre em ambas as faces, de forma a se anularem. E quando a comporta *stoplog* estiver fechada não haverá água no interior da estrutura, então não terá nenhum carregamento atuando.

### 3.3.4.4 Laje 5

A condição crítica da Laje 5 acontece apenas quando a comporta-vagão está fechada, CCL2. Nessa condição, ela está submetida apenas ao empuxo hidrostático na face interna. Conforme análise realizada em elementos anteriores, foi determinado o valor resultante do empuxo de água proveniente da sua geometria triangular. Depois disso, o vetor resultante foi distribuído uniformemente pelo comprimento da laje, com o objetivo de encontrar o valor da carga uniforme distribuída ao longo do elemento.



Fonte: Autora (2022)

O carregamento após a simplificação foi majorado pelo fator de 1,1, relacionado à condição limite. Os resultados estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Carga final Laje 5

Elemento	Condição de carregamento	Empuxo hidrostático (kN/m <sup>2</sup> )	Carga final (kN/m <sup>2</sup> )
N. A. máx. maximorum			
L5	CCL2	11,68	12,85

Fonte: Autora (2022).

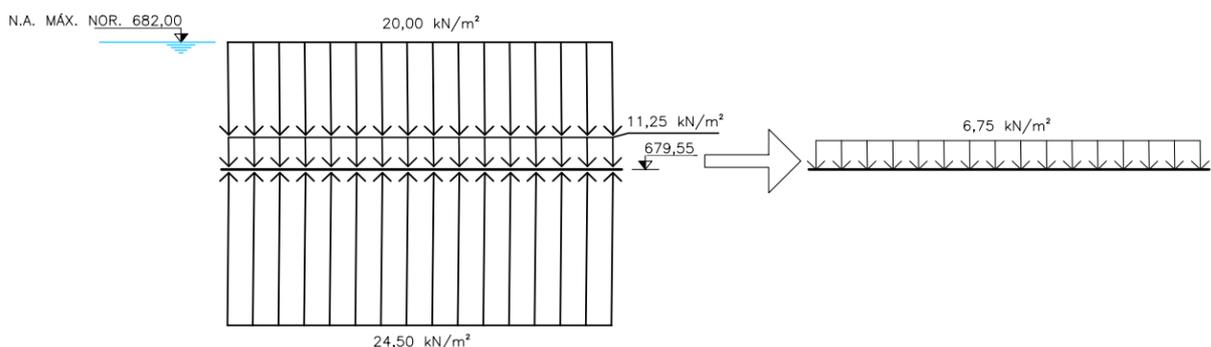
### 3.3.4.5 Laje 6

A Laje 6 é a laje de fundo da estrutura e está submetida a diferentes tipos de carregamentos, como a subpressão, o peso de água e o peso próprio. Todas as condições de carregamento foram verificadas com o objetivo de identificar as condições críticas, e estão apresentadas na Tabela 7.

No CCN, as duas comportas estão abertas e ocorre a passagem de água no interior da estrutura para nível de água máximo normal. Portanto, além de seu peso próprio, a laje está submetida ao peso de água na face superior e à subpressão na face inferior. Assim, realizou-se a soma vetorial dos carregamentos com o propósito de determinar sua resultante.

Para o cálculo do peso próprio, realizou-se a multiplicação da espessura da laje, de 0,45 m, com o peso específico do concreto, de 25 kN/m<sup>3</sup>, resultando em um carregamento de 11,25 kN/m<sup>2</sup>. O peso de água foi determinado pela altura de água acima da laje, de 2,00 m, multiplicada pelo peso específico da água, de 10 kN/m<sup>3</sup>, resultando em um carregamento de 20 kN/m<sup>2</sup>. A subpressão ocorreu de maneira semelhante, exceto que a altura é dada pela face inferior até a linha piezométrica, 2,45 m, resultando num carregamento de 24,50 kN/m<sup>2</sup>. A carga uniforme distribuída final atuando no elemento é de 6,75 kN/m<sup>2</sup>.

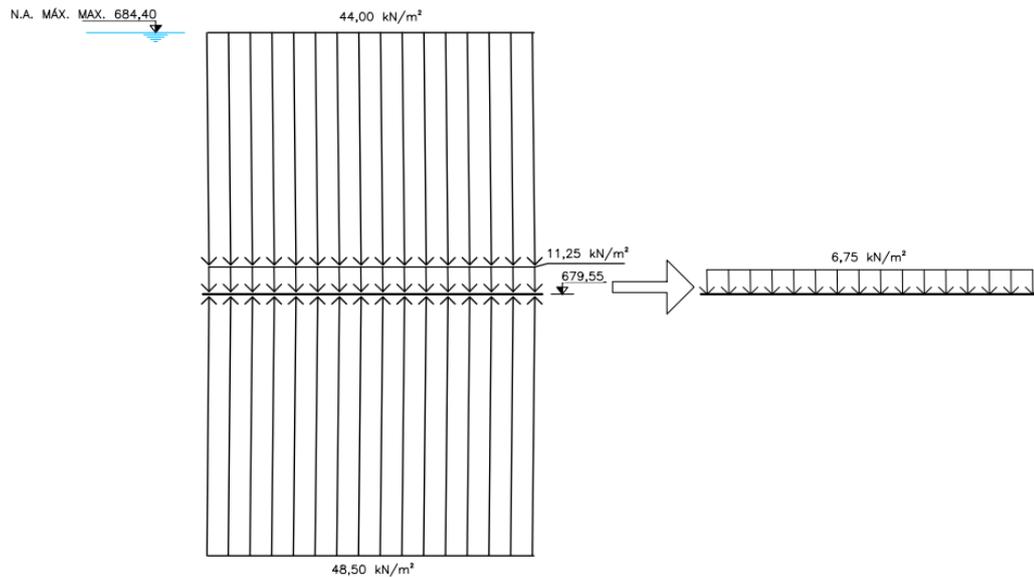
Figura 38 - Carregamentos Laje 6 CCN



Fonte: Autora (2022)

O CCE é semelhante ao CCN, com as comportas abertas, porém com o nível de água máximo maximorum. Por se tratar da mesma laje, possui o mesmo carregamento de peso próprio, variando o peso de água e a subpressão. O cálculo realizado foi semelhante ao anterior.

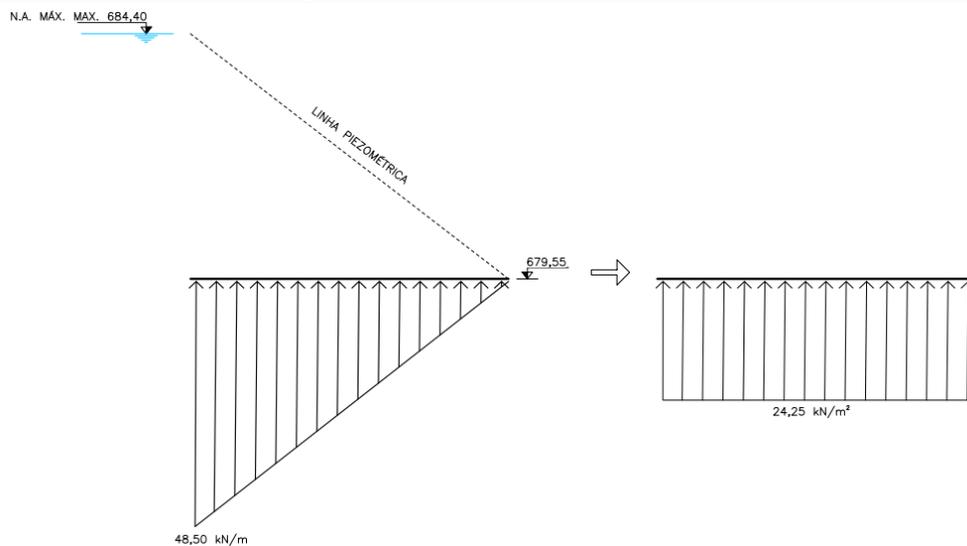
Figura 39 - Carregamentos Laje 6 CCE



Fonte: Autora (2022)

Na CCL1, a comporta *stoplog* está fechada e não existe água no interior da estrutura. Portanto, a laje está submetida ao peso próprio e à subpressão. A comporta fechada implica, também, na ocorrência de um nível de água máximo maximorum a montante e um nível de água igual a zero a jusante, formando um diagrama de subpressão triangular. Com isso, realizou-se a simplificação deste diagrama, encontrando uma carga uniformemente distribuída ao longo da estrutura.

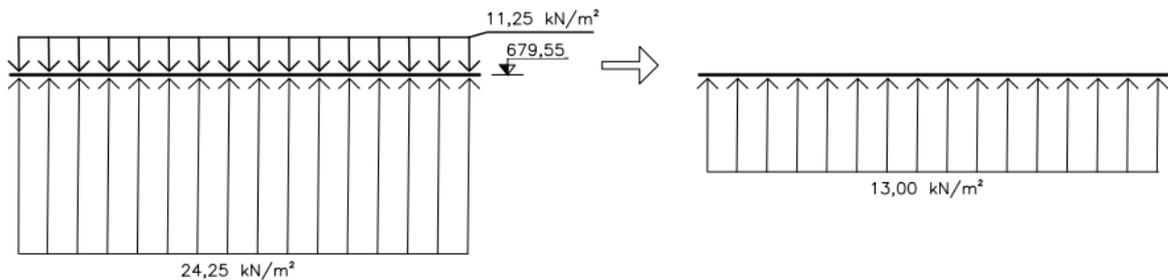
Figura 40 - Simplificação da subpressão



Fonte: Autora (2022)

Por fim, foi efetuada a soma vetorial dos carregamentos com o propósito de determinar o seu valor resultante.

Figura 41 - Carregamentos Laje 6 CCL<sub>1</sub>

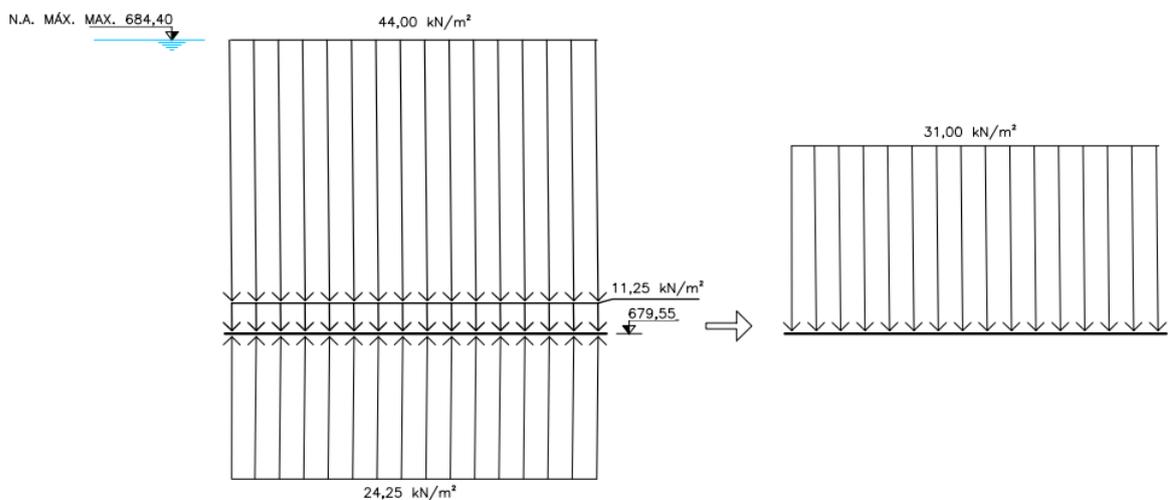


Fonte: Autora (2022)

Por último, o CCL2, em que a comporta-vagão está fechada e existe água no interior da estrutura. Atuam no elemento o peso próprio, a subpressão e o peso de água. A subpressão é análoga ao caso anterior, sendo realizada a mesma simplificação para determinar um carregamento equivalente uniformemente distribuído.

Após a simplificação, efetuou-se a soma vetorial dos carregamentos com o propósito de determinar o valor resultante. O carregamento resultante foi majorado pelo fator de 1,1, relacionado à condição limite.

Figura 42 - Carregamentos Laje 6 CCL<sub>2</sub>



Fonte: Autora (2022)

Os carregamentos resultantes para cada condição analisada estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Cargas finais Laje 6

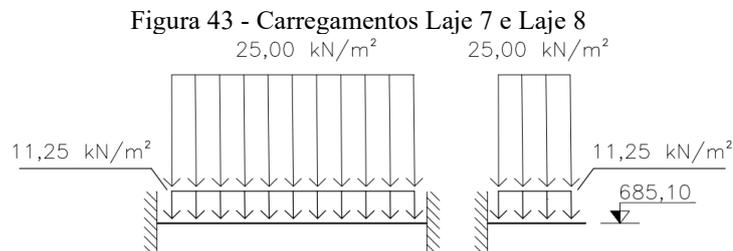
Elemento	Condição de carregamento	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Peso de água (kN/m <sup>2</sup> ) N. A. máx. normal	Peso de água (kN/m <sup>2</sup> ) N. A. máx. maximorum	Subpressão (kN/m <sup>2</sup> )	Carga final (kN/m <sup>2</sup> )
L6	CCN	-11,25	-20,00		24,50	-9,45
	CCE	-11,25		-44,00	48,50	-7,43
	CCL1	-11,25			24,25	14,30
	CCL2	-11,25		-44,00	24,25	-34,10

Fonte: Autora (2022)

No CCN, CCE e CCL2, o valor negativo das cargas indica que a carga final resultante é para baixo. Por se tratar de uma laje apoiada em rocha, ela tem seu deslocamento vertical para baixo impedido e com isso não existe momento fletor. Assim, considerou-se apenas o caso CCL1 como caso crítico, em que a resultante tende a fletir a laje de fundo de forma a tracionar a face de cima, pois não há restrição de deslocamento neste sentido.

#### 3.3.4.6 Laje 7 e 8

As Lajes 7 e 8 estão submetidas apenas a sobrecarga e peso próprio, por se localizarem na parte superior da estrutura. Como nesses elementos não há influência direta da variação da carga relacionada ao nível de água ou condição da comporta, apenas o CCN foi analisado.



Fonte: Autora (2022)

O carregamento resultante foi majorado pelo fator de 1,4, relacionado à condição normal. Os resultados dos carregamentos das duas lajes estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Cargas finais Laje 7 e Laje 8

Elemento	Condição de carregamento	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Sobrecarga (kN/m <sup>2</sup> )	Carga final (kN/m <sup>2</sup> )
L7	CCN	-6,25	-25,00	-43,75
L8	CCN	-6,25	-25,00	-43,75

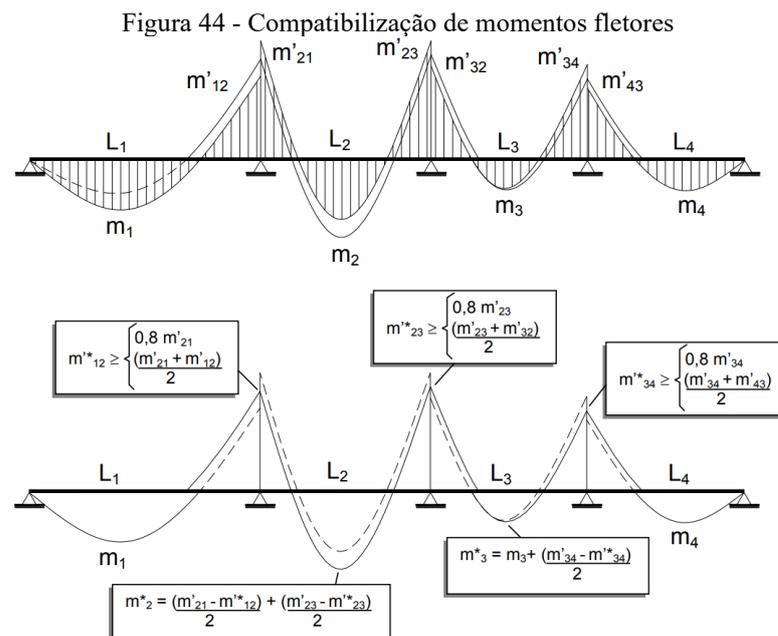
Fonte: Autora (2022)

### 3.3.5 Compatibilização dos momentos fletores

O processo de cálculo simplificado considera as lajes isoladas na determinação dos esforços internos e deslocamentos máximos. Para cada laje isolada são definidos valores de momentos máximos positivos e negativos.

Em lajes engastadas, são calculados os valores de momentos negativos no engaste e não são considerados no cálculo os esforços das lajes adjacentes. Por esse motivo, realizou-se a compatibilização dos momentos negativos no encontro das lajes engastadas.

Segundo Pinheiro (2010), o critério usual de compatibilização de momentos fletores negativos consiste em adotar o maior valor entre a média dos dois momentos e 80% do maior. Como consequência da compatibilização dos momentos negativos, torna-se necessário analisar os momentos positivos da mesma direção e corrigi-los. A correção foi efetuada quando o momento negativo da laje diminuiu após a compatibilização, somando-se ao valor do momento positivo a média das variações ocorridas nos momentos negativos.



Fonte: Pinheiro (2010).

### 3.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para a análise dos deslocamentos e momentos máximos pelo método dos elementos finitos, utilizou-se o *software* SAP200 V23, visto que é de fácil utilização e muito empregado por projetistas. As análises foram efetuadas considerando o concreto como um material elástico linear. Dentro do programa, é necessário realizar a modelagem da estrutura, discretizar os elementos e aplicar as condições de contorno e os carregamentos e combinações.

#### 3.4.1 Especificação da propriedade do material

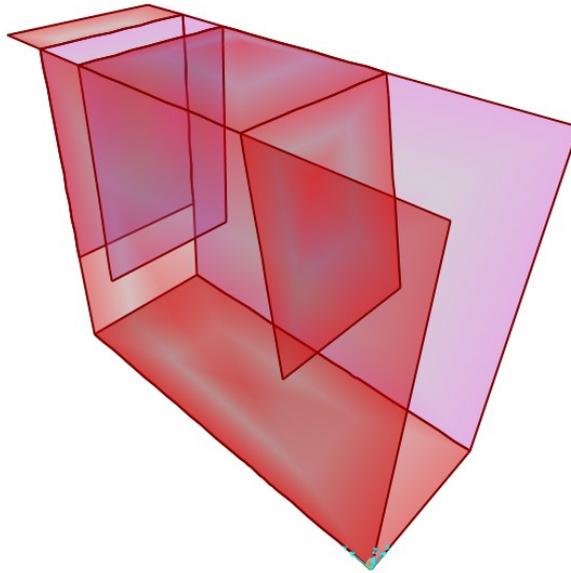
A especificação do material dentro do *software* aconteceu conforme os parâmetros do projeto item 3.2. Foi definido o material concreto e nele foram adotadas as seguintes propriedades:

- Resistência à compressão:  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
- Módulo de elasticidade secante:  $E_{CS} = 24455 \text{ MPa}$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,2$
- Peso específico:  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$

#### 3.4.2 Modelagem da estrutura

A estrutura da tomada d'água foi modelada com o elemento de casca (*shell*). Apesar do comportamento de membrana existente no elemento, os seus esforços axiais são desprezados por não influenciarem nos momentos. O modelo permite a aplicação de carregamentos por gravidade, carregamentos uniformemente distribuídos e carregamentos que tenham valores interpolados entre os definidos para cada nó.

Figura 45 - Geometria SAP2000

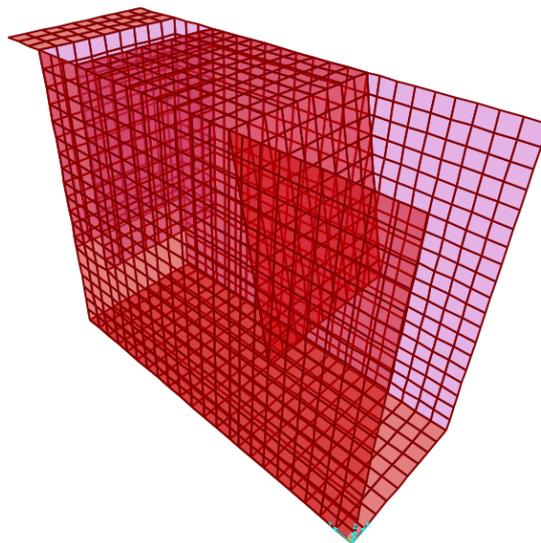


Fonte: Autora (2022).

### 3.4.3 Discretização do elemento

A geração da malha a partir da geometria do elemento é uma etapa importante para que o processamento ocorra de maneira correta. Nesse caso foram utilizados elementos quadrilaterais, devido a geometria simplificada da estrutura e por fornecer uma melhor precisão nos resultados.

Figura 46 - Malha



Fonte: Autora (2022)

#### 3.4.4 Condições de contorno

No que diz respeito a restrição vertical, como a estrutura está apoiada diretamente em solo rochoso, utilizou-se um apoio que restringia a movimentação vertical da estrutura em cada nó presente na base.

Como o contato concreto-rocha não apresenta resistência à tração, realizou-se a verificação da laje de fundo. Nas condições CCN, CCE e CCL2 não houve tensões de tração na base da estrutura. Entretanto, para o caso CCL1, apareceram reações de tração nos nós. Então, realizou-se a abertura manual dos nós onde apareciam tração, permitindo que a estrutura se deslocasse verticalmente nesses pontos. Para isso, utilizou-se *Model Alive* que, conforme o modelo era alterado, processava novamente a análise atualizando os valores de reação.

Quanto à restrição horizontal, como a análise de estabilidade global da estrutura já havia sido realizada, indicando que a estrutura é resistente ao deslizamento, foram inseridas restrições ao deslocamento nos dois eixos pertencentes ao plano horizontal na laje de fundo da estrutura.

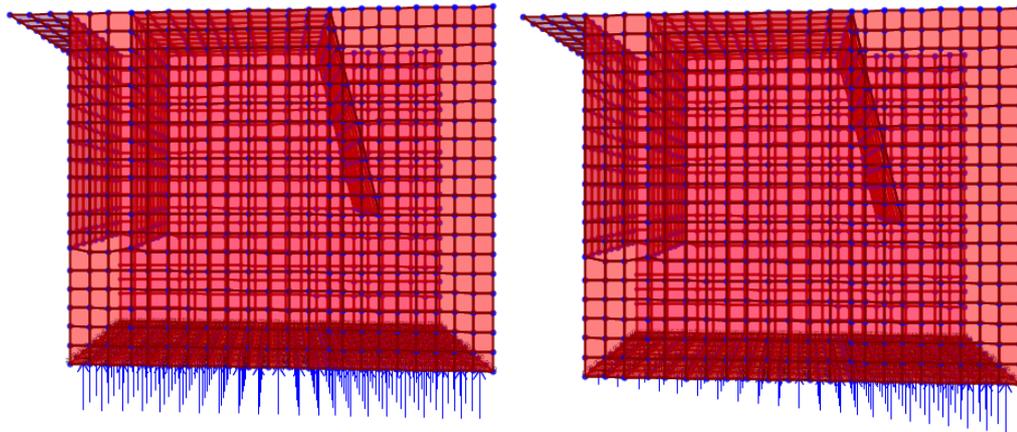
#### 3.4.5 Carregamentos e combinações

Foram criados 10 de carregamentos diferentes dentro do programa considerando todas as hipóteses e variações. As cargas atuantes na estrutura inseridas dentro do SAP200 para análise são as seguintes:

- Peso próprio (PP)
- Empuxo de terra nas laterais (ET)
- Empuxo de água no interior (EA)
  - N.A. máx. nor.
  - N. A. máx. max.
- Peso de água (PA)
  - N.A. máx. nor.
  - N. A. máx. max.
- Subpressão (SP)
  - N.A. máx. nor.
  - N. A. máx. max.
  - N. A. máx. max. (comporta fechada)
- Sobrecarga (SC)

Vale ressaltar, que a subpressão varia conforme o nível de água considerado e se a comporta está ou não aberta. A comporta fechada implica na ocorrência de um nível de água máximo maximorum a montante e um nível de água igual a zero a jusante, variando a linha piezométrica e formando um diagrama de subpressão é triangular. Portanto, modelou-se os três casos de subpressão, o carregamento uniforme para o N.A. normal, o carregamento uniforme para o N.A. máximo e o carregamento triangular para o N.A. máximo, referente a comporta fechada.

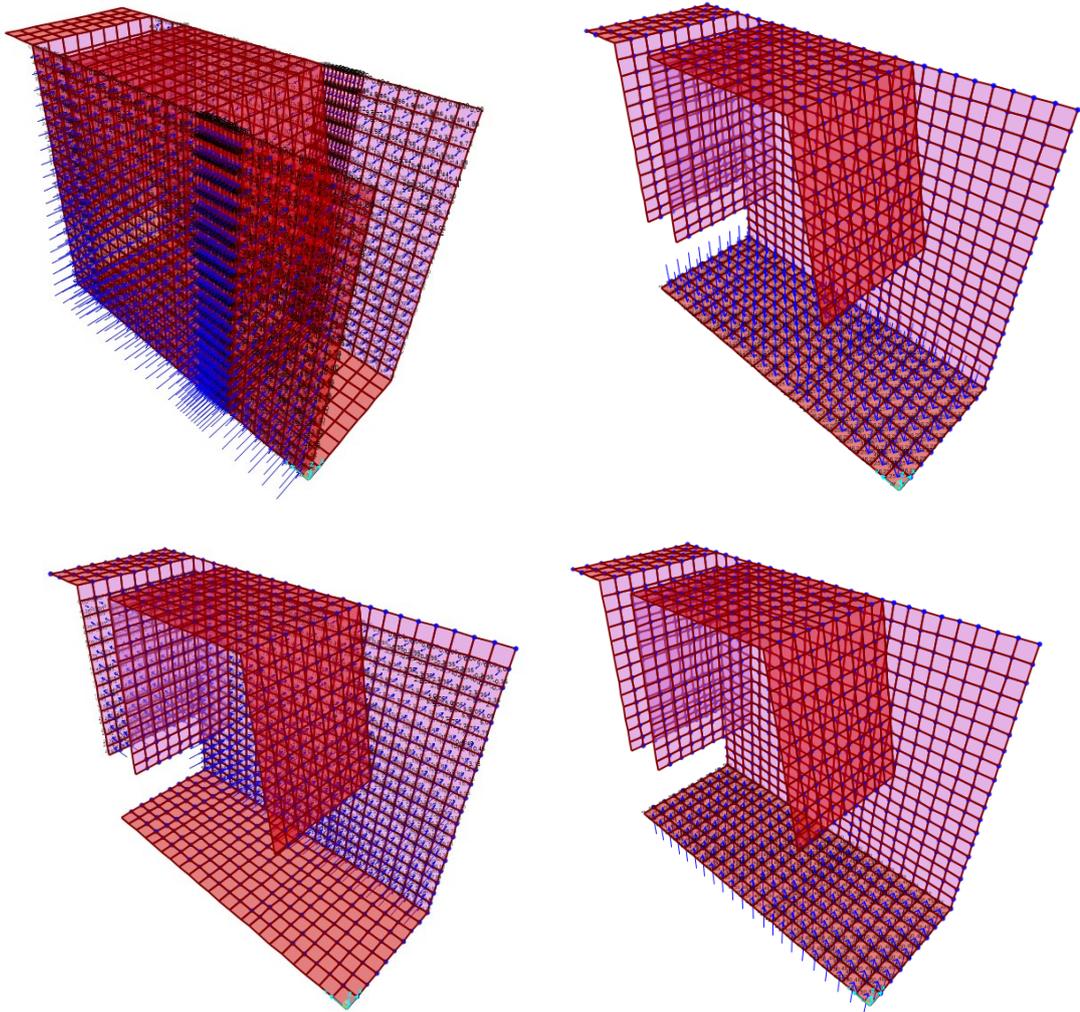
Figura 47 - Subpressão CCN, CCL1 e CCL2



Fonte: Autora (2022).

Todas as cargas foram aplicadas como pressão superficial, exceto o peso próprio que é considerado automaticamente pelo programa. A Figura 48 mostra os carregamentos aplicados: empuxo de terra nas laterais da tomada, peso de água, empuxo de água no interior e subpressão, sendo que os carregamentos apresentados são referentes ao nível de água máximo maximorum, exceto o empuxo de terra.

Figura 48 - Carregamentos – SAP2000



Fonte: Autora (2022)

Foram consideradas nas análises quatro combinações determinadas a partir das condições de carregamentos descritas no item 3.2, são elas:

- Combinação 1:

$CCN = 1,4 (PP + ET + EA \text{ N. A. normal} + PA \text{ N. A. normal} + 1,4. SP \text{ N. A. normal} + SC)$

- Combinação 2:

$CCE = 1,1 (PP + ET + EA \text{ N. A. max.} + PA \text{ N. A. max.} + SP \text{ N. A. max} + SC)$

- Combinação 3:

$CCL_1 = 1,1 (PP + ET + SP \text{ N. A. max (comporta fechada)} + SC)$

- Combinação 4:

$CCL_2 = 1,1 (PP + ET + EA \text{ N. A. max.} + PA \text{ N. A. max.} + SP \text{ N. A. max (comporta fechada)} + SC)$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste item se apresenta uma comparação entre os resultados obtidos pelo processo de cálculo simplificado, com a utilização de tabelas, e com o método dos elementos finitos, realizado no programa SAP2000, dando-se ênfase aos valores numéricos máximos de momentos fletores e deslocamentos. Mostra-se os valores isolados para cada laje e apenas para as condições críticas, com o intuito de comparação entre os procedimentos realizados.

### 4.1 PROCESSO DE CÁLCULO SIMPLIFICADO

Os resultados determinados após a compatibilização dos momentos fletores referentes ao primeiro processo de estudo estão demonstrados a seguir.

Os momentos fletores máximos positivos encontram-se na região do vão das lajes e são o  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_b$ . Os momentos máximos negativos estão na região dos engastes e são representados pelo  $X_x$ ,  $X_y$  e  $X_b$ . Nesse procedimento de cálculo, os momentos têm sentidos opostos.

Para a Laje 1, o resultado para as três condições críticas, CCE, CCL<sub>1</sub> e CCL<sub>2</sub> estão apresentadas na Tabela 9.

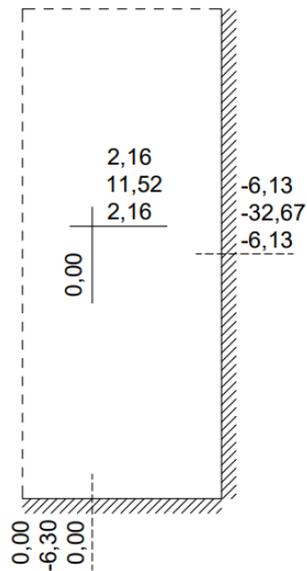
Tabela 9 - Momentos fletores Laje 1

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$ kN.m/m	$M_x$ kN.m/m	$X_{x2}$ kN.m/m	$X_{y1}$ kN.m/m	$M_y$ kN.m/m	$X_{y2}$ kN.m/m
Parede lateral	L1	CCE	0,00	2,16	-6,13	0,00	0,00	0,00
		CCL1	0,00	11,52	-32,67	0,00	0,00	-6,30
		CCL2	0,00	2,16	-6,13	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autora (2022)

Figura 49, foram representados os diferentes valores de momento para a Laje 1. Observa-se no resultado que nas bordas livres não existe momento negativo, por esse motivo eles não foram representados.

Figura 49 - Momento fletor Laje 1



Fonte: Autora (2022)

A Laje 2 tem os mesmos casos críticos que a laje 1. Apesar disso, devido a sua geometria e condições de vinculação, apresenta valores diferentes para o mesmo carregamento, conforme Tabela 10.

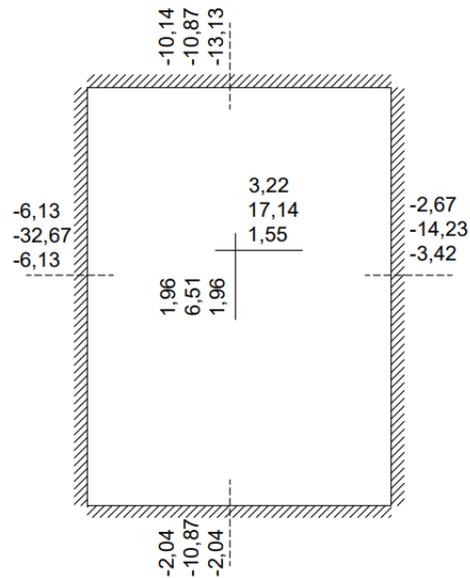
Tabela 10 - Momentos fletores Laje 2

Descrição	Elemento	Condição	Xx1 kN.m/m	Mx kN.m/m	Xx2 kN.m/m	Xy1 kN.m/m	My kN.m/m	Xy2 kN.m/m
Parede lateral	L2	CCE	-6,13	3,22	-2,67	-10,14	1,96	-2,04
		CCL1	-32,67	17,14	-14,23	-10,87	6,51	-10,87
		CCL2	-6,13	1,55	-3,42	-13,13	1,96	-2,04

Fonte: Autora (2022)

Como a Laje 2 é engastada em todos os lados, ela apresenta momento negativo em todas as bordas, conforme apresentado na Figura 50.

Figura 50 - Momentos fletores Laje 2



Fonte: Autora (2022)

Na Tabela 11 estão apresentados os valores de momento para a Laje 3. Como existe uma borda livre no elemento, determinou-se também o momento positivo e negativo próximo da borda livre apresentados na Tabela 12.

Tabela 11 - Momentos fletores Laje 3

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$ kN.m/m	$M_x$ kN.m/m	$X_{x2}$ kN.m/m	$X_{y1}$ kN.m/m	$M_y$ kN.m/m	$X_{y2}$ kN.m/m
Parede a montante (inclinada)	L3	CCN	-0,51	0,10	-0,51	-0,71	0,33	0,00

Fonte: Autora (2022)

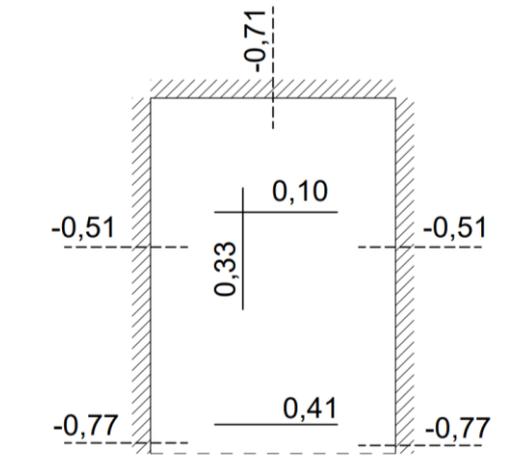
Tabela 12- Momentos da borda Laje 3

Descrição	Elemento	Condição	$X_{b1}$ kN.m/m	$M_b$ kN.m/m	$X_{b2}$ kN.m/m
Parede a montante (inclinada)	L3	CCN	-0,77	0,41	-0,77

Fonte: Autora (2022)

A Laje 3 apresenta três bordas engastadas e uma livre. Dessa forma, os momentos positivos e negativos e o momento referente a borda livre para a condição de carregamento normal estão apresentados na Figura 51.

Figura 51 - Momentos fletores Laje 3



Fonte: Autora (2022).

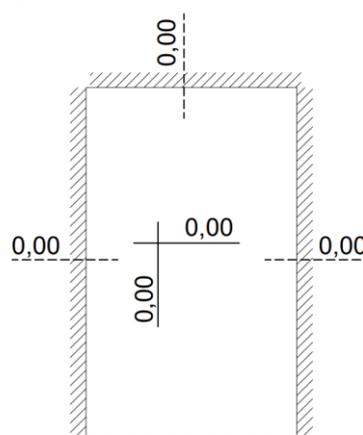
Como a Laje 4 não apresenta atuação de carregamento crítico, não existe valores de momento fletor atuando na estrutura ao se realizar o processo de cálculo por tabelas.

Tabela 13 - Momentos fletores Laje 4

Descrição	Elemento	Condição	Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede central	L4	CCN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autora (2022)

Figura 52 - Momentos fletores Laje 4



Fonte: Autora (2022)

Os resultados da laje 5 para a condição limite 2 estão apresentados na Tabela 14. Vale ressaltar, também, que ela possui uma borda livre e, portanto, apresenta um momento de borda conforme a Tabela 15.

Tabela 14 - Momentos fletores Laje 5

Descrição	Elemento	Condição	Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede a jusante	L5	CCN	-3,42	0,71	-3,42	-9,25	2,37	0,00

Fonte: Autora (2022).

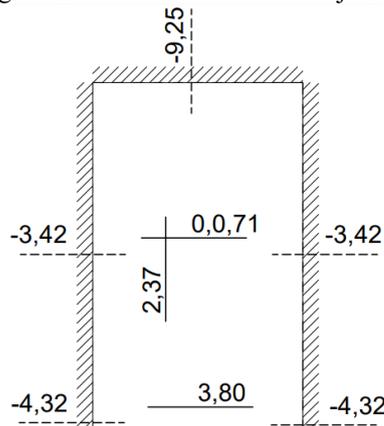
Tabela 15 - Momentos da borda Laje 5

Descrição	Elemento	Condição	Xb1	Mb	Xb2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede a jusante	L5	CCN	-4,32	3,80	-4,32

Fonte: Autora (2022).

Os resultados da Laje 5 estão apresentados na Figura 53.

Figura 53 - Momentos fletores Laje 5



Fonte: Autora (2022)

A Laje 6 apresenta valores de momento apenas para a direção principal e teve apenas a condição de carregamento limite 1 determinada, conforme mostrado na Tabela 16.

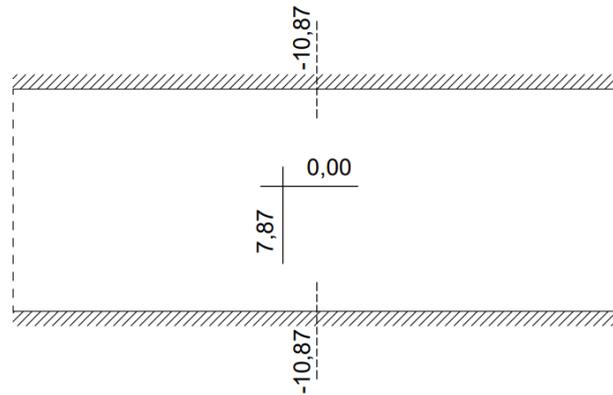
Tabela 16 - Momentos fletores Laje 6

Descrição	Elemento	Condição	Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Laje de fundo	L6	CCN	-10,87	7,87	-10,87	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autora (2022)

Devido ao  $l_x$  ser sempre o menor vão, no caso da Laje 6 a direção x é vertical apresentada na Figura 54.

Figura 54 - Momentos fletores Laje 6



Fonte: Autora (2022)

A Laje 7, engastada em todos os lados, teve seus momentos calculados apenas para a condição normal, conforme apresentado na Tabela 17.

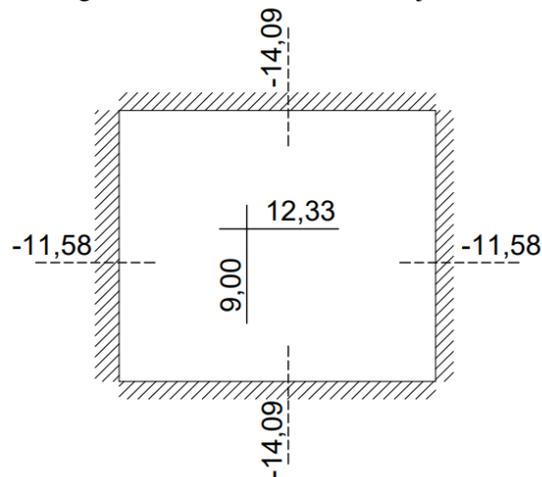
Tabela 17 - Momentos fletores Laje 7

Descrição	Elemento	Condição	Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Laje superior	L7	CCN	-14,09	9,00	-14,09	-11,58	12,33	-11,58

Fonte: Autora (2022)

Semelhante a Laje 6, o eixo x é vertical devido ao menor comprimento referente ao  $l_x$ .

Figura 55 - Momentos fletores Laje 7



Fonte: Autora (2022)

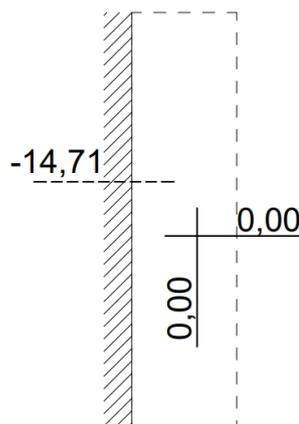
A Laje 8, trata de uma laje em balanço, portanto o único momento calculado é o negativo relativo ao engaste, apresentado na Tabela 18.

Tabela 18 - Momentos fletores Laje 8

Descrição	Elemento	Condição	Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Laje em balanço	L8	CCN	-14,71	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autora (2022)

Figura 56 - Momentos fletores Laje 8



Fonte: Autora (2022)

#### 4.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

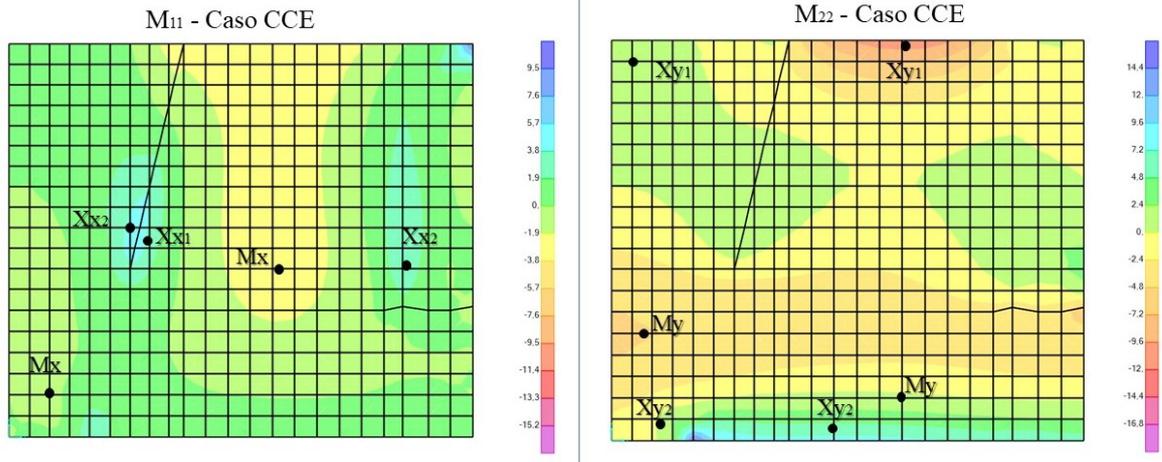
A análise dos esforços gerados pelo método dos elementos finitos pôde ser realizada após o processamento do programa. A visualização dos resultados permite uma análise através de uma escala de cores, permitindo verificar as variações dos valores ao longo do elemento analisado.

Visando uma melhor comparação entre os métodos, os resultados apresentados a seguir, para cada elemento de laje, foram retirados das condições críticas determinadas no processo de cálculo por tabelas, a fim de comparar os esforços dessas condições.

A seguir serão apresentadas as distribuições dos momentos nas lajes da tomada d'água nas duas direções para o caso CCE, CCL1 e CCL2.

Para o caso CCE, realizou-se a análise dos valores máximos resultante no programa para as Lajes 1 e 2. A Figura 57 apresenta os locais de onde foram retirados os valores máximos, sendo que, na parte esquerda eles são referentes à Laje 1 e na parte direita à Laje 2.

Figura 57 -  $M_{11}$  e  $M_{22}$  - CCE



Fonte: Autora (2022).

Nesse caso, o  $M_{11}$  diz respeito aos momentos no eixo horizontal,  $M_x$  e  $X_x$ , e o  $M_{22}$  diz respeito ao eixo vertical,  $M_y$  e  $X_y$ . Todos os valores estão apresentados na Tabela 19.

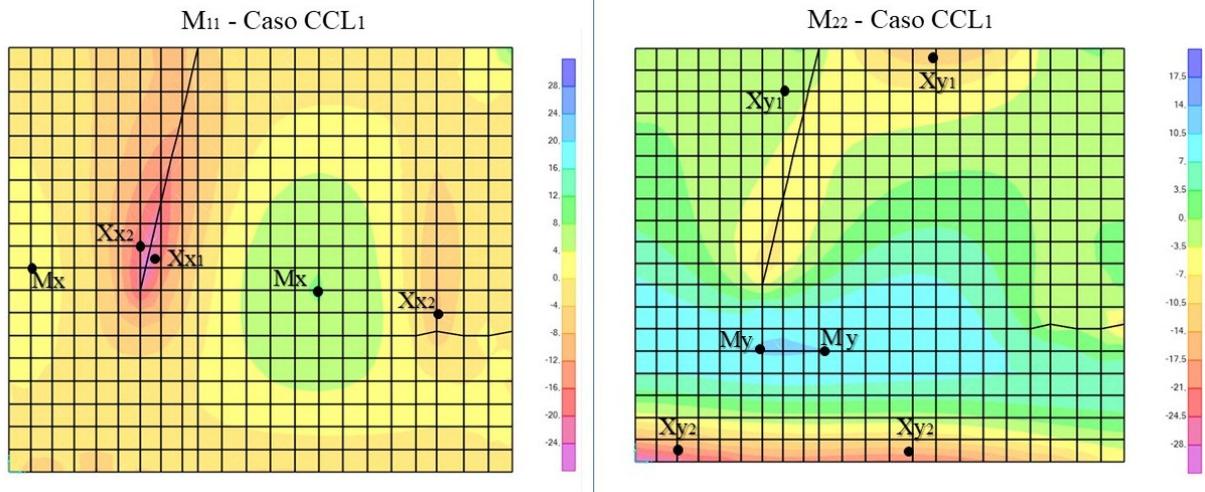
Tabela 19 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCE

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede lateral	L1	CCE	0,00	0,44	-4,33	-0,44	5,00	-2,00
	L2		-4,05	2,70	-3,96	-9,70	0,00	6,20

Fonte: Autora (2022)

A Figura 58 se refere ao caso CCL1, semelhante ao caso anterior por se tratar das paredes laterais da tomada d'água. Dessa forma, a análise dos momentos máximos ocorreu na região esquerda para a Laje 1 e na direita para a Laje 2.

Figura 58 -  $M_{11}$  e  $M_{22}$  - CCL1



Fonte: Autora (2022).

Observa-se que neste caso não existe água no interior da estrutura, apenas o empuxo de terra na parte externa. Com isso, o carregamento só em um dos lados faz com que os valores de momento sejam maiores que no caso anterior, conforme apresentados na Tabela 20.

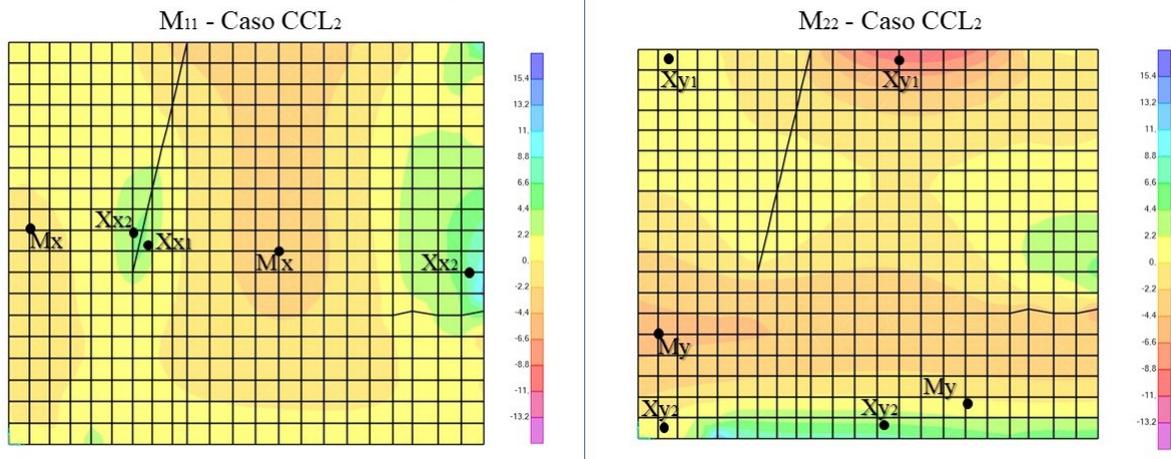
Tabela 20 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCL1

Descrição	Elemento	Condição	Xx1 kN.m/m	M <sub>x</sub> kN.m/m	Xx2 kN.m/m	Xy1 kN.m/m	M <sub>y</sub> kN.m/m	Xy2 kN.m/m
Parede lateral	L1	CCL1	0,00	0,99	-21,10	-2,00	10,80	-21,05
	L2		-21,30	8,13	-19,00	-11,80	10,50	-17,00

Fonte: Autora (2022)

A última condição analisada para as Lajes 1 e 2 é a CCL2. Na Figura 59 estão exibidos os locais no qual os valores foram retirados.

Figura 59 - M11 e M22 - CCL2



Fonte: Autora (2022)

Para as paredes os carregamentos aplicados para o CCL2 são semelhantes aos aplicados no CCE. Assim, verifica-se a semelhança nos valores apresentados. Para o caso CCL2 os resultados estão na Tabela 21.

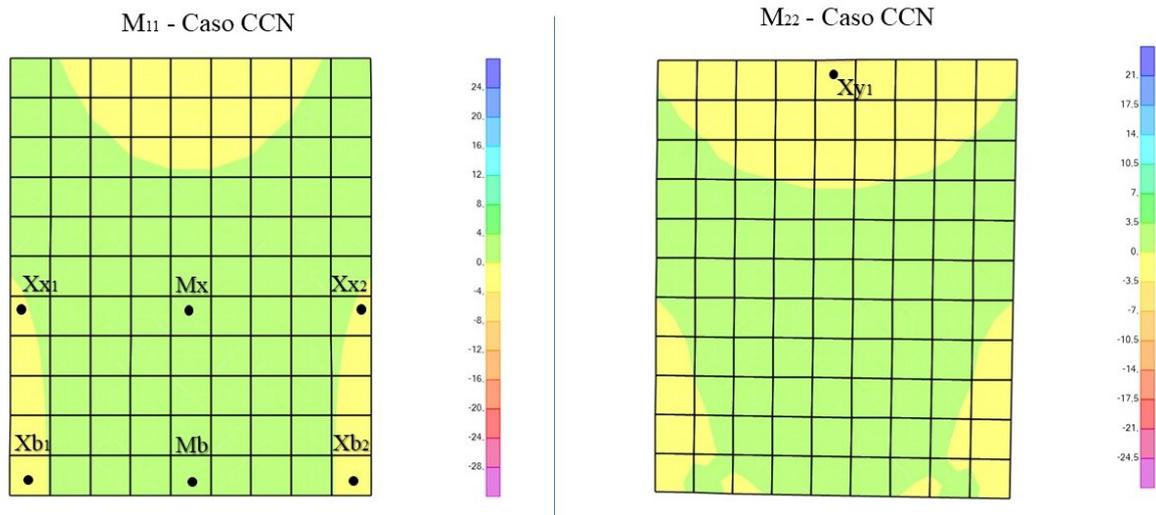
Tabela 21 - Momentos fletores Laje 1 e 2 - CCL2

Descrição	Elemento	Condição	Xx1 kN.m/m	M <sub>x</sub> kN.m/m	Xx2 kN.m/m	Xy1 kN.m/m	M <sub>y</sub> kN.m/m	Xy2 kN.m/m
Parede lateral	L1	CCL2	0,00	0,22	-4,15	-0,32	4,70	-2,31
	L2		-3,90	2,92	-5,90	-8,90	0,00	5,10

Fonte: Autora (2022)

Para a Laje 3 a condição de carregamento analisada foi apenas o caso CCN. Além disso, por se tratar de uma laje com borda livre na extremidade inferior, foi necessário determinar também os momentos próximos da borda livre. A Figura 60 mostra os pontos no qual os valores de momento foram retirados.

Figura 60 -  $M_{11}$  e  $M_{22}$  – Laje 3



Fonte: Autora (2022)

Nesse caso, o  $M_{11}$  diz respeito aos momentos no eixo horizontal,  $M_x$ ,  $X_x$  e  $M_b$ , e o  $M_{22}$  diz respeito ao eixo vertical,  $X_y$ . Os valores de momento fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 22. Já os momentos de borda  $M_b$  e  $X_b$  estão apresentados na Tabela 23.

Tabela 22 - Momentos fletores Laje 3 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$ kN.m/m	$M_x$ kN.m/m	$X_{x2}$ kN.m/m	$X_{y1}$ kN.m/m	$M_y$ kN.m/m	$X_{y2}$ kN.m/m
Parede a montante (inclinada)	L3	CCN	-0,10	0,70	-0,10	-3,20	0,00	0,00

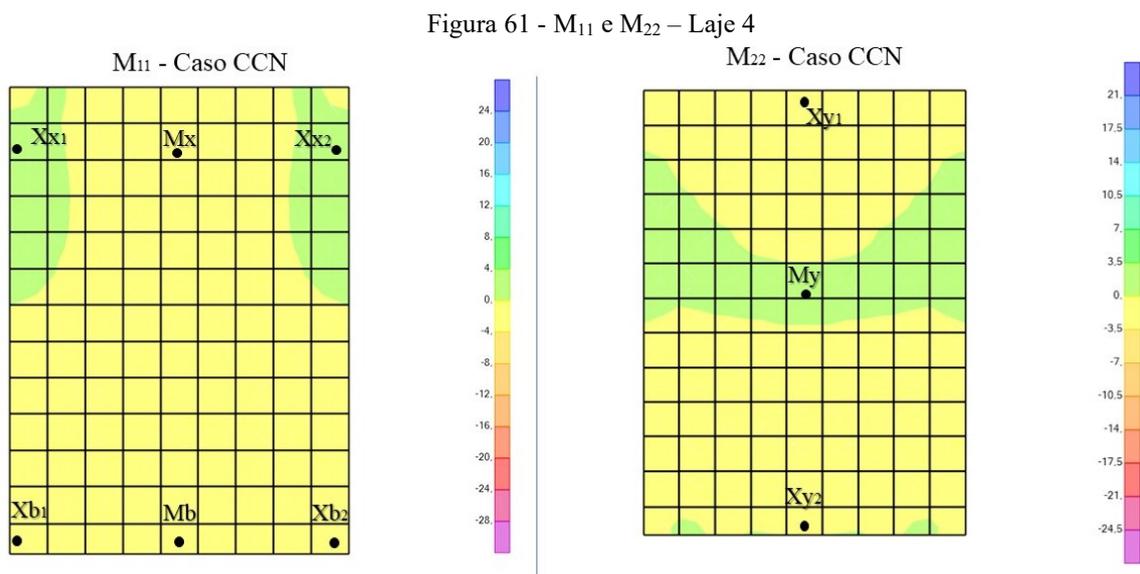
Fonte: Autora (2022)

Tabela 23 - Momentos fletores de borda Laje 3 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{b1}$ kN.m/m	$M_b$ kN.m/m	$X_{b2}$ kN.m/m
Parede a montante (inclinada)	L3	CCN	-0,40	1,00	-0,40

Fonte: Autora (2022)

A Laje 4 se difere das demais por não possuir carga final que atue de forma direta sobre o elemento. Nesse sentido, o método dos elementos finitos permite analisa-lo de forma integrada à estrutura, demonstrando a influência dos esforços nos elementos adjacentes, que são transferidos à Laje 4 devido suas condições de vinculação. Na Figura 61 estão assinalados os pontos em que os valores de momento foram determinados.



Fonte: Autora (2022).

Os valores de momentos fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 24. Já os momentos de borda  $M_b$  e  $X_b$  estão apresentados na Tabela 25.

Tabela 24 - Momentos fletores Laje 4 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$ kN.m/m	$M_x$ kN.m/m	$X_{x2}$ kN.m/m	$X_{y1}$ kN.m/m	$M_y$ kN.m/m	$X_{y2}$ kN.m/m
Parede central	L4	CCN	-1,15	0,60	-1,15	-2,40	0,20	-0,10

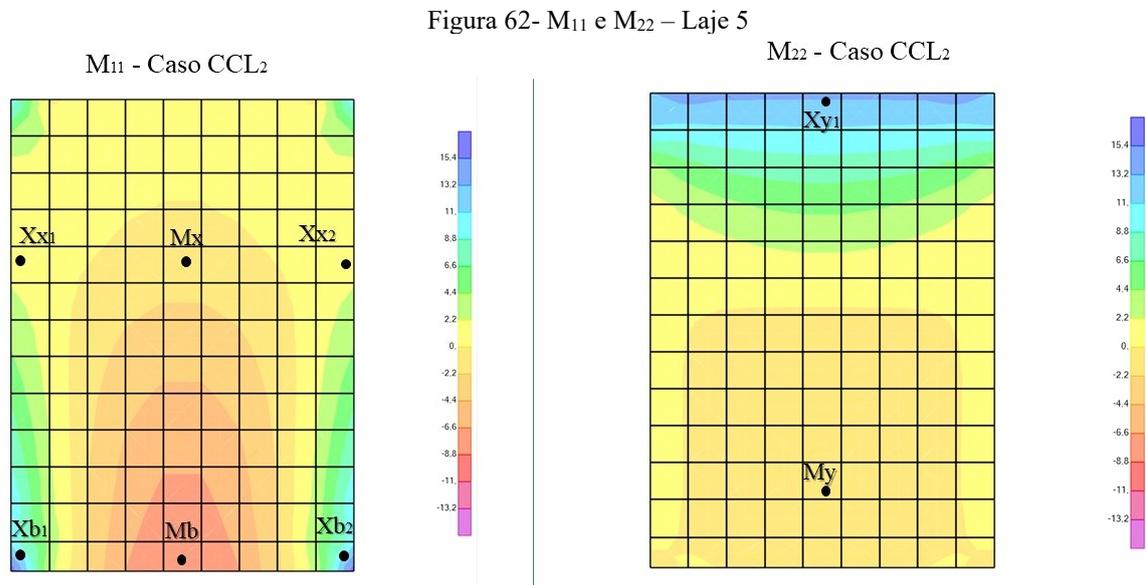
Fonte: Autora (2022)

Tabela 25 - Momentos fletores de borda Laje 4 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{b1}$ kN.m/m	$M_b$ kN.m/m	$X_{b2}$ kN.m/m
Parede central	L4	CCN	-0,40	-0,50	0,40

Fonte: Autora (2022)

A Laje 5 é semelhante as duas anteriores devido a também possuir uma borda livre, e assim, um momento de borda. A análise foi realizada apenas para o caso crítico CCL2. A Figura 60 mostra os pontos no qual os valores de momento foram retirados.



Fonte: Autora (2022)

Os valores de momentos fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 24. Já os momentos de borda  $M_b$  e  $X_b$  estão apresentados na Tabela 25.

Tabela 26- Momentos fletores Laje 5 - CCL<sub>2</sub>

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede a jusante	L5	CCL <sub>2</sub>	1,25	-1,30	1,25	-13,40	2,15	0,00

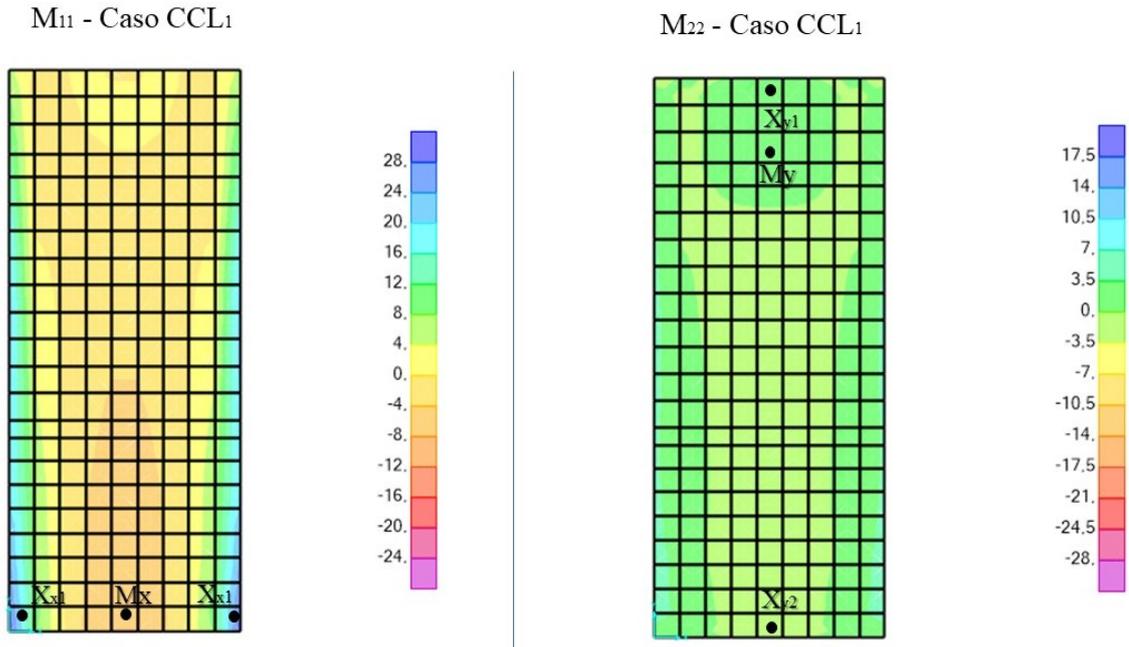
Fonte: Autora (2022)

Tabela 27- Momentos fletores de borda Laje 5 - CCL<sub>2</sub>

Descrição	Elemento	Condição	$X_{b1}$	$M_b$	$X_{b2}$
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Parede a jusante	L5	CCL <sub>2</sub>	-12,10	8,40	-12,10

Fonte: Autora (2022)

A Laje 6 é a laje de fundo da estrutura, ela sofre com a atuação da subpressão, principalmente no caso CCL1, no qual não existe um peso de água na direção contrária. Devido a isso, o caso crítico analisado foi o CCL1. A Figura 63 mostra os pontos no qual os valores de momento foram retirados.

Figura 63-  $M_{11}$  e  $M_{22}$  – Laje 6

Fonte: Autora (2022)

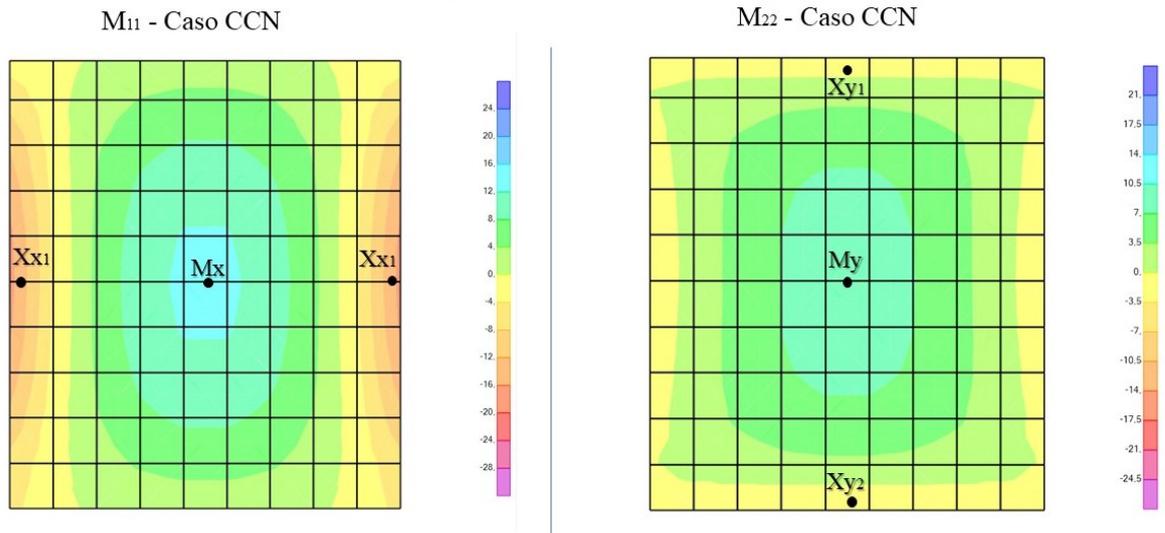
Os valores de momentos fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 28.

Tabela 28- Momentos fletores de borda Laje 6 - CCL<sub>1</sub>

Descrição	Elemento	Condição	X <sub>x1</sub> kN.m/m	M <sub>x</sub> kN.m/m	X <sub>x2</sub> kN.m/m	X <sub>y1</sub> kN.m/m	M <sub>y</sub> kN.m/m	X <sub>y2</sub> kN.m/m
Laje de fundo	L6	CCL <sub>1</sub>	-22,70	7,66	-22,70	-0,12	0,57	-0,12

Fonte: Autora (2022)

Na Laje 7 é atuam a sobrecarga e o peso próprio, e apenas o caso CCN foi determinado. A Figura 64 mostra os pontos no qual os valores de momento foram retirados.

Figura 64-  $M_{11}$  e  $M_{22}$  - Laje 7

Fonte: Autora (2022)

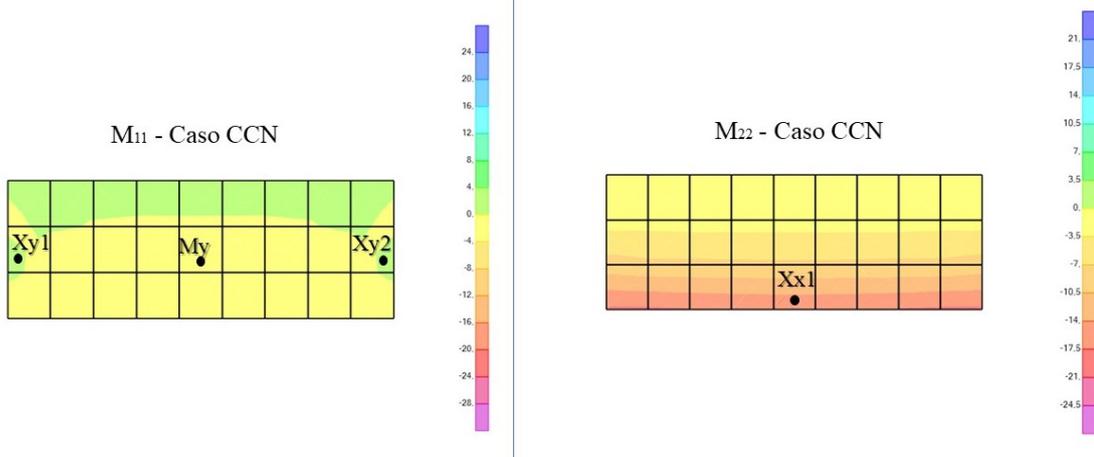
Como a Laje 7 tem todos os lados engastados, ela não apresenta nenhuma borda livre e conseqüentemente momento de borda. Os valores de momentos fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 29.

Tabela 29 - Momentos fletores Laje 7 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$ kN.m/m	$M_x$ kN.m/m	$X_{x2}$ kN.m/m	$X_{y1}$ kN.m/m	$M_y$ kN.m/m	$X_{y2}$ kN.m/m
Laje superior	L7	CCN	-14,44	12,81	-14,44	-2,59	8,38	-2,96

Fonte: Autora (2022)

Na Laje 8 atuam os mesmos carregamentos que na Laje 7, entretanto ela é uma laje em balanço, engastada em um dos lados e livre nos outros. Na Figura 65 estão apresentados os pontos em que os valores de momento foram determinados.

Figura 65 -  $M_{11}$  e  $M_{22}$  – Laje 8

Fonte: Autora (2022)

Os valores de momentos fletores  $M_x$  e  $X_x$  determinados estão apresentados na Tabela 30.

Tabela 30 - Momentos fletores Laje 8 - CCN

Descrição	Elemento	Condição	$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
			kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m	kN.m/m
Laje superior (balanço)	L8	CCN	-14,90	0,00	0,00	-0,40	1,04	-0,40

Fonte: Autora (2022)

#### 4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Este item tem por objetivo comparar e analisar os resultados obtidos pelo processo de cálculo e pelo método dos elementos finitos apresentados nos itens 4.1 e 4.2. Para isso, optou-se por analisar separadamente cada laje para os casos críticos determinados inicialmente no processo de cálculo simplificado e, também, utilizados na determinação dos momentos gerados a partir do *software* SAP2000.

Com o intuito de comparar as diferenças entre os resultados apresentados nas tabelas, elaboraram-se gráficos de barra mostrando os valores de momentos positivos, negativos e de borda para cada eixo e que foram obtidos em cada elemento de laje.

### 4.3.1 Laje 1

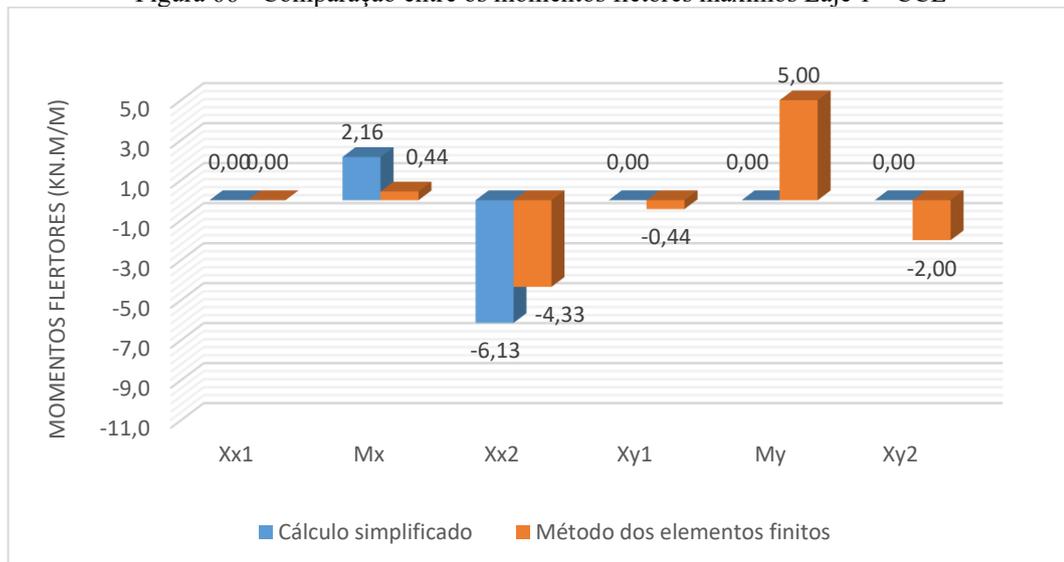
Inicialmente analisaram-se os resultados referentes a Laje 1. Nesse caso, houve três condições críticas que estão apresentadas na Tabela 31, Tabela 32 e Tabela 33, e nos gráficos da Figura 66, Figura 67, e Figura 68.

- CCE

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	0,00	2,16	-6,13	0,00	0,00	0,00
MEF	kN.m/m	0,00	0,44	-4,33	-0,44	5,00	-2,00

Fonte: Autora (2022)

Figura 66 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCE



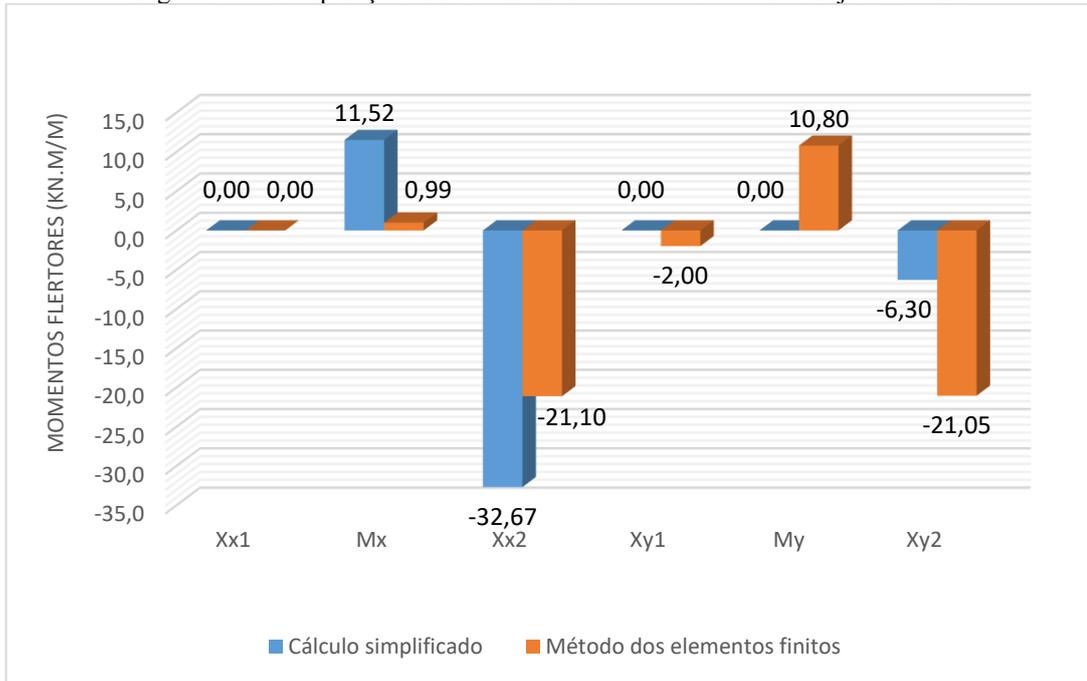
Fonte: Autora (2022)

- CCL1

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	0,00	11,52	-32,67	0,00	0,00	-6,30
MEF	kN.m/m	0,00	0,99	-21,10	-2,00	10,80	-21,05

Fonte: Autora (2022).

Figura 67 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCL1



Fonte: Autora (2022)

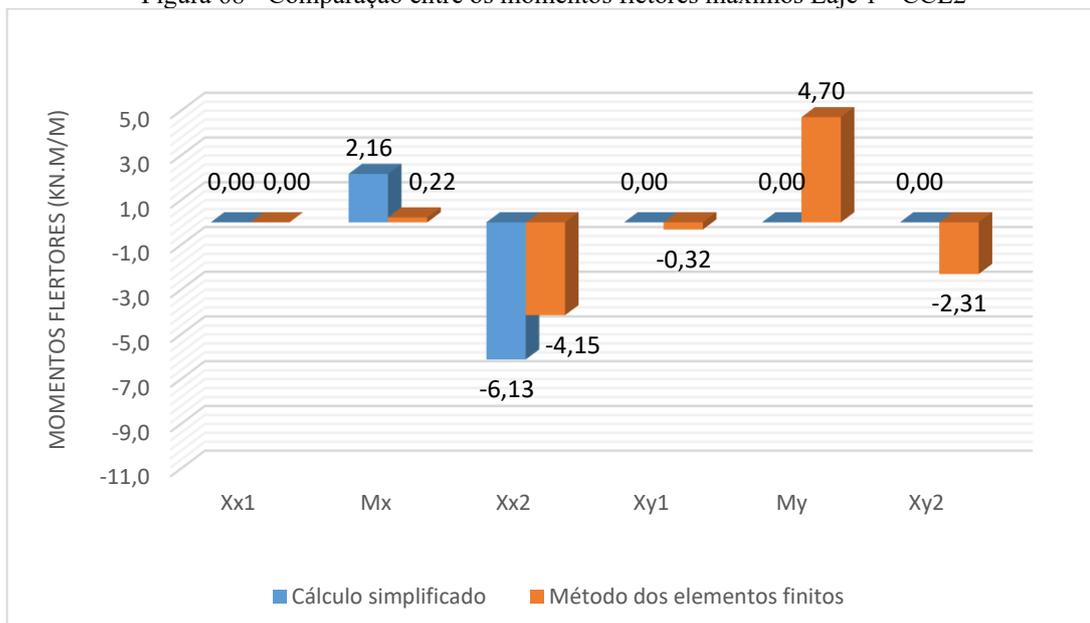
- CCL2

Tabela 33 - Comparação Laje 1 - CCL2

		X <sub>x1</sub>	M <sub>x</sub>	X <sub>x2</sub>	X <sub>y1</sub>	M <sub>y</sub>	X <sub>y2</sub>
Cálculo simplificado	kN.m/m	0,00	2,16	-6,13	0,00	0,00	0,00
MEF	kN.m/m	0,00	0,22	-4,15	-0,32	4,70	-2,31

Fonte: Autora (2022).

Figura 68 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 1 - CCL2



Fonte: Autora (2022)

Os resultados demonstram que, para o caso CCL1, os valores dos dois procedimentos ficaram mais próximos em comparação ao CCE e CCL2. No caso CCL1, a menor diferença ocorreu no  $X_{y1}$ , e foi de 2 kN.m/m, e a maior ocorreu no  $X_{y2}$ , e foi de 14,75 kN.m/m.

Já para os outros dois casos, observou-se que eles têm valores iguais no cálculo por tabelas e muito próximos pelo SAP. Em ambos os casos, a maior diferença ocorreu para o  $M_y$ , sendo 5,00 kN.m/m para o CCE e 4,70 kN.m/m para o CCL2. A menor diferença ocorreu para o  $X_{y1}$ , sendo 0,44 kN.m/m para o CCE e 0,32 kN.m/m para o CCL2.

Para os momentos na direção x, os valores maiores ocorreram no cálculo simplificado, demonstrando serem mais conservadores. Entretanto, devido à geometria da laje, a determinação dos momentos pelo processo de cálculo simplificado ocorreu apenas para a direção principal (direção x), enquanto os valores de momento para a direção secundária (direção y), são zerados. Assim, para a direção y, houve apenas valores de momentos no método dos elementos finitos.

Vale ressaltar, que para esse elemento foram realizadas simplificações nos carregamentos, como também, na geometria da laje considerada, em que a parede lateral da tomada d'água foi discretizada em duas lajes e, por isso, ocorreram as diferenças entre os resultados.

### 4.3.1 Laje 2

Para a Laje 2, também foram analisadas as três condições críticas já determinadas e estão apresentadas na Tabela 34, Tabela 35 e Tabela 36, e nos gráficos da Figura 69, Figura 70 e Figura 71.

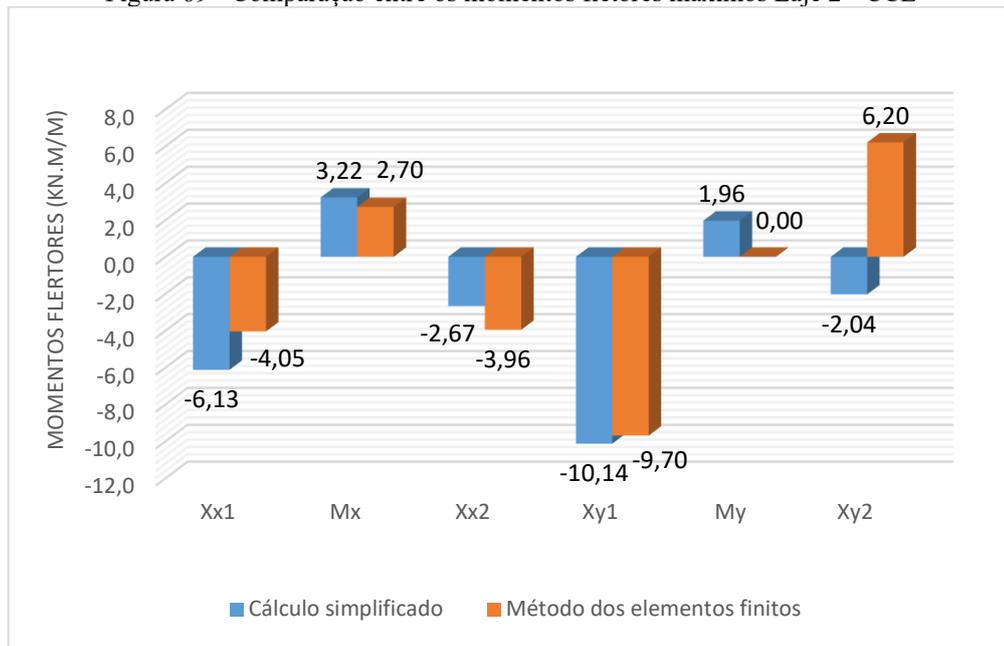
- CCE

Tabela 34 - Comparação Laje 2 - CCE

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-6,13	3,22	-2,67	-10,14	1,96	-2,04
MEF	kN.m/m	-4,05	2,70	-3,96	-9,70	0,00	6,20

Fonte: Autora (2022)

Figura 69 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCE



Fonte: Autora (2022)

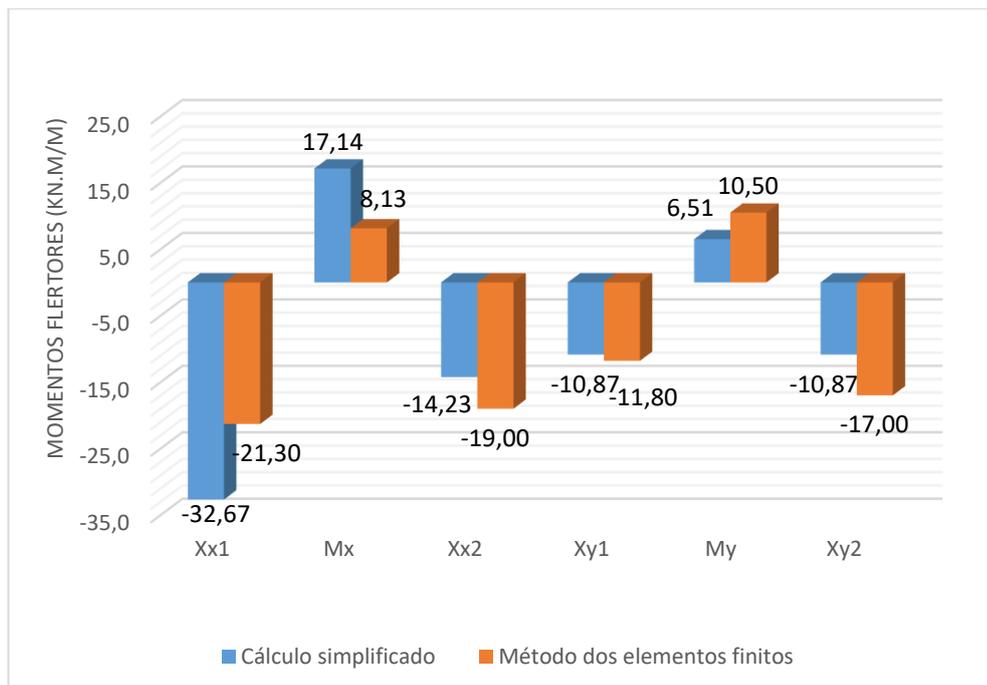
- CCL1

Tabela 35 - Comparação Laje 2 - CCL1

		Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
Cálculo simplificado	kN.m/m	-32,67	17,14	-14,23	-10,87	6,51	-10,87
MEF	kN.m/m	-21,30	0,99	-19,00	-11,80	10,50	-17,00

Fonte: Autora (2022)

Figura 70 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCL1



Fonte: Autora (2022)

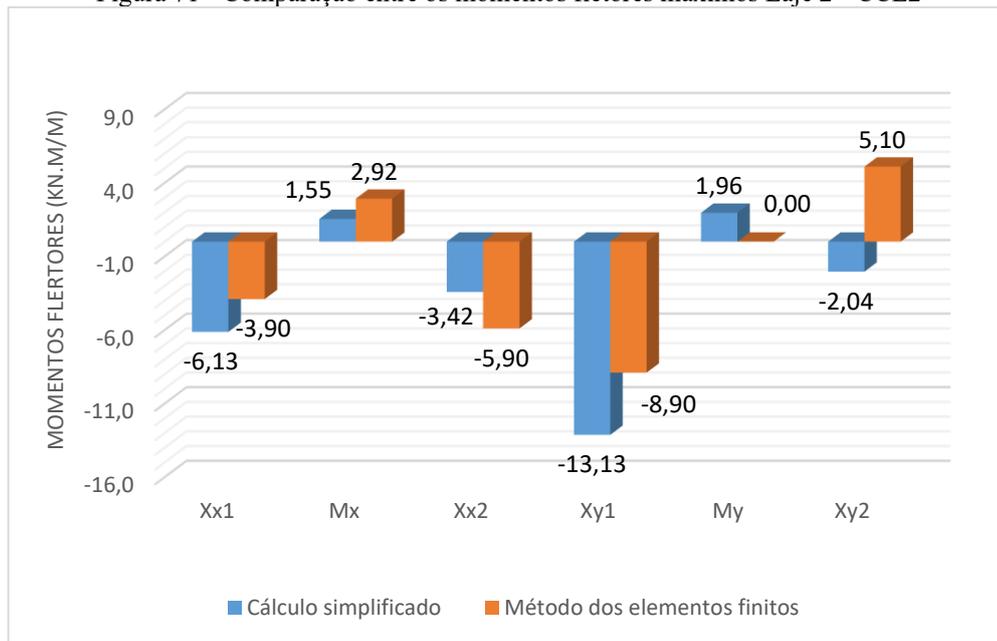
- CCL2

Tabela 36 - Comparação Laje 2 - CCL2

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-6,13	1,55	-3,42	-13,13	1,96	-2,04
MEF	kN.m/m	-3,90	2,92	-5,90	-8,90	0,00	5,10

Fonte: Autora (2022)

Figura 71 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 2 - CCL2



Fonte: Autora (2022)

Os resultados apresentados demonstram que as maiores diferenças ocorreram para o CCL1, em específico o máximo aconteceu em relação ao momento positivo,  $M_x$ , e é de 9,01 kN.m/m. Essa disparidade pode estar relacionada com a consideração feita na geometria da laje, que no cálculo simplificado se utilizou um valor médio de vão, pois o apoio inclinado faz com que haja mudanças no vão da Laje 2 na direção x. No MEF não existe essa simplificação, pois a modelagem é realizada com a geometria do projeto.

No caso CCE, a menor diferença ocorreu no  $X_{y1}$ , e foi de 0,44 kN.m/m e a maior ocorreu no  $X_{y2}$ , e foi de 8,24 kN.m/m. E em relação ao CCL2, a menor diferença ocorreu no  $M_x$ , e foi de 1,37 kN.m/m e a maior ocorreu no  $X_{y2}$ , e foi de 7,14 kN.m/m.

É importante salientar que o modelo de análise no cálculo simplificado contribuiu para a discrepância entre os valores, principalmente por haver simplificações relacionadas à geometria da laje e aos carregamentos, além de analisar os elementos isolados, não levando em consideração a estrutura.

### 4.3.2 Laje 3

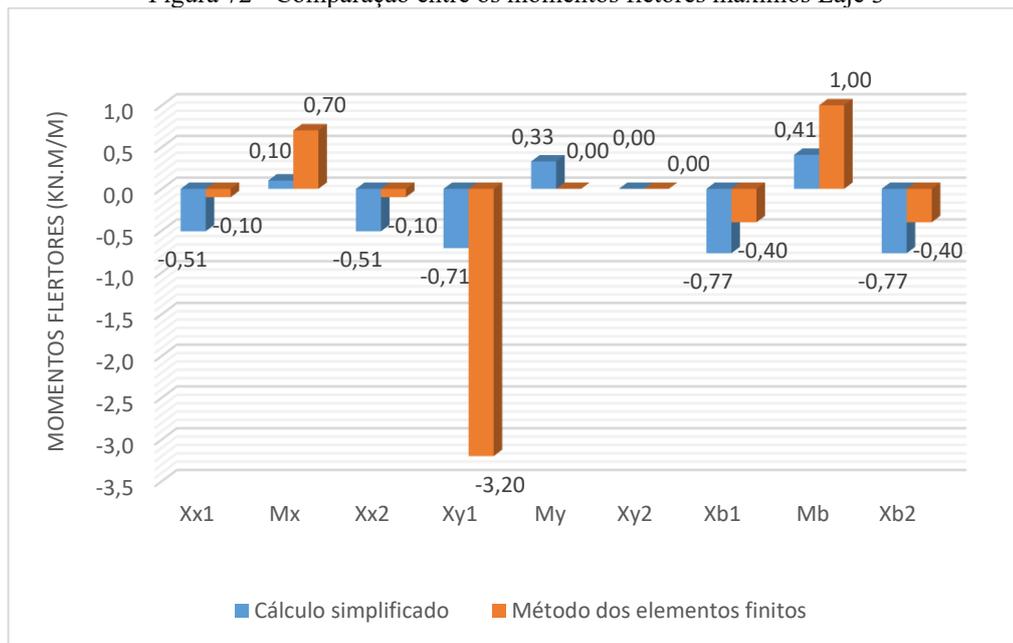
Para a Laje 3, apenas uma condição crítica foi analisada, CCN, os valores estão apresentados na Tabela 37.

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$	$X_{b1}$	$M_b$	$X_{b2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-0,51	0,10	-0,51	-0,71	0,33	0,00	-0,77	0,41	-0,77
MEF	kN.m/m	-0,10	0,70	-0,10	-3,20	0,00	0,00	-0,40	1,00	-0,40

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 72 está apresentado um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 72 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 3



Fonte: Autora (2022)

Os resultados apresentados demonstram que houve divergências entre os valores, sendo que a maior diferença ocorre para o  $X_{y1}$ , de 2,49 kN.m/m. Apesar disso, a maioria dos valores se encontra dentro de uma faixa de 1 kN.m/m para cima ou para baixo, exceto onde ocorre a maior diferença,  $X_{y1}$ .

Vale evidenciar que na Laje 3, apenas o peso próprio atua, sendo, um carregamento uniforme sem simplificação de carga. As divergências entre os valores ocorreram pelo modelo

integrado de análise por elementos finitos obter uma melhor redistribuição dos esforços comparados a compatibilização realizada no cálculo simplificado.

### 4.3.3 Laje 4

Para a Laje 4, apenas uma condição crítica foi analisada, CCN, os valores estão apresentados na Tabela 38.

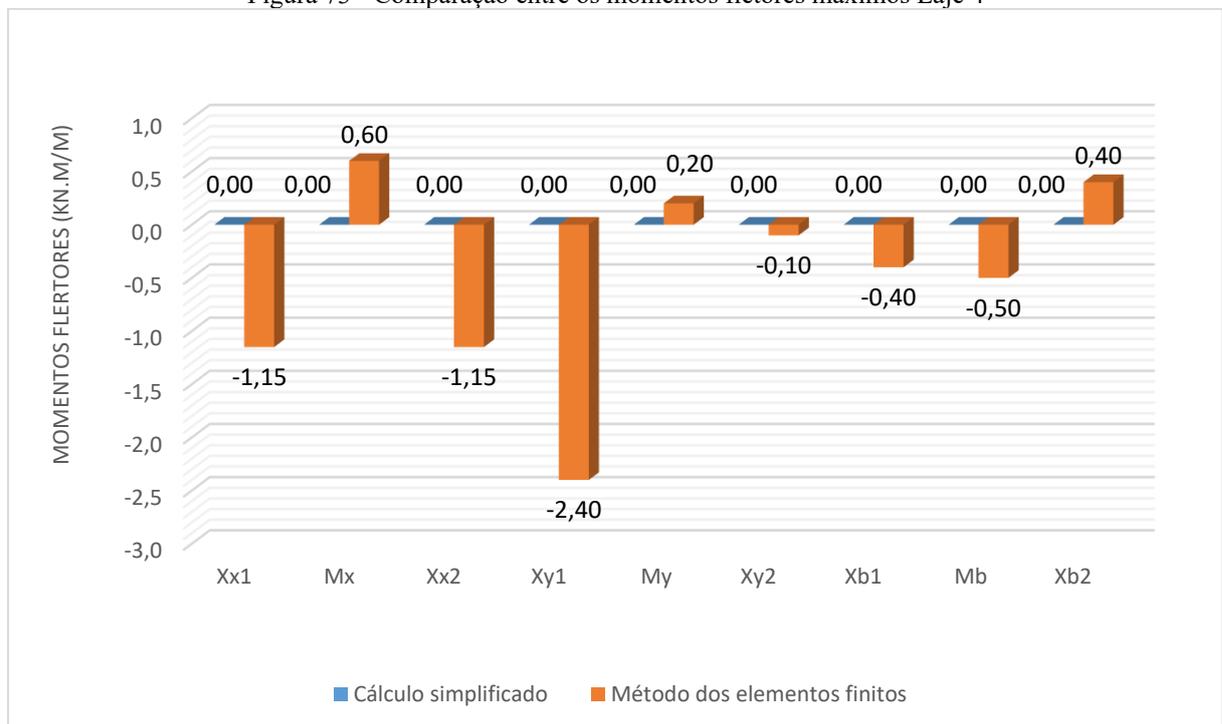
Tabela 38 - Comparação Laje 4

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$	$X_{b1}$	$M_b$	$X_{b2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MEF	kN.m/m	-1,15	0,60	-1,15	-2,40	0,20	-0,10	-0,40	-0,50	0,40

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 73 está apresentado um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 73 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 4



Fonte: Autora (2022)

Como não há cargas aplicadas na Laje 4, não existem valores de momento provenientes do cálculo por tabelas. Já no método dos elementos finitos, foi possível analisar o

elemento de maneira integrada a estrutura, gerando valores de momento provenientes dos esforços em elementos adjacentes.

Os resultados apresentados demonstram que a maior diferença ocorreu para o  $X_{y1}$ , no valor de 2,40 kN.m/m e a menor diferença ocorreu para o  $M_y$ , no valor de 0,10 kN.m/m.

#### 4.3.4 Laje 5

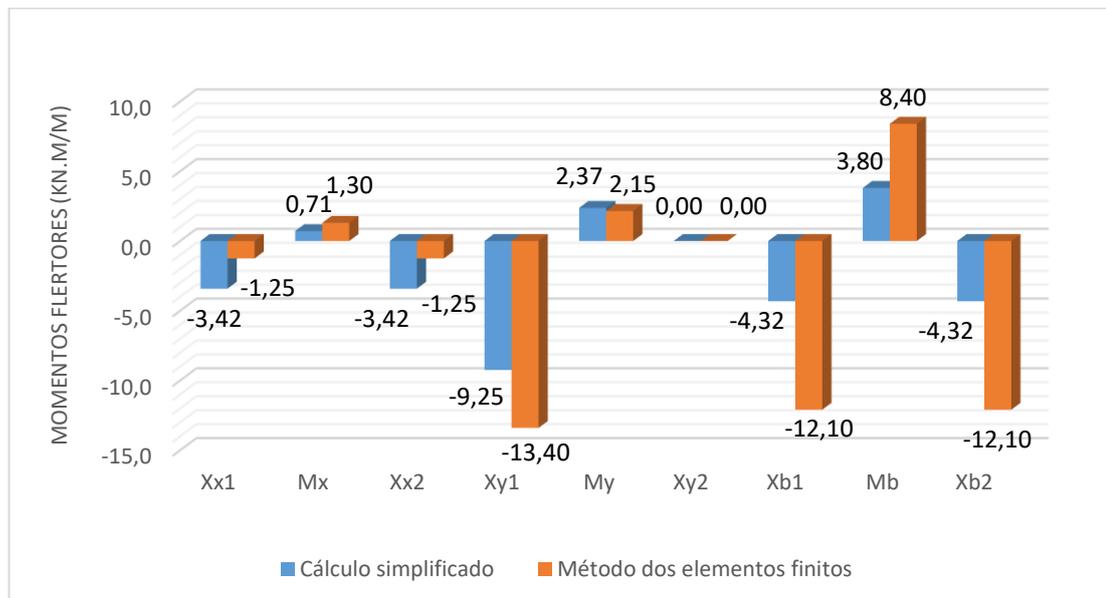
Para a Laje 5, apenas uma condição crítica foi analisada, CCL2, os valores estão apresentados na Tabela 39.

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$	$X_{b1}$	$M_b$	$X_{b2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-3,42	0,71	-3,42	-9,25	2,37	0,00	-4,32	3,80	-4,32
MEF	kN.m/m	-1,25	1,30	-1,25	-13,40	2,15	0,00	-12,10	8,40	-12,10

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 74 está apresentado um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 74 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 5



Fonte: Autora (2022)

Os resultados apresentados demonstram que as maiores diferenças ocorreram para os momentos de borda, sendo que o MEF obteve valores absolutos maiores. Sendo que a maior

divergência ocorreu nos momentos negativos de borda, com 7,48 kN.m/m e a menor diferença para o momento positivo na direção x, que foi 0,59 kN.m/m.

Nesse elemento atua apenas o empuxo de água triangular e com isso a simplificação de carga para uniformemente distribuída foi utilizada no cálculo por tabelas, contribuindo para as variações identificadas.

#### 4.3.5 Laje 6

Para a Laje 6, apenas uma condição crítica foi analisada, CCL1, os valores estão apresentados na Tabela 40.

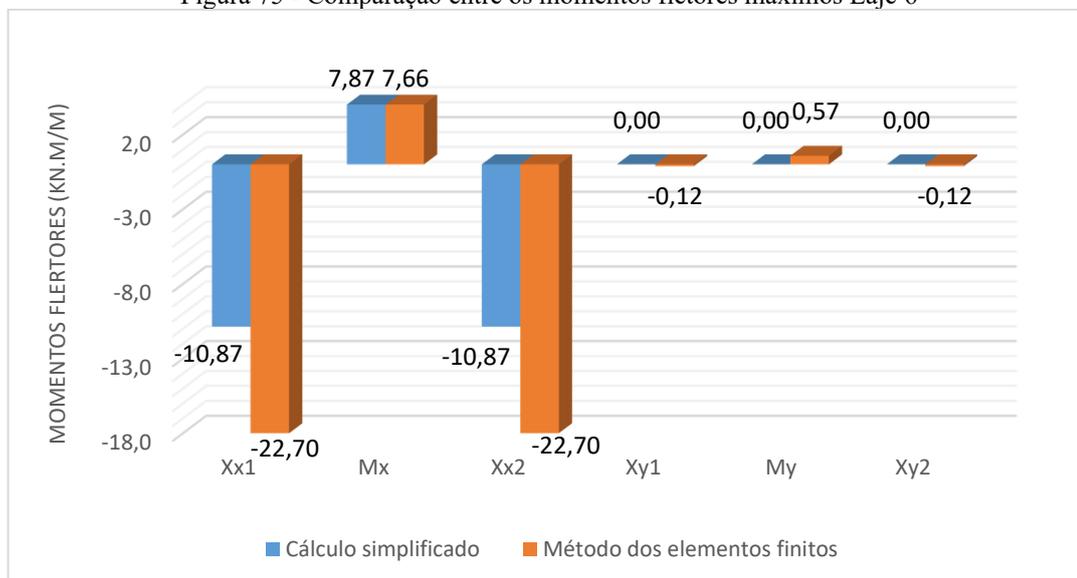
Tabela 40 - Comparação Laje 6

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$X_{x1}$	$M_x$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-10,87	7,87	-10,87	0,00	0,00	0,00
MEF	kN.m/m	-22,70	7,66	-22,70	-0,12	0,57	-0,12

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 75 se apresenta um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 75 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 6



Fonte: Autora (2022)

Os resultados apresentados demonstram que o método dos elementos finitos obteve valores absolutos maiores em relação ao cálculo simplificado. Observa-se também, que as maiores diferenças foram encontradas para a direção x e as menores para a direção y. A menor

diferença encontrada foi para os momentos negativos da direção y, de  $-0,12 \text{ kN.m/m}$  e a maior aconteceu nos momentos negativos do eixo x, de  $11,83 \text{ kN.m/m}$ .

Devido a geometria do elemento, a determinação dos momentos pelo processo de cálculo simplificado ocorre apenas para a direção principal (direção x), enquanto os valores de momento para a direção secundária (direção y), são zerados. Nota-se, que os momentos determinados para a direção y pelo método dos elementos finitos, são próximos de zero,  $-0,12 \text{ kN.m/m}$  e  $0,57 \text{ kN.m/m}$ , e por consequência do valor determinado pelo processo de cálculo.

#### 4.3.6 Laje 7

Para a Laje 7, apenas uma condição crítica foi analisada, CCN, os valores estão apresentados na Tabela 41.

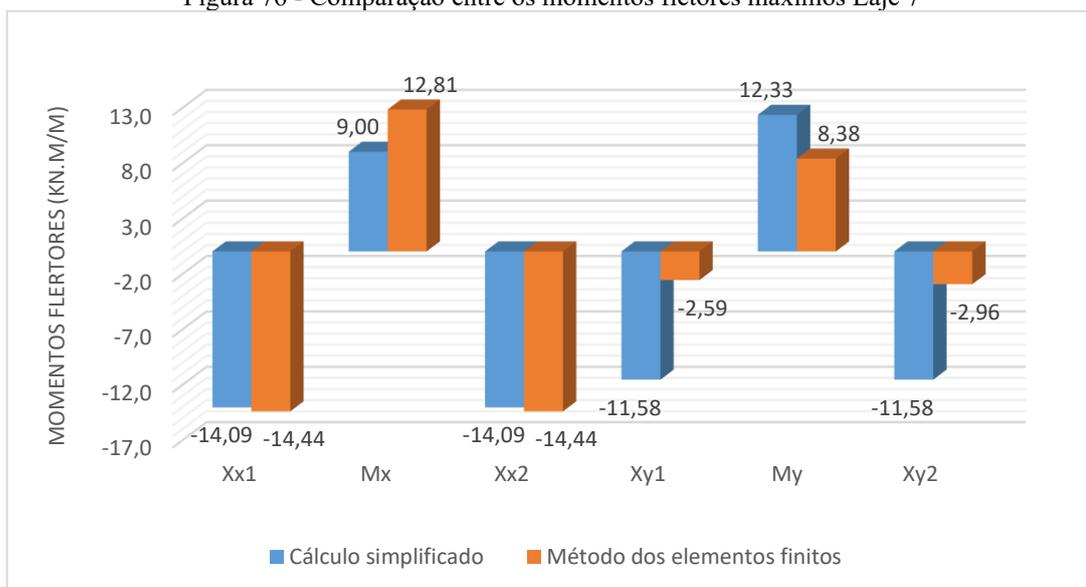
Tabela 41 – Momentos fletores máximos Laje 7

		Xx1	Mx	Xx2	Xy1	My	Xy2
Cálculo simplificado	kN.m/m	-14,09	9,00	-14,09	-11,58	12,33	-11,58
MEF	kN.m/m	-14,44	12,81	-14,44	-2,59	8,38	-2,96

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 76, está apresentado um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 76 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 7



Fonte: Autora (2022).

Os resultados apresentados demonstram que o cálculo simplificado obteve valores absolutos maiores em relação ao MEF, mostrando-se mais conservador e favorável à segurança. Exceto para o momento positivo  $M_x$ , onde o MEF, exibiu um aumento de 4,44 kN.m/m em comparação ao cálculo simplificado. Além disso, a maior diferença foi encontrada no  $X_{y1}$ , com um total de 8,99 kN.m/m, e a menor foi encontrada no  $X_{x1}$  com 0,27 kN.m/m.

Vale ressaltar que para esse elemento não foram realizadas simplificações de carregamentos por se tratar de uma carga uniforme, como também, não houve alteração na geometria da laje. As diferenças observadas ocorrem em função da análise isolada da laje, que apesar de ter sido compatibilizada, no método dos elementos finitos ocorre uma melhor redistribuição dos esforços.

#### 4.3.7 Laje 8

Para a Laje 8, apenas uma condição crítica foi analisada, CCN, os valores estão apresentados na Tabela 42.

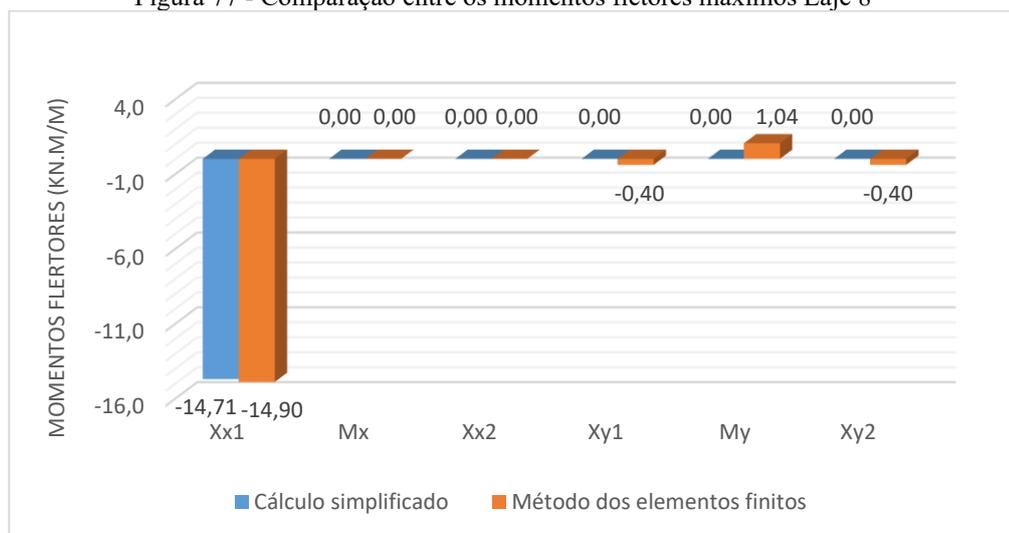
Tabela 42 – Momentos fletores máximos Laje 8

		$X_{x1}$	$M_x$	$X_{x2}$	$X_{y1}$	$M_y$	$X_{y2}$
Cálculo simplificado	kN.m/m	-14,71	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MEF	kN.m/m	-14,90	0,00	0,00	-0,40	1,04	-0,40

Fonte: Autora (2022)

Na Figura 77, está apresentado um gráfico com os momentos máximos determinados pelos dois procedimentos.

Figura 77 - Comparação entre os momentos fletores máximos Laje 8



Fonte: Autora (2022)

Os resultados da Laje 8 demonstram que os momentos na direção x apresentaram as menores diferenças, sendo que a menor variação ocorreu no momento negativo, Xx1, referente ao engaste da laje em balanço. O momento negativo encontrado no MEF foi 1,28% maior que no cálculo simplificado.

Para a direção y, também não houve grandes variações entre os resultados. Entretanto, devido a geometria da laje, no cálculo simplificado apenas a direção principal (direção x) foi calculada, e os momentos da direção secundária (direção y) foram zerados. Diferentemente do MEF, pois, nele existem valores de momentos nas duas direções. Analisando os valores do MEF, observa-se que os momentos ficaram próximos de zero, sendo -0,40 kN.m/m e 1,04 kN.m/m.

De maneira semelhante a Laje 7, não foram realizadas simplificações de carregamentos, por se tratar de uma carga uniforme, como também a geometria da laje foi respeitada.

#### 4.4 ESTUDO DOS DESLOCAMENTOS

A verificação da flecha em lajes é uma avaliação prescrita na ABNT NBR 6118 (2014) e deve ser realizada para o estado limite de deformação excessiva. Neste item, foram comparadas as deformações elásticas imediatas máximas a partir do cálculo simplificado e do método dos elementos finitos.

Para o cálculo, utilizou-se a condição de carregamento CCL1 por ser tratar de condição limite e obter os maiores deslocamentos. Segunda a norma, os limites estabelecidos para o ELS não necessitam de minoração, então,  $\gamma_m = 1,0$ . Os resultados estão apresentados na Tabela 43.

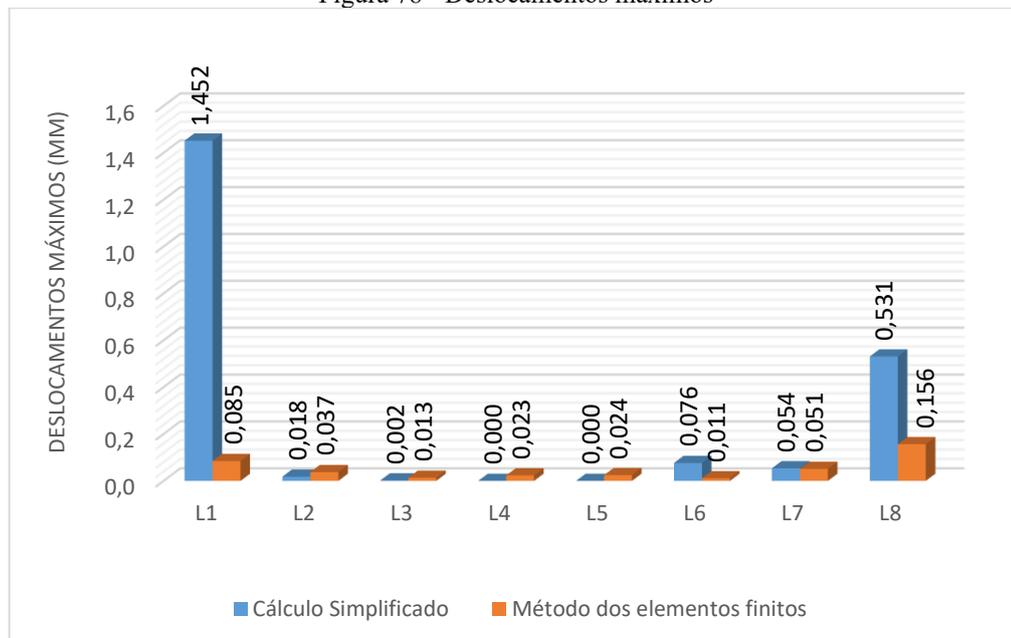
Tabela 43 - Comparação das flechas imediatas

Elemento	Cálculo	
	Simplificado fa (mm)	SAP2000 fa (mm)
L1	1,452	0,085
L2	0,032	0,037
L3	0,002	0,013
L4	0,000	0,023
L5	0,000	0,024
L6	0,076	0,011
L7	0,054	0,051
L8	0,531	0,156

Fonte: Autora (2022)

Os resultados demonstram valores mais conservadores pelo MEF para L1, L6, L7 e L8. Para a L4 e L5, não existem deslocamentos pelo processo de cálculo por tabelas, havendo apenas valores para o MEF. No caso L2 e L3, os deslocamentos máximos determinados pelas tabelas apresentam valores mais conservadores.

Figura 78 - Deslocamentos máximos



Fonte: Autora (2022)

A principal diferença identificada na comparação entre os deslocamentos máximo ocorreu na Laje 1 e se justifica pelo modelo de cálculo utilizado no processo simplificado que

analisa apenas a direção principal por conta da geometria da laje. Analisando apenas a condição de vinculação da direção principal, o engaste na borda inferior da direção secundária não é levado em consideração, de forma a aumentar o deslocamento máximo pelo cálculo simplificado. Outro fator preponderante é a simplificação do carregamento triangular, que o modifica para uniforme e atuante em todo o comprimento da laje.

Além disso, exceto quando não existem cargas aplicadas diretamente no elemento de laje, o resultado dos deslocamentos no cálculo simplificado é zero. Já no método dos elementos finitos, são obtidos valores de deslocamento devido ao modelo se deformar de forma integrada, ocorrendo uma melhor redistribuição dos deslocamentos na estrutura.

## 5 CONCLUSÃO

Esse trabalho consistiu na elaboração de dois modelos de análise estrutural de uma tomada d'água em concreto armado, com o intuito de comparar os resultados obtidos dos momentos fletores e dos deslocamentos máximos.

A tomada d'água é uma estrutura muito particular e tem uma geometria diferenciada, além de estar submetida a diferentes tipos de carregamentos. Neste modelo, as lajes 3, 4 e 5, constituintes da estrutura, estão submetidas ao carregamento de empuxo de água e apresentam a borda inferior livre. Porém, as tabelas para carregamentos triangulares não contemplam essa condição de vinculação. Dessa forma, durante a realização do trabalho, verificou-se a complexidade da representação de uma estrutura não usual no processo de cálculo simplificado.

As Lajes 1 e 2 apresentaram diferenças significativas entre os resultados em função das simplificações de carga e de geometria utilizadas no modelo de análise do cálculo por tabelas.

Ao se comparar os momentos fletores obtidos para os elementos 3, 4 e 5, perceberam-se diferenças entre os resultados. Essas diferenças ocorreram em função do processo de cálculo considerar os elementos isolados e o método dos elementos finitos considerar a estrutura inteira. Na Laje 4, por exemplo, não existem carregamentos aplicados de maneira direta e, com isso, não existem valores de momento proveniente do cálculo por tabelas. Já no método dos elementos finitos foi possível analisar o elemento de maneira integrada à estrutura e, por isso, ocorreram valores de momento fletor proveniente dos esforços e deslocamentos em elementos adjacentes.

O resultado da Laje 6 para a direção principal apresentou uma diferença significativa, enquanto para a direção secundária os valores ficaram próximos. Como sua relação entre vãos é maior que 2, o processo de cálculo simplificado se limitou à análise da direção principal. Apesar disso, na direção secundária, os valores obtidos por elementos finitos ficaram próximos de zero como no cálculo simplificado.

Na Laje 7 também foram observadas diferenças entre os momentos - isso ocorre em função da análise isolada da laje que, apesar de ter sido compatibilizada, no método dos elementos finitos ocorre uma melhor redistribuição dos esforços. Nela, não foram efetuadas simplificações de carregamentos ou geometria.

Para a Laje 8 se obtiveram os melhores resultados, sendo que não foram realizadas simplificações de carregamentos ou geometria. A relação entre vãos é maior que dois, então, a

análise se limitou à direção principal no cálculo simplificado. Entretanto, foram obtidos valores próximos nas duas direções.

A compatibilização dos momentos fletores das lajes submetidas à diferentes carregamentos e com valores de momentos muito diferentes não traz bons resultados.

No que diz respeito aos deslocamentos máximos, também houve variações entre os resultados. As maiores variações foram identificadas nas lajes classificadas como armadas em uma direção (em que apenas a direção principal foi analisada). Os maiores deslocamentos ocorreram no cálculo simplificado, demonstrando-se favoráveis à segurança.

Portanto, nas lajes em que foram realizadas simplificações de carga, as diferenças entre os resultados foram maiores, o que aponta limitações no processo de cálculo simplificado quanto às variações de carga possíveis de serem aplicadas. Além disso, em uma análise estrutural com a utilização de tabelas, deve-se levar em conta esses aspectos de modo a compreender quais simplificações trazem bons resultados.

Em uma estrutura não usual de concreto, como a tomada d'água, o modelo estrutural adotado tem influência na precisão dos resultados. Cabe ressaltar, que as dimensões da tomada d'água geralmente são definidas pela análise de estabilidade global e o seu dimensionamento normalmente traz armaduras mínimas. Entretanto, deve-se ter cautela com o uso de simplificações na utilização de tabelas de coeficientes.

Como sugestão para continuidade desse estudo, recomenda-se determinar as áreas de aço relativas aos esforços solicitantes de momento fletor e comparar com a área de aço mínima prescrita pela ABNT NBR6118 (2014). Propõe-se também, comparar os esforços cortantes junto aos apoios determinados pelo cálculo simplificado e o método dos elementos finitos e realizar a análise comparativa em outro componente presente em usinas hidrelétricas, geometricamente mais simples e submetido à diferentes solicitações, como uma casa de força.

## REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos - A Base da Tecnologia CAE**. São Paulo: Érica, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projetos de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

AVELAR NETO, Pedro Liberato de. **Estudo sobre a teoria Clássica das Placas: Influência da variação do coeficiente de Poisson sobre os momentos atuantes em Lajes**. 2016. 73 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual da Paraíba, Araruna, 2016.

BARES, Richard. **Table for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms**. Berlin: Bau Verlag, 1979.

BASTOS, Paulo Sérgio. **Lajes de concreto armado**. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2021.

BOTELHO, Manoel Henrique Campos; MARCHETTI, Osvaldemar. **Concreto armado eu te amo**. 10. ed. 2019: Blucher, 2019.

BOWLES, Joseph E. **Foundation analysis and design**. 5th ed. Singapura: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997.

CAPUTO, Homero Pinto. **Mecânica dos solos e suas aplicações**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1985.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014.

COELHO, Jano D'Araujo. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha**. 2000. 220 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. **CSI Analysis Reference Manual for SAP2000**. United States of America, 2007.

ELÉTRICA, Agência Nacional de Energia. **Aneel**. 2021. Disponível em: <https://www.aneel.gov.br/>. Acesso em: 19 jul. 2021.

ELETOBRÁS. **Critério de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas**. 2003. Rio de Janeiro, 2003.

FERREIRA, Laura Maria Canno; GENOVEZ, Ana Inés Borri. submergência mínima em tomadas d'água verticais. **Ingeniería del Agua**, Campinas, v. 12, p. 1-10, 30 mar. 2005.

GONÇALVES, Cláudio. **Os benefícios que o desenvolvimento de Pequenas Centrais Hidrelétricas na matriz energética promove ao país**. Agência CanalEnergia. Rio de Janeiro, 19 de junho de 2020.

HIDRELÉTRICAS, Associação Brasileira de Pequenas Centrais Hidrelétricas e de Centrais Geradoras. **O que são PCH's e CGH's**. ABRAPCH. Disponível em: <https://abrapch.org.br/o-setor/o-que-sao-pchs-e-cghs/>. Acesso em: 27 jul. 2021.

JACOB; BELYTSCHKO, Ted. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. 239 p.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Manual de inventário hidrelétrico de bacias hidrográficas**. Rio de Janeiro: E-papers, 2007.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Diretrizes para estudos e projetos de pequenas centrais hidrelétricas**. Rio de Janeiro: E-papers, 2000.

MULTIPLUS. **Softwares Técnicos**. 2021. Disponível em: <https://multiplus.com/software/sap2000/modulos-e-recursos> Resultados. Acesso em: 15 out. 2021.

PEREIRA, Geraldo Magela. **Projeto de Usinas Hidrelétricas: Passo a Passo**. Rio de Janeiro: Oficina de Textos, 2015.

PINHEIRO, Libânio M. **Concreto armado: tabelas e ábacos**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1994.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2010.

**ENERGÉTICA, Empresa de Pesquisa. Plano Decenal de Expansão de Energia 2030. Brasília: Ministério de Minas e Energia, 2019.**

RODRIGUES, Henrique Blasi. **Estudo de fundação direta de aerogeradores com métodos numéricos**. 2019. 165 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

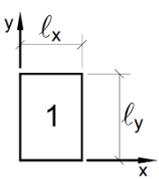
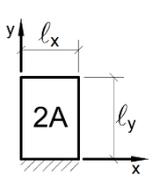
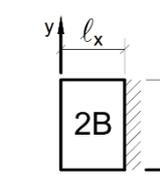
SORIANO, Humberto Lima. **Elementos Finitos - Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

TELES, Laíse de Souza. **Estudo comparativo entre métodos de análise estrutural de reservatórios enterrados de concreto armado**. 2020. 74 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Centro Universitário Christus, Fortaleza, 2020.

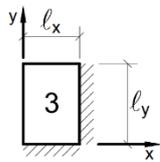
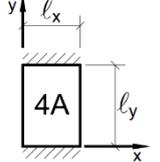
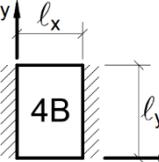
TENG, Wayne C. **Foundation Design**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc., 1962.

U. S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. **EM 1110-2-2200: Gravity dam design**. Washington, 1995.

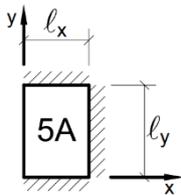
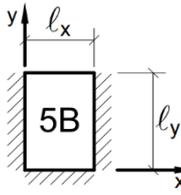
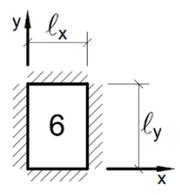
**ANEXO A – COEFICIENTES PARA DETERMINAÇÃO DE MOMENTOS  
FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME**

Tipo									Tipo
	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	
1,00	4,23	4,23	2,91	3,54	8,40	3,54	8,40	2,91	1,00
1,05	4,62	4,25	3,26	3,64	8,79	3,77	8,79	2,84	1,05
1,10	5,00	4,27	3,61	3,74	9,18	3,99	9,17	2,76	1,10
1,15	5,38	4,25	3,98	3,80	9,53	4,19	9,49	2,68	1,15
1,20	5,75	4,22	4,35	3,86	9,88	4,38	9,80	2,59	1,20
1,25	6,10	4,17	4,72	3,89	10,16	4,55	10,06	2,51	1,25
1,30	6,44	4,12	5,09	3,92	10,41	4,71	10,32	2,42	1,30
1,35	6,77	4,06	5,44	3,93	10,64	4,86	10,54	2,34	1,35
1,40	7,10	4,00	5,79	3,94	10,86	5,00	10,75	2,25	1,40
1,45	7,41	3,95	6,12	3,91	11,05	5,12	10,92	2,19	1,45
1,50	7,72	3,89	6,45	3,88	11,23	5,24	11,09	2,12	1,50
1,55	7,99	3,82	6,76	3,85	11,39	5,34	11,23	2,04	1,55
1,60	8,26	3,74	7,07	3,81	11,55	5,44	11,36	1,95	1,60
1,65	8,50	3,66	7,28	3,78	11,67	5,53	11,48	1,87	1,65
1,70	8,74	3,58	7,49	3,74	11,79	5,61	11,60	1,79	1,70
1,75	8,95	3,53	7,53	3,69	11,88	5,68	11,72	1,74	1,75
1,80	9,16	3,47	7,56	3,63	11,96	5,75	11,84	1,68	1,80
1,85	9,35	3,38	8,10	3,58	12,05	5,81	11,94	1,67	1,85
1,90	9,54	3,29	8,63	3,53	12,14	5,86	12,03	1,59	1,90
1,95	9,73	3,23	8,86	3,45	12,17	5,90	12,08	1,54	1,95
2,00	9,91	3,16	9,08	3,36	12,20	5,94	12,13	1,48	2,00
> 2,00	12,50	3,16	12,50	3,36	12,20	7,03	12,50	1,48	> 2,00

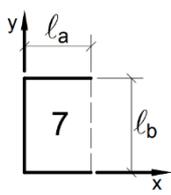
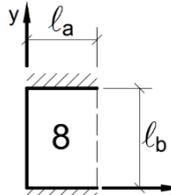
Fonte: Tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994)

Tipo											Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	2,69	6,99	2,69	6,99	2,01	3,09	6,99	3,09	6,99	2,01	1,00
1,05	2,94	7,43	2,68	7,18	2,32	3,23	7,43	3,22	7,20	1,92	1,05
1,10	3,19	7,87	2,67	7,36	2,63	3,36	7,87	3,35	7,41	1,83	1,10
1,15	3,42	8,28	2,65	7,50	2,93	3,46	8,26	3,46	7,56	1,73	1,15
1,20	3,65	8,69	2,62	7,63	3,22	3,56	8,65	3,57	7,70	1,63	1,20
1,25	3,86	9,03	2,56	7,72	3,63	3,64	9,03	3,66	7,82	1,56	1,25
1,30	4,06	9,37	2,50	7,81	3,99	3,72	9,33	3,74	7,93	1,49	1,30
1,35	4,24	9,65	2,45	7,88	4,34	3,77	9,69	3,80	8,02	1,41	1,35
1,40	4,42	9,93	2,39	7,94	4,69	3,82	10,00	3,86	8,11	1,33	1,40
1,45	4,58	10,17	2,32	8,00	5,03	3,86	10,25	3,91	8,13	1,26	1,45
1,50	4,73	10,41	2,25	8,06	5,37	3,90	10,49	3,96	8,15	1,19	1,50
1,55	4,86	10,62	2,16	8,09	5,70	3,90	10,70	4,00	8,20	1,14	1,55
1,60	4,99	10,82	2,07	8,12	6,03	3,89	10,91	4,04	8,25	1,08	1,60
1,65	5,10	10,99	1,99	8,14	6,35	3,85	11,08	4,07	8,28	1,03	1,65
1,70	5,21	11,16	1,91	8,15	6,67	3,81	11,24	4,10	8,30	0,98	1,70
1,75	5,31	11,30	1,85	8,16	6,97	3,79	11,39	4,12	8,31	0,95	1,75
1,80	5,40	11,43	1,78	8,17	7,27	3,76	11,53	4,14	8,32	0,91	1,80
1,85	5,48	11,55	1,72	8,17	7,55	3,72	11,65	4,15	8,33	0,87	1,85
1,90	5,56	11,67	1,66	8,18	7,82	3,67	11,77	4,16	8,33	0,83	1,90
1,95	5,63	11,78	1,63	8,19	8,09	3,60	11,83	4,16	8,33	0,80	1,95
2,00	5,70	11,89	1,60	8,20	8,35	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,60	8,20	12,50	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	> 2,00

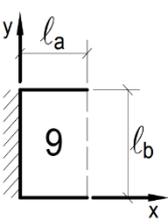
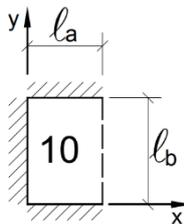
Fonte: Tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994)

Tipo													Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15	1,00
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,70	6,47	1,97	5,56	2,22	5,50	2,00	5,29	1,05
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43	1,10
1,15	2,76	7,11	2,63	6,97	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51	1,15
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59	1,20
1,25	3,23	8,31	2,64	7,36	3,28	7,40	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64	1,25
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,90	1,77	5,68	1,30
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69	1,35
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70	1,40
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71	1,45
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72	1,50
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72	1,55
1,60	4,55	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72	1,60
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72	1,65
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72	1,70
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72	1,75
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72	1,80
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72	1,85
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72	1,90
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72	1,95
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72	> 2,00

Fonte: Tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994)

Tipo									Tipo
$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_{yb}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_{yb}$	$\mu'_y$	$\mu'_{yb}$	$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$
0,30	11,33	15,89	28,44	10,44	14,22	25,55	41,89	77,00	0,30
0,35	10,63	15,60	27,19	8,85	12,86	22,37	35,69	62,94	0,35
0,40	9,94	15,31	25,94	7,25	11,50	19,19	29,50	48,88	0,40
0,45	9,13	14,48	24,47	6,22	10,39	16,82	25,89	41,36	0,45
0,50	8,32	13,64	23,00	5,20	9,28	14,44	22,28	33,84	0,50
0,55	7,58	12,95	21,56	4,57	8,35	12,82	19,64	28,76	0,55
0,60	6,83	12,25	20,11	3,94	7,42	11,19	17,00	23,67	0,60
0,65	6,21	11,59	18,71	3,46	6,76	9,94	15,26	20,55	0,65
0,70	5,59	10,92	17,31	2,98	6,10	8,69	13,51	17,43	0,70
0,75	5,09	10,24	15,86	2,61	5,54	7,77	12,28	15,38	0,75
0,80	4,59	9,55	14,41	2,23	4,98	6,84	11,05	13,33	0,80
0,85	4,16	9,09	13,61	1,96	4,65	6,15	10,12	11,91	0,85
0,90	3,73	8,63	12,80	1,68	4,31	5,46	9,19	10,49	0,90
0,95	3,39	8,14	11,94	1,47	3,97	4,96	8,45	9,49	0,95
1,00	3,05	7,64	11,08	1,26	3,62	4,45	7,71	8,48	1,00
1,05	3,05	7,94	11,31	1,23	3,68	4,45	7,80	8,48	1,05
1,10	3,06	8,24	11,55	1,19	3,74	4,46	7,88	8,47	1,10
1,15	3,06	8,53	11,78	1,16	3,80	4,47	7,97	8,46	1,15
1,20	3,07	8,83	12,01	1,12	3,86	4,47	8,05	8,46	1,20
1,25	3,03	9,01	12,12	1,09	3,90	4,47	8,09	8,46	1,25
1,30	3,00	9,19	12,22	1,06	3,93	4,47	8,13	8,46	1,30
1,35	2,97	9,38	12,33	1,03	3,97	4,48	8,17	8,46	1,35
1,40	2,94	9,56	12,43	0,99	4,01	4,48	8,20	8,45	1,40
1,45	2,91	9,74	12,54	0,96	4,05	4,49	8,24	8,45	1,45
1,50	2,88	9,92	12,64	0,92	4,08	4,49	8,28	8,45	1,50
1,55	2,84	10,04	12,69	0,90	4,09	4,49	8,29	8,45	1,55
1,60	2,81	10,16	12,74	0,88	4,10	4,49	8,29	8,45	1,60
1,65	2,77	10,29	12,80	0,86	4,11	4,49	8,30	8,45	1,65
1,70	2,74	10,41	12,85	0,84	4,12	4,49	8,30	8,45	1,70
1,75	2,70	10,53	12,90	0,82	4,13	4,50	8,31	8,45	1,75
1,80	2,66	10,65	12,95	0,80	4,13	4,50	8,31	8,45	1,80
1,85	2,63	10,77	13,00	0,78	4,14	4,50	8,32	8,45	1,85
1,90	2,59	10,90	13,06	0,76	4,15	4,50	8,32	8,45	1,90
1,95	2,56	11,02	13,11	0,74	4,16	4,50	8,33	8,45	1,95
2,00	2,52	11,14	13,16	0,72	4,17	4,50	8,33	8,45	2,00
> 2,00	2,52	12,50	13,16	0,72	4,17	4,50	8,33	8,45	> 2,00

Fonte: Tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994)

Tipo									Tipo		
$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu_{yb}$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu_{yb}$	$\mu'_y$	$\mu'_{yb}$	$\gamma = \frac{l_a}{l_b}$
< 0,30	-12,50	50,00	0,78	6,22	-12,50	50,00	2,11	8,67	14,56	37,00	< 0,30
0,30	-7,33	43,08	0,78	6,22	-4,89	38,33	2,11	8,67	14,56	37,00	0,30
0,35	-5,17	39,98	1,89	7,89	-2,57	33,08	3,18	9,74	14,84	35,53	0,35
0,40	-3,00	36,87	3,00	9,56	-0,25	27,83	4,25	10,81	15,13	34,06	0,40
0,45	-1,78	33,89	3,62	10,54	0,54	23,94	4,53	10,77	14,26	31,21	0,45
0,50	-0,56	30,91	4,24	11,52	1,32	20,04	4,80	10,72	13,40	28,36	0,50
0,55	0,25	28,02	4,62	11,82	1,62	17,40	4,86	9,99	12,48	25,26	0,55
0,60	1,06	25,13	5,00	12,11	1,92	14,76	4,92	9,25	11,56	22,17	0,60
0,65	1,47	22,90	5,25	12,12	1,91	12,91	4,68	8,55	10,81	19,63	0,65
0,70	1,88	20,66	5,49	12,12	1,90	11,06	4,43	7,84	10,06	17,08	0,70
0,75	2,06	18,84	5,61	11,81	1,82	9,86	4,14	7,15	9,42	15,17	0,75
0,80	2,23	17,02	5,72	11,50	1,73	8,65	3,86	6,45	8,77	13,25	0,80
0,85	2,26	15,59	5,66	11,05	1,64	7,78	3,59	5,86	8,19	11,87	0,85
0,90	2,28	14,16	5,60	10,59	1,54	6,91	3,33	5,26	7,60	10,49	0,90
0,95	2,25	12,99	5,48	10,07	1,40	6,25	3,11	4,81	7,12	9,50	0,95
1,00	2,21	11,82	5,36	9,55	1,25	5,59	2,88	4,35	6,64	8,51	1,00
1,05	2,33	11,91	5,72	9,91	1,25	5,59	2,98	4,37	6,82	8,50	1,05
1,10	2,45	12,00	6,08	10,27	1,24	5,58	3,08	4,39	6,99	8,50	1,10
1,15	2,57	12,08	6,44	10,62	1,24	5,58	3,18	4,41	7,17	6,49	1,15
1,20	2,69	12,17	6,80	10,98	1,24	5,57	3,27	4,43	7,34	8,48	1,20
1,25	2,67	12,20	7,09	11,20	1,20	5,57	3,34	4,44	7,44	8,48	1,25
1,30	2,64	12,22	7,37	11,42	1,17	5,57	3,41	4,45	7,54	8,47	1,30
1,35	2,62	12,25	7,55	11,64	1,14	5,57	3,49	4,46	7,64	8,47	1,35
1,40	2,59	12,28	7,93	11,85	1,11	5,58	3,56	4,47	7,73	8,47	1,40
1,45	2,57	12,31	8,22	12,07	1,09	5,58	3,63	4,48	7,83	8,46	1,45
1,50	2,54	12,33	8,50	12,29	1,06	5,58	3,70	4,49	7,93	8,46	1,50
1,55	2,56	12,35	8,68	12,37	1,04	5,58	3,74	4,49	7,97	8,46	1,55
1,60	2,58	12,36	8,86	12,45	1,01	5,58	3,77	4,49	8,00	8,46	1,60
1,65	2,59	12,38	9,04	12,53	0,99	5,57	3,81	4,49	8,04	8,46	1,65
1,70	2,61	12,39	9,22	12,61	0,97	5,57	3,84	4,49	8,08	8,46	1,70
1,75	2,63	12,41	9,41	12,68	0,95	5,57	3,88	4,50	8,12	8,46	1,75
1,80	2,65	12,42	9,59	12,76	0,93	5,57	3,92	4,50	8,15	8,45	1,80
1,85	2,67	12,44	9,76	12,84	0,91	5,57	3,95	4,50	8,19	8,45	1,85
1,90	2,68	12,45	9,94	12,92	0,88	5,56	3,99	4,50	8,23	8,45	1,90
1,95	2,70	12,47	10,13	13,00	0,86	5,56	4,02	4,50	8,26	8,45	1,95
2,00	2,72	12,48	10,31	13,08	0,84	5,56	4,06	4,50	8,30	8,45	2,00
> 2,00	2,72	12,48	12,50	13,08	0,84	5,56	4,17	4,50	8,33	8,45	> 2,00

Fonte: Tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994)