

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Blumenau
Departamento de Engenharia de
Controle e Automação e Computação



Fabício Gustavo Frantz

Capacidade de força em robôs atuados por cabos

Blumenau

2021

Fabício Gustavo Frantz

Capacidade de força em robôs atuados por cabos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Engenheiro de Controle e Automação.
Orientador: Prof. Dr. Leonardo Mejia Rincon

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Blumenau
Departamento de Engenharia de
Controle e Automação e Computação

Blumenau
2021

Fabício Gustavo Frantz

Capacidade de força em robôs atuados por cabos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Leonardo Mejia Rincon
Universidade Federal de Santa Catarina
Orientador

Prof. Dr. Daniel Alejandro Ponce Saldías
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Ebrahim Samer El Youssef
Universidade Federal de Santa Catarina

Blumenau, 30 de setembro de 2021

Dedico este trabalho a todos aqueles que, de alguma forma,
auxiliaram para a concretização desta etapa.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por ter sido possível realizar essa graduação, e por colocar tantas pessoas boas em minha vida.

Agradeço a minha família pelo apoio nessa jornada, e em especial ao meu irmão Luiz Antonio Frantz que me forneceu, além da moradia nesse período, muitos ensinamentos e serenidade em situações difíceis.

Agradeço aos amigos, colegas de aula e professores por tornarem os dias mais tranquilos, alegres e de muito aprendizado.

Por fim, agradeço ao Professor Dr. Leonardo Mejia Rincon, pela paciência e dedicação na orientação durante todo o período de desenvolvimento deste projeto. A admiração e o respeito que me fizeram solicitar sua orientação para essa disciplina, elevaram-se ainda mais durante o desenvolvimento e agora com a conclusão deste documento.

"Apaixone-se pelo processo de se tornar a sua melhor versão."
(autor desconhecido)

Resumo

Sistemas robotizados tem sido historicamente usados em aplicações industriais tradicionais como pintura ou soldagem, contudo, nas últimas décadas a robótica tem expandido os seus horizontes às mais variadas áreas do conhecimento como a exploração espacial, a indústria nuclear e a cirurgia robótica.

Um sistema robotizado vincula usualmente elos rígidos articulados com outros elementos estruturais, contudo, alguns robôs modernos como é o caso dos robôs atuados por cabos, podem substituir elos rígidos por elementos flexíveis que apresentam como característica principal a transmissão de forças apenas em uma única direção.

O uso de robôs atuados por cabos tem crescido de maneira considerável nos últimos anos devido à sua simplicidade estrutural, seu amplo espaço de trabalho, sua massa e custo de produção reduzidos, e principalmente pela sua versatilidade e eficiência energética.

Uma das principais características dos manipuladores atuados por cabos radica na variabilidade da força que o seu efetuator final pode aplicar ao meio, sendo que a magnitude da força pode mudar em função da localização do efetuator final, da posição das juntas, da direção de aplicação da força e da força máxima que cada atuador pode ter.

Tentando identificar o comportamento da variabilidade das forças nesse tipo de sistema, o presente documento propõe um conjunto de procedimentos metodológicos para determinar as melhores regiões de operação de um manipulador atuado por cabos baseado na sua capacidade de força isotrópica, que de modo formal pode ser definida como a máxima força que o manipulador pode aplicar (ou suportar) em qualquer direção.

Os resultados, realizados no software MATLAB®, apresentam os polígonos da capacidade de força para o manipulador estudado, e os mapas de força isotrópica em uma área de trabalho pré estabelecida que permitem identificar as regiões de melhor operabilidade da plataforma móvel do manipulador. Por fim, variando a topologia da área de trabalho, é realizada a comparação entre os resultados obtidos para diversas topologias escolhidas.

Embora o problema originalmente estava relacionada ao processo de limpeza de painéis solares, os resultados obtidos não se restringem a essa aplicação, podendo ser usados em muitas e diversas outras aplicações.

Palavras-Chave: 1. Capacidade de força. 2. Máxima força isotrópica. 3. Robô atuado por cabos.

Abstract

Robotic systems have historically been used in traditional industrial applications such as painting or welding, however, in recent decades robotics has expanded its horizons to the most varied areas of knowledge such as space exploration, nuclear industry, and robotic surgery.

A robotic system usually links articulated rigid links with other structural elements, however, some modern robots, such as cable-driven robots, can replace rigid links with flexible elements that present as their main characteristic the transmission of forces in only one direction.

The use of cable-driven robots has grown considerably in recent years due to their structural simplicity, their large working space, their reduced mass, reduced production cost, and mainly due to their versatility and energy efficiency.

One of the main characteristics of cable-driven robots is the variability of the force that its end-effector can apply to the environment, being that the magnitude of the force can change depending on the location of the end-effector, the position of the joints, the direction of application of the force and the maximum force that each actuator can apply.

Trying to identify the behavior of the forces' variability in this type of system, this document proposes a set of methodological procedures to determine the best-operating regions of a cable-driven manipulator based on its isotropic force capability, which can be formally defined as the maximum force that the manipulator can apply (or support) in any direction.

The results, carried out in the MATLAB[®] software, present the force capability polygons for the studied manipulator, and the isotropic force capability maps in a pre-established workspace that allow identifying the regions of better operability of the manipulator's mobile platform. Finally, by varying the topology of the workspace, the results obtained for several chosen topologies are compared.

Despite the problem was originally related to the cleaning process of solar panels, the results obtained are not restricted to this application and can be used in many and various other applications.

Keywords: 1. Force capability. 2. Maximum isotropic force. 3. Cable-driven robot.

Lista de figuras

Figura 1 – Limpeza manual de painéis solares.	17
Figura 2 – Limpeza robótica de painéis solares.	18
Figura 3 – Exemplo de robô atuado por cabos.	18
Figura 4 – Componentes de um sistema robótico.	21
Figura 5 – Manipulador serial e paralelo.	22
Figura 6 – Semelhanças construtivas entre uma plataforma Stewart e um manipu- lador atuado por cabos.	23
Figura 7 – Principais componentes de um manipulador atuado por cabos.	24
Figura 8 – Classificação dos manipuladores atuados por cabos em função dos mo- vimentos da plataforma.	26
Figura 9 – Elos e juntas de um robô.	29
Figura 10 – Principais pares cinemáticos usados em robótica.	29
Figura 11 – Classificação de manipuladores seriais de acordo com a estrutura cine- mática.	31
Figura 12 – Exemplo da capacidade de força de um manipulador serial dependendo da sua postura.	34
Figura 13 – Exemplo do polígono da capacidade de força e da capacidade de força isotrópica de um manipulador paralelo do tipo $3RRR$	36
Figura 14 – Exemplo de manipulador atuado por cabos CRPM - 1R2T.	38
Figura 15 – Resumo geral da metodologia proposta.	39
Figura 16 – Topologia do sistema.	40
Figura 17 – Robô atuado por cabos considerando $T_1 = 0$ (em vermelho).	44
Figura 18 – Robô atuado por cabos considerando $T_2 = 0$ (em vermelho).	45
Figura 19 – Robô atuado por cabos considerando $T_3 = 0$ (em vermelho).	46
Figura 20 – Robô atuado por cabos considerando $T_4 = 0$ (em vermelho).	46
Figura 21 – Sistema com a plataforma móvel na posição $(8m, 6m)$	50
Figura 22 – Força do manipulador na direção de 82° centrado na Posição $(8m, 6m)$	53
Figura 23 – Forças dos motores de acordo com a direção.	53
Figura 24 – Posição $(8m, 6m)$, representação polar com todas as direções.	54
Figura 25 – Posição $(8m, 6m)$, representação cartesiana com todas as direções.	54
Figura 26 – Posição $(8m, 6m)$, magnitude em todas as direções e círculo isotrópico.	55
Figura 27 – Mapa isotrópico área de trabalho retangular.	56
Figura 28 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho retangular.	56
Figura 29 – Mapa isotrópico área de trabalho trapézio retângulo.	57
Figura 30 – Posição $(16m, 4m)$, todas as direções representação polar.	58

Figura 31 – Posição (16m, 4m), todas as direções representação cartesiana.	58
Figura 32 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho trapézio retângulo.	59
Figura 33 – Mapa isotrópico área de trabalho trapézio isósceles.	59
Figura 34 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho trapézio isósceles.	60
Figura 35 – Mapa isotrópico área de trabalho paralelogramo.	61
Figura 36 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho paralelogramo.	61
Figura 37 – Mapa isotrópico área de trabalho quadrada.	62
Figura 38 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho quadrada. . . .	62

Lista de tabelas

Tabela 1 – Classificação dos manipuladores atuados por cabos em relação aos graus de liberdade controláveis	25
Tabela 2 – Comparativo das magnitudes máximas entre tipos de área de trabalho.	63

Lista de Siglas e Abreviaturas

UFSC	<i>Universidade Federal de Santa Catarina</i>
CRPM	<i>Completely Restrained Parallel Manipulator</i>
IRPM	<i>Incompletely Restrained Parallel Manipulator</i>
RRPM	<i>Redundantly Restrained Parallel Manipulator</i>
R.U.R	<i>Rossum's Universal Robots</i>
IFTOMM	<i>International Federation for the Promotion of Mechanisms and Machine Science</i>
SCARA	<i>Selective Compliance Assembly Robot Arm</i>

Lista de Símbolos

m	<i>metros;</i>
cm	<i>centímetros;</i>
m^2	<i>metros quadrados;</i>
cm^2	<i>centímetros quadrados;</i>
N	<i>Newton;</i>
l	<i>Número de cabos do manipulado;</i>
f	<i>Número de graus de liberdade do manipulador;</i>
M	<i>Mobilidade;</i>
DoF	<i>Número de graus de liberdade de um sistema mecânico;</i>
(R)	<i>Junta de revolução;</i>
(P)	<i>Junta de prismática;</i>
(H)	<i>Junta de helicoidal;</i>
(C)	<i>Junta de cilíndrica;</i>
(S)	<i>Junta de esférica;</i>
(E)	<i>Junta de plana;</i>
x	<i>Eixo das abscissas;</i>
y	<i>Eixo das ordenadas;</i>
z	<i>Eixo das cotas;</i>
E_x	<i>Componente em x da posição central do manipulador;</i>
E_y	<i>Componente em y da posição central do manipulador;</i>
φ	<i>Orientação do manipulador em relação ao eixo z;</i>
\vec{T}	<i>Vetor torque;</i>
\vec{r}	<i>Distância;</i>
\vec{F}	<i>Vetor de força;</i>
\dot{x}	<i>Velocidade no efetuador final;</i>
\dot{q}	<i>Velocidade nas juntas atuadas;</i>
J	<i>Jacobiano;</i>
J^t	<i>Jacobiano transposto;</i>
K	<i>Distância entre vértice e centro do manipulador;</i>
M_h	<i>Altura do manipulador;</i>
M_b	<i>Largura do manipulador;</i>
θ_{ini}	<i>Ângulo entre o vértice e o eixo horizontal da plataforma móvel;</i>
B_{1x}	<i>Componente em x do vértice B_1;</i>
B_{1y}	<i>Componente em y do vértice B_1;</i>
B_{2x}	<i>Componente em x do vértice B_2;</i>

B_{2y}	Componente em y do vértice B_2 ;
B_{3x}	Componente em x do vértice B_3 ;
B_{3y}	Componente em y do vértice B_3 ;
B_{4x}	Componente em x do vértice B_4 ;
B_{4y}	Componente em y do vértice B_4 ;
θ_1	Ângulo entre o motor 1 e o vértice B_1 ;
θ_2	Ângulo entre o motor 2 e o vértice B_2 ;
θ_3	Ângulo entre o motor 3 e o vértice B_3 ;
θ_4	Ângulo entre o motor 4 e o vértice B_4 ;
T_1	Força exercida pelo motor 1;
T_2	Força exercida pelo motor 2;
T_3	Força exercida pelo motor 3;
T_4	Força exercida pelo motor 4;
K_1	Distância entre vértice B_1 e centro do manipulador;
K_2	Distância entre vértice B_2 e centro do manipulador;
K_3	Distância entre vértice B_3 e centro do manipulador;
K_4	Distância entre vértice B_4 e centro do manipulador;
K_{1x}	Componente em x da variável K_1 ;
K_{1y}	Componente em y da variável K_1 ;
K_{2x}	Componente em x da variável K_2 ;
K_{2y}	Componente em y da variável K_2 ;
K_{3x}	Componente em x da variável K_3 ;
K_{3y}	Componente em y da variável K_3 ;
K_{4x}	Componente em x da variável K_4 ;
K_{4y}	Componente em y da variável K_4 ;
$[G]$	Matriz Geral;
$G_{1,1}$	Célula (1, 1) da Matriz Geral;
$G_{1,2}$	Célula (1, 2) da Matriz Geral;
$G_{1,3}$	Célula (1, 3) da Matriz Geral;
$G_{1,4}$	Célula (1, 4) da Matriz Geral;
$G_{2,1}$	Célula (2, 1) da Matriz Geral;
$G_{2,2}$	Célula (2, 2) da Matriz Geral;
$G_{2,3}$	Célula (2, 3) da Matriz Geral;
$G_{2,4}$	Célula (2, 4) da Matriz Geral;
$G_{3,1}$	Célula (3, 1) da Matriz Geral;
$G_{3,2}$	Célula (3, 2) da Matriz Geral;
$G_{3,3}$	Célula (3, 3) da Matriz Geral;
$G_{3,4}$	Célula (3, 4) da Matriz Geral;
$[G_S]$	Matriz de subsistemas;

$[G_{s1}]$	<i>Subsistema desconsiderando as força T_1;</i>
$[G_{s2}]$	<i>Subsistema desconsiderando as força T_2;</i>
$[G_{s3}]$	<i>Subsistema desconsiderando as força T_3;</i>
$[G_{s4}]$	<i>Subsistema desconsiderando as força T_4;</i>
T	<i>Vetor com forças dos motores;</i>
T_s	<i>Vetor com forças dos motores para subsistemas;</i>
T_{s1}	<i>Vetor com forças dos motores desconsiderando força T_1;</i>
T_{s2}	<i>Vetor com forças dos motores desconsiderando força T_2;</i>
T_{s3}	<i>Vetor com forças dos motores desconsiderando força T_3;</i>
T_{s4}	<i>Vetor com forças dos motores desconsiderando força T_4;</i>
$T_{i_{max}}$	<i>Valor máximo de saturação para todas as juntas;</i>
α	<i>Ângulo referente a direção, em graus;</i>
F_u	<i>Vetor de forças unitárias;</i>
F_{Max}	<i>Força máxima dos motores;</i>
ψ_i	<i>Fator de escala de cada junta atuada;</i>
Ψ	<i>Fator de escala geral;</i>
F_m	<i>Forças finais para os motores;</i>
F_x	<i>Força no eixo de coordenada x;</i>
F_y	<i>Força no eixo de coordenada y;</i>
M_z	<i>Momento no eixo de coordenada z.</i>

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Objetivos	19
1.1.1	Objetivo geral	19
1.1.2	Objetivos específicos	19
1.2	Estrutura do documento	20
2	REVISÃO DE LITERATURA E FERRAMENTAS CONCEITUAIS	21
2.1	Revisão de literatura	21
2.1.1	Classificação dos robôs atuados por cabos	24
2.2	Ferramentas conceituais	27
2.2.1	Robótica	27
2.2.2	Robô	27
2.2.3	Elos e juntas	28
2.2.4	Mobilidade	30
2.2.5	Espaço de trabalho	30
2.2.6	Estática de manipuladores	30
2.2.6.1	Método vetorial	32
2.2.6.2	Método baseado no Jacobiano transposto	32
2.2.6.3	Método de Davies	33
2.2.7	Capacidade de força	34
2.2.7.1	Método do fator de escala	35
2.2.7.2	Capacidade de força isotrópica	36
3	METODOLOGIA	38
3.1	Etapa 1: Definição da topologia do manipulador	39
3.2	Etapa 2: Definição da cinemática de posição do manipulador	40
3.3	Etapa 3: Definição da estática do manipulador	41
3.4	Etapa 4: Subespaços vetoriais do modelo estático	44
3.5	Etapa 5: Obtenção das forças nos motores frente a uma carga unitária direcionada	47
3.6	Etapa 6: Escalamento das forças	47
3.7	Etapa 7: Cálculo das magnitudes	48
3.8	Etapa 8: Critérios para validação das forças	48
3.9	Etapa 9: Determinação da força isotrópica	48

4	RESULTADOS	50
4.1	Resultado para área de trabalho: Retângulo	50
4.2	Resultado para área de trabalho: Trapézio Retângulo	57
4.3	Resultados para área de trabalho: Trapézio Isósceles	59
4.4	Resultado para área de trabalho: Paralelogramo	60
4.5	Resultado para área de trabalho: Quadrado	60
4.6	Comparação entre as áreas de trabalho analisadas	63
5	CONCLUSÕES	64
5.1	Considerações finais	64
5.2	Principais contribuições	64
5.3	Trabalhos futuros	65
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66

1 Introdução

A origem dos robôs paralelos atuados por cabos deu-se no final da década de 1980 nos Estados Unidos e no Japão, onde os primeiros conceitos de guindastes elétricos e manipuladores cinemáticos foram combinados com o conceito de dispositivos robóticos paralelos atuados por cabos. Fascinados pelas vantagens apresentadas pelo novo modelo robótico, pesquisadores de todo o mundo voltaram os olhares para os robôs atuados por cabos [1].

Robôs com essa configuração utilizam cabos no lugar de corpos rígidos para controlar a posição de uma plataforma móvel. O uso destes cabos oferece diversas vantagens, como peso e inércia reduzidos, maior distância operacional, facilidade de montagem e desmontagem, alta transportabilidade, modularidade e reconfigurabilidade [2].

Essas qualidades, embora sejam vantajosas, caracterizam a complexidade do problema de determinar as melhores regiões de operação de um manipulador atuado por cabos. Pois o ajuste posicional de um dos cabos, resulta em sistemas completamente diferentes.

A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho surgiu durante as atividades relacionadas ao estágio obrigatório realizado pelo autor em uma empresa que executa procedimentos de instalação, monitoramento e manutenção de sistemas fotovoltaicos. Durante o período de estágio constatou-se que a quantidade de energia fornecida por um módulo fotovoltaico depende muito da quantidade de irradiância que atinge as células solares, sendo que o sombreamento devido à sujeira é um dos fatores de maior relevância na queda da geração de energia [3].

Para contornar essas adversidades, é necessário realizar limpezas periódicas. As limpezas podem ser manuais, quando depende de trabalhadores para limpar os painéis solares, conforme apresentado na Figura 1, e limpezas automáticas usando sistemas robotizados.

Figura 1 – Limpeza manual de painéis solares.



Fonte: O autor.

O uso de sistemas de limpeza robotizados, como o exemplo apresentado na Figura 2, por serem leves, terem alta eficiência, baixo consumo de água e serem fáceis de controlar, são opções atrativas para substituir a limpeza manual, contudo, os sistemas robotizados atuais apresentam algumas desvantagens tais como velocidade de limpeza lenta, a necessidade de os robôs serem carregados eletricamente para o funcionamento e a recomendação de não utilização em ambientes ventosos e empoeirados [4].

Figura 2 – Limpeza robótica de painéis solares.

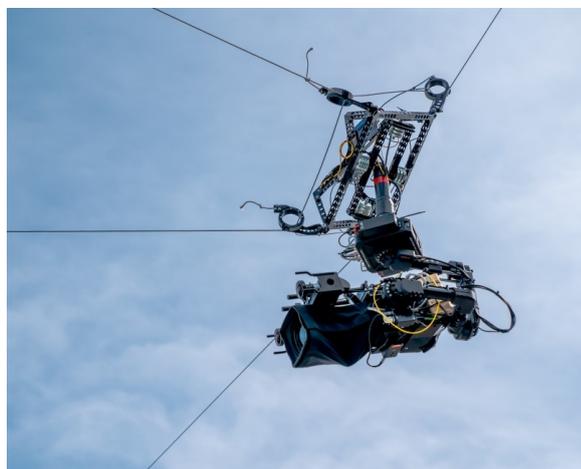


Fonte: Adaptado de [4].

Visando combater as desvantagens apresentadas por sistemas tradicionais de limpeza robotizada, inicialmente tornou-se interessante o estudo do funcionamento de robôs atuados por cabos para esta finalidade. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta um estudo sobre as melhores regiões de operação de manipuladores atuados por cabos para aplicações diversas em um plano.

Para facilitar a compreensão, a Figura 3 apresenta a foto de um sistema robótico atuado por cabos, utilizado para capturar imagens aéreas em shows e partidas esportivas.

Figura 3 – Exemplo de robô atuado por cabos.



Fonte: Adaptado de [5].

Embora a ideia inicial tenha tido como objetivo principal determinar o espaço de trabalho e o cálculo das capacidades de forças para um manipulador atuado por cabos em aplicações de limpeza de painéis solares, cabe destacar com grande ênfase que os resultados decorrentes deste estudo não se resumem somente a essa aplicação e podem ser usados para qualquer tarefa usando este tipo de sistemas como transporte de peças, usinagem, inspeção, dentre muitas outras.

1.1 Objetivos

Nesta seção são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos para a execução do presente Trabalho de Conclusão de Curso.

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é, desenvolver uma proposta metodológica para a obtenção das melhores regiões de operação de um manipulador atuado por cabos baseado na sua capacidade de força isotrópica.

1.1.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral deste trabalho, os seguintes objetivos específicos foram propostos:

- Determinar as equações da cinemática de posição de um manipulador atuado por cabos;
- Obter as equações da estática de um manipulador atuado por cabos;
- Calcular máximas forças no efetuador final de um manipulador atuado por cabos para cada direção de aplicação da força e em cada posição da sua área de trabalho;
- Obter as máximas forças isotrópicas no efetuador final de um manipulador atuado por cabos em cada posição da sua área de trabalho;
- Definir as regiões de operação adequadas na área de trabalho de um manipulador atuado por cabos de acordo com critérios de força isotrópica previamente definidos;
- Verificar a influência da posição dos atuadores de um manipulador atuado por cabos nos seus mapas da capacidade de força isotrópica.

1.2 Estrutura do documento

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo é realizada a contextualização do problema inicial, e então é realizada a introdução do tema escolhido, com justificativas da importância do estudo e listando os objetivos a serem alcançados.

No Capítulo 2 são apresentados alguns conceitos fundamentais para a compreensão do funcionamento dos robôs atuados por cabos, assim como a definição de alguns conceitos necessários para a compreensão dos capítulos posteriores.

Em seguida, no Capítulo 3 é apresentada a metodologia proposta pelo autor do presente trabalho para a obtenção das melhores regiões de operação de um manipulador atuado por cabos baseado na sua capacidade de força isotrópica

No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos, e uma análise comparativa entre diferentes geometrias de estudo.

Por fim, no último capítulo são apresentadas as conclusões obtidas com a realização do trabalho, são listadas algumas considerações finais e são propostos alguns potenciais trabalhos futuros.

2 Revisão de literatura e ferramentas conceituais

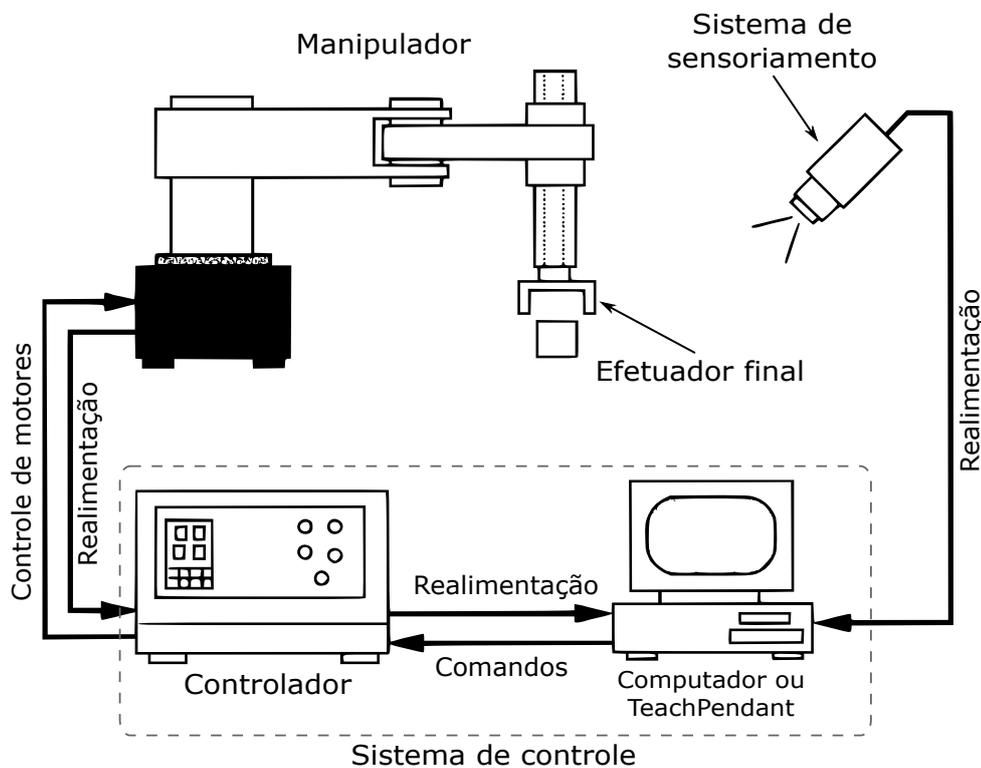
2.1 Revisão de literatura

Desde o seu início na década de cinquenta, a robótica passou de ser um mito presente na literatura de ficção científica a ser uma realidade imprescindível no atual mercado produtivo. Após um início tímido e com um futuro incerto, entre as décadas dos setenta e oitenta a robótica apresentou um crescimento exponencial chegando na década dos noventa a um estágio de maturidade tecnológica [6].

Historicamente os robôs têm sido utilizados amplamente em entornos industriais convencionais, contudo, a robótica tem expandido os seu horizontes a novas e diversas aplicações das mais variadas e complexas áreas do conhecimento, que vão desde a cirurgia robótica até a exploração espacial [7].

Como pode ser visto na Figura 4, um robô é composto de maneira geral por um manipulador mecânico, um efetuador final, sistemas de sensoriamento, e um sistema de controle, que são integrados para formar um todo.

Figura 4 – Componentes de um sistema robótico.

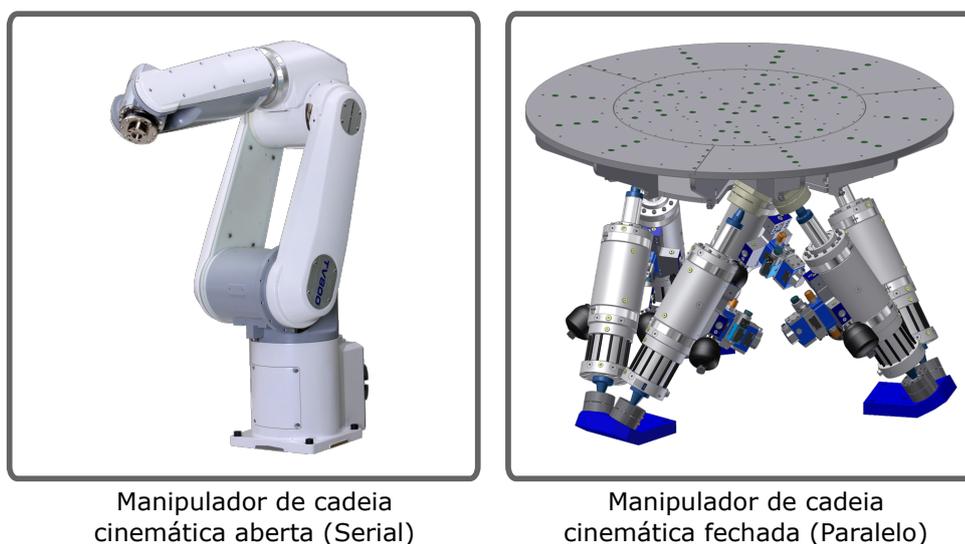


Fonte: Adaptado de [8].

O manipulador de um robô vincula tradicionalmente elos rígidos articulados e outros elementos estruturais, contudo, como será explorado ao longo do presente documento, existem algumas alternativas em que os elos podem ser flexíveis, como é o caso dos manipuladores atuados por cabos.

Formalmente, um manipulador é um conjunto de corpos (elos) conectados por meio de juntas. Este sistema de elos e juntas forma uma cadeia cinemática que contém um elo fixo chamado *base* e um elo de saída, no qual é fixada uma ferramenta, chamado *efetuador final*. Um manipulador pode ser de cadeia cinemática aberta (também conhecido como manipulador serial) ou de cadeia cinemática fechada (também conhecido como manipulador paralelo) e pode operar tanto no espaço planar quanto no espaço tridimensional. A Figura 5 apresenta uma representação gráfica de um manipulador serial e de um manipulador paralelo.

Figura 5 – Manipulador serial e paralelo.



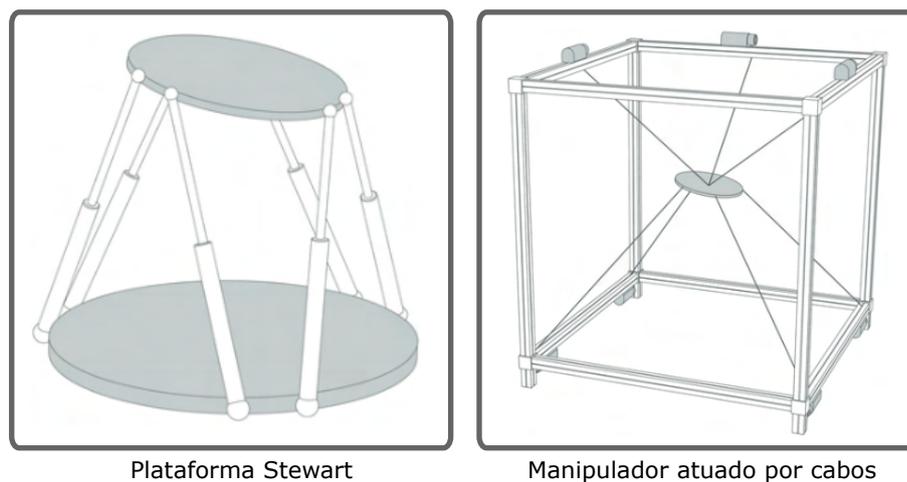
Fonte: Adaptado de [9] e [10].

Os estudos relacionados com robôs atuados por cabos começaram a ser desenvolvidos a partir do ano de 1985, ano em que Landsberg e Sheridan propuseram a substituição dos elos rígidos de uma plataforma de Stewart por cabos flexíveis [11]. Desde então, várias pesquisas têm sido desenvolvidas nessa área, assim como têm sido desenvolvidos importantes sistemas robotizados usando esse princípio, os quais são utilizados em diferentes aplicações e em escalas diversas [12].

A utilização de robôs atuados por cabos está crescendo devido à sua simplicidade estrutural, seu amplo espaço de trabalho, sua massa e seu custo de produção reduzidos, em comparação a robôs de estrutura rígida, e principalmente por causa da sua versatilidade. Eles podem ser utilizados em pequenas ou grandes escalas e para diversos fins [13][14][15].

Como comentado previamente, os robôs atuados por cabos são descendentes diretos da plataforma paralela Stewart, desta maneira, este sistemas herdam a característica de ser estruturas paralelas em que cabos flexíveis tomam o lugar das pernas rígidas. Na Figura 6 podem ser apreciadas as semelhanças construtivas entre uma plataforma Stewart e um robô atuado por cabos.

Figura 6 – Semelhanças construtivas entre uma plataforma Stewart e um manipulador atuado por cabos.



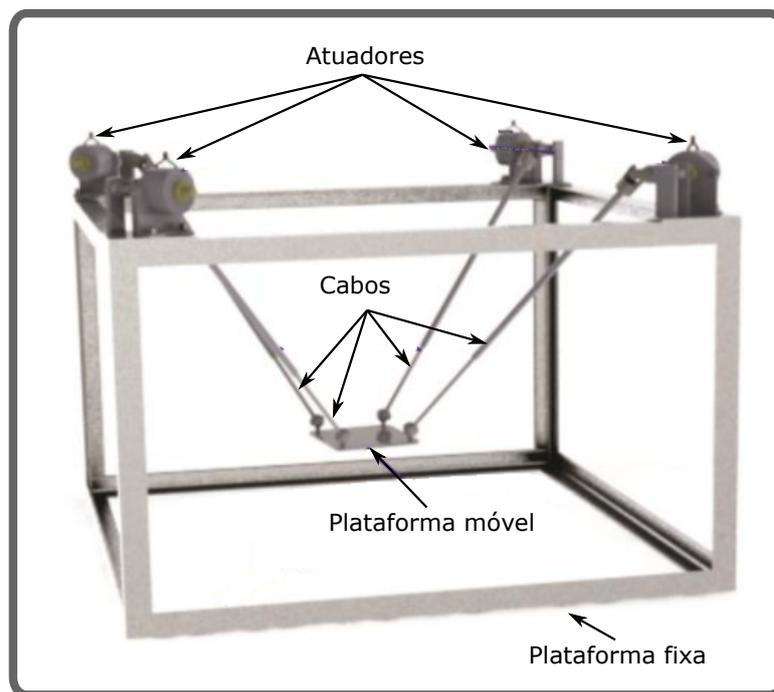
Fonte: Adaptado de [16].

Como qualquer outro robô de cadeia cinemática fechada, um robô atuado por cabos é constituído por uma plataforma fixa ou base, cuja finalidade é sustentar a carga movimentada e dar a rigidez necessária ao robô, os cabos, que permitem a realização do movimento, os motores ou atuadores que acionam a movimentação dos cabos e uma plataforma móvel, onde se posiciona o efetuador final. As partes constitutivas principais de um robô atuado por cabos podem ser vistas na Figura 7.

Alguns dos principais motivadores que tem impulsionando o estudo desse tipo de manipuladores são seu amplo espaço de trabalho e sua simplicidade estrutural, aliados ao custo de produção reduzido [14][15]. Suas aplicações são mais comuns em situações em que manipuladores rígidos e pesados não são a melhor escolha por causa da sua dinâmica, ou ainda em tarefas em que a precisão requerida não constitui um fator muito relevante [17].

Apesar deste tipo de robô apresentar características semelhantes com os clássicos robôs paralelos, existem algumas diferenças importantes que podem ser caracterizadas como vantagens em favor dos robôs atuados por cabos [16]. A principal diferença em relação ao funcionamento deste tipo de sistemas reside no fato de os cabos poderem ser enrolados por tambores de forma muito rápida, enquanto a massa em movimento do robô é muito pequena, permitindo que o robô atinja acelerações e velocidades muito altas no efetuador final [16][18][19].

Figura 7 – Principais componentes de um manipulador atuado por cabos.



Fonte: Adaptado de [12].

Adicionalmente, devido a massa das partes móveis ser muito pequena, esses robôs se tornam mais eficientes em termos energéticos e assim adequados para a movimentação de cargas mais pesadas [12]. Além disso, ao aumentar o número de cabos, pode-se modificar o espaço de trabalho, aumentar a capacidade de carga ou ainda melhorar a segurança do que for transportado, dessa maneira, é permitido o uso de um número maior de cabos do que o número de graus de liberdade do efetuador final. Se a posição destes cabos for favorável, o efetuador final do mecanismo ainda pode transpor alguns obstáculos. Ainda como vantagens, destacam-se a elevada capacidade de peso manipulado, a facilidade de transporte e o baixo custo de fabricação [14], sem contar com o fato de que os pontos de conexão dos cabos podem ser facilmente reposicionados, alterando sua configuração [15].

2.1.1 Classificação dos robôs atuados por cabos

Uma primeira classificação para os robôs atuados por cabos foi proposta por Ming e Higuchi em 1994 [20], eles separaram estes dispositivos em CRPM (Completely Restrained Parallel Manipulator) e IRPM (Incompletely Restrained Parallel Manipulator). Dez anos mais tarde Verhoeven [17] dividiu a classe dos CRPM em duas, acrescentando a categoria RRPM (Redundantly Restrained Parallel Manipulator). As classificações propostas por Ming, Higuchi e Verhoeven baseiam-se na diferença entre o número de cabos (l) e o número de graus de liberdade (f) do manipulador, na sequência serão descritas com maior detalhe estas classes.

- **CRPM (Manipulador paralelo completamente restringido):** Nesta classe a localização da plataforma (posição e orientação) pode ser determinada completamente pela restrição cinemática definida pela tração dos cabos. O número de cabos presentes neste tipo de sistemas é definido pela Equação 2.1.

$$l = f + 1 \quad (2.1)$$

- **IRPM (Manipulador paralelo incompletamente restringido):** Nesta classe, além das restrições cinemáticas definidas pelos cabos para determinar a localização da plataforma, também devem ser consideradas as equações dinâmicas do sistema para se posicionar a plataforma corretamente. Neste tipo de sistemas o número de cabos deve ser inferior ou igual ao número de graus de liberdade. O número de cabos presentes neste tipo de sistemas é definido pela Equação 2.2.

$$l \leq f \quad (2.2)$$

- **RRPM (Manipulador paralelo redundantemente restringido):** Nesta última classe, a localização da plataforma pode ser completamente determinada adicionando algumas redundâncias de atuação à manipuladores pertencentes à classe CRPM, assim, o número de cabos presentes neste tipo de sistemas é definido pela Equação 2.3.

$$l > f + 1 \quad (2.3)$$

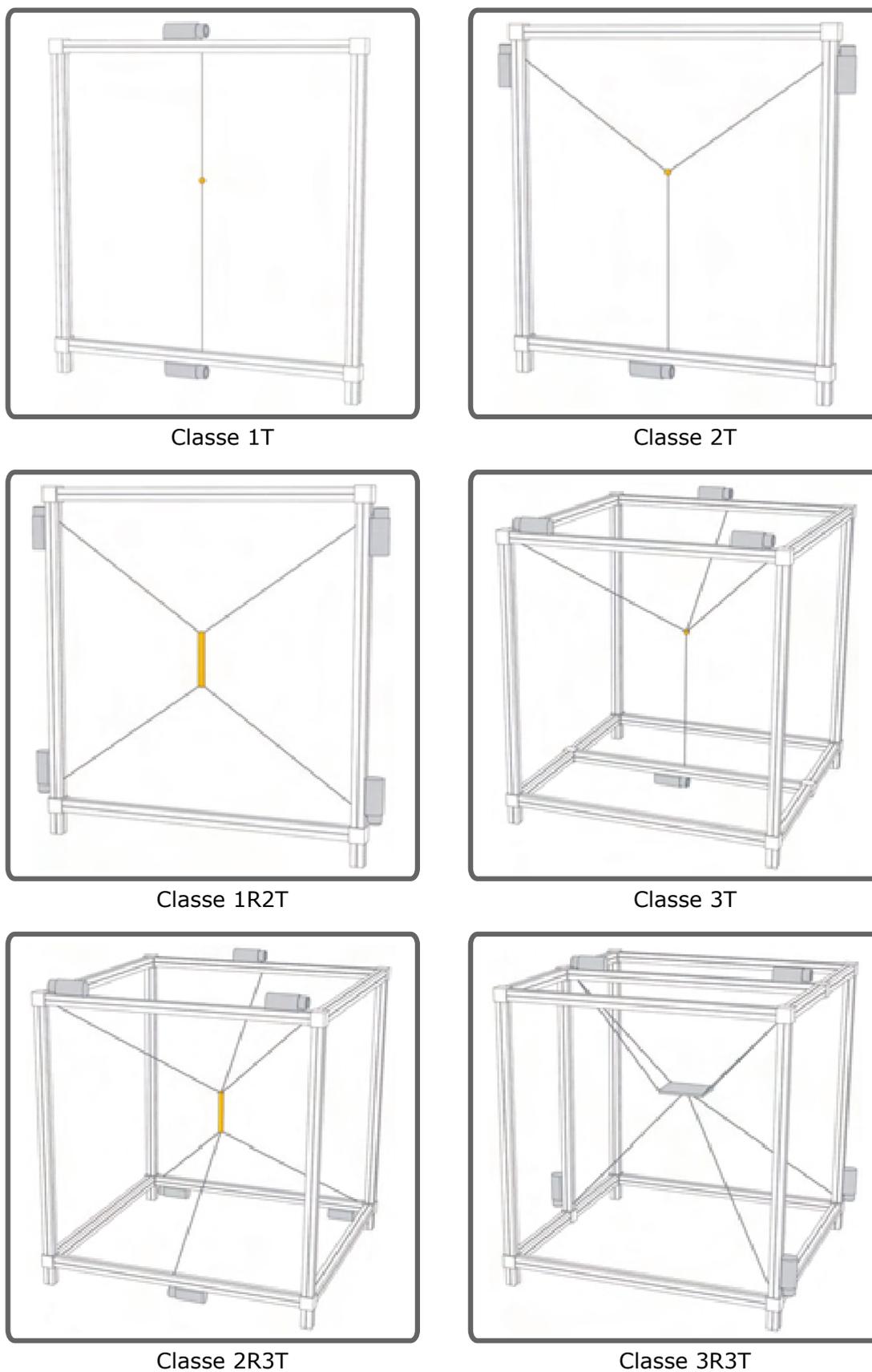
Uma segunda classificação proposta em 2004 por Verhoeven [17], baseava-se no número de graus de liberdade controláveis e no tipo de movimentos do efetuador final. Esta classificação é apresentada na Tabela 1 e cada elemento da tabela é representado graficamente na Figura 8 apresentando as configurações dos cabos que proporcionam os movimentos descritos.

Tabela 1 – Classificação dos manipuladores atuados por cabos em relação aos graus de liberdade controláveis

Tipo de movimento	DoF's	Tipo de Movimento
1T	1	Movimento linear de um ponto
2T	2	Movimento planar de um ponto
1R2T	3	Movimento planar de um corpo
3T	3	Movimento espacial de um ponto
2R3T	5	Movimento espacial de uma barra
3R3T	6	Movimento espacial de um corpo

Fonte: Adaptado de [17].

Figura 8 – Classificação dos manipuladores atuados por cabos em função dos movimentos da plataforma.



Fonte: Adaptado de [17].

Neste ponto, resulta de grande importância destacar o fato que o manipulador estudado no presente documento refere-se a um manipulador atuado por cabos da classe CRPM (Manipulador paralelo completamente restringido) e do tipo 1R2T (Movimento planar de um corpo) em que a plataforma móvel do manipulador pode ter movimentos planares, sendo dois movimentos de translação (2T) e mais um movimento de rotação (1R). Contudo, também é importante ressaltar que embora o manipulador apresenta a possibilidade de rotação na sua plataforma móvel, a topologia escolhida de cabos sem cruzamento dá prioridade às translações da plataforma móvel como será descrito nos próximos capítulos.

2.2 Ferramentas conceituais

Uma vez que a engenharia envolvida em sistemas robotizados possui um reconhecido carácter interdisciplinar, envolvendo diversas áreas do conhecimento como a mecânica, a eletrônica, a informática, a teoria de controle e a automação, entre outras [6], nas seções seguintes deste capítulo, serão apresentados alguns conceitos teóricos fundamentais relacionados com sistemas robotizados e que permitirão ao leitor ter um embasamento teórico que facilite a leitura e compreensão dos capítulos seguintes.

2.2.1 Robótica

A palavra *robot* (robô, em português) foi usada pela primeira vez na peça de ficção científica (*Rossum's Universal Robots*) *R.U.R.*, criada pelo escritor tcheco Karel Capek, em 1920, denotando um autômato fictício [21]. O termo “*robot*” foi historicamente derivado do termo “*robota*”, que nas línguas eslavas significa trabalho forçado.

De acordo com Niku [22], a Robótica é a arte baseada em conhecimento e o *know-how* da concepção, aplicação e uso de robôs em atividades humanas. Também de acordo a Niku, a robótica é uma área do conhecimento interdisciplinar sustentada nos avanços da engenharia mecânica, das engenharias elétrica e eletrônica, ciências da computação, ciências cognitivas, biologia, e muitas outras disciplinas [22].

Sistemas robotizados consistem não apenas de robôs, mas também de outros dispositivos e sistemas que atuam em conjunto com o robô tais como sensores, controladores, esteiras e periféricos em geral.

2.2.2 Robô

Como citado anteriormente, um dos componentes principais de um sistema robotizado é o robô. De acordo com a *International Federation for the Promotion of Mechanisms and Machine Science* (IFTToMM), “Um robô é um sistema mecânico sob controle automático que executa operações tais como manipulação e locomoção”. De modo geral, as partes

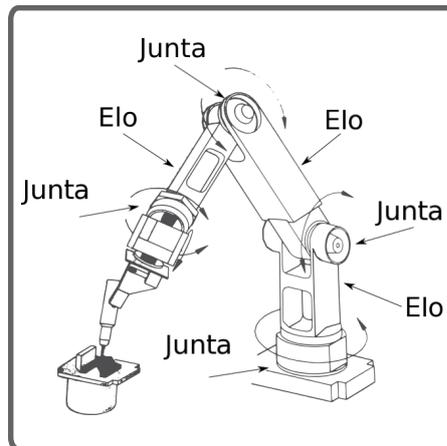
principais de um robô são o manipulador, o efetuador final, os atuadores, os sensores, o controlador, o processador e o software de programação, cada um desses elementos será descrito brevemente na sequência.

- **Manipulador:** É o corpo principal de um robô e consiste principalmente de elementos estruturais tais como elos e juntas. Sem outros elementos de sensoriamento, comando e controle, o manipulador por si só não é um robô [22].
- **Efetuator final:** É um componente associado ao último elo de um manipulador e é o encarregado de manipular o ambiente. Geralmente um efetuador final é uma garra que permite pegar objetos, contudo, um efetuador final também pode ser uma tocha de solda, uma pistola de pintura ou até uma ferramenta de usinagem [22].
- **Atuadores:** São os “*músculos*” do manipulador. Estes elementos produzem movimento, convertendo energia pneumática, hidráulica ou elétrica, em energia mecânica [22].
- **Sensores:** São usados para coletar informações sobre o estado interno de um robô ou para se comunicar com o ambiente externo. O controlador precisa das informações coletadas pelos sensores para tomar decisões em relação às ações que o manipulador deve executar [22].
- **Controlador:** Este dispositivo governa os movimentos dos atuadores e coordena os movimentos do manipulador com as informações de realimentação sensorial [22].
- **Processador:** É o cérebro do robô. Ele calcula os movimentos das articulações do robô, determina quanto e quão rápido cada articulação deve se mover para atingir a localização e velocidades desejadas e supervisiona as ações coordenadas do controlador e dos sensores [22].
- **Software de programação:** Três tipos de software são usados em um robô. O primeiro é o sistema operacional que controla o processador, o segundo é o software robótico que calcula os movimentos necessários de cada junta com base nas equações cinemáticas do robô, e finalmente, o terceiro grupo é a coleção de rotinas orientadas a aplicativos e programas desenvolvidos para usar o robô ou seus periféricos para tarefas específicas [22].

2.2.3 Elos e juntas

Do ponto de vista estrutural, um manipulador pode ser visto como um conjunto de corpos (elos) conectados por meio de pares cinemáticos (juntas), conforme mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Elos e juntas de um robô.

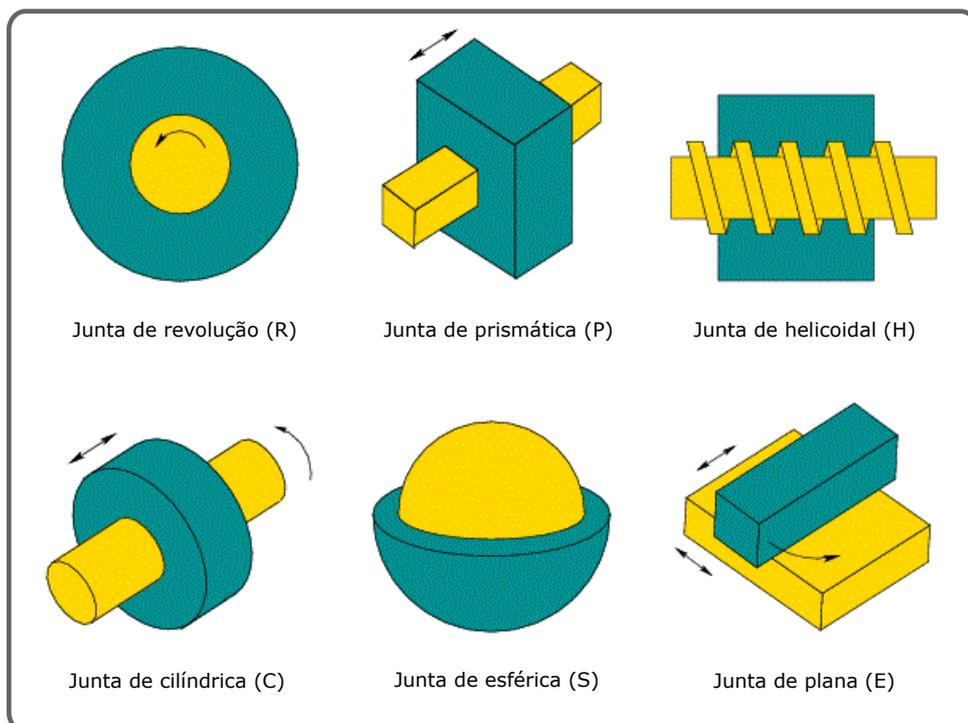


Fonte: Adaptado de [23].

Uma junta permite a conexão entre um par de elos vizinhos. O termo par cinemático inferior é usado para descrever a conexão entre um par de corpos quando o movimento relativo entre eles é caracterizado pelo deslizamento entre duas superfícies [24].

Os seis pares cinemáticos inferiores comumente usados em robótica são mostrados na Figura 10, sendo estes a junta rotativa ou de revolução (R), a junta prismática ou de translação (P), a junta esférica (S), a junta cilíndrica (C), a junta plana (E) e finalmente a junta helicoidal (H) [25].

Figura 10 – Principais pares cinemáticos usados em robótica.



Fonte: Adaptado de [26].

2.2.4 Mobilidade

A mobilidade (M) de um sistema mecânico ou simplesmente o número de graus de liberdade (DoF) de um sistema mecânico, pode ser definida formalmente como o número de variáveis independentes que definem univocamente o comportamento do mesmo. De maneira prática, pode-se pensar na mobilidade como o número de variáveis de posição independentes necessárias para localizar todas as partes do sistema mecânico ou ainda como o número total de movimentos independentes que o dispositivo pode realizar. No caso de robôs industriais, que geralmente possuem uma cadeia cinemática aberta, o número de juntas atuadas é igual ao número de graus de liberdade [24], contudo, em cadeias cinemáticas fechadas como é o caso do manipulador atuado por cabos estudado neste documento, a quantidade de atuações do sistema pode ser diferente ao número de graus de liberdade [8].

2.2.5 Espaço de trabalho

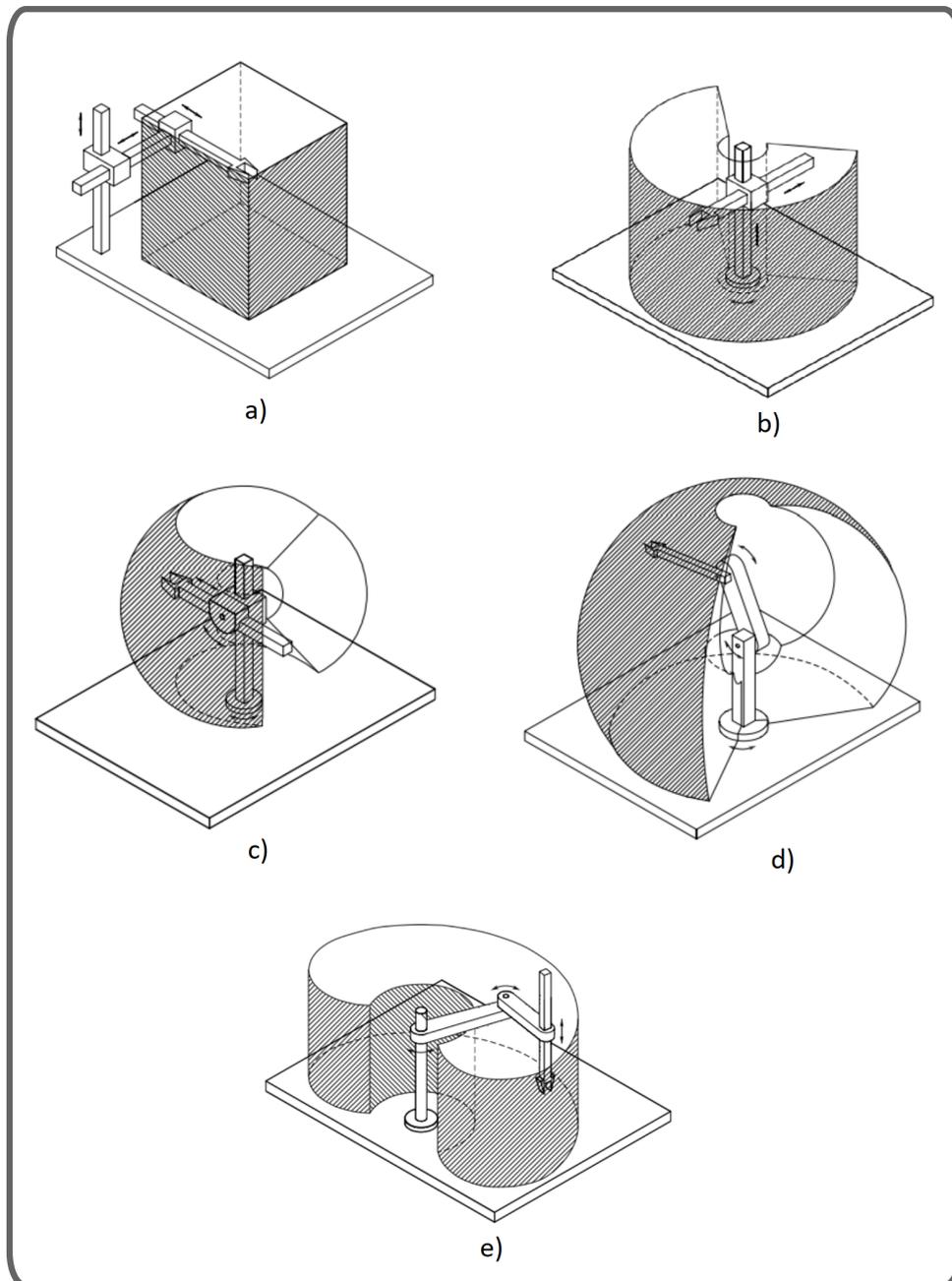
O espaço de trabalho de um manipulador representa as posições no espaço que o efetuator final do mesmo pode alcançar. Sua forma e volume dependem da estrutura e dos limites mecânicos das juntas do manipulador. Em geral é usado o termo volume de trabalho para manipuladores espaciais, enquanto se usa o termo área de trabalho para se referir ao espaço de trabalho de manipuladores planares.

Em robôs industriais tradicionais, o braço é usado para posicionar o punho, que orienta o efetuator final para realizar uma tarefa. O tipo, a sequência das juntas e as dimensões dos elos de um manipulador podem alterar o seu espaço de trabalho [8]. Como visto na Figura 11, os manipuladores seriais mais comuns são classificados de acordo com a configuração e o tipo de suas juntas, que possibilitam diferentes espaços de trabalho. Com base nisso, os manipuladores podem ser classificados como cartesiano, cilíndrico, esférico, SCARA e articulado [21].

2.2.6 Estática de manipuladores

Na análise estática de sistemas mecânicos, o objetivo é determinar as solicitações existentes nas juntas e os esforços existentes na interface quando houver contato com o meio. Pode-se aplicar uma força ou um torque nas juntas atuadas do sistema mecânico e calcular os esforços que o robô impõe ao meio, ou ainda, podem-se aplicar forças externas e calcular os torques e forças nas juntas atuadas, necessários para equilibrar estas forças externas. No entanto, não se utilizam termos distintos como estática direta ou estática inversa para diferenciar as duas situações. Em cadeias cinemáticas haverá sempre a necessidade de uma força externa atuando, seja o contato com o meio, a gravidade ou esforços reativos nos atuadores, para que possa existir um equilíbrio estático [27].

Figura 11 – Classificação de manipuladores seriais de acordo com a estrutura cinemática: a) Manipulador cartesiano, b) Manipulador cilíndrico, c) Manipulador esférico, d) Manipulador antropomórfico, e) Manipulador SCARA.



Fonte: Adaptado de [21].

Existem diversas abordagens reportadas na literatura para obter o modelo estático de um sistema mecânico, sendo que os três principais métodos usados em robótica para tal fim são o método do Jacobiano transposto, o método vetorial e o método de Davies. Na sequência cada um desses métodos são descritos de maneira sucinta.

2.2.6.1 Método vetorial

O Torque, ou Momento de uma força, é a tendência que uma força tem de rotacionar um corpo sobre o qual ela é aplicada. O torque é um vetor perpendicular ao plano formado pelos vetores força e raio de rotação. O vetor torque pode ser calculado por meio do produto vetorial entre força e distância como mostrado na Equação 2.4

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2.4)$$

Uma força aplicada a uma certa distância do eixo de rotação de um corpo, gera uma rotação. Se esse corpo não está rotacionando ou rotaciona com velocidade angular constante, dizemos que ele se encontra em equilíbrio rotacional. O equilíbrio rotacional indica que a resultante dos torques que atuam sobre um corpo é nula e, por isso, esse corpo rotaciona com velocidade constante ou nula. Em outras palavras, quando o torque resultante sobre um corpo é nulo, esse corpo não apresenta aceleração angular.

Baseado neste princípio, é possível estruturar modelos algébricos baseados na primeira lei de Newton que estabelece que um corpo está em equilíbrio quando a somatória de todas as forças que atuam sobre ele for nula, ou seja, igual a zero. De acordo com essa lei, quando a resultante das forças que atuam sobre um corpo é nula, o corpo permanece em seu estado de repouso ou em movimento retilíneo uniforme.

Neste documento, o método vetorial foi usado como ferramenta principal na obtenção do modelo da estática do manipulador estudado, contudo, é necessário destacar que os resultados do modelo estático são equivalentes ao utilizar qualquer outro método como por exemplo o método baseado no jacobiano transposto ou o método de Davies que serão introduzidos nas seções seguintes.

2.2.6.2 Método baseado no Jacobiano transposto

A Matriz Jacobiana (em homenagem ao matemático alemão Carl Gustav Jakob Jacobi) é a matriz formada pelas derivadas parciais de primeira ordem de uma função vetorial. Se uma função é diferenciável num ponto, a sua derivada é dada em coordenadas pela Jacobiana, mas uma função não precisa ser diferenciável para todas as variáveis simultaneamente para a existência da matriz Jacobiana, basta apenas que as derivadas parciais existam.

A matriz Jacobiana é uma matriz de i linhas e j colunas. A primeira linha representa as derivadas parciais da função F_1 em relação a todas as variáveis x (de x_1 a x_j). A segunda linha representa as derivadas parciais de F_2 (também em relação a todas as variáveis x), e assim por diante, até a linha de número i , que representa as derivadas parciais de F_i em relação a todas as variáveis x_s . De maneira algébrica, a matriz Jacobiana pode ser escrita

como mostrado na Equação 2.5.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_i}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Em sistemas mecânicos em geral, uma vez que a sua cinemática de posição pode ser expressada vetorialmente, é possível se obter a matriz Jacobiana do sistema, que expressa as relações vetoriais entre os elementos atuados do mesmo e um ponto de interesse. Dessa maneira, em cadeias cinemáticas abertas o modelo da cinemática diferencial pode ser obtido através da Equação 2.6 e o modelo da estática através da Equação 2.7. Por outro lado, em cadeias cinemáticas paralelas o modelo da cinemática diferencial pode ser obtido através da Equação 2.8 e o modelo da estática através da Equação 2.9.

$$\dot{x} = J \cdot \dot{q} \quad (2.6)$$

$$T = J^t \cdot F \quad (2.7)$$

$$\dot{q} = J \cdot \dot{x} \quad (2.8)$$

$$T = (J^t)^{-1} \cdot F \quad (2.9)$$

Nas equações (2.6) - (2.9), o símbolo \dot{x} representa as velocidades no efetuador final do manipulador enquanto o símbolo \dot{q} representa as velocidades nas juntas atuadas, por outra parte o símbolo F representa as forças/momentos no efetuador final do manipulador enquanto o símbolo T representa os torques/forças nas juntas atuadas. Finalmente o símbolo J^t representa o Jacobiano transposto.

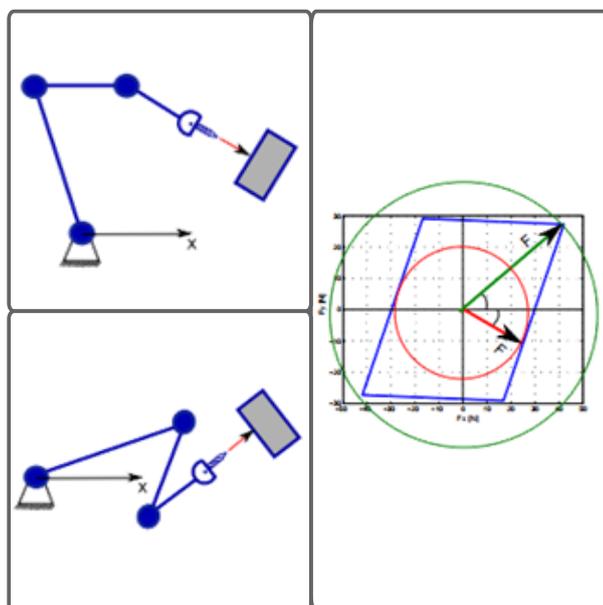
2.2.6.3 Método de Davies

Este é um poderoso método usado na resolução dos problemas da estática e da cinemática diferencial em sistemas mecânicos. O método foi inicialmente proposto por Davies [28] [29] [30] quem propôs a resolução desses problemas usando circuitos de helicoides. O método de Davies é baseado na teoria de grafos, na teoria de helicoides, nas leis de Kirchoff e na álgebra linear na resolução sistemática da estática e da cinemática diferencial de mecanismos e robôs. Na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) algumas modificações na sua estrutura metodológica têm sido propostas a fim de obter relações da cinemática de posição e da dinâmica de sistemas mecânicos [31] [32]. Também um grande número de aplicações baseadas nesse método tem sido desenvolvidas nas pesquisas realizadas na UFSC [33] [34] [35] [36] [37].

2.2.7 Capacidade de força

Define-se a capacidade de força de um manipulador, como a ação (força e momento) máxima que este pode aplicar (ou suportar) em uma determinada postura sem ultrapassar os limites dos atuadores [27]. A capacidade de força depende dos limites de seus atuadores, de suas características geométricas e de sua configuração [7]. Diferentes configurações para o mesmo ponto de contato entre o manipulador e o meio podem gerar forças máximas diferentes como representado esquematicamente na Figura 12. Nessa figura, em verde é representada a força absoluta do sistema, ou seja, a máxima força que o sistema consegue atingir. Em azul, é apresentada a força do sistema de acordo com a direção analisada, e em vermelho, o círculo que representa os valores de força isotrópica.

Figura 12 – Exemplo da capacidade de força de um manipulador serial dependendo da sua postura.



Fonte: Adaptado de [38].

O cálculo da capacidade de força de um manipulador resulta de fundamental importância para:

- Encontrar a melhor configuração do manipulador para executar uma determinada tarefa;
- Encontrar o melhor ponto de operação de um manipulador dentro do seu espaço de trabalho;
- Melhorar a eficiência do manipulador;
- Reduzir custos de operação;
- Melhorar o entendimento do comportamento do manipulador.

2.2.7.1 Método do fator de escala

A fim de resolver o problema da capacidade de força em mecanismos e manipuladores, várias abordagens metodológicas tem sido propostas na literatura, sendo que a grande maioria das abordagens são baseadas em processos de otimização a fim de se obter a máxima força direcionada que um manipulador consegue aplicar ou suportar. O método de fator e escala é uma alternativa aos problemas intrínsecos associados aos processos de otimização como o tempo de resposta e a obtenção de mínimos ou máximos locais.

O método de fator de escala foi originalmente proposto por Nokleby *et. al.* em 2005 [39] como uma tentativa de resolver o problema da capacidade de força em manipuladores planares, contudo, esse método não permitia resolver de maneira direta os problemas em que o momento desejado no manipulador era diferente de zero, precisando de otimizações adicionais para obter alguns coeficientes de ajuste. Em 2017, Mejia *et. al.* [40] propuseram o método de fator de escala modificado que resolvia o problema da inclusão de momentos desejados no manipulador através de modelos matemáticos fechados.

No método de fator de escala, um vetor de forças unitárias é aplicado no efetuador final do mesmo, a fim de representar a direção da força desejada como mostrado na Equação 2.10. Nessa equação, o termo G representa a matriz de coeficientes correspondentes ao modelo estático. Usando o vetor de forças unitárias $F_u = [\cos(\alpha) \quad \sin(\alpha) \quad 0]$, em que α representa a direção desejada, podemos escrever o modelo estático de um manipulador planar como mostrado na Equação 2.11

$$T = G \cdot F_u \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{n,1} & G_{n,2} & G_{n,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Expandindo a Equação 2.11, podemos obter de maneira genérica que a força/torque nas juntas atuadas do manipulador pode ser descrita de maneira genérica como mostrado na Equação 2.12

$$T_i(\alpha) = G_{i,1} \cdot \cos(\alpha) + G_{i,2} \cdot \sin(\alpha) + G_{i,3} \cdot 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

Uma vez que o valor máximo de saturação para todas as juntas atuadas é conhecido ($T_{i_{max}}$), um fator de escala para cada junta atuada pode ser encontrado usando a Equação 2.13.

$$\psi_i = \left| \frac{T_{i_{max}}}{T_i(\alpha)} \right| \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.13)$$

onde ψ_i é o fator de escala de cada junta atuada i , e $T_i(\alpha)$ é a força/torque da i -ésima junta atuada. Os fatores de escala obtidos na Equação 2.13 podem ser agrupados em um único conjunto em que o menor valor nele contido representa o Fator de Escala geral que deve ser aplicado em todas as juntas (Ψ), como mostrado na Equação 2.14

$$\Psi = \min(\psi_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.14)$$

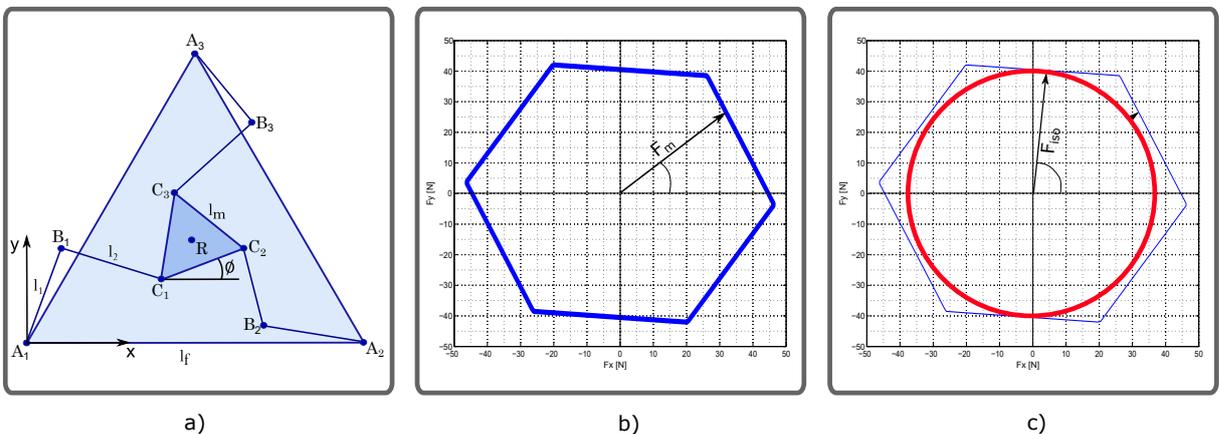
O método finaliza com a multiplicação do fator de escala geral obtido na Equação 2.14 com os dois lados da Equação 2.11 como mostrado na Equação 2.15 obtendo assim os valores requeridos nas juntas atuadas do manipulador para se obter a máxima força aplicada ou suportada numa direção preestabelecida por ângulo α .

$$\begin{bmatrix} \Psi \cdot T_1 \\ \Psi \cdot T_2 \\ \vdots \\ \Psi \cdot T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{n,1} & G_{n,2} & G_{n,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi \cdot \cos(\alpha) \\ \Psi \cdot \sin(\alpha) \\ \Psi \cdot 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.2.7.2 Capacidade de força isotrópica

Como visto na seção anterior, é possível encontrar a máxima força aplicada ou suportada por um manipulador em uma direção previamente definida (F_m). Se consideramos todas as possíveis direções de aplicação de uma força no efetuador final do manipulador, é possível encontrar uma representação polar da máxima força em todas as direções, esta representação é chamada de polígono da capacidade de força. Considerando como exemplo um manipulador paralelo planar do tipo $3RRR$ como aquele mostrado na Figura 13a), podemos representar o seu polígono da capacidade de força como mostrado na Figura 13b).

Figura 13 – Exemplo do polígono da capacidade de força e da capacidade de força isotrópica de um manipulador paralelo do tipo $3RRR$.



Fonte: Adaptado de [38].

Por sua vez, a máxima força isotrópica (F_{iso}) é formalmente definida como a máxima força que um manipulador pode aplicar ou suportar em todas as direções. De modo prático, podemos entender a máxima força isotrópica como sendo a mínima força máxima obtida do polígono da capacidade de força e que pode ser representada geometricamente como o máximo círculo circunscrito dentro do polígono da capacidade de força como mostrado na Figura 13c).

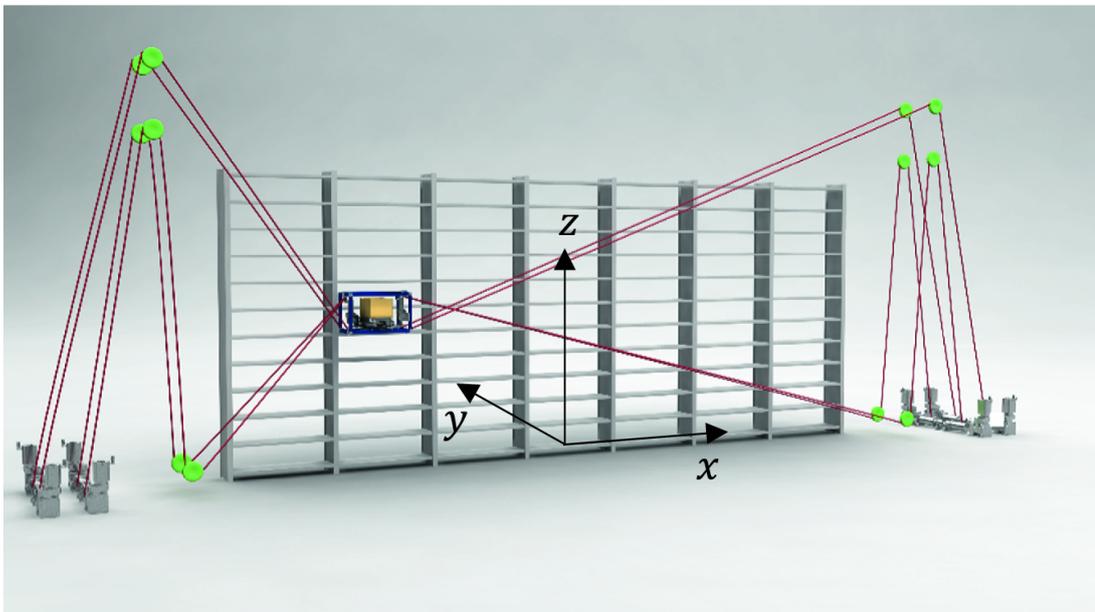
3 Metodologia

Neste capítulo é apresentada a proposta metodológica proposta pelo autor do presente trabalho, visando a solução dos problemas decorrentes da utilização de cabos em sistemas robotizados, e avaliando o comportamento desse tipo de sistemas dentro da sua área de trabalho.

No presente documento, é estudado um manipulador atuado por cabos da classe CRPM (Manipulador paralelo completamente restringido) e do tipo 1R2T (Movimento planar de um corpo), em que teoricamente a plataforma móvel do manipulador pode ter movimentos planares (dois movimentos de translação e um movimento de rotação), contudo, é importante destacar que embora o manipulador apresenta a possibilidade de rotação teórica na sua plataforma móvel, a topologia escolhida de cabos sem cruzamento impede essa rotação.

O manipulador estudado é formado por uma plataforma móvel no formato de um quadrilátero, com cabos fixos em seus vértices, e estes, são controlados por quatro motores com posições definidas. Um exemplo genérico deste tipo de manipulador (com possibilidade de mudança na orientação da plataforma móvel) é apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Exemplo de manipulador atuado por cabos CRPM - 1R2T.

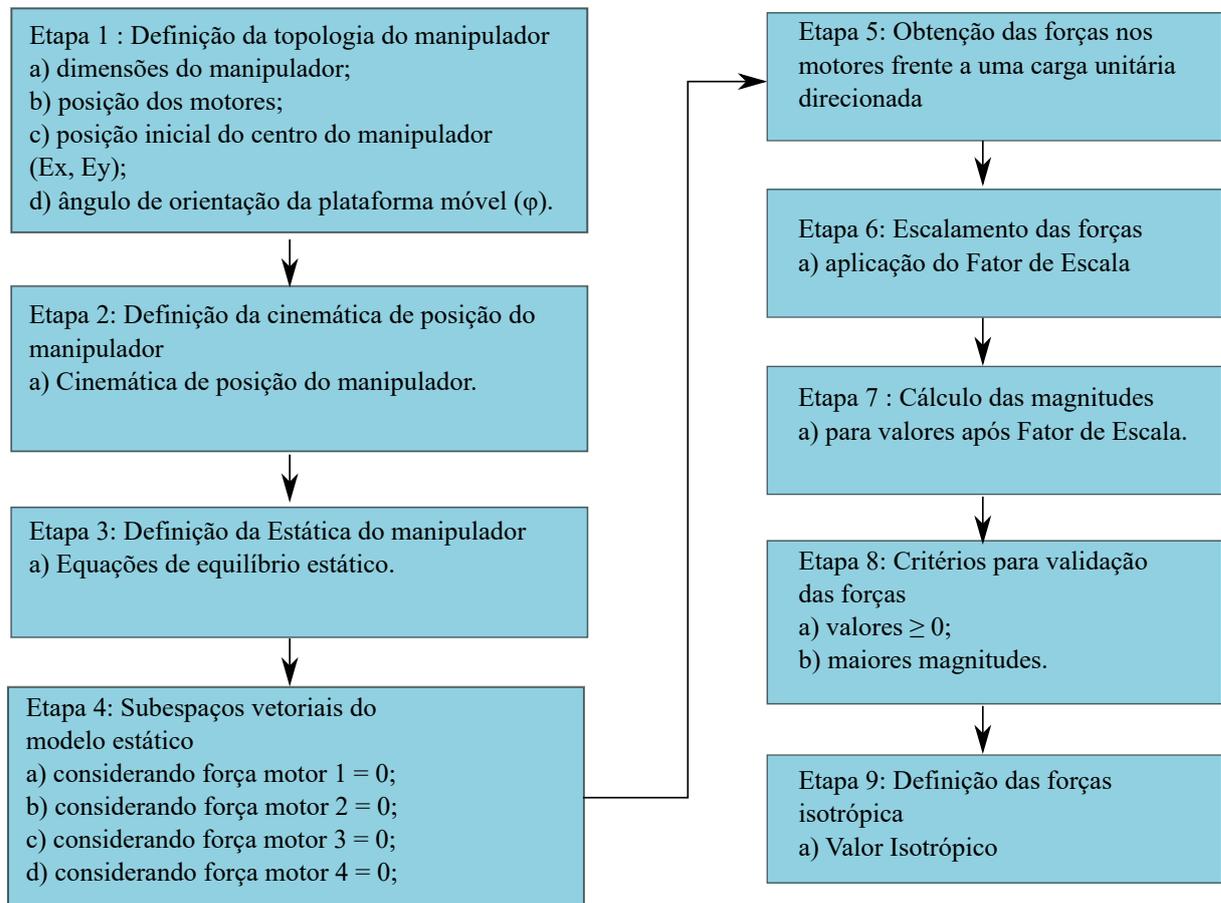


Fonte: Adaptado de [41].

A metodologia proposta é composta por nove etapas que devem ser executadas de maneira sequencial a fim de garantir que os resultados sejam corretamente obtidos. Na Figura 15 são apresentadas de forma resumida as nove etapas da metodologia em forma

de fluxograma.

Figura 15 – Resumo geral da metodologia proposta.



Fonte: O autor.

Neste ponto é necessário destacar que os procedimentos descritos nas nove etapas da metodologia, devem ser realizadas para cada posição da área de trabalho do manipulador estudado. Assim, considerando por exemplo uma área de trabalho quadrada e discretizada em cem centímetros de comprimento para cada uma das suas arestas, seria necessário realizar dez mil vezes esses procedimentos metodológicos, sendo uma vez para cada centímetro quadrado (cm^2) da área de trabalho.

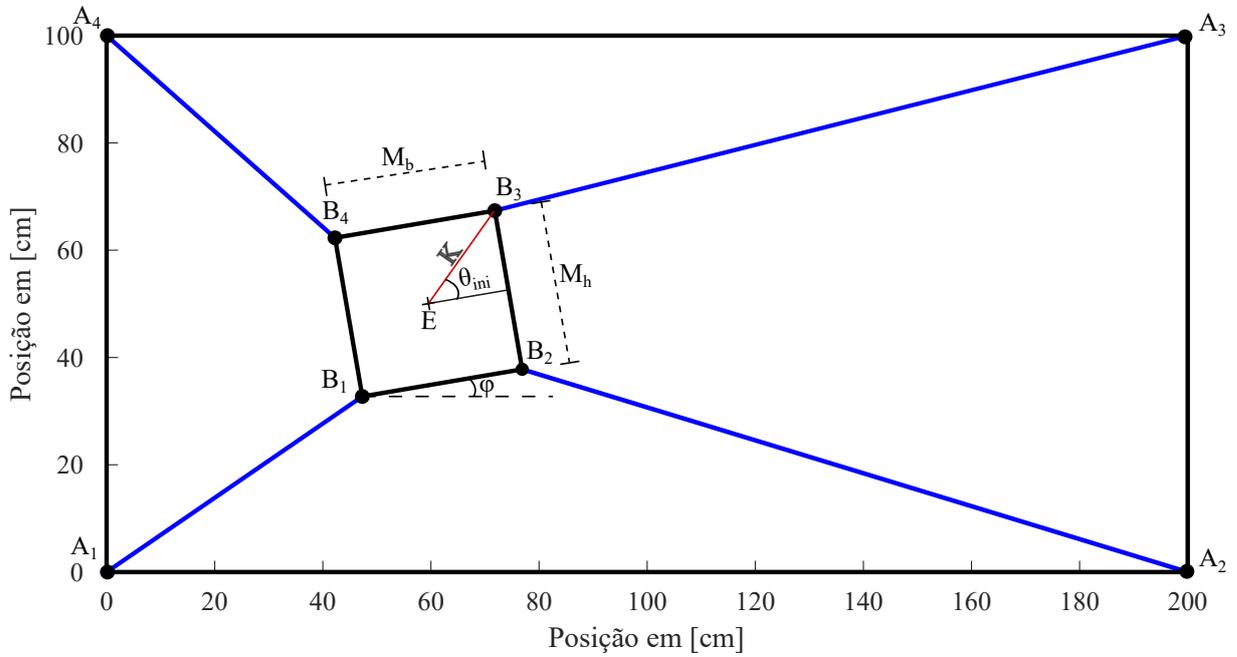
Na sequência são descritas com maior detalhamento cada uma das nove etapas metodológicas em conjunto com as equações requeridas.

3.1 Etapa 1: Definição da topologia do manipulador

Para obter as equações que descrevem o sistema é necessário conhecer a posição dos quatro motores, as dimensões das plataformas fixa e móvel do manipulador e, a posição e orientação da plataforma móvel em relação ao sistema de referência global (E_X , E_Y e φ). A Figura 16 apresenta de maneira esquemática os parâmetros topológicos requeridos para

o manipulador estudado. Tendo conhecimento desses valores, através da cinemática de posição é possível determinar a posição dos componentes, e posteriormente, a influência da atuação de cada motor sobre o efetuador final do manipulador.

Figura 16 – Topologia do sistema.



Fonte: O autor.

3.2 Etapa 2: Definição da cinemática de posição do manipulador

Nesta nova etapa, primeiramente é necessário identificar as posições de cada vértice da plataforma móvel do manipulador, para então avaliar as contribuições de cada motor no sistema. Para isso, é necessário inicialmente obter a distância entre os vértices do manipulador e seu centro (K) e o ângulo em relação ao eixo horizontal (θ_{ini}) como mostrado nas Equações 3.1 e 3.2.

$$K = \sqrt{\frac{M_h^2}{4} + \frac{M_b^2}{4}} \tag{3.1}$$

$$\theta_{ini} = \arctan\left(\frac{M_h}{M_b}\right) \tag{3.2}$$

Para determinar os parâmetros K e θ_{ini} , é necessário conhecer a altura (M_h) e largura (M_b) da plataforma móvel do manipulador, e uma vez obtidos esses parâmetros, é possível

encontrar a posição de cada um dos vértices da plataforma móvel do manipulador através das Equações 3.3 até 3.10.

$$B_{1x} = E_x + K \cdot \cos(\varphi + (180 + \theta_{ini})) \quad (3.3)$$

$$B_{1y} = E_y + K \cdot \sin(\varphi + (180 + \theta_{ini})) \quad (3.4)$$

$$B_{2x} = E_x + K \cdot \cos(\varphi + (360 - \theta_{ini})) \quad (3.5)$$

$$B_{2y} = E_y + K \cdot \sin(\varphi + (360 - \theta_{ini})) \quad (3.6)$$

$$B_{3x} = E_x + K \cdot \cos(\varphi + (\theta_{ini})) \quad (3.7)$$

$$B_{3y} = E_y + K \cdot \sin(\varphi + (\theta_{ini})) \quad (3.8)$$

$$B_{4x} = E_x + K \cdot \cos(\varphi + (180 - \theta_{ini})) \quad (3.9)$$

$$B_{4y} = E_y + K \cdot \sin(\varphi + (180 - \theta_{ini})) \quad (3.10)$$

Os vértices da plataforma móvel do manipulador representam os pontos de atuação em que os motores aplicam a força sobre o sistema, assim, conhecendo sua posição, é possível analisar a contribuição de cada motor na força presente no efetuador final do manipulador.

3.3 Etapa 3: Definição da estática do manipulador

Para analisar a influência do motor 1 no sistema, é necessário inicialmente determinar o ângulo entre a posição do motor (A_1) e o ponto de atuação (B_1). Esse ângulo pode ser obtido facilmente através da Equação 3.11.

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{A_{1y} - B_{1y}}{A_{1x} - B_{1x}}\right) \quad (3.11)$$

Conhecendo o ângulo de aplicação da força no primeiro cabo (θ_1), é possível obter as componentes da força aplicada pelo motor 1 (T_1) nas suas componentes x e y como mostrado nas equações 3.12 e 3.13.

$$T_{1x} = T_1 \cdot \cos(\theta_1) \quad (3.12)$$

$$T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) \quad (3.13)$$

Por outro lado, o momento gerado pela força do motor 1 (M_{z1}), pode ser obtido através do método vetorial usando a Equação 2.4, realizando o produto externo entre o vetor $\vec{T}_1 = [T_{1x}, T_{1y}, 0]$ e o vetor $\vec{K}_1 = [K_{1x}, K_{1y}, 0]$ apontando do centro do efetuador final do manipulador até o ponto de aplicação da força 1, como mostrado na Equação 3.14

$$M_{1z} = T_1 \cdot (K_{1x} \cdot \text{sin}(\theta_1) - K_{1y} \cdot \text{cos}(\theta_1)) \quad (3.14)$$

Realizando o mesmo procedimento para os motores restantes, podem ser calculadas as componentes de força e momento com que cada um dos motores contribui no modelo estático do manipulador. Assim, as equações 3.15, 3.16 e 3.17 representam as componentes da força T_2 nas direções x e y e o momento produzido na direção z do sistema. Por outro lado as equações 3.18, 3.19 e 3.20 representam as contribuições da força T_3 nas direções x e y e o momento na direção z produzido pela mesma força T_3 . E finalmente, de maneira análoga, as equações 3.21, 3.22 e 3.23 representam as contribuições de força e momento da força T_4 .

$$T_{2x} = T_2 \cdot \text{cos}(\theta_2) \quad (3.15)$$

$$T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen}(\theta_2) \quad (3.16)$$

$$M_{2z} = T_2 \cdot (K_{2x} \cdot \text{sin}(\theta_2) - K_{2y} \cdot \text{cos}(\theta_2)) \quad (3.17)$$

$$T_{3x} = T_3 \cdot \text{cos}(\theta_3) \quad (3.18)$$

$$T_{3y} = T_3 \cdot \text{sen}(\theta_3) \quad (3.19)$$

$$M_{3z} = T_3 \cdot (K_{3x} \cdot \text{sin}(\theta_3) - K_{3y} \cdot \text{cos}(\theta_3)) \quad (3.20)$$

$$T_{4x} = T_4 \cdot \text{cos}(\theta_4) \quad (3.21)$$

$$T_{4y} = T_4 \cdot \text{sen}(\theta_4) \quad (3.22)$$

$$M_{4z} = T_4 \cdot (K_{4x} \cdot \text{sin}(\theta_4) - K_{4y} \cdot \text{cos}(\theta_4)) \quad (3.23)$$

Respeitando o equilíbrio estático proposto pela primeira lei de Newton, podemos somar as componentes de força e momento com que cada um dos atuadores contribui a fim de

determinar as reações resultantes no efetuador final do manipulador como demonstrado nas Equações 3.24, 3.25 e 3.26.

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = T_1 \cdot \cos(\theta_1) + T_2 \cdot \cos(\theta_2) + T_3 \cdot \cos(\theta_3) + T_4 \cdot \cos(\theta_4) \quad (3.24)$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = F_Y = T_1 \cdot \sin(\theta_1) + T_2 \cdot \sin(\theta_2) + T_3 \cdot \sin(\theta_3) + T_4 \cdot \sin(\theta_4) \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} M_z &= M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + M_{4z} = \dots \\ &\dots F_1 \cdot (K_{1x} \cdot \sin(\theta_1) - K_{1y} \cdot \cos(\theta_1)) + F_2 \cdot (K_{2x} \cdot \sin(\theta_2) - K_{2y} \cdot \cos(\theta_2)) + \dots \\ &\dots F_3 \cdot (K_{3x} \cdot \sin(\theta_3) - K_{3y} \cdot \cos(\theta_3)) + F_4 \cdot (K_{4x} \cdot \sin(\theta_4) - K_{4y} \cdot \cos(\theta_4)) \end{aligned} \quad (3.26)$$

As equações 3.24, 3.25 e 3.26, descrevem o comportamento estático do manipulador em função das forças impostas pelos motores. Essas equações podem ser reescritas na sua forma matricial como mostrado na Equação 3.27 ou na sua forma matricial expandida como mostrado na Equação 3.28.

$$F = G \cdot T \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} & G_{1,4} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} & G_{2,4} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} & G_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Onde:

$$\begin{aligned} G_{1,1} &= \cos(\theta_1) \\ G_{1,2} &= \cos(\theta_2) \\ G_{1,3} &= \cos(\theta_3) \\ G_{1,4} &= \cos(\theta_4) \\ G_{2,1} &= \sin(\theta_1) \\ G_{2,2} &= \sin(\theta_2) \\ G_{2,3} &= \sin(\theta_3) \\ G_{2,4} &= \sin(\theta_4) \\ G_{3,1} &= (K_{1x} \cdot \sin(\theta_1) - K_{1y} \cdot \cos(\theta_1)) \\ G_{3,2} &= (K_{2x} \cdot \sin(\theta_2) - K_{2y} \cdot \cos(\theta_2)) \\ G_{3,3} &= (K_{3x} \cdot \sin(\theta_3) - K_{3y} \cdot \cos(\theta_3)) \\ G_{3,4} &= (K_{4x} \cdot \sin(\theta_4) - K_{4y} \cdot \cos(\theta_4)) \end{aligned}$$

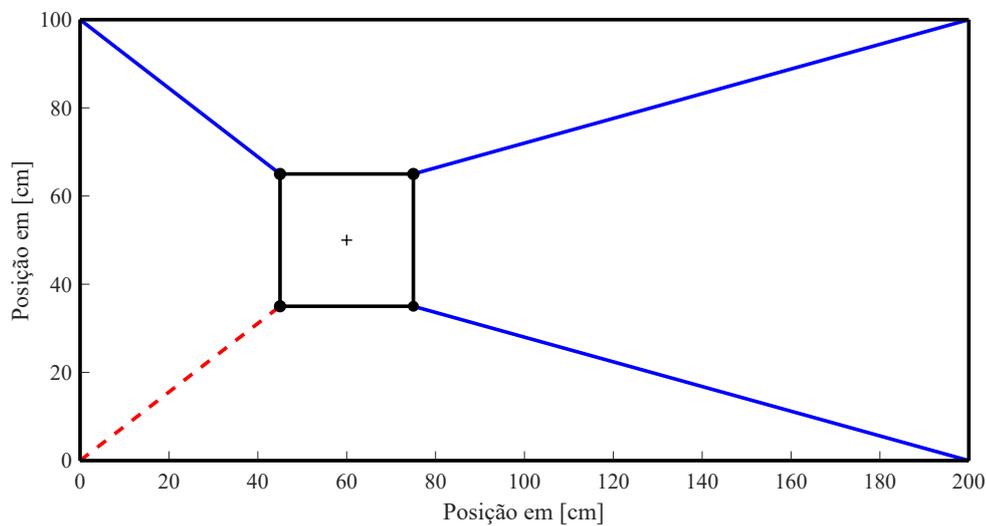
A Equação 3.28 apresenta as forças de reação na plataforma móvel do manipulador como o produto entre a matriz geral (G) e o vetor com as forças dos motores (T). Destaca-se aqui, que os coeficientes da matriz geral resultam de operações com valores conhecidos da cinemática de posição do manipulador.

3.4 Etapa 4: Subespaços vetoriais do modelo estático

Devido que o manipulador estudado constitui um sistema com redundância de atuação em que o seu modelo estático possui quatro variáveis independentes, mas apenas três equações, e respeitando o fato que as forças nos cabos devem ser sempre positivas (forças maiores ou iguais a zero ($T_n \geq 0, \forall n = 1...4$)), quatro subespaços vetoriais do modelo estático geral são obtidos considerando sequencialmente uma das forças nos cabos como sendo nula ($T_n = 0, \forall n = 1...4$).

No primeiro subespaço, considera-se a força no primeiro atuador como sendo nula ($T_1 = 0$). A Figura 17 representa esta situação em que a linha pontilhada em vermelho indica o cabo eliminado do modelo estático. Em seguida, na Equação 3.29 apresenta-se de modo geral a nova equação para o subespaço vetorial que também pode ser vista na sua forma expandida na Equação 3.30.

Figura 17 – Robô atuado por cabos considerando $T_1 = 0$ (em vermelho).



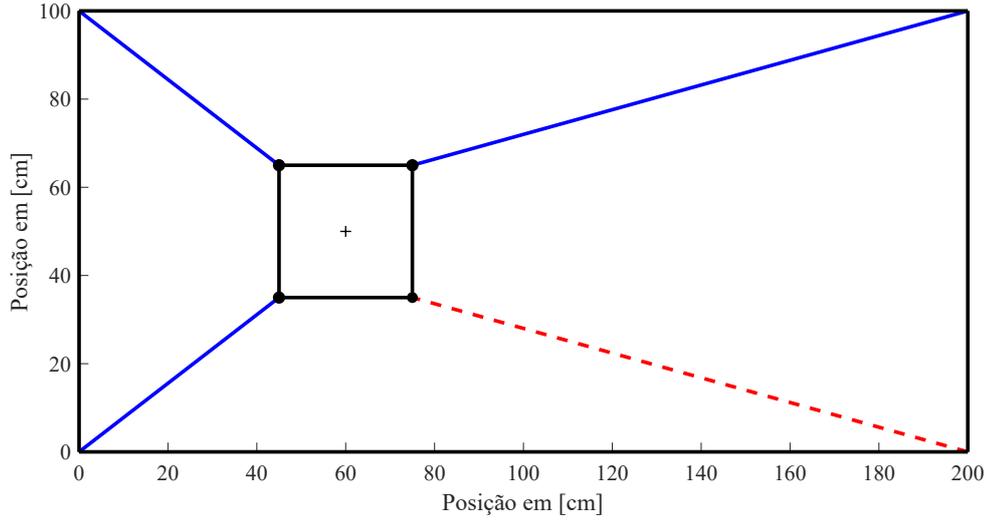
Fonte: O autor.

$$F = G_{s1} \cdot T_{s1} \tag{3.29}$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,2} & G_{1,3} & G_{1,4} \\ G_{2,2} & G_{2,3} & G_{2,4} \\ G_{3,2} & G_{3,3} & G_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

De maneira semelhante, um segundo subespaço vetorial pode ser obtido considerando a força no segundo cabo como sendo nula $T_2 = 0$. A Figura 18 representa esta situação e as Equações 3.31 e 3.32 apresentam de modo geral e expandido o subespaço obtido.

Figura 18 – Robô atuado por cabos considerando $T_2 = 0$ (em vermelho).



Fonte: O autor.

$$F = G_{s2} \cdot T_{s2} \quad (3.31)$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,3} & G_{1,4} \\ G_{2,1} & G_{2,3} & G_{2,4} \\ G_{3,1} & G_{3,3} & G_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

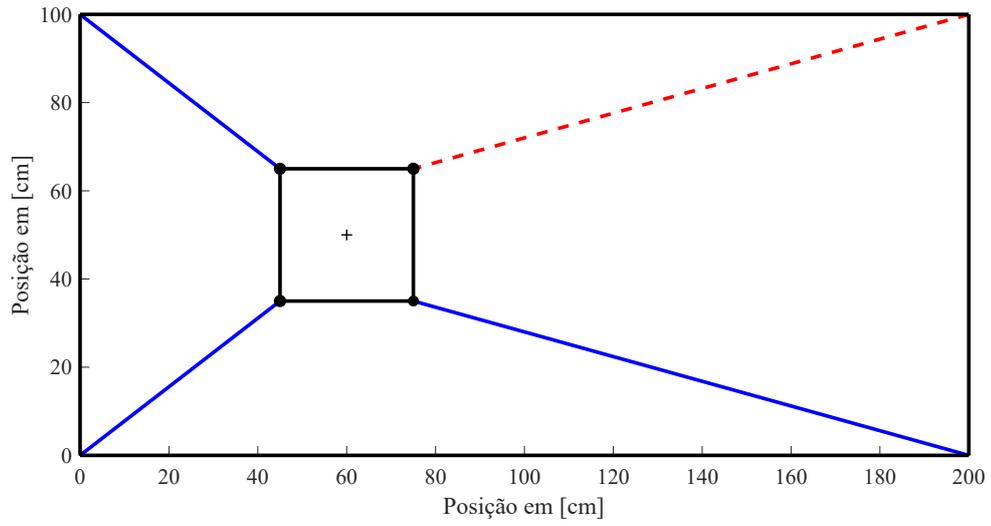
Seguindo o mesmo raciocínio, a Figura 19 apresenta o manipulador considerando a força presente no terceiro cabo como sendo nula ($T_3 = 0$). O subespaço vetorial é representado nas Equações 3.33 e 3.34 nas suas versões geral e expandida.

$$F = G_{s3} \cdot T_{s3} \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,4} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,4} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

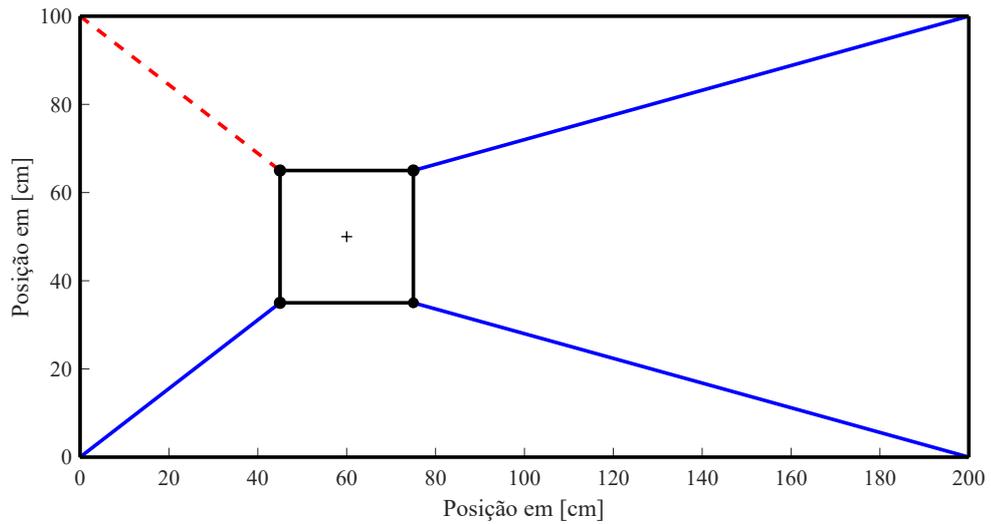
Por fim, a Figura 20 apresenta o manipulador considerando a força no quarto cabo como sendo nula $T_4 = 0$, e as equações 3.35 e 3.36 apresentam os subespaços vetoriais para essa situação de maneira similar aos subespaços vetoriais anteriormente apresentados.

Figura 19 – Robô atuado por cabos considerando $T_3 = 0$ (em vermelho).



Fonte: O autor.

Figura 20 – Robô atuado por cabos considerando $T_4 = 0$ (em vermelho).



Fonte: O autor.

$$F = G_{s4} \cdot T_{s4} \quad (3.35)$$

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.5 Etapa 5: Obtenção das forças nos motores frente a uma carga unitária direcionada

Para obter uma força direcionada no efetuador final de um manipulador, as forças nas juntas atuadas devem ser combinadas linearmente de modo que o equilíbrio estático seja mantido. Utilizando um valor unitário de carga direcionada no efetuador final do manipulador, podem ser obtidos os valores de força dos motores para essa configuração.

No presente trabalho considera-se a aplicação de um vetor unitário como aquele apresentado na Equação 3.37 em que o valor da direção de aplicação da força (α) pode variar entre 0° e 360° , de acordo com a direção desejada.

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Com a definição do vetor unitário de forças, e conhecendo as matrizes G_{sn} , $\forall n = 1...4$, é possível determinar os valores das forças que satisfazem a Equação 3.38 para cada subespaço linear. Um método para isso, é encontrar a inversa da matriz G_{sn} , e realizar a multiplicação em ambos os lados da equação.

Devido que a matriz geral ($G_{4 \times 3}$) é retangular, não é possível obter sua inversa, motivo pelo qual no presente trabalho são utilizadas as matrizes dos quatro subespaços vetoriais apresentadas na seção 3.4 para contornar essa situação.

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} = [G_{sn}] \cdot [T_{sn}], \quad \forall n = 1...4 \quad (3.38)$$

$$[G_{sn}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} = [T_{sn}], \quad \forall n = 1...4 \quad (3.39)$$

3.6 Etapa 6: Escalamento das forças

Uma das principais características de um sistema mecânico é a possibilidade de escalar os fenômenos físicos associados com a cinemática de posição, cinemática diferencial e estática dos sistemas estudados. Assim, apoiados nesta característica, após serem definidas as forças de cada motor para manter o equilíbrio estático frente a uma carga unitária direcionada e em uma posição determinada, é possível escalar as magnitudes de força em cada atuador até a saturação do motor mais fraco.

Para determinar as novas forças dos motores, são aplicados os princípios do método do *Fator de Escala* apresentado na seção 2.2.7.1 em que é realizada a divisão da força

máxima (F_{max}) de cada motor pela maior força encontrada para cada subespaço vetorial (T_{sn}). Esse valor denominado fator de escala (Ψ), é então multiplicado pelas forças obtidas nos subespaços vetoriais ao aplicar uma carga unitária, obtendo assim valores de força máxima (F_m) no sistema.

$$\Psi_n = \frac{F_{max}}{\max(T_{sn})}, \quad \forall n = 1...4 \quad (3.40)$$

$$F_m = T_{sn} \cdot \Psi_n \quad \forall n = 1...4 \quad (3.41)$$

3.7 Etapa 7: Cálculo das magnitudes

Para determinar o valor da magnitude da máxima força obtida no efetuador final, é realizada a substituição das forças encontradas e já escalonadas com o fator de escala na Equação 3.28. Realizando a multiplicação da Matriz Geral por esse conjunto de forças, são obtidos os valores para as forças em x (F_x), em y (F_y) e do momento em z (M_z). A magnitude para a direção calculada é obtida através do cálculo das contribuições das forças F_x e F_y , conforme Equação 3.42.

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (3.42)$$

3.8 Etapa 8: Critérios para validação das forças

Com as forças finais definidas é realizada uma comparação de qual o melhor conjunto de forças para cada posição. Inicialmente, forças negativas são desconsideradas, pois os cabos conseguem efetuar forças somente no sentido positivo.

Em situações com mais de um conjunto de forças capazes de solucionar as equações, é realizado o cálculo da magnitude, Equação 3.42. O conjunto então, com maior magnitude é salvo como adequado.

3.9 Etapa 9: Determinação da força isotrópica

Realizando os procedimentos descritos até aqui, é possível determinar a magnitude da máxima força do efetuador final do manipulador para uma direção específica. Realizando o mesmo procedimento para todas as direções de aplicação da força, é possível determinar o polígono da capacidade de força como descrito na seção 2.2.7.2.

O valor da máxima força isotrópica é obtido como o máximo valor de magnitude de força que pode ser aplicado em todas as direções. Para determiná-lo, basta escolher a mínima força máxima obtida ao avaliar a capacidade de força no polígono da capacidade de força,

ou, do ponto de vista geométrico, o valor da capacidade de força isotrópica é representado pela circunferência de maior raio circunscrita dentro do polígono da capacidade de força conforme foi descrito na seção 2.2.7.2

O valor isotrópico calculado para cada posição da área de trabalho do sistema, é salvo em uma matriz, com as mesmas dimensões da área de trabalho discretizada na sua posição equivalente. Concluindo os cálculos de todas posições, é possível utilizar um comando no software MATLAB[®] para visualizar essa matriz. Essa representação recebe o nome de mapa isotrópico e apresenta os valores isotrópicos para cada posição.

4 Resultados

Conforme descrito anteriormente, a capacidade de força em manipuladores varia de acordo com a sua topologia. Nesse capítulo são apresentados os resultados para os procedimentos detalhados no Capítulo 3 considerando diversos formatos na área de trabalho e disposição dos atuadores em manipuladores atuados por cabos. Inicialmente um manipulador com área de trabalho retangular é estudado, em seguida são apresentados os resultados de forma direta para outras áreas geométricas de quadriláteros, nos formatos de Trapézio Retangular, Trapézio Isósceles, Paralelogramo e por fim de um Quadrado.

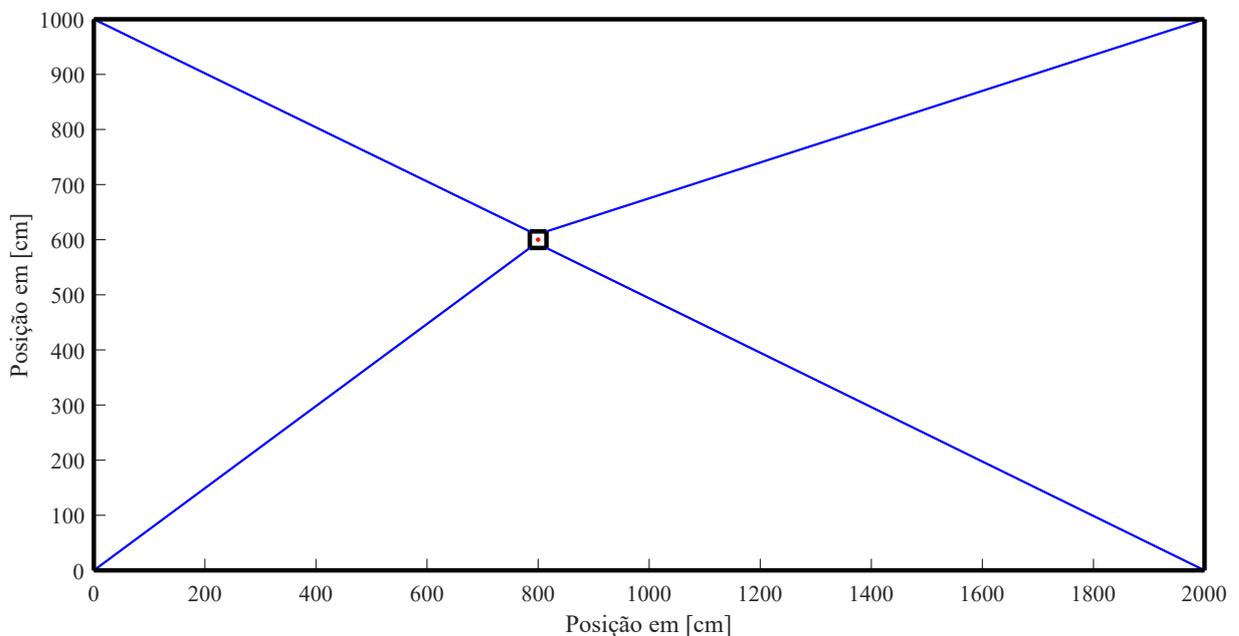
Ao final do capítulo, é apresentada uma breve comparação dos resultados para as áreas de trabalho analisadas.

4.1 Resultado para área de trabalho: Retângulo

A primeira área de trabalho estudada é a retangular, com base de 20 m e altura de 10 m . A plataforma móvel é uma estrutura quadrada com os seus lados iguais a 0.3 m .

A Figura 21 apresenta o manipulador na posição $(E_x, E_y) = (8m, 6m)$.

Figura 21 – Sistema com a plataforma móvel na posição $(8m, 6m)$.



Fonte: O autor.

Substituindo os valores da Equação 3.28 pelos valores referentes a essa posição é determinado a Matriz Geral (G) para essa posição. A Equação 4.1 apresenta essa matriz

com valores numéricos.

$$G = \begin{bmatrix} -0.8018 & 0.8967 & 0.9511 & -0.8978 \\ -0.5975 & -0.4427 & 0.3090 & 0.4403 \\ -3.0643 & 6.8103 & -9.6310 & 6.8624 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Conforme detalhado no capítulo anterior, para obter o subespaço vetorial em que a força no primeiro atuador é nula ($T_1 = 0$), basta excluir a primeira coluna da matriz geral. De maneira análoga, para obter os subespaços vetoriais em que as forças T_2 , T_3 e T_4 sejam nulas são excluídas as colunas 2, 3 e 4 da matriz geral (G) respectivamente .

Assumindo uma direção arbitrária de aplicação de força de 82° por exemplo, o vetor unitário de forças é dado pela Equação 4.2.

$$\begin{bmatrix} \cos(82) \\ \text{sen}(82) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1392 \\ 0.9903 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

A partir dos valores definidos na Equação 4.2, é possível encontrar o conjunto de forças que solucionam cada subespaço vetorial. Assim, para o subespaço considerando T_1 nulo ($T_1 = 0$), tem-se a Equação 4.3

$$\begin{bmatrix} 0.1392 \\ 0.9903 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8967 & 0.9511 & -0.8978 \\ -0.4427 & 0.3090 & 0.4403 \\ 6.8103 & -9.6310 & 6.8624 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Encontrando a inversa da matriz quadrada e multiplicando pelo vetor de forças unitárias, encontra-se a Equação 4.4.

$$\begin{bmatrix} 0.6691 & 0.2230 & 0.0732 \\ 0.6350 & 1.2904 & 0.0003 \\ 0.2271 & 1.5897 & 0.0734 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.1392 \\ 0.9903 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3140 \\ 1.3662 \\ 1.6058 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Como foi definido T_1 nulo, tem-se as forças para os 4 motores:

- $T_1 = 0$ N;
- $T_2 = 0.3140$ N;
- $T_3 = 1.3662$ N;
- $T_4 = 1.6058$ N;

Realizando o mesmo procedimento para o subsistema considerando T_2 nulo, tem-se o seguinte conjunto de forças:

- $T_1 = -0.3511$ N;

- $T_2 = 0 \text{ N}$;
- $T_3 = 0.9164 \text{ N}$;
- $T_4 = 1.1293 \text{ N}$;

Esse conjunto de forças é descartado, pois a força do motor 1 é impossível de ser atingida com a utilização de cabos, uma vez que forças negativas dos cabos implicam em cabos soltos. O mesmo ocorre para os subsistemas considerando T_3 e T_4 nulos.

Assumindo um valor máximo de força em cada atuador do manipulador como sendo igual a $10N$, e aplicando o *Fator de Escala* sobre os valores encontrados quando $T_1 = 0$, novos valores para as forças nos atuadores são obtidos como mostrado abaixo.

- $T_1 = 0 \text{ N}$;
- $T_2 = 1.9554 \text{ N}$;
- $T_3 = 8.5080 \text{ N}$;
- $T_4 = 10.000 \text{ N}$;

Observa-se que assim, o motor 4 está saturado, atuando com força máxima de $10N$.

Para obter a magnitude das forças e momento no efetuador final do manipulador (F), é necessário realizar a multiplicação das forças obtidas em cada atuador (T_n) com a matriz geral (G). O resultado dessa multiplicação retorna a força no eixo x , no eixo y e o momento em z como mostrado nas Equações 4.5 e 4.6.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8018 & 0.8967 & 0.9511 & -0.8978 \\ -0.5975 & -0.4427 & 0.3090 & 0.4403 \\ -3.0643 & 6.8103 & -9.6310 & 6.8624 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1.9554 \\ 8.5080 \\ 10.0000 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

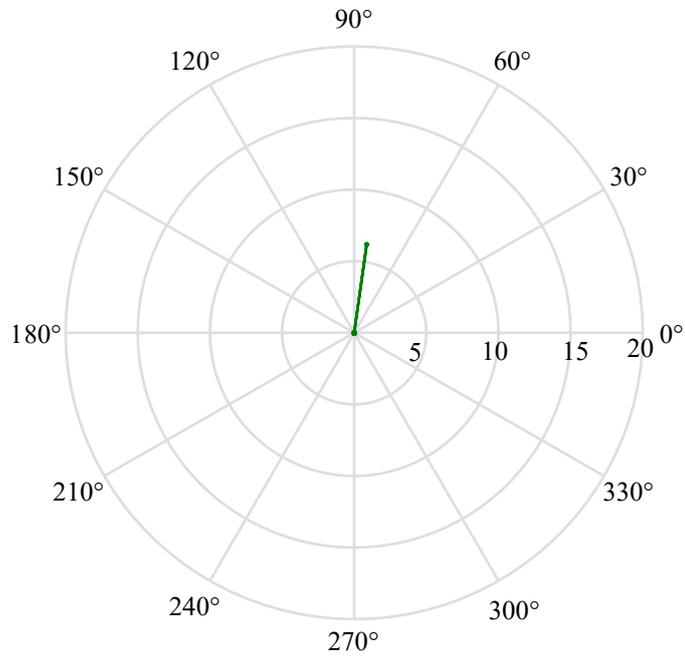
$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8667 \\ 6.1667 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

O cálculo da magnitude consiste em aplicar a Equação 3.42, assim tem-se que a magnitude para essa posição é de $6.2273N$. A Figura 22 apresenta a representação polar do vetor força nessa direção.

Aplicando o mesmo procedimento para todas as direções, ou seja os 360 graus da representação polar, é obtido primeiramente o comportamento dos motores de acordo com a posição (Figura 23). Nessa apresentação destaca-se que devido a abordagem escolhida, em nenhuma direção existirá a atuação dos quatro motores e como resposta ao processo

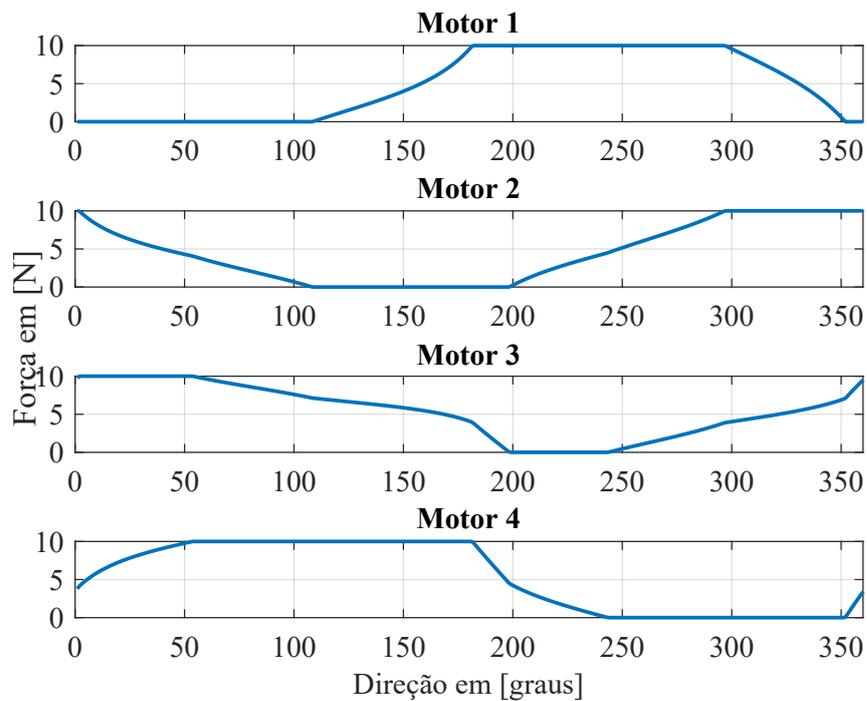
de aplicação do fator de escala, em todas as direções pelo menos um dos motores estará saturado com a sua força máxima.

Figura 22 – Força do manipulador na direção de 82° centrado na Posição (8m, 6m).



Fonte: O autor.

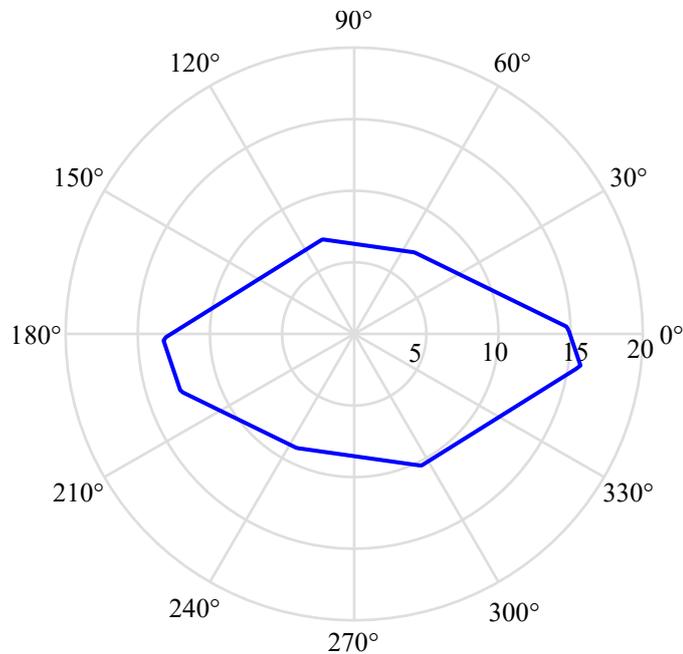
Figura 23 – Forças dos motores de acordo com a direção.



Fonte: O autor.

Com a análise de todas as direções é definido também as magnitudes para cada direção. Na Figura 24 pode ser visualizado a representação polar das magnitudes para cada direção. Esta representação é também conhecida como polígono da capacidade de força.

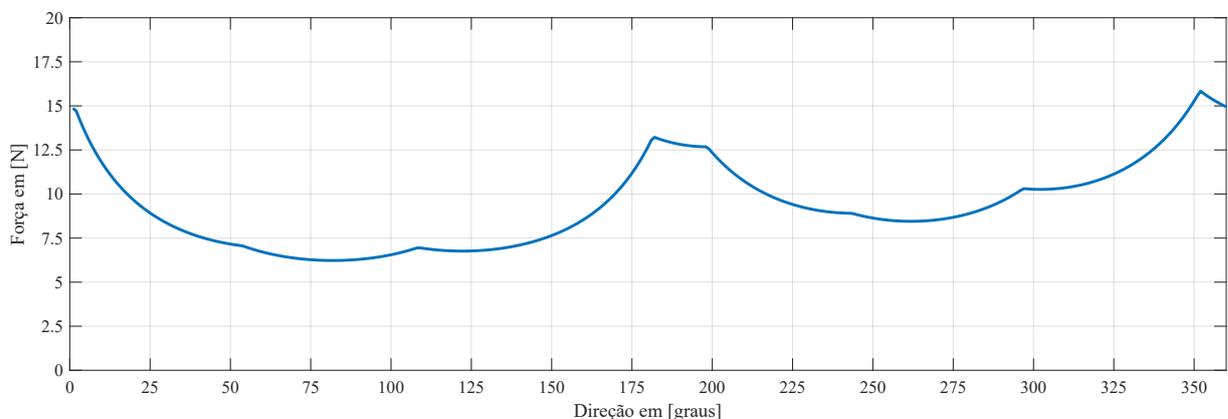
Figura 24 – Posição (8m, 6m), representação polar com todas as direções.



Fonte: O autor.

A representação polar facilita a visualização das magnitudes de acordo com a direção, mas torna difícil identificar os valores respectivos das magnitudes das forças. Para melhor compreensão, é realizada a apresentação das magnitudes das forças na forma cartesiana como mostrado na Figura 25.

Figura 25 – Posição (8m, 6m), representação cartesiana com todas as direções.

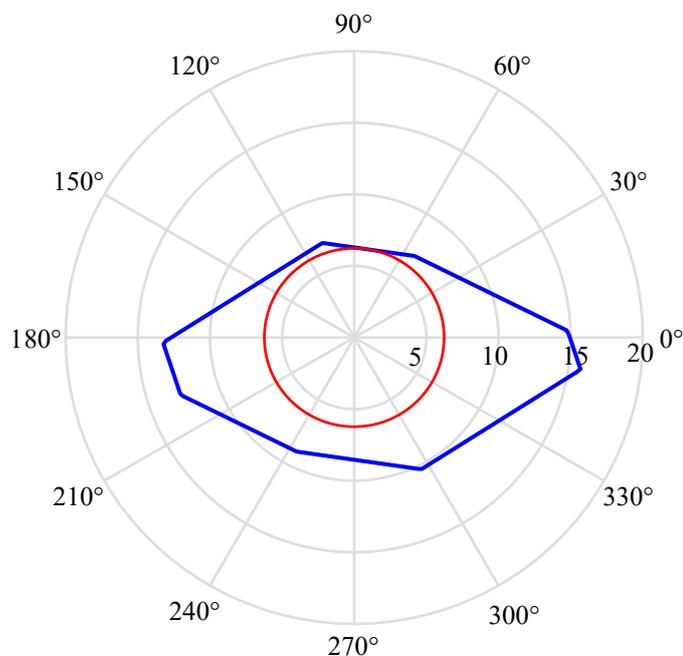


Fonte: O autor.

A Figura 25 apresenta de forma mais clara as magnitudes em relação ao ângulo respectivo. É importante destacar a direção 82° , que apresenta o menor valor da magnitude

de força, ou seja $6.2273N$. A Figura 26 apresenta novamente a magnitude em um gráfico polar, mas incluindo agora um círculo destacado em vermelho com raio igual à menor magnitude obtida no polígono da capacidade de força, correspondente com a máxima força isotrópica, e que possui raio de $6.2273N$.

Figura 26 – Posição (8m, 6m), magnitude em todas as direções e círculo isotrópico.



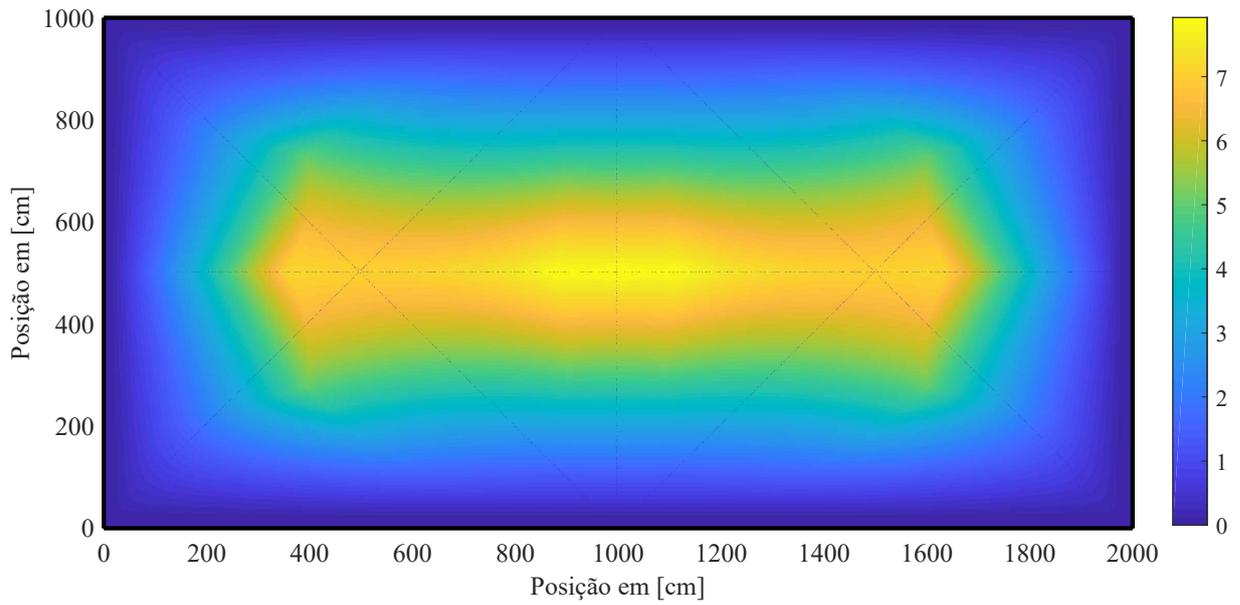
Fonte: O autor.

O valor isotrópico apresentado na Figura 26 é importante para a análise do sistema pois informa a máxima força garantida independente da direção. Salvando esse valor para a posição (8m, 6m) e realizando o mesmo procedimento para as posições restantes da área de trabalho é possível obter uma matriz com esses valores. O software MATLAB® possui uma função que gráfica matrizes de acordo com os valores de suas células, assim é possível visualizar essa matriz de forma semelhante a um mapa de calor ao qual chamaremos de mapa de forças isotrópicas. A Figura 27 apresenta os valores para a área de trabalho descrita no início deste tópico.

No mapa de forças isotrópicas apresentado na Figura 27 é possível observar que para a área de trabalho retangular, as maiores forças se encontram na região central, apresentando uma força isotrópica máxima de $7,923N$.

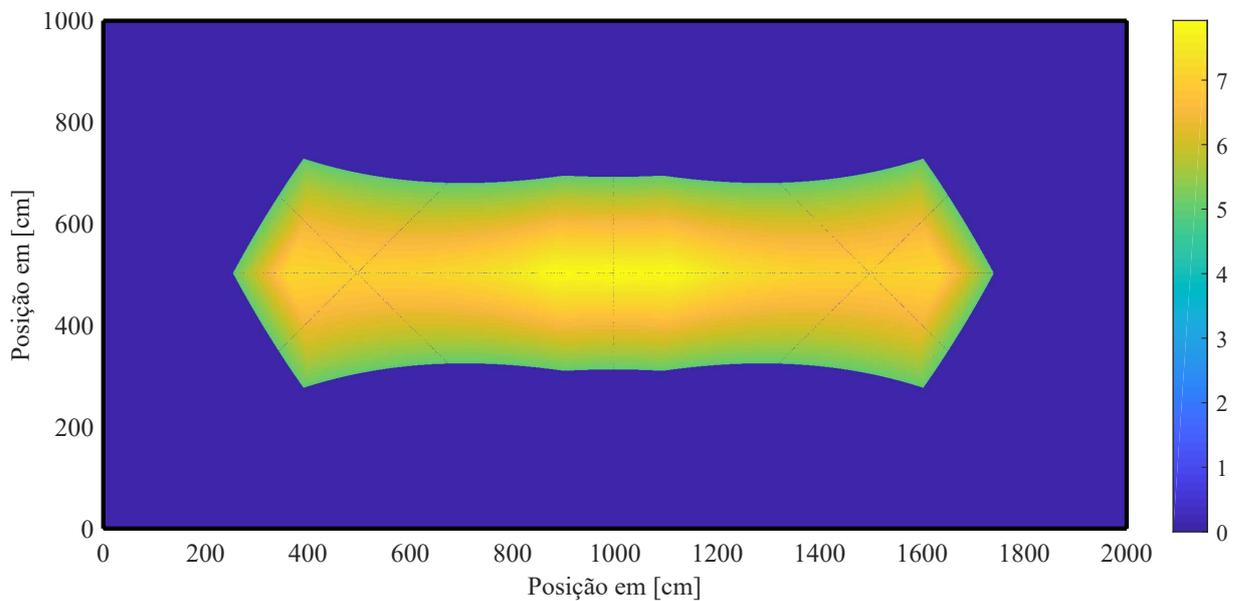
A obtenção do mapa de forças isotrópicas é de extrema relevância na obtenção de regiões segmentadas de interesse, em que por exemplo deseja-se saber as regiões em que a força isotrópica se encontra dentro de uma faixa de operação admissível. Assim, por exemplo, é possível obter as regiões em que a força isotrópica tem pelo menos $5N$ como apresentado na Figura 28. Nesse novo mapa de forças isotrópicas segmentado, obtém-se uma área útil de apenas 26,04% da área de trabalho total.

Figura 27 – Mapa isotrópico área de trabalho retangular.



Fonte: O autor.

Figura 28 – Região com força mínima de 5N para área de trabalho retangular.



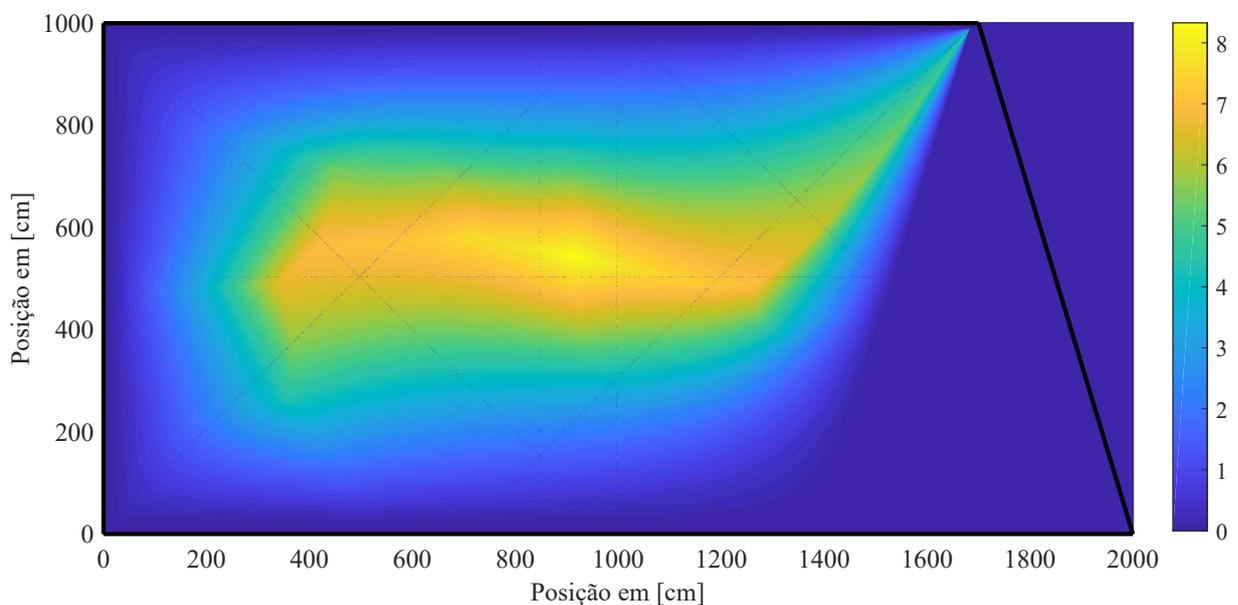
Fonte: O autor.

O resultado obtido para a área de trabalho retangular desperta o interesse de conhecer o resultado para outros formatos. Assim, é realizado o mesmo procedimento para outras áreas de trabalho com outros formatos desde que sejam quadriláteros.

4.2 Resultado para área de trabalho: Trapézio Retângulo

A primeira forma analisada após a retangular, é conhecida como trapézio retângulo. A única diferença para o sistema retangular esta na posição do terceiro motor, que agora se encontra 3 metros a esquerda. A Figura 29 apresenta o mapa de forças isotrópicas para essa configuração, considerando os motores instalados nos vértices do trapézio retangular ilustrado em preto.

Figura 29 – Mapa isotrópico área de trabalho trapézio retângulo.



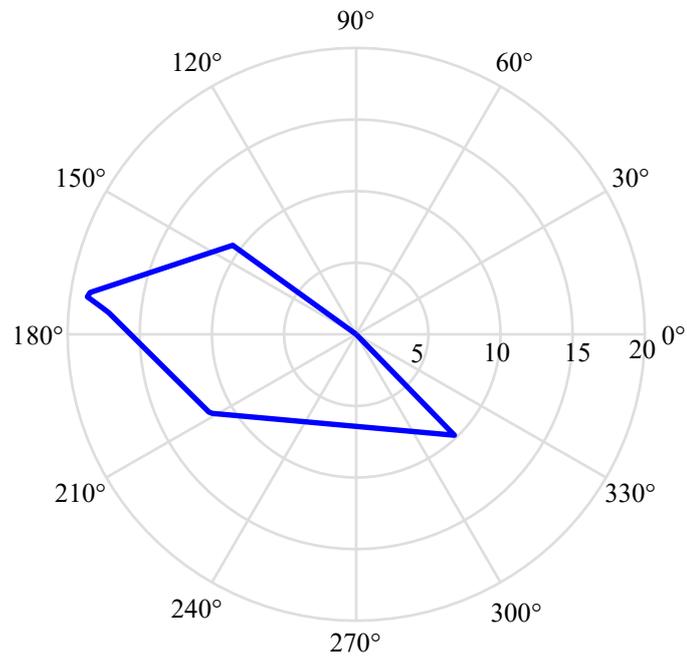
Fonte: O autor.

Observando a simulação resultante, fica notável na região inferior direita a presença de uma região com valores nulos, ou próximos de zero. Porém, é importante destacar que embora o resultado das forças isotrópicas para a região em questão seja nula, não significa que nessa região não existam forças direcionadas. O motivo para esse resultado deve-se ao fato de não possuir forças para todas as direções nessa posição.

Para exemplificar, as Figuras 30 e 31 apresentam respectivamente o polígono da capacidade de força (diagrama polar) e a sua correspondente representação cartesiana. Nesse exemplo, a plataforma móvel do manipulador foi localizada nas coordenadas $x = 16\text{m}$ e $y = 4\text{m}$.

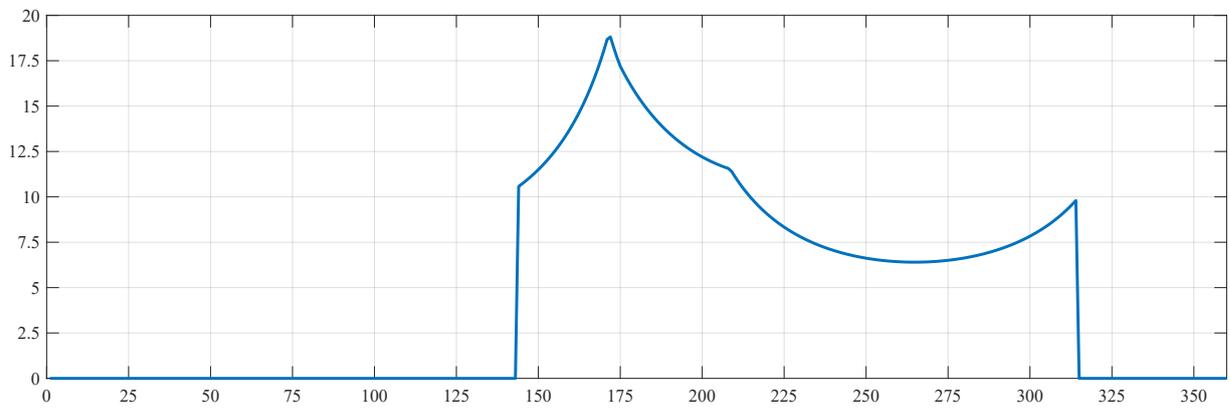
A Figura 30, apresenta a visualização mais clara das direções que o sistema consegue atingir. Já na representação cartesiana (Figura 31) é possível ver os valores alcançados. Analisando esses resultados, destaca-se que embora na direção 172° o sistema possa atingir a força máxima de 18.8114N , nos intervalos de 0° a 143° , e 315° a 360° , os sistema possui força nula, retornando assim força isotrópica igual a zero.

Figura 30 – Posição (16m, 4m), todas as direções representação polar.



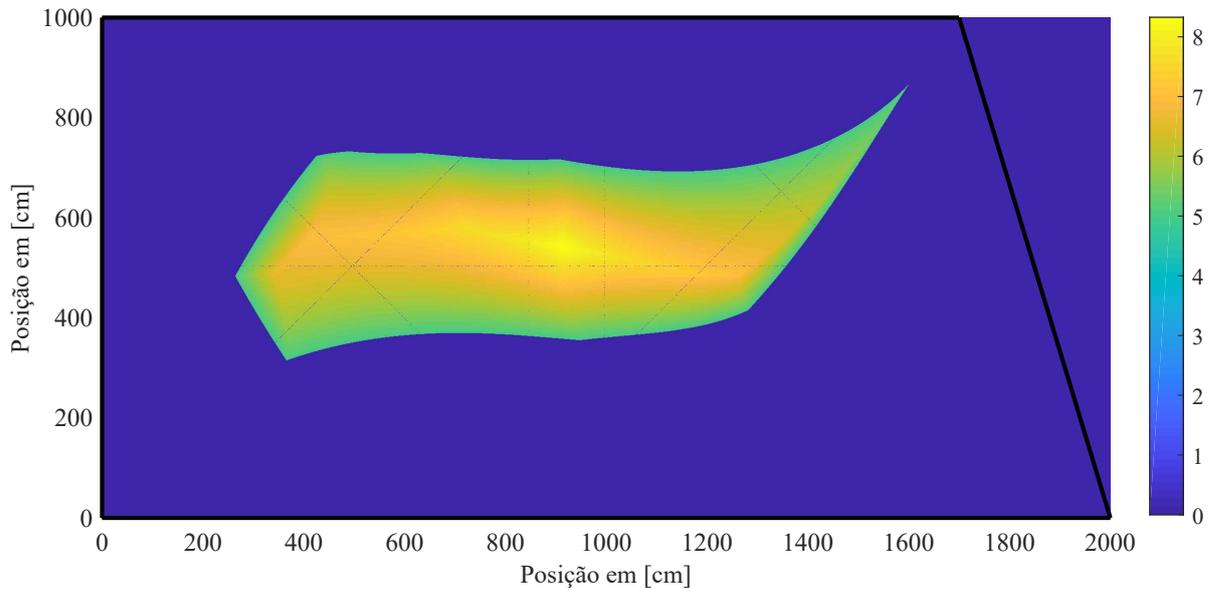
Fonte: O autor.

Figura 31 – Posição (16m, 4m), todas as direções representação cartesiana.



Fonte: O autor.

Realizando a simulação da região com forças isotrópicas entre $5N$ e a máxima força isotrópica de $8,3255N$, semelhante ao procedimento realizado para a área retangular, obtém-se o resultado apresentadona Figura 32 que representa 20,43% da área total.

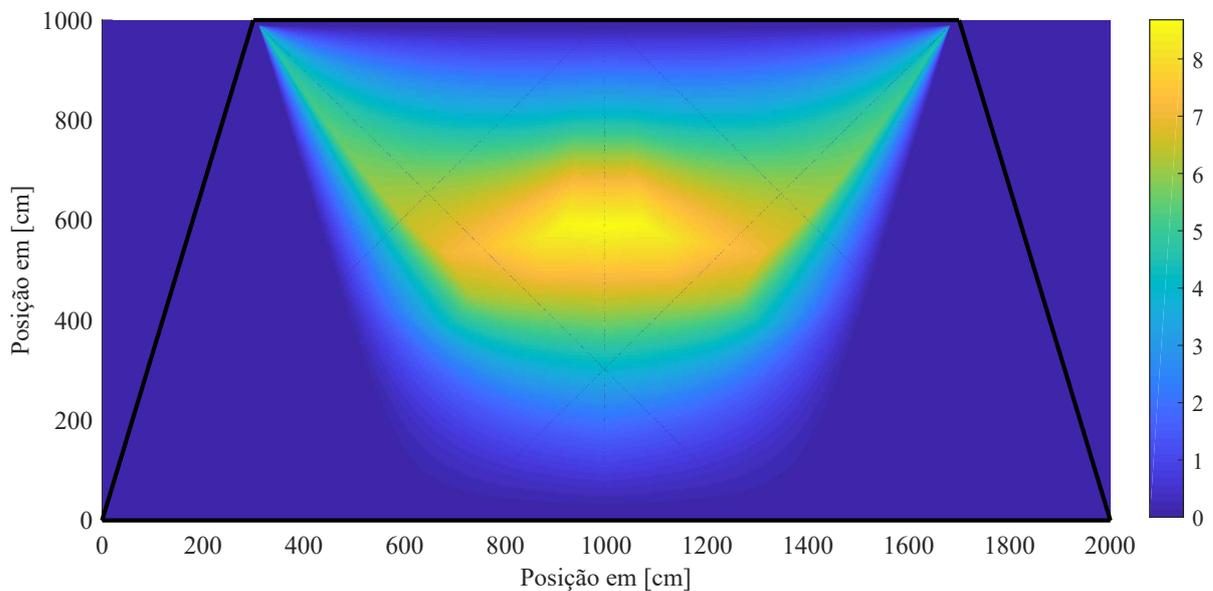
Figura 32 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho trapézio retângulo.

Fonte: O autor.

4.3 Resultados para área de trabalho: Trapézio Isósceles

O trapézio isósceles é caracterizado por possuir 2 lados com mesmas dimensões. Comparando com o trapézio retângulo, a montagem desse outro sistema consiste em deslocar a posição do motor 4 em três metros para a direita. O resultado isotrópico do sistema pode ser visualizado na Figura 33.

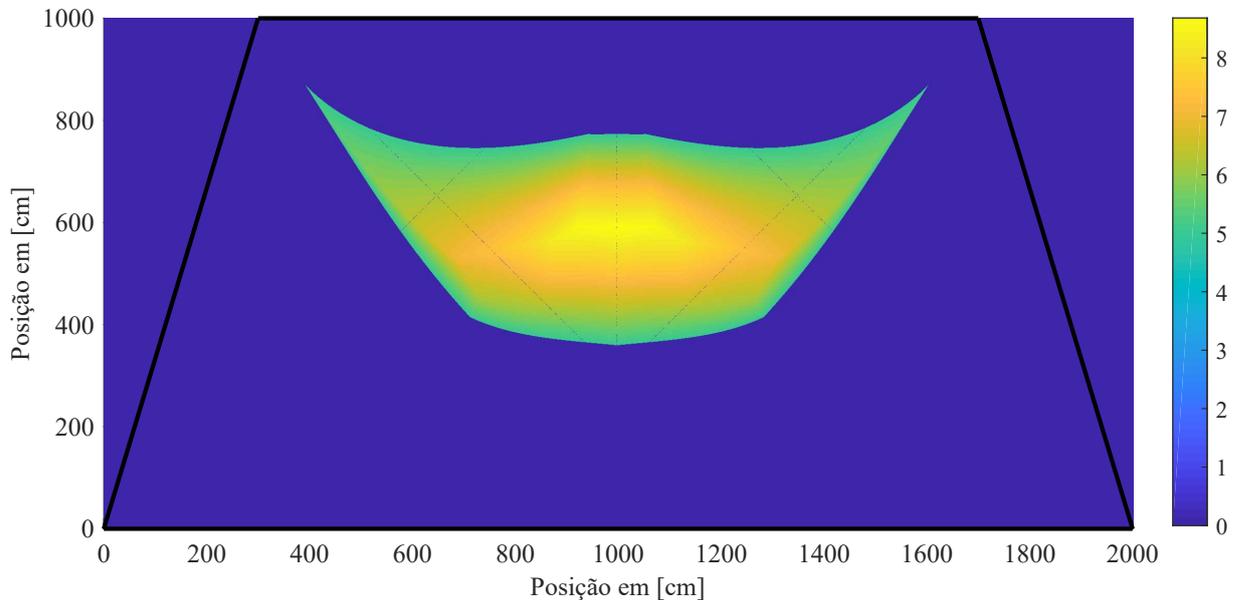
Figura 33 – Mapa isotrópico área de trabalho trapézio isósceles.



Fonte: O autor.

As principais características observadas no resultado obtido é a simetria da figura e a obtenção de valores elevados na região central, chegando a $8,6821N$. A Figura 34 apresenta a área com valores superiores a $5N$, que totalizam $18,54\%$ dessa área de trabalho.

Figura 34 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho trapézio isósceles.



4.4 Resultado para área de trabalho: Paralelogramo

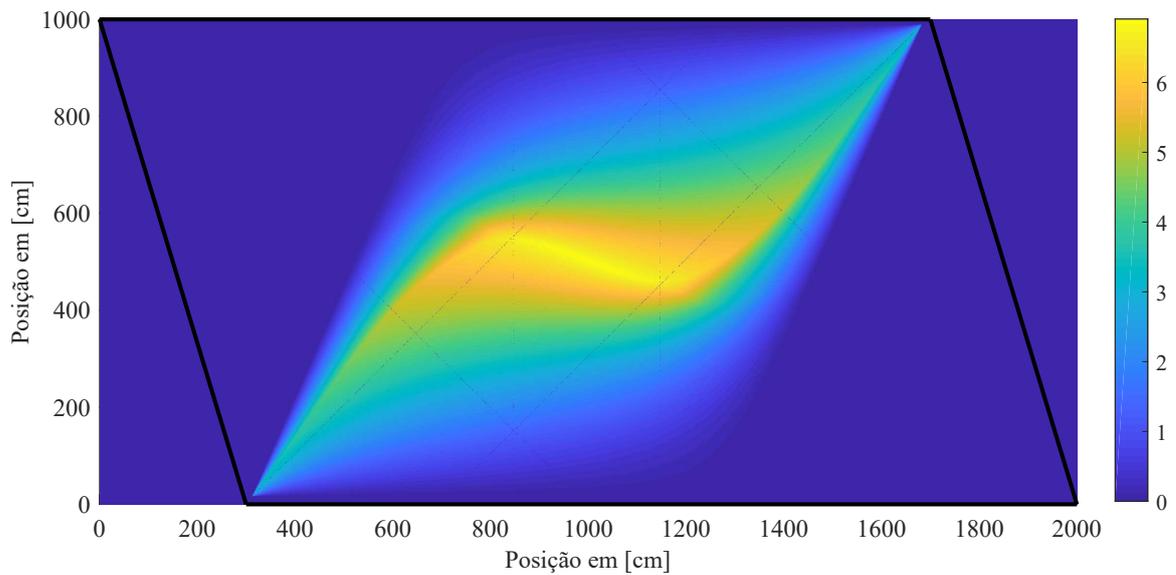
A partir do sistema retangular, para realizar a simulação de um sistema com formato de um paralelogramo, é necessário deslocar a posição do primeiro motor em 3 metros para a direita e o terceiro motor em 3 metros para a esquerda. O resultado isotrópico é apresentado na Figura 35.

Observando o resultado da simulação, fica nítida a redução dos valores das forças se comparado aos demais sistemas, atingindo a força isotrópica máxima de $6,9081N$. A Figura 36 apresenta a região com valores de força superior a $5N$. Essa região representa apenas $7,04\%$ da região total do paralelogramo.

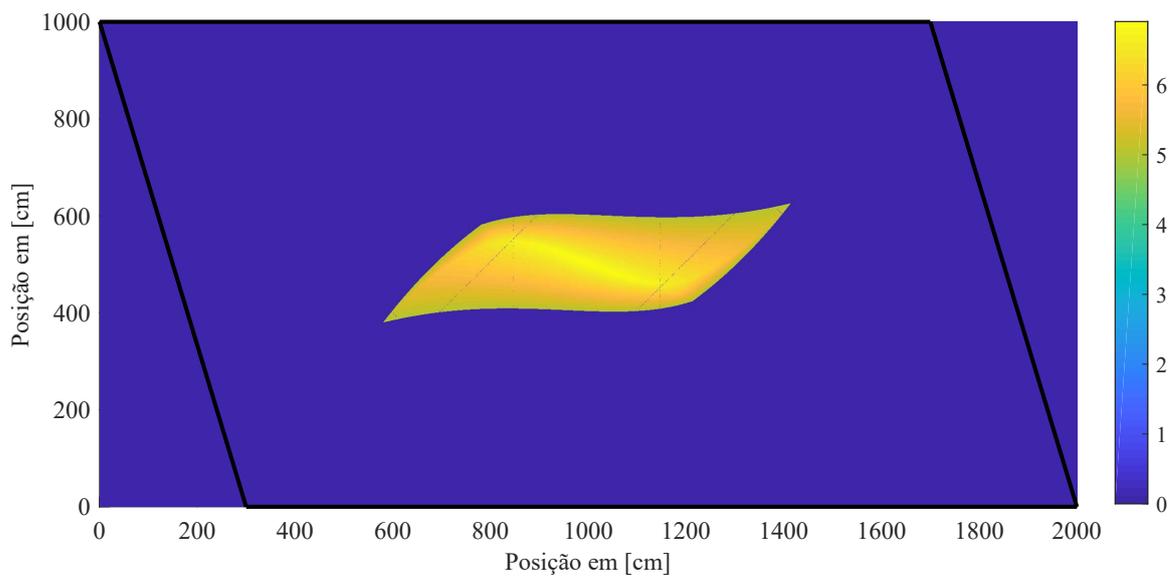
4.5 Resultado para área de trabalho: Quadrado

Por fim é analisado o comportamento do sistema para a área de trabalho quadrada. Para esse sistema os motores foram posicionados com 10 metros de distancia entre si. Diferente das demais soluções, para esse sistema não é possível considerar a plataforma móvel do manipulador como sendo uma estrutura quadrada, isso se deve ao procedimento de solução proposto em que a utilização da área de trabalho e da plataforma móvel ambas

Figura 35 – Mapa isotrópico área de trabalho paralelogramo.



Fonte: O autor.

Figura 36 – Região com força mínima de $5N$ para área de trabalho paralelogramo.

Fonte: O autor.

quadradas resultam em matrizes singulares, ou seja, sem inversas. Assim, a fim de evitar potenciais singularidades no modelo estático, para esse sistema a plataforma móvel do manipulador foi considerada retangular com dimensões de 30cm de largura por 25cm de altura. O resultado da simulação para essa configuração é apresentado na Figura 37.

O mapa isotrópico para área de trabalho quadrada (Figura 37) apresenta valores centrais de força mais elevados, chegando em valores isotrópicos próximos de $10N$. Porém, apresenta também área menor com valores significativos, apenas $6,91\%$ de sua área tem valores superiores a $5N$. A Figura 38 apresenta esse resultado.

Figura 37 – Mapa isotrópico área de trabalho quadrada.

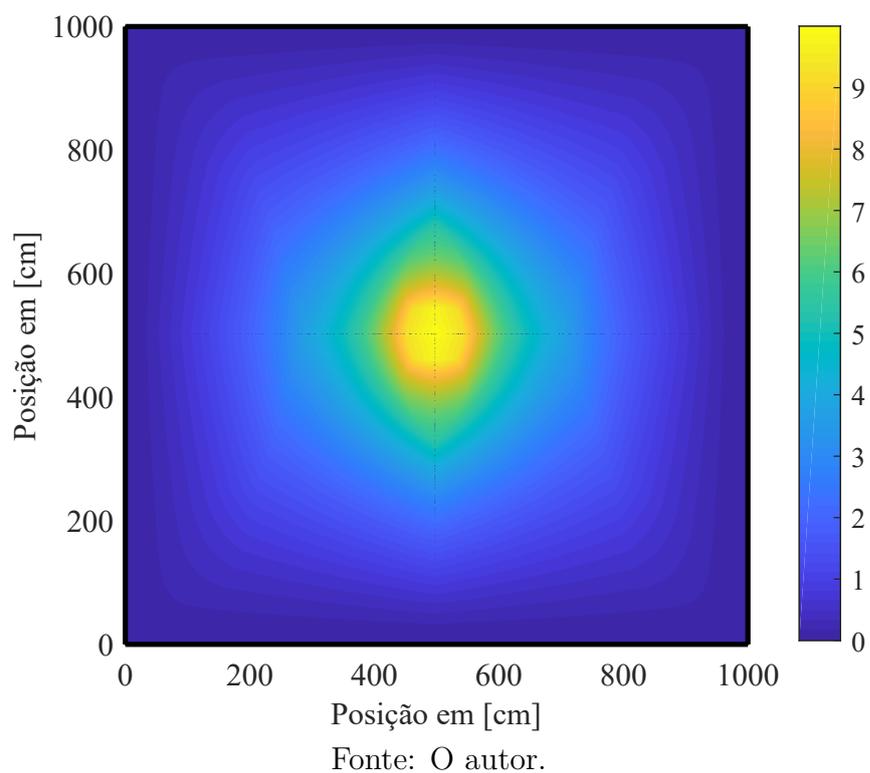
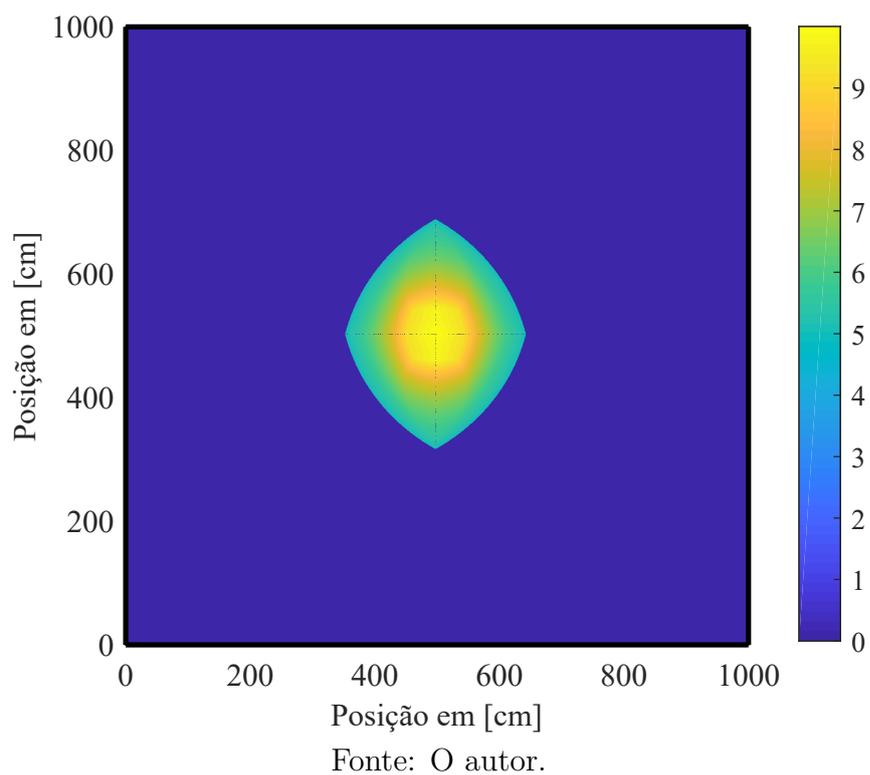


Figura 38 – Região com força mínima de 5N para área de trabalho quadrada.



4.6 Comparação entre as áreas de trabalho analisadas

Para realizar a comparação entre as áreas de trabalho estudadas, a Tabela 2 apresenta os valores de força isotrópica máximas, e as regiões percentuais com valores superiores a $5N$ em comparação com cada área de trabalho total. Esse valor corresponde a região em que a plataforma móvel consegue exercer no mínimo $5N$ de força, independente da direção.

Tabela 2 – Comparativo das magnitudes máximas entre tipos de área de trabalho.

Tipo da Área de Trabalho	Magnitude Máxima(N)	Área com Magnitudes maiores que $5N$ (%)
Retângulo	7,9230	26,04
Trapézio Retangular	8,3255	20,43
Trapézio Isósceles	8,6821	18,54
Paralelogramo	6,9081	7,04
Quadrado	10	6,91

Observando os valores apresentados, destaca-se que embora a área de trabalho quadrada apresente a magnitude mais elevada, apresenta a menor região com valores significativos.

Para aplicações que necessitem atuação em maiores áreas, é recomendado a utilização da formatação retangular, ou então de algum dos formatos trapezoidais, deixando como inviável a utilização da área de trabalho com formato de um paralelogramo.

A partir dos resultados apresentados é possível elaborar configurações específicas de acordo com as necessidades de projeto requeridas.

5 Conclusões

No desenvolvimento deste trabalho foi analisado o funcionamento de robôs atuados por cabos. Apesar da ideia inicial de utilizar esse tipo de sistema para limpeza de painéis solares, os resultados decorrentes do estudo proposto não se restringem somente a essa aplicação, gerando assim potenciais contribuições pra outras aplicações e áreas de interesse.

Durante o estudo apresentado na revisão de literatura foi vista a origem da utilização dos cabos, utilizados devido sua simplicidade estrutural, amplo espaço de trabalho e custo de produção reduzido. Foram analisadas também as implicações decorrentes com sua utilização. A obtenção desses conceitos foram decisivos construção da proposta metodológica que seria seguida.

O procedimento realizado para a obtenção das forças de atuação do manipulador a partir das forças impostas pelos motores, foi descrito visando facilitar a compreensão, tanto de leitores leigos no assunto como para o desenvolvimento de trabalhos futuros de ordem superior na sua complexidade.

Na apresentação dos resultados são detalhados os procedimentos metodológicos adotados, demonstrando os resultados para cada etapa. Após apresentar os resultados para aplicações considerando diferentes áreas de trabalho para o manipulador, é realizada a comparação entre estas. Como fruto dessa comparação se conclui que a definição da área de trabalho para atuação do manipulador deve ser realizada de acordo com a necessidade de aplicação. De acordo com os resultados obtidos, áreas com formatos retangulares apresentam maior disseminação das forças isotrópicas atingidas, se comparado com áreas de formatos quadrados, que por sua vez apresentam magnitudes mais elevadas em posições específicas.

5.1 Considerações finais

Com a aplicação metodológica descrita neste trabalho é possível identificar as contribuições dos motores sobre o efetuador final do manipulador. Após a análise de forças para diferentes direções, é definido o valor isotrópico, e com isso estipulado regiões de trabalho que satisfaçam determinados limites de força.

5.2 Principais contribuições

A principal contribuição deste trabalho consiste no desenvolvimento de um método para determinar as forças isotrópicas de um robô atuado por cabos. A abordagem de-

envolvida considera a contribuição da força de três motores para diferentes direções de posições pertencentes a área de trabalho predefinida.

5.3 Trabalhos futuros

Como complemento aos desenvolvimentos metodológicos e resultados obtidos no presente trabalho, alguns desenvolvimentos adicionais, aprimoramentos e trabalhos futuros são propostos.

- No presente trabalho foi analisado o funcionamento teórico das forças sobre o efetuador final de um manipulador. Para trabalhos futuros seria interessante realizar a validação de resultados através de uma implementação física dos manipuladores propostos e a comparação de resultados em sistemas reais.
- Outro estudo interessante refere-se ao método de solução adotado. Nesse trabalho, para solução foi considerada a influência de apenas três cabos. Em trabalhos futuros seria interessante vincular modelos considerando as forças de mais do que três motores simultaneamente, a fim de comparar e determinar a influência da utilização desses cabos adicional nos ganhos ou perdas potenciais no resultado final.
- Como trabalho futuro adicional, poderia ser realizada a expansão da metodologia proposta para sistemas espaciais tridimensionais.
- Finalmente, a metodologia poderia ser expandida para a validação de outras magnitudes físicas como a velocidade, a aceleração ou até mesmo a potência do sistema.

Referências Bibliográficas

- 1 OLIVIERI, M. C. *Especificação e projeto de um robô atuado por cabos*. Tese (Doutorado), 2017. 17
- 2 MERSI, R. et al. Design and control of a suspended cable-driven parallel robot with four cables. In: IEEE. *2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*. [S.l.], 2018. p. 470–475. 17
- 3 MAGHAMI, M. R. et al. Power loss due to soiling on solar panel: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 59, p. 1307–1316, 2016. 17
- 4 DERAKHSHANDEH, J. F. et al. A comprehensive review of automatic cleaning systems of solar panels. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, Elsevier, v. 47, p. 101518, 2021. 18
- 5 SPIDERCAM LIGHT. <<https://www.spidercam.tv/spidercam-light/>>. Acessado em 18 Set. 2021. 18
- 6 BARRIENTOS, A. *Fundamentos de robótica*. [S.l.]: McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 2007. ISBN 978-8448156367. 21, 27
- 7 MEJIA, L. R. Wrench capability of planar manipulators. In: *Tese Doutorado em Engenharia Mecânica*. Florianópolis, Brasil: UFSC, 2016. 21, 34
- 8 TSAI, L. W. *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc, 1999. ISBN 0-471-32593-7. 21, 30
- 9 INDUSTRY, D. *Manipulador Serial*. <<https://www.directindustry.com/pt/prod/tm-robotics/product-20959-440156.html>>. Acessado em 18 Set. 2021. 22
- 10 GMBH inova. *Manipulador paralelo*. <<https://www.inova-gmbh.com/applications/hexapod-test-rigs/>>. Acessado em 18 Set. 2021. 22
- 11 LANSDBERGUER, S. E.; SHERIDAN, T. B. A new design for parallel link manipulators. *Proc. Sys. Man. and Cybernetics*, p. 812–814, 1985. 22
- 12 MURARO, T. Análise cinemática e estática de um mecanismo espacial atuado por cabos aplicado à movimentação de pacientes. In: *Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica*. Florianópolis, Brasil: UFSC, 2015. 22, 24
- 13 SO-RYEOK, H.; KUMAR., A. S. Cable suspended planar robots with redundant cables: Controllers with positive tensions. *IEEE Transactions on Robotics*, p. 457–465, 2005. 22
- 14 BARRETTE, G.; GOSSELIN, C. M. Determination of the dynamic workspace of cable driven planar parallel mechanisms. *Journal of Mechanical Design*, p. 242–248, 2005. 22, 23, 24
- 15 MERLET, J.-P. Danalysis of the influence of wires interference on the workspace of wire robots. *On Advances in Robot Kinematics*, Kluwer Academic Publishers., p. 211–218, 2004. 22, 23, 24

- 16 BRUCKMANN, T. et al. Wire robots part i kinematics, analysis design. *Parallel manipulators: New developments.*, p. 498–510, 2008. 23
- 17 VERHOEVEN, R.; HILLER, M.; TAKODORO, S. Workspace, stiffness, singularities and classification of tendon-driven stewart platform. *PAAdvanced in Robot Kinematics: Analysis and Control.*, p. 105–114, 1998. 23, 24, 25, 26
- 18 GONÇALVES, R. S.; CARVALHO, J. C. M. Desenvolvimento de uma estrutura paralela robótica atuada por cabos para reabilitação dos movimentos do ombro. *VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM.*, 2010. 23
- 19 C., M. Design and application of advanced haptic interface: soft contact, multi point, and multimodal integration (aida). *Progetto dell’Unità di Ricerca dell’Università degli Studi di Bologna...*, 2005. 23
- 20 MING, A.; HIGUCHI, T. Study on multiple degree-offreedom positioning mechanism using wires (part1)- concept, design and control. *Int. Journal of the Jap. Soc. for Precision Engeneering.*, p. 131–138, 1994. 24
- 21 SICILIANO, B. et al. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. [S.l.]: Springer, 2009. ISBN 978-1-84628-641-4. 27, 30, 31
- 22 NIKU, S. B. *Introdução à Robótica - Análise, Controle, Aplicações*. 2ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. ISBN 9788521622376. 27, 28
- 23 VERTULO, R. *Robôs de classe*. <<http://labdeeletronica.com.br/robos-de-classe/>>. Acessado em 18 Set. 2021. 29
- 24 CRAIG, J. J. Manipulator kinematics. In: *Introduction to Robotics:Mechanics and Control*. [S.l.]: Pearson, 2005. p. 62–100. 29, 30
- 25 TSAI, L.-W. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999. 29
- 26 PRESS, C. U. *Pares cinemáticos*. <<http://lavalle.pl/planning/node109.html>>. Acessado em 18 Set. 2021. 29
- 27 MEJIA, L. R. Otimização da capacidade de carga de um manipulador paralelo 3rrr simétrico em trajetórias com contato. In: *Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica*. Florianópolis, Brasil: UFSC, 2012. 30, 34
- 28 DAVIES, T. H. Mechanical networks i: Passivity and redundancy. *Mechanism and Machine Theory*, p. 95–101, 1983. 33
- 29 DAVIES, T. H. Mechanical networks ii: Formulae for the degrees of mobility and redundancy. *Mechanism and Machine Theory*, p. 102–106, 1983. 33
- 30 DAVIES, T. H. Mechanical networks iii: Wrenches on circuit screws. *Mechanism and Machine Theory*, p. 107112, 1983. 33
- 31 SIMAS, H. et al. A new method to solve robot inverse kinematics using assur virtual chains. *Robotica*, p. 1017–1026, 2009. 33

- 32 P., L. L.; R., S.; MARTINS, D. Progressive dynamic analysis of serial robots based on screw theory. *Proceedings in 20th International Congress of Mechanical Engineering*, 2009. 33
- 33 A., P. S. D.; R. de M. R. C.; MARTINS, D. A human knee joining model based on screw theory and its relevance for preoperative planning. *Mecánica computacional*, v. 31, p. 3847–3871, 2012. 33
- 34 G., M. et al. Stability of long combination vehicles. *International journal of heavy vehicle systems*, v. 25, p. 113–131, 2018. 33
- 35 J., F. et al. Analysis of wrench capability for cooperative robotic systems. *Proceeding in 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2015)*, 2015. 33
- 36 T., M.; H., S.; MARTINS, D. Kinematic and static analysis of the cable-driven spatial mechanism for bedridden patients. *Intl Cong Mech Eng*, 2015. 33
- 37 L., M.; H, S.; MARTINS, D. Force capability in general 3 dof planar mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, v. 91, p. 120–134, 2015. 33
- 38 L., M. et al. Influence of the working mode on the maximum isotropic force capability maps for a 3rrr planar parallel manipulator. *Springer, Cham*, 2017. 34, 36
- 39 NOKLEBY, S. B. e. a. *Force capabilities of redundantly-actuated parallel manipulators*. [S.l.]: Mechanism and Machine Theory, 2005. v. 40. 578-599 p. 35
- 40 L., M. et al. *Modified Scaling Factor Method for the Obtention of the Wrench Capabilities in Cooperative planar Manipulators*. [S.l.]: 14th IFToMM World Congress, 2015. 35
- 41 LAB, D. H. *Robô atuado por cabos CRPM - 1R2T*. <https://delfthapticslab.nl/project/cable-driven-haptic-gripper/>. Acessado em 18 Set. 2021. 38