

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

LESSANDRO CANEZIN GUIDELI

ESTUDO COMPARATIVO DAS ALIMENTAÇÕES SENOIDAL E TRAPEZOIDAL PARA  
UM MOTOR SÍNCRONO COM ÍMÃS PERMANENTES

Joinville  
2021

LESSANDRO CANEZIN GUIDELI

ESTUDO COMPARATIVO DAS ALIMENTAÇÕES SENOIDAL E TRAPEZOIDAL PARA  
UM MOTOR SÍNCRONO COM ÍMÃS PERMANENTES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica no curso de Engenharia Mecatrônica, da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientadora: Dra. Aline Durrer Patelli Juliani

Joinville  
2021

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Laércio e Leonice, por sempre apoiarem as minhas decisões e por todo o esforço que eles realizaram por mim para eu chegar até aqui.

Ao meu irmão, Leandro, por me servir de inspiração e me incentivar a buscar desafios cada vez maiores.

À minha namorada, Karoline, por todo o amor e carinho e por estar ao meu lado em todos os momentos.

A todos os meus amigos, em especial aos integrantes e agregados da República Los Santos, pelos momentos de descontração que fizeram a graduação um dos períodos mais agradáveis da minha vida.

À Prof. Aline, pela ótima orientação, pela paciência e pela disponibilidade em sanar todas as minhas dúvidas.

A todos os meus professores, por todos os ensinamentos que moldaram a pessoa que sou hoje.

## RESUMO

Os motores síncronos com ímãs permanente, também conhecidos como motores *brushless*, têm diferentes aplicações industriais, principalmente na indústria automobilística, onde a configuração com o rotor externo apresenta vantagens em relação às outras configurações em função da possibilidade da roda ser conectada diretamente no rotor. Neste trabalho, é realizado um estudo de um motor síncrono de ímãs permanentes com rotor externo aplicado na área de tração elétrica com potência média entre 250W e 500W, alimentado com correntes elétricas senoidais, a fim de obter uma comparação de tensão induzida, torque eletromagnético e perdas com o mesmo motor que possui uma alimentação com correntes elétricas trapezoidais. Os estudos são realizados utilizando-se software *Finite Element Method Magnetics* (FEMM) que realiza cálculos por meio do método de elementos finitos, onde foi possível observar que a configuração com alimentação trapezoidal apresenta uma maior eficiência. Contudo, a configuração senoidal apresentou um torque eletromagnético com menos oscilações.

**Palavras-chave:** Motor com ímãs permanente. Alimentação senoidal. Rotor Externo. Método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

Brushless permanent magnet motors, also known as brushless motors, have different industrial applications, mainly in the automotive industry, where the configuration with the external rotor presents advantages over others configurations due to the possibility of the wheel being connected directly into the rotor. In this work, a study of a permanent magnet synchronous motor with external rotor, applied in the electric traction area with average power between 250W and 500W is carried out, supplied with sinusoidal electric currents in order to obtain a comparison of generated emf, electromagnetic torque and losses with the same motor supplied with trapezoidal electrical currents. The studies are carried out using the Finite Element Method Magnetics (FEMM) software that performs calculations through the finite element method, where it was possible to observe that the configuration with trapezoidal supply has a greater efficiency; however, the sinusoidal configuration presenting a less variable electromagnetic torque.

**Keywords:** Motor with permanent magnets. Sinusoidal supply. External rotor. Finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais tipos de motores elétricos . . . . .	11
Figura 2 – Topologia da máquina com rotor externo . . . . .	15
Figura 3 – Rotor do tipo externo . . . . .	16
Figura 4 – Rotor do tipo interno . . . . .	16
Figura 5 – Comparação de potência de saída vs velocidade . . . . .	18
Figura 6 – Funcionamento de um motor <i>brushless</i> DC . . . . .	19
Figura 7 – Formas de onda do fluxo concatenado e da tensão induzida o motor BLDC . . . . .	20
Figura 8 – Torque eletromagnético produzido por fase e total no motor BLDC .	21
Figura 9 – Componente constante e variável do torque eletromagnético . . . .	24
Figura 10 – Diagrama de blocos do acionamento do motor . . . . .	25
Figura 11 – Circuito de acionamento do motor . . . . .	25
Figura 12 – Sinais de comando dos transistores para o acionamento do motor BLDC . . . . .	26
Figura 13 – Correntes elétricas trapezoidais do acionamento do motor BLDC . .	27
Figura 14 – Sinais de comando dos transistores para o acionamento do motor BLAC . . . . .	27
Figura 15 – Correntes elétricas senoidais do acionamento do motor BLAC . . .	28
Figura 16 – Malha de Elementos Finitos . . . . .	30
Figura 17 – Elemento triangular da malha . . . . .	31
Figura 18 – Definição do problema no FEMM . . . . .	37
Figura 19 – Desenho da geometria no FEMM . . . . .	37
Figura 20 – Biblioteca de materiais no FEMM . . . . .	37
Figura 21 – Definição das propriedades no FEMM . . . . .	38
Figura 22 – Adição de um novo material no FEMM . . . . .	38
Figura 23 – Geometria discretizada em elementos triangulares no FEMM . . . .	38
Figura 24 – Realizando cálculos no FEMM . . . . .	39
Figura 25 – Gráfico de linhas de fluxo no FEMM . . . . .	40
Figura 26 – Gráfico de cores no FEMM . . . . .	40
Figura 27 – Dimensões do motor . . . . .	41
Figura 28 – Corrente elétrica utilizada na configuração de referência . . . . .	43
Figura 29 – Corrente elétrica utilizada nos cálculos . . . . .	43
Figura 30 – Fluxo magnético por fase . . . . .	44
Figura 31 – Tensão induzida por fase . . . . .	45
Figura 32 – Tensão induzida de uma fase em comparação com uma senoide . .	45

Figura 33 – Torque eletromagnético gerado com uma alimentação senoidal de 8,27A de pico e com uma alimentação trapezoidal de 6,2A de pico .	46
Figura 34 – Torques eletromagnéticos gerados aumentando gradativamente a corrente elétrica - Parte 1 . . . . .	47
Figura 35 – Torques eletromagnéticos gerados aumentando gradativamente a corrente elétrica - Parte 2 . . . . .	48
Figura 36 – Torques eletromagnéticos para alimentação senoidal de 10,8A de pico e trapezoidal de 6,2A de pico . . . . .	50
Figura 37 – <i>Cogging torque</i> obtido pelo programa FEMM . . . . .	51
Figura 38 – Torque eletromagnético para alimentação senoidal desconsiderando o <i>cogging torque</i> . . . . .	52
Figura 39 – Torque eletromagnético para alimentação trapezoidal desconsiderando o <i>cogging torque</i> . . . . .	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais características elétricas . . . . .	17
Tabela 2 – Informações fornecidas pelo fabricante . . . . .	41
Tabela 3 – Especificações e dimensões aproximadas . . . . .	41
Tabela 4 – Grandezas elétricas da máquina de referência . . . . .	42
Tabela 5 – Valores de torque eletromagnético eficaz para alimentação senoidal de 8,27A e trapezoidal de 6,2A . . . . .	46
Tabela 6 – Valores de torque eletromagnético eficaz de acordo com o valor da corrente de pico . . . . .	49
Tabela 7 – Valores de torque eletromagnético máximo, mínimos e médios . . .	50
Tabela 8 – Perdas resistivas e magnéticas . . . . .	53

## LISTA DE SÍMBOLOS

$N$	Velocidade síncrona do motor
$p$	Número de pares de polos
$f$	Frequência de alimentação
$e$	Tensão induzida
$\psi$	Fluxo concatenado
$\omega_m$	Velocidade angular mecânica
$T_{trap}$	Torque eletromagnético para o com motor alimentação trapezoidal
$i$	Corrente elétrica
$i_{pk}$	Corrente elétrica de pico
$e_{pk}$	Tensão induzida de pico
$\theta$	Posição do rotor em graus
$T_{sen}$	Torque eletromagnético para o motor com alimentação senoidal
$E_{LNrms}$	Tensão induzida de fase eficaz
$I_L$	Corrente elétrica de linha
$E_{LLrms}$	Tensão induzida de linha eficaz
$T$	Torque instantâneo
$T_r$	<i>Torque ripple</i>
$R$	Resistência elétrica
$I_{rms}$	Corrente elétrica eficaz
$W_{Fe}$	Perdas no aço
$B_p$	Indução magnética de pico
$A$	Potencial magnético
$F$	Funcional de energia para o campo magnético no plano

$\phi_m$	Funções de forma dos elementos finitos
$\vec{B}$	Densidade de fluxo magnético
$\vec{F}$	Tensor das tensões de Maxwell
$\vec{n}$	Vetor normal à superfície
$r$	Raio do rotor
$\mu_0$	Permeabilidade magnética
$i_{trap}$	Valor da corrente de pico para alimentação trapezoidal
$i_{sen}$	Valor da corrente de pico para alimentação senoidal

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1	Objetivos	13
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivos Gerais</b>	<b>13</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>14</b>
2.1	Máquinas Síncronas com Ímãs Permanentes	14
<b>2.1.1</b>	<b>Máquinas Síncronas com Rotor Externo</b>	<b>15</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Funcionamento de máquinas síncronas com ímãs permanentes</b>	<b>18</b>
2.1.2.1	Motor BLDC	19
2.1.2.2	Motor BLAC	21
2.1.2.3	Oscilações no Torque	23
<b>2.1.3</b>	<b>Acionamento dos motores síncronos com ímãs</b>	<b>25</b>
2.1.3.1	Acionamento dos motores BLDC	26
2.1.3.2	Acionamento dos motores BLAC	26
<b>2.1.4</b>	<b>Perdas resistivas e magnéticas</b>	<b>28</b>
2.2	Método dos Elementos Finitos (MEF)	29
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>36</b>
3.1	Programa Computacional de Elementos Finitos (FEMM)	36
3.2	Motor síncrono utilizado no trabalho	40
3.3	Alimentação	42
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>44</b>
4.1	Tensão Induzida	44
4.2	Alimentação	46
4.3	Torque	47
4.4	Perdas	53
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>54</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>56</b>

## 1 INTRODUÇÃO

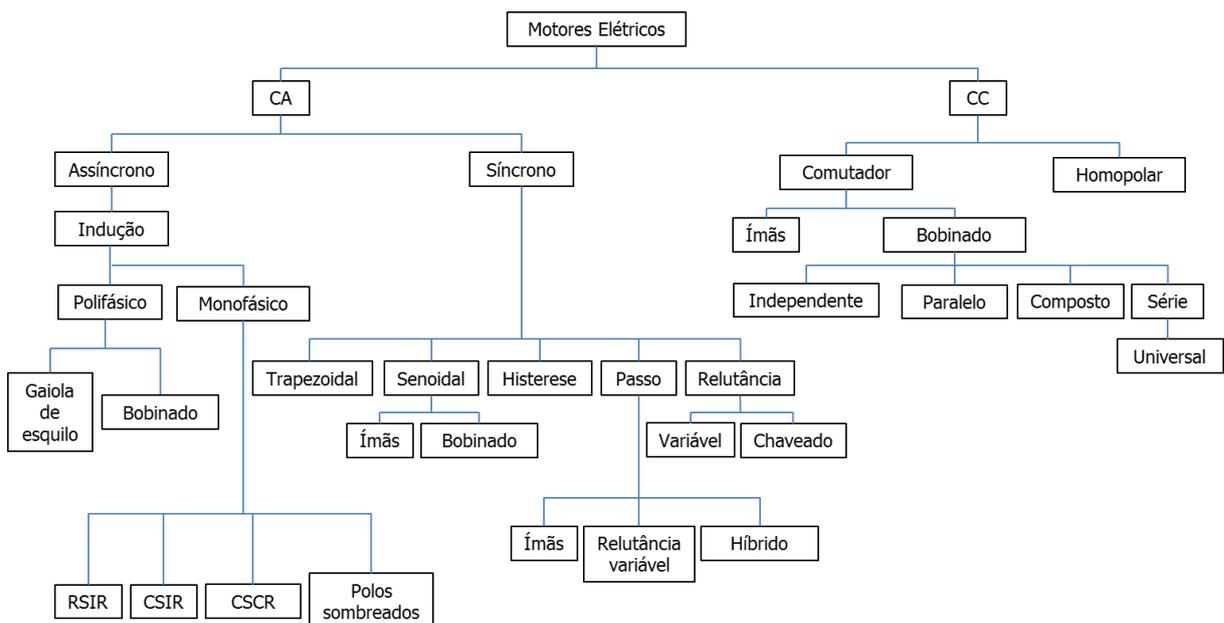
Em países desenvolvidos, aproximadamente 65% de toda a energia elétrica consumida é utilizada por motores elétricos, sejam aqueles com velocidade constantes, velocidades variáveis ou servo-motores. Eles são aplicados praticamente em todos os lugares: indústria, comércio, serviços, residência, tração elétrica, agricultura, entre outros (GIERAS; WING, 2002).

Máquinas elétricas com ímãs permanentes apresentam uma série de vantagens, como uma alta eficiência, um alto fator de potência, uma alta relação torque-massa, além de uma construção sem escovas. É importante compreender qual será a utilização e a exigência de trabalho que a máquina será submetida para poder escolher o melhor tipo de motor e sua configuração para obter maior eficácia (TARIMER; OCAK, 2009).

Ultimamente, é a aplicação que determina a viabilidade de utilização da configuração do motor, geralmente, o aumento no número de aplicações tem se dado pela demanda das funcionalidades, precisão, automação e, principalmente, pela crescente demanda da eficiência energética e melhor utilização dos recursos energéticos (HENDERSHOT; MILLER, 2010).

A Figura 1 apresenta os principais tipos de motores elétricos e suas principais variações.

Figura 1 – Principais tipos de motores elétricos



Fonte: (JULIANI, 2020, p. 149).

Existem várias configurações de motores síncronos com ímãs permanentes que utilizam ímãs no rotor e bobinas no estator. O principal motivo de tantas variações diferentes tem relação com a utilização de diferentes tipos de ímãs e dos vários tipos de aplicações (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Em aplicações que necessitam de uma rápida aceleração ou desaceleração da carga (como em servo motores), a relação torque/inércia precisa ser a maior possível. Para esse caso, é recomendado a utilização de motores com rotor interno com ímãs de alta energia (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Por outro lado, em aplicações que necessitam de uma velocidade constante, é recomendada a utilização de motores com o rotor externo ao enrolamento do estator. Esse tipo de configuração é comumente utilizada em ventiladores e exaustores (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Os motores síncronos com rotor externo têm se tornado referência para o sistema de tração dos veículos elétricos. Segundo (TANAKA, 2013), a utilização do rotor externo se torna mais atraente pois a roda pode ser acoplada diretamente no rotor, resultando em uma maior inércia e na eliminação do sistema de transmissão.

Em Tarimer e Öcak (2019), foi realizada uma comparação entre um motor síncrono com rotor externo e com rotor interno. O motor com rotor externo apresentou vantagens em relação à outra configuração, tais como alta eficiência, alto fator de potência e alta relação torque/massa.

Diferentemente do que ocorre em uma máquina síncrona com a alimentação trapezoidal, onde a tensão induzida apresenta um formato de onda também trapezoidal, nas máquinas síncronas com alimentação senoidal, a tensão induzida apresenta um formato senoidal, resultando em diferentes valores de torque eletromagnético, perdas, e conseqüentemente, de eficiência.

Em (BOHRER, 2019), foi realizada uma análise de desempenho de um motor síncrono com rotor externo por meio de diferentes combinações de materiais ferromagnéticos (aços e ímãs) utilizando uma alimentação trapezoidal. Nesse estudo, constatou-se que a tensão induzida apresentou um comportamento praticamente senoidal, de modo que, alimentar a máquina com correntes elétricas senoidais se tornou um estudo pertinente.

A máquina analisada neste trabalho é utilizada para tração elétrica, pela equipe Eficem (Equipe de eficiência energética) da Universidade Federal de Santa Catarina, atuando em uma faixa de potência média de 250W a 500W e o torque eletromagnético requerido é em torno de 1,8 Nm (BOHRER, 2019).

O presente trabalho visa analisar o desempenho de um motor síncrono com rotor externo, aplicando-se um corrente elétrica senoidal, sem considerar os efeitos do chaveamento do inversor trifásico. Os estudos são feitos utilizando um software que realiza os cálculos por meio do método dos elementos finitos.

## 1.1 OBJETIVOS

A fim de analisar o desempenho de um motor síncrono com rotor externo, aplicando-se uma alimentação senoidal, é esperado no presente trabalho os objetivos especificados a seguir.

### 1.1.1 Objetivos Gerais

Analisar o desempenho de um motor síncrono com ímãs permanentes aplicando-se uma alimentação senoidal, utilizando o software Finite Element Method Magnetics (FEMM) (MEEKER, 2006).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, espera-se deste trabalho:

- Analisar o torque eletromagnético de um motor síncrono com rotor externo alimentado com correntes elétricas senoidais;
- Avaliar as perdas de um motor síncrono com rotor externo alimentado com correntes elétricas senoidais;
- Comparar os valores de torque eletromagnético e perdas do motor com alimentação senoidal em relação ao motor com alimentação trapezoidal.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De modo a compreender os objetivos propostos pelo presente trabalho, é necessário apresentar conceitos a respeito de motores síncronos com ímãs permanentes e do método dos elementos finitos. Este capítulo apresenta explicações sobre as máquinas síncronas com ímãs permanentes e expõe concepções acerca do método dos elementos finitos.

### 2.1 MÁQUINAS SÍNCRONAS COM ÍMÃS PERMANENTES

Um motor ou gerador *brushless* não possui escovas, anéis deslizantes e comutador mecânico. Muitas máquinas satisfazem essa básica definição, inclusive as máquinas síncronas. Os motores *brushless* são muitas vezes chamados de autossíncronos, como a comutação é sincronizada de acordo com a posição do rotor, a máquina não perde o sincronismo da mesma maneira que uma máquina síncrona quando ultrapassa o seu torque máximo (HENDERSHOT; MILLER, 2010).

Nas máquinas síncronas, a sua velocidade está relacionada com a frequência de alimentação e com o número de pares de polos da máquina, como mostrado na Equação 1:

$$N = \frac{f \cdot 60}{p} \quad (1)$$

Onde:

$f$  é a frequência de alimentação do sistema [Hz];

$p$  é o número de pares de polos;

$N$  é a velocidade síncrona do motor [rpm].

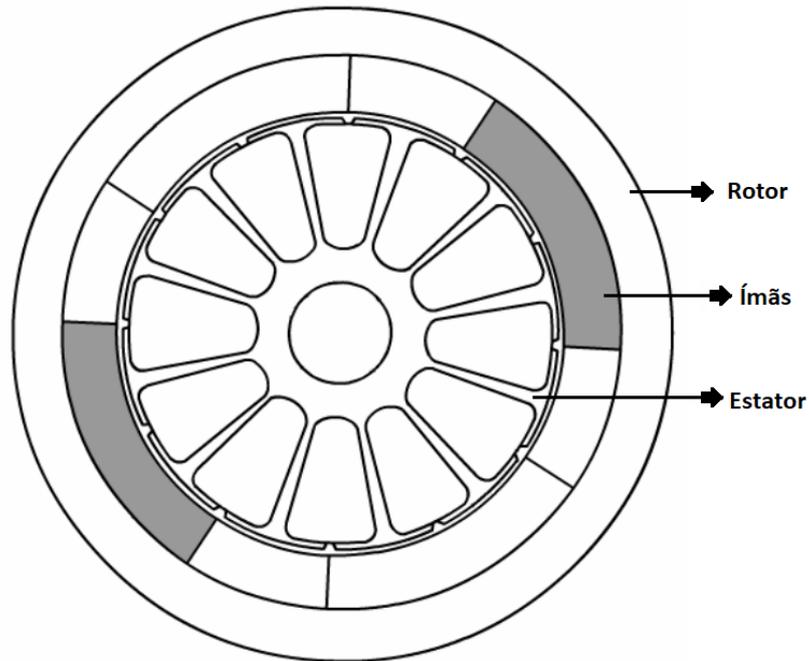
Os geradores de ímãs permanentes oferecem uma alta eficiência e uma estrutura de construção simples e robusta, uma vez que não possuem corrente de campo e nenhum enrolamento é utilizado no rotor. Os geradores de ímãs permanentes de fluxo radial podem ser divididos em máquinas internas e externas, de acordo com a posição do rotor no entreferro (TARIMER; OCAK, 2009).

Quanto menor o motor, mais sentido faz utilizar ímãs permanentes para a excitação. Os motores *brushless* são mais fáceis de controlar, principalmente os que apresentam configuração senoidal. Embora o inversor seja similar ao utilizado em motores de indução, normalmente com seis transistores para um sistema trifásico, os algoritmos de controle são mais simples e mais fáceis de implementar (MILLER, 1989).

### 2.1.1 Máquinas Síncronas com Rotor Externo

Em geral, os motores *brushless* com rotor externo são empregados em aplicações que necessitam de velocidade constante. São utilizados até hoje principalmente em função do baixo custo e da facilidade de produção (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

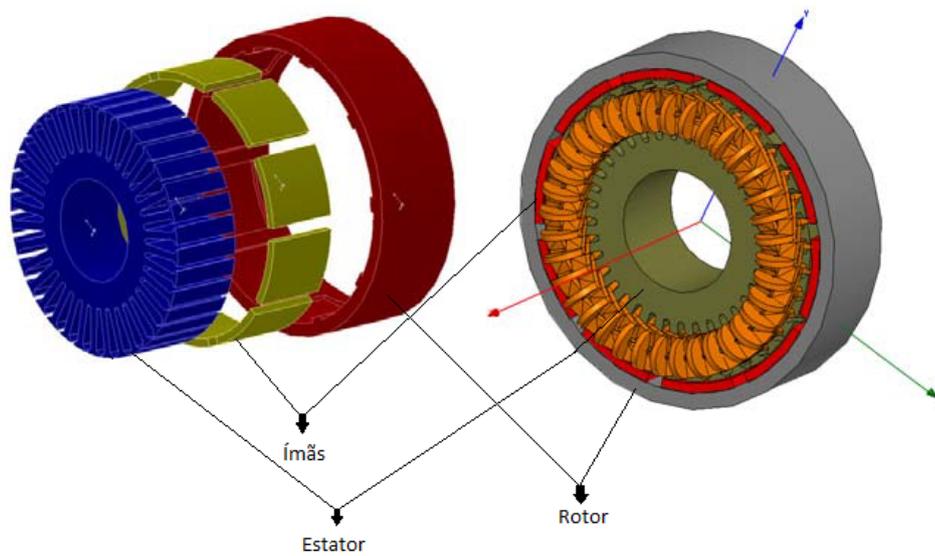
Figura 2 – Topologia da máquina com rotor externo



Fonte: (JULIANI, 2007, p. 28).

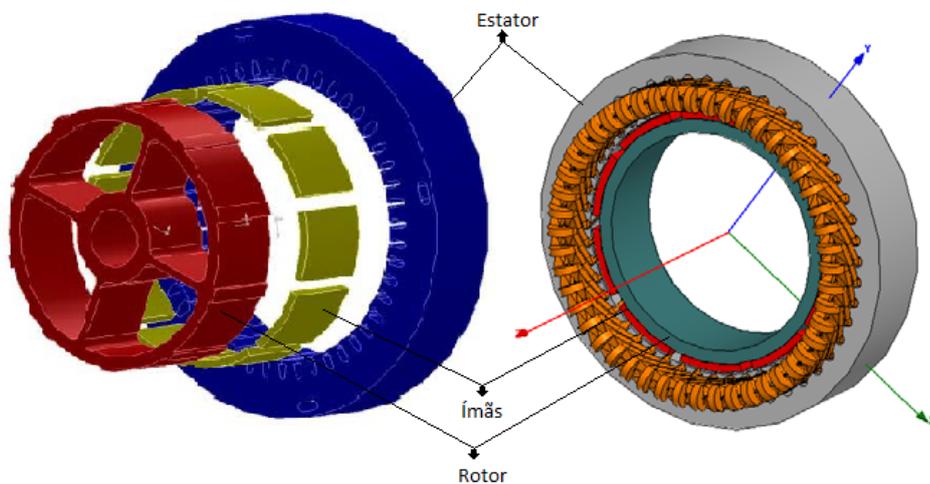
Em Tarimer e Öcak (2009) é realizada uma comparação entre máquinas bastante similares, com a diferença de uma apresentar o rotor interno e a outra apresentar o rotor externo. As Figuras 3 e 4 apresentam a topologia da máquina com rotor externo e rotor interno, respectivamente.

Figura 3 – Rotor do tipo externo



Fonte: adaptado de (TARIMER; OCAK, 2009, p. 67).

Figura 4 – Rotor do tipo interno



Fonte: adaptado de (TARIMER; OCAK, 2009, p. 66).

É possível observar por meio das Figuras 3 e 4 acima que na topologia com o rotor externo, os ímãs são acoplados na parte interna do rotor, já na topologia com o rotor interno, os ímãs são anexados na parte externa do eixo do rotor.

A Tabela 1 apresenta as principais características elétricas dessas máquinas analisadas em Tarimer e Öcak (2009).

Tabela 1 – Principais características elétricas

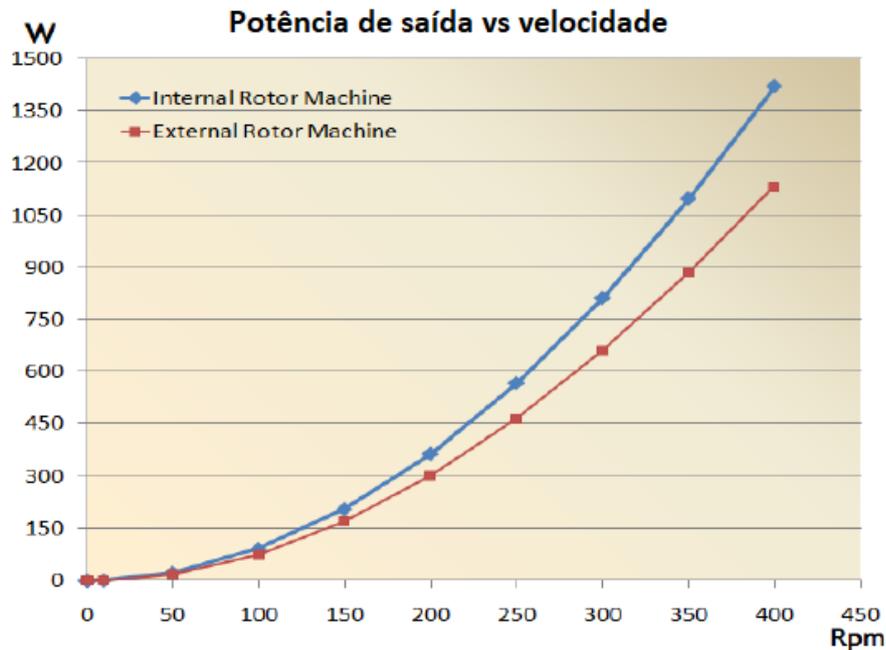
Características	Máquina com rotor externo	Máquina com rotor interno
Potência Nominal [W]	1000	1500
Velocidade de Referência [rpm]	400	400
Torque Nominal [Nm]	31,80	37,80
Tensão de fase nominal [V]	24	24
Corrente de fase nominal [A]	14,85	20,38

Fonte: Adaptado de Bohrer (2019, p. 18).

Tarimer e Öcak (2019) compararam grandezas de uma máquina com rotor externo e uma máquina com rotor interno. A listagem a seguir apresenta algumas dessas grandezas analisadas:

- **Tensão induzida sob carga:** As duas configurações apresentaram valor similar de pico por fase em função da aplicação do mesmo número de espiras em uma ranhura;
- **Correntes de enrolamento sob carga:** a configuração de rotor interno apresenta maiores valores de corrente para o mesmo ímã. Na máquina com rotor externo, aplicando um maior raio ao estator tem-se uma maior corrente nos enrolamentos quando comparada com a outra configuração;
- **Eficiência:** a eficiência para o rotor interno foi de 89,53%, enquanto a eficiência para o rotor externo ficou em 84,96%;
- **Densidade de fluxo magnético:** o motor com rotor interno apresentou densidade máxima de fluxo magnético de 0,881T, enquanto o motor com rotor externo apresentou densidade máxima de fluxo magnético de 0,769T. Logo, comparando essa grandeza separadamente, a máquina com o rotor interno gera um valor maior que a com o rotor externo;
- **Potência de saída versus velocidade:** assumindo que a velocidade média (400rpm) é aplicada em ambas as máquinas e que ambas possuem velocidade síncrona de 600rpm para 50Hz. E que, ambas as máquinas foram projetadas para operar em uma velocidade de referência de 400rpm e 33,3Hz, a máquina com o rotor interno apresentou uma maior potência de saída na velocidade de referência. A Figura 5 apresenta os valores obtidos.

Figura 5 – Comparação de potência de saída vs velocidade



Fonte: adaptado de Tarimer e Öcak (2009, p. 68).

### 2.1.2 Funcionamento de máquinas síncronas com ímãs permanentes

Os motores *brushless* DC (BLDC) com alimentação trapezoidal são aqueles que geram uma tensão induzida trapezoidal. A alimentação é formada por correntes contínuas que são comutadas, através do inversor, para a correta aplicação na fase do motor, a correta polaridade e o correto ângulo de condução (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Os motores com alimentação trapezoidal podem possuir várias fases, entretanto o modelo trifásico é o mais utilizado. Nesse caso, o inversor é formado por uma ponte de seis transistores, onde há duas fases e dois transistores conduzindo a cada instante (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Já os motores *brushless* AC (BLAC), também conhecidos como *Permanent Magnet Synchronous Machine* (PMSM), com alimentação senoidal são aqueles que geram uma tensão induzida senoidal. Eles operam com uma corrente elétrica senoidal fornecida por um inversor trifásico com alimentação contínua (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Assim como os motores BLCD com alimentação trapezoidal, os motores BLAC também podem possuir várias fases, sendo o modelo trifásico também o mais utilizado. Nesse sentido, o conversor é formado por seis transistores, onde há três fases e três transistores conduzindo a cada instante (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Os motores *brushless* DC e *brushless* AC são fisicamente similares, ambos

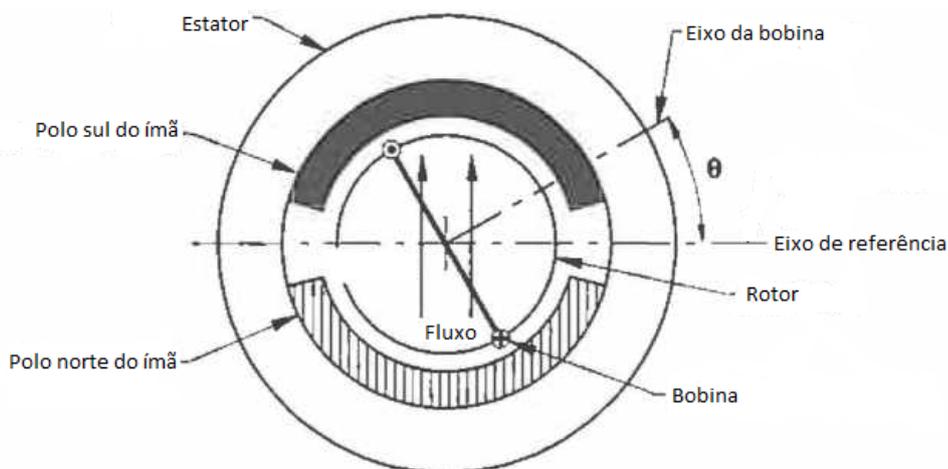
possuem ímãs no rotor e enrolamento do estator trifásico. As principais diferenças entre eles são em relação à alimentação no estator e no formato de onda das tensões induzidas (HENDERSHOT; MILLER, 2010).

Os motores síncronos de ímãs permanentes com alimentação senoidal são normalmente associados a uma alta eficiência, um torque mais constante, uma rápida resposta e uma relação linear entre o torque e a corrente elétrica de entrada (HENDERSHOT; MILLER, 2010).

#### 2.1.2.1 Motor BLDC

O sistema de comutação dos motores *brushless* DC é similar ao de máquinas CC convencionais, em função disso, o seu funcionamento pode ser explicado por meio de um motor CC com ímãs permanentes no estator. A Figura 6 apresenta o fluxo magnético produzido pelos ímãs permanentes e a posição do rotor  $\theta$  de um motor CC com dois polos (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Figura 6 – Funcionamento de um motor *brushless* DC



Fonte: adaptado de (HENDERSHOT; MILLER, 1994, p. 1-7).

No momento em que o ângulo  $\theta$  é zero ou  $180^\circ$ , não há passagem de fluxo magnético pela espira, de modo que o fluxo concatenado  $\psi$  é igual a zero. Entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , o fluxo concatenado aumenta até o seu valor máximo positivo em  $90^\circ$ , onde praticamente todo o fluxo magnético passa pela bobina. Devido ao espaço existente entre os polos norte e sul do ímã, a bobina pode rotacionar alguns graus em ambos os sentidos sem que haja mudança no fluxo concatenado (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

A tensão induzida  $e$  (V) pelas bobinas pode ser determinada por meio do fluxo concatenado  $\psi$  através da Lei de Faraday e derivando o fluxo concatenado em relação

ao tempo (HENDERSHOT; MILLER, 1994):

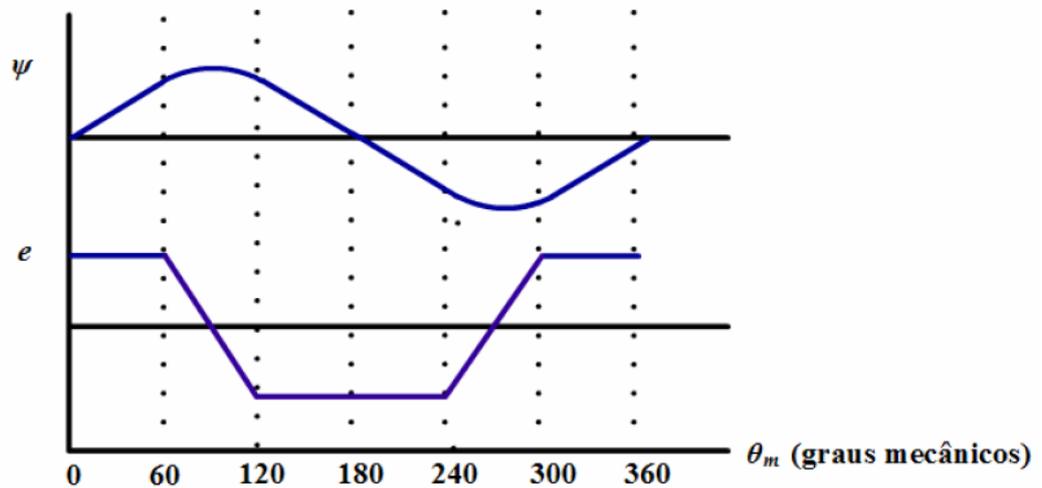
$$e = \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \cdot \frac{\partial\theta}{dt} = \omega_m \cdot \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \quad (2)$$

Onde:

$\omega_m$  é a velocidade angular mecânica (rad/s).

A Figura 7 apresenta as formas de onda do fluxo concatenado e da tensão induzida para um motor BLDC.

Figura 7 – Formas de onda do fluxo concatenado e da tensão induzida o motor BLDC



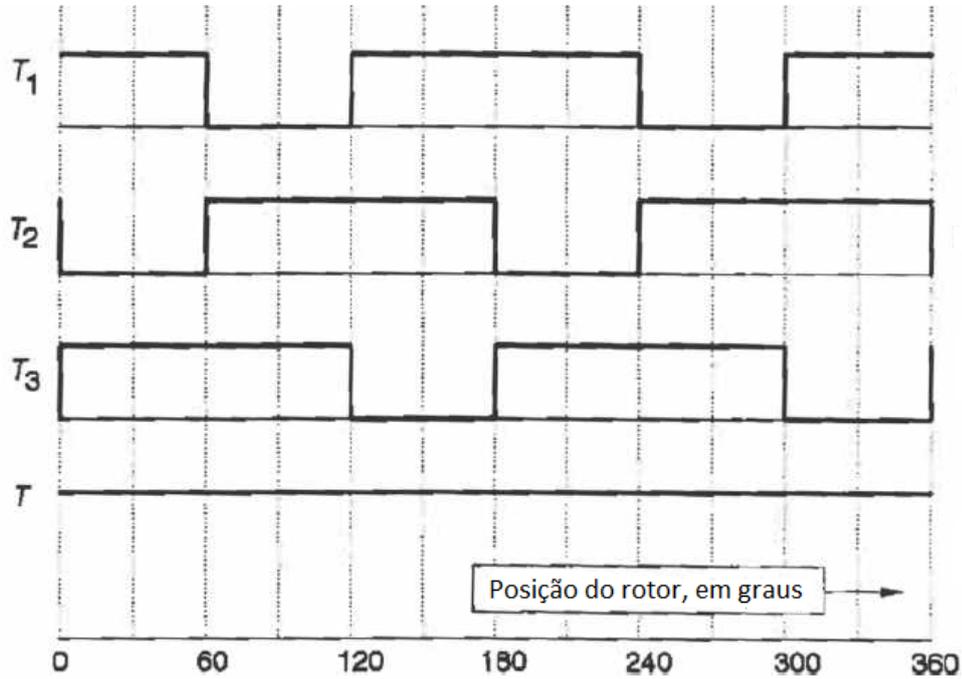
Fonte: (JULIANI, 2007, p. 18).

Quando uma corrente elétrica  $i$  passa por uma bobina, o produto  $e \cdot i$  é a potência elétrica que é convertida em potência mecânica, considerando uma velocidade angular fixa e desprezando todas as perdas. Com isso, o torque eletromagnético ( $T_{el}$ ) em uma fase pode ser obtido por meio de (HENDERSHOT; MILLER, 1994):

$$T_{el} = \frac{e \cdot i}{\omega_m} \quad (3)$$

Entretanto, o torque eletromagnético gerado por fase apresenta uma forma de onda retangular. Contudo, devido às comutações, o torque eletromagnético total, idealmente, apresenta um valor constante, como pode ser visto na Figura 8.

Figura 8 – Torque eletromagnético produzido por fase e total no motor BLDC



Fonte: adaptado de (HENDERSHOT; MILLER, 1994, p. 1-8).

As formas de onda dos torques eletromagnéticos produzidos pelos enrolamentos da fase 2 ( $T_2$ ) e 3 ( $T_3$ ) são idênticas ao da fase 1 ( $T_1$ ), mas defasados em  $120^\circ$  e  $240^\circ$ , respectivamente. Desse modo, obtêm-se o torque eletromagnético total ( $T$ ), o qual idealmente é constante, por meio de (HENDERSHOT; MILLER, 1994):

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 2 \cdot \frac{e \cdot i}{\omega_m} \quad (4)$$

#### 2.1.2.2 Motor BLAC

Considerando que as correntes elétricas por fase são senoidais, de modo que (HENDERSHOT; MILLER, 2010):

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{pk} \sin(p\theta) \\ i_2 &= i_{pk} \sin(p\theta - 2\pi/3) \\ i_3 &= i_{pk} \sin(p\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (5)$$

E que as tensões induzidas por fase também são senoidais:

$$\begin{aligned} e_1 &= e_{pk} \sin(p\theta) \\ e_2 &= e_{pk} \sin(p\theta - 2\pi/3) \\ e_3 &= e_{pk} \sin(p\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (6)$$

Onde:

$i_{pk}$  é a corrente elétrica de pico [A];

$e_{pk}$  é a tensão induzida de pico [V];

$\theta$  é a posição do rotor em graus mecânicos.

As Equações 5 e 6 mostram que as correntes elétricas e as tensões induzidas por fase são senoidais e variam de acordo com a posição do rotor. Em ambas as equações, o termo  $p\theta$  garante que há  $p$  ciclos elétricos de corrente elétrica e de tensão induzida a cada ciclo mecânico, onde  $\theta$  pode ser definido por (HENDERSHOT; MILLER, 2010):

$$\theta = \omega_m t \quad (7)$$

O torque eletromagnético total ( $T_{sen}$ ) para o motor BLAC, idealmente, pode ser obtido da mesma forma que no motor BLDC (HENDERSHOT; MILLER, 2010):

$$T_{sen} = T_{1s} + T_{2s} + T_{3s} = \frac{1}{\omega_m} \cdot [e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3] \quad (8)$$

Substituindo as Equações 5 e 6 na Equação 8, é obtido (após algumas simplificações algébricas) o torque eletromagnético em Nm, sem considerar as oscilações (HENDERSHOT; MILLER, 2010):

$$T_{sen} = \frac{3}{2} \cdot \frac{e_{pk} \cdot i_{pk}}{\omega_m} \quad (9)$$

A tensão induzida e as correntes elétricas possuem seus valores eficazes, que são dados por:

$$E_{LNrms} = \frac{e_1}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

$$I_{Lrms} = \frac{i_1}{\sqrt{2}} \quad (11)$$

Substituindo esses valores na Equação 9, obtém-se:

$$T_{sen} = 3 \cdot \frac{E_{LNrms} \cdot I_{Lrms}}{\omega_m} \quad (12)$$

A notação  $E_{LN}$  denota a tensão induzida de fase, assumindo uma conexão em Y; já a notação  $I_L$  é a corrente elétrica de linha, que é igual a corrente elétrica de fase para a conexão em Y. A tensão induzida de linha é (HENDERSHOT; MILLER, 2010):

$$E_{LLrms} = \sqrt{3} \cdot E_{LNrms} \quad (13)$$

Substituindo a Equação 13 na Equação 12:

$$T_{sen} = \sqrt{3} \cdot \frac{E_{LLrms} \cdot I_{Lrms}}{\omega_m} \quad (14)$$

### 2.1.2.3 Oscilações no Torque

O torque constante de um motor síncrono com ímãs não pode ser obtido na prática, contudo é possível obter uma aproximação. As oscilações do torque (*torque ripple*) derivam do torque de borda (*cogging torque*) e de oscilações no torque eletromagnético (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

O torque de borda é a oscilação no torque causado pela tendência do rotor se alinhar com o estator em uma direção específica onde a permeabilidade magnética do circuito é máxima. Quando o eixo do motor é rotacionado manualmente, sem nenhuma alimentação no estator, é possível sentir o torque de borda (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Quando o motor está em funcionamento, oscilações adicionais no torque são geradas pelo conteúdo harmônico das formas de onda das correntes elétricas e das tensões induzidas da máquina. Essas oscilações adicionais no torque são eletromagnéticas, enquanto que o termo *cogging* é frequentemente designado para a condição em que não há corrente elétrica no estator (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

O torque instantâneo ( $T$ ) em um motor elétrico possui dois componentes, como expresso na Equação 15 e apresentado na Figura 9 (GIERAS; WING, 2002):

$$T(\alpha) = T_0 + T_r(\alpha) \quad (15)$$

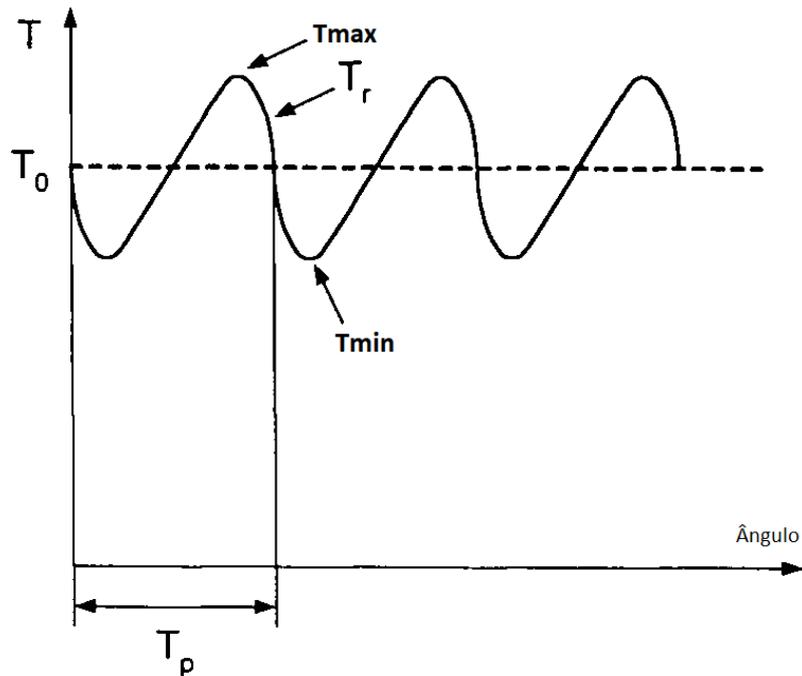
Onde:

$T_0$  é a componente constante do torque (torque médio);

$T_r$  é a componente variável do torque, chamada de *torque ripple*;

$\alpha$  é o ângulo mecânico.

Figura 9 – Componente constante e variável do torque eletromagnético



Fonte: adaptado de (GIERAS; WING, 2002, p. 246).

O *torque ripple* ( $t_r$ ) possui várias definições, como (GIERAS; WING, 2002):

$$t_r = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{av}} \quad (16)$$

$$t_r = \frac{[\text{torque ripple}]_{rms}}{T_{av}} = \frac{T_{rrms}}{T_{av}} \quad (17)$$

Onde o torque médio ( $T_{av}$ ):

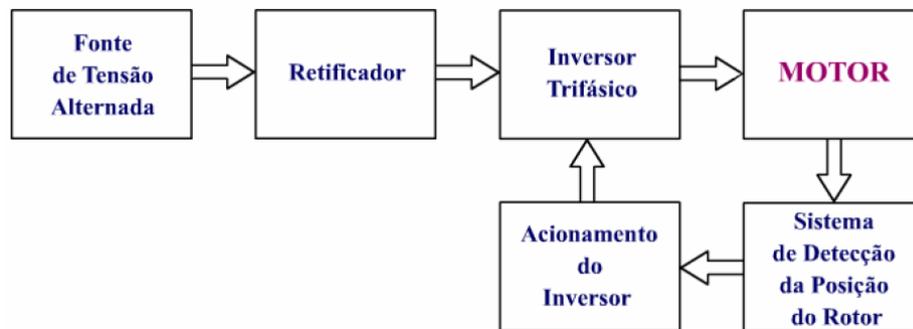
$$T_{av} = \frac{1}{T_p} \int_{\alpha}^{\alpha+T_p} T(\alpha) d\alpha = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} T(\alpha) d\alpha \quad (18)$$

As oscilações do torque que derivam da alimentação são duas: oscilações resultantes da corrente elétrica, como por exemplo PWM, e as comutações das correntes elétricas de fase (GIERAS; WING, 2002).

### 2.1.3 Acionamento dos motores síncronos com ímãs

Normalmente, o acionamento elétrico do motor de ímã permanente é composto por: fonte de tensão alternada, retificador, inversor trifásico, sistema de detecção da posição do rotor e controle de acionamento do inversor. Pode-se observar a sequência das etapas na Figura 10 (JULIANI, 2007).

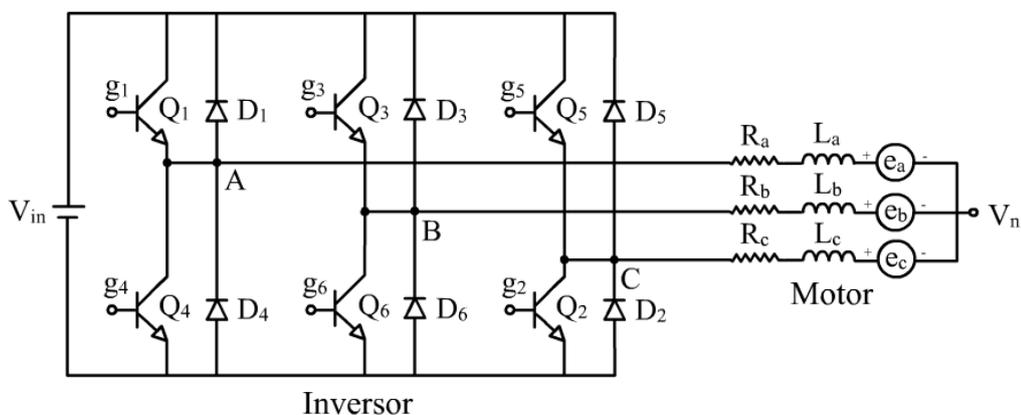
Figura 10 – Diagrama de blocos do acionamento do motor



Fonte: (JULIANI, 2007, p. 15).

O inversor trifásico é apresentado na Figura 11, onde os transistores estão numerados de acordo com a sequência de comando. O mesmo circuito do inversor trifásico é utilizado tanto para os motores BLDC quanto para os motores BLAC.

Figura 11 – Circuito de acionamento do motor

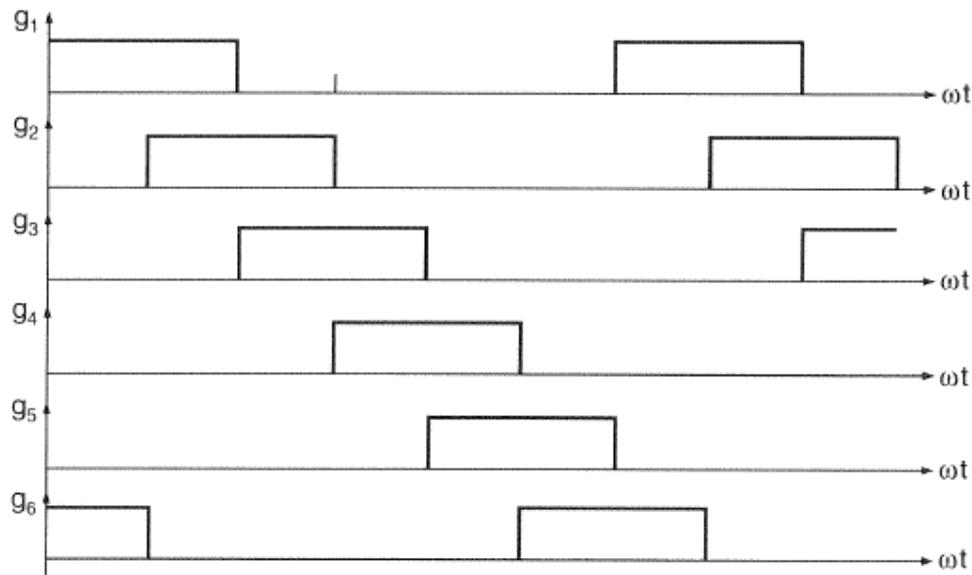


Fonte: (JULIANI, 2020, p. 255).

### 2.1.3.1 Acionamento dos motores BLDC

No acionamento dos motores BLDC, comumente, cada transistor conduz por  $120^\circ$  e somente dois transistores estão conduzindo em cada instante de tempo, um da parte superior do inversor e outro da parte inferior do inversor. Os sinais de comando dos transistores são apresentados na Figura 12.

Figura 12 – Sinais de comando dos transistores para o acionamento do motor BLDC



Fonte: adaptado de (RASHID, 1999, p. 455).

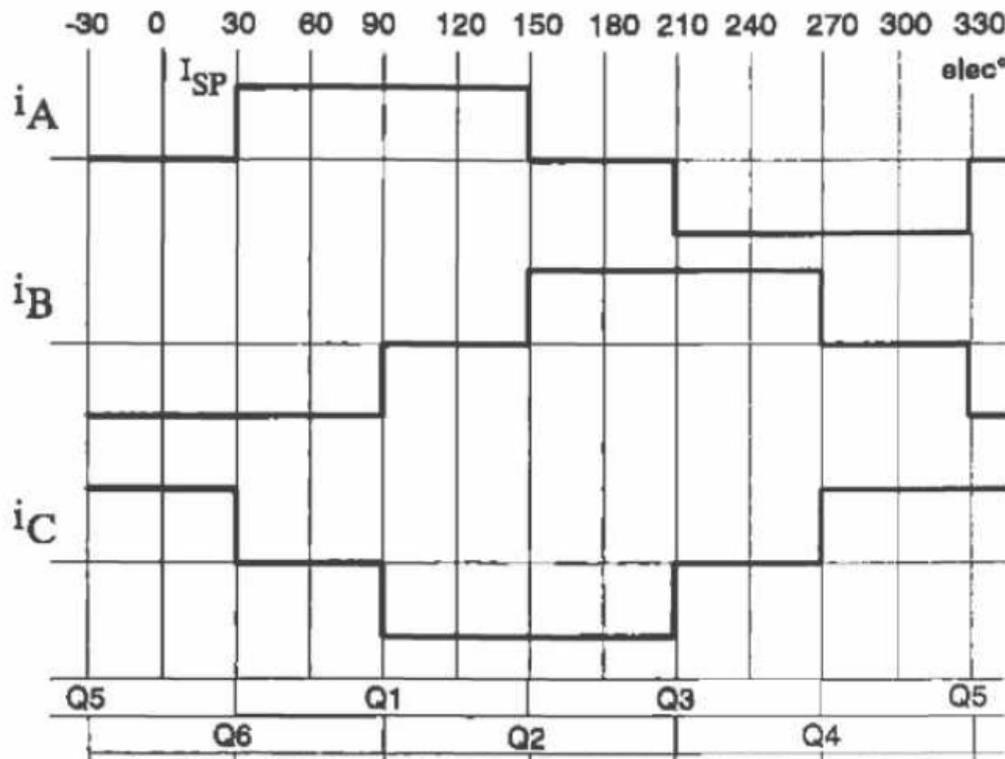
A sequência de condução dos transistores é 6-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5 e 5-6, onde a duração de cada modo é de  $60^\circ$ . Os sinais de comando são defasados em  $60^\circ$  uns dos outros, de modo a obter tensões trifásicas equilibradas (RASHID, 1999).

A Figura 13 apresenta as correntes elétricas por fase de acordo com a comutação dos transistores.

### 2.1.3.2 Acionamento dos motores BLAC

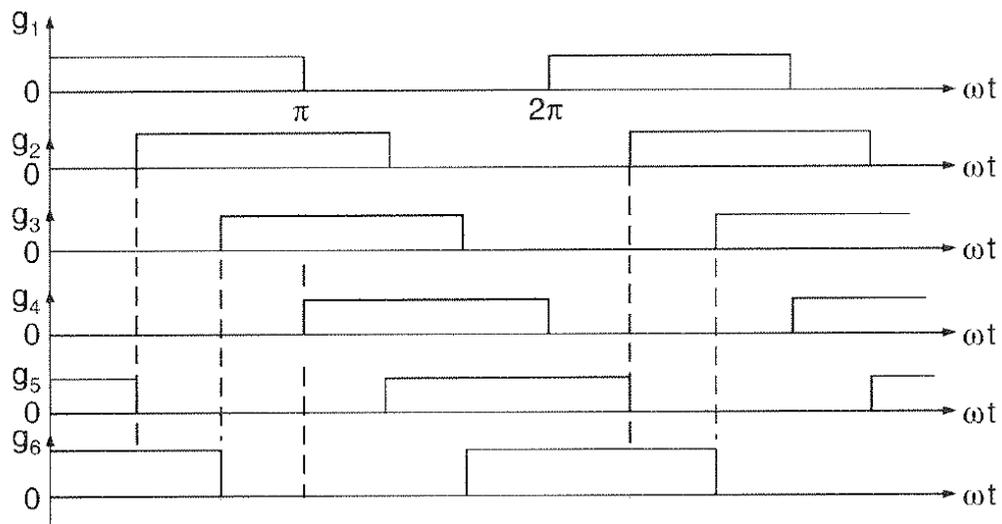
Diferentemente do acionamento dos motores BLDC, no acionamento dos motores BLAC cada transistor conduz por  $180^\circ$  e três transistores estão conduzindo em qualquer instante de tempo, ora um da parte superior e dois da parte inferior do inversor, ora dois da parte superior e um da parte inferior do inversor (RASHID, 1999). Os sinais de comando dos transistores são apresentados na Figura 14.

Figura 13 – Correntes elétricas trapezoidais do acionamento do motor BLDC



Fonte: adaptado de (HENDERSHOT; MILLER, 1994, p. 2-29).

Figura 14 – Sinais de comando dos transistores para o acionamento do motor BLAC



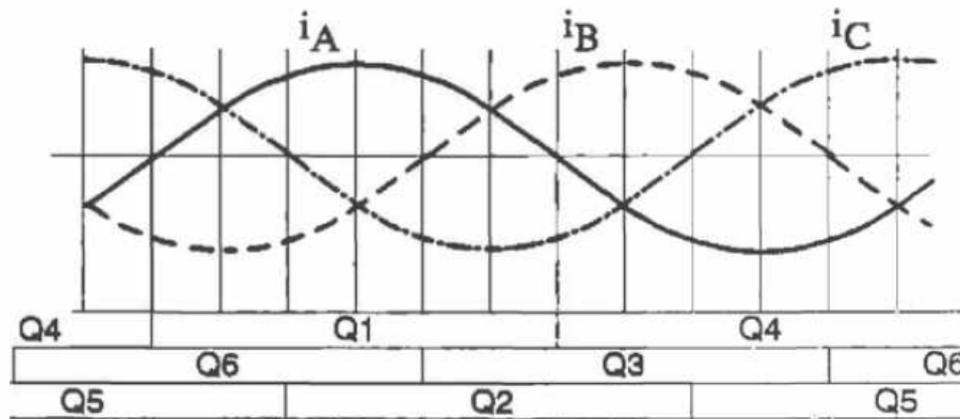
Fonte: adaptado de (RASHID, 1999, p. 447).

Existem seis modos de operação em um ciclo, como por exemplo os transistores 1-2-3, 2-3-4, 3-4-5, 4-5-6, 5-6-1, e 6-1-2, onde a duração de cada modo é de 60°. Os sinais de comando são defasados em 60° uns dos outros, de modo a obter tensões trifásicas equilibradas (RASHID, 1999).

A Figura 15 apresenta as correntes elétricas por fase de acordo com a

comutação dos transistores.

Figura 15 – Correntes elétricas senoidais do acionamento do motor BLAC



Fonte: adaptado de (HENDERSHOT; MILLER, 1994, p. 2-29).

Na operação do motor com alimentação senoidal, as correntes elétricas de linha são, a princípio, senoidais, embora elas possuam oscilações devido à comutação dos transistores. Normalmente, as três correntes elétricas são não nulas, exceto quando cruzam o zero (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

#### 2.1.4 Perdas resistivas e magnéticas

Após as perdas resistivas, as perdas magnéticas são as mais importantes na operação de máquinas elétricas, tendo maior importância a medida que a velocidade do motor aumenta. A Equação 19 descreve o cálculo das perdas resistivas por fase ( $P_r$ ) (HENDERSHOT; MILLER, 1994):

$$P_r = R \cdot I_{rms}^2 \quad (19)$$

Onde:

$R$  é a resistência elétrica por fase [ $\Omega$ ];

$I_{rms}$  é a corrente elétrica eficaz por fase [A].

As perdas magnéticas derivam da variação do fluxo magnético no aço elétrico, as quais são divididas em dois tipos: perdas por correntes de Foucault e perdas por histerese (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

As correntes elétricas de Foucault são causadas pelas variações da intensidade do fluxo magnético, que induz a circulação de correntes no aço elétrico na mesma frequência da variação do campo magnético. Já as perdas por histerese resultam da mudança do estado magnético (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

As perdas no aço ( $W_{Fe}$ ) são medidas com a forma de onda senoidal da indução magnética e são descritas pela equação de Steinmetz, onde o primeiro termo da

equação descreve as perdas por histerese e o segundo termo as perdas por Foulcault (JULIANI, 2007):

$$W_{Fe} = C_h \cdot f \cdot B_p^n + C_e \cdot B_p^e \cdot f^2 \quad (20)$$

Onde:

$C_h$ ,  $C_e$  e  $n$  são coeficientes de perda do material;

$B_p$  é o pico da indução magnética quando o fluxo é senoidal [T];

$f$  é a frequência do campo magnético externo [Hz].

Os coeficientes de perda do material podem ser obtidos por meio do gráfico de perda magnética versus frequência, fornecido pelo fabricante. Quando é possível obter um único valor de perda e não há dados para determinar os três parâmetros, considera-se um valor típico de  $n$  e  $h$  como sendo  $n = 1,7$  e  $h = 0,6$  (BOHRER, 2019).

## 2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico para resolver problemas de campo eletromagnético que são muito complexos para serem resolvidos usando técnicas analíticas, especialmente aquelas envolvendo problemas não lineares. O método envolve basicamente a discretização da seção transversal do motor (ou volume no caso da análise 3D) em áreas ou volumes menores chamados de elementos finitos (HENDERSHOT; MILLER, 1994).

Os softwares de elementos finitos são extremamente robustos e eficazes, e possuem inúmeras ferramentas para auxiliar o usuário a extrair os dados que possui interesse. Entretanto, deve-se ressaltar que esse método difere-se de softwares analíticos de projeto de motores, como o Speed PC-BDC, em dois principais pontos (HENDERSHOT; MILLER, 1994):

- O MEF é limitado a um único tipo de problema, como por exemplo análise eletromagnética ou análise térmica;
- O MEF se destina a análises precisas, e em função disso, o tempo de configuração e execução é relativamente longo, podendo uma simples simulação levar dias ou semanas.

Geralmente, este método é utilizado em eletromagnetismo para calcular e analisar grandezas, como por exemplo: intensidade de fluxo elétrico, densidade de fluxo magnético, potencial magnético, torque eletromagnético, indutâncias, resistências, potência elétrica e energia (JULIANI, 2007).

A resolução de problemas utilizando o MEF, engloba os seguintes passos: discretização do domínio da função, seleção da função de interpolação, formulação do sistema de equações e solução do sistema de equações.

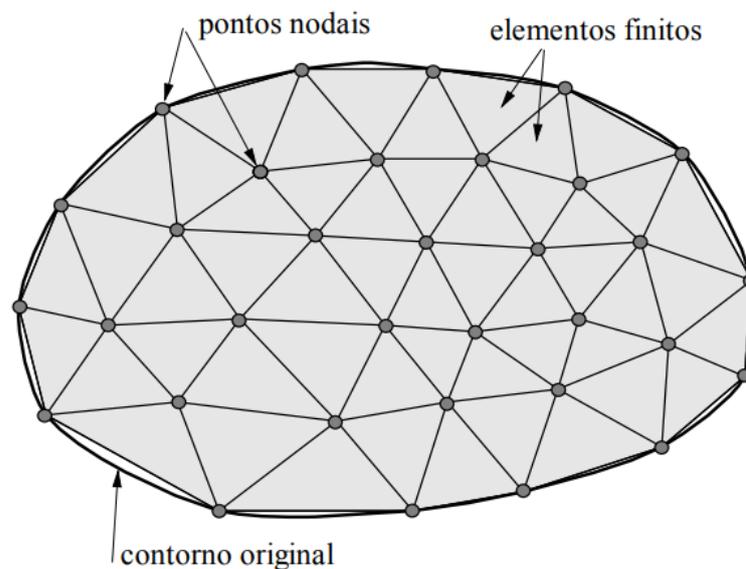
Na discretização do domínio da função, o sistema é dividido em inúmeros subdomínios, denominados elementos. Na modelagem eletromagnética, os comumente utilizados são os segmentos de reta, triângulos e tetraedros, para uma, duas e três dimensões, respectivamente (JIN, 2002).

Para a análise em duas dimensões, os vértices dos triângulos são chamados de nós e estão relacionados aos graus de liberdade previstos para o elemento. O agrupamento desses elementos que compõem o domínio é chamado de malha.

A precisão do método depende da quantidade de nós e elementos, e do tamanho e tipo dos elementos presentes na malha. Um dos pontos mais importante do método é a convergência, uma vez que, apesar de se tratar de um método aproximado, pode-se demonstrar que em uma malha consistente, a medida que o tamanho dos elementos finitos tende a zero, e por conseguinte, a quantidade de nós tende a infinito, a solução obtida converge para a solução exata do problema (SOUZA, 2003).

A Figura 16 apresenta uma malha de elementos finitos divididos em elementos triangulares.

Figura 16 – Malha de Elementos Finitos



Fonte: (SOUZA, 2003, p. 1).

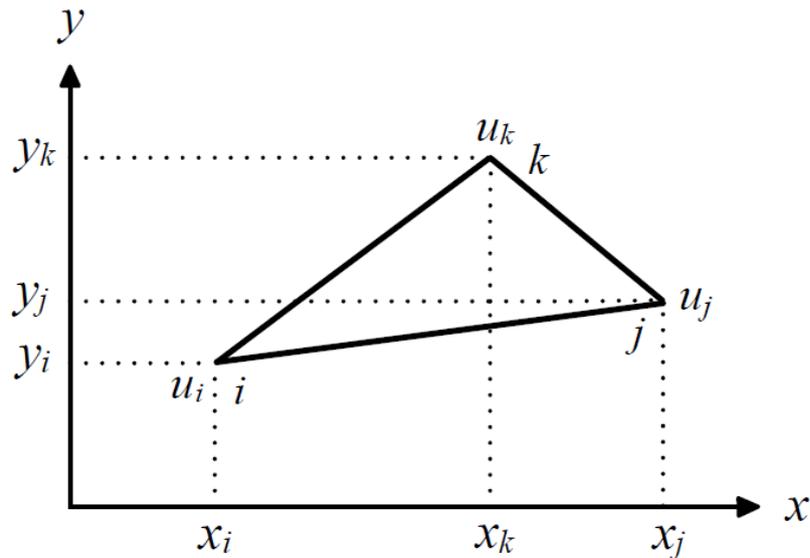
Após a discretização ser realizada, ocorre a seleção da função de interpolação, onde é escolhida uma função que irá aproximar o valor da função desconhecida dentro de cada elemento. Normalmente, são escolhidas funções polinomiais de primeira, segunda ou terceira ordem. Quanto maior o grau do polinômio, maior a complexidade do problema, de modo que o mais utilizado é o polinômio de primeira ordem (linear) (JIN, 2002).

Neste trabalho, a função genérica escolhida é a expressão do potencial magnético  $A$ . O objetivo é encontrar a função  $A$  que resulta no menor valor do funcional  $F$ , ou seja, a minimização do funcional. Nesta solução, é utilizada os valores do

potencial magnético nos nós do domínio (JULIANI, 2007).

Um funcional pode ser definido como uma grandeza escalar, o qual assume um determinado valor de acordo com a função nele utilizada. Ele pode ser escrito como uma integral definida, tendo como integrando uma determinada função genérica (BOHRER, 2019).

Figura 17 – Elemento triangular da malha



Fonte: (JULIANI, 2007, p. 103).

A função aproximada utilizada é de primeira ordem:

$$A(x, y) = \sum_{m=1}^3 \phi_m \cdot A_m \quad (21)$$

Onde:

$A_m$  é o potencial magnético em cada nó da malha de elementos finitos;  
 $\phi_m$  são as funções de forma do elemento.

A fim de minimizar o funcional  $F$ , iguala-se a zero a derivada do funcional em relação ao potencial magnético  $A$ :

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = 0 \quad (22)$$

Analisando cada vértice do triângulo, pode-se expressar o potencial magnético

pelas expressões abaixo:

$$\begin{aligned} A_i &= a_1 + a_2 \cdot x_i + a_3 \cdot y_i \\ A_j &= a_1 + a_2 \cdot x_j + a_3 \cdot y_j \\ A_k &= a_1 + a_2 \cdot x_k + a_3 \cdot y_k \end{aligned} \quad (23)$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtém-se:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2\Delta} \cdot (a_i \cdot A_j + a_j \cdot A_k + a_k \cdot A_i) \\ a_2 &= \frac{1}{2\Delta} \cdot (b_i \cdot A_j + b_j \cdot A_k + b_k \cdot A_i) \\ a_3 &= \frac{1}{2\Delta} \cdot (c_i \cdot A_j + c_j \cdot A_k + c_k \cdot A_i) \end{aligned} \quad (24)$$

Onde:

$$2\Delta = \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix}$$

Sendo:

$\Delta$  a área do elemento triangular [m<sup>2</sup>].

Desse modo, substituindo a Equação 24 na Equação 23, resulta em:

$$\phi_m = \frac{a_m + b_m \cdot x + c_m \cdot y}{2\Delta}, \text{ onde } m = i, j, k \quad (25)$$

A densidade de fluxo magnético ( $\vec{B}$ ) é calculada por meio da Equação 26 a seguir:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (26)$$

Como a aproximação do potencial magnético ( $\vec{A}$ ) foi expressa pela função de primeira ordem apresentada na Equação 21, é possível calcular a densidade de fluxo magnético por meio da seguinte expressão:

$$\vec{B} = \frac{1}{2\Delta} \cdot \sum_{i=1}^3 (b_i \cdot i_x + c_i \cdot i_y) \cdot A_i \quad (27)$$

Desse modo, pode-se obter o módulo da densidade de fluxo magnético:

$$|B| = \frac{1}{2\Delta} \cdot \sqrt{(b_1 \cdot A_1 + b_2 \cdot A_2 + b_3 \cdot A_3)^2 + (c_1 \cdot A_1 + c_2 \cdot A_2 + c_3 \cdot A_3)^2} \quad (28)$$

Em função da aproximação do vetor potencial magnético ser definida pelos nós dos elementos, a minimização do funcional  $F$  é realizada igualando-se a sua primeira derivada em relação ao potencial magnético em cada nó igual a zero. Como consequência, o funcional  $F$  pode ser reescrito como sendo um somatório de integrais nos elementos da malha (JULIANI, 2007):

$$\frac{\partial F}{\partial A_k} = \sum \frac{\partial F_t}{\partial A_k} = 0 \quad (29)$$

$$F(A(x, y)) = \sum F_t(A(x, y)) \quad (30)$$

Onde:

$$F_t = \int_S (-J \cdot A + \int_0^B v \cdot B dB) dx dy \quad (31)$$

Efetuada-se os cálculos, conforme (ALCANTARA, 2010), obtém-se a formulação matemática para os nós 1, 2 e 3, respectivamente:

$$\frac{\Delta J}{3} = \left(\frac{v}{4\Delta}\right) \cdot ((b_1 \cdot b_1 + c_1 \cdot c_1) \cdot A_1 + (b_1 \cdot b_2 + c_1 \cdot c_2) \cdot A_2 + (b_1 \cdot b_3 + c_1 \cdot c_3) \cdot A_3) \quad (32)$$

$$\frac{\Delta J}{3} = \left(\frac{v}{4\Delta}\right) \cdot ((b_2 \cdot b_1 + c_2 \cdot c_1) \cdot A_1 + (b_2 \cdot b_2 + c_2 \cdot c_2) \cdot A_2 + (b_2 \cdot b_3 + c_2 \cdot c_3) \cdot A_3) \quad (33)$$

$$\frac{\Delta J}{3} = \left(\frac{v}{4\Delta}\right) \cdot ((b_3 \cdot b_1 + c_3 \cdot c_1) \cdot A_1 + (b_3 \cdot b_2 + c_3 \cdot c_2) \cdot A_2 + (b_3 \cdot b_3 + c_3 \cdot c_3) \cdot A_3) \quad (34)$$

Reescrevendo na forma matricial, tem-se:

$$\left(\frac{v}{4\Delta}\right) \cdot \begin{pmatrix} b_1 \cdot b_1 + c_1 \cdot c_1 & b_1 \cdot b_2 + c_1 \cdot c_2 & b_1 \cdot b_3 + c_1 \cdot c_3 \\ b_2 \cdot b_1 + c_2 \cdot c_1 & b_2 \cdot b_2 + c_2 \cdot c_2 & b_2 \cdot b_3 + c_2 \cdot c_3 \\ b_3 \cdot b_1 + c_3 \cdot c_1 & b_3 \cdot b_2 + c_3 \cdot c_2 & b_3 \cdot b_3 + c_3 \cdot c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A1 \\ A2 \\ A3 \end{pmatrix} = \left(\frac{\Delta}{3}\right) \cdot \begin{pmatrix} J \\ J \\ J \end{pmatrix}$$

Ademais, é possível representar o sistema acima como:

$$[S] \cdot [A] = [R] \quad (35)$$

Onde:

[S] é a matriz global que agrupa informações geométricas e magnéticas;

[A] é o vetor contendo o potencial magnético nos nós da malha;

[R] é o vetor dos valores das correntes nos nós.

Com o sistema de equações definido, é possível avançar para a última etapa onde é solucionado o sistema de equações.

Como a matriz [S] é singular, ou seja, determinante igual a zero, a Equação 35 não apresenta solução única. Em função disso, há a necessidade de impor condições de contorno, as quais normalmente são as de Dirichlet, onde o valor da função é conhecido no contorno (ALCANTARA, 2010).

Com as condições de contorno impostas ao sistema de equação, ele pode ser solucionado por métodos numéricos que explorem a esparsidade da matriz [S]. Esses métodos podem fornecer solução exata do sistema de equações após um número finito de iterações ou fornecer uma sequência de vetores que convergem para a solução do sistema (JULIANI, 2007).

Para o cálculo do torque, o método dos elementos finitos possibilita um melhor entendimento do funcionamento das máquinas elétricas. Dentre as principais maneiras para o seu cálculo, destaca-se o Tensor das Tensões de Maxwell, que foi o método utilizado neste trabalho.

O torque eletromagnético (Equação 36) em um motor elétrico é calculado por meio da integral de superfície da força normal no entreferro, a qual é obtida pelo tensor das tensões de Maxwell (Equação 37), que define a força por unidade de área

produzida pelo campo magnético na superfície (CHUNG; KIM; HAHN, 1997).

$$\vec{T}_{el} = \oint_S \vec{r} \times \vec{F} dS \quad (36)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} (B \cdot \vec{n}) - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \vec{n} \quad (37)$$

Onde:

$\vec{F}$  é o tensor das tensões de Maxwell [ $N.m^{-2}$ ];

$\vec{n}$  é vetor normal à superfície  $S$ ;

$r$  é o raio do rotor [ $m$ ].

Apesar do tensor das tensões de Maxwell ser um bom método para o cálculo do torque, ele pode apresentar resultados não tão precisos, no caso em que o domínio da função não é discretizado corretamente no local em que se deseja calculá-lo (MEEKER, 2006).

### 3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho utiliza dados de natureza mista e a pesquisa é de teor exploratório. São analisados dados de desempenho do motor, como tensão induzida e torque eletromagnético, por meio de um software baseado no método dos elementos finitos. As perdas e as oscilações no torque são calculadas por meio de equações empíricas.

#### 3.1 PROGRAMA COMPUTACIONAL DE ELEMENTOS FINITOS (FEMM)

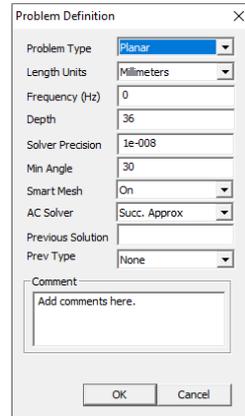
O programa computacional escolhido para os cálculos numéricos foi o *Finite Element Method Magnetics* (FEMM). O software é obtido gratuitamente, inclusive o seu código fonte, em (MEEKER, 2006). Dentre as suas principais características, pode-se citar:

- Utilizar uma formulação variacional de problemas de campos eletromagnéticos resolvidos pelo MEF;
- Discretizar o domínio com elementos triangulares de primeira ordem;
- A função de aproximação é de primeira ordem (linear);
- Utilizar o método do Conjugado-Gradiente e o método de Newton-Rapson para a solução do sistema de equações algébricas resultantes de formulação por elementos finitos.

O software possui três etapas durante a simulação: pré-processamento, processamento e pós-processamento. A primeira etapa é encarregada da modelagem geométrica, onde se definem os materiais, as correntes e as condições de contorno. Já a segunda parte é responsável por realizar os cálculos e, por fim, a terceira etapa apresenta os resultados obtidos na etapa anterior (JULIANI, 2007).

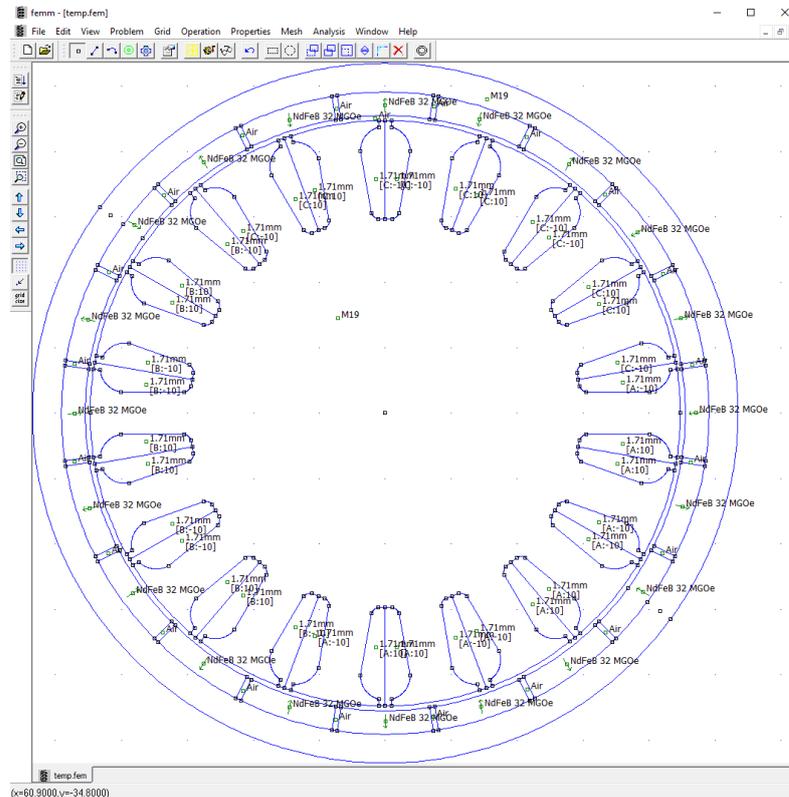
Na etapa de pré-processamento é definido o tipo de problema, a unidade do desenho e a precisão dos cálculos (Figura 18). Além disso, é nela que se desenha o modelo geométrico a ser estudado (Figura 19), configura-se as propriedades elétricas e magnéticas dos materiais, selecionando-as na biblioteca (Figura 20) e acrescentando-as através da definição de propriedades (Figura 21). Ademais, o software ainda permite a inclusão de novos materiais (Figura 22). No fim dessa parte, cria-se a geometria discretizada com os elementos triangulares (Figura 23) (JULIANI, 2007).

Figura 18 – Definição do problema no FEMM



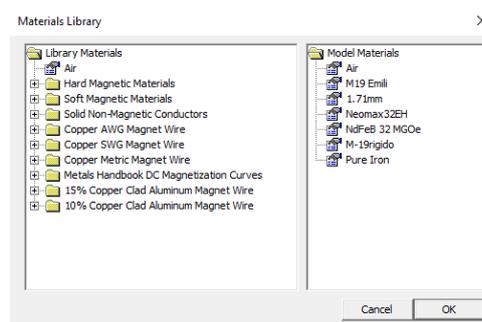
Fonte: Autor (2021).

Figura 19 – Desenho da geometria no FEMM



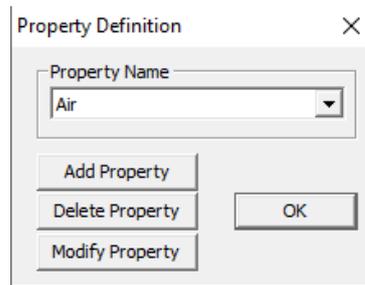
Fonte: Autor (2021).

Figura 20 – Biblioteca de materiais no FEMM



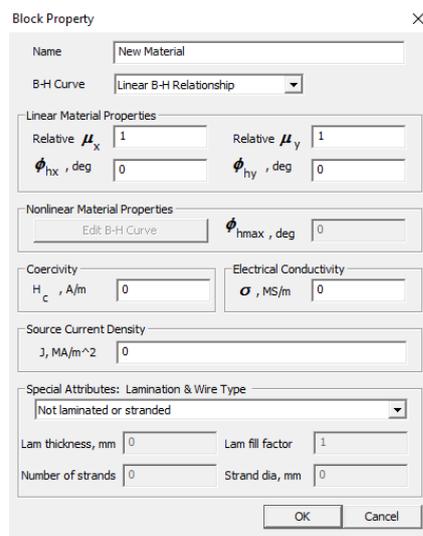
Fonte: Autor (2021).

Figura 21 – Definição das propriedades no FEMM



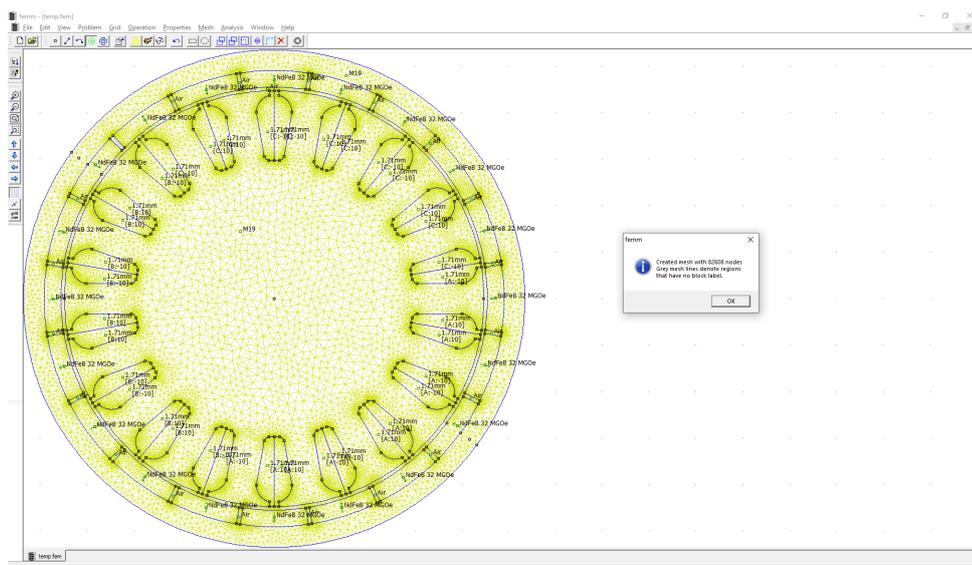
Fonte: Autor (2021).

Figura 22 – Adição de um novo material no FEMM



Fonte: Autor (2021).

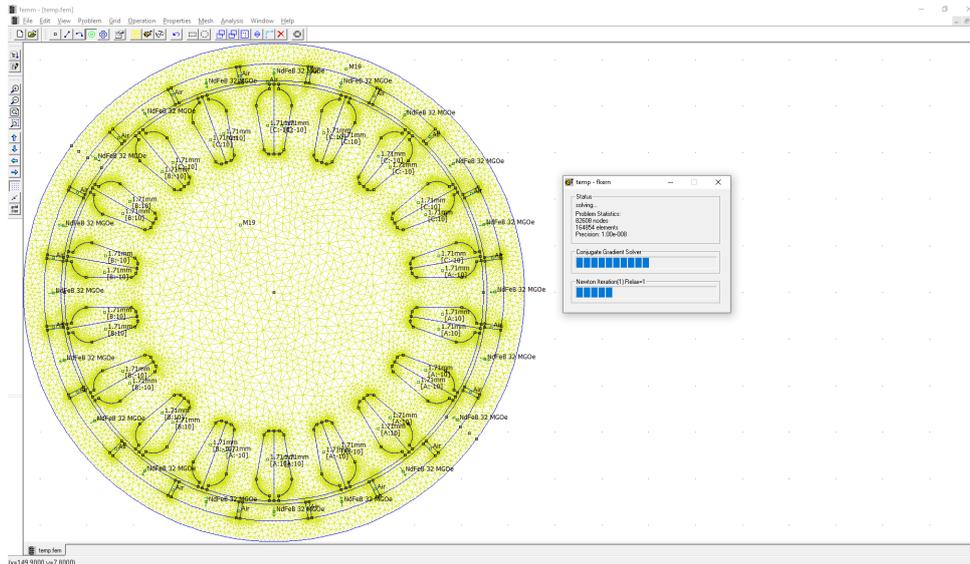
Figura 23 – Geometria discretizada em elementos triangulares no FEMM



Fonte: Autor (2021).

Já na segunda etapa (processamento) os parâmetros, tais como os materiais, as condições de contorno e a discretização realizada já estão definidos, e a geometria apresenta-se configurada. Os cálculos são efetuados (Figura 24) através das equações geradas utilizando-se métodos numéricos (JULIANI, 2007).

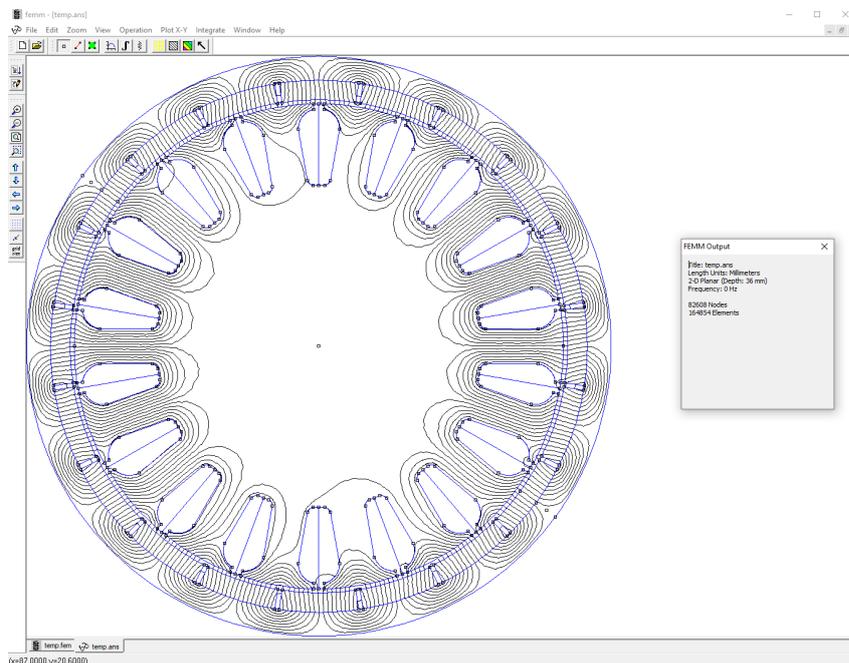
Figura 24 – Realizando cálculos no FEMM



Fonte: Autor (2021).

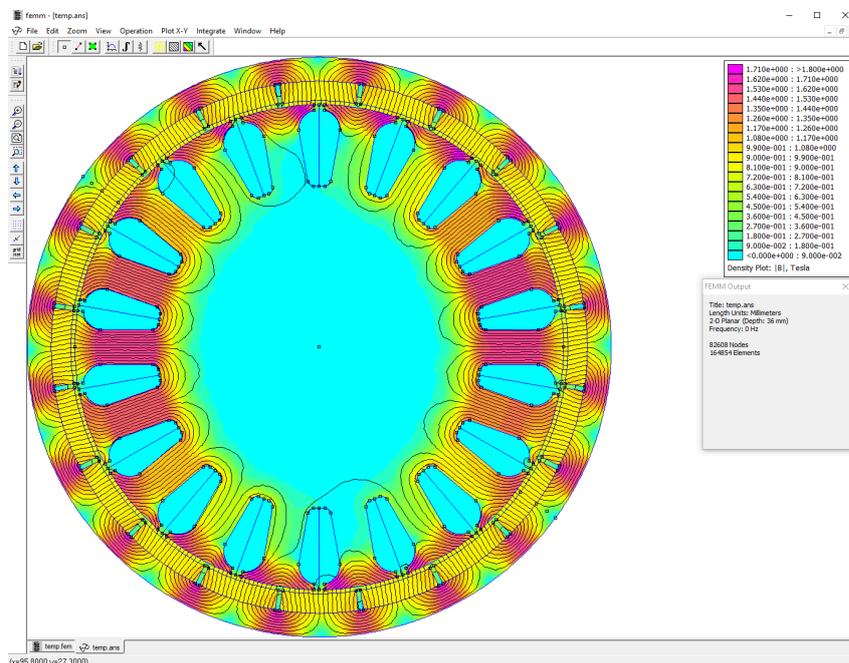
Na terceira, e última etapa (pós-processamento) é possível visualizar os resultados através dos gráficos de linhas de fluxo (Figura 25), dos gráficos de cores (Figura 26) que representam a densidade de fluxo magnético e dos gráficos de curva de indução magnética. Além disso, nessa etapa ainda é possível gravar os resultados numéricos em arquivos de texto, ferramenta que foi utilizada com frequência para observar os resultados (JULIANI, 2007).

Figura 25 – Gráfico de linhas de fluxo no FEMM



Fonte: Autor (2021).

Figura 26 – Gráfico de cores no FEMM



Fonte: Autor (2021).

### 3.2 MOTOR SÍNCRONO UTILIZADO NO TRABALHO

Algumas informações da máquina utilizada para o presente trabalho podem ser observadas na Tabela 2, tratando-se de uma topologia com rotor externo.

Tabela 2 – Informações fornecidas pelo fabricante

Faixa de potência [W]	250-500
Massa [kg]	2,44
Resistência por fase [ $\Omega$ ]	0,135

Fonte: (BOHRER, 2019, p. 38).

Além dos valores fornecidos pelo fabricante do motor, é possível observar algumas especificações e dimensões na Tabela 3.

Tabela 3 – Especificações e dimensões aproximadas

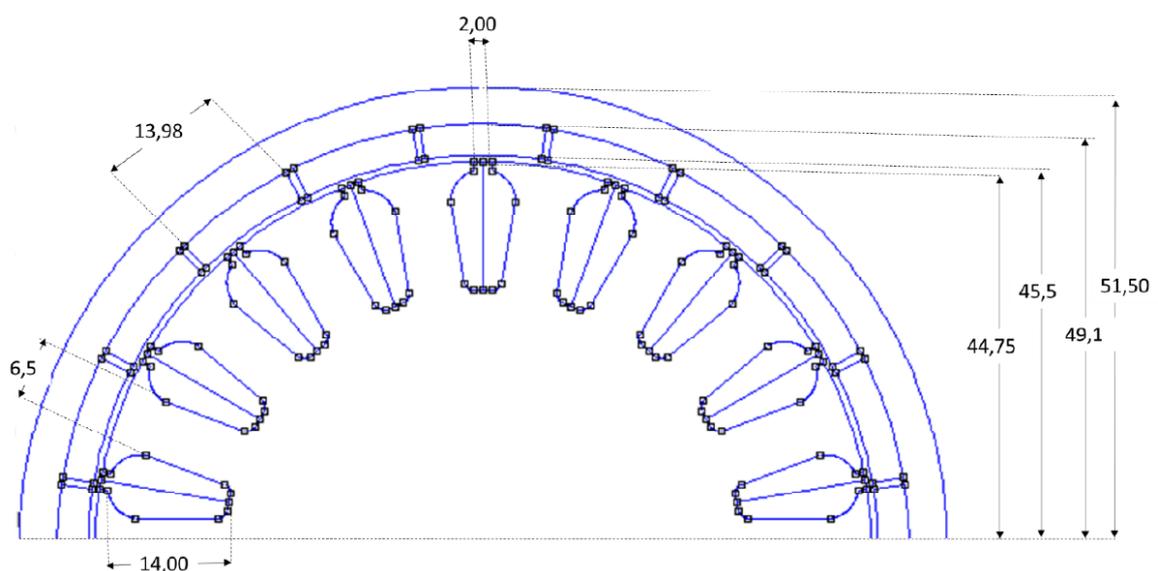
Número de polos	20
Número de ranhuras	18
Altura de pacote [mm]	36,00
Diâmetro externo do rotor [mm]	103,00
Espessura dos ímãs [mm]	3,6
Entreferro [mm]	0,75

Fonte: (BOHRER, 2019, p. 39).

Na montagem física do motor, há um conjunto de redutores conectados ao seu eixo. Para cada 1 volta ( $360^\circ$ ) da roda que o motor está acoplado, o seu rotor rotaciona em torno de 4 voltas e  $120^\circ$ . Logo, a diminuição de velocidade rotacional é de aproximadamente 4,3:1 (BOHRER, 2019).

A Figura 27 apresenta as dimensões, em mm, do motor utilizado neste trabalho.

Figura 27 – Dimensões do motor



Fonte: (BOHRER, 2019, p. 39)

### 3.3 ALIMENTAÇÃO

Em (BOHRER, 2019), foi realizado um estudo da mesma máquina analisando o desempenho dela por meio de diferentes combinações de materiais ferromagnéticos (aços e ímãs) utilizando uma alimentação trapezoidal, onde o objetivo foi obter configurações que gerassem melhorias na eficiência. Foi utilizada como referência a configuração composta pelo aço M19 (0,50mm) e ímã 32MGOe, a mesma utilizada neste trabalho.

A Tabela 4 mostra os valores de indução magnética, torque eletromagnético, perdas por histerese, perdas por Foucault e perdas totais no aço com a combinação de referência utilizada em (BOHRER, 2019), onde foi considerada a posição de 17,2° mecânicos como parâmetro para obtenção da indução magnética, pelo fato de nessa posição ser obtido o valor de pico do torque eletromagnético.

Tabela 4 – Grandezas elétricas da máquina de referência

Grandeza	Valores
Indução Magnética máxima [T]	1,60
Torque Eletromagnético [Nm]	1,809
Perdas por histerese [W/Kg]	4,93
Perdas por Foucault [W/Kg]	8,71
Perdas totais no aço [W/Kg]	13,64
Corrente Elétrica de pico ( $i_{trap}$ ) [A]	6,2

Fonte: adaptado (BOHRER, 2019, p. 38).

De modo a obter o valor da corrente de pico elétrica a ser utilizada, inicialmente foram igualadas as equações (Equação 38) do torque eletromagnético do motor com a alimentação senoidal ( $T_{sen}$ ) e do motor com a alimentação trapezoidal ( $T_{trap}$ ), igualando as Equações 4 e 9 obtém-se a Equação 39, o valor obtido é apresentado no Equação 40, após a substituição do valor da corrente de pico utilizada na configuração de referência.

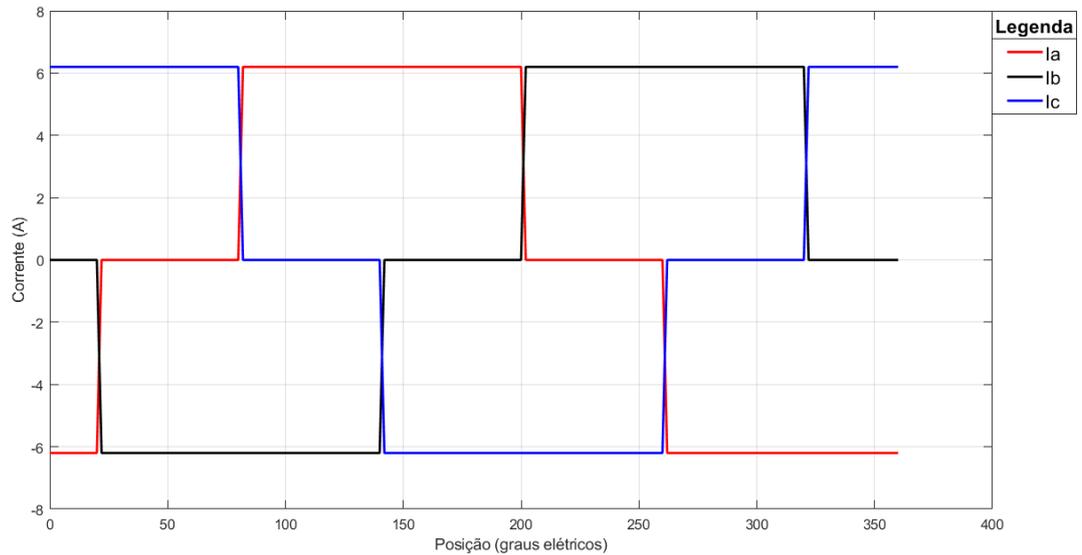
$$T_{sen} = T_{trap} \quad (38)$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{\epsilon \cdot i_{sen}}{\omega_m} = 2 \cdot \frac{\epsilon \cdot i_{trap}}{\omega_m} \quad (39)$$

$$i_{sen} = \frac{4}{3} \cdot i_{trap} = 8,27A \quad (40)$$

A Figura 28 apresenta a forma de onda da alimentação trapezoidal com corrente elétrica de pico de 6,2A utilizada na configuração de referência.

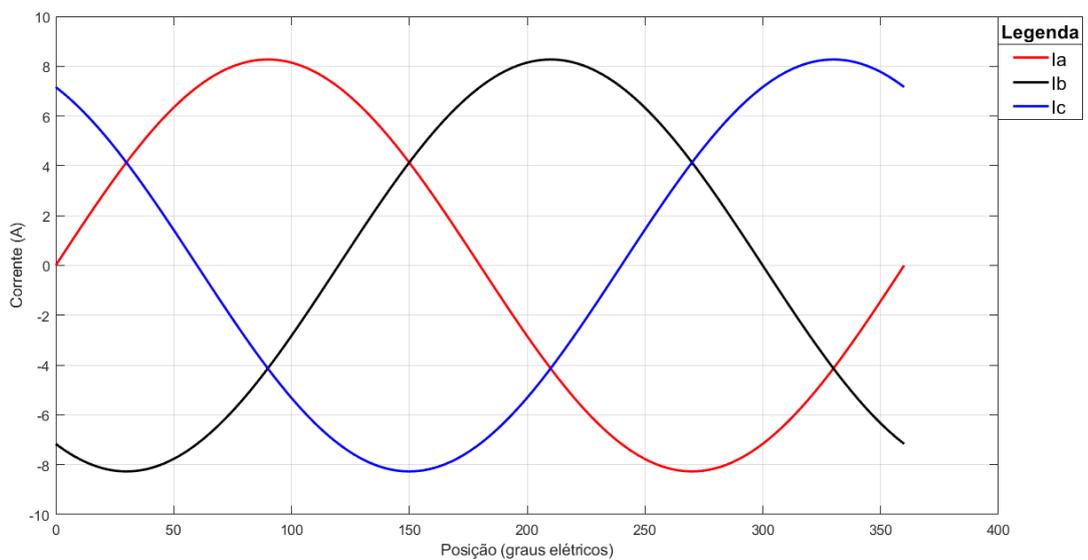
Figura 28 – Corrente elétrica utilizada na configuração de referência



Fonte: Autor (2021).

A Figura 29 apresenta a alimentação senoidal utilizada para alimentar cada fase da máquina. As correntes elétricas são defasadas em  $120^\circ$ , de modo a fornecer uma alimentação trifásica equilibrada.

Figura 29 – Corrente elétrica utilizada nos cálculos



Fonte: Autor (2021).

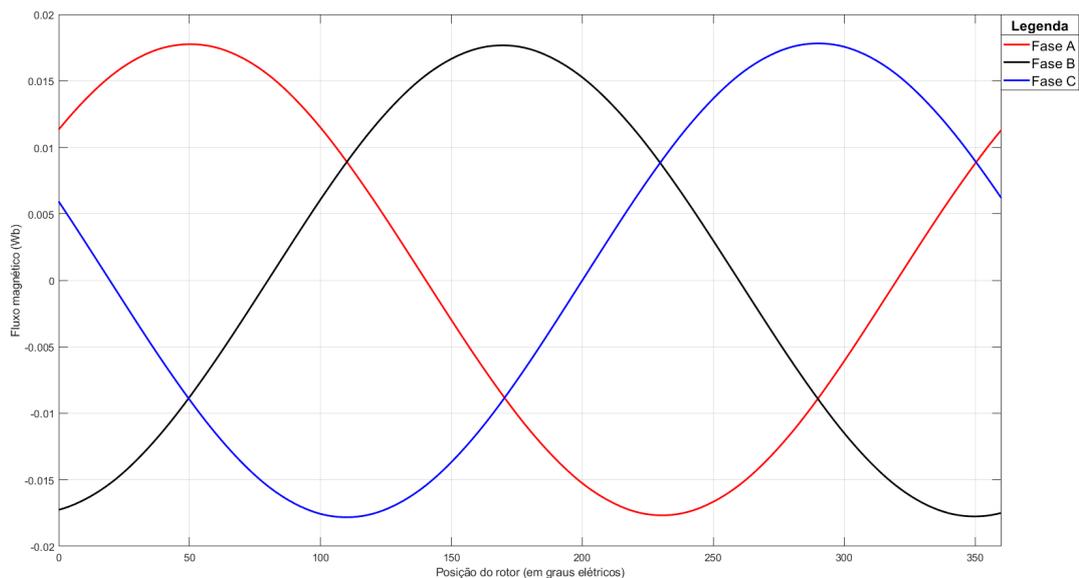
## 4 RESULTADOS

Nesta seção os resultados obtidos pelo programa FEMM são analisados e comparados com a configuração de referência que possui alimentação trapezoidal de 6,2A de pico. Este capítulo expressa, primeiramente, os valores de tensão induzida, a obtenção da corrente de alimentação, os valores de torque gerados para cada alimentação, e então os resultados obtidos para as perdas.

### 4.1 TENSÃO INDUZIDA

A Figura 30 apresenta os fluxos magnéticos obtidos em cada fase da máquina.

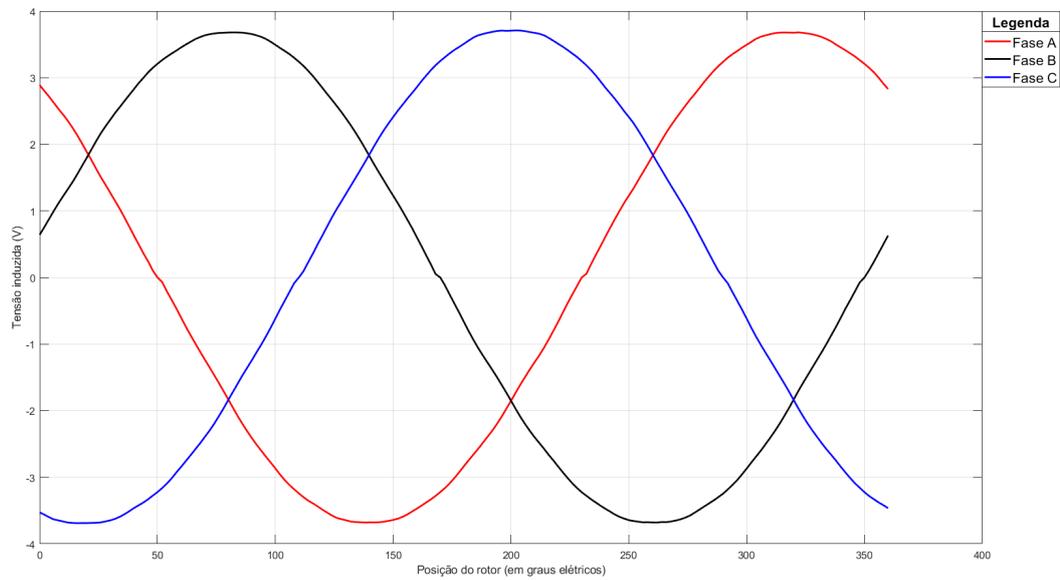
Figura 30 – Fluxo magnético por fase



Fonte: Autor (2021).

A tensão induzida por fase pode ser vista na Figura 31. Para o cálculo da tensão induzida foi utilizada a velocidade da máquina de 200rpm. O comportamento similar a uma forma de onda senoidal se deve ao fato da alocação dos ímãs na parte móvel e do projeto dos enrolamentos do estator.

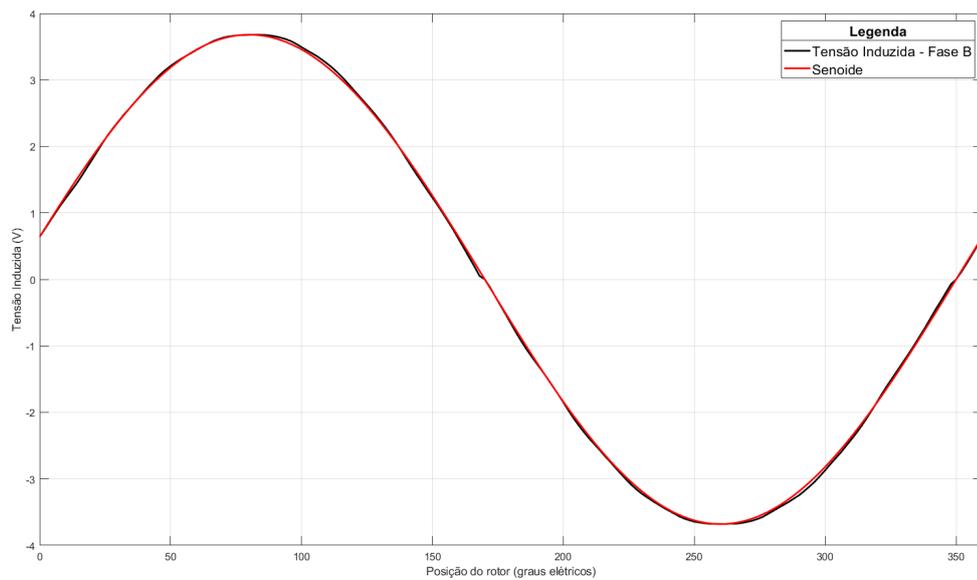
Figura 31 – Tensão induzida por fase



Fonte: Autor (2021).

A fim de confirmar o aspecto senoidal das tensões induzidas por fase, foi sobreposta uma senoide sobre uma das fases da tensão induzida obtida. Pode-se observar pela Figura 32 que as curvas estão praticamente sobrepostas.

Figura 32 – Tensão induzida de uma fase em comparação com uma senoide

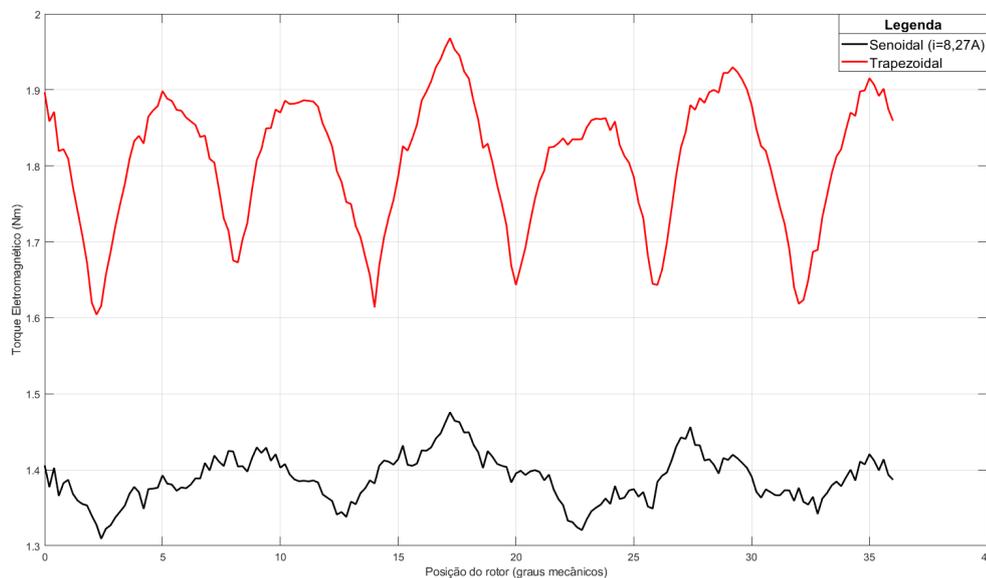


Fonte: Autor (2021).

## 4.2 ALIMENTAÇÃO

Como foi apresentado nas Equações 38, 39 e 40, a alimentação do motor com uma corrente elétrica senoidal de 8,27A de pico gera, teoricamente, um valor de torque eletromagnético instantâneo igual ao valor de torque da configuração com uma alimentação trapezoidal com 6,2A de pico. A Figura 33 apresenta o valor do torque obtido utilizando uma alimentação senoidal com 8,27A de pico em comparação com a configuração de referência que utiliza alimentação trapezoidal.

Figura 33 – Torque eletromagnético gerado com uma alimentação senoidal de 8,27A de pico e com uma alimentação trapezoidal de 6,2A de pico



Fonte: Autor (2021)

A Tabela 5 apresenta os valores eficazes do torque eletromagnético da referência e da máquina alimentada com uma corrente senoidal com 8,27A de pico.

Tabela 5 – Valores de torque eletromagnético eficaz para alimentação senoidal de 8,27A e trapezoidal de 6,2A

Forma de onda	Corrente Elétrica de pico[A]	Torque eletromagnético eficaz[Nm]
Senoidal	8,27	1,389
Trapezoidal	6,2	1,809

Fonte: Autor (2021).

Como é visto por meio da Figura 33 e pela Tabela 5, os torques eletromagnéticos apresentaram resultados diferentes do calculado, onde a configuração com a alimentação senoidal de 8,27A de pico apresentou uma redução no torque eletromagnético de 23,2% em comparação com a configuração de referência.

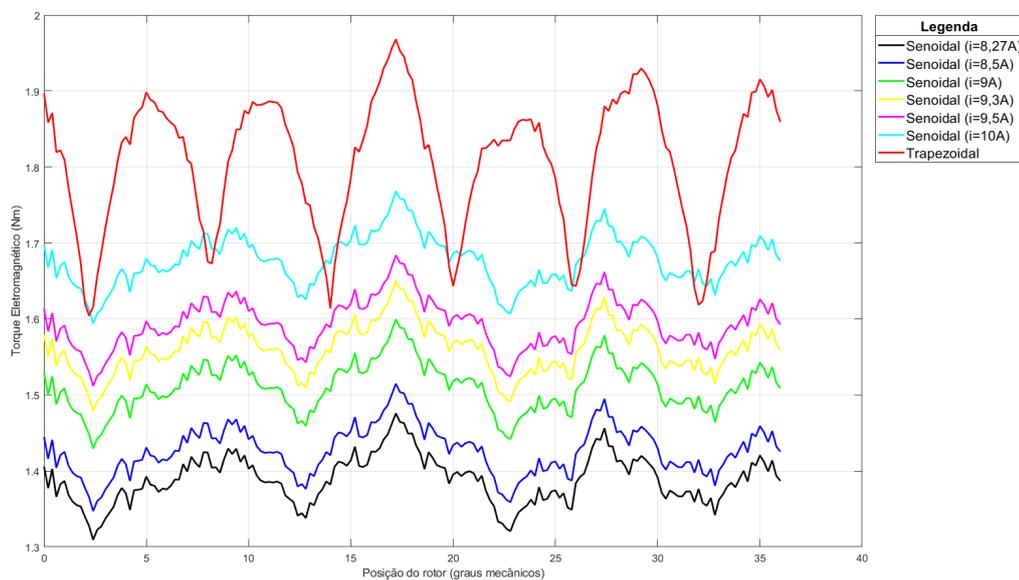
Os valores de torque eletromagnético não foram equivalentes devido às equações (Equações 4 e 9) utilizadas para a dedução da corrente elétrica de pico serem ideais, ou seja, não possuem os termos que geram as oscilações no torque eletromagnético.

### 4.3 TORQUE

Após ser calculado o valor do torque eletromagnético para uma alimentação senoidal de 8,27A, o qual deveria apresentar valor igual ao torque eletromagnético do motor com alimentação trapezoidal de 6,2A, foram realizados cálculos aumentando gradativamente o valor da corrente de pico, a fim de obter um valor de torque eletromagnético mais próximo possível da configuração de referência.

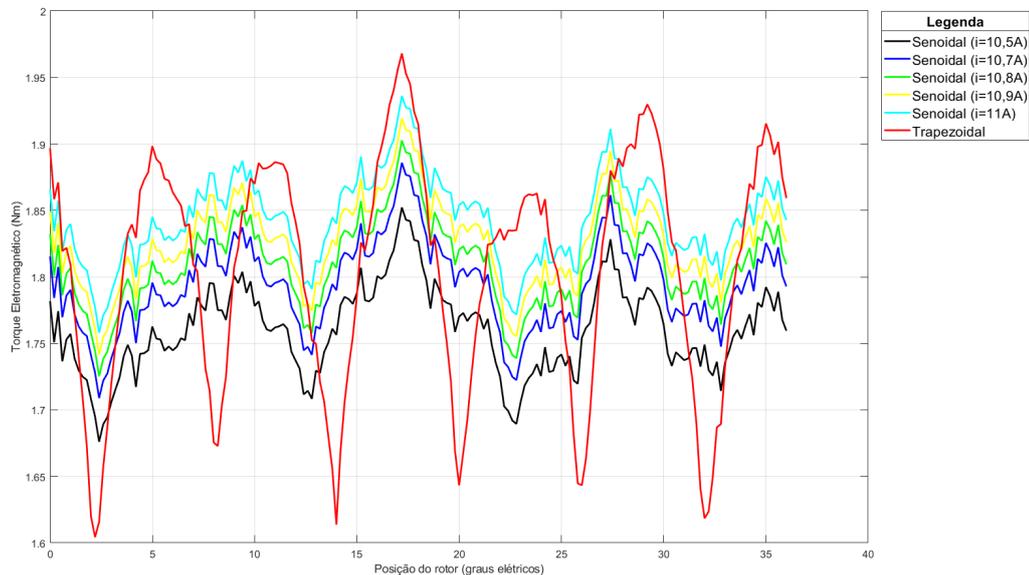
A Figura 34 e a Figura 35 apresentam os valores de torque eletromagnético que foram obtidos aumentando gradativamente o valor de pico da corrente elétrica utilizando alimentação senoidal.

Figura 34 – Torques eletromagnéticos gerados aumentando gradativamente a corrente elétrica - Parte 1



Fonte: Autor (2021).

Figura 35 – Torques eletromagnéticos gerados aumentando gradativamente a corrente elétrica - Parte 2



Fonte: Autor (2021).

É possível observar por meio das Figuras 34 e 35 que o valor do torque eletromagnético vai aumentando gradativamente com o aumento da corrente elétrica, o que era esperado.

Além disso, também é possível notar pelos gráficos gerados que a oscilação do torque eletromagnético utilizando alimentações senoidais foram inferiores quando comparadas com a alimentação trapezoidal de referência, apresentando assim, um torque menos variável durante todo o ciclo analisado.

A Tabela 6 apresenta os valores dos torques obtidos de acordo com o valor de pico de alimentação da corrente elétrica, onde a corrente elétrica com 6,2A de pico e o seu respectivo torque eletromagnético correspondem a configuração de referência.

Tabela 6 – Valores de torque eletromagnético eficaz de acordo com o valor da corrente de pico

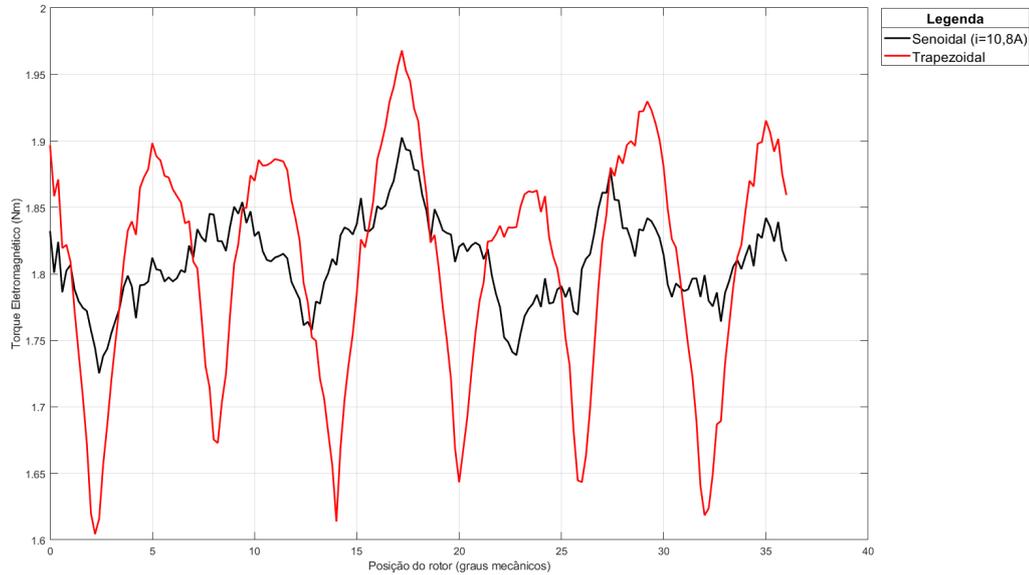
Corrente Elétrica de pico [A]	Torque eletromagnético eficaz [Nm]
8,27	1,389
8,5	1,427
9,0	1,511
9,3	1,561
9,5	1,594
10,0	1,677
10,5	1,761
10,7	1,794
<b>6,2</b>	<b>1,809</b>
10,8	1,811
10,9	1,827
11,0	1,844

Fonte: Autor (2021).

Por meio da Tabela 6, observa-se que o valor da corrente elétrica de pico com alimentação senoidal que mais se aproximou da configuração de referência foi a de 10,8A. Esse foi o valor escolhido para realizar as comparações, uma vez que apresenta uma diferença de apenas 0,11% em relação ao valor desejado.

A Figura 36 apresenta, separadamente, o gráfico de comparação entre a configuração de referência e a alimentação que mais se aproximou com o valor do torque da aplicação.

Figura 36 – Torques eletromagnéticos para alimentação senoidal de 10,8A de pico e trapezoidal de 6,2A de pico



Fonte: Autor (2021).

Um ponto importante que pode-se observar na Figura 36 é a diferença da variação do torque eletromagnético da configuração de referência para a configuração com alimentação senoidal.

A Tabela 7 apresenta os valores de torque máximo, torque mínimo e torque médio para a máquina com alimentação senoidal e com alimentação trapezoidal.

Tabela 7 – Valores de torque eletromagnético máximo, mínimos e médios

Alimentação	Torque máximo [Nm]	Torque mínimo [Nm]	Torque médio [Nm]
Trapezoidal	1,9680	1,6043	1,8075
Senoidal	1,9026	1,7252	1,8104

Fonte: Autor (2021).

Por meio da Equação 16 e dos valores da Tabela 7, é possível calcular o *torque ripple* da configuração com alimentação trapezoidal ( $tr_{trap}$ ) e da configuração com alimentação senoidal ( $tr_{sen}$ ).

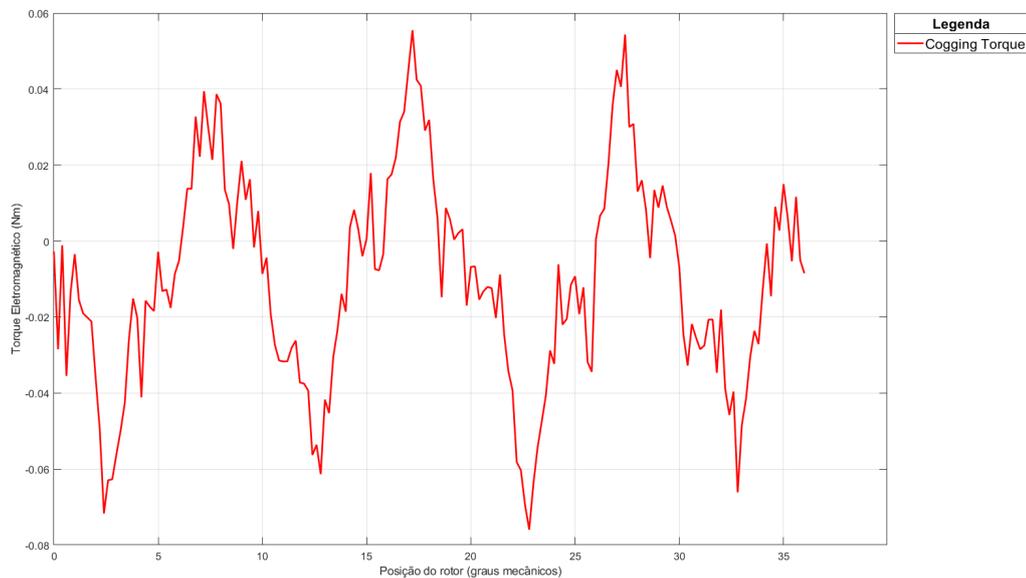
$$tr_{trap} = \frac{T_{trap_{max}} - T_{trap_{min}}}{T_{trap_{av}}} = \frac{1,9680 - 1,6043}{1,8075} = 0,2012 \quad (41)$$

$$tr_{sen} = \frac{T_{sen_{max}} - T_{sen_{min}}}{T_{sen_{av}}} = \frac{1,9026 - 1,7252}{1,8104} = 0,0980 \quad (42)$$

As Equações 41 e 42 apresentam os valores obtidos de *torque ripple* para a alimentação trapezoidal e para a alimentação senoidal. Observa-se que com a mudança da alimentação para a senoidal, o valor do *torque ripple* foi reduzido em mais de 50% quando comparado com a alimentação trapezoidal. Essa variação contribui para a diminuição da oscilação do torque eletromagnético.

Aplicando correntes elétricas nulas e rotacionando o eixo do rotor, foi obtido o *cogging torque*, apresentado na Figura 37.

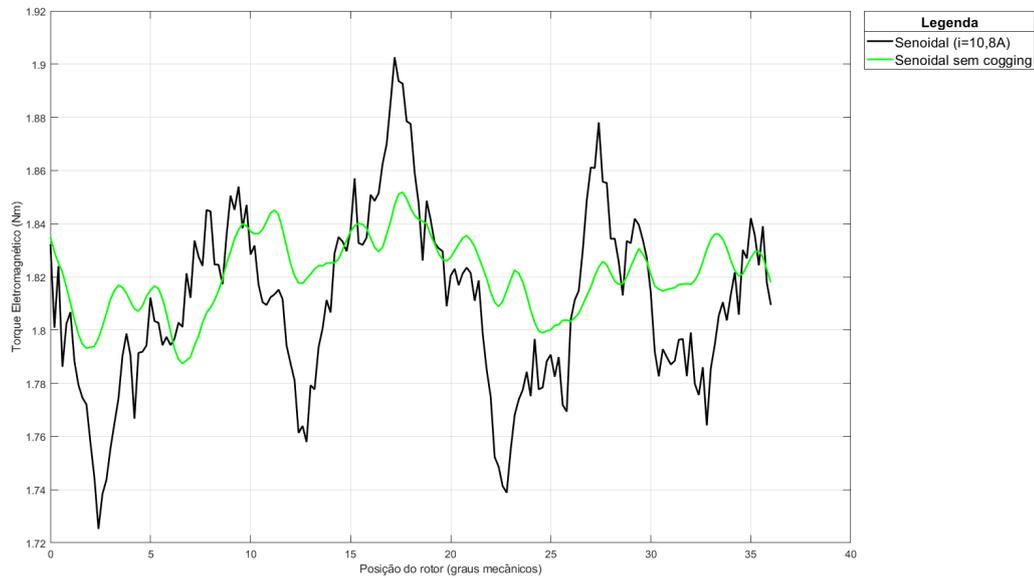
Figura 37 – *Cogging torque* obtido pelo programa FEMM



Fonte: Autor (2021).

A Figura 38 apresenta o torque eletromagnético desconsiderando o valor do *cogging torque* em comparação com o torque eletromagnético original, para a configuração com alimentação senoidal. Observar-se redução considerável da variação do torque eletromagnético.

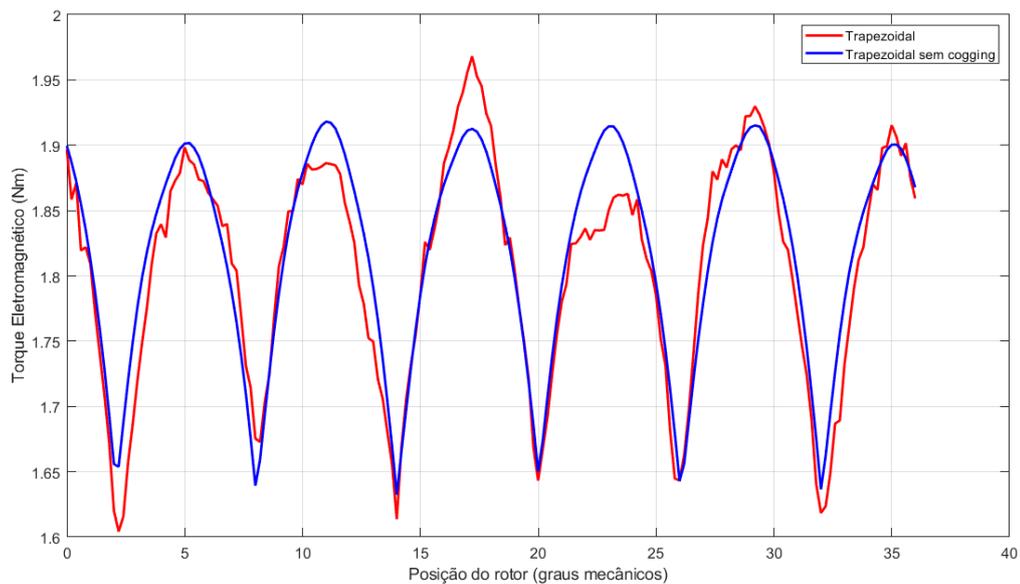
Figura 38 – Torque eletromagnético para alimentação senoidal desconsiderando o *cogging torque*



Fonte: Autor (2021).

A Figura 39 apresenta o torque eletromagnético desconsiderando o valor do *cogging torque* em comparação com o torque eletromagnético original, para a configuração de referência. Observar-se que a redução da variação do torque eletromagnético não foi tão significativa.

Figura 39 – Torque eletromagnético para alimentação trapezoidal desconsiderando o *cogging torque*



Fonte: Autor (2021).

#### 4.4 PERDAS

Os coeficientes de perdas para o cálculo foram obtidos em (BOHRER, 2019), onde os valores foram  $C_e = 0,0002012$  e  $C_h = 0,0170456$ .

Além disso, para o cálculo da indução magnética de pico para a máquina com alimentação senoidal ( $B_{p_{sen}}$ ) foi utilizado o software FEMM. Foi rotacionado manualmente o rotor do motor em  $17,2^\circ$  no sentido horário e a máquina foi alimentada manualmente, com o valor da corrente elétrica de cada fase correspondente ao ângulo de  $17,2^\circ$ , onde foi obtido o valor de  $B_{p_{sen}} = 1,66T$ .

Com os valores dos coeficientes de perdas, da indução magnética de pico, da corrente elétrica de pico e da resistência por fase (Tabela 2), foram calculadas as perdas resistivas totais, perdas por histerese, perdas por Foulcault e perdas totais no aço utilizando as Equações 19 e 20 . Os valores obtidos são apresentados na Tabela 8, onde as perdas resistivas são dadas em W e as perdas no aço em W/Kg.

Tabela 8 – Perdas resistivas e magnéticas

Alimentação	Resistivas	Histerese	Foulcault	Totais no aço
Trapezoidal	7,78	4,93	8,71	13,64
Senoidal	23,62	5,25	9,37	14,62

Fonte: Autor (2021).

Observa-se aumento em todas as perdas quando a alimentação é alterada de trapezoidal para senoidal. Isso se deve basicamente ao aumento da corrente elétrica eficaz, o que aumenta diretamente o valor das perdas resistivas e indiretamente os valores de perdas por histerese e Foulcault, em função do aumento da indução magnética de pico.

## 5 CONCLUSÕES

O motor síncrono com ímãs permanentes e rotor externo se apresenta como uma opção interessante para a área de tração elétrica. A avaliação do melhor tipo de alimentação para esse tipo de máquina é importante para obter as características desejadas de acordo com a aplicação a ser empregada.

O presente trabalho foi desenvolvido a fim de analisar o desempenho de um motor BLAC e compará-lo com um motor BLDC por meio do software FEMM, que realiza cálculos pelo método dos elementos finitos. As principais características analisadas foram a tensão induzida, o torque eletromagnético e as perdas resistivas e magnéticas.

Inicialmente, foi obtida a tensão induzida em cada fase, a qual apresentou um formato praticamente senoidal (Figura 32). Isso se deve à topologia de alocação dos ímãs na parte móvel e do projeto dos enrolamentos do estator.

Para a obtenção do valor da corrente elétrica de pico que gerasse o mesmo torque eletromagnético, não foi suficiente igualar os valores do torque eletromagnético da máquina com a alimentação trapezoidal com a alimentação senoidal, em função de as equações utilizadas não possuírem os termos oscilatórios do torque, os quais possuem uma parcela importante no cálculo.

Além disso, os torques eletromagnéticos não foram equivalentes devido às oscilações no torque que derivam da alimentação do motor. Nesse sentido, as diferenças de comutação das correntes de fase do motor com alimentação trapezoidal para o motor com alimentação senoidal influenciaram para os valores dos torques eletromagnéticos divergirem.

Devido à diferença, foi necessário realizar cálculos utilizando o software FEMM aumentando gradativamente o valor da corrente elétrica de pico para obter o valor de torque eletromagnético que mais se aproximava da configuração de referência. Os valores de torques obtidos, visto na Tabela 6, foram aumentando gradativamente e, por fim, a alimentação com 10,8A de pico foi a que mais se aproximou do valor esperado.

Com o valor da corrente elétrica de pico obtido, foi possível comparar os valores do torque eletromagnético e perdas da configuração com alimentação senoidal com a configuração com alimentação trapezoidal.

Por meio da Figura 36, foi observado que a configuração com alimentação senoidal apresentou um torque eletromagnético menos oscilatório quando comparado com a configuração com alimentação trapezoidal.

De modo a obter valores dessas variações, foram calculados os *torque ripple* de ambas as configurações nas Equações 41 e 42. Foi constatado que o *torque ripple* do motor com alimentação senoidal apresentou uma redução de mais 50% em relação

a configuração de referência.

A redução da oscilação do torque eletromagnético se deve a forma de onda da corrente elétrica ser senoidal, reduzindo as oscilações associadas às comutações das chaves do inversor.

Com o aumento de 74% no valor da corrente elétrica de pico para gerar o valor de torque eletromagnético requerido, era esperado que todas as perdas aumentassem consideravelmente, principalmente as perdas resistivas.

Pode-se observar pela Tabela 8, que as perdas resistivas (Equação 19) tiveram um aumento de mais 200%, influenciado pelo aumento da corrente elétrica eficaz.

Já as perdas magnéticas tiveram um aumento menos expressivo que as perdas resistivas. As perdas por histerese tiveram um aumento de 6,5% e as perdas por Foulcault um aumento de 7,6%. Assim, as perdas totais no aço tiveram um aumento total de 7,2%, contribuindo para uma redução na eficiência do motor com alimentação senoidal.

A importância deste trabalho é analisar as características de uma motor síncrono com rotor externo utilizando ambos os tipos de alimentação, trapezoidal e senoidal, a fim de entender as melhores aplicações para cada variação desta máquina estudada.

Em função do torque eletromagnético menos variável, constata-se que o motor com alimentação senoidal se torna uma opção mais interessante em aplicações que precisam de uma maior precisão e que não aceitam grandes variações no valor do torque eletromagnético.

Considerando-se que foram obtidos dados pertinentes para o motor com alimentação trapezoidal e alimentação senoidal, conclui-se neste trabalho que cada configuração possuiu uma melhor aplicação, de acordo com as características expostas. Para aplicações que necessitam de uma maior eficiência e que apresentam poucas perdas resistivas e magnéticas, a configuração com alimentação trapezoidal se torna a melhor escolha. Uma possível maneira de melhorar os valores de eficiência do motor com alimentação senoidal seria reprojeter a máquina, alterando a topologia, os enrolamentos e os ímãs permanentes.

Desse modo, uma proposta de futuro trabalho seria reprojeter a máquina em estudo, a fim de aumentar a eficiência para a alimentação senoidal. Além disso, realizar os testes de bancada para validar os dados obtidos por meio do FEMM seria um estudo pertinente. Por fim, uma possível análise futura seria verificar a influência do conversor nas oscilações do torque eletromagnético e nos valores de perdas.

## REFERÊNCIAS

ALCANTARA, N. P. **Apostila de Eletromagnetismo II**. Apostila utilizada na disciplina de Eletromagnetismo II: UNESP, 2010.

BOHRER, E. **Avaliação de materiais ferromagnéticos para um motor síncrono com rotor externo**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecatrônica) — Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2019.

CHUNG, T. K.; KIM, S. K.; HAHN, S. Y. Optimal pole shape design for the reduction of cogging torque of brushless dc motor using evolution strategy. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 33, n. 2, p. 1908–1911, 1997.

GIERAS, J. F.; WING, M. **Permanent magnet motor technology: design and applications**. Estados Unidos: Marcel Dekker, 2002.

HENDERSHOT, J.; MILLER, T. J. E. **Design of brushless permanent-magnet machines**. Estados Unidos: Motor Design Books, 2010.

HENDERSHOT, J. R.; MILLER, T. J. E. **Design of brushless permanent-magnet motors**. Estados Unidos: Oxford University Press, 1994.

JIN, J. **The Finite Element Method in Electromagnetics**. Estados Unidos: John Wiley e Sons, 2002.

JULIANI, A. D. P. **Análise do Campo Magnético de um Motor de Ímã Permanente Utilizando o Método dos Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

JULIANI, A. D. P. **Notas de aula - EMB5628/ Motrizes II**. Material utilizado na disciplina de Sistemas Motrizes II — Universidade Federal de Santa Catarina, 2020.

MEEKER, D. **Finite Element Method Magnetics - User's Manual**. Foster-miller.net, 2006. Disponível em: <http://ww1.foster-miller.net/>. Acesso em: 27 set. 2021.

MILLER, T. J. E. **Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives**. Estados Unidos: Oxford University Press, 1989.

RASHID, M. H. **Eletrônica de Potência: circuitos, dispositivos e aplicações**. São Paulo: Makron Books, 1999.

SOUZA, R. M. **O Método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor**. Trabalho Acadêmico (Graduação em Engenharia Mecânica) Apostila da disciplina de Métodos Computacionais, Curso de Engenharia Mecânica. — Universidade Federal do Pará, 2003.

TANAKA, C. N. **Metodologia de dimensionamento do sistema de tração para veículos elétricos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - São Paulo. — Universidade de São Paulo, 2013.

TARIMER, I.; OCAK, C. Performance comparison of internal and external rotor structured wind generators mounted from same permanent magnets on same geometry. **Elektronika ir Elektrotechnika**, v. 92, n. 4, p. 65–70, 2009.