

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Rafael Rossi Viégas

A matemática está em tudo: O que dizem algumas filosofias da
matemática?

FLORIANÓPOLIS
2021

Rafael Rossi Viégas

A matemática está em tudo: O que dizem algumas filosofias da matemática?

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Rosilene Beatriz Machado.

FLORIANÓPOLIS

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Viégas, Rafael Rossi Viégas

A matemática está em tudo : O que dizem algumas das filosofias da matemática? / Rafael Rossi Viégas Viégas ; orientadora, Prof^a Dr^a Rosilene Beatriz Machado Machado, 2021.

71 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Graduação em Matemática, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Educação Matemática. 3. Filosofias da matemática . 4. Enunciado. 5. Wittgenstein. I. Machado, Prof^a Dr^a Rosilene Beatriz Machado. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Matemática. III. Título.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dr.^a Rosilene Beatriz Machado
Orientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.^a Dr.^a Cláudia Regina Flores
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Eliezer Batista
Universidade Federal de Santa Catarina

*Já deu, né, Tais?
Eu não falei pra você? Vai na fé que dá certo
Vai com a minha fé, se você não tem, vai com a minha fé
Liberte sua mente pra ela não desandar
Tem que ser valente, Tais*

*Comigo ninguém pode
Mc Tha*

A todos aqueles que (me) emprestam seu axé

AGRADECIMENTOS

Agradeço

ao mundo,

aos meus pais,

ao meu irmão,

à Zezé e à Nina,

à minha marida e aos meus maridos,

às primas do mau, aos sem grana para terapia e às chapeixas,

ao Ramon, à Lidi e à Isa,

aos amigos, amigas, amigues e familiares,

à Rosi, ao Fabio, ao Daniel, ao Moises, ao Jonei, à Marina, à Mariana e à Valquiria,

à música (popular) brasileira,

à Caxias, à Floripa e à Salvador,

à UFSC, à UFBA, ao CETEC e ao São José,

ao GEPAM, ao CALMA, à Canopy, à Agrosatélite, à E.B.M. Albertina Madalena Dias,

ao Instituto Ilha do Campeche, ao IPHAN, ao CNPQ e à CAPES,

por criarem as condições de possibilidade para que eu cultivasse meu axé.

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso envereda-se pela rede discursiva de 'a matemática está em tudo', um enunciado. O objetivo de tal empreitada é compreender como é possível que se diga que 'a matemática está em tudo'. Para tanto, um ensaio em quatro movimentos. O primeiro apresenta a problemática. O segundo apresenta o enunciado, como ele é dito e alguns dos elementos que compõem a rede discursiva na qual figura. O terceiro pergunta como o discurso filosófico (sobre a matemática) sustenta o enunciado. O quarto tenta dissolver algumas das contradições que circulam 'a matemática está em tudo'.

Palavras-chave: Educação Matemática. Filosofias da matemática. Enunciado. Wittgenstein.

ABSTRACT

This Course Completion Paper goes through the discursive network of 'mathematics is in everything', an enunciation. The aim of such an undertaking is to understand how it is possible to say that 'mathematics is in everything'. For that, four (discursive) movements. The first presents the problem. The second presents the enunciation, how it is said and some of the elements that make up the discursive network in which it appears. The third asks how the philosophical discourse (about mathematics) supports the enunciation. The fourth tries to dissolve some of the contradictions that circulate "mathematics is in everything".

Keywords: Math Education. Philosophies of Mathematics. Enunciation. Wittgenstein.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - IDM. Logo IDM.....	18
Figura 2 - IDM. Design de montanhas russas.....	19
Figura 3 - IDM. Jogos de computador.....	19
Figura 4 - SNCT. Logo SNCT 2017.....	23

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANDIFES – Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

GEPAM – Grupo de Estudos em Alteridade e Educação Matemática

IDM – International Day of Mathematics

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

MCTIC – Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações

UFBA – Universidade Federal da Bahia

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UNESCO – Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura

PNLD – Programa Nacional do Livro e do Material Didático

SEPEX/UFSC – Semana de Ensino, Pesquisa e Extensão da UFSC

SNCT – Semana Nacional de Ciência e Tecnologia

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

DA ORDEM DAS COISAS

Primeiro Movimento	11
Dos começos	11
Da problemática	14
Segundo Movimento	17
A matemática está em tudo no IDM	18
A matemática está em tudo na SNCT e na SEPEX	22
A matemática está em tudo em Livros Didáticos	25
A matemática está em tudo no Homem que calculava	26
A matemática está em tudo em Paulo Freire	28
Terceiro Movimento	32
O que dizem os platonistas?	33
O que dizem os aristotélicos?	39
O que dizem os construtivistas?	40
O que dizem os formalistas?	43
O que dizem os adeptos da etnomatemática?	46
Quarto Movimento	50
Não pense, mas olhe	50
A matemática, um jogo de linguagem	53
A matemática está em tudo	58
Alongamento	60
REFERÊNCIAS	62
APÊNDICE A	65
APÊNDICE B	67

Primeiro Movimento

Dos começos

Recentemente escrevi sobre começos. Sobre como me incomodam. Escrevi sobre o mal que causam à minha barriga. Tão ansiosa ela. São tantos os começos que têm me perseguido, que esqueci dos fins. Talvez seja natural tentar se esquecer do fim, dos fins. Talvez seja algo meu. Para ser sincero, não importa muito. O que importa é que aqui está mais um começo. Mais um começo atravessado em minha garganta. Engulo. Deixo descer. Deixo começar.

Cabe dizer, que este é um começo e um fim. O começo de um texto. O fim de uma caminhada. O começo do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O fim da minha trajetória enquanto discente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Um possível começo. Ingressei na UFSC no ano de 2014, no Curso de Meteorologia. Foi um começo tumultuado. Mas foi um bom começo, sem dúvidas. Foi também um fim que chegou rápido. A verdade é que eu gostava demais das aulas de Cálculo. Após cursar a disciplina de Álgebra Linear não me restaram dúvidas, me agradavam mais os *números* do que as previsões do tempo. Assim, criaram-se as condições para um outro começo, *mais* matemático.

Decidi cursar matemática porque acreditava na matemática. Acreditava fielmente que a matemática era a linguagem do universo. Estava certo de que existia uma equação capaz de descrever todas as coisas. Uma equação que, com os ajustes corretos, daria conta de colocar tudo em seu lugar. Variando o tempo, seria possível, no sentido positivo, prever o futuro, e no sentido negativo, aferir onde haveria tudo começado.

Na época, eu consumia em um ritmo frenético materiais de divulgação científica e popularização da ciência, logo, não me restavam dúvidas de que para onde eu olhasse haveria matemática. Uma vez que ditos como “A matemática está em tudo”, “Não há ciência que fale das harmonias da Natureza com mais clareza do que a Matemática” (CARUS)¹, “A Matemática é a chave de ouro que abre todas as

¹ Os ditos que são sucedidos de nomes entre parêntesis foram retirados do capítulo *Elogio da matemática* do livro *O homem que calculava* (TAHAN, 2013). Entre parêntesis indico o nome do pensador a quem a autoria do dito é creditada pelo livro.

Ciências” (DURUY), “A Matemática não é uma ciência, mas a Ciência” (AUERBACH), “A escada da Sabedoria tem os degraus feitos de números” (BLAVATSKY), “As leis da Natureza nada mais são que pensamentos matemáticos de Deus” (KEPLER) e “A Matemática é a linguagem da precisão; é o vocabulário indispensável daquilo que conhecemos” (WHITE) eram tão recorrentes nos materiais com os quais preenchia meu tempo que em algum momento os tomei como naturais.

Além disso, a matemática era uma velha conhecida. Afinal, eu já havia passado por doze anos de escolarização, onze no ensino básico e um no ensino superior. Eu achava que conhecia um bocado de matemática. Conhecia a matemática a partir da abordagem do ensino básico. Conhecia também um pouco da matemática do ensino superior, das façanhas do Cálculo Infinitesimal e da potência da Álgebra Linear e da Geometria Analítica.

Eu via matemática em tudo. Via matemática onde me ensinaram a ver e via matemática onde eu queria ver. Eu via matemática no tampo da mesa, no pulo do gato, nos postes da rua, no subir e descer das pessoas do ônibus, etc. Veja, repetidas vezes foi me dito que a matemática estava em tudo e que em tudo que eu fizesse haveria matemática. E eu via matemática em tudo ou em quase tudo. Existiam lugares onde eu via matemática, mas pensava não ser a matemática *apropriada*, logo a urgência de estudar ainda mais matemática. Foi por estes motivos que decidi trocar de curso de graduação, pela centralidade que eu pensava que a matemática teria na minha vida.

No começo de 2015, transferei minha matrícula para o Curso de Bacharelado em Matemática e Computação Científica da UFSC. Outro começo, outro começo tumultuado. Ao mesmo tempo que ingressava na Matemática - UFSC, eu começava minha vida profissional. Foi um começo complexo: um novo curso de graduação e um novo trabalho.

Foi no bacharelado onde criaram-se as condições para que eu começasse a questionar a minha crença, até então, inquestionável na matemática. Para que eu começasse a problematizar o meu hábito de *ver a matemática em tudo*. A minha certeza de que *haveria matemática em tudo*. A verdade naturalizada de que *seria tudo matemática*.

Contudo, embora criadas as condições para tanto, não foi no bacharelado onde consegui levar a cabo tal empreitada. Talvez me faltassem as palavras

corretas. Talvez ainda me faltem. Mas este é o exercício de encontrá-las. É aqui, neste texto, no meu TCC, onde pretendo esboçar, ou melhor, ensaiar, uma primeira tentativa.

Durante o meu tempo no Bacharelado em Matemática da UFSC tive contato com matemáticas com as quais nunca sonhei. Terrivelmente belas e abstratas. Matemáticas que não estavam para ser vistas em lugar nenhum. Matemáticas que não descrevem nada, senão a si mesmas. Teias de argumentação responsáveis por sustentar aquela matemática que eu conhecia anteriormente. Aquela matemática que eu julgava ser capaz de tudo. Esta matemática, estudada no bacharelado, em momento nenhum foi apresentada como sendo capaz de tudo. Pelo contrário, toda aula começava com uma hipótese simplificadora.

De toda forma, contraditoriamente, a certeza da matematização do mundo continuava a habitar em mim e no discurso em uso nas aulas as quais eu assistia, nos livros didáticos aos quais eu tinha acesso, nos livros de divulgação e/ou popularização da matemática ao meu alcance, nas feiras científicas ao meu redor e nas fala de autoridades. Aos poucos, na medida em que eu avançava no curso, começou a crescer em mim esta contradição. Afinal, como poderia ser a matemática tão ideal, tão abstrata, e ao mesmo tempo estar em tudo?

Na época, me parecia que tudo que fazíamos era estudar onde a matemática não estava, a sua contingência, o seu caráter idealista. Como me doeu ver a matemática como contingente. Ver aquele cosmos que era dito como capaz de tudo ser resumido a axiomas, definições, teoremas etc. Assim, uma aula aqui, um seminário acolá, a matemática foi se apagando, se desnaturalizando.

Diversas vezes tentei externalizar a contradição entre o que estava sendo apresentado no discurso e no conteúdo durante meu tempo no Bacharelado em Matemática e Computação Científica da UFSC, sem sucesso. Como já disse, talvez me faltassem as palavras corretas, mas o fato é que esta contradição cresceu em mim e ninguém conseguiu remediá-la, nem mesmo eu. Isso aconteceu no final de 2017, início de 2018, época em que minha vida profissional começou a deslançar.

Bom, no trabalho as conquistas eram concretas e materiais. Na Universidade, abstratas e contraditórias. Assim, chegou um momento em que não fazia mais sentido continuar a me dedicar àquele mundo de faz de conta que me era apresentado no bacharelado. E foi assim que começou mais um fim. Eu fiquei um semestre e meio afastado da UFSC.

No segundo semestre de 2018, retornei à UFSC. Outro começo, agora, no Curso de Licenciatura em Matemática. As disciplinas que eu havia cursado no bacharelado correspondiam a quase todas as disciplinas de matemática do currículo da licenciatura. Eu não queria estudar mais matemática, não parecia fazer sentido. O que eu queria, e o que eu precisava, era de um diploma, pouco importava se de bacharelado ou licenciatura.

Mal sabia eu que a licenciatura me levaria a revisitar as contradições que haviam me afastado da Universidade. Contudo, visitá-las a partir de outro ponto de vista, de outro lugar. Este texto apresenta um compilado de algumas das reflexões catalisadas em mim pelas Licenciaturas em Matemática da UFSC e da UFBA. No ano de 2019, eu tive a feliz oportunidade de participar do Programa Mobilidade Acadêmica - ANDIFES² que me permitiu cursar dois semestres na Universidade Federal da Bahia (UFBA).

Em 2020, após concluído meu tempo na UFBA, voltei para Florianópolis. De volta a UFSC, tive a oportunidade de ingressar no Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática (GEPAM)³, no contexto do Projeto de Extensão “Por um ensino de matemática pela experiência: exercícios de formação como travessia” (MACHADO, 2018). O GEPAM é um grupo de estudos que vêm pensando o que pode a matemática junto ao outro. E também, como, na vibração com o outro, pode-se metamorfosear a si próprio e a matemática. Aqui, nesse último encontro, dá-se a concretização da lenta gestação deste trabalho.

Da problemática

De tudo que foi dito até aqui, este texto ocupa-se da minha contradição. Não da contradição que sou, mas de uma de suas instâncias. A contradição que constitui o meu *olhar* para as imbricações matemática-mundo. Talvez, por isso, a dificuldade de capturá-la, a contento, em palavras. O que faço, pois, é perguntar: Como é possível que a matemática esteja em tudo?

Com isso, é preciso fazer outras perguntas, que se colam a esta, adentrando os campos da filosofia, em um estudo com e pela filosofia [da matemática]. Por sorte, a tradição ocidental tem se ocupado reiteradamente de tal contradição,

² Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (ANDIFES).

³ Liderado pela Profa. Dra. Rosilene Beatriz Machado.

reformulando-a, de tempos em tempos, a partir de interrogações, tais como: O que é a matemática? O que diz a matemática do mundo? Se há leis *naturais*, são estas, obrigatoriamente, leis matemáticas? Onde está a matemática? A matemática é uma produção ou uma descoberta humana?

Entretanto, cabe dizer que não se quer aqui buscar por uma suposta essência das coisas [da matemática]. Opera-se um deslocamento. O que se quer é perguntar não pela essência da matemática, mas do que se diz (ou não) sobre isso. Ou seja, perguntar sobre como é possível falar do que se fala sobre a matemática. Como é possível falar do que se fala sobre as imbricações matemática-mundo. É esta a minha escolha: perguntar do que se fala, atendo-me à espessura do discurso.

O que se pretende aqui, portanto, é um exercício de problematização do enunciado⁴: *a matemática está em tudo*. Com isso, perguntar sobre *Como é possível que a matemática esteja em tudo?* Implica, na verdade, questionar: Como é possível que se diga que a matemática está em tudo? Logo, não se quer perguntar [ou dizer] se a matemática está mesmo, ou não, em tudo mas sim, problematizar a naturalidade com que isso é dito e tomado como verdade, questionando, enfim, algumas de suas condições de possibilidade nos campos da filosofia.

Para tanto, a problematização se dá em quatro Movimentos. *As palavras espiam como animais*⁵. O primeiro, que está em curso, é explicar o que pretende o texto. *Umas, rajadas, sensuais, que nem panteras...; outras, escuras, furtivas raposas...* O segundo, é fazer emergir o enunciado de que *a matemática está em tudo*. O enunciado⁶ *está parado em meio da clareira*. O enunciado *caiu*

na armadilha! Debate-se. O terceiro, é tentar dizer, com a filosofia, o que é a matemática para que a matemática esteja em tudo. É perguntar como o discurso filosófico sobre a matemática sustenta o enunciado de que a matemática está em tudo. *Ora subdivide-se e entrechoca-se como esferas de vidro colorido*. *Ora é uma*

⁴ Tento neste TCC um primeiro exercício de análise do enunciado, em uma aproximação com Foucault, nos rastros de Machado (2016), que está, por sua vez, nos rastros de Flores (2003). No próximo Movimento procuro explicitar tal exercício.

⁵ Tomo por emprestado alguns dos versos de Selva Selvaggia de Mario Quintana (2013, p. 117). Uso-os na intenção de montar o cenário do que se sucede, do que faço aqui. Ao passo que Quintana dedica estes versos à natureza selvagem dos poemas, eu os dedico à natureza furtiva dos enunciados. As palavras continuam *as mesmas*, aqui, porém, as encho de meus significados.

⁶ Onde aqui lê-se 'enunciado', no original, lê-se 'poema'.

fórmula algébrica; ora, como um sexo, palpita... Que importa, que importa qual seja enfim o seu verdadeiro universo? O quarto, é uma aventura com a linguagem. Uma aventura que tenta dar visibilidade à natureza convencional da certeza da matematização do mundo. Ele em breve será inteiramente devorado pelas palavras!

Segundo Movimento

O enunciado está em fluxo. Provável que seja só fluxo. A ideia aqui é adentrar seu fluxo. Penetraremos seu domínio por meio dos rastros que deixa por onde passa, por onde é invocado, por onde é legitimado, por onde é utilizado. O objetivo deste capítulo é trazer à tona o enunciado em análise, bem como alguns elementos da rede discursiva na qual ele se constitui.

Antes, algumas palavras sobre o enunciado. Primeiro, é preciso destacar que, conforme Machado, um “enunciado não é oculto nem visível, sendo necessária uma certa conversão do olhar e da atitude para que se possa reconhecê-lo e considerá-lo em si mesmo” (2016, p. 39).

Ou seja. É preciso resistir à tentação de encaixar um enunciado a qualquer tipo de molde fixo. Isso porque, o enunciado não é uma unidade:

Há que se dizer que o enunciado não consiste necessária e suficientemente em uma estrutura lógico-proposicional definida, tampouco em uma frase gramatical. Se algumas vezes o enunciado possa assumir e se ajustar a essas formas, é possível também acontecer que não lhes obedecem. Por exemplo, ainda que ‘ninguém ouviu’ e ‘é verdade que ninguém ouviu’ não apresentem diferenças do ponto de vista lógico (equivalendo a uma mesma proposição), constituem enunciados distintos. (MACHADO, 2016, p. 39)

Logo, o enunciado é algo amorfo. É algo que eventualmente assume esta ou aquela forma, assume esta ou aquela enunciação. A recíproca também é verdadeira, isto é, em diferentes condições, a mesma enunciação, a mesma forma, pode fazer funcionar diferentes enunciados. Assim sendo, o enunciado não está preso à uma enunciação, à uma forma. Tal qual um barco a uma âncora

o enunciado carrega uma materialidade, mais da ordem institucional do que espaço-temporal. É por isso que distintas enunciações podem comportar o mesmo enunciado (um discurso e sua tradução simultânea, ou as várias edições de um mesmo livro); e enunciações idênticas podem comportar diferentes enunciados (a enunciação de uma mesma frase não pode configurar o mesmo enunciado em Platão e Freud). (Ibidem, p. 40)

O enunciado é, portanto, “uma função que cruza um domínio de estruturas e de unidades possíveis e que faz com que apareçam, com conteúdos concretos, no tempo e no espaço” (FOUCAULT, 2009 *apud* MACHADO, 2016, p. 39). Além disso, “o enunciado não é uma pura forma, figura ideal e silenciosa, mas precisa de uma materialidade (uma substância, um suporte, uma data e um lugar) para ocorrer.” (PERENCINI, 2015, p. 146).

Assim, o que tento fazer a seguir é dar visibilidade ao enunciado "A matemática está em tudo", percorrendo sua materialidade em alguns de seus territórios de dispersão.

A matemática está em tudo no *IDM*

No dia 14 de março de 2020, realizou-se pela primeira vez o *International Day of Mathematics* - IDM. O IDM foi proclamado pela Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) durante a quadragésima Conferência Geral, que ocorreu em 26 de novembro de 2019. A ideia é, a cada ano, propor um tema que ajude a despertar a criatividade e exponha as conexões entre a matemática e diferentes campos do saber. A edição de inauguração do IDM contou com a participação de mais de 107 países, em mais de 1000 eventos independentes, e foi coroada com o tema: *a matemática está em toda parte*.



Figura 1: Logo IDM. IDM. Disponível em: <<https://everywhere.idm314.org>>

Fonte: IMAGINARY e Klaus Tschira Stiftung.

Na ocasião, a então diretora geral da UNESCO, Audrey Azoulay, emitiu uma nota que explicita a que vem o IDM 2020:

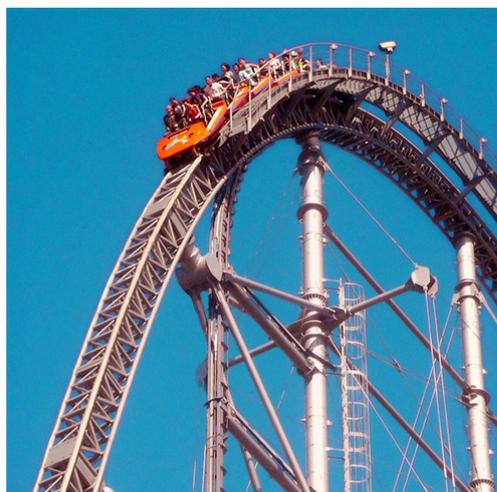
Alguns países declararam recentemente que a matemática está "em crise", por estar sendo rejeitada pelos estudantes que a consideram uma matéria chata. O objetivo deste dia é lembrar para que serve a matemática e, particularmente, como a matemática pode ser a base de inovação para um desenvolvimento sustentável. Nós precisamos reconhecer que a matemática, mesmo em seus aspectos mais teóricos, interessa a todos nós. (UNESCO, 2020b - tradução minha).

O material de divulgação do evento é vasto. As Figuras 2 e 3 foram capturadas em um *website*⁷ que faz parte da estratégia de divulgação do evento. A *chamada* de tal sítio eletrônico, disponível apenas em Língua Inglesa, é "Visit our Mathematics is Everywhere website for more examples of places where you can find

⁷ Disponível em 7 línguas, o site pode ser acessado pelo link <everywhere.idm314.org>.

maths” (Tradução minha: Visite o nosso sítio eletrônico A Matemática Está em Toda Parte para mais exemplos de onde você pode encontrar a matemática).

Design de montanhas russas

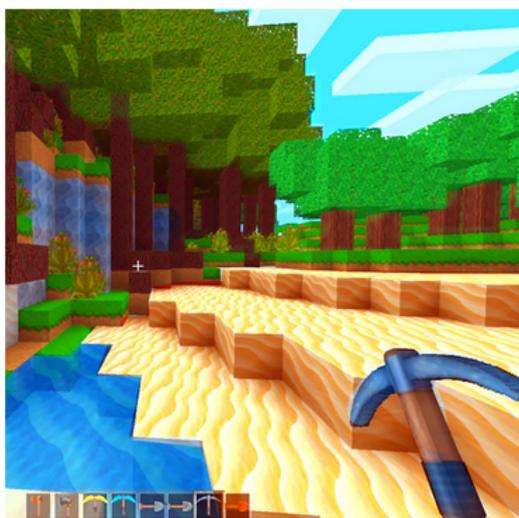


Projetar uma montanha russa não é fácil: ela precisa ser emocionante mas não sacudir demais, rápida mas ser capaz de frear rapidamente e, mais importante, precisa ser segura. A matemática pode ser usada para se calcular as forças agindo nos trens da montanha russa quando elas adquirem momento e o suporte estrutural necessário para suportar essas forças. Equações matemáticas e cálculo podem também ser usadas para projetar o formato de um caminho suave que inclua loops, piruetas e muitas outras características.

Figura 2: Design de montanhas russas. IDM. Disponível em: <<https://everywhere.idm314.org>>

Fonte: IMAGINARY e Klaus Tschira Stiftung.

Jogos de computador



Muitos jogos de computador usam gráficos 3D. Mover e animar, assim como manipular cores, luz e sombras, requer vetores, matrizes e muitos outros conceitos de álgebra linear e geometria em três dimensões. Os jogos de computador também precisam criar animações realistas da água e mover e simular colisões de objetos físicos. Para isto, são utilizadas soluções numéricas para determinadas equações diferenciais parciais, como a equação de Navier-Stokes, um importante modelo em dinâmica de fluidos. Finalmente, os programas de computador precisam de usar a inteligência artificial para os personagens não jogáveis.

Figura 3: Jogos de computador. IDM. Disponível em: <<https://everywhere.idm314.org>>

Fonte: IMAGINARY e Klaus Tschira Stiftung.

O *site* apresenta 33 exemplos de ‘onde se pode encontrar matemática’. O *website* fala que a matemática está: nas ondas sísmicas através das quais a

dinamarquesa Inge Lehmann *desvendou* a constituição do núcleo da Terra; no modelo químico que *explica* as reações que definem como se dará a pelagem de um animal; nas epidemias, a partir de um fator (r_0) capaz de *prever* se a epidemia desaparece por si só; nas nuvens, nas galáxias, nas costas rochosas, nas redes de rios, nos flocos de neve, nas plantas, de samambaias à couve-romanesca, *através* da geometria fractal; no empilhamento de laranjas do mercado *conforme* conjectura de Kepler comprovada por Thomas Hales em 1998; no movimento de um cardume de peixes *de acordo* com três regras: repulsão quando muito próximo, atração quando longe e alinhamento numa distância ótima; nos cassinos e nas casas de apostas *por meio* da Lei de Grandes Números que se bem ajustada *garante* que a ‘casa’ sempre vença; na *modelagem* das forças agindo sobre os trens de uma montanha russa, o que garante que o brinquedo seja empolgante e seguro (Figura 2); na animação de jogos de computador em que são *utilizadas* equações diferenciais parciais, como a de Navier-Stokes, um importante modelo em dinâmica de fluidos (Figura 3).

Portanto, o site fala que a matemática está em toda parte e apresenta exemplos variados de onde a matemática está. Mas o que dizem estes exemplos *sobre* a matemática? Dizem que ela *desvenda*, *explica*, *prevê*, *normatiza*, *garante* e *modela* as coisas do mundo. Uma pergunta que emerge é: por que dizer estas coisas sobre a matemática?

Ora, se a matemática está em crise por ser chata (*boring*), uma forma de evitar que esta crise se agrave é *mostrar* como a matemática pode ser divertida. Uma forma de apresentá-la como divertida é associá-la a coisas divertidas. Se a matemática está em coisas divertidas, deve ser ela também uma coisa divertida. Agora, que coisas divertidas *têm* matemática? Frações, determinantes, equações, funções,... Não, estas coisas são demasiado *matemáticas*. Talvez seja melhor *pegar* coisas divertidas do mundo (jogos de computador e montanhas russa, por exemplo) e expor a matemática delas, nelas.

Ou, é preciso dizer estas coisas sobre a matemática para que não se esqueça que ela é útil. Útil para explicar as coisas banais como o empilhamento de laranjas em um supermercado, útil para evitar perdas em jogos de azar, útil para auxiliar no controle de epidemias. Ou, para garantir que há uma ordem no mundo, uma ordem capaz de descrever as coisas mais diversas: as nuvens, as costas

rochosas, as redes de rios, os flocos de neve, as plantas, a pelagem de animais, as ondas sísmicas,...

Demoremo-nos mais um tanto nos materiais de divulgação do IDM. A seguir alguns excertos de um texto intitulado 'A matemática está em toda a parte'⁸.

A matemática está em toda a parte na *ciência e na tecnologia*. Alguns exemplos:

- O sucesso dos mecanismos de busca na internet decorre de seus brilhantes algoritmos.
- A criptografia, utilizada em comunicações seguras, é baseada em teoria de números.
- Equipamentos de imagens médicas – como a tomografia computadorizada ou a ressonância magnética – medem dados brutos e um algoritmo matemático os converte numa imagem.
- A inteligência artificial e a aprendizagem de máquinas estão transformando o mundo: visão computacional, tradução automática, veículos sem motoristas etc.
- A decodificação do genoma humano é um triunfo da matemática, da estatística e da computação.
- Com a matemática fez-se a primeira foto de um buraco negro. (UNESCO, 2020a, grifos do original)

O documento continua:

A matemática está em toda parte na organização das sociedades. Alguns exemplos:

- A matemática é utilizada para otimizar as redes de transporte e comunicação.
- A matemática permite compreender e controlar a propagação de epidemias.
- A economia, a saúde pública e a segurança social são mais eficientes quando otimizadas com utilização da estatística e da matemática.
- A matemática ajuda na elaboração de sistemas eleitorais que melhor representem a vontade do povo.
- A matemática permite compreender os riscos e minimizar as consequências dos desastres naturais (enchentes, tremores de terra e furacões). (Ibidem, grifos do original)

E, por fim:

A matemática é essencial para atingir os *Objetivos do Desenvolvimento Sustentável das Nações Unidas*. Alguns exemplos são

[...]

- A alfabetização numérica e científica permite a cada cidadão uma melhor compreensão dos desafios ao seu redor.

[...]

Diga sua atividade ou área e eu conto onde a matemática está! Alguns exemplos.

- A matemática está presente na geolocalização, desde as navegações pelas estrelas até o GPS.
- A matemática está nos aplicativos do seu telefone.
- A matemática permite uma sistema de aposentadorias sustentável.
- A matemática faz filmes de animação realistas.
- Um dia vamos a Marte? Sem a matemática isto nunca será possível.

(Ibidem, grifos do original)

⁸ O documento foi transcrito na íntegra no APÊNDICE A.

Há aí dizeres sobre a matemática. Há aí dizeres sobre coisas do e no mundo. Dizeres que apontam objetos, fenômenos, métodos,... *matemáticos*. Dizeres da matemática e do mundo. Dizeres que se colocam a falar das imbricações matemática-mundo. Mas, de fato, o que se diz aí?

Diz-se que a matemática está em toda parte: nos mecanismos de busca, nos equipamentos médicos, nas epidemias, nas eleições, nos desastres naturais. Nada passa incólume, suas garras se estendem desde os buracos negros até os sistemas de aposentadoria *sustentável*. Diz-se também que a matemática está na organização das sociedades, bem como na ciência e tecnologia. Diz-se da matemática e do mundo, mas também do evento. E o evento, conforme Azoulay, “*is all about remembering what mathematics is for, and in particular how it can be the basis of innovation for sustainable development*” (Tradução minha: “*é sobre relembrar para que serve a matemática e, particularmente, como a matemática pode ser a base de inovação para um desenvolvimento sustentável*”).

A matemática está em tudo na *SNCT* e na *SEPEX*

A Lei 13.358/16, sancionada pelo então presidente Michel Temer, instituiu para os anos de 2017-2018 o Biênio da Matemática no Brasil (BRASIL, 2016). A Lei é uma resposta do Estado Brasileiro às iniciativas encabeçadas pelo IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) de sediar no Brasil tanto o Congresso Internacional de Matemáticos quanto a Olimpíada Internacional da Matemática.

O primeiro ocorre de quatro em quatro anos e é um evento dotado de enorme prestígio entre a comunidade de matemáticos(as) não só do Brasil, mas do mundo. É durante este evento que um matemático(a) é laureado(a) com a Medalha Fields, considerada o Prêmio Nobel da Matemática. Já o segundo é uma competição que ocorre anualmente entre estudantes de Ensino Médio de mais de 120 países.

O Biênio, que levou o nome do político e matemático maranhense Joaquim Gomes da Souza (1829-64), fomentou e influenciou iniciativas de divulgação e popularização da matemática em todo território nacional. Entre elas a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNCT) e a Semana de Ensino, Pesquisa e Extensão da UFSC (SEPEX).

Ela está tão presente na nossa vida cotidiana, que, às vezes, a gente nem nota.

[...]

Descubra como ela impacta diretamente em vários aspectos da sua vida:

1. A contagem matemática está no nosso calendário, estabelecendo dias, meses e estações do ano; é por meio dela que compreendemos as distâncias, medidas, tamanhos e diversas grandezas que nos auxiliam diretamente em inúmeras áreas de nossas vidas, como a temperatura, pressão, velocidade. Sem a matemática seria impossível fazer a previsão do tempo meteorológico. (UFSC, 2017)

Vejamos mais alguns itens:

2. A Matemática é essencial à Medicina, pois possibilita o desenvolvimento de tecnologias de ponta que ajudam no mapeamento da anatomia humana, na elaboração de exames e prescrição de remédios. Está presente ainda na indústria farmacêutica. Portanto, nossa saúde depende diretamente da Matemática. Muitos dos exames que fazemos, tem seus resultados expressos por números. Ela também está em nossa alimentação, nos ajudando no cálculo de calorias e peso das comidas que proporcionam uma vida mais saudável e ainda no estabelecimento de indicadores como o índice de massa corpórea ($\text{peso} / \text{altura} \times \text{altura}$);

3. A estatística é uma área da matemática capaz de revelar tendências quando se trata de grandes quantidades. É o caso das pesquisas eleitorais, cujos gráficos nos mostram quais candidatos políticos estão à frente nas Eleições, ou ainda no comportamento da bolsa de valores e no desenvolvimento da cura de doenças. Qualquer pesquisa científica de ponta conta com a estatística que aplica inteiramente a Matemática em seus resultados. (Ibidem)

E, para fechar:

11. Até na arte a Matemática está presente. Você sabia que ela é usada para produção esculturas e pinturas de quadros famosos como a Monalisa? Ou ainda que ela está presente nas partituras musicais?

Depois de tantas aplicações práticas da Matemática, não há como não se encantar e não querer entrar nesse universo de aprendizado para continuar mudando nossa história. (Ibidem)

O que dizem a SNCT e a SEPEX sobre a matemática? Dizem que é tão útil quanto prazerosa. Dizem que é ferramenta essencial para incontáveis áreas do conhecimento. Dizem que explora o raciocínio lógico e abstrato. Dizem que a matemática tem aplicação prática. Dizem que a matemática é capaz de mudar a história.

Isso porque 'ela impacta diretamente em vários aspectos da sua vida'. Para os eventos, a matemática impacta: no calendário estabelecendo a contagem de dias, meses e estações do ano; na compreensão de diversas grandezas como temperatura, pressão e velocidade; na saúde humana por meio de remédios, exames, indicadores e dietas. Dizem ainda que qualquer pesquisa de ponta conta com estatística, uma área da matemática.

Ou seja, para os eventos, a matemática está tão em tudo que esse enunciado é atrelado ao seu próprio slogan! Afinal, é pela matemática que se confere significado à contagem de tempo. É, também, através dela que é possível a compreensão de grandezas físicas mensuráveis como tempo, temperatura, pressão e velocidade. A matemática possibilita ainda a (de)codificação de exames e indicadores de forma a auxiliar na gestão da saúde, inclusive pela prescrição de remédios e dietas. Sendo a ocorrência de uma de suas subáreas, a estatística, uma condição *sine qua non* para que uma pesquisa seja considerada uma pesquisa de ponta, até porque, até na arte a matemática está presente.

A matemática está em tudo em *Livros Didáticos*

Na sequência, transcrevo a seção de apresentação de três das coleções contempladas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)¹² de 2020.

Apresentação da coleção *Matemática essencial*:

Você já observou como a Matemática está presente em nosso dia a dia? Conferir o troco em uma compra, observar uma obra de arte, planejar um passeio e preparar uma receita são alguns exemplos de situações em que a Matemática é utilizada como ferramenta indispensável.

Esta coleção foi elaborada para auxiliá-lo a explorar a Matemática, dando significado a suas ideias de modo que você seja capaz de utilizá-las. Procuramos abordar os conteúdos e as situações de maneira prazerosa, trabalhando sua autonomia e criatividade e possibilitando a você que argumente e tome decisões.

Esperamos que utilize este livro com dedicação e entusiasmo. No decorrer do trabalho, troque informações com os colegas e o professor e exponha suas ideias e opiniões, sempre respeitando as dos demais.

Desejamos a você sucesso em seus estudos!

Os autores.

(PATARO; BALESTRI, 2018, p. 3, grifos meus)

Apresentação da coleção *Telaris Matemática*:

Caro aluno

Bem-vindo a esta nova etapa de estudos e aprendizagens.

Como você já sabe, a Matemática é uma parte importante de sua vida. Ela está presente em todos os lugares e em todas as situações de seu cotidiano: na escola, no lazer, nas brincadeiras, em casa.

¹² “O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) compreende um conjunto de ações voltadas para a distribuição de obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, destinados aos alunos e professores das escolas públicas de educação básica do País. O PNLD também contempla as instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. As escolas participantes do PNLD recebem materiais de forma sistemática, regular e gratuita. Trata-se, portanto, de um Programa abrangente, constituindo-se em um dos principais instrumentos de apoio ao processo de ensino-aprendizagem nas Escolas beneficiadas.” (BRASIL, 2021)

Escrevi este livro para você compreender as ideias matemáticas e aplicá-las em seu dia a dia. Estou certo de que fará isso de maneira prazerosa, agradável, participativa e sem aborrecimentos. Sabe por quê? Porque ao longo deste livro você será convidado a pensar, explorar, resolver problemas e desafios, trocar ideias com os colegas, observar ao seu redor, ler sobre a evolução histórica da Matemática, trabalhar em equipe, conhecer curiosidades, brincar, pesquisar, argumentar, redigir e divertir-se. Gostaria muito de que você aceitasse este convite com entusiasmo e dedicação, participando ativamente de todas as atividades propostas. Vamos começar?

Um abraço.

O autor

(DANTE, 2018, p. 3, grifos meus)

Apresentação da coleção Matemática - Bianchini:

Caro estudante,

Este livro foi pensado, escrito e organizado com objetivo de facilitar sua aprendizagem.

Para tornar mais simples o entendimento, a teoria é apresentada por meio de situações cotidianas. Assim, *“você vai notar o quanto a Matemática faz parte do nosso dia a dia e nos permite compreender melhor o mundo que nos rodeia.”*

Por isso, aproveite ao máximo todo o conhecimento que este livro pode lhe oferecer. Afinal, ele foi feito especialmente para você!

Faça dele um parceiro da sua vida escolar!

O autor

(BIANCHINI, 2018, p. 3, grifos meus)

A primeira pergunta que se coloca a estes excertos é: o que está aí dito *sobre* matemática? Bem, aí está dito que a matemática está presente em nosso dia a dia. Está dito que a matemática é uma parte importante de nossas vidas. Está dito que a matemática nos permite compreender melhor o mundo que nos rodeia. Está dito, enfim, que *“a matemática está em tudo”* - no dia a dia, nas nossas vidas e no mundo que nos rodeia. A segunda pergunta é: esses excertos versam *apenas* sobre matemática? Não, estes excertos versam *também* sobre matemática.

Aí diz-se *sobre* coisas diversas. Diz-se, por exemplo, sobre: cotidiano, escola, lazer, autonomia, criatividade, utilidade e, claro, matemática. Diz-se, portanto, que *“a matemática está em tudo”*, mas também diz-se (sobre) outras coisas. Ao contrário de serem acessórios, descartáveis, ao enunciado, esses dizeres *outros* são exatamente o que acaba por legitimar, possibilitar e requerer a enunciação do enunciado.

A matemática está em tudo no *Homem que calculava*

Julio Cesar de Mello e Souza (1895-1974) foi professor e engenheiro. É, ainda hoje, um dos mais renomados autores brasileiros de divulgação matemática.

Também conhecido pelo seu heterônimo, Malba Tahan, Mello e Souza dedicou sua vida e obra à popularização da matemática.

O homem que calculava, uma de suas obras mais populares, foi publicada pela primeira vez em 1937 e “reuniu o saber matemático e os contos árabes em uma extraordinária aventura, que apresenta a cada capítulo desafios e problemas sempre resolvidos pelo homem que calculava, o persa Beremiz Samir” (TAHAN, 2021).

Viveu outrora, na Grécia, quando esse país era dominado pelo paganismo, um filósofo notável chamado Pitágoras (Alá, porém, é mais sábio!). Consultado por um discípulo sobre as forças dominantes dos destinos dos homens, o grande sábio respondeu: “Os números governam o mundo!” Realmente. O pensamento mais simples não pode ser formulado sem nele se envolver, sob múltiplos aspectos, o conceito fundamental do número. O beduíno que no meio do deserto, no momento da prece, murmura o nome de Deus tem o espírito dominado por um número: a Unidade! Sim, Deus, segundo a verdade expressa nas páginas do Livro Santo e repetida pelos lábios do Profeta, é Um, Eterno e Imutável! Logo, o número aparece no quadro da nossa inteligência como o símbolo do Criador. (TAHAN, 2013, p. 75)

Atualmente o livro conta com mais de 80 edições e é título recorrente na seção de “Sugestão de leitura para o aluno” em livros didáticos de Matemática (PATARO; BALESTRI, 2018; DANTE, 2018; BIANCHINI, 2018).

Diz o homem que calculava :

No Universo tudo é número e medida. A Unidade, símbolo do Criador, é o princípio de todas as coisas, que não existem senão em virtude das imutáveis proporções e relações numéricas. Todos os grandes enigmas da vida podem ser reduzidos a simples combinações de elementos variáveis ou constantes, conhecidos ou incógnitos. (TAHAN, 2013, p. 78)

E ainda:

— Não se admire, meu amigo — prosseguiu o inteligente persa —, de que eu queira ver turbantes com formas geométricas. A Geometria existe por toda parte. Procure observar as formas regulares e perfeitas que muitos corpos apresentam. As flores, as folhas e incontáveis animais revelam simetrias admiráveis que nos deslumbram o espírito.

A Geometria, repito, existe por toda parte. No disco do sol, na folha da tamareira, no arco-íris, na borboleta, no diamante, na estrela-do-mar e até num pequenino grão de areia. Há, enfim, infinita variedade de formas geométricas espalhadas pela Natureza. Um corvo a voar lentamente pelo céu descreve, com a mancha negra de seu corpo, figuras admiráveis; o sangue que circula nas veias do camelo não foge aos rigorosos princípios geométricos; a pedra que se atira no chacal importuno desenha, no ar, uma curva perfeita! A abelha constrói seus alvéolos com a forma de prismas hexagonais e adota essa forma geométrica, segundo penso, para obter a sua casa com a maior economia possível de material.

A Geometria existe, como já disse o filósofo, por toda parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la. (TAHAN, 2013, p. 47)

Os excertos falam por si só... “*A Geometria, repito, existe por toda parte*”. “*O pensamento mais simples não pode ser formulado sem nele se envolver, sob múltiplos aspectos, o conceito fundamental do número*”. “*Os números governam o mundo!*”. “*No Universo tudo é número e medida*”. “*Todos os grandes enigmas da vida podem ser reduzidos a simples combinações de elementos variáveis ou constantes, conhecidos ou incógnitos*”.

O que se diz aí? Diz-se que “*os números governam o mundo*”. Que “*tudo é matemática*”. Que “*tudo é número*”. Que “*tudo é medida*”. E mais, que “*a matemática está em tudo*”. Mas atenção, “*é preciso olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la!*”

A matemática está em tudo em *Paulo Freire*

P – [...] Eu venho pensando muito que o passo decisivo que nos tornamos capazes de dar, mulheres e homens, foi exatamente o passo em que o suporte em que estávamos virou mundo e a vida que vivíamos virou existência, começou a virar existência. E que nessa passagem, nunca você diria uma fronteira geográfica para a história, mas nessa transição do suporte para o mundo e que se instala a história, é que começa a se instalar a cultura, a linguagem, a invenção da linguagem, o pensamento que não apenas se atenta no objeto que está sendo pensado, mas que já se enriquece da possibilidade de comunicar e comunicar-se. Eu acho que nesse momento a gente se transformou também em matemáticos. A vida que vira existência se matematiza. Para mim, e eu volto agora a esse ponto, eu acho que uma preocupação fundamental, não apenas dos matemáticos mas de todos nós, sobretudo dos educadores, a quem cabe certas decifrações do mundo, eu acho que uma das grandes preocupações deveria ser essa: a de propor aos jovens, estudantes, alunos homens do campo, que antes e ao mesmo em que descobrem que 4 por 4 são 16, descubrem também que há uma forma matemática de estar no mundo. *Eu dizia outro dia aos alunos que quando a gente desperta, já caminhando para o banheiro, a gente já começa a fazer cálculos matemáticos. Quando a gente olha o relógio, por exemplo, a gente já estabelece a quantidade de minutos que a gente tem para, se acordou mais cedo, se acordou mais tarde, para saber exatamente a hora em que vai chegar à cozinha, que vai tomar o café da manhã, a hora que vai chegar o carro que vai nos levar ao seminário, para chegar às oito. Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematicizados. Para mim essa deveria ser uma das preocupações, a de mostrar a naturalidade do exercício matemático.* (D’AMBROSIO, 2021, p. XIV-XV, grifos meus)

O trecho apresentado foi retirado de fala proferida pelo Professor Paulo Freire (1921-1997) na ocasião do 8º Congresso Internacional de Educação Matemática (1996) em entrevista conduzida pelo Professor Ubiratan D’Ambrosio (1932-2021) e mediada pela Professora Maria do Carmo Domite.

Interessante chamar atenção para o fato de que um pouco antes de versar sobre 'a naturalidade do exercício matemático', Freire relata ser aquele momento, o momento da entrevista com D'Ambrosio e Domite, o primeiro em que se defronta com a questão da alfabetização matemática.

U – Hoje nós todos reconhecemos o Paulo Freire grande filósofo que inspira uma série de medidas novas em educação, propostas. É o nosso filósofo da educação. No início, há muitos anos, quando você começou a sua carreira, a sua grande preocupação parece ter sido, claro educação em geral, mas sempre se fala no Paulo Freire como ensinando, alfabetizando ensinando a ler. Existe claro uma preocupação muito grande em todo seu discurso com a importância de o indivíduo se expressar, saber ler, participar do mundo. Eu pergunto: desde aquele momento até hoje, você vê uma importância equivalente em ele saber participar matematicamente do mundo. Você vê um equivalente ao literacy, uma forma de math literacy? Existe um equivalente matemático à alfabetização na sua obra?

P – Essa é uma pergunta primeira. É a primeira vez que eu me defronto com essa pergunta e eu acho que ela tem sentido. Tem sentido como uma pergunta não apenas feita a mim, mas feita a nós todos. Confesso que na época eu não pensei nisso. Não iria eu agora mentir e dizer ah, já naqueles anos, há quarenta anos atrás, eu já vivia pensando nisso. Não, na verdade eu não pensei nisso. Mas eu hoje entendo isso perfeitamente. (D'AMBROSIO, 2021, p. XIII-XIV)

Para daí dizer que:

P – [...] Eu não tenho dúvida nenhuma que dentro de mim há escondido um matemático que não teve chance de acordar, e eu vou morrer sem ter despertado esse matemático, que talvez pudesse ter sido bom. Bem, uma coisa eu acho, que se esse matemático que existe dormindo em mim tivesse despertado, de uma coisa eu estou certo, ele seria um bom professor de matemática. Mas não houve isso, não ocorreu, e eu pago hoje muito caro, porque na minha geração de brasileiras e brasileiros lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios. Se fazia uma concessão para o sujeito genial que podia fazer matemática sem ser deus. E com isso, quantas inteligências críticas, quantas curiosidades, quantos indagadores, quanta capacidade abstrativa para poder ser concreta, perdemos. (D'AMBROSIO, 2021, p. XV)

Apresento essas passagens na intenção de problematizar o que aí pode ser observado. Veja, Paulo Freire, o Patrono da Educação Brasileira (BRASIL, 2012), que desenvolveu grande parte de sua teorização versando sobre alfabetização relata nunca ter se defrontado com a questão da alfabetização matemática. Quando confrontado a ela, o que ele fala? Que a matemática está em tudo! Fala inclusive que já vinha falando isso aos seus estudantes, mesmo, não tendo ele próprio despertado o matemático que dormia nele. Isso porque:

P – Eu acho que indiscutivelmente essa possível alfabetização da matemática, uma mate-alfabetização, math-literacy, eu não tenho dúvida nenhuma que isso ajudaria a própria criação da cidadania. E vou dizer como eu vejo, e não como se deve ver. Eu falo como eu vejo. Eu acho que no momento em que você traduz a naturalidade da matemática como uma condição de estar no mundo, você trabalha contra um certo elitismo com que

os estudos matemáticos, mesmo contra a vontade de alguns matemáticos, têm. Quer dizer, você democratiza a possibilidade da naturalidade da matemática, e isso é cidadania. *E quando você viabiliza a convivência com a matemática, não há dúvida que você ajuda a solução de inúmeras questões que ficam aí às vezes entulhadas, precisamente por falta de um mínimo de competência sobre a matéria.* E porque não está havendo isso? Porque a compreensão da matemática virou uma coisa profundamente refinada, quando na verdade não é e não deveria ser. Eu não quero com isso dizer que os estudos matemáticos jamais devessem ter a profundidade e a rigorosidade que eles têm que ter. Como o filósofo tem também que ser rigoroso, o biólogo, não é isso que eu digo. *Mas o que eu digo é o seguinte: na medida em que você não faz simplismo, mas torna simples, a compreensão da existência matemática da existência humana, aí não há dúvida nenhuma que você perceberá a importância dessa compreensão matemática, tão grande quanto a linguagem.* (D'AMBROSIO, 2021, p. XV-XVI, grifos meus)

Então, Freire menciona a naturalidade da matemática por acreditar que assim pode-se viabilizar a convivência com a matéria e dar solução a “inúmeras questões que ficam aí às vezes entulhadas, precisamente por falta de um mínimo de competência sobre a matéria”. Aí está sendo dito que a matemática está em tudo não porque se sabe *onde* ela está e/ou *como* ela ali está. Está sendo dito que a matemática está em tudo para viabilizar a própria criação da cidadania.

Dessa breve análise por alguns dos territórios de dispersão (há, por certo, muitos outros), é possível perceber que o enunciado “*A matemática está em tudo*” circula e que, além disso, não está sozinho. A ele tantos outros enunciados se colam: “*A matemática é útil*”; “*A economia, a saúde pública e a segurança social são mais eficientes quando otimizadas com utilização da estatística e da matemática*”; “*A matemática permite a cada cidadão uma melhor compreensão dos desafios ao seu redor*”; “*Qualquer pesquisa científica de ponta conta com a estatística*”; “*Até na arte a Matemática está presente*”; “*A matemática é capaz de mudar nossa história*”; “*A Matemática está presente em nosso dia a dia*”; “*A Matemática é uma ferramenta indispensável*”; “*A Matemática é uma parte importante de sua vida*”; “*A Matemática nos permite compreender melhor o mundo que nos rodeia*”; “*A Geometria existe por toda parte*”; “*Os números governam o mundo*”; “*No Universo tudo é número e medida*”; “*Quando a gente desperta a gente já começa a fazer cálculos matemáticos*”; ... para citar alguns.

O que há, portanto, é uma rede discursiva, que sustenta e na qual figura o enunciado em análise. Isso porque, um enunciado “nunca é geral ou livre, neutro e independente; está sempre fazendo parte de um conjunto, está sempre supondo outros enunciados adjacentes.” (MACHADO, 2016, p. 40) Ou, colocado de outra forma, “um enunciado tem sempre margens povoadas de outros enunciados” (FOUCAULT, 2008 *apud* PERENCINI, 2015, p. 144).

Os enunciados são, dessa forma, *entidades* gregárias. Por isso, percorrer um enunciado acaba, sempre, implicando em, também, percorrer outro, e mais outro, e mais outro... Nó em uma rede!

Sigo no exercício de problematização da naturalidade com que o enunciado "*A matemática está em tudo*" circula e é aceito no campo educacional, de maneira geral. Assim, busco, no próximo Movimento, compreender como o campo filosófico abre "campos de dizibilidade" para esse enunciado.

Terceiro Movimento

Outro Movimento. Agora, o de procurar perceber como é possível a sustentação do enunciado "*A matemática está em tudo*" pelo discurso filosófico da matemática.

De antemão, lembremos que o "discurso não é uma simples superfície de inscrição de objetos instaurados a priori, mas sim um conjunto de regras que constituem as condições de aparecimento histórico de tais objetos." (MACHADO, 2016, p. 38). Isto é, que o discurso, conjunto de enunciados, não é simplesmente o lugar onde se manifestam as coisas 'que existem'; mas, pelo contrário, a instância onde se disputa, armazena e produz as coisas 'que existem'. E mais, que a 'existência' das coisas é sempre histórica, estando sempre sujeita a revisões.

Pois bem. Se recorro à filosofia é porque, como já acenei, entendo que perguntar como é possível que se diga que a matemática está em tudo implica perguntar o que é (ou o que deve ser) a matemática para que ela esteja em tudo. O que, inevitavelmente, me faz tropeçar em outros grandes dilemas filosóficos acerca da natureza do conhecimento matemático: é a matemática inventada ou descoberta? É a matemática real ou ideal? Concreta ou abstrata?

Seguindo esse fio é que pretendo, então, perceber como algumas filosofias da matemática respondem a essas questões e como, ao fazê-lo, vão dando corpo ao enunciado aqui em análise. Reforço, contudo, e mais uma vez, que com isso não busco dizer a verdade sobre a natureza do conhecimento matemático, mas sim, entender o que dizem [nesse caso, os discursos filosóficos] sobre tal natureza.

Importante frisar que "a matemática é fonte constante de questionamentos que transbordam seus limites e requerem um contexto propriamente filosófico para serem adequadamente tratados" (SILVA, 2007, p. 15). Daí, das questões que "não são problemas *de* matemática, mas *sobre* matemática" (Ibidem, p. 14, grifos do autor), que emergem as filosofias da matemática¹³. Devido a diversidade destas

¹³ É importante dizer que o campo de estudos, aqui referenciado por 'filosofias da matemática', é uma produção recente do pensamento ocidental: "Como uma disciplina filosófica com caráter próprio, ela é uma criação relativamente recente; seu aparecimento na cena filosófica remonta a fins do século XIX, aproximadamente, e deve muito à chamada "crise dos fundamentos". Essa "crise", caracterizada por um abalo de confiança nos alicerces da matemática - muito exagerados nos meios filosóficos -, se estendeu das últimas décadas do Oitocento até as primeiras do século XX, e foi desencadeada por uma série de paradoxos - alguns reais, outros aparentes - descobertos na teoria dos conjuntos e na lógica que pareciam pôr em questão a confiabilidade dos métodos matemáticos. [...] Mas mesmo antes da crise dos fundamentos - bem antes na verdade, desde pelo menos os antigos gregos - a

questões, das reflexões que suscitam [não só, mas também, *sobre matemática*], bem como, de suas eventuais *respostas*, parece ser segura a afirmação de que “são múltiplas as filosofias da matemática”¹⁴ (Ibidem, p. 17).

O que dizem os platonistas?

O platonismo desabrocha com Platão¹⁵ e se reelabora com outros pensadores. Platão (~429-347 a.E.C.¹⁶) divide a realidade em dois níveis: “um mundo transcendente perfeito e imutável - o mundo do ser, atemporal e eterno - e outro imperfeito e corruptível - imerso no tempo e no torvelinho da transformação incessante, este em que nós vivemos”. (SILVA, 2007, p. 38).

“Para Platão, o mundo real reflete imperfeitamente um mundo puro de entidades perfeitas, imutáveis e eternas - os conceitos matemáticos entre elas.” (Ibidem, p. 37) Desta forma, os objetos acessíveis aos sentidos têm apenas uma relação de *semelhança*, não de identidade, com os objetos matemáticos (Ibidem, p. 45). Estes últimos, justamente por residirem no reino puro das Ideias de Platão, “preexistem, portanto, à atividade matemática; à qual cabe apenas ‘ascender’ até eles e estudá-los” (Ibidem, p.42). Logo, um matemático “não pode inventar nada, pois tudo já existe. O que pode fazer é descobrir coisas” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 359).

Dois pontos centrais do pensamento *sobre matemática* de Platão, e de toda tradição platônica, são: os objetos matemáticos existem em um reino ideal e os objetos matemáticos pré-existem ao fazer matemático (a matemática é um conhecimento *a priori*). Vejamos como outros platonistas estruturam seu pensamento e como articulam estes pontos...

matemática frequentou a preocupação de inúmeros filósofos, ainda que a filosofia da matemática não tenha sido sempre vista como um corpo independente no contexto das disciplinas filosóficas. Mas, de qualquer modo, [...] a reflexão filosófica sobre a matemática aparece já em Platão, para nunca mais abandonar os domínios da filosofia.” (SILVA, 2007, p. 26-27)

¹⁴ E as matemáticas, são múltiplas? Este imbróglio me ocupa há algum tempo, tangencio-o no próximo Movimento. Por hora, basta indicar que o uso da palavra *matemática*, no singular, neste texto, dá-se nos rastros de Silva e Silveira (2013).

¹⁵ “Sobre o papel que Platão teria exercido como matemático, os estudiosos discordam, tendendo mais a considerá-lo um formador de jovens matemáticos do que um descobridor de novos métodos ou teorias.” (CORNELLI; COELHO, 2007, p. 421)

¹⁶ “Atualmente, tem-se usado ‘antes da Era Comum’ no lugar de ‘antes de Cristo’ com o fim de neutralizar conotações religiosas.” (ROQUE, 2012, n.p.)

Gottfried Leibniz (1646-1716), um herdeiro da tradição platonista, desenvolveu seus estudos em campos que hoje chamamos de matemática¹⁷, lógica e filosofia. Mas, não via seu trabalho como matemático independente de suas investigações filosóficas (Ibidem, p. 86). Até porque a “matemática é, para Leibniz, em suma, uma imensa coleção de tautologias” (Ibidem, p. 90). Sendo tautologia¹⁸ uma noção da lógica, explícito está que não se tratam de investidas isoladas em três áreas do conhecimento, mas de um projeto que extrapolou alguns dos limites hoje impostos a estas áreas.

Leibniz “acreditava na independência das noções matemáticas, e, como bom cristão, resolveu o problema do *locus* dessas entidades colocando-as, primeiramente, na mente de Deus, de onde migram pela graça divina, para as nossas” (Ibidem, p. 70-71). Segue daí, que o mundo ideal em que Leibniz aloca os objetos matemáticos é a ‘mente de Deus’. Leibniz relega também a Deus a responsabilidade por haver matemática na alma humana e no mundo.

Deus, por seu turno, não imprimiu a matemática apenas na alma humana, mas também na natureza. Por isso, apesar de sua idealidade abstrata, a matemática rege o mundo, ordenando-o e tornando-o inteligível. A Natureza obedece a inquebráveis leis matemáticas e princípios metafísicos, e esses nos dão um *insight* dos desígnios de Deus para este mundo. Há assim, uma comunhão entre nosso espírito e a natureza que a faz, em princípio, cognoscível. (Ibidem, p. 92, grifos do autor)

Assim sendo, para Leibniz há matemática não só nos homens, mas também na natureza. E, mais do que simplesmente existir matemática nas coisas, as coisas obedecem às ‘inquebráveis leis matemáticas’. Para ele, as ‘leis matemáticas’ são descobertas pelos homens, não inventadas por eles. Assim sendo, em Leibniz, a matemática pré-existe em tudo por vontade divina. Ainda, a matemática é um dos caminhos para compreender os desígnios de tal divindade para este mundo.

Dito isso, volto-me para o pensamento de Immanuel Kant (1724 - 1804), a “metafísica de Kant é uma continuação da herança platônica” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 370). Uma pergunta que ocupou tanto Leibniz quanto Kant foi: devem (ou não) as filosofias da matemática ditar como se faz (ou não) matemática? Diferente de Leibniz,

¹⁷ Leibniz tem sua impressão digital registrada em uma das mais fenomenais descobertas da matemática de sua época, o Cálculo Infinitesimal. “Newton e Leibniz o criaram simultânea e independentemente, apesar da amarga disputa de prioridade que os antepôs” (SILVA, 2007, p. 81).

¹⁸ Na lógica clássica, diz-se que uma proposição é uma tautologia, se esta proposição é sempre verdadeira independentemente das possíveis valorações de suas variáveis proposicionais. Por exemplo, assumindo-se a Lei do Terceiro excluído, a proposição (P ou não P) é uma tautologia.

Kant não busca na matemática a comprovação de idéias e métodos filosóficos, mas, inversamente, faz a partir da filosofia a crítica das práticas matemáticas. Enquanto Leibniz como o grande matemático criador e inovador que era, filosofava a partir da matemática, Kant tratava a matemática, que em nada ajudou a enriquecer, a partir de um projeto filosófico. (Ibidem, p. 87)

Kant achava que sim, que as filosofias da matemática devem ditar como se faz matemática. Leibniz, achava que não. Visto de outra perspectiva, para Kant a matemática deveria se adequar a postulados filosóficos. Para Leibniz, os postulados filosóficos *sobre* matemática é que deveriam se adequar a matemática.

Evidente, portanto, que Kant tecia suas reflexões a partir de um lugar outro àquele ocupado por Leibniz. Além disso, Kant discordava com um dos pontos centrais da filosofia da matemática de Leibniz. “O conhecimento matemático não é (acreditava Kant) uma imensa tautologia; ele não se constitui na mera explicação dos conhecimentos envolvidos nos enunciados matemáticos, como pensava Leibniz” (Ibidem, p. 94). Isso porque, Kant acreditava que a redução da matemática a um conjunto de tautologias seria o mesmo que reduzir a matemática a “trivialidades vazias de conteúdo, meros esclarecimentos de idéias, úteis talvez, mas desprovidas de ‘valor agregado’.” (Ibidem, p. 95).

A preocupação de Kant com a *utilidade* da matemática se justifica, uma vez que, uma das perguntas a partir das quais desenvolveu suas reflexões foi: “como é possível um conhecimento, útil na organização da experiência, mas que paradoxalmente, é independente dela?” (Ibidem, p. 94). Para responder tal pergunta, Kant apela para dois conceitos: o espaço e o tempo. A matemática aparece, no pensamento de Kant, como paradigma de tal conhecimento - útil à organização da experiência, mas independente dela.

O espaço e o tempo, para Kant, não são meros conceitos que admitiriam diferentes exemplos. Só há um espaço e só há um tempo. Toda experiência de tempo e de espaço insere-se no espaço e no tempo únicos e universais. Eles são moldes que revestem cada uma de nossas intuições empíricas. Mas, evidentemente, o espaço e o tempo, eles próprios, são passíveis de ser percebidos. Mas como os percebemos, também pelos sentidos? Isso parece estranho. Nós podemos tocar os objetos no espaço, mas não tocar o próprio espaço; nós ouvimos uma melodia no tempo, mas não o próprio tempo. (Ibidem, p. 99)

Então, como acessamos o espaço e o tempo?

Os sentidos sempre nos dão algo *no* espaço e *no* tempo, mas nunca o espaço e o tempo eles próprios. Isto é, o espaço e o tempo não são intuições sensíveis. Mas então que tipo de intuição são o espaço e o tempo eles próprios? A resposta de Kant é que eles são intuições puras, isto é, dados intuitivos, representações singulares, a que temos acesso independentemente dos sentidos externos. Kant pressupõe então uma

forma de sensibilidade pura, ou seja, não empírica, que nos permite intuir, isto é, perceber, o espaço e o tempo. (Ibidem, p. 99, grifos do autor)

Dessa forma, Kant assume que há uma *arquitetura* inerente e *a priori* ao espaço e ao tempo. *Arquitetura* esta que seria revelada, descoberta, evidenciada pela atividade matemática: a *arquitetura* do tempo pela aritmética e a *arquitetura* do espaço pela geometria. Para ele, nosso “conhecimento do tempo é sistematizado na aritmética, que se baseia na intuição da *sucessão*. Nosso conhecimento do espaço é sistematizado na geometria” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 370, grifos dos autores). Este é o motivo pelo qual, com Kant, pode-se dizer que a matemática é a ciência do espaço e do tempo.

Logo, o mundo ideal onde Kant coloca os objetos matemáticos, que para ele também existem *a priori*, é aquele onde residem o espaço e o tempo nas suas formas puras. Desta forma, a correlação entre a matemática e as experiências sensíveis, sua utilidade, dar-se-ia pelo vínculo das experiências empíricas ao espaço e ao tempo. Portanto, em Kant, o “mundo sensível é ‘matematizável’ simplesmente porque o são o espaço e o tempo, e esse mundo é, inapelavelmente, um mundo espaço-temporal” (SILVA, 2007, p. 99). Assim sendo,

As verdades da geometria e da aritmética se nos impõem pela maneira como funciona nossa mente. Isso explica por que são supostamente válidas para todos, independentemente da experiência. As intuições do tempo e do espaço, sobre as quais estão baseadas a aritmética e a geometria, são objetivas no sentido de que são universalmente válidas para todas as mentes humanas. (DAVIS; HERSH, 1985, p. 371)

Logo, em Kant, assim como em Leibniz, a matemática é uma imposição do mundo à experiência humana. Contudo, em Kant esta imposição não está ligada a uma vontade divina, mas, pelo contrário, está ligada a uma *arquitetura* inerente ao espaço e ao tempo, onde *acontece* a experiência humana. Para Kant, a experiência humana pode ser organizada pela matemática. Contudo esta não depende daquela, ou seja, o fazer matemático revela a arquitetura do espaço e tempo, não a constrói.

Gottlob Frege (1848-1925), outro platonista, centra seus esforços filosóficos em apenas uma área da matemática, a aritmética. Isso porque, concordava com Kant quanto à geometria (Ibidem, p. 130), contudo, “para Frege, a aritmética é redutível à lógica, ela nada mais é que pura lógica” (Ibidem, p. 126). Ou seja, Frege “procurou, no espírito de Leibniz, reduzir a aritmética à lógica” (Ibidem, p. 145).

Uma das diferenças do pensamento de Leibniz e de Frege é quanto à relação matemática-divino. Este, ao contrário daquele, procura reduzir a matemática

(aritmética) à lógica sem recorrer ao divino. Recorre, por outro lado, ao que chamou de princípio do contexto: “nunca pergunte pelo significado de um termo isoladamente, apenas em proposições os termos têm significado.” (Ibidem, p. 131)

Por exemplo, o trópico de Capricórnio. Essa linha imaginária tem até localização no espaço, mas nenhuma propriedade física, ela existe objetivamente, mas não é um objeto real. O trópico de Capricórnio só existe na verdade, e só podemos localizá-lo, no contexto de um sistemas de coordenadas e um conjunto de convenções de medida, a fora disso não podemos nem sequer nos referir a ele e a expressão “trópico de Capricórnio” não tem um sentido determinado. O mesmo se passa com os números. Só podemos nos referir a eles no contexto de uma teoria que fala deles, isto é, a aritmética. (Ibidem, p. 130-131)

Assim sendo,

Frege acreditava que os números são *objetos* que existem independentemente de nós. Embora existindo independentemente, e, portanto, objetivamente, os números não eram para ele objetos *reais* em nenhum sentido do termo. Isto é, não eram objetos físicos nem mentais. (Ibidem, p. 130)

Para ele, os números não são objetos reais, são, por outro lado, objetos lógicos. Objetos estes que existiriam “apenas em virtude da lógica, e tudo o que há para se saber sobre eles se pode obter *a priori* apenas com lógica.” (Ibidem, p. 131) Desta forma, o reino ideal onde Frege aloca os objetos matemáticos é a lógica.

Frege não conseguiu reduzir a aritmética à lógica. Uma série de empecilhos se impuseram ao desenvolvimento de seu programa, tal como o paradoxo de Russel que “demonstra que essa lógica [a lógica proposta por Frege] é inconsistente, isto é, ela demonstra asserções contraditórias, sendo assim tão boa quanto nada. Tirando a base, o programa logicista de Frege desmorona” (Ibidem. P. 133). Posteriormente, Bertrand Russel (1872-1970) tentou expandir o programa logicista para toda a matemática, igualmente, sem sucesso.

“O trabalho referente a este programa desempenhou um papel preponderante no desenvolvimento da lógica. Mas foi um fracasso em termos da sua intenção original” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 374). Lembremos, a intenção original do programa logicista era reduzir a matemática à lógica. “Assim, tornou-se insuportável propor que a matemática nada mais é do que lógica - que a matemática é uma grande tautologia” (Ibidem, p. 374).

Apresentei estas pequenas porções do pensamento *sobre* matemática de alguns platonistas na intenção de exemplificar *o que dizem os platonistas*. Como vimos, de diferentes formas, os platonistas dizem que a matemática pré-existe ao fazer matemático e, mais, pré-existe em um mundo ideal. Mundo ideal este que varia

de teoria para teoria: para Platão o mundo ideal é o mundo das Ideias; para Leibniz o mundo ideal é a mente de Deus; para Kant os mundos ideais são o espaço e o tempo; e para Frege o mundo ideal é a lógica. Também varia a forma como se acessam os objetos matemáticos. Cada um dos pensadores aqui abordados ataca o *problema do acesso* de uma perspectiva diferente.

Independentemente disso, ao passo em que cada teoria localiza a matemática em um mundo ideal, também explica como conversam matemática e mundo: Platão diz que “o mundo real reflete imperfeitamente um mundo puro de entidades perfeitas, imutáveis e eternas - os conceitos matemáticos entre elas” (SILVA, 2007, p. 37); Leibniz diz que a matemática se confunde com as leis divinas, com os desígnios de Deus para o mundo; Kant diz que a matemática revela a *arquitetura* do espaço e do tempo e por isso é útil à experiência humana; Frege diz que a matemática se confunde com a lógica, assim sendo, se tomarmos a lógica no seu “sentido filosófico de ‘regras de raciocínio correto’” (DAVIS; HERSH, 1985, p.374) teremos que a matemática é, senão, a manifestação de tais regras de raciocínio correto e daí sua utilidade.

De tudo isso, o que fica é que os platonistas localizam a matemática em um mundo ideal onde pré-existe, mas ao fazê-lo não rompem os laços entre a matemática e o mundo, do contrário, os mantém vivos e pulsantes. O que fazem é resguardar a matemática da eterna metamorfose que é o mundo empírico, de forma que o que acontece no mundo sensível não afeta a matemática. Assim a matemática está em tudo, pois há uma hierarquia entre mundos, ou seja, há sempre uma precedência do transcendental ao empírico. O que implica, de uma forma ou de outra, em uma precedência da matemática sobre as experiências sensíveis.

Assim, o que se diz ao dizer que a matemática está em tudo com os platonistas é que há uma precedência da matemática à experiência sensível, sendo a matemática a detentora, por direito, da verdade. É claro que cada vertente do platonismo acrescentará suas próprias vírgulas e seus próprios adendos a tal afirmação, o que importa, mas não aqui.

O que dizem os aristotélicos?

Aristóteles (~384-322 a.E.C.), em desacordo com o que pensava seu mestre, Platão, é “um empirista em ontologia, pois, para ele apenas os objetos dos sentidos

existem realmente, com um sentido pleno de existência” (Ibidem, p. 45, grifos do autor). O que acaba por localizar os objetos matemáticos como “aspectos de objetos e coleções de objetos reais, isto é, notas características desses objetos cuja existência depende da existência dos próprios objetos” (SILVA, 2007, p. 43, grifos do autor).

Para Aristóteles, “a matemática estuda objetos sob certos aspectos apenas, uma bola como uma esfera, um par de livros como dois. Ao fazer isso, dizemos, abstrairmos da bola a sua forma geométrica e da coleção de livros a sua forma aritmética.” (Ibidem, p. 45, grifos do autor) De toda forma, Aristóteles “não duvida que os objetos matemáticos existam, mas discorda que existam separadamente dos objetos reais” (Ibidem, p. 43).

Assim, a matemática não tem um domínio distinto de qualquer ciência empírica; como a física ela se ocupa dos objetos deste mundo. Elas diferem apenas no modo de tratá-los. A matemática considera-os exclusivamente do aspecto formal matemático, isto é, vê neles apenas sua forma geométrica ou aritmética. (Ibidem, p. 44).

Assim o que diz Aristóteles é que sim, os objetos matemáticos existem. Porém, diferente dos platonistas, Aristóteles não aloca os objetos matemáticos em um mundo ideal, mas aqui mesmo, no mundo sensível. Para ele, os objetos matemáticos são “aspectos de objetos e coleções de objetos reais” (Ibidem, p. 43). Ou seja, para ele “nós literalmente vemos os objetos matemáticos, grudados como uma pele aos objetos sensíveis” (Ibidem, p. 55, grifos do autor). Assim sendo, para Aristóteles, dado qualquer objeto, ou coleção de objetos, à análise, a conclusão da análise será sempre a mesma, há aí matemática, grudada como uma pele.

Logo, o enunciado *encaixa como uma luva* na filosofia da matemática de Aristóteles. Para ele, a matemática, literalmente, está em tudo. E mais, está tudo grudada como se fosse uma pele. Com Aristóteles, o que se diz quando se diz que a matemática está em tudo é que a matemática é algo que se obtém a partir de abstrações que têm como ponto de partida os objetos sensíveis.

O que dizem os construtivistas?

Primeiro, é preciso compreender o que significa construtivismo em filosofia da matemática.

Considerando a linguagem e os métodos caracteristicamente construtivos da matemática grega, o construtivismo remonta à antiguidade clássica. Mas como uma filosofia da matemática, em particular uma ontologia e uma

epistemologia, ele é muito moderno; Kepler foi talvez o primeiro a dizer explicitamente que uma figura geométrica não construída não existe. (SILVA, 2007, p. 143)

Portanto, existem indicativos de uma filosofia da matemática construtivista desde os 'gregos antigos'. Mas, o que seria uma filosofia da matemática construtivista? "Os construtivistas consideram matemática genuína somente o que pode ser obtido por uma construção finita." (DAVIS; HERSH, 1985, p. 361) Colocado de outra forma:

Os construtivistas em filosofia da matemática são anti-realistas quer em ontologia, quer em epistemologia, quer em ambos. Eles não acreditam que os objetos matemáticos existam "em si", independentemente de qualquer construção, ou que enunciados matemáticos sejam determinadamente verdadeiros ou falsos independentemente de qualquer verificação efetiva. Em poucas palavras, para o construtivista a existência ou a verdade depende da atividade matemática. Não se *descobrem* entidades ou verdades matemáticas, se as *criam*. (SILVA, 2007, p. 146-147, grifos do autor)

Ou seja, os filósofos da matemática de orientação construtivista são aqueles que condicionam a existência dos objetos matemáticos à sua construção e/ou a validade das proposições matemáticas à construtibilidade das mesmas. Observemos mais de perto uma das vertentes do construtivismo. "De todas as vertentes construtivistas, porém, a mais difundida é o *intuicionismo*" (Ibidem, p. 147, grifos do autor). O propositor do intuicionismo foi o matemático holandês Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966).

Brouwer punha em dúvida a existência de qualquer objeto matemático que não pudesse ser construído (ele preferia dizer edificado) na consciência a partir de vivências mentais muito específicas, e recusava-se a admitir qualquer noção de verdade matemática que dispensasse a verificação efetiva por meio de procedimentos de construção. A existência independente de objetos matemáticos e transcendência da verdade matemática são enfaticamente negadas por Brouwer. (Ibidem, p. 148)

Evidente, portanto, que em Brouwer, tem-se uma filosofia da matemática que objetiva, não só, 'assentar' o solo sobre o qual se constrói o 'edifício' matemático, mas também reformar tal 'edifício', descartando, sempre que necessário, as matemáticas que não estão de acordo com os seus princípios filosóficos.

Toda construção intuicionista será sempre um processo temporal finito. E já que nada pode existir nessa matemática que não tenha sido construído, isso restringe dramaticamente o que a matemática intuicionista admite como existente. Por exemplo, não existem para ela conjuntos infinitos, já que nenhuma totalidade atualmente infinita pode ser efetivamente construída numa sequência finita de momentos. Como a matemática existente usa e abusa de conjuntos infinitos, a matemática intuicionista de Brouwer retira toda a pretensão ao conhecimento daquelas partes dessa matemática - dita agora "clássica", por oposição à intuicionista - que dependem

essencialmente da teoria (clássica) de conjuntos e não podem ser construtivamente recuperadas. (Ibidem, p. 150)

Resta a pergunta: como e onde levar a cabo a construção dos objetos matemáticos?

os intuicionistas remetem a matemática à mente e às experiências mentais de um matemático ideal (também chamado de sujeito criador), supostamente livre das limitações da memória humana e da propensão demasiado humana ao erro, mas conserva ainda como traço distintivo a finitude intrínseca a todo homem real. O que caracteriza o sujeito criador da matemática intuicionista, o matemático ideal, é a sua incapacidade *essencial* (não meramente circunstancial ou acidental) de levar *a cabo* procedimentos infinitos. Mas toda uma gama de construções finitas está à sua disposição, e com elas, e apenas com elas, ele pode trazer os objetos matemáticos à existência e demonstrar a verdade sobre eles. Qualquer objeto que não possa ser desse modo apresentado à sua consciência simplesmente não existe. (Ibidem, p. 147-148, grifos do autor)

Assim sendo, para Brouwer só existem os objetos matemáticos que podem ser construídos por procedimentos finitos na mente do matemático ideal.¹⁹ Uma vez que os objetos matemáticos são construídos, eles não preexistem ao fazer matemático, logo, são criados, inventados.

Logo, o que dizem os construtivistas é que a matemática é uma invenção, uma criação. Assim sendo, os construtivistas estabelecem alguns princípios filosóficos, que, segundo eles, seriam capazes de ditar quais matemáticas seriam válidas ou não. O problema é que tal empreitada acaba descartando grandes partes da matemática 'clássica'. Matemática que mesmo não estando de acordo com os postulados construtivistas que esteve e ainda está em uso, como a teoria dos conjuntos *cantoriana*. E por estar em uso percebe-se sua importância, ou colocado de outra forma, como, mesmo sem seguir os preceitos construtivistas, algumas matemáticas seguem sendo *válidas*.

Assim, os construtivistas reduzem o que se entende por matemática. O que de princípio parece não dispor nenhum campo de dizibilidade para o enunciado em análise. Mas, é preciso levar em conta outro fator. A proposta construtivista, embora muito forte em alguns *guetos*, encontrou fortes opositores no grande debate das filosofias da matemática, principalmente o intuicionismo de Brouwer. Em poucas palavras, a *cena* filosófica (da matemática) nunca esteve realmente disposta a trocar matemáticas *úteis* por princípios filosóficos, os mais coerentes e *puros* que fossem. Penso então que é justamente aqui, na refutação das filosofias construtivistas, que

¹⁹ No pensamento de Brouwer, não são só os objetos matemáticos (não construtíveis) que não existem. "Para ele a única realidade é a sua consciência, o mundo e mesmo outras consciências existem apenas como representações dela". (SILVA, 2007, p. 148)

se abre um campo de dizibilidade para “a *matemática está em tudo*”. Ou seja, a matemática não pode ser construtivista porque aí estaria em grande parte descartada; mas como se pode aceitar descartar alguma parte da matemática se a matemática está em tudo?

O que dizem os formalistas?

David Hilbert (1862-1943) “foi um dos grandes da matemática. Seu nome aparece em destaque em praticamente todas as várias áreas da matemática pura e aplicada, incluindo os seus fundamentos.” (Ibidem, p. 183) Hilbert, horrorizado por investidas contra a matemática, como as de Brouwer, puxou para si a responsabilidade de ‘edificar’ a matemática sem abrir mão de nenhuma (parte da) matemática.

Contra uma concepção de existência matemática fundada na construção, Hilbert propunha uma concepção ‘idealista’ fundada na mera consistência. Para Hilbert, a simples consistência de uma noção ou teoria era suficiente para torná-la matematicamente aceitável. (Ibidem, p. 191)

A consistência de uma noção dar-se-ia pela ausência de contradições no sistema axiomático-dedutivo ao qual ela pertencesse. Ou seja, a proposta de Hilbert era recuperar o método matemático proposto por Euclides, em *Os elementos*, e generalizá-lo para toda a matemática.

O método axiomático-dedutivo²⁰ pretende, a partir de um sistema mínimo e supostamente completo de verdades, não demonstradas e/ou indemonstráveis, axiomas e postulados, demonstrar *verdades* matemáticas. Os registros mais antigos de tal método, que temos conhecimento hoje, encontram-se em *Os elementos* de Euclides.

Conforme Proclo, um comentador de *Os elementos* do século V d.C., Euclides coletou de forma sistemática e segundo um tipo modelar de ciência, a matemática produzida, por exemplo, por Eudoxo e Teeto. Mas, claro, Euclides não foi apenas um coletor. Coube-lhe também prover demonstrações rigorosas (para a época) em que lhes faziam falta e corrigir outras menos perfeitas. (Ibidem, p. 34)

Posteriormente, verificou-se que no sistema de Euclides faltavam pressupostos. Estes pressupostos haviam sido eclipsados, de forma não intencional,

²⁰ Em *Dos começos* (Primeiro Movimento), quando me refiro à ‘matemática do bacharelado’, me refiro ao método axiomático-dedutivo. É preciso que se diga que tal método também constitui a grade curricular da licenciatura, contudo opto por me referenciar a ele, naquele Movimento, como ‘matemática do bacharelado’ por ter sido aí, no bacharelado, onde fui introduzido a ele. De forma alguma se quer dizer que tal método não é parte integrante, ou não deve ser parte integrante, da formação de um licenciado em matemática.

pela intuição espacial. Logo, em *Os elementos* o bom funcionamento do método axiomático-dedutivo não depende somente dos pressupostos e das regras de inferências. Nesta obra, algumas demonstrações só podem ser levadas a cabo considerando algumas ilustrações e esquemas. Portanto, algumas demonstrações de *Os elementos* dependem dos sentidos, no caso a visão.

Hilbert propôs um método puramente axiomático-dedutivo, sem interferência dos sentidos. Além disso, Hilbert propôs um método não-interpretado:

A rigor podemos distinguir dois tipos de teorias axiomáticas. Aquelas cujas asserções têm um significado determinado e descrevem um domínio especificado de objetos, as chamadas *teorias interpretadas*, como a geometria de *Os elementos* de Euclides. E aquelas cujas asserções são destituídas de qualquer significado determinado e podem ser vistas simplesmente como uma sucessão de símbolos da linguagem em que a teoria é expressa. [...] Os axiomas dessas teorias podem ser entendidos como definições implícitas dos termos específicos da teoria em questão - isso significa apenas que não importa como interpretemos esses termos, eles só têm as propriedades que lhe são dadas pelos axiomas e suas consequências lógicas. As propriedades que os axiomas atribuem aos termos valem independentemente de qualquer interpretação *particular* que dermos a eles. Em geral, teorias não-interpretadas admitem diferentes interpretações, isto é, diferentes atribuições de significado aos termos da teoria de modo a tornar verdadeiros seus axiomas. (Ibidem, p. 184-185, grifos do autor)

Dessa forma, a matemática seria resumida a um *jogo simbólico formal*. Uma imensa calculadora capaz de processar 'mecanicamente' objetos vazios de significado, um "jogo sem sentido" (DAVIS; HERSH, 1985, p. 377).

A matemática consiste somente em axiomas, definições e teoremas - em outras palavras, fórmulas. Em uma visão extrema, existem regras por meio das quais se deduz uma fórmula da outra, mas as fórmulas não são sobre alguma coisa: são somente cadeias de símbolos. Naturalmente o formalismo sabe que, por vezes, as fórmulas matemáticas são aplicadas a problemas físicos. Quando é dada uma interpretação física a uma fórmula, ela adquire um significado, e pode ser verdadeira ou falsa. Mas esta verdade ou falsidade tem a ver com a própria interpretação física. Como uma fórmula puramente matemática, ela não tem significado nem uma verdade. (Ibidem, p. 360).

Logo, para o formalismo, os objetos matemáticos são entidades estéreis, puramente formais, sobre os quais o mundo e a experiência sensível nada dizem. Isso porque a verdade ou a falsidade de uma 'fórmula' matemática *no* mundo, diz sobre a validade da 'interpretação' utilizada para 'transpor' tal 'fórmula' ao mundo, essa verdade ou a falsidade nada diz sobre a 'fórmula' em si. A validade da 'fórmula' advém, tão somente, dos pressupostos e das regras de inferências de que emerge.

Assim sendo, para os formalistas, a matemática não é um domínio pré-dado, mas tão somente um conjunto de axiomas, definições e teoremas. A matemática é,

para eles, um jogo, que precisa e deve ser consistente. É, portanto, uma invenção, uma criação do fazer matemático.

Do ponto de vista formalista, não começamos a realmente fazer matemática antes de enunciar algumas hipóteses e começar uma demonstração. Após termos chegado à nossas conclusões, a matemática acabou. Qualquer outra coisa que tenhamos que dizer sobre ela é, em certo sentido, supérfluo. (Ibidem, p. 383)

A rigor, a questão da qual se ocupam os formalistas não é se existem os objetos matemáticos, ou se são inventados ou descobertos, mas o que, uma noção ou teoria, precisa ter para ser matematicamente aceitável.²¹

Assim, o que dizem os formalistas é que a matemática dá-se entre as hipóteses e as conclusões e, mais, é um processo 'mecânico' regido pelas regras de inferência. Para os formalistas a matemática nada diz do mundo, ela é só forma isso porque, tudo “o que podemos dizer em matemática é que o teorema segue logicamente dos axiomas.” (Ibidem, p. 381)

Logo, parece que o formalismo não dá corpo ao enunciado. Mas de novo não penso que seja o caso, vejamos porque: o formalismo é um pólo contrário ao intuicionismo, lembremos que enquanto Brouwer queria descartar matemáticas às custas de princípios filosóficos, Hilbert queria *salvar* matemáticas por meio de princípios filosóficos. Assim, o refúgio que os horrorizados com as ideias de Brouwer encontraram foi o formalismo de Hilbert. Logo, embora o formalismo reduza suas postulações filosóficas ao que deve ter uma teoria para que ela seja matematicamente aceitável, subjaz a tal tentativa de salvar matemáticas, a crença de que a matemática está em tudo. Ou, colocado de outra forma:

A maior parte dos escritores sobre o assunto parece concordar que o matemático praticante típico é um platonista nos dias da semana e um formalista nos domingos. Isto é, quando está fazendo matemática ele está convencido de que está lidando com uma realidade objetiva cujas propriedades está tentando determinar. Mas, quando desafiado a prestar

²¹ “Não se pode concluir disso que Hilbert de fato acreditasse que a matemática formal fosse apenas um jogo simbólico. Tudo leva a crer que considerá-la assim tenha sido para ele apenas uma estratégia com o fim precípuo de demonstrar sua consistência. Dificilmente Hilbert acataria a tese filosófica de que teorias simbólico-formais são apenas jogo sem sentido. Em primeiro lugar, porque tal tese retiraria da matemática que subjaz aos sistemas formais - e a partir dos quais eles são obtidos por formalização - qualquer pretensão de conhecimento, contra a crença profunda de Hilbert na relevância da matemática no sistema geral do conhecimento humano, que se explicita, por exemplo, na íntima comunhão da matemática com a física. Como um simples jogo simbólico - não muito diferente do jogo de xadrez - pode contribuir para o conhecimento da natureza? Tudo indica que Hilbert não acatava a tese formalista forte: a matemática é apenas um jogo simbólico. Seu programa visava garantir segurança, não verdade, que não obstante ao que tudo indica, ele acreditava pertencer por direito à matemática, dada sua relevância para o estudo da natureza.” (SILVA, 2007, p. 196)

contas filosóficas desta realidade, acha mais fácil fingir que não acredita realmente nela. (Ibidem, p. 362)

Assim, o campo de dizibilidade para o enunciado que abrem os formalistas está mais relacionado a um lugar *seguro* de onde pode-se enunciá-lo, enunciá-lo contra os construtivistas, por exemplo, do que a uma *nova* forma de dizer que a matemática está em tudo. O que se diz ao se dizer que a matemática está em tudo com os formalistas é muito parecido com aquilo que se diz com os platonistas, que a matemática é independente da experiência sensível, mas que, contraditoriamente, a experiência sensível pode ser organizada pela matemática.

O que dizem os adeptos da etnomatemática?

Por fim, volto-me para o fio da etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021). Nas palavras do próprio:

A matemática, como o conhecimento em geral, é resposta às pulsões de sobrevivência e de transcendência, que sintetizam a questão existencial da espécie humana. A espécie cria teorias e práticas que resolvem a questão existencial. Essas teorias e práticas são as bases de elaboração de conhecimento e decisões de comportamento, a partir de representações da realidade. As representações respondem à percepção de espaço e tempo. A virtualidade dessas representações, que se manifesta na elaboração de modelos, distingue a espécie humana das demais espécies animais. (D'AMBRÓSIO, 2013, n.p.)

Assim sendo, a matemática é uma criação humana motivada por pulsões de sobrevivência e de transcendência. É uma forma de representar a realidade, capaz de embasar outros conhecimentos, bem como auxiliar na decisão de comportamentos. Isso porque:

Dentre as distintas maneiras de fazer e de saber, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar. Falamos então de um saber/fazer matemático na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto. Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatores naturais e sociais. O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. (D'AMBRÓSIO, 2013, n.p.)

Portanto, para D'Ambrósio a matemática não é uma grande coleção de tautologias; também não é aquilo que pode ser construído a partir de um conjunto muito específico de operações mentais finitas; muito menos, aquilo que ocorre entre as hipóteses e as conclusões; mas, a coleção de todos aqueles saberes e fazeres

culturais que privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e avaliar. Ou, em outras palavras:

Entendo matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (D'AMBRÓSIO, 2013, n.p.)

Logo, para a etnomatemática se faz matemática ao conferir ou dar o troco, ao pintar uma obra de arte (cubista), ao porcionar um alimento, ao contar os pontos de um time de futebol em um campeonato, ao planejar as contas do mês, ao prever o tempo para percorrer a distância entre dois pontos de ônibus, ao planejar a disposição de móveis em uma sala,... Ou seja, a proposta filosófica de D'Ambrósio é ampliar os domínios da matemática - usualmente restrita à campos como a aritmética, álgebra, geometria, topologia, análise,...

Tal ampliação poderia acabar por subtrair da matemática aspectos caros ao fazer matemático *tradicional*, como a abstração e a rigorosidade, o que seria um problema. Contudo, a proposta de D'Ambrósio não é simplesmente ampliar os domínios da matemática, mas ampliá-los e simultaneamente fragmentar a matemática em matemáticas. Desta forma restringir-se-ia a abstração e o idealismo da matemática a algumas matemáticas, como por exemplo, a matemática escolar e a matemática acadêmica. Contudo, estas não seriam as únicas matemáticas possíveis.

A partir da perspectiva etnomatemática seriam possíveis tantas matemáticas quanto saberes e fazeres passíveis de matematização. Admite-se, portanto, outras matemáticas: a matemática do cotidiano, a matemática indígena, a matemática dos sapateiros, a matemática dos pedreiros, a matemática dos pescadores, dos marceneiros, dos cozinheiros, dos agricultores, dos músicos etc. Cada qual com suas próprias regras. Todas igualmente válidas.

Assim, o que diz a etnomatemática de D'Ambrósio é que a matemática é um produto da cultura, não de uma cultura específica, mas, pelo contrário, algo que atravessa as mais diversas culturas. Isso porque a matemática, para ele, se ocupa de alguns fazeres próprios da experiência humana, tal como comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e avaliar.

Logo, D'Ambrósio, abre um novo campo de dizibilidade para o enunciado em análise, para ele, os *saberes e fazeres* culturais que privilegiam comparar,

classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e avaliar são matemática. Desta forma com D'Ambrósio pode-se dizer que a matemática está em tudo porque a todo instante, os indivíduos estão usando instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura e ao fazê-lo estão fazendo, de uma forma ou de outra, matemática.

Claro, que essa(s) matemática(s) que se faz a todo instante não é (são) obrigatoriamente a matemática reconhecida pelos formalistas, intuicionistas, empiristas ou platonistas. Lembremos que o que D'Ambrósio entende por matemática é muito amplo. Amplo a ponto de incluir fazeres cotidianos e/ou culturais *triviais*, até então alocados às margens do fazer matemático como dar o troco, empilhar caixas, desenhar estrelas, dar métrica a um poema etc.

Desse percurso pelas filosofias da matemática é possível ensaiar alguns entrelaçamentos *sobre o que se diz sobre matemática* cá, nas filosofias, e acolá, nos excertos analisados no Movimento anterior.

O Homem que calculava, por exemplo, parece conversar abertamente com o platonismo: “Os números governam o mundo!” (TAHAN, 2013, p. 75), e, por vezes, chega a esbarrar em um empirismo: “A Geometria existe por toda parte. Procure observar as formas regulares e perfeitas que muitos corpos apresentam. As flores, as folhas e incontáveis animais revelam simetrias admiráveis que nos deslumbram o espírito.” (TAHAN, 2013, p. 47).

Dos livros didáticos analisados, os assinados por Dante e por Bianchini remetem à algo que fica em algum lugar entre o meio do entre o platonismo e o empirismo: “Ela [a matemática] está presente em todos os lugares e em todas as situações de seu cotidiano” (DANTE, 2018, p.3) e “a Matemática faz parte do nosso dia a dia” (BIANCHINI, 2018, p. 3). Já o livro assinado por Pataro e Balestri parece estar em diálogo com a etnomatemática: “Conferir o troco em uma compra, observar uma obra de arte, planejar um passeio e preparar uma receita são alguns exemplos de situações em que a Matemática é utilizada como ferramenta indispensável.” (2018, p.3)

Cabe pontuar, inclusive, que a versão consultada dos livros didáticos analisados foi o “Manual do Professor”. Tal versão apresenta, além do “Livro do

estudante”, entre outras coisas, recomendações para o docente. Todos os livros analisados apresentam como recomendação de leitura ao docente obras de D’Ambrósio: *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*²² e *Educação matemática: da teoria à prática*²³.

Freire, por sua vez, dialoga (literalmente) com D’Ambrósio. Sua fala é atravessada por alguns dos preceitos da etnomatemática: “Quando a gente olha o relógio, por exemplo, a gente já estabelece a quantidade de minutos [...] Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematicizados.” (D’AMBROSIO, 2021, p. XIV-XV, grifos meus)

Já o IDM diz que: a matemática é utilizada; a matemática permite compreender; a matemática ajuda na elaboração; etc. Ou seja, não coloca a matemática como algo que está nas coisas, ou que é construído de alguma forma, mas como algo que é utilizado, que permite compreender e ajuda a elaborar. O que, no meu entender, parece transitar entre uma espécie de platonismo "atenuado" e uma concepção formalista da matemática.

O que também parece ser o caso da SNCT e da SEPEX quando afirmam que: “A Matemática está presente na aviação e até mesmo fora da Terra, para medir a distância entre os planetas, suas diferentes gravidades e até para, quem sabe, descobrir se há vida fora daqui”, ou, ainda: “Pode parecer exagero, mas não é: o “zero” é umas das maiores e mais importantes invenções da mente humana!”. Mas percebo também, por vezes, traços de uma aproximação com a etnomatemática, quando se diz, por exemplo, que: “A Matemática está presente na nossa economia doméstica. Ao fazer compras, como calcular troco? Ao pagar contas, como calcular os juros?”.

Disso tudo, penso ter sido possível perceber, enfim, como o discurso filosófico abre campos de dizibilidade para o enunciado “*a matemática está em tudo*”.

Agora, ao último Movimento...

²² “Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Ubiratan D’Ambrósio. Belo Horizonte. Autêntica, 2001.” (BIANCHINI, 2018, p. XXII)

²³ “D’AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papyrus, 2005” (PATARO; BALESTRI, 2018, p. XLVII)

Quarto Movimento

*Palavras apenas
Palavras pequenas
Palavras, momento
Palavras, palavras
Palavras, palavras
Palavras ao vento*

*Palavras ao vento
Cássia Eller*

Não pense, mas olhe²⁴

Para os platonistas os objetos matemáticos residem em um reino ideal onde estão seguros, existindo em toda sua verdade. Ao fazer matemático cabe acessá-los pela razão e compreender, por exemplo, que *a soma dos ângulos internos de um triângulo será sempre igual a 180°*. Tal proposição, quanto à soma dos ângulos internos de um triângulo, é uma verdade *a priori*, não pode ser verificada pela empiria.

Para os aristotélicos os objetos matemáticos estão, como uma pele, grudados aos objetos sensíveis. Desta forma, cabe à atividade matemática observar os objetos triangulares, por exemplo, e deles abstrair o triângulo. O triângulo também existe *a priori*; existe, contudo, como um parasita dos objetos triangulares sensíveis. É da análise dos triângulos e dos objetos triangulares que concluir-se-á que *a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°*.

Para os intuicionistas os objetos e as proposições matemáticas são o resultado de algumas operações mentais pré-determinadas. Logo, para os intuicionistas os objetos matemáticos são objetos mentais. Desta forma, cabe à atividade matemática, seguir algoritmicamente as operações mentais pré-determinadas e verificar, por exemplo, se é possível construtivamente concluir que *a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°*. Caso tal procedimento seja bem sucedido, fica assim provado que *a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°*. Caso falhe, está aí a prova de que tal proposição não é uma verdade sobre os ângulos internos de um triângulo.

²⁴ Em alusão ao aforismo 66 de as *Investigações Filosóficas*: “não pense, mas olhe!” (WITTGENSTEIN, 1996 *apud* GOTTSCHALK, 2018, p. 114)

Para os formalistas, há de se estabelecer hipóteses, uma vez que os objetos matemáticos são objetos ideais. Para eles, o fazer matemático acontece entre as hipóteses e as conclusões. Estabelecidas as hipóteses, por exemplo, os axiomas da Geometria Euclidiana, poderá derivar-se, pelas regras de inferência, uma vasta gama de conclusões. Entre elas, que *a soma dos ângulos internos de um triângulo será sempre igual a 180°*, tal afirmação será verdadeira se puder ser obtida a partir da hipóteses seguindo rigorosamente as regras de inferência. Novas hipóteses, como os axiomas da Geometria Hiperbólica, resultam em *novas* conclusões.²⁵

Para os adeptos da etnomatemática, as matemáticas são um produto da cultura, são práticas que residem no território das culturas. São possíveis tantas matemáticas quantos fazeres culturais passíveis de *matematização*. Justamente por serem múltiplos os fazeres culturais, é possível que, em algumas matemáticas, não figure o conceito de triângulo (ou ângulo, ou grau), tal como posto pela matemática acadêmica. Aí, nessas matemáticas, a validade de qualquer afirmação decorre de processos próprios da prática cultural onde figura, não havendo uma subordinação de uma matemática à outra, já que constituem domínios distintos.

De tudo isso, observe que em todas estas vertentes do pensamento matemático “*a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°*” é uma expressão da linguagem que aponta para algo. Algo que ora está em um mundo ideal; algo que ora está no mundo sensível; algo que ora está em potência na mente do sujeito; algo que ora é concluído de hipóteses por meio de regras de inferência; algo que ora está latente na cultura. Ou seja, é como se a atividade matemática se referisse sempre a algo existente “no sujeito ou no mundo externo, e que passa a ser expresso linguisticamente, onde a linguagem matemática teria uma função meramente descritiva ou comunicativa. Suas proposições teriam a função de descrever uma realidade externa a elas” (GOTTSCHALK, 2014, p. 74).

Com isso, quer-se destacar o fato de que em todas estas vertentes do pensamento ocidental a linguagem é vista como um *meio* através do qual se comunicam as coisas ‘que existem’. A existência das coisas é sempre disputada no ‘para além’ da linguagem, em outros domínios que não o da linguagem. Ou seja, descoberta ou inventada, existe uma realidade (matemática) que pode ser comunicada pela linguagem. E que, nesse processo de comunicação, nada

²⁵ No caso da Geometria Hiperbólica, a conclusão será de que a soma dos ângulos internos de um triângulo será sempre menor que 180°.

acontece, nada se produz, nada se perde, nada se constrói, nada se destrói. Em poucas palavras, segundo este ponto de vista, o que se faz na e com linguagem é tão somente comunicar verdades, fatos, mentiras, leis, fórmulas que residem em domínios outros daqueles da linguagem.

Afinal, como vimos, em todas essas tentativas de explicar o conhecimento matemático, os fundamentos (últimos) da atividade matemática são alocados em reinos ideais, sensíveis, mentais ou culturais:

Assim, embora diverjam entre si quanto ao lócus natural dos fundamentos últimos da atividade matemática, comungam a crença de que a nossa linguagem teria uma função essencialmente comunicativa e descritiva dos significados que atribuímos às nossas experiências em geral. Metaforicamente, é como se a linguagem apenas revestisse de palavras esses significados, tendo a função exclusiva de “etiquetar” os objetos, nomeando-os. (GOTTSCHALK, 2008, p. 77)

Isto é, todas estas concepções admitem que o uso que fazemos das palavras se limita a descrever e comunicar fatos do mundo. Todas estas concepções admitem, por exemplo, de uma forma ou de outra, que “*a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°*” indica algo fora da linguagem.

O convite do Segundo Wittgenstein, como ficou conhecida a fase madura de Ludwig Wittgenstein, é abandonar tal *concepção referencial da linguagem*. “Nessa concepção de linguagem, dizer algo é equivalente a descrever algo. Deste modo, deveria haver uma correspondência ‘um para um’ entre os elementos de uma proposição e aqueles da situação que a proposição descreve” (SILVA; SILVEIRA, 2013, p. 126). Na concepção referencial da linguagem, as proposições só têm sentido se descrevem algo; do contrário, caso não ‘apontem’ para nada, as proposições seriam termos sem referência e, portanto, sem sentido. Isso, claro, porque a linguagem, nesta concepção, é somente um meio através do qual se comunicam as coisas que ‘existem’ (ou não).

Dessa forma, a *concepção referencial da linguagem* reduz os usos da linguagem a dois: descrever e comunicar. Entretanto, Wittgenstein argumenta que estes não são os únicos usos que fazemos da linguagem. “Há inúmeras possibilidades de atividades nas quais empregamos a linguagem. Podemos usá-la para comandar, descrever, relatar, conjecturar, contar histórias, representar teatro, ler, contar piadas, cantar, pedir, agradecer, maldizer, saudar, orar etc.” (SILVA; SILVEIRA, 2013, p. 127).

*Eu ando pelo mundo
Prestando atenção em cores
Que eu não sei o nome
Cores de Almodóvar
Cores de Frida Kahlo
Cores!
[...]
Pela janela do quarto
Pela janela do carro
Pela tela, pela janela
Quem é ela? Quem é ela?
Eu vejo tudo enquadrado
Remoto controle

Esquadros
Adriana Calcanhoto*

A matemática, um jogo de linguagem

A partir de uma concepção *wittgensteiniana* da linguagem, os significados se constroem no seio da linguagem [nos *jogos de linguagem*] e os diferentes usos de uma palavra constituem “uma complicada rede de semelhanças se sobrepondo e se entrecruzando, semelhanças em grande e em pequena escala” (GOTTSCHALK, 2020, p. 19), semelhanças tais como aquelas apresentadas por membros de uma mesma família [*semelhanças de família*]. Usos estes que seriam, segundo Wittgenstein, regidos pela “gramática dos usos da nossa linguagem. Entretanto, não utilizará o termo ‘gramática’ em seu sentido usual, mas o fará para designar as regras constitutivas da linguagem e também a sua organização, ou seja, sua ‘gramática profunda’.” (GOTTSCHALK, 2014, p. 75)

Desta forma, as palavras adquirem seus significados apenas na linguagem, no uso. Os diferentes usos de uma palavra são aparentados entre si. Além disso, os usos de uma palavra constituem regras que determinam como tal palavra deve ser utilizada.

Por exemplo, vejamos como utilizamos a palavra “igual” em nossas expressões lingüísticas. Quando observo duas pessoas caminhando juntas e digo: “O tamanho deles é igual!” estou utilizando esta palavra do mesmo modo de quando digo “ $2 + 2 = 4$ ”?

No primeiro caso estou utilizando a palavra “igual” no sentido descritivo, estou descrevendo uma situação empírica, enquanto que no segundo caso o que estou dizendo é que dois mais dois deve ser igual a quatro, ou seja, estou utilizando esta palavra no sentido normativo. Em outras palavras, “igual” pode descrever algum fato, como o tamanho de duas pessoas, e, em

outro contexto lingüístico como o da matemática, já tem outro uso, a saber, como regra a ser seguida. (GOTTSCHALK, 2014, p. 76)

Logo, a palavra “igual” admite diferentes usos em em diferentes contextos, em diferentes *jogos de linguagem*. Usos parecidos, pois partilham *semelhanças de família*, mas usos distintos, não exatamente os mesmos.

Por exemplo, ao ouvir a palavra “igual”, podemos entendê-la no sentido de mesmo tamanho (se estivermos comparando fisicamente duas pessoas) ou como uma das normas da matemática. Associamos as palavras a técnicas diferentes, dependendo do contexto em que nos encontramos (Ibidem, p. 77)

Wittgenstein acaba por dividir as funções das proposições lingüísticas em duas: função descritiva e função normativa. As proposições descritivas seriam aquelas passíveis a algum tipo de verificação (“O tamanho deles é igual”) e as proposições normativas seriam aquelas que “podem ser vistas como regras a serem seguidas, são nossas certezas, nossas convicções, embora nem sempre explicitadas, e que formam a nossa imagem de mundo” (GOTTSCHALK, 2007, p. 469).

Assim, a proposição normativa “ $2 + 2 = 4$ ”

Permite-nos dizer que “se Maria escreveu e-mails para dois de seus amigos e no dia seguinte para outros dois, pelo menos quatro pessoas foram contatadas”. Mesmo que, devido a um eventual problema da rede, uma dessas pessoas não tenha recebido o e-mail, este fato não invalida a proposição matemática de que dois mais dois é igual a quatro! (GOTTSCHALK, 2008, p. 79)

Ou seja, “ $2 + 2 = 4$ ” é uma regra que nos permite passar de dois conjuntos de duas coisas para outro conjunto, de quatro coisas. No caso de Maria, passamos de dois e-mails escritos em um dia e outros dois e-mails escritos em outro dia para quatro e-mails e, conseqüentemente, a quatro pessoas contatadas ao longo de dois dias. Existem, é claro, situações onde dois mais dois não são quatro, como no caso de um dos e-mails de Maria não chegar a seu remetente. Mas isto não implica em “ $2 + 2 = 3$ ”, implica, tão somente, que aquilo que a regra nos condicionou a esperar não é de fato o que aconteceu. É isso que são as proposições normativas, são regras que condicionam o que se espera (ou não) de determinadas situações. Regras que, independentemente do que aconteça empiricamente, seguem sendo válidas.

Na literatura *wittgensteiniana*, proposições normativas são proposições gramaticais e paradigmáticas. O ‘gramatical’ indica a ligação íntima que há entre as proposições normativas e a ‘gramática profunda’ dos jogos de linguagem. Tão íntima

que seriam elas mesmas, as proposições gramaticais (normativas ou paradigmáticas) a gramática dos jogos de linguagem. O 'paradigmático' indica, entre outras coisas, o que já foi apresentado, que as proposições paradigmáticas (normativas ou gramaticais) estabelecem regras que condicionam o que se espera, paradigmas. “Por exemplo, a proposição ‘só eu mesmo posso saber se sinto uma dor’ é uma proposição gramatical, pois não posso me representar o contrário disso. Da mesma forma, a proposição ‘toda mesa tem um comprimento’” (GOTTSCHALK, 2014, p. 78).

Uma proposição é gramatical porque a usamos normativamente. Não podemos pensar o contrário do que ela exprime. Neste sentido, todas as proposições da matemática são de natureza gramatical. Dizemos “dois mais dois deve ser igual a quatro”, ou que, “a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°”, pois não podemos imaginar outros resultados. São regras a serem seguidas, daí o caráter apriorístico da matemática. (Ibidem, p. 78)

Cabe ressaltar que o *uso* é um conceito que atravessa transversalmente o pensamento da segunda fase de Wittgenstein. São, por exemplo, os usos de uma palavra que constituem suas significações possíveis. É através do uso que se constata as semelhanças de família entre diferentes palavras ou proposições. É também no uso que uma proposição se configura ora como normativa, ora como descritiva.

A proposição “ $2 + 2 = 4$ ” pode tanto ter uso descritivo como normativo. Enquanto para uma criança “ $2 + 2 = 4$ ” pode representar que seus dois dedos mais dois dedos dão quatro dedos de suas mãos, para um matemático este mesmo enunciado tem outro significado, visto dentro de outro contexto lingüístico como, por exemplo, o da teoria dos números. (Ibidem, p. 80)

Disso, cabe ressaltar que as proposições matemáticas, para Wittgenstein, são sempre normativas. Outro exemplo de como as proposições normativas transitam pelos territórios da matemática:

Vejamos como isto ocorre em uma aula de matemática. Os objetos da matemática não têm propriedades a serem descritas como ocorre com os objetos de natureza empírica. Por exemplo, ao ensinar o conceito de triângulo recorremos a diversas formas triangulares como meios de apresentação para a formação desse conceito, as quais servem como regras para a utilização da palavra triângulo. Uma vez formado esse conceito, este prescinde da existência de formas triangulares para que tenha significado e possa ser aplicado. Nesse sentido, a definição da palavra triângulo – “um polígono fechado de três lados” – é gramatical. Dizer que o triângulo tem três lados não é uma descrição de triângulo – essa proposição define o que é um triângulo. Estabelece-se uma conexão interna entre conceitos. A palavra “triângulo” não se refere a algum ente ideal em um céu platônico, a definição deste símbolo é apenas uma regra para o seu uso. Assim, compreender uma palavra como “triângulo” é saber seguir a regra de utilização dessa palavra, e não a apreensão do que é triângulo. É

neste sentido que as definições têm um uso gramatical, e não descritivo. (Ibidem, p. 77-78)

Desta forma, o que fazem as proposições da matemática é propiciar a sedimentação de fragmentos do empírico (a imagem ou o som da proposição 'triângulo - um polígono fechado de três lados') em conceitos, regras, paradigmas, normas que passam a ter uma função transcendental. As proposições da matemática, portanto, não descrevem *nada*, mas fornecem a gramática que nos permite, aí sim, passar a proposições descritivas:

É nesse sentido que fragmentos do empírico passam a ter uma função transcendental, tornam-se regras para o uso das palavras e passam a organizar assim a nossa experiência, tanto externa como interna. Em outros termos, gestos ostensivos, tabelas, amostras de objetos empíricos e outros recortes do empírico são utilizados como meios de apresentação de objetos associados a palavras e, nesse sentido, passam a fazer parte da linguagem. Deixam de ser elementos meramente empíricos e tornam-se instrumentos lingüísticos. (GOTTSCHALK, 2007, p. 466)

Assim, as proposições da matemática “se situam entre o transcendental e o empírico, ou seja, não são entes transcendentais totalmente desvinculados de nosso mundo empírico, mas tampouco são descritivas desse mundo como as proposições empíricas” (GOTTSCHALK, 2004, p. 332). Além disso, “são vistas por Wittgenstein como regras de como proceder” (GOTTSCHALK, 2008, p. 81). Isto é, “as proposições matemáticas permitem ou proíbem certas inferências, somos autorizados por elas a passar de uma proposição empírica para outra” (Ibidem, p. 80). Isso porque as “regras não têm, elas próprias, algum significado, são apenas condições de significado. Têm a função de paradigmas, modelos que seguimos para dar sentido à nossa experiência empírica” (Ibidem, p. 81).

Segundo Wittgenstein, a “matemática forma conceitos. E os conceitos servem para compreender” (1987 *apud* GOTTSCHALK, 2008, p. 82). Os conceitos matemáticos são, portanto, instrumentos lingüísticos. Instrumentos nativos da linguagem, do entre o transcendental e o empírico. Logo, com Wittgenstein, não há a necessidade de “postular uma realidade matemática, por mais atenuada que ela seja, para assegurar os significados dos objetos matemáticos” (GOTTSCHALK, 2004, p. 331). Dessa forma, não precisamos recorrer a entidades metafísicas, ou de qualquer outra ordem, para explicar como é possível que se diga que a matemática está em tudo. Basta olhar para a linguagem.

E aí, na linguagem, no seu uso, ver que as proposições matemáticas são normativas, condição de significado para as proposições empíricas. Então, com

Wittgenstein, “a matemática seria apenas um dos jogos de linguagem que fazem parte das nossas formas de vida” (GOTTSCHALK, 2008, p.81). E, com ele, pode-se dizer que a matemática está em tudo porque ela está arraigada em nossos processos linguísticos, estruturando-os. Mais ainda, por assim estar, por assim ser, condiciona nossas experiências empíricas. Perde-se assim a necessidade de buscar “uma realidade ontológica (extralinguística) – uma essência – que dê sentido aos objetos e às proposições matemáticas.” (FLORES; MACHADO; WAGNER, 2018, p. 137)

E as essências? Bom, pouco importam. Se existirem estão no para além da linguagem e portanto ocultas. Como de praxe, as coisas ocultas deixo para os ocultistas. A mim, basta a crença de que “a gramática diz que espécie de objeto uma coisa é” (WITTGENSTEIN, 2014 *apud* FLORES; MACHADO; WAGNER, 2018, p. 137).

*Meu amor
Tudo em volta está deserto
Tudo certo
Tudo certo como
Dois e dois são cinco
Meu amor! Meu amor! Meu amor
Tudo em volta está deserto
Tudo certo
Tudo certo como
Dois e dois são cinco*

*Como Dois e Dois
Roberto Carlos*

A matemática está em tudo

Este texto debruçou-se sobre um enunciado, “*a matemática está em tudo*”. No Primeiro Movimento, apresentei a problemática que me coloca a pensar tal enunciado. No Segundo, apresentei o enunciado e alguns dos elementos que compõem a rede discursiva na qual figura. No Terceiro, apresentei como se pode dizer que “*a matemática está em tudo*”.

Aqui, no Quarto Movimento, apresentei fragmentos do que seria uma concepção *wittgensteiniana* da linguagem, bem como algumas de suas implicações para a matemática. O convite do Segundo Wittgenstein é que abandonemos uma concepção referencial da linguagem que sustenta a visão de que os objetos matemáticos carecem de essência. Alternativamente, o filósofo austriaco propõe que a matemática seja um jogo de linguagem normativo²⁶, que dispõe regras, paradigmas, gramáticas através das quais podemos processar a nossa experiência. Para ele, as regras em si não tem significado, são apenas uma condição para o significado.

Assim sendo, as regras matemáticas são algumas das regras através das quais significamos nossa experiência. São, por exemplo, as regras matemáticas que nos permitem dizer que 30°C é mais quente que 22°C. São elas que instituem algoritmos que nos permitem dar o troco no mercado. São elas que nos ajudam a *azulejar* a parede do banheiro sem deixar nenhum *espacinho*. São elas que dão a estrutura das receitas culinárias. São inclusive elas que permitem que Roberto Carlos, em *Como Dois e Dois*, comunique o seu estado de espírito.

Desta forma, este Movimento apresentou *outra forma* de como é possível que se diga que a matemática está em tudo. Ou seja, este Movimento convida o leitor a deslocar seu olhar em relação ao Segundo Movimento. A partir de uma concepção *wittgensteiniana* da linguagem, pode-se dizer que os excertos lá apresentados estão salpicados de proposições descritivas que só podem ser ditas, tal qual o são, a partir das proposições normativas da matemática. Uma forma que, diferente das apresentadas no Terceiro Movimento, assume uma interrogação da linguagem, com Machado (2016), não na direção que ela remete, mas na dimensão que produz.

²⁶ “Das concepções contemporâneas sobre a natureza do conhecimento matemático Wittgenstein mantém apenas algumas de suas teses: a matemática não é refutável pela experiência (como já advogava o logicismo), baseia-se em uma atividade humana (como defendia o intuicionismo) e emprega signos escritos e sonoros (formalismo). No entanto, estes signos não são vazios, são empregados em contextos específicos e em atividades regradas, onde estas regras são de natureza convencional.” (GOTTSCHALK, 2014, p. 81)

Clareia?

Clareia!

Alongamento

Alongo. Não vou negar, a ideia era levantar elementos que me permitissem dizer que a matemática não está em tudo.²⁷ Mas, como nada nessa vida é tão previsível quanto a matemática nos faz pensar, fecho este texto apresentando uma outra forma de falar que a matemática está em tudo. Talvez, uma forma mais ‘razoável’.

Uma forma que localiza a matemática no meio do caminho entre o transcendental e o empírico, na linguagem. Uma forma que convida um olhar outro àquele em uso na maioria das filosofias (da matemática). Olhar este que tem potencial para dissolver os mais variados dilemas filosóficos (da matemática). Olhar que acalma meu dilema.

Clareia? Clareia!²⁸ Mas coloca outras questões. Afinal, o enunciado segue e seguirá circulando. Revelando-se, vez ou outra, no discurso. Continua a me interessar sua ocorrência em um discurso em particular, o discurso da educação matemática, onde, conforme apresentado no Segundo Movimento, o enunciado tem livre circulação. Interessa, por exemplo, perguntar que sujeitos têm produzido tal discurso, como reverbera nestes sujeitos “*a matemática está em tudo*” e como estes têm digerido a *certeza da matematização do mundo*. Perguntas que aguardam outros textos.

Das perguntas deste texto fica que, primeiro, as palavras (em uma aula de matemática) constroem seus significados no uso. E mais, os usos de uma palavra, embora arbitrários, são regrados. É justamente aí, nas regras, na assimilação das regras, para o uso das palavras (de matemática), que parece existir um terreno fértil para o fazer pedagógico (de matemática). Segundo, que é possível que se diga que a matemática está em tudo, de diferentes formas. E que, ao dizê-lo, diz-se menos da matemática e mais do discurso (sobre a matemática) que atravessa o enunciador. O

²⁷ Talvez aí, vestígios da minha formação acadêmica em matemática, demasiado formalista.

²⁸ Em diálogo com Clareia (Scalene, participação Francisco el Hombre)

que convida, senão, a um olhar atento para o discurso em uso (no fazer docente de matemática).

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, E. *Matemática - Bianchini 9º ano: Ensino fundamental, anos finais [Manual do Professor]*. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018, p. 373.

BRASIL. FNDE. *Programas do Livro*. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/legislacao/item/9787-sobre-os-programas-do-livro>. Acesso em: 03 jul. 2021.

BRASIL. *Lei Nº 12.612, de 13 de Abril de 2012*. Declara o educador Paulo Freire Patrono da Educação Brasileira.

BRASIL. *Lei Nº 12.612, de 7 de Novembro de 2016*. Dispõe sobre a instituição do Biênio da Matemática 2017-2018 Gomes de Sousa.

BRASIL. MCTIC. *SNCT - 2017*. 2017. Disponível em: <https://semanact.mcti.gov.br/snct2017/>. Acesso em: 15 set. 2021.

BRASIL. *Lei Nº 14.074, de 14 de Outubro de 2020*. Altera a Lei nº 13.844, de 18 de junho de 2019, para criar o Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações e o Ministério das Comunicações..

D'AMBROSIO, U. Memória de minhas relações com Paulo Freire. *Bolema*, v. 35, n. 69, p. V–XIX, 2021.

CORNELLI, G.; COELHO, M. C. de M. N. “Quem não é geômetra não entre!” geometria, filosofia e Platonismo. *Kriterion*, n. 116, p. 417–435, 2007.

DANTE, L. R. *Telátris matemática 9º ano: Ensino fundamental, anos finais [Manual do Professor]*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018, p. 396.

DAVIS, P. J.; HERSH R. *A experiência matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: Livraria Franscisco Alves Editora S.A., 1985, p. 481.

FLORES, C, R. *Olhar, Saber, Representar: Ensaio sobre a representação em perspectiva*. Tese de doutorado (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2003. 186 p.

FLORES, C, R; MACHADO, R. B. ; WAGNER, D. R. . GECM em montagem ou produzir conhecimento com um grupo que estuda Educação Matemática. In: CUSTÓDIO, J. F.; COSTA, D. A.; FLORES, C. R.; GRANDO, R. C.. (Org.). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT): Contribuições para pesquisa e ensino. 1ed. São Paulo: Livraria da Física, 2018, v. 1, p. 129-146.

GOTTSCHALK, C. M. C. Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem A pragmatic conception of teaching and learning. *Educação e Pesquisa*, v. 33, n. 3, p. 459–470, 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ep/v33n3/a05v33n3.pdf>>.

GOTTSCHALK. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Cadernos CEDES*, v. 28, n. 74, p. 75–96, 2008.

GOTTSCHALK. Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. *International Studies on Law and Education*, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 18, p. 73-82, set./dez. 2014.

GOTTSCHALK. Uma Reflexão sobre o Sentido Linguístico Rumo a uma Pedagogia de Inspiração Wittgensteiniana. *Educação & Realidade*, v. 45, n. 3, p. 1–22, 2020.

MACHADO, R. B. (2016). *CARTOGRAFIA, SABER, PODER*: Da emergência do desenho como disciplina escolar. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - UFSC. Santa Catarina, p. 211. 2016.

MACHADO. Por um ensino de matemática pela experiência: exercícios de formação como travessia. 2018. 5f. *Projeto de Extensão - Universidade Federal de Santa Catarina*, Florianópolis, 2018.

MEIA, J. de L.; SILVEIRA, M. R. A. da. Linguagem e filosofia: Reflexões e análises acerca da filosofia da matemática. *II SENALEM – Seminário Nacional de Linguagem e Educação Matemática*, p. 1–11, 2018.

SILVA, P. V. da; SILVEIRA, M. R. A. da. Matemáticas ou diferentes usos da matemática? Reflexões a partir da filosofia de Wittgenstein. *Acta Scientiarum. Education*, v. 35, n. 1, p. 125–132, 2013.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. *Matemática essencial 9º ano*: Ensino fundamental, anos finais [Manual do Professor]. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018, p. 372.

PERENCINI, T. B. O enunciado no pensamento arqueológico de michel foucault. *Kínesis*, v. VII, n. 15, p. 134–150, 2015.

QUINTANA, M. *Antologia Poética* . (2013) [organização Walmir Ayla]. [coordenação André Sefferin] - [Ed. Eespecial] - Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2013.

ROQUE, T. *História da matemática*: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Edição digital. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda., 2012, não paginado.

UFSC. A SEPEX. Disponível em: <https://sepex.ufsc.br/o-que-e-a-sepex/>. Acesso em: 09 jul. 2021.

UFSC. *Tema da 16ª SEPEX: a matemática está em tudo*. A Matemática está em tudo. 2017. Disponível em: A Matemática está em tudo. Acesso em: 15 set. 2021.

UNESCO. *A matemática está em toda a parte*. 2020a. Disponível em: https://docs.google.com/document/d/14H_zsCZ7zbLtx9lhW73Qs0qHW-vVJ_w_n0K3y73exRM/export?format=pdf. Acesso em: 17 ago. 2021.

UNESCO. International Day of Mathematics. UNESCO, 2020b. Disponível em: <https://en.unesco.org/commemorations/mathematics>>. Acessado em 17 ago. de 2021b.

TAHAN, M. *O homem que calculava*. 83. ed. Rio de Janeiro: Record, 2013. p. 263.

TAHAN, Site Oficial da Família e dos Admiradores de Malba. *Biografia: Julio César de Mello e Souza*. Julio Cesar de Mello e Souza. A popularização da matemática 1937-1957. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/biografias/1937-1957/>. Acesso em: 18 jul. 2021.

APÊNDICE A²⁹

A matemática está em toda a parte

A matemática está em toda a parte na **ciência e na tecnologia**. Alguns exemplos:

- O sucesso dos mecanismos de busca na internet decorre de seus brilhantes algoritmos.
- A criptografia, utilizada em comunicações seguras, é baseada em teoria de números.
- Equipamentos de imagens médicas – como a tomografia computadorizada ou a ressonância magnética – medem dados brutos e um algoritmo matemático os converte numa imagem.
- A inteligência artificial e a aprendizagem de máquinas estão transformando o mundo: visão computacional, tradução automática, veículos sem motoristas etc.
- A decodificação do genoma humano é um triunfo da matemática, da estatística e da computação.
- Com a matemática fez-se a primeira foto de um buraco negro.

A matemática está em toda parte na **organização das sociedades**. Alguns exemplos:

- A matemática é utilizada para otimizar as redes de transporte e comunicação.
- A matemática permite compreender e controlar a propagação de epidemias.
- A economia, a saúde pública e a segurança social são mais eficientes quando otimizadas com utilização da estatística e da matemática.
- A matemática ajuda na elaboração de sistemas eleitorais que melhor representem a vontade do povo.
- A matemática permite compreender os riscos e minimizar as consequências dos desastres naturais (enchentes, tremores de terra e furacões).

A matemática é essencial para atingir os **Objetivos do Desenvolvimento Sustentável das Nações Unidas**. Alguns exemplos são

- A matemática é um instrumento do desenvolvimento. “A educação é a arma mais poderosa que temos para mudar o mundo”, disse-nos Nelson Mandela em junho de 1990. E a matemática é uma parte essencial da educação, que é necessária para melhores empregos.
- A matemática é utilizada para modelar as alterações globais e suas consequências para a biodiversidade.
- Técnicas de otimização e análise de dados são necessárias para um uso sustentável dos recursos naturais.

²⁹Documento reproduzido tal qual o original, logo espaçamento, grifos e grafia do original. Documento disponível no site oficial do evento <<https://www.idm314.org/2020-idm.html>> através do hiperlink cuja chamada é “More about the 2020 theme (Portuguese)”

- A educação matemática capacita as meninas e as mulheres para um melhor futuro.
- A alfabetização numérica e científica permite a cada cidadão uma melhor compreensão dos desafios ao seu redor.

A matemática está **em toda parte e em tudo que fazemos**. Alguns exemplos:

- A matemática inspira artistas e músicos: simetrias, perspectivas, ladrilhamentos, fractais, curvas, superfícies e formas geométricas, sons, escalas e padrões musicais
- A matemática ajuda nos jogos de estratégias, do gamão, mancala ou xadrez até a resolução de um cubo mágico.
- A matemática é fundamental para as suas finanças pessoais ou as da sua empresa.
- Seja para construir ou reparar sua casa, demarcar sua horta ou instalar sua TV, a matemática é sempre necessária.
- Quer saber quem vai ser o campeão deste ano? Nada melhor do que a matemática para estimar as probabilidades!

Diga sua atividade ou área e eu conto onde a matemática está! Alguns exemplos.

- A matemática está presente na geolocalização, desde as navegações pelas estrelas até o GPS.
- A matemática está nos aplicativos do seu telefone.
- A matemática permite uma sistema de aposentadorias sustentável.
- A matemática faz filmes de animação realistas.
- Um dia vamos a Marte? Sem a matemática isto nunca será possível.

APÊNDICE B³⁰

A SEPEX 2017 acompanha o tema da SNCT,

A Matemática está em tudo

Conhecida como “a ciência das ciências” e por outro lado, não reconhecida como ciência por outros, a Matemática tem tantas definições quanto aplicações, e é tão útil quanto prazerosa. Ela explora o raciocínio lógico e abstrato, e é usada como ferramenta essencial em incontáveis áreas do conhecimento humano, como a Física, Biologia, Química, Engenharia, Economia, Administração de negócios, Artes, Agricultura e até a Medicina. Ela está tão presente na nossa vida cotidiana, que, às vezes, a gente nem nota.

A Matemática é, sem dúvida, uma das áreas de conhecimento mais fascinantes e antigas. Acredita-se que ela tenha surgido antes mesmo da escrita e suas aplicações concretas impulsionaram o desenvolvimento da humanidade desde as primeiras civilizações por meio do manejo de plantações e medição de terra, registro do tempo e comércio.

Ela atravessou não só o tempo, como também o espaço. Gregos, muçulmanos, egípcios e chineses na antiguidade e na atualidade, todos nós estudamos e usamos a Matemática em nosso benefício. Ela é um instrumento para facilitar a vida e não o bicho-papão como grande parte das pessoas pensa ser.

O estudo da Matemática começou de maneira mais simples com os números, naturais, inteiros e operações aritméticas e todos os povos desenvolveram suas próprias formas de contar números. Pode parecer exagero, mas não é: o “zero” é umas das maiores e mais importantes invenções da mente humana! A partir daí,

³⁰Documento reproduzido tal qual o original. Documento disponível no site oficial do evento <<https://sepex.ufsc.br/2017/08/08/tema-da-16o-sepex/#more-4992>>

suas aplicações foram se multiplicando e se tornando mais complexas como na Álgebra, Geometria, Trigonometria, Porcentagem, Estatística, Topologia, Teoria dos jogos, dentre outras.

Passaram a auxiliar nas construções civis, na Engenharia e na Arquitetura; cálculos financeiros, estabelecendo novas economias em todo o planeta. A Teoria da Evolução – que trata da seleção natural das espécies – só pode ser desenvolvida com o uso da matemática. Sem ela, seria impossível a criação de computadores. Desde os primeiros que funcionavam a válvula, até aqueles com tecnologia de ponta.

Como você pode ver, a presença e os benefícios da Matemática no nosso dia a dia são incalculáveis e ela está em toda parte. Descubra como ela impacta diretamente em vários aspectos da sua vida:

1. A contagem matemática está no nosso calendário, estabelecendo dias, meses e estações do ano; é por meio dela que compreendemos as distâncias, medidas, tamanhos e diversas grandezas que nos auxiliam diretamente em inúmeras áreas de nossas vidas, como a temperatura, pressão, velocidade. Sem a matemática seria impossível fazer a previsão do tempo meteorológico.

2. A Matemática é essencial à Medicina, pois possibilita o desenvolvimento de tecnologias de ponta que ajudam no mapeamento da anatomia humana, na elaboração de exames e prescrição de remédios. Está presente ainda na indústria farmacêutica. Portanto, nossa saúde depende diretamente da Matemática. Muitos dos exames que fazemos, tem seus resultados expressos por números. Ela também está em nossa alimentação, nos ajudando no cálculo de calorias e peso das comidas que proporcionam uma vida mais saudável e ainda no estabelecimento de indicadores como o índice de massa corpórea ($\text{peso} / \text{altura} \times \text{altura}$);

3. A estatística é uma área da matemática capaz de revelar tendências quando se trata de grandes quantidades. É o caso das pesquisas eleitorais, cujos gráficos nos mostram quais candidatos políticos estão à frente nas Eleições, ou ainda no comportamento da bolsa de valores e no desenvolvimento da cura de doenças.

Qualquer pesquisa científica de ponta conta com a estatística que aplica inteiramente a Matemática em seus resultados

4. A Matemática está presente na nossa economia doméstica. Ao fazer compras, como calcular troco? Ao pagar contas, como calcular os juros? E até qual investimento fazer, se sobrar um dinheiro no fim do mês? As nossas finanças são álgebra pura e precisamos da Educação Financeira para manter as nossas contas em dia! Seria impossível calcular se a gasolina está mais barata que o álcool sem a famosa regra de três e, portanto, economizar;

5. Como a geometria é aplicada diretamente pelos engenheiros e arquitetos ao construir pontes ou casas? O cálculo do teorema de Pitágoras pode ser utilizado por esses profissionais?

6. A criação de computadores, *smartphones* e tecnologias ligadas a eles, como a Internet, só foi possível por causa da Matemática e seu código binário, e eles ajudam também no desenvolvimento da Teoria do Caos, tão importante no estudo para previsão meteorológica;

7. Na indústria, ela é aplicada na linha de produção, e na pesquisa e desenvolvimento de produtos mais sofisticados e até mesmo na hora de pensar na forma das embalagens;

8. Atletas de elite usam ferramentas matemáticas sofisticadas para maximizar suas performances. Além disso, como saber quem ganhou nas provas de atletismo e natação nas Olimpíadas sem a tecnologia para definir os milésimos de segundos de diferença que um atleta estabelece sobre outro?

9. A Matemática está presente na aviação e até mesmo fora da Terra, para medir a distância entre os planetas, suas diferentes gravidades e até para, quem sabe, descobrir se há vida fora daqui;

10. Os filmes 3D usam softwares que têm como base a Matemática para produzir efeitos especiais incríveis que criam cenas realistas em cima de cenários que possuem apenas fundos verdes;

11. Até na arte a Matemática está presente. Você sabia que ela é usada para produção esculturas e pinturas de quadros famosos como a Monalisa? Ou ainda que ela está presente nas partituras musicais?

Depois de tantas aplicações práticas da Matemática, não há como não se encantar e não querer entrar nesse universo de aprendizado para continuar mudando nossa história.

Texto: <http://semanact.mcti.gov.br>