



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

JOSEPH AMUPOLO

**Projeto estrutural de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado: Estudo comparativo entre o cálculo manual e o uso de software comercial.**

Florianópolis

2022

Joseph Amupolo

**Projeto estrutural de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado: Estudo comparativo entre o cálculo manual e o uso de software comercial.**

Trabalho de conclusão de curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do Título de Engenheira Civil.

Orientador: Profa. Daiane de Sena Brisotto, Dra.

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Amupolo, Joseph

Projeto estrutural de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado : Estudo comparativo entre o cálculo manual e o uso de software comercial / Joseph Amupolo ; orientadora, Daiane de Sena Brisotto, 2022.

227 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Projeto estrutural. 3. Concreto armado. 4. Eberick. 5. Ftool. I. Sena Brisotto, Daiane de . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Joseph Amupolo

**Projeto estrutural de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado: Estudo comparativo entre o cálculo manual e o uso de software comercial.**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título Engenheiro Civil, e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Programa de graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 09 de março de 2022.

Profa. Liane Ramos da Silva, Dra.  
Coordenadora do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof<sup>a</sup>. Daiane de Sena Brisotto, Dra.  
Orientadora  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Lourenço Panosso Perlin, Dr.  
Avaliador  
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng<sup>a</sup>. Regiane Francieli Gonçalves  
Avaliadora  
RKS Engenharia de Estruturas

Este trabalho é dedicado aos meus queridos pais, Amalia Matheus e Fillemon Amupolo, que sempre me apoiaram.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus por ter me dado saúde e sabedoria para chegar até aqui e secundamente eu me agradeço.

À minha orientadora, Daiane de Sena Brisotto, obrigado pela disponibilidade para auxiliar na realização deste trabalho e pela dedicação em garantir que o meu trabalho fique excelente.

Aos membros da banca, Lourenço Panosso Perlin e Regiane Francieli Gonçalves, agradeço por aceitarem o convite e conceder uma parcela dos seus dias para avaliar este trabalho.

Aos meus amigos, Débora Torres Orelí, Igor Hillesheim Silva da Rosa e João Pedro Gemelli Reali, obrigado pela parceria para realizar os trabalhos.

## RESUMO

O presente trabalho tem propósito de elaborar um projeto estrutural para um edifício residencial multifamiliar em concreto armado, visando revisar e aplicar os conceitos aprendidos nas disciplinas de concreto armado ao longo da graduação. Será adotado dois procedimentos de cálculo, sendo o procedimento computacional, utilizando o software Eberick e o procedimento manual, com auxílio de planilhas eletrônicas e software de análise estrutural Ftool, em conformidade com as prescrições da ABNT NBR 6118:2014. Na sequência, será apresentada uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois procedimentos de cálculo, analisando as possíveis discrepâncias e, simultaneamente, suas justificativas.

**Palavras-chave:** Projeto estrutural. Concreto armado. Eberick. Ftool.

## **ABSTRACT**

The present study aims to elaborate a structural design of a multifamily residential building in reinforced concrete, with intent to review and apply the concepts learned in the reinforced concrete disciplines during graduation. Two calculation procedures will be adopted, being the computational procedure using the Eberick software and the manual procedure, with the aid of electronic spreadsheets and structural analysis software Ftool, in accordance with the prescriptions of ABNT NBR 6118:2014. In sequence, a comparison between the results obtained by the two calculation procedures will be presented, analyzing the possible discrepancies and simultaneously their justifications.

**Keywords:** Structural design. Reinforced concrete. Eberick. Ftool.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO IDEALIZADO.....	31
FIGURA 2 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO BILINEAR DE TRAÇÃO.....	32
FIGURA 3 - DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA AÇOS DE ARMADURAS PASSIVAS.....	33
FIGURA 4 - DOMÍNIOS NO ESTADO-LIMITE ÚLTIMO DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	34
FIGURA 5 - EXEMPLO DAS ÁREAS DE INFLUÊNCIA DOS PILARES.....	37
FIGURA 6 - VÃO EFETIVO.....	41
FIGURA 7 - DETALHE DA LAJE L1.....	42
FIGURA 8 - DETALHE DA LAJE L5.....	43
FIGURA 9 - DEFINIÇÃO DOS CASOS DE LAJES PARA USO NAS TABELAS.....	46
FIGURA 10 - VINCULAÇÃO DAS LAJES.....	47
FIGURA 11 - CARREGAMENTO DE ALVENARIA EM LAJES UNIDIRECIONAIS.....	49
FIGURA 12 - COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES NEGATIVOS.....	56
FIGURA 13 - ARMADURA POSITIVA.....	87
FIGURA 14 - COMPRIMENTO DO GANCHO.....	88
FIGURA 15 - COMPRIMENTO DAS ARMADURAS NEGATIVAS.....	89
FIGURA 16 - ARMADURA DE BORDA.....	90
FIGURA 17 - DETALHAMENTO DAS ARMADURAS POSITIVAS DA LAJE L1.....	92
FIGURA 18 - DETALHAMENTO DAS ARMADURAS NEGATIVAS.....	99
FIGURA 19 - DETALHAMENTO DA ARMADURA POSITIVA DA LAJE L5.....	102
FIGURA 20 - DETALHAMENTO DAS ARMADURAS NEGATIVAS DA LAJE L5.....	106
FIGURA 21 - ÁREA DE INFLUÊNCIA PELA TEORIA DAS CHARNEIRAS PLÁSTICAS.....	107
FIGURA 22 - DESTAQUE DA VIGA EM ESTUDO.....	114
FIGURA 23 - VÃOS LIVRES DA VIGA V1.....	115
FIGURA 24 - CARREGAMENTO DA COMBINAÇÃO ÚLTIMA DA VIGA V12.....	121
FIGURA 25 - MODELO ESTRUTURAL DA VIGA V1.....	122
FIGURA 26 - CARREGAMENTO NO ELU DA VIGA V1.....	122
FIGURA 27 - DIAGRAMA DE ESFORÇOS CORTANTES NO ELU.....	123
FIGURA 28 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NO ELU.....	124
FIGURA 29 - COBERTURA DO DIAGRAMA DE FORÇA DE TRAÇÃO SOLICITANTE PELO DIAGRAMA RESISTENTE.....	139
FIGURA 30 - FORÇA DE ARRANCAMENTO NO BALANÇO.....	145
FIGURA 31 - COMPRIMENTO TOTAL DA BARRA NO APOIO P1.....	147
FIGURA 32 - DETALHAMENTO DA VIGA V1.....	159
FIGURA 33 - CARREGAMENTO NO ELS DA VIGA V1.....	160
FIGURA 34 - DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES NO ELS.....	160
FIGURA 35 - DESLOCAMENTO DA VIGA V1 $f_0$ .....	161

FIGURA 36 - VALORES DE $l_0$ E $l$ .....	164
FIGURA 37 - CLASSIFICAÇÃO QUANTO A POSIÇÃO EM PLANTA .....	165
FIGURA 38 - CONVENÇÃO DE EIXOS CARTESIANO PARA OS MOMENTOS FLETORES DOS PILARES .....	170
FIGURA 39 - DETALHE DO PILAR P3 .....	170
FIGURA 40 - PÓRTICO COM O CARREGAMENTO DA VIGA V1 E PESO PRÓPRIO DOS PILARES .....	171
FIGURA 41 - PÓRTICO COM O CARREGAMENTO DA VIGA V21 E PESO PRÓPRIO DOS PILARES .....	172
FIGURA 42 - SITUAÇÕES FINAIS DE CÁLCULO DO PILAR P3 .....	176
FIGURA 43 - DETALHE DO PILAR P4 .....	176
FIGURA 44 - PÓRTICO COM O CARREGAMENTO DA VIGA V28 E PESO PRÓPRIO DOS PILARES .....	177
FIGURA 45 - SITUAÇÕES FINAIS DE CÁLCULO DO PILAR P4 .....	181
FIGURA 46 - ARRANJO DAS BARRAS .....	182
FIGURA 47 - ENVOLTÓRIA MÍNIMA COM 2ª ORDEM .....	184
FIGURA 48 - ENVOLTÓRIAS DOS MOMENTOS FLETORES DO PILAR P3 .....	187
FIGURA 49 - ENVOLTÓRIA DE MOMENTOS RESISTENTES DO PILAR P3 .....	190
FIGURA 50 - DETALHAMENTO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR P3 .....	190
FIGURA 51 - ENVOLTÓRIA DOS MOMENTOS FLETORES DO PILAR P4 .....	192
FIGURA 52 - ENVOLTÓRIA DE MOMENTOS RESISTENTE DO PILAR P4 .....	195
FIGURA 53 - DETALHAMENTO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR P4 .....	195
FIGURA 54 - ESTRIBO SUPLEMENTAR .....	198
FIGURA 55 - DETALHAMENTO PILAR P3 E P4 .....	200
FIGURA 56 - MODELO 3D DA ESTRUTURA .....	202
FIGURA 57 - DIAGRAMA DOS MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO DA VIGA V1 OBTIDOS COM O SOFTWARE FTOOL [KNM]. .....	205
FIGURA 58 - DIAGRAMA DOS MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO DA VIGA V1 OBTIDOS COM O SOFTWARE EBERICK [KNM]. .....	205

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL (CAA).....	18
TABELA 2 - CORRESPONDÊNCIA ENTRE A CLASSE DE AGRESSIVIDADE E A QUALIDADE DO CONCRETO.....	19
TABELA 3 - CORRESPONDÊNCIA ENTRE A CLASSE DE AGRESSIVIDADE E COBRIMENTO NOMINAL.....	19
TABELA 4 - COEFICIENTE $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ .....	23
TABELA 5 - VALORES DO COEFICIENTE $\gamma_{f2}$ .....	24
TABELA 6 - COMBINAÇÕES ÚLTIMAS USUAIS. ....	26
TABELA 7 - COMBINAÇÕES DE SERVIÇO.....	27
TABELA 8 - CLASSES DE RESISTÊNCIA DE CONCRETOS ESTRUTURAIS. ....	28
TABELA 9 - VALORES DO COEFICIENTE ADICIONAL N PARA PILARES E PILARES-PAREDE .....	37
TABELA 10 - PRÉ-DIMENSIONAMENTO DOS PILARES .....	39
TABELA 11 - PRÉ-DIMENSIONAMENTO, VÃO EFETIVO E TIPO DE ARMAÇÃO. ....	45
TABELA 12 - CARREGAMENTO PERMANENTE .....	50
TABELA 13 - VALORES CARACTERÍSTICOS NOMINAIS DAS CARGAS VARIÁVEIS .....	51
TABELA 14 - COMBINAÇÃO DE AÇÕES. ....	53
TABELA 15 - MOMENTOS FLETORES E FLECHAS MÁXIMAS .....	54
TABELA 16 - VALORES MÍNIMOS PARA ARMADURAS PASSIVAS ADERENTES .....	61
TABELA 17 - TAXAS MÍNIMAS DE ARMADURA DE FLEXÃO. ....	61
TABELA 18 - ARMADURA POSITIVA ADOTADA PARA O MENOR VÃO .....	67
TABELA 19 - ARMADURA POSITIVA ADOTADA PARA O MAIOR VÃO. ....	68
TABELA 20 - VALORES DE ARMADURAS NEGATIVAS ADOTADOS. ....	73
TABELA 21 - VERIFICAÇÃO A FISSURAÇÃO DAS LAJES EM ESTUDO.....	77
TABELA 22 - VALORES DO COEFICIENTE EM FUNÇÃO DO TEMPO. ....	81
TABELA 23 - FLECHAS E VERIFICAÇÃO DA ACEITABILIDADE VISUAL E SENSORIAL.....	84
TABELA 24 - VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO .....	113
TABELA 25 - RESULTADOS RESUMIDO DO PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS .....	116
TABELA 26 - VÃOS EFETIVOS DOS TRECHOS DA VIGA V1.....	118
TABELA 27 - CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO PARA AS VIGAS EM ESTUDO.....	121
TABELA 28 - MOMENTOS FLETORES E FORÇAS CORTANTES DE CÁLCULO PARA A VIGA V1. ....	124
TABELA 29 - RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS DA VIGA V1 .....	134
TABELA 30 - VALORES DO COEFICIENTE $\alpha_{0t}$ .....	140
TABELA 31 - RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS TRANSVERSAL DA VIGA V1 .....	158
TABELA 32 - DESLOCAMENTO DA VIGA V1 $f_0$ .....	162
TABELA 33 - SITUAÇÕES FINAIS DE CÁLCULO DO PILAR P3.....	172
TABELA 34 - SITUAÇÕES FINAIS DE CÁLCULO DO PILAR P4.....	177
TABELA 35 - RELAÇÃO DOS ÁBACOS .....	182

TABELA 36 - RESULTADOS RESUMIDOS DAS ARMADURAS POSITIVAS .....	204
TABELA 37 - RESULTADOS RESUMIDOS DAS ARMADURAS NEGATIVAS .....	204
TABELA 38 - DIFERENÇA ENTRE OS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS ATRAVÉS DOS DOIS PROCEDIMENTOS. .	206
TABELA 39 - ÁREAS DE AÇO CALCULADAS OBTIDAS PELOS DOIS PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO. ....	206
TABELA 40 - ÁREAS DE AÇO EFETIVAS OBTIDAS PELOS DOIS PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO. ....	207
TABELA 41 - ESFORÇOS NORMAIS OBTIDOS PELOS DOIS PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO. ....	208
TABELA 42 - ÁREAS DE AÇO EFETIVAS OBTIDAS PELOS DOIS PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO .....	208

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	15
1.2	OBJETIVOS.....	16
<b>1.2.1</b>	<b>Objetivo Geral .....</b>	<b>16</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Objetivos Específicos.....</b>	<b>16</b>
1.3	METODOLOGIA .....	17
<b>2</b>	<b>CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>17</b>
2.1	DURABILIDADE.....	17
<b>2.1.1</b>	<b>Classe de agressividade ambiental.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Qualidade do concreto .....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Cobrimento mínimo de armadura.....</b>	<b>19</b>
2.2	ESTADO LIMITES ÚLTIMOS (ELU) .....	20
2.3	ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS) .....	20
2.4	AÇÕES E COMBINAÇÕES .....	21
<b>2.4.1</b>	<b>Ações permanente.....</b>	<b>21</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Ações variáveis.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Ações excepcionais.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4.4</b>	<b>Coefficientes de ponderação no ELU e ELS.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4.5</b>	<b>Combinações .....</b>	<b>24</b>
<i>2.4.5.1</i>	<i>Combinação últimas.....</i>	<i>25</i>
<i>2.4.5.2</i>	<i>Combinações de serviço.....</i>	<i>26</i>
2.5	PARÂMETROS DOS MATERIAIS .....	28
<b>2.5.1</b>	<b>Concreto .....</b>	<b>28</b>
<i>2.5.1.1</i>	<i>Resistência característica a compressão .....</i>	<i>28</i>
<i>2.5.1.2</i>	<i>Resistência a tração .....</i>	<i>29</i>

2.5.1.3	<i>Módulo de elasticidade longitudinal</i> .....	30
2.5.1.4	<i>Coefficiente de Poisson</i> .....	31
2.5.1.5	<i>Relação tensão deformação para o concreto</i> .....	31
<b>2.5.2</b>	<b>Aço</b> .....	<b>32</b>
2.6	DOMINIOS DE DEFORMAÇÃO.....	33
<b>3</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO</b> .....	<b>35</b>
3.1	PROJETO ARQUITETÔNICO .....	35
3.2	MATERIAIS E DURABILIDADE.....	35
3.3	CONCEPÇÃO ESTRUTURAL.....	35
<b>3.3.1</b>	<b>Pré-dimensionamento</b> .....	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>DIMENSIONAMENTO MANUAL</b> .....	<b>40</b>
4.1	LAJES .....	40
<b>4.1.1</b>	<b>Vão efetivo</b> .....	<b>40</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Classificação quanto à armação</b> .....	<b>41</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Condições de apoio</b> .....	<b>45</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Carregamentos</b> .....	<b>47</b>
4.1.4.1	<i>Peso próprio (<math>g_{pp}</math>)</i> .....	47
4.1.4.2	<i>Carga de revestimento (<math>g_{rev}</math>)</i> .....	48
4.1.4.3	<i>Carga de paredes (<math>g_{alv}</math>)</i> .....	48
4.1.4.4	<i>Cargas acidentais (<math>q</math>)</i> .....	50
4.1.4.5	<i>Combinações de ações</i> .....	51
<b>4.1.5</b>	<b>Momentos fletores de cálculo</b> .....	<b>53</b>
4.1.5.1	<i>Lajes unidirecionais</i> .....	53
4.1.5.2	<i>Lajes bidirecionais</i> .....	54
<b>4.1.6</b>	<b>Compatibilização dos momentos negativos e correção dos momentos positivos</b>	<b>56</b>
<b>4.1.7</b>	<b>Cálculo das armaduras longitudinais</b> .....	<b>60</b>
4.1.7.1	<i>Armaduras mínimas</i> .....	60

4.1.7.2	<i>Armaduras positivas</i> .....	62
4.1.7.3	<i>Armaduras negativas</i> .....	68
<b>4.1.8</b>	<b>Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva</b> .....	<b>73</b>
4.1.8.1	<i>Verificação à Fissuração</i> .....	73
4.1.8.2	<i>Verificação da aceitabilidade visual</i> .....	79
4.1.8.3	<i>Verificação da aceitabilidade sensorial de Vibração</i> .....	82
<b>4.1.9</b>	<b>Detalhamento das armaduras</b> .....	<b>85</b>
4.1.9.1	<i>Espaçamento e quantidade de barra</i> .....	85
4.1.9.2	<i>Comprimento das armaduras positivas</i> .....	86
4.1.9.3	<i>Comprimento das armaduras negativas</i> .....	89
4.1.9.4	<i>Armadura negativa de borda</i> .....	89
<b>4.1.10</b>	<b>Reações de apoio das lajes</b> .....	<b>106</b>
<b>4.1.11</b>	<b>Estado limite de cisalhamento</b> .....	<b>111</b>
4.2	VIGAS.....	114
<b>4.2.1</b>	<b>Vãos efetivos</b> .....	<b>114</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Carregamentos</b> .....	<b>118</b>
4.2.2.1	<i>Peso Próprio (gpp)</i> .....	119
4.2.2.2	<i>Cargas de lajes (glajes)</i> .....	119
4.2.2.3	<i>Cargas pontuais de outras vigas (pv)</i> .....	120
4.2.2.4	<i>Combinação de cargas</i> .....	120
<b>4.2.3</b>	<b>Modelo estrutural</b> .....	<b>122</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Esforços internos</b> .....	<b>123</b>
<b>4.2.5</b>	<b>Dimensionamento das armaduras Longitudinal</b> .....	<b>124</b>
4.2.5.1	<i>Armaduras simples</i> .....	125
4.2.5.2	<i>Armaduras longitudinais mínimas e máximas</i> .....	126
<b>4.2.6</b>	<b>Detalhamento das armaduras longitudinais</b> .....	<b>134</b>

4.2.6.1	<i>Deslocamento do diagrama de momentos fletores.....</i>	134
4.2.6.2	<i>Comprimento de ancoragem necessário .....</i>	136
4.2.6.3	<i>Armadura de tração nos apoios .....</i>	137
4.2.6.4	<i>Ancoragem da armadura de tração nos apoios .....</i>	138
4.2.6.5	<i>Comprimento total das barras .....</i>	139
4.2.6.6	<i>Comprimento do traspasse.....</i>	140
<b>4.2.7</b>	<b>Dimensionamento das armaduras transversais.....</b>	<b>147</b>
4.2.7.1	<i>Cálculo da área de aço .....</i>	148
4.2.7.2	<i>Armadura Mínima dos estribos.....</i>	149
4.2.7.3	<i>Espaçamento máximo e mínimo entre estribos .....</i>	150
<b>4.2.8</b>	<b>Verificação do estado limite de serviço.....</b>	<b>159</b>
4.3	<b>PILARES.....</b>	163
<b>4.3.1</b>	<b>Características físicas.....</b>	<b>163</b>
4.3.1.1	<i>Comprimento equivalente.....</i>	163
4.3.1.2	<i>Índice de esbeltez.....</i>	164
<b>4.3.2</b>	<b>Classificação dos pilares .....</b>	<b>165</b>
4.3.2.1	<i>Classificação quanto à posição em planta.....</i>	165
4.3.2.2	<i>Classificação quanto à esbeltez .....</i>	166
<b>4.3.3</b>	<b>Excentricidade de primeira ordem .....</b>	<b>167</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Dispensa de análise de dos efeitos locais de segunda ordem .....</b>	<b>167</b>
<b>4.3.5</b>	<b>Determinação dos efeitos locais de segunda ordem.....</b>	<b>168</b>
<b>4.3.6</b>	<b>Dimensionamento da armadura longitudinal.....</b>	<b>181</b>
4.3.6.1	<i>Ábacos .....</i>	181
4.3.6.2	<i>Armaduras máximas e mínimas .....</i>	184
4.3.6.3	<i>Espaçamento entre as barras .....</i>	185
4.3.6.4	<i>Emenda por Traspasse .....</i>	186



<b>4.3.7</b>	<b>Dimensionamento da armadura transversal .....</b>	<b>197</b>
4.3.7.1	<i>Diâmetro dos estribos .....</i>	197
4.3.7.2	<i>Espaçamento entre os estribos .....</i>	197
4.3.7.3	<i>Estribos suplementares.....</i>	197
<b>5</b>	<b>PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>201</b>
5.1	INTRODUÇÃO AO SOFTWARE EBERICK .....	201
5.2	MODELO DE ANÁLISE COMPUTACIONAL E MODIFICAÇÕES .....	201
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E COMPARATIVOS.....</b>	<b>203</b>
6.1	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS LAJES .....	203
6.2	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS VIGAS .....	205
6.3	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS PILARES .....	208
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>209</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>210</b>
	<b>ANEXO A – Projeto arquitetônico .....</b>	<b>211</b>
	<b>ANEXO B – Área da seção da armadura.....</b>	<b>213</b>
	<b>ANEXO C – Ábaco de pinheiro.....</b>	<b>215</b>
	<b>APÊNDICE A – Plantas de formas e armação .....</b>	<b>217</b>
	<b>APÊNDICE B – Resultados resumidos das lajes.....</b>	<b>219</b>
	<b>APÊNDICE C – Detalhamentos do eberick .....</b>	<b>221</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A elaboração de um projeto estrutural é uma das fases indispensáveis de uma edificação de concreto armado, o qual deve ser realizada por um profissional de engenharia, mesmo para obras de pequeno porte. Embora existam no mercado inúmeras ferramentas computacionais que facilitam o processo de elaboração de projetos estruturais, tornando o projeto mais qualificado e preciso, além de várias outras vantagens como otimização do tempo, essas ferramentas não substituem um profissional habilitado. Logo, a adequada compreensão de todo o processo de desenvolvimento de um projeto estrutural é de extrema importância para a formação profissional.

A elaboração dos projetos estruturais envolve o cálculo e otimização dos elementos que suportarão as cargas da edificação, tanto as permanentes como as variáveis. Este processo consiste em quatro fases: a concepção estrutural, análise estrutural, dimensionamento e o detalhamento.

A concepção estrutural deve estabelecer um arranjo adequado dos elementos estruturais. Uma concepção bem pensada consiste em atender, simultaneamente, os aspectos econômicos, funcionalidade, resistência às ações horizontais, segurança e os aspectos relativos ao projeto arquitetônico, ou seja, a concepção estrutural deve produzir uma estrutura compatível com a arquitetura do edifício.

A análise estrutural corresponde ao cálculo dos esforços atuantes nos elementos estruturais, a partir do conhecimento das ações e deslocamentos impostos à estrutura.

O dimensionamento consiste em dimensionar as armaduras necessárias para os elementos estruturais utilizando as solicitações calculadas na fase de análise estrutural. Por fim, é realizado o detalhamento dos elementos estruturais, o que resulta em plantas de armação.

Tendo em vista o exposto acima, este trabalho aborda a concepção estrutural, análise, dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado através do método manual, aplicando os conhecimentos adquiridos durante a graduação, bem como utilizando o software AltoQi Eberick 2022, o qual é amplamente empregado em escritórios de engenharia. Será apresentada uma comparação entre os dois procedimentos, com uma análise sobre as diferenças e/ou semelhanças encontradas, indicando qual método se mostra mais econômico.

## 1.2 OBJETIVOS

Nas seções abaixo estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

### 1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é elaborar o projeto estrutura de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado, abordando o dimensionamento dos elementos básicos da estrutura, utilizando a metodologia manual e computacional.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Revisar os métodos de cálculo aprendidos nas disciplinas de Estruturas de Concreto Armado e prescrições normativas, elaborando um passo-a-passo de cálculo de forma didática;
- Dimensionar e detalhar os elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) de um edifício residencial multifamiliar, consolidando os conhecimentos adquiridos em sala de aula, compreendendo melhor o funcionamento global da estrutura e dos seus elementos, de forma a exercer a profissão com mais experiência e destreza;
- Utilizar um software de uso comercial amplamente adotado em escritórios de engenharia;
- A partir dos resultados obtidos com as duas metodologias de dimensionamento, fazer uma análise comparativa, analisando as possíveis discrepâncias;

### 1.3 METODOLOGIA

O primeiro passo para a realização do trabalho será a definição do projeto arquitetônico do edifício residencial a ser analisado. A partir das plantas arquitetônicas, será feita a concepção estrutural.

O dimensionamento manual da estrutura será apresentado de forma detalhada para alguns elementos estruturais do edifício, com o auxílio de planilhas eletrônicas e programas de análise estrutural, como o Ftool. Serão dimensionadas todas as lajes do pavimento Tipo 1, uma viga e dois pilares. Simultaneamente, será desenvolvido um passo a passo da metodologia utilizada. Este dimensionamento será realizado através da verificação do Estado Limite Último e de Serviço, seguindo as premissas da NBR 6118:2014.

Em seguida se dará o dimensionamento estrutural do mesmo edifício utilizando o software AltoQi Eberick 2022, sendo apresentada as plantas de armação. Por fim, será feita uma análise comparativa entre os resultados obtidos entre os dois procedimentos, indicando as principais diferenças entre os mesmos.

## 2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONCRETO ARMADO

Neste capítulo serão apresentados os critérios de durabilidade e os fundamentos de segurança das estruturas de concreto armado, bem como as principais propriedades de concreto e do aço que interessam ao projeto das estruturas usuais de concreto armado, de acordo com NBR 6118:2014.

### 2.1 DURABILIDADE

Conforme a NBR 6118:2014, as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto, conservem sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o prazo correspondente à sua vida útil. Durante este período, não devem ser necessárias medidas extras de manutenção ou reparo das estruturas.

### 2.1.1 Classe de agressividade ambiental

A classe de agressividade ambiental (CAA) é um dos parâmetros mais importantes a serem definidos na fase de projeto. Este parâmetro está relacionado às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto e deve ser classificado de acordo com a Tabela 1, mostrada abaixo;

Tabela 1 - Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> Industrial <sup>a, b</sup>	Grande
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup> Respingos de maré	Elevado

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 6.1, p. 17)

De acordo com a classe de agressividade ambiental, devem ser observados diversos critérios nas fases de projeto, de execução e de utilização da estrutura. Dentre os principais critérios a serem observados na fase de projeto, deve-se incluir a especificação de um concreto com qualidade apropriada e de cobrimentos mínimos para a armadura.

### 2.1.2 Qualidade do concreto

A qualidade do concreto está intimamente ligada à relação água-cimento. É esta relação que determina a porosidade da massa endurecida e, conseqüentemente, a facilidade de penetração dos agentes agressivos. Uma vez que existe uma forte correspondência entre a relação água-cimento e a resistência à compressão do concreto, a NBR 6118:2014 apresenta a

Tabela 2, a qual permite definir a resistência à compressão em função da classe de agressividade ambiental.

Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.  
<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.  
<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 7.1, p. 18)

### 2.1.3 Cobrimento mínimo de armadura

Além das exigências de qualidade do concreto, é necessário especificar um cobrimento mínimo para a proteção das armaduras. A Tabela 3 apresenta os cobrimentos mínimos a serem adotados no dimensionamento dos elementos estruturais.

Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade e cobrimento nominal.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.  
<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.  
<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.  
<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 7.2, p. 20)

## 2.2 ESTADO LIMITES ÚLTIMOS (ELU)

No que diz respeito à segurança, a estrutura deve suportar as ações que lhe são impostas durante a sua vida útil, sem a ocorrência de ruptura (colapso).

O Estado Limite Último trata-se do estado-limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura.

De acordo com a NBR-6118:2014, a segurança das estruturas de concreto deve sempre ser verificada em relação aos seguintes estados-limites últimos:

- Estado-limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido as solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica definida na seção 14, e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais; todavia, quando a interação entre elas for importante, ela estará explicitamente indicada nesta Norma;
- Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- Estado-limite último provocado por solicitações dinâmicas (ver seção 23);
- Estado-limite último de colapso progressivo;
- Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo, conforme a ABNT NBR 15200;
- Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas, de acordo com a ABNT NBR 15421;
- Outros estados-limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

## 2.3 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (ELS)

Em relação ao desempenho em serviço, nas condições normais de utilização, as deformações nas estruturas devem ser suficientemente pequenas para não provocar danos inaceitáveis em elementos não estruturais, não afetar seu uso ou aparência, nem causar desconforto aos usuários.



Os estados-limites de serviço correspondem aos estados em que a utilização da estrutura se torna prejudicada por apresentar deformações excessivas, incluindo vibrações indesejáveis, ou por apresentar um nível de fissuração que comprometa a sua durabilidade.

De acordo com a NBR-6118:2014, no projeto de estruturas de concreto armado devem ser verificados os seguintes estados limites:

- Estado limite de formação de fissuras (ELS-F): Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ct,f}$ .
- Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W): Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados no item 13.4.2 da NBR-6118.
- Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF): Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da estrutura (ver item 13.3 da NBR-6118).
- Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE): Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido.
- Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE): quando as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização da construção.

## 2.4 AÇÕES E COMBINAÇÕES

As ações são definidas como as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Em função da variabilidade no tempo, podem ser classificadas como permanentes, variáveis ou excepcionais.

### 2.4.1 Ações permanente

O item 11.3.1 da NBR 6118:2014, define ações permanentes como sendo ações que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas permanentes as ações que aumentam no tempo, tendendo a um valor-limite constante.

As ações permanentes são classificadas em ações permanentes diretas e ações permanentes indiretas. As ações permanentes diretas são constituídas pelo peso próprio da estrutura, pelos pesos dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes e dos empuxos permanentes, enquanto as ações permanentes indiretas são constituídas pelas

deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

#### **2.4.2 Ações variáveis**

De acordo com o item 11.4 da NBR-6118:2014, as ações variáveis são aquelas que sofrem significativas variações durante a vida da construção, podendo ser do tipo diretas e indiretas. As ações variáveis diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da água, devendo-se respeitar as prescrições feitas por normas brasileiras específicas. São considerados cargas acidentais as que atuam nas construções em função de sua finalidade (como o peso das pessoas, dos imóveis, veículos etc.), cargas móveis, impacto lateral, força longitudinal de fenação ou aceleração e forças centrífugas. As ações indiretas são formadas pela variação uniforme e não uniforme de temperatura e por ações dinâmicas.

#### **2.4.3 Ações excepcionais**

O item 11.5 da NBR-6118:214, define como ações excepcionais aquelas que têm uma duração muito curta e uma probabilidade de ocorrência muito pequena durante a vida da construção. No projeto de estruturas sujeitas a situações excepcionais de carregamento, cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios, devem ser consideradas ações excepcionais com os valores definidos, em cada caso particular, por Normas Brasileiras específicas.

#### **2.4.4 Coeficientes de ponderação no ELU e ELS**

As ações são quantificadas por seus valores característicos, definidos em normas específicas. No caso de cargas acidentais de edifícios, os valores característicos são fornecidos pela NBR 6120:2019, enquanto os valores característicos das ações permanentes podem ser obtidos a partir do peso específico dos materiais de construção, também indicados na referida norma.

Para efeitos de dimensionamento, segundo o item 11.7 da NBR-6118:2014, como medida de a favor da segurança, os valores característicos das ações devem ser majorados pelo coeficiente  $\gamma_f$ , a fim de se obter seus valores de cálculo.

No estado-limite último (ELU) o coeficiente  $\gamma_f$  é determinado pela seguinte equação:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$$

Onde:

$\gamma_{f1}$  - Considera a variabilidade das ações;

$\gamma_{f1}$  - Considera a simultaneidade das ações;

$\gamma_{f1}$  - Considera os erros de avaliação das ações;

O valor  $\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$  é apresentado na Tabela 4 e  $\gamma_{f2}$  na Tabela 5.

No estado-limite de serviço (ELS), o coeficiente  $f$  é dado pela seguinte equação:

$$\gamma_f = \gamma_{f2}$$

Onde:

$\gamma_{f2}$  = tem valor conforme a verificação que deseja fazer, descrita na Tabela 5;

$\gamma_{f2} = 1$  para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$  Para combinações freqüentes;

$\gamma_{f2} = \psi_2$  Para combinações quase permanentes.

Tabela 4 - Coeficiente  $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
<b>Normais</b>	1,4 <sup>a</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
<b>Especiais ou de construção</b>	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
<b>Excepcionais</b>	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde <i>D</i> é desfavorável, <i>F</i> é favorável, <i>G</i> representa as cargas variáveis em geral e <i>T</i> é a temperatura. <sup>a</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 11.1, p. 65)

Tabela 5 - Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$ 

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1^a$	$\psi_2$
<b>Cargas acidentais de edifícios</b>	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
<b>Vento</b>	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
<b>Temperatura</b>	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

<sup>a</sup> Para os valores de  $\psi_1$  relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.  
<sup>b</sup> Edifícios residenciais.  
<sup>c</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 11.2, p. 65)

### 2.4.5 Combinações

Conforme o item 11.8 da NBR-6118:2014, um carregamento é definido pela combinação das ações que tem probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido. As combinações das ações devem ser feitas de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. Em cada combinação consideram-se os valores característicos integrais das ações permanentes e os valores reduzidos de combinação das ações variáveis ou excepcionais.

A verificação da segurança em relação aos estados-limites últimos e aos estados-limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e de combinações de serviço, respectivamente.

#### 2.4.5.1 *Combinação últimas*

As combinações últimas, de acordo com o item 11.8.2 da NBR 6118:2014, podem ser classificadas como normal, especial ou de construção e excepcional, e devem ser verificadas como estabelecido a seguir:

- Normais: em cada combinação devem estar incluídas as ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis, consideradas secundárias, com seus valores reduzidos de combinação, conforme ABNT NBR 8681.
- Especiais ou de construção: Em cada combinação devem estar presentes as ações permanentes e a ação variável especial, quando existir, com seus valores característicos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível, de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme ABNT NBR 8681.
- Excepcionais: Em cada combinação devem figurar as ações permanentes e a ação variável excepcional, quando existir, com seus valores representativos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme ABNT NBR 8681. Nesse caso se enquadram, entre outras, sismo e incêndio.

As combinações últimas usuais estão dispostas, resumidamente, na Tabela 6.

Tabela 6 - Combinações últimas usuais.

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado <sup>a</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\max}$ e $P_{k\min}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na Seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_s, \min$ , onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção <sup>b</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$	
Excepcionais <sup>b</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$	
<p>onde</p> <p><math>F_d</math> é o valor de cálculo das ações para combinação última;</p> <p><math>F_{gk}</math> representa as ações permanentes diretas;</p> <p><math>F_{ek}</math> representa as ações indiretas permanentes como a retração <math>F_{egk}</math> e variáveis como a temperatura <math>F_{eqk}</math>;</p> <p><math>F_{qk}</math> representa as ações variáveis diretas das quais <math>F_{q1k}</math> é escolhida principal;</p>		

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 11.3, p. 67)

#### 2.4.5.2 Combinações de serviço

De acordo com o item 11.8.3 da NBR 6118:2014, as combinações de serviços são classificadas de acordo com sua permanência na estrutura e devem ser verificadas como estabelecido a seguir:

- Quase permanentes: podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado-limite de deformações excessivas;
- Frequentes: repetem-se muitas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados-limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados-limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;

- Raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado-limite de formação de fissuras.

As combinações de serviço estão apresentadas, resumidamente, na Tabela 7.

Tabela 7 - Combinações de serviço.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
<b>Combinações quase permanentes de serviço (CQP)</b>	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k}$
<b>Combinações frequentes de serviço (CF)</b>	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
<b>Combinações raras de serviço (CR)</b>	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$
<p>onde</p> <p><math>F_{d,ser}</math> é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;</p> <p><math>F_{q1k}</math> é o valor característico das ações variáveis principais diretas;</p> <p><math>\psi_1</math> é o fator de redução de combinação frequente para ELS;</p> <p><math>\psi_2</math> é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.</p>		

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 11.4, p. 69)

## 2.5 PARÂMETROS DOS MATERIAIS

A seguir são apresentadas as principais propriedades do concreto e do aço que interessam ao projeto das estruturas usuais de concreto armado, de acordo com NBR 6118:2014.

### 2.5.1 Concreto

#### 2.5.1.1 Resistência característica a compressão

A resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) é determinada através de ensaios padronizados de curta duração, em geral realizados na idade padrão de 28 dias, convencionando-se que esta é a idade que a estrutura deverá entrar em carga. Esta é a propriedade mecânica mais importante do concreto para o dimensionamento dos elementos estruturais.

Conforme a resistência característica à compressão, os concretos são classificados em Grupo I ( $f_{ck} \leq 50$  MPa) e Grupo II ( $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa), como mostra a Tabela 8. Dentro dos grupos, os concretos são designados pela letra C seguida pelo valor da resistência característica à compressão aos 28 dias, expressa em MPa.

Tabela 8 - Classes de resistência de concretos estruturais.

Classe de resistência Grupo I	Resistência - MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência - MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: Elaborado pelo autor



Com o valor do  $f_{ck}$  pode-se calcular a resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ), através da seguinte relação:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Sendo;

$\gamma_c$  = coeficiente de segurança para o concreto ( $\gamma_c = 1.4$ )

### 2.5.1.2 Resistência a tração

A resistência à tração pode ser determinada através de três ensaios diferentes: ensaio de tração axial ( $f_{ct}$ ), ensaio de compressão diametral ( $f_{ct,sp}$ ) e ensaio de flexão ( $f_{ct,fl}$ ). Normalmente, o termo resistência à tração constante nas normas de projeto refere-se ao valor obtido no ensaio de tração axial (tração direta), onde  $f_{ct} = 0,9 \cdot f_{ct,sp}$  e  $f_{ct} = 0,7 \cdot f_{ct,sp}$

Na falta de resultados experimentais, o valor médio da resistência característica à tração pode ser determinado pela seguinte expressão.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (\text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa})$$

Com a resistência média à tração  $f_{ct,m}$ , pode-se calcular os valores característicos inferiores e superiores para a resistência à tração direta:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m}$$

### 2.5.1.3 Módulo de elasticidade longitudinal

Segundo Bastos (2019), o módulo de elasticidade é um parâmetro numérico relativo à medida da deformação que o concreto sofre sob a ação de tensões, geralmente tensões de compressão. Seu valor é avaliado por meio do diagrama tensão x deformação do concreto ( $\sigma$  x  $\varepsilon$ ), obtido através de ensaio prescrito pela NBR 8522:2017.

Na ausência de resultados de ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial (tangente) pela seguinte expressão:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

sendo:

$\alpha_E = 1,0$  → para agregado granito e gnaiss;

$\alpha_E = 0,9$  → para agregado granítico

$\alpha_E = 0,7$  → para agregado granítico

O módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de Estados-Limites de Serviço, pode ser estimado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

sendo:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

#### 2.5.1.4 Coeficiente de Poisson

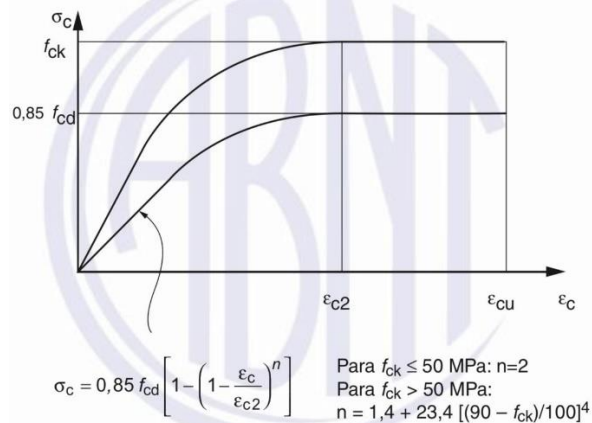
Ao se aplicar uma força no concreto surgem deformações em duas direções, na direção da força e na direção transversal à força. A relação entre a deformação transversal e a deformação longitudinal é chamada coeficiente de Poisson  $\nu$ . Para tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$  e tensões menores que  $f_{ct}$ , o coeficiente de poisson ( $\nu$ ) pode ser tomado igual a 0,2.

#### 2.5.1.5 Relação tensão deformação para o concreto

O diagrama tensão-deformação do concreto, obtido em um ensaio de compressão simples, apresenta um comportamento não linear desde o início do carregamento, decorrente da microfissuração que ocorre na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento. Entretanto, de acordo com a NBR-6118:2014, para tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$ , pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações, adotando-se para módulo de elasticidade o valor secante.

Sendo assim, para efeito de dimensionamento, a NBR 6118:2014 (item 8.2.10.1) indica o emprego do diagrama tensão-deformação idealizado, indicado na Figura 1.

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação idealizado.



(Fonte: NBR 6118:2014, figura 8.2, p.26)

Os valores a serem adotados para os parâmetros das deformações específicas  $\varepsilon_{c2}$  e  $\varepsilon_{cu}$ , são definidas a seguir:

- para concretos de classes até C50:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰};$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$$

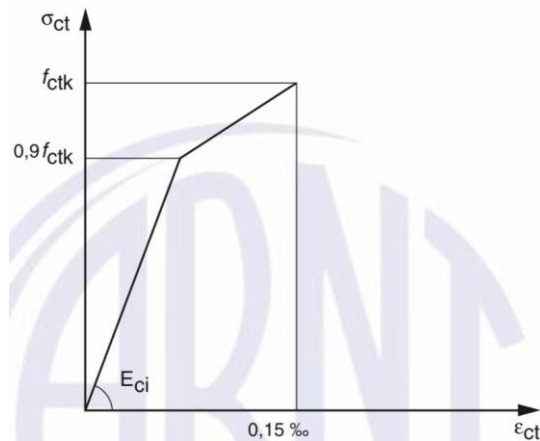
- para concretos de classes C55 até C90:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53};$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,0\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$$

Para o concreto não fissurado, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear de tração, indicado na Figura 2.

Figura 2 - Diagrama tensão-deformação bilinear de tração.

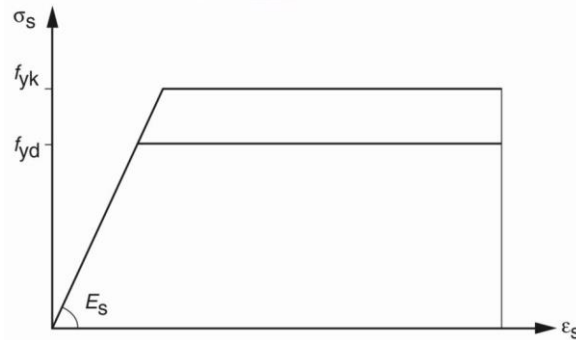


(Fonte: NBR 6118:2014, figura 8.3, p.27)

## 2.5.2 Aço

Segundo o item 8.3.6 da NBR 6118:2014, para o cálculo nos estados-limite de serviço e último, pode-se utilizar o diagrama simplificado mostrado na Figura 3, para os aços com ou sem patamar de escoamento.

Figura 3 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



(Fonte: NBR 6118:2014, figura 8.4, p.29)

sendo:

$E_s$  = módulo de elasticidade do aço.

$f_{yk}$  = resistência característica do aço;

$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$  = resistência de cálculo do aço, onde:

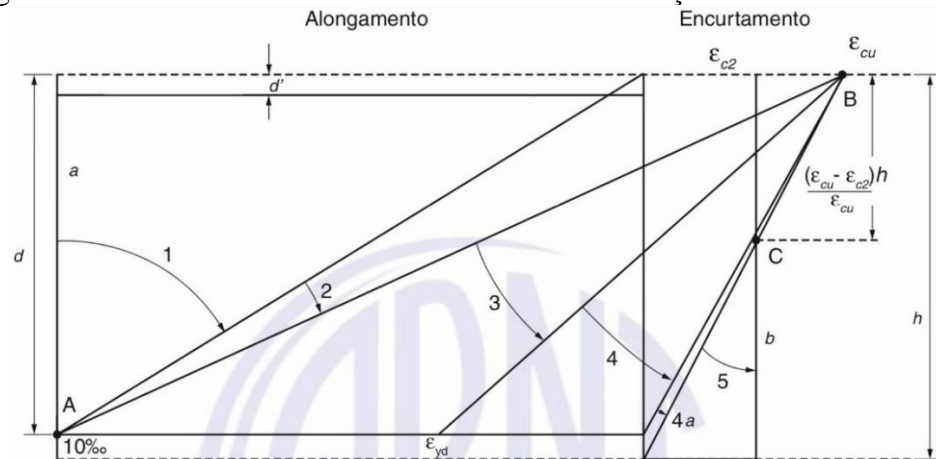
$\gamma_s$  = coeficiente de ponderação do aço, em geral igual a 1,15.

Este diagrama é válido para intervalos de temperatura entre  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$  e pode ser aplicado para tração e compressão.

## 2.6 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Segundo Araújo (2010), o estado limite último, correspondente à ruína de uma seção transversal de concreto armado, pode ocorrer por ruptura do concreto ou por uma deformação excessiva da armadura. Admite-se a ocorrência da ruína, quando a distribuição das deformações ao longo da altura de uma seção transversal se enquadrar em um dos domínios da Figura 4.

Figura 4 - Domínios no estado-limite último de uma seção transversal.



(Fonte: NBR 6118:2014, figura 17.1, p.122)

De acordo com o item 17.2.2 da NBR 6118:2014, os domínios caracterizam os seguintes tipos de ruína:

Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

- reta a: tração uniforme;
- domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$  e com o máximo alongamento permitido).

Ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ );
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ );
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- reta b: compressão uniforme.

No caso de elementos sujeitos à flexão simples, a ruptura pode ocorrer nos domínios 2, 3 e 4. Entretanto, como a ruptura do domínio 4 é do tipo frágil, é conveniente limitar a profundidade da linha neutra, de modo a se obter uma ruptura distante deste domínio. Assim, para garantir uma maior ductibilidade em viga e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

- a)  $\frac{x}{d} \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ;
- b)  $\frac{x}{d} \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ .

### **3 CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO**

#### **3.1 PROJETO ARQUITETÔNICO**

O projeto arquitetônico a ser utilizada no presente trabalho é de um edifício residencial multifamiliar de cinco pavimentos, sendo o térreo, 3 pavimentos tipos e a cobertura, ambos com um pé-direito estrutural de 3,00 metros. O pavimento tipo, objeto de estudo neste trabalho, possui 2 apartamentos por andar, com 2 quartos, sala, cozinha, 2 banheiros e uma sacada. As plantas arquitetônicas se encontram no Anexo A.

#### **3.2 MATERIAIS E DURABILIDADE**

Admite-se que o edifício será construído numa área urbana, logo, a classe de agressividade ambiental a ser considerado é a classe II (Agressividade moderada), conforme a Tabela 1. Em conformidade com a Tabela 2, para a classe de agressividade II, a resistência característica mínima do concreto deve ser igual a 25 MPa. Sendo assim, para este projeto, será adotado para o concreto uma resistência característica de 25 MPa, com a utilização do agregado graúdo granito.

Os cobrimentos mínimos a ser adotados, de acordo com a classe de agressividade ambiental, já foram apresentados na Tabela 3 e seguem o disposto no Item 7.4 da NBR 6118:2014. Como o edifício em estudo se enquadra na classe II, serão utilizados os seguintes valores de cobrimentos: 3 cm para vigas, 3 cm para pilares, 2,5 cm e 1,5 cm para cobrimento inferior e superior das lajes, respectivamente.

#### **3.3 CONCEPÇÃO ESTRUTURAL**

O lançamento estrutural buscou-se um arranjo adequado dos elementos estruturais, procurando não interferir na estética e no funcionamento da arquitetura desejada.

Conforme as plantas arquitetônicas apresentadas no Anexo A, as paredes externas possuem 20 cm de espessura e 15 cm de espessura para paredes internas. Dessa forma as larguras das vigas foram definidas conforme as larguras das paredes, sendo adotado larguras de 17 cm para as vigas das paredes externas e 12 cm para as vigas das paredes internas. As alturas das vigas foram definidas em função dos seus vãos.

Para os pilares, buscou-se o máximo possível inseri-los dentro das paredes, respeitando a dimensão mínima de 14 cm estabelecida na NBR 6118:2014. A maior dimensão do pilar foi definida conforme a solicitação de cada pilar. Os pilares foram posicionados preferencialmente nos locais de cruzamento de vigas.

### 3.3.1 Pré-dimensionamento

Para as lajes, optou-se pela utilização de lajes maciças, por se tratar de um edifício residencial de lajes com pequenos vãos. De acordo com Araújo (2014), as lajes maciças de concreto armado devem ser projetadas com uma espessura mínima suficiente para limitar as suas deformações, além de evitar vibrações que causem desconforto aos usuários. Além disso, do ponto de vista construtivo, é conveniente que as lajes sejam projetadas com armadura simples para evitar o uso de armadura superior ao longo dos vãos. Assim a espessura adotada deve ser tal que o dimensionamento recaia no caso de armadura simples.

Segundo GIONGO (2007) a espessura das lajes pode ser inicialmente estimada em função do seu menor vão, essa relação pode variar entre  $l_{0x}/50$  e  $l_{0x}/40$  para lajes bidirecionais e entre  $l_{0x}/45$  e  $l_{0x}/35$  para lajes unidirecionais. Além disso o pré-dimensionamento deve respeitar os seguintes limites mínimos para espessura das lajes maciças, conforme o item 13.2.4.1 da NBR 6118:2014:

- a) 7 cm para cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total 30 kN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total > 30 kN.

Para as vigas, a sua altura pode ser estimada através da relação  $l/12$ , onde  $l$  é o vão livre da viga



Os Pilares ficaram com a sua menor dimensão definida pela arquitetura. Conforme o item 13.2.3 da NBR-6118:2014, a seção transversal de pilares não pode apresentar dimensões menor que 19 cm. Entretanto, em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento sejam majorados por um coeficiente  $\gamma_n$ , conforme indicado na Tabela 9. Em qualquer caso, não é permitido pilares com seção transversal de área inferior a  $360 \text{ cm}^2$ .

Tabela 9 - Valores do coeficiente adicional  $n$  para pilares e pilares-parede

$b$ cm	$\geq 19$	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b;$$

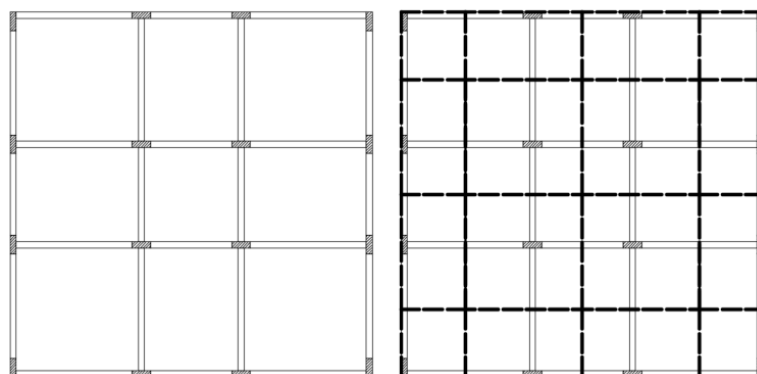
$b$  é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 13.1 p.73)

A maior dimensão do pilar é definida em função dos esforços atuantes, estes esforços podem ser estimados através da área de influência de cada pilar através do desenho das mediatrizes, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - Exemplo das áreas de influência dos pilares



Fonte: Perlin (2020)

Com a área de influência definida, é possível determinar os esforços solicitante em um pilar através da seguinte equação:

$$N_k = p \cdot A \cdot n$$

Onde:

$p$  = a carga total estimada, onde para edifícios usuais, pode-se estimar  $12 \text{ kN/m}^2$  ;

$A$  = a área de influência;

$n$  = número de pavimentos atuantes na seção analisada.

Como podem existir a variação de momentos fletores atuando no pilar, pode-se converter a situação real para uma situação equivalente que possui apenas o esforço normal, este esforço normal equivalente é dado por:

$$N_{eq} = \alpha \cdot N_k$$

Onde:

$\alpha = 1,8$  para pilares de internos,  $2,2$  para pilares de extremidades e  $2,5$  para pilares de canto

A área estimada do pilar é dada por:

$$A_c = \frac{N_{eq}}{0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot \sigma_s}$$

Onde:

$\rho$  = a taxa de armadura e pode ser estimado entre  $1,5\%$  e  $2,0\%$ ;

$\sigma_s$  = é a tensão do aço obtida pela relação tensão-deformação do aço considerando uma deformação de  $\varepsilon_{c2}$  do concreto, demonstrado a seguir:

$$\sigma_s = \frac{\varepsilon_{c2} \cdot f_{yd}}{\varepsilon_{yd}} = \frac{\varepsilon_{c2} \cdot f_{yd}}{\varepsilon_{yd}} = 420 \text{ MPa}$$

Os resultados resumidos do pré-dimensionamento dos pilares estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Pré-dimensionamento dos pilares

Pilar	$A_{influencia}$ ( $m^2$ )	alfa	$N_{eq}$ (kN)	$A_c$ ( $cm^2$ )	$b$ (cm)	$h$ estimado (cm)	$h$ adotado (cm)
1	4,38	2,2	462,5	360	17	21,2	27
2	4,57	2,2	482,6	360	17	21,2	27
3	4,89	2,2	516,4	360	17	21,2	27
4	2,85	2,5	342,0	360	17	21,2	27
5	10,63	1,8	918,4	428	17	25,2	27
6	8,1	1,8	699,8	360	14	25,8	34
7	8,62	1,8	744,8	360	14	25,8	34
8	2,77	2,5	332,4	360	17	21,2	27
9	12,64	1,8	1092,1	508	15	33,9	34
10	3,36	2,5	403,2	360	17	21,2	27
11	10,72	1,8	926,2	431	17	25,4	27
12	10,19	1,8	880,4	410	14	29,3	34
13	3,97	2,5	476,4	360	17	21,2	27
14	12,29	1,8	1061,9	494	17	29,1	34
15	10,19	1,8	880,4	410	14	29,3	30
16	2,83	2,5	339,6	360	17	21,2	27
17	12,64	1,8	1092,1	508	17	30	34
18	3,36	2,5	403,2	360	17	21,2	27
19	10,63	1,8	918,4	428	17	25,2	27
20	8,1	1,8	699,8	360	17	21,2	34
21	8,62	1,8	744,8	360	17	21,2	34
22	2,77	2,5	332,4	360	17	21,2	27
23	4,38	2,2	462,5	360	17	21,2	27
24	4,57	2,2	482,6	360	17	21,2	27
25	4,89	2,2	516,4	360	17	21,2	27
26	2,85	2,5	342,0	360	17	21,2	27

Fonte: Do autor

Após a concepção estrutural e o pré-dimensionamento dos elementos estruturais, obtiveram-se as plantas de formas do edifício e se encontram no Apêndice A.

## 4 DIMENSIONAMENTO MANUAL

Neste capítulo serão descritas as etapas de cálculo necessárias para o dimensionamento manual dos elementos estruturais.

### 4.1 LAJES

#### 4.1.1 Vão efetivo

Conforme o item 14.7.2.2 da NBR-6118:2014, quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, os vão efetivos devem ser calculados pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2$$

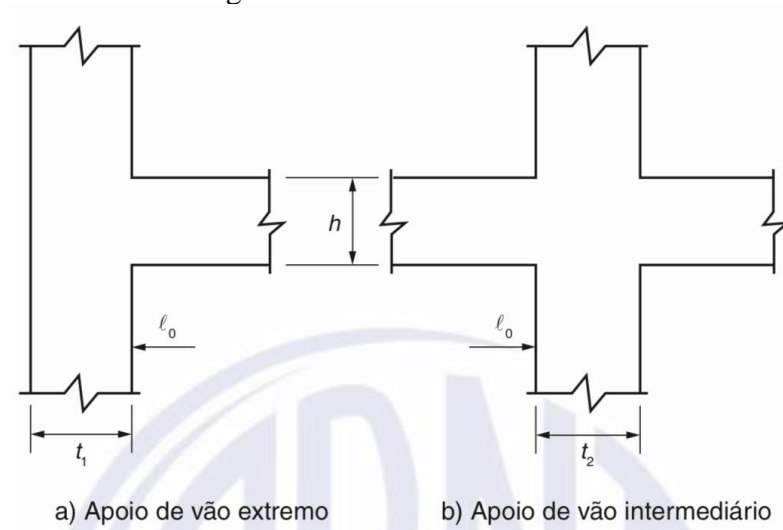
Onde:

$l_0$  = a distância entre as faces internas de dois apoios consecutivo (vão livre);  $a_1$  e  $a_2$  são definidos por:

$$a_i \leq \begin{cases} \frac{t_i}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

Sendo  $t_1$  e  $t_2$ , são larguras das vigas de apoio em cada extremidade, conforme indicado na Figura 6.

Figura 6 - Vão efetivo



(fonte: NBR 6118:2014, figura 14.5, p. 90)

#### 4.1.2 Classificação quanto à armação

Uma classificação muito importante das lajes maciças é aquela referente à direção da armadura principal. Neste quesito, as lajes podem ser classificadas em: armadas em uma direção ou armadas em duas direções. Para isso, calcula-se o coeficiente  $\lambda$ , definido por:

$$\lambda = \frac{l_{ef,y}}{l_{ef,x}}$$

Onde:

$l_{ef,x}$  = o menor vão efetivo da laje;

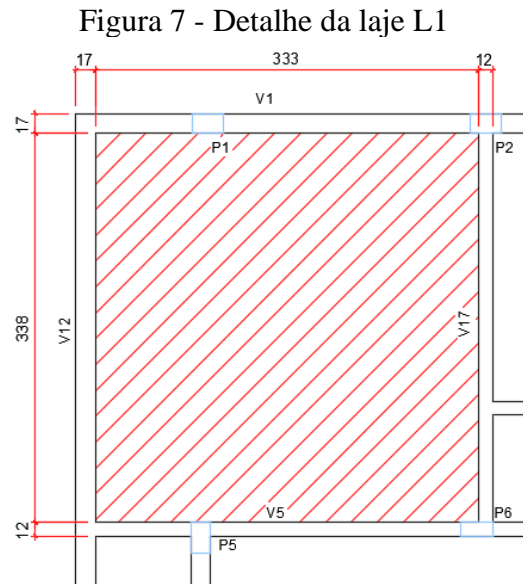
$l_{ef,y}$  = o maior vão efetivo da laje.

Quando  $\lambda < 2$ , a laje é considerada armada em duas direções (bidirecional). Nestes casos, o momento fletor nas 2 direções são significativos e devem ser calculados. Para cada um deles, deve-se realizar o dimensionamento e dispor as armaduras nas direções correspondentes.

Quando  $\lambda > 2$ , a laje é considerada armada em uma direção (unidirecional). Neste caso, o momento fletor na direção do maior vão é muito pequeno e não necessita ser calculado, bastando adotar uma armadura de distribuição nessa direção.

## Calculo da laje L1

A Figura 7 ilustra o detalhe da laje L1



fonte: Do autor

Estimativa da altura:

$$h = \frac{l_{0,x}}{50} = \frac{333}{50} = 6,66 \leq 8 \text{ cm}$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

Vãos de cálculo:

$$a_1 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{17}{2} = 8,5 \end{cases}$$

$$a_1 = 2,4$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{12}{2} = 6,0 \end{cases}$$

$$a_2 = 2,4$$

$$l_{ef,x} = 2,4 + 333 + 2,4 = 338,0 \text{ cm}$$

$$l_{ef,y} = 2,4 + 338 + 2,4 = 343,0 \text{ cm}$$

Classificação quanto à armação:

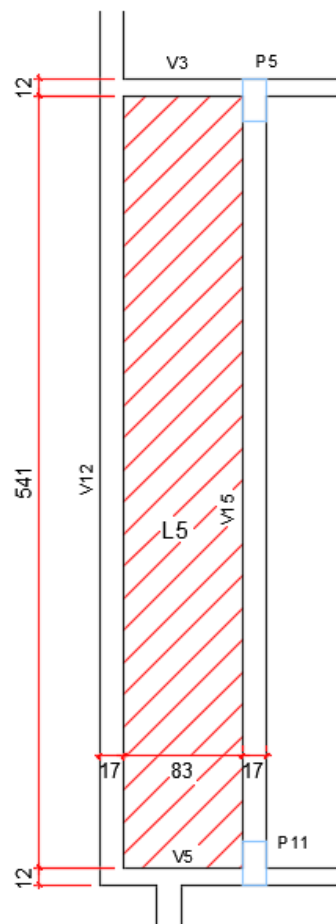
$$\lambda = \frac{343}{338} = 1,01$$

Como  $\lambda < 2$  a laje L1 será considerado bidirecional.

### Cálculo da laje L5

A Figura 8 ilustra o detalhe da laje L5

Figura 8 - Detalhe da laje L5



Fonte: Do autor

Estimativa da altura:

$$h = \frac{l_{0,x}}{50} = \frac{83}{50} = 1.66 \leq 8 \text{ cm}$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

Menor vão de cálculo:

$$a_1 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{17}{2} = 8,5 \end{cases}$$

$$a_1 = 2.4$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{17}{2} = 8,5 \end{cases}$$

$$a_2 = 2.4$$

$$l_{ef,x} = 2,4 + 83 + 2,4 = 88,0 \text{ cm}$$

Maior vão de cálculo:

$$a_1 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{12}{2} = 6,0 \end{cases}$$

$$a_1 = 2.4$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 0,3 * 8 = 2,4 \\ \frac{12}{2} = 6,0 \end{cases}$$

$$a_2 = 2.4$$

$$l_{ef,y} = 2,4 + 541 + 2,4 = 546,0 \text{ cm}$$



Classificação quanto à armação:

$$\lambda = \frac{546}{88} = 6,20$$

Como  $\lambda > 2$  a laje L5 será considerado unidirecional.

A Tabela 11 apresenta os resultados resumidos do pré-dimensionamento de todas as lajes em estudo.

Tabela 11 - pré-dimensionamento, vão efetivo e tipo de armação.

GEOMETRIA E CLASSIFICAÇÃO							
Laje	$l_{0x}$ (cm)	$l_{0y}$ (cm)	Espessura (cm)	$l_{ef,x}$ (cm)	$l_{ef,y}$ (cm)	$\lambda$	Classificação
1=14	333	338	8	338	343	1,01	Bidirecional
2=17	233	238	8	238	243	1,02	Bidirecional
3=16	268	338	8	273	334	1,22	Bidirecional
4=15	93	238	8	98	243	2,48	Unidirecional
5=10	83	541	8	88	546	6,20	Unidirecional
6=11	358	541	8	363	546	1,50	Bidirecional
7=13	238	296	8	243	301	1,24	Bidirecional
8=12	233	393	8	238	398	1,67	Bidirecional
9	113	257	8	118	262	2,22	Unidirecional

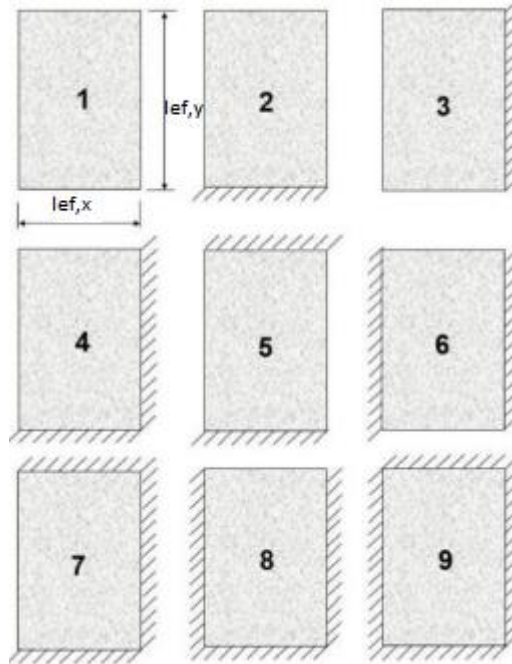
Fonte: Do autor

#### 4.1.3 Condições de apoio

Para o cálculo dos esforços solicitantes e das deformações das lajes é necessário definir o tipo de vínculo entre a laje e seus elementos adjacentes. De forma geral, os bordos das lajes podem ser considerados como livres, apoiados ou engastados.

As lajes bidirecionais são classificadas segundo nove possibilidades de vinculação, as quais são apresentadas na Figura 9. Para todos os casos indicados, existem diversas tabelas na literatura que permitem determinar os momentos fletores e os deslocamentos máximos a partir da geometria e da vinculação das lajes. Na figura 8, os contornos representados por linhas simples indicam bordos simplesmente apoiados, enquanto os contornos hachurados representam engastes perfeitos.

Figura 9 - Definição dos casos de lajes para uso nas tabelas



Fonte: Perlin (2020).

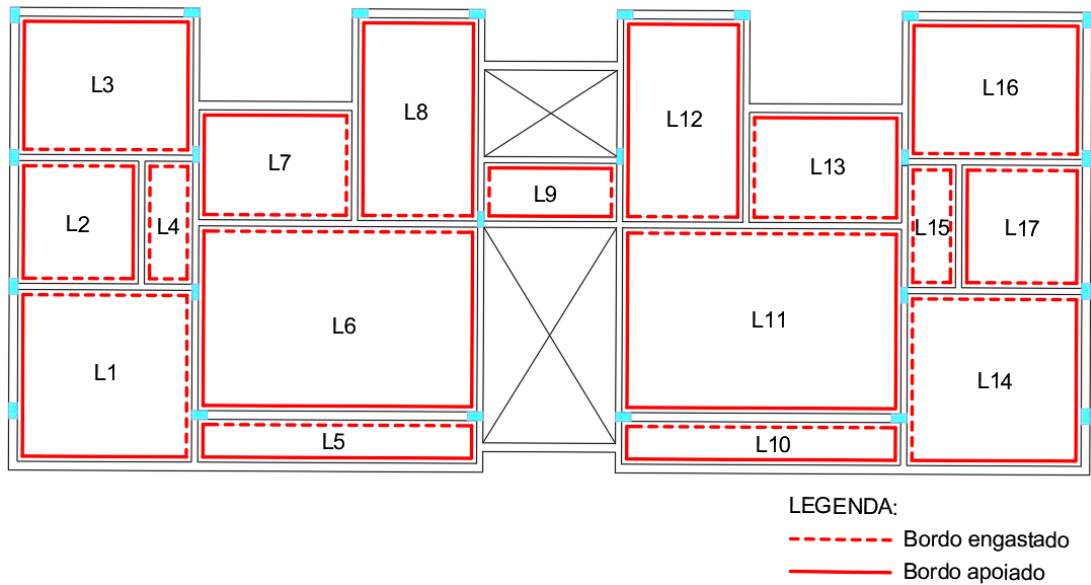
Segundo Perlin (2020), para considerar duas lajes adjacentes como engastadas, tem que ser atendidos os seguintes requisitos:

- Uma laje de espessura  $h$ , pode ser engastada na laje adjacente se a diferença entre alturas das lajes for menor que 2 centímetros.
- Quando houver  $2/3$  ou mais de continuidade ao longo do apoio.
- O vão da laje adjacente deve ser maior que  $2/3$  do vão da laje considerada (na mesma direção) para que a laje considerada possa ser engastada na laje adjacente.
- Carregamentos semelhantes entre as Lajes vizinhas.

No caso das lajes unidirecionais, os esforços solicitantes e deformações são calculados com o mesmo procedimento utilizado para vigas.

A Figura 10 indica o tipo de vinculação entre as lajes em estudo.

Figura 10 - Vinculação das lajes.



Fonte: Do autor

#### 4.1.4 Carregamentos

As cargas atuando nas lajes de edificações são dos tipos permanentes e acidentais. O carregamento permanente é constituído pelo peso próprio da laje, peso dos revestimentos e peso das paredes apoiadas diretamente sobre a laje. As cargas acidentais atuam nas lajes em função da finalidade da construção e incluem o peso das pessoas, móveis, equipamentos, entre outros.

##### 4.1.4.1 Peso próprio ( $g_{pp}$ )

O peso próprio da laje é calculado pela seguinte expressão:

$$g_{pp} = \gamma_c \cdot h$$

Onde,

$\gamma_c$  = peso específico do concreto armado ( $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ );

$h$  = espessura da laje (m).

#### 4.1.4.2 Carga de revestimento ( $g_{rev}$ )

A carga de revestimento inclui o peso do piso, do contrapiso e do revestimento inferior da laje. O seu valor depende dos materiais utilizados e da espessura de cada camada. Por motivo de simplificação dos cálculos, esse valor ( $g_{rev}$ ) foi considerado igual a 1,0 kN/m<sup>2</sup>.

#### 4.1.4.3 Carga de paredes ( $g_{alv}$ )

Segundo Perlin (2020), o carregamento proveniente da alvenaria é determinado em função da localização da parede e da classificação quanto à armação. As lajes bidirecionais L2 e L17 possuem paredes de alvenaria apoiadas, como mostra a planta arquitetônica apresentado no Anexo A. Neste caso, a carga da alvenaria é considerada uniformemente distribuída por toda área da laje, através da seguinte equação:

$$g_{alv} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l}{l_{ef,x} \cdot l_{ef,y}}$$

Onde:

$\gamma_{alv}$  = peso específico da alvenaria;

$h$  = altura da parede;

$e$  = espessura da parede;

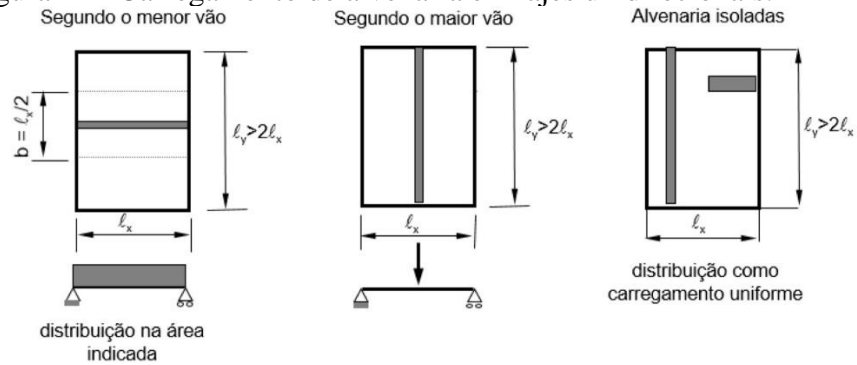
$l$  = comprimento da alvenaria;

$l_{ef,x}$  = o menor vão efetivo da laje;

$l_{ef,y}$  = o maior vão efetivo da laje.

Para uma laje unidirecional, o peso da alvenaria é definido em função da orientação da parede, conforme ilustrado na Figura 11.

Figura 11 - Carregamento de alvenaria em lajes unidirecionais.



Fonte: Perlin (2020)

As cargas das paredes para os 3 casos ilustrados na Figura 11, são dadas por:

$$g_{alv} = \frac{2 \cdot \gamma_{alv} \cdot e \cdot h}{l_{ef,x}}, \quad \text{para alvenaria na direção do menor vão}$$

$$g_{alv} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l_{ef,y}}{l_{ef,x}}, \quad \text{para alvenaria na direção do maior vão}$$

$$g_{alv} = \frac{\sum \gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l}{l_{ef,x} \cdot l_{ef,y}}, \quad \text{para alvenarias isoladas}$$

Onde:

$\gamma_{alv}$  = peso específico da alvenaria;

$h$  = altura da alvenaria;

$l$  = comprimento da alvenaria

$e$  = espessura da alvenaria;

$l_{ef,x}$  = o menor vão efetivo da laje;

$l_{ef,y}$  = o maior vão efetivo da laje.

### Cálculo da carga de parede da laje L2 = L17

A título de exemplo, será apresentado o cálculo da carga de parede da laje L2 = L17.

$$g_{alv} = \frac{\gamma_{alv} \cdot e \cdot h \cdot l}{l_{ef,x} \cdot l_{ef,y}} = \frac{13,0 \cdot 15,0 \cdot 260,0 \cdot 233,0}{238,0 \cdot 2,43} = 2,04 \text{ kN/m}^2$$

A Tabela 12 apresenta os resultados resumidos do carregamento permanente para as lajes em estudo.

Tabela 12 - Carregamento permanente

CARREGAMENTO PERMANENTE				
Laje	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Revestimento (kN/m <sup>2</sup> )	Carga da alvenaria (kN/m <sup>2</sup> )	Carga total (kN/m <sup>2</sup> )
1 = 14	2	1	0	3
2 = 17	2	1	2,04	5,04
3 = 16	2	1	0	3
4 = 15	2	1	0	3
5 = 10	2	1	0	3
6 = 11	2	1	0	3
7 = 13	2	1	0	3
8 = 12	2	1	0	3
9	2	1	0	3

Fonte: Do autor

#### 4.1.4.4 Cargas acidentais ( $q$ )

Os valores correspondentes às cargas acidentais são definidos em função do uso da edificação, sendo fornecidos pela NBR-6120:2019. Os valores referentes aos edifícios residenciais estão indicados na Tabela 13.

Tabela 13 - Valores característicos nominais das cargas variáveis

Local		Carga uniformemente distribuída KN/m <sup>2</sup>
Edifícios presidenciais	Dormitórios	1,5
	Sala, copa, cozinha	1,5
	Sanitário	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2
	Quadras esportivas	5a
	Salão de festas, salão de jogos	3a
	Área de uso comum	3a
	Academia	3a
	Forro inacessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1a,r
	Sótão	2a
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5
	Corredores de uso comum	3
	Depósitos	3
	Área técnicas	
	Jardins	3
Balcões, sacada, varanda e terraço i,j	2,5	
a Redução de cargas variáveis não permitida		
i Conforme o caso, deve-se prever cargas adicionais devido a mudanças futuras, por exemplo: fechamento com vidro, nivelamento do piso, mudança de uso etc.		
j Nas bordas de balcões, varandas, sacadas e terraços com guarda-corpo, prever carga variável de 2 kN/m, além do peso próprio do guarda-corpo. Considerar também forças horizontais variáveis conforme 6.3		
r Para forros inacessíveis e sem possibilidade de estoque de materiais, não é necessário considerar cargas		

(Fonte: adaptada, NBR 6120:2019, Tabela 10, p.20)

#### 4.1.4.5 Combinações de ações

Com objetivo de avaliar os Estados Limites de Serviço (ELS) e Último (ELU), é necessário realizar a combinação das cargas atuantes nos elementos em estudo, que são calculadas de acordo com os critérios vistos no item 2.4.5. As equações para o cálculo das combinações apresentadas a seguir, foram retiradas das Tabelas 6 e 7 deste trabalho.

Combinação última normal:

$$p_{un} = \gamma_g(g + q)$$

Combinação quase permanente:

$$p_{qp} = g + \psi_2 * q)$$

Os coeficientes  $\psi_2$  e  $\gamma_g$  são obtidos das Tabelas 4 e 5 deste trabalho, respectivamente.

### Calculo da Laje L1

Carga permanente:

$$g_{pp} = \gamma_c \cdot h = 25 \cdot 0,08 = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g = (g_{pp} + g_{rev}) = (2,0 + 1) = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

Carga acidental:

$$q = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

Combinação de ações:

$$p_{un} = \gamma_g(g + q) = 1.4(3 + 1,5) = 6,3 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{qp} = g + (\psi_2 * q) = 3 + (0,3 * 1,5) = 3,45 \text{ kN/m}^2$$

### Calculo da Laje L5

Carga permanente:

$$g_{pp} = \gamma_c \cdot h = 25 \cdot 0,08 = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g = (g_{pp} + g_{rev}) = (2,0 + 1) = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

Carga acidental:

$$q = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

Combinação de ações:

$$p_{un} = \gamma_g(g + q) = 1.4(3 + 2,5) = 7,7 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{qp} = g + (\psi_2 * q) = 3 + (0,3 * 2,5) = 3,75 \text{ kN/m}^2$$



A Tabela 14 apresenta os resultados resumidos das combinações de ações para as lajes em estudo.

Tabela 14 - Combinação de ações.

COMBINAÇÕES DE AÇÕES						
Laje	$g$ (kN/m <sup>2</sup> )	$q$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\gamma_g$	$\psi_2$	$p_{un}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$p_{qp}$ (kN/m <sup>2</sup> )
1 = 14	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
2 = 17	5,03	1,5	1,4	0,3	9,1	5,48
3 = 16	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
4 = 15	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
5 = 10	3	2,5	1,4	0,3	7,7	3,75
6 = 11	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
7 = 13	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
8 = 12	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45
9	3	1,5	1,4	0,3	6,3	3,45

Fonte: Do autor

#### 4.1.5 Momentos fletores de cálculo

Após a definição das cargas atuantes nas lajes, procede-se o cálculo dos momentos fletores solicitantes. O modelo de cálculo varia conforme o tipo da armação da laje.

##### 4.1.5.1 Lajes unidirecionais

As lajes unidirecionais são calculadas como uma viga segundo a direção principal. Assim, os momentos são calculados considerando uma viga com largura constante de um metro e comprimento igual ao menor vão efetivo da laje. Na direção secundária desprezam-se os momentos fletores existentes.

As equações empregadas para o cálculo dos momentos fletores positivos e negativos máximos, bem como das flechas elásticas, são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Momentos fletores e flechas máximas

Tipo	Representação	Momento Negativo	Momento Positivo	Flecha
Lajes em dois apoios		-	$M = \frac{p \cdot \ell^2}{8}$	$f = \frac{5}{384} \frac{p \cdot \ell^4}{EI}$
Lajes com 1 apoio e 1 engaste		$M^- = \frac{p \cdot \ell^2}{8}$	$M = \frac{p \cdot \ell^2}{14,22}$	$f = \frac{1}{184,6} \frac{p \cdot \ell^4}{EI}$
Dois engastes		$M^- = \frac{p \cdot \ell^2}{12}$	$M = \frac{p \cdot \ell^2}{24}$	$f = \frac{1}{384} \frac{p \cdot \ell^4}{EI}$
Laje em balanço		$M^- = \frac{p \cdot \ell^2}{2}$	-	$f = \frac{1}{8} \frac{p \cdot \ell^4}{EI}$

Fonte: Perlin (2020).

#### 4.1.5.2 Lajes bidirecionais

O comportamento das lajes bidirecionais é diferente do comportamento das lajes unidirecionais. No caso das lajes armadas nas duas direções, é necessário calcular os esforços solicitantes nas 2 direções, o que aumenta a complexidade do problema.

Na literatura existem diversos métodos disponíveis para o cálculo dessas lajes, como por exemplo, Teoria das placas, Teoria das linhas de ruptura, Método dos Elementos Finitos etc. Neste trabalho, optou-se pela utilização da Teoria das placas, baseada na Teoria da Elasticidade.

A Teoria das Placas fornece uma equação diferencial de quarta ordem que rege o problema de placas (equação de Lagrange). Como a solução da equação geral das placas é tarefa muito complexa, isso motivou o surgimento de diversas tabelas, a partir das quais se obtêm coeficientes que proporcionam o cálculo dos momentos fletores e das flechas para casos específicos de apoios e carregamentos. Neste trabalho, utilizam-se as tabelas de Bares, adaptadas por Carvalho e Figueiredo (2010). Os momentos fletores de cálculo são determinados levando em consideração as condições de apoio, apresentadas no item 4.1.4 deste trabalho e utilizando as seguintes expressões:

$$M_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} \quad M_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} \quad M_x^- = \mu_x^- \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100}$$

$$M_y^- = \mu_y^- \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100}$$

Onde:

$p$  = carregamento último normal;

$l_x$  = menor vão efetivo da placa;

$\mu_y$  e  $\mu_x$  = coeficientes tabelados para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a  $l_y$  e  $l_x$ , respectivamente;

$\mu_y^-$  e  $\mu_x^-$  = coeficientes tabelados para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas bordas perpendiculares às direções  $l_x$  e  $l_y$ , respectivamente.

### Calculo da laje L1

Tabela de Bares: Caso 4

$$M_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} = 2,86 \cdot \frac{6,3 \cdot 3,38^2}{100} = 2,06 \text{ kNm/m}$$

$$M_x^- = \mu_x^- \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} = 2,81 \cdot \frac{6,3 \cdot 3,38^2}{100} = 5,09 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} = 7,08 \cdot \frac{6,3 \cdot 3,38^2}{100} = 2,02 \text{ kNm/m}$$

$$M_y^- = \mu_y^- \cdot \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{100} = 7,03 \cdot \frac{6,3 \cdot 3,38^2}{100} = 5,05 \text{ kNm/m}$$

### Calculo da laje L5

A laje L5 se trata de uma laje unidirecional com uma borda engastada e outra apoiada, dessa forma os momentos serão calculados pelas seguintes equações, conforme a Tabela 15:

$$M = \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{14,22} = \frac{7,7 \cdot 0,88^2}{14,22} = 0,42 \text{ kNm/m}$$

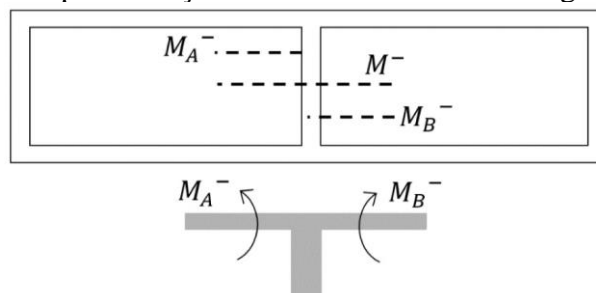
$$M^- = \frac{p \cdot l_{ef,x}^2}{8} = \frac{7,7 \cdot 0,88^2}{8} = 0,74 \text{ kNm/m}$$

Os resultados resumidos dos momentos fletores para todas as lajes em estudo estão apresentados no Apêndice B.

#### 4.1.6 Compatibilização dos momentos negativos e correção dos momentos positivos

Como os momentos fletores são calculados considerando cada laje como uma placa isolada, os momentos fletores negativos apresentam valores distintos para laje adjacentes. Portanto, em uma borda em comum, é necessário fazer uma compatibilização dos momentos negativos, como indica a Figura 12.

Figura 12 - Compatibilização dos momentos fletores negativos



Fonte: Perlin (2020).

Segundo Perlin (2020), o momento fletor negativo compatibilizado é o maior dos seguintes valores:

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0.8 \cdot M_A^- \\ \frac{M_A^- + M_B^-}{2} \end{cases}$$

Onde:

$M_{comp}^-$  = Momento negativo compartilhado;

$M_A^-$  = Maior momento negativo entre as lajes estudadas;

$M_B^-$  = Menor momento negativo entre as lajes estudadas.

Em função da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos devem ser corrigidos, corrigem-se os momentos positivos apenas em situações em que a compatibilização levar ao aumento do seu valor e isso ocorre quando os momentos negativos compartilhados são menores que os momentos negativos originais, caso contrário é descartada a aplicação da correção, optando por não alterar o momento positivo. Assim, o elemento estrutural é dimensionado a favor da segurança.

- **Vãos extremos:** Adiciona-se ao momento fletor positivo, a metade da variação do momento fletor negativo na direção considerada;

$$M_{corr}^+ = M_{calc}^+ + \frac{M_i^- - M_{comp}^-}{2}$$

Onde:

$M_{corr}^+$  = Momento positivo corrigido;

$M_{calc}^+$  = Momento positivo calculado;

$M_i^-$  = Momento negativo inicial;

$M_{comp}^-$  = Momento negativo compartilhado.

- **Vãos intermediários:** adiciona-se ao momento fletor positivo, a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos na direção considerada.

$$M_{corr}^+ = M_{calc}^+ + \frac{|M_{i,e}^- - M_{comp,e}^-| + |M_{i,d}^- - M_{comp,d}^-|}{2}$$

$M_{corr}^+$  = Momento positivo corrigido;

$M_{calc}^+$  = Momento positivo calculado;

$M_{i,e}^-$  = Momento negativo inicial no apoio da esquerda;

$M_{comp,e}^-$  = Momento negativo compatibilizado no apoio da esquerda;

$M_{i,d}^-$  = Momento negativo inicial no apoio da direita;

$M_{comp,d}^-$  = Momento negativo compatibilizado no apoio da direita.

### Compatibilização laje L1 e L2

Laje L1:  $M_A^- = M_x^- = 5,09 \text{ kNm/m}$

Laje L2:  $M_B^- = M_y^- = 3,72 \text{ kNm/m}$

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 5,09 = 4,07 \text{ kNm/m} \\ \frac{5,09 + 3,72}{2} = 4,40 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$M_{comp}^- = 4,4 \text{ kNm/m}$$

Como o momento fletor reduziu, se faz necessário corrigir o momento fletor positivo na direção do menor vão.

$$M_{corr}^+ = 2,06 + \frac{5,09 - 4,4}{2}$$

$$M_{corr}^+ = 2,4 \text{ kNm/m}$$

### Compatibilização laje L1 e L4

$$\text{Laje L1: } M_A^- = M_x^- = 5,09 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Laje L4: } M_B^- = M_y^- = 0$$

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 5,09 = 4,07 \text{ kNm/m} \\ \frac{5,09 + 0}{2} = 2,55 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$M_{comp}^- = 4,07 \text{ kNm/m}$$

Como o momento fletor reduziu, se faz necessário corrigir o momento fletor positivo na direção do menor vão.

$$M_{corr}^+ = 2,06 + \frac{5,09 - 4,07}{2} = 2,57 \text{ kNm/m}$$

Como os momentos positivos corrigidos devido as lajes L2 e L4 resultaram em valores distintas, seria adotado o maior momento positivos corrigido entre os dois, que resulta no momento fletor positivo de  $2,57 \text{ kNm/m}$  na direção do maior vão.

### Compatibilização laje L1 e L5/L6

$$\text{Laje L1: } M_A^- = M_y^- = 5,05 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Laje L5/L6: } M_B^- = M_y^- = 0$$

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 5,05 = 4,04 \text{ kNm/m} \\ \frac{5,05 + 0}{2} = 2,53 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$M_{comp}^- = 4,04 \text{ kNm/m}$$

Como o momento fletor reduziu, é necessário corrigir o momento fletor positivo na direção do maior vão.

$$M_{corr}^+ = 2,02 + \frac{5,05 - 4,04}{2} = 2,53 \text{ kNm/m}$$

### Compatibilização laje L5 e L6

Laje L5:  $M_A^- = M_x^- = 0,74 \text{ kNm/m}$

Laje L6:  $M_B^- = M_x^- = 0$

$$M_{comp}^- \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 0,74 = 0,59 \text{ kNm/m} \\ \frac{0,74 + 0}{2} = 0,37 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$M_{comp}^- = 0,59 \text{ kNm/m}$$

Como o momento fletor reduziu, é necessário corrigir o momento fletor positivo na direção do maior vão.

$$M_{corr}^+ = 0,42 + \frac{0,74 - 0,59}{2} = 0,49 \text{ kNm/m}$$

Os resultados resumidos da compatibilização dos momentos fletores negativos e a correção dos momentos fletores positivos de todas as lajes em estudo estão apresentados no Apêndice B.

## **4.1.7 Cálculo das armaduras longitudinais**

### *4.1.7.1 Armaduras mínimas*

As áreas de aço calculadas para armadura positiva e negativa devem atender ao valor mínimo exigido pela NBR-6118:2014 (item 19.3.3.2), conforme apresentado na Tabela 16, a fim de melhorar o desempenho à flexão, aumentar a ductilidade e controlar a fissuração.



Tabela 16 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		-
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$ . NOTA Os valores de $\rho_{\min}$ são definidos em 17.3.5.2.1.			

(Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 19.1, p.158)

Os valores da taxa mínima da armadura de flexão ( $\rho_{\min}$ ) são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 - Taxas mínimas de armadura de flexão.

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^a$ ( $A_{s,\min}/A_c$ )														
	%														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

(Fonte: NBR 6118:2014, figura 17.3, p.130)

Assim, a área de aço mínima é dada pela seguinte expressão:

$$A_{s,\min} = \rho_{\min} \cdot A_c$$

Onde:

$\rho_{mim}$  = taxa de armadura mínima (ver Tabela 17)

$A_c$  = área bruta da seção de concreto

#### 4.1.7.2 Armaduras positivas

Para o cálculo das armaduras é necessário definir inicialmente a altura útil da laje “ $d$ ”, a qual representa a distância entre o ponto mais comprimido da laje e o eixo da armadura tracionada. Entretanto, para o cálculo da altura útil, é necessário determinar, previamente, um diâmetro para a armadura. Para tal, deve-se obedecer a disposição do item 20.1 da NBR 6118:2014 o qual estabelece que o diâmetro de qualquer barra qualquer barra da armadura de flexão não deve ultrapassar 1/8 do valor da altura da laje, ou seja:

$$\phi_{máx} = \frac{h}{8}$$

Após a determinação da bitola, é possível calcular a altura útil da laje nas duas direções, utilizando as seguintes expressões:

$$d_x = h - cob_{inf} - \frac{\phi_x}{2}$$

$$d_y = h - cob_{inf} - \phi_x - \frac{\phi_y}{2}$$

Onde:

$d_x$  = altura útil da seção na direção do menor vão;

$d_y$  = altura útil da seção na direção do maior vão;

$h$  = espessura da laje;

$cob_{inf}$  = cobrimento inferior da laje;

$\phi_x$  = diâmetro da armadura na direção do menor vão;

$\phi_y$  = diâmetro da armadura na direção do maior vão.

Definido o valor da altura útil, pode-se calcular a posição da linha neutra ( $x$ ) utilizando a seguinte expressão:

$$x = 1,25 \cdot d \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right)$$

Onde:

$x$  = posição da linha neutra;

$d$  = altura útil da seção;

$M_d$  = momento fletor de cálculo;

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$  = a resistência de projeto do concreto a 28 dias;

$b_w$  = largura da seção (100 cm)

Calculando a relação  $x/d$ , é possível verificar o domínio de deformação. De acordo com o item 17.2.3 da NBR-6118:2014, vigas e lajes submetidas à flexão simples devem se enquadrar nos domínios 2 ou 3 para proporcionar o adequado comportamento dúctil, caso o dimensionamento recaia no domínio 4, deve-se usar armadura de compressão. Entretanto, no caso das lajes, procura-se evitar o Domínio 4, ou seja, a relação  $x/d$  de ser menor ou igual a 0,45.

Para o cálculo da armadura principal, utiliza-se a seguinte expressão:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

Onde:

$M_d$  = momento fletor positivo de cálculo;

$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$  = resistência de cálculo do aço, onde:

$f_{yk}$  = resistência característica do aço;

$\gamma_s$  = coeficiente de ponderação do aço, em geral igual a 1,15;

$d$  = altura útil da seção;

$x$  = posição da linha neutra.

No caso das lajes unidirecionais, como não existe armadura principal na direção do maior vão, adota-se apenas uma armadura de distribuição, respeitando os seguintes limites estabelecidos pela norma NBR 6118:2014:

$$A_{s/s} \geq \begin{cases} 20\% \text{ da principal} \\ 0,5 \cdot \rho_{\min} \cdot b_w \cdot h \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

### Cálculo da laje L1

#### Direção x

$$\phi_{\max} = \frac{h}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{\text{adotado}} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d_x = 8,0 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 5,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,052 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2,56}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,052^2}} \right) = 0,420 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,420}{5,2} = 0,081 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{2,56}{\frac{500000}{1,15} (0,052 - 0,4 \cdot 0,00420)} = 1,174 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,mín} = \frac{0,67 * 0,150}{100} \cdot 100 * 8 = 0,804 \text{ cm}^2/m$$

Como pode ser observado, a área necessária  $A_s$  calculada é maior que a mínima  $A_{s,mín}$  exigida por norma, será adotado o valor de  $1,174 \text{ cm}^2/m$ .

$$A_{s,final} = 1,174 \text{ cm}^2/m$$

### Direção y

$$\phi_{máx} = \frac{h}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d_y = 8,0 - 2,5 - 0,63 - \frac{0,63}{2} = 4,55 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,0455 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2,53}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,0455^2}} \right) = 0,4774 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,4774}{4,55} = 0,1048 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{2,53}{\frac{500000}{1,15} (0,043 - 0,4 * 0,005086)} = 1,333 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s,mín} = \frac{0,67 * 0,150}{100} \cdot 100 * 8 = 0,804 \text{ cm}^2/m$$

Logo, será adotado o valor de  $1,333 \text{ cm}^2/m$

## Cálculo da laje L5

### Direção x

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d_x = 8,0 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 5,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,052 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{0,49}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,052^2}} \right) = 0,0783 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0783}{5,2} = 0,0151 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{0,49}{\frac{500000}{1,15} (0,052 - 0,4 * 0,000783)} = 0,218 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,mín} = \frac{0,150}{100} \cdot 100 * 8 = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como pode ser observado, a área necessária  $A_s$  calculada é menor que a mínima  $A_{s,mín}$  exigida por norma, será adotado o valor de  $1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

$$A_{s,final} = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### Direção y

Como a laje L5 é uma laje unidirecional, adota-se apenas uma armadura de distribuição na direção do maior vão.

Logo:

$$A_{s/s} \geq \begin{cases} 20\% \text{ da principal} = 0,2 \cdot 1,2 = 0,24 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5 \cdot \rho_{\min} \cdot b_w \cdot h = 0,5 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 0,6 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

$$A_{s/s} = 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

As Tabelas 18 e 19 apresentam os valores de armadura positiva adotados, para o menor e maior vão das lajes, respectivamente.

Tabela 18 - Armadura positiva adotada para o menor vão

Laje	$M_x$ (kNm/m)	$\phi_{adotado}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,\min}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,adot}$ (cm <sup>2</sup> /m)
1 = 14	2,57	6,3	1,174	0,804	1,174
2 = 17	1,18	6,3	0,531	0,804	0,804
3 = 16	2,65	6,3	1,216	0,804	1,216
4 = 15	0,35	6,3	0,156	1,2	1,2
5 = 10	0,49	6,3	0,218	1,2	1,2
6 = 11	5,72	6,3	2,475	0,804	2,475
7 = 13	1,46	6,3	0,659	0,804	0,804
8 = 12	2,67	6,3	1,226	0,804	1,226
9	1,09	6,3	0,49	1,2	1,2

Fonte: Do autor

Tabela 19 - Armadura positiva adotada para o maior vão.

Laje	$M_y$ (kNm/m)	$\phi_{adotado}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,adot}$ (cm <sup>2</sup> /m)
1 = 14	2,53	6,3	1,421	0,804	1,421
2 = 17	1,67	6,3	0,867	0,804	0,867
3 = 16	1,17	6,3	0,602	0,804	0,804
4 = 15	0	6,3	-	0,9	0,9
5 = 10	0	6,3	-	0,9	0,9
6 = 11	1,76	6,3	0,915	0,804	0,915
7 = 13	1,31	6,3	0,676	0,804	0,804
8 = 12	1,46	6,3	0,755	0,804	0,804
9	0	6,3	-	0,9	0,9

Fonte: Do autor

#### 4.1.7.3 Armaduras negativas

Para o dimensionamento da armadura negativa ( $A'_s$ ), o procedimento é o mesmo utilizado para armadura positiva. Todavia, para o cálculo da altura útil, deve-se adotar a menor espessura entre as duas lajes envolvidas. Dessa forma prevê-se armadura suficiente para a pior das situações e, assim, o dimensionamento é feito a favor da segurança. Já para o cálculo da armadura mínima, utiliza-se o maior valor entre as alturas, visto que esta determinação depende somente da altura da laje.

A norma não especifica o diâmetro mínimo para a armadura negativa das lajes. No entanto, normalmente considera-se que o diâmetro deva ser de no mínimo 6,3 mm, a fim de evitar que a barra possa se deformar durante as atividades de execução da laje. Barras de diâmetros maiores ficam menos sujeitas a entortamentos, além de levarem a espaçamentos maiores sobre as vigas. Portanto, barras com diâmetros de 8 e 10 mm são mais indicadas para a armadura negativa. Em relação ao diâmetro máximo, deve ser respeitada a seguinte relação:

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} \frac{h_a}{8} \\ \frac{h_b}{8} \end{cases}$$

Onde:

$h_a$  e  $h_b$  são espessura das duas lajes consideradas.



### Armadura entre laje L1 e L2

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} \frac{h_a}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \\ \frac{h_b}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,062 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4,40}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,062^2}} \right) = 0,611 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,611}{6,2} = 0,0987 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A'_s = \frac{4,40}{\frac{500000}{1,15} (0,062 - 0,4 * 0,00611)} = 1,705 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,150}{100} \cdot 100 * 8 = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como a área necessária  $A_s$  calculada é maior que a mínima  $A_{s,min}$  exigida por norma, será adotado o valor de  $1,705 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

### Armadura entre laje L1 e L4

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} \frac{h_a}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \\ \frac{h_b}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,062 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4,07}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,062^2}} \right) = 0,5626 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5626}{6,2} = 0,091 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A's = \frac{4,07}{\frac{500000}{1,15} (0,062 - 0,4 * 0,005626)} = 1,57 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,150}{100} \cdot 100 * 8 = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, será adotado o valor de  $1,57 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

### Armadura entre laje L1 e L5/L6

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} \frac{h_a}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \\ \frac{h_b}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,062 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4,04}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,062^2}} \right) = 0,5585 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5585}{6,2} = 0,0903 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A's = \frac{4,04}{\frac{500000}{1,15} (0,062 - 0,4 \cdot 0,005585)} = 1,5598 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,150}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, será adotado o valor de  $1,5598 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

### Armadura entre laje L5 e L6

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} \frac{h_a}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \\ \frac{h_b}{8} = \frac{8}{8} = 10 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,2 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,062 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{0,59}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 1,0 \cdot 0,062^2}} \right) = 0,0794 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,0794}{6,2} = 0,0128 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A's = \frac{0,59}{\frac{500000}{1,15} (0,062 - 0,4 \cdot 0,000794)} = 0,222 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,150}{100} \cdot 100 \cdot 8 = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, será adotado o valor de  $1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

A Tabela 20 apresenta os resultados resumidos das armaduras negativas entre as lajes adjacentes.

Tabela 20 - Valores de armaduras negativas adotados.

Laje	$M_y$ (kNm/m)	$\phi_{adotado}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,adot}$ (cm <sup>2</sup> /m)
L1 e L2	4,4	6,3	1,705	1,2	1,705
L1 e L4	4,07	6,3	1,571	1,2	1,571
L1 e L5/L6	4,04	6,3	1,559	1,2	1,559
L2 e L3	4,27	6,3	1,651	1,2	1,651
L2 e L4	0,4	6,3	0,149	1,2	1,2
L3 e L4	3,85	6,3	1,483	1,2	1,483
L4 e L6	0,4	6,3	0,149	1,2	1,2
L4 e L7	0,4	6,3	0,150	1,2	1,2
L5 e L6	0,59	6,3	0,222	1,2	1,2
L6 e L7/L8	7,48	6,3	2,987	1,2	2,987
L7 e L8	2,29	6,3	0,868	1,2	1,2

Fonte: Do autor

#### 4.1.8 Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva

Deformações excessivas ocorrem quando as deformações atingem os limites estabelecidos no item 13.3 da NBR-6118:2014. Assim, a verificação do estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF) é feita calculando-se os deslocamentos máximos (flechas) e comparando os resultados com os valores limites. Para este cálculo, deve-se usar a carga resultante da combinação quase-permanente.

##### 4.1.8.1 Verificação à Fissuração

Para um cálculo mais preciso das flechas é necessário determinar a presença ou não de fissuras, tendo em vista que tal ocorrência diminui o momento de inércia da laje. Desta forma, para determinar o estágio de deformação em que a peça se encontra, inicialmente é necessário calcular o momento de fissuração ( $M_r$ ), comparando esse valor com o momento atuante de

serviço ( $M_a$ ). O momento de fissuração pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada, conforme o item 17.3.1 da NBR-6118:2014:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_t}$$

Onde:

$M_r$  = momento de fissuração;

$\alpha$  = fator de correção (1,5 para seções retangulares);

$f_{ctm} = 0,3 * f_{ck}^{2/3}$  ;

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;

$y_t$  = a distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada.

Se  $M_a \leq M_r$ , admite-se que a peça não irá fissurar e utiliza-se a seção bruta de concreto para o cálculo das flechas. Admite-se a laje trabalhando no estágio I.

Se  $M_a > M_r$ , admite-se que a peça irá fissurar e que a laje está trabalhando no estágio II. Assim, é utilizado o momento de inércia equivalente para o cálculo das flechas (item 17.3.2.1.1 da NBR-6118:2014).

Para o cálculo da posição da linha neutra se utiliza a seguinte expressão:

$$x_{II} = \frac{A_s \cdot \alpha_e}{b_w} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b_w \cdot d}{A_s \cdot \alpha_e}} \right]$$

Onde:

$b_w$  = a largura da seção;

$d$  = altura útil da seção;

$A_s$  = área de aço, calculado para o estado limite último;

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

$E_s$  = módulo de elasticidade de aço;

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}};$$

$\alpha_E = 1,0$  , para agregado granítico;

$$\alpha_i = 0.8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}.$$

Com a linha neutra definida, pode-se calcular o momento de inércia da seção no estágio II e o momento de inércia equivalente  $I_{eq}$  da seção:

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s (d - x_{II})^2$$

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II}$$

Onde:

$I_{II}$  = momento de inércia da seção fissurada de concreto;

$I_{eq}$  = momento de inércia equivalente;

$M_r$  = momento de fissuração;

$M_a$  = momento atuante de serviço.

A altura equivalente da laje, correspondente ao momento de inércia equivalente calculado, pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{eq}}{b_w}}$$

Onde:

$I_{eq}$  = momento de inércia equivalente;

$b_w$  = a largura da seção.

### Cálculo da laje L1

Momentos fletores de serviço:

$$M_x^+ = 2,86 \cdot \frac{3,45 \cdot 338^2}{100} = 1,126 \text{ kNm/m}$$

$$M_x^- = 7,08 \cdot \frac{3,45 \cdot 338^2}{100} = 2,79 \text{ kNm/m}$$

$$M_y^+ = 2,81 \cdot \frac{3,45 \cdot 338^2}{100} = 1,106 \text{ kNm/m}$$

$$M_y^- = 7,03 \cdot \frac{3,45 \cdot 338^2}{100} = 2,768 \text{ kNm/m}$$

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 2565,0 \cdot \left(\frac{1 \cdot 0,08^3}{12}\right)}{0,04} = 4,10 \text{ kNm/m}$$

Como  $M_a \leq M_r$ , não é necessário o cálculo da espessura equivalente e parte-se para o cálculo das flechas.

### Cálculo da laje L5

Momentos fletores de serviço atuantes:

$$M_x^+ = \frac{3,75 \cdot 0,88^2}{14,22} = 0,204 \text{ kNm/m}$$



$$M_x^- = \frac{3,75 \cdot 0,88^2}{8} = 0,363 \text{ kNm/m}$$

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 2565,0 \cdot \left(\frac{1 \cdot 0,08^3}{12}\right)}{0,04} = 4,10 \text{ kNm/m}$$

Como  $M_a \leq M_r$ , não é necessário o cálculo da espessura equivalente e parte-se para o cálculo das flechas.

A Tabela 21 apresenta os valores referentes à verificação da fissuração.

Tabela 21 - Verificação a fissuração das lajes em estudo

Laje	$M_a$	$M_r$	Verificação
1=14	2,79	4,10	Não fissura
2=17	2,23	4,10	Não fissura
3=16	2,64	4,10	Não fissura
4=15	0,28	4,10	Não fissura
5=10	0,36	4,10	Não fissura
6=11	5,12	4,10	Fissura
7=13	1,82	4,10	Não fissura
8=12	2,29	4,10	Não fissura
9	0,60	4,10	Não fissura

Fonte: Do autor

### Cálculo da espessura equivalente da laje L6

Como  $M_a > M_r$ , é necessário o cálculo da espessura equivalente da laje L6.

Determinação do módulo de elasticidade secante do concreto:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{25}{80} = 0,8625$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,8625 \cdot 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} = 24150 \text{ MPa}$$

Cálculo da posição da linha neutra no estágio II:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{24150} = 8,6957$$

$$x_{II} = \frac{A_s \cdot \alpha_e}{b_w} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b_w \cdot d}{A_s \cdot \alpha_e}} \right] = \frac{3,04 \cdot 8,6957}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 6,185}{3,04 \cdot 8,6957}} \right]$$

$$x_{II} = 1,5632 \text{ cm}$$

Cálculo do momento de inércia da seção bruta:

$$I_c = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 8,0^3}{12} = 4266,47 \text{ cm}^4$$

Cálculo do momento de inércia no estágio II:

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s (d - x_{II})^2 = \frac{100 \cdot 1,5632^3}{3} + 8,6957 \cdot 3,04 (6,185 - 1,5632)^2$$

$$I_{II} = 692,0 \text{ cm}^4$$

Cálculo do momento de inércia equivalente:

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} = \left( \frac{4,10}{5,12} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{4,10}{5,12} \right)^3 \right] \cdot 692,0$$

$$I_{eq} = 2535,42 \text{ cm}^4$$

Como há fissuração somente na região de momento negativo, pode-se ponderar uma inércia equivalente para todo o comprimento da laje, considerando a inércia da seção bruta na região de momento positivo. Para isso, utiliza-se a relação a seguir:

$$I_{final} = 0,15 \cdot I_{eq} + 0,7 \cdot I_c + 0,15 \cdot I_{eq} = 0,15 \cdot 2535,4 + 0,7 \cdot 4266,47 + 0,15 \cdot 2535,4$$

$$I_{final} = 3747,29 \text{ cm}^2$$

Determinação da espessura equivalente:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{final}}{b_w}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 3747,29}{100}} = 7,66 \text{ cm}$$

#### 4.1.8.2 Verificação da aceitabilidade visual

O item 13.3 da NBR 6118:2014 define que a deflexão máxima das lajes para que se garanta o conforto do usuário quanto à aceitabilidade visual é definida por:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250}$$

Sendo assim, este valor limite deve ser comparado com a flecha total máxima.

- Flecha imediata ( $f_0$ )

A flecha imediata ocorre imediatamente após a retirada do escoramento do elemento estrutural. O cálculo deste valor depende da classificação quanto à armação da laje.

Para lajes unidirecionais:

$$f_0 = \frac{p \cdot l_{ef,x}^4}{184,6 \cdot E_{cs} \cdot I}$$

Sendo que:

$p$  = carga resultante da combinação quase permanente;

$I$  = momento de inércia da seção;

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade do concreto;

$l_{ef,x}$  = o menor vão efetivo da laje.

Para lajes bidirecionais:

$$f_0 = \frac{\alpha \cdot p \cdot l_x^4}{100 \cdot E_{cs} \cdot h^3}$$

Sendo que:

$\alpha$  = coeficiente tabelado que depende da condição de apoio;

$p$  = carga resultante da combinação quase permanente;

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade de concreto;

$h$  = altura da seção do concreto;

$l_x$  = o menor vão efetivo da laje.

- Flecha diferida no tempo

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR-6118:2014, a flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$  dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

Onde:

$\alpha_f$  = fator de fluência do concreto;

$\rho' = \frac{A_s}{b \cdot d} = 0$ , pois não há armadura de compressão.

$\Delta\xi$  = é um coeficiente em função do tempo, definido pela expressão:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Onde:

$\xi(t_0) = 0,68(0,996^t) \cdot t^{0,32}$ , para  $t \leq 70$  meses

$\xi(t) = 2$ , para  $t > 70$  meses

Neste caso,  $t$  é o tempo em que se deseja calcular a flecha diferida, obtido da Tabela 22 e considera-se que é calculada após um tempo infinito depois da retirada das escoras, assim seu valor sempre seria considerado maior que 70 meses.  $t_0$  é o tempo de aplicação do carregamento de longa duração, usualmente é definido como o momento de retirada do escoramento das lajes após a concretagem, no presente trabalho, adotou-se que  $t_0$  é igual a 0,7 meses (21 dias).

Tabela 22 - Valores do coeficiente em função do tempo.

Tempo ( $t$ ) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

(Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 17.1, p.127)

- Flecha total

A flecha total pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) \cdot f_0$$

#### 4.1.8.3 Verificação da aceitabilidade sensorial de Vibração

Esta verificação segue o mesmo procedimento apresentado no item anterior, porém, para o cálculo da flecha imediata considera-se apenas as cargas acidentais. Assim, o cálculo da deformação da laje para verificação do limite sensorial de vibração pode ser feito conforme a seguinte equação:

$$f'_0 = \frac{q}{p} \cdot f_0$$

Neste caso, a deflexão máxima das lajes para que se garanta o conforto do usuário quanto à aceitabilidade sensorial de vibração é definida por:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350}$$

### Cálculo da laje L1

Flecha imediata:

$$f_0 = \frac{\alpha \cdot p_{qp} \cdot l_x^4}{100 \cdot E_{cs} \cdot h^3} = \frac{2,47 \cdot 3,45 \cdot 337,8^4}{100 \cdot 24150 \cdot 10^3 \cdot 8,0^3} = 0,089 \text{ cm}$$

Efeito da Fluência:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68(0,996^{0,7}) \cdot 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 \cdot 0} = 1,395$$

Flecha total:

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) \cdot f_0 = (1 + 1,395) \cdot 0,089 = 0,215 \text{ cm}$$

Verificação da aceitabilidade visual de vibração do elemento:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250} = \frac{337,8}{250} = 1,35 \text{ cm} > 0,215 \text{ cm} \rightarrow OK!$$

Verificação da aceitabilidade sensorial de vibração do elemento:

$$f'_0 = \frac{q}{p} \cdot f_0 = \frac{1,5}{3,45} \cdot 0,089 = 0,039 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350} = \frac{337,8}{350} = 0,965 \text{ cm} > 0,039 \text{ cm} \rightarrow OK!$$

### Cálculo da laje L5

Flecha imediata:

$$f_0 = \frac{p \cdot l_{ef,x}^4}{184,6 \cdot E_{cs} \cdot I} = \frac{3,75 \cdot 0,88^4}{184,6 \cdot 24150 \cdot 10^3 \cdot \frac{1 \cdot 0,08^3}{12}} = 0,0012 \text{ cm}$$

Efeito da Fluência:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68(0,996^{0,7}) \cdot 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 \cdot 0} = 1,395$$

Flecha total:

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) \cdot f_0 = (1 + 1,395) \cdot 0,0012 = 0,0028 \text{ cm}$$

Verificação da aceitabilidade visual de vibração do elemento:

$$f_{adm} = \frac{l_{ef,x}}{250} = \frac{88}{250} = 0,352 \text{ cm} > 0,0028 \text{ cm} \rightarrow OK!$$

Verificação da aceitabilidade sensorial de vibração do elemento:

$$f'_0 = \frac{q}{p_{qp}} \cdot f_0 = \frac{2,5}{3,75} \cdot 0,0012 = 0,0008 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{l_{ef,x}}{350} = \frac{88}{350} = 0,251 \text{ cm} > 0,0008 \text{ cm} \rightarrow OK!$$

A Tabela 23 apresenta os resultados resumidos das flechas e verificação da aceitabilidade visual e sensorial para as lajes estudadas.

Tabela 23 - Flechas e Verificação da aceitabilidade visual e sensorial

Laje	$f_0$ (cm)	$f_\infty$ (cm)	$l_{ef,x}/250$	Situação	$f'_0$ (cm)	$l_{ef,x}/350$	Situação
1 = 14	0,09	0,215	1,352	Passou	0,039	0,966	Passou
2 = 17	0,038	0,092	0,952	Passou	0,011	0,680	Passou
3 = 16	0,065	0,156	1,092	Passou	0,028	0,780	Passou
4 = 15	0,0008	0,002	0,392	Passou	0,0003	0,280	Passou
5 = 10	0,0012	0,0028	0,352	Passou	0,0008	0,251	Passou
6 = 11	0,271	0,649	1,452	Passou	0,118	1,037	Passou
7 = 13	0,034	0,082	0,972	Passou	0,015	0,694	Passou
8 = 12	0,077	0,185	0,952	Passou	0,034	0,680	Passou
9	0,008	0,02	0,472	Passou	0,0037	0,337	Passou

Fonte: Do autor



#### 4.1.9 Detalhamento das armaduras

Após a obtenção das áreas de aço em cada direção, deve-se escolher um diâmetro para as barras e calcular o espaçamento necessário para que a armadura, disposta em uma faixa de 1 m de largura, tenha a área calculada. Além disso, para detalhar as armaduras, deve-se determinar a quantidade total das barras e seus comprimentos em cada direção.

##### 4.1.9.1 Espaçamento e quantidade de barra

Para determinar a quantidade de barras necessárias por metro de largura, se utiliza a seguinte expressão:

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}}$$

Onde:

$n$  = quantidade de barras por metro de largura;

$A_s$  = área de aço calculado;

$A_{uni}$  = área unitária relativa ao diâmetro adotado.

O espaçamento entre as barras pode ser calculado fazendo:

$$s = \frac{100}{n}$$

Onde:

100 = a largura da seção (considerada igual 1 metro (100 cm))

O valor de  $s$  deve sempre ser arredondado para um número inteiro imediatamente inferior.

Conforme o item 20.1 da NBR-6118:2014, as barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a  $2 \cdot h$  ou  $20 \text{ cm}$ . Prevalendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores, ou seja:

$$S_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 2 \cdot h \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

O mesmo item ainda estabelece que, no caso de lajes unidirecionais, a armadura de distribuição deve apresentar um espaçamento entre barras de no máximo  $33 \text{ cm}$ .

Com o espaçamento entre as barras definida, pode-se calcular a quantidade total de barras pela seguinte expressão:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1$$

Onde:

$l_0$  = vão livre na direção analisada;

$s$  = espaçamento entre as barras.

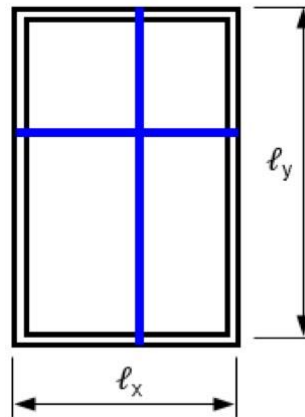
No caso das armaduras negativas,  $l_0$  representa o comprimento da continuidade entre as lajes adjacentes.

O valor de  $Q$  deve sempre ser arredondado para um número imediatamente superior.

#### 4.1.9.2 Comprimento das armaduras positivas

O item 20.1 da NBR-6118:2014, dispõe que toda a armadura positiva deve ser levada até os apoios, conforme mostra a Figura 13, ou seja, não é permitido o escalonamento desta armadura, sendo esta prolongada no mínimo  $4 \text{ cm}$  além do eixo teórico do apoio.

Figura 13 - Armadura positiva



Fonte: Perlin (2020).

O comprimento total das barras é a soma do vão livre com as ancoragens em ambos os lados. Tais comprimentos adicionais são de, no mínimo, dez vezes o diâmetro da barra. Considerando um comprimento de ancoragem de  $10\phi$ , o comprimento total da barra é dado por:

$$C = 10\phi + l_0 + 10\phi$$

Onde:

$l_0$  = comprimento do vão livre da laje;

$\phi$  = diâmetro da barra.

Todavia, em virtude dos pequenos diâmetros das barras utilizadas nas lajes, normalmente, o comprimento de ancoragem é inferior à largura dos apoios. Assim, visando rapidez e facilidade construtiva, recomenda-se estender a barra por todo o comprimento de ancoragem disponível, mesmo que este seja maior que  $10\phi$ . Sendo assim, para este trabalho seria adotado esta solução. Neste caso, o comprimento total das barras é dado pela seguinte fórmula:

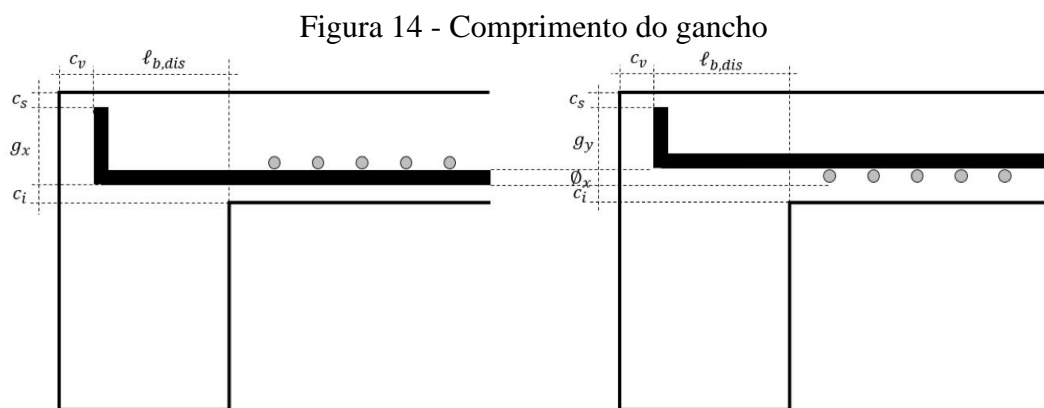
$$C = -C_v + t_1 + l_0 + t_2 - C_v$$

Sendo:

$C_v$  = cobrimento da viga;

$t_1$  e  $t_2$  = larguras das vigas de apoio.

No caso do comprimento de ancoragem ser maior que o comprimento reto disponível, adota-se a ancoragem com ganchos, respeitando o cobrimento da viga, conforme ilustra a Figura 13.



Fonte: Perlin (2020).

Onde:

$$l_{b,disp} = b_w - C_v$$

$b_w$  = largura da viga

$C_v$  = cobrimento da viga

$C_i$  = cobrimento inferior da laje

$C_s$  = cobrimento superior da laje

$$g_x = h - C_i - C_s$$

$$g_y = h - C_i - \phi_x - C_s$$

#### 4.1.9.3 Comprimento das armaduras negativas

O comprimento da armadura negativa, conforme ilustrado na Figura 15, é calculado da seguinte forma:

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,max} + 10\phi + g_d$$

Onde:

$g_e$  e  $g_d$  = gancho esquerda e direita respectivamente;

$\phi$  = a bitola utilizada;

$$g_e = h_e - C_i - C_s;$$

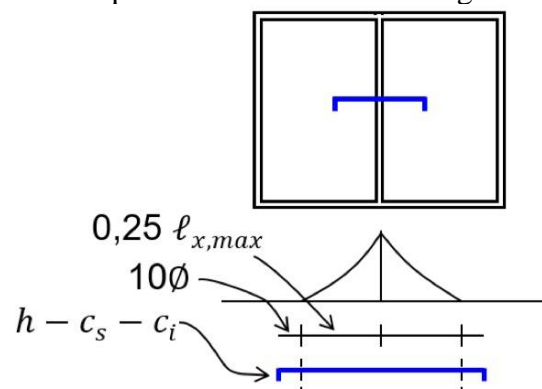
$$g_d = h_d - C_i - C_s;$$

$$l_{x,max} \geq \begin{cases} l_{x,e} \\ l_{x,d} \end{cases}, \text{ quando houver 2 lajes engastadas (o maior dos menores)}$$

$l_{x,max} = l_x$ , o menor vão da laje engastada quando houver uma laje engastada e outra apoiada.

Sendo que  $h_e$  e  $h_d$  a espessura da laje da esquerda e da direita respectivamente, enquanto  $l_{x,e}$  e  $l_{x,d}$  o menor vão da laje da esquerda e da direita respectivamente.

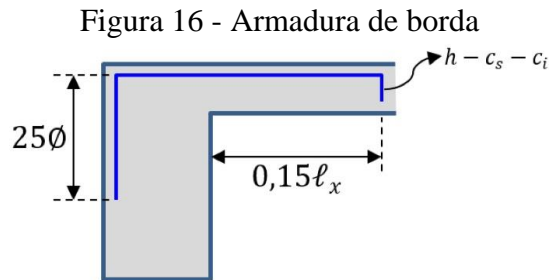
Figura 15 - Comprimento das armaduras negativas



Fonte: Perlin (2020).

#### 4.1.9.4 Armadura negativa de borda

Segundo o item 19.3.3.2 da NBR-6118:2014, nos apoios de lajes que não apresentam continuidade com planos de lajes adjacentes e que tenham ligação com os elementos de apoio, deve-se dispor de armadura negativa de borda. Essa armadura deve respeitar a armadura mínima conforme a tabela 10 e se estender até pelo menos  $0,15 \cdot l_x$  a partir da face do apoio, conforme ilustra a Figura 16.



Fonte: Perlin (2020).

O comprimento total da barra é dado por:

$$C = 25\phi + b_w - C_v + 0,15 \cdot l_x + h - C_s - C_i$$

Onde:

$C_v$  = cobrimento da viga;

$b_w$  = largura da viga;

$l_x$  = menor vão da laje;

$h$  = espessura da laje;

$C_s$  = cobrimento superior da laje;

$C_i$  = cobrimento inferior da laje.

### Cálculo da laje L1

Armaduras positivas na direção x (menor vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,174 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,3117 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{1,174}{0,3117} = 3,766 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{3,766} = 26,55 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{\text{adotado}} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{338}{16} - 1 = 20,125 \cong 21 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$C = -C_v + t_1 + l_x + t_2 - C_v = -3 + 12 + 333 + 17 - 3 = 356 \text{ cm}$$

#### Armadura positiva na direção y (maior vão)

$$\phi_{\text{adotado}} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,333 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{\text{uni}} = 0,3117 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{\text{uni}}} = \frac{1,333}{0,3117} = 4,276 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{4,276} = 23,39 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{adotado} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

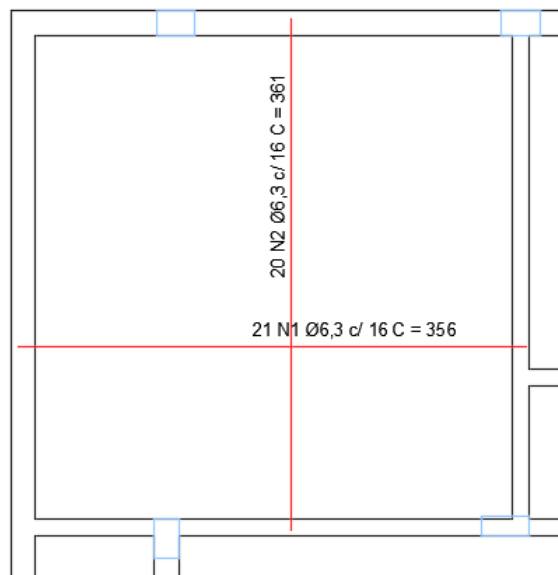
$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{333}{16} - 1 = 19,81 \cong 20 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$C = -C_v + t_1 + l_x + t_2 - C_v = -3 + 12 + 338 + 17 - 3 = 361 \text{ cm}$$

A Figura 17 mostra o detalhamento final das armaduras positivas da laje L1.

Figura 17 - Detalhamento das armaduras positivas da laje L1



Fonte: Do autor



Armadura negativa entre L1 e L2

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,705 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,3117 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{1,705}{0,3117} = 5,471 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{5,471} = 18,279 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{adotado} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{233}{16} - 1 = 13,562 \cong 14 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$g_e = g_d = h_i - C_i - C_s = 8,0 - 2,5 - 1,5 = 4,0 \text{ cm}$$

$$l_{x,m\acute{a}x} = 338 \text{ cm}$$

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,m\acute{a}x} + 10\phi + g_d$$

$$C = 4,0 + 10 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,25 \cdot 338 + 10 \cdot 0,8 + 4,0 = 193 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L1 e L2 é:

$$14 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c} / 16 - 193$$

#### Armadura negativa entre L1 e L4

$$\phi_{\text{adotado}} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,571 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{\text{uni}} = 0,3117 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{\text{uni}}} = \frac{1,571}{0,3117} = 5,041 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{5,041} = 19,838 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{\text{adotado}} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{91}{16} - 1 = 4,69 \cong 5 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$g_e = g_d = h_i - C_i - C_s = 8,0 - 2,5 - 1,5 = 4,0 \text{ cm}$$

$$l_{x,m\acute{a}x} = 338 \text{ cm}$$

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,m\acute{a}x} + 10\phi + g_d$$

$$C = 4,0 + 10 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,25 \cdot 338 + 10 \cdot 0,8 + 4,0 = 193 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L1 e L4 é:

$$5 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c} / 16 - 193$$

#### Armadura negativa entre L1 e L5/L6

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,56 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,3117 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{1,56}{0,3117} = 5,001 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{5,001} = 19,985 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{adotado} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras entre L1 e L5:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{83}{16} - 1 = 4,18 \cong 5 \text{ barras}$$

Quantidade total de barras entre L1 e L6:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{218}{16} - 1 = 12,6 \cong 13 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$g_e = g_d = h_i - C_i - C_s = 8,0 - 2,5 - 1,5 = 4,0 \text{ cm}$$

$$l_{0x,m\acute{a}x} = 338 \text{ cm}$$

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,m\acute{a}x} + 10\phi + g_d$$

$$C = 4,0 + 10 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,25 \cdot 338 + 10 \cdot 0,8 + 4,0 = 193 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L1 e L5 é:

$$5 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c} / 16 - 193$$

Entre L1 e L6 é:

$$13 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c} / 16 - 193$$

Armadura negativas de borda (menor vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,67 \cdot \rho_{m\acute{i}n} \cdot h \cdot b = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 8,0 \cdot 100 = 0,804 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{uni} = 0,3117 \text{ cm}^2/m$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{0,804}{0,3117} = 2,577 \text{ barras/m}$$

Espacamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,577} = 38,80 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} = 33 \text{ cm}$$

$$S_{adotado} = 33 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

No trecho V1a:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{85}{33} - 1 = 1,575 \cong 2 \text{ barras}$$

No trecho V1b:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{214}{33} - 1 = 5,484 \cong 6 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$l_x = 333 \text{ cm}$$

$$C = 25\phi + b_w - C_v + 0,15 \cdot l_{0x} + h - C_s - C_i$$

$$C = 25 \cdot 0,63 + 17,0 - 3,0 + 0,15 \cdot 333 + 8,0 - 1,5 - 2,5 = 83,7 \text{ cm} \approx 84 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura a seguir:

Para o trecho V1a:

$$2 \text{ } \phi 6,3 \text{ c / } 33 - 84$$

Para o trecho V1b:

$$6 \text{ } \phi 6,3 \text{ c / } 33 - 84$$

Armadura negativa de borda (maior vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,67 \cdot \rho_{\text{mín}} \cdot h \cdot b = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 8,0 \cdot 100 = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{0,804}{0,312} = 2,577 \text{ barras/m}$$

Espacamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,577} = 38,80 \text{ cm}$$

Espacamento máximo:

$$S_{\text{máx}} = 33 \text{ cm}$$

$$S_{adotado} = 33 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{338}{33} - 1 = 9,24 \cong 10 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$l_x = 338 \text{ cm}$$

$$C = 25\phi + b_w - C_v + 0,15 \cdot l_{0x} + h - C_s - C_i$$

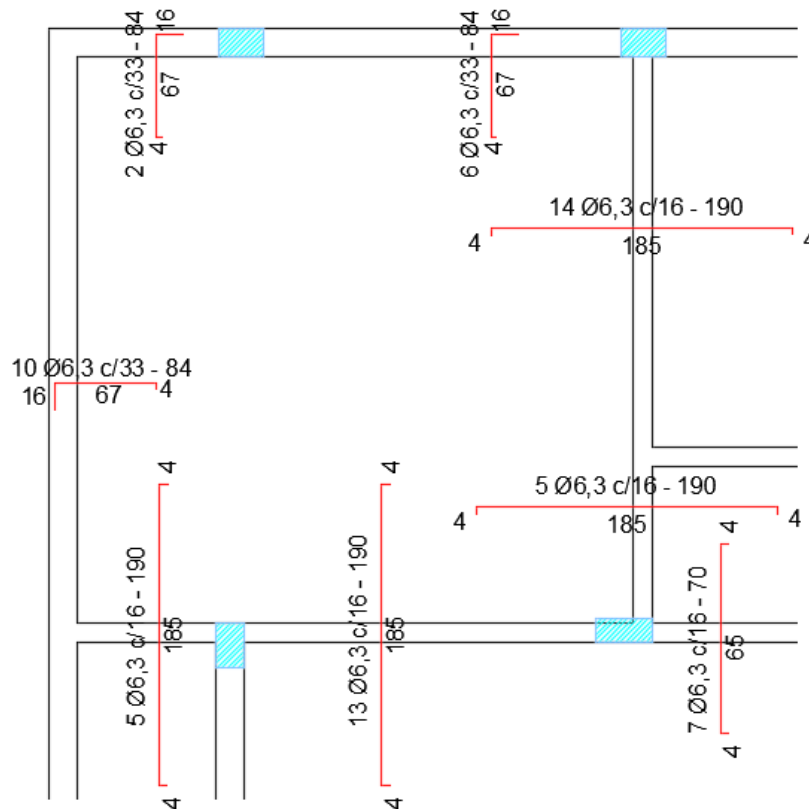
$$C = 25 \cdot 0,63 + 17,0 - 3,0 + 0,15 \cdot 333 + 8,0 - 1,5 - 2,5 = 83,7 \text{ cm} \approx 84 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura a seguir:

$$10 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c} / 33 - 84$$

A Figura 18 mostra o detalhamento final das armaduras negativas da laje L1.

Figura 18 - Detalhamento das armaduras negativas



Fonte: Do autor

### Cálculo da laje L5

Armaduras positivas na direção x (menor vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,503 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{1,2}{0,503} = 2,39 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,39} = 41,89 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{adotado} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{541}{16} - 1 = 32,8 \cong 33 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$C = -C_v + t_1 + l_{0x} + t_2 - C_v = -3 + 17 + 83 + 17 - 3 = 111 \text{ cm}$$



Armadura positiva na direção y (maior vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{0,90}{0,312} = 2,88 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,88} = 34,72 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq 33 \text{ cm}$$

$$S_{adotado} = 33 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

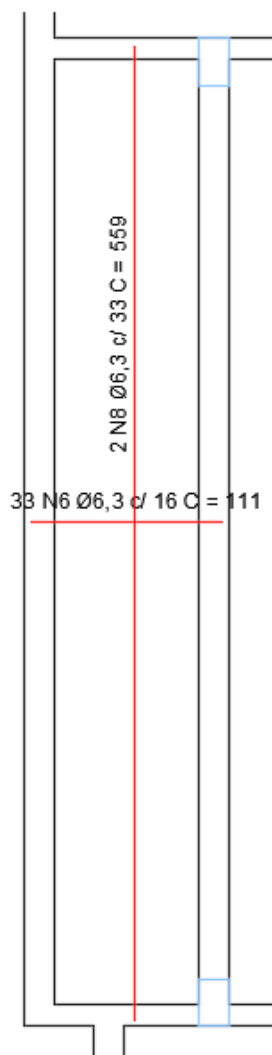
$$Q = \frac{l_{0x}}{s} - 1 = \frac{83}{33} - 1 = 1,515 \cong 2 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$C = -C_v + t_1 + l_{0y} + t_2 - C_v = -3 + 12 + 541 + 12 - 3 = 559 \text{ cm}$$

A Figura 19 mostra o detalhamento final das armaduras positivas da laje L5.

Figura 19 - Detalhamento da armadura positiva da laje L5



Fonte: Do autor

### Armadura negativa entre L5 e L6

$$\phi_{adotado} = 8,0 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,731 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{uni} = 0,503 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{1,2}{0,503} = 2,39 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,39} = 41,84 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 \cdot h = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S_{adotado} = 16 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{541}{16} - 1 = 32,81 \cong 33 \text{ barras}$$

Comprimento total de barras:

$$g_e = g_d = h_i - C_i - C_s = 8,0 - 2,5 - 1,5 = 4,0 \text{ cm}$$

$$l_{x,m\acute{a}x} = 88 \text{ cm}$$

$$C = g_e + 10\phi + 2 \cdot 0,25 \cdot l_{x,m\acute{a}x} + 10\phi + g_d$$

$$C = 4,0 + 10 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,25 \cdot 88 + 10 \cdot 0,8 + 4,0 = 68 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L5 e L6 é:

33 Ø8,0 c / 16 - 68

Armadura negativa de borda (menor vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,67 \cdot \rho_{\text{mín}} \cdot h \cdot b = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 8,0 \cdot 100 = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{\text{uni}} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{A_s}{A_{\text{uni}}} = \frac{0,804}{0,312} = 2,577 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,577} = 38,80 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{\text{máx}} = 33 \text{ cm}$$

$$S_{\text{adotado}} = 33 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_{0y}}{s} - 1 = \frac{83}{33} - 1 = 1,515 \cong 2 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$l_{0x} = 83 \text{ cm}$$

$$C = 25\phi + b_w - C_v + 0,15 \cdot l_{0x} + h - C_s - C_i$$

$$C = 25 \cdot 0,63 + 12,0 - 3,0 + 0,15 \cdot 83 + 8,0 - 1,5 - 2,5 = 41,2 \text{ cm} \approx 42 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura a seguir:

$$2 \text{ } \phi 6,3 \text{ c / 33 - 42}$$

Armadura negativa de borda (maior vão)

$$\phi_{adotado} = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,67 \cdot \rho_{\min} \cdot h \cdot b = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 8,0 \cdot 100 = 0,804 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{uni} = 0,312 \text{ cm}^2/m$$

$$n = \frac{A_s}{A_{uni}} = \frac{0,804}{0,312} = 2,577 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,577} = 38,80 \text{ cm}$$

Espaçamento máximo:

$$S_{\max} = 33 \text{ cm}$$

$$S_{adotado} = 33 \text{ cm}$$

Quantidade total de barras:

$$Q = \frac{l_{0x}}{s} - 1 = \frac{541}{33} - 1 = 15,39 \cong 16 \text{ barras}$$

Comprimento total das barras:

$$l_{0x} = 83 \text{ cm}$$

$$C = 25\phi + b_w - C_v + 0,15 \cdot l_{0x} + h - C_s - C_i$$

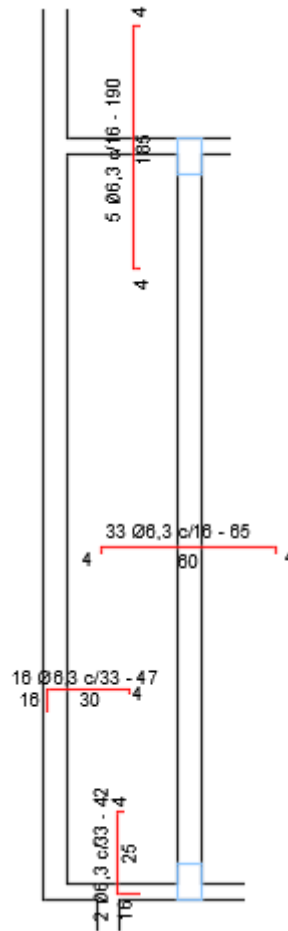
$$C = 25 \cdot 0,63 + 17,0 - 3,0 + 0,15 \cdot 83 + 8,0 - 1,5 - 2,5 = 46,2 \text{ cm} \approx 47 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura a seguir:

$$16 \text{ } \varnothing 6,3 \text{ c} / 33 - 47$$

A Figura 20 mostra o detalhamento final das armaduras negativas da laje L5.

Figura 20 - Detalhamento das armaduras negativas da laje L5



Fonte: Do autor

As plantas de armação de todas as lajes em estudo estão apresentadas no Apêndice A.

#### 4.1.10 Reações de apoio das lajes

Para a determinação das reações de apoio das lajes nas vigas que a suportam, é utilizado o método das charneiras plásticas. Este método considera as linhas de ruptura de cada laje na quantificação do carregamento transferido aos apoios. Este carregamento não é uniforme, porém, para a simplificação dos cálculos, o item 14.7.6.1 da NBR-6118:2014 o

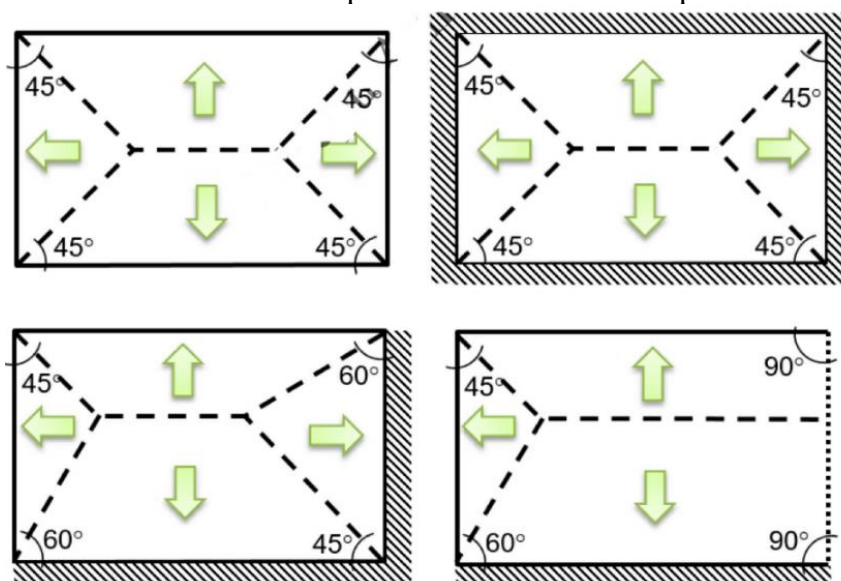
considera uniformemente distribuído. O mesmo item da norma ainda estabelece que as reações em cada apoio são correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas.

Quando o cálculo da análise plástica não for efetuado, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices, com os seguintes ângulos:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo
- 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

A Figura 21 mostra alguns exemplos de linhas de ruptura e as respectivas áreas de contribuição para as vigas. Cada região mostrada na Figura 21 carregará a viga correspondente.

Figura 21 - Área de influência pela teoria das charneiras plásticas



Fonte: Perlin (2020).

Para facilitar o processo de cálculo das reações de apoio das lajes, foram confeccionadas tabelas para diversas configurações de lajes. Adotando-se as tabelas e expressões apresentadas por Carvalho e Figueiredo (2014), tem-se:

- Para bordos apoiados:

$$q_x = \frac{k_x \cdot p \cdot l_x}{10}$$

$$q_y = \frac{k_y \cdot p \cdot l_x}{10}$$

- Para bordos engastados:

$$q'_x = \frac{k'_x \cdot p \cdot l_x}{10}$$

$$q'_y = \frac{k'_y \cdot p \cdot l_x}{10}$$

Onde:

$q$  = a reação de apoio da laje na viga;

$k$  = coeficientes tabelados que dependem das condições de apoio da laje e da relação entre os vãos;

$p$  = a carga distribuída na laje, na combinação última de carregamentos;

$l_x$  = o menor vão da laje.

O cálculo das reações de apoio das lajes para o Estado Limite de Serviço segue o mesmo procedimento descrito acima, porém utiliza-se o carregamento na combinação quase permanente.

### Cálculo da laje L1

$$p = \gamma_g(g + q) = 1,4(3 + 1,5) = 6,3 \text{ kN/m}^2$$



Para bordos apoiados:

$$q_x = \frac{k_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{1,848 \cdot 6,3 \cdot 3,38}{10} = 3,935 \text{ kN/m}$$

$$q_y = \frac{k_y \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{1,83 \cdot 6,3 \cdot 3,38}{10} = 3,897 \text{ kN/m}$$

Para bordos engastados:

$$q'_x = \frac{k'_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{3,2 \cdot 6,3 \cdot 3,38}{10} = 6,81 \text{ kN/m}^2$$

$$q'_y = \frac{k'_y \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{3,17 \cdot 6,3 \cdot 3,38}{10} = 6,75 \text{ kN/m}$$

Para a combinação quase permanente:

$$p = g + \psi_3 \cdot q = 3,0 + 0,3 \cdot 1,5 = 3,45 \text{ kN/m}^2$$

Para bordos apoiados:

$$q_x = \frac{k_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{1,848 \cdot 3,45 \cdot 3,38}{10} = 2,34 \text{ kN/m}$$

$$q_y = \frac{k_y \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{1,83 \cdot 3,45 \cdot 3,38}{10} = 2,13 \text{ kN/m}$$

Para bordos engastados:

$$q'_x = \frac{k'_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{3,2 \cdot 3,45 \cdot 3,38}{10} = 3,73 \text{ kN/m}^2$$

$$q'_y = \frac{k'_y \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{3,17 \cdot 3,45 \cdot 3,38}{10} = 3,70 \text{ kN/m}$$

### Cálculo da laje L5

$$p = \gamma_g(g + q) = 1,4(3 + 2,5) = 7,7 \text{ kN/m}^2$$

Para bordos apoiados:

$$q_x = \frac{k_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{3,66 \cdot 7,7 \cdot 0,88}{10} = 2,48 \text{ kN/m}$$

$$q_y = \frac{k_y \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{1,83 \cdot 7,7 \cdot 0,88}{10} = 1,24 \text{ kN/m}$$

Para bordos engastados:

$$q'_x = \frac{k'_x \cdot p \cdot l_{ef,x}}{10} = \frac{6,25 \cdot 7,7 \cdot 0,88}{10} = 4,24 \text{ kN/m}^2$$

Para a combinação quase permanente:

$$p = g + \psi_3 \cdot q = 3,0 + 0,3 \cdot 2,5 = 3,75 \text{ kN/m}^2$$

Para bordos apoiados:

$$q_x = \frac{k_x \cdot p \cdot l_x}{10} = \frac{3,66 \cdot 3,75 \cdot 0,88}{10} = 1,21 \text{ kN/m}$$

$$q_y = \frac{k_y \cdot p \cdot l_x}{10} = \frac{1,83 \cdot 3,75 \cdot 0,88}{10} = 0,60 \text{ kN/m}$$

Para bordos engastados:

$$q'_x = \frac{k'_x \cdot p \cdot l_x}{10} = \frac{6,25 \cdot 3,75 \cdot 0,88}{10} = 2,06 \text{ kN/m}^2$$

Os resultados resumidos dos valores das reações de apoio das lajes nas vigas na combinação último normal e quase permanente estão apresentados no Apêndice B.

#### 4.1.11 Estado limite de cisalhamento

Conforme o item 19.4.1 da NBR-6118:2014, as lajes maciças podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a seguinte condição for obedecida:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] b_w \cdot d$$

Onde:

$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$  = tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c};$$

$k = 1$  para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio; para os demais casos:  $k = |1,6 - d| \geq 1$  com  $d$  em metros;

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}, \text{ não maior que } |0,02|;$$

$A_{s1}$  = área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b,nec}$  além da seção considerada;

$b_w$  = a largura mínima da seção ao longo da altura  $d$ ;

$\sigma_{cp} = 0$ , para concreto armado

### Cálculo da laje L1

A maior reação de apoio ocorre junto a viga V17, com um carregamento de  $6,81 \text{ kN/m}^2$ .

$$V_{sd} = 6,81 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 321,0 \text{ kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) = (1,6 - 0,051) = 1,548 \geq 1$$

A armadura que chega na viga V17 é  $\emptyset 6,3,0 \text{ c16}$ , portanto:

$$A_{s1} = 0,3117 \cdot \frac{100}{16} = 1,948 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} = \frac{1,948}{100 \cdot 5,2} = 0,0037 \leq 0,02$$

$$V_{Rd1} = [321,0 \cdot 1,548(1,2 + 40 \cdot 0,0037) + 0,15 \cdot 0]1 \cdot 0,052 = 34,85 \text{ kN/m}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$ , não é necessário o uso da armadura de cisalhamento.

### Cálculo da laje L5

A maior reação de apoio ocorre junto a viga V15, com um carregamento de  $4,24 \text{ kN/m}$ .

$$V_{sd} = 4,24 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 321,0 \text{ kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) = (1,6 - 0,052) = 1,548 \geq 1$$

A armadura que chega na viga V15 é Ø6,3 c16, portanto:

$$A_{s1} = 0,3117 \cdot \frac{100}{16} = 1,948 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} = \frac{1,948}{100 \cdot 5,2} = 0,0037 \leq 0,02$$

$$V_{Rd1} = [321,0 \cdot 1,549(1,2 + 40 \cdot 0,0037) + 0,15 \cdot 0]1 \cdot 0,052 = 34,85 \text{ kN/m}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$ , não é necessário o uso da armadura de cisalhamento.

A Tabela 24 apresenta os esforços cortantes máximos aos quais as lajes estão submetidas, bem como sua resistência ao cisalhamento e a verificação da segurança ao esforço cortante.

Tabela 24 - Verificação ao cisalhamento

Laje	$V_{sd}$ (kN/m)	$V_{Rd1}$ (kN/m)	Verificação
1 = 14	6,80	34,85	Passou
2 = 17	7,85	34,85	Passou
3 = 16	7,72	34,85	Passou
4 = 15	3,08	34,85	Passou
5 = 10	4,24	34,85	Passou
6 = 11	10,95	34,85	Passou
7 = 13	5,78	34,85	Passou
8 = 12	6,49	34,85	Passou
9	3,71	34,85	Passou

Fonte: Do autor

## 4.2 VIGAS

### 4.2.1 Vãos efetivos

O vão efetivo de vigas é calculado pelo mesmo procedimento utilizado para as lajes, sendo dado por;

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2$$

Onde  $a_1$  e  $a_2$  são definidos por:

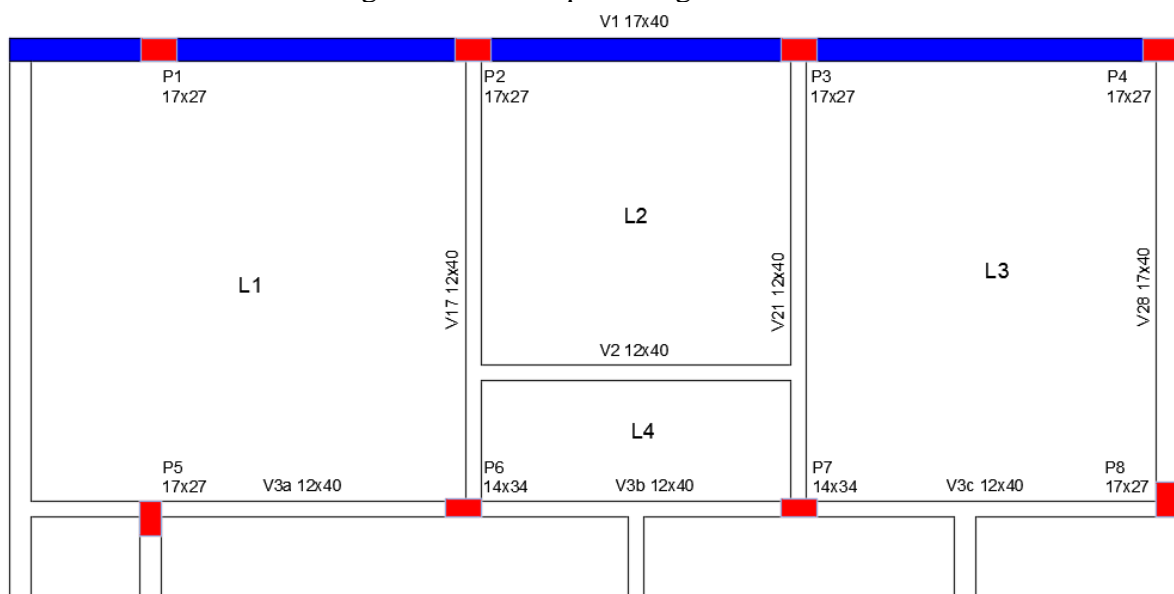
$$a_i \leq \begin{cases} \frac{t_i}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

Onde  $t_i$ , corresponde a largura da viga ou pilar de apoio em cada extremidade do vão.

### Cálculo da viga V1

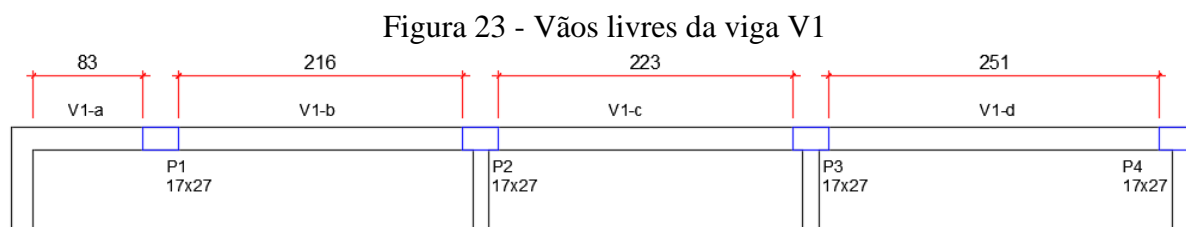
No presente trabalho, a título de exemplo, escolheu-se realizar o dimensionamento da viga V1, destacada na Figura 22.

Figura 22 - Destaque da viga em estudo



Fonte: Do autor

A Figura 23 mostra as dimensões dos vãos livres adotados no cálculo dos vãos efetivos da viga V1.



Fonte: Do autor

Estimando a altura da viga:

$$h = \frac{l}{12} = \frac{251}{12} = 21 \text{ cm}$$

A Tabela 25 apresenta os resultados resumidos do pré-dimensionamento de todas as vigas.

Tabela 25 - Resultados resumido do pré-dimensionamento das vigas.

Viga	$b_w(cm)$	$h$ estimado ( $cm$ )	$h$ adotado ( $cm$ )
1	17	21	40
2	12	20	
3	12	22	
4	12	31	
5	12	30	
6	12	41	
7	12	32	
8	12	21	
9	12	20	
10	17	21	
11	17	45	
12	17	45	
13	17	22	
14	17	42	
15	17	42	
16	12	29	
17	12	29	
18	12	22	
19	12	29	
20	12	22	
21	12	28	
22	17	25	
23	17	25	
24	17	22	
25	17	27	
26	17	17	
27	17	17	
28	17	27	

Fonte: Do autor

Conforme ilustra a Tabela 25, para que todas as vigas fiquem com a mesma altura, a fim de facilitar o processo construtivo, foi adotado uma altura de 40 cm para todas as vigas.



Vãos efetivos:

**Trecho V1a**

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} = \frac{17,0}{2} = 8,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2 = 8,5 + 83,0 + 12,0 = 105,5 \text{ cm}$$

**Trecho V1b**

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2 = 12,0 + 216,0 + 12,0 = 238,0 \text{ cm}$$

**Trecho V1c**

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2 = 12,0 + 223,0 + 12,0 = 247,0 \text{ cm}$$

### Trecho V1d

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} = \frac{27,0}{2} = 13,5 \text{ cm} \\ 0,3 \cdot h = 0,3 \cdot 40,0 = 12,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{ef} = a_1 + l_0 + a_2 = 12,0 + 251,0 + 12,0 = 275,0 \text{ cm}$$

A Tabela 26 apresenta os vãos efetivos para os trechos da viga V1.

Tabela 26 - Vãos efetivos dos trechos da viga V1.

Trecho	V1a	V1b	V1c	V1d
$l_{ef} \text{ (cm)}$	105,5	238,0	247,0	275,0

Fonte: Do autor

### 4.2.2 Carregamentos

O carregamento atuante nas vigas é proveniente do peso próprio da viga, ação das lajes, peso da alvenaria que se encontra posicionado diretamente sobre a viga e os esforços transmitidos por outras vigas no caso de apoios indiretos.

#### 4.2.2.1 *Peso Próprio ( $g_{pp}$ )*

O peso próprio da viga é dado por:

$$g_{pp} = \gamma_c \cdot b \cdot h$$

Onde:

$\gamma_c$  = peso específico do concreto armado;

$b$  = largura da viga;

$h$  = altura da viga.

- Carga da alvenaria ( $g_{alv}$ )

A carga da alvenaria pode ser determinada pela seguinte equação;

$$g_{alv} = \gamma_{alv} \cdot b_{alv} \cdot h_{alv}$$

Onde:

$\gamma_{alv}$  = peso específico da alvenaria;

$b_{alv}$  = espessura da alvenaria;

$h_{alv}$  = altura da alvenaria.

É importante lembrar que a altura da alvenaria não é igual a altura total do pavimento, sendo necessário descontar a altura da viga do pavimento superior.

#### 4.2.2.2 *Cargas de lajes ( $g_{lajes}$ )*

Para determinar as cargas que as lajes descarregam nas vigas, utiliza-se o procedimento apresentado no item 4.1.11 deste trabalho.

#### 4.2.2.3 Cargas pontuais de outras vigas ( $p_v$ )

Para determinar as cargas provenientes de outras vigas, primeiro é necessário definir as cargas existentes nestas vigas e determinar suas reações nos apoios.

#### 4.2.2.4 Combinação de cargas

As combinações de cargas nas vigas seguem o mesmo procedimento utilizado para as lajes, já apresentado no item 4.1.5.4 deste presente trabalho.

### Cálculo da viga V1

Peso próprio da viga:

$$g_{pp} = \gamma_c \cdot b \cdot h = 25,0 \cdot 0,17 \cdot 0,40 = 1,7 \text{ kN/m}$$

Carga da alvenaria:

$$g_{alv} = \gamma_{alv} \cdot b_{alv} \cdot h_{alv} = 13,0 \cdot 0,17 \cdot 2,60 = 5,746 \text{ kN/m}$$

Cargas das lajes:

As cargas uniformemente distribuídas que as lajes L1, L2 e L3 descarregam na viga V1, já foram calculadas anteriormente com o auxílio de planilhas eletrônicas e estão apresentadas no Apêndice B.

Combinação de cargas:

Para o cálculo do carregamento distribuído no ELU, foram considerados o peso próprio da viga, a carga da alvenaria acima da mesma e a parcela de cargas provenientes das lajes. Salienta-se que as cargas provenientes das lajes, calculadas anteriormente, já estão com seus valores majorados.

A Tabela 27 apresenta o carregamento distribuído para a viga V1 em estudo para a combinação última e combinação quase-permanente. Também são apresentados os valores de carregamento da viga V12, a qual se apoia na viga V1, e das vigas V21 e v28 que se apoiam nos pilares P3 e P4, respectivamente, uma vez que estes pilares serão calculados posteriormente a exemplo de cálculo.

Tabela 27 - Carregamento distribuído para as vigas em estudo.

Viga	Trecho	Seção (cm)	$l_{ef}$ (cm)	Peso próprio (kN/m)	Carga de parede (kN/m)	Carga das lajes (kN/m)		Carga total (kN/m)	
						ELU	ELS	ELU	ELS
V1	A	17 x 40	105,5	1,7	5,75	2,78	2,13	14,32	9,58
	B		238,0	1,7	5,75	2,78	2,13	14,32	9,58
	C		247,0	1,7	5,75	2,9	2,43	14,49	9,88
	D		275,0	1,7	5,75	2,25	1,73	13,58	9,18
V12	A	17 x 40	553,0	1,7	2,28	1,77	1,21	8,05	5,19
	B		353,0	1,7	5,75	2,81	2,15	14,36	9,60
V21	A	12 X 40	104,0	1,2	4,06	6,62	5,07	16,63	10,33
	B		247,5	1,2	4,06	11,12	8,93	22,93	14,19
V28	-	17 x 40	252,5	1,7	5,75	3,19	2,45	14,896	9,9

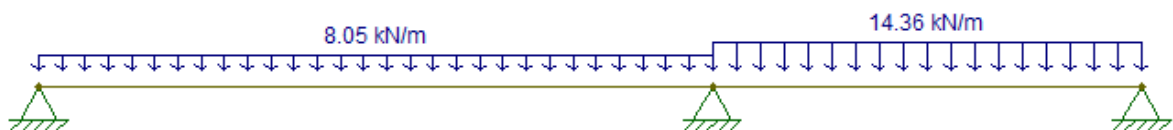
Fonte: Do autor

Cargas pontuais:

A carga pontual atuante na viga V1 é proveniente da viga V12 que nela se apoia, inicialmente foram calculadas todas as cargas presentes na viga V12 e, posteriormente, foi lançado o seu pórtico plano com o carregamento da combinação última no software FTOOL, indicado na Figura 24, para determinar a sua reação de apoio na viga V1. O valor obtido foi:

$$p = 17,5 \text{ kN/m}$$

Figura 24 - Carregamento da combinação última da viga V12.



Fonte: Do autor

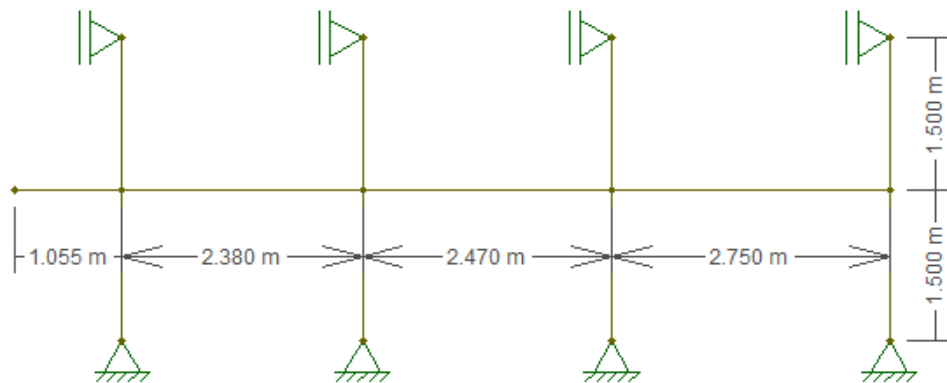
### 4.2.3 Modelo estrutural

Os cálculos da viga V1 serão realizados utilizando o modelo do pórtico plano, com o auxílio do software Ftool. O modelo do pórtico consiste em inserir os pilares com a metade de seus comprimentos efetivos e permite a avaliação dos esforços na viga, assim como a solidariedade com os pilares.

#### Cálculo da Viga V1

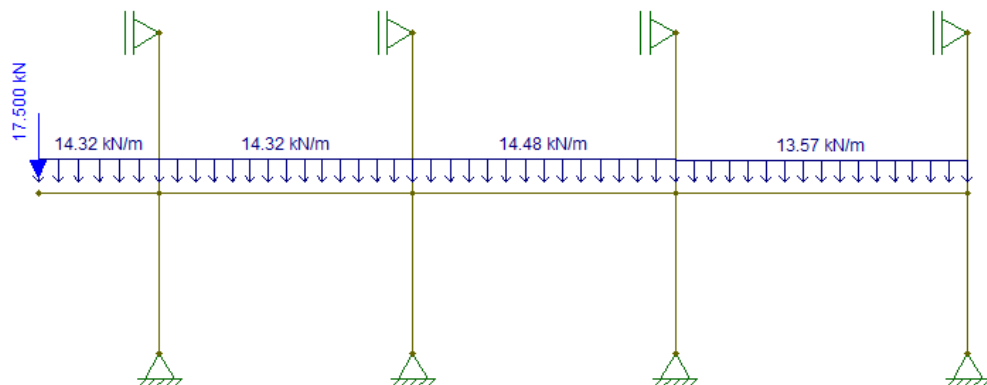
O pórtico da viga V1 está representado na Figura 25, enquanto a Figura 26 apresenta o pórtico com o respectivo carregamento no Estado Limite Último.

Figura 25 - Modelo estrutural da viga V1.



Fonte: Do autor

Figura 26 - Carregamento no ELU da viga V1.



Fonte: Do autor

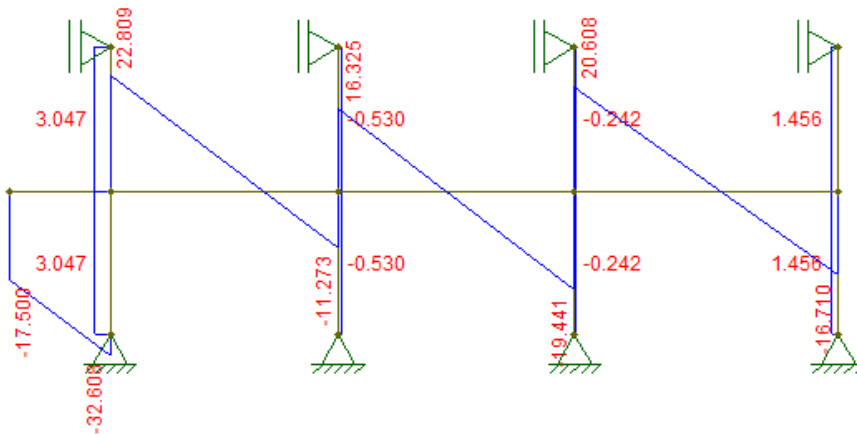
#### 4.2.4 Esforços internos

Para fins de dimensionamento das armaduras da viga e verificação de flechas, é necessário a determinação dos esforços cortantes e momentos fletores atuante na viga. As armaduras são dimensionadas para o carregamento no Estado Limite Último, enquanto as flechas são verificadas para o Estado Limite de Serviço, considerando apenas a combinação quase-permanente de cargas. A determinação dos diagramas dos momentos fletores e forças cortantes será realizado com o auxílio do software Ftool.

#### Cálculo da Viga V1

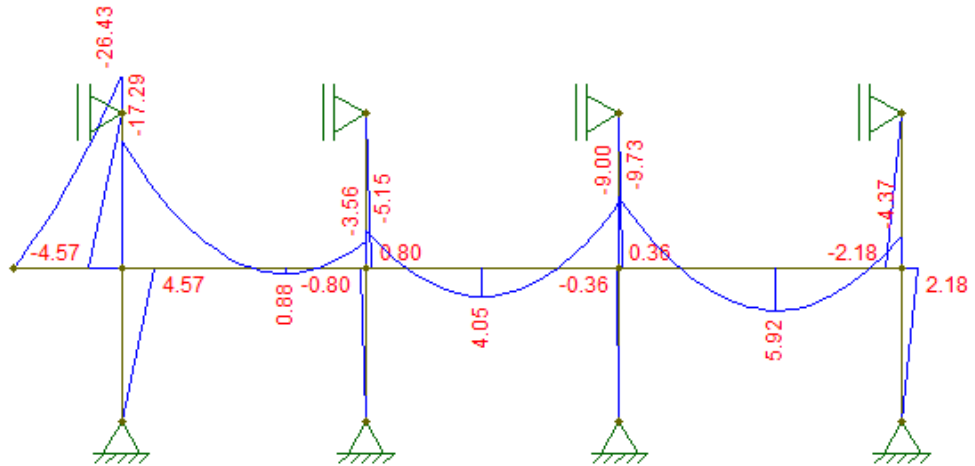
Os diagramas dos esforços internos, obtidos com software Ftool estão apresentados nas Figuras 27 e 28.

Figura 27 - Diagrama de esforços cortantes no ELU



Fonte: Do autor

Figura 28 - Diagrama de momentos fletores no ELU.



Fonte: Do autor

A Tabela 28 apresenta os momentos fletores de cálculos para a viga V1.

Tabela 28 - Momentos fletores e forças cortantes de cálculo para a viga V1.

Trecho	$M_d$ (kNm)	$V_d$ (kN)
V1-a	0	32,6
V1-b	0,88	22,8
V1-c	4,05	19,44
V1-d	5,92	20,61
P1	-26,43	
P2	-5,15	
P3	-9,73	
P4	-4,37	

Fonte: Do autor

#### 4.2.5 Dimensionamento das armaduras Longitudinal

As armaduras longitudinais devem ser calculadas para os máximos momentos positivos nos vãos e para os momentos negativos sobre os apoios das vigas. O procedimento de cálculo é semelhante ao visto no item 4.1.8 deste trabalho, referente ao cálculo das armaduras longitudinais de lajes. Entretanto, no cálculo de vigas, caso o dimensionamento recaia no domínio 4, adota-se a solução com armadura dupla (armadura de compressão), a fim de evitar a ruptura frágil.

Inicialmente é necessário calcular a altura útil da viga, utilizando a seguinte expressão:



$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2}$$

Onde:

$h$  = altura da viga;

$C_v$  = cobrimento da viga;

$\phi_t$  = diâmetro da armadura transversal;

$\phi_l$  = diâmetro da armadura longitudinal.

Para o cálculo da altura útil é necessário definir, previamente, um diâmetro para a armadura. Para tal, deve-se obedecer a disposição do item 18.4.2.1 da NBR-6118:2014 que estabelece que o diâmetro das barras longitudinais não pode ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal.

#### 4.2.5.1 Armaduras simples

Definido o valor da altura útil, pode-se calcular a posição da linha neutra ( $x$ ) utilizando a seguinte expressão:

$$x = 1,25 \cdot d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right]$$

Calculando a relação  $x/d$ , é possível verificar o domínio de deformação. Para concretos com  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ , se a relação  $x/d$  for menor ou igual a 0.45, adota-se armadura simples, uma vez que a armadura de tração é suficiente para resistir ao momento solicitante de cálculo. Neste caso, a área de aço é definida por:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)}$$

Caso contrário, se a relação  $x/d$  for maior a 0.45 (domínio 4), o critério de ductilidade não é atendido, sendo necessário a adoção de armadura dupla, neste caso, a posição da linha neutra é fixada no valor limite a fim de garantir adequada ductibilidade.

Com a posição da linha neutra definida, calculam-se as parcelas do momento fletor de cálculo resistidas pela armadura tracionada e pela armadura em compressão, dados respectivamente por:

$$M_{d1} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b(d - 0,4x)$$

$$M_{d2} = M_d - M_{d1}$$

A área de aço necessária para resistir cada parcela do momento é calculado pelas seguintes fórmulas:

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)}$$

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd}(d - d'')}$$

Onde:

$d''$  = a distância entre a armadura positiva e o bordo inferior da seção da viga.

#### 4.2.5.2 Armaduras longitudinais mínimas e máximas

A especificação de valores máximos para as armaduras decorre da necessidade de se assegurar condições de ductilidade e de se respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem as prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto.

De acordo com o item 17.3.5.2 da NBR-6118:2014, a armadura mínima de tração, pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura apresentadas na tabela 12 deste trabalho, sendo esta área mínima definida por:

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} \cdot A_c$$

Onde:

$\rho_{mín}$  = taxa de armadura mínima (ver Tabela 12)

$A_c$  = área bruta da seção de concreto

No que diz respeito à armadura máxima, conforme o item 17.5.5.2.3 da NBR-6118:2014, a soma das armaduras de tração e de compressão ( $A_s + A'_s$ ) não pode ter valor maior que 4 %  $A_c$ , calculada na região fora da zona de emendas.

Além disso, quando o trecho estudado não possui momento positivo, deve-se colocar uma armadura que respeita a taxa mínima de armadura.

### Cálculo da Viga V1

#### Armadura mínima:

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} \cdot A_c = \frac{0,150}{100} \cdot 17,0 \cdot 40, = 1,02 \text{ cm}^2/m$$

#### Armadura positiva trecho V1a:

Embora este trecho não apresente momento positivo, deve-se adotar uma armadura mínima. Logo,

$$A_{final} = A_{s,mín} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de Ø10, o que equivale a uma área efetiva de aço de  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

#### Armadura positiva trecho V1b:

Considerando  $\phi_l = 10 \text{ mm}$  e  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ :

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{0,88}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 0,119 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,119}{35,87} = 0,003 \rightarrow \text{domínio 2}$$

Não é necessário o uso da armadura dupla.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{0,88}{\frac{500000}{1,15} (0,3587 - 0,4 \cdot 0,00119)} = 0,0565 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma:

$$A_{final} = A_{s,mín} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de  $\phi 10$ , o que equivale a uma área efetiva de aço de  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

#### Armadura positiva trecho V1c:

Considerando  $\phi_l = 10 \text{ mm}$  e  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ :

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4,05}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 0,5503 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5503}{35,87} = 0,0153 \rightarrow \text{domínio 2}$$

Não é necessário o uso da armadura dupla.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{4,05}{\frac{500000}{1,15} (0,3587 - 0,4 \cdot 0,005503)} = 0,2613 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma:

$$A_{final} = A_{s,min} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de  $\emptyset 10$  com  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

#### Armadura positiva trecho V1d:

Considerando  $\emptyset_l = 10 \text{ mm}$  e  $\emptyset_t = 6,3 \text{ mm}$ :

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{5,92}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 0,8068 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,8068}{35,87} = 0,0225 \rightarrow \text{domínio 2}$$

Não é necessário o uso da armadura dupla.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{5,92}{\frac{500000}{1,15} (0,3587 - 0,4 \cdot 0,008068)} = 0,383 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma:

$$A_{final} = A_{s,mín} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de  $\emptyset 10$  com  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

Armadura negativa sobre o apoio P1:

Considerando  $\emptyset_l = 10 \text{ mm}$  e  $\emptyset_t = 6,3 \text{ mm}$ :

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{26,43}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 3,724 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{3,724}{35,87} = 0,11038 \rightarrow \text{domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{26,43}{\frac{500000}{1,15}(0,3587 - 0,4 \cdot 0,03724)} = 1,768 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é maior que a área de aço mínima exigido por norma, tem-se que:

$$A_{final} = 1,768 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se 3 barras de  $\emptyset 10,0$  com  $A_{ef} = 2,36 \text{ cm}^2$ .

#### Armadura negativa sobre o apoio P2:

Considerando  $\emptyset_l = 10 \text{ mm}$  e  $\emptyset_t = 6,3 \text{ mm}$ :

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{5,15}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 0,701 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,701}{35,87} = 0,0195 \rightarrow \text{domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{5,15}{\frac{500000}{1,15}(0,3587 - 0,4 \cdot 0,00701)} = 0,3328 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma:

$$A_{final} = A_{s,min} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se 2 barras de  $\emptyset 10,0$  com  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

Armadura negativa sobre o apoio P3:

Considerando  $\emptyset_l = 10 \text{ mm}$  e  $\emptyset_t = 6,3 \text{ mm}$ ,

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{9,73}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 1,334 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,334}{35,87} = 0,0372 \rightarrow \text{domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{9,73}{\frac{500000}{1,15} (0,3587 - 0,4 \cdot 0,01334)} = 0,6333 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma:

$$A_{final} = A_{s,min} = 1,02 \text{ cm}^2$$



Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de  $\emptyset 10,0$  com  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

Armadura negativa sobre o apoio P4:

Considerando  $\phi_l = 10 \text{ mm}$  e  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ ,

$$d = h - C_v - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 40,0 - 3,0 - 0,63 - \frac{1,0}{2} = 35,87 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \cdot 0,3587 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4,37}{0,425 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587^2}} \right] = 0,5941 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5941}{35,87} = 0,0166 \rightarrow \text{domínio 2}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} = \frac{4,37}{\frac{500000}{1,15} (0,3587 - 0,4 \cdot 0,005927)} = 0,2821 \text{ cm}^2$$

Como o valor da área de aço calculada é menor que a área de aço mínima exigido por norma, tem-se que:

$$A_{final} = A_{s,min} = 1,02 \text{ cm}^2$$

Consultando a Tabela A1 do Anexo B para determinar a quantidade de barras necessária, adotou-se duas barras de  $\emptyset 10,0$  com  $A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2$ .

A Tabela 29 apresenta os resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais da viga V1.

Tabela 29 - Resultados do dimensionamento das armaduras longitudinais da viga V1

Trecho	$A_{s,calc}$ ( $cm^2$ )	$A_{s,min}$ ( $cm^2$ )	$A_{s,adotado}$ ( $cm^2$ )	$A_{s,ef}$ ( $cm^2$ )
V1-a	0,000	1,02	1,02	1,57
V1-b	0,057	1,02	1,02	1,57
V1-c	0,260	1,02	1,02	1,57
V1-d	0,380	1,02	1,02	1,57
P1	1,768	1,02	1,77	2,36
P2	0,333	1,02	1,02	1,57
P3	0,633	1,02	1,02	1,57
P4	0,282	1,02	1,02	1,57

Fonte: Do autor

#### 4.2.6 Detalhamento das armaduras longitudinais

O detalhamento das armaduras deve fornecer todas as informações necessárias de forma a evitar dúvidas durante a sua execução. O detalhamento deve informar quantidade de barras, espaçamento, bitolas e o comprimento das barras.

##### 4.2.6.1 Deslocamento do diagrama de momentos fletores

A área de armadura é dimensionada sempre para caso crítico, com o maior esforço solicitante na seção. Todavia, nota-se pelo diagrama de momentos fletores que há grande variação na solicitação ao longo das vigas e por isso é antieconômico adotar tal armadura continuamente por toda sua extensão. Desta forma, admite-se o interrompimento das barras longitudinais antes dos apoios, caso o esforço para qual ela foi dimensionada não esteja atuando nesta região. Esse processo é realizado através do deslocamento do diagrama de momentos fletores, sendo denominado decalagem.

este cálculo depende do modelo de cálculo utilizado para o dimensionamento das armaduras transversais, como foi adotado o Modelo II de cálculo, o comprimento decalado ( $a_l$ ) é dado pela expressão:

$$a_l = 0.5 \cdot d (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Onde:

$d$  = altura útil da viga

$\theta$  = inclinação das bielas comprimidas, variando entre 30° e 45°.

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal.

- Comprimento básico de ancoragem

O item 9.4.2.4 da NBR-6118:2014 define o comprimento de ancoragem básico como o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força-limite  $A_s \cdot f_{yd}$  nessa barra, admitindo-se, ao longo desse comprimento, a resistência de aderência uniforme e igual a  $f_{bd}$ .

O comprimento de ancoragem básico é dado por:

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right)$$

Onde:

$\phi_l$  = diâmetro da armadura longitudinal;

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

Sendo que:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c};$$

$\eta_1 = 1,0$  para barras lisas;

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas;

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas;

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$  para  $\phi < 32 \text{ mm}$ ;

$$\eta_3 = (132 - \phi)/100 \text{ para } \phi \geq 32 \text{ mm}$$

Onde:

$\phi$  = o diâmetro da barra em (mm)

#### 4.2.6.2 Comprimento de ancoragem necessário

Segundo o item 9 da NBR-6118:2014, quando a armadura efetiva é maior que a armadura calculada, o comprimento de ancoragem pode ser reduzido pela equação seguinte, respeitando o comprimento mínimo:

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

Onde:

$\alpha = 1,0$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$  para barras tracionadas com gancho.

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- Ancoragem com ganchos nas armaduras de tração

Em situações em que o comprimento disponível para a ancoragem for menor do que o comprimento necessário, deve-se adotar ganchos.

Segundo o item 9.4.2.3 da NBR-6118:2014 os ganchos das barras da armadura longitudinal de tração podem ser:

- Semicirculares, com ponta reta de comprimento não menor que  $2\phi$ ;
- Em ângulo de  $45^\circ$ , com ponta reta de comprimento não inferior a  $4\phi$ ;
- Em ângulo de  $90^\circ$ , com ponta reta de comprimento não inferior a  $8\phi$ .

Para barras do tipo CA50 com bitola  $< 20 \text{ mm}$ , o comprimento do gancho pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$l_g = \frac{\pi(5 \cdot \phi + \phi)}{4} + 8 \cdot \phi$$

Onde:

$\phi$  = o diâmetro da barra.

#### 4.2.6.3 Armadura de tração nos apoios

Conforme o item 18.3.2.4 da NBR-6118:2014, os esforços de tração junto aos apoios de vigas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam a mais severa das seguintes condições:

- No caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;
- Em apoios extremos, para garantir a ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração  $F_{Sd}$ , dado por:

$$F_{Sd} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d + N_d$$

Onde:

$V_d$  = força cortante no apoio;

$N_d$  = força de tração eventualmente existente;

$a_l$  = comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores;

$d$  = altura útil da viga.

- Em apoios extremos e intermediários, uma parte da armadura do vão deve ser prolongado até o apoio, de modo que sejam atendidas as seguintes condições:

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{3}, \text{ se } M_{apoio} \leq 0 \text{ e } |M_{apoio}| \leq 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4}, \text{ se } M_{apoio} < 0 \text{ e } |M_{apoio}| > 0,5 \cdot M_{v\tilde{a}o}$$

Onde:

$M_{apoio}$  = momento fletor no apoio;

$M_{v\tilde{a}o}$  = máximo momento fletor positivo do tramo;

$A_{s,apoio}$  = área de aço necessária no apoio;

$A_{s,v\tilde{a}o}$  = área de aço de tração no vão.

#### 4.2.6.4 Ancoragem da armadura de tração nos apoios

Para ancorar armadura de tração nos apoios, o item 18.3.2.4.1 da NBR-6118:2014, estabelece que em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face de apoio, com comprimentos iguais ou maiores ao maior dos seguintes valores:

$$l_{b,ef} \geq \begin{cases} l_{b,nec} \\ r + 5,5 \cdot \phi \\ 60 \text{ mm} \end{cases}$$

Onde:

$l_{b,ef}$  = comprimento efetivo de ancoragem;

$l_{b,nec}$  = comprimento necessário de ancoragem;

$r$  = raio de curvatura do gancho.

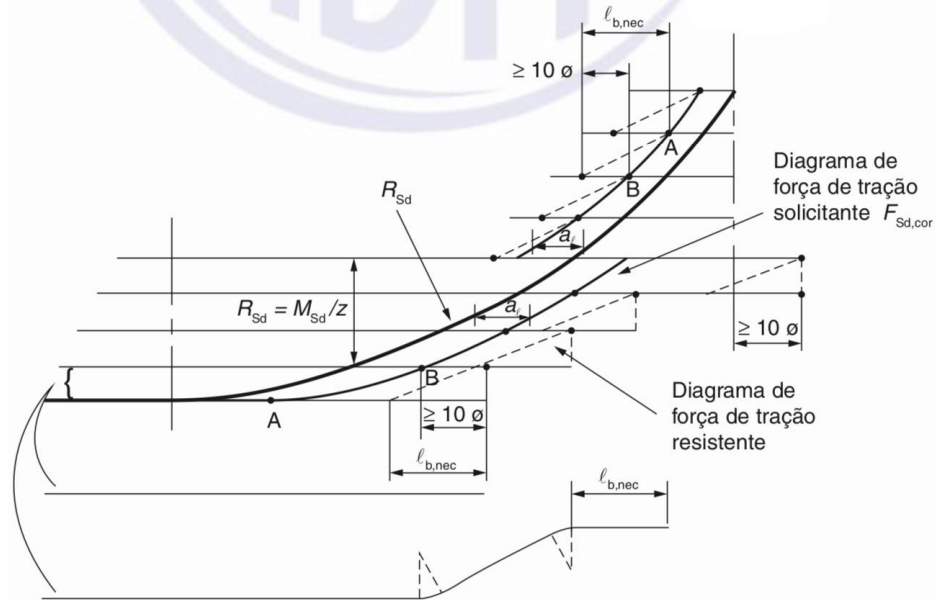
O mesmo item da norma ainda dispõe que nos apoios intermediários o comprimento da ancoragem pode ser igual a  $10\phi$  desde que não exista a possibilidade de surgirem momentos positivos na região dos apoios.

#### 4.2.6.5 Comprimento total das barras

A definição do comprimento total das barras de tração leva em consideração o comprimento de ancoragem e o processo de decalagem do diagrama do momento fletor.

Para determinar o comprimento das armaduras, segundo o item 18.3.2.3.1 da NBR-6118:2014 deve-se decalar o diagrama de momentos fletores, isso se faz deslocando o diagrama uma distância  $a_l$ , em seguida, divide-se o pico do diagrama em seções igual a quantidade de barras utilizadas, assim é alocado uma barra para cada seção e o ponto de interseção entre o momento fletor deslocado e a reta divisora das seções (ponto A) é considerado o comprimento mínimo da barra, neste comprimento mínimo deve ser adicionado o comprimento de ancoragem necessário  $l_{b,nec}$  e o comprimento de ancoragem deve prolongar-se pelo menos  $10\phi$  além do ponto B, conforme ilustra a Figura 29.

Figura 29 - Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente



(Fonte: NBR 6118:2014, figura 18.3 p.147)

#### 4.2.6.6 Comprimento do traspasse

Quando o comprimento total da barra for maior que 12 m, o comprimento máximo comercial, deve-se fazer emenda. O item 9.5.2.2 da NBR-6118:2014, estabelece que quando a distância livre entre as barras emendadas estiver entre 0 e  $4\phi$ , o comprimento do trecho de traspasse para barras tracionadas deve ser:

$$l_{0t} = \alpha_{0t} \cdot l_{b,nec} \geq l_{0t,min}$$

Onde:

$l_{0t}$  = comprimento do trecho do traspasse;

$\alpha_{0t}$  = coeficiente função da percentagem de barras emendadas na mesma seção, conforme a Tabela 30.

$l_{b,nec}$  = comprimento de ancoragem necessário

$$l_{0t,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot \alpha_{0t} \cdot l_b \\ 15\phi \\ 200 \text{ mm} \end{cases}$$

Tabela 30 - valores do coeficiente  $\alpha_{0t}$

Barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de $\alpha_{0t}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

(Fonte: NBR 6118:2014, tabela 9,4 p.43)

### Cálculo da Viga V1

Como a viga possui poucas barras, sendo duas barras com a mesma bitola para todos os momentos positivos e negativos, com a exceção do momento negativo sobre o pilar P1 com 3 barras, para armadura positiva serão posicionadas duas barras ao longo de todo comprimento da viga, enquanto para a armadura negativa serão colocadas também duas barras ao longo de



toda a viga, sendo adicionada uma terceira barra necessária na segunda camada sobre o apoio P1, com um comprimento a ser calculado posteriormente.

Inicialmente se calcula o comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores.

$$a_l = 0.5 \cdot d (\cot \theta - \cot \alpha) = 0.5 \cdot 35,87 (\cot 30 - \cot 90) = 31,064 \text{ cm}$$

$$a_l = 32 \text{ cm}$$

#### **Apoio P4**

##### Armadura positiva

Armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão:

$$F_{sd} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d + N_d = \frac{32,0}{35,87} \cdot 16,71 + 0,0 = 14,91 \text{ kN}$$

$$A_{st} = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{14,91}{43,48} = 0,343 \text{ cm}^2$$

$$|M_{apoio}| > 0,5 \cdot M_{vão}$$

Armadura mínima:

$$A_{s,apoio} \geq \frac{1,57}{4} = 0,393 \text{ cm}^2$$

Como existem duas barras com bitola de 10 mm chegando neste apoio, com área efetiva igual a 1.57 cm<sup>2</sup>, a área de aço mínima no apoio calculada acima está atendida.

Comprimento de ancoragem:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \frac{0,21 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 2,88 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,88} \right) = 37,74 \text{ cm}$$

$$l_{b,\min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \cdot 37,74 = 11,32 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \cdot 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\min} \geq 11,32 \text{ cm}$$

Considerou-se a barra sem gancho, logo:

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1,0 \cdot 37,74 \cdot \frac{0,343}{1,57} = 8,25 \text{ cm} \leq 11,32$$

$$l_{b,nec} = 12,0 \text{ cm}$$

$$l_{b,ef} \geq \begin{cases} l_{b,nec} = 12 \text{ cm} \\ r + 5,5 \cdot \phi = 2,5 \cdot 1,0 + 5,5 \cdot 1,0 = 8 \text{ cm} \\ 6,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,ef} = 12,0 \text{ cm}$$

Como o pilar possui 27 cm nesta direção e 3 cm de cobrimento, sobra 24 cm de comprimento de ancoragem disponível. Para facilitar a execução, a barra vai ser estendida até a face externa do pilar descontando o cobrimento.

$$l_{b,ef} = b - c = 27,0 - 3,0 = 24,0 \text{ cm}$$

### Armadura negativa

A armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão já foi calculada anteriormente na determinação do comprimento de ancoragem da armadura positiva, tem-se que:

$$A_{st} = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{14,91}{43,48} = 0,343 \text{ cm}^2$$

Armadura mínima:

$$|M_{apoio}| > 0,5 \cdot M_{vão}$$

$$A_{s,apoio} \geq \frac{1,57}{4} = 0,393 \text{ cm}^2$$

Como existem duas barras com bitola de 10 mm chegando neste apoio, com área efetiva igual a  $1,57 \text{ cm}^2$ , a área de aço mínima no apoio calculada acima está atendida.

Comprimento de ancoragem com a utilização do gancho:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \frac{0,21 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 2,88 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,88} \right) = 37,74 \text{ cm}$$

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \cdot 37,74 = 11,32 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \cdot 1,0 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,min} \geq 11,32 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 \cdot 37,74 \cdot \frac{0,343}{1,57} = 5,77 \text{ cm} \leq 11,32$$

$$l_{b,nec} = 12 \text{ cm}$$

Comprimento do gancho:

$$l_g = \frac{\pi(5 \cdot \phi + \phi)}{4} + 8 \cdot \phi = \frac{\pi(5 \cdot 1,0 + 1,0)}{4} + 8 \cdot 1,0 = 12,71 \text{ cm}$$

Comprimento total de ancoragem com gancho:

$$l_{g,total} = l_{b,nec} + l_g = 12,0 + 12,71 = 24,71 \text{ cm} \geq l_{b,min} \rightarrow OK!$$

### **Extremidade do balanço**

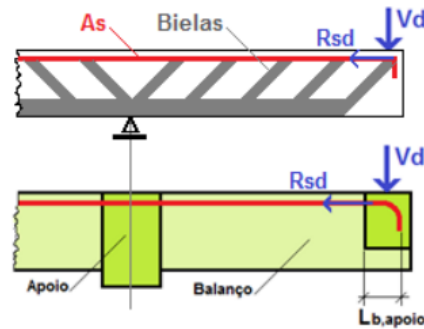
#### Armadura positiva

Para a armadura positiva no extremo do balanço, não vai ser calculado o comprimento de ancoragem, basta estender a barra até a face externa da viga descontando o cobrimento.

#### Armadura Negativa

Deve ser feita a verificação da ancoragem da biela de compressão na extremidade do balanço, conforme ilustrado na Figura 30.

Figura 30 - Força de arrancamento no balanço



Fonte: Camacho (2015).

Armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão:

$$F_{Sd} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d + N_d = \frac{32,0}{35,87} \cdot 17,5 + 0,0 = 15,61 \text{ kN}$$

$$A_{st} = \frac{F_{Sd}}{f_{yd}} = \frac{15,61}{43,48} = 0,359 \text{ cm}^2 \leq A_{s,ef} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot \frac{0,21 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 2,02 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,02} \right) = 53,81 \text{ cm}$$

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \cdot 53,81 = 16,14 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \cdot 1,0 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,min} \geq 16,14 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 \cdot 53,81 \cdot \frac{0,359}{1,57} = 8,61 \text{ cm} \leq 16,14 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 17 \text{ cm}$$

Comprimento do gancho:

$$l_g = \frac{\pi(5 \cdot \phi + \phi)}{4} + 8 \cdot \phi = \frac{\pi(5 \cdot 1,0 + 1,0)}{4} + 8 \cdot 1,0 = 12,71 \text{ cm}$$

Comprimento total de ancoragem com gancho:

$$l_{g,total} = l_{b,nec} + l_g = 17,0 + 12,71 = 29,71 \text{ cm} \geq l_{b,mín}$$

### Armadura negativa apoio P1

A armadura negativa neste apoio foi dimensionada com 3 barras, onde duas barras serão estendidas por todo comprimento da viga. Para a terceira barra determina-se o deslocamento do diagrama de momentos fletores.

$$a_l = 0,5 \cdot d (\cot \theta - \cot \alpha) = 0,5 \cdot 35,87 (\cot 30 - \cot 90) = 31,1 \text{ cm}$$

$$a_l = 32 \text{ cm}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot \frac{0,21 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 2,02 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,02} \right) = 53,81 \text{ cm}$$

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \cdot 53,81 = 16,14 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \cdot 1,0 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

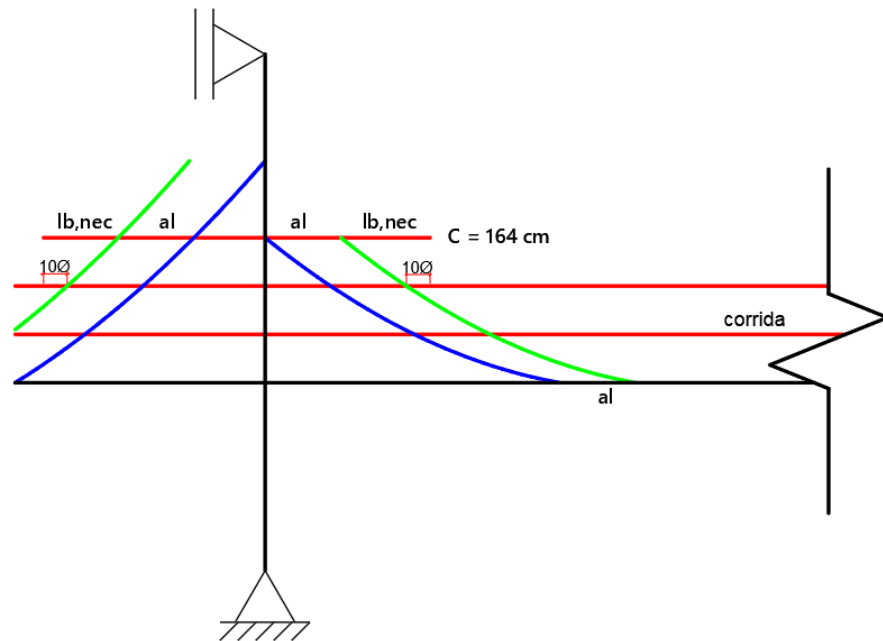
$$l_{b,mín} \geq 16,14 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1,0 \cdot 53,81 \cdot \frac{1,768}{2,36} = 28,22 \text{ cm} > 16,14 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 29 \text{ cm}$$

A Figura 31 ilustra o comprimento total da barra no apoio P1, após a decalagem.

Figura 31 - Comprimento total da barra no apoio P1



Fonte: Do autor

#### 4.2.7 Dimensionamento das armaduras transversais

No dimensionamento das armaduras transversais será o utilizado o modelo da treliça generalizada de Morsch, o qual considera que os esforços cisalhantes são resistidos pelas bielas de compressão de concreto e pela armadura transversal.

A NBR-6118:2014, apresenta dois modelos de cálculos distintos para o dimensionamento de estribos:

- Modelo I, que admite diagonais de compressão inclinada de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Admite-se também que a parcela de esforços

resistida pelos mecanismos complementares ( $V_c$ ) tenha valor constante, independentemente do esforço cortante de cálculo ( $V_{sd}$ ).

- Modelo II, que admite diagonais de compressão inclinadas com um ângulo  $\theta$  entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{sd}$ .

No presente trabalho, optou-se para dimensionar as armaduras transversais pelo modelo de cálculo II, segundo Lorregio (2015) este é o modelo que se demonstra mais econômico, geralmente por apresentar valores menores para a área de armadura transversal.

#### 4.2.7.1 Cálculo da área de aço

Segundo a NBR-6118:2014, inicialmente é necessário verificar a resistência das diagonais de compressão de concreto ao esmagamento, ou seja, se a força resistente de cálculo das diagonais de compressão  $V_{Rd2}$  é maior que a força solicitante de cálculo  $V_{sd}$ :

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

Sendo  $V_{Rd2}$  definida pela seguinte expressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa};$$

$b$  = é a menor largura da seção;

$d$  = altura útil da seção;

$\theta$  = inclinação da biela de concreto;

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal.



Para determinar as parcelas da força cortante que serão absorvidas pelos estribos ( $V_{sw}$ ) e pelo concreto ( $V_c$ ), se utiliza a seguinte relação:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

Sabendo:

$$V_c = V_{c1}, \text{ na flexão simples}$$

$$V_{c1} = 0, \text{ se } V_{sd} = V_{Rd2}$$

$$V_{c1} = V_{c0}, \text{ se } V_{sd} \leq V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d$$

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{1,4}$$

$$V_{c1} = \frac{V_{c0}(V_{Rd2} - V_{sd})}{(V_{Rd2} - V_{c0})}, \text{ se } V_{c0} \leq V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

Logo:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

Com o valor de  $V_{sw}$ , pode-se calcular a quantidade de armadura para estribos:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha}$$

Onde;

$f_{ywd}$  = é o valor de cálculo da resistência ao escoamento do aço da armadura passiva, limitada a 435 MPa.

#### 4.2.7.2 Armadura Mínima dos estribos

Conforme a NBR-6118:2014, deve-se verificar se a área de aço calculada atende à armadura mínima:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot \sin \alpha$$

Onde;

$s$  = espaçamento dos estribos;

$b$  = largura da viga;

$\alpha$  = inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal;

$f_{ywk}$  = resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

Além disso, de acordo com a norma, o diâmetro da barra do estribo não deve ser inferior a 5 mm ou superior a 1/10 da largura da viga.

#### 4.2.7.3 Espaçamento máximo e mínimo entre estribos

Conforme o item 18.3.3.2 da NBR 6118:2014, O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. Em relação ao espaçamento máximo, devem ser atendidas as seguintes condições:

$$\begin{cases} \text{se } V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}, & \text{então } S_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 300 \text{ mm;} \\ \text{se } V_{sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2}, & \text{então } S_{m\acute{a}x} = 0,3 \cdot d \leq 200 \text{ mm} \end{cases}$$

Considerando que, nem sempre a área de aço mínima atende ao espaçamento máximo, a área de aço do espaçamento máximo é definida pela seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw,Sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{S_{m\acute{a}x}}$$

Com a área de aço definida, parte-se para o cálculo da quantidade total dos estribos:

$$Q = \frac{l_0}{s}$$

Onde:

$l_0$  = vão livre da viga;

$s$  = espaçamento entre os estribos.

### Cálculo da Viga V1

Inicialmente define-se alguns parâmetros a serem utilizados nos cálculos:

- Adotou-se  $\theta = 30^\circ$ , por ser um ângulo que apresenta armaduras mais econômicas, porém quando este ângulo resulta em  $V_{Rd2} < V_{Sd}$  o mesmo deve ser aumentado.
- Adotou-se  $\alpha = 90^\circ$ , pois é a inclinação usual dos estribos, visando a facilidade construtiva.
- $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ .

Armadura mínima:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot \sin \alpha = 0,2 \cdot \frac{0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{600} \cdot 0,17 \cdot \sin 90 = 1,454 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Armaduras transversais do trecho V1a

Da Figura 27 obtêm-se o esforço cortante de cálculo:

$$V_{Sd} = 32,608 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

Verifica-se o esmagamento das bielas de compressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 \cdot \sin^2 30 \cdot (\cot 90 + \cot 30) = 229,16 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} > V_{Sd} \rightarrow Ok!$$

Determina-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 0,6 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 = 46,92 \text{ kN}$$

Como  $V_{Sd} < V_{c0}$ , tem-se que:

$$V_{c1} = V_{c0} = 46,92 \text{ kN}$$

Definindo a parcela a ser resistido pelos estribos, tem-se que:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 32,608 - 46,92 = -14,312 \text{ kN}$$

Como o valor obtido é menor que zero, isso significa que todo esforço cortante será absorvido pelo concreto, resultando na utilização da armadura mínima.

$$A_{sw} = A_{sw,mín} = 1,454 \text{ cm}^2/m$$

Como no trecho estudado  $V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , tem-se que:

$$S_{máx} = 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 358,7 = 215,22 \leq 300 \text{ mm}$$

Como a área de aço mínima não atende ao espaçamento máximo, a área de aço correspondente ao espaçamento máximo é definida pela seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw,Sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{S_{m\acute{a}x}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,63^2}{4}\right)}{0,21522} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

A armadura final adotada é o maior valor entre  $A_{sw,m\acute{i}n}$ ,  $A_{sw}$  e  $A_{sw,Sm\acute{a}x}$ , logo:

$$A_{sw,ef} = A_{sw,Sm\acute{a}x} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

Calculando a quantidade total dos estribos, tem-se que:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{100}{21} = 4,76$$

$$Q = 5 \text{ estribos}$$

Assim, obtém-se o seguinte detalhamento: 5 Ø6,3 c/21.

#### Armaduras transversais do trecho V1b

$$V_{sd} = 22,809 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

Verifica-se o esmagamento das bielas de compressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 \cdot \sin^2 30 \cdot (\cot 90 + \cot 30) = 229,16 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} > V_{Sd} \rightarrow Ok!$$

Determina-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares:

$$V_{c0} = 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 0.6 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 = 46,92 \text{ kN}$$

Como  $V_{Sd} < V_{c0}$ , tem-se que:

$$V_{c1} = V_{c0} = 46,92 \text{ kN}$$

Definindo a parcela a ser resistido pelos estribos, tem-se que:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c = 22,809 - 46,92 = -24,11 \text{ kN}$$

Como o valor obtido é menor que zero, resulta na utilização da armadura mínima:

$$A_{sw} = A_{sw,min} = 1,454 \text{ cm}^2/m$$

Como no trecho estudado  $V_{Sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , tem-se que:

$$S_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 358,7 = 215,22 \leq 300 \text{ mm}$$

$$S_{m\acute{a}x} = 21,522 \text{ cm}$$

Como a área de aço mínima não atende ao espaçamento máximo, a área de aço correspondente ao espaçamento máximo é definida pela seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw,Sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{S_{m\acute{a}x}} = \frac{2 \cdot \left( \frac{\pi \cdot 0,63^2}{4} \right)}{0,21522} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

A armadura final adotada é o maior valor entre  $A_{sw,min}$ ,  $A_{sw}$  e  $A_{sw,Sm\acute{a}x}$ :

$$A_{sw,ef} = A_{sw,Sm\acute{a}x} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

Calculando a quantidade total dos estribos, tem-se que:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{214}{21} = 10,19$$

$$Q = 11 \text{ estribos}$$

Assim, obtém-se o seguinte detalhamento: 11  $\emptyset 6,3$  c/21.

#### Armaduras transversais do trecho V1c

$$V_{sd} = 19,441 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

Verifica-se o esmagamento das bielas de compressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 \cdot \sin^2 30 \cdot (\cot 90 + \cot 30) = 229,16 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} > V_{sd} \rightarrow Ok!$$

Determina-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 0,6 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 = 46,92 \text{ kN}$$

Como  $V_{sd} < V_{c0}$ , tem-se que:

$$V_{c1} = V_{c0} = 46,92 \text{ kN}$$

Definindo a parcela a ser resistido pelos estribos, tem-se que:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 19,441 - 46,92 = -27,48 \text{ kN}$$

Como o valor obtido é menor que zero, resulta na utilização da armadura mínima:

$$A_{sw} = A_{sw,mín} = 1,454 \text{ cm}^2/m$$

Como no trecho estudado  $V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , tem-se que:

$$S_{máx} = 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 358,7 = 215,22 \leq 300 \text{ mm}$$

$$S_{máx} = 21,522 \text{ cm}$$

Como a área de aço mínima não atende ao espaçamento máximo, a área de aço correspondente ao espaçamento máximo é definida pela seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw,Smáx}}{s} = \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{S_{máx}} = \frac{2 \cdot \left( \frac{\pi \cdot 0,63^2}{4} \right)}{0,21522} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

A armadura final adotada é o maior valor entre  $A_{sw,mín}$ ,  $A_{sw}$  e  $A_{sw,Smáx}$ :

$$A_{sw,ef} = A_{sw,Smáx} = 2,897 \text{ cm}^2/m$$

Calculando a quantidade total dos estribos, tem-se que:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{223}{21} = 10,62$$

$$Q = 11 \text{ estribos}$$

Assim, obtém-se o seguinte detalhamento: 11  $\emptyset 6,3$  c/21.



Armaduras transversais do trecho V1d

$$V_{Sd} = 20,608 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

Verifica-se o esmagamento das bielas de compressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 \cdot \sin^2 30 \cdot (\cot 90 + \cot 30) = 229,16 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} > V_{Sd} \rightarrow Ok!$$

Determina-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 0,6 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} \cdot 0,17 \cdot 0,3587 = 46,92 \text{ kN}$$

Como  $V_{Sd} < V_{c0}$ , tem-se que:

$$V_{c1} = V_{c0} = 46,92 \text{ kN}$$

Definindo a parcela a ser resistido pelos estribos, tem-se que:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c = 20,608 - 46,92 = -26,312 \text{ kN}$$

Como o valor obtido é menor que zero, resulta na utilização de uma armadura mínima:

$$A_{sw} = A_{sw,min} = 1,454 \text{ cm}^2/m$$

Como no trecho estudado  $V_{sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , tem-se que:

$$S_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 358,7 = 215,22 \leq 300 \text{ mm}$$

$$S_{m\acute{a}x} = 21,522 \text{ cm}$$

Como a área de aço mínima não atende ao espaçamento máximo, a área de aço correspondente ao espaçamento máximo é definida pela seguinte fórmula:

$$\frac{A_{sw,Sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{S_{m\acute{a}x}} = \frac{2 \cdot \left( \frac{\pi \cdot 0,63^2}{4} \right)}{0,21522} = 2,897 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura final adotada é o maior valor entre  $A_{sw,min}$ ,  $A_{sw}$  e  $A_{sw,Sm\acute{a}x}$ :

$$A_{sw,ef} = A_{sw,Sm\acute{a}x} = 2,897 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Calculando a quantidade total dos estribos, tem-se que:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{251}{21} = 11,95$$

$$Q = 12 \text{ estribos}$$

Assim, obtém-se o seguinte detalhamento: 12 Ø6,3 c/21.

A Tabela 31 apresenta os resultados do dimensionamento das armaduras transversais para os trechos da viga V1.

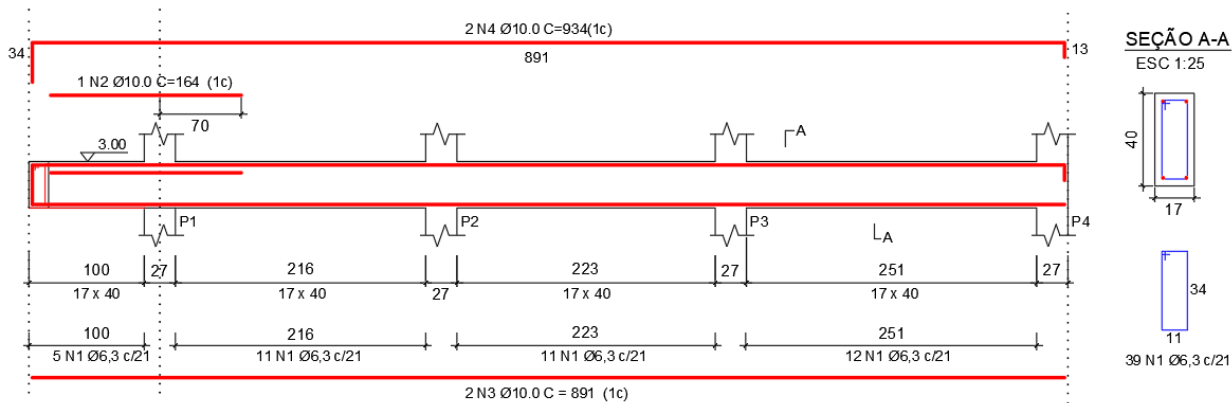
Tabela 31 - Resultados do dimensionamento das armaduras transversal da viga V1

Trecho	$A_{sw} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	$A_{sw,min} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	$A_{sw,ef} \text{ (cm}^2/\text{m)}$	Armadura
V1-a	0,0	1,454	2,897	5 Ø6,3 c/21
V1-b	0,0	1,454	2,897	11 Ø6,3 c/21
V1-c	0,0	1,454	2,897	11 Ø6,3 c/21
V1-d	0,0	1,454	2,897	12 Ø6,3 c/21

Fonte: Do autor

A Figura 32 apresenta o detalhamento final da viga V1.

Figura 32 - Detalhamento da viga V1



Fonte: Do autor

#### 4.2.8 Verificação do estado limite de serviço

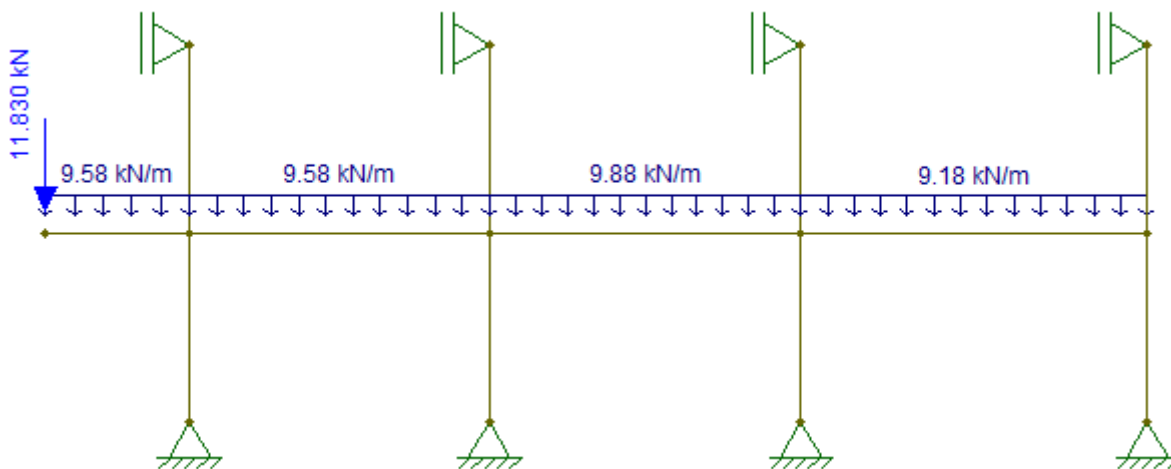
A verificação do estado limite de serviço será realizada com os valores dos momentos fletores obtidos do lançamento do pórtico no software Ftool, considerando o carregamento quase permanente de cargas (ELS), o qual está indicado na Tabela 27.

O procedimento manual de cálculo para as vigas segue o mesmo utilizado para as lajes, explicado no item 4.1.9.

#### Cálculo da Viga V1

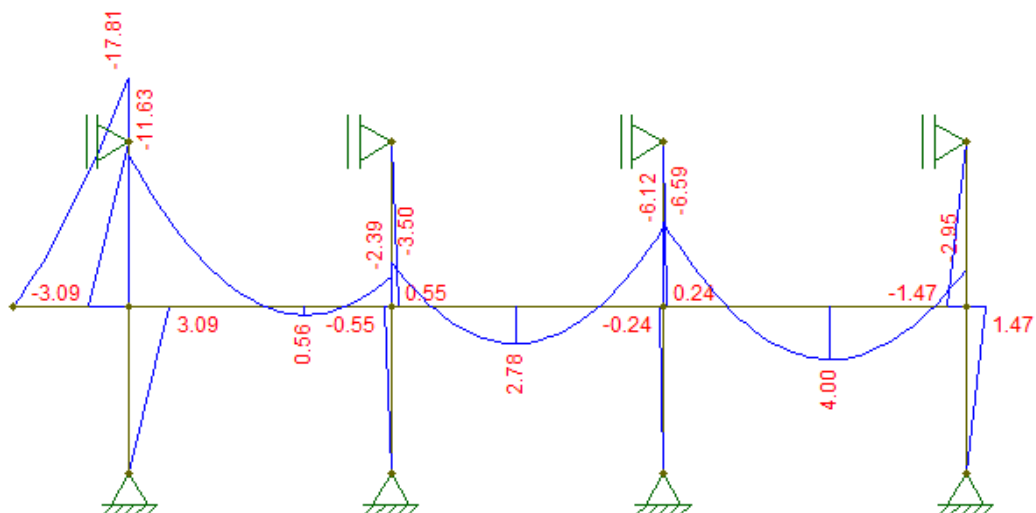
A Figura 33 ilustra o pórtico da viga V1 lançado no software Ftool com o carregamento para a combinação quase permanente. O diagrama dos momentos fletores correspondente pode ser visualizado na Figura 34.

Figura 33 - Carregamento no ELS da viga V1



Fonte: Do autor

Figura 34 - Diagrama de momentos fletores no ELS



Fonte: Do autor

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,5 \cdot 0,3 \cdot 25^{2/3} \cdot \left(\frac{0,17 \cdot 0,40^3}{12}\right)}{0,20} = 17,44 \text{ kNm}$$

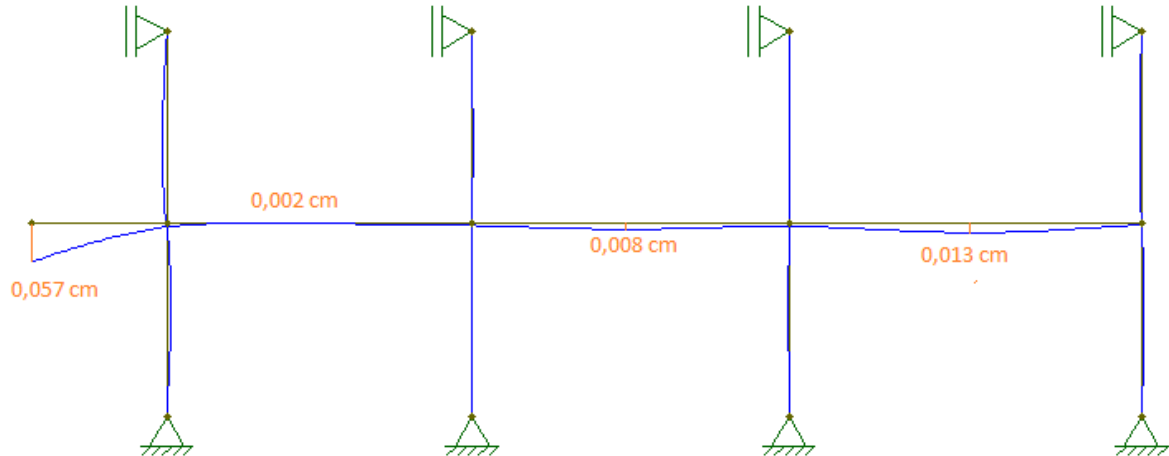
Ao analisar o diagrama de momentos fletores de serviço, percebe-se que a região do momento negativo do trecho V1a, sobre o pilar P1, está sendo solicitada por um momento fletor igual a 17,81 kNm, maior que o de fissuração.

Apesar do momento fletor atuante do trecho ser levemente maior que o de fissuração, a sua altura equivalente ficaria praticamente igual à da seção transversal original, portanto, não será calculado a altura equivalente da seção.

#### Verificação da aceitabilidade visual:

O diagrama de deslocamento para a flecha imediata ( $f_0$ ) obtido pelo Ftool está ilustrado na Figura 35.

Figura 35 - Deslocamento da viga V1 ( $f_0$ )



Fonte: Do autor

Calculando o efeito da fluência:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68(0,996^{0,7}) \cdot 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 \cdot 0} = 1,395$$

A flecha total para o trecho V1a:

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) \cdot f_0 = (1 + 1,395) \cdot 0,057 = 0,137$$

A flecha admissível para o trecho V1a:

$$f_{adm} = \frac{l}{250} = \frac{106,5}{250} = 0,426 \text{ cm}$$

A Tabela 32 apresenta a flecha imediata, a flecha total e a flecha admissível dos trechos da viga V1.

Tabela 32 - Deslocamento da viga V1 ( $f_0$ )

Trecho	V1a	V1b	V1c	V1d
$f_0$ (cm)	0,057	0,002	0,008	0,013
$f_\infty$ (cm)	0,137	0,0048	0,0192	0,0311
$f_{adm}$ (cm)	0,34	0,857	0,892	1,004

Fonte: Do autor

### 4.3 PILARES

Segundo o item 14.4.1.2 da NBR-6118:2014, pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente disposto na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Os pilares têm como função principal receber os carregamentos provenientes das lajes e vigas, e transferi-los até as fundações.

Consoante a NBR-6118:2014 as estruturas são classificadas em duas categorias: estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis. As estruturas são consideradas, para efeito de cálculo, de nós fixos, quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis. Nessas estruturas, basta considerar os efeitos de 1ª e os localizados de 2ª ordem. As estruturas de nós móveis são aquelas onde os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem) e também devem ser considerados.

Neste trabalho, para a realização da análise dos pilares, será admitido que a estrutura é de nós fixos, sendo assim dispensável a análise global de segunda ordem.

No dimensionamento dos pilares, primeiramente, identifica-se o tipo de pilar conforme a sua posição em planta. Em seguida, determinam-se os esforços atuantes no elemento e calcula-se o valor de esbeltez limite, o qual determinará se haverá ou não a necessidade de consideração dos efeitos locais de segunda ordem. Finalmente, após obter os esforços de cálculo finais, determina-se a armadura necessária.

#### 4.3.1 Características físicas

##### 4.3.1.1 Comprimento equivalente

Segundo o item 15.6 da NBR-6118:2014, o comprimento equivalente do pilar, suposto vinculado em ambas as extremidades, conforme ilustrado na Figura 36, deve ser o menor dos seguintes valores:

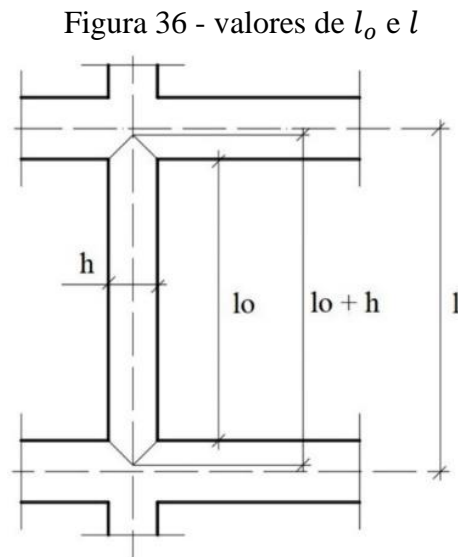
$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases}$$

Onde:

$l_o$  = distância entre as faces internas das vigas que vinculam o pilar;

$h$  = altura da seção transversal do pilar;

$l$  = distância entre os eixos das vigas que vinculam o pilar.



Fonte: Bastos (2017).

#### 4.3.1.2 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez  $\lambda$  é definido como a razão entre o comprimento equivalente do pilar e o raio de giração da seção.

$$\lambda = \frac{l_e}{i}$$

Onde:

$l_e$  = comprimento equivalente;

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  = raio de giração do elemento.

Assim, no caso de seções retangulares, o índice de esbeltez é dado por:



$$\lambda = \frac{\sqrt{12} \cdot l_e}{h}$$

Onde:

$h$  = dimensão do pilar na direção considerada.

### 4.3.2 Classificação dos pilares

Os pilares podem ser classificados quanto a sua posição e planta e quanto à índice de esbeltez.

#### 4.3.2.1 Classificação quanto à posição em planta

A classificação quanto à posição em planta é dividida em três classes, conforme a Figura 37, cada uma delas caracterizada por uma situação diferente em termos de projeto.



Fonte: Bastos (2017).

- **Pilar de canto:** São solicitados por uma força de compressão e dois momentos agindos nos eixos principais de inércia, como por exemplo quando existe interrupção das vigas e lajes que chegam nesse pilar nas duas direções.
- **Pilar intermediário:** são pilares onde teoricamente só existe força de compressão, por exemplo quando existe continuidade das vigas e lajes que chegam nesse pilar.

- **Pilar de extremidade:** São solicitados por uma força de compressão e um momento agindo em um dos eixos principais de inércia, por exemplo quando existe interrupção das vigas e lajes que chegam nesse pilar numa determinada direção.

#### 4.3.2.2 Classificação quanto à esbeltez

Essa classificação depende do índice de esbeltez do pilar:

- Pilar curto:  $\lambda \leq \lambda_1$
- Pilar médio:  $\lambda_1 < \lambda \leq 90$
- Pilar medianamente esbelto:  $90 < \lambda \leq 140$
- Pilar esbelto:  $140 < \lambda \leq 90$

Segundo o item 15.8.1 da NBR-6118:2014, os pilares devem ter índice de esbeltez menor ou igual a 200. O valor de  $\lambda$  corresponde ao valor de esbeltez limite, a partir do qual a resistência do pilar tende a diminuir devido aos efeitos de 2ª ordem. A maioria dos pilares encontrados nas edificações são do tipo curto e médio.

Os esforços solicitantes dos pilares são provenientes dos carregamentos das vigas que chegam até o elemento e de seu peso próprio. Sendo assim, a análise deve ser feita em planta, para cada nível da edificação em estudo.

Entretanto, o desaprumo ou falta de linearidade do eixo do pilar pode gerar imperfeições geométricas. Segundo o item 11.3.3.4.3 da NBR-6118:2014, a influência de tais imperfeições podem ser levada em conta através de um momento fletor mínimo de primeira ordem, definido por:

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03 \cdot h)$$

Onde:

$h$  = altura total da seção transversal da direção considerado, expressa em metros (m);

$N_d$  = esforço normal de compressão de cálculo.

O momento fletor de cálculo de 1ª ordem deve ser comparado com o momento mínimo de primeira ordem, adotando-se o maior valor entre eles.

### 4.3.3 Excentricidade de primeira ordem

A excentricidade de primeira ordem ocorre quando o ponto de aplicação da força normal não coincide com o centro de gravidade da seção transversal do pilar, sendo definida por:

$$e_{1,A} = \frac{M_{1d,A}}{N_d} \qquad e_{1,B} = \frac{M_{1d,B}}{N_d}$$

Onde:

$M_{1d,A}$  e  $M_{1d,B}$  = momento de cálculo de primeira ordem nas extremidades A e B, respectivamente;

$N_d$  = esforço de compressão de cálculo.

### 4.3.4 Dispensa de análise de dos efeitos locais de segunda ordem

Conforme o item 15.8.2 da NBR-6118:2014, os esforços locais de segunda ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que  $\lambda_1$ .

O valor  $\lambda_1$  pode ser calculado pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}, \quad 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Onde:

$e_1$  = excentricidade de primeira ordem

$h$  = altura total da seção transversal da direção considerado, expressa em metros (m);

$\alpha_b$  = fator de vinculação e carregamento atuante.

O fator  $\alpha_b$  assume os seguintes fatores:

- $\alpha_b = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_B}{M_A}$  para pilares biapoiados sem cargas horizontais, respeitando  $0,4 \leq \alpha_b \leq 1$

Onde:

$M_A$  = momento fletor de 1ª ordem em maior valor absoluto ao longo da altura do pilar;

$M_B$  = momento fletor de 1ª ordem de menor valor absoluto ao longo da altura do pilar. Terá sinal negativo se tracionar a face contrária à  $M_A$ .

- $\alpha_b = 1,0$  para pilares biapoiados com  $M_{1d} \leq M_{1d,mín}$ .

#### 4.3.5 Determinação dos efeitos locais de segunda ordem

Segundo o item 11.3.3.4.2 da NBR-6118:2014, nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos devido ao desaprumo construtivo e a existência de cargas excêntricas. Isto leva ao surgimento dos efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas.

Conforme o item 15.8.3.3.2 da NBR-6118:2014, para determinar os efeitos locais de 2ª ordem, no caso de pilares com o índice de esbeltez menor ou igual a 90, com seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo, pode ser empregado o método aproximado do pilar-padrão com curvatura aproximada.

O momento total máximo de cálculo no pilar deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

Sendo  $1/r$  a curvatura na seção crítica, que pode ser avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

Sendo que:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Onde:

$\alpha_b$  = o coeficiente  $\alpha_b$  tem as mesmas definições do item 4.3.4 deste trabalho;

$M_{1d,A}$  = o valor de cálculo do momento de primeira ordem;

$N_d$  = esforço de compressão de cálculo;

$l_e$  = comprimento equivalente do pilar;

$h$  = altura da seção na direção considerada;

$v$  = a força normal adimensional.

$A_c$  = Área da seção bruta do pilar

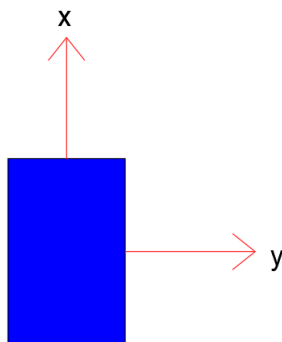
### Cálculo dos pilares P3 e P4

Para o exemplo de dimensionamento dos pilares foram escolhidos os pilares P3 (de extremidade) e o pilar P4 (de canto). Primeiramente foi levantado o carregamento atuante nos pilares e, em seguida, os esforços internos nos elementos foram obtidos com a análise dos pórticos no software Ftool.

Os esforços normais foram determinados a partir do pavimento cobertura e o dimensionamento será realizado para os esforços internos atuantes no lance do pilar entre o pavimento térreo e o primeiro pavimento tipo.

Os exemplos apresentados abaixo utilizarão a convenção de eixos cartesianos apresentado na Figura 38, para os momentos fletores.

Figura 38 - Convenção de eixos cartesianos para os momentos fletores dos pilares

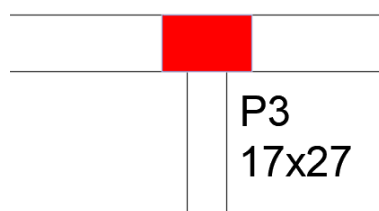


Fonte: Do autor

### **Pilar P3 – Extremidade**

O detalhe do pilar P3 na planta de formas é apresentado na Figura 39. O carregamento atuante no pilar P3 é proveniente do peso próprio e ação das vigas V1 e V21.

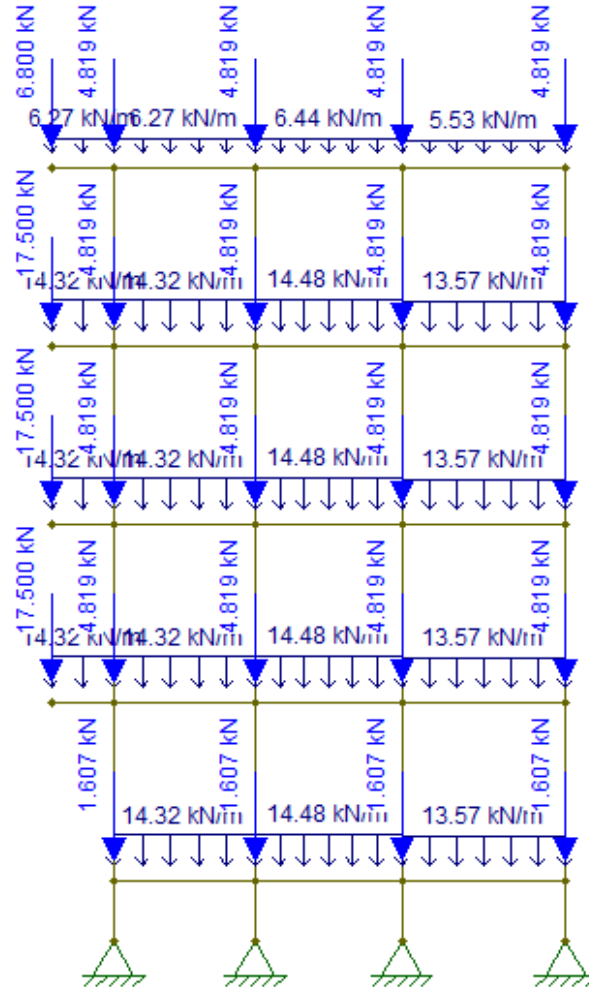
Figura 39 - Detalhe do pilar P3



Fonte: Do autor

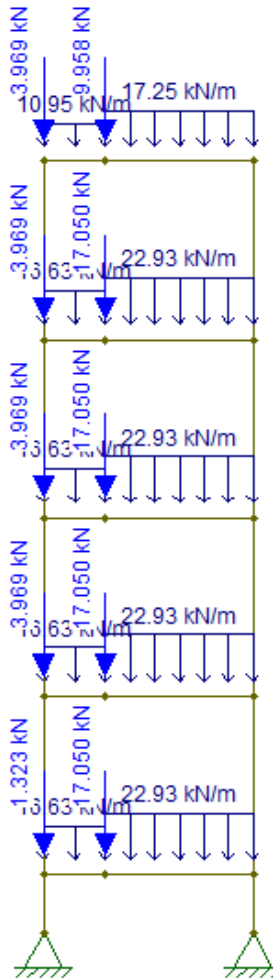
Os pórticos com o carregamento das vigas V1 e V21 estão apresentados nas Figuras 40 e 41, respectivamente.

Figura 40 - Pórtico com o carregamento da viga V1 e peso próprio dos pilares



Fonte: Do autor

Figura 41 - Pórtico com o carregamento da viga V21 e peso próprio dos pilares



Fonte: Do autor

A Tabela 33 apresenta os esforços de cálculo encontrados a partir dos pórticos apresentados acima.

Tabela 33 - Situações finais de cálculo do pilar P3

Lance	Seção (cm)	$N_d$ (kN)	$M_{xd}$ (kNm)	$M_{yd}$ (kNm)
Cobertura	17x27	49,89	6,23	2,41
Tipo 3	17x27	134,74	6,68	2,73
Tipo 2	17x27	220,11	6,67	2,50
Tipo 1	17x27	307,24	6,52	1,41

Fonte: Do autor



Determinando os comprimentos equivalentes:

$$l_{ex} \leq \begin{cases} l_o + h_x = (3,0 - 0,40) + 0,17 = 2,77 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,77 \text{ cm}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} l_o + h_y = (3,0 - 0,40) + 0,27 = 2,87 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ey} = 2,87 \text{ cm}$$

Logo, pode-se determinar os índices de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot l_{ex}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,77}{0,17} = 56,44$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot l_{ey}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,87}{0,27} = 36,82$$

Como o pilar possui uma dimensão menor que 19 cm, os esforços de cálculo de primeira ordem devem ser majorados.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \cdot b = 1,95 - 0,05 \cdot 17,0 = 1,1$$

$$N_d = 1,1 \cdot 307,24 = 337,96 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 1,1 \cdot 6,52 = 7,17 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 1,1 \cdot 1,41 = 1,55 \text{ kNm}$$

Em seguida, calculam-se os momentos mínimos de primeira ordem:

$$M_{1d_x, \text{mín}} = N_d(0,015 + 0,03 \cdot h_x) = 337,96 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,17) = 6,79 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y, \text{mín}} = N_d(0,015 + 0,03 \cdot h_y) = 337,96 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,27) = 7,81 \text{ kNm}$$

Logo, s esforços de primeira ordem a serem considerados para o prosseguimento de cálculo são.

$$N_d = 337,96 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 7,17 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 7,81 \text{ kNm}$$

Em seguida, calculam-se as excentricidades de primeira ordem.

$$e_{1x} = \frac{M_{1d_x}}{N_d} = \frac{7,17}{337,96} = 2,12 \text{ cm}$$

$$e_{1y} = \frac{M_{1d_y}}{N_d} = \frac{1,55}{337,96} = 0,0045 \text{ cm}$$

Para verificar se o cálculo dos efeitos de segunda ordem pode ser dispensado, calculam-se os limites de esbeltez limites.

Como  $M_{1d_x, \min} < M_{1d_x}$

$$\alpha_{bx} = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_{Bx}}{M_{Ax}} = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{-6,52}{6,52} = 0,2 < 0,4$$

$$\alpha_{bx} = 0,4$$

Como  $M_{1d_y, \min} > M_{1d_y}$

$$\alpha_{by} = 1,0$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1x}}{h_x}}{\alpha_{bx}} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{2,12}{17,0}}{0,4} = 66,39$$

Sendo  $\lambda_{1x} > \lambda_x$ , não é necessário determinar os efeitos de 2ª ordem.

Como  $M_{1d_y, \min} > M_{1d_y}$

$$\alpha_{by} = 1,0$$

$$\lambda_{1y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1y}}{h_y}}{\alpha_{by}} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{0,00458}{17,0}}{1} = 25,0 < 35,0$$

$$\lambda_{1y} = 35,0$$

Sendo  $\lambda_{1y} < \lambda_y$ , é necessário determinar os efeitos de 2ª ordem.

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{337,96}{0,17 \cdot 0,27 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,4123$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_y(v + 0,5)} = \frac{0,005}{0,27 \cdot (0,4123 + 0,5)} = 0,020 \leq \frac{0,005}{h_x} = \frac{0,005}{0,27} = 0,0185$$

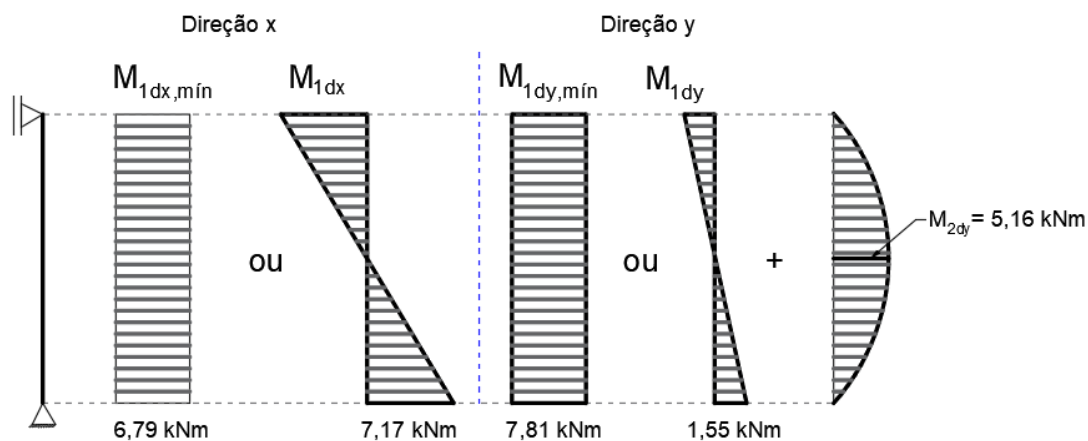
$$\frac{1}{r} = 0,0185 \text{ m}^{-1}$$

$$M_{2d_y} = N_d \cdot \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} = 337,96 \cdot \frac{2,87^2}{10} \cdot 0,0185 = 5,16 \text{ kNm}$$

$$M_{d_y, \text{tot}} = \alpha_{by} \cdot M_{1d_y, A} + M_{2d_y} = 1,0 \cdot 7,81 + 5,16 = 12,97 \text{ kNm}$$

A Figura 42 ilustra as situações finais de cálculo.

Figura 42 - Situações finais de cálculo do pilar P3

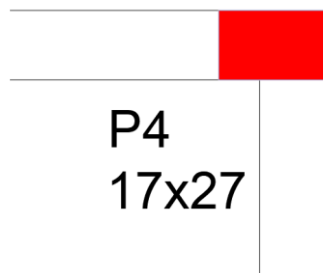


Fonte: Do autor

### Pilar P4 – Canto

O detalhe do pilar P4 na planta de formas é apresentado na Figura 43. O carregamento atuante no pilar é proveniente do peso próprio e ação das vigas V1 e V28.

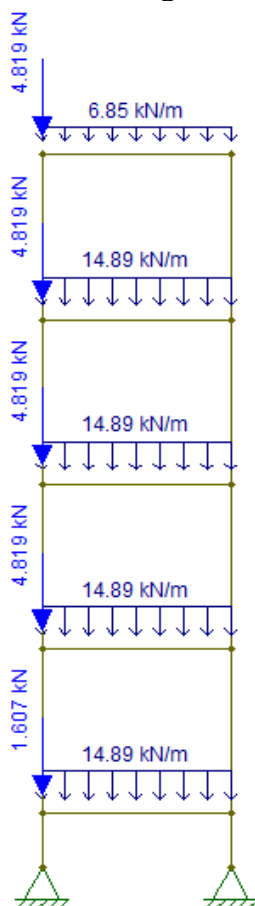
Figura 43 - Detalhe do pilar P4



Fonte: Do autor

O pórtico com o carregamento da viga V1 já foi apresentado anteriormente na Figura 40 e o pórtico da viga V28 está apresentado na Figuras 44.

Figura 44 - Pórtico com o carregamento da viga V28 e peso próprio dos pilares



Fonte: Do autor

A Tabela 35 apresenta os esforços de cálculo encontrados a partir dos pórticos apresentados acima.

Tabela 34 - Situações finais de cálculo do pilar P4

Lance	Seção (cm)	$N_d$ (kN)	$M_{xd}$ (kNm)	$M_{yd}$ (kNm)
Cobertura	17x27	23,99	3,02	1,19
Tipo 3	17x27	70,92	4,10	1,58
Tipo 2	17x27	117,70	4,01	1,48
Tipo 1	17x27	164,33	3,85	1,91

Fonte: Do autor

Determinando os comprimentos equivalentes:

$$l_{ex} \leq \begin{cases} l_o + h_x = (3,0 - 0,40) + 0,17 = 2,77 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,77 \text{ cm}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} l_o + h_y = (3,0 - 0,40) + 0,27 = 2,87 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ey} = 2,87 \text{ cm}$$

Logo, pode-se determinar os índices de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot l_{ex}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,77}{0,17} = 56,44$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot l_{ey}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,87}{0,27} = 36,82$$

Como o pilar possui uma dimensão menor que 19 cm, os esforços de cálculo de primeira ordem devem ser majorados.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \cdot b = 1,95 - 0,05 \cdot 17,0 = 1,1$$

$$N_d = 1,1 \cdot 164,33 = 180,76 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 1,1 \cdot 3,85 = 4,24 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 1,1 \cdot 1,91 = 2,10 \text{ kNm}$$

Em seguida, calculam-se os momentos mínimos de primeira ordem:

$$M_{1d_x, \text{mín}} = N_d(0,015 + 0,03 \cdot h_x) = 180,76 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,17) = 3,63 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y, \text{mín}} = N_d(0,015 + 0,03 \cdot h_y) = 180,76 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,27) = 4,18 \text{ kNm}$$

Logo, os esforços de primeira ordem a serem considerados para o prosseguimento de cálculo são.

$$N_d = 180,76 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 4,24 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 4,18 \text{ kNm}$$

Em seguida, calculam-se as excentricidades de primeira ordem.

$$e_{1x} = \frac{M_{1d_x}}{N_d} = \frac{4,24}{180,76} = 2,34 \text{ cm}$$

$$e_{1y} = \frac{M_{1d_y}}{N_d} = \frac{4,18}{180,76} = 2,31 \text{ cm}$$

Para verificar se o cálculo dos efeitos de 2ª ordem pode ser dispensado, calculam-se os valores de esbeltez limites.

Como  $M_{1d_x, \min} < M_{1d_x}$

$$\alpha_{bx} = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_{Bx}}{M_{Ax}} = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{-3,85}{3,85} = 0,2 < 0,4$$

$$\alpha_{bx} = 0,4$$

Como  $M_{1d_y, \min} > M_{1d_y}$

$$\alpha_{by} = 1,0$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1x}}{h_x}}{\alpha_{bx}} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{2,34}{17,0}}{0,4} = 66,81$$

Sendo  $\lambda_{1x} > \lambda_x$ , não é necessário determinar os efeitos de 2ª ordem.

Como  $M_{1d_y, \min} > M_{1d_y}$

$$\alpha_{by} = 1,0$$

$$\lambda_{1y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1y}}{h_y}}{\alpha_{by}} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{2,31}{17,0}}{1} = 26,70 < 35,0$$

$$\lambda_{1y} = 35,0$$

Sendo  $\lambda_{1y} < \lambda_y$ , é necessário determinar os efeitos de 2ª ordem:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{180,76}{0,17 \cdot 0,27 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,2205$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_y(v + 0,5)} = \frac{0,005}{0,27 \cdot (0,2217 + 0,5)} = 0,0257 \leq \frac{0,005}{h_x} = \frac{0,005}{0,27} = 0,0185$$

$$\frac{1}{r} = 0,0185 \text{ m}^{-1}$$

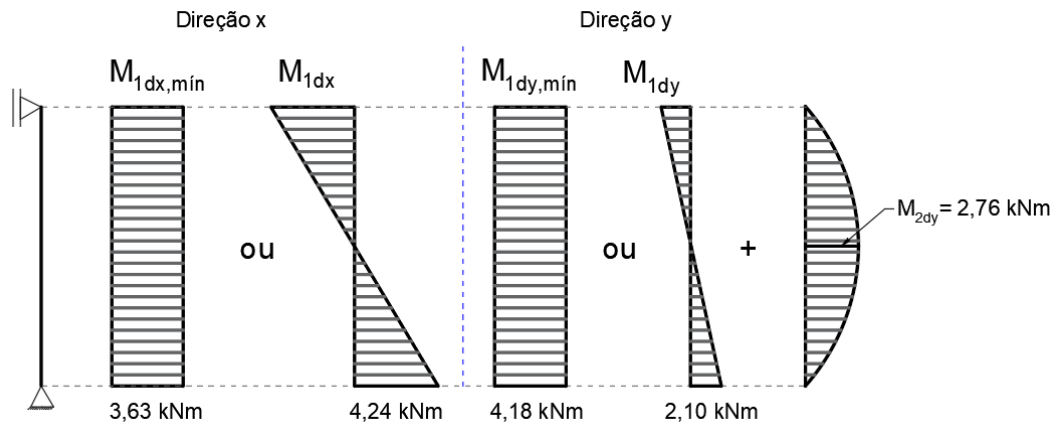
$$M_{2d_y} = N_d \cdot \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{1}{r} = 180,76 \cdot \frac{2,87^2}{10} \cdot 0,0185 = 2,76 \text{ kNm}$$

$$M_{d_y, \text{tot}} = \alpha_{by} \cdot M_{1d_y, A} + M_{2d_y} = 1,0 \cdot 4,18 + 2,76 = 6,94 \text{ kNm}$$

A Figura 45 ilustra as situações finais de cálculo.



Figura 45 - Situações finais de cálculo do pilar P4



Fonte: Do autor

### 4.3.6 Dimensionamento da armadura longitudinal

#### 4.3.6.1 Ábacos

Para o dimensionamento da armadura longitudinal, utiliza-se ábacos para flexão oblíqua. Existem vários ábacos na literatura que podem ser utilizados, porém neste trabalho serão utilizados os ábacos elaborados por Pinheiro (2009). Para a utilização destes ábacos, primeiramente é necessário determinar o arranjo das armaduras longitudinais na seção transversal, além da relação  $d'_x/h_x$  e  $d'_y/h_y$ , sendo  $d'$  a distância entre a face externa do pilar e o eixo da armadura longitudinal conforme mostrado na Figura 46.

A distância  $d'$  pode ser calculada pela seguinte relação:

$$d' = C + \phi_t + \frac{\phi_l}{2}$$

Onde:

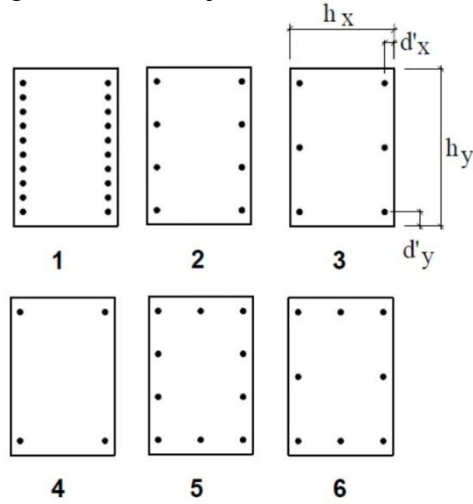
$C$  = cobrimento do pilar;

$\phi_t$  = diâmetro da armadura transversal;

$\phi_l$  = diâmetro da armadura longitudinal.

Conforme o item 18.4.2.1 da NBR-6118:2014 o diâmetro das barras longitudinais não pode ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal.

Figura 46 - Arranjo das barras



Fonte: PINHEIRO (2009)

Tabela 35 - Relação dos ábacos

Arranjo	$\frac{d'_y}{h_y}$	$\frac{d'_x}{h_x}$	Ábaco
1	0,05	0,25	1
2	0,05	0,25	2
3	0,05	0,25	3
1	0,10	0,25	4
2	0,10	0,25	5
3	0,10	0,25	6
4	0,10	0,25	7
2	0,15	0,25	8
3	0,15	0,25	9
4	0,15	0,25	10
1	0,05	0,20	11
2	0,05	0,20	12
3	0,05	0,20	13
1	0,10	0,20	14
2	0,10	0,20	15
3	0,10	0,20	16
4	0,10	0,20	17
2	0,15	0,20	18
3	0,15	0,20	19
4	0,15	0,20	20
1	0,05	0,15	21
2	0,05	0,15	22
3	0,05	0,15	23
5	0,05	0,15	24
1	0,10	0,15	25
2	0,10	0,15	26
3	0,10	0,15	27
4	0,10	0,15	28
6	0,10	0,15	29
5	0,10	0,15	30
2	0,15	0,15	31
3	0,15	0,15	32
4	0,15	0,15	33
6	0,15	0,15	34
5	0,15	0,15	35
2	0,05	0,10	36
6	0,05	0,10	37
5	0,05	0,10	38
1	0,10	0,10	39
2	0,10	0,10	40
3	0,10	0,10	41
4	0,10	0,10	42
6	0,10	0,10	43
5	0,10	0,10	44
6	0,05	0,05	45
5	0,05	0,05	46

Fonte: Pinheiro (2009).

Para utilizar os ábacos deve-se determinar os coeficientes de entrada  $v$  e  $\mu$ , sendo estes a força normal reduzida de cálculo e o momento fletor reduzido de cálculo, respectivamente, dado por:

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

Onde:

$N_d$  = esforço de compressão de cálculo;

$b$  = a menor dimensão do pilar;

$h$  = a maior dimensão do pilar;

$f_{cd}$  = a resistência do concreto aos 28 dias;

$M_d$  = o momento fletor de cálculo na direção considerada.

Entrando no ábaco escolhido, com o valor de  $v$  e  $\mu$  consegue-se determinar a taxa mecânica de armadura necessária  $\omega$ , utilizado para calcular a armadura necessária da seção do pilar, dado por:

$$A_s = \omega \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Onde:

$\omega$  = taxa mecânica de armadura necessária

$A_c$  = área da seção bruta do pilar

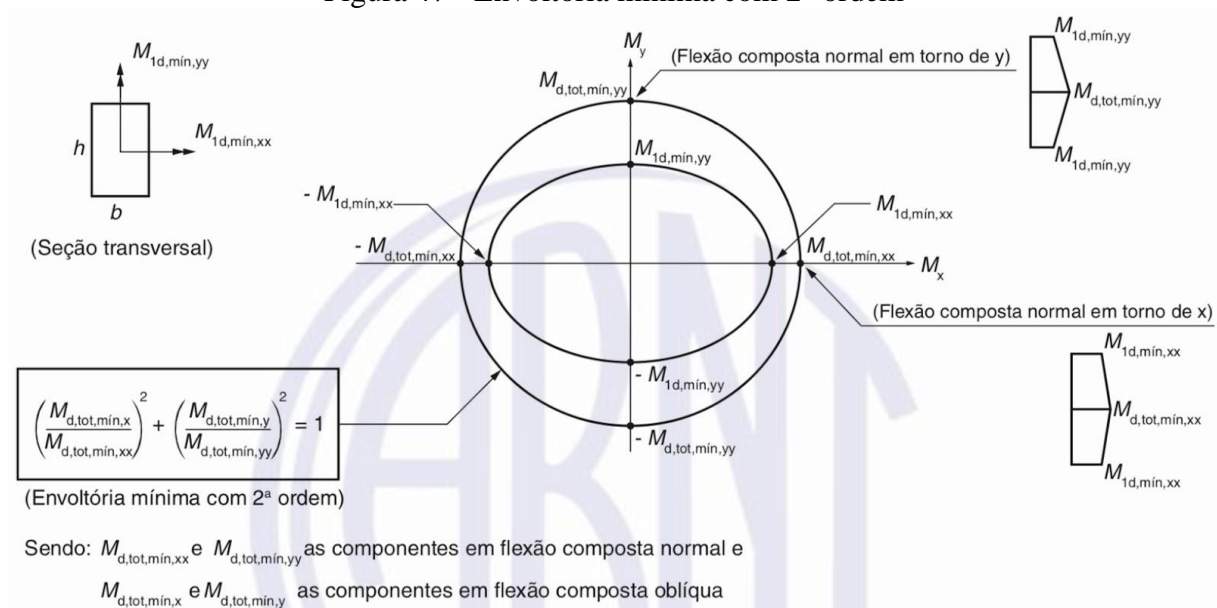
$f_{cd}$  = a resistência do concreto aos 28 dias;

$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$  = resistência de cálculo do aço, onde:

$\gamma_s$  = coeficiente de ponderação do aço, em geral igual a 1,15.

Segundo o item 15.3.2 da NBR-6118:2014, quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de segunda ordem, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida quando, no dimensionamento adotado, obtém-se uma envoltória resistente que englobe a envoltória mínima com segunda ordem, conforme a Figura 47.

Figura 47 - Envoltória mínima com 2ª ordem



(Fonte: NBR 6118:2014, figura 15.2, p.102)

#### 4.3.6.2 Armaduras máximas e mínimas

Segundo as recomendações da NBR-6118:2014, no item 17.3.5.3, a armadura mínima e máxima deve seguir os seguintes valores:

$$A_{s,min} = \left( \frac{0,15 \cdot N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 \cdot A_c$$

$$A_{s,máx} = 0,08 \cdot A_c$$

Onde:

$N_d$  = esforço de compressão de cálculo;

$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$  = resistência de cálculo do aço, onde:

$\gamma_s$  = coeficiente de ponderação do aço, em geral igual a 1,15.

$A_c$  = área da seção bruta do pilar

A máxima armadura permitida em pilares deve considerar inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

#### 4.3.6.3 Espaçamento entre as barras

O item 18.4.2.2 da NBR-6118:2014, dispõe que o espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal e fora da região de emendas, deve respeitar o seguinte valor:

$$s_{min} \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi_l \\ 1,2 \cdot d_{máx,agregado} \end{cases}$$

Onde:

$\phi_l$  = diâmetro da armadura longitudinal;

$d_{máx,agregado}$  = a maior dimensão do agregado graúdo.

Espaçamento máximo  $s_{máx}$  entre os eixos das barras longitudinais deve ser o menor dos seguintes valores:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 400 \text{ mm} \\ 2 \cdot b \end{cases}$$

Onde:

$b$  = a menor dimens\~ao da se\~cao do pilar.

#### 4.3.6.4 Emenda por Traspasse

Conforme o item 9.5.2.3 da NBR-6118:2014, quando as barras estiverem comprimidas, para calcular o comprimento de traspasse, deve-se adotar a seguinte express\~ao:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,min}$$

Onde:

$l_{b,nec}$  = comprimento de ancoragem necess\~ario;

$$l_{0c,min} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b \\ 15\emptyset \\ 200 \text{ mm} \end{cases}$$

Sendo que:

$l_b$  = comprimento b\~asico de ancoragem.

### C\~alculo dos pilares P3 e P4

#### **Pilar P3 – Extremidade**

As bitolas adotadas para as armaduras longitudinal e transversal do pilar s\~ao:

$$\emptyset_l = 10,0 \text{ mm}$$

$$\emptyset_t = 5,0 \text{ mm}$$

Logo:

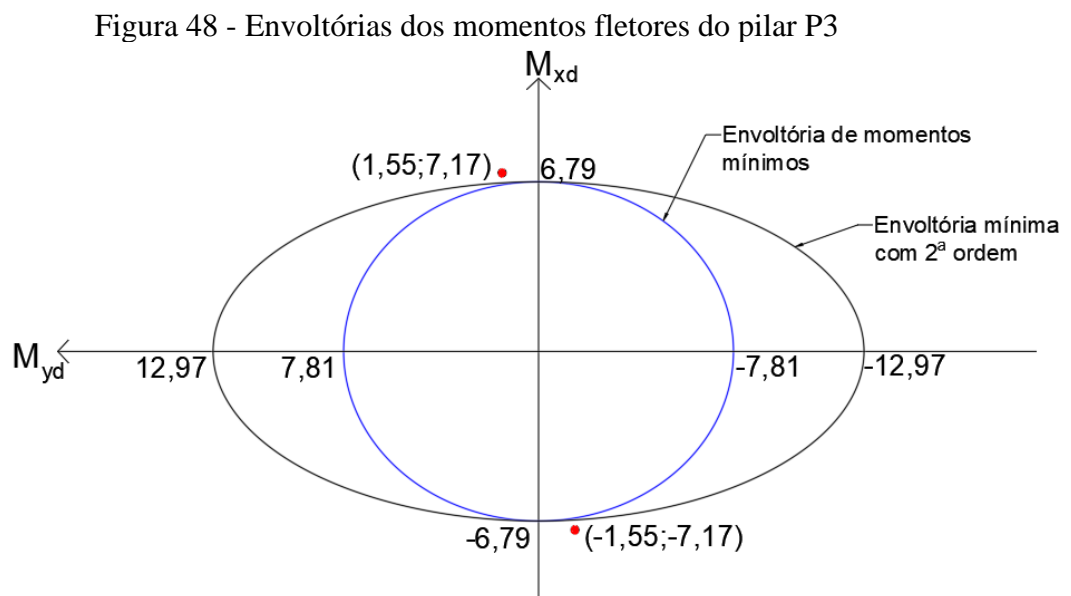
$$d' = C + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 3,0 + 0,5 + \frac{1,0}{2} = 4,0 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{h_x} = \frac{4,0}{17,0} = 0,235$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{4,0}{27} = 0,148$$

Ao fazer a escolha do ábaco, deve-se adotar os valores do  $\frac{d'}{h}$  igual ou imediatamente maior do que o valor calculado. Isso resulta num dimensionamento a favor da segurança, visto que há redução do braço de alavanca, fornecendo uma área de aço maior. Logo foi adotado o ábaco 10 do Pinheiro (2009) com 2 barras por face, apresentado no Anexo C.

A Figura 48 ilustra as envoltórias de momentos fletores do pilar.



Fonte: Do autor

Olhando para as envoltórias, não é possível afirmar qual seria a situação crítica do pilar, portanto, calcula-se os coeficientes adimensionais para as duas situações críticas e adota-se o coeficiente com o maior valor, este resultará numa área de aço maior.

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{337,96}{0,17 \cdot 0,27 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,4123$$

Para  $M_{yd} = 12,97 \text{ kNm}$  e  $M_{xd} = 0 \text{ kNm}$ , tem-se que:

$$\mu_x = 0$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{h_y^2 \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{12,97}{0,27^2 \cdot 0,17 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,0586$$

Entrando com estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0$$

$$\omega(v = 0,6) = 0$$

Para  $M_{yd} = 1,55 \text{ kNm}$  e  $M_{xd} = 7,17 \text{ kNm}$ , tem-se que:

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{h_x^2 \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{7,17}{0,17^2 \cdot 0,27 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,0515$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{h_y^2 \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{1,55}{0,27^2 \cdot 0,17 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,007$$

Entrando com estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0$$

$$\omega(v = 0,6) = 0$$



Percebe-se que para as duas situações críticas, a taxa mecânica de armaduras necessária é igual a zero, isso significa que o concreto consegue sozinho resistir aos esforços solicitantes. Porém, a norma exige armadura mínima em pilares, dado por:

$$A_{s,min} \geq \begin{cases} \frac{0,15 \cdot N_d}{f_{yd}} = \frac{0,15 \cdot 337,96 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{500 \cdot 10^6} = 1,166 \text{ cm}^2 \\ 0,004 \cdot A_c = 0,004 \cdot 27 \cdot 17 = 1,836 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,min} = 1,836 \text{ cm}^2$$

Calculando a área de aço efetiva para as 4 barras de 10,0 mm inicialmente adotado, tem-se que:

$$A_{s,ef} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot \emptyset^2}{4} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 1,0^2}{4} = 3,142 \text{ cm}^2$$

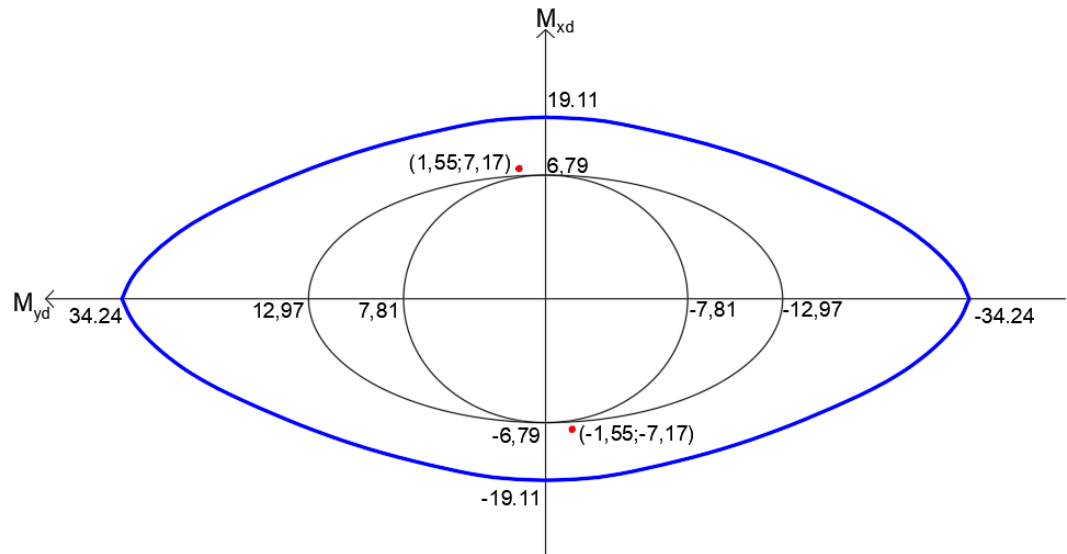
Como a área de aço efetiva  $A_{s,ef}$  é maior que a área de aço mínima, a norma está atendida.

Fazendo a verificação da armadura máxima, tem-se que:

$$A_{s,máx} = 0,08 \cdot A_c = 0,08 \cdot 17,0 \cdot 27,0 = 36,72 \text{ cm}^2 > A_{s,ef} \rightarrow OK!$$

Utilizou-se o software Pcalc para traçar a envoltória de momentos resistentes da seção apresentada na Figura 49.

Figura 49 - Envoltória de momentos resistentes do pilar P3

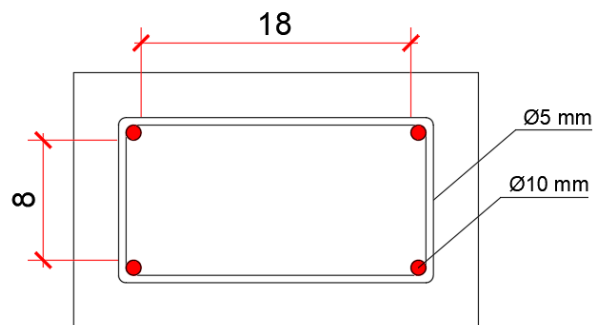


Fonte: Do autor

Como pode ser observado a envoltória resistente engloba a envoltória mínima com a de segunda ordem e demais momentos solicitantes, ou seja, a área de aço efetiva atende ao dimensionamento.

A Figura 50 ilustra o detalhamento da seção transversal do pilar.

Figura 50 - Detalhamento da seção transversal do pilar P3



Fonte: Do autor

Verificando o espaçamento máximo e mínimo:

$$s_{\min} \geq \begin{cases} 2,0 \text{ m} \\ \text{Ø}_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1,2 \cdot d_{\text{máx, agregado}} = 1,2 \cdot 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\text{mín}} = 2,28 \text{ cm} \rightarrow \text{OK!}$$

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 40,0 \text{ cm} \\ 2 \cdot b = 2 \cdot 17,0 = 34 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\text{máx}} = 34 \text{ cm}$$

Determinando o comprimento do trecho de emenda:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,mín}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,88} \right) = 37,74 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1 \cdot 37,74 \cdot \frac{1,836}{3,142} = 22,1 \text{ cm}$$

$$l_{0c,mín} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b = 0,6 \cdot 37,74 = 22,64 \text{ cm} \\ 15\emptyset = 15,0 \cdot 1 = 15,0 \text{ cm} \\ 20,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{0c,mín} = 22,64 \text{ cm}$$

$$l_{0c} = 23,0 \text{ cm}$$

Logo, o comprimento do trecho de emenda por traspasse será adotado igual ao valor do  $l_b$  que é igual a 38 cm.

### Pilar P4 – Canto

As bitolas adotadas para as armaduras longitudinal e transversal do pilar são:

$$\phi_l = 10,0 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$$

Logo:

$$d' = C + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 3,0 + 0,5 + \frac{1,0}{2} = 4,0 \text{ cm}$$

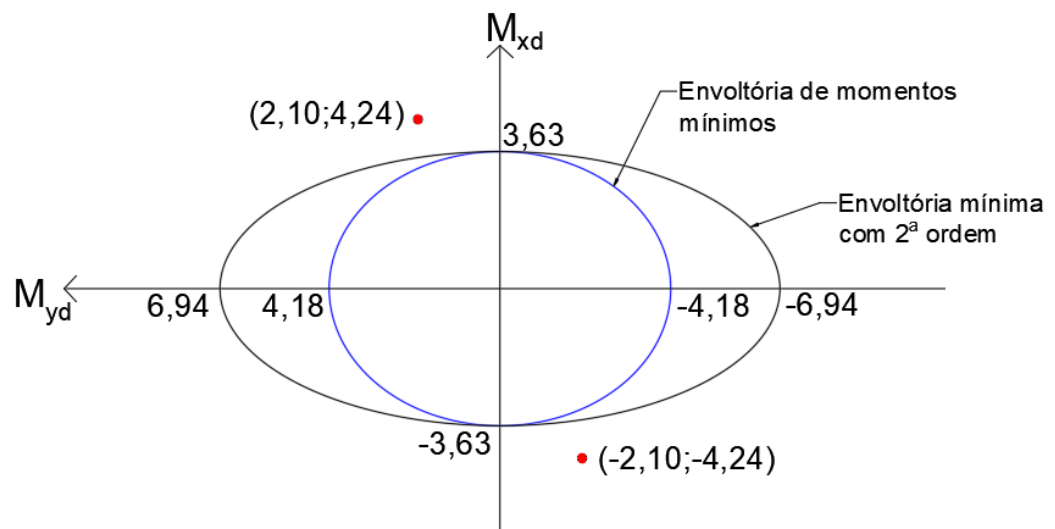
$$\frac{d'}{h_x} = \frac{4,0}{17,0} = 0,235$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{4,0}{27} = 0,148$$

Adotou-se o ábaco 10 do Pinheiro (2009) com 4 barras, 2 barras por face, apresentado no Anexo C.

A Figura 51 ilustra as envoltórias de momentos fletores do pilar.

Figura 51 - Envoltória dos momentos fletores do pilar P4



Fonte: Do autor

Olhando para as envoltórias, não é possível afirmar qual seria a situação crítica do pilar, portanto, calcula-se os coeficientes adimensionais para as duas situações crítica e adota-se o coeficiente com o maior valor.

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{180,76}{0,17 \cdot 0,27 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,2205$$

Para  $M_{yd} = 6,94 \text{ kNm}$  e  $M_{xd} = 0 \text{ kNm}$ , tem-se que:

$$\mu_x = 0$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{h_y^2 \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{6,94}{0,27^2 \cdot 0,17 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,0313$$

Entrando com estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0$$

$$\omega(v = 0,6) = 0$$

Para  $M_{yd} = 2,10 \text{ kNm}$  e  $M_{xd} = 4,24 \text{ kNm}$ , tem-se que:

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{h_x^2 \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{4,24}{0,17^2 \cdot 0,27 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,0304$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{h_y^2 \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{2,10}{0,27^2 \cdot 0,17 \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{1,4}} = 0,0095$$

Entrando com estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0$$

$$\omega(v = 0,6) = 0$$

Percebe-se que para as duas situações críticas, a taxa mecânica de armaduras necessária é igual a zero, isso significa que o concreto consegue sozinho resistir aos esforços solicitantes. Porém, a norma exige armadura mínima em pilares, dado por:

$$A_{s,min} \geq \begin{cases} \frac{0,15 \cdot N_d}{f_{yd}} = \frac{0,15 \cdot 180,76 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{500 \cdot 10^6} = 0,624 \text{ cm}^2 \\ 0,004 \cdot A_c = 0,004 \cdot 27 \cdot 17 = 1,836 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{s,min} = 1,836 \text{ cm}^2$$

Calculando a área de aço efetiva para as 4 barras de 10,0 mm inicialmente adotadas, tem-se que:

$$A_{s,ef} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 1,0^2}{4} = 3,142 \text{ cm}^2$$

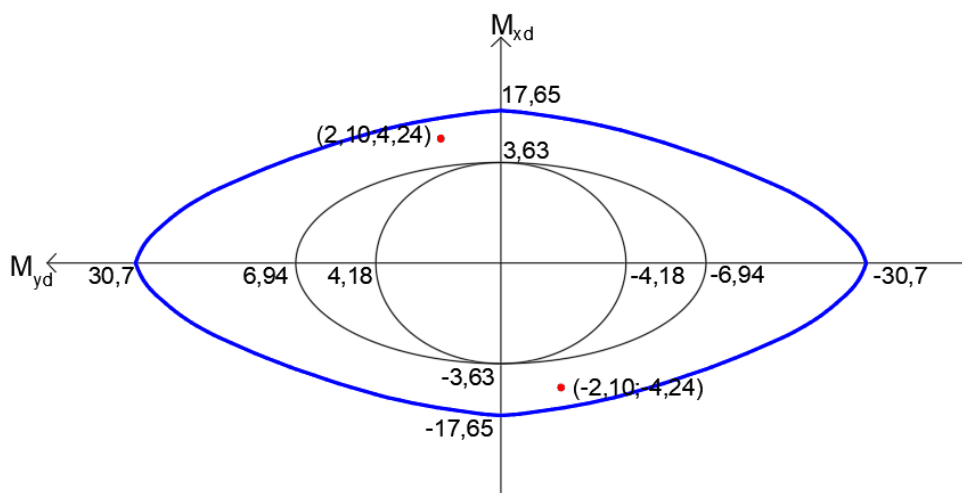
Como a área de aço efetiva  $A_{s,ef}$  é maior que a área de aço mínima, a norma está atendida.

Fazendo a verificação da armadura máxima, tem-se que:

$$A_{s,máx} = 0,08 \cdot A_c = 0,08 \cdot 17,0 \cdot 27,0 = 36,72 \text{ cm}^2 > A_{s,ef} \rightarrow OK!$$

Utilizou-se o software Pcalc para traçar a envoltória de momentos resistentes da seção apresentada na Figura 52.

Figura 52 - Envoltória de momentos resistente do pilar P4

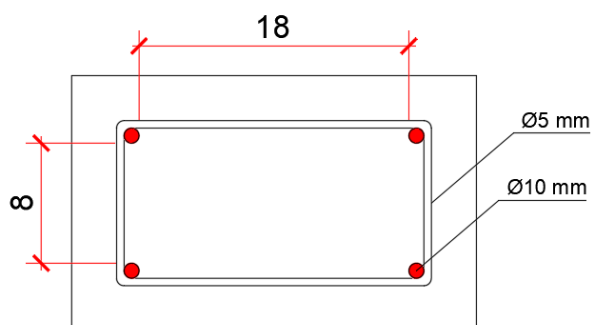


Fonte: Do autor

Como pode ser observado a envoltória resistente engloba a envoltória mínima com a de segunda ordem e demais momentos solicitantes, a área de aço efetiva atende ao dimensionamento.

A Figura 53 ilustra o detalhamento da seção transversal do pilar.

Figura 53 - Detalhamento da seção transversal do pilar P4



Fonte: Do autor

verificando o espaçamento máximo e mínimo:

$$s_{\min} \geq \begin{cases} 2,0 \text{ m} \\ \phi_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1,2 \cdot d_{\max, \text{agregado}} = 1,2 \cdot 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\min} = 2,28 \text{ cm}$$

$$s_{\max} \leq \begin{cases} 40,0 \text{ cm} \\ 2 \cdot b = 2 \cdot 17,0 = 34 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\max} = 34 \text{ cm}$$

Determinação do comprimento do trecho de emenda:

$$l_{0c} = l_{b, \text{nec}} \geq l_{0c, \text{mín}}$$

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} \cdot \left( \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = \frac{1,0}{4} \cdot \left( \frac{500}{1,15 \cdot 2,88} \right) = 37,74 \text{ cm}$$

$$l_{b, \text{nec}} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s, \text{calc}}}{A_{s, \text{ef}}} = 1 \cdot 37,74 \cdot \frac{1,836}{3,142} = 22,1 \text{ cm}$$

$$l_{0c, \text{mín}} \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_b = 0,6 \cdot 37,74 = 22,64 \text{ cm} \\ 15\phi = 15,0 \cdot 1 = 15,0 \text{ cm} \\ 20,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{0c, \text{mín}} = 22,64 \text{ cm}$$

$$l_{0c} = 23,0 \text{ cm}$$



Logo, o comprimento do trecho de emenda por traspasse será adotado igual ao valor do  $l_b$  que é igual a 38 cm.

#### 4.3.7 Dimensionamento da armadura transversal

Conforme o item 18.4.3 da NBR-6118:2014, a armadura transversal de pilares, deve ser colocada em toda a altura do pilar e obrigatoriamente na região de cruzamento com vigas e lajes.

##### 4.3.7.1 Diâmetro dos estribos

O item 18.4.3 da NBR-6118:2014, dispõe que o diâmetro dos estribos em pilares não pode ser inferior a 5 mm nem a  $\frac{1}{4}$  da armadura longitudinal.

##### 4.3.7.2 Espaçamento entre os estribos

Os estribos devem ser posicionados de forma a impedir a flambagem das barras longitudinais do pilar. Logo, o espaçamento efetivo dos estribos corresponde ao menor dos valores a seguir:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 12\phi_l, & 200 \text{ mm} \\ & \text{para } CA - 50 \\ & b \end{cases}$$

Onde:

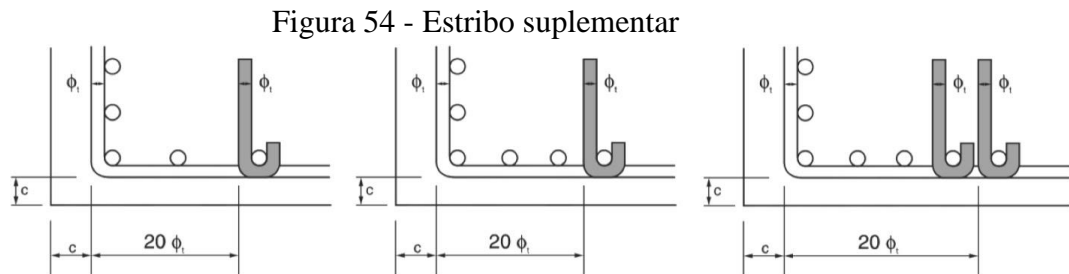
$\phi_l$  = diâmetro das armaduras longitudinais;

$b$  = a menor dimensão da seção.

##### 4.3.7.3 Estribos suplementares

De acordo com o item 18.2.4 da NBR-6118:2014, os estribos suplementares garantem proteção contra a flambagem até 3 barras longitudinais (contando a de canto), situadas no

máximo à distância de  $20 \cdot \phi_t$  do canto do estribo. Quando houver mais de três barras nesse trecho ou barras fora dele, deve haver estribos suplementares, conforme ilustra a Figura 54.



Fonte: Perlin (2020).

### Cálculo dos pilares P3 e P4

#### Pilar P3 – Extremidade

$$\phi_{t,min} \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l / 4 = \frac{10,0}{4} = 2,5 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{t,min} = 5,0 \text{ mm}$$

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20,0 \text{ cm} \\ 12\phi_l = 12 \cdot 1,0 = 12,0 \text{ cm} \\ b = 17,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{m\acute{a}x} = 12,0 \text{ cm}$$

Com isso, tem-se para armadura transversal uma bitola de 5,0 mm com um espaçamento de 12 cm.

Como o pilar P3 possui apenas 4 barras na sua seção transversal, não é necessário o uso de estribos suplementares, porque as barras se encontram nas quinas dos estribos, sendo assim, protegidas contra flambagem.

**Pilar P4 – Canto**

$$\phi_{t,mín} \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l = \frac{10,0}{4} = 2,5 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{t,mín} = 5,0 \text{ mm}$$

$$s_{máx} \leq \begin{cases} 20,0 \text{ cm} \\ 12\phi_l = 12 \cdot 1,0 = 12,0 \text{ cm} \\ b = 17,0 \text{ cm} \end{cases}$$

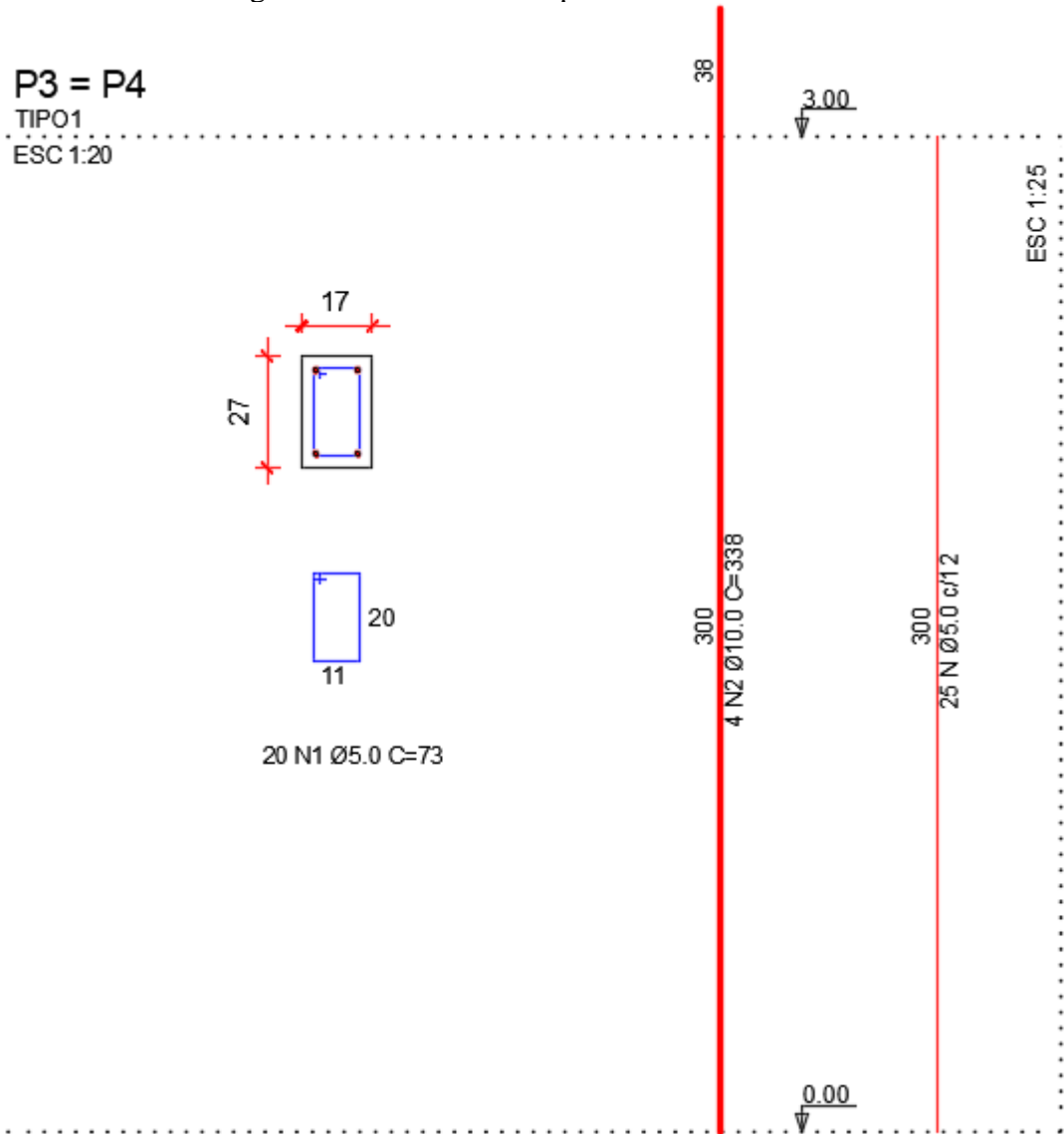
$$s_{máx} = 12,0 \text{ cm}$$

Com isso, tem-se para armadura transversal uma bitola de 5,0 mm com um espaçamento de 12, cm.

Como o pilar P3 possui apenas 4 barras na sua seção transversal, não é necessário o uso de estribos suplementares, porque as barras se encontram nas quinas dos estribos, sendo assim, protegidas contra flambagem.

O detalhamento final do pilar P3 e P4 está representado na Figura 55.

Figura 55 - Detalhamento pilar P3 e P4



Fonte: Do autor

## 5 PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

### 5.1 INTRODUÇÃO AO SOFTWARE EBERICK

O software Eberick é um programa de cálculo estrutural desenvolvido pela empresa brasileira AltoQi, sendo amplamente empregados por empresas de engenharia e arquitetura. O software é utilizado para elaboração de projetos estruturais em concreto armado, moldado in-loco, pré-moldado, alvenaria estrutural e estruturas mistas, engloba as etapas de lançamento da estrutura, análise estrutural, dimensionamento e o detalhamento final dos elementos.

O programa possui diversos recursos de dimensionamento e detalhamento de acordo com as normas brasileiras. Ademais, o software possui a tecnologia BIM, que facilita bastante na integração e compatibilização de projetos arquitetônicos, hidrossanitários, elétricos, entre outros.

O software ainda conta com a geração de pranchas finais do detalhamento, plantas de formas, locação e cortes, além de fornecer o memorial de cálculo da estrutura e diversas informações sobre materiais, custos etc.

### 5.2 MODELO DE ANÁLISE COMPUTACIONAL E MODIFICAÇÕES

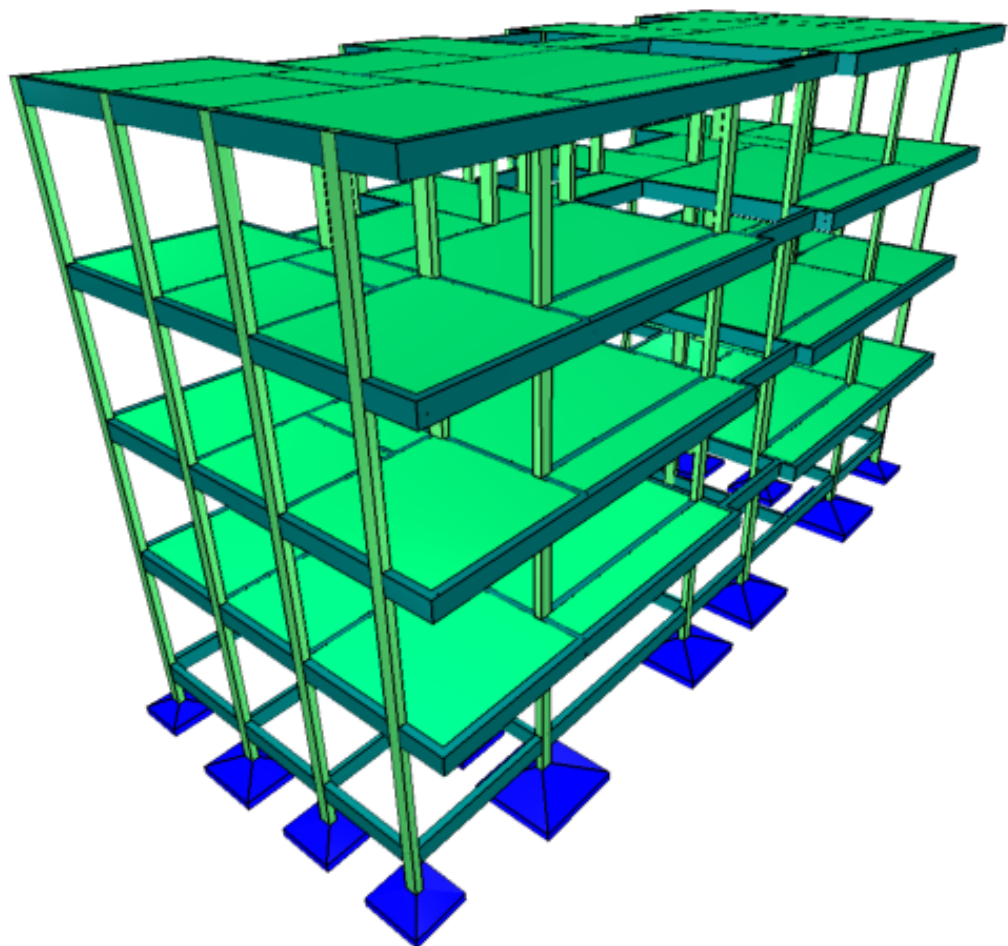
O Eberick, possui dois modelos para análise da estrutura, o modelo integrado e o modelo de grelhas e pórtico espacial. O modelo integrado inclui todas as barras de todos os pavimentos em um modelo espacial único, realizando a análise deste pórtico de maneira completa para já obter os esforços em lajes, vigas e pilares da estrutura. No modelo de grelha e pórtico espacial, por sua vez, primeiro são analisados os painéis de lajes, com um modelo bi-dimensional de grelha, e as reações das lajes nas vigas são adicionadas a um modelo separado de pórtico espacial, no qual são representados apenas os pilares e vigas.

Para aproximar o procedimento computacional ao procedimento manual, foi adotado o modelo de grelha e pórtico espacial. Também foi desabilitado a opção de consideração dos esforços do vento e a opção de verificar os efeitos da não-linearidade geométrica pelo processo P-delta. Além de adotar as mesmas características dos materiais e durabilidade utilizadas no procedimento manual, as combinações de ações calculadas no programa também foram alteradas, sendo considerados apenas o peso próprio, carga adicionais e acidentais na combinação última e quase permanente.

Para o dimensionamento das lajes, o software Eberick adota um cobrimento inferior e superior igual de 2.5 cm, enquanto no cálculo manual foi adotado dois valores distintos, sendo 2,5 cm e 1,5 cm para o cobrimento inferior e superior, respectivamente. Por esse motivo, o dimensionamento foi realizado em duas etapas, sendo que, para o dimensionamento da armadura positiva foi adotado um cobrimento de 2,5 cm e, analogamente, para o dimensionamento da armadura negativa foi adotado um cobrimento de 1,5 cm.

O modelo 3D da estrutura gerado pelo software Eberick está apresentada na Figura 56.

Figura 56 - Modelo 3D da estrutura



Fonte: Do autor

## 6 RESULTADOS E COMPARATIVOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através do dimensionamento pelo software e, ao mesmo tempo, serão feitas comparações com os resultados do cálculo manual. A análise será realizada entre os esforços internos e as áreas de aço obtida através dos dois procedimentos de cálculo, buscando avaliar as diferenças entre os resultados. Em seguida será feita uma discussão sobre as possíveis causas das diferenças e semelhanças encontradas.

Os resultados obtidos através do software Eberick compreendem as plantas de armação positiva e negativa das lajes do pavimento Tipo, o detalhamento da viga V1 e o detalhamento dos pilares P3 e P4. Estes documentos podem ser encontrados nos Apêndices C.

### 6.1 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS LAJES

Inicialmente é importante salientar que para o dimensionamento das lajes os dois procedimentos utilizam métodos distintos. No procedimento manual foram utilizadas equações de vigas para o dimensionamento das lajes unidirecionais e, para as lajes bidirecionais, foram utilizados quadros de Bares adoptados por Carvalho e Figueiredo. Em contrapartida, o software Eberick utiliza o método da analogia de grelha, onde a laje é discretizada em uma series de barras ortogonais com determinado espaçamento, obtendo assim uma grelha de barras plana.

A seguir é apresentada a análise comparativa entre os valores de momento fletor e área de aço obtidas por cada procedimento para todas as lajes do pavimento em estudo.

#### Cálculo das lajes

A Tabela 37 apresenta os momentos fletores positivos e área de aço obtidos pelos dois procedimentos de cálculo.

Tabela 36 - Resultados resumidos das armaduras positivas

Laje	Momentos positivos em x (kN/m)		$A_s$ em x (cm <sup>2</sup> /m)		Momentos positivos em y (kN/m)		$A_s$ em y (cm <sup>2</sup> /m)	
	Manual	Eberick	Manual	Eberick	Manual	Eberick	Manual	Eberick
1 = 14	2,56	1,4	1,195	0,90	2,53	3,30	1,421	1,73
2 = 17	1,18	2,46	0,804	0,93	1,67	3,30	0,922	1,69
3 = 16	2,65	2,77	1,238	1,05	1,17	2,00	0,804	0,90
4 = 15	0,35	0,23	1,200	0,90	0,00	1,00	0,900	0,99
5 = 10	0,49	0,28	1,200	0,90	0,00	1,50	0,900	1,51
6 = 11	5,72	3,58	2,800	1,66	1,76	2,00	0,973	1,05
7 = 13	1,46	1,35	0,804	0,90	1,31	1,30	0,804	0,99
8 = 12	2,67	2,17	1,248	0,99	1,46	2,00	0,804	1,03
9	1,09	0,98	1,200	0,90	0,00	0,80	0,900	0,99

Fonte: Do autor

A Tabela 38 apresenta os momentos fletores negativos e área de aço obtidos pelos dois procedimentos de cálculo.

Tabela 37 - Resultados resumidos das armaduras negativas

Laje	Momentos negativos (kN/m)		$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	
	Manual	Eberick	Manual	Eberick
L1 e L2	-4,40	-4,05	1,73	1,90
L1 e L4	-4,07	-0,61	1,60	1,31
L1 e L5	-4,04	-8,18	1,58	4,09
L1 e L6	-4,04	-9,79	1,58	5,05
L2 e L3	-4,27	-4,26	1,68	2,00
L2 e L4	-0,40	0	1,20	0,00
L3 e L4	-3,85	-3,34	1,51	1,55
L4 e L6	-0,40	-6,66	1,20	3,25
L4 e L7	-0,40	-6,66	1,20	3,25
L5 e L6	-0,59	-4,34	1,20	2,04
L6 e L7	-7,48	-9,23	3,04	4,71
L6 e L8	-7,48	-10,42	3,04	5,74
L7 e L8	-2,29	-4,76	1,20	2,25

Fonte: Do autor

Conforme esperado, os esforços dos momentos fletores estão distribuídos de forma distinta para os dois procedimentos de cálculo, com uma divergência entre os resultados. Como a área de aço é proporcional ao momento fletor atuante, é esperado que os momentos fletores elevados resultam em áreas de aço maiores e vice-versa.



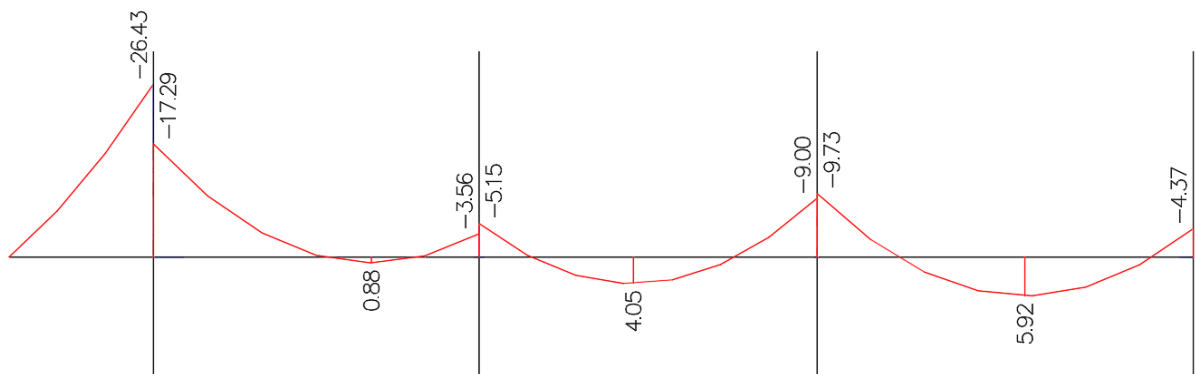
Fazendo uma comparação entre as áreas de aço, observa-se que os resultados apresentam uma discrepância conforme esperado, isso porque os momentos fletores são os dados de entrada para o cálculo da área de aço. Como a área de aço é proporcional ao momento fletor atuante, os momentos fletores elevados resultam em áreas de aço maiores e vice-versa.

## 6.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS VIGAS

A comparação entre os resultados da viga obtidos pelos dois procedimentos de cálculo foi realizada em termo de momentos fletores e áreas de aço.

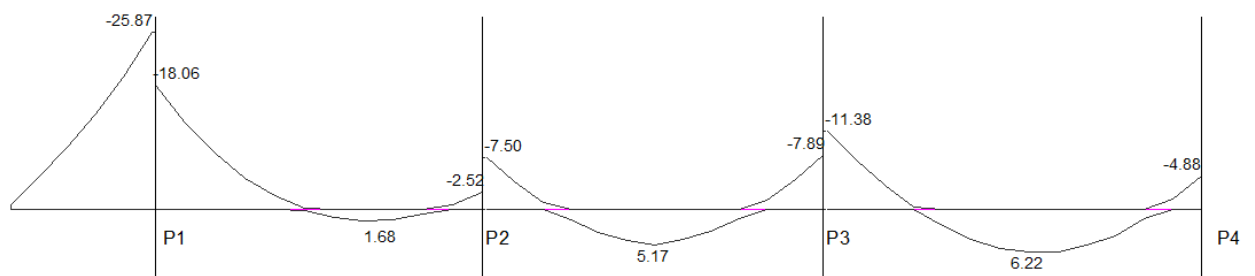
As Figuras 57 e 58 apresentam os diagramas de momentos fletores atuantes na viga V1 obtidas do software Ftool e Eberick, respectivamente. Analisando os diagramas, percebe-se que ambos apresentam formatos semelhantes, porém os valores apresentam uma variação.

Figura 57 - Diagrama dos momentos fletores de cálculo da viga V1 obtidos com o software Ftool [kNm].



Fonte: Do autor

Figura 58 - Diagrama dos momentos fletores de cálculo da viga V1 obtidos com o software Eberick [kNm].



Fonte: Do autor

A Tabela 39 apresenta os valores de momentos fletores obtidos através dos dois procedimentos de cálculo, trecho por trecho, além das diferenças entre estes. A mesma tabela apresenta também a diferença acumulada entre os resultados.

Tabela 38 - Diferença entre os momentos fletores obtidos através dos dois procedimentos.

Trecho	Manual [kNm]	Eberick [kNm]	Diferença [kNm]	Diferença %
V1-A	0,00	0,00	0,00	0,00
P1	-26,43	-25,87	0,56	2,12
V1-B	0,88	1,68	-0,80	90,91
P2	-5,15	-7,50	-2,35	45,63
V1-C	4,05	5,17	-1,12	27,65
P3	-9,73	-11,38	-1,65	16,96
V1-D	5,92	6,22	-0,30	5,07
P4	-4,37	-4,88	-0,51	11,67
Diferença acumulada =			-6,17	

Fonte: Do autor

A diferença foi calculada pela equação  $|M_{Manual}| - |M_{Eberick}|$ . O valor negativo da diferença acumulada indica que os momentos fletores obtidos pelo software Eberick são maiores do que os do software Ftool pelo procedimento de cálculo manual. Uma justificativa para tal divergência seria a utilização de modelos distintos de análise das lajes, uma vez que o modelo de grelha utilizado pelo software fornece valores de reações das lajes nas vigas diferentes daqueles obtidos pelo procedimento manual.

As diferenças entre as áreas de aço calculadas através dos dois procedimentos de cálculo estão apresentadas na Tabela 40.

Tabela 39 - Áreas de aço calculadas obtidas pelos dois procedimentos de cálculo.

Trecho	Manual [cm <sup>2</sup> ]	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
V1-A	1,02	1,02	0
P1	1,77	2,01	-0,24
V1-B	1,02	1,02	0
P2	1,02	1,02	0
V1-C	1,02	1,02	0
P3	1,02	1,02	0
V1-D	1,02	1,02	0
P4	1,02	1,02	0
Diferença acumulada =			-0,24

Fonte: Do autor

Observa-se que para todos os trechos a área de aço calculada foi igual para os dois procedimentos de cálculo, com a exceção da área de aço para o momento fletor negativo sobre o apoio P1. A diferença acumulada foi calculada pela equação  $|A_{Manual}| - |A_{Eberick}|$ . O valor acumulado negativo significa que a área de aço calculada pelo Eberick é maior que a área de aço calculado manualmente, mesmo sendo uma diferença muito pequena. Nos trechos que resultaram em áreas de aço iguais, mesmo o dimensionamento tendo sido feito para momentos fletores diferentes, em virtude dos baixos valores de área obtidos, o dimensionamento levou à armadura mínima.

As áreas de aço efetivas adotadas pelos dois procedimentos de cálculo estão indicadas na Tabela 41. Considerando que no software Eberick foram configuradas as mesmas bitolas utilizadas no procedimento manual, percebe-se que as áreas de aço adotadas foram iguais para os dois procedimentos.

Tabela 40 - Áreas de aço efetivas obtidas pelos dois procedimentos de cálculo.

Trecho	Manual [cm <sup>2</sup> ]	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
V1-A	1,57	1,57	0
P1	2,36	2,36	0
V1-B	1,57	1,57	0
P2	1,57	1,57	0
V1-C	1,57	1,57	0
P3	1,57	1,57	0
V1-D	1,57	1,57	0
P4	1,57	1,57	0
Diferença acumulada =			0

Fonte: Do autor

### 6.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS PILARES

A avaliação dos resultados dos pilares foi realizada em termo de esforços axiais atuantes e as áreas de aço efetivas obtidas pelos dois procedimentos de cálculo, visto que o software Eberick não apresenta o valor da área de aço necessária calculada.

A Tabela 42 apresenta os esforços normais de cálculo obtidos.

Tabela 41 - Esforços normais obtidos pelos dois procedimentos de cálculo.

Pilar	Manual [kN]	Eberick [kN]	Diferença [kN]
P3	337,96	321,40	16,56
P4	180,76	172,21	8,55
Diferença acumulada =			25,11

Fonte: Do autor

Os valores indicados na Tabela 42 mostram que os esforços normais obtidos pelo procedimento manual são maiores que os do software Eberick. Como já foi explicado na comparação dos resultados da viga V1, o modelo de grelha utilizado pelo software Eberick para o dimensionamento das lajes, gera nas vigas reações com valores diferentes daqueles obtidos pelo procedimento manual. Conseqüentemente, as vigas descarregam cargas diferentes nos pilares, resultando nesta divergência entre os esforços normais obtidos pelos dois procedimentos.

Os resultados das áreas de aço efetivas são apresentados na Tabela 43.

Tabela 42 - Áreas de aço efetivas obtidas pelos dois procedimentos de cálculo

Pilar	Manual [kN]	Eberick [kN]	Diferença [kN]
P3	3,14	3,14	0
P4	3,14	3,14	0
Diferença acumulada =			0

Fonte: Do autor

Percebe-se que as áreas de aço efetivas obtidas pelos dois procedimentos de cálculo resultaram em valores iguais, isso se deve pelo fato de que, os dois pilares foram armados com armadura mínima.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve, como objetivos revisar e aplicar as prescrições normativas e os conceitos estudados nas disciplinas de estruturas de concreto armado ao longo da graduação através da elaboração de um projeto estrutural de um edifício residencial multifamiliar utilizando o procedimento de cálculo manual e computacional.

Com o procedimento manuais foi possível perceber como é demorado o processo de cálculo. Além de demandar muito tempo, a possibilidade de refazer os cálculos é muito elevada, caso seja necessário alterar alguns dados iniciais do projeto ou ainda por motivo de erros de cálculos cometidas anteriormente. Entretanto, este procedimento se mostrou muito relevante para compreender o funcionamento e sequência das etapas de elaboração de um projeto estrutural.

A abordagem computacional com o uso do software Eberick possibilitou experienciar como esta ferramenta acelera o processo de elaboração de um projeto estrutural, visto que, executa os processos de análise, dimensionamento e detalhamento da estrutura de forma automática. Além disso, este dispõe de modelos de cálculo mais sofisticados e refinados e, conseqüentemente, é capaz de fornecer resultados mais precisos, refletindo em maior eficiência e confiabilidade.

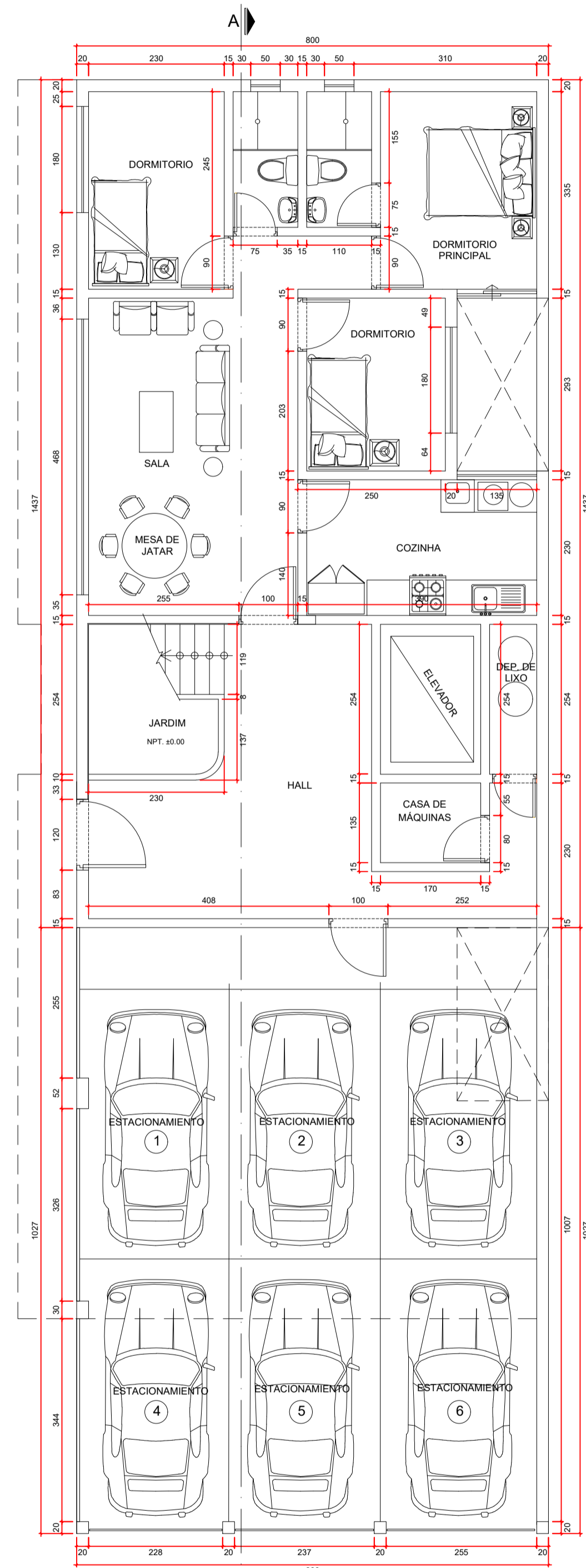
Ao realizar a comparação entre os resultados fornecidos pelos dois procedimentos de cálculo, conclui-se que, os resultados apresentaram uma discrepância, pelo fato de que, os dois procedimentos adotam modelos de análise estrutural distintos, ocasionando em distribuição de esforços diferente na estrutura, mas no final das contas as áreas de aço na viga e nos pilares deram igual.

Por fim, conclui-se que, é imprescindível para um engenheiro calculista ter domínio total sobre as duas abordagens. Mesmo a abordagem manual ser um processo demorado, seu entendimento possibilita que o engenheiro tenha uma maior sensibilidade na análise dos resultados dos seus projetos. O programa auxilia de forma significativa, agilizando o desenvolvimento do projeto, entretanto, é o engenheiro que insere os dados para que os cálculos sejam realizados, sendo essas informações extremamente importantes para o correto dimensionamento e detalhamento da estrutura. É fundamental que o engenheiro tenha capacidade de avaliar os resultados fornecido pelo software, definindo se estes são válidos do ponto de vista prático e estrutural.

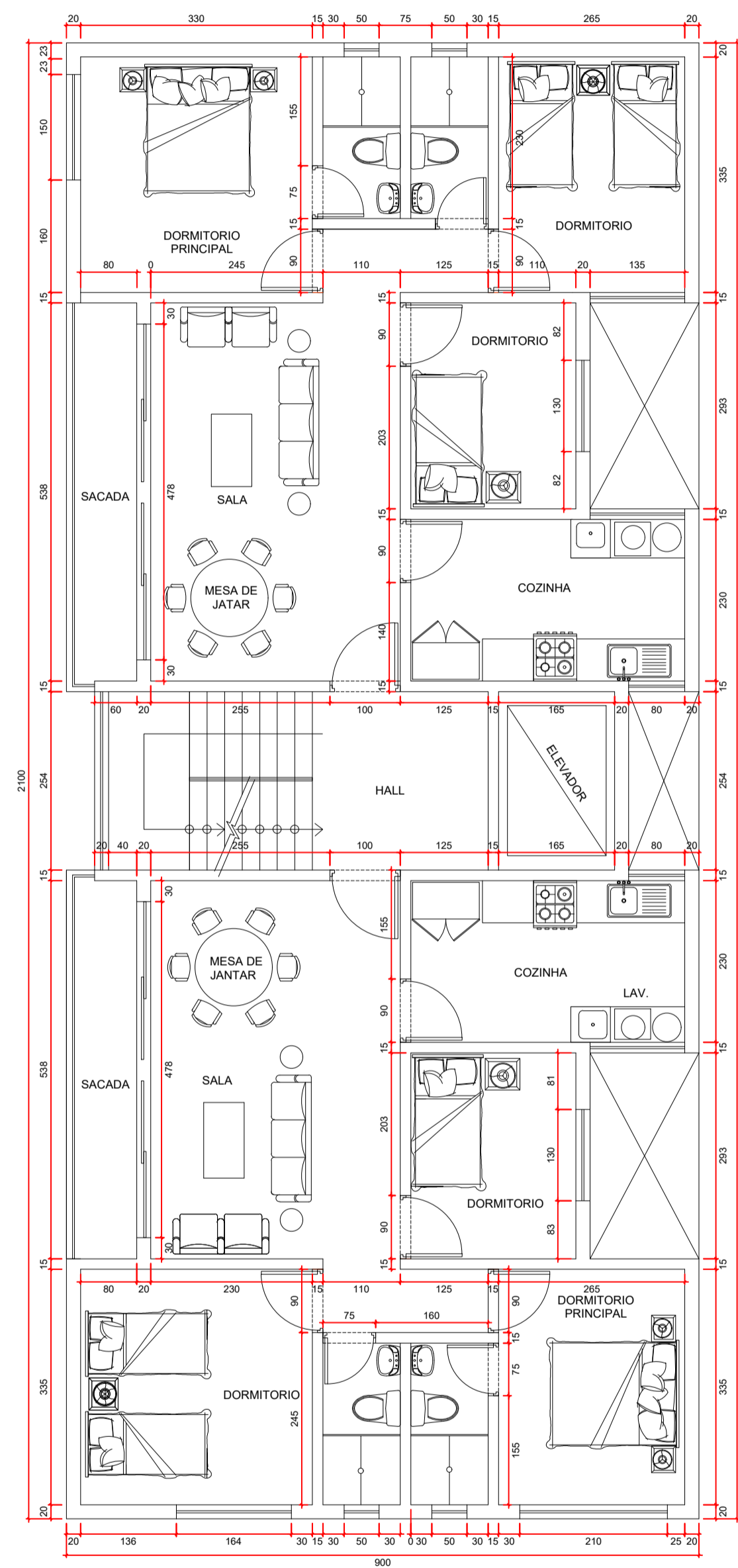
## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. v. 1. Rio Grande: Dunas, 2014.
- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. v. 1, 2, 3, 4. Rio Grande: Dunas, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projetos de estrutura de concreto – Procedimento**, Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: **Concreto - Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão**. Rio de Janeiro, 2017.
- BASTOS, S. S. **Pilares de Concreto Armado**. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Bauru, SP, 2017.
- CAMACHO, J. S. **Estudo das vigas: detalhamento das armaduras de flexão**. Notas de Aula de Estruturas de Concreto Armado. UNESP. Ilha Solteira, 2015.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003**. São Carlos: Edufscar, 2010.
- FTOOL: **Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**. MARTHA, Luiz Fernando. PUC – RIO, Rio de Janeiro, 2015.
- GIONGO, J. S. **Concreto armado: projeto estrutural de edifícios**. Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, 2007.
- LORIGGIO, D. D. **Estruturas de Concreto Armado I**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2015.
- PERLIN, L. P.; PINTO, Roberto Caldas de Andrade; PADARATZ, Ivo J. **APOSTILA DA DISCIPLINA ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO II**: notas de aula. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2020.
- PINHEIRO, L. M.; BARALDI, L. T.; POREM, M. E. **Estruturas de concreto: ábacos para flexão oblíqua**. Universidade de São Paulo – USP. São Carlos, SP, 2009.

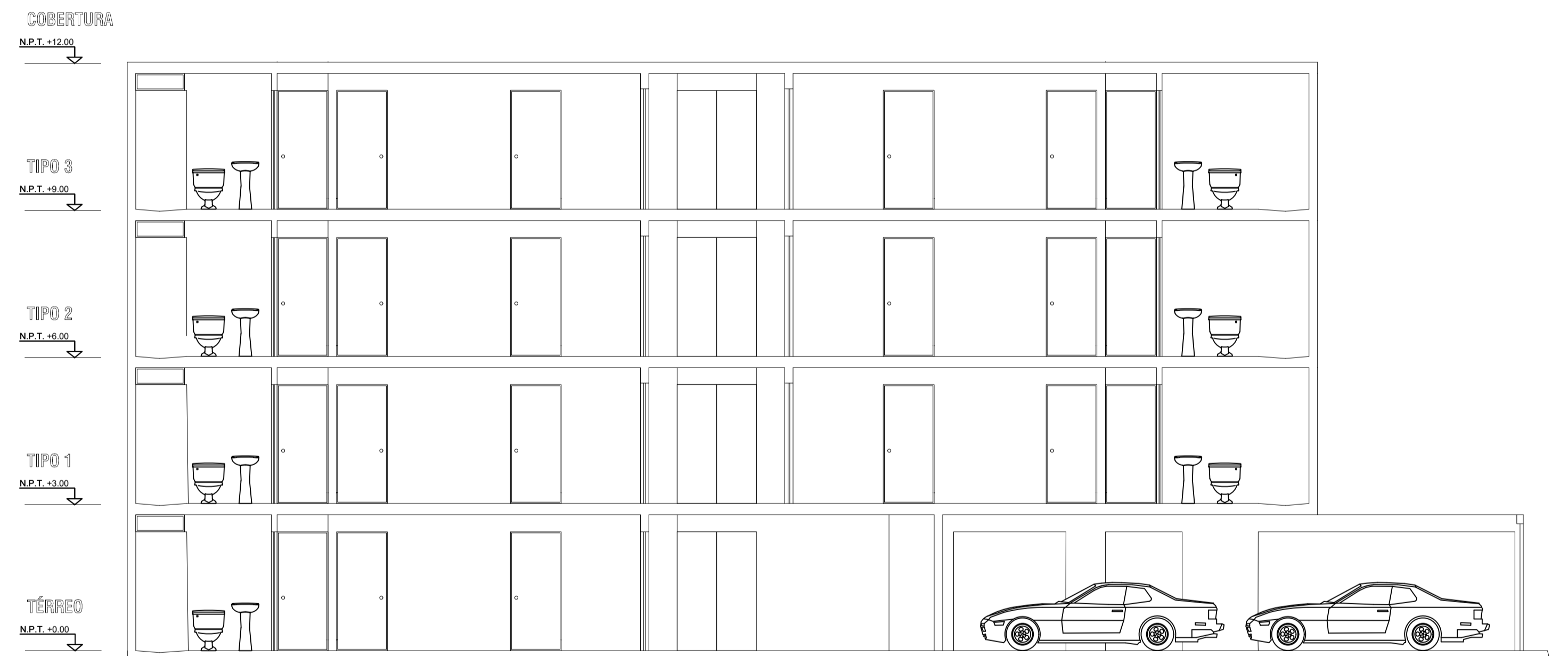
**ANEXO A – Projeto arquitetônico**



PLANTA : TÉRREO  
ESCALA : 1 / 75



PLANTA : PAVIMENTO TIPO  
ESCALA : 1 / 75



CORTE : A-A  
ESCALA : 1 / 75

PROJETO ESTRUTURAL

RESIDENCIAL

DETALHAMENTO

resp. téc.: Joseph Amupolo

des.: ESLAVA ORDOÑEZ JAROL

escalas indicadas

des.: 02/03/2022

folha  
1/1



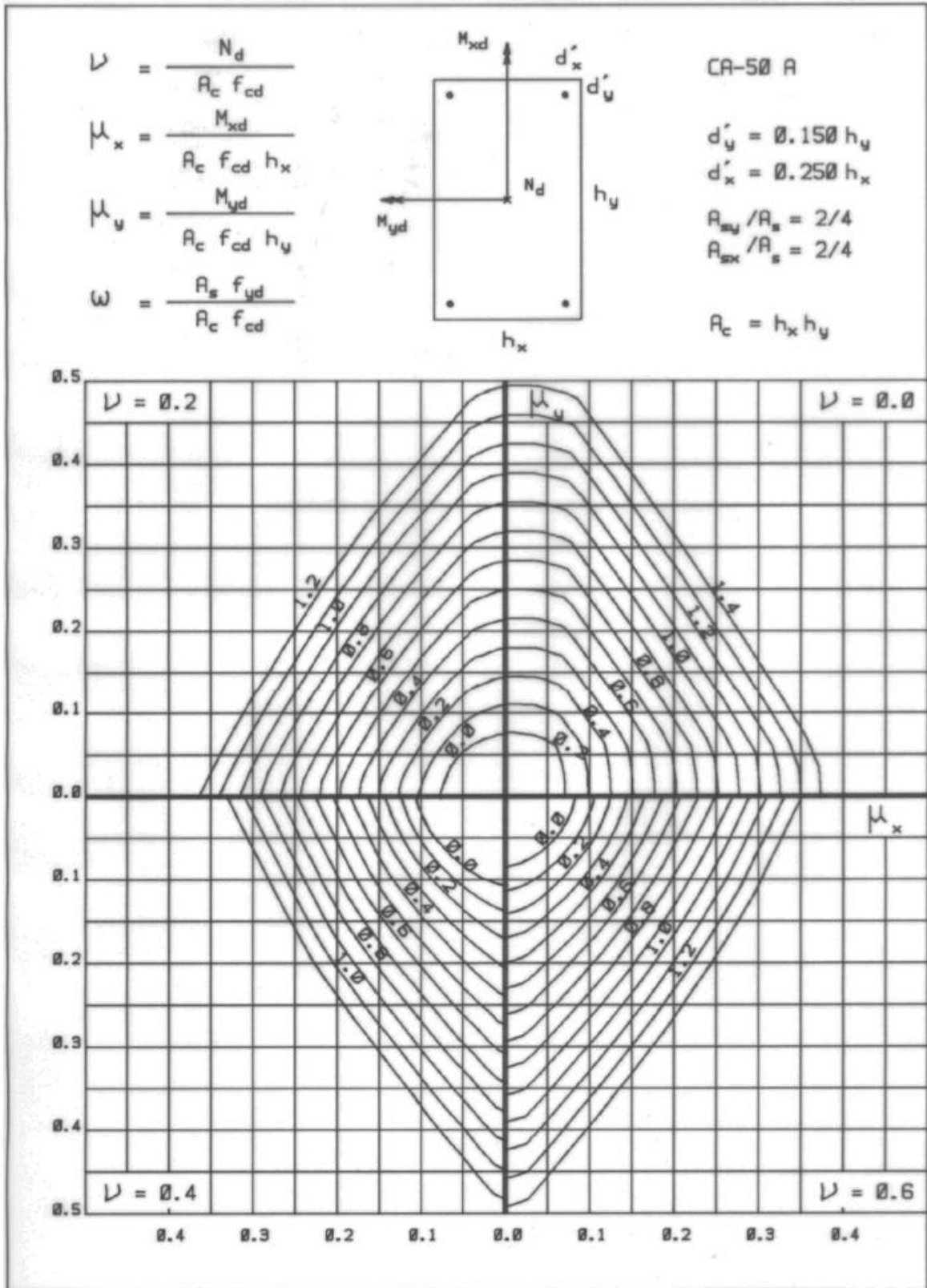
**ANEXO B – Área da seção da armadura**

Tabela A1 – Área da seção da armadura

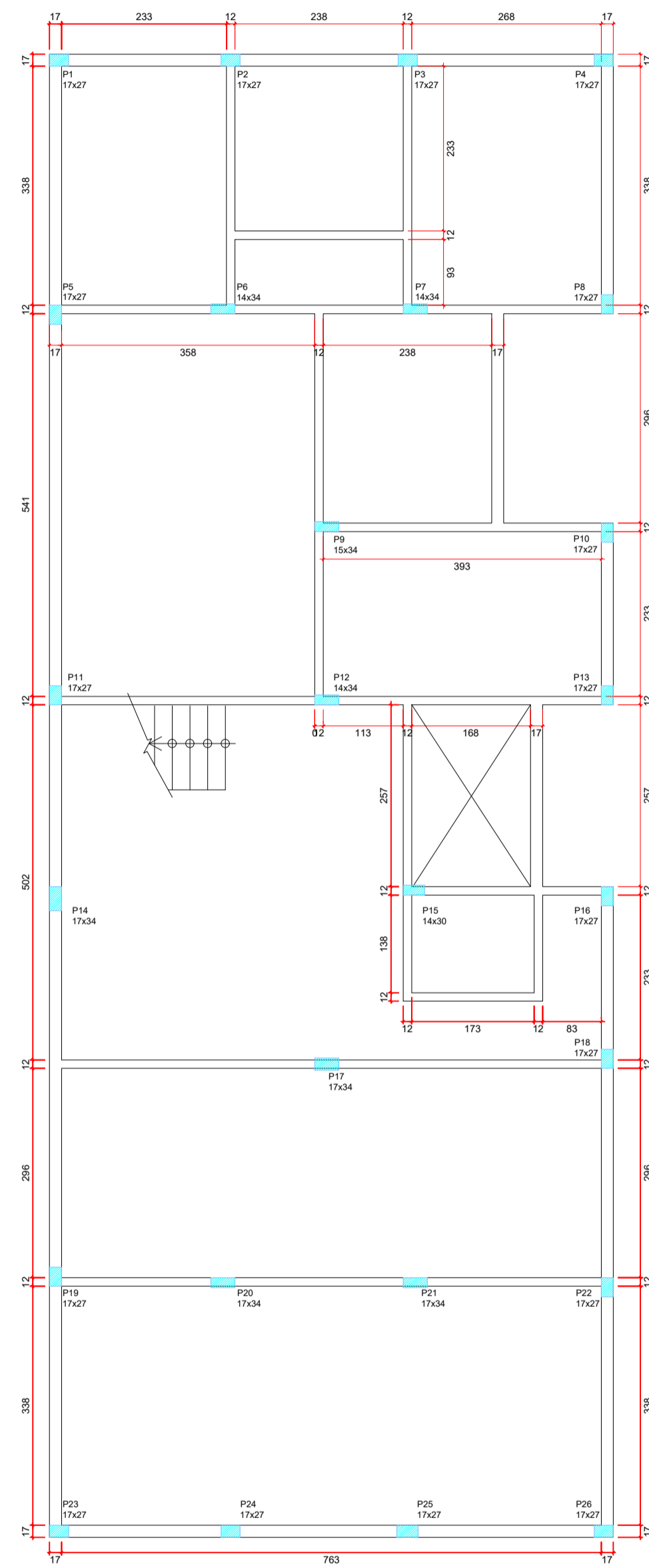
Valor nominal para cálculo		Área de aço da seção conforme número de barras – $A_s$ [cm <sup>2</sup> ]									
$\phi$ diâmetro (mm)	massa linear (kg/m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5,0	0,16	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	0,25	0,315	0,63	0,945	1,26	1,575	1,89	2,205	2,52	2,835	3,15
8,0	0,40	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10,0	0,63	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,80
12,5	1,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
16,0	1,60	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
20,0	2,50	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
25,0	4,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
32,0	6,30	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
40,0	10,00	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

**ANEXO C – Ábaco de pinheiro**

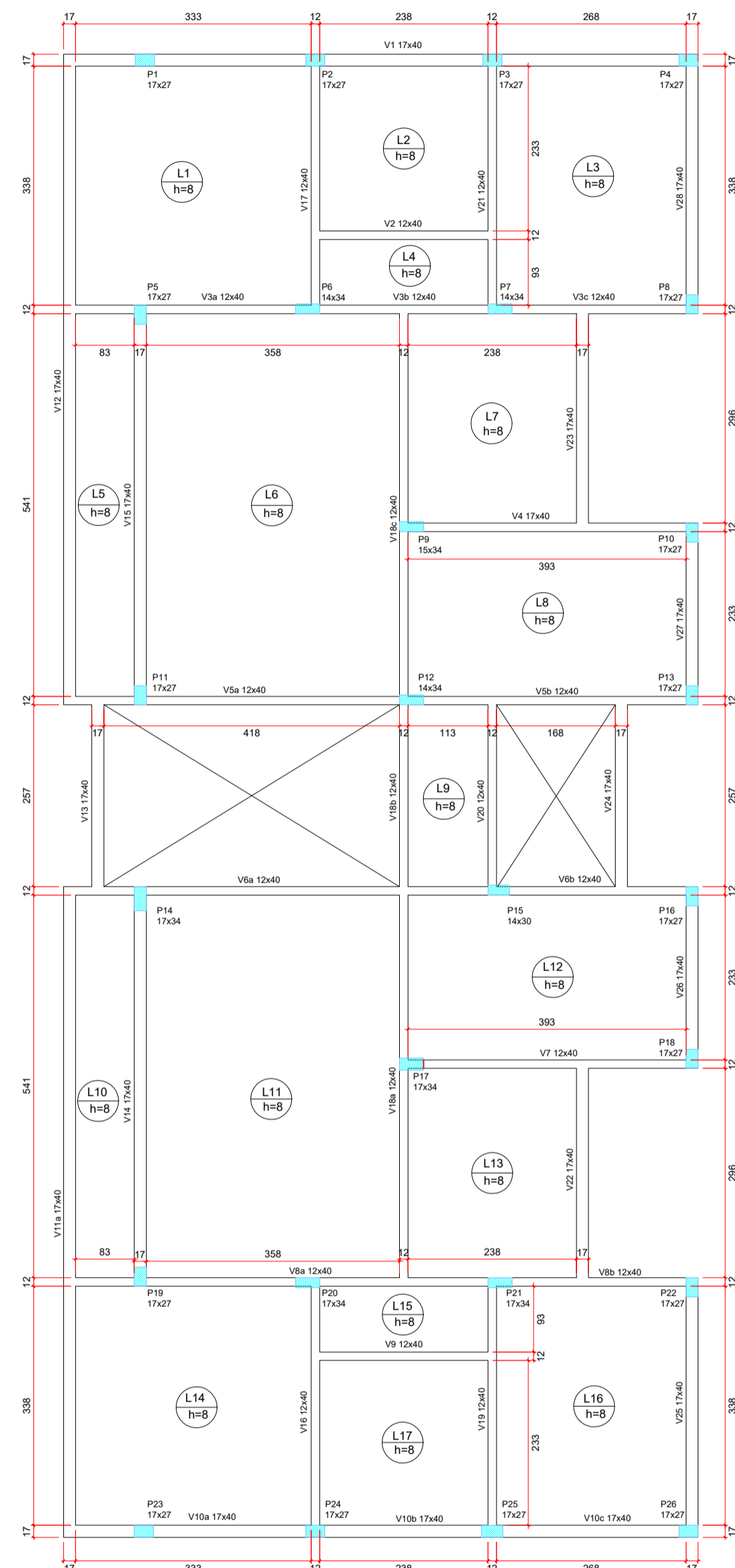
10A



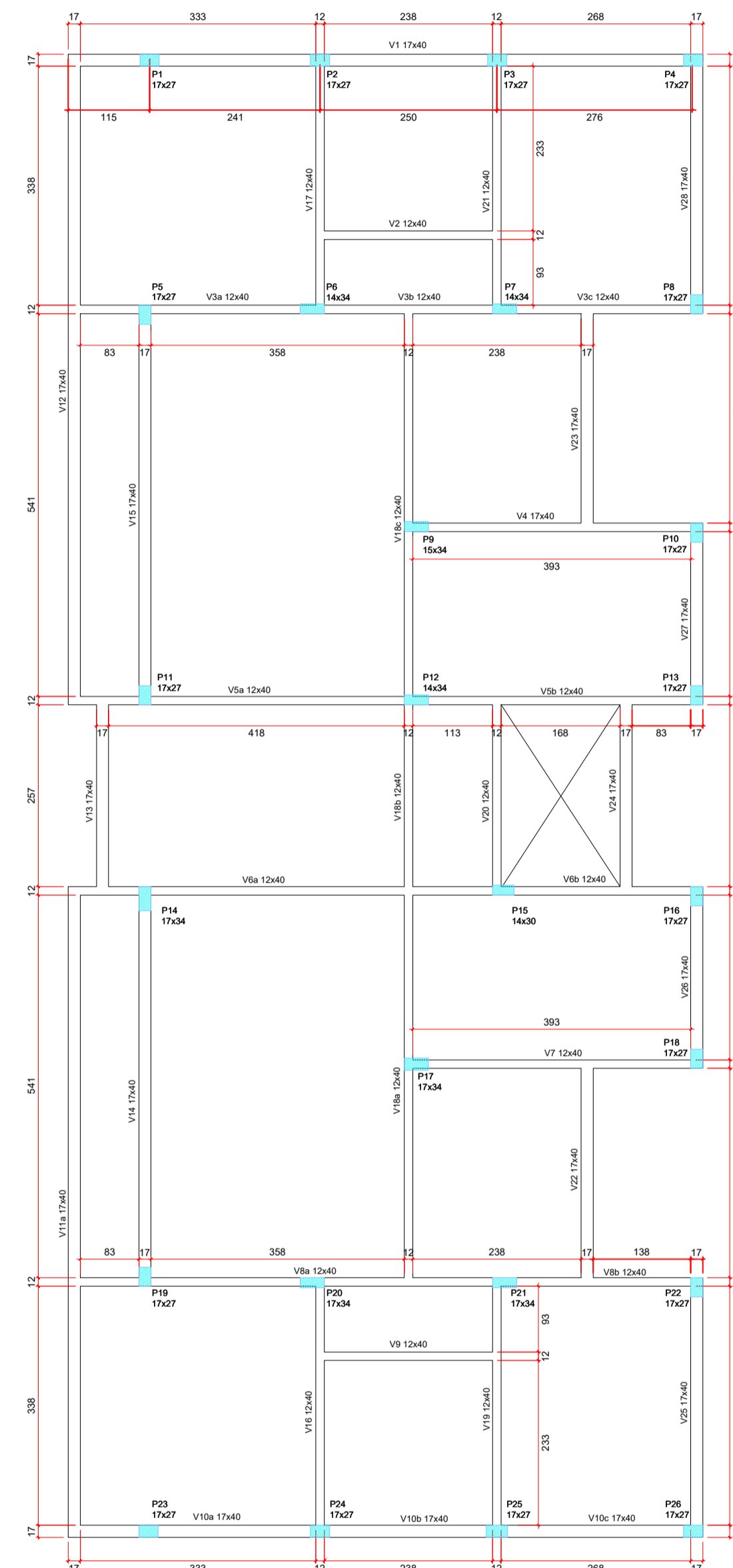
**APÊNDICE A – Plantas de formas e armação**



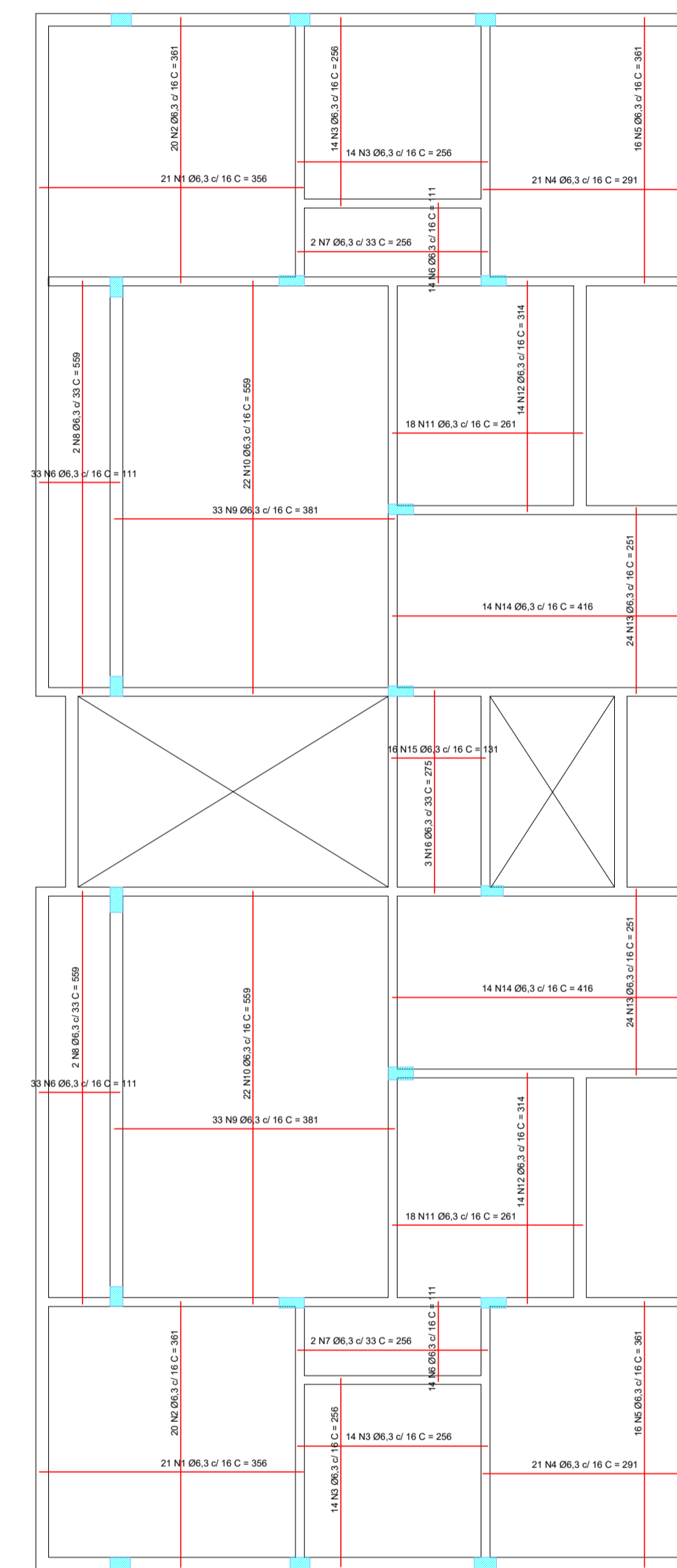
PLANTA DE FORMA : PAVIMENTO TÉRREO  
ESCALA : 1 / 75



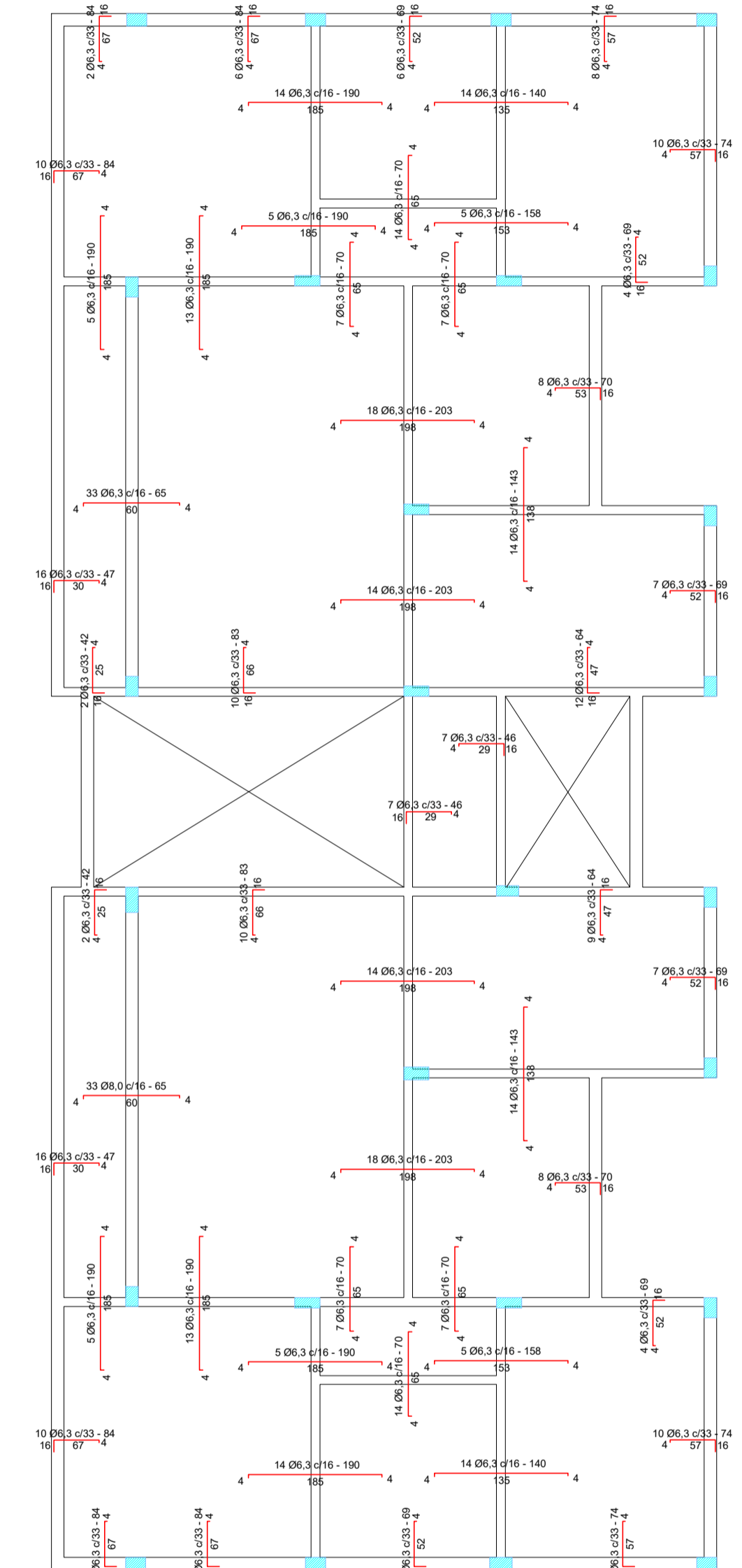
PLANTA DE FORMA : PAVIMENTO TIPO  
ESCALA : 1 / 75



PLANTA DE FORMA : PAVIMENTO COBERTURA  
ESCALA : 1 / 75



PLANTA DE ARMAÇÃO : ARMADURAS POSITIVAS  
ESCALA : 1 / 75



PLANTA DE ARMAÇÃO : ARMADURAS NEGATIVAS  
ESCALA : 1 / 75

PROJETO ESTRUTURAL

RESIDENCIAL

DETALHAMENTO

resp. téc.: Joseph Amupolo

des.: Joseph Amupolo

escalas indicadas

des.: 02/03/2022

folha  
1/1

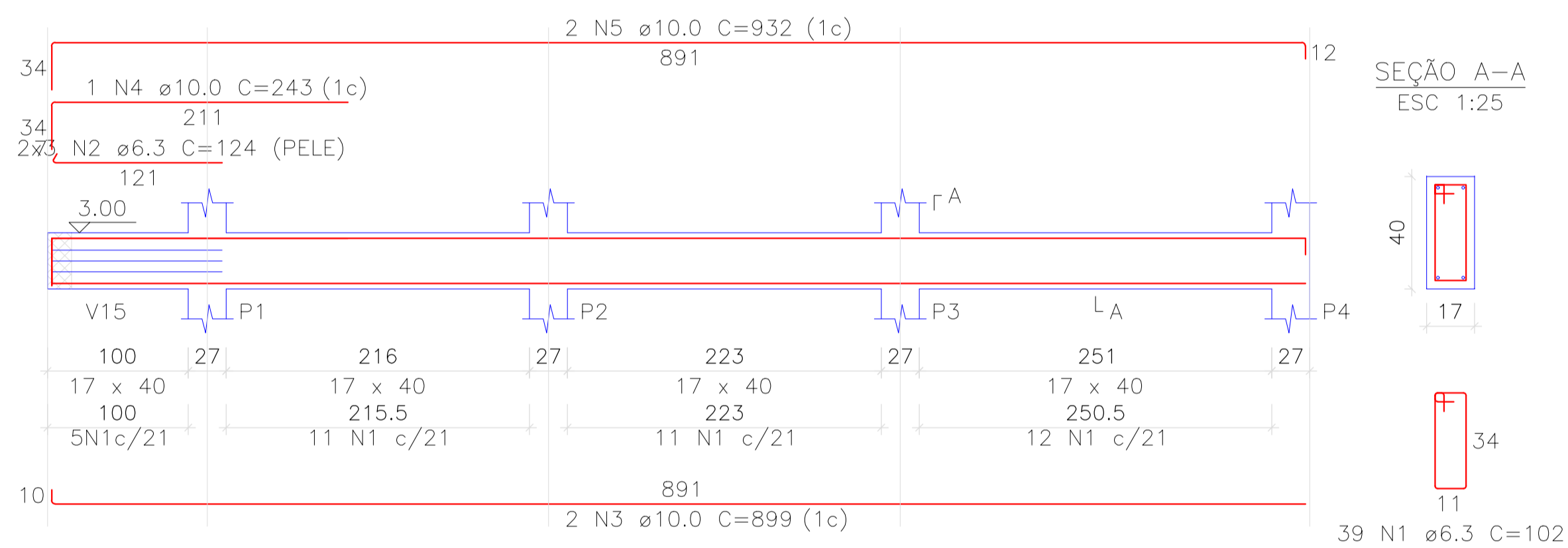
**APÊNDICE B – Resultados resumidos das lajes**





**APÊNDICE C – Detalhamentos do eberick**

Pav. Tipo 1  
V1  
ESC 1:50



RELAÇÃO DO AÇO

V1

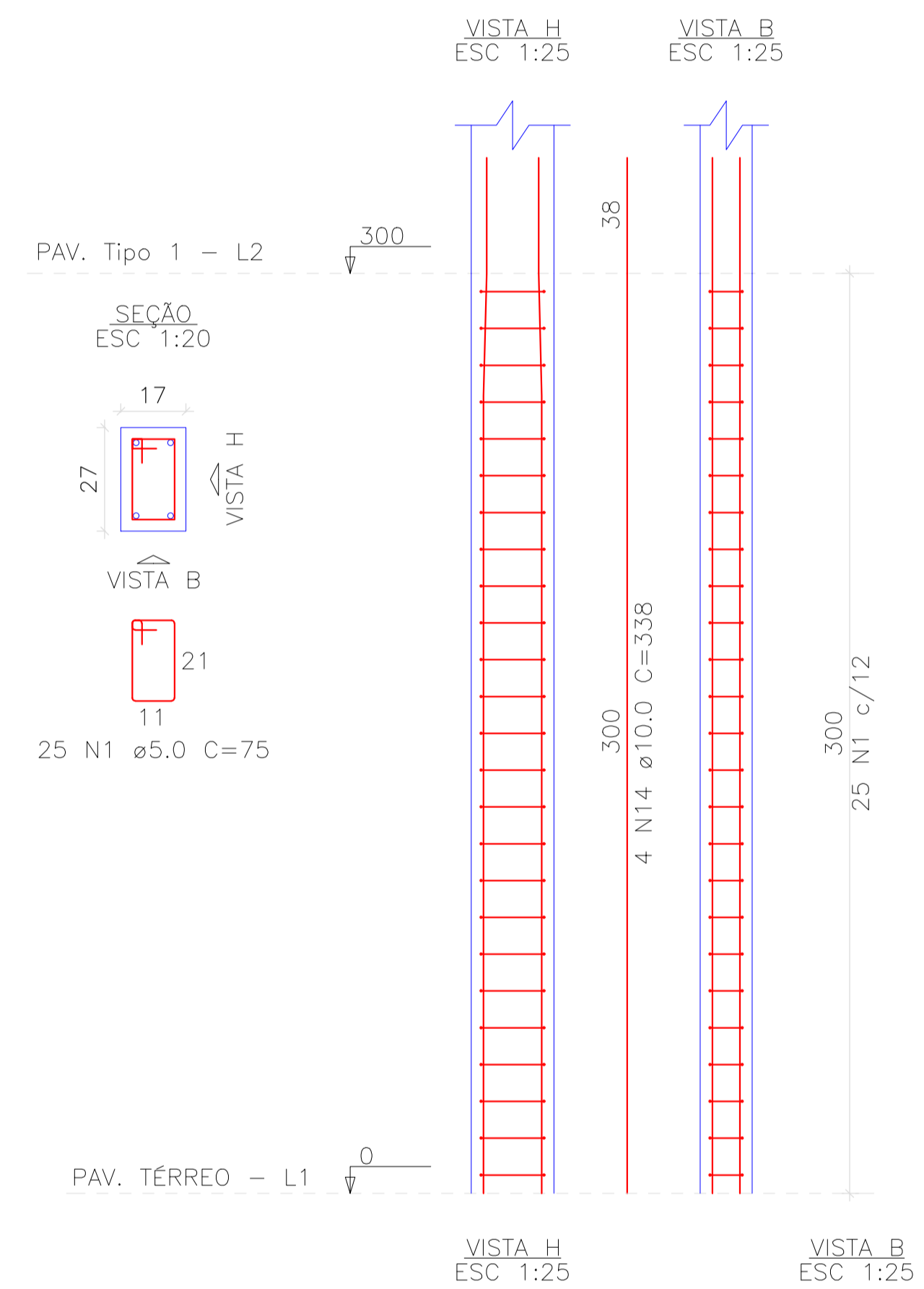
AÇO	N	DIAM (mm)	QUANT	C.UNIT (cm)	C.TOTAL (cm)
CA50	1	6.3	39	102	3978
	2	6.3	6	124	744
	3	10.0	2	899	1798
	4	10.0	1	243	243
	5	10.0	2	932	1864

RESUMO DO AÇO

AÇO	DIAM (mm)	C.TOTAL (m)	PESO + 10% (kg)
CA50	6.3	47.2	12.7
	10.0	39.1	26.5
PESO TOTAL (kg)			
CA50	39.2		

Volume de concreto (C-25) = 0.61 m<sup>3</sup>  
Área de forma = 8.70 m<sup>2</sup>

P3=P4



RELAÇÃO DO AÇO

2xP3

AÇO	N	DIAM (mm)	QUANT	C.UNIT (cm)	C.TOTAL (cm)
CA60	1	5.0	50	75	3750
CA50	2	10.0	8	338	2704

RESUMO DO AÇO

AÇO	DIAM (mm)	C.TOTAL (m)	PESO + 10% (kg)
CA50	10.0	27	18.3
CA60	5.0	37.5	6.4
PESO TOTAL (kg)			
CA50	18.3		
CA60	6.4		

Volume de concreto (C-25) = 0.28 m<sup>3</sup>  
Área de forma = 5.28 m<sup>2</sup>

PROJETO ESTRUTURAL

RESIDENCIAL

DETALHAMENTO

resp. téc.: Joseph Amupolo

des.: Joseph Amupolo

escalas indicadas

des.: 02/03/2022

folha  
1/1

