



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CAMPUS TRINDADE-FLORIANÓPOLIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Pedro Carvalho Silva Barcelos

**PROJETO E OTIMIZAÇÃO DE UM MOTOR BLDC DE ROTOR INTERNO COM  
ÍMÃS CERÂMICOS NA SUPERFÍCIE**

Florianópolis  
2021

Pedro Carvalho Silva Barcelos

**PROJETO E OTIMIZAÇÃO DE UM MOTOR BLDC DE ROTOR INTERNO COM  
ÍMÃS CERÂMICOS NA SUPERFÍCIE**

Dissertação submetida ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Barcelos, Pedro Carvalho Silva

Projeto e otimização de um motor BLDC de rotor interno  
com ímãs cerâmicos na superfície / Pedro Carvalho Silva  
Barcelos ; orientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz,  
2021.

101 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. motor BLDC. 3. circuito de  
relutâncias. 4. otimização. 5. ímãs permanentes cerâmicos. I.  
Ferreira da Luz, Mauricio Valencia . II. Universidade  
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica. III. Título.

Pedro Carvalho Silva Barcelos

**PROJETO E OTIMIZAÇÃO DE UM MOTOR BLDC DE ROTOR INTERNO COM  
ÍMÃS CERÂMICOS NA SUPERFÍCIE**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora  
composta pelos seguintes membros:

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

UFSC

Prof. Jean Viane Leite, Dr.

UFSC

Prof. Angelo Alfredo Hafner, Dr.

UDESC

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado  
adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

---

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

---

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Orientador

Florianópolis, 2021.

Este trabalho é dedicado a todos os estudantes e professores que tiveram seus sonhos abreviados pela Covid-19.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pela saúde e força, à minha família pelos imensos esforços e apoio, aos professores da UFSC e ao Professor Mauricio Valencia Ferreira da Luz por todos os conselhos e ensinamentos. Estendo estes agradecimentos a todos aqueles que contribuíram de forma indireta para realização deste trabalho.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia analítica para dimensionamento e análise de um motor de ímãs permanentes sem escovas com acionamento em corrente contínua (BLDC), com rotor interno e ímãs cerâmicos na superfície do rotor. O motor escolhido é um motor de 8 polos com 12 ranhuras no estator, cuja aplicação é para um ventilador ou soprador de velocidade variável. A potência máxima de saída é de 1 hp na velocidade nominal de 2000 rpm. A geometria e o tipo de bobinagem do motor foram fornecidos por um fabricante. Assim, a primeira atividade foi desenvolver um circuito de relutâncias que permitisse considerar a não linearidade do aço no cálculo das induções magnéticas, da tensão induzida e das perdas no núcleo. Esse mesmo circuito de relutâncias permite a aplicação de corrente e cálculo das indutâncias do motor. Em seguida, montou-se um roteiro analítico contendo o dimensionamento, a resolução do circuito de relutâncias e o cálculo das perdas no núcleo e nos enrolamentos. Desse modo, o roteiro analítico permite obter todas as variáveis necessárias para o cálculo do rendimento e da massa do motor. Com o roteiro analítico testado, foi possível acoplar a este um algoritmo genético multiobjetivo. Com funções objetivos como a eficiência e o custo do motor foi possível determinar a curva de Pareto que fornece ao fabricante um conjunto de soluções de motor BLDC para atender ao mercado. Os resultados obtidos com o roteiro analítico foram comparados aos resultados de simulação usando o método de elementos finitos e a maior diferença apresentada foi menor que 10%.

**Palavras-chave:** motor BLDC; ímãs permanentes cerâmicos; circuito de relutâncias; otimização; método de elementos finitos.

## ABSTRACT

The present work presents an analytical methodology for the design and analysis of a brushless permanent magnet motor with direct current drive (BLDC), with an internal rotor and ceramic magnets on the rotor surface. The chosen motor is an 8-pole motor with 12 stator slots, whose application is for a variable-speed fan or blower. The output maximum power is 1 hp at the rated speed of 2000 rpm. The geometry and winding type of the motor was provided by a manufacturer. Thus, the first activity was to develop a reluctance circuit that would allow considering the nonlinearity of steel in the calculation of magnetic flux densities, of induced voltage and of core losses. This same reluctance circuit allows the application of current and calculates the motor inductances. Then, an analytical script was set up containing the sizing, the resolution of the reluctance circuit and the core and winding losses calculations. Therefore, the analytical script allows obtaining all the variables needed to calculate the motor efficiency and mass. With the analytical script tested, it was possible to couple a multiobjective genetic algorithm to it. With objective functions such as motor efficiency and cost, it was possible to determine the Pareto curve that provides to the manufacturer a set of BLDC motor solutions to meet the market. The results obtained with the analytical script were compared to simulation results using the finite element method and the bigger difference presented was smaller than 10%.

**Keywords:** BLDC motor; ceramic permanent magnets; reluctance circuit; optimization; finite element method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de rotor interno.....	20
Figura 2 – Tipos de estator para motor com rotor interno.....	21
Figura 3 – Motor sem escovas de ímãs permanentes com rotor externo.....	22
Figura 4 – Motor sem escovas de entreferro axial. ....	22
Figura 5 – Diagrama vetorial da Força de Lorentz.....	24
Figura 6 – Formas de onda de FCEM trapezoidal (a) e sinusoidal (b).....	25
Figura 7 – Esquema físico de acionamento de um motor BLDC.....	27
Figura 8 – Forma de onda gerada pelo inversor. ....	27
Figura 9 – Tipo de motor associado à aplicação. ....	29
Figura 10 – Domínios de Weiss separados por parede de Bloch. ....	29
Figura 11 – Evolução do produto de energia dos ímãs permanentes. ....	30
Figura 12 – Segundo quadrante do laço de histerese de um ímã permanente.....	31
Figura 13 – Geometria e variáveis dimensionais do motor BLDC .....	35
Figura 14 – Circuito equivalente magnético referente a um polo. ....	39
Figura 15 – Estator com ranhuras de um motor com rotor interno. ....	42
Figura 16 – Esquema de bobinagem do motor estudado.....	47
Figura 17 – Curva B-H do aço M19 24 gage e a permeabilidade magnética.....	50
Figura 18 – Regiões para definição de relutâncias. ....	51
Figura 19 – Circuito de relutâncias do motor BLDC. ....	52
Figura 20 – Geometria do dente do estator.....	57
Figura 21 – Processo iterativo para resolução do circuito de relutâncias considerando a não linearidade do aço elétrico. ....	60
Figura 22 – Curvas de perdas em função da indução magnética, 50 Hz.....	63
Figura 23 – Fluxograma do algoritmo NSGA II. ....	70
Figura 24 – Distância de aglomeração. ....	71
Figura 25 – Representação de condições de contorno homogêneas. (a) grandezas elétricas, (b) grandezas magnéticas. ....	75
Figura 26 – Condições de contorno homogêneas do tipo Dirichlet na simulação do motor BLDC por MEF-2D.....	76
Figura 27 – Condições de periodicidade na simulação do motor BLDC por MEF-2D. ....	77
Figura 28 – Partes do motor onde serão calculados os valores de indução magnética. ....	83

Figura 29 – Indução magnética (T) (a) e linhas de fluxo (Wb/m) (b). .....	83
Figura 30 – Tensão induzida calculada na simulação MEF-2D. ....	85
Figura 31 – Comportamento do fluxo magnético no cálculo das indutâncias. ....	86
Figura 32 – Separação das perdas no estator. ....	87
Figura 33 – Curva de Pareto para otimização do motor BLDC. ....	89
Figura 34 – Curvas da eficiência em função da velocidade para o motor original e para o otimizado. ....	92
Figura 35 – Tensão induzida na fase A em função do ângulo do rotor para o motor original e para o motor otimizado. ....	92
Figura 36 – <i>Cogging torque</i> em função do ângulo do rotor. ....	93
Figura 37 – <i>Cogging torque</i> em função do ângulo do rotor com alteração do parâmetro <i>skew</i> . ....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores das principais propriedades de ímãs permanentes.....	32
Tabela 2 – Relação entre número de fases com a quantidade de transistores necessários e ondulação de torque.....	32
Tabela 3 – Combinação do número de ranhuras e polos para motores trifásicos. ....	33
Tabela 4 – Condição de refrigeração em função da densidade de corrente. ....	36
Tabela 5 – Valores típicos de TRV em função das características da máquina. ....	38
Tabela 6 – Avaliação dos valores de indução magnética no motor.....	84
Tabela 7 – Indutâncias própria e mutua.....	86
Tabela 8 – Resultados de perdas magnéticas.....	88
Tabela 9 – Variáveis de otimização e os seus respectivos valores mínimo e máximo. ....	89
Tabela 10 – Parâmetros do motor original e do motor otimizado. ....	90
Tabela 11 – Resultados gerais do motor original e do motor otimizado.....	91
Tabela 12 – Avaliação dos valores de indução magnética no motor otimizado.....	94

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG – *Genetic Algorithm*

BLAC – *Brushless AC*

BLDC – *Brushless DC*

CA – Corrente alternada

CC – Corrente continua

FCEM – Força contra eletromotriz

FMM – Força magnetomotriz

MEF-2D – Método de Elementos Finitos em duas dimensões

RPM – Rotações por minuto

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{F}$  – Força [N]

$Q$  – Carga elétrica [C]

$\vec{E}$  – Campo elétrico [V/m]

$\vec{B}$  – Indução magnética [T]

$\vec{D}$  – Indução elétrica [C/m<sup>2</sup>]

$\vec{H}$  – Campo magnético [H/m]

$\vec{A}$  – Potencial vetor magnético [Vs/m]

$\vec{j}$  – Densidade de corrente elétrica [A/m]

$V$  – Potencial escalar elétrico [V]

$\vec{n}$  – Vetor normal

$\vec{v}$  – Velocidade [m/s]

$i$  – Corrente elétrica em um condutor [A]

$l$  – Comprimento [m]

$\beta$  – Ângulo formado entre o condutor e o vetor de indução magnética [°]

$\zeta$  – Posição do rotor [°]

$\psi$  – Fluxo concatenado [Wb]

$\psi_{pk}$  – Valor de pico do fluxo concatenado [Wb]

$\omega_m$  – Velocidade angular mecânica [rad/s]

$\omega_{nom}$  – Velocidade angular mecânica nominal [rad/s]

$e(\zeta)$  – Força contra eletromotriz em função da posição do rotor [V]

$\hat{e}_c$  – Valor de pico da tensão induzida na bobina [V]

$\hat{e}_{ph}$  – Valor de pico da tensão induzida na fase [V]

$\hat{e}_{ll}$  – Valor de pico da tensão induzida na linha [V]

$T_c$  – Número de espiras por bobina

$\varphi_g$  – Fluxo magnético no entreferro [Wb]

$T$  – Torque [N·m]

$T_{nom}$  – Torque nominal [Nm]

$\omega_s$  – Velocidade angular elétrica [rad/s]

$kT$  – Constante de torque [Nm/A]

$kE$  – Constante de força contra eletromotriz [Vs/rad]  
 $V_s$  – Tensão de alimentação [V]  
 $P_{ele}$  – Potência elétrica [W]  
 $B_r$  – Remanência ou indução magnética remanente [T]  
 $\mu_{rec}$  – Permeabilidade magnética relativa de recuo  
 $Rad1$  – Raio do rotor [m]  
 $D$  – Diâmetro externo do rotor [m]  
 $RadSh$  – Raio do eixo [m]  
 $BetaM$  – Arco polar ou arco do ímã permanente [°]  
 $A$  – Carregamento elétrico [A/m]  
 $B$  – Carregamento magnético [T]  
 $TRV$  – Torque por volume do rotor [Nm/m<sup>3</sup>]  
 $m$  – Número de fases  
 $p$  – Número de pares de polos  
 $T_{ph}$  – Número de espiras por fase  
 $I_{rms}$  – Corrente elétrica em RMS [A]  
 $J$  – Densidade superficial de corrente [A/m<sup>2</sup>]  
 $\sigma_s$  – Passo de ranhura [rad]  
 $\sigma_p$  – Passo polar [rad]  
 $SF_g$  – Fator de preenchimento grosseiro na ranhura  
 $S_{slot}$  – Seção da da ranhura [m<sup>2</sup>]  
 $SD$  – Profundidade da ranhura [m]  
 $N_s$  – Número de ranhuras  
 $TWS$  – Largura do dente do estator [m]  
 $\varphi_1$  – Fundamental do fluxo por polo [Wb]  
 $L_{stk}$  – Comprimento do pacote [m]  
 $k_{w1}$  – Fundamental do fator de bobinagem  
 $k$  – Constante de proporcionalidade entre o comprimento do pacote e o diâmetro do rotor  
 $RYoke$  – Espessura da coroa do rotor [m]  
 $B_{ry}$  – Módulo da indução magnética na coroa do rotor [T]  
 $\varphi_p$  – Fluxo por polo [Wb]  
 $\varphi_r$  – Fluxo remanente [Wb]  
 $\varphi_m$  – Fluxo no ímã [Wb]

$\varphi_L$  – Fluxo disperso [Wb]  
 $P_{m0}$  – Permeância interna do ímã [Wb/A]  
 $P_L$  – Permeância de dispersão [Wb/A]  
 $R_g$  – Relutância no entreferro [A/Wb]  
 $f_{LKG}$  – Fator de dispersão  
 $\mu_0$  – Permeabilidade magnética do ar [Wb/Am]  
 $S_m$  – Seção do ímã [m<sup>2</sup>]  
 $S_g$  – Seção do entreferro [m<sup>2</sup>]  
 $L_m$  – Espessura do ímã [m]  
 $r_g$  – Raio até a metade do entreferro [m]  
 $r_m$  – Raio até a metade do ímã [m]  
 $\omega_{NL}$  – Velocidade em operação sem carga [rad/s]  
 $CPP$  – Número de bobinas por polo por fase  
 $a$  – Número de caminhos paralelos  
 $D_c$  – Diâmetro mínimo do condutor [m<sup>2</sup>]  
 $A_{coil}$  – Área da seção transversal de um lado da bobina [m<sup>2</sup>]  
 $SOang$  – Ângulo de inclinação da sapata do dente [°]  
 $SO$  – Abertura da ranhura [m]  
 $HS$  – Altura da sapata do dente [m]  
 $SYoke$  – Espessura da coroa do estator [m]  
 $Gap$  – Espessura do entreferro [m]  
 $B_{st}$  – Módulo da indução magnética no dente do estator [T]  
 $B_{sy}$  – Módulo da indução magnética na coroa do estator [T]  
 $\varphi_{st}$  – Fluxo magnético no dente [Wb]  
 $x$  – Comprimento da sapata do dente [m]  
 $Rad2$  – Raio até o fundo da ranhura [m]  
 $Rad3$  – Raio externo do estator [m]  
 $K_o$  – Deslocamento de fase em número de ranhuras  
 $S$  – Passo de bobina em número de ranhuras  
 $\theta$  – Deslocamento angular de uma bobina [°]  
 $k_{dn}$  – Fator de distribuição da enésima harmônica de enrolamento  
 $k_{pn}$  – Fator de passo da enésima harmônica de enrolamento

$k_{sn}$  – Fator de inclinação da  $n$ ésima harmônica de enrolamento  
 $\alpha$  – Passo de bobina em radianos elétricos  
 $n$  – Índice da harmônica  
 $C_{ph}$  – Número de bobinas por fase  
 $\sigma$  – Inclinação em radianos elétricos  
 $inc$  – Inclinação em número de ranhuras  
 $R_{ry}$  – Relutância da coroa do rotor [A/Wb]  
 $R_m$  – Relutância do ímã permanente [A/Wb]  
 $k_C$  – Coeficiente de Carter  
 $R_g$  – Relutância do entreferro [A/Wb]  
 $R_{st}$  – Relutância do dente do estator [A/Wb]  
 $R_{sy}$  – Relutância da coroa do estator [A/Wb]  
 $F_m$  – Força magneto-motriz do ímã permanente [Ae]  
 $F_a$  – Força magneto-motriz da bobina [Ae]  
 $B_r(T)$  – Módulo da indução magnética remanente em função da temperatura [T]  
 $\alpha_{B_rT}$  – Coeficiente de variação da indução magnética remanente com a temperatura [T/°C]  
 $P_{hFe}$  – Perdas por histerese no ferro [W/kg]  
 $P_{ciFe}$  – Perdas por correntes induzidas no ferro [W/kg]  
 $P_{exFe}$  – Perdas excedentes no ferro [W/kg]  
 $W_{hFe}$  – Perdas por histerese no ferro [W]  
 $W_{ciFe}$  – Perdas por correntes induzidas no ferro [W]  
 $W_{exFe}$  – Perdas excedentes no ferro [W]  
 $k_{ci}$  – Constante de perdas por correntes induzidas [W/kg]  
 $k_h$  – Constante de perdas por histerese [W/kg]  
 $k_{ex}$  – Constante de perdas excedentes [W/kg]  
 $f$  - Frequência elétrica de operação do motor [Hz]  
 $F_c$  – Fator de forma da onda trapezoidal em relação à senoidal  
 $W_{Cu}$  – Perdas no cobre [W]  
 $R_{ph}(T)$  – Resistência de fase em função da temperatura de operação [ $\Omega$ ]  
 $\alpha_{RT}$  – Coeficiente de variação da resistência em função da temperatura [ $\Omega/^\circ\text{C}$ ]  
 $P_{shaft}$  – Potência mecânica disponível no eixo [W]  
 $\eta$  – Eficiência ou rendimento do motor



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	15
1.2	OBJETIVOS .....	16
1.3	METODOLOGIA.....	16
1.4	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	16
<b>2</b>	<b>MOTOR SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES .....</b>	<b>18</b>
2.1	DEFINIÇÃO.....	18
2.2	TIPOS DE MOTORES SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES.....	19
<b>2.2.1</b>	<b>Rotor interno.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Rotor externo .....</b>	<b>21</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Rotor axial.....</b>	<b>22</b>
2.3	FUNIONAMENTO DE UM MOTOR SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES.....	22
<b>2.3.1</b>	<b>Princípios eletromagnéticos da produção de torque .....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Geração de força contra eletromotriz ou tensão induzida.....</b>	<b>24</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Acionamento de um motor BLDC .....</b>	<b>26</b>
2.4	FUNDAMENTOS PARA PROJETO DE UM MOTOR BLDC .....	28
<b>2.4.1</b>	<b>Definição do tipo de motor.....</b>	<b>28</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Definição da classe dos ímãs permanentes .....</b>	<b>29</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Definição do número de fases .....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.4</b>	<b>Definição do número de ranhuras e polos .....</b>	<b>33</b>
2.5	CONCLUSÃO.....	34
<b>3</b>	<b>PROJETO DE UM MOTOR BLDC COM ROTOR INTERNO .....</b>	<b>35</b>
3.1	DIMENSIONAMENTO DAS LÂMINAS DO ROTOR .....	36
3.2	DIMENSIONAMENTO DAS BOBINAS DO ESTATOR .....	40

3.2.1	<b>Número de espiras por bobina .....</b>	<b>40</b>
3.2.2	<b>Diâmetro do condutor .....</b>	<b>41</b>
3.2.3	<b>Seção transversal de uma bobina .....</b>	<b>41</b>
3.3	<b>DIMENSIONAMENTO DAS LÂMINAS DO ESTATOR.....</b>	<b>42</b>
3.3.1	<b>Dentes e coroa do estator .....</b>	<b>42</b>
3.3.2	<b>Sapata do dente.....</b>	<b>43</b>
3.3.3	<b>Ranhura .....</b>	<b>44</b>
3.3.4	<b>Dimensionamento final da lâmina do estator.....</b>	<b>45</b>
3.4	<b>DEFINIÇÃO DO ESQUEMA DE BOBINAGEM .....</b>	<b>45</b>
3.4.1	<b>Metodologia para definição do esquema de bobinagem .....</b>	<b>45</b>
3.4.2	<b>Fator de bobinagem.....</b>	<b>48</b>
3.5	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>49</b>
4	<b>ANÁLISE DO MOTOR POR RESOLUÇÃO DE CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS .....</b>	<b>50</b>
4.1	<b>REPRESENTAÇÃO DO MOTOR BLDC POR CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS</b>	<b>51</b>
4.1.1	<b>Cálculo das relutâncias representadas .....</b>	<b>52</b>
4.1.1.1	<i>Relutância da coroa do rotor .....</i>	<i>53</i>
4.1.1.2	<i>Relutância do ímã permanente .....</i>	<i>53</i>
4.1.1.3	<i>Relutância do entreferro.....</i>	<i>55</i>
4.1.1.4	<i>Relutâncias de dispersão na ranhura .....</i>	<i>56</i>
4.1.1.5	<i>Relutâncias do dente do estator.....</i>	<i>57</i>
4.1.1.6	<i>Relutância da coroa do estator.....</i>	<i>58</i>
4.1.2	<b>Cálculo das forças magnetomotrizes.....</b>	<b>58</b>
4.2	<b>RESOLUÇÃO DO CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS CONSIDERANDO A NÃO LINEARIDADE DO AÇO.....</b>	<b>59</b>
4.3	<b>TENSÃO INDUZIDA .....</b>	<b>60</b>
4.4	<b>INDUTÂNCIAS .....</b>	<b>61</b>
4.5	<b>PERDAS MAGNÉTICAS.....</b>	<b>61</b>

4.6	PERDAS NO COBRE.....	64
4.7	EFICIÊNCIA .....	65
4.8	CONCLUSÃO .....	66
<b>5</b>	<b>OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO .....</b>	<b>67</b>
5.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO .....	67
5.2	OTIMIZAÇÃO USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS.....	68
5.3	ALGORITMO GENÉTICO MULTIOBJETIVO NSGA II.....	69
5.4	CONCLUSÃO.....	72
<b>6</b>	<b>METODO DE ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>73</b>
6.1	EQUAÇÕES DE MAXWELL .....	73
6.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	74
<b>6.2.1</b>	<b>Condições de contorno homogêneas.....</b>	<b>74</b>
<b>6.2.2</b>	<b>Condições de periodicidade .....</b>	<b>76</b>
6.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA MAGNETOSTÁTICO.....	77
6.4	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA MAGNETODINÂMICO .....	78
6.5	EQUAÇÃO DE ACOPLAMENTO DE CIRCUITO ELÉTRICO.....	80
6.6	FUNÇÕES DE BASE OU APROXIMAÇÃO NODAL .....	81
6.7	SOFTWARES DE SIMULAÇÃO POR MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	81
6.8	CONCLUSÃO .....	81
<b>7</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>82</b>
7.1	AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA ANALÍTICA .....	82
<b>7.1.1</b>	<b>Níveis de indução magnética no motor .....</b>	<b>82</b>
<b>7.1.2</b>	<b>Tensão induzida nas bobinas do estator .....</b>	<b>84</b>
<b>7.1.3</b>	<b>Indutâncias própria e mútua .....</b>	<b>86</b>
<b>7.1.4</b>	<b>Perdas magnéticas .....</b>	<b>87</b>
<b>7.1.5</b>	<b>Perdas nos enrolamentos calculadas analiticamente.....</b>	<b>88</b>
<b>7.1.6</b>	<b>Eficiência do motor calculada analiticamente .....</b>	<b>88</b>

7.2	PROPOSTA DE UM MOTOR OTIMIZADO .....	88
7.3	AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA ANALÍTICA ACOPLADA AO OTIMIZADOR.....	94
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES FINAIS .....</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNCICE A – Exemplo de aplicação da metodologia para definição de um esquema de bobinagem [2] .....</b>	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo introdutório tem como objetivo expor as razões que motivaram a realização deste trabalho, seus objetivos, a metodologia e a descrição dos capítulos.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

Um motor elétrico, em sua denominação genérica, é um dispositivo capaz de converter energia elétrica em energia mecânica e comumente aplicado na indústria, em eletrodomésticos, em veículos, em brinquedos, em equipamentos médicos, entre outros.

Em um país industrializado moderno aproximadamente 65% da energia elétrica é consumida por motores elétricos [1]. Este fato atrai atenção de ambientalistas e órgãos governamentais que criam rigorosas exigências quanto ao aumento da eficiência energética dos motores. Pela visão econômica, aumento da eficiência geralmente impacta significativamente nos custos de desenvolvimento, tornando o assunto custo/eficiência o foco de grande parte das pesquisas relacionadas a motores elétricos e de grande interesse industrial.

Neste contexto, o uso de motores sem escovas de ímãs permanentes tornou-se uma opção mais atraente do que motores de indução, visto que a utilização de ímãs permanentes não só possibilita melhorar o desempenho, mas também construir motores relativamente menores para o mesmo nível de potência. A redução nos preços dos ímãs permanentes e avanços tecnológicos no ramo de dispositivos semicondutores também contribuem para sua popularização [1].

A melhor eficiência observada nos motores sem escovas de ímãs permanentes deve em grande parte à eliminação de enrolamentos no rotor que geram perdas por efeito Joule. Outro ponto de destaque é que estes não enfrentam problemas de controle causado pela oscilação de torque por ampere devido à variação de resistência do rotor com a temperatura [3].

Os motivos que impulsionam a realização deste trabalho são a crescente utilização dos motores sem escovas de ímãs permanentes e a necessidade de constantes melhorias em termos de eficiência e custo, que deve ser atendida por meio de projetos bem efetuados.

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta dissertação é apresentar e avaliar uma metodologia analítica para dimensionamento e obtenção de resultados de um motor BLDC cedido por um fabricante, através da representação e resolução de um circuito de relutâncias. A avaliação dos resultados analíticos é feita por meio da comparação com resultados de simulações via método de elementos finitos em duas dimensões (MEF-2D) usando os softwares livres Gmsh e GetDP. Além disso, objetiva-se melhorar a eficiência de um projeto de motor já existente, cujos dados foram cedidos pelo fabricante, através de uma otimização multiobjetivo.

## 1.3 METODOLOGIA

A metodologia empregada na elaboração deste trabalho foi dividida em quatro etapas. A primeira delas é referente ao estudo da bibliografia, na qual foram obtidas as informações relevantes sobre o tema. A segunda etapa consistiu no dimensionamento e no desenvolvimento do circuito de relutâncias para cálculo dos parâmetros e do desempenho do motor. Na terceira etapa foram feitas as calibrações e a avaliação no modelo de circuito de relutâncias elaborado usando como referências os resultados obtidos pelo MEF-2D. Na quarta etapa a metodologia analítica foi acoplada a um otimizador multiobjetivo para obter melhorias no motor em termos de eficiência e custo.

## 1.4 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

O capítulo 2 aborda a fundamentação teórica sobre os motores sem escovas de ímãs permanentes e apresenta algumas definições prévias para iniciar um projeto de motores sem escovas.

O capítulo 3 apresenta a metodologia de projeto desenvolvida neste trabalho, onde é realizado o dimensionamento da geometria das lâminas do rotor e do rotor, das bobinas e apresentado um método para definir um esquema de bobinagem.

O capítulo 4 consiste na apresentação da metodologia analítica usando circuito de relutâncias.

O capítulo 5 aborda sucintamente a teoria sobre otimizadores usando algoritmo genético e como este foi aplicado ao trabalho.

O capítulo 6 apresenta sucintamente a teoria do método de elementos finitos aplicado em análise de dispositivos eletromagnéticos.

O capítulo 7 apresenta os resultados obtidos da resolução do circuito magnético e pelo MEF-2D. Além disso, neste capítulo é apresentada uma proposta de um motor otimizado.

O capítulo 8 aborda as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 MOTOR SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES

Este capítulo apresenta de maneira sucinta a teoria de motores sem escovas de ímãs permanentes, incluindo as características que os definem, os tipos e os princípios de funcionamento.

### 2.1 DEFINIÇÃO

Os motores denominados sem escovas, como sugere o nome, são aqueles desprovidos de anéis de deslizamento ou comutador mecânico, encontrados nos motores de corrente contínua convencionais e síncronos de corrente alternada, que têm rotor bobinado [3].

A função das escovas nos motores síncronos de CA é prover alimentação aos enrolamentos do rotor, que gira com velocidade síncrona definida pela frequência de alimentação. Algo que não ocorre nos motores de indução CA onde o rotor gira mais devagar do que o campo girante. Fato que devido à ausência de escovas, toda corrente que circula nos enrolamentos do rotor, são oriundas do processo de indução magnética, que naturalmente exige para tal, movimento relativo entre os condutores do rotor e o campo girante, efeito conhecido como escorregamento e que caracteriza os motores assíncronos [3].

Um motor CC sem escova é essencialmente configurado com ímãs permanentes fixados no rotor e os enrolamentos no estator, enquanto que em um motor CC convencional os ímãs são estáticos e os enrolamentos são solidários ao rotor. Em ambos os casos, a corrente nos condutores deve reverter a polaridade toda vez que ocorre alinhamento com um polo do ímã, a fim de garantir torque unidirecional. No motor CC convencional, a inversão de polaridade é realizada pelas escovas deslizando sobre os anéis comutadores fixados no rotor, e isto significa que os instantes de comutação são automaticamente sincronizados com a polaridade alternada do campo magnético através do qual os condutores estão passando. Já no caso dos motores sem escovas, esta inversão de polaridade ocorre por meio de chaveamento de transistores em sincronismo com a posição do rotor, que é dada por sensor de posição ou algoritmos estimadores. Quando as correntes de fase no motor sem escovas de ímãs permanentes são do tipo corrente contínua, que muda polaridade em sincronia com a passagem alternada dos polos dos ímãs, este é dito operar com excitação em onda quadrada e a forma de onda da FCEM neste caso deve ser idealmente trapezoidal. No entanto, existe



outro modo de operação de motores do tipo sem escovas de ímãs permanentes, no qual as correntes de fase são senoidais e a forma de onda da FCEM deve ser idealmente sinusoidal [3].

De acordo com a referência [1], cerca de 90% de toda manutenção de rotina requerida nos motores CC convencionais ocorre nos comutadores. O autor ainda cita que grande parte das perdas de energia ocorrem nos enrolamentos do rotor e que devido às limitações de refrigeração, a densidade de corrente nos enrolamentos é limitada. Obviamente estes inconvenientes não se aplicam aos motores sem escovas.

## 2.2 TIPOS DE MOTORES SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES

Os motores de ímãs permanentes sem escovas são comercialmente encontrados em dois tipos, os de alimentação em onda quadrada (BLDC) e de corrente senoidal (BLAC). O primeiro possui como características principais sua forma de onda da força contra eletromotriz trapezoidal, enquanto que o segundo tem forma de onda da força contra eletromotriz sinusoidal [1]. Há ainda variantes que apresentam rotor interno, externo ou axial, formatos e técnicas distintas de fixação dos ímãs no rotor que conferem ao conjunto diferentes características [3].

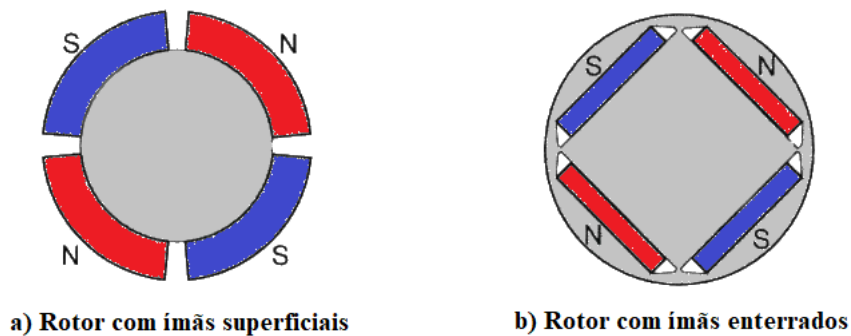
### 2.2.1 Rotor interno

Os motores sem escovas de ímãs permanentes com rotor interno são os que possuem configuração que mais se aproxima dos motores síncronos de CA e indução. Como vantagens, podem-se destacar a alta relação de torque/inércia e facilidade de refrigeração, e como desvantagem, a necessidade de cuidado na fixação dos ímãs no rotor para que se evite o desprendimento [3]. Nesta configuração ainda é possível encontrar rotores com ímãs fixados na superfície ou enterrados.

Com ímãs enterrados se destacam em alguns aspectos em relação aos com ímãs superficiais em motores com seis ou mais polos, onde é possível com ímãs de ferrite, alcançar altos níveis de fluxo magnético no entreferro, o que com rotores de ímãs superficiais só seria possível com ímãs de terras-raras. Outro ponto relevante é sua maior resistência ao desprendimento em altas velocidades. Devido a saliência causada pela diferença entre as relutâncias do eixo direto e de quadratura, esta configuração é mais adequada aos motores de

acionamento sinusoidal. Como as saliências são indesejadas nos motores BLDC, normalmente estes são encontrados com rotores de ímãs superficiais, magnetizados radialmente ou paralelamente, dependendo do formato do ímã. Uma desvantagem desta configuração em relação aos rotores com ímãs enterrados é relacionada ao custo mais elevado dos ímãs em formatos de arco [3]. A Figura 1 mostra a representação de um rotor com ímã superficial e outro com ímã enterrado.

Figura 1 – Tipos de rotor interno.



Fonte: Adaptado de [2].

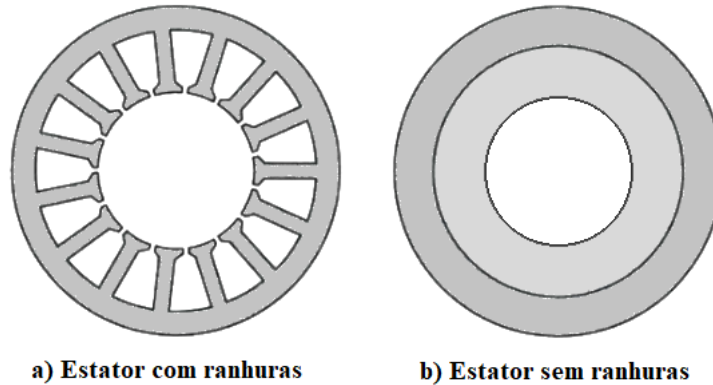
O estator dos motores com configuração de rotor interno pode ser conter ranhuras ou não (*slotless*). Motores de estator com ranhuras, isto é, com abertura na região onde são alocados os condutores, possuem o entreferro menor e por isso, o coeficiente de permeância e indução magnética no entreferro são maiores. A presença de ranhuras melhora a ventilação, mas aumento da relutância na região destas aberturas provoca um efeito conhecido como *cogging torque* [2].

Em um estator sem ranhuras, os enrolamentos são formados em um anel que se encaixa na coroa do estator. Esta forma permite que o motor não apresente o *cogging torque* desde que a relutância vista pelos ímãs do rotor não varie com a posição. Devido à ausência de aberturas, a capacidade de troca de calor com o ar reduz a densidade de corrente permitida nos enrolamentos. Nos motores com estator sem ranhuras, o entreferro é compreendido pelo espaço físico de ar e também pela espessura radial dos enrolamentos, o que resulta em um entreferro relativamente maior, levando a um menor coeficiente de permeância e uma menor indução magnética no entreferro.

Como consequência destes fatos, os motores de estator sem ranhuras entregam menor desempenho quando comparado aos motores de estator com ranhuras. Tal prejuízo poderia ser compensado aumentando a quantidade e a qualidade dos ímãs utilizados [2],

porém isto impacta de custo. A Figura 2 ilustra um estator com ranhuras (a) e um sem ranhuras (b).

Figura 2 – Tipos de estator para motor com rotor interno.



Fonte: Adaptado de [2].

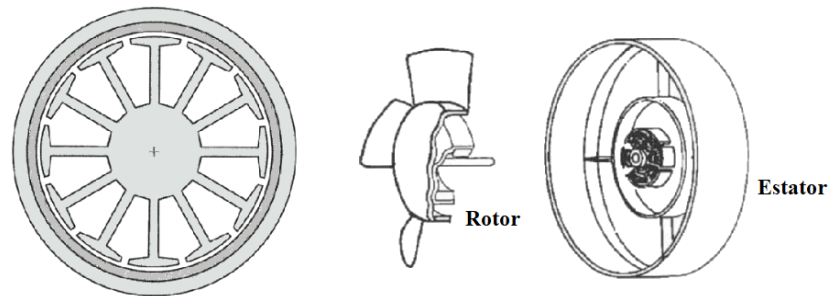
### 2.2.2 Rotor externo

Um motor com configuração de rotor externo ao estator possui basicamente duas peças, sendo uma compreendendo o eixo e rotor em formato de copo com ímãs fixados na parte interna e outra o estator. Esta construção apesar de demandar cuidado quanto ao balanceamento devido a grande massa rotativa, apresenta benefícios como proteção da carcaça do rotor contra desprendimento dos ímãs e possibilidade de utilizar apenas um suporte de rolamento, o que significa redução de custo de fabricação [3].

Considerando ainda seus benefícios, se destaca quando comparado aos motores de rotor interno por possuir maior raio de entreferro e com isto, possibilitar maior capacidade de atingir torque elevado. Como limitação, esta configuração pode apresentar maiores dificuldades de refrigeração e em consequência, prejuízos no desempenho [2].

Esta configuração é muito utilizada em ventiladores de equipamentos eletrônicos, pois são bastante eficientes, de baixo custo, longa vida útil e funcionamento suave [3]. A Figura 3 ilustra a construção de um motor de rotor externo.

Figura 3 - Motor sem escovas de ímãs permanentes com rotor externo.

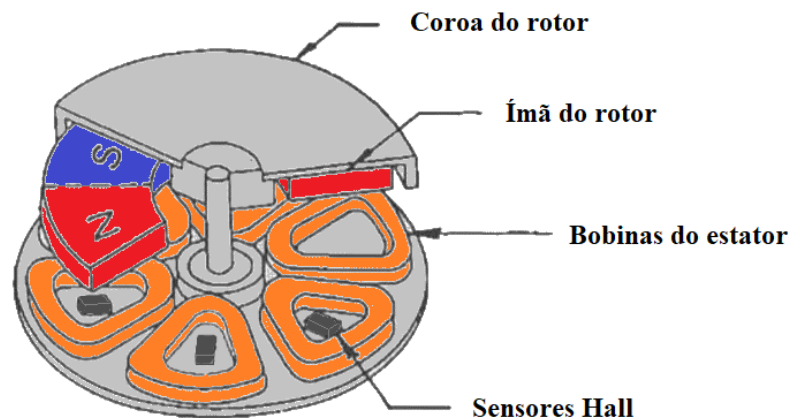


Fonte: Adaptado de [3] e [2].

### 2.2.3 Rotor axial

Esta configuração consiste em um disco com um ímã permanente em forma de arruela fixado em um dos lados formando o rotor, enquanto o estator tem enrolamentos geralmente feitos em circuito impresso. As principais vantagens são a espessura bem fina, operação suave e sem *cogging torque* e custo baixo. Sua aplicação é recomendada para velocidades até 1000 rotações por minuto e baixo torque [3]. A Figura 4 apresenta um motor com entreferro axial.

Figura 4 - Motor sem escovas de entreferro axial.



Fonte: Adaptado de [3].

## 2.3 FUNCIONAMENTO DE UM MOTOR SEM ESCOVAS DE ÍMÃS PERMANENTES

A base para qualquer dispositivo eletromagnético funcionar é o princípio da conversão eletromagnética de energia. Se o dispositivo é um motor sem escovas, a energia elétrica que alimenta as bobinas do estator é convertida em energia magnética, que na forma

de campo magnético irá interagir com outro proveniente de ímãs fixos no rotor criando uma força. Se o campo magnético criado no estator tem comportamento rotativo, haverá a conversão de energia magnética em energia mecânica na forma de rotação. Em uma situação ideal, toda energia elétrica aplicada no motor é convertida em energia mecânica, porém quando se trata de um dispositivo real, o processo de conversão eletromagnética de energia naturalmente envolve perdas no aço, além disso, perdas no cobre e mecânicas também consomem uma fatia da energia de alimentação e por esta razão a potência mecânica verificada no eixo de um motor é sempre menor do que a potência elétrica aplicada.

### 2.3.1 Princípios eletromagnéticos da produção de torque

Quando um objeto carregado ou um condutor percorrido por corrente elétrica, submetidos à ação de um campo elétrico e magnético, respectivamente, é exercida uma força infinitesimal que pode ser calculada pela equação de Lorentz, expressa pela equação 2.1 [6]:

$$d\vec{F} = dQ (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = dQ \vec{E} + \frac{dQ}{dt} (d\vec{l} \times \vec{B}) = dQ \vec{E} + i (d\vec{l} \times \vec{B}) . \quad (2.1)$$

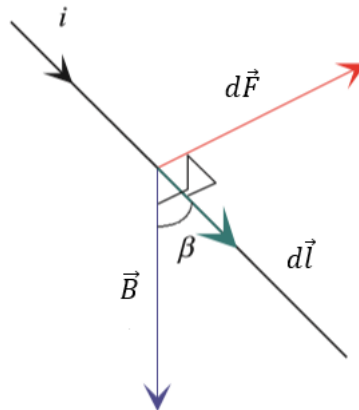
O último termo desta equação particulariza o efeito da criação da força a partir da circulação de corrente  $i$  em um condutor de comprimento infinitesimal  $d\vec{l}$  imerso em um campo magnético, onde  $\vec{B}$  é a indução magnética. Este termo é, em valores matemáticos, a base para se computar o torque eletromagnético de qualquer motor elétrico, atentando ao fato de que para se calcular o torque propriamente dito, basta conhecer a distância em que a força ocorre até o eixo de giro e a magnitude desta força.

Se desconsiderar a parcela de força criada por um campo elétrico sobre um objeto carregado, a equação (2.1) aplicada a motores pode ser reduzida. Na equação (2.2) o produto vetorial é resolvido para permitir que se trabalhe somente com grandezas escalares:

$$d\vec{F} = i (d\vec{l} \times \vec{B}) = i dl B \text{ sen } (\beta) . \quad (2.2)$$

O ângulo  $\beta$  que aparece na equação (2.2) é o menor ângulo entre o condutor e o vetor de indução magnética, como pode ser observado na Figura 5.

Figura 5 - Diagrama vetorial da Força de Lorentz.



Fonte: Adaptado de [6].

Adequando esta teoria aos motores sem escovas de ímãs permanentes, o referido campo magnético tem origem nos ímãs fixados no rotor, enquanto que os condutores do estator quando alimentados cumprem a tarefa final. Com o estator fixo e indeformável, a única componente de força capaz de provocar movimento rotacional é a tangencial que atua sobre o rotor. O torque é proveniente do produto desta força pelo raio do rotor.

### 2.3.2 Geração de força contra eletromotriz ou tensão induzida

Conhecer as características da FCEM gerada pelo motor é de suma importância para avaliar o quão suave é a capacidade de produção de torque e ajudar na determinação do tipo de acionamento e estratégias de controle. Na maioria das vezes os projetistas de motores visam obter sua forma de onda o mais próximo possível das formas trapezoidais ou sinusoidais [3].

A computação da FCEM nos motores sem escovas considera que a distribuição de fluxo magnético no entreferro é fixa no espaço pelos ímãs do rotor e a medida em que este se move, o fluxo concatenado nas bobinas varia. O produto da velocidade em que o rotor se move pela taxa de variação de fluxo concatenado em função da posição do rotor, produz uma tensão induzida denominada força contra eletromotriz.

A equação (2.3) expressa matematicamente a FCEM:

$$e(\xi) = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{d\xi}{dt} = \omega_s \frac{\partial\psi(\xi)}{\partial\xi} = p \omega_m \frac{\partial\psi(\xi)}{\partial\xi}, \quad (2.3)$$

onde  $\psi$  é o fluxo concatenado,  $\xi$  é a posição do rotor,  $\omega_s$  é a velocidade angular elétrica e  $\omega_m$  é a velocidade angular mecânica.

A máxima variação de fluxo concatenado em uma bobina de passo pleno é de  $2\psi_{pk}$  quando há rotação de  $\alpha\pi$  radianos, onde  $\alpha$  é a razão entre o arco polar e o passo polar. Portanto, o pico de FCEM induzida em uma bobina  $\hat{e}_c$  é dado pela equação (2.4):

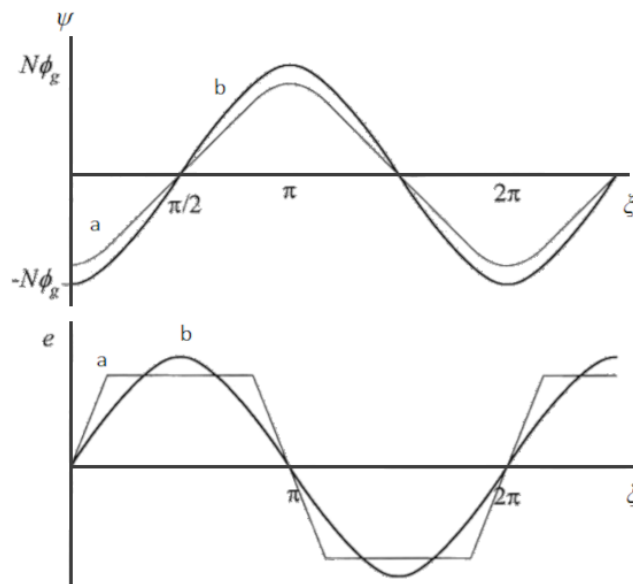
$$\hat{e}_c = p \omega_m \frac{2\psi_{pk}}{\alpha\pi} = p \omega_m \frac{2T_c \Phi_p}{\alpha\pi}, \quad (2.4)$$

onde  $\psi_{pk}$  é o pico de fluxo concatenado em uma bobina,  $T_c$  é o número de espiras por bobina e  $\Phi_p$  é o fluxo por polo devido aos ímãs permanentes, dado pela equação (2.5):

$$\Phi_p = \alpha \frac{\pi D L_{stk}}{2p} B_g. \quad (2.5)$$

Na equação (2.5),  $D$  é o diâmetro do rotor,  $L_{stk}$  é o comprimento do pacote,  $B_g$  é a indução magnética no entreferro e  $p$  é o número de pares de polos. A forma de onda trapezoidal mostrada na Figura 6 é característica de enrolamentos de passo pleno, enquanto que a forma sinusoidal é alcançada por meio de encurtamento de passo, distribuição dos condutores e inclinação de ranhura.

Figura 6 – Formas de onda de FCEM trapezoidal (a) e sinusoidal (b).



Fonte: Adaptado de [2].

### 2.3.3 Acionamento de um motor BLDC

Diferente dos motores convencionais de corrente contínua e de indução, os motores sem escovas de ímãs permanentes não podem ser ligados diretamente na rede, visto que na ausência de escovas, torna necessário um dispositivo intermediário para alimentar as fases no estator em sincronia com a posição do rotor.

Para fornecer tensões e correntes variáveis e acionar as fases de um motor sem escova de ímã permanente, é necessário um dispositivo de acionamento, que inclui basicamente um retificador para converter a tensão de linha CA em uma tensão de barramento CC, um inversor que inclui transistores para chaveamento das fases, e uma unidade de processamento de informações de posição e velocidade do rotor e geração de sinais de controle [3].

Tratando se de um motor que opera em velocidade síncrona, a frequência de chaveamento dos transistores é a mesma que a frequência elétrica em que o rotor gira. Para que o motor atinja sua velocidade nominal em regime sem carga, a demanda de corrente é muito próxima a zero, portanto, basta que a tensão que alimenta suas fases seja igual à tensão induzida.

Quando uma carga é aplicada ao motor, a tendência é que a velocidade do motor seja reduzida e por consequência, a tensão induzida também. Nesta situação, a diferença entre a tensão de alimentação e a tensão induzida nos enrolamentos cria uma corrente elétrica maior do que zero. Para compensar a queda na velocidade do motor, é necessário que a tensão de alimentação seja aumentada de modo que haja balanço energético. A corrente elétrica  $I_{nom}$  drenada por um motor operando em plena carga  $T_{nom}$  é determinada pela constante de torque  $kT$ , dada pela equação 2.6, que por sua vez, é considerada igual a constante de força contra eletromotriz  $kE$  em um motor BLDC, dada na equação (2.7):

$$kT = \frac{T_{nom}}{I_{nom}}, \quad (2.6)$$

$$kE = \frac{2 \hat{e}_{ph}}{\omega_{nom}}. \quad (2.7)$$

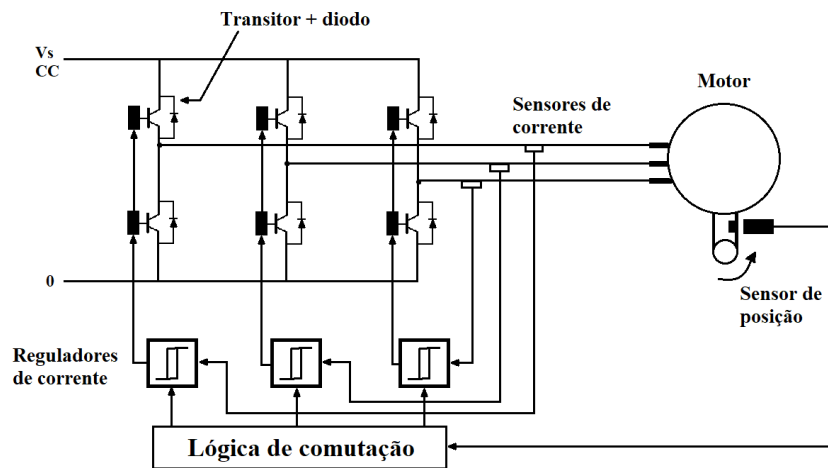
Na equação (2.7), os termos  $\hat{e}_{ph}$  e  $\omega_{nom}$  se referem à tensão induzida em uma fase e a velocidade angular nominal em radianos por segundo, respectivamente.



Segundo [3], a velocidade nominal de um motor de ímãs de ferrite é cerca de 80% da velocidade em operação sem carga. Isto significa que para se atingir a velocidade nominal do motor operando com plena carga é necessário aumentar a tensão de alimentação em 25%.

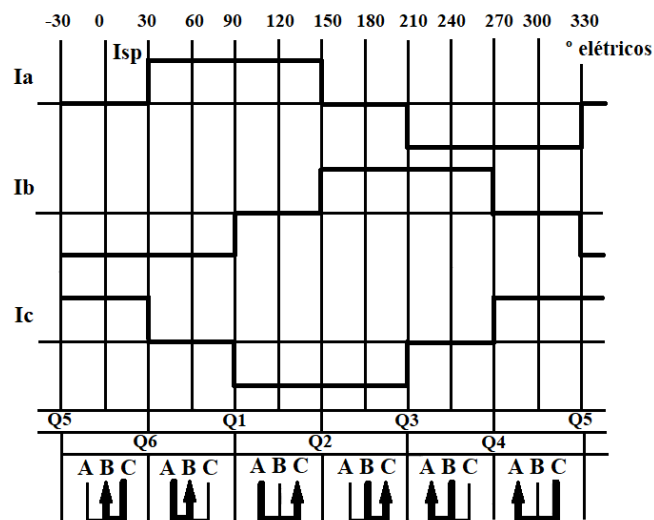
O esquema de acionamento e controle de um motor BLDC e a forma de onda ideal na saída do inversor são mostrados nas Figuras 7 e 8, respectivamente. Observa-se que a cada instante do período elétrico, duas fases estão simultaneamente alimentadas com direções opostas e que cada fase permanece alimentada por 120 graus elétricos, havendo alternância entre uma delas a cada 60 graus elétricos.

Figura 7 - Esquema físico de acionamento de um motor BLDC.



Fonte: Adaptado de [3].

Figura 8 - Forma de onda gerada pelo inversor.



Fonte: Adaptado de [3].

## 2.4 FUNDAMENTOS PARA PROJETO DE UM MOTOR BLDC

Antes de dar início a um projeto de motor, obrigatoriamente deve-se ter em mãos os requisitos funcionais para o mesmo, isto porque todos os aspectos construtivos têm influência direta no desempenho do dispositivo. Para determinar estes requisitos, recomenda-se em primeiro momento uma análise a respeito da aplicação do motor, que deverá conter informações como finalidade e características quantitativas e qualitativas sobre o regime de operação.

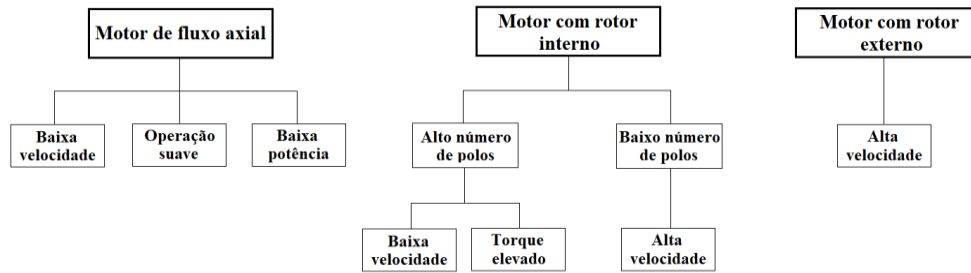
De acordo com [3], após analisar a aplicação e determinar os requisitos, pode-se dar início aos seguintes passos:

- Definir o tipo de motor a ser projetado;
- Definir a classe do ímã;
- Definir o número de fases;
- Definir o número de ranhuras e polos.

### 2.4.1 Definição do tipo de motor

Se uma aplicação exige uma velocidade baixa, constante ou quase constante e ainda *cogging torque* nulo e operação suave, o tipo ideal para esta aplicação é um motor com rotor axial, desde que a demanda de potência seja pequena. Se alto torque em baixas velocidades for requisito, deve-se optar pelo motor com rotor interno, utilizando ímãs de terras raras e número elevado de polos. Mas se for preciso atingir velocidade constante ou quase constante e elevada, os motores com rotor externo cumprem melhor este papel. Ver Figura 9. Se tratando dos motores de rotor interno, a escolha quanto ao acionamento (sinusoidal ou em onda quadrada) deve considerar o custo relativo de cada um em função do nível de potência, sabendo que em sistemas de alta potência, o uso de acionamento sinusoidal representa um custo adicional menos significativo em relação ao conjunto como um todo e em sistemas de baixa potência esse adicional é uma desvantagem considerável [3].

Figura 9 - Tipo de motor e as características da aplicação.



Fonte: [Autor].

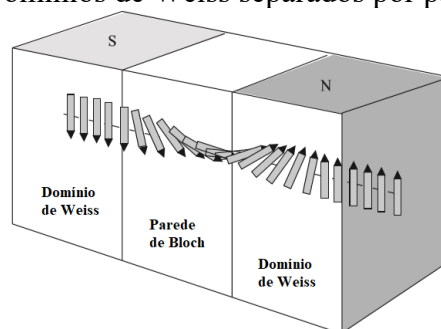
#### 2.4.2 Definição da classe dos ímãs permanentes

Nos motores sem escovas, pode-se dizer que os ímãs cumprem um papel fundamental no que diz respeito ao desempenho. A escolha não é trivial visto que em todas as classes disponíveis existem vantagens e desvantagens, devendo o projetista analisá-los e fazer a escolha que melhor se aplica ao projeto e apresente o melhor custo-benefício. Mas antes de apresentar as classes de ímãs disponíveis, é relevante que se faça uma breve abordagem a respeito das características dos materiais magnéticos que os tornam especiais.

Os ímãs permanentes são materiais duros constituídos de elementos químicos que possuem os chamados momentos magnéticos resultantes da rotação e translação dos elétrons ao redor do núcleo atômico. Em nível microscópico, as regiões cujos momentos magnéticos tendem a se alinhar no mesmo sentido são chamadas de domínios magnéticos [5].

A teoria diz que estas regiões elementares, conhecidas como Domínios de Weiss, são separadas entre si pelas Paredes de Bloch, que são regiões de transição nas fronteiras entre os domínios magnéticos, geralmente posicionadas nas imperfeições do material e impurezas [6]. A Figura 10 ilustra a separação dos domínios de Weiss por uma parede de Bloch.

Figura 10 - Domínios de Weiss separados por parede de Bloch.

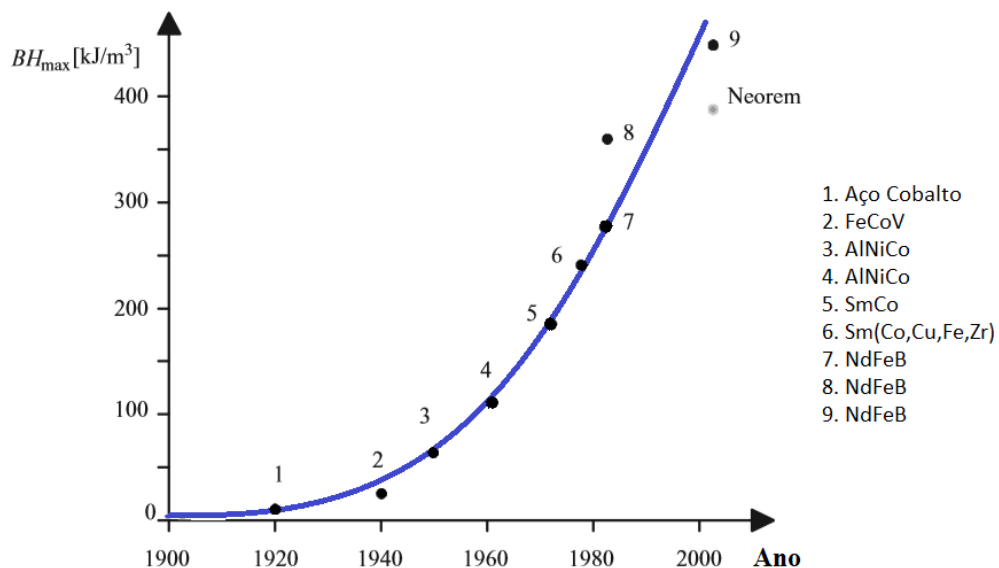


Fonte: Adaptado de [6].

Após a formação destes materiais, os momentos magnéticos encontram-se em direções aleatórias, o que os configuram como desmagnetizados. Para que adquiram direções definidas e formem os domínios é necessário submeter o material à ação de um campo magnético externo suficientemente forte em um processo conhecido como magnetização, que basicamente é representado pela expansão dos domínios com direção igual à do campo externo e encolhimento daqueles com direção contrária. Após este processo, mesmo que se retire o campo magnético externo, o material apresentará uma magnetização residual devido aos momentos magnéticos estarem alinhados em uma direção bem definida [6]. A magnitude desta magnetização residual e outras propriedades como resistência a desmagnetização dependem da composição do material.

Desde que os ímãs permanentes artificiais começaram a ser produzidos no início do século vinte, alguns eventos possibilitaram melhorias significativas nas propriedades ao longo das décadas, como a descoberta do AlNiCo nos anos 1930 [6], emprego de novas técnicas de produção e aplicação de metais de terras raras nos compostos. A Figura 11 mostra a evolução dos ímãs em termo de produto de energia ao logos das décadas.

Figura 11 - Evolução do produto de energia dos ímãs permanentes.



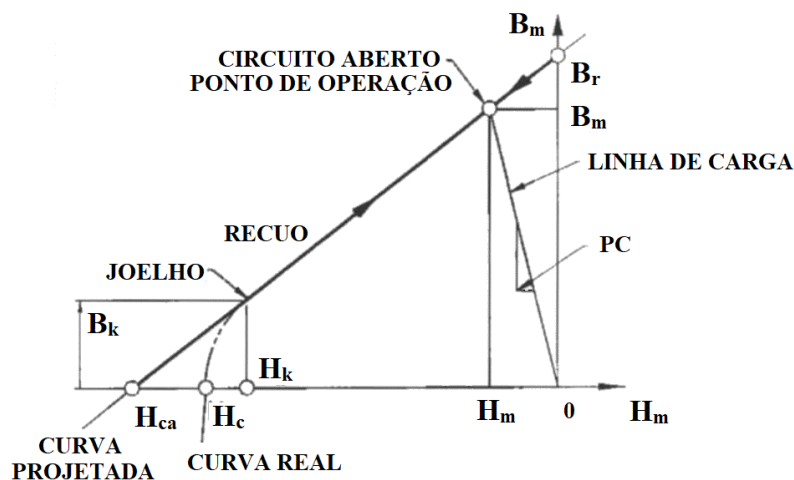
Fonte: Adaptado de [6].

Das propriedades, pode-se citar cinco essenciais para a escolha do ímã para aplicação em motores elétricos. São elas:

- remanência ( $B_r$ ) – indução magnética intrínseca do ímã quando nenhum campo externo é aplicado após o processo de magnetização;
- coercitividade ( $H_{cJ}$ ) – força magnetizante oposta que elimina a remanência;
- coercitividade intrínseca ( $H_{ci}$ ) – força magnetizante que reduz a polarização intrínseca a zero;
- permeabilidade relativa de recuo ( $\mu_{rec}$ ) – gradiente da curva B/H no ponto de remanência relativo à permeabilidade magnética no vácuo ( $\mu_0$ ). Esta propriedade ajuda a limitar o efeito de desmagnetização de reação de armadura;
- magnetização no joelho da curva ( $H_k$ ) – valor do campo magnético no segundo quadrante em que a curva deixa de ser linear, significando que se o ímã operar abaixo deste irá sofrer desmagnetização irreversível.

Os valores destas propriedades são obtidos no segundo quadrante do laço de histerese de um ímã permanente, conforme a Figura 12.

Figura 12 – Segundo quadrante do laço de histerese de um ímã permanente.



Fonte: Adaptado de [3].

Outras duas propriedades relacionadas a temperatura e de grande importância na escolha do ímã são o coeficiente de temperatura e temperatura de Curie. A primeira propriedade é a razão de decaimento da indução magnética remanente em função da elevação de temperatura dada em  $^{\circ}\text{C}^{-1}$  e a segunda é a máxima temperatura suportada pelo material até que perca totalmente e irreversivelmente sua magnetização residual. Como os motores naturalmente se aquecem durante o funcionamento, conhecer estas propriedades é

fundamental para evitar queda de desempenho e desmagnetização total dos ímãs. A Tabela 1 dispõe valores das propriedades dos ímãs disponíveis no mercado.

Tabela 1 - Valores das principais propriedades de ímãs permanentes.

Propriedade	Unidade	Alnico	Ferrite	SmCo	NdFeB
Remanência ( $B_r$ )	T	0,6 a 1,35	0,35 a 0,43	0,7 a 1,05	1,0 a 1,3
Coercitividade intrínseca ( $H_{ci}$ )	kA/m	40 a 130	180 a 400	800 a 1500	800 a 1900
Permeabilidade de recuo ( $\mu_{rec}$ )	-	1,9 a 7	1,05 a 1,15	1,02 a 1,07	1,04 a 1,1
$(BH)_{max}$	kJ/m <sup>3</sup>	20 a 100	24 a 36	140 a 220	180 a 320
Força Magnetizante	kA/m	200 a 600	600 a 1700	1600 a 4000	2000 a 3000
Coefficiente de temperatura $\alpha_{B_r T}$	°C <sup>-1</sup>	-0,01 a -0,02	-0,2	-0,045 a -0,05	-0,08 a -0,15
Coefficiente de temperatura $H_{ci}$	°C <sup>-1</sup>	-0,02	0,2 a 0,4	-0,2 a -0,25	-0,5 a -0,9
Temperatura de Curie	°C	850	450	700 a 800	310 a 350

Fonte: Adaptado de [3].

### 2.4.3 Definição do número de fases

De acordo com [3], o número de fases de um motor influencia no comportamento do torque, sendo que quanto mais fases, menor será a ondulação deste. No entanto, um número elevado de fases requer também um número elevado de transistores no conversor, o que o torna mais caro. É comum de se encontrar motores de duas ou três fases, mas devido a ondulação de torque no primeiro ser demasiada para muitas aplicações, os motores trifásicos são considerados mais atrativos e abrangentes. Na Tabela 2 é apresentada uma relação entre número de fases, transistores necessários e a respectiva ondulação de torque.

Tabela 2 - Relação entre número de fases com a quantidade de transistores necessários e ondulação de torque.

Número de fases	Transistores necessários	Ondulação de torque (%)
2	4 ou 8	30
3	3 ou 6	15
4	8	10
6	12	7

Fonte: Adaptado de [3].

#### 2.4.4 Definição do número de ranhuras e polos

A escolha do número de polos deve ser baseada em fatores como material e classe, do ímã, localização do rotor, construção mecânica do rotor e ímãs, velocidade de rotação e requisitos de inércia. Por via de regra, o número de polos na máquina deve ser inversamente proporcional à velocidade máxima por ela desempenhada, isto é, para que se atinja velocidades elevadas, o recomendado é que se tenha menor número de polos. A lógica é limitar as frequências de chaveamento e conseqüentemente reduzir as perdas nos transistores e no estator. Em motores de alta velocidade é preferível usar dois ou quatro polos [3].

O número de polos também pode ser associado à espessura das coroas do rotor e estator, de forma que para mesmo diâmetro de rotor e carregamentos elétrico e magnético, estas espessuras podem ser reduzidas com o aumento do número de polos. Ou seja, é possível reduzir o diâmetro total do motor aumentando o número de polos [3].

A Tabela 3 apresenta as combinações válidas entre número de polos e ranhuras para motores trifásicos.

Tabela 3 - Combinação do número de ranhuras e polos para motores trifásicos.

Ranhuras	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
Polos	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
			6	8	10	6	8	8	6	8	8	6	8	8	6
			8	10		8	14	10	8	10	10	8	10	10	8
			12	18		12	16	16	10	20	14	10	14	14	10
						14		20	12	22	20	12	16	16	12
						16			18	26	22	14	26	26	14
									20		26	16	28	28	16
									22		28	22	32	32	20
									24			24	34	34	28
												26			30
												28			32
												30			34
												32			38
														40	

Fonte: Adaptado de [3].

Neste trabalho, optou-se pelos ímãs cerâmicos (ferrite) com magnetização radial, cujas características mais atraentes são o baixo custo e a alta resistência à desmagnetização [3]. A indução magnética remanente é igual a 0,4050 T na temperatura ambiente (20 °C) e

permeabilidade de recuo igual a 1,1 [3]. As propriedades como temperatura de Curie e coeficiente de variação da indução remanente são dadas na Tabela 1.

## 2.5 CONCLUSÃO

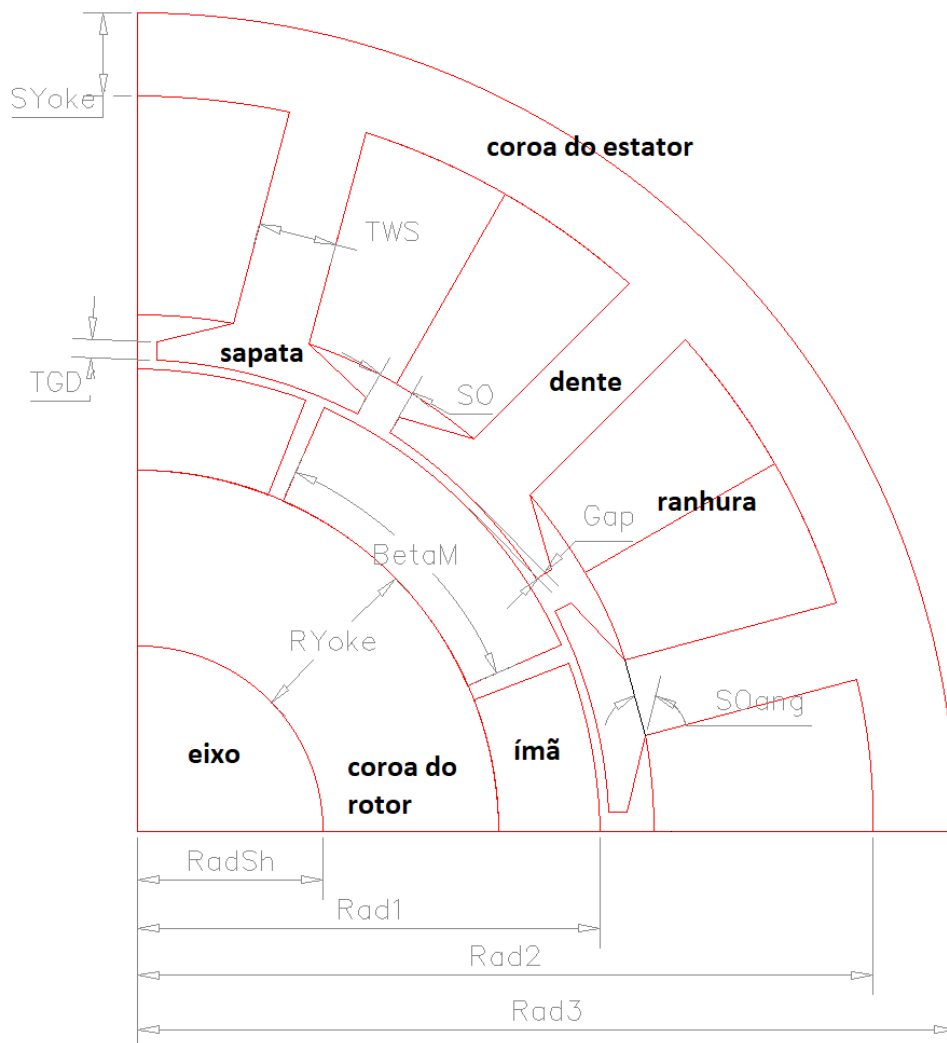
O motor escolhido para ser estudado nesta dissertação é um BLDC com rotor interno e ímãs superficiais, sendo o número de polos igual a 8 e o número de ranhuras igual a 12. O capítulo a seguir fará uma abordagem sobre os processos de dimensionamento para que os requisitos funcionais estabelecidos sejam cumpridos.



### 3 PROJETO DE UM MOTOR BLDC COM ROTOR INTERNO

Neste capítulo serão abordadas as principais técnicas de projeto de motores sem escovas de ímãs permanentes, que consistem no dimensionamento das lâminas do rotor e estator e na escolha da bobinagem. Obviamente, nesta etapa assume-se que todos os requisitos de operação já foram definidos e que deverão ser atendidos. Na Figura 13 são apresentadas as principais variáveis dimensionais das lâminas do rotor e estator que serão discutidas neste capítulo.

Figura 13 - Geometria e variáveis dimensionais do motor BLDC



Fonte: [Autor].

### 3.1 DIMENSIONAMENTO DAS LÂMINAS DO ROTOR

O rotor interno dos motores sem escovas é composto por basicamente uma coroa, formada pelo empilhamento de lâminas de aço elétrico, pelos ímãs permanentes, que são fixados na parte externa da coroa (ímãs superficiais), e pelo eixo, conforme é mostrado na Figura 13.

De acordo com [4], as máquinas elétricas geralmente são caracterizadas pela capacidade de produção de torque por unidade de volume do rotor (TRV), que depende diretamente do produto do carregamento elétrico  $A$  pelo carregamento magnético  $B$ , limitados pelas propriedades dos condutores e ímãs empregados, respectivamente. Como o processo de conversão eletromagnética de energia envolve produção de calor, outro fator limitante é a capacidade de refrigeração da máquina.

O carregamento elétrico  $A$  é definido como a densidade linear de corrente em torno do entreferro, conforme a equação (3.1):

$$A = \frac{2 m T_{ph} I_{rms}}{\pi D}, \quad (3.1)$$

onde  $m$  é o número de fases,  $T_{ph}$  é o número de espiras em série por fase,  $I_{rms}$  é a corrente de fase RMS e  $D$  é o diâmetro externo do rotor.

A Tabela 4 apresenta as condições ideais de refrigeração em função da densidade de corrente. Vale notar que quanto maior a densidade de corrente, maior deverá ser a capacidade de refrigeração da máquina em virtude da maior produção de calor.

Tabela 4 – Condição de refrigeração em função da densidade de corrente.

Condição	A/mm <sup>2</sup>
Totalmente fechado	1,5 - 5
Aberto ou com ventilação forçada	5 - 10
Refrigeração líquida	10 - 30

Fonte: Adaptado de [4].

Pelo interesse em relacionar o carregamento elétrico com a densidade de corrente nas ranhuras, a referência [4] define a equação (3.2):

$$J = \frac{A \sigma_s}{SF_g S_{slot}} = \frac{A}{SF_g SD \left(1 - \frac{TWS}{\sigma_s}\right)}, \quad (3.2)$$

onde  $\sigma_s$  é o passo de ranhura em metros  $\frac{\pi D}{N_s}$ ,  $N_s$  é o número de ranhuras,  $SF_g$  é o fator de enchimento grosseiro (percentual do volume total da ranhura preenchido com cobre),  $S_{slot}$  é a seção transversal da ranhura,  $SD$  é a profundidade da ranhura,  $TWS$  é a largura do dente.

O carregamento magnético  $B$  é definido como o valor médio da indução magnética sobre a superfície do rotor e a componente fundamental do fluxo magnético por polo e é dada pela equação (3.3) [4]:

$$\Phi_1 = B \frac{\pi D L_{stk}}{2p}. \quad (3.3)$$

A FCEM gerada em um motor de fluxo magnético sinusoidal pode ser calculada conforme a equação (3.4):

$$\hat{e}_{ph} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} k_{w1} T_{ph} \Phi_1 f, \quad (3.4)$$

onde  $k_{w1}$  é a fundamental do fator de bobinagem,  $T_{ph}$  é o número de espiras em série por fase e  $f$  é a frequência fundamental.

Considerando que toda energia eletromagnética ( $e i$ ) é armazenada no entreferro e convertida em energia mecânica ( $T \omega_m$ ), determina-se a o torque eletromagnético na equação (3.5), a partir das equações (3.1), (3.3) e (3.4):

$$T = \frac{\pi D^2 L_{stk}}{4} \frac{\pi}{\sqrt{2}} k_{w1} B A. \quad (3.5)$$

Se o volume do rotor é dado por  $\left(\frac{\pi D^2 L_{stk}}{4}\right)$ , define-se então a relação torque/volume do rotor na equação (3.6):

$$TRV = \frac{T}{V_r} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} k_{w1} B A. \quad (3.6)$$

A Tabela 5 apresenta valores típicos de TRV em função da capacidade de refrigeração e do tipo de ímãs utilizado [4].

Tabela 5 - Valores típicos de TRV em função das características da máquina.

Características da máquina	TRV (kNm/m <sup>3</sup> )
Motores pequenos totalmente fechados (ímãs de ferrite)	7 - 14
Motores totalmente fechados (ímãs de terras raras)	14 - 42
Motores totalmente fechados (ímãs de NdFeB colados)	20
Motores industriais de potência integral	7 - 30
Servomotores de alto desempenho	15 - 50
Máquinas para aplicações aeroespaciais	30 - 75
Máquinas de grande porte refrigeradas a líquido	100 - 250

Fonte: Adaptado de [4].

Com posse destas informações, o dimensionamento das lâminas do rotor mostrado na Figura 13 é iniciado pelo raio externo, que é calculado na equação (3.7):

$$Rad1 = \sqrt[3]{\frac{T}{TRV \pi 2 k}}, \quad (3.7)$$

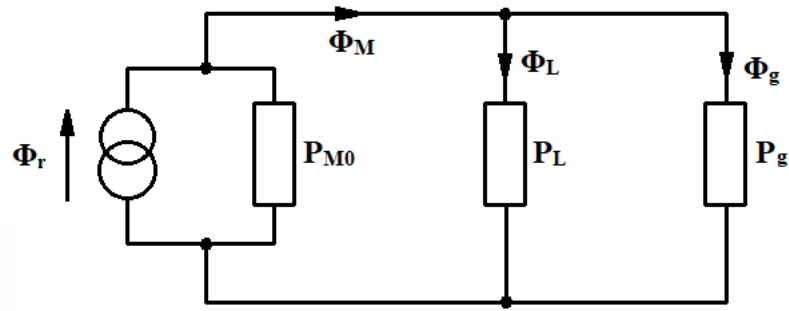
onde,  $Rad1$  é o raio do rotor,  $T$  é o torque no eixo do motor requisitado no projeto e  $k$  é a constante de proporcionalidade entre o comprimento do pacote  $L_{stk}$  e o diâmetro externo do rotor  $D$ . Apesar de  $k$  poder apresentar valores mais elevados em casos específicos, não é recomendado, pois a rigidez do rotor pode ser prejudicada [3].

Feito o dimensionamento bruto do rotor, deve-se determinar as demais dimensões das lâminas que formam a coroa, para isso, considera-se que esta seja capaz de conduzir a metade de todo fluxo magnético que cruza o entreferro sem que haja saturação. O cálculo da espessura da coroa do rotor é determinado pela equação (3.8):

$$RYoke = \frac{\Phi_g}{2 B_{ry} L_{stk}}. \quad (3.8)$$

A magnitude do fluxo no entreferro  $\Phi_g$  que aparece na equação (3.8) depende da remanência e das dimensões do ímã permanente e do entreferro, e é calculada a partir do circuito equivalente magnético da Figura 14.

Figura 14 - Circuito equivalente magnético referente a um polo.



Fonte: Adaptado de [3].

Este circuito descreve o caminho e as relutâncias pelas quais o fluxo que sai do ímã percorre até o entreferro. O cálculo do fluxo magnético no entreferro  $\Phi_g$  é feito na equação (3.9):

$$\Phi_g = \frac{P_g}{(P_g + P_L + P_{m0})} \Phi_r, \quad (3.9)$$

onde,  $P_g$  é a permeância do entreferro  $\left(\frac{1}{R_g}\right)$ ,  $P_L$  é a permeância de dispersão,  $P_{m0}$  é a permeância interna do ímã permanente e  $\Phi_r$  é o fluxo remanente.

Sendo o fluxo disperso uma parcela do fluxo que sai do ímã e não chega ao entreferro, define-se fator de dispersão  $f_{LKG}$ , cujo valor típico é 0,9 [3]. A equação (3.9) é reescrita conforme a equação (3.10) [3]:

$$\Phi_g = \frac{1}{\left(\frac{1}{f_{LKG}} + P_{m0} R_g\right)} \Phi_r. \quad (3.10)$$

Os cálculos da permeância interna do ímã  $P_{m0}$  e da relutância do entreferro  $R_g$  são feitos nas equações (3.11) e (3.12), respectivamente:

$$P_{m0} = \frac{\mu_{rec} \mu_0 S_m}{L_m}, \quad (3.11)$$

$$R_g = \frac{k_C \text{Gap}}{\mu_0 S_g}, \quad (3.12)$$

onde ( $k_C Gap$ ) é o comprimento efetivo do entreferro em um motor com estator com ranhuras,  $S_m$  e  $S_g$  são as respectivas seções do ímã e entreferro,  $L_m$  é a espessura do ímã e  $\mu_{rec}$  é a permeabilidade de recuo do ímã.

As áreas do ímã e entreferro são calculadas conforme as equações (3.13) e (3.14):

$$A_m = BetaM r_g L_{stk} , \quad (3.13)$$

$$A_g = BetaM r_m L_{stk} , \quad (3.14)$$

onde  $BetaM$  é o arco do polo (arco do ímã) em radianos mecânicos e  $r_g$  e  $r_m$  são os raios até a metade do entreferro e até a metade do ímã.

O fluxo remanente  $\Phi_r$  é calculado na equação (3.15):

$$\Phi_r = B_r S_m . \quad (3.15)$$

Considera-se que a espessura dos ímãs segue a proporção recomendada por [3][4], isto é, de 5 a 10 vezes a espessura do entreferro (0,5mm – 1mm, para motores pequenos), no entanto a adoção de valores próximos a 10 garantem maior resistência à desmagnetização em situações de falha.

## 3.2 DIMENSIONAMENTO DAS BOBINAS DO ESTATOR

O dimensionamento das bobinas do estator ocorre em duas etapas, sendo que na primeira define-se o número de espiras em cada bobina e na segunda o diâmetro do condutor. Por fim é calculada a seção transversal da bobina, que posteriormente será utilizada para dimensionar a ranhura.

### 3.2.1 Número de espiras por bobina

Pelo conceito de constante de FCEM  $kE$  já apresentado no capítulo 2, tem-se:

$$kE = \frac{\hat{e}_{tl}}{\omega_{nom}} \approx \frac{V_s}{\omega_{NL}} , \quad (3.16)$$

onde  $\hat{e}_u$  é o pico da tensão de linha induzida,  $\omega_{nom}$  é a velocidade nominal,  $V_s$  é tensão de alimentação e  $\omega_{NL}$  é a velocidade que o motor opera sem carga. Em motores de ímãs cerâmicos (ferrite), a velocidade nominal deve ser considerada 80% da velocidade em operação sem carga.

De acordo com [3], o cálculo do pico da tensão induzida em uma fase  $\hat{e}_{ph}$  em motores BLDC é realizado conforme as equações (3.17):

$$\hat{e}_{ph} = T_{ph} B_g D_{si} L_{stk} \omega_m . \quad (3.17)$$

Sendo a razão entre  $\hat{e}_u$  e  $\hat{e}_{ph}$  nos motores de onda quadrada igual a 2, calcula-se o número de espiras por fase. A relação entre o número de espiras por fase  $T_{ph}$  e número de espiras por bobina  $T_c$  é dado pela equação (3.18):

$$T_{ph} = \frac{T_c CPP 2 p}{a} , \quad (3.18)$$

onde,  $CPP$  é o número de bobinas por polo por fase  $\frac{N_s}{2 p m}$  e  $a$  é o número de caminhos paralelos.

### 3.2.2 Diâmetro do condutor

Para calcular o diâmetro do condutor, deve-se conhecer a corrente em rms  $I_{rms}$  necessária para fornecer a potência nominal e a densidade de corrente  $J$  na máquina. O menor diâmetro do condutor é calculado conforme a equação (3.19):

$$D_c = \sqrt{\frac{4 I_{rms}}{\pi J}} . \quad (3.19)$$

### 3.2.3 Seção transversal de uma bobina

Uma vez determinado o número de espiras por bobina  $T_c$  e o diâmetro do condutor  $D_c$ , pode-se calcular a seção transversal de um lado da bobina  $S_{coil}$ , conforme a equação (3.20):

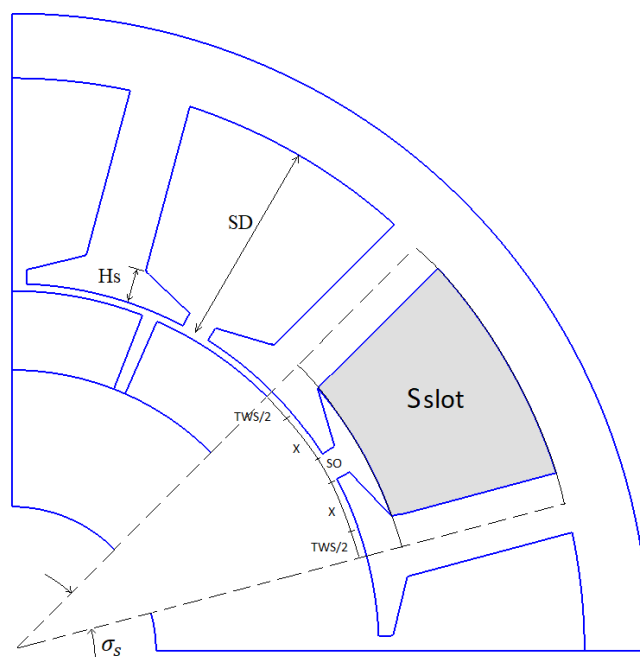
$$S_{coil} = T_c \left( \frac{\pi D_c^2}{4} \right). \quad (3.20)$$

### 3.3 DIMENSIONAMENTO DAS LÂMINAS DO ESTATOR

O dimensionamento básico das lâminas do estator é feito de forma que as ranhuras acomodem as bobinas e que os dentes e coroa não saturem com a passagem de fluxo magnético. No entanto, alguns aspectos como *cogging torque*, resistência mecânica e manufatura devem ser observados.

Com base no estator mostrado na Figura 15, esta seção fará uma abordagem das principais dimensões das lâminas e métodos de cálculo.

Figura 15 - Estator com ranhuras de um motor com rotor interno.



Fonte: [Autor].

#### 3.3.1 Dentes e coroa do estator

Os dentes do estator são saliências no núcleo ferromagnético envolvidas por bobinas e têm a importante função de concentrar o máximo de fluxo magnético no interior de uma bobina. Assim sendo, o dimensionamento desta parte é feito de forma a evitar saturação magnética e perdas excessivas no ferro. A coroa do estator atua como ponte, permitindo a



passagem de fluxo magnético de um dente para outro. Em projeto, este propósito é alcançado por meio de manipulação das dimensões perpendiculares às linhas de fluxo magnético, ou seja, largura do dente e espessura da coroa.

Para calcular a largura do dente  $TWS$ , considera-se que este seja capaz de conduzir uma fração do fluxo magnético que cruza entreferro, que grosseiramente pode ser considerada como a razão entre o número de polos e ranhuras. Já a espessura da coroa  $SYoke$  é dimensionada para que esta parte seja capaz de conduzir metade do fluxo magnético que passa pelo dente. Portanto os cálculos da largura do dente e espessura da coroa são apresentados nas equações (3.21) e (3.22):

$$TWS = \frac{2p}{N_s} \frac{\Phi_g}{B_{st} L_{stk}}, \quad (3.21)$$

$$SYoke = \frac{\Phi_{st}}{2 B_{sy} L_{stk}}, \quad (3.22)$$

onde  $N_s$  é o número de ranhuras e  $B_{st}$  é a máxima indução magnética no dente, que de acordo com [3][4], deve ser limitada em torno de 1,6 T,  $\Phi_{st}$  é o fluxo no dente do estator e  $B_{st}$  é a máxima indução magnética na coroa do estator, que tipicamente fica abaixo de 1,5 T.

### 3.3.2 Sapata do dente

A sapata é a parte mais extrema do dente do estator, que em alguns caso é ampliada em relação ao corpo. Como efeito desta ampliação, a variação da relutância vista pelos ímãs do rotor é minimizada e conseqüentemente reduz o *cogging torque*. Em situações ideais, quanto mais próximo o arco da sapata for em relação ao passo da ranhura, melhor, porém uma ampliação extrema causa dificuldades de inserção automatizada das bobinas. Por esta razão os estatores com ranhuras possuem espaços entre os dentes chamados de abertura de ranhura  $SO$ .

As sapatas possuem outros dois parâmetros construtivos, a espessura do bico do dente e ângulo de inclinação da sapata, indicados na Figura 13 como  $TGD$  e  $SOang$ . De acordo com [3], é comum, mas não uma regra, que a medida da espessura do bico seja a mesma da abertura da ranhura, enquanto que o ângulo de inclinação da sapata deve ser definido de forma a conferir rigidez mecânica e evitar dispersão de fluxo.

### 3.3.3 Ranhura

Uma vez calculada a área da seção transversal de um lado de bobina  $S_{coil}$ , é possível calcular a área total da ranhura  $S_{slot}$ , considerando que esta deve possuir uma porcentagem livre. A razão entre a área preenchida e a área total da ranhura é denominada fator de enchimento grosseiro  $SF_g$ , que pode adotar valores entre 0,3 e 0,35 para enrolamentos de dupla camada ou entre 0,65 e 0,7 para enrolamentos de camada simples [3]. A equação (3.23) mostra o cálculo da área total da ranhura considerando um enrolamento de dupla camada:

$$S_{slot} = \frac{2 S_{coil}}{SF_g} . \quad (3.23)$$

A determinação da profundidade da ranhura  $SD$  ocorre por meio de cálculos trigonométricos aplicados no setor circular de ângulo  $\sigma_s$  e raio  $(Rad1 + Gap + SD)$ , conforme a Figura 15. Nesta, observa-se que a área deste setor é dividida em duas partes dando origem a um setor de mesmo ângulo, porém de raio menor  $(Rad1 + Gap + Hs)$  e um segmento de coroa circular que abrange toda ranhura e duas metades de dois dentes consecutivos. Matematicamente, a área da ranhura  $S_{slot}$  pode ser calculada como o resultado da área do setor de raio maior  $A0$  subtraída do setor de raio menor  $A1$  e de duas metades de dente  $A2$ , conforme as equações (3.24) – (3.29):

$$A0 = \frac{\sigma_s}{2} (Rad1 + Gap + SD)^2 , \quad (3.24)$$

$$A1 = \frac{\sigma_s}{2} (Rad1 + Gap + Hs)^2 , \quad (3.25)$$

$$A2 = TWS (SD - Hs) , \quad (3.26)$$

$$S_{slot} = A0 - A1 - A2 , \quad (3.27)$$

$$Hs = TGD + x \tan(SOang) , \quad (3.28)$$

$$x = \frac{(Rad1 + Gap) \sigma_s - (TWS + SO)}{2} , \quad (3.29)$$

onde  $H_s$  e  $x$  são a altura e o comprimento da sapata do dente, respectivamente.

Após as devidas substituições, a única incógnita é a profundidade da ranhura  $SD$ , obtida pela resolução da equação de segundo grau originada ao igualar a equação (3.27) à equação (3.23).

### 3.3.4 Dimensionamento final da lâmina do estator

Uma vez obtidas as dimensões dos dentes, coroa e ranhura, é possível determinar a dimensão final da máquina dada pelo raio externo do estator  $Rad3$ , conforme a equação (3.30):

$$Rad3 = Rad1 + Gap + SD + SYoke . \quad (3.30)$$

## 3.4 DEFINIÇÃO DO ESQUEMA DE BOBINAGEM

A disposição das bobinas das fases nas ranhuras, tem influência direta na forma de onda da FCEM, isto porque o fluxo enlaçado pelas bobinas é variável em função da distribuição espacial dos amperes-condutores no estator. Por esta razão, é conveniente que após estabelecer um esquema de bobinagem, a forma de onda da FCEM gerada seja avaliada e, se necessário, realizar ajustes.

### 3.4.1 Metodologia para definição do esquema de bobinagem

Uma vez escolhida uma das combinações válidas de número de polos e ranhuras apresentadas na Tabela 3, é possível determinar o esquema de bobinagem com auxílio de uma metodologia proposta por [2], dadas as seguintes considerações:

- O motor possui três fases;
- Todas as ranhuras são preenchidas;
- O enrolamento é de dupla camada, isto é, cada ranhura acomoda dois lados de bobina;

- Somente enrolamentos balanceados são considerados, isto é, combinações de número de ranhuras e polos que resultam em defasagem de 120° elétricos entre as ondas de FCEM das fases;
- O número de ranhuras por polo por fase é igual ou menor do que dois;
- Todas as bobinas têm o mesmo número de espiras e o passo das bobinas têm o mesmo número de ranhuras.

Esta metodologia tem como objetivo auxiliar na elaboração de um esquema de bobinagem que maximiza o desempenho e facilita o processo de bobinagem para qualquer combinação válida do número de ranhuras e polos. Sua execução compreende os seguintes passos:

- Encontrar o deslocamento de fase em número de ranhuras  $K_o$ , submetendo a equação (3.31) a um processo iterativo:

$$\text{rem}\left(\frac{3 N_m}{2 N_s} K_o, 3\right) = 1 . \quad (3.31)$$

- Determinar o passo de bobina, que em motores com ranhuras é convenientemente expresso em número de ranhuras. Em termos gerais, deve ser o mais próximo possível do passo polar, para que o enlace de fluxo seja maximizado e consequentemente maximizar o FCEM induzida na bobina. O cálculo deste é feito conforme a equação (3.32):

$$S = \max \left[ \text{int} \left( \frac{N_s}{N_m} \right) \right] . \quad (3.32)$$

- Determinar o número de bobinas por fase.
- Alocar a primeira bobina da fase A, que entra na ranhura 1 e sai na ranhura  $(1+S)$ .
- Calcular o deslocamento angular em °E  $\theta$  de todas as bobinas possíveis. Este deslocamento é calculado a partir do ângulo relativo  $\theta_c$  e varia entre -180°E e 180°E, conforme as equações (3.33) e (3.34):

$$\theta_c = (k - 1) \frac{N_m}{N_s} 180 , \quad (3.33)$$

$$\theta = \text{rem}(\theta_c + 180, 360) - 180 , \quad (3.34)$$

onde  $\text{rem}(a,b)$  é a função que retorna o resto da divisão de  $a/b$  e  $k$  é o índice da bobina (1,2,...,  $N_s$ ).

A bobina cujo deslocamento angular excede em magnitude  $90^\circ$ , sua direção é invertida e deslocada em  $180^\circ$  e tem o valor corrigido.

- Após selecionar para a fase A as bobinas de menor ângulo, as bobinas das fases B e C são alocadas utilizando o deslocamento de fase calculado no passo 1. O índice das ranhuras de entrada ou saída das bobinas das fases B e C pode ser obtido pelas equações (3.35) e (3.36), respectivamente:

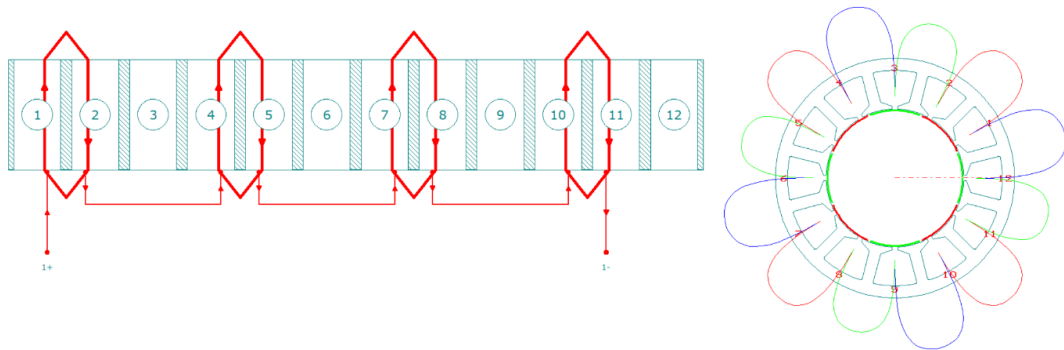
$$B_{\frac{in}{out}} = A_{\frac{in}{out}} + K_o , \quad (3.35)$$

$$C_{\frac{in}{out}} = B_{\frac{in}{out}} + K_o . \quad (3.36)$$

- O enrolamento é considerado válido quando todas as ranhuras são preenchidas e contêm dois lados de bobina cada.

O esquema de bobinagem utilizado no motor estudado é apresentado na Figura 16 com a representação da fase A. Este foi cedido pelo fabricante junto aos demais dados do motor para estudo nesta dissertação, portanto não será modificado ao longo do trabalho.

Figura 16 - Esquema de bobinagem do motor estudado.



Fonte: [Autor].

O apêndice A mostra um esquema de bobinagem feito a partir da metodologia apresentada.

### 3.4.2 Fator de bobinagem

Na prática de projeto de motores, são definidos fatores de passo ( $k_p$ ), de distribuição ( $k_d$ ) e inclinação ( $k_s$ ), que comumente são combinados e chamados de fator de bobinagem. Este fator aplicado a um determinado enrolamento expressa a razão entre o fluxo concatenado atual e um fluxo concatenado em um enrolamento hipotético de passo pleno com mesmo número de espiras por bobina, porém sem inclinação, com apenas uma camada e uma ranhura por polo por fase.

O fator de distribuição leva em conta a distribuição das bobinas nas ranhuras do estator, sendo suficiente para seu cálculo conhecer os ângulos de deslocamento de cada bobina [2]. Já os fatores de passo e inclinação, levam em conta os efeitos do passo de bobina e inclinação de ranhura ou ímãs, respectivamente [3]. Os cálculos individuais dos fatores de distribuição, passo e inclinação para as  $n$  harmônicas são mostrados nas equações (3.37), (3.38) e (3.40), respectivamente:

$$k_{dn} = \frac{1}{N_{cph}} \sum_{k=1}^{N_{cph}} e^{-jn\theta_k}, \quad (3.37)$$

onde  $N_{cph}$  é o número de bobinas por fase,  $j$  é um número imaginário e  $\theta_k$  é o ângulo de deslocamento da bobina  $k$  em radianos elétricos.

$$k_{pn} = \sin\left(n \frac{\alpha}{2}\right), \quad (3.38)$$

$$\alpha = S \frac{N_m}{N_s} \pi, \quad (3.39)$$

onde  $\alpha$  é o passo de bobina em radianos elétricos e  $S$  é o passo de bobina em número de ranhuras.

$$k_{sn} = \frac{\sin\left(n \frac{\sigma}{2}\right)}{n \frac{\sigma}{2}}, \quad (3.40)$$

$$\sigma = inc \frac{N_m}{N_s} \pi , \quad (3.41)$$

onde  $\sigma$  é a inclinação em radianos elétricos e  $inc$  é a inclinação em número de ranhuras.

A combinação destes três fatores dá origem ao fator de bobinagem, conforme apresenta a equação (3.42):

$$k_{wn} = k_{pn} k_{dn} k_{sn} . \quad (3.42)$$

No apêndice A foi calculado a fundamental do fator de bobinagem para o esquema exemplificado.

### 3.5 CONCLUSÃO

Considerando que todas as etapas de dimensionamento foram realizadas, é necessário avaliar o motor recém projetado para garantir que os requisitos funcionais sejam devidamente cumpridos. Para isso, o capítulo adiante apresentará uma metodologia analítica para cálculo dos parâmetros do motor.

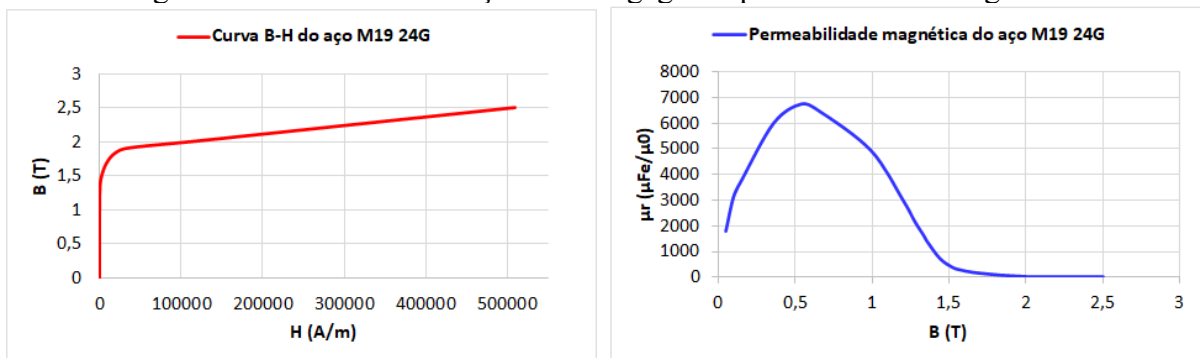
#### 4 ANÁLISE DO MOTOR POR RESOLUÇÃO DE CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS

Para possibilitar uma rápida análise de dispositivos eletromagnéticos, é comum que estes sejam modelados analiticamente, uma vez que soluções numéricas geralmente são mais lentas e, em etapas iniciais de projeto, é interessante que se tenha uma ferramenta mais ágil para auxiliar nas tomadas de decisão. Por esta questão, é interessante avaliar o quão precisos ou não, são os resultados obtidos por método analítico se comparado aos obtidos via simulação por método de elementos finitos.

A metodologia proposta nesta dissertação é a resolução de um circuito de relutâncias, que usa como base as leis do eletromagnetismo para calcular a distribuição de fluxo magnético em uma máquina elétrica.

A relação entre permeabilidade magnética e relutância magnética, dada pela equação (4.1), depende de três fatores: a distância que o fluxo magnético percorre dentro do meio ( $L$ ), a seção pela qual o fluxo atravessa ( $S$ ) e a permeabilidade magnética do meio ( $\mu$ ), que para materiais ferromagnéticos, esta é não linear e obedece à curva B-H. Na Figura 17 encontram-se a curva B-H e a permeabilidade magnética em função da indução magnética das lâminas do aço M19-24 gage, utilizadas no motor estudado.

Figura 17 - Curva B-H do aço M19 24 gage e a permeabilidade magnética.



Fonte: [Autor].

O comportamento natural do fluxo magnético em um circuito de relutâncias é similar ao da corrente elétrica em um circuito elétrico, isto é, o fluxo, seja ele elétrico ou magnético, sempre fluirá pelo caminho que apresenta menor resistência ou relutância. O objetivo de resolver um circuito de relutâncias é exatamente conhecer a distribuição do fluxo magnético. Representar um dispositivo eletromagnético por um circuito de relutâncias requer dividi-lo em partes e, em cada uma destas definir uma relutância, que serão devidamente conectadas,



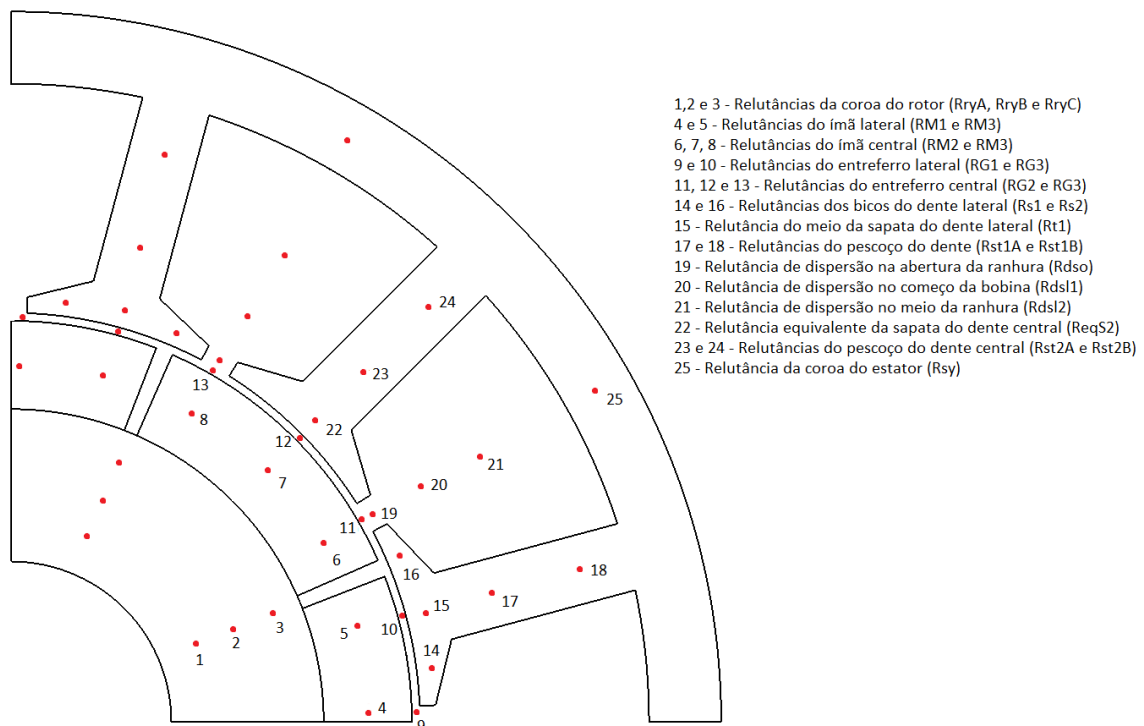
formando uma rede de acordo com a tendência do fluxo magnético. Depois da representação, cada relutância deve ser modelada em função da geometria do dispositivo usando a equação (4.1):

$$R = \frac{L}{\mu S}. \quad (4.1)$$

#### 4.1 REPRESENTAÇÃO DO MOTOR BLDC POR CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS

O motor em questão foi representado por um quarto de seu modelo, usando como base a geometria da Figura 18, que mostra os pontos onde foram calculadas as relutâncias. Estas, por sua vez, foram calculadas usando os parâmetros dimensionais indicados na Figura 13.

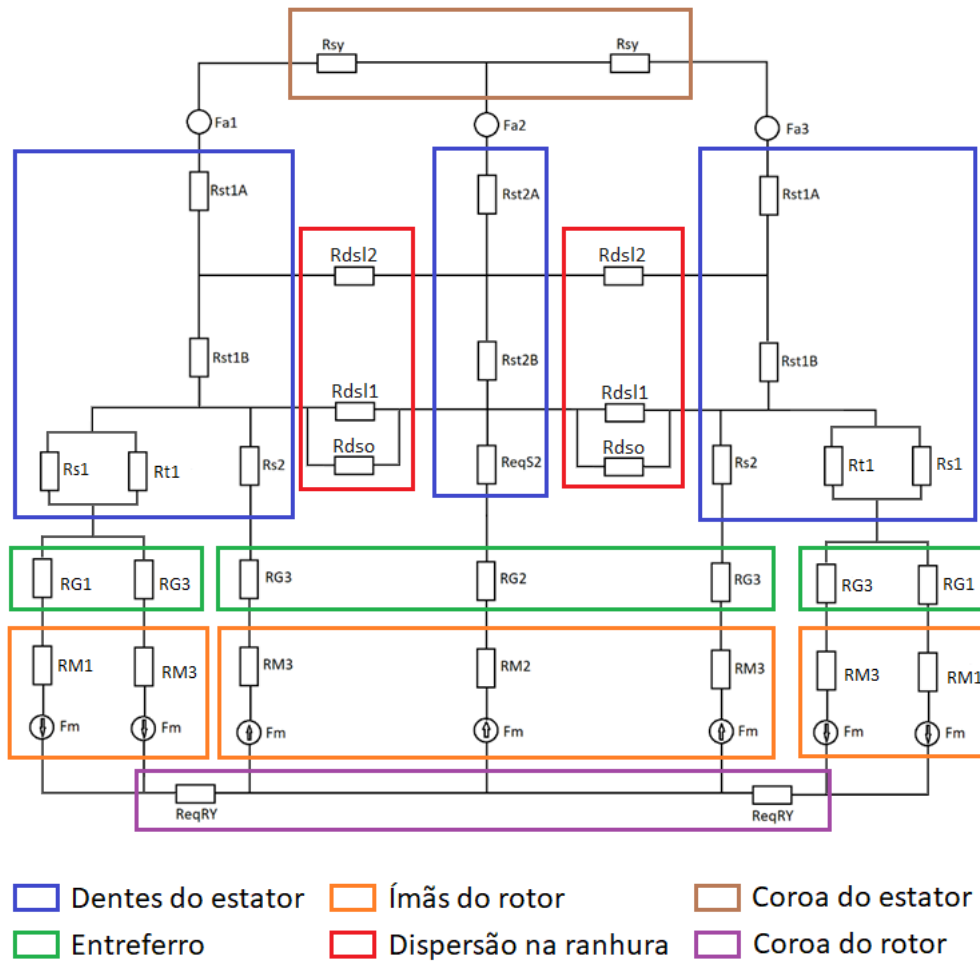
Figura 18 - Regiões para definição de relutâncias.



Fonte: [Autor].

Circuito de relutâncias que representa a geometria da Figura 18 é apresentado na Figura 19.

Figura 19 - Circuito de relutâncias do motor BLDC.



Fonte: [Autor].

#### 4.1.1 Cálculo das relutâncias representadas

Feita a representação do motor, será necessário calcular cada uma das relutâncias usando a equação (4.1). Tais relutâncias, dependem apenas do comprimento do caminho magnético médio e seção transversal média da parte considerada, enquanto que a permeabilidade magnética não é um parâmetro em função da geometria. Nesta seção, todos os termos precedidos por  $L$  são referentes ao comprimento do caminho magnético enquanto que os termos precedidos por  $S$  são referentes à seção transversal.

#### 4.1.1.1 Relutância da coroa do rotor

Devido à tendência do fluxo magnético em fluir de um polo a outro, na região das adjacências polos há maior concentração e para que houvesse melhor precisão nos cálculos, a coroa do rotor foi representada por três relutâncias em paralelo, denominadas  $R_{ryA}$ ,  $R_{ryB}$  e  $R_{ryC}$ . A coroa então foi dividida em três partes sendo que cada relutância foi calculada na metade de cada uma destas partes. Seus cálculos são apresentados nas equações (4.2) – (4.7):

$$L_{ryA} = \frac{1}{2} \sigma_p \left( RadSH + \frac{5}{6} RYoke \right) + 2 \frac{1}{6} RYoke , \quad (4.2)$$

$$L_{ryB} = \frac{1}{2} \sigma_p \left( RadSH + \frac{1}{2} RYoke \right) + 2 \frac{3}{6} RYoke , \quad (4.3)$$

$$L_{ryA} = \frac{1}{2} \sigma_p \left( RadSH + \frac{1}{6} RYoke \right) + 2 \frac{5}{6} RYoke , \quad (4.4)$$

$$S_{ryA} = S_{ryB} = S_{ryC} = \frac{1}{3} RYoke L_{stk} , \quad (4.5)$$

$$R_{ry} = \frac{L_{ry}}{\mu_{ry}(H_{ry}) S_{ry}} , \quad (4.6)$$

$$ReqRY = \frac{1}{\frac{1}{R_{ryA}} + \frac{1}{R_{ryB}} + \frac{1}{R_{ryC}}} . \quad (4.7)$$

Após a determinação dos comprimentos e seções por onde o fluxo magnético atravessa, é possível definir a relutância em função da permeabilidade magnética, que por sua vez, não é linear nas porções ferromagnéticas e depende da curva B-H do aço utilizado. Isto significa que para calcular o valor de uma relutância não linear, é preciso submeter um processo iterativo que será discutido na seção 4.2.

#### 4.1.1.2 Relutância do ímã permanente

A relutância do ímã é dita linear, pois possuem permeabilidade magnética constante e aproximadamente igual à do ar. Em um ímã magnetizado radialmente, o comprimento que o

fluxo percorre é igual a sua espessura  $L_m$  e a seção  $S_m$  é calculada pelo comprimento do arco até a metade de sua espessura vezes o comprimento axial  $L_{stk}$ . A seção de um ímã é dada pela equação (4.8):

$$S_m = \frac{BetaM}{p} \frac{\pi}{180} \left( Rad1 - \frac{L_m}{2} \right) L_{stk} . \quad (4.8)$$

No circuito magnético os ímãs foram representados de forma particionada, portanto, as relutâncias devem considerar seções proporcionais à apresentada na equação (4.8). Observando o ímã integral situado de frente para o dente central, conclui-se que somente uma parte do fluxo magnético total do ímã irá atravessar este dente, enquanto que o fluxo magnético proveniente das extremidades dos ímãs irão passar somente pelas sapatas dos dentes laterais, de forma que este fluxo se fecha no ímã adjacente. A seção transversal da porção do ímã de frente para o ímã  $S_{m2}$ , pode ser calculada pela equação (4.9). As outras duas porções menores  $S_{m3}$  são iguais e calculadas conforme a equação (4.10):

$$S_{m2} = \frac{\sigma_s}{BetaM} S_m , \quad (4.9)$$

$$S_{m3} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_s}{BetaM} \right) S_m . \quad (4.10)$$

As metades dos ímãs laterais são subdivididas em duas porções cada, de modo que a porção adjacente ao ímã central, cuja seção é considerada igual à  $S_{m3}$ , é responsável pelo fechamento do fluxo magnético, enquanto a outra porção é responsável pelo fluxo que atravessa o dente lateral. A seção do ímã responsável pelo fluxo no dente lateral é dada pela equação (4.11):

$$S_{m1} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_s}{BetaM} S_m . \quad (4.11)$$

Considerando que os ímãs permanentes possuem o efeito da permeabilidade de recuo, este coeficiente  $\mu_{rec}$  deve ser inserido no cálculo da relutância, conforme a equação (4.12):

$$R_M = \frac{L_m}{\mu_{rec} \mu_0 S_m} . \quad (4.12)$$

#### 4.1.1.3 Relutância do entreferro

A relutância do entreferro é calculada de maneira similar ao do ímã, isto é, a região do entreferro também é particionada para permitir caminhos magnéticos diversos. A diferença está apenas no cálculo das seções destas porções no entreferro, que considera o raio até o meio do entreferro. Adotando a mesma lógica para o cálculo das seções das porções dos ímãs, tem-se os as seções do entreferro nas equações (4.13) – (4.16):

$$S_g = \frac{BetaM}{p} \frac{\pi}{180} \left( Rad1 + \frac{Gap}{2} \right) L_{stk} , \quad (4.13)$$

$$S_{g2} = \frac{\sigma_s}{BetaM} S_g , \quad (4.14)$$

$$S_{g3} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_s}{BetaM} \right) S_g , \quad (4.15)$$

$$S_{g1} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_s}{BetaM} S_g . \quad (4.16)$$

O comprimento do caminho magnético no entreferro é dado pela espessura efetiva do entreferro  $L_g$  considerando o fator de Carter  $k_C$ , conforme as equações (4.17) e (4.20):

$$L_g = k_C Gap , \quad (4.17)$$

$$k_C = \frac{5 + s}{5 + s - \frac{s^2}{\lambda}} , \quad (4.18)$$

$$s = \frac{SO}{Gap + L_m} , \quad (4.19)$$

$$\lambda = \sigma_s \frac{Rad1 + Gap}{Gap + L_m} . \quad (4.20)$$

A relutância de entreferro é calculada conforme a equação (4.21):

$$R_G = \frac{k_C \text{Gap}}{\mu_0 S_g} . \quad (4.21)$$

#### 4.1.1.4 Relutâncias de dispersão na ranhura

As relutâncias de dispersão são inseridas no circuito magnético para ser possível contabilizar a quantidade de fluxo magnético que é disperso na região da ranhura. Embora seja difícil representar com precisão este fenômeno, buscou-se obter resultados mais precisos através da subdivisão da ranhura em três partes e a modelagem individual.

- a) Relutância de dispersão na abertura da ranhura: Esta dispersão refere-se ao fluxo magnético que atravessa a abertura da ranhura, migrando de uma sapata do dente à outra. O caminho magnético é a própria abertura da ranhura  $SO$ , a seção transversal  $S_{dso}$  e a relutância  $R_{dso}$  são dadas pelas equações (4.22) e (4.23):

$$S_{dso} = TGD L_{stk} , \quad (4.22)$$

$$R_{dso} = \frac{SO}{\mu_0 S_{dso}} . \quad (4.23)$$

- b) Relutância de dispersão no começo da bobina: Dispersão que ocorre pouco acima da abertura da ranhura. Esta por sua vez, não é tão simples de ser calculada, visto que requer uma análise geométrica da forma como o fluxo magnético tende a se dispersar nesta região para então calcular o comprimento do caminho magnético  $L_{dsl1}$  e da seção transversal de passagem  $S_{dsl1}$ . Os devidos cálculos do comprimento, seção e relutância dispersão no começo da bobina, são apresentados nas equações (4.24) - (4.26):

$$L_{dsl1} = (\pi - 2 SOang) \left( \frac{SO + x}{2 \cos(SOang)} \right) , \quad (4.24)$$

$$S_{dsl1} = \frac{x}{\cos(SOang)} L_{stk} , \quad (4.25)$$

$$R_{DSL1} = \frac{L_{dsl1}}{\mu_0 S_{dsl1}} . \quad (4.26)$$

- c) Relutância de dispersão no meio da ranhura: Na região do meio da ranhura a dispersão é menor se comparada às anteriores, mas ainda existe e deve ser levada em conta. O comprimento do caminho magnético é considerado igual à largura média da ranhura  $W_r$ , a seção pela qual o fluxo passa é dada na equação (4.27) e a relutância no meio da ranhura é calculado pela equação (4.28):

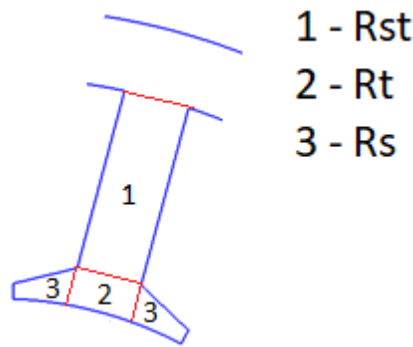
$$S_{dsl2} = (SD - Hs) L_{stk} , \quad (4.27)$$

$$R_{DSL2} = \frac{W_r}{\mu_0 S_{dsl2}} . \quad (4.28)$$

#### 4.1.1.5 Relutâncias do dente do estator

O dente do estator é dividido em quatro partes, e estas devem ser modeladas individualmente para maior precisão nos cálculos. A Figura 20 ilustra a geometria do dente e sua subdivisão.

Figura 20 - Geometria do dente do estator.



Fonte: [Autor].

Os cálculos das relutâncias das regiões numeradas na Figura 20 são apresentados nas equações (4.29) – (4.31):

$$R_{st} = \frac{SD - Hs}{\mu_{st1}(H_{st1}) (TWS L_{stk})} , \quad (4.29)$$

$$R_t = \frac{Hs}{\mu_{st2}(H_{st2}) (TWS L_{stk})} , \quad (4.30)$$

$$R_s = \frac{x}{\mu_{st3}(H_{st3}) \left( \frac{TGD + Hs}{2} L_{stk} \right)} \frac{1}{\cos(SOang)}. \quad (4.31)$$

#### 4.1.1.6 Relutância da coroa do estator

O caminho magnético na coroa do estator é dado pelo comprimento do arco formado pelo passo de ranhura no raio até o meio da coroa, somado a duas linhas retas de comprimento igual a metade da espessura da coroa, conforme apresenta a equação (4.32):

$$L_{sy} = \sigma_s \left( Rad3 - \frac{SYoke}{2} \right) + 2 \frac{SYoke}{2}. \quad (4.32)$$

A relutância da coroa do estator é calculada na equação (4.33):

$$R_{sy} = \frac{L_{sy}}{\mu_{sy}(H_{sy}) (SYoke L_{stk})}. \quad (4.33)$$

#### 4.1.2 Cálculo das forças magnetomotrizes

A força magneto-motriz do ímã é calculada na equação (4.34):

$$F_m = \frac{L_m B_r(T)}{\mu_{rec} \mu_0}, \quad (4.34)$$

onde  $L_m$  é o comprimento radial do ímã,  $B_r(T)$  é a indução magnética remanente em função da temperatura de operação,  $\mu_{rec}$  é a permeabilidade magnética de recuo do ímã e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do ar.

É sabido que a indução magnética remanente sofre decaimento com o aumento da temperatura, cujo coeficiente de variação é um parâmetro fornecido pelo fabricante do ímã. A função que descreve o comportamento da indução magnética remanente em função da temperatura é dada pela equação (4.35):

$$B_r(T) = B_{r20} (1 - \alpha_{BrT} (T_{op} - 20)), \quad (4.35)$$



onde  $B_{r20}$  é a indução remanente do ímã em 20 °C,  $\alpha_{BrT}$  é o coeficiente de variação da indução em função da temperatura em (%/°C) e,  $T_{op}$  é a temperatura de operação do motor.

A força magneto-motriz das bobinas depende da corrente aplicada  $I$  e do número de espiras por bobina  $T_c$ , conforme a equação (4.36):

$$F_a = T_c I . \quad (4.36)$$

## 4.2 RESOLUÇÃO DO CIRCUITO DE RELUTÂNCIAS CONSIDERANDO A NÃO LINEARIDADE DO AÇO

O circuito de relutâncias é resolvido pelo método das malhas, onde o sistema matricial contém uma matriz de relutâncias quadrada e de dimensão igual ao número de malhas no circuito, uma matriz coluna de forças magneto-motrizes e uma matriz coluna de fluxos magnéticos, que neste caso são as incógnitas do sistema. Após a devida montagem, o sistema é resolvido pela equação (4.37):

$$[\varphi]_{m,1} = [R]_{m,n}^{-1} [F]_{m,1} , \quad (4.37)$$

onde  $m = n$  e,  $m$  é o número de malhas no circuito de relutâncias.

Da resolução da equação (4.37), resultará uma quantidade de valores de fluxo magnético igual ao número de malhas e, então, o fluxo magnético em cada relutância pode ser facilmente obtido em seguida.

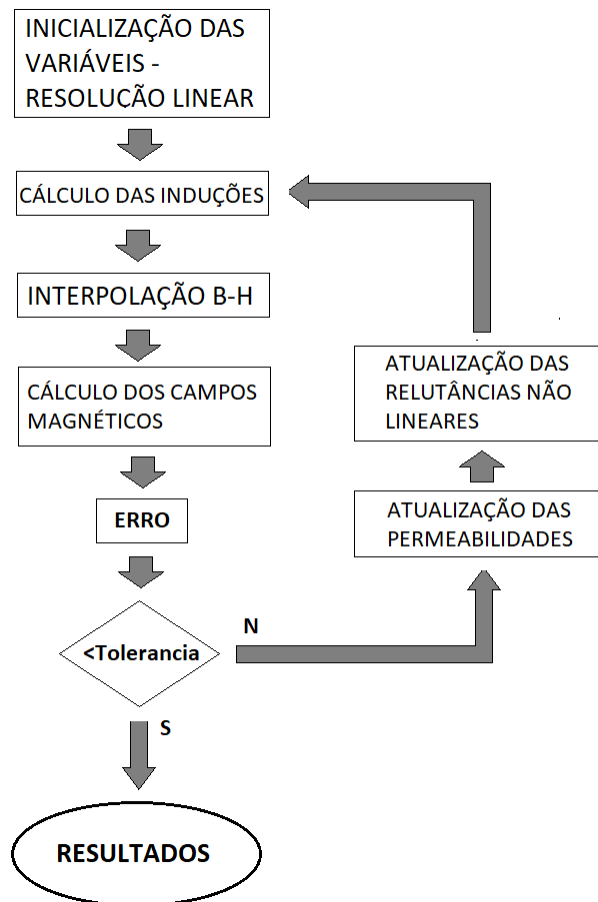
Uma vez obtido o valor do fluxo magnético que flui em cada uma das relutâncias, é possível calcular a indução magnética correlata pela equação (4.38):

$$B = \frac{\varphi}{S} . \quad (4.38)$$

A consideração da não linearidade requer a implementação do processo iterativo apresentado na Figura 21, que utiliza a curva B-H do aço para interpolar os valores de indução magnética calculados na resolução do circuito de relutâncias e, então, atualizar os valores de permeabilidade magnética em cada relutância não linear. Após cada iteração, as relutâncias

são atualizadas e novamente o circuito é resolvido. O processo se repete até que o erro de campo magnético, medido pela diferença percentual entre o valor calculado no passo atual e o passo anterior seja menor do que o critério estabelecido de 0,1%.

Figura 21 - Processo iterativo para resolução do circuito de relutâncias considerando a não linearidade do aço elétrico.



Fonte: [Autor].

### 4.3 TENSÃO INDUZIDA

Para cálculo da tensão induzida, obviamente, considera-se que os terminais das bobinas do motor encontram-se desconectados da fonte de alimentação, portanto,  $F_{a1} = F_{a2} = F_{a3} = 0$ .

A referência [3] apresenta a equação (4.39) para cálculo do pico da tensão induzida em uma fase  $\hat{e}_{ph}$ . Esta é dada em função dos parâmetros geométricos  $D_{si}$  e  $L_{stk}$ , do número

de espiras por fase  $T_{ph}$ , da velocidade angular mecânica  $\omega_m$  e da indução magnética no entreferro  $B_g$ , obtida na resolução do circuito de relutâncias.

$$\hat{e}_{ph} = T_{ph} B_g D_{si} L_{stk} \omega_m . \quad (4.39)$$

#### 4.4 INDUTÂNCIAS

Além do cálculo de induções na máquina, a resolução de um circuito magnético também permite calcular a indutância dos enrolamentos. Para este cálculo, deve-se remover todas as fontes de fluxo magnético proveniente de ímãs permanentes e considerar apenas uma bobina geradora de fluxo magnético, no caso, será considerado  $F_{a2}$ .

Sendo a força magneto-motriz de uma bobina o produto de seu número de espiras pela corrente elétrica aplicada, o fluxo gerado por esta pode ser mensurado aplicando uma corrente unitária e calculando o fluxo magnético que flui pelo dente central  $\varphi_{st2}$ . A indutância própria por fase será o número de espiras por fase multiplicado pelo fluxo magnético neste dente, conforme a equação (4.40). O mesmo procedimento pode ser usado para calcular a indutância mútua por fase, diferindo-se apenas pelo fluxo magnético, que neste caso será obtido em um dos dentes laterais  $\varphi_{st1}$  conforme a equação (4.41):

$$L_{ph} = T_{ph} \varphi_{st2} , \quad (4.40)$$

$$M_{ph} = -T_{ph} \varphi_{st1} . \quad (4.41)$$

#### 4.5 PERDAS MAGNÉTICAS

As perdas magnéticas no motor possuem três origens conhecidas, a histerese magnética, atribuída à existência dos domínios magnéticos, que tendem a se movimentar quando o material é submetido à ação de campo magnético em um processo conhecido com magnetização [8]. A segunda origem destas perdas são as correntes induzidas nas lâminas de aço, que ocorrem devido à condutividade elétrica do material. Em conformidade com a lei de Faraday, um corpo condutor submetido à ação de campo magnético variante no tempo está sujeito à formação de corrente elétrica e conseqüentemente, a dissipação de energia na forma

de calor. Por fim, as perdas excedentes, que ocorrem devido fenômenos microestruturais dos materiais [8].

As perdas magnéticas específicas ( $W/kg$ ) no experimentadas no aço do motor foram determinadas com base nas equações analíticas propostas por *Amar e Protat* para regimes de indução magnética não senoidais (equações 4.42 – 4.45) que levam em conta o fator de forma da onda trapezoidal  $F_c$  em relação à senoidal [8], calculado em função da geometria do motor, conforme as equações (4.46) e (4.47):

$$P_{hFe} = kh B_{max}^2 f , \quad (4.42)$$

$$P_{ciFe} = kci B_{max}^2 f^2 F_c^2 , \quad (4.43)$$

$$P_{exFe} = kex B_{max}^{1,5} f^{1,5} F_c^{1,5} , \quad (4.44)$$

$$P_{Fe} = P_{hFe} + P_{ciFe} + P_{exFe} , \quad (4.45)$$

$$F_c = \frac{2}{\pi \sqrt{f} \sqrt{\tau}} , \quad (4.46)$$

$$\tau = \frac{\left[ \sigma_s - \sigma_p + \left( \frac{BetaM \pi}{180 p} \right) \right] \frac{180 p}{\pi}}{360 f} , \quad (4.47)$$

onde, as variáveis  $kh$ ,  $kci$  e  $kex$  são coeficientes de perdas que dependem exclusivamente do material, sendo obtidas por meio da caracterização das lâminas,  $B_{max}$  é a indução máxima verificada na região do motor em que se deseja calcular as perdas e  $f$  é a frequência elétrica de rotação. O termo  $\tau$  é o tempo de subida da onda trapezoidal da indução magnética.

As constantes de perdas utilizadas foram cedidas pelo fabricante do motor estudado juntamente com os dados geométricos e de bobinagem, são elas:

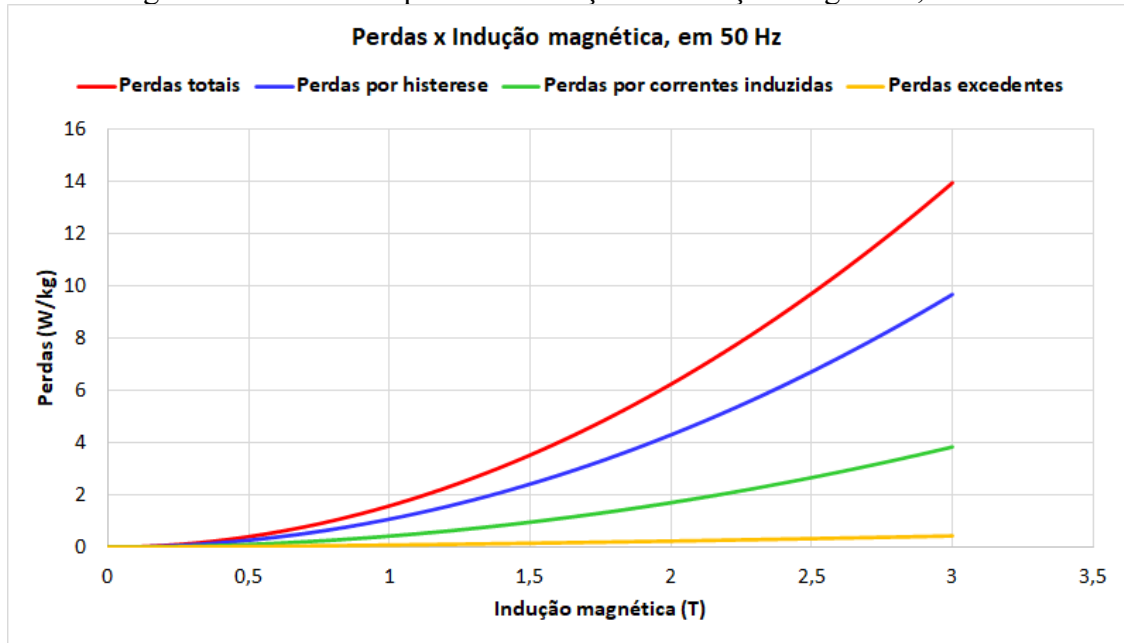
$$kh = 2,150 \cdot 10^{-2} \text{ W/kg} ,$$

$$kci = 1,699 \cdot 10^{-4} \text{ W/kg} ,$$

$$kex = 2,250 \cdot 10^{-4} \text{ W/kg} .$$

A Figura 22 apresenta as curvas das perdas magnéticas na frequência de 50 Hz em função da indução magnética, plotadas usando as equações (4.42) – (4.45) e as constantes apresentadas.

Figura 22 - Curvas de perdas em função da indução magnética, 50 Hz.



Fonte: [Autor].

Para calcular as perdas magnéticas em Watts, é necessário multiplicar os resultados das perdas específicas pelas respectivas massas das partes ferromagnéticas do motor, cujos cálculos são apresentados nas equações (4.48) – (4.51):

- Massa da coroa do rotor:

$$M_{ry} = \pi [(Rad1 - L_m)^2 - RadSH^2] L_{stk} \rho_{M1924G} \cdot \quad (4.48)$$

- Massa dos dentes do estator:

$$M_{st} = [x^2 \tan SOang + 2 x TGD + TWS SD] N_s L_{stk} \rho_{M1924G} \cdot \quad (4.49)$$

- Massa da coroa do estator:

$$M_{sy} = \pi (Rad3^2 - Rad2^2) L_{stk} \rho_{M1924G} \cdot \quad (4.50)$$

- Massa total de aço para fins elétricos no motor:

$$M_{Fe} = M_{ry} + M_{st} + M_{sy} , \quad (4.51)$$

onde  $\rho_{M1924G}$  é a massa específica das lâminas de aço M19 24 Gage.

Em virtude da insignificância das perdas magnéticas experimentadas na coroa rotor, as estimativas realizadas neste trabalho levam em conta apenas as perdas magnéticas no estator, que são calculadas em Watts, pela equação (4.52):

$$W_{Fe} = P_{st} M_{st} + P_{sy} M_{sy} , \quad (4.52)$$

onde  $P_{st}$  e  $P_{sy}$  são as perdas específicas totais nos dentes e na coroa do estator, respectivamente. Estas são calculadas em conformidade com a equação (4.45).

#### 4.6 PERDAS NO COBRE

O cálculo das perdas no cobre dos enrolamentos, devido à resistência do condutor, é dado pela equação (4.53), em Watts:

$$W_{Cu} = 2 R_{ph} I_{rms}^2 . \quad (4.53)$$

Para obter o valor de resistência em uma fase na temperatura ambiente, considera-se a equação (4.54):

$$R_{ph20} = \frac{lc}{\sigma_{Cu} NSH S_c} , \quad (4.54)$$

onde  $lc$  é o comprimento médio das  $T_{ph}$  espiras,  $\sigma_{Cu}$  é a condutividade do cobre ( $5,8 \cdot 10^7$  S/m),  $NSH$  é o número de condutores por fio e  $S_c$  é a seção transversal de um condutor.

A referência [3] apresenta o cálculo do comprimento médio das  $T_{ph}$  espiras conforme a equação (4.55):

$$lc = T_{ph} (2 \pi Re + 2 L_{stk}) , \quad (4.55)$$

onde  $Re$  é o raio médio da cabeça da bobina, dado pela equação (4.56):

$$Re = \frac{\sigma_s (Rad1 + Gap + Hs + Rad2)}{4} . \quad (4.56)$$

O valor de resistência calculado deve ser corrigido em função da temperatura de operação, conforme a equação (4.57), visto que a elevação da temperatura do motor durante a operação, faz aumentar as perdas no cobre dos enrolamentos.

$$R_{ph}(T) = R_{ph20} (1 + \alpha_{RT} (T_{op} - 20)) , \quad (4.57)$$

onde,  $R_{ph20}$  é a resistência elétrica de fase em 20 °C,  $\alpha_{RT}$  é o coeficiente de correção da temperatura,  $T_{op}$  é a temperatura de operação.

A corrente elétrica drenada da fonte é obtida da equação da constante de torque  $kT$  dada pela equação (2.6).

#### 4.7 EFICIÊNCIA

A eficiência ou rendimento  $\eta$  de um motor indica o percentual da energia consumida da fonte que é realmente útil. Sendo um motor elétrico um conversor eletromecânico de energia, seu único propósito é converter energia elétrica em energia mecânica, portanto a energia útil é aquela disponível no eixo  $P_{Shaft}$ . A energia drenada da fonte é, então, a energia útil somada às perdas experimentadas durante o processo de conversão eletromecânica. As perdas possíveis são as mecânicas  $W_{mec}$ , devido ao atrito nos rolamentos e/ou ventilação, magnéticas  $W_{Fe}$  e no cobre dos enrolamentos  $W_{Cu}$ . O cálculo da eficiência é dado pela equação (4.58):

$$\eta = \frac{P_{Shaft}}{P_{Shaft} + W_{Fe} + W_{Cu} + W_{mec}} . \quad (4.58)$$

## 4.8 CONCLUSÃO

Objetivando acoplar um otimizador multiobjetivo à rotina analítica apresentada neste capítulo, é necessário conhecer de maneira sucinta a teoria dos otimizadores. O capítulo que se segue apresentará a teoria básica dos otimizadores multiobjetivos baseados em algoritmo genético e como será feito este acoplamento.



## 5 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Soluções de otimização são requisitadas em situações onde deseja-se obter melhorias de certos aspectos de um problema e o caminho analítico é inviável. A otimização pode ser interpretada como a busca por valores mínimos ou máximos para um determinado problema ou função dentro de um domínio definido por restrições [13][18].

A autora em [13], aponta como vantagem de se aplicar otimização em um projeto, a possibilidade de tratamento de um grande número de variáveis e restrições, o que permite a redução do tempo gasto em execução. Como desvantagem, tem-se o custo computacional, que tende a se elevar de forma proporcional ao número de variáveis.

### 5.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Em [13], enumera-se os itens que caracterizam um problema de otimização:

- Função objetivo: é representada por uma equação matemática dependente das variáveis de projeto.
- Variáveis de projeto: é um conjunto de variáveis capazes de modificar a função objetivo.
- Restrições: são características que dependem matematicamente das variáveis de projeto e limitam os valores da função objetivo a certas regiões do espaço de projeto.

A representação matemática de um problema de otimização é apresentada em [13][18], tal como:

$$\min / \max f_m(x), m = 1, 2, \dots, M, \quad (5.1)$$

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0 & j = 1, 2, \dots, J \\ h_k(x) = 0 & k = 1, 2, \dots, K \\ x_i^L \leq x_i \leq x_i^U & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}, \quad (5.2)$$

onde,  $f_m(x)$  é a função objetivo,  $x$  é um vetor de  $n$  variáveis de projeto  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , os valores  $x_i^L$  e  $x_i^U$  são os valores máximo e mínimo de cada variável de projeto, respectivamente. As  $J$  desigualdades ( $g_j$ ) e  $K$  igualdades ( $h_k$ ) são as funções de restrição.

## 5.2 OTIMIZAÇÃO USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

A otimização realizada neste trabalho é baseada em algoritmo genético (AG), cuja busca por resultados ótimos se dá pelos princípios da seleção natural, tal como ocorre na biologia genética. Neste método, é atribuído o conceito biológico da maior expectativa de sobrevivência de indivíduos mais adaptados em relação aos menos adaptados. Nos AGs, o fenômeno biológico é emulado através de operadores relacionados aos processos naturais conhecidos, como cruzamento genético, mutação, sobrevivência dos mais aptos. A tendência é que os indivíduos mais aptos apresentem soluções melhores no decorrer do processo evolutivo [13].

A referência [9] aponta os seguintes conceitos da biologia e que foram apropriados pelos algoritmos genéticos:

1. Indivíduo: é a solução candidata do problema matemático. Dentro de um algoritmo otimizador pode conter diversos indivíduos.
2. Geração: dentro de um algoritmo genético, o número de gerações representa o número de iterações.
3. População: como na biologia, é um conjunto de indivíduos. Em algoritmos genéticos, uma população contém indivíduos que podem ou não ser solução para o problema matemático.
4. Aptidão: também conhecida como função de avaliação, esta tem a tarefa de qualificar um indivíduo quanto a sua proximidade ou não do objetivo.
5. Seleção: como sugere o nome, é um processo de escolha, no caso dos AGs, dois indivíduos são escolhidos para cruzamento. O método de seleção, que diferencia os algoritmos, pode ser por roleta, por torneio, por amostragem determinística ou elitista, e normalmente estão relacionadas com a aptidão.
6. Cruzamento: nesta etapa ocorre a reprodução dos indivíduos podendo ocorrer ou não mutação.
7. Reprodução: é a geração de novos indivíduos após o cruzamento.
8. Mutação: é um processo raro e que consiste na modificação nas posições das variáveis no vetor ou valores dos parâmetros.
9. Substituição: é o processo de eliminação dos indivíduos menos aptos e inserção dos novos.

10. Agrupamento: consiste na organização e formação de grupos de indivíduos seguindo o critério de semelhança.

O autor de [9] também aborda outros conceitos que fazem parte dos algoritmos otimizadores que são enumerados na sequência:

1. Função objetivo: é a equação matemática ou conjunto de equações que convergem para uma determinada característica que deve ser maximizada ou minimizada.
2. Parâmetros: são as variáveis usadas na otimização, isto é, aquelas passíveis de serem alteradas diretamente pelo algoritmo durante o processo iterativo.
3. Região de busca: consiste na delimitação dos parâmetros em intervalos dentro dos quais a busca é realizada.
4. Região dos objetivos: é a região formada por todas as possibilidades numéricas que a função objetivo pode assumir.
5. Restrições: são condições do problema que limitam a região de busca.
6. Domínio viável: é um local da região de busca ou objetivos que respeita as restrições impostas.
7. Domínio inviável: é um local da região de busca ou objetivos que não respeitam as restrições impostas.

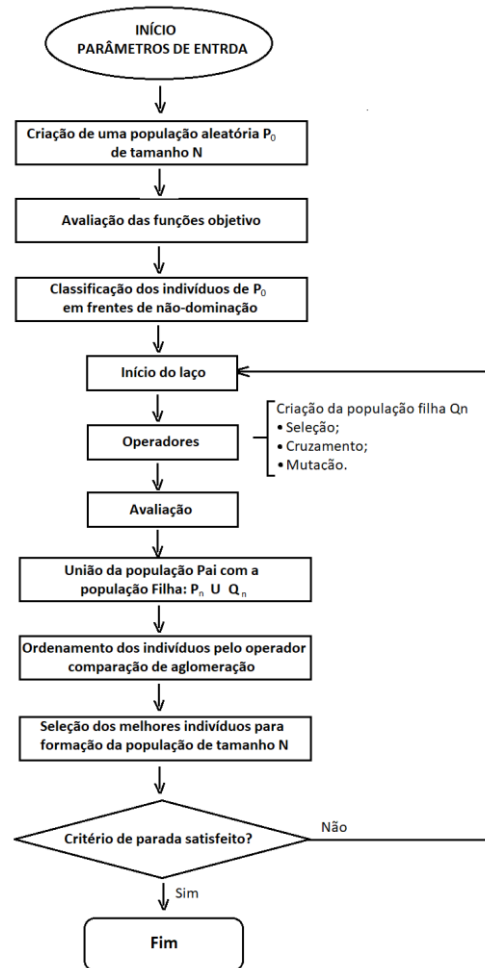
### 5.3 ALGORITMO GENÉTICO MULTIOBJETIVO NSGA II

Com o objetivo de resolver problemas de objetivos conflitantes, isto é, quando a melhoria de um comportamento acarreta prejuízo em outro, é necessário o uso de um algoritmo otimizador multiobjetivo [13][18].

Neste trabalho, será usado o algoritmo genético multiobjetivo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA II), que foi proposto por [14] levando em conta a necessidade de reduzir a complexidade computacional na classificação não-dominada, introduzindo o elitismo e eliminando a subjetividade na atribuição do parâmetro de compartilhamento.

Um fluxograma representando o algoritmo otimizador NSGA II é apresentado na Figura 23.

Figura 23 - Fluxograma do algoritmo NSGA II.



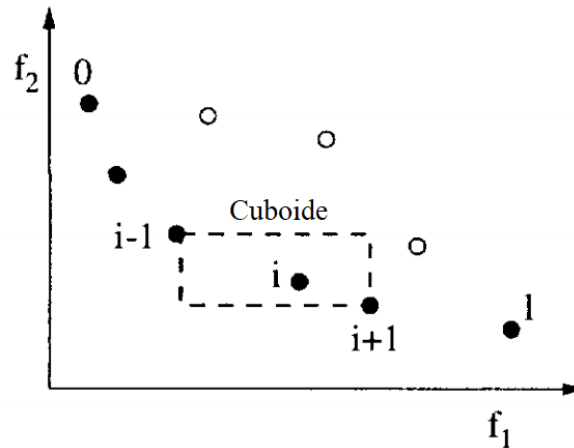
Fonte: [13].

O otimizador NSGA II, assim como os algoritmos genéticos convencionais, trabalha com uma população pai  $P$  para gerar uma população filha  $Q$ . Uma população  $P_0$  ordenada por não dominância é gerada na primeira geração. Cada solução tem um valor de aptidão igual ao seu nível de não dominância, sendo 1 o melhor nível, 2 o segundo melhor e assim sucessivamente. Aplicando os operadores de seleção por torneio, cruzamento e mutação, obtém-se a população filha  $Q_0$ , do mesmo tamanho de  $P$ . Ambas as populações são reunidas em um conjunto  $R_0$ . Para as  $n$  gerações seguintes, o algoritmo NSGA II trabalha com a população  $R_n$  [13].

Para estimar a densidade de soluções em torno de um determinado ponto da população, é calculada a distância média dos dois pontos de cada lado deste ponto ao longo de cada um dos objetivos. Essa distância serve como uma estimativa do tamanho do maior cuboide que envolve o ponto  $i$  sem incluir nenhum outro ponto na população (chamado de

distância de aglomeração). Na Figura 24, a distância de aglomeração da solução  $i_n$  é o comprimento lateral médio do cuboide, mostrado pelo retângulo tracejado [15].

Figura 24 - Distância de aglomeração.



Fonte: Adaptado de [15].

Entre duas soluções com diferentes níveis de não-dominação, o ponto com a classificação inferior é tido como preferido. Caso contrário, se ambos os pontos pertencem à mesma frente, então prefere-se o ponto que está localizado em uma região com menor número de pontos (o tamanho do cuboide neste caso é maior) [15].

A diversidade entre soluções não dominadas é introduzida por meio do procedimento de comparação de aglomeração que é utilizado na seleção do torneio e durante a fase de redução populacional. Uma vez que as soluções competem com sua distância de aglomeração, nenhum parâmetro extra é necessário. Embora a distância de aglomeração seja calculada no espaço da função objetivo, ela também pode ser implementada no espaço do parâmetro, se assim desejar [15].

De modo a otimizar o motor BLDC estudado nesta dissertação, um otimizador multiobjetivo NSGA II, em Matlab, foi acoplado à rotina analítica desenvolvida neste trabalho. A rotina analítica é composta das equações de dimensionamento do motor, da resolução do circuito de relutâncias, do cálculo das perdas, do cálculo da eficiência e do cálculo do custo. As funções objetivo usadas são: a eficiência e o custo do motor. Os detalhes dos parâmetros usados na otimização, dos limites mínimos e máximos desses parâmetros, e das restrições utilizadas serão apresentados no capítulo 7.

## 5.4 CONCLUSÃO

A otimização, por sua própria etimologia, é tornar melhor algo já existente, no entanto, para que em um processo de otimização sejam produzidas melhorias reais e não somente ideais, é necessário que a função matemática que representa o problema a ser otimizado seja avaliada quanto ao nível de aproximação ou margem de erro. Para avaliar a rotina analítica proposta no capítulo 4 e garantir que o uso desta na otimização entregue bons resultados, a rotina será avaliada pela comparação de seus resultados com os obtidos por método de elementos finitos em duas dimensões, cuja teoria básica é apresentada no capítulo a seguir.

## 6 METODO DE ELEMENTOS FINITOS

De acordo com [7], a distribuição de campos elétricos e magnéticos e outros fenômenos da física mecânica, obedecem a equações diferenciais parciais de segunda ordem cuja solução analítica é difícil de ser obtida em casos práticos. Com esta dificuldade, os engenheiros e projetistas buscaram uma metodologia mais precisa para análise de campos e na década de 1950, foi criado o Método de Elementos Finitos (MEF) para aplicação aeronáutica e a partir da década de 1970 o MEF começou a ser empregado ao eletromagnetismo.

O método consiste basicamente na discretização do domínio, onde o problema existe, em pequenas áreas (2D) ou volumes (3D) chamados de elementos finitos, permitindo assim, uma análise localizada. Cada elemento finito guarda consigo a propriedade do material e o problema como um todo é regido por leis físicas, que modelam matematicamente os fenômenos dentro de cada elemento.

As seções 6.1 - 6.6 são baseadas no trabalho [10], e por isso, no decorrer do capítulo serão suprimidas referências repetitivas.

### 6.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL

No eletromagnetismo, as leis que regem os problemas e que relacionam os fenômenos magnéticos aos fenômenos elétricos são as equações de Maxwell, dadas nas equações diferenciais parciais (6.1) - (6.4):

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (6.1)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (6.2)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6.3)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho. \quad (6.4)$$

Em baixas frequências, o termo  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  na equação 6.1 é eliminado, sendo esta reescrita conforme a equação (6.5):

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}. \quad (6.5)$$

Aplicando o operador divergente em ambos os lados da equação (6.5), tem-se a equação da continuidade elétrica, dada pela equação (6.6):

$$\text{div } \vec{J} = 0. \quad (6.6)$$

Complementando as equações de Maxwell, as relações constitutivas são enunciadas nas equações (6.7) - (6.9):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r, \quad (6.7)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (6.8)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (6.9)$$

onde  $\mu$  é a permeabilidade magnética em um meio qualquer ( $H/m$ ),  $\varepsilon$  é a permissividade elétrica ( $F/m$ ) e  $\sigma$  é a condutividade elétrica ( $S/m$ ). Na equação (6.7),  $\vec{B}_r$  é o vetor de indução magnética remanente ou remanência, aplicável somente a problemas contendo ímãs permanentes. É importante destacar que a permeabilidade magnética, a permissividade elétrica e condutividade elétrica em alguns casos possuem caráter tensorial e não são constantes.

## 6.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

### 6.2.1 Condições de contorno homogêneas

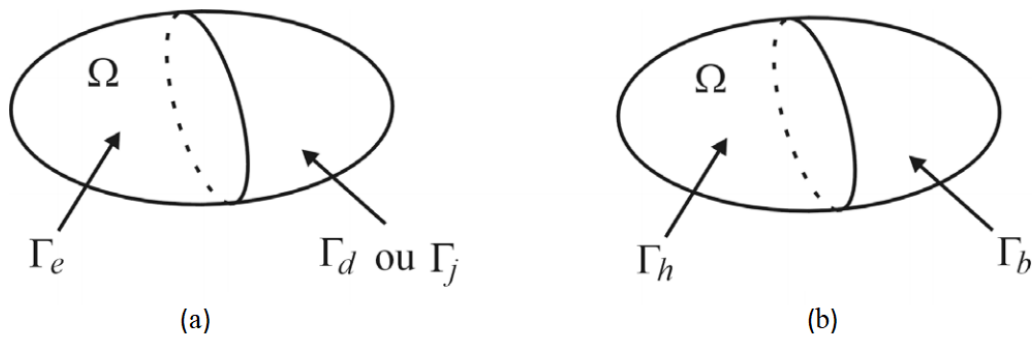
A representação de um problema usando método de elementos finitos requer exige a devida aplicação de condições de contorno de forma a garantir a unicidade da solução. Tais condições são impostas na fronteira do domínio do problema e são relativas às componentes



tangenciais de campo elétrico  $\vec{E}$  e magnético  $\vec{H}$  e normais dos vetores indução elétrica  $\vec{D}$ , indução magnética  $\vec{B}$  e densidade de corrente elétrica  $\vec{j}$ .

Na Figura 25, é apresentado um domínio global  $\Omega$  em algumas condições de contorno homogêneas aplicadas na sua fronteira  $\Gamma$ :

Figura 25 - Representação de condições de contorno homogêneas. (a) grandezas elétricas, (b) grandezas magnéticas.



Fonte: [10].

Na fronteira (superfície) de  $\Omega$  da Figura 25 (a) definem-se as condições de contorno para as grandezas elétricas:

$$\vec{n} \times \vec{E}|_{\Gamma_e} = 0, \quad (6.10)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{D}|_{\Gamma_d} = 0, \quad (6.11)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{j}|_{\Gamma_j} = 0. \quad (6.12)$$

Na fronteira (superfície) de  $(\Omega)$  da Figura 25 (b) definem-se as condições de contorno para as grandezas magnéticas:

$$\vec{n} \times \vec{H}|_{\Gamma_h} = 0, \quad (6.13)$$

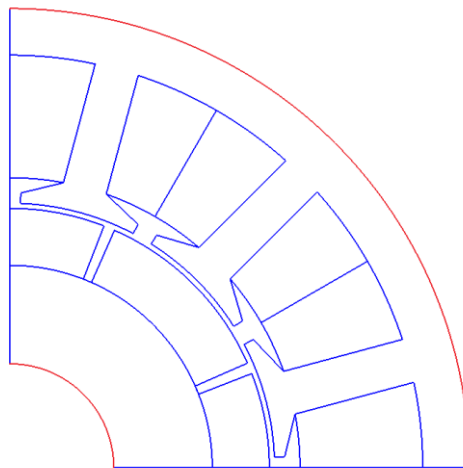
$$\vec{n} \cdot \vec{B}|_{\Gamma_b} = 0. \quad (6.14)$$

Em [10], o autor apresenta duas razões para a ocorrência destas condições de contorno homogêneas sobre os campos e são elas:

- Razões físicas – condições no infinito ou associadas aos materiais ideais, isto é, condutores e materiais magnéticos perfeitos, cuja condutividade e permeabilidade são infinitas.
- Simetria – quando a direção dos campos é fixa.

Na simulação do motor BLDC estudado, as condições de contorno homogêneas do tipo Dirichlet para grandezas magnéticas foram aplicadas nas fronteiras demarcadas em vermelho, conforme a Figura 26.

Figura 26 - Condições de contorno homogêneas do tipo Dirichlet na simulação do motor BLDC por MEF-2D.



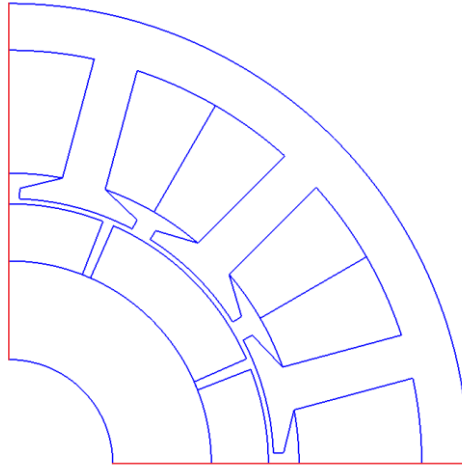
Fonte: [Autor].

### 6.2.2 Condições de periodicidade

Com o objetivo de reduzir o domínio de cálculo e por consequência, o custo computacional, a representação de um motor pode ser feita usando simetria, porém para isto, é necessário impor as condições de periodicidade, de modo a assegurar que o módulo e direção do campo magnético nestas fronteiras sejam correspondentes.

No motor BLDC simulado, estas condições de periodicidade foram impostas nas fronteiras marcadas em vermelho, conforme mostra a Figura 27.

Figura 27 - Condições de periodicidade na simulação do motor BLDC por MEF-2D.



Fonte: [Autor].

### 6.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA MAGNETOSTÁTICO

Quando os fenômenos estudados são independentes do tempo, as derivadas temporais nas equações de Maxwell se anulam e as grandezas magnéticas e elétricas são desacopladas. O campo magnético é então invariante no tempo e só é devido às correntes estacionárias impostas e/ou a ímãs permanentes.

As equações de Maxwell que modelam um problema magnetostático são:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}, \quad (6.15)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (6.16)$$

Sendo estas duas equações relacionadas pela equação constitutiva apresentada pela equação (6.17):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r. \quad (6.17)$$

As condições de contorno associadas ao domínio  $\Omega$  e à fronteira  $\Gamma$  são apresentadas pelas equações (6.18) e (6.19):

$$\vec{n} \times \vec{H}|_{\Gamma_h} = 0, \quad (6.18)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{B}|_{\Gamma_b} = 0, \quad (6.19)$$

$$\Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_b. \quad (6.20)$$

Pela lei apresentada pela equação (6.16), que garante a conservação do fluxo magnético, é possível definir uma função potencial vetor magnético  $\vec{A}$  tal que:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}. \quad (6.21)$$

Após as devidas substituições, tem-se a forma forte do problema magnetostático, conforme apresenta a equação (6.22):

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} = \vec{J} + \text{rot } \frac{1}{\mu} \vec{B}_r. \quad (6.22)$$

Aplicando o método dos resíduos ponderados e em seguida a fórmula de Green do tipo *rot – rot* apresentada na equação (6.23), chega-se à forma fraca do problema magnetostático usando potencial vetor magnético  $\vec{A}$  apresentado na equação (6.24):

$$\int_{\Omega} \text{rot } \vec{u} \cdot \vec{v} \, d\Omega - \int_{\Omega} \vec{u} \cdot \text{rot } \vec{v} \, d\Omega = \int_{\Gamma} \vec{n} \times \vec{u} \cdot \vec{v} \, d\Gamma, \quad (6.23)$$

onde  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  são vetores quaisquer.

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} \cdot \text{rot } \vec{A}' \, d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\vec{B}_r}{\mu} \cdot \text{rot } \vec{A}' \, d\Omega = \int_{\Omega} \vec{J} \cdot \vec{A}' \, d\Omega. \quad (6.24)$$

#### 6.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA MAGNETODINÂMICO

O problema magnetodinâmico consiste em resolver as equações de Maxwell no regime quase-estático (ou hipótese da eletrotécnica). Este, diferencia-se do problema magnetostático por considerar fenômenos dependentes do tempo, como a distribuição e

campo magnético e correntes induzidas devido à movimentação de ímãs e/ou correntes variantes no tempo [11].

As equações de Maxwell consideradas são:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}, \quad (6.25)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6.26)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (6.27)$$

Estas equações podem se relacionar pelas leis de comportamento dos materiais apresentadas pelas equações (6.28) e (6.29).

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r, \quad (6.28)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (6.29)$$

O domínio  $\Omega$ , representado na Figura 25, é escrito como  $\Omega = \Omega_c \cup \Omega_c^c$  onde  $\Omega_c^c$ , neste caso, é a região não condutora e  $\Omega_c$ , é a região condutora. A densidade de corrente  $\vec{J}$  inclui as correntes fontes  $\vec{J}_s$  e as correntes de Foucault.

As condições de contorno associadas ao domínio  $\Omega$  e à fronteira  $\Gamma$  são apresentadas nas equações (6.30) e (6.31):

$$\vec{n} \times \vec{H}|_{\Gamma_h} = 0, \quad (6.30)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{B}|_{\Gamma_b} = 0, \quad (6.31)$$

$$\Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_b. \quad (6.32)$$

Como  $\text{div } \vec{B} = 0$ , podemos definir:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} , \quad (6.33)$$

assim, a equação (6.26) é reescrita conforme a equação (6.34):

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 . \quad (6.34)$$

Devido à equação (6.34), é possível escrever:

$$\vec{E} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } V , \quad (6.35)$$

onde  $V$  é o potencial escalar elétrico. Substituindo as equações (6.33) e (6.35) na equação (6.25), tem-se a forma forte do problema magnetodiâmico,

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} - \text{rot} \frac{1}{\mu} \vec{B}_r + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } V \right) = \vec{J}_s . \quad (6.36)$$

Aplicando o método dos resíduos ponderados e em seguida a fórmula de Green do tipo rot – rot, tem-se a forma fraca do problema magnetodinâmico em  $\vec{A} - V$ , conforme apresenta a equação (6.37):

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} \cdot \text{rot } \vec{A}' d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\vec{B}_r}{\mu} \cdot \text{rot } \vec{A}' d\Omega + \int_{\Omega_c} \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{A}' d\Omega + \int_{\Omega_c} \sigma \text{grad } V \cdot \vec{A}' d\Omega = \int_{\Omega_s} \vec{J}_s \cdot \vec{A}' d\Omega_s , \quad (6.37)$$

onde  $\Omega_s$  é o domínio do indutor com corrente imposta.

## 6.5 EQUAÇÃO DE ACOPLAMENTO DE CIRCUITO ELÉTRICO

A equação de circuito para condutores finos é calculada conforme a equação (6.38):

$$\int_{\Omega_s} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{w} d\Omega_s + R_i I_i = -V_i , \quad (6.38)$$

onde  $\vec{w}$  é o vetor densidade de condutor, e  $R_i$ ,  $I_i$ , e  $V_i$  são a resistência, a corrente e a tensão, respectivamente, para cada indutor  $i$ .

Com relação ao acoplamento das equações de campo e circuito, verifica-se que quando as estruturas eletromagnéticas estão associadas a circuitos de alimentação mais complexos, é importante considerar um acoplamento forte entre estas equações. Neste trabalho o circuito elétrico é modelado por variáveis no espaço de estados, podendo apresentar uma topologia qualquer, incluindo dispositivos semicondutores operando como interruptores [10].

## 6.6 FUNÇÕES DE BASE OU APROXIMAÇÃO NODAL

As funções de base ou aproximações nodais são representadas pela variável escalar  $V$  que é dado pela combinação dos valores  $V_n$  dos nós sobre cada elemento, tal que:

$$V = \sum_{n \in N} V_n s_n, \quad (6.39)$$

onde  $N$  é o conjunto de nós do domínio  $\Omega$ ,  $V_n$  é o valor de  $V$  no nó  $n$  e  $s_n$  é a função de base associada.

A função de base tem a propriedade de ser igual a 1 no nó  $n$  e 0 nos demais nós de  $N$  e a asseguram a continuidade das variáveis, através das faces.

## 6.7 SOFTWARES DE SIMULAÇÃO POR MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

As simulações por método de elementos finitos presentes neste trabalho, foram realizadas em duas dimensões usando os softwares livres Gmsh e GetDP. O primeiro é um gerador de malha de elementos finitos com um criador de geometria e pós-processador [16]. O segundo é um software científico para solução numérica de equações integro-diferenciais, aberto ao acoplamento de problemas físicos (eletromagnético, térmico, etc.) bem como de métodos numéricos (método de elementos finitos, métodos integrais, etc.) [12].

## 6.8 CONCLUSÃO

Uma vez abordada a teoria usada como base para o desenvolvimento deste trabalho, serão explanados no capítulo a seguir, os resultados obtidos na realização deste.

## 7 RESULTADOS

O motor escolhido para ser projetado nesta dissertação é um motor BLDC com ímãs permanentes cerâmicos instalados na superfície do rotor (Figura 13). O motor é de rotor interno e os ímãs cerâmicos são de ferrite. A aplicação do motor é para um ventilador ou soprador de velocidade variável. A potência máxima de saída é de 1 hp (745,7 W) na velocidade nominal de 2000 rpm. A tensão em CA disponível para alimentar o retificador é de 230 V. O retificador é então ligado ao inversor que alimenta o motor BLDC. A tensão do link CC usada no projeto é de 280 V e a temperatura ambiente considerada no projeto é de 40°C.

O motor escolhido para este estudo é um motor BLDC com 8 polos e 12 ranhuras no estator. A bobinagem escolhida está mostrada na Figura 16 e a curva  $B-H$  do aço usado no rotor e no estator está apresentada na Figura 17.

### 7.1 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA ANALÍTICA

Para avaliar a acuracidade que a metodologia analítica proposta para cálculo dos resultados apresenta, estes serão comparados aos resultados obtidos via simulação por método de elementos finitos em duas dimensões (MEF-2D).

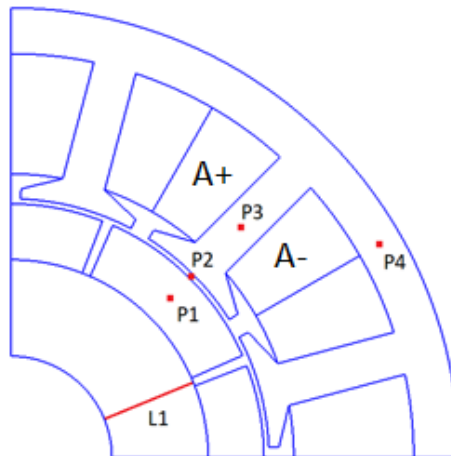
#### 7.1.1 Níveis de indução magnética no motor

Avaliar os níveis de indução magnética em alguns pontos críticos do motor é de grande importância, visto que quando subdimensionados tendem a apresentar níveis elevados e, conseqüentemente, saturação magnética nessas partes, causando prejuízos no desempenho.

Para este fim, serão avaliados os níveis de indução magnética em cinco partes-chave do motor, representados na Figura 28.



Figura 28 – Partes do motor onde serão calculados os valores de indução magnética.

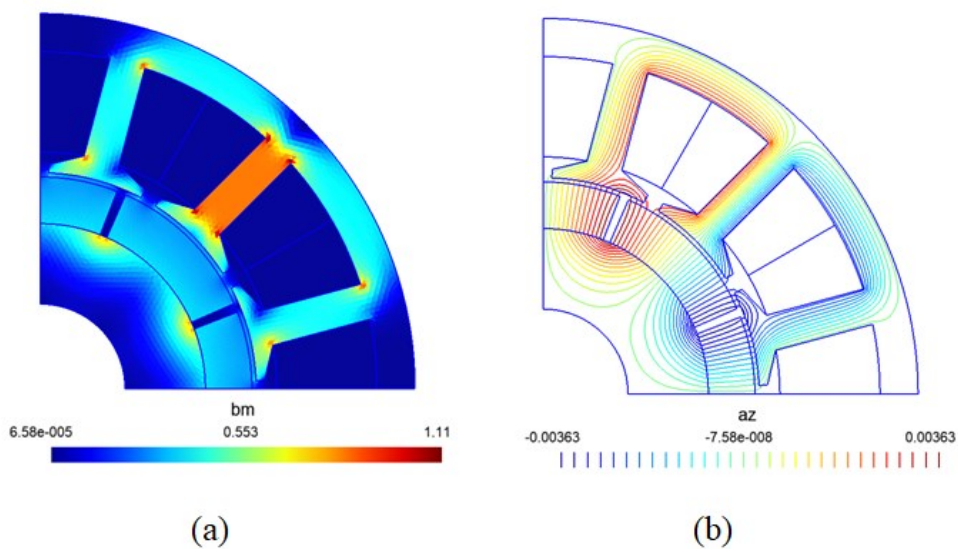


Fonte: [Autor].

A avaliação dos níveis de indução magnética no motor é feita como o rotor posicionado de forma que um polo esteja perfeitamente alinhado a um dente, conforme é mostrado na Figura 28, isto porque esta posição é a que possibilita maior fluxo magnético no dente do estator e, conseqüentemente, é o pior caso quanto ao nível de indução magnética nesta parte.

A Figura 29 apresenta o módulo da indução magnética em Tesla (a) e as linhas de fluxo magnético em Weber por metro (b), obtidas na simulação por MEF-2D.

Figura 29 - Indução magnética (T) (a) e linhas de fluxo (Wb/m) (b).



Fonte: [Autor].

Note que a distribuição de fluxo magnético na região da coroa do rotor não é uniforme, fazendo com que os valores de indução magnética nesta região variem de 0,050 T até 0,712 T. Nesta região, a avaliação do nível de indução é feita ao longo de uma linha transversal entre dois polos adjacentes (L1 – Figura 28). Nas regiões onde o fluxo é homogêneo, basta calcular a indução magnética em um ponto.

Os resultados numéricos da indução magnética nas partes representadas na Figura 29, obtidos pela simulação por MEF-2D e pela resolução do circuito de relutâncias são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Avaliação dos valores de indução magnética no motor.

	<b>MEF-2D</b>	<b>Analítico</b>	<b>Diferença %</b>
Coroa do rotor – L1	0,271 T	0,271 T	0,00%
Ímã – P1	0,315 T	0,312 T	-0,96%
Entreferro – P2	0,278 T	0,275 T	-1,09%
Dente do estator – P3	0,838 T	0,844 T	0,71%
Coroa do estator – P4	0,398 T	0,402 T	1,00%

Fonte: [Autor].

Percebe-se que a maior diferença entre os resultados obtidos analiticamente pela resolução do circuito de relutâncias e os obtidos via MEF-2D foi de 1,09 % enquanto a menor foi de apenas 0,00 %, indicando que a metodologia analítica de representação e resolução do circuito de relutâncias desenvolvida apresentou boa convergência com o MEF.

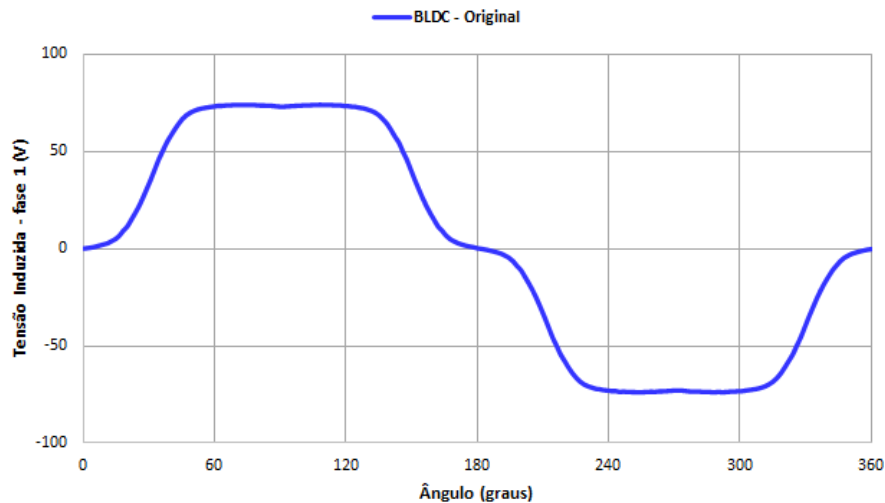
### 7.1.2 Tensão induzida nas bobinas do estator

Uma outra importante etapa do projeto de um motor é avaliar a tensão induzida nas bobinas ou força contra eletromotriz ( $f_{cem}$ ), pois esta determina a tensão nominal de alimentação e corrente necessárias para que a motor atinja um determinado ponto de operação.

Projetar um motor requer sapiência e prudência, pois apesar de matematicamente possível, motores cuja tensão induzida é demasiadamente elevada e corrente demasiadamente pequena ou vice-versa, são casos inapropriados do ponto de vista comercial, pois apresentam massa muito elevada ou perdas expressivas. Encontrar a relação ótima por outro lado, não é simples e por isso, o uso de algoritmos otimizadores são necessários.

Para fins de avaliar a tensão induzida, o motor foi simulado no domínio do tempo, com uma revolução de 360° elétricos do rotor na velocidade nominal de 2000 rpm e em circuito aberto. A simulação no domínio do tempo via MEF-2D usando o software Gmsh/GetDP produz como resultado, uma tabela contendo valores de fluxo concatenado por fase. A tensão induzida calculada posteriormente é mostrada na Figura 30.

Figura 30 - Tensão induzida calculada na simulação MEF-2D.



Fonte: [Autor].

O máximo valor verificado na tensão induzida em uma fase foi de aproximadamente 74 V. Sendo as fases conectadas em Y, a tensão de linha induzida é duas vezes a tensão induzida em uma fase, portanto, aproximadamente 148 V.

A avaliação da tensão induzida pelo método analítico foi feita com base no resultado do módulo de indução magnética no entreferro  $B_g$ , usando a equação (4.39) apresentada por [3]. A tensão induzida calculada analiticamente foi de aproximadamente 76 V e a tensão de linha induzida aproximadamente 152 V. A diferença deste resultado comparado ao obtido por MEF-2D foi de aproximadamente 2,63 %.

### 7.1.3 Indutâncias própria e mútua

O método de cálculo utilizado na simulação foi via fluxo magnético, que consiste na eliminação dos ímãs do rotor e no cálculo da quantidade de fluxo magnético produzido por uma bobina quando esta é percorrida por uma corrente elétrica, no caso foi escolhida a bobina que envolve o dente central. Usando as equações (4.40) e (4.41), as indutâncias foram calculadas na simulação por MEF-2D e pelo circuito de relutâncias, cujos resultados e comparação são apresentados na Tabela 7.

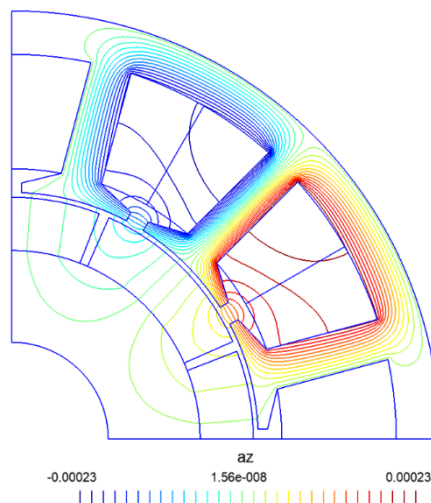
Tabela 7 - Indutâncias própria e mutua.

	<b>MEF-2D</b>	<b>Analítico</b>	<b>Diferença %</b>
Laa (mH)	7,856	7,217	-8,86
Lab (mH)	-3,652	- 3,608	-1,21

Fonte: [Autor].

Nota-se que os resultados apresentaram diferenças mais evidentes em relação aos obtidos por MEF-2D, isto ocorre devido a grande quantidade de fluxo magnético disperso nas ranhuras e entreferro quando alguma fonte de força magneto-motriz está presente no estator e ao fato de as relutâncias de dispersão serem mais difíceis de serem modeladas com precisão, devido ao comportamento menos previsível e à modelagem mais complexa dos fluxos dispersos. A Figura 31 mostra o comportamento do fluxo magnético ao remover os ímãs permanentes e inserir corrente na bobina da fase A.

Figura 31 - Comportamento do fluxo magnético no cálculo das indutâncias.



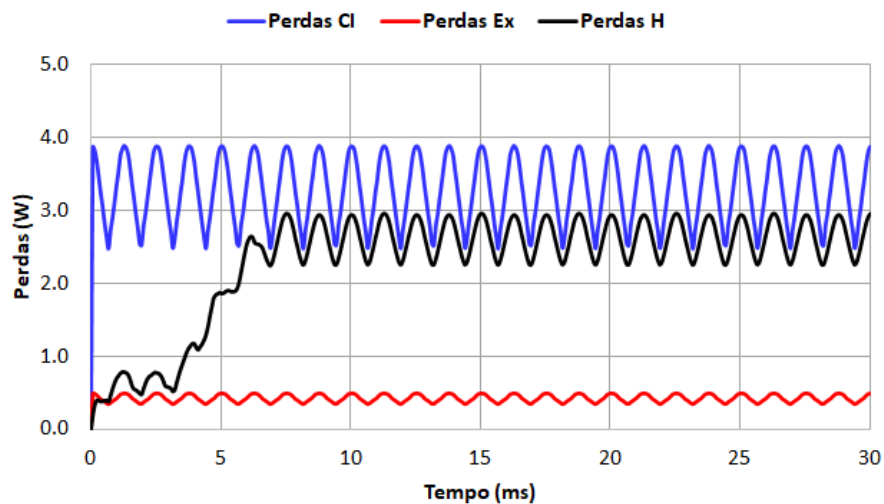
Fonte: [Autor].

### 7.1.4 Perdas magnéticas

As perdas magnéticas no aço via MEF-2D foram obtidas na simulação magnetodinâmica e com circuito aberto. Nesta situação, o fluxo magnético existe apenas devido aos ímãs permanentes no rotor e a variação temporal da indução magnética é causada apenas pela variação da posição do rotor.

No gráfico da Figura 32 são apresentadas as perdas por histerese, correntes induzidas e excedentes no estator.

Figura 32 – Separação das perdas no estator.



Fonte: [Autor].

O somatório das médias das perdas no último período elétrico, resultou em aproximadamente 6,35 W, o que representa cerca de 0,85 % da potência nominal.

As perdas magnéticas no estator também foram calculadas analiticamente a partir das equações (4.42) – (4.52), usando os valores máximos de indução magnética obtidos na resolução do circuito de relutâncias. A frequência considerada no cálculo, é a frequência elétrica nominal de rotação do rotor, 133,33 Hz.

Os resultados numéricos das perdas totais no estator, em Watts, obtidos por MEF-2D e pela resolução do circuito magnético, bem como a comparação destes, são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Resultados de perdas magnéticas.

	<b>MEF-2D</b>	<b>Analítico</b>	<b>Diferença %</b>
$W_{hFe}$ (W)	2,641	2,450	-7,80
$W_{ciFe}$ (W)	3,294	3,336	1,26
$W_{exFe}$ (W)	0,418	0,429	2,56
$W_{Fe}$ (W)	6,353	6,214	-2,24

Fonte: [Autor].

### 7.1.5 Perdas nos enrolamentos calculadas analiticamente

A corrente estimada para produzir o torque nominal na velocidade nominal é de 4,911 A RMS. A resistência elétrica de fase  $R_{ph}$ , após correção em função da temperatura, é igual a 1,364  $\Omega$ . Uma vez que motores BLDC operam sempre com duas fases simultaneamente energizadas, considera-se para cálculo das perdas ôhmicas, a resistência de linha  $R_{ll}$ , que em caso de ligação dos enrolamentos em Y, esta é duas vezes a resistência de fase, portanto, 2,728  $\Omega$ .

Pela equação (4.53), conclui-se que as perdas no cobre dos enrolamentos do motor são de 65,794 W.

### 7.1.6 Eficiência do motor calculada analiticamente

A eficiência do motor foi calculada nas condições previamente discutidas conforme a equação (4.58) sendo verificado um valor de 91,20 %.

Vale lembrar que as perdas no rotor foram desprezadas, pois a variação de indução magnética nesta região é praticamente nula. As perdas mecânicas por atrito nos rolamentos e/ou por ventilação ( $W_{mec}$ ), também não foram contabilizadas.

## 7.2 PROPOSTA DE UM MOTOR OTIMIZADO

O BLDC original foi otimizado usando o NSGA 2 e considerando como funções objetivos a eficiência e o custo do motor. A Tabela 9 apresenta os limites mínimo e máximo das variáveis que foram otimizadas.

Tabela 9 - Variáveis de otimização e os seus respectivos valores mínimo e máximo.

Variável	Valor mínimo	Valor máximo
$TGD$	1,4 mm	3,0 mm
$SO$	2 mm	4 mm
$SD$	15 mm	24 mm
$TWS$	4 mm	10 mm
$L_m$	6,5 mm	8,0 mm
$T_c$	60	100
$L_{stk}$	40 mm	120 mm
$Rad1$	35 mm	35 mm
$Rad3$	62 mm	62 mm

Fonte: [Autor].

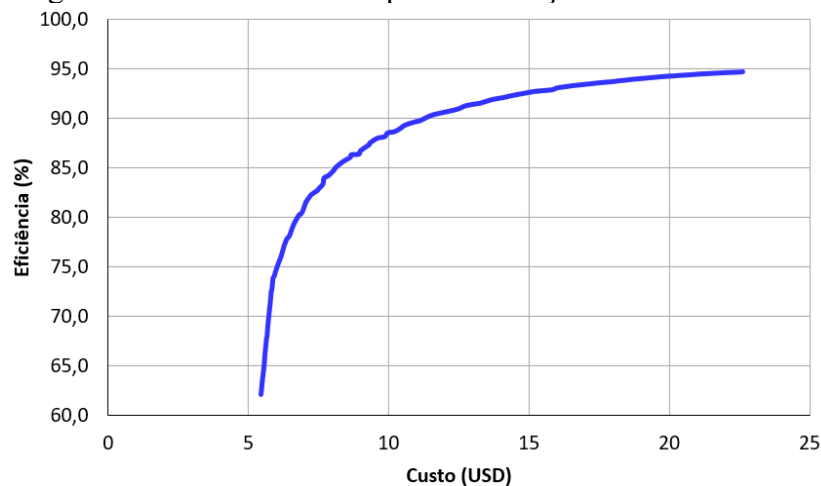
Note que os valores dos raios  $Rad1$  e  $Rad3$  não foram alterados, pois o fabricante do motor tem uma condição de aplicação que exige que estes dois raios permaneçam fixos.

Como restrições para a otimização, tem-se que o fator de enchimento grosseiro da ranhura  $SF_g$  deve ficar fixo em 0,4 e a espessura mínima da coroa do estator deve ser de 5,2 mm.

Os valores em dólares para os materiais usados na otimização são: USD 1,1 para o aço elétrico, USD 6,2 para o cobre e USD 5,0 para os ímãs permanentes cerâmicos. Estes valores foram obtidos com o fabricante do motor.

A Figura 33 mostra a curva de Pareto obtida com o resultado da aplicação do otimizador NSGA 2 acoplado ao roteiro analítico desenvolvido nesta dissertação.

Figura 33 - Curva de Pareto para otimização do motor BLDC.



Fonte: [Autor].

A Tabela 10 apresenta os parâmetros do motor original e do motor otimizado de maior eficiência. A Tabela 11 apresenta os resultados de ambos.

Tabela 10 - Parâmetros do motor original e do motor otimizado.

Variável	Original	Motor otimizado
$p$	4	4
$N_s$	12	12
$TGD$	1,4 mm	1,4 mm
$SO$	2,8 mm	3,7 mm
$SD$	20 mm	21,1 mm
$TWS$	6 mm	5,5 mm
$L_m$	7,7 mm	6,5 mm
$T_c$	66	60
$L_{stk}$	70 mm	120 mm
$Rad1$	35 mm	35 mm
$Rad3$	62 mm	62 mm
$Rad2$	55,7 mm	56,8 mm
$RadSh$	14 mm	14 mm
$BetaM$	170° elétricos	170° elétricos
$SOang$	20°	20°
$Gap$	0,7 mm	0,7 mm
$RYoke$	13,3 mm	14,5 mm
$SYoke$	6,3 mm	5,2 mm
$SF_g$	0,4	0,4
$D_c$	0,6368 mm	0,7048 mm
$T_{op}$	100°C	100 °C
$B_{r20}$	0,4050 T	0,4050 T
$B_r$	0,3402 T	0,3402 T
$\alpha_{B_r T}$ (Ferrite)	0,20%	0,20 %
$\alpha_{RT}$ (Cobre)	0,39%	0,39 %

Fonte: [Autor].



Tabela 11 - Resultados gerais do motor original e do motor otimizado.

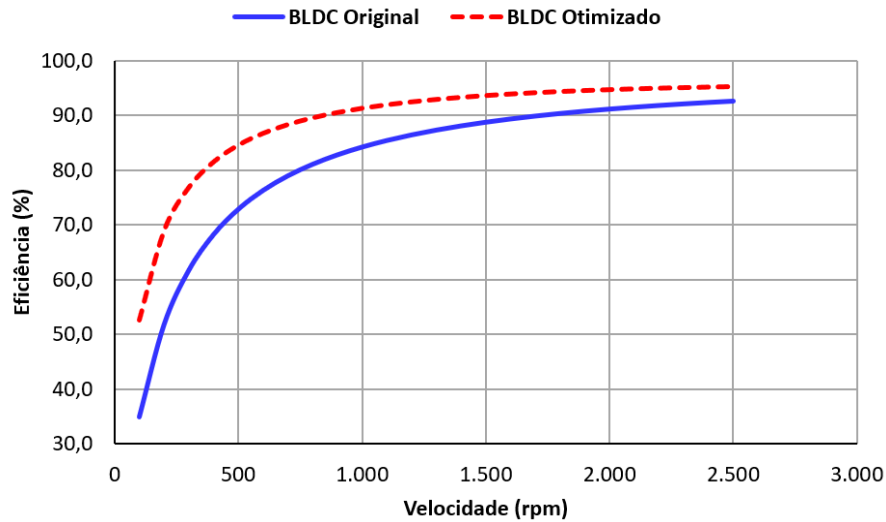
<b>Resultado</b>	<b>Original</b>	<b>Otimizado</b>
$M_{ry}$	0,924 kg	1,515 kg
$M_{sy}$	2,165 kg	3,297 kg
$M_{pm}$	0,488 kg	0,720 kg
$M_{Cu}$	1,472 kg	2,399 kg
$M_{Fe} + M_{Cu} + M_{pm}$	5,049 kg	8,193 kg
<i>Custo de aço</i>	3,398 USD	5,581 USD
<i>Custo de imãs</i>	2,441 USD	3,600 USD
<i>Custo de cobre</i>	9,127 USD	14,871 USD
<i>Custo total</i>	14,966 USD	24,053 USD
<i>Inércia</i>	$1,006 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$1,720 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
$J$	5,140 A/mm <sup>2</sup>	2,691 A/mm <sup>2</sup>
$R_{ph20}$	1,038 $\Omega$	1,127 $\Omega$
$R_{ph}$	1,364 $\Omega$	1,481 $\Omega$
$B_{ry}$	0,271 T	0,249 T
$B_m$	0,312 T	0,306 T
$B_g$	0,275 T	0,275 T
$B_{st}$	0,844 T	0,921 T
$B_{sy}$	0,402 T	0,487 T
$L_{aa} (MEF-2D)$	7,856 mH	11,209 mH
$L_{ab} (MEF-2D)$	-3,652 mH	-5,183 mH
$W_{hFe}$	2,449 W	4,889 W
$W_{ciFe}$	3,336 W	6,649 W
$W_{exFe}$	0,429 W	0,809 W
$W_{Fe}$	6,214 W	12,347 W
$W_{Cu}$	65,784 W	29,368 W
$I_{rms}$	4,911 A	3,149 A
$\hat{e}_{ph}$	75,925 V	118,403 V
$P_{shaft}$	745,700 W	745,700 W
$\eta$	91,20 %	94,70 %

Fonte: [Autor].

Note que como o motor otimizado apresenta uma tensão induzida maior que o motor original, a corrente elétrica do motor otimizado é menor do que a corrente do motor original.

A Figura 34 mostra a eficiência em função da velocidade para o motor original e para o motor otimizado de maior eficiência.

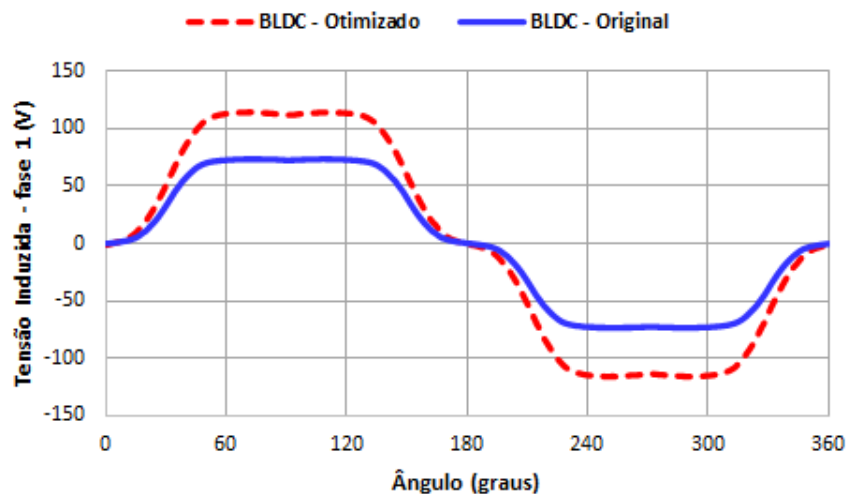
Figura 34 - Curvas da eficiência em função da velocidade para o motor original e para o otimizado.



Fonte: [Autor].

A Figura 35 mostra a tensão induzida da fase 1 em função do ângulo do rotor para o motor original e para o motor otimizado de maior eficiência.

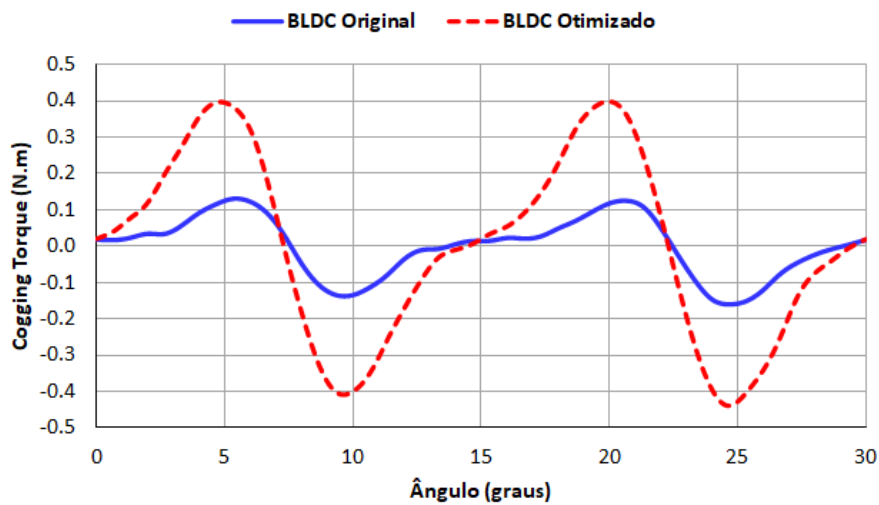
Figura 35 - Tensão induzida na fase A em função do ângulo do rotor para o motor original e para o motor otimizado.



Fonte: [Autor].

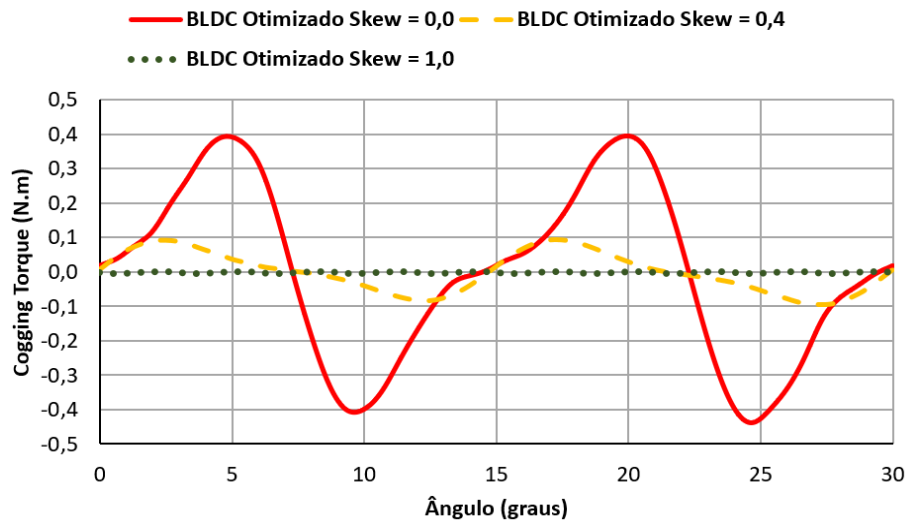
A Figura 36 mostra o *cogging torque* em função do ângulo do rotor para o motor original e para o motor otimizado de maior eficiência. Note que como a abertura da ranhura (SO) está maior no motor otimizado, o *cogging torque* está com amplitude maior que o original. Para diminuir este *cogging torque* é necessário inclinar a ranhura do estator. A Figura 37 mostra que aplicando o fator *skew* igual a 0,4 (40% do passo de ranhura), o *cogging torque* diminui consideravelmente. Já para o fator *skew* igual a 1, houve praticamente a eliminação deste.

Figura 36 - *Cogging torque* em função do ângulo do rotor.



Fonte: [Autor].

Figura 37 - *Cogging torque* em função do ângulo do rotor com alteração do parâmetro *skew*.



Fonte: [Autor].

Analisando as Figuras 34 até 37, percebe-se que o motor otimizado atende os requisitos de projeto. Esta otimização resulta no aumento de eficiência de 3,5% em relação ao motor original, o que para muitas aplicações é um forte diferencial de mercado. Porém, também é importante analisar o custo do motor. Em aplicações de otimização, o importante é entender que a curva de Pareto fornece uma prateleira de opções para o projetista do motor e escolher o motor de eficiência adequada para um certo valor custo, é a melhor opção para o fabricante.

### 7.3 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA ANALÍTICA ACOPLADA AO OTIMIZADOR

A fim de avaliar também os resultados obtidos analiticamente para o motor otimizado, foram obtidos os níveis de indução magnética via MEF-2D, cuja comparação é apresentada na Tabela 12.

Tabela 12 - Avaliação dos valores de indução magnética no motor otimizado.

	<b>MEF-2D</b>	<b>Analítico</b>	<b>Diferença %</b>
Coroa do rotor – L1	0,250 T	0,249 T	-0,43
Ímã – P1	0,308 T	0,306 T	-0,57
Entreferro – P2	0,280 T	0,275 T	-1,95
Dente do estator – P3	0,912 T	0,921 T	1,02
Coroa do estator – P4	0,485 T	0,487 T	0,47

Fonte: [Autor].

A máxima tensão induzida em uma fase do motor otimizado calculada analiticamente foi de aproximadamente 118 V, enquanto que a calculada via MEF-2D foi de aproximadamente 115 V, indicando uma diferença de 2,54%.

As perdas magnéticas totais calculadas analiticamente foram aproximadamente 12,347 W, enquanto que as calculadas via MEF-2D foram aproximadamente 12,037 W, significando uma diferença de 2,51 %.

O comparativo entre os resultados analíticos e numéricos para o motor otimizado indicam diferenças bem próximas às obtidas para o motor original (mostradas nas Tabelas 6, 7 e 8). Esta semelhança significa que o acoplamento entre a rotina analítica desenvolvida e o otimizador pode ser um bom aliado nas fases iniciais de um projeto de motor desta topologia.

## 8 CONCLUSÕES FINAIS

Como pode ser observado neste trabalho, a metodologia de projeto de um motor BLDC é dotada de muitas etapas até chegar aos resultados finais. Portanto, para que estas etapas sejam bem coesas, é necessária a elaboração de uma rotina bem parametrizada e com o mínimo possível de variáveis de entrada, que neste caso são os requisitos de operação do motor e alguns critérios iniciais a serem seguidos, como restrições construtivas. Os resultados obviamente devem ser devidamente organizados para que o projetista os acesse posteriormente.

Considera-se que os objetivos deste trabalho, propor uma metodologia analítica de projeto e aplicar uma otimização de um motor BLDC de rotor interno e ímãs na superfície, foram atingidos, visto que os resultados obtidos com o modelo analítico apresentaram diferenças pequenas (menores que 10%) quando comparados com resultados de simulação. Infelizmente, não foi possível validar os resultados analíticos comparando-os com resultados de medições e esta etapa será colocada como sugestão de trabalho futuro.

A similaridade entre os resultados analíticos e numéricos da indução magnética, pode seguramente ser atribuída à boa representação das partes do motor BLDC no circuito de relutâncias, o que conferiu robustez e confiabilidade à resolução.

Para garantir a precisão nos resultados em diversas possibilidades geométricas, a rotina analítica foi avaliada em múltiplas condições comparando os resultados com MEF-2D. No decorrer deste processo, foi necessário inserir relutâncias no circuito que inicialmente não tinham sido consideradas e então, abrir possibilidades de caminhos magnéticos e com isso, melhorar sua representatividade.

Embora a quantidade de relutâncias consideradas em um circuito estar diretamente relacionada à precisão nos resultados que este entrega, um número elevado de relutâncias e malhas representa aumento de custo computacional, devido à inversão matricial contida na equação (4.37) e ao aumento do número de interpolações.

Com a rotina analítica testada, foi possível acoplá-la ao otimizador multiobjetivo e com isso, obter uma prateleira de opções, localizadas no plano custo x eficiência (curva de Pareto), de motores BLDC de rotor interno e ímãs na superfície, com 8 polos e 12 ranhuras. A escolha sensata do melhor candidato, no entanto, deve considerar tanto a aplicação quanto a viabilidade econômica.

Deixa-se como sugestões para trabalhos futuros, as seguintes oportunidades:

- Fabricar um protótipo do motor estudado nesta dissertação para validar os resultados analíticos e numéricos com a comparação com os resultados medidos. Esta validação é importante para verificar se as hipóteses usadas nos modelos analíticos e as simplificações de simulações em 2D são adequadas para este motor de 8 polos, 12 ranhuras, e de rotor interno com ímãs cerâmicos superficiais.
- Utilizar a metodologia proposta em um projeto de motor BLDC com rotor externo e ímãs cerâmicos superficiais.
- Utilizar a metodologia proposta em um projeto de motor BLDC com rotor interno e ímãs enterrados.
- Utilizar modelagem por MEF-3D na avaliação dos resultados analíticos.

## REFERÊNCIAS

- [1] GIERAS, J. F.; WING, M., Permanent Magnet Motor Technology - Design and Applications. 1a. ed. Estados Unidos - New York: Marcel Dekker, Inc., 1996.
- [2] HANSELMAN, D., Brushless Permanent Magnet Motor Design. Universidade de Maine, Magna Physics Publishing, 2006.
- [3] HENDERSHOT JR., J. R.; MILLER, T. J., Design of Brushless Permanent-Magnet Motors. Oxford, Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1994.
- [4] HENDERSHOT JR., J. R.; MILLER, T. J., Design of Brushless Permanent-Magnet Machines. Motors Design Books LLC, 2010.
- [5] MENDES, T. N., Estudo Microestrutural e Propriedades Magnéticas em Ímãs Permanentes Sinterizados à Base de PrFeCoBNb com Adições de Elementos de Liga. Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, 2011.
- [6] PYRHÖNEN, J.; JOKINEN, T; HRABOVCOVÁ, V., Design of Rotating Electrical Machines. John Wiley & Sons, 2008.
- [7] BASTOS, J. P. A., Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática. Editora da UFSC, Florianópolis, 2004.
- [8] BATISTELA, N. J., Caracterização e modelagem eletromagnética de lâminas de aço ao silício. Tese para a obtenção de grau de Doutor. Universidade de Santa Catarina, Brasil, 2001.
- [9] ÁVILA, S. L., Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras. Dissertação de Mestrado, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.
- [10] FERREIRA DA LUZ, M. V., Desenvolvimento de um Software para Cálculo de Campos Eletromagnéticos 3D Utilizando Elementos de Aresta, Levando em Conta o Movimento e o Circuito de Alimentação. Tese de Doutorado, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.
- [11] BASTOS, J.; SADOWSKI, N., Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods. Marcel Dekker, 2003. (Electrical Engineering and Electronic Series). ISBN 9780824742690.
- [12] DULAR, P.; GEUZAINÉ, C., GetDP Reference Manual, University of Liège, Department of Electrical Engineering, 2009.
- [13] MALAGOLI, J. A., Otimização multiobjetivo aplicada aos motores de indução validada via elementos finitos. 2016. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, 2016.
- [14] DEB, K., Multi-objective genetic algorithms: Problem difficulties and construction of test Functions. Evolutionary Computation, 7(3), 205-230, 1999.

- [15] DEB, K. et al., A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. Springer Berlin Heidelberg, 2000. V. 1917, p. 849-858, 2000.
- [16] GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J.-F., Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Volume 79, Issue 11, pages 1309-1331, 2009.
- [17] Open Numerical Engineering Laboratory, 2021. Disponível em: <<http://onelab.info/>>. Acesso em: 30 de julho de 2021.
- [18] SRINIVAS, N.; DEB, K., Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*, 2(3), 221–248, 1994. doi:10.1162/evco.1994.2.3.221



## APÊNCICE A – Exemplo de aplicação da metodologia para definição de um esquema de bobinagem [2]

Para aplicação da metodologia exposta na seção 3.4 desta dissertação, será dado como exemplo um motor trifásico de 15 ranhuras e 4 polos com enrolamento de dupla camada.

- 1)  $K_o = 10$ ;
- 2)  $S = 3$ ;
- 3)  $N_{cph} = 5$ ;
- 4) A bobina 1 da fase A entra na ranhura 1 e sai na bobina 4;
- 5) O passo 5 é executado pelo seguinte algoritmo escrito em linguagem Matlab, onde *teta* é equivalente a  $\theta$  e *TETA* é o resultado final após a correção.

```

Ns=15;%numero de ranhuras
Nm=4; %numero de polos

for k=1:Ns
    teta_c(k)=(k-1)*(Nm/Ns)*180;
    teta(k)=mod(teta_c(k)+180,360)-180;

    if abs(teta(k))>90
        teta2(k)=teta(k)+180;
        TETA(k)=mod(teta2(k)+180,360)-180;
    else
        TETA(k)=teta(k);
    end
end

teta_c
teta
TETA

```

Tabela A.1 – Resultados da execução do algoritmo.

Bobina	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
teta_c	0	48	96	144	192	240	288	336	384	432	480	528	576	624	672
teta	0	48	96	144	-168	-120	-72	-24	24	72	120	168	-144	-96	-48
TETA	0	48	-84	-36	12	60	-72	-24	24	72	-60	-12	36	84	-48
Entrada	1	2	6	7	8	9	7	8	9	10	14	15	1	2	15
Saída	4	5	3	4	5	6	10	11	12	13	11	12	13	14	3

Fonte: [Autor].

- 6) O esquema de bobinagem final é apresentado na Tabela A.2, onde as letras maiúsculas representam entrada na ranhura e minúscula saída da ranhura.

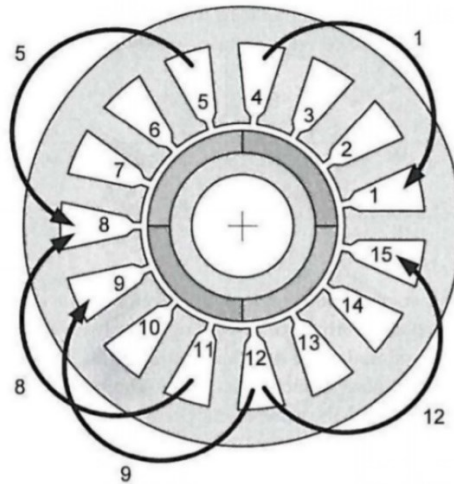
Tabela A.2 – Esquema de bobinagem para um motor de 15 ranhuras e 4 polos.

Ranhura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	A	c	B	B	C	C	b	A	A	B	B	a	C	C	A
	c	c	B	a	a	b	b	A	c	c	a	a	C	b	b

Fonte: [Autor].

- 7) Após a realização de todos os passos, constatou-se que o enrolamento é válido.

Figura A.1 – Localização das bobinas da Fase A no motor de 15 ranhuras e 4 polos.



Fonte: [2].

O fator de bobinagem para este motor foi calculado por um algoritmo em Matlab, conforme apresentado abaixo.

```
Nm=4;
Ns=15;
m=3; %numero de fases
n=1; %harmônica fundamental
Ncph=Ns/m;
a=pi/180;

%Ângulos de deslocamento das bobinas
teta(1)=0*a;
teta(2)=12*a;
teta(3)=-12*a;
teta(4)=24*a;
```

```

teta(5)=-24*a;

kd=(1/Ncph)*(exp(-j*teta(1))+exp(-j*teta(2))+exp(-
j*teta(3))+exp(-j*teta(4))+exp(-j*teta(5)))

S=floor(Ns/Nm)

alpha=S*(Nm/Ns)*pi;
kp=sin(n*alpha/2)

inc=0.01; %SEM INCLINAÇÃO
sigma=inc*((Nm/Ns)*pi);
ks=sin(n*sigma/2)/(n*sigma/2)

kw=kd*kp*ks

```

Pela execução do algoritmo acima, os valores referentes à componente fundamental dos fatores de distribuição, de passo, de inclinação e bobinagem foram:  $k_d = 0,9567$ ,  $k_p = 0,9511$ ,  $k_s = 1$  e  $k_w = 0,9099$ .