



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E CIÊNCIAS MECÂNICAS

Rodrigo Voigt

**INFLUÊNCIA DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA NA RUGOSIDADE E  
FORÇA DE USINAGEM NO FRESAMENTO DE FORMAS COMPLEXAS**

Joinville

2021

Rodrigo Voigt

**INFLUÊNCIA DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA NA RUGOSIDADE E  
FORÇA DE USINAGEM NO FRESAMENTO DE FORMAS COMPLEXAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia e Ciências Mecânicas.

Orientador: Prof. Adriano Fagali de Souza, Dr.

Coorientador: Prof. Alexandre Mikowski, Dr.

Joinville

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Voigt, Rodrigo

Influência do contato ferramenta-peça na rugosidade e  
força de usinagem no fresamento de formas complexas /  
Rodrigo Voigt ; orientador, Adriano Fagali de Souza,  
coorientador, Alexandre Mikowski, 2021.

95 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Campus Joinville, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia e Ciências Mecânicas, Joinville, 2021.

Inclui referências.

1. Engenharia e Ciências Mecânicas. 2. Fresa de topo  
esférico. 3. Contato ferramenta-peça. 4. Rugosidade. 5.  
Força de usinagem. I. Fagali de Souza, Adriano . II.  
Mikowski, Alexandre . III. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências  
Mecânicas. IV. Título.

Rodrigo Voigt

**Influência do contato ferramenta-peça na rugosidade e força de usinagem no fresamento  
de formas complexas**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca  
examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Alessandro Roger Rodrigues, Dr.  
Universidade de São Paulo

Prof. Cristiano Vasconcellos Ferreira, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Diego Alexandre Duarte, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi  
julgado adequado para obtenção do Título de Mestre em Engenharia e Ciências Mecânicas.

---

Prof. Rafael de Camargo Catapan, Dr.  
Coordenador do Programa

---

Prof. Adriano Fagali de Souza, Dr.  
Orientador

Joinville, 2021

Este trabalho é dedicado especialmente à Deus e a minha família por todo apoio durante  
a sua elaboração

## **AGRADECIMENTOS**

Aos professores Dr. Adriano Fagali de Souza pela orientação e Dr. Alexandre Mikowski pela coorientação.

Aos professores Dr. Reginaldo e Dr. Eraldo Jannone da Silva (NUMA–EESC) pelo empréstimo do dinamômetro.

Ao Prof. Dr. Renato Goulart Jasinevicius coordenador do Laboratório de Engenharia de Precisão – EESC por conceder acesso ao perfilômetro ótico.

Ao Prof. Dr. Alessandro Roger Rodrigues, coordenador do LAMAFE–EESC por conceder permissão de uso do centro de usinagem para execução dos experimentos e fornecer a matéria prima para os corpos de prova.

Ao colega de pesquisa Msc. Igor Fernando Basso pela execução dos ensaios, medições da rugosidade das superfícies e auxílio com os tratamentos dos dados e ao técnico Tiago Monteiro Camponucci pela ajuda na execução dos experimentos de usinagem.

*“Não podemos resolver nossos problemas  
com o mesmo pensamento  
que tínhamos quando  
os criamos.”*  
Albert Einstein

## RESUMO

O processo de acabamento com fresa de topo esférica permite a fabricação de superfícies complexas para diversos setores da indústria. Entretanto, as características geométricas desta ferramenta tornam seu mecanismo de corte difícil de ser entendido. Muitos trabalhos buscam avaliar qual a melhor trajetória e sentido de corte para obter menores esforços de corte e baixos valores de rugosidade, mas devido as diferentes trajetórias e parâmetros de corte utilizados em cada pesquisa, ainda não há consenso sobre qual a melhor trajetória e sentido de corte a ser utilizado. Ao contornar superfícies complexas, o ângulo de contato da ferramenta se altera constantemente e em determinadas condições, o centro da ponta pode atuar na superfície da peça. Em torno do centro da ponta as velocidades de corte são baixas e o material da peça é deformado ao invés de ser cisalhado, danificando a superfície, principalmente em materiais mais dúcteis. Porém, ao fresar materiais endurecidos, a atuação da ponta se mostra benéfica em alguns casos, mas o mecanismo de corte nessa condição ainda não é bem compreendido. Assim, este trabalho tem como objetivo avaliar por meio das componentes de força de usinagem e da rugosidade da peça a influência da variação do ângulo de contato ao usinar corpos de prova de aço AISI H13 em dois estados de dureza, recozido e temperado. Para isso uma geometria com o formato de quarto de um cilindro foi usinada em diferentes ângulos utilizando diferentes diâmetros de ferramenta, profundidade de usinagem e avanço por aresta. O contato ferramenta-peça foi avaliado por meio de equações analíticas e de modelamento em programas de desenho auxiliado por computador. A usinagem foi realizada em um centro de fresamento 3-eixos e as forças adquiridas por meio de um dinamômetro. Após a usinagem a qualidade da superfície foi avaliada por perfilometria ótica. Os resultados mostraram que a variação do ângulo de contato altera de forma significativa os resultados da força e da rugosidade, sobretudo durante o contato do centro da ponta na superfície geradora do cavaco. A análise de contato demonstrou que há diferença na área de corte nessa região, que causou instabilidade em algumas condições, gerando danos e aumentando a rugosidade da superfície. A utilização de velocidades de avanço menores diminuiu significativamente a instabilidade em algumas condições. A maior dureza do material influenciou de forma positiva na obtenção de menores valores de força e de rugosidade.

**Palavras-chave:** Fresa de topo esférico. Contato ferramenta-peça. Rugosidade. Força de usinagem.



## ABSTRACT

The ball-nose end mill finishing process allows for the fabrication of complex surfaces for various industry sectors. However, the geometric characteristics of this tool make its cutting mechanism difficult to understand. Many studies seek to assess the best path and direction of cutting to obtain lower cutting forces and low roughness values, but due to the different paths and cutting parameters used in each research, there is still no consensus on the best path and direction of cutting. When contouring complex surfaces, the contact angle of the tool is constantly changing and under certain conditions, the center of the tooltip can act on the surface of the workpiece. Around the center of the tooltip cutting speeds are low and the workpiece material is deformed rather than sheared, damaging the surface, especially in more ductile materials. However, when milling hardened materials, the action of the tooltip proves to be beneficial in some cases, but the cutting mechanism in this condition is still not well understood. Thus, this research aims to evaluate the influence of the contact angle variation when machining AISI H13 steel specimens in two hardness states, annealed and quenched, through the components of machining force and workpiece roughness. For this, geometry in the shape of a quarter of a cylinder was machined at different angles using different tool diameters, machining depth, and edge feed. The tool-part contact was evaluated using analytical equations and modeling in computer-aided design programs. Machining was carried out in a 3-axis milling center and the forces were acquired by means of a dynamometer. After machining, the surface quality was evaluated by optical profilometry. The results showed that the variation of the contact angle significantly alters the results of force and roughness, especially during the contact between the center of the tip and the generating surface of the chip. The contact analysis showed that there is a difference in the cut area in this region, which caused instability in some conditions, causing damage and increasing surface roughness. The use of lower feed speeds significantly reduced instability in some conditions. The greater hardness of the material had a positive influence on obtaining lower values of machining force and roughness.

**Keywords:** Ball nose end-mill. Tool-part contact. Roughness. Machining force.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processo de fabricação do virtual ao real. ....	24
Figura 2 – Terminologia da fresa de topo esférico. ....	25
Figura 3 – Parâmetros de corte básicos utilizados no processo de fresamento. ....	26
Figura 4 – Componentes de força tangenciais e radiais em relação as componentes $F_x$ e $F_y$ ...28	
Figura 5 – Visualização do cálculo dos parâmetros de altura $S_a$ , $S_q$ e $S_z$ da superfície.....	30
Figura 6 – Mudança do ângulo de contato no sentido do avanço entre a normal da superfície e o eixo da ferramenta ao contornar uma superfície curva.....	31
Figura 7 – Direções e sentido de corte em superfícies planas inclinadas.....	32
Figura 8 – Trajetória de contorno longitudinal, transversal e contorno de periferia. ....	32
Figura 9 – Trajetórias utilizadas no processo de acabamento de uma meia esfera. ....	33
Figura 10 – Variação de velocidade de corte devido a variação de contato no sentido descendente, ascendente e horizontal. ....	34
Figura 11 – Variação do ângulo de contato ao longo da trajetória de corte e ângulo da atuação da ponta na superfície da peça. ....	36
Figura 12 – Análise geométrica do contato ferramenta-peça utilizada para calcular os raios efetivos de contato e limite de atuação do centro da ponta da ferramenta na peça. ....	39
Figura 13 – Procedimento de aquisição da área da seção transversal instantânea. ....	41
Figura 14 – Geometria, dimensões e trajetórias escolhidas para o corpo de prova em detalhes de duas vistas: a) vista lateral esquerda demonstrando os ângulos de contato utilizados nos testes b) vista perpendicular apresentando o corpo de prova. ....	43
Figura 15 – Variáveis de entrada do experimento. ....	44
Figura 16 – Fixação do corpo de prova no dinamômetro e sentido das componentes de força. ....	48
Figura 17 – Ciclo de tratamento das componentes de força para o cálculo da média de picos da $F_u$ . ....	49
Figura 18 – Esquema exemplificando a aquisição do valor da rugosidade $S_z$ . ....	51
Figura 19 – Diferenças do ângulo de imersão axial e da amplitude de atuação do centro da ponta na superfície da peça.....	53
Figura 20 – Velocidade de corte efetiva de acordo com diferentes ângulos de inclinação $\phi$ ...54	
Figura 21 – Velocidade de corte efetiva em relação aos ângulos de contato $\phi$ para diferentes raios de ferramenta e profundidades de usinagem.....	55

Figura 22 – Gráfico de dispersão do ângulo de contato em relação a velocidade média de corte, $v_c$ nominal=150m/min.....	56
Figura 23 – Vista de topo do cavaco teórico em diferentes ângulos de contato $\varphi$ e alteração do ângulo de imersão radial $\theta_r$ .....	57
Figura 24 – Interpretação da do efeito do ângulo de rotação $\theta$ na área de corte da seção transversal do cavaco teórico em diferentes ângulos de inclinação $\varphi$ . ....	58
Figura 25 – Ângulo de rotação vs área de corte para as condições com fresa de raio de 5 mm. ....	59
Figura 26 – Ângulo de rotação vs área de corte para as condições com fresa de raio de 3 mm. ....	60
Figura 27 – Média dos picos da força de usinagem das condições do aço AISI H13 recozido. Erro de 2 desvios padrão da média de picos de um passe. ....	61
Figura 28 – Média dos picos da força de usinagem das condições do aço AISI H13 temperado. ....	62
Figura 29 – Gráfico de dispersão da velocidade de corte média e sua relação com a força média de usinagem de todos os experimentos, separados pela dureza do material .....	63
Figura 30 – Gráfico de efeitos principais da força de usinagem. ....	65
Figura 31 – Gráfico de interação entre variáveis para a força média de picos.....	66
Figura 32 – Componentes da força de usinagem e sua resultante. ....	67
Figura 33 – Influência da atuação da aresta e da área da seção transversal no sinal de força real, condição C1 em $\varphi=0^\circ$ . ....	68
Figura 34 – Influência da atuação instantânea da aresta e da área da seção transversal no sinal de força real, condição C1 em $\varphi=10^\circ$ . ....	69
Figura 35 – Força de usinagem dos ângulos na condição C1, aproximadamente 12 atuações da aresta na peça.....	70
Figura 36 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 5 mm e aço AISI H13 recozido. ....	71
Figura 37 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 3 mm e aço AISI H13 recozido. ....	72
Figura 38 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 5 mm e aço AISI H13 temperado. ....	73
Figura 39 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 3 mm e aço AISI H13 temperado. ....	74
Figura 40 – Rugosidade média de $S_z$ para o aço AISI H13 recozido. ....	75

Figura 41 – Rugosidade média de $S_z$ para o aço AISI H13 temperado. ....	76
Figura 42 – Influência da velocidade média de corte na rugosidade $S_z$ média separados em grupos conforme o ângulo de contato e tratamento do material.....	77
Figura 43 – Gráficos de efeitos principais para a média de $S_z$ . ....	78
Figura 44 – Gráfico de interação dos fatores nos resultados de $S_z$ . ....	79
Figura 45– Efeito da redução do avanço por aresta nas componentes de força e na rugosidade $S_z$ . ....	80
Figura 46 – Comparação entre mesmas condições de corte entre diferentes durezas. ....	81
Figura 47 – Comparação do melhor e pior caso entre a condição C7 – R3AP02FZ01 de aço recozido vs C10- R5AP05FZ005 de aço temperado. ....	82
Figura 48 – Gráfico de resíduos dos picos da força de usinagem média.....	90
Figura 49 – Ajustes e observações atípicas do modelo das forças de picos médias.....	91
Figura 50 – Gráficos de resíduos da ANOVA para $S_z$ . ....	92
Figura 51 – Gráficos observações atípicas da ANOVA para $S_z$ . ....	92

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Quadro com os valores da força de usinagem média em newtons e suas respectivas condições de corte. ....	93
Quadro 2 – Quadro com o valor do desvio padrão dos picos da força de usinagem de um passe completo .....	93
Quadro 3 – Quadro com os valores da rugosidade Sz média em $\mu\text{m}$ e suas respectivas condições de corte. ....	94
Quadro 4 – Desvio padrão das 3 medições de Sz.....	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Requisitos de diferentes setores na fabricação de superfícies complexas. ....	23
Tabela 2 – Composição química do aço AISI H13. ....	42
Tabela 3 – Características das ferramentas utilizadas. ....	42
Tabela 4 – Fatores mantidos fixos. ....	45
Tabela 5 – Lista de execução com os parâmetros de corte dos ensaios. ....	46
Tabela 6 – Variáveis de resposta do experimento. ....	47
Tabela 7 – ANOVA das forças médias de usinagem. ....	64
Tabela 8 – Resultado da ANOVA para a média da rugosidade Sz média. ....	78

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AISI – *American Iron and Steel Institute*

HRC – Dureza pelo método de *Rockwell*

CAD – *Computer Aided design* (Desenho auxiliada por computador)

CAM – *Computer Aided Manufacturing* (Manufatura auxiliada por computador)

CNC – Comando Numérico Computacional

HBN – Método de dureza Brinell

$R_a$  – rugosidade aritmética média [ $\mu\text{m}$ ]

$R_t$  – máxima amplitude da rugosidade de uma região da amostragem [ $\mu\text{m}$ ]

ASTM – *American Society for Testing and Materials* (Sociedade americana de testes e materiais)

NC – *Numerical code* (Código numérico)

ABNT – Associação brasileira de normas técnicas

NBR – Norma brasileira

ISO – *International Organization for Standardization* (Organização Internacional de Normalização)

$\psi$  – ângulo nominal de hélice da ferramenta [ $^\circ$ ]

$a_e$  – penetração de trabalho [mm]

$a_p$  – profundidade de usinagem [mm]

R – raio da fresa [mm]

$\theta_e$  – ângulo de entrada da aresta na peça [ $^\circ$ ]

$\theta_s$  – ângulo de saída da aresta na peça [ $^\circ$ ]

$\theta_r$  – ângulo de imersão radial [ $^\circ$ ]

$\theta_{(i)}$  – ângulo de imersão radial instantâneo [ $^\circ$ ]

$R_{ef,med}$  – raio efetivo médio [mm]

f – velocidade de avanço [mm/min]

N – rotação do eixo árvore [rpm]

$F_u$  – força de usinagem [N]

$F_a$  – força ativa [N]

$F_p$  - força passiva [N]

$F_c$  – força de corte [N]

$F_r$  – Força radial [N]

$F_t$  – Força tangencial [N]

$F_f$  – Força de avanço [N]

$F_{ap}$  – Força de apoio [N]

$F_x$  – força na direção x no sistema do dinamômetro [N]

$F_y$  – força na direção x no sistema do dinamômetro [N]

$F_z$  – força na direção x no sistema do dinamômetro [N]

$f_z$  – avanço por aresta [mm/aresta]

$R_z$  – máxima amplitude da rugosidade do comprimento medido [ $\mu\text{m}$ ]

apr – amostras por rotação

$n$  – vetor normal à superfície da peça

$\beta$  – ângulo de inclinação entre o eixo da ferramenta e o vetor normal da superfície usinada no sentido do avanço [ $^\circ$ ]

$\theta$  – ângulo de rotação da ferramenta no plano radial [ $^\circ$ ]

$R_{ef,min}$  – raio efetivo mínimo [mm]

$R_{ef,max}$  – raio efetivo máximo [mm]

$R_p$  – Raio da peça [mm]

$R_z$  – altura do perfil [ $\mu\text{m}$ ]

$S_a$  – média aritmética da altura [ $\mu\text{m}$ ]

$S_q$  – raiz quadrada média da altura [ $\mu\text{m}$ ]

$S_p$  – altura máxima do pico [ $\mu\text{m}$ ]

$S_v$  – altura máxima do vale [ $\mu\text{m}$ ]

$S_z$  – altura máxima [ $\mu\text{m}$ ]

$S_{sk}$  – assimetria da superfície

$S_{ku}$  – curtose

$\varphi$  – ângulo de inclinação entre o eixo da ferramenta e o vetor normal da superfície usinada no sentido perpendicular ao avanço [ $^\circ$ ]

$v_c$  – Velocidade de corte [m/min]



$\xi$  – ângulo de imersão axial [°]

HV – dureza pelo método de *Vickers*

HN – corpo de prova de aço AISI H13 recozido

HT – corpo de prova de aço AISI H13 temperado

C1...C16 – Condição de usinagem

ANOVA – análise de variância

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>19</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	20
1.2	OBJETIVO .....	20
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	20
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>22</b>
2.1	FRESAMENTO DE SUPERFÍCIES COMPLEXAS .....	22
<b>2.1.1</b>	<b>Aplicações industriais.....</b>	<b>22</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Etapas de produção .....</b>	<b>23</b>
2.2	A FRESA DE TOPO ESFÉRICO E SUAS VARIÁVEIS DE PROCESSO .....	24
2.3	AS VARIÁVEIS DE SAÍDA DO PROCESSO DE USINAGEM.....	27
<b>2.3.1</b>	<b>Força de usinagem .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Rugosidade da peça .....</b>	<b>29</b>
2.4	VARIAÇÃO DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA.....	30
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>38</b>
3.1	ANÁLISE TEÓRICA DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA .....	38
3.2	PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO.....	41
<b>3.2.1</b>	<b>Material .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Ferramentas de corte.....</b>	<b>42</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Geometria do corpo de prova e trajetória da ferramenta .....</b>	<b>43</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Variáveis de entrada.....</b>	<b>44</b>
<b>3.2.5</b>	<b>Fatores fixos .....</b>	<b>45</b>
<b>3.2.6</b>	<b>Variáveis de resposta.....</b>	<b>46</b>
3.3	EQUIPAMENTOS E PROCEDIMENTOS EMPREGADOS .....	47
<b>3.3.1</b>	<b>Montagem do corpo de prova no dinamômetro e usinagem.....</b>	<b>48</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Tratamento das componentes de força de usinagem.....</b>	<b>49</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Aquisição da rugosidade e topografia dos corpos de prova.....</b>	<b>50</b>

3.3.4	Tratamento estatístico dos resultados.....	51
4	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>52</b>
4.1	ANÁLISE DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA.....	52
4.1.1	Influência do raio da ferramenta e do $a_p$ no contato do centro da ponta com a superfície	52
4.1.2	Influência do contato na velocidade efetiva de corte.....	53
4.1.3	Influência do ângulo de contato na área da seção transversal do cavaco.....	56
4.2	INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE CONTATO NA FORÇA DE USINAGEM...	61
4.2.1	Análise da média dos picos da força de usinagem .....	61
4.2.2	Análise estatística da média dos picos de força de usinagem.....	63
4.2.3	Análise do contato ferramenta-peça durante a atuação do centro da ponta .	66
4.2.4	Análise dos sinais das componentes da $F_u$ e de sua resultante.....	70
4.3	INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE CONTATO NA RUGOSIDADE DA peça ...	75
4.3.1	Análise das medições da rugosidade $S_z$ .....	75
4.3.2	Análise estatística da rugosidade $S_z$ .....	77
4.3.3	Análise da topografia das superfícies.....	79
5	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>83</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>84</b>
	<b>APÊNDICE A – Gráficos de resíduos da ANOVA.....</b>	<b>90</b>
	<b>APÊNDICE B – Quadros com os valores dos resultados.....</b>	<b>93</b>
	<b>APÊNDICE C – Script do Matlab para cálculo do ângulo de atuação do centro da ponta e da velocidade de corte efetiva .....</b>	<b>95</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O fresamento com o uso de ferramentas de topo esférico é um dos processos mais eficazes para a produção de superfícies complexas na indústria aeroespacial, automotiva e de moldes e matrizes (GHORBANI; MOVAHHEDY, 2019b). Sua geometria permite acompanhar a curvatura dessas superfícies, porém faz com que seu raio efetivo mude ao longo de seu eixo, sendo máximo na periferia e zero na ponta, alterando a velocidade efetiva de corte e consequentemente as forças de usinagem (CHIANG; TSAI; LEE, 1995).

Dependendo dos parâmetros de processo, do sentido de movimentação da ferramenta e da curvatura da peça, o centro da ponta pode atuar na superfície, causando alterações severas na força e na qualidade da superfície (SOUZA et al., 2015). Quando o centro da ponta atua na superfície, a velocidade de corte chega a zero e o material é esmagado ao invés de ser cisalhado, essa condição pode chegar a dobrar a força de usinagem (SOUZA et al., 2014) e pode prejudicar o acabamento da peça, principalmente em materiais mais dúcteis (TUYSUZ; ALTINTAS; FENG, 2013).

Os objetivos de muitos trabalhos que envolvem o fresamento de superfícies complexas consistem em minimizar as forças e a rugosidade da peça através da escolha correta de parâmetros de corte e trajetórias (WOJCIECHOWSKI, S. et al., 2017). As trajetórias e sentido de corte influenciam de forma significativa os resultados do processo devido a variação do ângulo de contato entre a ferramenta e a peça.

Para Yao et al. (2018) as trajetórias transversais em relação a curvatura da peça resultaram em uma menor rugosidade que as estratégias no sentido longitudinal da curvatura da peça. O sentido ascendente na estratégia longitudinal apresentou maiores rugosidades que no sentido descendente. Os corpos de prova eram compostos de geometrias côncavas e convexas da liga de titânio TC17.

De forma oposta, Souza et al. (2015) concluíram que a direção longitudinal no sentido ascendente resultou em menores rugosidades e menores forças ao usar aço AISI P20 com dureza de 30 HRC, possivelmente por evitar o contato do centro da ponta com a superfície da peça e alcançar maiores velocidades efetivas de corte.

Porém, para Scandiffio; Diniz; Souza, (2016), o contato com o centro da ponta no sentido descendente de corte aumentou a estabilidade durante o corte em materiais endurecidos e proporcionou uma rugosidade menor que na condição ascendente de corte, o aço utilizado foi o AISI D6 com 60 HRC.

Para Wang e Zheng (2003), a dureza do material usinado influenciou a estabilidade do processo; ao comparar os efeitos nas forças e na rugosidade ao usinar uma superfície plana de aço AISI H13 com diferentes durezas e velocidades de avanço, demonstraram que a usinagem do aço endurecido resulta em menores forças e valores de rugosidade da superfície.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Alguns aspectos do fresamento de topo esférico precisam ser investigados de forma mais profunda, principalmente no caso do efeito da atuação do centro da ponta na superfície e sua interação com materiais de diferentes durezas. Entender como a dureza do material e o ângulo de contato afetam a força de usinagem e a rugosidade final da peça podem ajudar a melhorar a precisão de modelos de previsão dessas variáveis. As previsões permitem antecipar problemas que podem ocorrer durante o processo de usinagem e também otimizar a operação para obter maior produtividade (ALTINTAS, Y. et al., 2014).

## 1.2 OBJETIVO

Visando esclarecer esses pontos e contribuir com o entendimento do mecanismo de corte da fresa de topo esférico, o objetivo deste trabalho é determinar e explicar a influência da variação do ângulo de contato da fresa de topo esférico na força de usinagem e na rugosidade de peças com diferentes durezas, particularmente quando há contato do centro da ponta na superfície.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está dividido em quatro seções principais: revisão da literatura, metodologia, resultados e discussão e conclusões. Na revisão da literatura serão apresentados alguns aspectos do fresamento de topo esférico, sua aplicação, formas de avaliação da performance do processo e as dificuldades envolvidas no estudo do fenômeno devido a variação do contato ferramenta-peça.

Na metodologia será apresentada as técnicas utilizadas para avaliar o contato ferramenta-peça, o planejamento do experimento e os equipamentos e procedimentos utilizados para adquirir e tratar os dados de força e rugosidade das superfícies usinadas dos corpos de prova.

Na seção de resultados e discussão será apresentado os resultados obtidos por meio da análise do contato ferramenta-peça nas condições de corte escolhidas na metodologia. Em seguida será apresentado os resultados do tratamento dos dados de força e da rugosidade e como eles se relacionam entre si.

Na conclusão será apresentada uma síntese dos resultados obtidos da análise do contato ferramenta peça, da força de usinagem e da rugosidade da superfície. Por fim, será descrito algumas das limitações do trabalho e sugestões para trabalhos futuros que possam complementar o conhecimento na área de fresamento com uso da fresa de topo esférico.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Na revisão da literatura será apresentado um breve resumo das aplicações da fresa de topo esférico na fabricação de superfícies complexas e como os parâmetros do processo afetam a força de usinagem e a rugosidade da peça. Será apresentado também um resumo dos resultados obtidos por alguns trabalhos que aplicaram diferentes estratégias de usinagem tanto em materiais voltados para o uso da indústria de moldes e matrizes, mas também voltados a indústria aeroespacial.

### 2.1 FRESAMENTO DE SUPERFÍCIES COMPLEXAS

De acordo com Souza e Ulbrich (2013), as geometrias ou superfícies complexas são caracterizadas pelas alterações de sua curvatura de forma não uniforme, sendo representadas mais adequadamente por curvas definidas matematicamente com pontos de controle, chamadas de *splines*.

As superfícies complexas podem ser subdivididas em dois grupos principais: as superfícies regradas, que são utilizadas em pás de turbinas por exemplo, ou de formas livre como as encontradas na indústria de moldes e matrizes, também chamadas na literatura de superfícies esculpidas (DE LACALLE; LAMIKIZ, 2008).

#### 2.1.1 Aplicações industriais

Paras aplicações industriais em moldes e matrizes, três classes principais de produtos são comumente utilizados: matrizes de forjamento, matrizes de estampo e moldes de injeção, os requisitos usuais para sua fabricação são apresentadas na Tabela 1 (DE LACALLE; LAMIKIZ, 2008).

Tabela 1 – Requisitos de diferentes setores na fabricação de superfícies complexas.

Setor	Matéria-prima	Dureza HRC	Rugosidade $R_t$	Tolerâncias	Raio dos cantos
Matrizes de forjamento	56NiCrMoV7 (L6) X40CrMoV5/11 (H13)	42-60	5-10 $\mu\text{m}$	0,2 mm	>1,5 mm
Injeção de plástico	X37CrMoSiV5 1 (H11) X40CrMoV5 1 (H13) X30WCrV9 (H21)	48-50	1 $\mu\text{m}$ (0,5 $R_a$ ), acabamento espelhado	0,01 mm nas interfaces	cantos afiados
Injeção de alumínio	X40CrMoV5 1 (H13)	50-55	1-2 $\mu\text{m}$ , acabamento espelhado	0,05 mm	depende da aplicação
Matrizes de estampo	GG25 (ASTM 48 classe 40B) GGG70 (ASTM 100-70-03)	220-270 HBN	20 $\mu\text{m}$	0,1 mm	pequenos

Fonte: Adaptado de Lacalle e Lamikiz (2008).

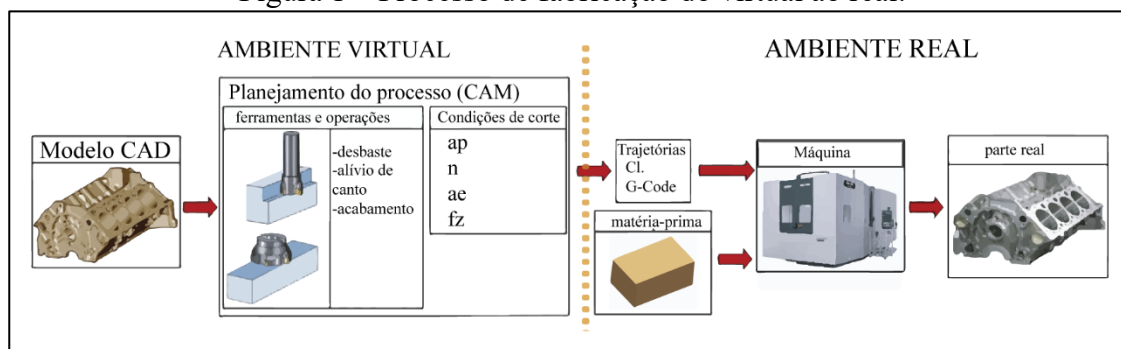
Para matrizes de forjamento é preferível ligas para trabalho a quente com dureza entre 30 e 60 HRC, nesses produtos as tolerâncias de fabricação são maiores e as cavidades dos são mais rasas. Na fabricação de matrizes de estampo, com o aumento do uso de ligas de alta resistência nos produtos estampados, estão sendo exigidas durezas cada vez maiores para sua superfície com algumas regiões necessitando de valores acima de 60 HRC. Em moldes e matrizes o maior desafio é a usinagem de cavidades profundas ou estreitas ao mesmo tempo que se mantém boa tolerância de forma e rugosidade (DE LACALLE; LAMIKIZ, 2008).

### 2.1.2 Etapas de produção

A produção de peças por meio do fresamento CNC pode ser simplificada em três etapas: o modelamento da peça em CAD, programação, e execução das trajetórias dos programas no comando numérico computadorizado da máquina (TOH, 2005). Na Figura 1 é apresentada o planejamento do processo de usinagem de forma resumida. Primeiro, o modelo CAD da peça é importado na interface CAM, na qual o usuário escolhe as trajetórias e as condições de corte baseados na sua experiência. Então, o computador simula graficamente a remoção de material e também a trajetória da ferramenta, em seguida, o operador confere se há ocorrência de colisões e se os movimentos da ferramenta estão adequados (ALTINTAS et al., 2014).



Figura 1 – Processo de fabricação do virtual ao real.



Fonte: Altintas et al. (2014).

Após a geração dos códigos NC os programas são executados na máquina física, porém se por algum motivo o processo falhar, inicia-se um ciclo de tentativa e erro entre o CAM e testes na máquina, até o resultado ser satisfatório (ALTINTAS et al., 2014).

Esse ciclo é feito para as três etapas de produção, desbaste, pré-acabamento e acabamento. No desbaste, o objetivo é remover material na maior taxa possível, com o cuidado de deixar material sobressalente para o pré-acabamento, no qual as cristas remanescentes do processo desbaste são removidas para obter uma superfície mais uniforme (TOH, 2005).

No acabamento, se a geometria final for composta de formas complexas ou curvas, usa-se geralmente uma fresa de topo esférico. Nessa etapa, os critérios mais importantes a serem alcançados são uma boa integridade da superfície e tolerância dimensional da peça dentro dos limites estabelecidos pelo projeto. Para evitar violações de tolerâncias e garantir um bom acabamento, baixas profundidades de usinagem, de trabalho e taxas de avanço são utilizadas, tornando as operações de acabamento bem mais demoradas do que as operações anteriores (WOJCIECHOWSKI, 2015).

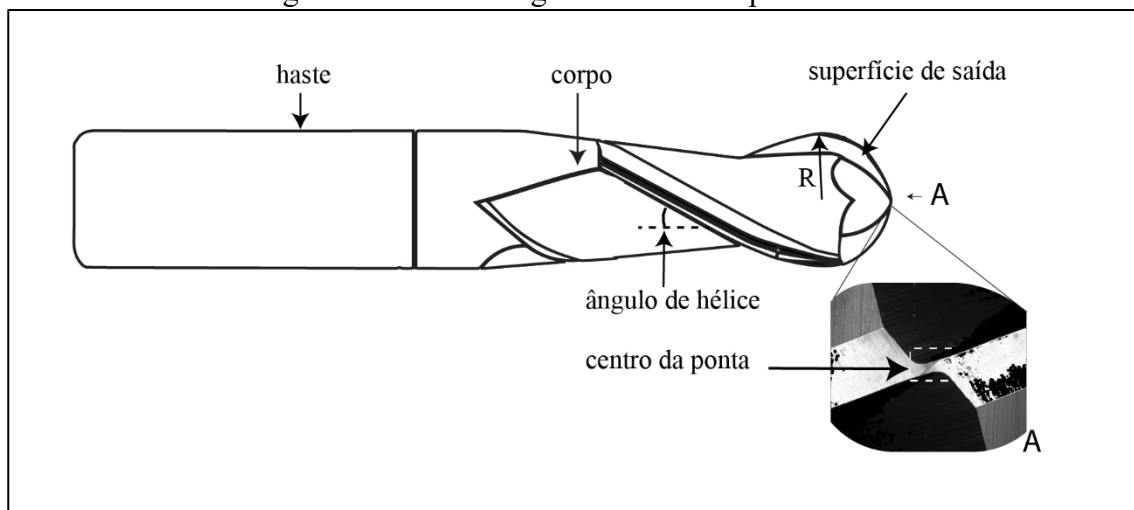
## 2.2 A FRESA DE TOPO ESFÉRICO E SUAS VARIÁVEIS DE PROCESSO

A capacidade de usinar superfícies complexas da fresa de topo esférico acompanha alguns problemas inerentes da sua geometria, seu raio efetivo varia de um diâmetro máximo na periferia e vai diminuindo até chegar em zero na sua ponta, alterando a velocidade efetiva de corte e conseqüentemente as forças, tornando o processo mais complicado de ser analisado comparado com o fresamento de topo reto (CHIANG; TSAI; LEE, 1995).

A fresa de topo esférico geralmente é fabricada a partir de um bloco cilíndrico inteiriço de metal duro por meio do processo de retificação (LAMIKIZ et al., 2005). Existem também ferramentas compostas de um corpo de aço ou de metal duro com insertos intercambiáveis de

metal duro ou cerâmica. Na Figura 2 é apresentada a geometria de uma fresa de topo esférico inteira e algumas das suas terminologias gerais com base na NBR ISO 3002-1 (2013).

Figura 2 – Terminologia da fresa de topo esférico.



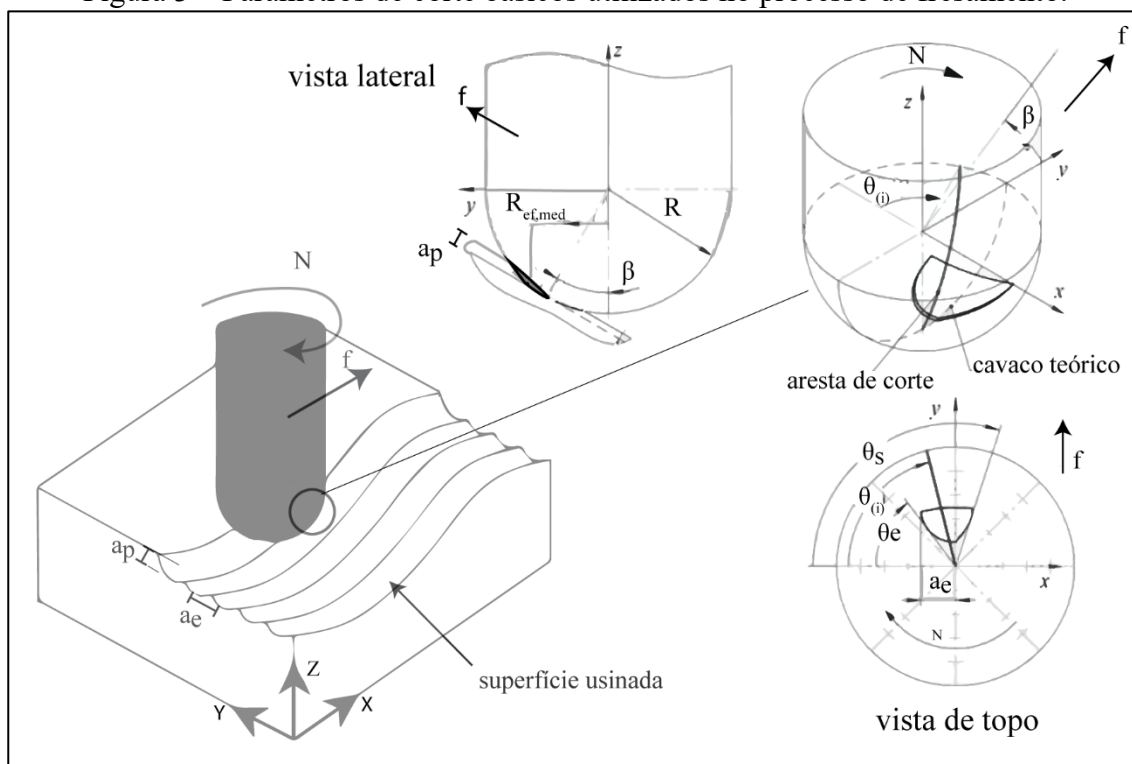
Fonte: Próprio Autor (2021).

Segundo Lamikiz et al. (2005) a maioria das fresas são fabricadas com o uso de avanços constantes na retificação, como consequência, o ângulo de hélice varia ao longo de seu raio. O principal efeito do ângulo de hélice é atrasar o contato da ferramenta durante o corte, suavizando assim as forças, porém esse fator também adiciona mais complexidade na análise do fenômeno de corte (FONTAINE et al., 2006).

A geometria do centro da ponta também varia de acordo com o fabricante, podendo apresentar diferentes afiações. A descrição geométrica da posição da aresta e do ângulo de hélice local pode ser encontrada com detalhes nos trabalhos de Lee e Altintas (1996), Chiang, Tsai e Lee (1995) e Engin e Altintas (2001).

No fresamento de topo esférico o contato muda de acordo com a penetração de trabalho  $a_e$ , profundidade de usinagem  $a_p$ , raio da ferramenta  $R$  e curvatura da superfície (SOUZA et al., 2015). Na Figura 3 é apresentada a influência desses parâmetros no contato ferramenta-peça.

Figura 3 – Parâmetros de corte básicos utilizados no processo de fresamento.



Fonte: Próprio Autor (2021) com elementos de Fontaine et al. (2006), Shtehin et al. (2017).

Dependendo dos parâmetros utilizados e da inclinação da superfície os ângulos de entrada  $\theta_e$  e de saída  $\theta_s$  da aresta mudam de valor. A diferença entre esses ângulos resultam no ângulo de imersão radial  $\theta_r$ . Dentro do intervalo desse ângulo a aresta está removendo material da peça e sua amplitude determina o tempo de contato da aresta com a peça (SHTEHIN et al., 2017).

Devido a geometria curvilínea do cavaco teórico, a área da seção transversal não é constante e muda ao longo da atuação instantânea da aresta na peça  $\theta_{(i)}$ , (IWABE; SHIMIZU; SASAKI, 2006). O ângulo de contato e a profundidade de usinagem também alteram o raio efetivo, mostrado como raio efetivo médio  $R_{ef,med}$  na Figura 3.

Na fresa de topo esférico existem dois pontos de contato entre a ferramenta e a peça, um na superfície de trabalho e outro na superfície usinada. Devido a curvatura da ferramenta esses pontos apresentam raios efetivos diferentes e conseqüentemente velocidades de corte diferentes (CHEN; ZHAO; ZHANG, 2015).

Dependendo da direção da profundidade de usinagem, a atuação da aresta pode iniciar o corte de uma espessura maior para menor, ou vice e versa. Quando o corte se inicia da espessura maior para a menor é denominado de corte no sentido concordante, do contrário é denominado corte discordante. Porém, no fresamento de topo esférico, essa definição não é

perfeita devido a alteração do formato do cavaco teórico, que ocorre de acordo com a inclinação da peça e curvatura da superfície. (SHTEHIN et al., 2017).

O corte discordante pode ser prejudicial para a superfície, pois no início do corte a espessura é insuficiente para formar o cavaco. Dependendo das propriedades mecânicas do material pode ocorrer deformação plástica e danos na superfície, por isso geralmente é recomendado o uso do corte concordante quando possível (GARCÍA-BARBOSA; ARROYO-OSORIO; CÓRDOBA-NIETO, 2017).

## 2.3 AS VARIÁVEIS DE SAÍDA DO PROCESSO DE USINAGEM

Para Arrazola et al. (2013) as variáveis de saída do processo podem ser classificadas em duas categorias principais, variáveis fundamentais e variáveis de saída relevantes para a indústria. Fazem parte das variáveis fundamentais aquelas relacionadas com a física do processo como por exemplo: a avaliação da força de usinagem, do contato ferramenta-peça e análise da deformação do material. As variáveis de saída relevantes para a indústria são aquelas que medem a performance do processo, como rugosidade superficial, vida da ferramenta e precisão dimensional da peça. Neste trabalho serão avaliadas a força de usinagem e a rugosidade da superfície.

### 2.3.1 Força de usinagem

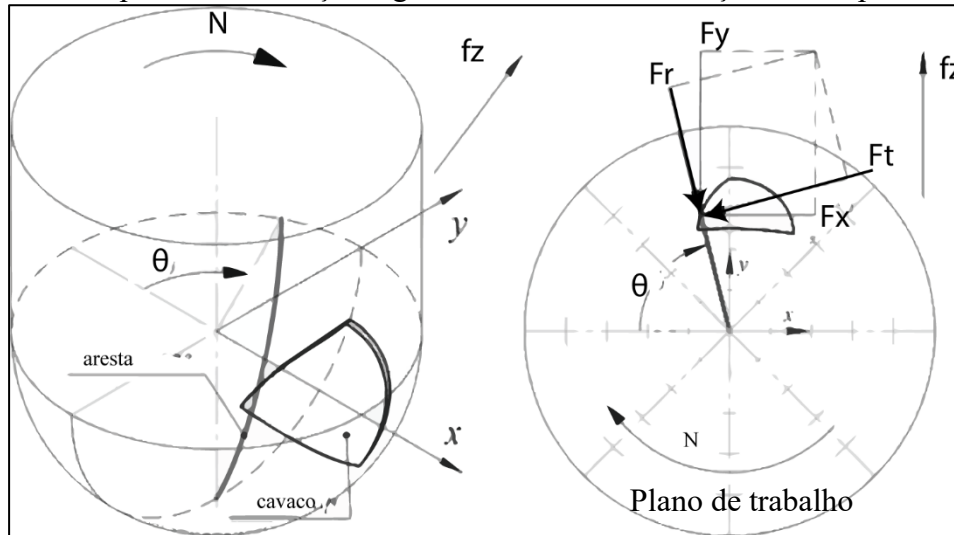
A força de usinagem depende de diversos fatores, incluindo geometria da ferramenta, material da peça, condições de corte e a direção de corte em relação a superfície da peça. A força varia de acordo com a estratégia de corte utilizada, tanto em direção como em magnitude. O erro de forma da peça está diretamente ligado ao comportamento das forças, pois é resultado da deflexão da ferramenta (DE LACALLE; LAMIKIZ, 2008).

A força de usinagem é a força resultante na superfície de saída da ferramenta ao engajar na peça e pode ser decomposta em diversas componentes ortogonais. A componente de força  $F_u$  pode ser decomposta na força ativa  $F_a$ , que está no plano de trabalho, e na força passiva  $F_p$ , perpendicular ao plano de trabalho, na direção do eixo da ferramenta (NBR 12545, 1991).

A força ativa pode ser decomposta em duas componentes principais, a força de corte  $F_c$ , também conhecida como força tangencial  $F_t$  e a força de corte normal, conhecida como força radial  $F_r$ . Projetando a força ativa na direção de avanço temos a força de avanço  $F_f$  e perpendicular a ela a força de avanço normal ou força de apoio  $F_{ap}$  (NBR 12545, 1991). A

Figura 4 apresenta as posições das forças radiais e tangenciais instantâneas em relação a um ângulo instantâneo  $\theta_{(i)}$ , a componente  $F_z$  está perpendicular ao plano de trabalho (SHTEHIN et al., 2017).

Figura 4 – Componentes de força tangenciais e radiais em relação as componentes  $F_x$  e  $F_y$ .



Fonte: Shtehin et al., (2017).

A aquisição das componentes da força de usinagem geralmente é realizada por meio de plataformas dinamométricas, que realizam a aquisição das componentes ortogonais nas direções  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ . O cálculo da força de usinagem pode ser feito por meio do cálculo da resultante das três componentes ortogonais, apresentada na Equação 1.

$$Fu = \sqrt{Fx^2 + Fy^2 + Fz^2} \quad (1)$$

Também é possível analisar o fenômeno através das próprias componentes de força  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ , ou convertendo as componentes para as coordenadas da ferramenta para obter as forças tangenciais, radiais e axiais. Para uma fresa de topo esférica com ângulo de hélice  $\psi$  pode ser utilizada a seguinte matriz de transformação proposta por Shtehin et al., (2017) na Equação 2:

$$\begin{Bmatrix} Ft \\ Fr \\ Fa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta\text{cos}\psi & \text{cos}\theta\text{cos}\psi & -\text{sen}\psi \\ -\text{cos}\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta\text{sen}\psi & \text{cos}\theta\text{sen}\psi & \text{cos}\psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \\ Fz \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Em que  $\theta$  é o ângulo de rotação da ferramenta no instante de aquisição da força e  $\psi$  o ângulo de hélice nominal da ferramenta.

As forças geralmente são analisadas por meio de sua média aritmética ou pelos seus valores máximos de pico. Para Wojciechowski et al., (2017) o uso dos picos da força de usinagem para avaliar o fenômeno de corte representa bem o impacto na rugosidade da superfície, desgaste e deflexão da ferramenta. Por esse motivo, a força é amplamente utilizada para avaliar a eficiência do processo de usinagem.

### 2.3.2 Rugosidade da peça

No fresamento de acabamento com uso de ferramenta de topo esférico a superfície gerada é composta de diversas semiesferas regulares. Os valores da rugosidade teórica dependem do raio da ferramenta e dos valores de  $a_e$  e de  $f_z$ , mas devido aos danos causados pelo processo a rugosidade da superfície real é muito mais irregular (WANG; ZHANG; YAN, 2017).

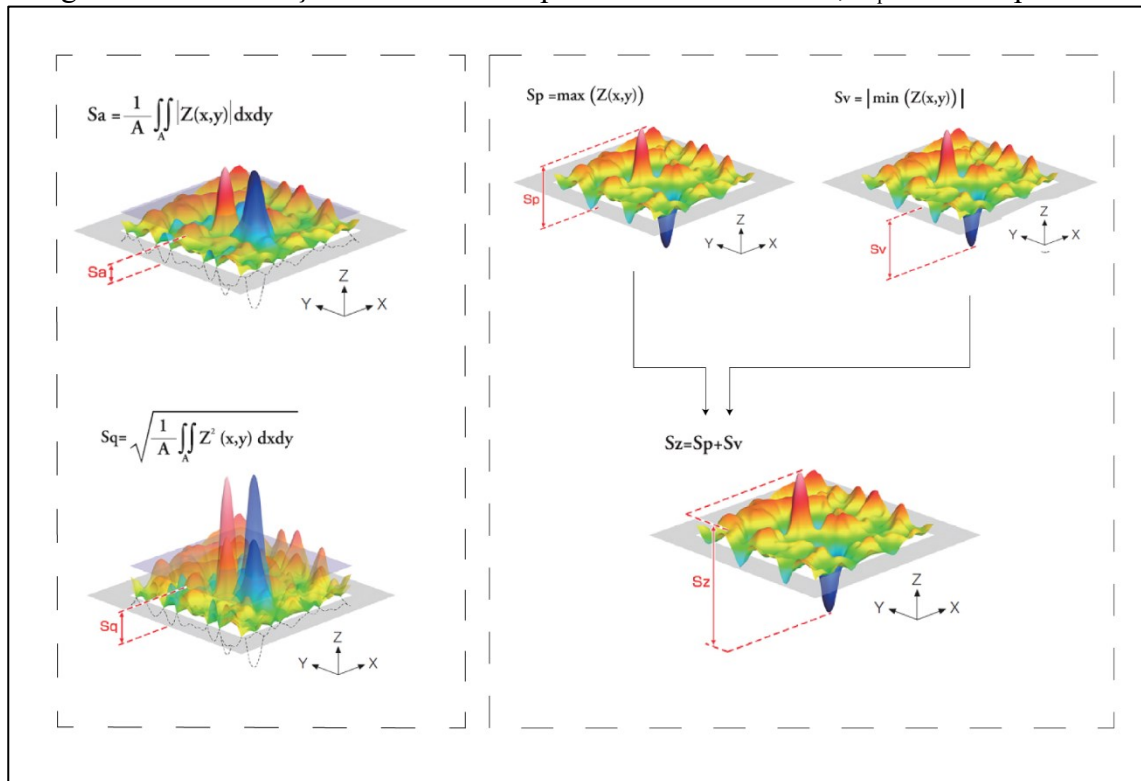
A rugosidade da superfície é utilizada na indústria como requisito técnico para garantir a qualidade de componentes mecânicos. Porém é difícil prevê-la devido aos inúmeros fatores envolvidos durante o processo de corte. Uma estratégia comum para tentar garantir uma boa qualidade da superfície é utilizar parâmetros de corte conservadores, mas isso reduz a produtividade do processo (BENARDOS; VOSNIAKOS, 2003).

Apesar de serem utilizados há muito tempo, os parâmetros de medição de rugosidade bidimensionais obtidos por contato, como  $R_z$ , que representa a altura máxima do perfil, e  $R_a$  que representa a média aritmética da rugosidade, ainda são utilizados (POMBERGER; STOSCHKA; LEITNER, 2019). Entretanto, com o aumento da necessidade de informações mais aprofundadas sobre a textura da superfície e de rapidez das medições os métodos óticos estão sendo cada vez mais utilizados (VORBURGER et al., 2007).

Segundo Qi et al. (2015), Os parâmetros de altura servem para descrever a amplitude de uma superfície e consistem em três subgrupos: parâmetros de altura média como média aritmética da altura ( $S_a$ ) e raiz quadrada média da altura ( $S_q$ ); parâmetros de extremidades da superfície como altura máxima do pico ( $S_p$ ), altura máxima do vale ( $S_v$ ) e a sua soma que resulta na amplitude máxima ( $S_z$ ) e por fim os parâmetros estatísticos  $S_{sk}$  que representa a assimetria da superfície, e a curtose ( $S_{ku}$ ) que representa quão acentuada é a distribuição da altura.

Segundo a norma ISO 25178-70 (2014) para superfícies irregulares é recomendado a utilização  $S_a$ ,  $S_q$ ,  $S_z$ ,  $S_{sk}$  e  $S_{ku}$ . Uma representação dos parâmetros  $S_a$ ,  $S_q$ , e  $S_z$  são apresentadas na Figura 5.

Figura 5 – Visualização do cálculo dos parâmetros de altura  $S_a$ ,  $S_q$  e  $S_z$  da superfície.



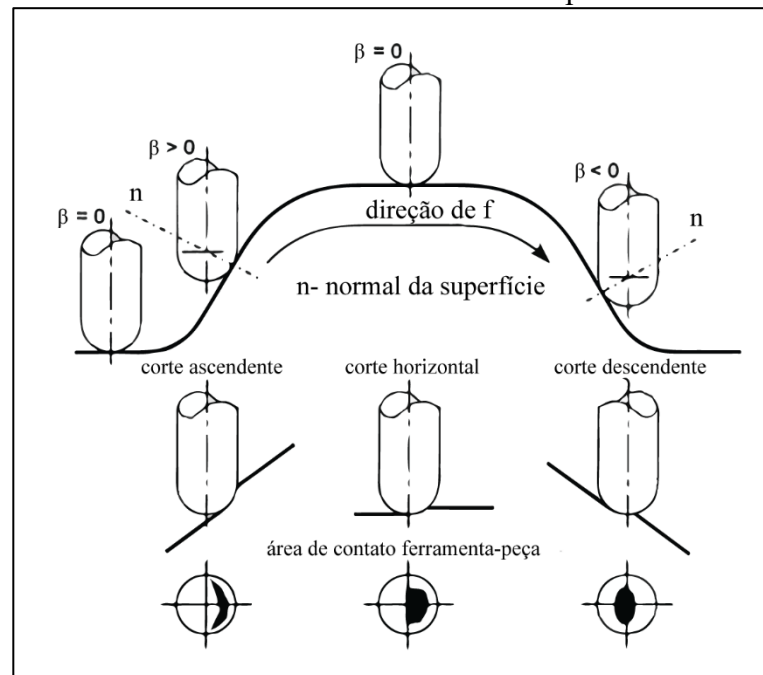
Fonte: Olympus Corporation (2021).

Geralmente os parâmetros de rugosidade pelo método de área são medidos por equipamentos óticos, como perfilômetros óticos. Apesar da rapidez e grande quantidade de informações obtidas nas medições, se a amostra estiver muito escura ou se o sinal refletido do equipamento não alcançar a objetiva ocorrem anormalidades que resultam em pontos faltantes picos agudos, sendo necessária a utilização de filtros para remover esses ruídos. (BLATEYRON, 2014).

## 2.4 VARIAÇÃO DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA

Durante a usinagem 3-eixos a ferramenta pode realizar três tipos de movimentos: ascendente, descendente e no sentido do plano horizontal (BAPTISTA; SIMOÄES, 2000). Na Figura 6 é apresentada a mudança do ângulo de contato da ferramenta em relação a normal da superfície ao longo de um passe no sentido longitudinal.

Figura 6 – Mudança do ângulo de contato no sentido do avanço entre a normal da superfície e o eixo da ferramenta ao contornar uma superfície curva.



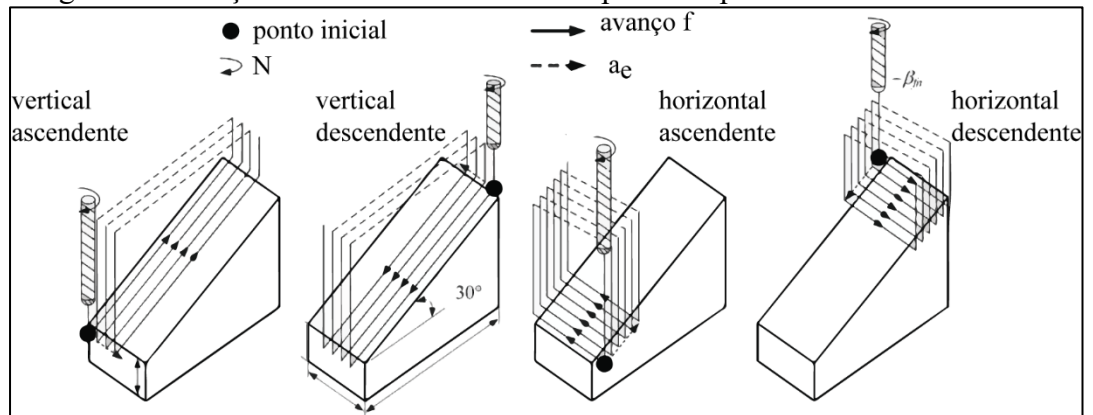
Fonte: Baptista e Simões (2000).

O ângulo de contato pode ser medido no plano formado entre o eixo da ferramenta e direção do avanço, neste trabalho tratado como ângulo  $\beta$  ou no plano formado entre o eixo da ferramenta e direção da penetração de trabalho  $a_e$ , definido como ângulo  $\phi$ . Geralmente valores positivos são atribuídos ao sentido ascendente e negativos ao sentido descendente (SCANDIFFIO; DINIZ; SOUZA, 2016).

O tipo de movimento que a ferramenta realiza durante a usinagem está diretamente ligada a estratégia de corte escolhida. Em superfícies planas e planas inclinadas a movimentação da ferramenta pode ser definida simplesmente nos termos de direções verticais ou horizontais no sentido ascendente ou descendente e o ângulo de contato só muda com a inclinação da superfície como mostrado na Figura 7 (TAN et al., 2017).



Figura 7 – Direções e sentido de corte em superfícies planas inclinadas.

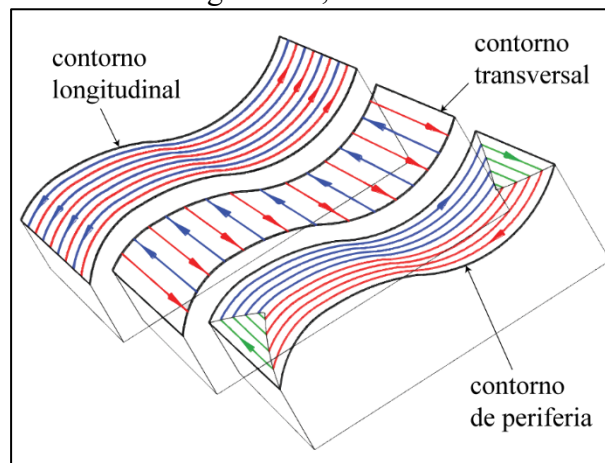


Fonte: Tan et al. (2017).

Os movimentos no sentido ascendente e descendente podem ser feitos nas direções do avanço  $f$  ou na direção da penetração de trabalho  $a_e$ . No sentido horizontal os movimentos podem ser feitos perpendicular à superfície da peça ou tangencial a ela (TAN et al., 2017).

Em superfícies côncavas, convexas e em superfícies complexas é difícil definir a direção das trajetórias em termos de direção vertical ou horizontal devido a curvatura da peça. Neste trabalho, foi utilizado os termos direção transversal e longitudinal para tratar das direções das trajetórias de contorno da ferramenta. Na Figura 8 baseada no trabalho de Mali, Aiswari e Gupta, (2020), são apresentados exemplos de trajetórias de contorno longitudinais, transversais e também de uma combinação dos dois métodos conhecida como contorno de periferia (*offset-3D*).

Figura 8 – Trajetória de contorno longitudinal, transversal e contorno de periferia.



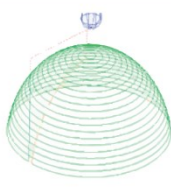
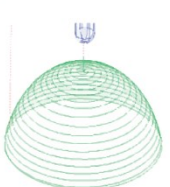
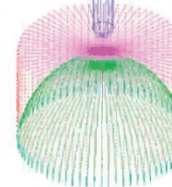
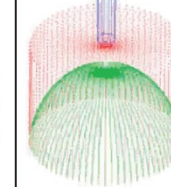

Fonte: Mali, Aiswari e Gupta (2020).

No contorno transversal, a ferramenta percorre uma trajetória paralela à superfície da peça, seguindo um mesmo plano durante o passe. Como a direção do avanço não muda no

sentido axial durante o corte, essa estratégia também é chamada de nível em z (WEI et al., 2011). No contorno longitudinal a ferramenta percorre a superfície ao longo de curvatura, dessa maneira há alteração constante do contato entre a ferramenta e peça na direção axial (MALI; AISWARESH; GUPTA, 2020).

Para o processo de acabamento, os programas CAD/CAM oferecem diversos algoritmos de trajetórias baseados na direção transversal, longitudinal e de contorno. É possível também escolher o sentido do corte, ascendente ou descendente. A escolha da estratégia afeta de forma significativa a qualidade final do produto como mostrado por Souza et al. (2014b), que avaliaram a influência da escolha de diferentes trajetórias disponíveis em sistema CAD/CAM na rugosidade de uma geometria semiesférica mostradas na Figura 9.

Figura 9 – Trajetórias utilizadas no processo de acabamento de uma meia esfera.

		CAVIDADE				
		cav. 1	cav. 2	cav. 3	cav. 4	cav. 5
Trajetória						
		contorno de periferia ascendente	espiral descendente	radial descendente	radial ascendente	passes paralelos
$a_e$		0,15 mm	0,14 mm	0,81°	0,81°	0,135 mm

Fonte: Souza et al. (2014b).

Neste caso específico, além da rugosidade, o tempo de usinagem e de polimento também foram avaliados para estimar o custo total da operação. O melhor resultado de rugosidade partiu da estratégia radial ascendente, entretanto, o menor tempo de polimento foi obtido por meio do contorno de periferia com passes no sentido ascendente. Porém, levando em consideração os custos de cada processo somados com tempo de máquina e polimento, a trajetória espiral foi a mais vantajosa. Concluiu-se dessa forma, que a escolha da melhor trajetória não é algo trivial e depende de vários fatores como limites de custo e tolerâncias dimensionais e de superfície do produto (SOUZA et al., 2014b).

Yao et al. (2018) avaliaram a rugosidade e a tensão residual da superfície comparando trajetórias no sentido transversal e longitudinal nos sentidos ascendente e descendente. Corpos de prova côncavos e convexos foram utilizados para avaliar a influência da curvatura na rugosidade. As trajetórias transversais resultaram em uma menor rugosidade que as estratégias

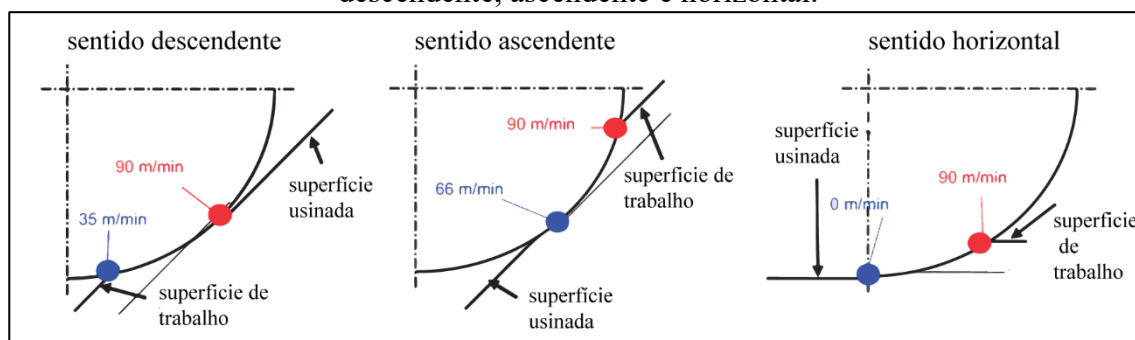
no sentido longitudinal, o sentido longitudinal ascendente apresentou maiores valores de rugosidade que o sentido descendente.

Magalhães et al. (2019) avaliaram a influência da direção da trajetória longitudinal no sentido ascendente e descendente de um semicilindro de aço AISI H13 a 52 HRC. Os resultados mostraram que o corte ascendente apresentou melhores resultados de rugosidade na região da base e no meio do cilindro, mas piorou quando ocorreu corte próximo da região da ponta. No sentido descendente o comportamento se inverteu e o corte apresentou melhores resultados próximo da região do topo do cilindro, com a rugosidade se deteriorando conforme a ferramenta seguia em direção a base, com uma diferença de rugosidade de 100%.

Para Wu et al. (2017), uma das explicações para a piora da estabilidade no sentido ascendente é a ocorrência de um aumento da força tangencial e redução da força axial. Como a ferramenta tem menor rigidez na direção radial, podem ocorrer vibrações durante o corte, principalmente em peças de alta dureza, como as encontradas em moldes e matrizes, normalmente com valores de 50 até 65 HRC.

Outro fator que altera a estabilidade do processo é a velocidade de corte, ao alterar o ângulo de contato a velocidade de corte muda, como pode ser visto na Figura 10, que apresenta a alteração na velocidade efetiva de corte ( $v_c$ ) ao usinar superfícies planas e planas inclinadas no sentido ascendente, descendente e perpendicular à superfície (ASPINWALL et al., 2007).

Figura 10 – Variação de velocidade de corte devido a variação de contato no sentido descendente, ascendente e horizontal.



Fonte: Aspinwall et al. (2007).

Nota-se que para uma mesma inclinação, diferentes velocidades de corte são obtidas nas superfícies usinadas e de trabalho. No sentido ascendente a velocidade de corte na superfície de trabalho é maior e na superfície usinada é menor. Por fim, no sentido descendente a velocidade efetiva na superfície de trabalho é menor, mas na superfície usinada é maior. Quando a ferramenta está perpendicular à superfície da peça, o centro da ponta atua na peça a velocidade de corte efetiva na superfície é zero (ASPINWALL et al., 2007).

Quando a ferramenta está perpendicular à superfície da peça, as baixas velocidades de corte da região do centro da ponta esmagam a superfície usinada, influenciando na altura de crista da superfície e conseqüentemente na rugosidade final da peça (BATISTA; RODRIGUES; COELHO, 2017).

Porém esse efeito pode depender da dureza do material, Wang e Zheng, (2003) avaliaram o aço AISI H13 em dois estados de dureza 20 e 41 HRC, usinando canais com a ferramenta perpendicular à superfície e com diferentes avanços por aresta. Concluíram que ao usinar materiais mais duros, apesar das baixas velocidades de corte que ocorrem na região do centro da ponta, a fratura é facilitada, resultando em menores esforços de corte e uma superfície de melhor qualidade se comparado à materiais mais dúcteis, porém não testaram outros ângulos de contato.

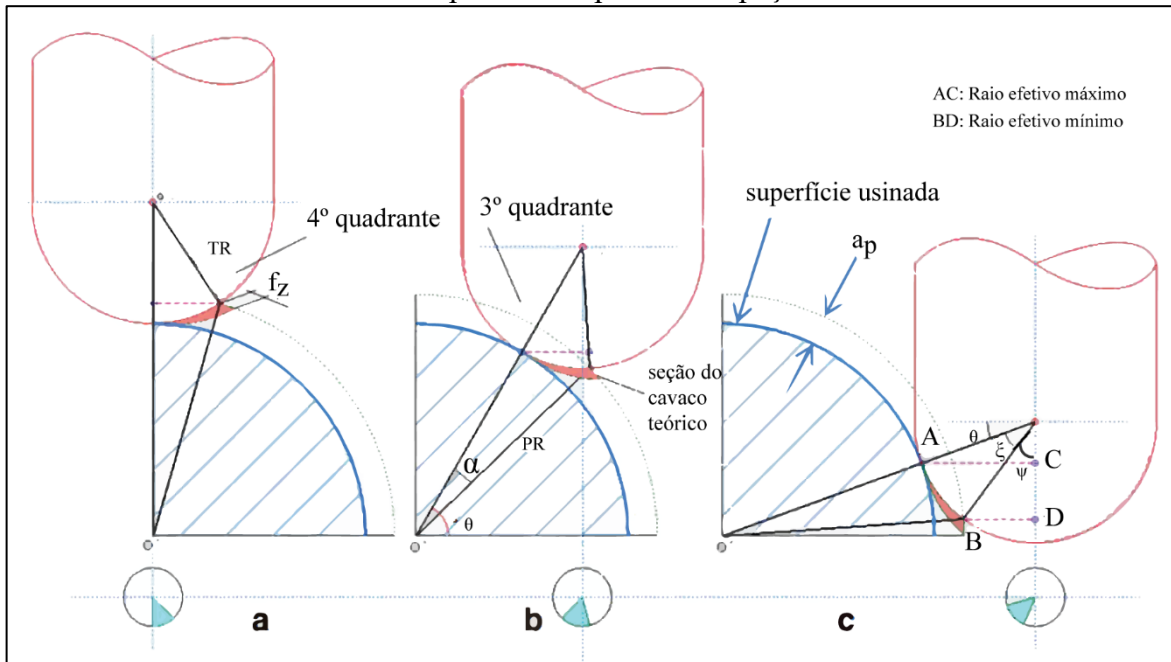
No sentido ascendente o material é removido antes de entrar em contato com o centro da ponta. No sentido descendente, dependendo do ângulo de contato entre a ferramenta e a peça e da profundidade de usinagem, o centro da ponta pode atuar diretamente na superfície, exercendo um efeito de endentação sobre o material (OZTURK; TUNC; BUDAK, 2009).

O efeito combinado das baixas velocidades de corte da região da ponta e da endentação aumentam as forças envolvidas no processo. Ao usinar a superfície no sentido transversal descendente não há efeito da endentação, apenas o efeito das baixas velocidades de corte, essa condição é prejudicial para o acabamento da superfície, principalmente para materiais mais dúcteis (TUYSUZ; ALTINTAS; FENG, 2013).

Uma possível explicação é que o material dúctil absorve mais energia mecânica na forma de encruamento do cavaco. O encruamento também aumenta a fricção entre o material e a superfície de saída da ferramenta e com isso pode ocorrer a adesão de aresta postiça na ferramenta. Para o caso do material mais dúctil o aumento da velocidade de corte melhorou a rugosidade por reduzir a fricção e conseqüentemente a formação de aresta postiça, mas nos materiais endurecidos não houve mudanças significativas dos resultados com essa mudança (WANG; ZHENG, 2003).

Para superfícies curvas, a atuação do centro da ponta na superfície depende do ângulo de inclinação, diâmetro da ferramenta, profundidade de usinagem e do raio de curvatura conforme demonstrado por Souza et al. (2014a) na Figura 11.

Figura 11 – Variação do ângulo de contato ao longo da trajetória de corte e ângulo da atuação da ponta na superfície da peça.



Fonte: traduzido Souza et al. (2014).

As relações geométricas descritas por Souza et al. (2014a) podem ser utilizadas para calcular o raio e a velocidade de corte efetiva máximos e mínimos da superfícies usinada e de trabalho e estabelecer o ângulo de inclinação que a ponta deixa de atuar na superfície de trabalho, neste caso quando  $\psi=0$ . O ângulo  $\xi$  de imersão axial formado entre essas superfícies pode ser calculada por meio da Equação 3,

$$\xi = \cos^{-1} \left[ (PR + TR)^2 + TR^2 - \frac{(PR+ap)^2}{2} TR (PR + TR) \right] \quad (3)$$

Em que o PR representa o raio da peça e o TR o raio da ferramenta. Além das relações geométricas, Souza et al. (2014a) investigaram os efeitos de usar essa geometria de aço AISI P20 a 30 HRC, na direção longitudinal no sentido descendente e concluíram que a atuação do centro da ponta aumenta significativamente as forças em até 100% , mas quando o centro da ponta deixa de atuar na superfície as forças mantem-se em um patamar estável.

Souza et al., (2015) realizou experimento semelhante, no sentido longitudinal, mas desta vez utilizado sentido ascendente e descendente em um corpo de prova de um quarto de cilindro de aço também de AISI P20 com 30 HRC. O corte ascendente apresentou melhores resultados que o corte descendente devido ao menor contato com a ponta, que neste caso, só ocorreu no final da trajetória quando o eixo da ferramenta ficou perpendicular a superfície. A

diferença entre as condições ascendente e descendente chegaram a valores de 100% do valor da força, além disso diferentes velocidades nominais de corte foram testadas, que dobrar a velocidade de corte neste caso resultou na diminuição das forças em cerca de 50%.

Scandiffio, Diniz, Souza (2017) usinaram uma geometria semicilíndrica de aço AISI D6 com durezas de 60 HRC. A velocidade efetiva de corte foi mantida constante durante o experimento. Uma trajetória longitudinal de passes paralelos com sentidos ascendentes e descendentes e três inclinações no sentido de avanço foram avaliadas, sendo elas nos ângulos, ângulos de 5° 45° e 85°. No resultado do experimento, contrariando os resultados de Souza et al. (2015) o corte no sentido ascendente pareceu instável, com ocorrência de vibrações principalmente em 85°. A trajetória com sentido descendente de 5 e 45° apresentou maior estabilidade durante o corte e menor rugosidade. A maior estabilidade ocorreu provavelmente devido ao apoio da componente axial da força obtido com o contato do centro da ponta na superfície.

Chen, Zhao e Zhang (2015) avaliaram a influência de diferentes direções e sentidos de corte na integridade da superfície do aço AISI H13. Nos testes foram analisados ângulos de inclinação até 45° com 5° cada condição no sentido do avanço e perpendicular ao avanço, situação equivalente ao usinar rampas no sentido horizontal e vertical no sentido ascendente e descendente. Em regiões próximas ao centro da ponta, em torno de 5° de inclinação, houve maior aumento da microdureza da superfície e da tensão residual compressiva, devido provavelmente ao efeito de extrusão em conjunto com as baixas velocidades de corte, apesar dessa condição ser positiva para melhoria da resistência à fadiga a rugosidade apresentou valores em média 50% mais altos que outras condições.

Os efeitos de diferentes direções e sentidos nas forças e na rugosidade ao utilizar ferramentas de topo esférico foram feitos por diversos pesquisadores, mesmo assim não há consenso de qual estratégia é a mais adequada, com bons resultados sendo atingidos em cada uma delas (MALI; GUPTA; RAMKUMAR, 2021).

### 3 METODOLOGIA

Para avaliar os efeitos de diferentes ângulos de contato entre a ferramenta e a peça foi definido para o experimento um corpo de prova de geometria convexa com a forma de um quarto de cilindro, as trajetórias seguiram na direção transversal em relação ao raio de curvatura da peça.

Foi escolhido passes paralelos a curvatura da peça no sentido descendente para avaliar os efeitos da atuação do centro da ponta no corte. Duas ferramentas com diferentes raios nominais e diferentes parâmetros de corte foram avaliados. Os experimentos foram realizados em aço AISI H13 em diferentes estados de dureza, recozido e temperado. A metodologia deste trabalho foi dividida em três partes: análise teórica do contato ferramenta-peça, planejamento do experimento e equipamentos e procedimentos empregados.

Na análise teórica do contato ferramenta-peça são apresentados os métodos, as técnicas e equações utilizados para avaliar a influência do ângulo de contato na atuação do centro da ponta da fresa de topo esférico sobre a superfície da peça e a posição do cavaco teórico em relação a fresa.

No planejamento do experimento, foram definidos os materiais utilizados, a geometria do corpo de prova e as trajetórias de corte. A partir delas foram definidas as variáveis de entrada, fatores fixos e variáveis de resposta do experimento.

Na seção equipamentos e procedimentos são especificados os materiais e métodos utilizados na aquisição e pós-processamento dos dados de forças aquisitados durante a usinagem e os métodos de medição da perfilometria ótica.

#### 3.1 ANÁLISE TEÓRICA DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA

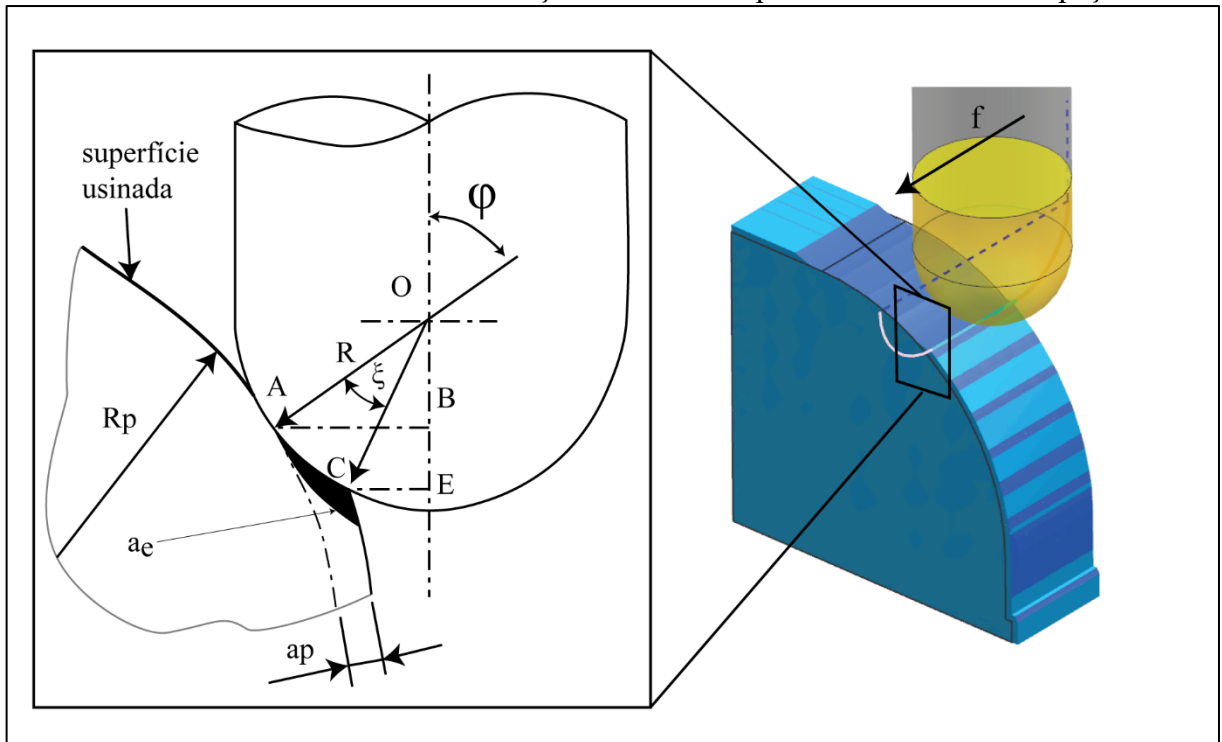
O objetivo principal de simular o contato ferramenta-peça deste experimento foi analisar três aspectos principais do contato: a área da seção transversal instantânea do cavaco teórico, os ângulos de entrada e saída da ferramenta e a velocidade de corte efetiva na região de corte.

Para avaliar a área da seção transversal e os ângulos de entrada e saída foram utilizados modelamento geométrico do processo e das condições de contato por meio de um programa CAD.

O desenvolvimento dos cálculos dos raios efetivos mínimos e máximos para superfícies convexas foram adaptados de Souza et al., (2014a). A Figura 12 demonstra a análise

geométrica da qual também podem ser derivadas o cálculo da atuação do centro da ponta na superfície. O ângulo de contato  $\varphi$  foi considerado positivo para simplificar as análises, por convenção o sentido descendente geralmente é definido como negativo.

Figura 12 – Análise geométrica do contato ferramenta-peça utilizada para calcular os raios efetivos de contato e limite de atuação do centro da ponta da ferramenta na peça.



Fonte: Adaptado Souza et al. (2014a).

A partir dessa figura, três equações podem ser derivadas: a Equação (4) permite obter o raio efetivo mínimo, que depende da diferença do ângulo de imersão axial  $\xi$  e ângulo de contato  $\varphi$ :

$$R_{\text{ef,min}} = \overline{EC} = R \text{sen}(\varphi - \xi) \quad (4)$$

A equação (5) permite calcular o raio efetivo máximo do contato que é uma relação do raio nominal da ferramenta  $R$  com o ângulo de inclinação  $\varphi$ .

$$R_{\text{ef,max}} = \overline{AB} = R \text{sen} \varphi \quad (5)$$

A equação (6) indica o ângulo de imersão axial  $\xi$  entre o ponto de raio efetivo mínimo e máximo. Coincidentemente, quando o ângulo  $\varphi$  é igual ou maior que o ângulo  $\xi$



temos o fim da atuação da ponta na superfície, logo quando o valor de  $\varphi$  está entre 0 e  $\xi$  indica atuação da ponta na superfície da peça.

$$\xi = \cos^{-1} \left[ \frac{(Rp+R)^2 + R^2 - (Rp + a_p)^2}{2R(Rp+R)} \right] \quad (6)$$

O raio da peça  $R_p$ , da ferramenta  $R$  e a profundidade axial de corte ( $a_p$ ) tem relação direta com o ângulo  $\xi$  e por isso é um fator importante a ser avaliado, já que tem relação com a amplitude da atuação da ponta na superfície. Os raios efetivos mínimos e máximos são uteis para calcular a velocidade efetiva nesses pontos de contato, A velocidade de corte efetiva pode ser calculada por meio da Equação (7) (ALTINTAS, 2012).

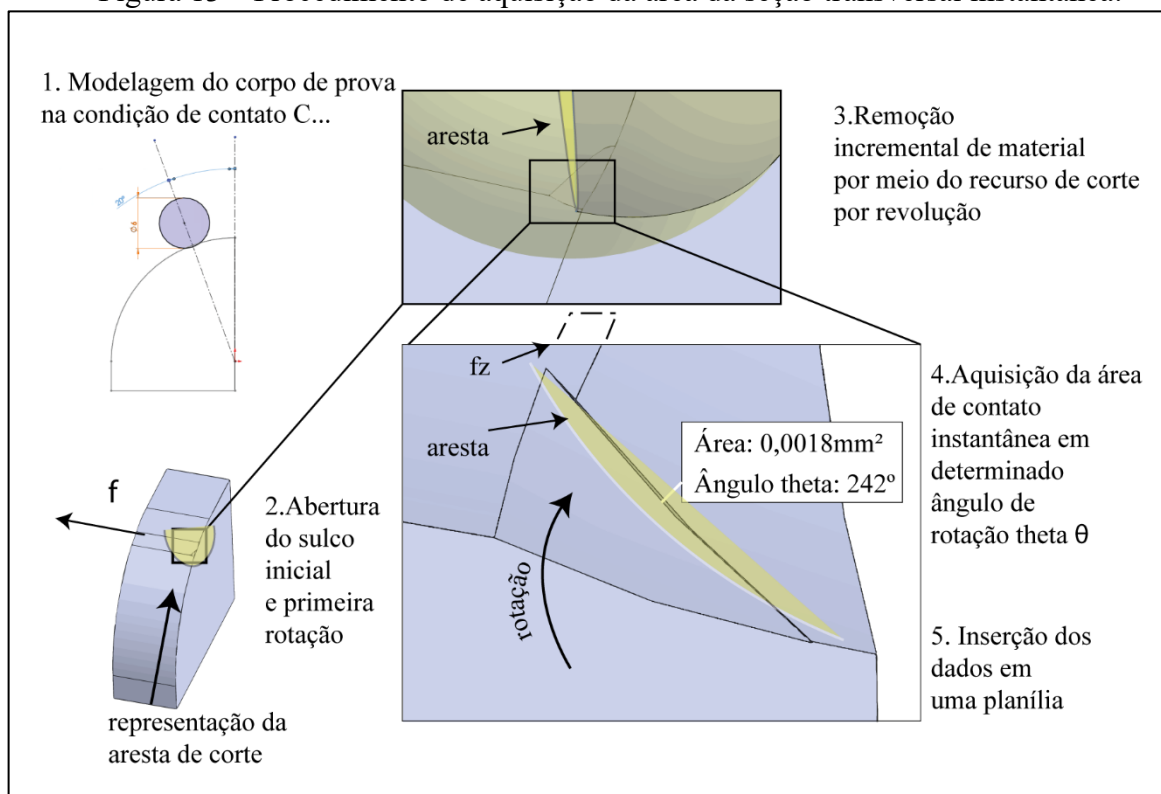
$$v_{C_{ef}} = \frac{R \cdot 2\pi \cdot N}{1000} \quad (7)$$

Para obter a área da seção transversal do cavaco foi utilizado uma técnica similar ao proposto por Iwabe, Shimizu e Sasaki (2006) e também empregado por Marius (2015). Nessa técnica, a usinagem é simulada por operações booleanas, subtraindo a geometria da aresta na peça de cada instante da rotação por meio de programas CAD.

Neste trabalho, modelou-se as condições de contato por meio do programa Solidworks 2016. Primeiro a ferramenta foi representada por um esboço de meia esfera em duas dimensões, o centro dessa meia esfera foi posicionado em relação a peça de forma que representasse a condição de usinagem de acordo com o  $a_p$ ,  $a_e$  e  $f_z$  e ângulo de contato avaliado.

Em seguida, foi aplicado o recurso de corte por revolução do CAD no esboço da ferramenta e de forma incremental de 5 em 5 graus, simulando a atuação da aresta removendo o material da peça, um resumo do procedimento é apresentado na Figura 13.

Figura 13 – Procedimento de aquisição da área da seção transversal instantânea.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Em cada incremento foi medida a área resultante dessa intersecção. Foi tomado o cuidado de diminuir o incremento do grau para encontrar a área máxima de contato, posteriormente os pontos intermediários foram interpolados no programa Matlab 2013. O ângulo de hélice não foi considerado para simplificar a análise.

## 3.2 PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO

### 3.2.1 Material

O material escolhido para compor os corpos de prova foi o aço AISI H13 em dois estados: recozido na dureza de 227 HV (~20 HRC) e temperado a 497 HV (~50 HRC). A escolha da mesma liga, mas com diferentes tratamentos térmicos foi feita para isolar o efeito da dureza do material no processo de usinagem. A composição química do material é apresentada na Tabela 2.

Tabela 2 – Composição química do aço AISI H13.

Elementos	C	Si	Mn	Cr	Mo	V	Ni	Fe
% em peso	0,32-0,45	0,80-1,20	0,20-0,50	4,75-5,50	1,10-1,75	0,80-1,20	0-0,30	Bal.

Fonte: Huang et al. (2018).

O aço AISI H13 é classificado como um aço de ultra resistência com cerca de 5% de teor de cromo. A inclusão de vanádio na liga melhora a resistência ao desgaste por meio da distribuição de carbeto de vanádio na microestrutura. Essa liga apresenta boa resistência a fadiga e a têmpera, mantendo também alta dureza e resistência ao trabalhar em altas temperaturas (ASM INTERNATIONAL, 1990).

Devido a estas características, o aço AISI H13 é amplamente utilizado na fabricação de moldes e matrizes de extrusão de alumínio, forjamento a quente, fundição sob pressão e mandris para extrusão a quente. É comum realizar sua usinagem no estado temperado para reduzir o número de etapas produtivas (HUANG et al., 2018).

### 3.2.2 Ferramentas de corte

Dois ferramentas de metal duro inteiriças com duas arestas e valores de 6 e 10 milímetros diâmetro (3 e 5 mm de raio nominal) foram utilizadas nos experimentos. As ferramentas possuem revestimento multicamadas compostas de nitreto de titânio, alumínio e cromo e nitreto de titânio, alumínio e silício respectivamente, outros detalhes são exibidos na Tabela 3.

Tabela 3 – Características das ferramentas utilizadas.

Diâmetro da ferramenta	Cobertura	Ângulo de hélice	Raio de aresta
6 mm	(Al, Ti, Cr) N	30°	2,7±0,6 µm
10 mm	(Al, Ti, Si) N	30°	5,6±0,7 µm

Fonte: Próprio Autor (2021).

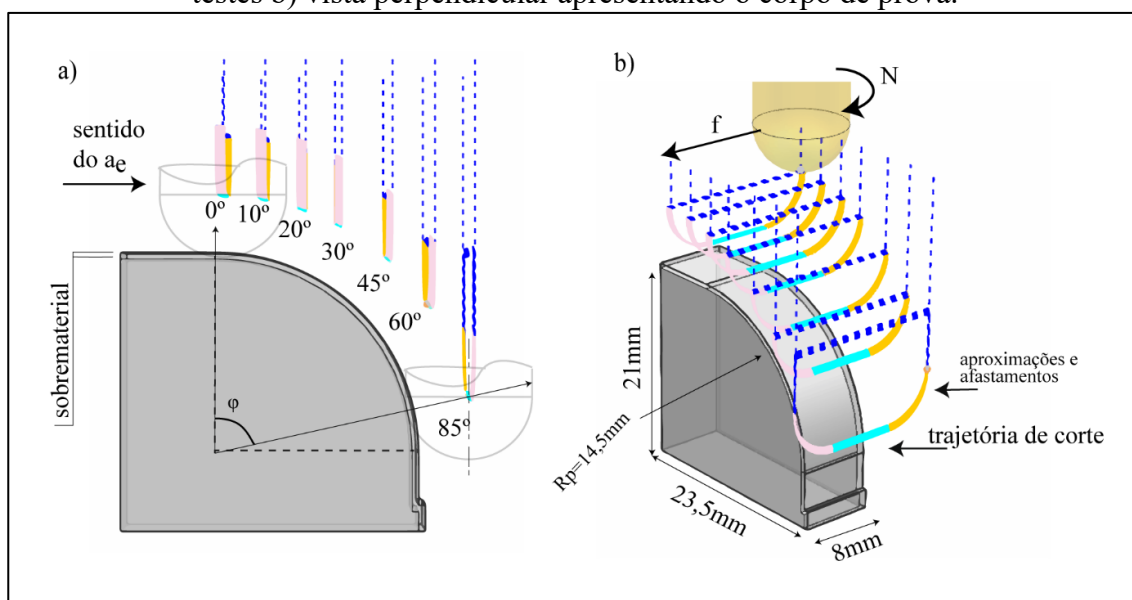
Buscou-se utilizar ferramentas com valores proporcionais de raio de aresta para reduzir as diferenças nos esforços de corte e na geração da superfície causados por esse fator (BIONDANI; BISSACCO, 2019).

### 3.2.3 Geometria do corpo de prova e trajetória da ferramenta

Uma geometria semicilíndrica convexa com raio final fixo de 14,5 mm foi escolhida como corpo de prova. Devido ao seu formato, foi possível avaliar a variação do ângulo de contato  $\phi$  entre a ferramenta e a peça, situação análoga ao que ocorre durante a usinagem de superfícies complexas.

O quadrante de 90° do quarto de cilindro foi dividido em 7 ângulos ao longo de seu raio, com diferentes intervalos, conforme apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Geometria, dimensões e trajetórias escolhidas para o corpo de prova em detalhes de duas vistas: a) vista lateral esquerda demonstrando os ângulos de contato utilizados nos testes b) vista perpendicular apresentando o corpo de prova.



Fonte: Próprio Autor (2021).

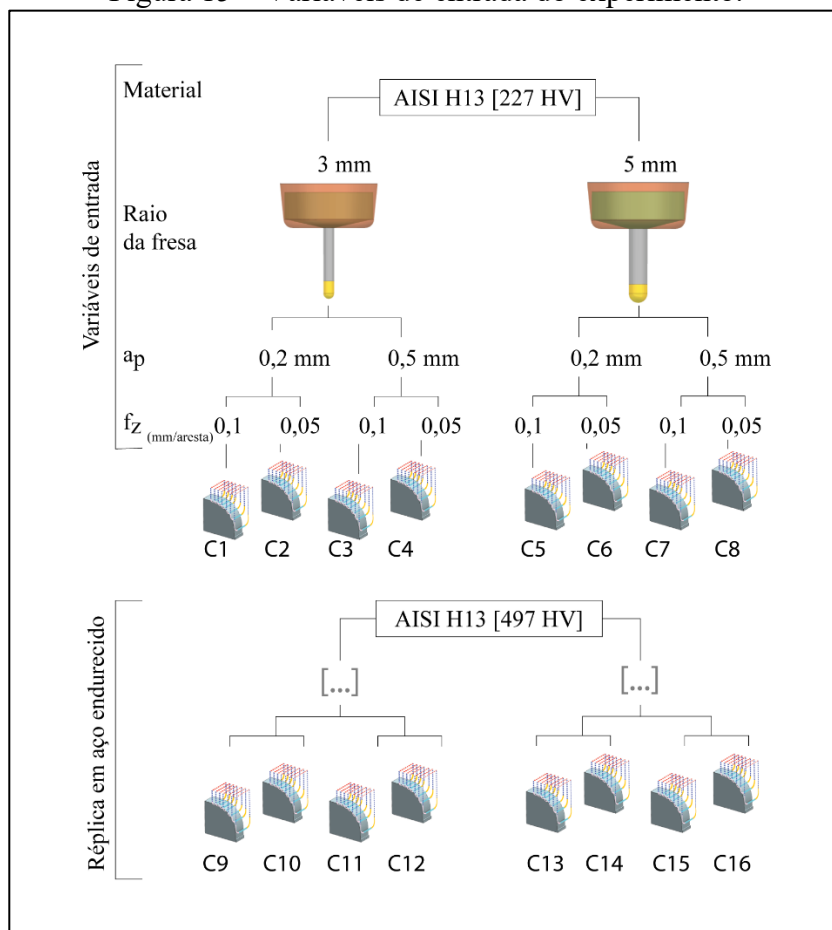
Cada ângulo foi usinado utilizando uma trajetória de corte de contorno transversal ao perfil com passes constantes de  $a_e = 0,1$  mm no sentido descendente. Foram executados 6 passes no sentido da penetração de trabalho, o qual alterou levemente o ângulo de contato entre 1° e 3° aproximadamente. O primeiro passe consistiu na abertura do sulco inicial, os 5 passes seguintes resultaram nas condições válidas de contato.

A estratégia transversal permitiu que a aquisição das componentes da força e geração da superfície usinada fossem mais consistentes se comparados com a estratégia de contorno longitudinal, pois ângulo  $\phi$  de contato entre a ferramenta e a peça não se altera durante o passe.

### 3.2.4 Variáveis de entrada

Para cada estado do aço AISI H13, recozido e temperado, foram realizados testes com ferramentas de dois tamanhos (R), duas profundidades de usinagem ( $a_p$ ), dois avanços por aresta ( $f_z$ ) diferentes e nos 7 ângulos de contato diferentes, as variáveis de entrada são apresentadas na Figura 15.

Figura 15 – Variáveis de entrada do experimento.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Nestas condições, o experimento totalizou 16 corpos de prova, os quais foram nomeados com o prefixo C para facilitar a organização dos dados gerados pelos testes. A utilização de diferentes profundidades de usinagem ferramentas de raios diferentes permitiu avaliar o efeito do contato do centro da ponta em diferentes ângulos de contato. Os valores de  $a_p$  e  $f_z$  representam condições usualmente utilizadas no processo de acabamento de moldes e matrizes (WOJCIECHOWSKI et al., 2017) (GHORBANI; MOVAHHEDY, 2019a).

### 3.2.5 Fatores fixos

Outros fatores necessários para a definição e execução do processo de usinagem, mas, que não fazem parte do escopo principal do experimento são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Fatores mantidos fixos.

Fatores fixos	Valores
Velocidade de corte nominal – $v_c$ (m/min)	150
Razão comprimento/raio da fresa	4:1
Raio final do corpo de prova – $R_p$ (mm)	14,5
Penetração de trabalho – $a_e$ (mm)	0,1

Fonte: Próprio Autor (2021).

O valor da penetração de trabalho foi mantido constante e também simétrico em relação aos avanços por aresta utilizados, uma recomendação sugerida por Quinsat, Sabourine e Lartigue (2008) para manter a topografia da superfície com aspecto proporcional. O sentido de corte foi mantido constante e de modo a ser concordante quando analisado em corte tangencial.

Como as ferramentas possuem raios diferentes, tomou-se o cuidado de manter a proporção de comprimento e raio entre as ferramentas, visando assim reduzir a influência das diferenças de rigidez de cada uma nas saídas do processo.

Foi escolhido o menor valor de balanço de ferramenta para obter a máxima rigidez durante o corte. O comprimento de balanço para a fresa de raio de 3 mm foi de 24 mm, e de 40 mm para a fresa de 5 mm de raio.

A velocidade de corte nominal de 150 m/min foi definida com base nas recomendações do fabricante, sendo adequada para ambas as condições de dureza do material AISI H13. Devido a diferença de raio nominal entre as fresas, diferentes rotações precisaram ser utilizadas, os seus valores foram calculados por meio da Equação 8.

$$N = \frac{1000 v_c}{2R\pi} [\text{rpm}] \quad (8)$$

Sendo  $N$  a rotação do eixo árvore em rotações por minuto,  $v_c$  a velocidade de corte e  $R$  o raio nominal da ferramenta. Devido a alteração na rotação a velocidade de avanço  $f$  precisa ser corrigida para manter o avanço por aresta no valor programado, essa pode ser calculada de acordo com a Equação 9.

$$f = f_z \cdot z \cdot N \text{ [mm/min]} \quad (9)$$

Sendo  $f$  a velocidade avanço em mm/min,  $z$  o número de arestas e  $N$  a rotação do eixo árvore. A partir das informações das trajetórias e dos parâmetros do processo, foi elaborada uma lista de execução dos ensaios apresentada abaixo na Tabela 5.

Tabela 5 – Lista de execução com os parâmetros de corte dos ensaios.

Teste	Tratamento	Raio da fresa	$a_p$	$f_z$	N	f
C1	HN	5	0,5	0,10	4775	955
C2	HN	5	0,5	0,05	4775	477
C3	HN	5	0,2	0,10	4775	955
C4	HN	5	0,2	0,05	4775	477
C5	HN	3	0,5	0,10	7958	1592
C6	HN	3	0,5	0,05	7958	796
C7	HN	3	0,2	0,10	7958	1592
C8	HN	3	0,2	0,05	7958	796
C9	HT	5	0,5	0,10	4775	955
C10	HT	5	0,5	0,05	4775	477
C11	HT	5	0,2	0,10	4775	955
C12	HT	5	0,2	0,05	4775	477
C13	HT	3	0,5	0,10	7958	1592
C14	HT	3	0,5	0,05	7958	796
C15	HT	3	0,2	0,10	7958	1592
C16	HT	3	0,2	0,05	7958	796

Fonte: Próprio Autor (2021).

Cada uma das 16 condições apresentou 7 ângulos de contato diferentes, resultando em um total de 112 superfícies usinadas. Além do prefixo C, outra nomenclatura foi utilizada para localizar os arquivos de dados e legendar figuras, o formato utilizado foi HN\_R5\_AP05\_FZ01\_0g, sendo HN o AISI H13 recozido e o HT temperado, R o raio nominal da ferramenta de corte AP a profundidade de usinagem  $a_p$  e  $f_z$  o avanço por aresta  $f_z$  e ângulo  $g$ .

### 3.2.6 Variáveis de resposta

As variáveis de resposta utilizadas neste trabalho, os métodos de sua aquisição e sua relação com os objetivos foram resumidos na Tabela 6.

Tabela 6 – Variáveis de resposta do experimento.

Variáveis de resposta	Precisão da medição	Método de obtenção	Relação com o objetivo do trabalho
$F_x, F_y, F_z$ (newton)	0,01 N e 100 kHz de taxa de aquisição	Kistler modelo 9257BA	Comparação das forças entre diferentes condições de corte
Rugosidade $S_z$ ( $\mu\text{m}$ )	0,1 nm na vertical	Veeco WYKO NT1100	Comparação da qualidade da superfície entre as diferentes condições de corte
Área da seção transversal	$10^{-2} \mu\text{m}^2$	CAD - SolidWorks® 2016	Avaliação das condições de contato

Fonte: Próprio Autor (2021).

### 3.3 EQUIPAMENTOS E PROCEDIMENTOS EMPREGADOS

Os experimentos foram executados nas instalações da EESC-USP – São Carlos. Utilizou-se para a usinagem um centro de fresamento CNC vertical ROMI D600 com três eixos e comando numérico FANUC 0iMC. As dimensões máximas de operação do equipamento são 600x530x580 mm nos eixos X, Y e Z. O eixo árvore têm potência de 15 kW e rotação máxima de 10 000 rpm.

Foram utilizadas 2 ferramentas novas para a usinagem dos corpos de prova uma de 6 mm e a outra de 10 mm de diâmetro. Primeiro foram usinadas todas as condições para a fresa de 6 mm de diâmetro, começando pelo aço recozido e depois para o aço temperado, dessa forma evitou-se erros de zeramento entre a zero máquina e o zero da peça e mudanças nos valores de batimento radial da ferramenta e depois executado o mesmo procedimento para as fresas de 10 mm.

O batimento radial da ferramenta foi medido por meio de um relógio apalpador com resolução de 1  $\mu\text{m}$ , e o valor médio de 10 medições resultou em torno de  $6,0 \pm 5 \mu\text{m}$  para a fresa de 6 mm e  $12,0 \pm 8 \mu\text{m}$  para a fresa de 10 mm de diâmetro.

Adquiriu-se os dados das 3 componentes da força de usinagem por meio de um dinamômetro marca Kistler modelo 9257BA, um condicionador de sinais Kistler Type 5233A, uma placa de digitalização National Instruments NI USB-6216 e um computador instalado com o programa Labview® v13.0.1. A taxa de aquisição utilizada foi de 100 kHz, a resolução do equipamento é na ordem de 0,01 N. Para obter a quantidade de amostras por rotação apr, foi utilizado a Equação 10.

$$\text{apr} = \frac{\text{Fa}_{q.60}}{N} \quad (10)$$

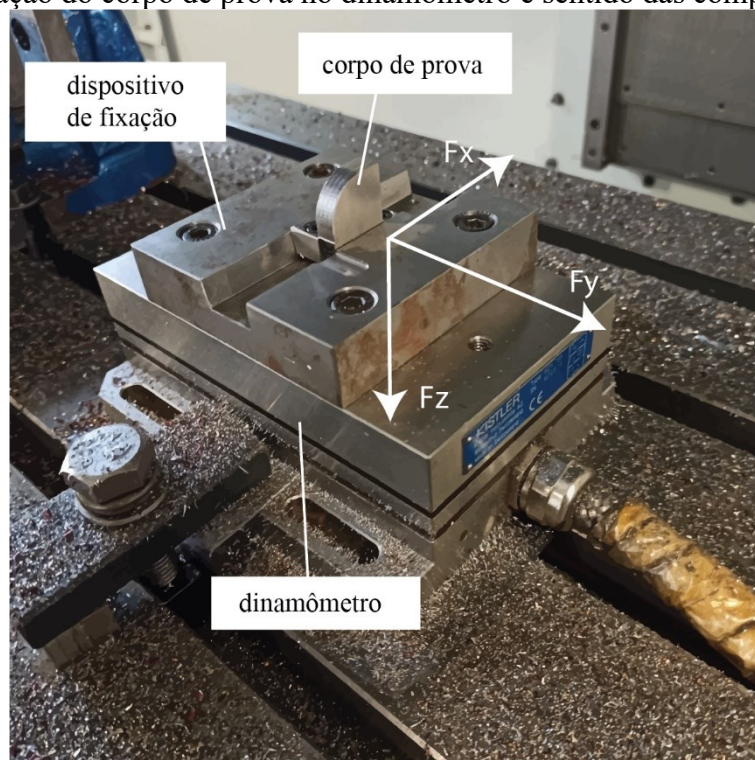


O valor de  $\text{apr}$  é a divisão da taxa de aquisição do dinamômetro em Hz pela frequência do eixo árvore também em Hz. Utilizando a maior rotação do eixo árvore do experimento, de 7958 rpm, resultou em uma frequência de rotação de 132,633 Hz. Para 100 kHz de frequência de aquisição do dinamômetro, foram adquiridos em torno de 753 amostras por rotação.

### 3.3.1 Montagem do corpo de prova no dinamômetro e usinagem

A Figura 16 apresenta um esquema de montagem dos corpos de prova no dinamômetro e as coordenadas de referência do dinamômetro.

Figura 16 – Fixação do corpo de prova no dinamômetro e sentido das componentes de força.



Fonte: Próprio Autor (2021).

A fixação do corpo de prova para a usinagem foi feita por meio de um dispositivo composto de um parafuso que ao ser apertado na vertical, produz uma força de sujeição lateral no corpo de prova através de duas cunhas a  $45^\circ$ , que a pressiona contra um encosto retificado nas direções x e y que permitiu obter repetibilidade de posicionamento.

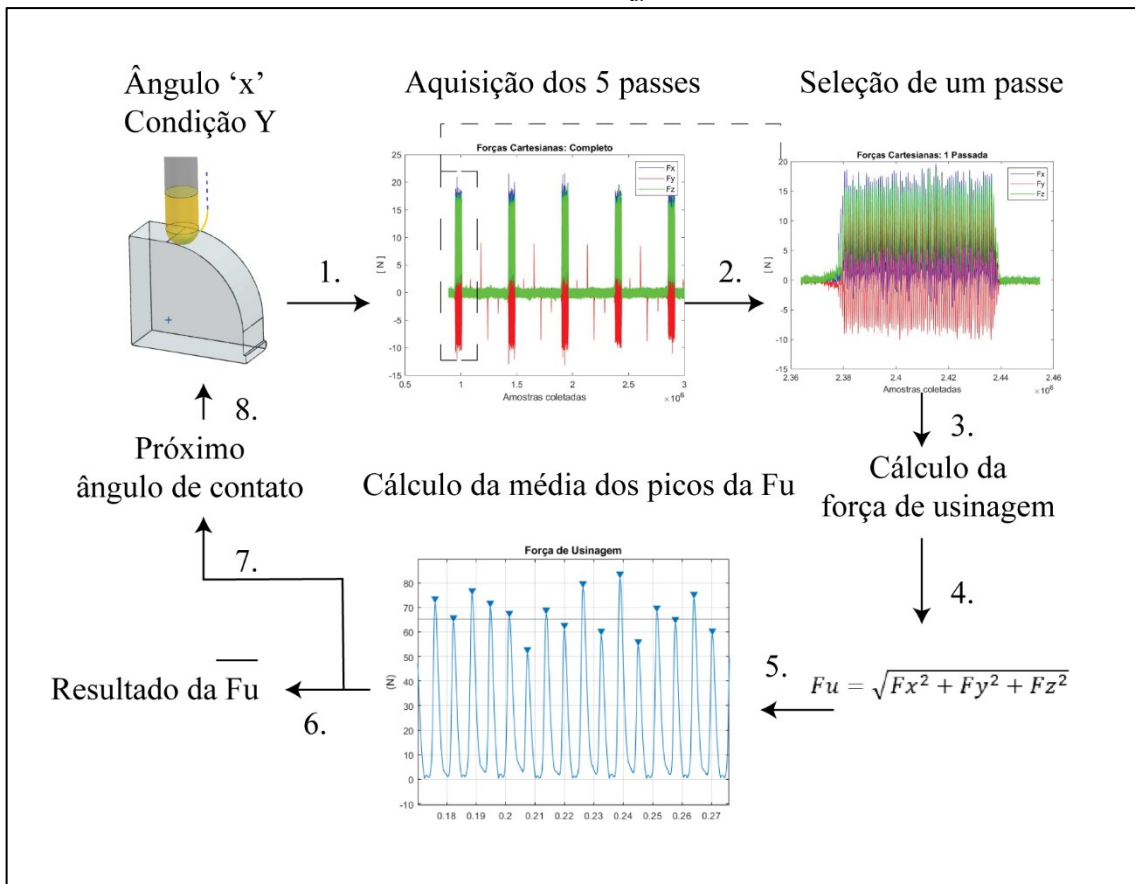
O pós-processamento dos dados de força foi realizado por meio do programa MatLab vR2013a. O processo de tratamento consistiu em remover o *drift* e o *offset* da escala, que ocorre de forma inerente durante a aquisição de dados do dinamômetro. O programa também foi utilizado para cortar e selecionar as componentes de força das regiões usinadas de interesse, os

sinais de força não foram filtrados, os arquivos com os dados das componentes da força foram salvos no formato .txt com 3 colunas para  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ .

### 3.3.2 Tratamento das componentes de força de usinagem

Após a seleção da região de interesse, foram calculados a força de usinagem do sinal e sua média de seus picos para cada condição, um resumo do método de tratamento é apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Ciclo de tratamento das componentes de força para o cálculo da média de picos da  $F_u$ .



Fonte: Próprio Autor (2021).

O tratamento dos dados resultou em gráficos das componentes de força, média dos picos das componentes e força de usinagem. A força de usinagem foi calculada por meio da resultante das suas componentes  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  como descrito pela equação (11) Altintas, (2012).

$$F_u = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (11)$$

Os picos do sinal foi calcula por meio da função *findpeaks* no programa Matlab. A média aritmética dos picos foi calculada pela equação 12

$$\overline{Fu} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A Fu(i) \quad (12)$$

O número de picos obtidos foi calculado dividindo o  $f_z$  da condição pelo comprimento de corte que determinado pela largura da peça (8 mm).

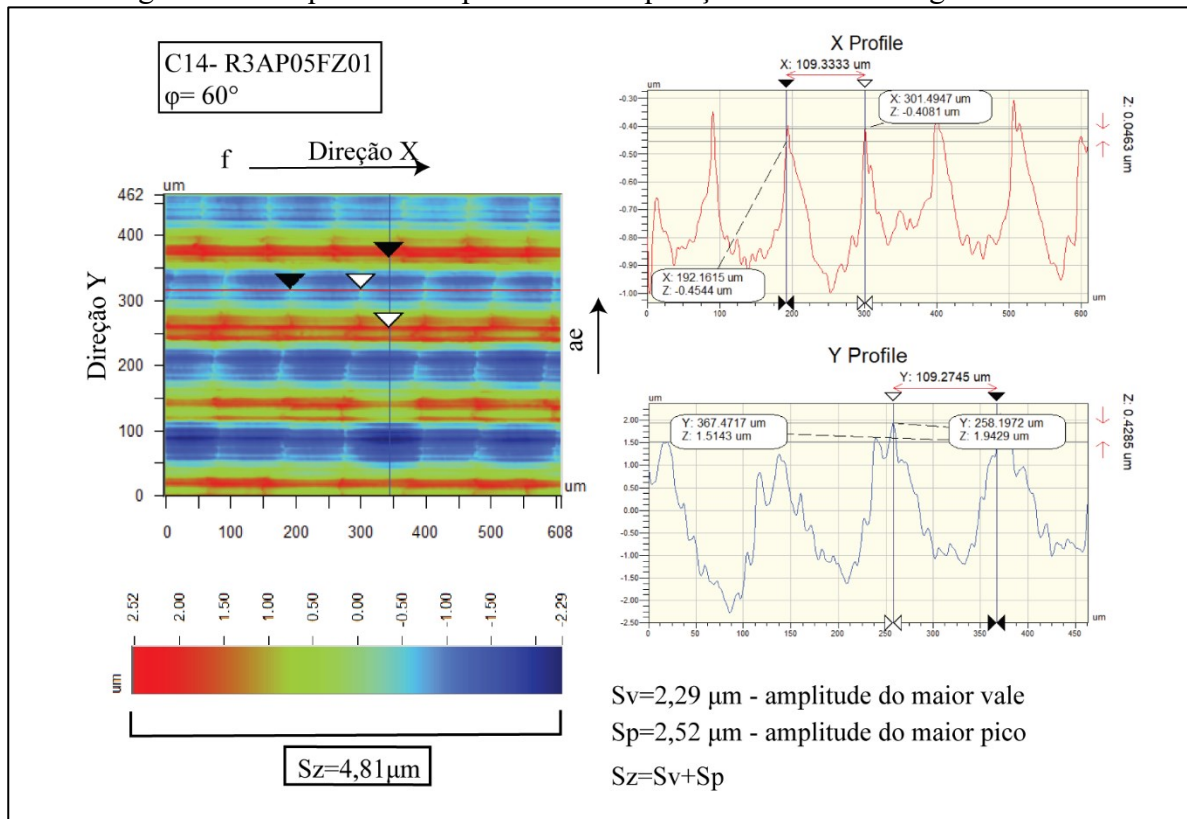
### 3.3.3 Aquisição da rugosidade e topografia dos corpos de prova

Um perfilômetro ótico Veeco WYKO NT1100® foi utilizado para medir a topografia da superfície e a rugosidade  $S_z$ . Três imagens de três regiões arbitrárias de cada um dos 16 tratamentos foram adquiridas e tratadas no programa Vision 4.20, que acompanha o equipamento.

Para medir a rugosidade  $S_z$  da superfície, primeiro a cilíndricidade da superfície foi corrigida através da função *F-operator* que planifica os pontos que formam a superfície. Após o procedimento foi implementado um filtro-S que remove frequências dos picos agudos. Foi definido experimentalmente que um valor de 8  $\mu\text{m}$ , eliminava a maioria dos artefatos da imagem sem comprometer os detalhes da topografia (POMBERGER; STOSCHKA; LEITNER, 2019).

Na Figura 18 é apresentada o perfil de uma das superfícies usinadas e o método de determinação de  $S_z$ . O uso de  $S_z$  representa bem as características da topografia de superfícies usinadas.

Figura 18 – Esquema exemplificando a aquisição do valor da rugosidade  $S_z$ .



Fonte: Próprio Autor (2021).

A ampliação utilizada foi de 10x e resultou em imagens de 736  $\mu\text{m}$  no sentido do avanço e 480  $\mu\text{m}$  no sentido da penetração de trabalho.

### 3.3.4 Tratamento estatístico dos resultados

O programa Minitab v16 foi utilizado para realizar o tratamento estatístico dos dados, que foi feito principalmente pela ANOVA para avaliar a significância dos fatores na variabilidade das saídas de força e de rugosidade. Foi utilizado um valor de significância de 95% e interações de até segunda ordem. As interações não significantes foram removidas para reduzir o modelo, mas foram plotadas nos gráficos de interação.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ANÁLISE DO CONTATO FERRAMENTA-PEÇA

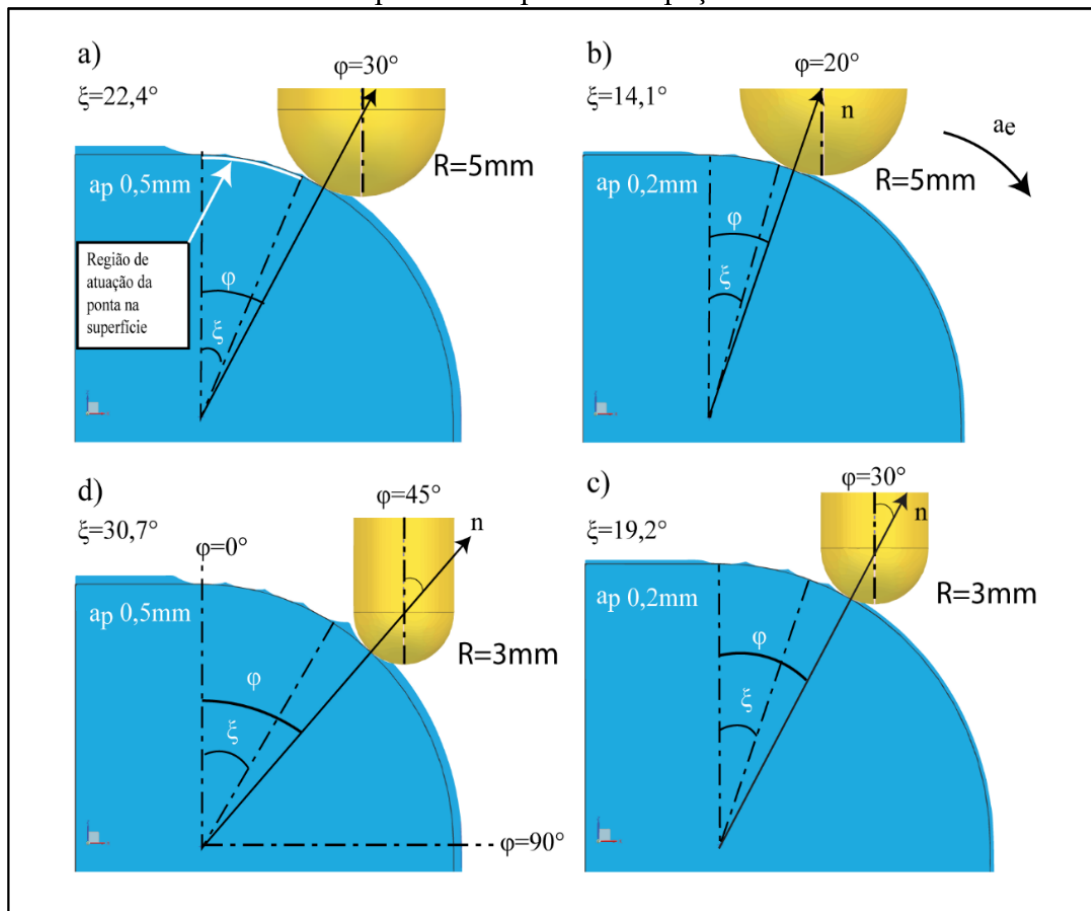
#### 4.1.1 Influência do raio da ferramenta e do $a_p$ no contato do centro da ponta com a superfície

Como visto na revisão da literatura, o contato com o centro da ponta na superfície depende da profundidade de usinagem  $a_p$  e do raio nominal da ferramenta  $R$  e a alteração de algum desses fatores muda o valor do ângulo de imersão axial da ferramenta  $\xi$ .

O ângulo de imersão axial  $\xi$  representa a amplitude de contato entre a região esférica da ferramenta com a superfície da peça. No sentido descendente, seu valor coincide com o ângulo de contato  $\varphi$ , no qual o centro da ponta deixa de atuar na peça.

A partir da aplicação das equações da seção 3.1 foram calculados os limites de atuação da ponta para cada condição que houve alteração do  $a_p$  e do  $R$ . A Figura 19 apresenta as diferenças do ângulo de imersão axial  $\xi$  obtidas com essa variação.

Figura 19 – Diferenças do ângulo de imersão axial e da amplitude de atuação do centro da ponta na superfície da peça.



Fonte: Próprio Autor (2021).

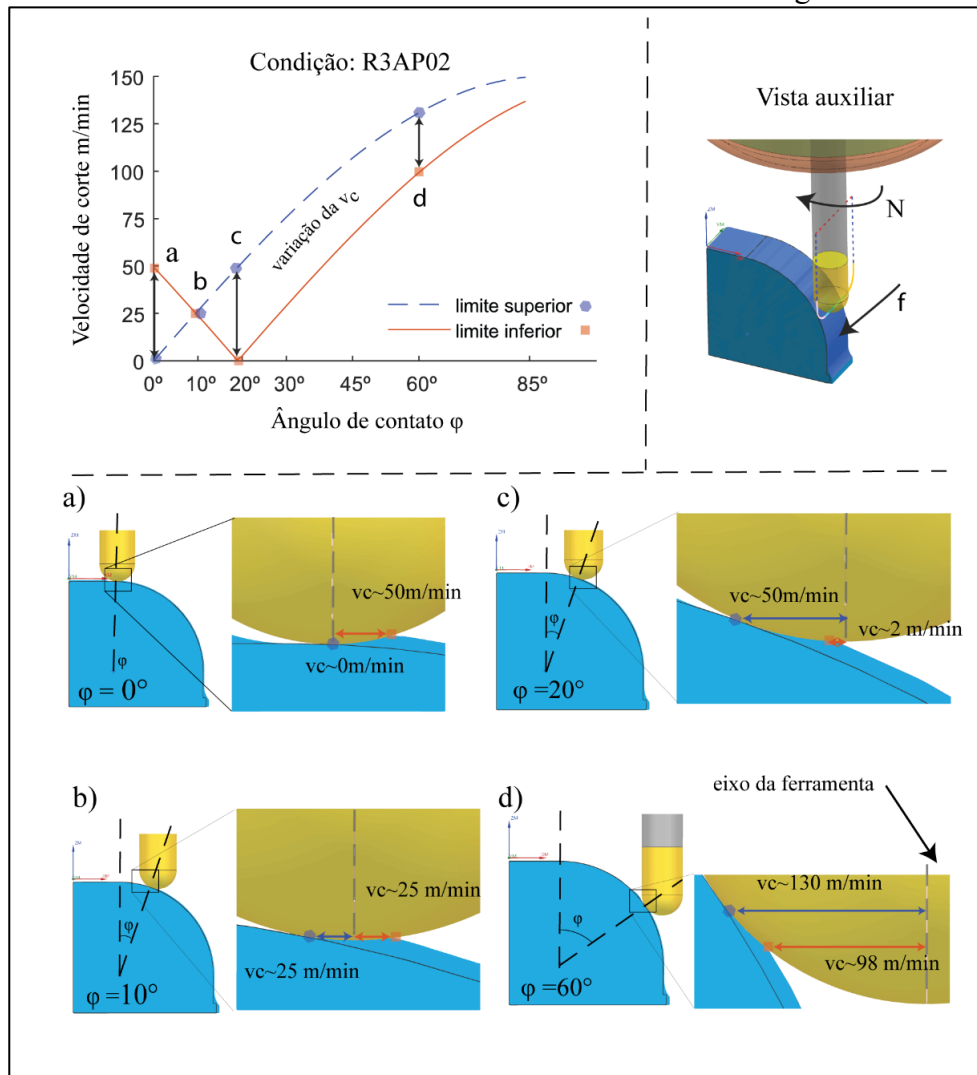
Nota-se que ao comparar a menor condição de amplitude, Figura 19b, com a maior condição de amplitude, Figura 19d, a diferença chegou próximo a 100%. Muitas vezes alterar o valor de  $a_p$  ou do raio da ferramenta não é possível devido as limitações causadas pela geometria da peça.

#### 4.1.2 Influência do contato na velocidade efetiva de corte

Os valores de  $R$  e  $a_p$  e raio da peça também influenciam diretamente no raio efetivo de contato com a superfície e por consequência na velocidade de corte (SOUZA et al. 2014a).

A partir das equações da seção foi possível calcular a velocidade efetiva de corte em relação ao ângulo de contato  $\varphi$  para cada condição em que houve variação de  $R$  e  $a_p$ . Para ilustrar melhor os efeitos do ângulo de contato  $\varphi$  na velocidade efetiva de corte, a condição R3AP02 foi analisada na Figura 20.

Figura 20 – Velocidade de corte efetiva de acordo com diferentes ângulos de inclinação  $\varphi$ .



Fonte: Próprio Autor (2021).

A Figura 20a apresenta a condição em que o eixo da ferramenta está perpendicular à superfície, como consequência o centro da ponta atua diretamente na superfície usinada com velocidade de corte zero.

Conforme o ângulo de contato  $\varphi$  aumenta, o centro da ponta, que estava na superfície usinada, se desloca aos poucos para fora da superfície da peça e passa a atuar na superfície que o cavaco é gerado, nessa condição há contato com os dois quadrantes da ferramenta conforme apresentado por Souza et al. (2014a).

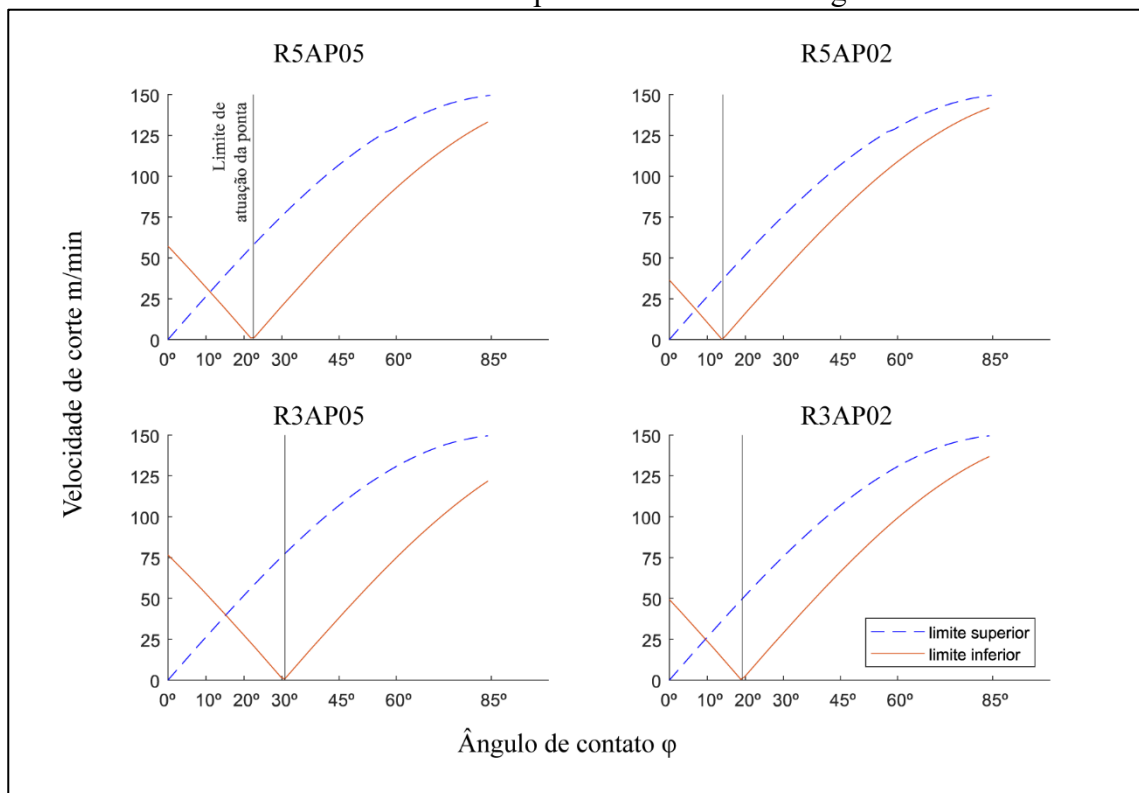
Entretanto, quando  $\varphi = \xi/2$ , as velocidades efetivas dos dois pontos de contato se igualam, ou ficam muito próximas como exibido na Figura 20b. Chen, Zhao e Zhang (2015) identificaram a ocorrência desse fenômeno ao usinar superfícies planas, mas não avaliaram a fundo a influência dessa condição na geração do cavaco teórico e nem na força de usinagem, apenas na rugosidade da superfície, a qual foi prejudicada.

Quando o ângulo  $\varphi$  se iguala à  $\xi$ , ocorre a transição dos pontos de contato. O ponto que atuava na superfície usinada passa a atuar na superfície de trabalho. Na Figura 20c no ângulo  $\varphi = 20^\circ$  é mostrada aproximadamente o que ocorre nesta região, pois, o ponto de transição nesse caso foi em  $\varphi = 19,2^\circ$ . Nesse caso, a velocidade de corte passa a ser baixa na superfície de trabalho e mais alta na superfície usinada.

Até esse momento as velocidades efetivas médias são as mesmas. Quando  $\varphi > \xi$ , o centro da ponta sai do corte e a velocidade efetiva média de corte começa a aumentar de acordo com o ângulo de contato. A Figura 20d apresenta a condição em que a ponta está longe da interação ferramenta-peça e as velocidades de corte efetivas são mais altas.

Os gráficos da variação da velocidade efetiva de corte das outras condições avaliadas neste experimento são apresentados abaixo na Figura 21.

Figura 21 – Velocidade de corte efetiva em relação aos ângulos de contato  $\varphi$  para diferentes raios de ferramenta e profundidades de usinagem.

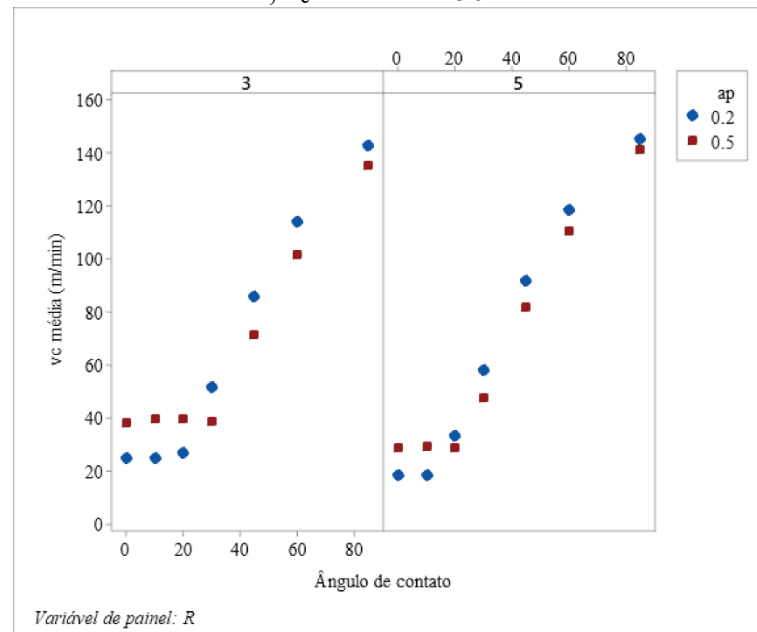


Fonte: Próprio Autor (2021).

De acordo com a mudança do valor do  $a_p$  e do  $R$  a diferença entre velocidades efetivas de corte entre os pontos de contato com a superfície aumentam como é apresentado na Figura 22.



Figura 22 – Gráfico de dispersão do ângulo de contato em relação a velocidade média de corte,  $v_c$  nominal=150m/min.



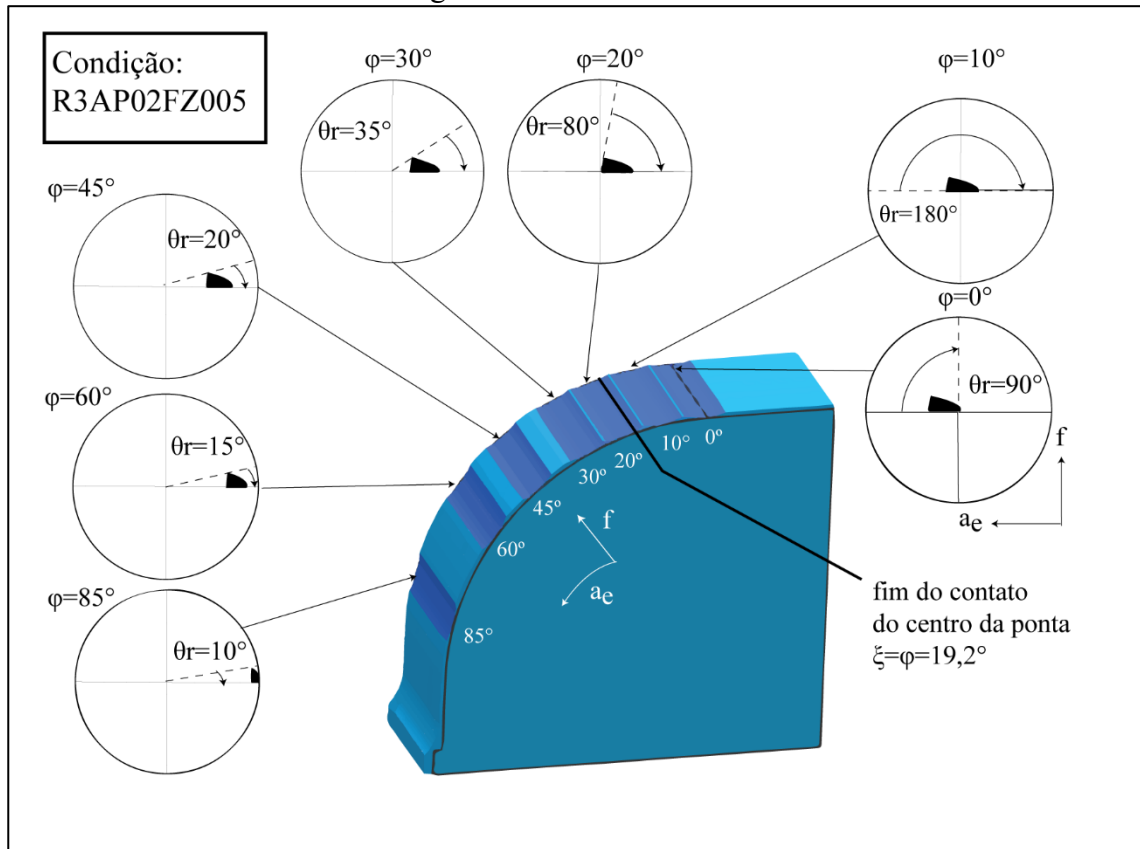
Fonte: Próprio Autor (2021).

A diferença de velocidade efetiva média de corte em ângulos baixos como  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=10^\circ$  pode chegar a 100% em ângulos menores, porém percentualmente essa diferença cai conforme a velocidade efetiva aumenta.

#### 4.1.3 Influência do ângulo de contato na área da seção transversal do cavaco

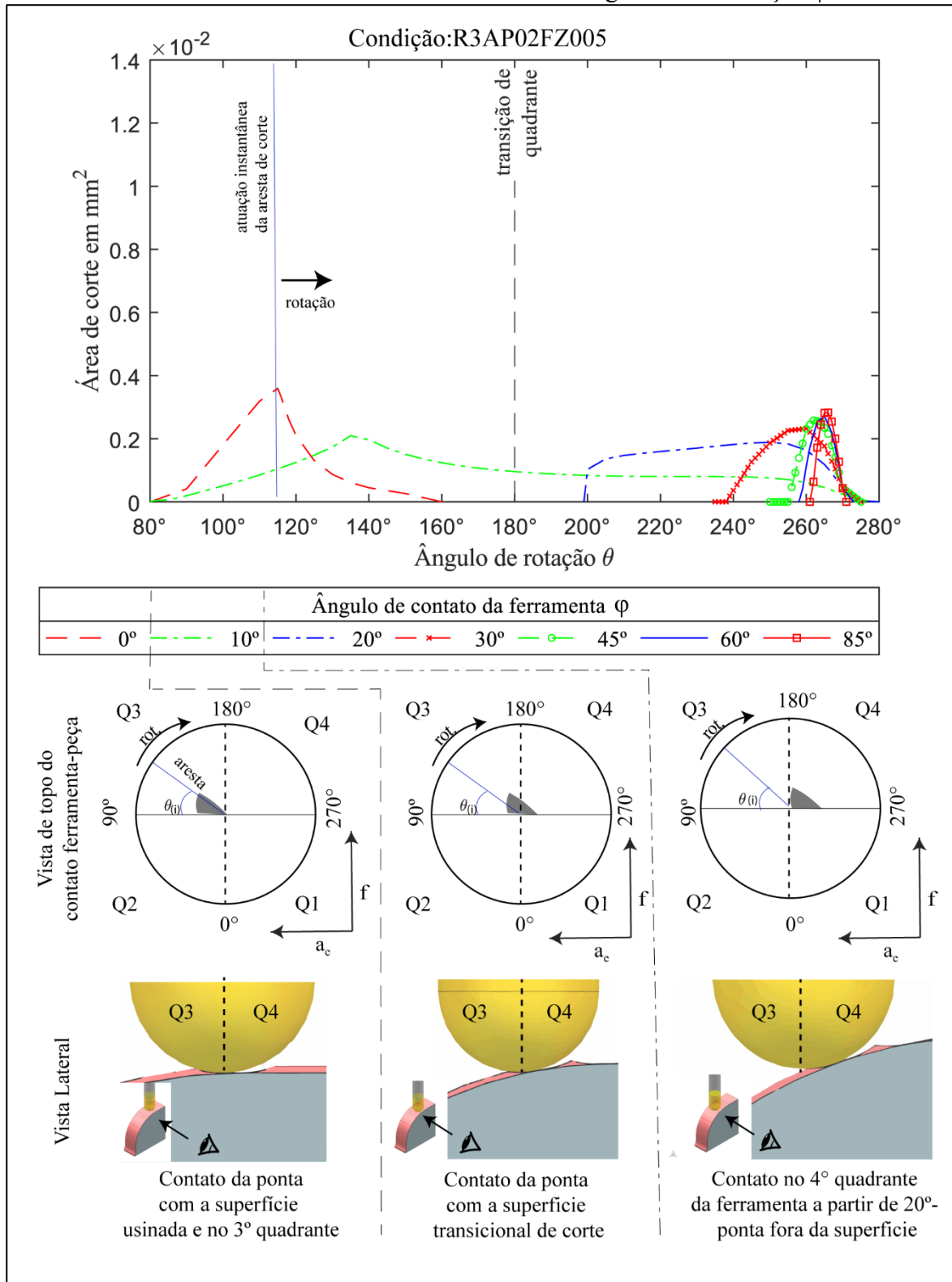
Além de alterar a velocidade efetiva de corte, o ângulo de contato  $\varphi$  altera o ângulo de imersão radial  $\theta_r$  na peça. Na Figura 23 é possível observar os efeitos dessa alteração na posição do cavaco teórico em relação ao quadrante da ferramenta, na condição R3AP02.

Figura 23 – Vista de topo do cavaco teórico em diferentes ângulos de contato  $\varphi$  e alteração do ângulo de imersão radial  $\theta_r$ .



Conforme o ângulo de contato muda de  $\varphi=0^\circ$  para  $\varphi=85^\circ$  ocorre uma mudança gradual do quadrante de corte e da maneira em que a aresta atua na peça. Na Figura 24, é apresentada de forma detalhada os efeitos dessa alteração no contato instantâneo da aresta na peça e na área da seção transversal do cavaco.

Figura 24 – Interpretação da do efeito do ângulo de rotação  $\theta$  na área de corte da seção transversal do cavaco teórico em diferentes ângulos de inclinação  $\phi$ .



Fonte: Próprio Autor (2021).

A linha azul  $\theta_{(i)}$  representa a posição da aresta no corte em determinado instante de rotação. Observa-se que a área da seção transversal muda conforme o ângulo de contato  $\phi$ ,

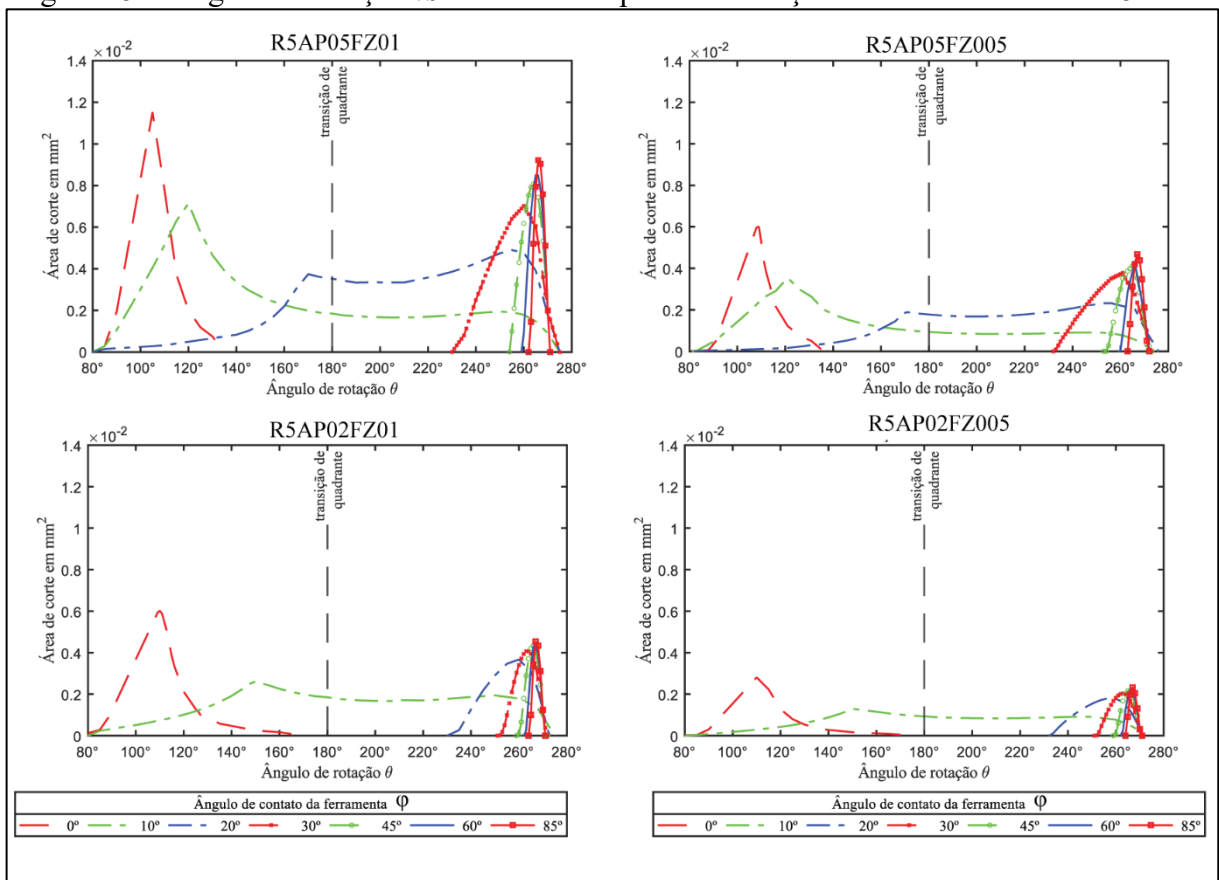
conforme já observado Iwabe, Shimizu e Sasaki, (2006). A linha central representa a divisão do eixo da ferramenta que separa seu terceiro e quarto quadrantes.

Em  $\varphi=0^\circ$  obteve-se a maior área da seção transversal do cavaco teórico. No ângulo de  $\varphi=10^\circ$ , o tempo de contato foi o maior devido ao corte ocorrer ao longo de dois quadrantes. Nota-se que devido a geometria do cavaco, o pico de área ocorre no terceiro quadrante. A partir desse momento a área diminui, muda para o quarto quadrante e mantém-se constante até o fim do corte.

A partir do ângulo  $\varphi=20^\circ$  o centro não atua mais no corte. Em ângulos  $\varphi$  mais altos o contato passa a ser mais curto e como o volume de material não muda entre ângulos, a taxa de remoção de material é mais alta nesses casos.

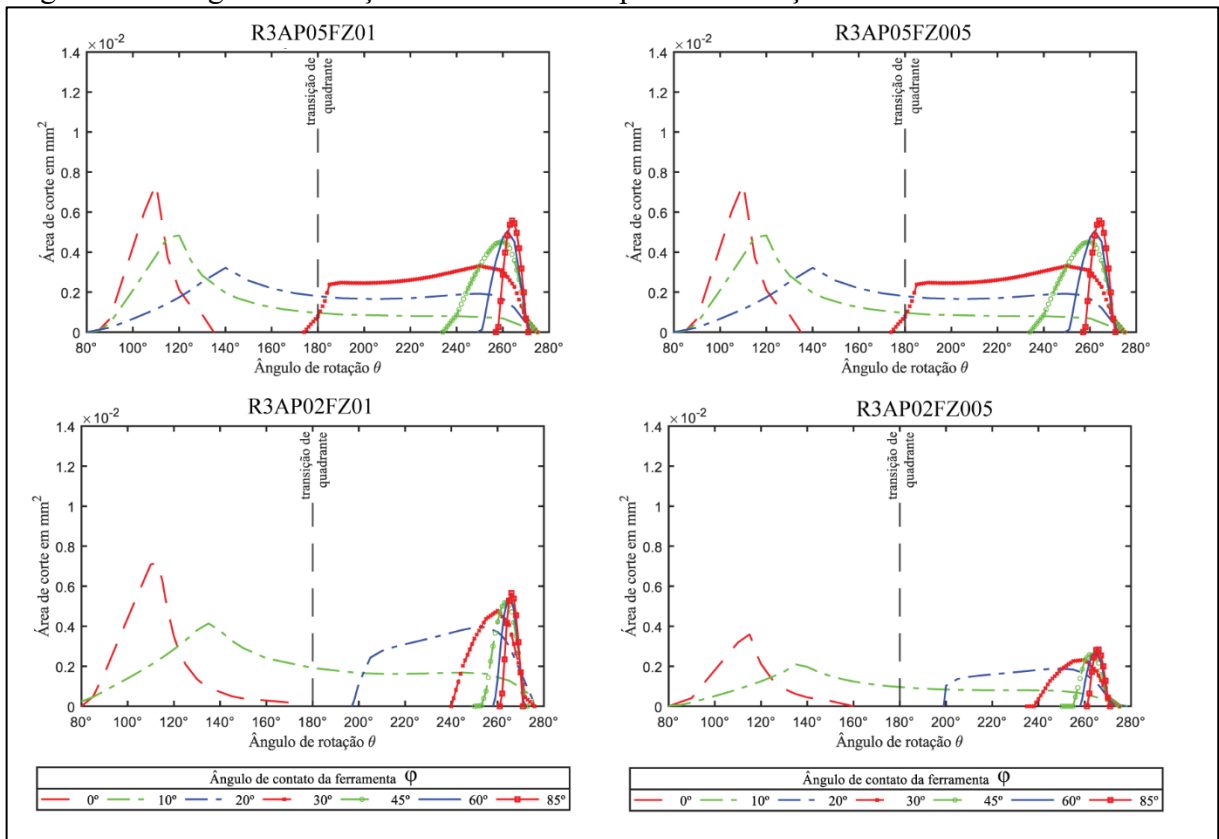
Entretanto, os valores do volume de material removido mudam com a alteração da profundidade de usinagem e do avanço por aresta de forma proporcional e da área da seção transversal como pode ser visto nas Figura 25 e Figura 26.

Figura 25 – Ângulo de rotação vs área de corte para as condições com fresa de raio de 5 mm.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Figura 26 – Ângulo de rotação vs área de corte para as condições com fresa de raio de 3 mm.



Apesar da utilização dos mesmos parâmetros de corte  $a_p$  e  $f_z$ , o comportamento do perfil da área da seção transversal muda em alguns casos e pode estar relacionada com as diferentes curvaturas da superfície resultante do material removido anteriormente.

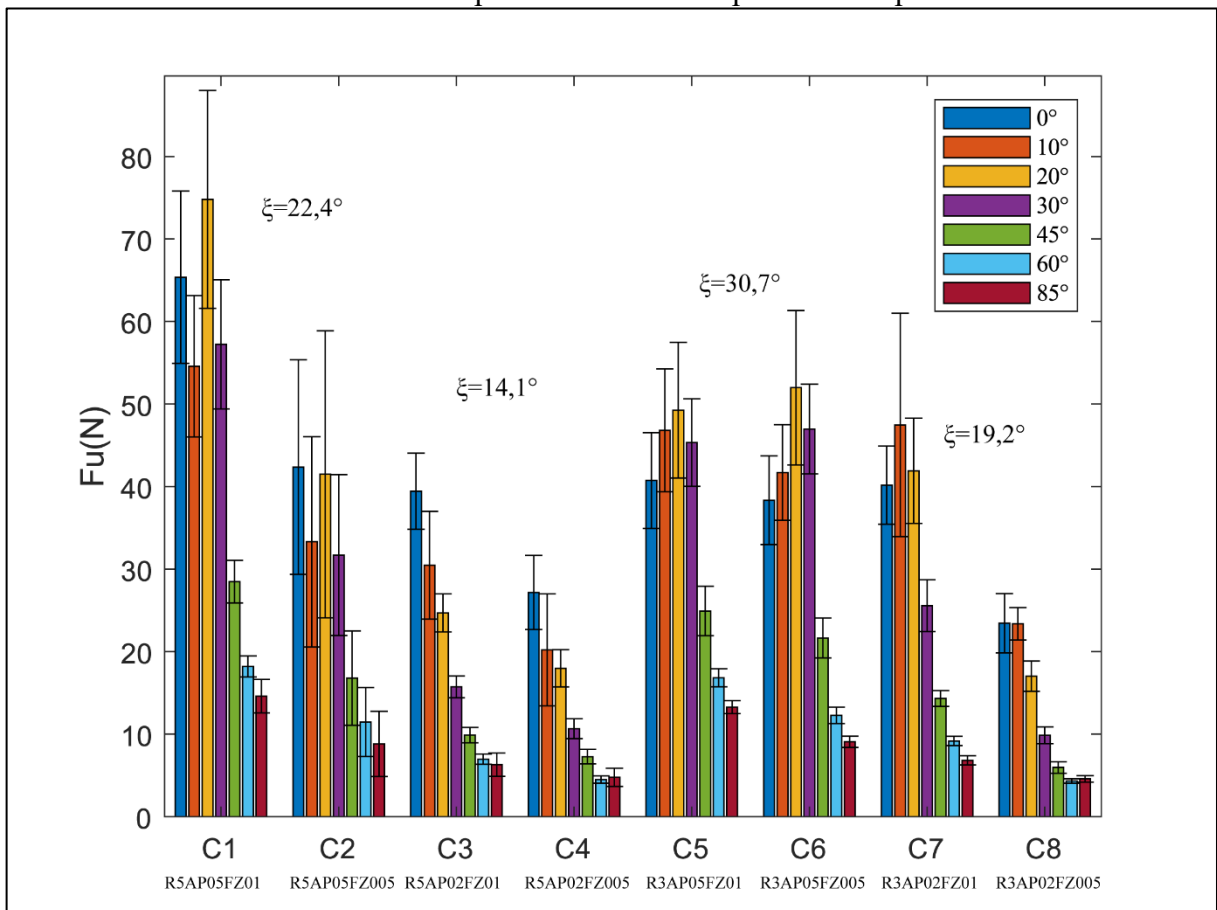
Como discutido brevemente na revisão de literatura a definição clássica do sentido de corte discordante ou concordante não se aplica de forma pura ao fresamento de topo esférico devido a variação da área da seção transversal e da espessura de corte entre diferentes condições. De forma geral, nos ângulos próximos a ponta o contato da aresta ocorre de forma progressiva apresentando um comportamento mais parecido com corte discordante, enquanto que a partir de  $\varphi=45^\circ$  o contato passa a ser mais abrupto e com características do corte concordante.

## 4.2 INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE CONTATO NA FORÇA DE USINAGEM

### 4.2.1 Análise da média dos picos da força de usinagem

Os resultados das componentes da força de usinagem e de sua resultante das 16 condições de corte são apresentados a seguir. Primeiro serão apresentados e discutidos os resultados obtidos da usinagem dos corpos de prova do aço AISI H13 recozido, condições C1 até C8 e em seguida os resultados das condições C9 até C16 do aço AISI H13 temperado. Na Figura 27 são apresentados os resultados das médias dos picos da força de usinagem para o aço AISI H13 recozido.

Figura 27 – Média dos picos da força de usinagem das condições do aço AISI H13 recozido. Erro de 2 desvios padrão da média de picos de um passe.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Conforme o ângulo de contato aumenta a velocidade de corte efetiva também aumenta, reduzindo as forças (WOJCIECHOWSKI, S. et al., 2017) (DIKSHIT; PURI; MAITY, 2017) . A redução ocorreu também de acordo a diminuição valores de  $a_p$  e  $f_z$ , mas essa tendência não

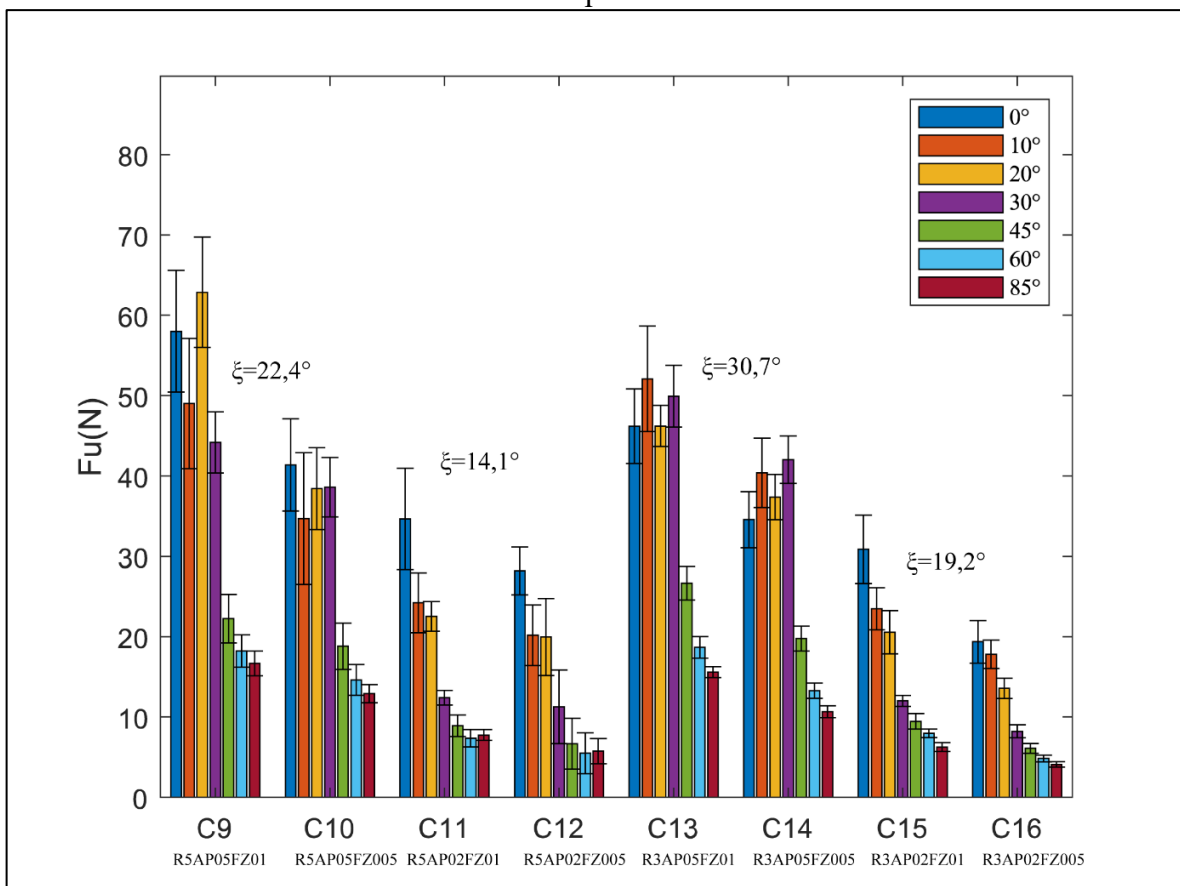
ocorreu em alguns casos. Nas condições C5, C6 os níveis dos picos médios da força de usinagem ficaram em torno do mesmo intervalo entre os ângulos de  $\varphi=0^\circ$ ,  $\varphi=10^\circ$  e  $\varphi=30^\circ$ .

Mesmo com os efeitos da atuação do centro da ponta, a tendência esperada para força seria de redução proporcional da força com a diminuição do avanço, assim como ocorreu nas condições de C1 até C4.

Nota-se que esse fenômeno ocorreu na condição de maior amplitude de contato com o centro da ponta  $\xi=30^\circ$ . Logo, o efeito do contato com o centro pode ser a causa das instabilidades que ocorreram durante o corte em C6.

Entretanto isso não ocorreu nos experimentos com o aço AISI H13 temperado apresentados na Figura 28. Nesse caso, a redução das forças seguiu de forma proporcional a diminuição do volume de material e da área da seção removida. O aumento da dureza, segundo Wang e Zheng (2003) facilita o mecanismo de fratura e pode ter reduzido a instabilidade da condição C14 que é equivalente a condição C6, mas usinada com o material endurecido.

Figura 28 – Média dos picos da força de usinagem das condições do aço AISI H13 temperado.

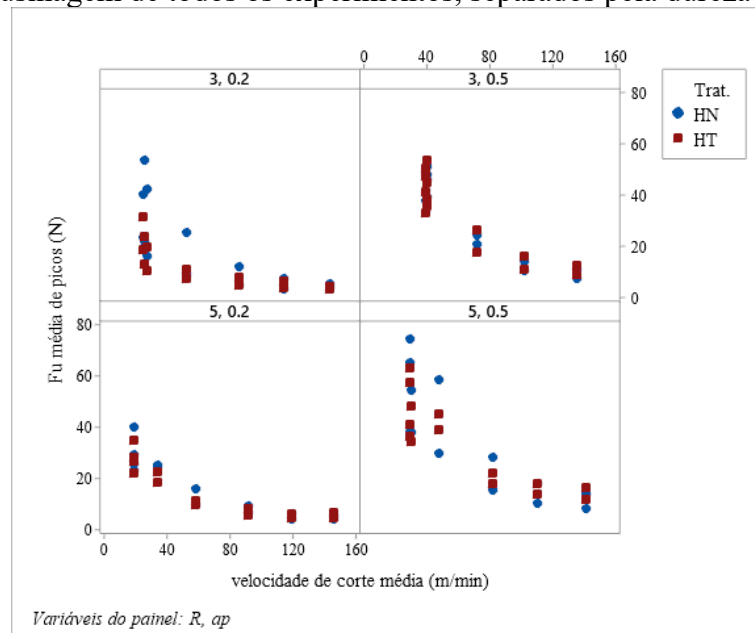


Fonte: Próprio Autor (2021).

A facilidade da fratura e menor tendência de encruamento do aço endurecido parece ter reduzido o desvio padrão dos picos de força e também sua magnitude, mesmo em baixas velocidades de corte como explicado por Wang e Zheng (2003).

A mesma velocidade de corte nominal de 150 m/min foi utilizada em todos os ensaios, entretanto, em velocidades mais baixas o material endurecido parece ter sofrido menos variação na Figura 29.

Figura 29 – Gráfico de dispersão da velocidade de corte média e sua relação com a força média de usinagem de todos os experimentos, separados pela dureza do material



Fonte: Próprio Autor (2021).

Aparentemente a partir de certa velocidade efetiva de corte, em torno de 80 m/min a dureza parece não influenciar mais na média dos picos de força, como pode ser visualizado na Figura 29 .

O efeito da diminuição da força com o aumento da velocidade de corte já é bem documentado na literatura. Dikshit, Puri e Maity (2017) avaliaram a influência do aumento da velocidade de corte na redução do valor dos coeficientes de corte. Wojciechowski et al. (2017) relataram a redução das forças de corte com o aumento da velocidade de efetiva e ângulo de contato em superfícies planas inclinadas e Souza et al. (2014a), também avaliaram o efeito do aumento das velocidades nominais de corte e obtiveram redução de forças.

#### 4.2.2 Análise estatística da média dos picos de força de usinagem



Para avaliar se a contribuição das variáveis de entrada ou interações entre elas são significantes para a variação dos picos da força de usinagem, foi realizada uma ANOVA de seus resultados, que são apresentados na Tabela 7, foi utilizado um intervalo de confiança de 95%, logo valores de  $p < 0,05$  indicam que os fatores causam variações significativas na variável de resposta. Os gráficos de resíduos estão disponíveis em apêndice A.

Tabela 7 – ANOVA das forças médias de usinagem.

Fonte	GL	SQ Seq	Contribuição	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Ângulo de contato	6	16591.6	50.89%	16591.6	2765.27	86.16	0.000
Trat.	1	181.0	0.56%	181.0	181.00	5.64	0.020
R	1	59.9	0.18%	59.9	59.92	1.87	0.175
ap	1	8239.9	25.27%	8239.9	8239.89	256.75	0.000
fz	1	2137.1	6.56%	2137.1	2137.11	66.59	0.000
Ângulo de contato*ap	6	1926.8	5.91%	1926.8	321.14	10.01	0.000
Ângulo de contato*fz	6	609.8	1.87%	609.8	101.63	3.17	0.007
Erro	89	2856.3	8.76%	2856.3	32.09		
Total	111	32602.4	100.00%				

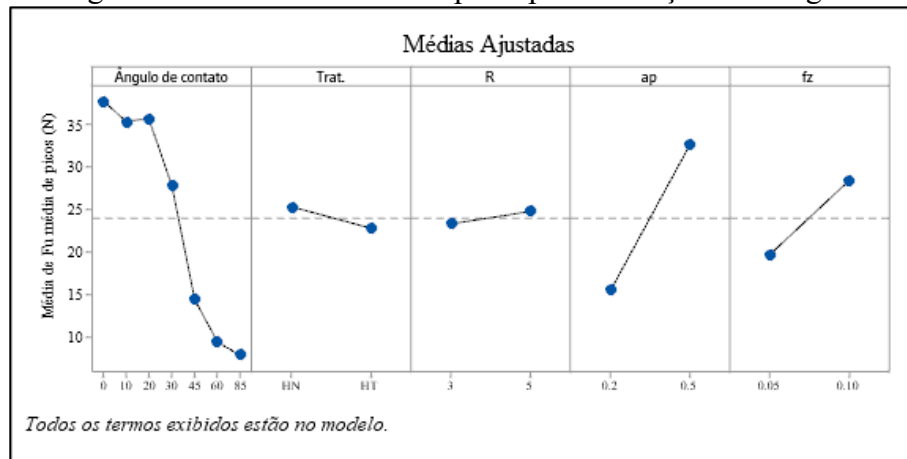
**Sumário do Modelo**

S	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> (aj)	PRESQ	R <sup>2</sup> (pred)	AICc	BIC
5.66512	91.24%	89.07%	4523.39	86.13%	742.38	793.83

Fonte: Próprio Autor (2021).

Dos resultados apresentados, apenas o raio da ferramenta não afetou de forma significativa a variação da média de picos da força de usinagem. Na Figura 30 é apresentado os gráficos de efeitos principais das variáveis de entrada, percebe-se grande contribuição do ângulo de contato e do  $a_p$  para a variação dos picos da força.

Figura 30 – Gráfico de efeitos principais da força de usinagem.

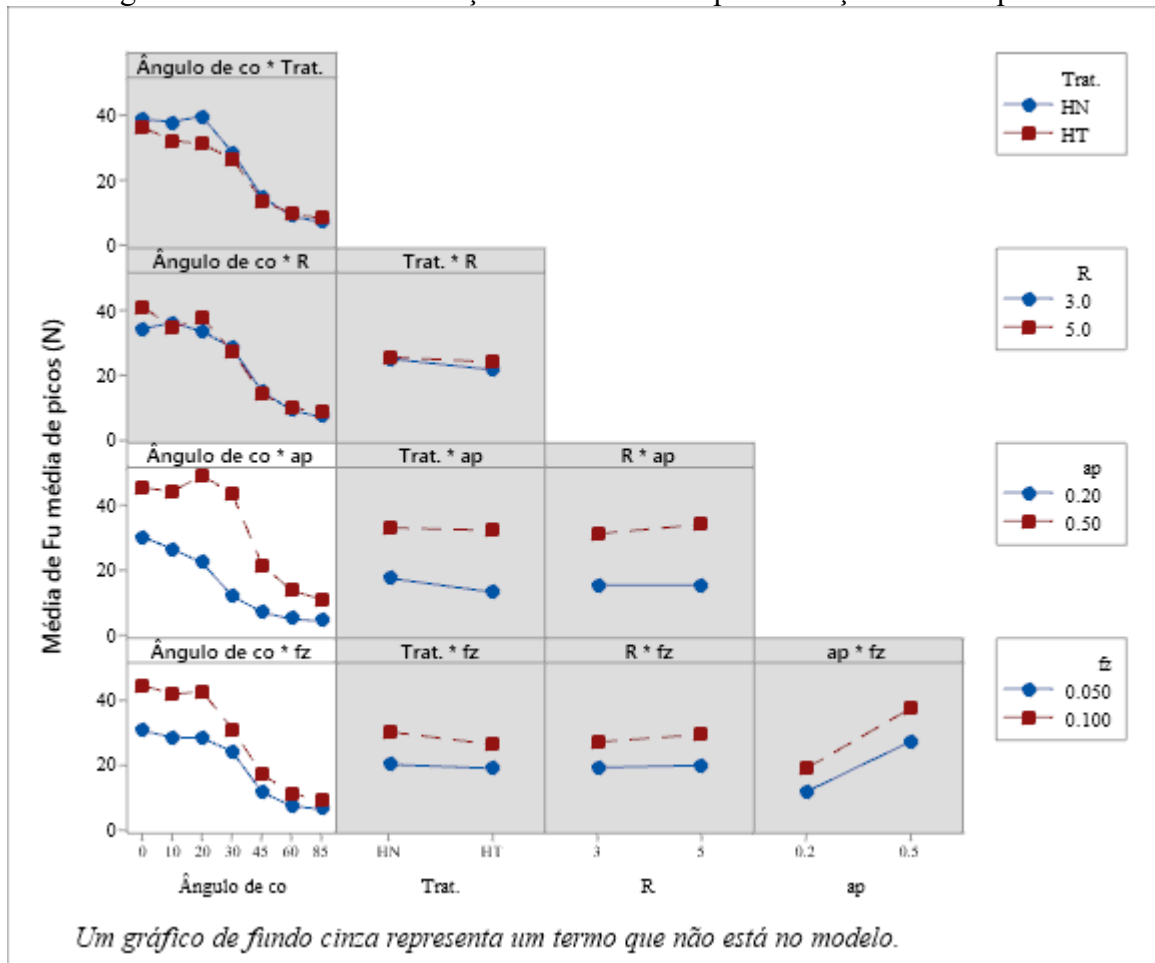


Fonte: Próprio Autor (2021).

Como visto na seção anterior, o ângulo de contato pode influenciar as forças por meio da velocidade efetiva de corte menor e da alteração do contato ferramenta-peça. A partir do ângulo de contato  $\varphi = 45^\circ$  o centro da ponta não atuou em mais nenhuma condição, o que pode explicar a menor média das forças. O  $a_p$  e  $f_z$  são significativos na variação pois alteram a área da seção transversal máxima de corte. O tratamento influenciou de forma significativa na variação da média dos picos

Na Figura 31 é apresentado, em destaque, as interações que causaram variações significativas na média de picos da força, que foram a interação entre ângulo de contato e as variáveis  $a_p$  e  $f_z$ .

Figura 31 – Gráfico de interação entre variáveis para a força média de picos.



Fonte: Próprio Autor (2021).

A interação significativa entre ângulo e  $a_p$  podem ser explicadas pelas maiores instabilidades nas forças causadas pela atuação do centro da ponta na superfície, que ocorreu entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$  neste experimento. A partir de  $45^\circ$  não houve mais contato do centro com a superfície em nenhuma condição, o que reduziu a variação entre as médias. Adicionalmente a interação entre ângulo de contato e  $f_z$  pode ter relação com a redução da força de usinagem, que pode ter reduzido as instabilidades durante a atuação do centro da ponta

Para tentar explicar os efeitos das interações de  $a_p$  e  $f_z$  com o ângulo de contato de forma visual e não apenas estatística, serão apresentadas nas próximas seções a análise das componentes das componentes de força de usinagem e de sua resultante em função do tempo.

#### 4.2.3 Análise do contato ferramenta-peça durante a atuação do centro da ponta

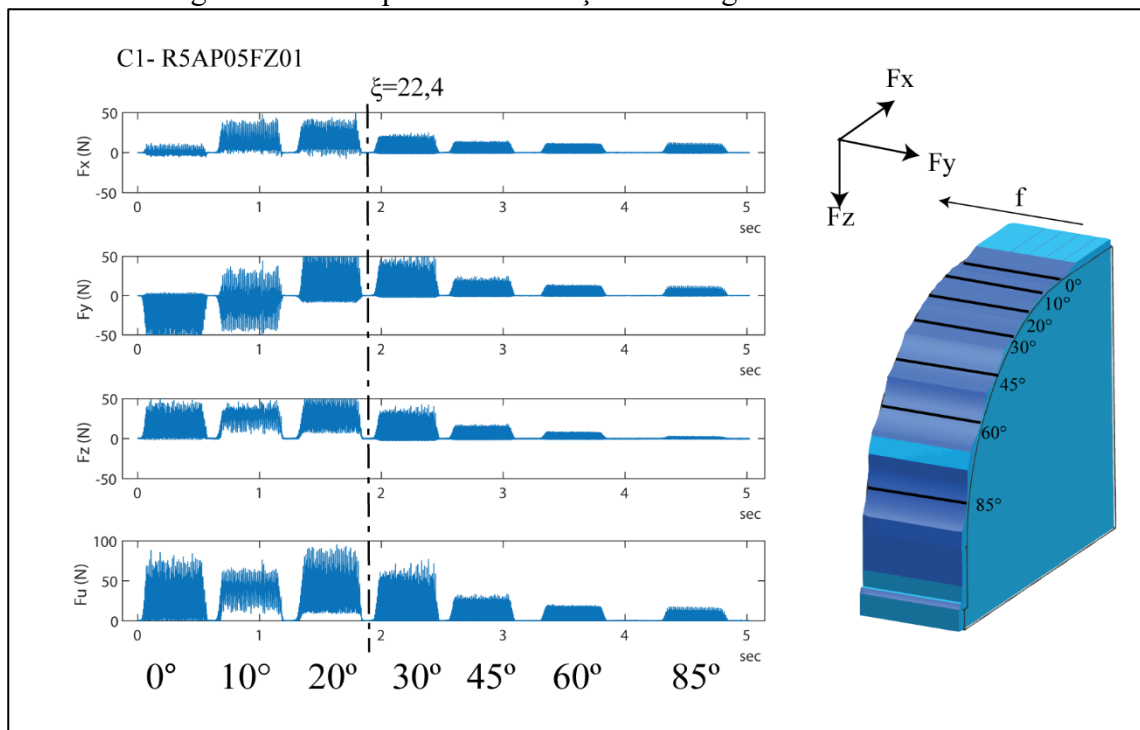
Nesta seção será apresentada uma explicação da possível causa dos altos valores da força de usinagem durante a atuação do centro da ponta com a peça. Como exemplo, será

utilizada a condição C1- R5AP05FZ01, por permitir melhor visualização das forças e do contato devido a maior magnitude das forças.

Antes dessa explicação, será apresentado o comportamento do sinal das componentes de força de usinagem e de sua resultante em função do tempo na condição C1- R5AP05FZ0 na Figura 32.

Após a análise, serão apresentados os sinais das componentes de força de usinagem e sua resultante das outras condições de corte, visando verificar se o mesmo fenômeno ocorre em diferentes condições de corte.

Figura 32 – Componentes da força de usinagem e sua resultante.



Fonte: Próprio Autor (2021).

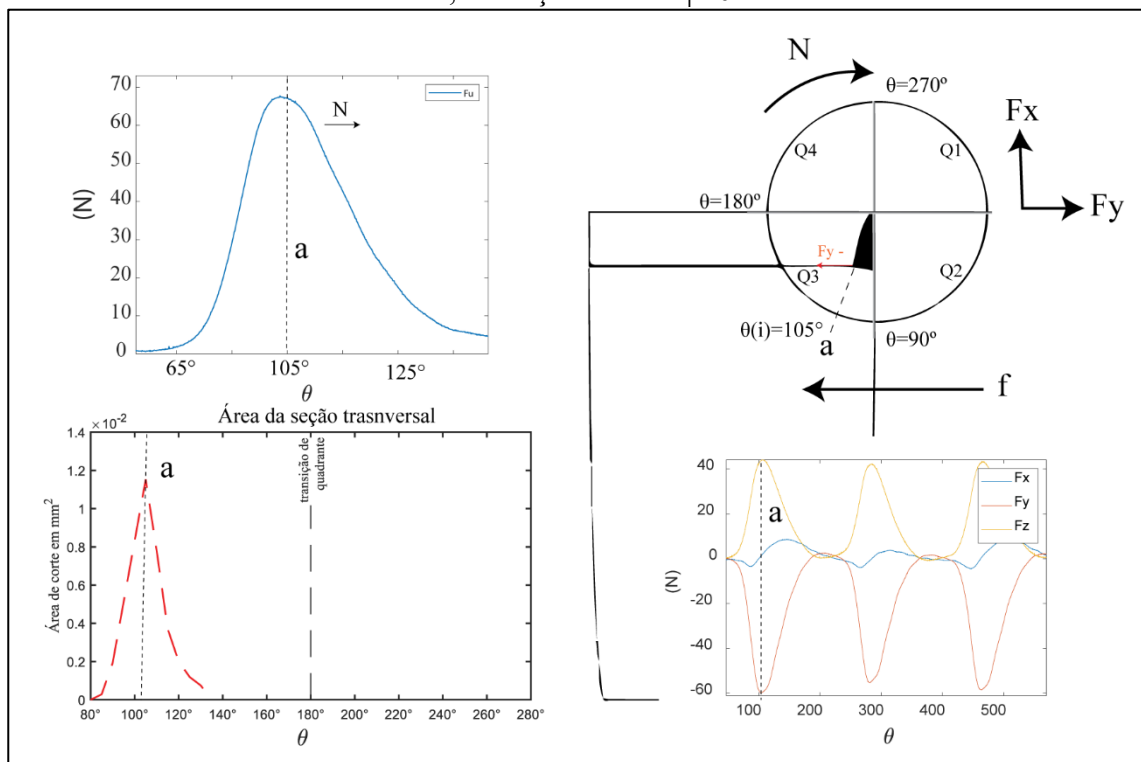
Conforme visto na seção 4.1 a mudança da profundidade altera o ângulo  $\xi$  em que o centro da ponta atua na superfície. Nota-se que dentro do intervalo de atuação do centro da ponta na superfície a magnitude das forças é maior, principalmente na direção do avanço na direção de  $F_y$ . As instabilidades da força partem principalmente do ângulo  $\varphi=10^\circ$ , que como visto na seção anterior coincide com o valor de  $\varphi=\xi/2$  no qual a ponta atua no meio da superfície de geração do cavaco.

Em seu trabalho, Chen, Zhao e Zhang (2015) perceberam que esta região poderia ser um problema durante o processo de usinagem, porém como avaliaram apenas a rugosidade em seus testes, não puderam concluir sobre a influência desta região nas forças.

Souza et al. (2015) apontaram em seus resultados que as instabilidades no corte durante a atuação do centro da ponta podem ocorrer devido ao mecanismo de deformação plástica causada pela velocidade de corte baixa junto com cisalhamento que ocorre na superfície de trabalho da peça, entretanto não avaliaram o contato ferramenta, peça no sentido radial, apenas de maneira bidirecional.

Para complementar a explicação de Souza et al. (2015) e Chen, Zhao e Zhang (2015), o sinal real da força de uma aresta de corte foi selecionado e comparado com a sua respectiva área da seção transversal, que foi obtida nos resultados da seção 4.1. Os ângulos de  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=10^\circ$  foram utilizados para exemplificar o que ocorre de forma mais detalhada cada momento durante a atuação da aresta nessas condições. O comportamento da força no ângulo  $\varphi=0^\circ$  é apresentado na Figura 33.

Figura 33 – Influência da atuação da aresta e da área da seção transversal no sinal de força real, condição C1 em  $\varphi=0^\circ$ .



Fonte: Próprio Autor (2021).

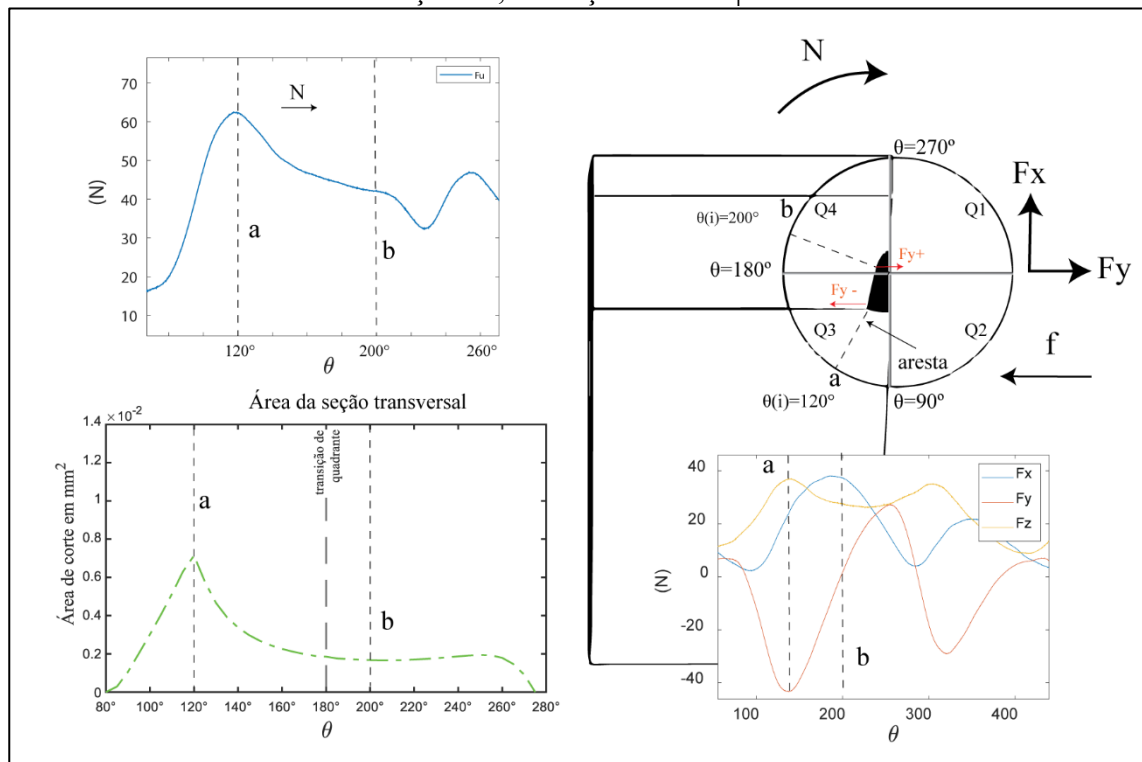
Considerando que a força máxima ocorre na área da seção transversal máxima, a posição da aresta foi alinhada de forma aproximada com a área da seção transversal do cavaco simulado e a força de usinagem real.

Em  $\varphi=0^\circ$ , mesmo com o contato do centro na superfície, o corte ocorreu de forma predominante em apenas um quadrante, o que resultou em um formato periódico do sinal de

força. Teoricamente isso não deveria acontecer devido ao contato constante do centro com a superfície. Uma possível explicação para isso é que a deflexão da ferramenta, na direção de  $F_x$  onde o material já foi removido pelo passe anterior, pode interromper o contato causando a interrupção do sinal de força, além disso a área da seção de corte é muito pequena entre ângulo de rotação  $\theta=140^\circ$  e  $\theta=180^\circ$ , contribuindo para a possibilidade desse fenômeno.

Com o aumento do ângulo de contato  $\varphi$  para  $10^\circ$ , a atuação da ferramenta em dois quadrantes simultâneos torna-se evidente. O contato com o centro da ponta passa a ser constante, nesse ângulo a ferramenta atua na superfície em que o cavaco é gerado. Os efeitos da mudança de quadrante alteram de forma significativa o comportamento das forças como pode ser visto na Figura 34.

Figura 34 – Influência da atuação instantânea da aresta e da área da seção transversal no sinal de força real, condição C1 em  $\varphi=10^\circ$ .

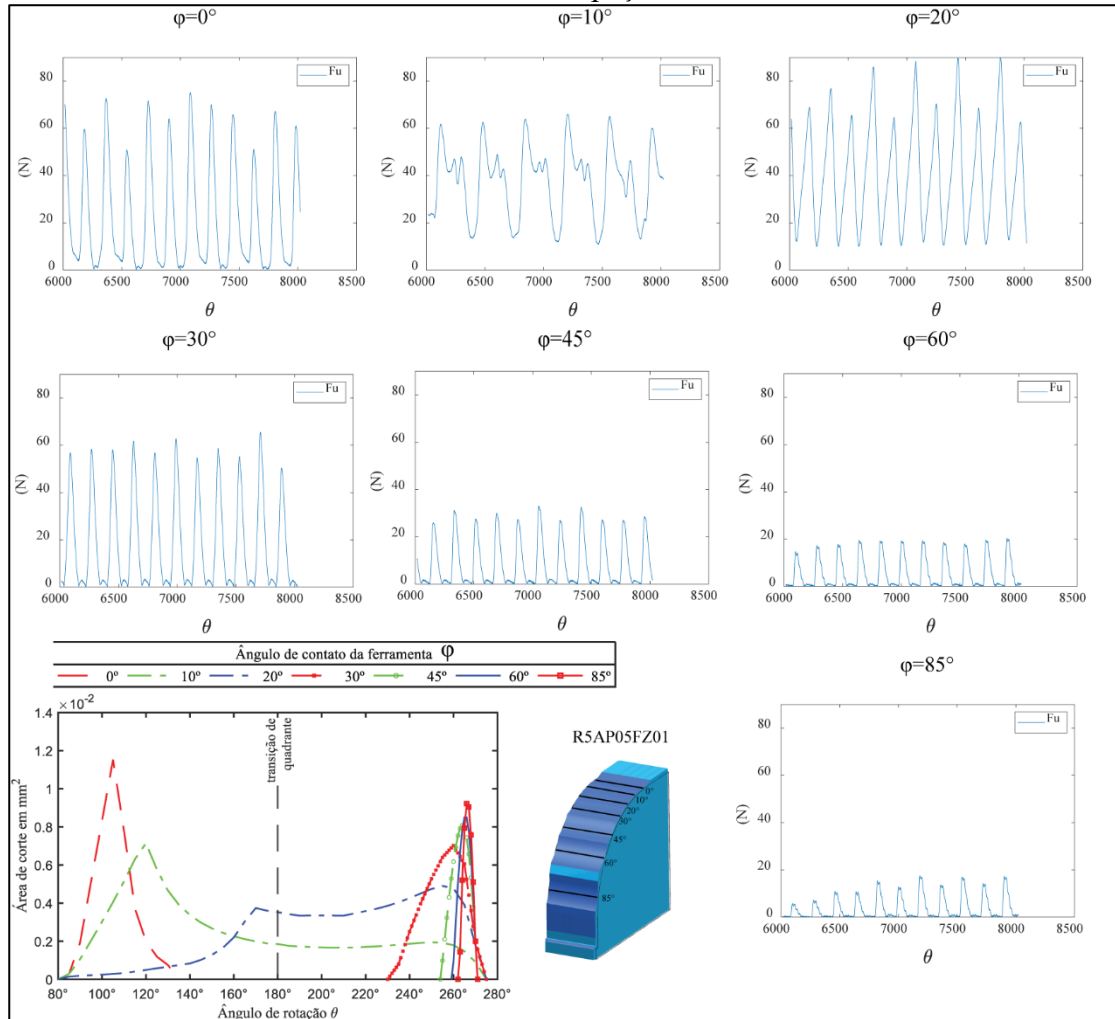


Fonte: Próprio Autor (2021).

Como a área de contato é maior no quadrante 3, em  $\theta_{(i)}=120^\circ$ , do que no quadrante 4,  $\theta_{(i)}=200^\circ$ , sua força é maior, o que pode causar desbalanceamento das forças durante a atuação da aresta. Adicionalmente, no 3 quadrante a aresta atua na direção do avanço, e após  $180^\circ$  no quarto quadrante contra a direção do avanço, podendo ser a causa da mudança do sentido da componente  $F_y$  da força de negativo para positivo, causando oscilações nas forças que se refletiram na resultante  $F_u$ .

A partir do ângulo  $\varphi = 22,4^\circ$ , quando o centro da ponta deixa de atuar na superfície as forças se estabilizam e o corte passa a apresentar comportamento intermitente, como exibido na Figura 35, porém ainda apresentam altas magnitudes, que diminuem conforme a velocidade de corte aumenta.

Figura 35 – Força de usinagem dos ângulos na condição C1, aproximadamente 12 atuações da aresta na peça.



Fonte: Próprio Autor (2021).

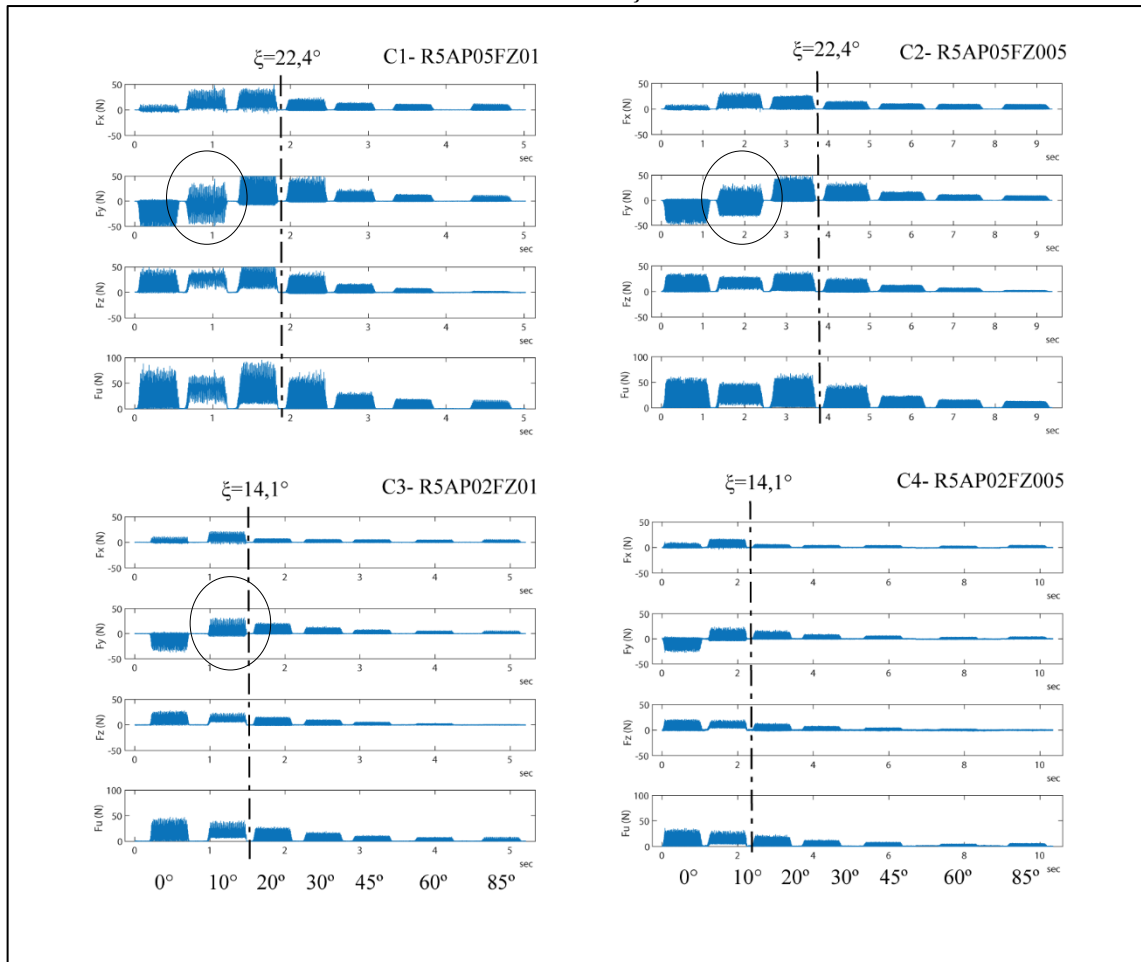
Nota-se que conforme o ângulo de contato aumenta a magnitude da força diminui assim como o ângulo de imersão radial, resultando em um tempo de contato mais curto.

#### 4.2.4 Análise dos sinais das componentes da $F_u$ e de sua resultante

Para verificar se esse comportamento das forças se repete em outras condições de corte e também em diferentes durezas do material, os resultados das forças foram avaliados de forma

agrupada e apresentadas a seguir. Nas Figura 36 são apresentadas as componentes para as condições C1 até C4, foram circulados os ângulos em que aparentemente ocorreram as instabilidades.

Figura 36 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 5 mm e aço AISI H13 recozido.



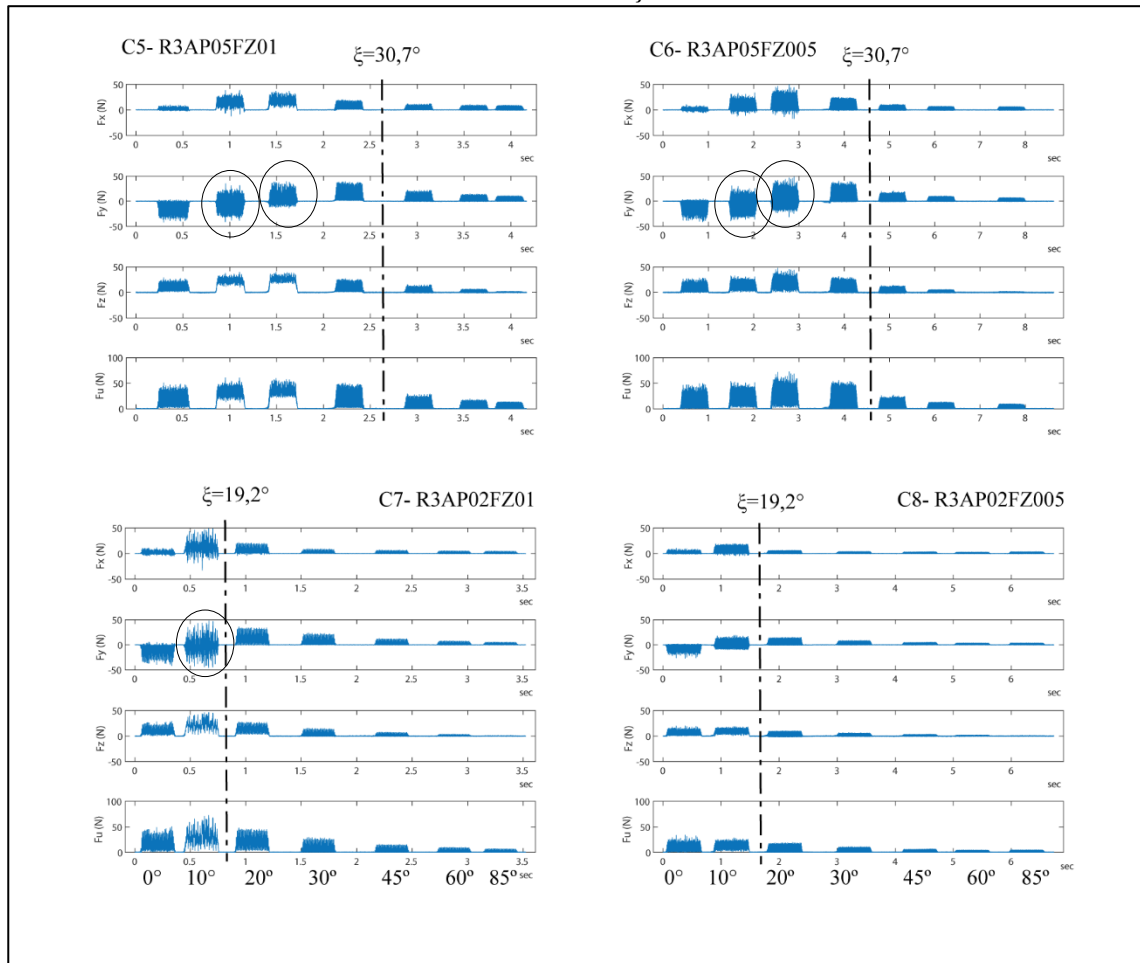
Fonte: Próprio Autor (2021).

Menores valores de  $a_p$  e de  $f_z$  também contribuíram significativamente para a redução da magnitude das forças em relação ao ângulo de contato, conforme comprovado pela interação entre ângulo e  $f_z$  e ângulo e  $a_p$  na ANOVA. Em C4 a redução do  $a_p$  e do  $f_z$  parecem ter reduzido a força em um nível baixo suficiente para que não ocorresse instabilidades.

Na Figura 37 são apresentados os resultados das forças para a fresa de raio de 3 mm. O maior valor de  $a_p$  aumentou significativamente a amplitude de atuação do centro da ponta na superfície e com isso a magnitude das componentes das forças.



Figura 37 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 3 mm e aço AISI H13 recozido.

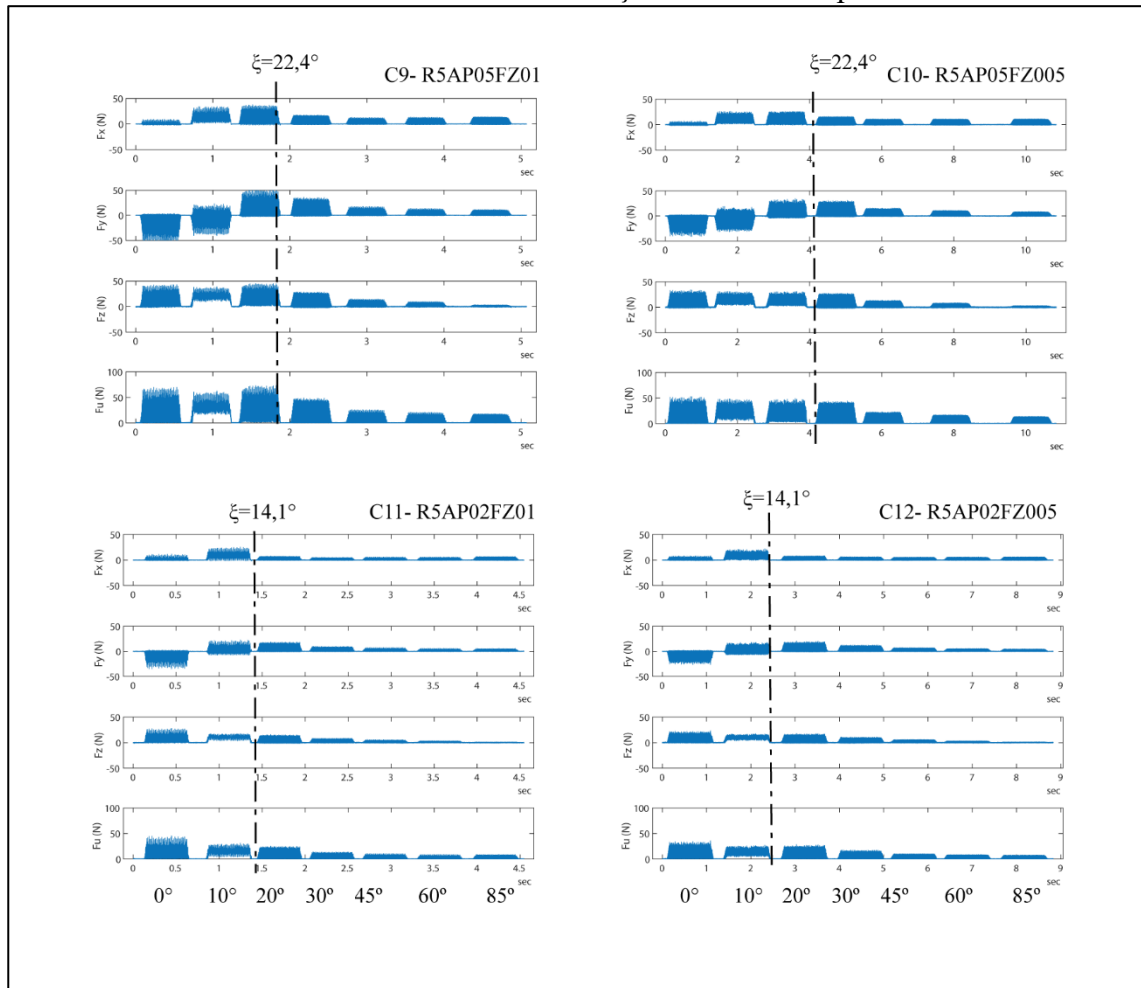


Fonte: Próprio Autor (2021).

Observa-se que na metade do ângulo  $\xi$  para a condição C7 em  $\varphi=10^\circ$ , ocorrem grandes instabilidades durante o corte assim como demonstrado na condição C1, esse efeito também ocorre nas outras condições, mas de forma menos proeminente. A redução do avanço por aresta também parece ter diminuído consideravelmente a instabilidade nessa região, como pode ser observado ao comparar a condição C7 e C8.

Na Figura 38, são apresentadas as mesmas condições de corte para o aço AISI H13 temperado. Mesmo com a mesmas condições de contato utilizadas no aço recozido, as instabilidades das forças aparentemente não ocorreram no material endurecido.

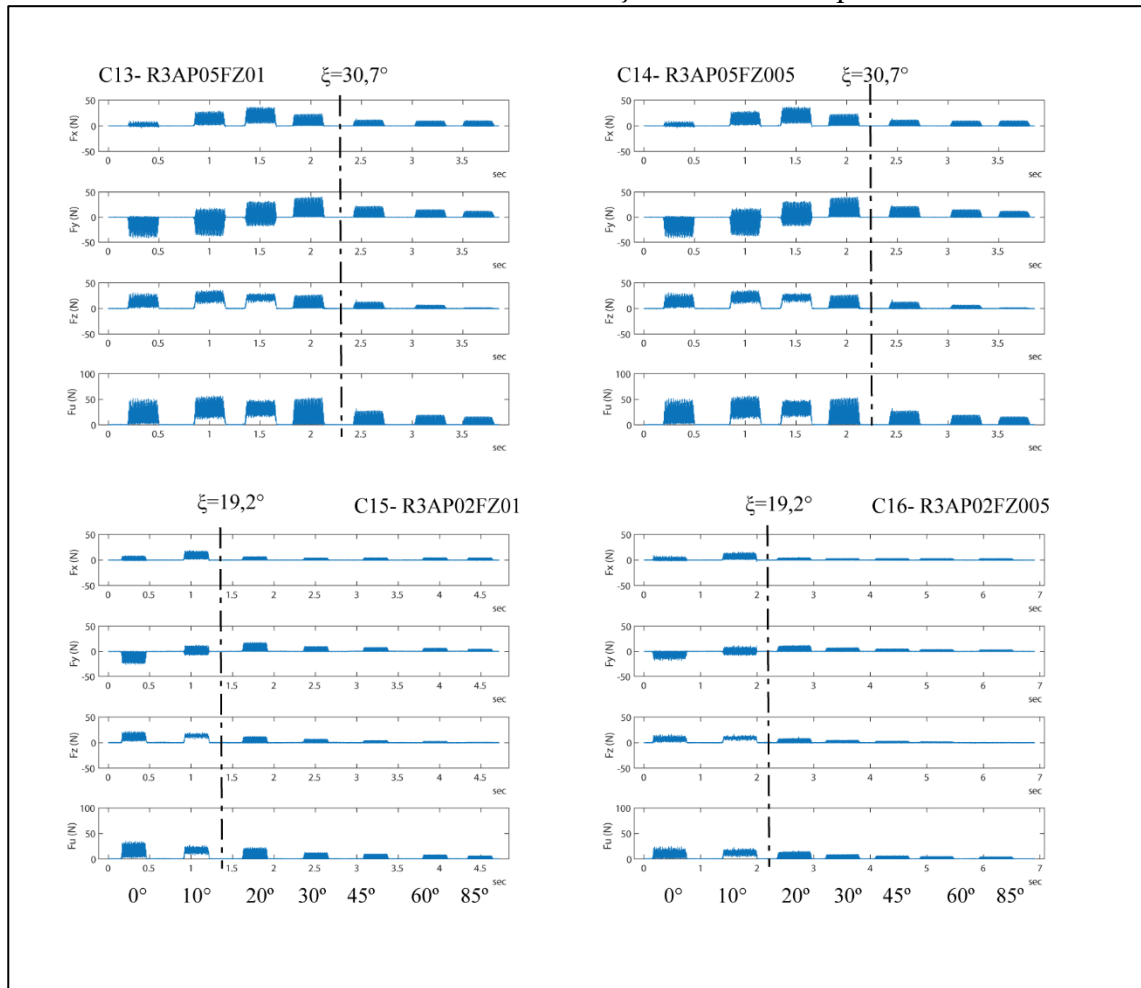
Figura 38 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 5 mm e aço AISI H13 temperado.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Na figura, pode ser observada uma melhora significativa na estabilidade do processo, evidenciada pela maior regularidade dos picos das componentes da força ao longo do tempo. Como visto na ANOVA, o tratamento do material apresentou influência significativa na variação na média dos picos de força. Na Figura 39 são apresentados os ensaios para o aço AISI H13 temperado utilizando a ferramenta de 3 mm.

Figura 39 – Componentes da força de usinagem e sua resultante das condições utilizando a ferramenta de raio de 3 mm e aço AISI H13 temperado.



Fonte: Próprio Autor (2021).

O aumento das velocidades de corte reduz a magnitude das forças, mas nas regiões em que o centro atua na superfície usinada a força é mais alta devido a velocidade de corte baixa, pela máxima área da seção transversal e aumento da componente  $F_z$  pelo contato da ponta.

Quando o centro atua na superfície de geração do cavaco o contato da aresta com a peça é mais longo, mas a área da seção transversal máxima é menor o que deveria reduzir os picos da força, mas isso não ocorreu. Nesse caso ocorre a mudança do sentido de corte com a mudança de quadrante.

Aparentemente essa mudança causou instabilidade maiores no material AISI H13 recozido do que no material AISI H13 temperado, Wang e Zheng (2003) atribuem a maior força de usinagem do aço recozido ao encruamento do material, que faz com que seja necessário mais energia para cisalhar, esse efeito pode aumentar a força.

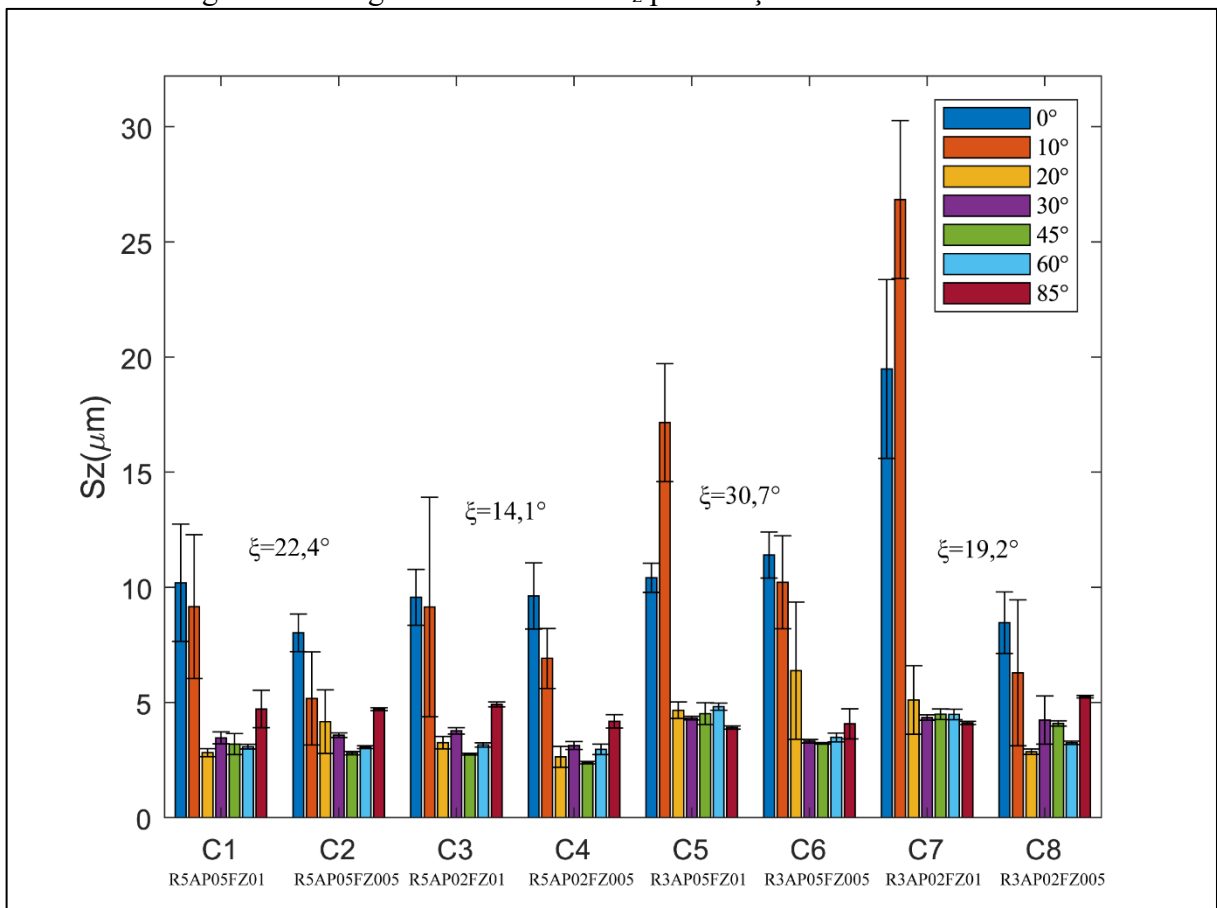
### 4.3 INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE CONTATO NA RUGOSIDADE DA PEÇA

#### 4.3.1 Análise das medições da rugosidade $S_z$

Nesta seção serão apresentados os resultados das medições da rugosidade  $S_z$  e da topografia de algumas condições mais específicas., os quais apresentaram maiores alterações. Primeiro serão apresentados os resultados do aço AISI H13 recozido e em seguida do aço AISI H13 temperado.

Os valores da rugosidade média obtidas a partir das medições da superfície do aço AISI H13 recozido foram reunidas na Figura 40, o erro foi calculado com base no desvio padrão de três medições de regiões diferentes da mesma superfície.

Figura 40 – Rugosidade média de  $S_z$  para o aço AISI H13 recozido.



Fonte: Próprio Autor (2021).

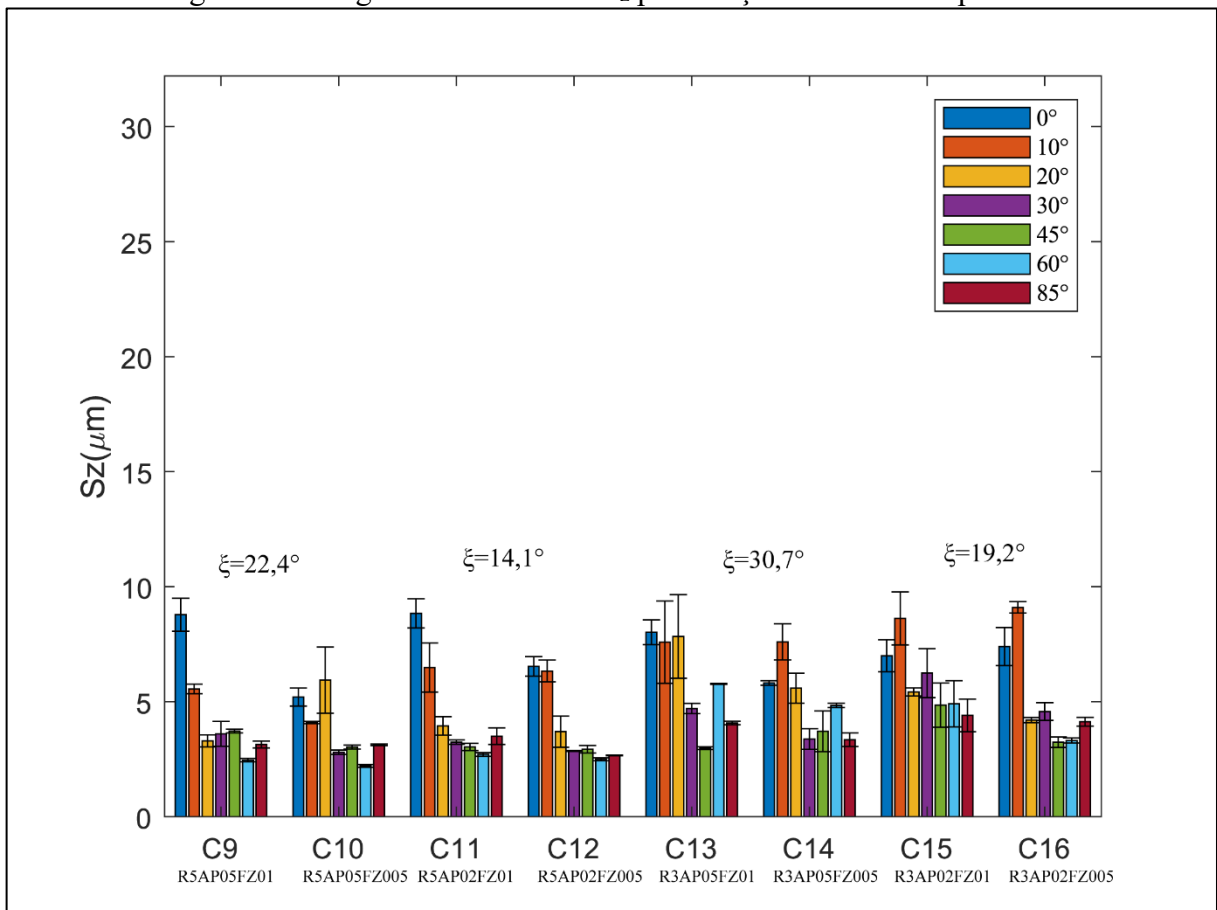
No gráfico destaca-se os altos valores da rugosidade  $S_z$  para os ângulos  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=10^\circ$ . Embora o centro da ponta ainda atue na superfície da peça em ângulos maiores que  $\varphi=10^\circ$  como

na condição C5, na qual a ponta atua em 20° e 30° nesses ângulos a rugosidade foi baixa em comparação a 0° e 10°.

A alta rugosidade do ângulo  $\varphi=10^\circ$  das condições C5 e C7 pode ser explicada pela alta instabilidade das forças causadas pelo contato com a região crítica de corte. A redução do avanço por aresta, que ocorreu nas condições C6 e C8 diminuiu consideravelmente esse valor.

Mesmo com a utilização de um avanço maior, o aço AISI H13 temperado não apresentou valores de rugosidade  $S_z$  acima de 10  $\mu\text{m}$ . Os resultados individuais da média das 3 medições de  $S_z$  de cada superfície são apresentadas na Figura 41 para condições do aço AISI H13 temperado.

Figura 41 – Rugosidade média de  $S_z$  para o aço AISI H13 temperado.

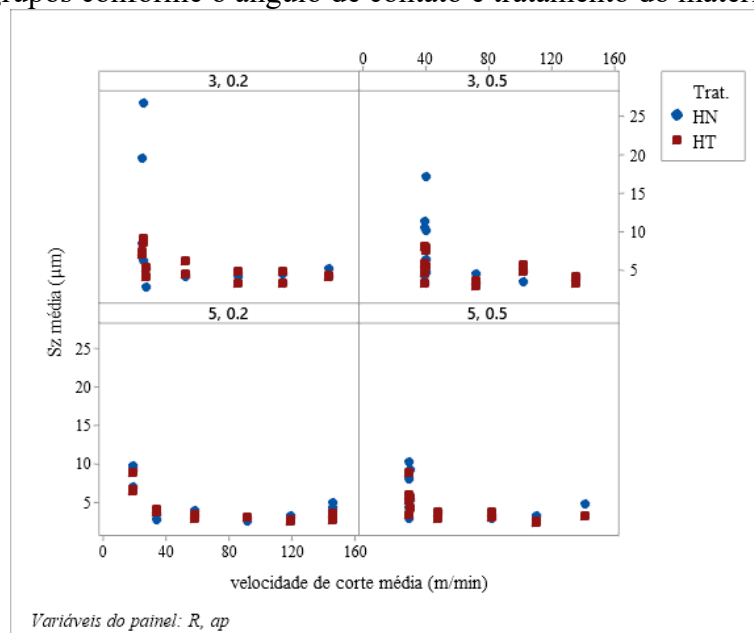


Fonte: Próprio Autor (2021).

O aço AISI H13 temperado no geral apresentou uma rugosidade menor que o aço AISIH13 recozido devido provavelmente ao mecanismo de fratura facilitado pela dureza do material que ocorre mesmo em baixas velocidades de corte, conforme descrito por Wang e Zheng (2003).

O efeito das velocidades efetivas de corte baixas na rugosidade são apresenta na Figura 42 em um gráfico de dispersão. Nota-se que o uso do aço endurecido apresenta a tendência de redução da variabilidade da rugosidade, mas com o uso da ferramenta de 5 mm os valores não se alteraram muito.

Figura 42 – Influência da velocidade média de corte na rugosidade  $S_z$  média separados em grupos conforme o ângulo de contato e tratamento do material.



Para Wang e Zheng (2003), em baixas velocidades de corte o material endurecido apresenta menor variabilidade devido a menor tendência de se deformar plasticamente. Porém, conforme a velocidade média de corte aumenta a dureza para não afetar mais nesse aspecto.

#### 4.3.2 Análise estatística da rugosidade $S_z$

Para avaliar se o efeito das variáveis de entrada e de suas interações são significantes para a variação da rugosidade da superfície  $S_z$  foi realizada uma ANOVA de suas medições. A ANOVA é apresentada na Tabela 8, foi utilizado um intervalo de confiança de 95%, logo valores de  $p < 0,05$  indicam que os fatores causam variações significativas na variável de resposta, as iterações não significantes foram retiradas do modelo. Os gráficos de resíduos estão disponíveis em apêndice B.

Tabela 8 – Resultado da ANOVA para a média da rugosidade Sz média.

Fonte	GL	SQ Seq	Contribuição	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Ângulo de contato	6	635,15	47,55%	635,149	105,858	28,08	0,000
Trat.	1	35,23	2,64%	35,228	35,228	9,34	0,003
R	1	80,67	6,04%	80,671	80,671	21,40	0,000
ap	1	2,31	0,17%	2,309	2,309	0,61	0,436
fz	1	46,98	3,52%	46,983	46,983	12,46	0,001
Ângulo de contato*Trat.	6	105,90	7,93%	105,901	17,650	4,68	0,000
Ângulo de contato*R	6	57,80	4,33%	57,804	9,634	2,56	0,025
Ângulo de contato*fz	6	58,79	4,40%	58,786	9,798	2,60	0,023
Erro	83	312,95	23,43%	312,955	3,771		
Total	111	1335,79	100,00%				

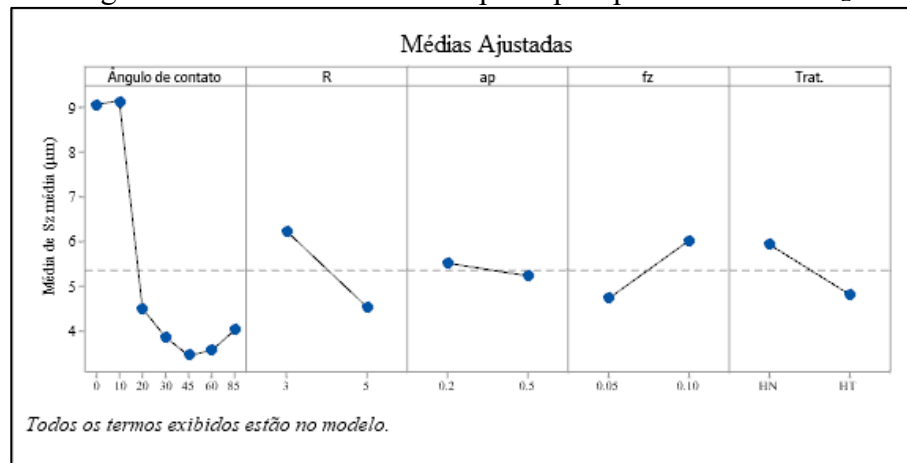
**Sumário do Modelo**

S	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> (aj)	PRESQ	R <sup>2</sup> (pred)	AICc	BIC
1.93730	76.40%	68.81%	560.469	58.04%	512.97	570.59

Fonte: Próprio Autor (2021).

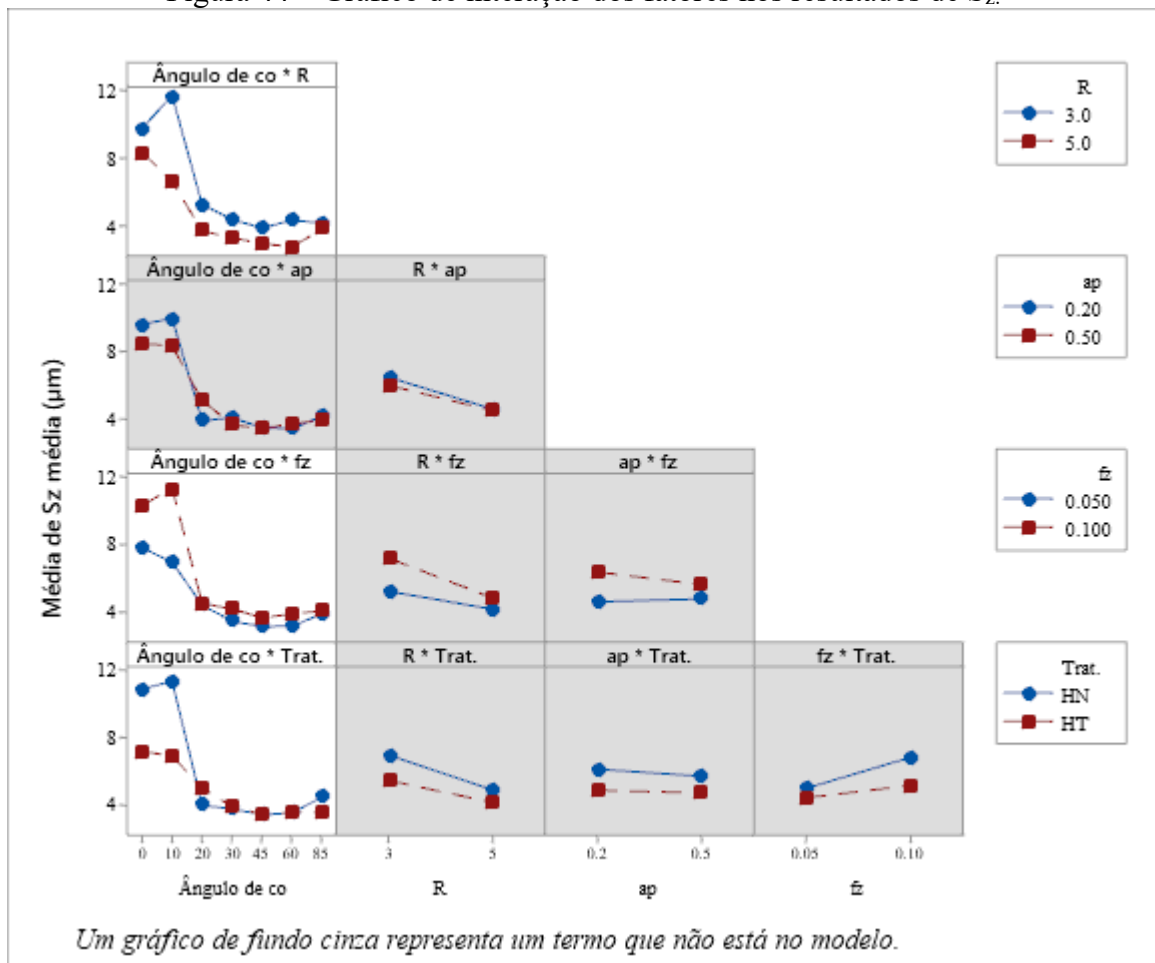
O gráfico de efeitos principais para a rugosidade Sz é apresentado na Figura 43.

Figura 43 – Gráficos de efeitos principais para a média de Sz.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Das variáveis de entrada apenas a profundidade de usinagem não afetou de forma significativa a rugosidade da superfície. Ao contrário do resultado da ANOVA da força, o raio da ferramenta foi significativo para Sz. O tratamento do material também afetou de forma significativa as respostas da rugosidade. Assim como na ANOVA da força, o ângulo de contato apresentou a maior contribuição para o modelo. As interações entre fatores mostradas Figura 44 explicam melhor as diferenças significativas nos ângulos de contato de 0 e 10° da rugosidade mostrado no gráfico de efeitos principais.

Figura 44 – Gráfico de interação dos fatores nos resultados de  $S_z$ .

Fonte: Próprio Autor (2021).

As interações entre o ângulo de contato e R pode ter ocorrido devido as condições instáveis de corte que ocorreram na condição C7 e C5 em  $10^\circ$ . De forma parecida, a interação entre o ângulo de contato e  $f_z$  também partiram de causas semelhantes, já que a redução de avanço nos ângulos de contato em  $10^\circ$  reduziram as instabilidades durante o corte tanto no ângulo de  $0^\circ$  quanto no ângulo de  $10^\circ$ . Por essas ocorrências terem sido de certa forma pontuais, o valor-p dessas condições foi mais alto.

Contudo a interação entre o ângulo de contato e o tratamento do material apresentou um valor de p baixo, devido as diferenças que ocorrem entre o aço AISI H13 recozido e temperado nos ângulos de 0 e  $10^\circ$  terem acontecido em praticamente todas as condições.

#### 4.3.3 Análise da topografia das superfícies

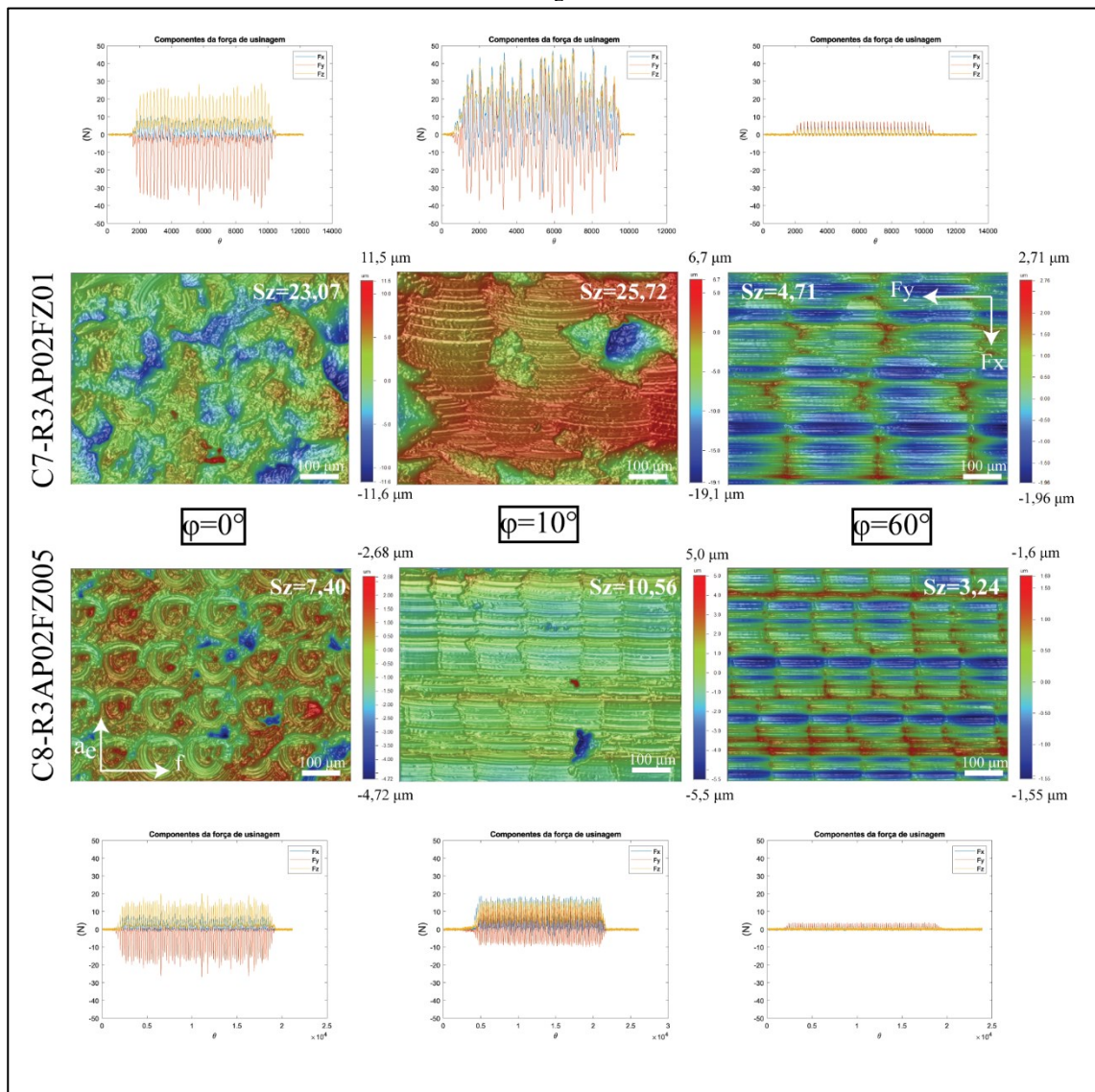
Para visualizar os efeitos das interações entre fatores serão apresentadas comparações das superfícies entre determinadas condições que as afetaram. Como os maiores valores de



rugosidade ocorreram predominantemente nos ângulos  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=10^\circ$ , essas superfícies foram comparadas com o ângulo de contato de  $\varphi=60^\circ$ , que em geral, apresentou comportamento semelhante aos outros ângulos de  $20^\circ$  até  $85^\circ$ .

A Figura 45 exibe a comparação entre as condições C7 e C8 que evidencia essa melhora da rugosidade  $S_z$ . Como visto na ANOVA a interação entre ângulo e  $f_z$  foi significativa neste experimento.

Figura 45– Efeito da redução do avanço por aresta nas componentes de força e na rugosidade  $S_z$ .



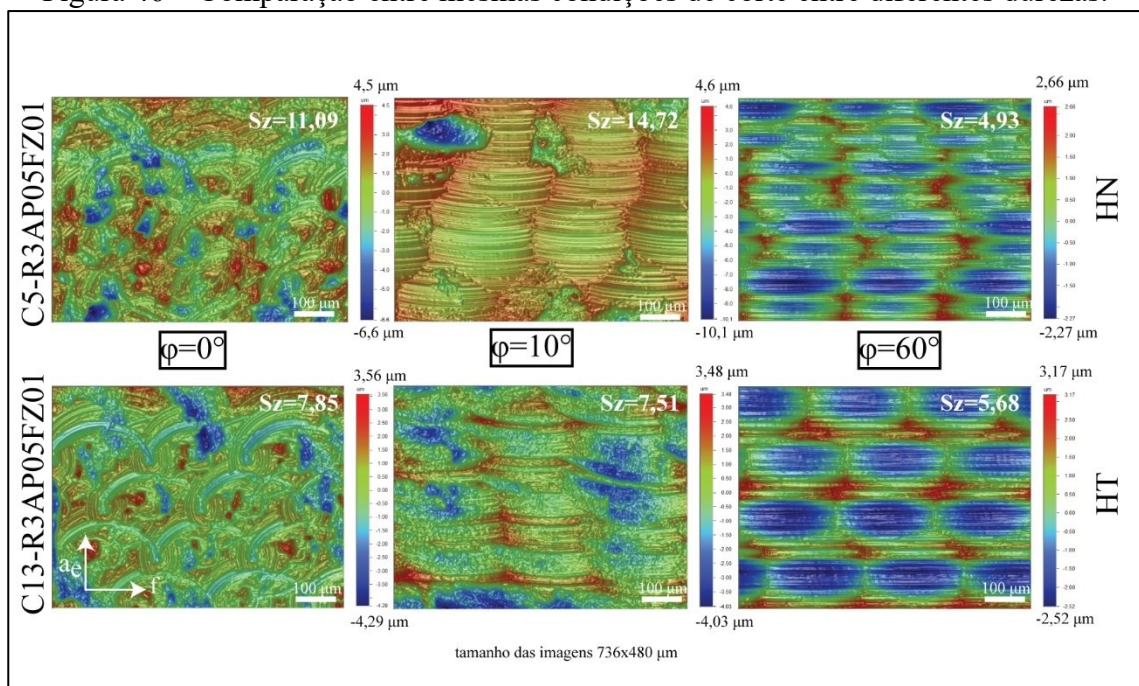
Fonte: Próprio Autor (2021).

O uso de um avanço por aresta 50% menor, resultou em uma rugosidade cerca de 2,5 vezes menor para as condições de  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=10^\circ$ . Já no ângulo de contato de  $\varphi=60^\circ$  a rugosidade diminuiu em torno de 30%. Como as duas condições apresentam as mesmas velocidades efetivas de corte, a causa dos danos pode estar mais relacionada com a força de usinagem.

Ao utilizar um  $f_z$  menor, o intervalo entre cristas diminui, reduzindo a rugosidade. O  $f_z$  também tem relação com o tamanho da área da seção transversal máxima do cavaco, com a menor área, a força reduz, o que pode ter reduzido a instabilidade do corte e melhorado a superfície.

Na Figura 46 é apresentada a diferença da rugosidade  $S_z$  utilizando os mesmos parâmetros de corte, mas diferentes durezas. A região com ângulo  $\phi=10^\circ$  apresentou redução da rugosidade 50%.

Figura 46 – Comparação entre mesmas condições de corte entre diferentes durezas.



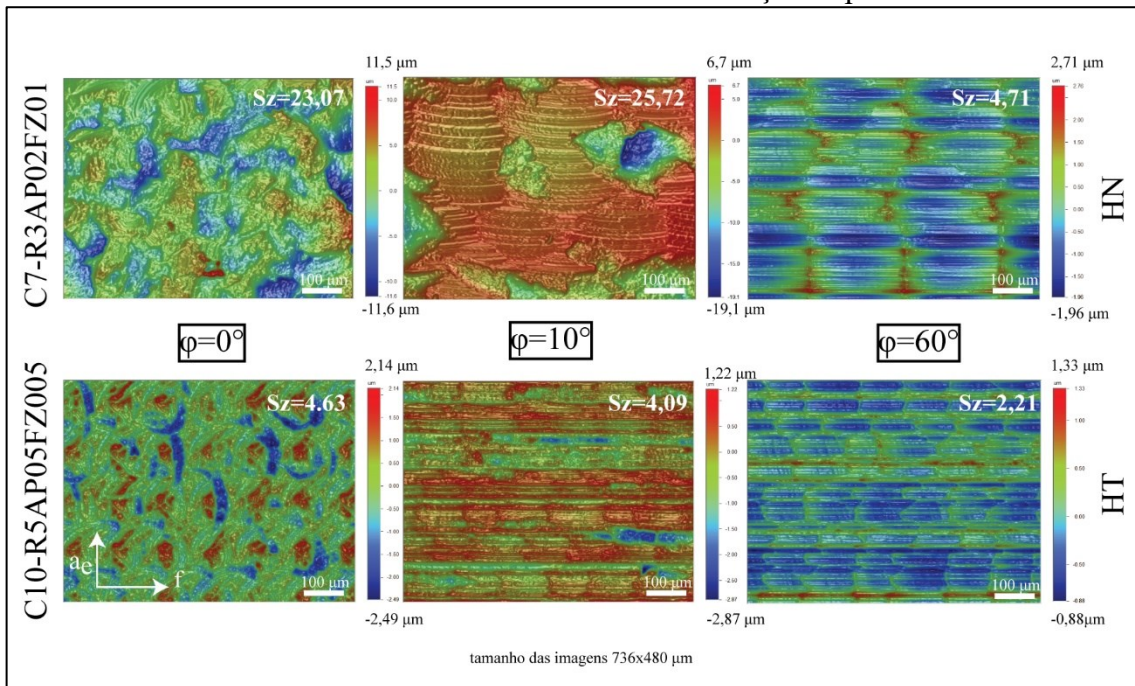
Fonte: Próprio Autor (2021).

A superfície C5 em  $\phi=10^\circ$  tem o dobro do valor da rugosidade  $S_z$  mesmo ângulo da condição C13. Como visto na análise do contato ferramenta-peça, a condição  $\phi=10^\circ$  apresentou a maior tempo de contato devido ao corte com dois quadrantes, o tempo de contato longo em conjunção com as baixas velocidades de corte podem causar o efeito de deformação plástica do material.

Além do tempo de contato, o aumento gradual da área de corte faz com que a espessura inicial do cavaco seja insuficiente para formar o cavaco e faça com que aresta empurre o material contra a superfície gerando danos. García-Barbosa, Arroyo-Osorio e Córdoba-Nieto (2017) observaram que em situações na qual a espessura do cavaco inicial é pequena, a diferença entre a usinabilidade dos materiais pode aumentar os danos, mesmo utilizando os mesmos parâmetros de corte.

Um caso extremo, entre a pior e melhor condição para esses ângulos foi apresentado na Figura 47. Esse caso serve apenas para ilustrar a importância da avaliação do ângulo de contato e dos parâmetros de processo no fresamento de topo esférico para a obtenção de boas superfícies, com rugosidade abaixo de  $5 \mu\text{m}$ .

Figura 47 – Comparação do melhor e pior caso entre a condição C7 – R3AP02FZ01 de aço recozido vs C10- R5AP05FZ005 de aço temperado.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Os valores da rugosidade entre superfícies das condições C7 e C10 apresentaram rugosidades com valores até seis vezes mais baixos nos ângulos de contato  $\phi=0^\circ$  e  $\phi=10^\circ$ . Entre o ângulo de contato  $\phi=60^\circ$  essa diferença foi de 100%. Embora seja um caso extremo, isso mostra que mesmo com pequenas alterações nas condições de corte podem influenciar de forma significativa na qualidade final da superfície.

## 5 CONCLUSÕES

O principal objetivo deste trabalho foi avaliar a influência de diferentes ângulos de contato nas forças e na rugosidade da superfície, replicando as mesmas condições de corte em corpos de provas do aço AISI H13 com diferentes durezas. Dentre as principais conclusões desse trabalho destacam-se:

- Dependendo do ângulo de contato, o tempo de atuação da aresta muda de forma significativa. Conforme o ângulo de contato aumenta, o tempo de contato entre a aresta e a peça diminui. Durante a atuação do centro da ponta na superfície, o tempo de contato é mais longo, o que resultou em diferenças no sinal de força e na rugosidade da superfície. O maior tempo de contato também pode aumentar temperatura da ferramenta e resultar em menor vida útil da mesma.
- Em condições que o centro da ponta está em contato com a superfície da peça, exceto quando  $\varphi=0^\circ$ , a aresta pode atuar em dois quadrantes durante o corte. A mudança de quadrante implicou na inversão do sentido da componente de força  $F_y$ , que neste trabalho estava alinhada com a direção de avanço. A alteração do sentido da força pode causar deflexões da ferramenta e conseqüentemente erro de forma.
- Observou-se que a média dos picos da força de usinagem quando o centro da ponta está em contato com a peça, nos ângulos entre  $\varphi=0^\circ$  até  $30^\circ$ , foi em torno de duas a três vezes maior do que em ângulos maiores que  $30^\circ$ . Apesar disso, a rugosidade e a topografia da superfície nos ângulos a partir de  $20^\circ$  manteve-se em um patamar semelhante. Uma possível explicação é que a velocidade de corte na superfície final é suficientemente alta nessa região para favorecer o cisalhamento.
- O aço AISI H13 temperado apresentou menor variação dos picos da força de usinagem e de valores da rugosidade se comparado ao aço AISI H13 recozido. Mesmo com o contato do centro da ponta na superfície, em todas as condições a rugosidade  $S_z$  do aço AISI H13 temperado ficaram abaixo de  $10 \mu\text{m}$ , enquanto nos ângulos de  $\varphi=0^\circ$  e  $10^\circ$  do aço AISI H13 recozido chegaram ao dobro desse valor. Esse comportamento pode ser explicado pela menor tendência de deformação plástica do aço temperado e facilidade na fratura mesmo em baixas velocidades de corte.

Em trabalhos futuros sugere-se incluir diferentes faixas de velocidades de corte nominal para avaliar a influência desse fator na rugosidade e também na força. Outra possibilidade para futuros trabalhos seria a inclusão de mais faixas de dureza do mesmo material ou a inclusão de diferentes ligas metálicas, tanto ferrosas como não-ferrosas.



## REFERÊNCIAS

- ALTINTAS, Y.; KERSTING, P.; BIERMANN, D.; BUDAK, E.; DENKENA, B.; LAZOGLU, I. Virtual process systems for part machining operations. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, vol. 63, no. 2, p. 585–605, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2014.05.007>.
- ALTINTAS, Yusuf. **Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design**. 2nd ed. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2012.
- ARRAZOLA, P.J.; ÖZEL, T.; UMBRELLO, D.; DAVIES, M.; JAWAHIR, I.S. Recent advances in modelling of metal machining processes. **CIRP Annals**, vol. 62, no. 2, p. 695–718, 2013. DOI 10.1016/j.cirp.2013.05.006. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850613001960>. Accessed on: 17 Jul. 2021.
- ASM INTERNATIONAL. **Properties and Selection—Irons, Steels, and High-performance Alloys**. [S. l.]: ASM international, 1990. vol. 1, .
- ASPINWALL, D.K.; DEWES, R.C.; NG, E.-G.; SAGE, C.; SOO, S.L. The influence of cutter orientation and workpiece angle on machinability when high-speed milling Inconel 718 under finishing conditions. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 47, no. 12–13, p. 1839–1846, Oct. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2007.04.007>.
- BAPTISTA, R; SIMOÄES, J F Antune. Three and @ve axes milling of sculptured surfaces. **Journal of Materials Processing Technology**, , p. 6, 2000. .
- BATISTA, Marcelo Ferreira; RODRIGUES, Alessandro Roger; COELHO, Reginaldo Teixeira. Modelling and characterisation of roughness of moulds produced by high-speed machining with ball-nose end mill. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, vol. 231, no. 6, p. 933–944, May 2017. <https://doi.org/10.1177/0954405415584898>.
- BENARDOS, P.G.; VOSNIAKOS, G.-C. Predicting surface roughness in machining: a review. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 43, no. 8, p. 833–844, Jun. 2003. DOI 10.1016/S0890-6955(03)00059-2. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890695503000592>. Accessed on: 9 Aug. 2021.
- BIONDANI, F.G.; BISSACCO, G. Effect of cutting edge micro geometry on surface generation in ball end milling. **CIRP Annals**, vol. 68, no. 1, p. 571–574, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2019.04.017>.
- BLATEYRON, François. Good practices for the use of areal filters. *In: 3RD SEMINAR ON SURFACE METROLOGY OF THE AMERICAS*, 2014. New Mexico, Albuquerque: Unpublished, 2014. p. 12. <https://doi.org/10.13140/2.1.1007.9361>. Accessed on: 13 Jul. 2021.
- CHEN, Xiaoxiao; ZHAO, Jun; ZHANG, Wenwu. Influence of milling modes and tool postures on the milled surface for multi-axis finish ball-end milling. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 77, no. 9–12, p. 2035–2050, 2015. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6547-3>.

CHIANG, Shiuh-Tarn; TSAI, Chung-Min; LEE, An-Chen. Analysis of cutting forces in ball-end milling. **Journal of Materials Processing Technology**, vol. 47, no. 3–4, p. 231–249, Jan. 1995. DOI 10.1016/0924-0136(95)85001-5. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0924013695850015>. Accessed on: 17 Jul. 2021.

COSMA, Marius. Study of the Uncut Chip in 5 Axes Ball Nose End Milling for the Fourth Quadrant of the Tool Inclination. **Applied Mechanics and Materials**, vol. 809–810, p. 99–104, Nov. 2015. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.809-810.99>.

DE LACALLE, L Norberto López; LAMIKIZ, A. Sculptured surface machining. **Machining**. [S. l.]: Springer, 2008. p. 225–248.

DE SOUZA, Adriano Fagali; BERKENBROCK, Ernesto; DINIZ, Anselmo Eduardo; RODRIGUES, Alessandro Roger. Influences of the tool path strategy on the machining force when milling free form geometries with a ball-end cutting tool. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, vol. 37, no. 2, p. 675–687, 2015. <https://doi.org/10.1007/s40430-014-0200-9>.

DE SOUZA, Adriano Fagali; DINIZ, Anselmo Eduardo; RODRIGUES, Alessandro Roger; COELHO, Reginaldo Teixeira. Investigating the cutting phenomena in free-form milling using a ball-end cutting tool for die and mold manufacturing. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 71, no. 9–12, p. 1565–1577, 2014a. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-5579-4>.

DIKSHIT, Mithilesh K.; PURI, Asit B.; MAITY, Atanu. Analysis of rotational speed variations on cutting force coefficients in high-speed ball end milling. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, vol. 39, no. 9, p. 3529–3539, Sep. 2017. DOI 10.1007/s40430-016-0673-9. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s40430-016-0673-9>. Accessed on: 17 Jul. 2021.

ENGIN, S; ALTINTAS, Y. Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: helical end mills. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, , p. 18, 2001. .

FONTAINE, M.; DEVILLEZ, A.; MOUFKI, A.; DUDZINSKI, D. Predictive force model for ball-end milling and experimental validation with a wavelike form machining test. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 46, no. 3–4, p. 367–380, Mar. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.05.011>.

GARCÍA-BARBOSA, Jorge Andrés; ARROYO-OSORIO, José Manuel; CÓRDOBA-NIETO, Ernesto. Influence of tool inclination on chip formation process and roughness response in ball-end milling of freeform surfaces on Ti-6Al-4V alloy. **Machining Science and Technology**, vol. 21, no. 1, p. 121–135, 2 Jan. 2017. DOI 10.1080/10910344.2016.1260434. Available at: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10910344.2016.1260434>. Accessed on: 13 Jul. 2021.

GHORBANI, Mohammad; MOVAHHEDY, Mohammad R. An analytical model for cutter-workpiece engagement calculation in ball-end finish milling of doubly curved surfaces. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 102, no. 5–8, p. 1635–1657, Jun. 2019a. DOI 10.1007/s00170-018-3188-y. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s00170-018-3188-y>. Accessed on: 1 Aug. 2021.

GHORBANI, Mohammad; MOVAHHEDY, Mohammad R. Extraction of surface curvatures from tool path data and prediction of cutting forces in the finish milling of sculptured surfaces. **Journal of Manufacturing Processes**, vol. 45, no. April, p. 273–289, 2019b. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2019.07.008>.

HUANG, Weimin; ZHAO, Jun; XING, Ai; WANG, Guijie; TAO, Haiwang. Influence of tool path strategies on fatigue performance of high-speed ball-end-milled AISI H13 steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 94, no. 1–4, p. 371–380, Jan. 2018. <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0841-9>.

ISO 25178-70. **Geometrical product specification (GPS) — Surface texture: Areal**. Standart, n. 70. [S. l.]: BS EN ISO, 2014.

IWABE, Hiroyasu; SHIMIZU, Keisuke; SASAKI, Mitunori. Analysis of Cutting Mechanism by Ball End Mill Using 3D-CAD (Chip Area by Inclined Surface Machining and Cutting Performance Based on Evaluation Value): (Chip Area by Inclined Surface Machining and Cutting Performance Based on Evaluation Value). **JSME International Journal Series C**, vol. 49, no. 1, p. 28–34, 2006. DOI 10.1299/jsmec.49.28. Available at: [http://www.jstage.jst.go.jp/article/jsmec/49/1/49\\_1\\_28/\\_article](http://www.jstage.jst.go.jp/article/jsmec/49/1/49_1_28/_article). Accessed on: 13 Jul. 2021.

WANG, J. J.; ZHENG, M. Y. On the machining characteristics of H13 tool steel in different hardness states in ball end milling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 22, no. 11–12, p. 855–863, 1 Dec. 2003. DOI 10.1007/s00170-003-1663-5. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s00170-003-1663-5>. Accessed on: 13 Jul. 2021.

LAMIKIZ, A.; LOPEZ DE LACALLE, L. N.; SANCHEZ, J. A.; BRAVO, U. CALCULATION OF THE SPECIFIC CUTTING COEFFICIENTS AND GEOMETRICAL ASPECTS IN SCULPTURED SURFACE MACHINING. **Machining Science and Technology**, vol. 9, no. 3, p. 411–436, Sep. 2005. <https://doi.org/10.1080/15321790500226614>.

LEE, P.; ALTINTAŞ, Y. Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 36, no. 9, p. 1059–1072, Sep. 1996. DOI 10.1016/0890-6955(95)00081-X. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/089069559500081X>. Accessed on: 17 Jul. 2021.

MAGALHÃES, Laurence Colares; FERREIRA, João Carlos Espíndola; DE CASTRO BEZERRA, André Luiz; SOMBRA, Saymon Castro. Influence of feed direction on finishing milling cylindrical surfaces in H13 hardened steel. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, vol. 41, no. 4, p. 171, Apr. 2019. DOI 10.1007/s40430-019-1668-0. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s40430-019-1668-0>. Accessed on: 28 Jun. 2021.

MALI, Rahul A; AISWARESH, Rentala; GUPTA, T. V. K. The influence of tool-path strategies and cutting parameters on cutting forces, tool wear and surface quality in finish milling of Aluminium 7075 curved surface. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 108, no. 1–2, p. 589–601, May 2020. DOI 10.1007/s00170-020-05414-7. Available at: <https://link.springer.com/10.1007/s00170-020-05414-7>. Accessed on: 18 Jul. 2021.

MALI, Rahul A.; GUPTA, T.V.K.; RAMKUMAR, J. A comprehensive review of free-form surface milling– Advances over a decade. **Journal of Manufacturing Processes**, vol. 62, p. 132–167, Feb. 2021. DOI 10.1016/j.jmapro.2020.12.014. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1526612520308501>. Accessed on: 28 Jun. 2021.

NBR 12545. **Conceitos da técnica de usinagem - Forças, energia, trabalho e potências**. Rio de Janeiro: ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1991.

NBR ISO 3002-1. **ABNT NBR ISO 3002-1:2013: Grandezas básicas em usinagem e retificação Parte 1: Geometria da parte cortante das ferramentas de corte — Termos gerais, sistemas de referência, ângulos da ferramenta e de trabalho e quebra-cavacos**. [S. l.]: BNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2013.

OLYMPUS CORPORATION. **Medição da rugosidade de superfícies: parâmetros**. 2021. [Empresarial]. Available at: [https://www.olympus-ims.com/pt/metrology/surface-roughness-measurement-portal/parameters/#!cms\[focus\]=cmsContent14709](https://www.olympus-ims.com/pt/metrology/surface-roughness-measurement-portal/parameters/#!cms[focus]=cmsContent14709). Accessed on: 25 Jul. 2021.

OZTURK, Erdem; TUNC, L. Taner; BUDAK, Erhan. Investigation of lead and tilt angle effects in 5-axis ball-end milling processes. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 49, no. 14, p. 1053–1062, Nov. 2009. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2009.07.013>.

POMBERGER, S.; STOSCHKA, M.; LEITNER, M. Cast surface texture characterisation via areal roughness. **Precision Engineering**, vol. 60, p. 465–481, Nov. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2019.09.007>.

QI, Q.; LI, T.; SCOTT, P.J.; JIANG, X. A Correlational Study of Areal Surface Texture Parameters on Some Typical Machined Surfaces. **Procedia CIRP**, vol. 27, p. 149–154, 2015. DOI 10.1016/j.procir.2015.04.058. Available at: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212827115003200>. Accessed on: 19 Jul. 2021.

QUINSAT, Y.; SABOURIN, L.; LARTIGUE, C. Surface topography in ball end milling process: Description of a 3D surface roughness parameter. **Journal of Materials Processing Technology**, vol. 195, no. 1–3, p. 135–143, Jan. 2008. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.04.129>.

SCANDIFFIO, Innocenzo; DINIZ, Anselmo Eduardo; DE SOUZA, Adriano Fagali. Evaluating surface roughness, tool life, and machining force when milling free-form shapes on hardened AISI D6 steel. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 82, no. 9–12, p. 2075–2086, 2016a. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7525-0>.

SHTEHIN, O. O.; WAGNER, V.; SEGUY, S.; LANDON, Y.; DESSEIN, G.; MOUSSEIGNE, M. Stability of ball-end milling on warped surface: semi-analytical and experimental analysis. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 89, no. 9–12, p. 2557–2569, Apr. 2017. <https://doi.org/10.1007/s00170-016-9656-3>.

SOUZA, AF; ULBRICH, CBL. **Engenharia integrada por computador e sistemas CAD. CAM/CNC**, vol. 2, 2013. .

SOUZA, Adriano Fagali de; MACHADO, Adriane; BECKERT, Sueli Fischer; DINIZ, Anselmo Eduardo. Evaluating the Roughness According to the Tool Path Strategy When Milling Free Form Surfaces for Mold Application. **Procedia CIRP**, vol. 14, p. 188–193, 2014b.



DOI 10.1016/j.procir.2014.03.089. Available at:  
<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212827114002327>. Accessed on: 20 Jul. 2021.

TAN, Liang; YAO, Changfeng; REN, Junxue; ZHANG, Dinghua. Effect of cutter path orientations on cutting forces, tool wear, and surface integrity when ball end milling TC17. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 88, no. 9–12, p. 2589–2602, Feb. 2017a. DOI 10.1007/s00170-016-8948-y. Available at:  
<http://link.springer.com/10.1007/s00170-016-8948-y>. Accessed on: 28 Jun. 2021.

TOH, C. K. Design, evaluation and optimisation of cutter path strategies when high speed machining hardened mould and die materials. **Materials and Design**, vol. 26, no. 6, p. 517–533, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2004.07.019>.

TUYSUZ, Oguzhan; ALTINTAS, Yusuf; FENG, Hsi-Yung. Prediction of cutting forces in three and five-axis ball-end milling with tool indentation effect. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 66, p. 66–81, Mar. 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2012.12.002>.

VORBURGER, T. V.; RHEE, H.-G.; RENEGAR, T. B.; SONG, J.-F.; ZHENG, A. Comparison of optical and stylus methods for measurement of surface texture. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 33, no. 1–2, p. 110–118, May 2007. DOI 10.1007/s00170-007-0953-8. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s00170-007-0953-8>. Accessed on: 2 Aug. 2021.

WANG, P.; ZHANG, S.; YAN, Z. G. Study on surface defects in five-axis ball-end milling of tool steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 89, no. 1–4, p. 599–609, Mar. 2017. DOI 10.1007/s00170-016-9113-3. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s00170-016-9113-3>. Accessed on: 13 Jul. 2021.

WEI, Z.C.; WANG, M.J.; ZHU, J.N.; GU, L.Y. Cutting force prediction in ball end milling of sculptured surface with Z-level contouring tool path. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 51, no. 5, p. 428–432, May 2011. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2011.01.011>.

WOJCIECHOWSKI, S.; MARUDA, R.W.; BARRANS, S.; NIESLONY, P.; KROLCZYK, G.M. Optimisation of machining parameters during ball end milling of hardened steel with various surface inclinations. **Measurement**, vol. 111, p. 18–28, Dec. 2017. DOI 10.1016/j.measurement.2017.07.020. Available at:  
<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263224117304542>. Accessed on: 13 Jul. 2021.

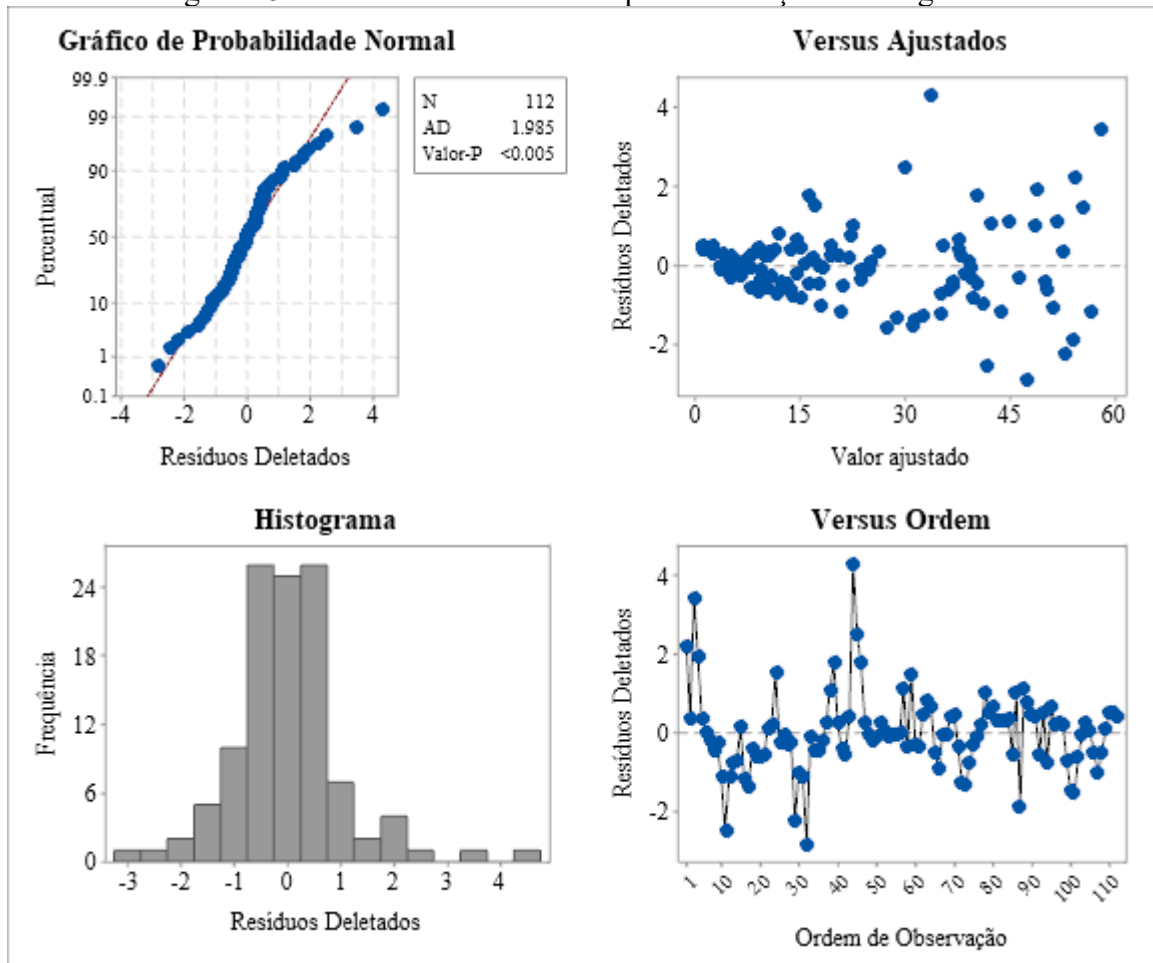
WOJCIECHOWSKI, Szymon. The estimation of cutting forces and specific force coefficients during finishing ball end milling of inclined surfaces. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, vol. 89, p. 110–123, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.10.006>.

WU, Shi; YANG, Lin; LIU, Xian-li; ZHENG, Min-li; LI, Rong-yi. Effects of curvature characteristics of sculptured surface on chatter stability for die milling. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 89, no. 9–12, p. 2649–2662, Apr. 2017. DOI 10.1007/s00170-016-9560-x. Available at:  
<http://link.springer.com/10.1007/s00170-016-9560-x>. Accessed on: 28 Jun. 2021.

YAO, Changfeng; TAN, Liang; YANG, Pan; ZHANG, Dinghua. Effects of tool orientation and surface curvature on surface integrity in ball end milling of TC17. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 94, no. 5–8, p. 1699–1710, Feb. 2018. <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0523-7>.

## APÊNDICE A – Gráficos de resíduos da ANOVA

Figura 48 – Gráfico de resíduos dos picos da força de usinagem média.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Figura 49 – Ajustes e observações atípicas do modelo das forças de picos médias

Ajustados e Diagnósticos para Observações Atípicas								
Obs.	Fu média de picos		EP do		Resid	Resid Pad	Resid Del	HI
	(N)	Ajuste	Ajustado	IC de 95%				
1	65.39	54.31	2.57	(49.21, 59.41)	11.08	2.19	2.24	0.205357
3	74.71	58.12	2.57	(53.02, 63.22)	16.59	3.28	3.48	0.205357
11	29.56	41.87	2.57	(36.77, 46.97)	-12.31	-2.44	-2.51	0.205357
29	41.76	52.85	2.57	(47.75, 57.95)	-11.09	-2.20	-2.25	0.205357
32	33.54	47.45	2.57	(42.35, 52.55)	-13.91	-2.75	-2.86	0.205357
44	53.68	33.76	2.57	(28.66, 38.86)	19.92	3.94	4.32	0.205357
45	42.35	30.02	2.57	(24.92, 35.12)	12.33	2.44	2.51	0.205357

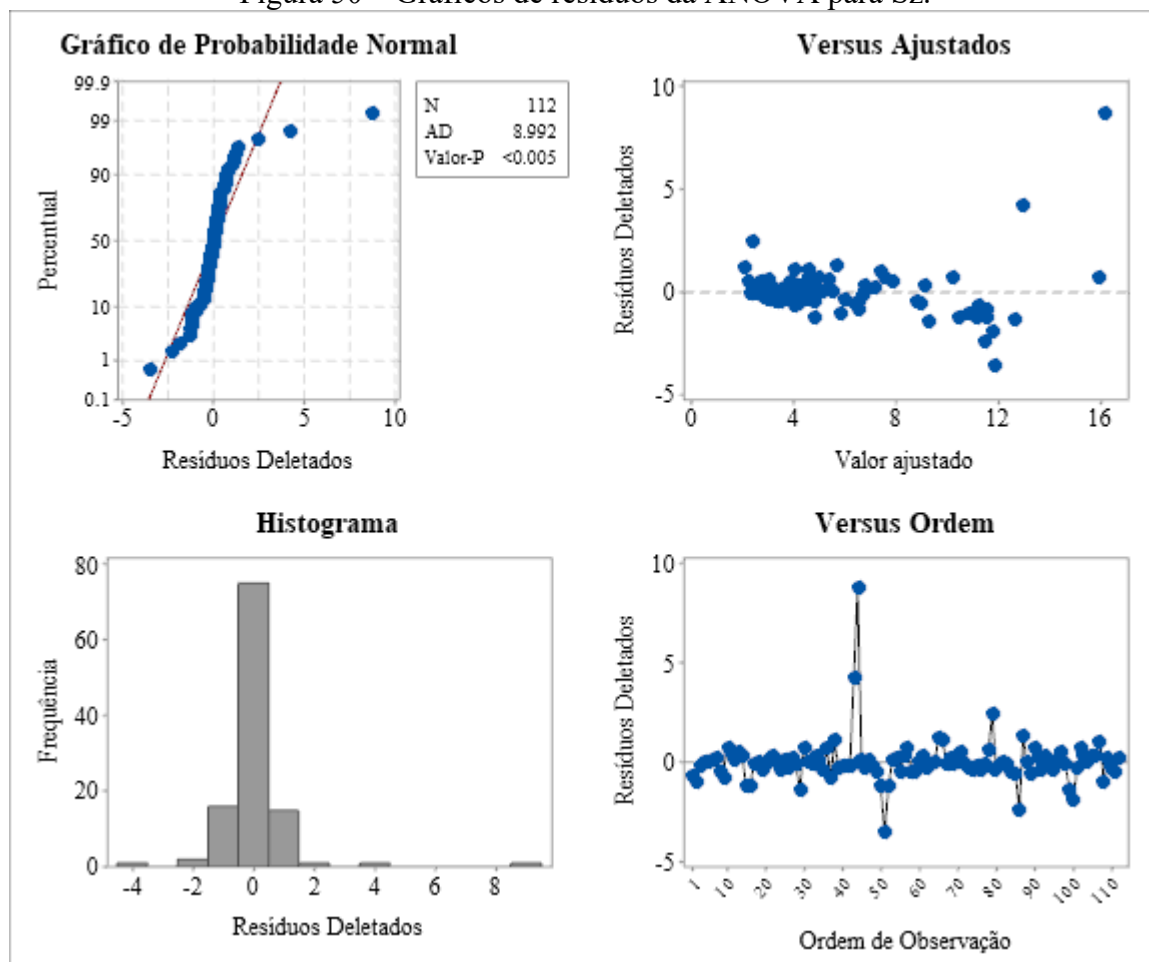
  

D de		
Obs.	Cook	DAJUSTADOS
1	0.05	1.14019 R
3	0.12	1.77116 R
11	0.07	-1.27587 R
29	0.05	-1.14127 R
32	0.09	-1.45569 R
44	0.17	2.19462 R
45	0.07	1.27775 R

*R Resíduo grande*

Fonte: Próprio Autor (2021).

Figura 50 – Gráficos de resíduos da ANOVA para Sz.



Fonte: Próprio Autor (2021).

Figura 51 – Gráficos observações atípicas da ANOVA para Sz.

Ajustados e Diagnósticos para Observações Atípicas								
	Sz média		EP do					
Obs.	( $\mu\text{m}$ )	Ajuste	Ajustado	IC de 95%	Resid	Resid Pad	Resid Del	HI
43	19.480	12.979	0.988	(11.014, 14.944)	6.501	3.89	4.27	0.258929
44	26.830	16.211	0.988	(14.246, 18.177)	10.619	6.35	8.81	0.258929
51	6.287	11.859	0.988	(9.894, 13.825)	-5.573	-3.33	-3.56	0.258929
79	6.333	2.354	0.988	(0.389, 4.320)	3.979	2.38	2.45	0.258929
86	7.587	11.486	0.988	(9.521, 13.452)	-3.900	-2.33	-2.40	0.258929
D de								
Obs.	Cook	DAJUSTADOS						
43	0.18	2.52674	R					
44	0.49	5.20653	R					
51	0.13	-2.10466	R					
79	0.07	1.44882	R					
86	0.07	-1.41795	R					

R Resíduo grande

Fonte: Próprio Autor (2021).

## APENDICE B – Quadros com os valores dos resultados

A partir dos resultados das componentes da força de usinagem foram calculados a sua resultante e seu valor médio. As informações de cada condição testada e de cada ângulo são apresentadas de forma resumida no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1 – Quadro com os valores da força de usinagem média em newtons e suas respectivas condições de corte.

	0	10	20	30	45	60	85	Trat.	Raio	$a_p$	$f_z$
C1	65,4	54,6	74,8	57,2	28,5	18,2	14,6	HN	5	0,5	0,1
C2	42,4	33,3	41,5	31,7	16,8	11,5	8,8	HN	5	0,5	0,05
C3	39,4	30,5	24,7	15,7	9,9	7,0	6,3	HN	5	0,2	0,1
C4	27,2	20,2	18,0	10,7	7,3	4,5	4,8	HN	5	0,2	0,05
C5	40,7	46,8	49,2	45,3	24,9	16,8	13,3	HN	3	0,5	0,1
C6	38,3	41,7	52,0	47,0	21,6	12,3	9,1	HN	3	0,5	0,05
C7	40,2	47,5	41,9	25,6	14,3	9,2	6,8	HN	3	0,2	0,1
C8	23,4	23,4	17,0	9,9	6,0	4,3	4,6	HN	3	0,2	0,05
C9	58,0	49,0	62,9	44,2	22,2	18,2	16,7	HT	5	0,5	0,1
C10	41,4	34,7	38,4	38,6	18,8	14,6	12,9	HT	5	0,5	0,05
C11	34,6	24,2	22,5	12,4	8,9	7,3	7,8	HT	5	0,2	0,1
C12	28,2	20,2	20,0	11,3	6,7	5,5	5,7	HT	5	0,2	0,05
C13	46,2	52,1	46,2	49,9	26,6	18,7	15,6	HT	3	0,5	0,1
C14	34,6	40,4	37,4	42,0	19,7	13,3	10,7	HT	3	0,5	0,05
C15	30,9	23,5	20,5	12,0	9,5	8,0	6,3	HT	3	0,2	0,1
C16	19,4	17,8	13,6	8,2	6,1	4,8	4,1	HT	3	0,2	0,05

Fonte: Próprio Autor (2021).

Quadro 2 – Quadro com o valor do desvio padrão dos picos da força de usinagem de um passe completo

	0	10	20	30	45	60	85	Trat.	Raio	$a_p$	$f_z$
C1	10,4	8,6	13,2	7,8	2,6	1,3	2,0	HN	5	0,5	0,1
C2	13,0	12,7	17,4	9,7	5,7	4,2	3,9	HN	5	0,5	0,05
C3	4,6	6,5	2,3	1,3	0,9	0,6	1,4	HN	5	0,2	0,1
C4	4,5	6,8	2,3	1,2	0,9	0,4	1,1	HN	5	0,2	0,05
C5	5,8	7,4	8,2	5,3	3,0	1,1	0,8	HN	3	0,5	0,1
C6	5,4	5,8	9,4	5,4	2,4	1,0	0,7	HN	3	0,5	0,05
C7	4,7	13,5	6,4	3,1	1,0	0,6	0,6	HN	3	0,2	0,1
C8	3,6	2,0	1,8	1,0	0,7	0,3	0,4	HN	3	0,2	0,05
C9	7,6	8,1	6,9	3,8	3,0	2,0	1,5	HT	5	0,5	0,1
C10	5,7	8,2	5,1	3,7	2,9	1,9	1,1	HT	5	0,5	0,05
C11	6,3	3,7	1,8	0,9	1,3	1,1	0,7	HT	5	0,2	0,1
C12	3,0	3,8	4,8	4,6	3,2	2,5	1,6	HT	5	0,2	0,05
C13	4,6	6,6	2,6	3,8	2,1	1,3	0,7	HT	3	0,5	0,1
C14	3,5	4,3	2,8	3,0	1,6	1,0	0,7	HT	3	0,5	0,05
C15	4,3	2,6	2,7	0,7	1,0	0,5	0,6	HT	3	0,2	0,1
C16	2,6	1,8	1,3	0,8	0,6	0,4	0,3	HT	3	0,2	0,05

Fonte: Próprio Autor (2021).

Quadro 3 – Quadro com os valores da rugosidade Sz média em  $\mu\text{m}$  e suas respectivas condições de corte.

	0	10	20	30	45	60	85	Trat.	Raio	$a_p$	$f_z$
C1	9,61	8,19	4,58	5,12	5,32	4,84	4,55	HN	5	0,5	0,1
C2	8,44	8,38	6,82	4,17	3,23	3,96	4,95	HN	5	0,5	0,05
C3	9,58	15,97	3,91	4,14	2,9	3,5	5,23	HN	5	0,2	0,1
C4	8,69	8,92	2,51	3,76	2,67	3,6	4,28	HN	5	0,2	0,05
C5	11,69	16,56	5,42	4,88	5,55	5,51	4,26	HN	3	0,5	0,1
C6	11,01	10,58	4,19	3,46	3,49	3,49	5,3	HN	3	0,5	0,05
C7	14,65	24,18	4,51	4,79	4,54	5,05	4,35	HN	3	0,2	0,1
C8	7,83	11,38	3,48	3,4	4,56	3,51	5,48	HN	3	0,2	0,05
C9	8,76	6,29	3,49	3,49	3,88	2,55	3,23	HT	5	0,5	0,1
C10	5,26	4,47	4,58	3,31	3,43	2,54	3,78	HT	5	0,5	0,05
C11	9,94	5,52	3,87	3,74	3,52	3,03	3,32	HT	5	0,2	0,1
C12	6,58	4,7	5,06	3,08	3,12	2,58	2,79	HT	5	0,2	0,05
C13	8,3	5,61	9,72	5,3	3,24	5,97	4,47	HT	3	0,5	0,1
C14	6,08	7,56	5,21	3,42	3,46	4,89	3,47	HT	3	0,5	0,05
C15	8,53	9,56	5,58	7,65	5,83	5,92	4,33	HT	3	0,2	0,1
C16	9,19	10,19	4,62	4,97	3,06	3,48	4,56	HT	3	0,2	0,05

Fonte: Próprio Autor (2021).

Quadro 4 – Desvio padrão das 3 medições de Sz

	0	10	20	30	45	60	85	Trat.	Raio	$a_p$	$f_z$
C1	2,5	3,1	0,2	0,3	0,5	0,1	0,8	HN	5	0,5	0,1
C2	0,8	2,0	1,4	0,1	0,1	0,1	0,1	HN	5	0,5	0,05
C3	1,2	4,8	0,3	0,1	0,0	0,1	0,1	HN	5	0,2	0,1
C4	1,4	1,3	0,5	0,2	0,1	0,2	0,3	HN	5	0,2	0,05
C5	0,6	2,6	0,4	0,1	0,5	0,2	0,1	HN	3	0,5	0,1
C6	1,0	2,0	3,0	0,1	0,0	0,2	0,7	HN	3	0,5	0,05
C7	3,9	3,4	1,5	0,1	0,2	0,2	0,1	HN	3	0,2	0,1
C8	1,3	3,2	0,1	1,0	0,1	0,1	0,1	HN	3	0,2	0,05
C9	0,7	0,2	0,3	0,5	0,1	0,1	0,2	HT	5	0,5	0,1
C10	0,4	0,0	1,4	0,1	0,1	0,1	0,0	HT	5	0,5	0,05
C11	0,6	1,1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,4	HT	5	0,2	0,1
C12	0,4	0,5	0,7	0,0	0,2	0,1	0,0	HT	5	0,2	0,05
C13	0,5	1,8	1,8	0,2	0,1	0,0	0,1	HT	3	0,5	0,1
C14	0,1	0,8	0,7	0,4	0,9	0,1	0,3	HT	3	0,5	0,05
C15	0,7	1,2	0,2	1,1	1,0	1,0	0,7	HT	3	0,2	0,1
C16	0,8	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1	0,2	HT	3	0,2	0,05

Fonte: Próprio Autor (2021).

## APÊNDICE C – Script do Matlab para cálculo do ângulo de atuação do centro da ponta e da velocidade de corte efetiva

```

% Cálculo do ângulo de atuação da ponta
clear
clc
ap=0.2; %profundidade de usinagem
ae=0.1; %penetração de trabalho
fz=0.1; %avanço por aresta
R=3;% Raio da ferramenta
phimax= acosd((R-ae)/R); %vc máxima
Rp=14.5;%raio da peça
Vcn=150;%vc nominal
N=((Vcn*1000)/(2*R*pi));%rotação
ksi= acosd((((Rp+R).^2)+(R.^2)-((Rp+ap).^2))/(2*R.*(Rp+R)));%ângulo de
imersão axial e de atuação da ponta

phi=[0:1:85];

refmax=abs((R.*sind(phi)));%raio efetivo max
refmin=abs((R.*sind(phi-ksi(1))));%raio efetivo min
vcmax=((refmax*2*pi*N)/1000);
vcmin=((refmin*2*pi*N)/1000);

figure (1)

hold on
plot (phi,vcmax,'b--', phi,vcmin);
title(['ap=',num2str(ap,1),'mm raio='
,num2str(R,2),'mm'],'FontName','times','FontSize',8,'FontWeight','normal');
set(gcf,'color','w');
yticks ([ 0 25 50 75 100 125 150 ]);
xticks([-20 0 10 20 30 45 60 85])
xline((ksi),'-',{ 'Limite de', 'atuação da ponta'
},'LabelHorizontalAlignment','left','FontName','times')
xticklabels ({'0°','-10°','-20°','-30°','-45°','-60°','-85°'})
xlabel('Ângulo de contato da ferramenta')
ylabel('Velocidade de corte efetiva em m/min')
legend({'limite superior','limite
inferior'},'Orientation','vertical','Location','southeast')
ax = gca;
ax.FontSize = 10;

```