UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DE INFRAESTRUTURA

DAILIANE CLAUDIA DE AZEREDO

ANÁLISE NUMÉRICA DE PROVAS DE CARGAS LATERAIS EM ESTACAS

Joinville 2021

DAILIANE CLAUDIA DE AZEREDO

ANÁLISE NUMÉRICA DE PROVAS DE CARGAS LATERAIS EM ESTACAS

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia Civil de Infraestrutura do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Heidemann

DAILIANE CLAUDIA DE AZEREDO

ANÁLISE NUMÉRICA DE PROVAS DE CARGAS LATERAIS EM ESTACAS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil de Infraestrutura na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 15 de setembro de 2021.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcelo Heidemaan Orientador Presidente

Prof^a. Dra. Helena Paula Nierwinski Membro Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Vitor Pereira Faro Membro Universidade Federal do Paraná

Dedico este trabalho a Deus e a todos que acreditaram em mim em em especial à minha família e ao meu marido, que foram grandes incentivadores e apoiadores deste sonho!

AGRADECIMENTOS

À minha família, especialmente aos meus pais, Salete e Osmar, mesmo sem concluírem seus estudos, entendem a importância da educação e sempre me incentivaram na busca pelo conhecimento.

Ao meu marido, Luís Henrique, pelo incentivo, apoio e compreensão durante toda essa caminhada e por todo amor que recebo diariamente.

Ao meu orientador e amigo, Professor Marcelo Heidemann, pela paciência e disponibilidade em transmitir seus conhecimentos e principalmente por acreditar em mim.

Ao Vitor Pereira Faro, pela enorme gentileza e disponibilidade em me auxiliar durante o processo de aprendizado do ABAQUS.

Um agradecimento especial ao meu amigo Acir, pelo companheirismo, incentivo e risadas que tornaram esse caminho mais fácil.

Ao meu querido amigo Tulio, pelo companheirismo nos estudos e nos momentos difíceis.

A todos os meus amigos que conheci durante a graduação, especialmente a Bianca, Carol, Andréia, Murilo, Nathan e Aturiê pelo carinho e pelo companheirismo nas inúmeras horas de estudos ao longo da graduação.

Aos excelentes professores do curso de Engenharia Civil de Infraestrutura pelos conhecimentos compartilhados.

À Universidade Federal de Santa Catarina, por fornecer educação gratuita e de ótima qualidade, e a todos os profissionais que colaboraram direta ou indiretamente para a minha formação profissional.

"A persistência é o caminho do êxito." (Charles Chaplin)

RESUMO

Este trabalho apresenta estudo de metodologias para análise de fundações profundas sob carregamento lateral. O estudo foi realizado através de análises numéricas por elementos finitos através do software ABAQUS e por análises bidimensionais através do Ftool. No ABAQUS foram simuladas duas estacas longas, obtendo resultados de F (força) versus δ (deslocamento) e deformadas das estacas, que posteriormente foram comparados com resultados de provas de carga e de inclinômetro. Além disso, foram obtidas as curvas p-y a partir da simulação numérica no ABAQUS, as quais foram utilizadas para obtenção do módulo de reação horizontal. Para análise no Ftool, utilizou-se do coeficiente e módulo de reação horizontal derivados dos métodos de Terzaghi (1955) e Bowles (1977) e das curvas p-y, os quais resultaram em deformadas. Foram realizadas análises comparativas entre as deformadas obtidas através do Ftool e inclinômetro. Por fim, foram comparados os resultados das deformadas obtidas pelos dois softwares. A modelagem numérica por elementos finitos realizada através do ABAQUS mostrou bons resultados quanto a escolha da definição de contato e modelo de previsão de comportamento utilizado. O refinamento de malha e módulo de elasticidade mostraram uma influência significativa nos resultados das curvas F versus δ. Os resultados foram satisfatórios quando comparados aos resultados de ensaios de provas de carga. A modelagem realizada através do Ftool utilizou de métodos para derivação do coeficiente e módulo de reação horizontal. As curvas p-y possibilitaram variar o módulo de acordo com a profundidade, enquanto os métodos de Terzaghi (1955) e Bowles (1977) consideram o módulo constante. O método de Bowles (1977) foi avaliado para um coeficiente de ajuste igual à C=40 e C=20, sendo que para C=20, o valor do módulo praticamente se igualou ao encontrado por Terzaghi (1955). Considerando os deslocamentos na superfície, o método de Terzaghi (1955) foi o que mais se aproximou do resultado de campo apresentando uma diferença de 46% dos resultados do inclinômetro. Quando comparados os resultados das deformadas obtidas pelos dois softwares com os resultados do inclinômetro, observou-se que, nas profundidades iniciais os resultados não apresentaram boa similaridade ao encontrado em campo em termos de magnitude dos deslocamentos, podendo ser consequência de algumas simplificações adotadas. No entanto, de uma maneira geral, as tendências de comportamento são bem reproduzidas por qualquer dos processos utilizados. Além disso, comparando os deslocamentos na superfície obtidos por ambos os softwares, os resultados encontrados por Terzaghi (1955) apresentaram o menor erro, sendo este de aproximadamente 23% dos obtidos pelo ABAQUS, concluindo que, quando a análise for mais simples e/ou preliminar, pode-se utilizar o Ftool desde que utilizando um método adequado para derivação do coeficiente de mola.

Palavras-chave: Estacas, Carregamento Lateral, Análise Numérica, Módulo de Reação Horizontal.

ABSTRACT

This work presents a study of methodologies for analyzing deep foundations under lateral loading. The study was carried out through numerical analysis by finite elements through the ABAQUS software and two-dimensional analysis through Ftool. On ABAQUS, two long piles were simulated, obtaining results of F (force) versus δ (displacement) and deformed piles, which were later compared with results of load tests and inclinometer. In addition, p-y curves were obtained from numerical simulation in ABAQUS, which were used to obtain the horizontal reaction modulus. For analysis in Ftool, we used the coefficient and modulus of horizontal reaction derived from the methods of Terzaghi (1955) and Bowles (1977) and the py curves, which resulted in deformed. Comparative analyzes were performed between the deformed obtained using Ftool and inclinometer. Finally, the results of the deformed obtained by the two software were compared. The finite element numerical modeling performed using ABAQUS showed good results regarding the choice of the contact definition and the behavior prediction model used. The mesh refinement and modulus of elasticity showed a significant influence on the results of the F versus δ curves. The results were satisfactory when compared to the test results of load tests. The modeling performed through Ftool used methods for the derivation of the horizontal reaction coefficient and modulus. The p-y curves made it possible to vary the modulus according to depth, while the methods of Terzaghi (1955) and Bowles (1977) consider the modulus to be constant. Bowles's (1977) method was evaluated for an adjustment coefficient equal to C=40 and C=20, and for C=20, the modulus value was practically equal to that found by Terzaghi (1955). Considering the displacements on the surface, the method of Terzaghi (1955) was the one that came closest to the field result, presenting a difference of 46% from the inclinometer results. When comparing the results of the deformations obtained by the two software with the results of the inclinometer, it was observed that, in the initial depths, the results did not show good similarity to those found in the field in terms of the magnitude of displacements, which may be a consequence of some simplifications adopted. However, in general, behavioral trends are well reproduced by any of the processes used. In addition, comparing the displacements on the surface obtained by both software, the results found by Terzaghi (1955) showed the smallest error, this being approximately 23% of those obtained by ABAQUS, concluding that when the analysis is simpler and/or preliminary, Ftool can be used as long as using a suitable method for spring coefficient derivation.

Keywords: Piles, Lateral Loading, Numerical Analysis, Horizontal Reaction Module.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estaca submetida a um carregamento lateral H, carga vertical V e Momento Fletor
M21
Figura 2 - Comportamento de estacas ativas e passivas
Figura 3 -(a) Comportamento de uma estaca ativa do tipo rígida e flexível e (b) reação do solo
devido a aplicação de carregamentos laterais na seção transversal23
Figura 4 - Representação da carga lateral F e reação do solo p para uma dada seção transversal.
Figura 5 - Mecanismos de ruptura de estacas sob carregamento lateral
Figura 6 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em areia com topo livre27
Figura 7 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em areia com topo livre ou
engastado
Figura 8 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em argila com topo livre29
Figura 9 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em argilas com topo livre ou
engastado
Figura 10 - Representação de uma estaca submetida a esforços laterais para o modelo de
Winkler
Figura 11 – Transformação da pressão em carga distribuída32
Figura 12 - Variação do módulo de reação horizontal com a profundidade para (a) argilas pré-
adensadas e (b) areias e argilas normalmente adensadas
Figura 13 – Forma dos resultados derivados da solução completa
Figura 14 – Capacidade de cargas em sapatas
Figura 15 - Modelo de uma estaca submetida a esforços laterais com a abordagem p-y: (a) estaca
sob carregamento; (b) solo discretizado em molas e (c) curvas p-y40
Figura 16 – Determinação do módulo de reação tangente e secante41
Figura 17 - Estaca submetida a uma força horizontal aplicada no topo, coincidente com a
superfície do terreno
Figura 18 – Cálculo aproximado do momento fletor máximo
Figura 19 – Curvas para os coeficientes de deflexão C_y e de momento para estacas longas45
Figura 20 – Método direto <i>Hard Contact</i>
Figura 21 - Tipos de malhas de elementos finitos
Figura 22 - Comparação entre os comportamentos elasto-plásticos do solo
Figura 23 - Superficie de Plastificação de Mohr Coulomb60

Figura 24. Resultados de ensaios SPT realizados (a) com circulação de água e (b) sem
circulação de água com o uso de trado mecânico63
Figura 25 - Ensaio triaxial64
Figura 26 - Representação bidimensional dos parâmetros geométricos
Figura 27 – Modelo Geométrico e respectivos limites adotado nas simulações numéricas67
Figura 28 – Faixa de variação de parâmetros para solos gaúchos69
Figura 29 – Exemplo de malha de elementos finitos utilizada na simulação numérica71
Figura 30 – Pontos de obtenção da reação de força e do deslocamento72
Figura 31 – Representação do modelo no Ftool
Figura 32 – Comparação dos resultados das curvas Fxδ para "Estaca_L6_D0,3" e
"Estaca_L8_D0,4" obtidos pelos modelos numéricos de Faro (2014) e Azeredo (2021)77
Figura 33 – Comparação dos resultados das deformadas para "Estaca_L6_D0,3" obtidos pelos
modelos numéricos de Faro (2014) e Azeredo (2021)78
Figura 34 - Regiões de maiores deslocamentos para a "Estaca_L6_D0,3" na (a) vista
tridimensional em escala exagerada e (b) vista superior79
Figura 35 – Distribuições de tensões (a) na estaca e (b) solo80
Figura 36 – Comparação curva F versus δ obtida pela simulação numérica e através de provas
de carga para "Estaca_L6_D0,3"82
Figura 37 – Efeito do refinamento de malha nos arredores da estaca para "Estaca_L6_D0,3" e
"Estaca_L8_D0,4"
Figura 38 – Efeito do módulo de elasticidade na representação das curvas F versus δ para
"Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4"
Figura 39 – Comparação entre a deformada obtida através da simulação numérica e resultados
do inclinômetro para "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4"85
Figura 40 - Curvas p-y para 0,5 m, 1 m, 1,5 m e 2,5 m de profundidade86
Figura 41 - Comparação das deformadas obtidas através do método de Terzaghi e inclinômetro.
Figura 42 - Comparação das deformadas obtidas através do método de Bowles e inclinômetro.
Figura 43 – Deformadas obtidas através do método de Bowles para um C igual a 40 e 20 e
inclinômetro
Figura 44- Deformadas obtidas a partir de módulos derivados das curvas p-y92
Figura 45 – Comparação entre módulos de reação horizontais: métodos e p-y93
Figura 46 – Comparação entre deformadas: Ftool (métodos e curvas p-y) e ABAQUS94

Figura 47 - Diagr	ama de esforços c	rtantes e momentos fletores	5
-------------------	-------------------	-----------------------------	---

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores sugeridos por Terzaghi (1955) para ks1	
Tabela 2 – Valores para coesão do solo.	
Tabela 3 – Valores sugeridos por Terzaghi (1955) para n _h	
Tabela 4 – Fatores de forma.	
Tabela 5 – Valores de estimativa do coeficiente $k_{h.}$	
Tabela 6 – Parâmetros estruturais e geometria das estacas	67
Tabela 7. Parâmetros estruturais para as estacas.	
Tabela 8 – Parâmetros do solo	
Tabela 9 - Coeficiente de reação horizontal obtido através do método de Terzag	ghi (1955) para
a "Estaca_L6_0,3"	
Tabela 10 - Coeficiente de reação horizontal obtido através de Bowles	(1977) para a
"Estaca_L6_0,3" para um C=40	
Tabela 11 - Coeficiente de reação horizontal obtido através de Bowles	(1977) para a
"Estaca_L6_0,3" para um C=20	90
Tabela 12 - Módulos de reação e coeficientes de mola derivados das curvas p-y	91

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

As, Bs: Constante válida para coeficientes horizontais ou verticais

c: coesão do solo

D, B: Diâmetro da estaca

e: excentricidade da estaca

E: Módulo de elasticidade de Young

F: Força de reação horizontal

f: função que define a superfície de plastificação

H, Hu: Carga horizontal

I₁, I₂, I₃: Invariantes de tensão

K, K_h: Módulo de reação horizontal

k: Coeficiente de mola

kh: Coeficiente de reação horizontal

kh1: Coeficiente de reação horizontal para uma estaca de largura equivalente a um pé

 \bar{k}_{s1} : valores empíricos para coeficiente

Ki: Módulo tangente

K_P: Coeficiente de empuxo passivo

ks: Coeficiente de reação vertical do solo

Ks: Módulo secante

Kyh, Ky0H: Coeficientes adimensionais do Método de Hetenyi

L: Comprimento da estaca

M: Momento fletor

 m_h : Taxa de crescimento de k_h

Mu: Momento fletor referente ao escoamento da estaca

 N_c , $N_q e N_\gamma$: Fatores de capacidade de carga

n_h: Constante de k_h

p: reação do solo por m.

pu: resistência lateral limite

 S_c , S_q e S_γ : Fatores de forma

V: Carregamento vertical

v: Coeficiente de Poisson

z: Profundidade em relação a superfície do terreno

z₀: profundidade referente ao máximo de momento fletor na estaca

- γ: Peso específico do solo
- δ , y: deslocamento
- ϵ_{ij} : Componentes de deformação
- θ : Ângulo de Lode
- μ: Coeficiente de fricção
- σ: Tensão normal
- σ_{ij} : Componentes de tensão
- τ: Tensão cisalhante
- ϕ : Ângulo de atrito
- ψ: Ângulo de dilatância

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	17
1.1.	JUSTIFICATIVA	18
1.2.	OBJETIVOS	19
1.2.1.	Objetivo Geral	19
1.2.2.	Objetivos Específicos	19
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1.	CARREGAMENTO LATERAL EM ESTACAS	20
2.2.	MÉTODOS DE ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTACA	24
2.2.1.	Métodos baseados na capacidade de carga última do sistema solo-estaca	25
2.2.3.	Métodos baseados em modelos de reação do solo	30
2.2.3.1.	Teoria da reação horizontal do solo	31
2.2.3.2.	Equação diferencial do problema	34
2.2.3.3.	Métodos para determinação do coeficiente de reação horizontal	35
2.2.3.4.	Métodos para análise de estacas sob carregamentos laterais baseados na teor	ia
de reaçã	ăo horizontal do solo	41
2.2.4.	Aspectos gerais da abordagem do solo como um meio contínuo	45
2.3.	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A UM PROBLEMA NÃ	0
LINEAF	۶	47
2.3.1.	ABAQUS – SOFTWARE DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	49
2.3.2.	Contato entre elementos	50
2.3.3.	Malha	52
2.4.	MODELOS DE PREVISÃO DE COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS	53
2.4.1.	Modelos de previsão de comportamento aplicados ao espaço geral de tensões	s e
deforma	ações	54
2.4.2.	Elasticidade	55
2.4.3.	Plasticidade	56
2.4.4.	Plasticidade perfeita – Modelo constitutivo de Mohr Coulomb e elástico-linear.	59
3.	MATERIAIS E MÉTODOS	62
3.1.	CARACTERÍSTICAS DO CAMPO EXPERIMENTAL	62
3.2.	MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO SOLO-ESTACA	65
3.2.1.	Passos da análise	65
3.2.2.	Geometria	66

3.2.3.	Modelos de previsão de comportamento	
3.2.4.	Contato entre elementos	69
3.2.5.	Malha de elementos finitos	70
3.2.6.	Condições de contorno e carregamentos	71
3.3.	COEFICIENTES E MÓDULOS DE REAÇÃO HORIZONTAL	73
3.3.1.	Representação do sistema solo-estaca no Ftool	73
3.3.2.	Método de Terzaghi	74
3.3.3.	Método de Bowles	74
3.3.4.	Curvas p-y	75
4.	RESULTADOS	76
4.1.	RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA	76
4.1.1.	Validação do modelo numérico	76
4.1.2.	Comportamento do sistema solo-estaca	
4.1.3.	Comparação com resultados das provas de carga: efeitos do refin	amento de
malha	e do módulo de elasticidade	81
4.1.4.	Comparação das deformadas com resultados de inclinômetro	85
4.1.5.	Curvas p-y	86
4.2.	MÓDULOS E COEFICIENTES DE REAÇÃO HORIZONTAL	
4.2.1.	Método de Terzaghi (1955) x Inclinômetro	87
4.2.3.	Curvas p-y x Inclinômetro	91
4.2.4.	Análise: Ftool (Métodos e curvas p-y), ABAQUS e inclinômetro	92
5.	CONCLUSÃO	97
6.	TRABALHOS FUTUROS	
REFE	RÊNCIAS	

1. INTRODUÇÃO

As técnicas de construção civil vêm evoluindo gradativamente através dos anos possibilitando aos profissionais de engenharia desenvolver estruturas mais esbeltas e econômicas e que, por sua vez, exigem soluções mais rigorosas e complexas. O desafio no desenvolvimento do projeto destas estruturas está ligado à necessidade de estudos envolvendo principalmente os esforços aos quais estará submetida, garantindo assim a estabilidade frente a estas solicitações.

No âmbito das estruturas de fundações, é comum utilizar estacas como solução para transmissão das cargas para o solo, pois estas permitem que os esforços sejam transmitidos para camadas mais profundas e resistentes do mesmo.

As estacas são geralmente projetadas para suportar cargas verticais de compressão, no entanto, existe uma diversidade de situações em que além dos carregamentos verticais, a estaca também é submetida à carregamentos laterais de grande magnitude. Como por exemplo, ações do vento, sismos, esforços de água, entre outros.

Quando não considerados na análise estrutural, carregamentos deste tipo podem gerar efeitos inesperados, comprometendo a segurança da estrutura. Há inúmeros casos de construções que desenvolveram algum tipo de deformidade devido a alterações não previstas na análise estrutural (COLARES, 2006). Devido a esses fatos, é importante que em fase de projeto seja considerada a influência destes carregamentos e que sejam verificados os deslocamentos e deformações gerados, para principalmente avaliar a resistência da estaca e do solo diante da solicitação.

Considerando a importância deste tipo de análise, este trabalho busca estudar o comportamento de estacas sob carregamento lateral através de simulação numérica e métodos empíricos confrontando com resultados de campo.

As estacas utilizadas nas análises numéricas foram duas estacas longas. Através dos resultados foram obtidas as curvas F versus δ e deformadas, as quais foram comparadas com resultados de provas de carga. Também foram obtidos os módulos de reação horizontal do solo.

Além disso, foram analisados dois métodos baseados na teoria de reação horizontal do solo, método de Terzaghi (1955) e Bowles (1977). Através dos métodos foram derivados os coeficientes de reação horizontal, módulos de reação e coeficientes de mola, que posteriormente foram utilizados para obtenção de deformadas através do Ftool. Estes resultados também foram

comparados com resultados de campo e com os resultados das simulações numéricas em elementos finitos.

1.1. JUSTIFICATIVA

Na maioria das vezes os carregamentos laterais são omitidos dos cálculos por considerarem a fundação capaz de absorver esses esforços com segurança. Algumas normas de construção especificam por exemplo, que seja adotada uma força transversal igual a 10% da carga vertical (BROMS, 1964). Estas considerações são válidas quando se trata de obras de pequeno porte, porém, para obras de grande porte sujeitas a elevadas cargas laterais, deve-se considerar o efeito destes carregamentos em projeto.

Compreender como esses carregamentos ocorrem, qual sua magnitude e quais são os deslocamentos gerados colaboram na elaboração de um projeto mais seguro. Para auxiliar na etapa de dimensionamento pode-se utilizar de ferramentas computacionais. É incontestável que estas ferramentas, cada vez mais acessíveis e potentes, assumiram um papel importante no cotidiano dos profissionais de Engenharia (COLARES, 2006). Através destas, é possível construir modelos numéricos tridimensionais que apesar de complexos, possuem uma boa semelhança com a realidade ou utilizar métodos de cálculo baseados em hipóteses simplificadas partindo para uma simulação bidimensional e mais simples.

Este trabalho irá avaliar as duas abordagens, discorrendo sobre as ferramentas e parâmetros necessários para a concepção de um modelo numérico tridimensional em elementos finitos no software ABAQUS. Também serão avaliados métodos empíricos para obtenção do coeficiente de reação e módulo de reação horizontal do solo, para possibilitar a representação da problemática em uma análise bidimensional no software Ftool. As análises serão comparadas entre si e com resultados obtidos em campo a fim de avaliar a possibilidade de utilizar os softwares como auxílio para análises de problemas de carregamento lateral de estacas.

O coeficiente e módulo de reação horizontal são parâmetros importantes utilizados em métodos analíticos e simulações numéricas mais simples. Desta forma, a avaliação de métodos para sua obtenção colabora para a definição de uma correta consideração deste valor na análise estrutural.

Uma análise que represente de maneira mais aproximada o que de fato ocorre em campo, seja ela, tridimensional em elementos finitos em um software mais complexo como o ABAQUS, ou bidimensional em um software mais simples como o Ftool, pode possibilitar que as fundações sejam projetadas com maior certeza sobre a resposta do sistema solo-estaca diante

do carregamento. Isto também pode possibilitar a previsão de possíveis danos e patologias, e inclusive reduzir o fator de segurança de um projeto como este, viabilizando projetos menos onerosos. Desta forma, este trabalho serve como auxílio na escolha de uma metodologia adequada para avaliação de fundações profundas sob carregamento lateral e colabora para o aumento do conhecimento deste tipo de problema.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral estudar o comportamento de estacas carregadas lateralmente através de simulação numérica e métodos empíricos comparando com resultados de campo.

1.2.2. Objetivos Específicos

O trabalho tem como objetivos específicos:

• Identificar os parâmetros que compreendem a modelagem numérica da interação solo-estaca;

• Obter um modelo numérico para representar o sistema solo-estaca de acordo com o que foi executado em campo por Faro (2014) em ensaios de provas de carga;

• Comparar as curvas \mathbf{F} versus $\boldsymbol{\delta}$ obtidas através das simulações numéricas com os resultados atingidos em campo por meio de provas de cargas laterais em estacas realizadas por Faro (2014);

• Obter o módulo de reação horizontal do solo através dos resultados das simulações numéricas;

• Calcular o coeficiente de reação horizontal do solo, módulo de reação horizontal e coeficientes de mola utilizando os métodos de Terzaghi e de Bowles;

• Gerar a deformada da estaca através do software Ftool, confrontando-a com os resultados atingidos em campo e com as simulações numéricas em elementos finitos.

• Comparar os resultados dos esforços cortantes e momentos fletores gerados através do software Ftool.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentado o embasamento teórico utilizado para o desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente serão abordados conceitos a respeito de carregamentos laterais em estacas. Posteriormente serão apresentados os modelos de análise de interação solo-estaca abordando aqueles baseados na capacidade de carga das estacas, na teoria de reação horizontal do solo e abordagem do solo como um meio contínuo com ênfase no Método dos Elementos Finitos (MEF). Por fim discorre-se sobre método dos elementos finitos aplicado ao problema em estudo, aspectos importantes na modelagem numérica através do software ABAQUS e os modelos de previsão de comportamento para o solo envolvendo conceitos sobre teoria da elasticidade e plasticidade.

2.1. CARREGAMENTO LATERAL EM ESTACAS

Em diversas situações, além de resistirem aos esforços verticais, as estacas devem resistir também a esforços horizontais as quais estarão submetidas. As estruturas sujeitas a esse tipo de esforços são diversas (BOWLES, 1977; POULOS & DAVIS, 1980, REESE & IMPE, 2001; WANG, 2006; SALGADO 2008; FARO, 2014; GONZÁLEZ 2014), entre elas:

- estruturas portuárias como píeres que estão submetidos a forças de arrancamento e colisões de navios;
- estruturas onshore e offshore sujeitas aos esforços da água;
- fundações de maquinários sujeitas a vibrações;
- linhas de transmissão e aerogeradores sujeitos a forças dinâmicas como a dos ventos gerando a necessidade de equilíbrio desta estrutura diante do girar das hélices e do movimento dos cabos;
- pontes sujeitas a forças provindas das correntezas e/ou aceleração e frenagens dos veículos;
- edificações de grande esbeltez, altura, ou ainda posição geográfica onde possam estar submetidas a esforços de ventos e/ou terremotos;
- edificações urbanas que possam vir a sofrer intervenções construtivas ou outros tipos de solicitações laterais como por exemplo, a presença de construções em seu entorno.

A idealização do problema é a apresentada conforme na Figura 1, onde uma estaca é submetida a um carregamento lateral H, podendo também sofrer um carregamento vertical V e um momento M, sendo o momento devido à excentricidade no carregamento lateral ou vertical, ou ainda devido à fixação com a superestrutura (NARASIMHARAO; RAMAKRISHNA; BABU RAO, 1998 APUD BORN, 2019).

Figura 1 – Estaca submetida a um carregamento lateral H, carga vertical V e Momento Fletor M.



Fonte: Born (2019).

Quando o carregamento lateral é o efeito predominante no dimensionamento de fundações profundas solicitadas por carregamentos laterais, devem ser satisfeitos dois critérios: o primeiro diz respeito a um adequado fator de segurança frente à carga última/ruptura, e o outro diz respeito a um aceitável nível de deslocamento diante das cargas de trabalho, sendo em geral, tratados separadamente (POULOS & DAVIS, 1980). O dimensionamento é realizado em termos de estados limite último de resistência e estados limite de serviço (ARAÚJO, 2013). Os estados limites último de resistência podem ser de dois tipos: grandes deslocamentos, que geram danos estruturais na superestrutura ou carga de ruptura nas estacas causadas por rotação excessiva no caso de estacas rígidas ou por plastificação em estacas flexíveis. O estado de limite de serviço corresponde a um deslocamento suficientemente pequeno para que não sejam causados danos à superestrutura (SALGADO, 2008).

Quando em projeto se tem fundações em estacas submetidas a elevado carregamento horizontal, é usual utilizar vigas de travamento para distribuir a carga horizontal em um maior número de fundações, ou optar por inclinar as estacas. Essa última ação tem a finalidade de fazer com que a componente horizontal da força seja transmitida axialmente ao eixo da estaca, pois a estaca, como um elemento estrutural esbelto, tem menor eficiência na transferência de cargas perpendiculares ao seu eixo (ABREU, 2014). Outra alternativa de projeto consiste em

dimensionar estacas verticais capazes de suportar solicitações de flexo-compressão e/ou flexotração, absorvendo os carregamentos horizontais por flexão das estacas (FARO, 2014).

De acordo com Velloso e Lopes (2010), uma estaca carregada lateralmente deve ser observada em três seguintes aspectos:

a) Estabilidade (ou segurança à ruptura do solo), isto é, verificar se o solo é capaz de suportar com a segurança desejada, os carregamentos que lhe são transmitidos pela estaca;

 b) Deslocamentos, isto é, verificar se o deslocamento e rotação do topo da estaca sob a carga imposta é compatível com a estrutura suportada.

c) Dimensionamento estrutural, momento onde será necessário prever os esforços internos.

Em se tratando do comportamento geotécnico, existem dois grupos de estacas carregadas transversalmente, as estacas ativas e passivas, conforme apresentado na Figura 2. As estacas ativas são carregadas no topo e tem como consequência o deslocamento horizontal, já as passivas, o solo sofre um deslocamento horizontal e tem como consequência o carregamento ao longo do fuste da estaca (ALONSO, 2012). O comportamento geotécnico e estrutural das estacas do tipo ativas é o tema de estudo deste trabalho.



Figura 2 - Comportamento de estacas ativas e passivas

Fonte: Alonso (2012).

Quando uma estaca é carregada lateralmente no topo por uma força H, as tensões no solo irão aumentar na face oposta à aplicação do carregamento, enquanto que no lado da aplicação da carga, estas irão diminuir. Em estacas flexíveis, à medida que esse processo ocorre, em um lado da estaca forma-se uma fenda/abertura (ruptura por tração) e no outro um

mecanismo de ruptura do tipo cunha (ruptura por compressão) é formado no solo (DECOURT, 1999; FLEMING; 2009). No caso de uma estaca rígida, esta tende a girar. Assim, uma fenda ou abertura também ocorre na base da face solo-estaca, essa diferença no comportamento solo-estaca pode ser melhor compreendida através da Figura 3(a). Na seção transversal, este mecanismo produz tensões cisalhantes que atuam nas laterais da estaca e tensões normais contra o sentido da aplicação do carregamento, conforme representado na Figura 3 (b) (VELLOSO E LOPES, 2010).

Figura 3 -(a) Comportamento de uma estaca ativa do tipo rígida e flexível e (b) reação do solo devido a aplicação de carregamentos laterais na seção transversal.



Fonte: (a) Born (2019) e (b) Velloso e Lopes (2010).

O comportamento de uma estaca carregada lateralmente é um problema de interação solo-estrutura (ISE) onde o deslocamento (y) da estaca depende da reação do solo (p), e a reação do solo depende do deslocamento da estaca (ABDRABO, 2011; GAVER, 2011 apud BORN, 2019). De modo a compreender melhor os tipos de reações envolvidas durante o carregamento lateral, a Figura 4 (d) mostra uma relação p-y (reação do solo versus deslocamento lateral). Para cada ponto da curva há a representação da mobilização das reações envolvidas durante o carregamento de uma estaca:

- (a) resistência lateral da interface solo-estaca devido ao atrito ou adesão;
- (b) resistência normal da interface solo-estaca;
- (c) resistência lateral unitária, composta por resistência normal e cisalhante.

A resistência lateral limite p_u dada pelo ponto (c), conforme representado na Figura 4 (d), refere-se ao ponto no qual esgota-se a resistência do solo. Ou seja, após um dado deslocamento o solo plastifica e não oferece mais reação. A partir deste momento, as cargas

adicionais devem ser transmitidas ao longo do comprimento da estaca a fim de mobilizar resistência (SALGADO, 2008).

F y p (a) p_u (c) (b) F y (a) (b) y (d) F ý (c)

Figura 4 - Representação da carga lateral F e reação do solo p para uma dada seção transversal.

Fonte: Adaptado de Salgado (2008).

Em relação ao comportamento estrutural da estaca, existem diferenças significativas no comportamento entre estacas solicitadas lateralmente e verticalmente. Sob ação de cargas verticais a seção estrutural da estaca fica submetida à ação de compressão confinada, na qual, geralmente o nível de tensão é muito menor que a resistência do material em si. Desta forma, a ruptura, se ocorrer, acontece na interface da estaca e o solo. Já sob a ação de cargas laterais, a seção da estaca está submetida a momentos fletores, e sua derivada, esforços cisalhantes, os quais tornam o dimensionamento da seção estrutural um fator de extrema importância (VIGGIANI; MANDOLINI; RUSSO, 2012 apud BORN 2019).

2.2. MÉTODOS DE ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTACA

Um fator importante para análise de um problema de carregamento lateral em estacas é a rigidez do sistema. Um sistema solo-estaca é dito rígido quando as deflexões não são o foco principal do problema a ser enfrentado, nesse caso, o projeto de estacas sob carregamento lateral é feito com enfoque na carga limite de ruptura do terreno ou do elemento estrutural, através de métodos analíticos, semi-empíricos ou numéricos. Enquanto isso, os sistemas ditos flexíveis são aqueles em que as deflexões podem apresentar valores significativos, determinantes do comportamento da superestrutura. Os projetos nestes casos requerem análises elastoplásticas, quantificando os efeitos carga-deflexão sobre o sistema como um todo (LAUTENSCHLÄGER, 2010 e FARO, 2014).

2.2.1. Métodos baseados na capacidade de carga última do sistema solo-estaca

A literatura destaca dois métodos frequentemente utilizados, baseados em formulações simplificadas, cujo mecanismo de ruptura varia de acordo com o tipo de solo e de estaca, são eles: método de Brinch Hansen (1961) e o método de Broms (1965). A metodologia de Hansen é baseada na teoria de empuxos de terra, aplicada restritamente em estacas curtas. Considerando que o foco deste trabalho é estudar o comportamento de estacas longas, somente o método de Broms será demonstrado.

O método de cálculo de carga última para estacas carregadas transversalmente apresentado por Broms (1965) apresenta o estudo de dois artigos anteriores de sua autoria, um realizado para solos coesivos (argilas em condições não drenadas) e outro realizado para solos não coesivos (areias). O método adota a filosofía dos chamados mecanismos de ruptura, estabelecendo que um projeto de estacas carregadas lateralmente, em geral, tem como exigências que a ruptura completa de um grupo de estacas ou da estrutura de suporte não deve ocorrer mesmo diante das mais variadas condições adversas e, que as deformações, para as cargas de trabalho, não prejudiquem o funcionamento da infraestrutura ou superestrutura. Portanto, para uma estrutura em que pequenos deslocamentos podem ser tolerados, o projeto será determinado pelos deslocamentos diante das cargas de trabalho, já em casos em que os deslocamentos são mais expressivos, o projeto será determinado pela plastificação do elemento estrutural (LAUTENSCHLÄGER, 2010). A Figura 5 mostra exemplos de mecanismos de ruptura para estacas submetidas a carregamentos laterais.



Figura 5 - Mecanismos de ruptura de estacas sob carregamento lateral.

Fonte: Velloso e Lopes (2010).

Velloso e Lopes (2010) descrevem os tipos de rupturas que podem ocorrer conforme é evidenciado na Figura 5.

 a) Estacas longas com topo engastado: a ruptura ocorre quando a plastificação do material da estaca é atingida em duas seções, uma na base do bloco, outra na profundidade que corresponde ao momento fletor máximo;

 b) Estacas curtas engastadas: a ruptura ocorre quando a estaca sofre uma translação como um corpo rígido;

c) Deslizamento de bloco: o elemento bloco sofre um deslocamento para o lado;

 d) Estacas longas de topo livre: a ruptura ocorre quando a plastificação do material da estaca é atingida na profundidade que corresponde ao momento fletor máximo;

e) Estacas curtas de topo livre: a ruptura ocorre quando a estaca gira como um corpo rígido em torno de um ponto a uma dada profundidade;

Abordado essa primeira revisão de conceitos fundamentais para o método de Broms (1965), a seguir serão demonstrados os cálculos para obtenção da carga última de estacas longas de topo livre ou engastadas em areias e argilas:

a) Em areias ("solos não coesivos")

As Equações 1, 2 e 3 juntamente com o ábaco da Figura 6 permitem encontrar a carga última por carregamento lateral para **estacas longas de topo livre**, a ruptura ocorre quando uma rótula plástica se forma a uma profundidade z_0 no interior da massa de solo, este ponto referese ao momento fletor máximo (M_{max}) presente no terço superior da estaca.

$$z_0 = 0.82 \sqrt{\frac{H_u}{\gamma' B K_P}}$$
(Equação 1)

$$M_{max} = H_u(e + 0.67z_0)$$
(Equação 2)

Sendo o $M_{max} = M_u$ (momento de ruptura), tem-se:

$$H_{\rm u} = \frac{M_{\rm u}}{e + 0.55 \sqrt{\frac{H_{\rm u}}{\gamma' B \, \rm K_P}}} \tag{Equação 3}$$

Onde: Hu é a carga última de ruptura da estaca, B é o diâmetro da estaca, K_p é o coeficiente de empuxo passivo do solo em repouso, γ' é o peso específico do solo, *e* corresponde à excentricidade da estaca e z₀ corresponde à profundidade referente ao máximo de momento fletor na estaca.



Figura 6 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em areia com topo livre.

Fonte: Lautenschläger (2010).

Em **estacas longas engastadas**, as Equações 4 e 5 e o ábaco da Figura 7 possibilitam encontrar a carga última da estaca.

Se Mu+
$$\neq$$
 Mu-, H_u = $\frac{M_u + M_u}{e + 0.54 \sqrt{\frac{H_u}{\gamma B K_P}}}$ (Equação 4)

Se Mu+ = Mu-, H_u =
$$\frac{2 M_u}{e+0.54 \sqrt{\frac{H_u}{\gamma B K_P}}}$$
 (Equação 5)

Onde: Hu é a carga última de ruptura da estaca, Mu é o momento de ruptura, B é o diâmetro da estaca, Kp é o coeficiente de empuxo passivo do solo, γ' é o peso específico do solo, *e* é a excentricidade da estaca e z_0 corresponde à profundidade referente ao máximo de momento fletor na estaca.

Figura 7 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em areia com topo livre ou engastado.



Fonte: Lautenschläger (2010).

Como pode ser observado no diagrama da Figura 7, a distribuição dos momentos é diferenciada quanto à reação do solo, resultado da formação das rótulas plásticas que estão localizadas na parte superior da estaca, regiões que correspondem aos pontos de momento fletor máximo.

b) Em argilas saturadas ("solos coesivos")

Em estacas longas de topo livre (L/B > 4), admite-se que os deslocamentos laterais são suficientemente grandes para mobilizar plenamente a resistência passiva do solo abaixo da profundidade em que ocorre o momento fletor máximo. A ruptura ocorre quando o momento de ruptura da estaca é igual ao momento fletor máximo, ou seja, a ruptura do sistema se dá por falha estrutural. As Equações 6 e 7 juntamente com o ábaco da Figura 8 permitem encontrar a carga última da estaca.

$$M_{max} = 2,25BS_u (L - 1,5 B - z_0)^2$$
 (Equação 6)

$$z_0 = \frac{H_u}{9S_u B}$$
(Equação 7)

Onde: S_u é a resistência não drenada do solo, L é o comprimento da estaca, Hu é a carga última de ruptura da estaca, B é o diâmetro da estaca, K_p é o coeficiente de empuxo passivo do solo, γ' é o peso específico do solo, *e* é a excentricidade da estaca e z₀ corresponde à profundidade referente ao máximo de momento fletor na estaca.

Figura 8 - Mecanismo de ruptura e ábaco para estacas longas em argila com topo livre.



Fonte: Lautenschläger (2010).

Observando o diagrama, a distribuição de tensões de reação do solo abaixo da rótula plástica, sofre um rearranjo. Já o máximo valor de momento é encontrado na região superior da estaca, seção onde ocorreu a plastificação.

Em **estacas longas engastadas**, a Equação 8 e o ábaco da Figura 9 permitem encontrar a carga última. O comportamento destas estacas é semelhante ao comportamento de estacas de topo livre, onde os momentos máximos novamente encontram-se na parte superior da estaca.

$$H_u = \frac{2M_u}{1.5 \text{ B}+0.5z_0}$$
 (Equação 8)

Onde: Mu é o momento de ruptura, B é o diâmetro da estaca, z_0 corresponde à profundidade referente ao máximo de momento fletor na estaca.





Fonte: Lautenschläger (2010).

Nos casos apresentados anteriormente, nota-se que a maior concentração de momentos se apresenta acima da metade do comprimento da estaca em torno de um terço do comprimento, indicando ser a região que apresenta os maiores deslocamentos. No caso de solos de baixa resistência, ou sujeitos a grandes solicitações, uma solução seria reforçar esta camada mais solicitada fazendo uso de um tipo de agente cimentante, aumentando a resistência deste solo até determinada profundidade (LAUTENSCHLÄGER, 2010).

2.2.3. Métodos baseados em modelos de reação do solo

A análise de estacas baseadas na teoria da reação do solo baseia-se na hipótese de Winkler, onde o solo é discretizado por molas ao longo da estaca.

A "hipótese de Winkler" foi proposta em 1867, é uma extensão do estudo de vigas de fundação sobre uma base elástica. Neste tipo de modelo o solo é substituído por um conjunto de molas independentes entre si que exibem comportamento linear elástico, governado pelo módulo de reação do solo (GONZÁLEZ, 2014). Quando a abordagem de Winkler é estendida para o caso de estacas o problema é mais complexo, pois a estaca pode estar em contato com solos de naturezas diversas ao longo da profundidade, gerando a necessidade do conhecimento

das características de cada uma das camadas de solo. Já em vigas, é possível admitir que elas estejam apoiadas sobre um solo uniforme, ou seja, que possui as mesmas características (CINTRA, 2002). A Figura 10 mostra a representação de uma estaca sob esforços laterais de acordo com o modelo de Winkler.

Figura 10 - Representação de uma estaca submetida a esforços laterais para o modelo de Winkler



O modelo de Winkler é relativamente simples, sendo possível incorporar não linearidades, variação do coeficiente de reação do solo com a profundidade e a estratificação. O modelo considera que as pressões de contato são proporcionais ao deslocamento do elemento estrutural, e o solo representado pelo conjunto de molas exibe uma resposta linear, embora o solo não se comporte linearmente. São limitações do modelo, o fato de se ignorar a continuidade do solo, e considerar o coeficiente de reação uma propriedade intrínseca do solo, quando na realidade essa variável depende do solo, das dimensões da estaca e do deslocamento (VELLOSO E LOPES, 2010).

2.2.3.1. Teoria da reação horizontal do solo

A teoria de reação horizontal do solo é frequentemente utilizada para determinação dos esforços e deslocamentos em estacas submetidas a carregamentos laterais e momentos fletores (CINTRA, 2002). Baseado no conceito de uma viga sobre uma base elástica (Método de Winkler), os conceitos que regem esta teoria são baseados em dois parâmetros principais: coeficiente e módulo de reação horizontal (mola).



O *coeficiente de reação horizontal* (k_h) é a razão entre a pressão (σ_h) exercida pelo elemento de fundação e o seu respectivo deslocamento horizontal (y) sofrido pelo solo, conforme descrito na Equação 9 (ALONSO, 2012).

$$k_h = \frac{\sigma_h}{\gamma} [FL^{-3}]$$
(Equação 9)

Esse conceito é aplicado a vigas sobre apoio elástico. Porém, quando aplicado a estacas, perde parte de seu sentido, principalmente à medida que as dimensões transversais aumentam. A Figura 11 representa a distribuição de tensões na face de um elemento de estaca que sofreu um deslocamento horizontal constante y. Como pode-se observar, a distribuição da pressão não é constante ao longo do contato estaca com o solo, sendo assim, k_h varia de ponto a ponto em uma determinada profundidade. Caso fosse utilizado um valor médio de σ_h , o valor de k_h iria variar com o diâmetro da estaca, diminuindo conforme o aumento deste. Desta forma, a fim de obter uma relação para representar o problema, foi necessária uma conversão da pressão em carga por unidade de comprimento, multiplicando a mesma pelo diâmetro B da estaca, e resultando assim na reação do solo (p) (ALONSO, 2012).

Figura 11 – Transformação da pressão em carga distribuída.



Fonte: Adaptado de Alonso (2012).

A partir desta conversão têm-se o *módulo de reação horizontal do solo* (K) dado pela Equação 10, onde é estabelecido uma relação entre k_h e K.

$$K = k_h \cdot B = \frac{p}{\gamma} [FL^{-2}]$$
(Equação 10)

Ainda, o módulo de reação horizontal pode ser constante ou variar com a profundidade, conforme Equações 11 e 12, respectivamente. Para argilas pré-adensadas, o módulo de reação horizontal é considerado constante com a profundidade (Figura 12(a)). Enquanto que, para areias e argilas normalmente adensadas, considera-se o módulo de reação horizontal crescente com a profundidade conforme Figura 12(b) (VELLOSO E LOPES, 2010; ALONSO, 2012).

$$K = \frac{p}{y} = constante$$
 (Equação 11)

$$K = \frac{p}{y} \cdot z = k_h \cdot B \cdot z = n_h \cdot z$$
 (Equação 12)

Em que: n_h é a constante do coeficiente de reação horizontal[F/L⁻³] igual a $k_h * B$.

Figura 12 - Variação do módulo de reação horizontal com a profundidade para (a) argilas préadensadas e (b) areias e argilas normalmente adensadas.



Fonte: Alonso (2012).

A determinação do módulo de reação horizontal é um dos principais desafios dos métodos que se utilizam do seu valor para análise de estacas submetidas a carregamentos laterais (SANTOS, 2008; CINTRA, 2002).

2.2.3.2. Equação diferencial do problema

O comportamento de uma estaca carregada lateralmente pode ser representado matematicamente por uma equação diferencial (Equação 13), baseado na teoria de reação horizontal do solo (CINTRA, 2002).

$$EI \cdot \left(\frac{d^4}{dz^4}\right) = -p = -K_h \cdot y \tag{Equação 13}$$

Onde: p é a reação do solo, K_h é o módulo de reação horizontal do solo, y é o deslocamento horizontal, EI é a rigidez à flexão da estaca e z é a profundidade. Como a reação do solo tem sentido oposto ao da solicitação, o sinal é negativo.

A partir desta equação podem-se encontrar resultados de reação do solo (p), força cortante (SF), momento fletor (M) e rotação (s), obtendo as sucessivas curvas apresentadas na Figura 13 (BORN, 2019).

Figura 13 – Forma dos resultados derivados da solução completa.



Fonte: Born (2019).

Esta equação diferencial tem solução analítica apenas para K constante com a profundidade, sendo que os vários métodos da teoria de reação horizontal diferem apenas na técnica de resolução numérica desta equação (CINTRA, 2002).

2.2.3.3. Métodos para determinação do coeficiente de reação horizontal

A literatura dispõe de diversos métodos para obtenção do coeficiente de reação horizontal, a seguir serão apresentados os métodos utilizados neste trabalho para determinação deste coeficiente.

a) Método de Terzaghi (1955):

Terzaghi (1955) publicou um artigo onde são apresentadas algumas hipóteses simplificadoras a serem consideradas na determinação do valor do coeficiente de reação horizontal e vertical para solos coesivos e não coesivos.

Uma das hipóteses se trata do coeficiente de reação resultante entre a tensão de contato do solo-estaca e o deslocamento da estaca, este independe dessa tensão de contato. Outra hipótese é a de que o coeficiente de reação vertical do solo k_s possui os mesmos valores em todos os pontos de solicitação, independentemente das características do solo e o mesmo se dá para o coeficiente de reação horizontal k_h para o caso de argilas duras, onde este é constante ao longo da profundidade. Por fim, para o caso de solos não-coesivos o coeficiente de reação horizontal é considerado como variável com a profundidade, partindo de um valor nulo na superfície e crescendo com uma taxa n_h (TERZAGHI, 1955).

Terzaghi (1955) ressalta que as hipóteses são propostas para simplificar a obtenção da reação do solo e menciona erros causados por essas simplificações. O autor afirma que ensaios mostraram que o coeficiente de reação sofre um aumento quando ocorre o deslocamento, deixando claro que a hipótese que assume um coeficiente independente da tensão de contato é imprecisa. Esta hipótese só é considerada válida para valores de tensão abaixo da metade do valor da carga de ruptura. O valor da carga de ruptura para argilas duras independe das dimensões da estrutura, o que não acontece com areias.

Partindo dessas premissas, Terzaghi (1955) propôs um método para determinação do coeficiente de reação horizontal do solo k_h a partir de valores previamente calculados que dependem das características do sistema solo-estaca em análise.

A Equação 14 foi proposta para o caso de argilas pré-adensadas:

$$k_h = \frac{p}{y_1} = k_{h1} = \frac{0,3048}{1,5 \cdot D} \cdot \bar{k}_{s1}$$
(Equação 14)

Onde, k_{h1} é o coeficiente de reação horizontal para uma estaca com largura equivalente a 1 pé (30,48 cm), D é a largura ou diâmetro da estaca em m e \bar{k}_{s1} corresponde à valores empíricos conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela I – Valores sugeridos por Terzagni (1955) para k_{s1} .			
Consistência da argila	Rija	Muito rija	Dura
Intervalos de valores para \bar{k}_{s1} (MN/m ³)	15,7-31,4	31,4-62,9	>62,9
Valores recomendados para \bar{k}_{s1} (MN/m ³)	23,6	47,1	94,3

Tabela 1 – Valores sugeridos por Terzaghi (1955) para \bar{k}_{s1}

Fonte: Adaptado de Terzaghi (1955).

A consistência das argilas pode ser determinada através da coesão do solo de acordo com a Tabela 2 ou através de resultados de sondagens SPT.

Consistência da argila	Coesão (kPa)
Muito mole	<12,5
Mole	12,5-25,0
Média	25,0-50,0
Rija	50,0-100,0
Muito Rija	100,0-200,0
Dura	>200,0

Tabela 2 – Valores para coesão do solo.

Fonte: Adaptado de Maccarini (2009) apud Bowles(1979).

A Equação 15 foi proposta para areias e argilas normalmente adensadas:

$$k_h = n_h \frac{z}{D} \tag{Equação 15}$$

Onde, z é a profundidade em m, D é a largura da estaca em m, n_h é a constante de reação horizontal do subsolo com os valores apresentados na Tabela 3.
Densidade relativa das areias	Fofa	Média	Compacta
Areias secas (MN/m ³)	2,4	7,4	19,7
Areias submersas (MN/m ³)	1,4	4,9	12,0

Tabela 3 – Valores sugeridos por Terzaghi (1955) para n_h.

Fonte: Adaptado de Terzaghi (1955).

Salienta-se que os valores propostos não foram obtidos através de ensaios de campo, estes foram determinados a partir de conceitos da teoria de elasticidade com base nas propriedades elásticas das areias (TERZAGHI, 1955).

b) Método de Bowles (1977):

Bowles (1977) propôs outra metodologia empírica para determinação do coeficiente horizontal e vertical do solo. O autor relaciona o coeficiente de reação com a teoria de capacidade de carga para sapatas proposta por Terzaghi (1943) e propõe a Equação 16.

$$k_h = k_s = A_s + B_s \cdot z^n \tag{Equação 16}$$

Onde: A_s é uma constante válida para coeficientes horizontais ou verticais, B_s é um coeficiente de variação dependente da profundidade, e n é um expoente de ajuste. Os valores de A_s e B_s podem ser iguais à zero. Para a superfície do terreno, é sugerido adotar um $A_s=0$, porém a partir de uma pequena profundidade deve-se adotar um $A_s>0$. Para fundações rasas tem-se um $A_s>0$ e B_s aproximadamente 0. Em casos, onde o perfíl é considerado homogêneo, deve-se considerar Bs=0.

Segundo a teoria de capacidade de carga para sapatas proposta por Terzaghi (1943) ilustrada na Figura 14, a capacidade última pode ser determinada pela Equação 17.

Figura 14 – Capacidade de cargas em sapatas.



Fonte: Terzaghi (1943).

$$q_{ult} = c \cdot N_c \cdot S_c + \gamma \cdot z \cdot N_q \cdot S_q + 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot S_\gamma$$
(Equação 17)

Onde: c é a coesão do solo, N_c , $N_q e N\gamma$ são fatores de capacidade de carga de acordo com o âgulo de atrito do solo, S_c , $S_q e S\gamma$ são fatores de forma dependentes da geometria da fundação e B é a dimensão da sapata.

Os valores para os fatores de forma $S_c,\,S_q\,e\,S\gamma$ são obtidos através da Tabela 4.

Formo do fundocão	Fatores de forma		
Porma da fundação	Sc	Sq	Sγ
Corrida	1,0	1,0	1,0
Quadrada	1,3	0,8	1,0
Circular	1,3	0,6	1,0
Retangular	1,1	0,9	1,0

Tabela 4 – Fatores de forma.

Fonte: Adaptado de Terzaghi (1943).

Os valores de N_c , N_q e $N\gamma$ podem ser obtidos através das Equações 18, 19 e 20 proposta por Reisnner (1924), Vesic (1975) e Meyerhof (1955) respectivamente.

$$N_q = e^{\pi \cdot \tan \varphi} \cdot tan^2 (45^\circ + \varphi/2)$$
 (Equação 18)

$$N_c = (N_q - 1) \cdot \cot g \ \varphi \tag{Equação 19}$$

$$N_{\gamma} = (N_q + 1) \cdot \tan \varphi \qquad (Equação 20)$$

A partir da aplicação dos fatores na equação proposta por Bowles, tem-se as Equações 21 e 22.

$$A_s = C(c \cdot N_c \cdot S_c + 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot S_\gamma)$$
 (Equação 21)

$$B_s \cdot z^1 = C(\gamma \cdot N_q \cdot S_q) \cdot z^1$$
 (Equação 22)

Onde: C corresponde a um fator de ajuste aproximadamente igual a 40.

O valor n pode ser obtido através da Equação 23 ou 24.

$$n = B_s \cdot tan^{-1} \left(\frac{z}{L_{\prime}}\right)$$
(Equação 23)

$$n = \left(\frac{B_s}{L^n}\right) \cdot z^n \tag{Equação 24}$$

Onde: L' é a máxima profundidade de interesse, podendo ter valor igual ao comprimento da estaca.

Além da proposta da obtenção do coeficiente de reação horizontal através do método empírico, Bowles (1977) apresentou também valores de k_h correlacionados com a classificação do solo, conforme apresentado na Tabela 5.

Solo	k _h (kN/m³)
Areia fofa	16000
Areia medianamente compacta	80000
Areia compacta	128000
Argila arenosa medianamente compacta	80000
Silte arenoso medianamente compacto	48000
$q_u \leq 200 kPa$	24000
Argila - 200< $q_u \leq 800 k Pa$	48000
$q_u > 200 kPa$	>48000

Tabela 5 – Valores de estimativa do coeficiente k_{h.}

Fonte: Adaptado de Bowles (1977).

c) Curvas p-y:

Este método é uma extensão do modelo de Winkler, onde o comportamento do solo é modelado até a ruptura, porém, neste caso, o solo é substituído por molas não lineares (Figura 15), considerando o comportamento não linear do solo. Pesquisas realizadas para a representação das curvas p-y, mostram que dois fatores contribuem para não linearidade do solo desde o início da solicitação, o primeiro é caracterizado pelo comportamento carga deslocamento do solo em torno da estaca, mesmo que o comportamento da estaca seja linear, o comportamento do sistema solo-estaca não será, o segundo fator deve-se a mobilização da resistência do sistema, à medida que a resistência do solo é mobilizada na parte superior da estaca, os acréscimos de carga devem ser transferidos ao longo da profundidade onde a resistência não é totalmente mobilizada (VELLOSO E LOPES, 2010).



Figura 15 - Modelo de uma estaca submetida a esforços laterais com a abordagem p-y: (a) estaca sob carregamento; (b) solo discretizado em molas e (c) curvas p-y.

Fonte: Born (2019).

Quando se trata de baixos níveis de deformação, pode-se representar a relação p-y através do módulo de reação tangente ou inicial do solo Ki. Já, para estágios avançados de deformação deve-se levar em conta o módulo de reação secante do solo K_s obtido pela reta da secante traçada desde a origem até qualquer ponto ao longo da curva p-y conforme Figura 16 (MENESES, 2007). Diversos autores consideram níveis de deslocamentos diferentes para determinação do módulo de reação, permitindo o traçado do módulo secante. Cintra (1981) adotou deslocamentos admissíveis entre 4 e 8 mm. Menezes et al. (2004), Zammataro (2007) e Kassouf (2012) adotaram um intervalo entre 6 e 12 mm. Davisson (1970) adotou um intervalo entre 6,35 e 12,70 mm. Miguel (1996) e Almeida (2008) utilizaram os intervalos de 6 e 12 mm e 12 e 18 mm para as condições não inundadas e inundadas, respectivamente. Lemo et al. (2006) adotaram valores de 1,5 e 3,5 mm.



Figura 16 – Determinação do módulo de reação tangente e secante.

Fonte: Adaptado de Cintra (1981).

A previsão das curvas p-y é desenvolvida com base em diferentes estudos, podendo ser derivadas de resultados de análises numéricas; e ensaios de provas de carga, e quando não dispor deste tipo de ensaio, as curvas podem ser estimadas com base nas características do solo local. Para solos residuais ainda são poucas as recomendações com um método específico. Historicamente métodos criados originalmente para solos de outras formações são aplicados, e ainda carecem de verificações. Dentre esses métodos pode-se citar os modelos específicos para argilas rijas acima do nível de água de Welch e Reese (1972), areias de Reese et al. (1974), areias cimentadas de Ismael (1990), rochas brandas de Reese (1997), e solos residuais de Truong (2017) (BORN, 2019). Neste trabalho as curvas p-y serão derivadas dos resultados da análise numérica e posteriormente serão utilizadas para determinação dos valores de K.

2.2.3.4. Métodos para análise de estacas sob carregamentos laterais baseados na teoria de reação horizontal do solo

Nesta seção serão discutidos brevemente os modelos para a análise de estacas submetidas a carregamentos laterais baseados no módulo de reação horizontal, sendo eles: método de Hetenyi (1946) para um K constante com a profundidade e os métodos de Miche e Matlock & Reese (1961) para um K variável com a profundidade.

O método de Hetenyi descrito por Poulos & Davis (1980), é aplicado quando se tem um carregamento horizontal H atuando em uma estaca de topo livre e comprimento l em um solo que possua K constante com a profundidade. De acordo com Velloso e Lopes (2010), Hetenyi (1946) descreve que o comprimento de uma estaca *l* permite trata-la como uma viga de comprimento semi-infinito se: $\lambda > 4$, sendo a rigidez relativa solo-estaca descrita pela Equação 25.

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4.E_p.I}}$$
(Equação 25)

Onde: E_p é o módulo de elasticidade da estaca e I o momento de inércia da seção transversal

O método dispões das seguintes Equações (26 a 29) para cálculo da deflexão y, giro θ , momento M e esforço cortante Q a uma profundidade z abaixo da superfície:

$$y = \frac{2.H.\lambda}{K.B} K_{yH}$$
(Equação 26)

$$\theta = \frac{2.H.\lambda^2}{K.B} K_{\theta H}$$
 (Equação 27)

$$M = \frac{H}{\lambda} K_{MH}$$
(Equação 28)

$$Q = H. K_{QH}$$
(Equação 29)

Os valores dos coeficientes adimensionais (K_{yH} , $K_{\theta H}$, K_{MH} e K_{QH}) são relacionados com a profundidade e podem ser encontrados em Poulos & Davis (1980).

Velloso e Lopes (2010) descrevem que Miche (1930) foi o primeiro autor a resolver o problema da estaca em um solo com K variando linearmente com a profundidade, adotando o tratamento de uma viga sobre base elástica, isto é, levando em conta a deformabilidade da estaca, ao contrário de trabalhos mais antigos, em que a estaca é considerada rígida. A Figura 17 representa a hipótese do método.

Figura 17 – Estaca submetida a uma força horizontal aplicada no topo, coincidente com a superfície do terreno.



Fonte: Velloso e Lopes (2010).

Desta forma, considerando uma estaca de diâmetro ou largura B, com K = nh*z, o deslocamento horizontal é dado pela Equação 30, sendo a rigidez estaca-solo dada pela Equação 31.

$$y_o = 2,40 \frac{T^{3}.H}{E_{p.I}}$$
(Equação 30)

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_{p.I}}{n_h}}$$
(Equação 31)

Já o momento fletor máximo varia conforme a profundidade e comprimento da estaca: a uma profundidade de 1,32T o momento será calculado conforme Equação 32, a uma profundidade de 4T, os momentos fletores e esforços cortantes são muito pequeno e podem ser desprezados, caso o comprimento da estaca seja menor que 1,5T, ela será considerada como rígida e calculada conforme Equação 33.

$$M_{máx} = 0,79T \tag{Equação 32}$$

$$M_{m\acute{a}x} = 0,25T \tag{Equação 33}$$

Se o comprimento da estaca estiver compreendido entre 1,5T e 4T, o momento poderá ser obtido com uma razoável aproximação através da Figura 18.



Figura 18 – Cálculo aproximado do momento fletor máximo.

Fonte: Velloso e Lopes (2010).

O método de Matlock & Reese (1961) descrito por Lautenschläger (2010) é aplicado em casos onde K é variável com a profundidade. Para os casos de estacas longas (z > 4), foram propostas as seguintes equações (34 a 36) para o cálculo de deflexões y e momentos M ao longo da estaca:

$$y = C_y \cdot \frac{H.T^3}{E_p.I_p}$$
(Equação 34)

$$M_z = C_m. H. T$$
 (Equação 35)

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p E_p}{n_h}}$$
(Equação 36)

Valores de C_y e C_m estão plotados nos gráficos da Figura 19. O coeficiente de profundidade Z é Z = z/T e T é a rigidez da estaca.



Figura 19 – Curvas para os coeficientes de deflexão $C_y e C_m e de momento para estacas longas.$

Fonte: Poulos & Davis (1980).

Um maior detalhamento dos métodos citados anteriormente pode ser encontrado nas obras de Velloso e Lopes (2010) e Poulos e Davis (1980). Os métodos descritos são baseados no módulo de reação do solo, mostrando desta forma, a importância da determinação do valor do mesmo para análise de estacas carregadas lateralmente.

2.2.4. Aspectos gerais da abordagem do solo como um meio contínuo

Para modelar o solo como um meio contínuo geralmente é necessário o uso de técnicas numéricas como o Método dos Elementos Finitos (MEF), elementos finitos com análise de Fourier ou Método das Diferenças Finitas (MDF) (BARNEJEE & DAVIS, 1978; POULOS & DAVIS, 1980; RANDOLPH, 1981, ZHANG, 2001).

Através da representação do solo como um meio contínuo, Sun (1994), Zhang *et al.* (2000) e Guo e Lee (2001), desenvolveram soluções baseadas na elasticidade linear que pode ser usada para obter o deslocamento lateral na estaca com a profundidade. Estas análises capturam o comportamento tridimensional da interação solo-estaca e produzem resultados rápidos, porém, a presunção de que a variação de deslocamento na massa de solo depende da mesma função de deslocamento, tanto a direção radial e circunferencial, leva a resultados mais rígidos que na realidade (BORN, 2019).

Considerando o solo como um meio contínuo elástico, Banerjee & Davis (1978), Poulos (1971), Poulos & Davis (1980) propuseram alguns métodos. O trabalho de Poulos & Davis (1980) é o mais recorrente na literatura, os autores apresentaram um método para estimativa de resistência lateral máxima em estacas curtas e longas, submetidas a esforços horizontais e momento fletor, o método é aplicável em estacas assentes em solos argilosos ou arenosos em meio elástico.

Han *et al.* (2015) apresentaram um modelo semi-analítico, sendo a principal vantagem o fato de permitir a consideração de relações constitutivas mais realistas para o solo. O modelo foi comparado com resultados de ensaios medidos, e o desvio gerado foi menor que 10%.

De acordo com Born (2019), modelos de meio contínuo simplificados podem ser atraentes pela rapidez de processamento, quando comparados com o método dos elementos finitos. Entretanto, podem ser desprezados frente a qualidade de resultados obtidos por elementos finitos tridimensionais, dada a possibilidade de utilização de avançados modelos de previsão de comportamento dos materiais (para o solo e estaca), consideração da interação tridimensional da interface estaca-solo, liberdade de variação na geometria do problema, bem como interação com demais estacas/blocos ou elementos estruturais (efeito de grupo ou vizinhança).

Brown e Shie (1990a; b; 1991) são os pioneiros no estudo numérico tridimensional em estacas isoladas e em grupo respectivamente, através do software ABAQUS (BORN, 2019). Os autores utilizaram modelos elasto-plásticos para o solo, sendo o critério de plasticidade de von Mises para argilas não-drenadas, e o modelo de Drucker-Prager para areias. O modelo foi utilizado para avaliar o efeito do espaçamento entre estacas, e a partir destes foram derivadas curvas *p-y*. As curvas *p-y* derivadas da modelagem foram processadas, e apresentaram boa semelhança com resultados de curvas experimentais. Yang e Jeremic (2002; 2003) realizaram modelagens tridimensionais com recursos computacionais melhores, corroborando a escolha de modelos constitutivos para argilas não-drenadas e areias com os autores citados anteriormente. A análise foi realizada inicialmente em estaca isolada, e na sequência o estudo foi expandido para efeito de grupo, derivando curvas p-y e comparando com métodos usuais, concluindo que as modelagens apresentaram boa acurácia.

Faro (2014) executou provas de cargas laterais em estacas em solo natural e com solo cimentado radialmente. Posteriormente comparou os resultados com simulações numéricas, obtendo resultados satisfatórios. Born (2015) através de modelos numéricos, baseados nos resultados do trabalho de Faro (2014), utilizando estacas com camadas de solo cimento inseridas na porção superior, mostrou resultados promissores frente à captura do

comportamento carga-deslocamento, prevendo a influência da heterogeneidade no solo na camada finita de solo cimento.

A acurácia do resultado de tais análises depende de características críticas que devem ser observadas no momento da construção do modelo. Estas características estão relacionadas com a qualidade dos parâmetros de entrada, somado a este, está a escolha de modelos de previsão de comportamento compatíveis com os materiais, a escolha da malha de elementos finitos e por fim, a habilidade do usuário em estabelecer os passos corretos dentro do algoritmo de cálculo. (FRANÇA 2006; SALGADO, 2008; LAUNSTENSCHLÄGER, 2010; FARO, 2014; BORN, 2015; ARAÚJO, 2013).

2.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A UM PROBLEMA NÃO LINEAR

O Método dos Elementos Finitos consiste na subdivisão de uma geometria/modelo em pequenas partes chamadas de elementos, os quais servem para representar o domínio do problema. Estes elementos são conectados por pontos chamados de pontos nodais e o conjunto de elementos e pontos nodais é chamada de malha.

Para que se obtenha uma resposta satisfatória e condizente com a realidade utilizando deste método, a análise deve satisfazer três condições, tanto à nível local (no elemento), quanto a nível global (em todo o corpo), são elas: equilíbrio de forças, compatibilidade de deslocamentos e a relação tensão-deformação (LAUTENSCHLÄGER, 2010; FARO, 2014).

A estrutura é aproximada por variáveis de ordem primária compostas por forças ou deslocamentos, após a determinação, são calculadas as variáveis de ordem secundária como as deformações ou tensões no interior de cada elemento da malha. O estudo do problema tensãodeformação pode ser abordado de duas maneiras, através da definição da variável incógnita do problema: tensão ou deformação. Quando a incógnita é o deslocamento, ou seja, os pontos nodais são submetidos a forças conhecidas, os deslocamentos são obtidos através da condição de compatibilidade de deslocamentos. Já, quando a incógnita é a tensão, é imposto deslocamentos conhecidos aos pontos nodais e através do equilíbrio de forças, são calculadas as forças nesses pontos através de sistema algébricos. (LAUTENSCHLÄGER, 2010; FARO, 2014).

Para uma melhor compreensão a respeito do método de Elementos Finitos, será apresentada uma explicação de um algoritmo para o caso de um problema não linear, uma vez

que, este é o tipo de comportamento apresentado pelo solo e representado por modelos de previsão de comportamento, assunto que será abordado no item 2.4.

De acordo com Lautenschlager (2010), o algoritmo utilizado consiste em resolver a Equação 37, mediante formulação de compatibilidade de deslocamentos.

$$[R] = [K] \cdot [\delta]$$
(Equação 37)

Onde: [R] é o vetor de cargas nodais aplicadas, [K] é a matriz de rigidez global e o $[\delta]$ é o vetor de deslocamentos nodais. A matriz de rigidez [K] é composta pela integração das matrizes de rigidez de cada elemento: $[K_i]$, conforme apresenta a integral na Equação 38, sobre o domínio *V*.

$$\int_{V} [B]^{T} \cdot [D] \cdot [B] \, dV \tag{Equação 38}$$

Onde:[D] é a matriz de constantes elásticas do material, [B] é a matriz que relaciona deslocamentos nodais com deformações, sendo que todos os seus elementos são função das coordenadas dos nós do elemento.

Através da inversão da matriz de rigidez, os deslocamentos nodais podem ser obtidos pela Equação 39.

$$[\delta] = [K]^{-1} \cdot [R]$$
 (Equação 39)

Finalmente, as deformações [ϵ] e as tensões [σ] podem ser obtidas por meio dos pontos de integração, através das Equações 40 e 41.

$$[\varepsilon] = [B] \cdot [\delta] \tag{Equação 40}$$

$$[\sigma] = [D] \cdot [\varepsilon]$$
(Equação 41)

É importante destacar que o número de pontos de integração dentro de cada elemento irá determinar a precisão dos resultados obtidos e o tempo computacional de cada simulação, desta forma, é imprescindível realizar uma escolha adequada do tipo de malha e o seu devido refinamento. O item 2.3.3. irá apresentar os tipos de elementos finitos existentes e que podem ser utilizados para representar o modelo numérico.

Quando [D] é dependente de $[\delta]$, o modelo apresenta comportamento tensãodeformação não linear. Os problemas não lineares podem ser resolvidos através da utilização de métodos numéricos que, por exemplo, desdobrem o sistema não linear em outros sistemas lineares, que podem ser resolvidos de forma direta ou iterativa. Para a resolução dos sistemas de equações não lineares, o software ABAQUS dispõe do Método de Newton (método iterativo) implementado no sistema. Este método converge para a solução a partir da aplicação da derivada da função em um ponto qualquer, seguindo da determinação da intersecção desta reta tangente com o eixo das abscissas, resultando em um novo valor de ordenada, a partir do qual será calculada uma nova inclinação, sendo o processo repetido até que se atinja convergência. Da diferenciação da função não linear resultam funções lineares, resolvidas pelo ABAQUS pelo Método de Eliminação de Gauss (método direto) (LAUTENSCHLÄGER, 2010).

A descrição detalhada e deduções de equações referentes ao Método dos Elementos Finitos, não é o objetivo deste trabalho, estas podem ser encontradas nas obras de Zienkiewicz (1977) e Assan (2003).

2.3.1. ABAQUS – Software de simulações numéricas

O software ABAQUS é considerado um programa versátil para a simulação numérica de comportamento de materiais em elementos finitos. O software apresenta-se basicamente em três módulos principais, cuja descrição é baseada em ABAQUS (2009):

ABAQUS/CAE (*Complete ABAQUS Environment*): corresponde à interface gráfica do software, possibilita desenvolver modelos geométricos e atribuir propriedades materiais.
Também são atribuídas as condições de contorno, carregamentos e malhas de elementos finitos, com suas propriedades.

b) ABAQUS/*Standard*: é um módulo de solução mais geral do software, capaz de resolver problemas lineares e não lineares de forma implícita (resolve o sistema de equações a cada incremento no processo de solução). A técnica de solução é baseada na matriz de rigidez do modelo, sendo incondicionalmente estável pois chega na solução exata. É o método mais exato, possuindo mais recursos no programa quanto ao número de elementos disponíveis e robustez, razão pela qual demanda mais tempo computacional para resolução dos problemas.

c) ABAQUS/*Explicit*: é o módulo de solução especial, desenvolvido para a resolução mais rápida de problemas dinâmicos com grandes deformações e deslocamentos. O Standard faz iterações para determinar a solução, já o *Explicit* determina a solução sem iterações. Requer

menor esforço computacional, porém apresenta maiores problemas de convergência que o Standard.

Neste trabalho foram utilizados os módulos CAE e *Standard* para as simulações numéricas.

2.3.2. Contato entre elementos

O contato é uma das etapas mais importantes na concepção de um modelo numérico, esta definição irá permitir que as superfícies solo e estaca ponham-se em contato de maneira a representar o que acontece em campo.

A definição de contato no ABAQUS consiste na identificação das superficies dos elementos que estão ou estarão em contato durante a simulação e na criação de uma interação entre essas superficies para ditar a forma como os elementos finitos irão se comportar no momento do contato, atribuindo propriedades de contato (normal e/ou tangencial), a serem ativadas ao longo da interação entre as partes. A partir da definição de contato, o software é capaz de reconhecer quando dois elementos estão ou não em contato, aplicando as propriedades de interações estabelecidas, fazendo com que o sistema reaja de forma conjunta às condições impostas (LAUTENSCHLÄGER, 2010).

O sistema de aplicação de contato do ABAQUS pode acontecer através de duas técnicas de discretização das superfícies: *Nó-Superfície* (*N-S*) e *Superfície-Superfície* (*S-S*). As duas técnicas exigem a definição de uma superfície como *Mestre* e outra como *Escrava*, dependendo da técnica de discretização adotada, as superfícies em contato serão avaliadas de maneira diferente. De maneira geral, pode-se dizer que a superfície Mestre é aquela que governa a aplicação do contato, pois irá ditar o comportamento da superfície Escrava durante a interação solo-estaca (LAUTENSCHLÄGER, 2010; FARO, 2014).

A discretização *N-S* consiste na interação entre os nós dos elementos da superfície Escrava com a superfície Mestre. Quando se refere à superfície, se quer falar do conjunto de áreas formado pela superfície externa dos elementos que compõe a malha da região que obterá contato. Com esta técnica, a aplicação do contato é considerada uma operação discretizada que ocorre de forma individual e isolada em cada nó da superfície Escrava. Um dos problemas da técnica N-S é a maior possibilidade de penetração da superfície Mestre na superfície Escrava, em regiões de refinamento crítico desta última, o que pode causar uma transmissão de pressão de contato não realística pois nem toda área de contato está sendo contemplada. Para evitar este problema, deve-se refinar satisfatoriamente a malha da região de contato nodal, de forma que não haja regiões muito "abertas" na superfície Escrava, o que permitiria tais penetrações. Esta técnica requer, portanto, uma superfície Escrava mais refinada que a Mestre. Ainda, é recomendável que o corpo mais rígido possua a superfície Mestre, pois os elementos da Escrava, menos rígidos, irão se deformar segundo a superfície mais rígida (ABAQUS, 2009 apud LAUTENSCHLÄGER, 2010).

A discretização *S-S* considera ambas superfícies de contato de forma contínua. A probabilidade de penetração da superfície Mestre na Escrava é menor, pois ambas regiões estão bem definidas. Por isso, neste caso, o refinamento da malha não é tão relevante na convergência da pressão de contato quanto no caso *N-S*. Contudo, o maior refinamento ainda deve permanecer na malha Escrava, evitando aumentos de custo computacional. As aberturas (distância entre as superfícies que não estão em contato) são medidas de acordo com a direção normal da superfície Escrava. Esta superfície também é a que governa a direção da aplicação das leis de reação normal e tangencial. Por considerar as superfícies de forma não-discretizada, esta técnica apresenta melhores resultados na transmissão da pressão de contato, pois esta ocorre de forma mais uniforme (ABAQUS, 2009 APUD LAUTENSCHLÄGER, 2010).

Além da técnica de discretização de superfície, também é necessário determinar as propriedades de contato. Estas serão aplicadas através de métodos de restrição, que serão acionados a partir do momento em que é identificado contato entre as superfícies. A escolha do método de restrição depende da relação penetração *versus* pressão de contato, pois é a função que diferencia os métodos. Neste estudo foram atribuídas propriedades normais e tangenciais de contato, utilizando o método direto *Hard Contact* e o método da penalidade (*Penalty Method*), respectivamente.

O método direto *Hard Contact* não utiliza uma função suave que defina penetração *versus* pressão de contato, a partir do instante em que o contato é constatado, a pressão é aplicada imediatamente resultando em uma penetração praticamente nula. A pressão aplicada é aquela necessária para que a superfície Escrava atinja a posição especificada através do valor de penetração limite estabelecido (ABAQUS, 2009 apud LAUTENSCHLÄGER, 2010). A Figura 20 ilustra graficamente o comportamento deste método.

Existem outros tipos de *Hard Contact*, porém com certo grau de penetração admissível denominado penalidade. Ter uma penalidade, irá tornar a convergência mais rápida, pois exige menor esforço computacional a cada passo do carregamento. No entanto, a penetração nula (método direto) é uma representação mais realista do comportamento real da interação solo-estaca.



Fonte: Adaptado de ABAQUS, 2009 apud Lautenschläger (2010).

O ABAQUS dispõe de vários métodos para a representação do comportamento tangencial entre os materiais, desde a rugosidade perfeita até a ausência de fricção. O método da penalidade (*Penalty Method*) é baseado no modelo de fricção isotrópica de Coulumb, conforme Equação 42, podendo-se definir penalidade zero ou não.

$$\tau_{crit} = \mu \cdot P_c \tag{Equação 42}$$

Onde: τ_{crit} é a tensão tangencial crítica, μ é o coeficiente de fricção e P_c é a pressão de contato.

Faro (2014) fez uma análise da variação do coeficiente de fricção (μ), a fim de avaliar sua importância no modelo numérico, concluindo que a variação do coeficiente de fricção usado para definir o contato tangencial não apresenta influência no resultado da capacidade de carga horizontal de fundações profundas.

2.3.3. Malha

A precisão de uma análise através do Método de elementos finitos depende da quantidade dos elementos e pontos nodais, tamanho do elemento e do tipo de malha utilizado. Basicamente, quanto menor o tamanho e maior quantidade de elementos, mais preciso será o resultado.

As malhas podem ser classificadas em três grupos principais: estruturadas, não estruturadas e as híbridas. As malhas estruturadas são caracterizadas por seus nós internos terem um número constante de elementos adjacentes. As malhas não-estruturadas não possuem uma constância no número de elementos adjacentes aos nós internos e as malhas híbridas, como o

nome sugere, apresentam características das malhas estruturadas e não-estruturadas. Esta diferença pode ser observada na Figura 21 (FARO, 2014).



As malhas estruturadas são formadas normalmente por elementos do tipo quadriláteros (2D) e hexaedros (3D), já nas malhas não-estruturadas os elementos mais comuns são os triângulos e tetraedros e nas híbridas são usados elementos de formas variadas. A justificativa para o uso preferencial de triângulos e tetraedros nas malhas não-estruturadas é a capacidade de se adaptar melhor ao contorno de domínios complexos e permitir uma transição suave de tamanho entre os elementos. Porém, a quantidade de elementos necessários é maior quando comparado ao uso de quadriláteros e hexaedros. Ainda assim, as malhas não-estruturadas são preferíveis para domínios que apresentem geometrias complexas, pois este tipo de malha se ajusta melhor ao contorno do elemento e possibilita refinamentos locais e adaptativos. Estas são características que não são possíveis de se obter em malhas estruturadas e muito difícil em malhas híbridas (FARO, 2014).

2.4. MODELOS DE PREVISÃO DE COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

A representação do comportamento dos solos é uma abordagem complexa, para que se possa definir um tratamento mais realista deste comportamento busca-se adequações de teorias já desenvolvidas para materiais com comportamento bem definido, como os metais (LAUTENSCHLÄGER, 2010). Desta forma, a Teoria da Elasticidade e Teoria da Plasticidade são conhecimentos fundamentais para representar as condições dos solos em determinado estado. A Teoria da Elasticidade tem sido empregada em soluções simplificadoras de vários problemas de engenharia prática, no entanto, o comportamento dos solos se distancia bastante de comportamento elástico, necessitando de modelos mais sofisticados envolvendo também a Teoria da Plasticidade (FRANÇA, 2006).

No item seguinte serão apresentados conceitos relacionados com modelos de previsão de comportamento dos materiais utilizados para representar o comportamento dos solos e do elemento estrutural (estaca) no software ABAQUS. Inicialmente serão abordados conceitos a respeito do espaço geral de tensões e deformações, elasticidade e plasticidade, por fim será apresentado o modelo constitutivo escolhido para a representação do solo e da estaca. A revisão apresentada aqui foi baseada no trabalho de França (2006) e Lautenschläger (2010), as quais foram baseadas em abordagens mais detalhadas encontradas nas obras de Potts e Zdravkovic (1999) e Wood (1990) e Yu (2006) respectivamente.

2.4.1. Modelos de previsão de comportamento aplicados ao espaço geral de tensões e deformações

Na engenharia geotécnica, apesar da maioria dos problemas serem simplificados para uma análise bidimensional, o ideal seria considerar a tridimensionalidade do problema. Considerando uma análise tridimensional, é necessário formular para o espaço geral de tensões e deformações. O estado de tensões 3D em um ponto pode ser definido por uma matriz contendo nove componentes, sendo três normais (σ_{ii}) e seis cisalhantes (σ_{ij}) conforme mostrado na Equação 43. Trata-se de um tensor.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xx} & \sigma_{xx} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \sigma_{ij}$$
(Equação 43)

De forma a se manter o equilíbrio de momentos, é necessário que as tensões cisalhantes complementares sejam iguais ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), resultando em seis componentes independentes de tensão; três normais e três cisalhantes.

O estado de tensões 3D em um ponto pode ser definido através de três tensões principais: σ_1 , σ_2 , σ_3 . Estas tensões podem ser obtidas por uma equação cúbica, em que os coeficientes são chamados de invariantes de tensão, conforme Equação 44:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma + I_2 \sigma + I_3 = 0$$
 (Equação 44)

Onde I_1 é o traço do tensor de tensões, I_2 é o somatório dos cofatores e I_3 é o determinante do tensor. Em termos de tensões principais, as equações que definem os invariantes de tensão são apresentadas conforme Equação 45, 46 e 47.

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{Equação 45}$$

$$I_2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1$$
 (Equação 46)

$$I_3 = \sigma_1. \sigma_2. \sigma_3 \tag{Equação 47}$$

Já o estado de deformações 3D é definido por uma matriz contendo nove componentes de deformações conforme apresentado na Equação 48.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \sigma_{ij}$$
(Equação 48)

Onde $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, resultando em seis componentes independentes de deformações.

2.4.2. Elasticidade

Para um material elástico linear as relações tensões *versus* deformações que determinando o estado de tensões em três dimensões são definidas pela Lei de Hooke, dependendo de constantes elásticas como módulo de Young (E) e coeficiente de Poisson (v). Para um material isotrópico as relações são:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{xx} - \nu \left(\sigma_{yy} + \sigma_{zz} \right) \right]$$
(Equação 49)

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{yy} - v(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \right]$$
(Equação 50)

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{zz} - \nu \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \right) \right]$$
(Equação 51)

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy}$$
(Equação 52)

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yz}$$
(Equação 53)

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xz}$$
 (Equação 54)

Onde, ε é a deformação linear e σ é a tensão normal aplicada.

2.4.3. Plasticidade

Os elementos básicos e comuns da teoria da plasticidade que são necessários a todos os modelos de previsão de comportamento são: critério de plastificação, potencial plástico e uma regra de fluxo e o princípio do máximo trabalho plástico. A teoria inclui também elementos relacionados ao enrijecimento dos materiais, porém, este não será apresentado em detalhes aqui, pois neste trabalho será considerado a condição de plasticidade perfeita. Uma abordagem detalhada a respeito da base teórica comum a todos os modelos de previsão de comportamento dos materiais não é o objetivo deste trabalho, desta forma os elementos citados anteriormente serão apresentados sucintamente a seguir, para que então seja possível discorrer sobre o modelo escolhido para representação do solo e da estaca:

- Critério de Plastificação: o estado em que o material deixa de se comportar elasticamente para se comportar plasticamente é denominado critério de plastificação. Na região elástica todas as deformações causadas após aplicação de uma carga são recuperáveis, entretanto, após atingir o critério de plastificação as deformações não são totalmente recuperáveis, ou seja, existirá uma parcela de deformação permanente.

Em se tratando de uma análise unidimensional, o critério de plastificação é representado graficamente por um ponto no espaço de tensões. Para uma análise bidimensional a representação é dada por uma curva, e tridimensionalmente este critério é representado por uma superfície. A função de plastificação que representa a superfície de plastificação, pode ser representada através da Equação 55, em termos do tensor de tensões ou dos três invariantes de tensões.

$$f = f(\sigma_{ij}) = f(I_1, I_2, I_3) = 0$$
 (Equação 55)

A função de plastificação assume valor zero no ponto de transição de regime elástico para plástico, caso *f* seja menor que zero, o material apresenta comportamento elástico e se encontra no interior do espaço delimitado pela superfície e por fim, caso a função seja maior que zero o material apresenta comportamento plástico e se encontra fora do espaço delimitado pela superfície.

- *Potencial plástico e regra de fluxo*: após atingida a superfície de plastificação, o princípio da teoria da plasticidade assume que um incremento de deformações plásticas é função do chamado potencial plástico, responsável por descrever a trajetória das deformações, ou seja, a taxa de variação das deformações plásticas do material depende do seu potencial de

plastificação, que é uma função que depende do estado de tensões. Esta relação, denominada regra de fluxo é apresentada pela Equação 56.

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{dg}{d\sigma_{ij}} = d\lambda \frac{d(\sigma_{ij})}{d\sigma_{ij}} = d\lambda \frac{d(I_1, I_2, I_3)}{d\sigma_{ij}} = 0$$
 (Equação 56)

Onde $d\lambda$ é um escalar positivo e o potencial plástico g é função do tensor de tensões ou dos invariantes de tensão.

O potencial plástico pode ou não ser representado pela mesma função que define a superfície de plastificação. Quando f = g, o fluxo é dito associado, caso f seja diferente de g, o fluxo é não-associado. A lei de fluxo é de grande importância pois é responsável pelo controle do efeito de dilatância (ψ) que tem alterações significativas nos volumes e resistência dos solos. Faro (2014) cita como exemplo uma argila saturada quando sob um carregamento não drenado, como seu volume permanece constante considera-se adequado a adoção de lei de fluxo plástico associado, ou seja, a função potencial plástica é igual à função de plastificação.

- *Princípio do máximo trabalho prático*: este princípio é baseado na regra de fluxo associado através da suposição de um incremento de deformação plástica correspondente a um estado de tensões σ_{ij} , sendo representado por um ponto P neste mesmo estado de tensões.

O princípio do máximo trabalho prático assume que o vetor de incremento de deformações é normal à superfície de plastificação. Arbitrando um ponto P* correspondente a um estado de tensões qualquer σ_{ij} *, dentro da superfície de plastificação, é possível determinar o trabalho necessário para levar este estado de tensões até o estado de tensões correspondente à plastificação, conforme Equação 57.

$$dW_p = \left(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*\right) d\varepsilon_{ij}^p \tag{Equação 57}$$

O máximo trabalho prático deverá ser maior ou igual a zero, considerando que a superfície de plastificação assume a forma convexa.

- Lei do enrijecimento/amolecimento (hardening/softening) e plasticidade perfeita: a expansão ou contração da superfície de plastificação não é fixa no espaço de tensões, ou seja, depende das deformações plásticas anteriores e do histórico de tensões. Considerando inicialmente que seja aplicada uma expansão na superfície de plastificação, sem que haja uma mudança na sua forma, após esta aplicação, se a superfície expandir, o material sofreu hardening, estará mais rígido e será mais difícil atingir novamente o estado plástico, caso ocorra

uma contração na superfície, o material terá sofrido *softening*, sendo mais fácil atingir o estado plástico. Se a superfície de plastificação não mudar diante do histórico de tensões, o material é considerado como *perfeitamente plástico*, onde após atingir o estado plástico, as deformações continuarão ocorrendo sem acréscimos de tensão, ou seja, não existe mais uma única relação tensão-deformação.

Para uma melhor compreensão, a Figura 22 apresenta uma comparação entre um modelo elástico-perfeitamente plástico com modelos de tensão-deformação que levam em conta o efeito de *hardening* e *softening*.



Figura 22 - Comparação entre os comportamentos elasto-plásticos do solo.

Fonte: Lautenschläger (2010).

A superfície de plastificação após sofrer *hardening* ou *softening*, pode ser representada matematicamente pela Equação 58.

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0$$
 (Equação 58)

Para resolver problemas de valor de contorno envolvendo comportamento elastoplástico é importante conhecer qual comportamento resultante de um novo incremento de tensões (*hardening*, *softening ou perfeitamente plástico*), considerando que o estado de tensões esteja sobre a superfície de plastificação. Desta forma, existem três condições possíveis representadas através das Equações 59, 60 e 61.

Descarregamento:
$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \text{ e } df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$$
 (Equação 59)

Carregamento neutro:
$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0$$
 e $df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$ (Equação 60)

Carregamento:
$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \text{ e } df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$$
 (Equação 61)

Caso $f \le 0$ o material apresentará comportamento elástico, e quando f > 0 o material sofrerá deformações plásticas.

2.4.4. Plasticidade perfeita – Modelo constitutivo de Mohr Coulomb e elástico-linear

A teoria da plasticidade perfeita assume que solos e rochas podem ser modelados como materiais de comportamento elástico-perfeitamente plástico. Esta teoria consiste basicamente em três elementos: uma lei linear ou não linear que defina a relação elástica de tensão-deformação, um critério de plastificação que defina o começo do fluxo plástico e uma regra de fluxo plástico que defina a relação plástica de tensão-deformação.

O conceito de plasticidade perfeita através de modelos constitutivos já foi utilizado na engenharia geotécnica, existem uma grande quantidade de critérios para descrever a resistência destes geomateriais, sob condições gerais de carregamento. Dentre os diversos modelos constitutivos que existem na literatura para representação dos materiais, pode-se citar modelos elásticos-lineares, modelos plásticos para solos puramente coesivos que são os modelos de Tresca e de von Mises, já para solos coesivos-friccionais o modelo plástico de Drucker-Prager e de Mohr Coulomb.

Dentre os modelos mencionados, o escolhido para representação da estaca foi o modelo elástico-linear, pois será considerado apenas ruptura geotécnica. Este modelo considera um material linear, isotrópico e elástico, sendo as relações de tensão-deformação expressas pela Lei de Hooke, conforme demonstrado no item 2.4.1.1. No caso de sua utilização para determinação de comportamento plástico (consideração de elasticidade incremental), é usual assumir as relações tensão-deformação, onde as parcelas de tensão e deformação são variáveis com o tempo. Os parâmetros necessários à aplicação desse modelo são o módulo de Young (E) e coeficiente de Poisson (ν).

Para representação do solo em estudo, foi escolhido o modelo constitutivo de Mohr Coulumb, julgado mais adequado por se tratar de um solo coesivo friccional e também por ser um modelo com vasta utilização na análise do comportamento dos solos, tal fato deve-se a familiaridade que os profissionais têm com os parâmetros que constituem este modelo. (FRANÇA, 2006; LAUTENSCHLÄGER, 2010; FARO, 2014). O critério de plastificação proposto por Coulumb (1773, apud FRANÇA, 2006), é definido em termos de tensões normais e cisalhantes atuando em um plano. O início da plastificação se dá, caso seja satisfeita a seguinte igualdade (Equação 62):

$$\tau = c' + \sigma tg \varphi \qquad (Equação 62)$$

Onde, τ a tensão de cisalhamento, σ é a tensão normal, c' é a coesão e φ é o ângulo de atrito.

No critério de plastificação de Mohr Coulomb, a ruptura ocorre se círculo de Mohr que representa um estado de tensões principais tocar a reta chamada de envoltória de ruptura (representada pela Equação 60), qualquer estado de tensões antes desse momento representa um comportamento elástico, após atingir esse estágio terá um comportamento plástico (HACHICH et al, 2012).

A Equação 60 pode ser reescrita, assim tem-se a função de plastificação para o modelo de Mohr Coulomb conforme Equações 63 e 64.

$$f = \sqrt{J_2} - \frac{m(\theta_1, \phi) \sin \phi}{3} I_1 - m(\theta_1, \phi) \cos \phi = 0 \qquad (\text{Equação 63})$$

$$m(\theta_1, \phi) = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3}\cos\theta_l + \sin\theta_l\sin\theta_l)}$$
(Equação 64)

Onde θ_l é o ângulo de Lode, φ é o ângulo de atrito interno do material e c é a coesão.

A função de plastificação é representada no espaço geral de tensões por um cone hexagonal irregular como demonstrado na Figura 23.



Figura 23 - Superfície de Plastificação de Mohr Coulomb.

Fonte: França (2006).

No modelo de Mohr Coulomb, o solo diante de uma solicitação percorre uma trajetória elástico-linear até atingir a superfície de plastificação, essa trajetória é governada por um módulo de Elasticidade (E) e um coeficiente de Poisson (v), sendo necessário parâmetros como coesão (c'), ângulo de atrito (φ) para definir a ocorrência de plastificação e ângulo de dilatância (Ψ) para determinar o comportamento plástico.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. CARACTERÍSTICAS DO CAMPO EXPERIMENTAL

Os ensaios para obtenção dos dados de interesse utilizados neste trabalho foram realizados no campo experimental do Centro Tecnológico da Universidade de Passo Fundo (CETEC-UPF).

O solo do campo experimental é do tipo residual homogêneo, oriundo da decomposição de rochas basálticas (ígneas) e de arenitos (sedimentar). De acordo com Streck et al (2002, apud Faro, 2014), este solo caracteriza-se por ser bem drenado e profundo, possuindo um perfil homogêneo devido à transição gradual entre os horizontes.

Por se tratar de um campo experimental, a literatura dispõe de uma diversidade de ensaios já realizados para reconhecimento do solo local, aqui serão apresentados o ensaio de SPT (Standard Penetration Test) e ensaio triaxial. Também serão apresentados resultados dos ensaios de provas de carga lateral. Todos os ensaios mencionados serão utilizados no decorrer deste trabalho.

Lopes Jr. e Thomé (2005) executaram sondagens SPT com e sem circulação de água, conforme apresentado na Figura 24. Através dos resultados é possível observar que não foi encontrado nível de água e confirma-se a predominância argilosa e perfil homogêneo do solo a uma profundidade de investigação de 15 metros.



Figura 24. Resultados de ensaios SPT realizados (a) com circulação de água e (b) sem circulação de água com o uso de trado mecânico.

Fonte: Lopes Jr. e Thomé (2005).

Donato (2005) realizou ensaios triaxiais do tipo consolidado drenado (CD). Foram executados 3 ensaios com tensões confinantes de 20, 60 e 100 kPa. Os parâmetros de resistência obtidos pelo autor são uma coesão efetiva de 23,8 kPa e ângulo de atrito efetivo de 31,84°. O módulo de elasticidade secante parte de valores de 100 MPa no início do ensaio (a baixíssimas deformações) passando para valores de 15 MPa a 20 MPa para deformações de 0,5%, baixando até 10 MPa para 1% de deformação, até atingir um valor assintótico na ordem de 5 MPa para 5% de deformação.





Fonte: Donato (2005) apud Faro (2014).

Faro (2014) realizou ensaios de provas de carga lateral em estacas moldadas in-loco. O autor adotou um sistema de ação e reação entre duas estacas idênticas, reagindo uma contra a outra. As cargas foram aplicadas na excentricidade da estaca, cerca de 0,5 m acima da superfície. Os ensaios foram executados em estacas em concreto e estacas metálicas. Neste trabalho deu-se preferência para o estudo das estacas longas em concreto com dimensões de 0,3 m de diâmetro e 6 m de profundidade e outra com 0,4 m de diâmetro e 8 m de profundidade. Durante o ensaio também foram instalados inclinômetros em um tubo de aço dentro da estaca obtendo as deformadas das mesmas. Os resultados das curvas força *versus* deslocamento (Fx δ) obtidas durante o ensaio, bem como os resultados do inclinômetro estão apresentados no item 4. juntamente com os resultados obtidos da modelagem numérica por elementos finitos.

3.2. MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO SOLO-ESTACA

Nesta seção será apresentada a concepção do modelo numérico utilizado, discorrendo sobre o passo a passo da simulação e tipo de solução adotada, as dimensões, os modelos de previsão de comportamento geotécnicos e estruturais, atribuição de propriedades de contato, tipos de malha e refinamentos locais, carregamentos, variáveis de resposta, e por fim as condições de contorno.

3.2.1. Passos da análise

O software ABAQUS realiza a análise por meio de passos (*Steps*) onde é definido o tipo de solução, escolha e verificação da malha de elementos finitos, definindo os tipos de carregamentos e condições de contorno, propriedades e tipo de contato entre os elementos

Conforme descrito no item 2.3., a solução adotada para a simulação foi o método de Newton devido a sua aplicação para problemas de comportamento não linear. Ainda, esta análise é do tipo estática, sugere-se que em problemas estáticos o controle dos incrementos seja automático, executada pelo programa (ABAQUS, 2009). A execução automática utiliza incremento mínimo, incremento máximo, número máximo de incrementos e um tempo total que são definidos pelo usuário. O processo de cálculo ocorre de forma iterativa, desta forma, deve-se tomar cuidado na escolha dos incrementos a fim de que a convergência seja possível. Em cada passo foi adotado valores que permitissem a convergência, sendo a análise dividida em três passos: passo "*Inicial*", passo "*Gravidade*" e passo "*Carregamento*".

No passo "*Inicial*" são definidos o tipo de interação e propriedades de contato entre os elementos, são criadas as condições de contorno para o volume de solo no qual a estaca se encontra e a malha de elementos finitos.

No passo "*Gravidade*", mantêm-se todas as condições e propriedades determinadas no passo "*Inicial*", impondo nesta etapa a aceleração gravitacional atuando em ambos os elementos: estaca e solo. Por fim, no passo "*Carregamento*", todas as condições definidas nos passos anteriores são mantidas e são impostos o tipo de carregamento, neste caso, um carregamento lateral na estaca, podendo ser uma força ou deslocamento.

Para uma melhor compreensão nos próximos itens será apresentada cada tomada de decisão na concepção do modelo numérico, discorrendo sobre pontos importantes como contato entre elementos, malha, carregamentos e condições de contorno.

3.2.2. Geometria

Para a estaca, os parâmetros geométricos de maior relevância na concepção deste modelo numérico são mostrados na representação bidimensional da Figura 26.

- 1) Diâmetro da estaca (D);
- 2) Profundidade da estaca (L);
- Excentricidade da estaca (e: porção da estaca que não está embutida no solo, local de aplicação do carregamento);

Figura 26 - Representação bidimensional dos parâmetros geométricos.



Fonte: Autora (2020).

Para o solo, os modelos geométricos adotados por diversos autores variam, podendo ser no formato de um cubo, cilindro ou paralelepípedo. O modelo deve ser suficientemente grande, para que suas extremidades não tenham interferência no cálculo numérico, portanto, os seus limites não devem influenciar nas cargas ou deslocamentos aplicados, nem na zona de influência gerada como resposta da aplicação destes.

O modelo geométrico tridimensional adotado neste trabalho tem o formato de um paralelepípedo, conforme apresentado na Figura 27, suas dimensões estão de acordo com o que foi sugerido por Faro (2014) em seu trabalho, onde D refere-se ao diâmetro da estaca e L a sua profundidade desde a superfície do terreno.



Figura 27 – Modelo Geométrico e respectivos limites adotado nas simulações numéricas.

Fonte: Autora (2021).

O modelo geométrico tridimensional adotado corresponde à metade do conjunto soloestaca, desta forma, é considerado que o problema é simétrico em relação ao plano seccional. Esta premissa foi adotada a fim de evitar esforços computacionais desnecessários, uma vez que as ferramentas computacionais disponíveis eram limitadas.

Em relação às dimensões das estacas, conforme discorrido no item 3.1., a Tabela 6 mostra os dados geométricos utilizados para esta análise numérica, estando de acordo com o que foi utilizado em campo experimental por Faro (2014).

NOTAÇÃO	L(m)	D(m)	e(m)
Estaca_L6_D0,3	6	0,3	0,5
Estaca_L8_D0,4	8	0,4	0,5

Tabela 6 - Parâmetros estruturais e geometria das estacas.

Fonte: Adaptado de Faro (2014).

3.2.3. Modelos de previsão de comportamento

Quanto ao comportamento estrutural, foi escolhido o modelo elástico linear para a estaca. Os parâmetros de entrada deste modelo são o módulo de Young (E) e o coeficiente de Poisson (*v*), conforme descrito no capítulo 2. Outro parâmetro importante é o peso específico, seu uso é obrigatório devido a aplicação do campo gravitacional no modelo.

Os parâmetros utilizados para alimentar o input inicial do modelo em relação aos parâmetros da estaca são apresentados na Tabela 7, estes foram obtidos por Faro (2014).

Tabela 7. Parâmetros estruturais para as estacas.				
	$\gamma(kN/m^3)$	E(MPa)	v	
Estacas	22,4	21000	0,15	
Fonte: Adaptado de Faro (2014).				

Quanto ao comportamento geotécnico, foi escolhido o modelo elasto-plástico perfeito de Mohr Coulumb para representar o comportamento do solo, conforme descrito no capítulo 2. Os parâmetros de entrada deste modelo são os parâmetros elásticos, módulo de Elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (v), e os parâmetros plásticos, ângulo de atrito (φ), ângulo de dilatância (Ψ ') e coesão (c'). O peso específico também foi aplicado devido ao campo gravitacional.

Os parâmetros apresentados na Tabela 8 foram determinados por Faro (2014) e serão utilizados como input inicial no modelo numérico.

Identificação	$\gamma(kN/m^3)$	c'(kPa)	φ	E(MPa)
Solo Residual	16	23,8	28,9°	21
Autor: Adaptado de Faro (2014).				

Tabela 8 – Parâmetros do solo.

Lautenschläger (2010) apresentou em seu trabalho faixa de valores representativos para coeficientes de Poisson para do estado do Rio Grande do Sul em diversas condições conforme Figura 28.

Solo		Parâmetros Geotécnicos			
Categoria	Condição	Ângulo de Atrito Interno (°)	Coesão (kPa)	Módulo de Young (MPa)	Coeficiente de Poisson
	Natural	32,5 - 37,0	0	50 - 150	0,20 - 0,4
Areia	Compactado	32,5 - 37,0	0	50 - 150	0,20 - 0,4
	Cimentado	27,3 - 38,3	102,7 - 346,0	700 – 6000	0,20 - 0,4
	Natural	24,0 - 38,7	7,0 - 68,5	17 - 180	0,2 - 0,3
Areia – Silte	Compactado	28,7 - 35,0	3,5 – 9,9	15 - 80	0,2 - 0,3
	Cimentado	35,7 - 46,5	123 - 390	300 - 2500	0,2 - 0,3
	Natural	46,0	0 – 15	-	0,3 – 0,35
Silte	Compactado	46,0	0-15	-	0,3 - 0,35
	Cimentado	-	-	-	0,3 - 0,35
	Natural	26 - 36,9	3,6 – 17	36 - 53	0,20
Silte – Argila	Compactado	25,8 - 36,9	0 - 13,9	32 - 60	0,20
	Cimentado	27	47,9	131 – 231	0,20
	Natural	18,3 – 29	47 - 56,5	1,3 – 19	0,1 - 0,4
Argila	Compactado	32,5	36,7	-	0,1 - 0,5
	Cimentado	48,4	135,6	-	0,1 - 0,5

Figura 28 – Faixa de variação de parâmetros para solos gaúchos.

Autor: Lautenschläger (2010).

Lautenschläger (2010) e Faro (2014) sugerem o valor constante para o coeficiente de Poisson igual à 0,25, sendo este um valor representativo para os solos da Figura 28 e usualmente utilizado em simulações numéricas para representar solos drenados em geral.

Segundo Lautenschläger (2010), a variação do ângulo de dilatância não é significativo para análises de fundações profundas sujeitas a carregamento laterais, desta forma, adotou-se como 0.

3.2.4. Contato entre elementos

Neste trabalho, pelas vantagens apresentadas em termos de acurácia, foi utilizada a técnica de discretização *Superfície-Superfície* (*S-S*), adotando a estaca como superfície Mestre e o solo como superfície Escrava.

Após a definição da técnica de discretização das superfícies são definidas algumas propriedades de contato através dos métodos de restrição. Conforme apresentado no item 2.3., foram definidas propriedades normais e tangenciais para o modelo. As propriedades normais foram representadas utilizando o método de restrição "*Hard Contact*" com penalidade zero. Já para as propriedades tangenciais, foi escolhido o método "*Penalty Method*", sem definição da tensão tangencial máxima (penalidade zero), com coeficiente de fricção igual a 0,15. A escolha do valor do coeficiente de fricção está de acordo com os trabalhos de Lautenschläger (2010) e

Faro (2014), que utilizaram o mesmo coeficiente na simulação numérica para análise do comportamento de estacas.

Após as atribuições das propriedades de contato, foram fornecidas algumas informações ao modelo para que a convergência ocorresse de maneira mais eficiente. Foram acionados os ajustes de remoção de penetração entre as superfícies, este permite que a remoção de penetração entre as mesmas ocorra gradualmente durante a simulação. Outro dado importante diz respeito ao tamanho dos deslocamentos relativos (deslizamentos) entre as estruturas envolvidas, estes podem ser do tipo *small sliding*, que ocorrem quando não houver um grande movimento relativo entre as superfícies envolvidas no contato ou *finite sliding* que ocorre quando os deslocamentos são finitos. Para este trabalho foi acionada a aproximação *finite sliding* considerando que os deslocamentos não são pequenos o suficiente para serem desprezados.

3.2.5. Malha de elementos finitos

De acordo com as características descritas no item 2.3., utilizou-se para a estaca uma malha estruturada com elementos do tipo hexaédricos "C3D8R", com oito nós, um ponto de integração e interpolação linear. O solo foi representado por uma malha não-estruturada com elementos do tipo tetraédricos "C3D4", com 4 nós e interpolação linear. A Figura 29 ilustra os tipos de elementos finitos adotados.

A interpolação linear e integração reduzida (um ponto de integração) reduz significativamente o tempo computacional da simulação numérica (LAUTENSCHLÄGER, 2010). Desta forma, para que esta simplificação não afete a os resultados, a malha de elementos finitos foi refinada nas regiões de maiores solicitações, conforme ilustra a Figura 29.



Figura 29 – Exemplo de malha de elementos finitos utilizada na simulação numérica.

Fonte: Autora (2021).

O refinamento foi realizado nas áreas de maior influência, ou seja, nos arredores da estaca, o número de elementos tetraédricos no solo teve uma variação de 100.000 a 150.000. Já na estaca, o número de elementos hexaédricos variou de 10.000 a 12.000. Para o refinamento no bloco de solo, o tamanho máximo foi de 0,05 m para "Estaca_L6_D0,3m" e 0,1 m para a "Estaca_L8_D0,4m", sendo esse valor aumentado conforme distanciamento da estaca em direção as bordas do modelo. As malhas utilizadas no sistema solo-estaca foram verificadas e aprovadas em relação a tamanho mínimo e distorção dos elementos.

3.2.6. Condições de contorno e carregamentos

As condições de contorno são extremamente importantes para garantir a continuidade do modelo geométrico tridimensional.

As condições de contorno adotadas no modelo representativo de solo foram as seguintes: nas faces laterais externas foi autorizado movimentos somente na direção z, de forma a evitar distorções do modelo geradas pela aplicação do campo gravitacional. Na face inferior foram aplicadas restrições totais, ou seja, engaste. Na face frontal ou plano seccional foram permitidos movimentos da direção x e z e rotação em torno do eixo y, garantindo que o modelo esteja de acordo com o que seria o modelo completo.

Em relação ao carregamento, como já mencionado no item 2.3., sucintamente, o carregamento pode ser feito de duas formas, pode-se adicionar uma força lateral no topo da estaca e obter como resultado os deslocamentos, ou aplicar um deslocamento no topo da estaca e obter como resultado a força lateral. Em razão da maior probabilidade de convergência e menor esforço computacional, neste trabalho foi aplicado um deslocamento no topo da estaca equivalente a 10% do seu diâmetro e a partir dos resultados das simulações, foram determinadas as cargas correspondentes a este deslocamento.

As forças de reação horizontal foram obtidas no ponto 1 correspondente ao nó onde foi aplicado o deslocamento, e o deslocamento horizontal foi obtido no ponto 2, que corresponde ao ponto na superfície do solo em contato direto com a estaca, conforme apresentado na Figura 30.



Figura 30 – Pontos de obtenção da reação de força e do deslocamento.

Fonte: Autora (2021).

Para obtenção das deformadas das estacas foram tomados os deslocamentos finais de cada nó ao longo da estaca resultantes do último incremento da simulação.

A construção das curvas p-y se deu a partir dos deslocamentos e tensões nos pontos nodais em 0,5 m, 1 m, 1,5 m, 2,5 m de profundidade. A escolha dos pontos é justificada por se tratar das regiões de maiores tensões. As tensões obtidas foram multiplicadas pelo diâmetro da estaca para obtenção da carga linear.
COEFICIENTES E MÓDULOS DE REAÇÃO HORIZONTAL 3.3.

3.3.1. Representação do sistema solo-estaca no Ftool

A representação do sistema solo-estaca no Ftool é um processo mais simples. Deve-se definir propriedades do material, geometria, tipo de apoios e carregamento.

Para a análise no Ftool, optou-se por utilizar a "Estaca L6 D0,3", para posterior comparação entre os resultados de deformação fornecido por ambos os softwares. A Figura 31 exemplifica o modelo solo-estaca no Ftool.



Figura 31 – Representação do modelo no Ftool.

Fonte: Autora (2021).

A estaca de concreto foi representada por um elemento de barra bidimensional com seção transversal circular, conforme o que foi utilizado em campo por Faro (2014). As propriedades utilizadas para representar o concreto foram o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, que correspondem a 21000 MPa e 0,15 respectivamente, conforme o que foi apresentado no item 3.2.3.

Para representar o solo foi adotado apoios elásticos/molas a cada 25 cm para os métodos de Terzaghi e Bowles e 50 cm para as curvas p-y. Cada apoio elástico é calibrado com o valor de coeficiente de mola obtidos através do método Terzaghi, Bowles e curvas p-y. Ainda, na ponta da estaca foi aplicado um apoio com restrição dos movimentos verticais, já que o objetivo é conhecer os deslocamentos horizontais ocasionados pelo carregamento.

A carga foi aplicada a uma altura de 0,5 m da superfície, o carregamento adotado para cada simulação foi de 40 kN, o maior apresentado no resultado da prova de carga.

3.3.2. Método de Terzaghi

Conforme apresentado na fundamentação teórica, a aplicação do método de Terzaghi (1955) se inicia através da identificação de algumas características do solo. Para o solo do campo experimental pode-se admitir o caso de argilas pré-adensadas com coeficiente de reação horizontal constante com a profundidade. Também deve-se identificar a consistência da argila, esta foi definida como uma argila rija conforme resultados das sondagens SPT disponibilizados no item 3.1. deste trabalho.

Desta forma, consultando a Tabela 1 e aplicando a Equação 15, é possível encontrar o valor do coeficiente de reação horizontal igual a 15990 kN/m³. Posteriormente pode-se encontrar o módulo de reação horizontal (K), que consiste na multiplicação do coeficiente de reação pelo diâmetro da estaca, resultando em 4800 kN/m³. Por fim tem-se o coeficiente de mola, que é resultado da multiplicação do módulo de reação pelo tamanho do segmento entre as molas, que neste caso corresponde a 25 cm, resultando em 1198,88 kN/m.

3.3.3. Método de Bowles

A aplicação do método de Bowles (1977) inicia com o cálculo dos fatores de carga N_q , $N_c e N_\gamma$, para isso são necessários parâmetros como ângulo de atrito, coesão e peso específico. Os parâmetros adotados são os mesmos apresentados no item 3.2.3. Aplicando os dados nas Equações 18, 19 e 20 têm-se N_q , $N_c e N_\gamma$ iguais à 16,26 kPa, 27,64 kPa, 19,06 kPa respectivamente.

Em relação aos fatores de forma, como a estaca possui uma área de aplicação dos esforços muito maior do que a outra, os fatores de forma foram considerados equivalentes a uma sapata corrida, obtidos através da Tabela 4, assim, S_c , S_q e S_γ foram adotados iguais a 1. Ainda, a Equação 16, requer a utilização de um coeficiente de ajuste C, portanto, foram

avaliados dois valores de C, um conforme sugerido pelo método e igual a 40 e o outro foi adotado igual a 20 a fim de avaliar as diferenças causadas pelas rigidezes resultantes e otimizar os resultados.

Em seguida, aplica-se os valores descritos na Equação 16, onde B_s é igual a zero, devido ao solo apresentar perfil homogêneo, desse modo, o coeficiente k_h corresponde à parcela da constante A_s , conforme apresentado a seguir para um C=40 e C=20.

Para um C=40, tem-se:

 $k_h = A_s + B_s \cdot z^n = C(c \cdot N_c \cdot S_c + 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot S_\gamma) + 0 = 32412.48 \ kN/m^3$

Para C=20, têm-se:

$$k_h = A_s + B_s \cdot z^n = C(c \cdot N_c \cdot S_c + 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot S_\gamma) + 0 = 16206.24 \ kN/m^3$$

Em seguida, pode-se encontrar o módulo de reação horizontal (K), que consiste na multiplicação do coeficiente de reação pelo diâmetro da estaca, resultando no valor de 9720 kN/m² para C= 40 e 4860 kN/m³ para C=20. Por fim tem-se o coeficiente de mola, que é resultado da multiplicação do módulo de reação pelo tamanho do segmento entre as molas, que neste caso corresponde a 25 cm, resultando em 2430, 94 kN/m para C=40 e 1215,47 kN/m para C=20.

3.3.4. Curvas p-y

As curvas p-y resultantes da simulação numérica por elementos finitos foram utilizadas para obtenção do módulo de reação horizontal. Para obtenção dos módulos, tomouse o módulo secante das curvas considerando o total de deformação gerado pelo carregamento, obtendo-se um módulo para cada curva.

O coeficiente de mola resultou da multiplicação do módulo de reação pelo tamanho do segmento entre as molas. As molas foram posicionadas a cada 50 cm. As profundidades iniciais foram representadas pelos módulos obtidos das curvas 0,5 m, 1 m e 1,5 m. A partir de 2 m de profundidade, o solo foi representado pelo módulo obtido da curva para 2,5 m, essa simplificação foi adotada devido aos deslocamentos e tensões baixíssimas a partir deste ponto. Os resultados encontrados para o módulo de reação e coeficiente de mola serão apresentados no item 6.2.3.

4. RESULTADOS

4.1. RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA

4.1.1. Validação do modelo numérico

A finalidade da validação numérica consiste em determinar se os resultados obtidos são confiáveis. Este modelo foi calibrado com os mesmos parâmetros de entrada utilizados por Faro (2014) em uma simulação numérica, desta forma, a validação do modelo numérico do sistema solo-estaca realizada no software ABAQUS foi feita confrontando os resultados obtidos para as curvas F versus δ e deformadas das estacas com os resultados obtidos por Faro (2014) para a mesma finalidade.

A Figura 32 mostra a comparação entre os resultados obtidos para as curvas Fxδ para as estacas "Estaca L6 D0,3" e "Estaca L8 D0,4".



Figura 32 – Comparação dos resultados das curvas Fxδ para "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4" obtidos pelos modelos numéricos de Faro (2014) e Azeredo (2021).

Fonte: Autora (2021).

A Figura 33 mostra a comparação entre os resultados obtidos pelas duas modelagens numéricas para as deformadas das estacas "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4".



Figura 33 – Comparação dos resultados das deformadas para "Estaca_L6_D0,3" obtidos pelos modelos numéricos de Faro (2014) e Azeredo (2021).

Fonte: Autora (2021).

Os resultados obtidos pelos dois modelos numéricos mostraram bastante similaridade, desta forma o modelo numérico utilizado neste trabalho pode ser considerado validado.

4.1.2. Comportamento do sistema solo-estaca

Este item irá apresentar o comportamento do sistema solo-estaca obtido no decorrer das simulações numéricas a fim de comparar com o descrito em diversas literaturas e apresentadas na fundamentação teórica deste trabalho.

A Figura 34 apresenta o comportamento da simulação numérica para a "Estaca_L6_D0,3", onde pode-se notar as regiões de maiores solicitações em termos de deslocamento horizontal resultantes da aplicação do deslocamento imposto no topo da estaca.



Figura 34 – Regiões de maiores deslocamentos para a "Estaca_L6_D0,3" na (a) vista tridimensional em escala exagerada e (b) vista superior.

Fonte: Autora (2021).

Observa-se na Figura 34, a concentração de maiores deslocamentos na parte superior da estaca, o que corrobora com o que foi apresentado na fundamentação teórica. A Figura 34(a) em escala exagerada mostra a fenda/abertura (ruptura por tração) e a formação da cunha de ruptura no solo (ruptura por compressão) resultantes da aplicação do carregamento, desta forma é notório a eficácia das propriedades de contato adotadas no modelo numérico que representaram adequadamente o que seria o comportamento real do sistema. A Figura 34(b) mostra uma vista superior do modelo onde é possível observar a área de influência dos maiores deslocamentos, mostrando que o tamanho do elemento tridimensional utilizado para representar o solo é coerente pois não afeta os resultados. O comportamento observado na Figura 34 também foi percebido na "Estaca_L8_D0,4", porém com diferentes valores de deslocamento.

A Figura 35 mostra as tensões atuantes no solo e na estaca.



Figura 35 – Distribuições de tensões (a) na estaca e (b) solo.

Fonte: Autora (2021).

Na Figura 35(b) observa-se duas regiões de concentração de tensões, as maiores tensões se encontram no lado direito da estaca, na parte superior, cerca de 0,5 metros abaixo da superfície, e são resultantes do empuxo passivo gerado como reação ao movimento da fundação. O fato de as tensões estarem situadas um pouco abaixo da superfície se deve à formação da cunha (levantamento do solo) ao redor da estaca o que gera um alívio de tensões, fazendo com que as maiores tensões se concentrem em uma maior profundidade.

A outra região de concentração de tensão está localizada na parte inferior acima da ponta da estaca, observa-se que elas são menores das que são apresentadas próximas à superfície e são referentes à formação de empuxo passivo relativo à tendência de rotação da parte superior da fundação até esta profundidade.

Em relação à estaca (Figura 35(a)) nota-se que as maiores tensões concentram-se na parte superior da estaca, sendo que na porção inferior a estaca não apresenta valores significativos de tensões, o que pode indicar que a partir de uma certa profundidade o comprimento da estaca não influência na resistência do sistema.

Este comportamento descrito também foi observado na "Estaca_L8_D0,4", sendo de fato o comportamento esperado para estacas longas, conforme descrito na fundamentação teórica, confirmando que o modelo numérico representa com satisfação o que seria o comportamento real do sistema.

4.1.3. Comparação com resultados das provas de carga: efeitos do refinamento de malha e do módulo de elasticidade

Neste item serão apresentados os resultados das curvas F *versus* δ obtidos através das simulações numéricas, apresentando algumas variações observadas em relação ao refinamento de malha e módulo de elasticidade.

A Figura 36 mostra os resultados obtidos através da simulação numérica para a "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4" juntamente com os resultados de provas de carga. As curvas mostradas para as duas estacas são para um refinamento de malha de 0,1 m nos arredores da estaca para a "Estaca_L6_D0,3" e 0,15 para a "Estaca_L8_D0,4". Estes resultados foram os mais próximos dos obtidos por Faro (2014) em suas simulações.

Vale ressaltar que a execução das provas de carga consistiu em um sistema de ação e reação entre duas estacas de mesmo comprimento e diâmetro. Desta forma, foram obtidas duas curvas de F *versus* δ , uma para cada estaca, esquerda e direita. Para esta comparação foram utilizadas as curvas obtidas para a estaca da direita.



Figura 36 – Comparação curva F versus δ obtida pela simulação numérica e através de provas de carga para "Estaca L6_D0,3".

Fonte: Autora (2021).

Posteriormente foram avaliados maiores refinamentos, adotando um tamanho de aresta do elemento finito nos arredores da estaca igual a 0,05 m para a "Estaca_L6_D0,3" e 0,1 m para a "Estaca_L8_D0,4". A Figura 37 mostra o efeito do refinamento para os dois tipos de refinamento (maior e menor) juntamente com o obtido por Faro (2014) em seu modelo numérico.



Figura 37 – Efeito do refinamento de malha nos arredores da estaca para "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca L8 D0,4".

Fonte: Autora (2021).

Como observado, com o maior refinamento da malha nos arredores da estaca, obtevese uma melhor representação do segundo estágio de carregamento para ambos os casos.

Os resultados obtidos para as duas estacas através da condição de maior refinamento mostraram-se satisfatórios para maiores deformações, isto se deve ao módulo de elasticidade utilizado como input inicial no modelo numérico. Conforme observado nos ensaios triaxiais realizados para este solo, apresentados no item 3.1., para maiores deformações o módulo de

elasticidade varia de 15 a 20 MPa, neste trabalho foi considerado 21 MPa, para que fosse possível validar o modelo numérico, pois este, foi o mesmo valor utilizado por FARO (2014). Para menores deformações o ensaio resultou em um módulo de 100 MPa. Para comprovar essa observação, foi executada outra simulação numérica para cada estaca, fornecendo o valor de 100 MPa para o módulo de elasticidade. A Figura 38 mostra a comparação dos resultados obtidos para os dois módulos, 21 MPa e 100 MPa, pequenas e maiores deformações, respectivamente.



Figura 38 – Efeito do módulo de elasticidade na representação das curvas F versus δ para "Estaca L6 D0,3" e "Estaca L8 D0,4".

Fonte: Autora (2021).

Observando a Figura 38, nota-se que a curva não teve uma boa representatividade no trecho inicial para a "Estaca_L8_D0,4". Durante o ensaio, esta estaca apresentou formações de trincas, desta forma, para uma melhor representatividade da problemática deve-se adotar um modelo de previsão de comportamento que considere a plasticidade da estaca. De qualquer maneira, nota-se uma boa representação das tendências das curvas com a utilização da variação dos módulos para baixíssimas e maiores deformações, mostrando a influência do valor do módulo no comportamento do sistema.

4.1.4. Comparação das deformadas com resultados de inclinômetro

Através das simulações numéricas também foram obtidas as deformadas das estacas a fim de comparar com os resultados obtidos por um inclinômetro que foi instalado dentro da fundação durante as provas de cargas.

A Figura 39 apresenta os resultados obtidos para as duas estacas, considerando maior refinamento da malha e módulo de elasticidade igual à 21 MPa juntamente com a deformada gerada pelo inclinômetro.



Figura 39 – Comparação entre a deformada obtida através da simulação numérica e resultados do inclinômetro para "Estaca_L6_D0,3" e "Estaca_L8_D0,4".

Nota-se uma boa representatividade do modelo numérico para maiores profundidades para as duas estacas, no entanto, em profundidades menores as deformadas apresentaram

Fonte: Autora (2021).

divergência do obtido em campo. Isto pode ser ocasionado por algumas simplificações adotadas no modelo numérico, como por exemplo, não representar um carregamento cíclico como executado nas provas de cargas, a adoção de um solo homogêneo, a representação da estaca como um elemento de concreto quando na realidade havia um tubo no seu interior que serviu para instalação do inclinômetro, considerando estas condições, pode-se dizer que o comportamento das deformadas obtidas são satisfatórias. Também pode-se notar que o comportamento apresentado tem similaridade aos diversos trabalhos dispostos na literatura e apresentados na fundamentação teórica desse trabalho, o que evidência mais uma vez o bom desempenho do modelo numérico.

4.1.5. Curvas p-y

As curvas p-y obtidas a partir da simulação numérica em elementos finitos estão apresentadas na Figura 40. As curvas são resultantes das tensões horizontais contrárias ao deslocamento aplicado. As profundidades escolhidas referem-se às regiões das maiores tensões.



Figura 40 - Curvas p-y para 0,5 m, 1 m, 1,5 m e 2,5 m de profundidade.

Fonte: Autora (2021).

Observa-se a presença de tensões horizontais iniciais, sendo estas maiores conforme aumenta a profundidade, este comportamento era esperado, o que comprova mais uma vez a boa representatividade do modelo numérico.

Posteriormente, as curvas p-y serão utilizadas para obtenção do módulo de reação horizontal do solo com o objetivo de comparar com os módulos e deformadas derivados do método de Terzaghi (1955) e Bowles (1977).

4.2. MÓDULOS E COEFICIENTES DE REAÇÃO HORIZONTAL

Neste item serão avaliados métodos para obtenção do coeficiente e módulo de reação horizontal. Os valores obtidos serão utilizados no Ftool para obtenção das deformadas com o objetivo de comparar com as deformadas obtidas pelo inclinômetro e através da análise numérica por elementos finitos. Isto irá possibilitar uma avaliação da utilização dos softwares ABAQUS e Ftool em um problema de carregamento lateral em estacas. Por fim, serão comparados os momentos fletores e esforços cortantes gerados no Ftool com objetivo de avaliar a diferença entre os métodos.

4.2.1. Método de Terzaghi (1955) x Inclinômetro

A partir da aplicação do método de Terzaghi obteve-se o coeficiente de reação horizontal k_h , módulo de reação K e coeficiente de mola k para a "Estaca_L6_0,3", conforme apresentado na Tabela 9.

a Estaca Lo 0,5.					
Profundidade (m)	kh (MN/m³)	K (MN/m ²)	k (kN/m)		
0,00	-	-	-		
0,25 a 6,00 (Intervalo de 0,25)	15,99	4,80	1198,88		
	Fonte: Autora (202	1).			

Tabela 9 – Coeficiente de reação horizontal obtido através do método de Terzaghi (1955) para

Os valores de coeficiente de mola foram utilizados no Ftool para obtenção da deformada da estaca. As deformadas obtidas são apresentadas juntamente com os resultados do inclinômetro na Figura 41.



Figura 41 - Comparação das deformadas obtidas através do método de Terzaghi e inclinômetro.

Fonte: Autora (2021).

Os resultados obtidos através do Ftool mostram que os maiores deslocamentos estão localizados próximos a superfície, no terço superior da estaca. Em 2 m ocorre a inversão dos deslocamentos, onde estes são muito próximos a zero. Quando comparado ao inclinômetro observa-se que o ponto de inversão de deslocamentos é o mesmo, havendo uma boa representação dos deslocamentos para maiores profundidades, enquanto para menores tem-se uma diferença mais acentuada.

4.2.2. Método de Bowles (1977) x Inclinômetro

Conforme descrito, no item 3.3.3., a aplicação do método de Bowles foi feita utilizando dois diferentes valores do coeficiente C da fórmula proposta.

A partir da aplicação do método, obteve-se o coeficiente de reação horizontal k_h , módulo de reação K e coeficiente de mola k para a "Estaca_L6_0,3", conforme apresentado na Tabela 10 para um C igual à 40 conforme proposto pelo método.

"Estaca_L6_0,3" para um C=40.					
Profundidade (m)	kh (MN/m³)	K (MN/m ²)	k (kN/m)		
0,00	-	-	-		
0,25 a 6 m (Intervalo de 0,25 m)	32,41	9,72	2430,94		
Fonte: Autora (2021).					

Tabela 10 – Coeficiente de reação horizontal obtido através de Bowles (1977) para a "Estaca_L6_0,3" para um C=40.

Os valores de coeficiente de mola foram utilizados no Ftool para obtenção da deformada da estaca. As deformadas obtidas são apresentadas juntamente com os resultados do inclinômetro na Figura 42.

Figura 42 - Comparação das deformadas obtidas através do método de Bowles e inclinômetro.



Fonte: Autora (2021).

Com a finalidade de otimizar os resultados, assumiu-se um coeficiente de ajuste correspondente à metade do valor sugerido pelo método, sendo este igual a 20. Posteriormente, obteve-se o coeficiente de reação horizontal k_h , módulo de reação K e coeficiente de mola k para a "Estaca_L6_0,3", conforme apresentado na Tabela 11.

"Estaca_L6_0,3" para um C=20.				
Profundidade (m)	kh (MN/m³)	$K (MN/m^2)$	k (kN/m)	
0,00	-	-	-	
0,25 a 6 m (Intervalo de 0,25 m)	16,21	4,86	1215,47	
Fonte: Autora (2021).				

Tabela 11 - Coeficiente de reação horizontal obtido através de Bowles (1977) para a

A Figura 43 mostra a deformada obtida através do Ftool para um C igual a 20 juntamente do resultado obtido para um C igual a 40.

Figura 43 – Deformadas obtidas através do método de Bowles para um C igual a 40 e 20 e inclinômetro.



Fonte: Autora (2021).

Os resultados para um C=20 evidenciam que uma menor rigidez representa de maneira mais aproximado o comportamento da deformada da estaca em termos de deformação, podendo indicar que esse coeficiente deve ser ajustado de acordo com o problema em análise.

Ainda, pode-se notar que os maiores deslocamentos estão localizados próximos a superfície, no terço superior da estaca. Em 2 m ocorre a inversão dos deslocamentos. Quando comparado ao inclinômetro observa-se que o ponto de inversão de deslocamentos é o mesmo. Este método também apresenta uma boa representação dos deslocamentos para maiores profundidades, enquanto para menores tem-se uma diferença mais acentuada.

4.2.3. Curvas p-y x Inclinômetro.

A partir das curvas p-y obtidas através da simulação numérica em elementos finitos, foram obtidos os módulos de reação considerando o intervalo total de deformação gerada pelo carregamento. Através da multiplicação do módulo pelo segmento entre as molas foram obtidos os coeficientes de mola, conforme apresentado na Tabela 12.

Diferente da aplicação dos métodos de Terzaghi (1955) e Bowles (1977), onde a reação do solo é considerada constante com a profundidade, através das curvas p-y, têm-se a variação da reação do solo, resultante da variação das tensões e deslocamentos ao longo da profundidade.

Profundidade (m)	K (kN/m²)	k (kN/m)			
0,00	-	-			
0,50	8029,07	4014,535			
1,00	8145,28	4072,639			
1,50	12833,15	6416,575			
2,00 a 6 m (Intervalo de 0,5 m)	20288,67	10144,34			
Fonte: Autora (2021).					

Tabela 12 - Módulos de reação e coeficientes de mola derivados das curvas p-y.

A Figura 44 mostra a deformada obtida através do Ftool utilizando os coeficientes de mola resultantes das curvas p-y juntamente com o resultado do inclinômetro.



Figura 44- Deformadas obtidas a partir de módulos derivados das curvas p-y.

Fonte: Autora (2021).

Os resultados obtidos através do Ftool mostram que os maiores deslocamentos estão localizados próximos à superfície, no terço superior da estaca. Nota-se que a rigidez elevada resultantes dos módulos resultou em baixos deslocamentos, no entanto, devido a variação da rigidez ao longo da profundidade o comportamento da deformada foi similar ao obtido pelos outros métodos. A inversão dos deslocamentos ocorre em 2 m, sendo que a partir desta profundidade os deslocamentos atingem valores muito próximos ou iguais a zero. Quando comparado ao inclinômetro observa-se que o ponto de inversão de deslocamentos é o mesmo, havendo uma boa representação dos deslocamentos para maiores profundidades, enquanto para menores tem-se uma diferença mais acentuada.

4.2.4. Análise: Ftool (Métodos e curvas p-y), ABAQUS e inclinômetro

A Figura 45 apresenta graficamente os módulos de reação horizontal derivados da aplicação dos métodos e das curvas p-y. Foram encontrados valores de módulos de 4800 kN/m² a 12833,15 kN/m² nas primeiras profundidades, sendo que para maiores profundidades, estes

atingiram até 20288,67 kN/m². Para as primeiras profundidades o menor valor encontrado corresponde a aproximadamente 37% do maior valor, enquanto, para maiores profundidades o menor valor corresponde aproximadamente 24% do maior valor.



Figura 45 – Comparação entre módulos de reação horizontais: métodos e p-y.

Ainda, pode-se fazer uma comparação entre os deslocamentos obtidos. A Figura 46 apresenta as deformadas obtidas a partir do ABAQUS e do Ftool para os métodos de Terzaghi (1955), Bowles (1977) e curvas p-y, juntamente com os resultados obtidos por Faro (2014) através do inclinômetro e simulação numérica por elementos finitos. A variação entre os deslocamentos na superfície partiu de 10,13 mm obtido pelo método de Bowles para um coeficiente C igual a 40, 14 mm para as curvas p-y, 15,67 mm para o método de Bowles para um C igual a 20, 15, 95 mm para o método de Terzaghi e 20,80 mm obtido através do ABAQUS.

Quando comparados aos deslocamentos atingidos por Faro (2014) em campo e através de simulação numérica em elementos finitos, nota-se que os resultados obtidos através da simulação numérica por elementos finitos foram os que mais se aproximaram do real. Além deste, os resultados encontrados através do método de Terzaghi e de Bowles para um coeficiente C=20, apresentam similaridade nas suas deformadas e se destacam entre os demais devido à proximidade aos resultados da simulação numérica por elementos finitos.

Fonte: Autora (2021).

Os resultados do inclinômetro e os obtidos através do Ftool e ABAQUS, não apresentam similaridade nas profundidades iniciais, isto pode estar relacionado com a representação do carregamento, pois não foi representado um carregamento cíclico e sim um carregamento monotônico, onde é aplicada uma força e tem-se como resultado um deslocamento sem considerar efeitos de descarregamento e recarregamento da estaca. Outra implicação que pode ser citada como uma possível influência no resultado do problema, é o fato da consideração do solo como sendo homogêneo ao longa da profundidade.



Figura 46 – Comparação entre deformadas: Ftool (métodos e curvas p-y) e ABAQUS.

Apesar da falta da similaridade entre os resultados do inclinômetro e os obtidos por Ftool e ABAQUS nas profundidades iniciais, nota-se que todos os resultados apresentaram as maiores deformações até 2 m de profundidade, em torno de 1/3 da estaca, conforme descrito na

Fonte: Autora (2021).

fundamentação teórica, e a partir desta, todos apresentaram baixíssimas deformações, configurando uma boa representação do que de fato acontece diante de um carregamento horizontal. O comportamento, de forma geral, é bem descrito por qualquer dos processos utilizados.

Os momentos fletores e esforços cortantes também foram obtidos através do Ftool com o objetivo de verificar a diferença entre os valores encontrados, já que esses influenciam diretamente no dimensionamento da estaca. A Figura 47 apresenta os diagramas de esforços cortantes e momentos fletores.



Figura 47 - Diagrama de esforços cortantes e momentos fletores.

Fonte: Autora (2021).

Observa-se uma semelhança entre os resultados obtidos da utilização do método de Terzaghi (1955) e Bowles (1977) para C=20 como já observado nos resultados das deformadas. Os resultados obtidos através da aplicação dos módulos derivados das curvas p-y apresentaram maiores amplitudes nas profundidades iniciais e menores nas maiores profundidades, isto se deve à variação da rigidez dos módulos encontrados.

Nota-se que os maiores esforços cortantes situam-se na superfície e aproximadamente a 2 metros abaixo da superfície. Enquanto os maiores momentos se encontram em uma profundidade de aproximadamente 1 metro, dentre estes, o menor momento encontrado foi de 35,9 kN.m com o método de Bowles e o maior momento encontrado foi de 42,8 kN.m com as curvas p-y. A diferença apresentada é um fator importante e deve ser observada devido a influência no cálculo estrutural da fundação.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho envolveu o estudo de estacas longas carregadas lateralmente através de análise numérica por elementos finitos e métodos empíricos. Após este estudo foram obtidas as seguintes conclusões:

- O ABAQUS é um bom software para avaliação da previsão de carga de fundações, apesar de uma curva longa de aprendizagem e exigir um alto esforço computacional, mostrouse eficiente, trazendo resultados bastante satisfatórios;
- O modelo numérico obtido neste trabalho foi validado com satisfação quando comparado aos resultados atingidos por Faro (2014) e às provas de carga;
- O modelo constitutivo de Mohr Coulumb mostrou-se adequado à representação do comportamento do solo, conforme observado nos resultados;
- As condições e propriedades de contato aplicadas durante a concepção do modelo numérico se mostraram adequadas, não apresentando interferência entre as superfícies de contato e obtendo como resposta de comportamento, o soerguimento do solo (ruptura por compressão) na direção oposta da aplicação do deslocamento, enquanto no lado da aplicação houve a formação de uma fenda (ruptura por tração), estando de acordo com o que seria o comportamento real do sistema;
- O comportamento das tensões observados estão de acordo com o proposto na literatura para estacas longas, onde as maiores tensões ocorreram em dois pontos, cerca de 0,5 m e 2,5 m abaixo da superfície;
- Os resultados das curvas F versus δ obtidas através das simulações numéricas mostraram que o refinamento de malha tem grande influência sobre resultados. Um refinamento adequado nas áreas de maior influência gera resultados mais precisos;

- O módulo de elasticidade exerce uma grande influência sobre os resultados do sistema solo-estaca. Para uma melhor representação do problema deve-se utilizar o módulo de acordo com os intervalos de pequenas e grandes deformações;
- Todas as deformadas obtidas através do ABAQUS e Ftool mostraram os maiores deslocamentos no terço superior da estaca, estando de acordo com o que descreve a literatura;
- O deslocamento obtido na superfície através do ABAQUS foi de 20,80 mm, o que corresponde a 59% do valor obtido através do inclinômetro. Para o método de Terzaghi o deslocamento foi de 15,95 mm, o que corresponde a 77% do valor obtido pelo ABAQUS e 46% do valor do inclinômetro. O método de Bowles com C=20 resultou em um deslocamento de 15,67 mm, o que corresponde a 75% do valor obtido pelo ABAQUS e 45% do valor do inclinômetro. O deslocamento obtido através das curvas p-y resultou em 14 mm, o que corresponde a 67% do valor obtido pelo ABAQUS e 40% do valor obtido pelo inclinômetro. O método de Bowles para um C=40 resultou em um deslocamento igual a 10,13, o que corresponde a 49% do valor obtido pelo ABAQUS e 29% do valor do inclinômetro;
- As deformadas obtidas através do ABAQUS e Ftool não apresentaram similaridade nas profundidades iniciais com as obtidas pelo inclinômetro, apresentando o maior erro de 79% e o menor de 41% em relação aos valores de deslocamentos da superfície. Isto pode ser uma consequência da desconsideração dos efeitos de carregamento, descarregamento e recarregamento, conforme visto nos resultados da prova de carga e a consideração do solo como sendo homogêneo;
- Os resultados de coeficiente de mola derivados do método de Terzaghi (1955) foram os que resultaram em deformadas mais próximas das obtidas através do ABAQUS e do inclinômetro;
- O método de Bowles (1977) quando aplicado com o coeficiente de C=40, conforme proposto pelo método, não apresentou bons resultados devido a elevada rigidez em toda profundidade, no entanto, quando utilizado um C=20, este chegou próximo as deformadas

obtidas pelo método de Terzaghi. O valor de C=20 foi uma variação hipotética adotada, observou-se que pode existir uma possível variação do coeficiente de acordo com o tipo do problema e materiais envolvidos, no entanto, a relação dessa variação não foi avaliada;

- As curvas p-y derivadas da simulação numérica resultaram em módulos de reação horizontal com elevada rigidez e foram os que mais destoaram dos módulos obtidos, entretanto, devido à sua variação ao longo da profundidade, a deformada obtida mostrou resultados intermediários aos obtidos pelos métodos de Terzaghi (1955) e Bowles (1977) para um C=40;
- Os resultados de deslocamentos obtidos na superfície da estaca através do Ftool (métodos e curvas p-y) foram até 2 vezes menores dos obtidos através do ABAQUS, esta diferença deve ser levada em consideração por ser determinante para corresponder aos limites aceitáveis;
 - Comparando os resultados dos deslocamentos obtidos na superfície através dos softwares ABAQUS e Ftool, nota-se uma diferença na ordem de 23% quando adotado o método de Terzaghi (1955). Desta forma, conclui-se que para análises mais simples ou preliminares, pode-se utilizar o software Ftool, desde que, seja adotado um método que represente de forma adequada o comportamento do solo. Este tem como vantagem uma interface simples e de fácil compreensão, sem apresentar problemas de convergência, o que é comum em softwares de análise numérica por elementos finitos.

6. TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para novos estudos a fim de melhorar a qualidade dos resultados deste trabalho, sugere-se:

- Concepção de um modelo numérico que represente o carregamento cíclico visto nos resultados de provas de cargas;
- Representação do solo adotando outros tipos de modelo de previsão de comportamento;
- Avaliação de outros métodos para obtenção do coeficiente e módulo de reação horizontal que possibilitem por exemplo, a variação do coeficiente com a profundidade.

REFERÊNCIAS

ABAQUS. ABAQUS USER'S MANUAL. Dassault Systemes, Simulia corp. ABAQUS VS. 6.9, Providence, Rohde Island, USA. 2009.

ABREU, J. A. Avaliação Do Comportamento De Grupos De Fundação Carregados Lateralmente Em Solo Poroso Colapsível E Tropical Do Distrito Federal. 2014. 177 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Geotecnia, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

ALMEIDA, M. A. Análise do Comportamento de Estacas Strauss Submetidas a Carregamento Horizontal no Solo da Região de Londrina – PR. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, 167p. Londrina, 2008.

ALONSO, U. R.. Dimensionamento de fundações profundas. 2. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2012. 158 p.

ARAÚJO, A. G. D. **Prova De Carga Estática Com Carregamento Lateral Em Estacas Escavadas Hélice Contínua E Cravadas Em Areia**. 2013. 253 f. Dissertação (Mestrado em Mecânica Das Estruturas, Estruturas De Concreto E Alvenaria E Materiais E Processos Construtivos) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

ASSAN, E. A. **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos**. 2^a ed. Editora da Unicamp, Campinas, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT) NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2019.

BANERJEE, P. K.; DAVIES, T. G. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils. Géotechnique, 28, n. 3, p. 309-326, 1978.

BORN, R. B. Análise Experimental do Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente em um Solo Residual, 2019, Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFRGS, Porto Alegre, 2019.

BORN, R. B. Efeito de Grupo em Estacas Carregadas Transversalmente Associadas a Solos Melhorados. 2015. (Mestrado) - Escola de Engenharia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, UFRGS, 2015.

BOWLES, J. E. Foudation analysis and design. 2nd ed. New York; London: Mc Graw-Hill, 1977. 0070067503.

BRINCH HANSEN, J. The Ultimate Resistance Of Rigid Piles Against Transversal Force. The Danish Geotechnical Institute, Bulletin. 1961.

BRINCH HANSEN, J. The Utimate Resistance of Rigid Piles Against Transversal Force. The Danish Geotechnical Institute, Bulletin, N° 12, 1961.

BROMS, B. **Design of Laterally Loaded Piles**. Journal of the Soil Mechanic and Foundation Division. ASCE, 91 (SM3), 77-99, 1965.

BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesionless soils. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 90, n. 3, p. 123-156, 1964a.

BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesive soils. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 90, n. 2, p. 27-63, 1964b.

CINTRA, J. C. A. **Carregamento Lateral em Estacas**. Oficina de Textos. Departamento de Geotecnia, São Carlos, 2002.

CINTRA, J.C.A. Uma Análise de Provas de Carga Lateral em Estacas e Comparação com os Métodos da Teoria de Reação Horizontal do Solo. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 150p. 1981.

COLARES, G. M. (2006). **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios.** Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

DAVISSON, M. T. Lateral load capacity of piles. Highway Research Record, n.333, 1970.

DAVISSON, M.T.; SALLEY, J.R. **Model study of laterally loaded piles**. Journal of the Soil Mechaninics and Foundations Division, v. 96, n. SM5, p. 1605-1627, 1970.

DECOURT, L. **Behavior of foundations under working load conditions**. In: DECOURT, L. BEHAVIOR OF FOUNDATIONS UNDER WORKING LOAD CONDITIONS. 11TH PAN-AMERICAN CONFERENVCE ON SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 11., 1999, Foz do Iguaçu. Foz do Iguaçu, 1999. v. 4, p. 453 - 488. FARO, Vitor Pereira. Carregamento lateral em fundações profundas associadas a solos tratados: concepção, provas de carga e diretrizes de projeto. 2014. 349 f. Tese (Doutorado)
- Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

FLEMING, W. G. K.; WELTMAN, A.; RANDOLPH, M.; ELSON, K. **Piling engineering**. 3rd ed. London ; New York: Taylor & amp; Francis, 2009. vii, 398 p. p. 9780415266468.

FRANÇA, Pedro Teodoro. Estudo do comportamento de túneis: análise numérica tridimensional com modelos elasto-plásticos. Tese (Doutorado) - Curso de Geotecnia, Univerisdade de São Paulo, São Paulo, 2006.

GONZÁLEZ, J.R. (2014). Estudo Numérico do Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-239/2014, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 118 p.

HACHICH, Waldemar Coelho et al. Fundações: teoria e prática. São Paulo: Pini, 1996.

HAN, F.; SALGADO, R.; PREZZI, M. Nonlinear analyses of laterally loaded piles – A semianalytical approach. Computers and Geotechnics, 70, p. 116-129, 10// 2015.

HETENYI, M. Beams on Elastic Foundation. The University os Michigam Press, 1946.

KASSOUF, R. Análise de Prova de Carga em Tubulão a Céu Aberto Submetido a Esforço Horizontal em Solo Não Saturado de Diabásio da Região de Campinas. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Campinas, p.112. Campinas, 2012.

LAUTENSCHLAGER, C. E.R. Modelagem Numérica do Comportamento de Fundações Profundas Submetidas a Carregamento Lateral. 2010. 179 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

LEMO, D.T.; SOUZA, A.; DEL PINO JÚNIOR, A. Análise do Comportamento de Estacas do Tipo Broca Solicitadas por Esforços Transversais. XIII COBRAMSEG. Anais, p.949-954. Curitiba, 2006.

LOPES JUNIOR, L. S.; THOMÉ, A. Provas de Carga Estática em Estacas Escavadas de Pequeno Diâmetro, Executadas na Região de Passo Fundo, Rio Grande do Sul. In: Seminário de Engenharia Geotécnica do Rio Grande do Sul (GEORS 2005), Passo Fundo/RS, 2005.

MENESES, P.J.B.S. Grupos de Estacas sob Ações Horizontais - Análise com Recurso a Multiplicadores-p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Técnica de Lisboa. Instituto Superior Técnico. Lisboa, 2007.

MENEZES, S.M.; CARVALHO, D.; SAMPAIO, F.M.T.; RIBEIRO, K.D. Determinação do Coeficiente de Reação Horizontal do Solo em Estacas Pré- Moldadas de Concreto Cravadas em Solo de Alta Porosidade. V SEFE, vol.2, p.507- 516. São Paulo, 2004.

MIGUEL, M. G. Execução e análise de provas de carga horizontal em estacas em solo colapsível. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Departamento de Geotecnia da EESC/USP de São Carlos, São Carlos, 168 p., 1996.

POULOS, H.G. Behaviour of Laterally Loaded Piles: II. Group of Piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering, 97, 733-751. 1971.

POULOS, H. G., DAVIS, E. Piles Foundations Analysis and Design. John Wiley & Sons Inc., New York, 1980.

RANDOLPH, M. F. **The response of flexible piles to lateral loading**. Géotechnique, 31, n. 2, p. 247-259, 1981.

REESE, L. C.; IMPE, W. F. V. Single piles and piles groups under lateral loading. Rotterdam: Balkema, 2001. 9058093409.

SALGADO, R. The engineering of Foundations. Boston: McGraw Hill, 2008. XIV, 882 p. 007200581.

TERZAGHI, K. Evaluation os coefficients of subgrade modulus. Géotechnique, V5: 297-326. 1955)

TERZAGHI, K. Theoretical Soil Mechanics. John Wiley and Sons Inc. New York, 1943.

VELLOSO, Dirceu Alencar; LOPES, Francisco de Rezende. Fundações Profundas. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

YANG, Z; JEREMIC, B. Numerical Analysis of pile behavior undr lateral loads in layered elastic-plastic soils. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 26, n. 14, p. 1385-1406, 2002.

YANG, Z; JEREMIC, B. Numerical study of group effects for pile groups in sands. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 27, n. 15, p. 1255-1276, 2003.

ZAMMATARO, B.B. Comportamento de Estacas Tipo Escavada e Hélice Contínua
Submetidas a Esforços Horizontais. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Campinas.
187p. Campinas, 2007.

ZHANG, L. M. Behavior pf Laterally Loaded Large Section Barrettes. Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering, 129, n. 7, p. 639-648, 2003.

ZIENKIEWICZ, O. C. The Finite Element Method. 3^a Ed. Mc Graw Hill, Nwe York. 1977.