RICARDO SOARES DE MENESES

UMA HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESCOLAR NO BRASIL:

de disciplina a conteúdo de ensino

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP

São Paulo

2007

RICARDO SOARES DE MENESES

UMA HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESCOLAR NO BRASIL:

de disciplina a conteúdo de ensino

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente**.*

PUC/SP

São Paulo

2007

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** ______________

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho **aos meus pais**, **José e Maria**, exemplos de honestidade e doação aos filhos; aos meus irmãos que me incentivaram e me deram todo apoio para que este trabalho se concretizasse.

Em especial, a minha esposa **Erika** que me apoiou nos momentos difíceis e concebeu minhas duas jóias raras **Rebecca** e **Henry**.

AGRADECIMENTO

A **Deus,** por ter me propiciado uma oportunidade de aprendizagem inigualável.

Meus agradecimentos especiais ao **Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente**, pela orientação, dedicação, compreensão e paciência ao longo deste trabalho.

As **professoras Regina Maria Pavanello e Maria Cristina Araújo de Oliveira** pelas sugestões e orientações feitas no exame de qualificação.

Aos **Professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática** da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que contribuíram na minha formação e na produção desta pesquisa.

Aos colegas do **GHEMAT** que enriqueceram esse trabalho, a partir das discussões realizadas pelo grupo.

Ao **IEB** (Instituto de Estudos Brasileiros da USP), em especial a bibliotecária Dona **Flora Pacheco**, pelo carinho ao atender minhas solicitações.

RESUMO

Esta pesquisa realiza um estudo histórico sobre o ensino de geometria no Brasil. Considerando como fontes para o trabalho prioritariamente livros didáticos, a investigação ampara-se nas reflexões advindas da história cultural, em específico, das histórias das disciplinas escolares. O trabalho lança mão de autores como André Chervel, Roger Chartier e Circe Bittencourt. Como teria sido o trajeto do ensino de geometria, visto nos livros didáticos, desde que ela passou a compor um saber importante para o ensino secundário? Os resultados da pesquisa apontam para duas etapas fundamentais desse ensino: O primeiro refere-se ao período em que a Geometria se torna no ensino secundário brasileiro uma disciplina escolar autônoma devido à exigência desse conteúdo para ingresso nos cursos superiores e o segundo momento refere-se ao período em que a Geometria passa a ser conteúdo de uma disciplina escolar denominada Matemática que se constitui a partir da implementação da Reforma Francisco Campos.

Palavras-Chave: Geometria, Disciplina Escolar, Reforma Francisco Campos, Livros Didáticos.

ABSTRACT

The purpose of this research is to carry out a historical study of the Geometry in the Brazil. The source of this study is mainly based on didactic books. The research is based on concepts and reflections from the cultural history. These concepts and reflections are specifically from the history of school disciplines. The present research considers the importance of authors like André Chervel, Roger Chartier and Circe Bittencourt. How would have been the way of teaching Geometry, according to the didactic books, since it became an important knowledge to the secondary school level? The results of the study indicate two essential different phases of the Geometry teaching in Brazil: The first phase refers to the period where the Geometry has become an autonomous discipline in the secondary school level, due to meet the requirement of including the Geometry concepts in the admission exams for universities The second phase refers to the period where the Geometry has become part of a regular school discipline named Mathematics. This process was started by the Francisco Campos Reform.

Keywords: Geometry, School Discipline, Francisco Campos Reform, Didactic Books

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O nosso tema de pesquisa tratou do estudo histórico sobre o ensino de Geometria no Brasil. A partir das investigações preliminares que fizemos constatamos que esse ensino, se não foi o que mais sofreu modificações ao longo dos anos, certamente está no rol dos ensinamentos que mais se modificaram, não só no que diz respeito às metodologias, mas também do grau de importância atribuído a esse ramo da Matemática, para ensino escolar.

Atualmente percebemos uma valorização do ensino de Geometria no Brasil, principalmente devido aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Os PCN apontam que o indivíduo da sociedade moderna tem que ter a capacidade de pensar geometricamente, pois as situações do dia-a-dia e as diversas profissões, como a engenharia, arquitetura, mecânica, bioquímica etc., exigem esse tipo de aprendizagem. Além da importância atribuída ao desenvolvimento dessas profissões, as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações (PCN, 1998, p. 122).

Apesar da valorização que se observa nos dias atuais do ensino de Geometria, historicamente nem sempre essa valorização apareceu de forma tão explícita. Ao longo dos tempos a Geometria sofreu transformações no que tange à sua importância, algumas mudanças em sua estrutura metodológica e apresentou alterações em seus conteúdos. Essas transformações podem ser percebidas através de uma análise de como se deu o desenvolvimento da Geometria.

Pavanello (1989, Cap. II) faz um estudo sobre o desenvolvimento da Geometria e através desse estudo é possível verificar que os primeiros indícios de utilização de conhecimentos geométricos, apareceram a partir do período em que as comunidades deixaram sua vida nômade e passaram a trabalhar com a terra, isto é, passaram a cultivá-la e ter uma outra forma de vida. Esse tipo de conhecimento empírico, utilizado principalmente no setor da agricultura, rapidamente se expandiu e passou a ser responsável por prover alimentos para uma população numerosa, conseqüentemente fazendo com que os conhecimentos geométricos se tornassem cada vez mais necessários às comunidades. Apesar de necessários percebe-se que somente uma parcela das pessoas realmente tinha acesso a esses conhecimentos, estabelecendo com isso, de certa forma, uma maneira de exercer o poder de certos grupos sobre as classes minoritárias.

Posteriormente, por volta do século VI a.C, uma nova metodologia passou a ser utilizada no estudo da Geometria. Os Gregos ganharam espaço e passaram a desenvolver uma Geometria desprendida do sentido prático, estando mais relacionada com a racionalidade. Foi durante esse período de predominância grega que surgiu Euclides, um dos mais importantes matemáticos da história, com os seus famosos Elementos, que ditaram a forma do conhecimento geométrico por vários séculos. Os Elementos de Euclides expõem a geometria como um corpo de conhecimento organizado sob a forma de um sistema dedutivo. Sua intenção é que cada afirmação se apresente como conseqüência de afirmações previamente estabelecidas, que, por sua vez, derivam de outras, e assim sucessivamente. Todas as afirmações decorrem, porém, de algumas premissas básicas admitidas como verdadeiras. Dessas derivam as demais afirmações –teoremas-“ (PAVANELLO, 1989, Cap. II, p. 35).

Por volta do século XVIII, como o quinto postulado de Euclides não apresentava a mesma concisão, facilidade de compreensão e evidência dos demais, Sacchieri resolveu fazer uma investigação sobre o postulado das paralelas, empregando a chamada redução ao absurdo, que consistia em admitir o quinto postulado como independente. Apesar de não ter alcançado seu objetivo, Sacchieri, sem perceber, demonstrou vários teoremas fundamentais de um outro tipo de geometria que não a euclidiana. Outras tentativas foram feitas posteriormente, mas seus autores não souberam interpretar seus resultados.

Foi somente no século XIX, que os matemáticos Gauss, Bolyai e Lobachevsky, trabalhando cada um de forma isolada dos demais, chegaram a compreender a situação: "o quinto postulado é, de fato, independente dos demais, o que significa que podem ser construídos sistemas geométricos nos quais esse postulado é substituível por qualquer outra afirmação que a contraria. Isto significa que existem outros tipos de geometria, diferentes da euclidiana" (PAVANELLO, 1989, p. 47).

Em tempos do MMM (Movimento da Matemática Moderna) tem-se um outro exemplo ainda mais recente e claro das transformações pelas quais a Geometria passou, pois a Geometria foi relegada ao segundo plano, já que o foco principal do Movimento estava voltado para a teoria dos conjuntos, e o estudo da Álgebra era o que prevalecia.

Essa nova orientação para trabalhar a Geometria sob o enfoque das *estruturas* acabou gerando, no Brasil, um grande problema no ensino, pois a grande maioria dos professores, não dominando tal assunto, acabaram por abandonar o ensino de geometria. Nesse período algumas pesquisas e relatos nos mostram que o estudo relacionado à Geometria, quase que de uma forma geral, se concentrava ao final dos livros didáticos e devido a dificuldade apresentada pelos professores, esses tais conteúdos deixaram de ser dados e pouco a pouco foram sendo abandonados, principalmente pela alegação da falta de tempo.

Esse abandono percebido principalmente durante os anos de 1960 a 1990, também se refletia nos cursos de graduação de professores e nos cursos de magistério, pois esses cursos não tinham preocupação e nem um currículo voltado ao ensino de Geometria, fato esse que foi responsável pela geração de inúmeros professores, órfãos dessa formação e conseqüentemente sem a consciência da importância da aprendizagem desse conteúdo. Essa situação foi responsável pela formação de um grupo de professores que apresentava uma enorme dificuldade em abordar os conhecimentos geométricos deixando uma herança percebida ainda nos dias atuais. A Lei 5692/71, Lei de Diretrizes e Bases do Ensino do 1º e 2º graus, de certa forma, facilitava-se este procedimento, ao permitir que cada professor adotasse seu próprio programa "*de acordo com as necessidades da clientela*" (PAVANELLO, 1989, p. 165).

A falta de contato nos cursos de formação com metodologias que facilitassem a aprendizagem da Geometria e a abertura que a Lei 5692/71 deu contribuíram para esse abandono.

Essas transformações que descrevemos pelas quais a Geometria passou ao longo de sua história, a nossa inquietação com o abandono da mesma no âmbito escolar, durante um determinado período, e a nossa formação de Engenheiro Industrial Mecânico junto com a experiência de ter trabalhado nas linhas de produção de tratores que nos mostrou que os conhecimentos geométricos são imprescindíveis no campo da Engenharia, nos conduziram a realizar um estudo histórico desse importante ramo da Matemática. Acreditamos ser esse estudo importante tanto para a historiografia como para a formação dos futuros matemáticos, pois quando passamos a entender as transformações e as rejeições pelas quais as disciplinas passam nos períodos de reforma, nos tornamos aptos a entender melhor as razões das mudanças educacionais e quase de forma geral, passamos a ser colaboradores para que um movimento de reforma realmente se efetive.

A preocupação com a pesquisa histórica sobre o ensino de Geometria conduziu-nos a elaborar as seguintes questões norteadoras do trabalho: Como ocorreu o processo de constituição da Geometria como disciplina escolar no Brasil? De que modo a Geometria, enquanto disciplina escolar, transformou-se em conteúdo de ensino da disciplina Matemática no Brasil?

Essas duas questões iniciais que nortearam o trabalho e o nosso caminhar para descrever como essas disciplinas escolares se constituíram, nos remeteram a investigar uma terceira questão, que está intimamente ligada as duas primeiras, pois na constituição das disciplinas escolares é necessário investigar as influências que os meios políticos, sociais, econômicos e organizacionais têm durante a constituição de uma disciplina escolar ou simplesmente na execução de uma reforma educacional.

Uma outra questão que abordamos em nosso trabalho foi a verificação do fenômeno da "vulgata" descrito por Chervel, nesses dois momentos, isto é, no período em que a Geometria se constituiu em disciplina escolar e no período em que a Geometria passou a ser conteúdo da disciplina Matemática.

O nosso estudo histórico num primeiro momento teve como preocupação descrever a trajetória do ensino de Geometria no Brasil, desde os seus primeiros passos no início do século XVII, quando seu uso ainda tinha objetivos estritamente militares, até ao ponto em que a mesma se estabeleceu como uma disciplina escolar autônoma, nas primeiras décadas do século XX.

Num segundo momento do nosso trabalho abordamos os ideais do Movimento Internacional (IMUK), que propôs que o ensino da disciplina Geometria, que era feito de forma isolada, isto é, um ensino que separava Álgebra, Aritmética e Geometria e considerava cada uma delas como disciplinas autônomas, pudesse vir a se fundir em uma única disciplina denominada Matemática, objetivando com isso uma maior integração entre esses três ramos da Matemática.

Na terceira parte do nosso trabalho abordamos o papel do importante educador brasileiro Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, que foi o responsável pela apropriação das idéias do Movimento Internacional, implementando-as no sistema educacional brasileiro, primeiramente no Colégio Pedro II, localizado no Rio de Janeiro, até então a Capital Federal, e posteriormente, em todo território nacional, por meio da Reforma Francisco Campos.

No quarto Capítulo do nosso trabalho, fizemos uma investigação sobre as propostas para o ensino de Matemática, advindas da reforma Francisco Campos, para isso, privilegiamos os livros didáticos da época como fonte de pesquisa. Foi principalmente através da análise dos livros didáticos que procuramos mostrar como a constituição dessa nova disciplina escolar denominada Matemática se estabeleceu. Sobretudo, como a Geometria passou a figurar não mais como uma disciplina autônoma e sim, como conteúdo de ensino da Matemática.

Finalizando nosso estudo, tecemos considerações acerca da vulgata que se estabeleceu a partir do manual inovador de Euclides Roxo e das referências contidas na Reforma Francisco Campos. Concluímos pelo abandono realizado pelos autores dessa vulgata, do elemento mais importante contido no ideário da modernização: a fusão dos conteúdos da Geometria com a Álgebra e Aritmética.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Face ao nosso tema de pesquisa, nosso estudo baseou-se nos conceitos e idéias defendidos por André Chervel, pesquisador do *Service d'Histoire de l'Education – Institut National de Recherche Pédagogique (INRP)*, Paris, sobretudo no texto "História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa".

A nossa intenção ao pesquisar a história das disciplinas escolares, é mostrar a importância que esse trabalho tem nos debates pedagógicos atuais e do futuro.

A noção do termo disciplina escolar, ao longo dos anos, teve diferentes sentidos. Até o final do século XIX o termo "disciplina escolar" era tido como um modo de disciplinar os espíritos, sobre essa definição Chervel afirma:

> No seu uso escolar, o termo “disciplina” e a expressão “disciplina escolar” não designam, até o fim do século XIX mais do que a vigilância dos estabelecimentos, a repressão das condutas prejudiciais à sua boa ordem e aquela parte da educação dos alunos que contribui para isso. (CHERVEL, 1990, p. 178).

Uma segunda noção dada para o termo disciplina escolar muito aceita, até o final do século XX, dizia que esse termo servia de uma espécie de ginástica intelectual, na qual se procurava desenvolver no aluno a capacidade de entender o julgamento, a razão, a faculdade de combinação e de invenção.

Para esse segundo sentido a disciplina não passava de uma “vulgarização” do meio científico para o público mais jovem e a função da pedagogia estava em arranjar métodos que tornassem possível a assimilação da ciência de referência.

> Estima-se ordinariamente, de fato, que os conteúdos de ensino são impostos como tais à escola pela sociedade que a rodeia e pela cultura na qual ela se banha. Na opinião comum, a escola ensina as ciências, as quais fizeram suas comprovações em outro local. (CHERVEL, 1990, p. 180).

> (...) todos os desvios entre umas e outros são então atribuídos à necessidade de simplificar, na verdade vulgarizar, para um público jovem, os conhecimentos que não se lhe podem apresentar na sua pureza e integridade. A tarefa dos pedagogos, supõe-se, consiste em arranjar os métodos de modo que eles permitam que os alunos assimilem o mais rápido e o melhor possível a maior porção possível da ciência de referência. (CHERVEL, 1990, p. 181).

Esse sentido atribuído a pedagogia ainda pode ser observado em muitas instituições de cursos superiores. Chervel salienta que os conteúdos são transmitidos diretamente sem grande influência do ambiente escolar.

> O que caracteriza o ensino de nível superior, é que ele transmite diretamente o saber. O mestre ignora aqui a necessidade de adaptar a seu público os conteúdos de acesso difícil, e de modificar esses conteúdos em função das variações de seu público: nessa relação pedagógica, o conteúdo é uma invariante.

> E tudo que se solicita ao aluno é “estudar” esta matéria para dominá-la e assimilá-la: é um estudante. Alcançada a idade adulta, ele não reivindica didática particular à sua idade. (CHERVEL, 1990, p. 185).

Na realidade Chervel contesta esse sentido dado ao termo disciplina escolar e nos aponta o sentido que vem sendo adotado nos últimos sessenta anos, no qual considera que na realidade “os conteúdos de ensino são concebidos como entidade sui generis, próprios da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda a realidade cultural exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever a nada além delas mesmas, quer dizer à sua própria história” (CHERVEL, 1990, p.180).

Ele utiliza um exemplo do ocorrido na ”teoria” gramatical, para nos representar o real sentido do termo disciplina escolar, o qual usaremos para o nosso trabalho:

> Ela mostra, primeiro, que contrariamente ao que se teria podido acreditar, a “teoria” gramatical ensinada na escola não é a expressão das ciências ditas, ou presumidas “de referência, mas que ela foi historicamente criada pela própria escola, na escola e para a escola. O que já bastaria para distingui-la de uma vulgarização (CHERVEL, 1990, p. 181).

Para o sentido que utilizaremos, Chervel destaca o real papel da pedagogia:

> Excluir a pedagogia dos estudos dos conteúdos, é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos. A pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse mecanismo; (CHERVEL, 1990, p.182).

Desta forma a pedagogia não deve ser encarada simplesmente como a prática de metodologias, mas sim como um espaço onde a pedagogia tem autonomia de criação na constituição da disciplina escolar. Chervel descreve esse processo da disciplina escolar como sendo tributária, ou seja, a escola pega emprestado das ciências tudo que acredita ser relevante e a pedagogia solicita tudo o que é parte integrante dos processos de aquisição, separando as idéias das práticas reais.

A partir do momento em que se considera a verdadeira importância da pedagogia e que a mesma não é mais vista como uma vulgarização, pesquisar a constituição e o funcionamento de uma disciplina escolar conduz o pesquisador a investigar alguns pontos.

O primeiro é verificar como a escola age para produzir o que realmente é ensinado no seu âmbito? O segundo refere-se a investigar para que serve o que ela ensina? Por que ela faz essas escolhas? Em que medida essas escolhas têm a ver com as expectativas dos pais e dos órgãos públicos? E o terceiro é investigar seu funcionamento e verificar de que maneira elas realizam sobre o espírito dos alunos a formação desejada.

Chervel destaca que esse tipo de investigação torna-se importante para a história da educação, bem como para a história cultural.

Como destaca Chervel, questões sócio-políticas também são importantes na investigação da constituição de uma disciplina escolar, pois elas, quase sempre, são as primeiras a exercerem influência na elaboração dos programas de ensino de uma disciplina, porém como elas nem sempre são seguidas "a risca" pelos ambientes escolares, já que as mesmas nem sempre condizem com as reais necessidades da escola, é importante investigar as questões escolares que acabam por definir o que realmente é ensinado. Diante dessa relação existente, entre o setor público e a escola, é importante entender a distinção entre elas. A respeito desse assunto, Chervel salienta:

> A distinção entre finalidades reais e finalidades de objetivo é uma necessidade imperiosa para o historiador das disciplinas. Ele deve aprender a distingui-las, mesmo que os textos oficiais tenham tendência a misturar umas e outras. Deve sobretudo tomar consciência de que uma estipulação oficial, num decreto ou

> numa circular, visa mais freqüentemente, mesmo se ela expressa em termos positivos, corrigir um estado de coisas, modificar ou suprimir certas práticas, do que sancionar oficialmente uma realidade., (CHERVEL, 1990, p. 190).

> A realidade de nossos sistemas educacionais não coloca os docentes, a não ser excepcionalmente, em contato direto com o problema das relações entre finalidades e ensinos. A função maior da "formação dos mestres" é a de lhes entregar as disciplinas inteiramente elaboradas, perfeitamente acabadas, as quais funcionarão sem incidentes e sem surpresas por menos que eles respeitem o seu "modo de usar". (CHERVEL, 1990, p. 191).

Sobre as finalidades do ensino escolar, Chervel conceitua as finalidades objetivas como sendo aquelas propostas pelos órgãos que regem o sistema escolar, e as finalidades reais, como sendo aquelas que se fazem presente no contexto escolar sendo definidas de acordo com a necessidade de quem as usa. É importante salientar que durante o processo de investigação de uma disciplina escolar ambas são importantes

> O estudo das finalidades não pode pois, de forma alguma, abstrair os ensinos reais. Deve ser conduzido simultaneamente sobre os dois planos, e utilizar uma dupla documentação, a dos objetivos fixados e a da realidade pedagógica. (CHERVEL, 1990, p.191).

Como se pode ver na realidade as finalidades objetivas estão mais ligadas às leis que na grande maioria das vezes representam reformas do ensino. Nelas os conteúdos das disciplinas escolares, quase sempre são estipulados sem a realização de um intercâmbio com a realidade escolar, contudo a comunidade escolar, mesmo sem ser chamada, muitas vezes acaba sendo responsável por determinar uma pedagogia que possa levá-la a alcançar seus verdadeiros objetivos, expelindo os conteúdos que não lhe sejam úteis.

Reconhecer as diferenças entre finalidades objetivas e finalidades reais, rompe com a visão de que a escola é direcionada por políticas educacionais e orientações pedagógicas, e que ela ensina matérias que não são de natureza problemática.

Outro ponto importante para se investigar na história das disciplinas escolares, aos quais Chervel destaca como um dos primeiros na ordem cronológica, são os manuais de conteúdo de conhecimentos e também a exposição pelo professor. Como a exposição pelo professor, quando se trata de disciplinas de tempos passados, torna-se mais difícil, os manuais de conhecimentos tornam-se imprescindíveis nesse processo.

Quando analisamos esses manuais não podemos deixar de observar o fenômeno "vulgata" descrito por Chervel. Esse termo considera que o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. "Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações próximas" (CHERVEL, 1990, p. 203).

É importante salientar que para analisar esse fenômeno não se deve pegar uma amostra aleatória de um manual de conhecimento, pois pode se ter uma amostra frágil, isto é, pode se ter uma idéia errada da disciplina escolar do momento. É importante observar em qual contexto o manual estudado está inserido.

Vale ainda lembrar que nos momentos de mudança ou reforma uma nova vulgata toma o lugar da precedente, gerando uma instabilidade no que havia sendo praticado e provocando uma certa crise. "O antigo sistema ainda contínua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros se destaca do conjunto, fixa os "novos métodos", ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata" (CHERVEL, 1990, p.204).

Além da importância da análise dos conteúdos de ensino Chervel chama a atenção para a análise dos *"exercícios".* Segundo Chervel a inversão momentânea dos papeis entre o professor e o aluno constitui o elemento fundamental desse interminável diálogo de gerações que se opera no interior da escola. Sem o exercício e seu controle, não há fixação possível de uma disciplina. O sucesso das disciplinas depende fundamentalmente da qualidade dos exercícios aos quais elas podem se prestar. (CHERVEL, 1990, p.204).

Vale ressaltar que o exercício ao qual ele relata a importância, é o chamado exercício "ativo" e não o exercício "passivo", o qual o aluno tem o papel apenas de tomar nota como é o caso do ditado.

Outro ponto importante de se investigar, relacionado aos conteúdos e aos exercícios, que nos dará um panorama da disciplina escolar são as práticas de motivação e da incitação ao estudo, pois quanto mais o aluno se identificar com o que lhe é proposto, mais fácil será sua aceitação.

> Os pedagogos sabem desde há séculos que a criança aprende tanto melhor a ler quanto mais ela tem o desejo de aprender. Rousseau já o havia dito. Eis as recomendações que L.C. Michel faz às mães e aos jovens mestres: "Antes de ensinar a ler e de mostrar as letras a uma criança, é bom falar-lhe disto vários dias antes e inspirar-lhe um vivo desejo de começar o estudo da leitura. A criança que experimenta esse desejo virá com prazer às lições, escuta-las-á com atenção e avidez, e fará progressos muito mais rápidos do que uma criança menos bem preparada (...) É importante, nas primeiras lições sobretudo, que o pequeno as termine com o pensamento de que ele teve êxito, que está contente com ele, e que sinta que já aprendeu qualquer coisa que não sabia". (CHERVEL, 1990, p. 205).

Um último ponto que Chervel chama a atenção para a caracterização de uma disciplina escolar é o chamado aparelho docimológico[1], o qual representa estudar os critérios de avaliação pelos quais os alunos são submetidos, seja do ponto de vista lógico, metodológico ou tecnológico e verificar o papel que esses exames exercem na constituição de uma disciplina escolar. Muitas vezes o aparelho docimológico é considerado, por alguns educadores, como sendo responsável pela forma que se ensina na escola uma disciplina escolar, pois o aparelho docimológico mostra que tipo de conhecimento é exigido nos exames preparatórios para ingresso nos cursos superiores, por exemplo, e essas exigências, quase que de uma geral, modelam e direcionam o estudo secundário.

Ao se analisar o aparelho docimológico podemos, de certa forma, verificar o que realmente era ensinado e o que possivelmente era aprendido, possibilitando, com isso, verificar a verdadeira aculturação escolar do aluno.

Ao estudarmos o comportamento de uma disciplina escolar, Chervel destaca que o processo de consolidação de uma disciplina escolar leva tempo e que o resultado nem sempre é o esperado.

> A instauração das disciplinas ou das reformas disciplinares é uma operação de longa duração. O sucesso ou fracasso de um procedimento didático não se manifesta a não ser ao término da escolaridade do aluno. A reforma do ensino secundário de 1902, ainda que vivamente contestada desde o início pelos partidários do latim, desembocou na "crise do francês" apenas em 1908, data a partir da qual se tornou então possível, segundo seus detratores, fazer um balanço, catastrófico, depois de seis anos de experimentação.

[1] Referente à docimologia, em francês docimologie ou estudo científico dos exames em dos concursos. O termo é composto por duas partes de origem grega: a primeira dokimazo, remota ao conceito de "exame" e o segundo logos significa "discurso" ou em sentido moderno "raciocínio científico", portanto se trata de uma "ciência dos exames". É uma disciplina relativamente jovem no campo da ciência pedagógica. Sua origem é atribuída a H. Pieron, por volta dos anos 1960, e existem dois centros de pesquisa e desenvolvimento na Itália: um próximo à Universidade Bologna e outro na Universidade de Roma. O campo de pesquisa é a rede de conceitos que faz frente a: avaliação, medida e verificação; enquanto o propósito da pesquisa docimológica é o de estudar o método com o qual vem expressar o critério de avaliação, seja do ponto de vista lógico, metodológico ou tecnológico (SANTOS cita H. Pieron, Exami e docimologia, 2002, p. 18).

Outra autora que utilizaremos como subsídio teórico-metodológico é Circe Maria Fernandes Bittencourt, através do texto: “Disciplinas Escolares: História e Pesquisa”.

Assim como Chervel, Bittencourt traz a tona, a discussão sobre o conceito da constituição de uma disciplina escolar. A autora descreve que é necessário aproximar a história da educação, com outros campos de pesquisa, como no caso da historiografia, pois a mesma está vinculada aos conceitos antropológicos da sociedade, possibilitando um maior entendimento, sobre o papel de cada instância envolvida na concepção de uma disciplina escolar.

> Tal aproximação resultou, ou tem resultado, em renovação para a história da educação que tem ultrapassado análises limitadas às ações do Estado como principal e, por vezes, agente exclusivo das transformações educacionais (BITTENCOURT, 2003, p.13).

A autora aponta a importância desse campo de pesquisa, para o entendimento do funcionamento de uma disciplina escolar:

> Esta linha de pesquisa tem contribuído para o desenvolvimento de análises educacionais visando situar o conjunto de agentes constituintes do saber escolar, especialmente professores, alunos e comunidade escolar e, nesse processo, as disciplinas escolares passaram a ser incluídas como um dos objetos importantes das investigações sobre as práticas escolares (BITTENCOURT, 2003, p.13).

> (...) houve um crescimento de pesquisas sobre a disciplina escolar que, entre outros problemas, possuíam em comum a preocupação em identificar a gênese e os diferentes momentos históricos em que se constituem os saberes escolares, visando perceber a sua dinâmica, as continuidades e descontinuidades no processo de escolarização (BITTENCOURT, 2003, p.15).

Bittencourt aponta divergências presentes nas pesquisas, sobre concepções de disciplina escolar. Uma concepção bastante abordada e ao mesmo tempo questionada, diz respeito à concepção da “transposição didática”, Chevallard seu idealizador, acredita que o saber erudito proveniente do saber científico é transmitido para a escola, sem maiores preocupações com o meio, isto é, o conhecimento é pensado sem se pensar nas influências das práticas no interior das escolas, Bittencourt descreve que:

> Chevallard parte do princípio de que a escola é parte de um sistema no qual o conhecimento se insere pela mediação da noosphère, uma esfera de agentes sociais externos – inspetores, autores de livros didáticos, técnicos educacionais, famílias – que garante o fluxo dos saberes (BITTENCOURT, 2003, p. 24).

Bittencourt, cita Chervel e Jean-louis Martinand como pesquisadores críticos da concepção de disciplina escolar como transposição didática:

> Martinand, que trabalha com a didática da física, assinalou a importância de se analisarem práticas sociais de referência para não reduzir o conhecimento escolar a apenas relações de transposição de um saber científico para o saber ensinado e propõe "'*colocar em relação os fins e os conteúdos pedagógicos, em particular as atividades didáticas, com as situações, as tarefas e as qualificações de uma determinada prática escolar"*. E, para esse autor esta referência comparativa, entre o conhecimento científico e a prática escolar, visa, sobretudo, analisar os saberes por intermédio de seus objetivos específicos (BITTENCOURT, 2003, p.25).

> Em suas argumentações a favor da autonomia da disciplina escolar, Chervel concebe a escola como uma instituição que obedece a uma lógica particular e específica e na qual participam vários agentes, tanto internos, com externos, mas que deve ser entendida com lugar de produção de um saber próprio. As disciplinas escolares, nesse contexto, não podem ser entendidas como simplesmente metodologias (BITTENCOURT, 2003, p.26).

Uma das tendências atuais para a compreensão de uma disciplina escolar é estudar os objetivos, os conteúdos explícitos e os conteúdos pedagógicos que estão relacionados aos exercícios e atividades necessárias para a aprendizagem. Os conteúdos explícitos são atualmente, os mais explorados pelos pesquisadores. Uma fonte bastante usada é o livro didático. Bittencourt afirma:

> Os livros didáticos têm se constituído numa das fontes privilegiadas para estudos sobre os conteúdos escolares e pode-se, inclusive, identificar pesquisas que se interligam, realizando uma história das disciplinas e, ao mesmo tempo, a do livro didático (BITTENCOURT, 2003, p. 32).

> Os livros escolares, por outro lado, oferecem condições de uma análise dos conteúdos pedagógicos por intermédio das atividades e exercícios propostos e, dessa forma, continuam sendo uma das fontes privilegiadas para a história da disciplina (BITTENCOURT, 2003, p. 34).

Apesar da importância do livro didático, Bittencourt cita TIANA FERRER sobre a cautela que devemos ter sobre as limitações do livro didático:

> (...) a utilização dos livros didáticos como fonte para a história da educação, do currículo ou disciplinas escolares deve ser cautelosa, dada suas limitações e suas múltiplas facetas. Com um pouco de sorte, conseguimos dispor de relações mais ou menos completas dos livros publicados em uma época concreta e para determinada matéria. Mais raramente podemos determinar em quais instituições educativas foram adotados realmente e é ainda mais difícil saber com exatidão como foi utilizado nas aulas pelos professores (BITTENCOURT, 2003, p. 35).

Um terceiro autor importante que lançaremos mãos como subsídio teórico-metodológico é Roger Chartier. Em especial, o significado que o autor dá para o termo “apropriação” no texto “O Mundo como Representação”.

Segundo Chartier o historiador atual ao investigar algumas mudanças que são produzidas em determinadas sociedades não deve pensar que o que acontece num determinado local é uma prática de uma hierarquia sobre um grupo de pessoas. Os indivíduos receptores têm uma participação no que é aplicado e, portanto não devem estar ausentes da investigação.

> Daí as tentativas para decifrar de outro modo as sociedades, penetrando na meadas das relações e das tensões que a constituem a partir de um ponto de entrada particular (um acontecimento, importante ou obscuro, um relato de vida, uma rede de práticas específicas) e considerando não haver prática ou estrutura

> que não seja produzida pelas representações contraditórias e em confronto, pelas quais os indivíduos e os grupos dão sentido ao mundo que é o deles (CHARTIER, 1991, p. 177).

Chartier alerta que não é fácil esse novo papel do historiador, no entanto seria um erro acreditar que uma prática cultural pode ser instituída em outra sociedade sem a interferência do meio social receptor.

Na visão de Chartier o conceito de "apropriação", o qual faremos uso na nossa pesquisa, relaciona a história social do uso e da interpretação que fazem as pessoas que estão recebendo uma idéia, seja através da leitura seja através de outro meio.

> Assim, voltar a atenção para as condições e os processos que, muito concretamente, sustentam as operações de produção do sentido (na relação leitura, mas em tantos outros também) é reconhecer, contra a antiga história intelectual, que nem as inteligências nem as idéias são desencarnadas, e, contra os pensamentos do universal, que as categorias dadas como invariantes, sejam elas filosóficas ou fenomenológicas, devem ser construídas na descontinuidade da trajetória histórica (CHARTIER, 1991, p. 180).

Chartier destaca o papel que os textos têm, sejam diferentes ou iguais, e também as diferentes interpretações dadas pelas pessoas de uma mesma comunidade ou mesmo de outro meio social.

> O essencial é, portanto, compreender como os mesmos textos – sob formas impressas possivelmente diferentes – podem ser diversamente aprendidos, manipulados, compreendidos.
>
> A leitura não é somente uma operação abstrata de intelecção: é por em jogo o corpo, é inscrição num espaço, relação consigo ou com o outro. Por isso devem ser reconstruídas as maneiras de ler próprias a cada comunidade de leitores, a cada uma dessas "interpretative communities" de que fala Stanley Fish (CHARTIER, 1991, p. 181).

Um outro ponto importante destacado por Chartier em relação à apropriação que fazemos dos textos, diz respeito aos diferentes usos e os desvios produzidos por meio das diferentes interpretações. Esses desvios e interpretações diferentes muitas vezes são causadores de “disputas” e “brigas” como podemos verificar constantemente em questões Judiciais.

> Por um lado, a transformação das formas através das quais um texto é proposto autoriza recepções inéditas, logo cria novos públicos e novos usos. Por outro, a partilha dos mesmos bens culturais pelos diferentes grupos que compõem uma sociedade suscita a busca de novas distinções, capazes de marcar os desvios mantidos (CHARTIER, 1991, p. 186 e 187).

Vai ser levando em consideração que a apropriação depende da interpretação e da base cultural de quem as recebe e também que os desvios são produzidos pelas diferenças culturais, que utilizaremos o conceito de apropriação.

CAPÍTULO 2

AS ORIGENS DO ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL E SUA TRANSFORMAÇÃO EM UMA DISCIPLINA ESCOLAR

2.1- As primeiras práticas pedagógicas do ensino de Geometria no Brasil

O estudo da geometria durante muito tempo foi considerado como responsável por conduzir o indivíduo aos hábitos de raciocínio e ao refinamento da inteligência. No Brasil, ainda nos dias atuais, temos percebido uma certa dificuldade de alguns professores em abordar esse ramo de conhecimento da Matemática, pois algumas reformas, principalmente a reforma advinda do Movimento da Matemática Moderna, fizeram com que esse estudo fosse posto em segundo plano, gerando um grupo de professores e conseqüentemente de alunos que apresentam pouco conhecimento e enormes dificuldades em abordar questões que envolvam conhecimentos geométricos.

É acreditando na importância que o estudo da Geometria tem para as atuais e futuras gerações, que realizaremos uma pesquisa histórica sobre o ensino de Geometria no Brasil, afim de que a mesma possa ser entendida como um conteúdo imprescindível para a formação do indivíduo.

Inicialmente procuraremos mostrar como a Geometria passou do uso militar, específico de uma determinada profissão, para uma disciplina de estudo geral.

Para descrever a existência das primeiras práticas pedagógicas utilizadas para o ensino de Geometria no Brasil e também os primeiros livros didáticos usados para essa finalidade, vamos nos reportar à pesquisa realizada pelo profº Wagner Rodrigues Valente nos arquivos das escolas francesas e brasileiras, cujo resultado se consubstanciou no livro: "Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)".

A obra constituirá nossa referência, embora procuraremos focar especificamente os conteúdos de Geometria.

Por cerca de duzentos anos, desde a chegada dos portugueses ao Brasil, o ensino foi dominado pelos jesuítas. Valente, em sua pesquisa, encontrou no *Auto Inventário e Avaliação dos Livros Achados no Colégio dos Jesuítas do Rio de Janeiro e Seqüestrados em 1775*, alguns livros de Clavio. Clavio era jesuíta e nasceu em Bamberg, Alemanha, em 1537. Era matemático e astrônomo, escreveu livros de Aritmética, Álgebra, Geometria e Astronomia. Além das obras de Clavio existiram outras obras como as de Kircher e Boscovich, autores cujas obras abordavam o ensino da Matemática. Apesar desse acervo, principalmente as obras de Clavio, o ensino de Matemática não recebeu por parte da grande maioria dos jesuítas, no Brasil e em toda Europa, um lugar de destaque; primeiro pela falta de professores gabaritados para lecionar tal disciplina e, segundo, porque a grande maioria dos jesuítas não reconhecia a Matemática como algo importante para a formação do homem:

> O estudo das ciências especulativas como a geometria, a astronomia e a física é um divertimento vão. Todos esses conhecimentos estéreis e infrutíferos são inúteis por eles mesmos. Os homens não nascem para medir linhas, para examinar a relação entre ângulos e para empregar todo seu tempo em considerar os diversos movimentos da matéria. Seu espírito é muito grande, a vida muito

> curta, seu tempo muito precioso para se ocupar de tão pequenas coisas; (...) [DAINVILLE apud VALENTE, 1999, p. 35].

Seria válido, então, atribuirmos o "status" de precursores do ensino de Matemática no Brasil aos jesuítas? Tudo indica que não. Então, a quem caberia tal façanha?

O ensino de Geometria em sua origem no Brasil fica atrelado às necessidades da guerra. Platão afirmava que a Geometria utilizada no desenvolvimento de armas e das fortificações nada tinha a ver com a Matemática, ficando assim dividida a Geometria em duas partes: Geometria prática ligada à mecânica, cujas características eram medir distâncias, altura, profundidades, níveis, área, corpos etc e Geometria especulativa, ligada a Filosofia e baseada em três pontos: Elementos de Euclides, Esféricos de Theodosio, e Cônicos de Apollonio (VALENTE, 1999, p.40).

A Geometria ligada à guerra é a primeira forma de prática pedagógica de que se tem registro no Brasil. Essa Geometria tornara-se muito importante na Europa devido ao grande desenvolvimento que as armas de guerra sofreram a partir do século XIV. Os canhões, que tinham pontaria duvidosa no século XV, rapidamente se transformaram em armas de boa precisão e ,a partir daí, o que se vê é uma grande evolução das armas e das construções, a fim de possibilitar melhores defesas e, conseqüentemente, o predomínio do poder. Devido a essas necessidades de melhores defesas e desenvolvimento no campo militar, foram criadas as Aulas de Artilharia e Fortificação e as matemáticas ganharam espaço nesse novo campo.

Foi a partir desse momento que surgiu uma nova denominação para um profissional do exército, cuja definição passou a ser engenheiro:

> Engenheiro: oficial que serve à guerra para ataques, defesa e fortificação de praças. É um matemático hábil, 'expert' e astuto, que faz o reconhecimento das praças que se quer atacar e que mostra ao general o ponto mais frágil, que

> desenha trincheiras, galerias (...) Ao engenheiro cabe também a invenção de novas bombas (...) [FURETIÈRE apud VALENTE, 1999, p. 41].

A partir da criação desse novo membro do exército, o engenheiro passou a ser disputado pelas grandes potências, cabendo ao mesmo escrever tratados sobre fortificação e de fornecer provas para as propostas.

A Geometria passou a ser objeto principal de conhecimento do engenheiro, e um dos objetivos principais do engenheiro passou a ser a produção de tratados e escritos militares:

> (...) o saber geométrico deveria fundar a prática dos engenheiros: "Somente este saber permite bem orientar um projeto e conduzir a obra a ser feita, no tempo e com os meios disponíveis, e assim evitar despesas excessivas que decorrem freqüentemente por falta de entendimento desta bela ciência que é a Geometria (VÉRIN apud VALENTE, 1999, p.42).

Portugal, nosso colonizador, nos meados do século XVII, enviou especialistas para formar pessoas capacitadas em fortificações militares, a fim de defender suas terras, porém apesar dos esforços e dá criação da Aula de Fortificação, em 1699, tal fato demorou um pouco a se concretizar:

> Em 1699, é criada a *Aula de Fortificações* no Rio de Janeiro. O objetivo era ensinar a desenhar e a fortificar. O número de alunos seria três e deveriam ter, no mínimo, dezoito anos. Tal aula, apesar de instituída em 1699, ainda em 1710 não tinham iniciado porque "nesta data eram reclamados os livros, compassos e instrumentos" (TELLES apud VALENTE, 1999, p. 43).

Foi durante esse período que o ensino de Geometria ganhou força no Brasil, sendo que a partir de 1738, tornou-se obrigatório a todo militar que almejasse ser um oficial, fazer esse curso. Essa preocupação em solidificar as Aulas de Artilharia e Fortificações se deu devido a eminente ameaça de guerra com a Espanha.

Para as Aulas a Corte Portuguesa designou José Fernandes Pinto Alpoim e como não havia nada escrito em português, Alpoim, em 1744, escreveu os dois primeiros livros em português utilizados no Brasil: *O Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros*. Os livros apesar de terem objetivos militares, também atendiam objetivos didático-pedagógicos, no entanto, não tinham nenhum compromisso com o "rigor matemático". Valente nos relata como os livros eram organizados:

> A seqüência didática utilizada pelo autor incluía geralmente três passos: definição, explicação e exemplo numérico. Além disso, como ocorria na época, todo o livro contém pouquíssima notação matemática (VALENTE, 1999, p. 49).

No livro *O Exame dos Artilheiros* o foco principal estava voltado para o ensino de Geometria, porém como o ensino dos rudimentos geométricos e suas aplicações tornar-se-iam impossíveis sem o conhecimento da Aritmética, o livro em seu primeiro capítulo dava prioridade a esse conteúdo, enfocando principalmente o conhecimento das quatro operações fundamentais. Todo o livro era sistematizado no padrão de perguntas e respostas.

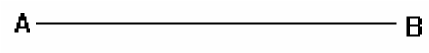
A partir do segundo capítulo, passada a fase inicial de preparação realizada com a Aritmética, iniciava-se o estudo referente à Geometria, o qual, partia das definições básicas de ponto, linha, perpendicular etc e avançava para as construções geométricas, tudo isso objetivando a construção de um nível, da graduação de uma esquadra, de dar o vento às balas e construir um petipé. Sobre esses conhecimentos, Paulo Pardal, fez uma análise crítica da obra de Alpóim e definiu suas importâncias:

> Pôr de nível interessava, por exemplo, "para fazer uma esplanada ou leito em que joga a artilharia". Esquadra era instrumento para graduar a elevação (atirar sob ângulo tal que o projétil descreva determinada parábola contra o alvo) dos tiros, especialmente do canhão. "Dar o vento as balas" consistia em determinar o diâmetro da bala (d) a partir do diâmetro interno da boca do canhão (D), descontando o "vento" (e) ou folga entre a bala e o tubo do canhão: d = D – e, sendo e uma porcentagem de D, conforme fosse a peça de ferro ou de bronze. Para pôr uma peça "de nível" usava-se o instrumento da fig. 28 (ANEXO II). A construção do petipé – ou escala – permitia ao artilheiro "graduar quantos calibres quiser" (PARDAL, Análise crítica, 1987, p. 46).

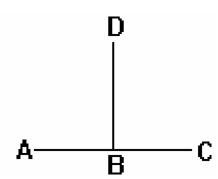
Quanto à análise que fizemos do capítulo referente à Geometria, pudemos observar que o autor se preocupava em caracterizar as noções de ponto, linha, perpendicular, paralelas, ângulo, círculo, triângulo, paralelogramo etc, a fim de apresentar os conhecimentos necessários, como descrito anteriormente, para a construção de um nível, graduação de uma esquadra, dar vento às balas e construir um petipé.

Grande parte dos conceitos abordados no livro de Alpoim, era apresentado por meio do sistema de perguntas e respostas. A maioria deles era abordada de modo prático, isto é, o aluno tinha a oportunidade de aprender tais noções, por meio da construção geométrica. Apresentaremos a seguir um exemplo de alguns passos da metodologia exposta por Alpoim:

> P. 99. Que é ponto?
>
> R. 100. Ponto é o que não tem partes. O ponto se supõe, e considera, como indivisível: Logo não têm partes, em que se possa dividir. Praticamente, é o final, que se põe com o bico de uma pena, ou ponta de um compasso como A.
>
> P. 101. Que é linha?
>
> R. Linha geralmente tomada, é um comprimento sem largura, nem altura, como a linha AB, que sendo extensa de A para B, não tem largura.
>
> P. 103. Que são extremos de uma linha?
>
> R. São pontos, como o ponto A, e o ponto B. **Figura 3ª** (ALPOIM, 1744, p. 36).



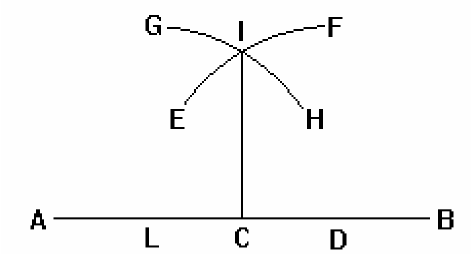
> P. 109. Que é linha perpendicular?
>
> R. Linha perpendicular, é uma linha reta que caindo sobre outra, não inclina, para nenhuma parte, como a linha BD, que cai sobre a linha AC, e não se inclina, nem para C, nem para A. **Figura 5ª.**



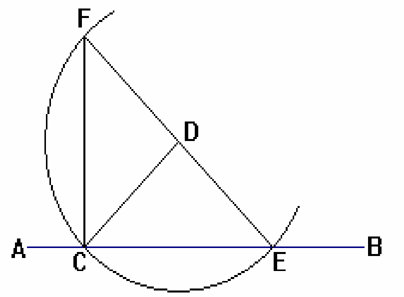
> P. 110. Como se deita uma perpendicular?

R. O deitar de uma perpendicular a uma linha reta tem vários casos, como:

Se o ponto esta na linha, se fará a seguinte operação: seja a linha reta AB, e o ponto nela C, do ponto C, para D, se tomem as distâncias CD, CL, iguais; e pondo o pé do compasso em D, se descreva o arco EF, e com a mesma abertura, se ponha o compasso em L, e descreva o arco GH, que se cruzará com EF em I: logo o ponto I, ao ponto C, se tire a reta IC, que será a perpendicular pedida(...) **Figura 6ª**



Se o ponto, que se dá na linha, estiver mais chegado a um extremo, como C, faremos a seguinte operação: Pondo um pé do compasso em D, e com distância DC, descreveremos o semicírculo ECF, e dos pontos E e D tiraremos a reta EF, que cortará a circunferência em F, logo do ponto F, ao ponto C, tiraremos a reta FC, que será a perpendicular pedida. **Figura 7ª** (ALPOIM, 1744, p. 38).

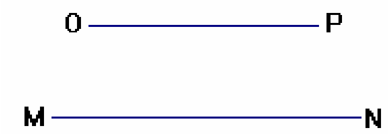


Como se pode notar, o autor explorava essas primeiras noções fazendo uso das construções geométricas. A respeito de retas perpendiculares, o mesmo apresentava formas diferenciadas da sua construção (figuras 8ª, 9ª e 10ª) ANEXO I.

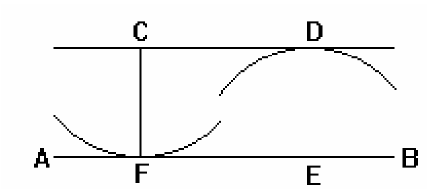
Outros temas explanados mediante a construção geométrica eram as noções de retas paralelas, círculo, semi-círculo, ângulos, divisão de ângulos, triângulos retilíneos, triângulos isósceles etc:

P. 117. Que são linhas paralelas?

R. Paralelas, são linhas, que em todas as suas partes estão distantes igualmente entre si, como as linhas MN, OP, que ainda que se prolongue, jamais se poderão encontrar. **Figura 12ª** (ALPOIM, 1744, p. 40).



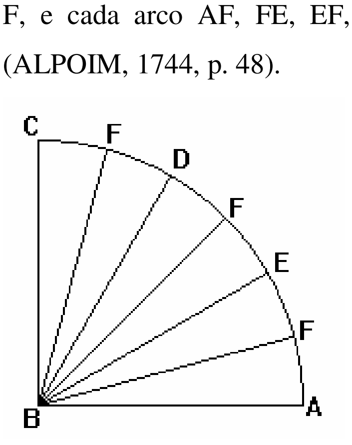
Pelo modo de descrever uma circunferência, se deita uma reta paralela a outra: seja a reta AB, e o ponto por onde se lhe quer deitar a paralela seja C; deste ponto C, como centro, se descreva a porção de circunferência F, de sorte que toque AB: logo passando a ponta do compasso para E, e com a mesma abertura se descreva o arco D, e pelo ponto C, e o mais alto ponto da circunferência D, se tire a reta CD, que será paralela a AB. **Figura 17ª** (ALPOIM, 1744, p. 46).



P. 144. E como se divide um ângulo reto em 90 graus?

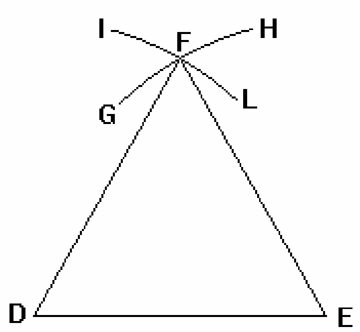
R. Com esta operação: seja o ângulo reto ABC, que se quer dividir em 90 partes iguais, ou graus: Do ponto B, como centro, e a distância BA, se descreva a linha CA, logo o compasso assim aberto se ponha em A, e se note na linha aonde chega, que será D, e dividindo o arco DA, em duas partes iguais em E, temos já o ângulo reto dividido em 3 partes iguais, que são AE, ED, DC, cada uma de 30º, porque a 4ª parte tem 90º.

145. Logo pela operação acima, se dividirão os arcos AE, ED, DC pelo meio em F, e cada arco AF, FE, EF, FD, DF, FC, valerá 15 graus (...) **Figura 22ª** (ALPOIM, 1744, p. 48).



P. 157. Como se faz um triângulo isósceles?

R. Facilmente: seja a reta AB, Sobre a qual queremos fazer o triângulo isósceles, com qualquer abertura de compasso maior, que a metade da reta AB, fazendo centro em A, se descreve o arco GH, e com esta mesma abertura, fazendo centro em B, se descreve o arco EF, que se cortará, com GH, em D, logo do ponto D, aos pontos A, e B, se tirem as retas DA, DB, fica feito o triângulo isósceles. Serve para fazer um nível. **Figura 25ª** (ALPOIM, 1744, p. 52).



Os exemplos descritos reforçam o papel desempenhado pela construção geométrica no livro de Alpoim. Essas noções, como dito foi anteriormente, tinham como objetivo fundamental dar subsídios para que os alunos pudessem desenvolver conhecimentos úteis às práticas de guerra. Exemplos que reforçam esse caráter são as construções do triângulo isósceles (Figura 25ª) associado à construção do nível (figura 28ª, ANEXO III), e a divisão do ângulo reto em partes iguais (Figura 22ª) associado à graduação de uma escala (figura 23ª, ANEXO II).

É importante salientar que as construções geométricas executadas no livro de Alpoim mostram-se importantes ainda nos dias de hoje, conforme se pode observar nas recomendações dos PCN de Matemática:

> O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (PCN, 1998, p. 51).

A terceira parte do livro tratava da artilharia e logo de início já apontava os materiais necessários: “um estojo que contenha cinco agulhas de ferro, um nível, uma esquadra, um calibre, uma régua, um tira-linhas, uma pedra de riscar, um lápis, um furador, uma tesoura etc” (VALENTE, 1999, p. 55). Para encerrar o livro, Alpoim acrescentava perguntas e respostas específicas da artilharia e, como o tratado não abordava o cálculo de áreas e volumes, o autor incluia uma série de casos de cálculo de número de balas de canhão empilhadas segundo diferentes modos, exigindo diferentes cálculos volumétricos.

O segundo livro, *O Exame de Bombeiros,* era composto de dez tratados todos eles envolvendo a Geometria e a Trigonometria. O livro era redigido no formato de perguntas e respostas, porém o conteúdo era mais aprofundado e havia maior preocupação com o rigor. Além disso, nesse tratado Alpoim fazia citações das referências utilizadas para a elaboração de seu compêndio.

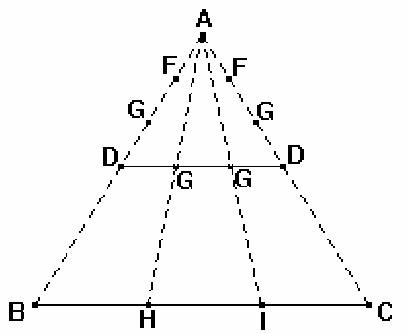
O autor, de forma similar à praticada no Exame de Artilheiros, iniciava o estudo de Geometria a partir das noções de ponto, reta, perpendicular, ângulos, retas paralelas, circunferência, as perguntas e respostas sendo inclusive as mesmas que apareciam no Exame de Artilheiros. A partir dessas noções iniciais o autor dividia a circunferência em quatros partes iguais e tomava o 1º quadrante para fazer divisões relacionando essa figura dividida com a construção e a utilização da escala. Apesar desse procedimento já ter sido executado no livro Exame de Artilheiros, nesse novo compêndio o autor apresentava, em um dos apêndices, uma foto real de uma escala no capítulo de Geometria (ANEXO IV).

Logo após essa parte inicial o autor ensinava o procedimento para a construção de diferentes triângulos, a partir de seus lados e também a construção do triângulo retângulo, além de mostrar a relação a partir do teorema de Pitágoras.

Dando continuidade aos estudos geométricos, o autor ensina a dividir o segmento em 3, 4, 5 ou mais partes iguais e, posteriormente, associa esse procedimento com a construção do petipé e a utilização do mesmo nos procedimentos de guerra:

Se o comprimento de uma linha reta, como BC, Que queremos dividir em três partes iguais, sobre ela faremos um triângulo eqüilátero ABC; e do ponto A, tomaremos, a vontade, com um compasso, a três partes iguais AF, FG, GD, sobre os lados AB, AC, e do ponto D, ao ponto D, tiraremos a reta DD, e nela poremos as mesmas três partes DG, GG, GD: logo do ponto A, pelos ponto G, e G, da reta DD, tiraremos as retas AGH, AGI, que dividirão a reta dada BC, em três partes iguais BH, HI, IC: se for em 4, 5, ou mais partes, tomaremos sobre a reta AB, as mesmas partes iguais, fazendo as mesmas operações acima (EUCL. Prop. 2.6. citado por ALPOIM, 1748, p. 16).

Fig. 19



P. O que faz o Petipé dos Bombeiros?

R. Petipé simplesmente não é outra coisa mais, que uma linha reta, dividida em certo número de partes iguais, que significa braças, varas, palmos etc (ALPOIM, 1748, p. 16).

Serve para calcularmos os alcances das bombas praticamente; como veremos adiante, quando não fizermos trigonometricamente, cujas operações são, quase igualmente certas (ALPOIM, 1748, p. 17).

Seguindo o processo de construções geométricas do primeiro tratado, o autor apresenta a construção de uma terceira proporcional a duas retas perpendiculares dadas fig. 21 (ANEXO V) e informa que "esta operação serve para buscar a linha potencial dos morteiros, para deitarem mais, ou menos longe as bombas, conforme a capacidade maior, ou menor de carga de pólvora e serve para achar o parâmetro de uma parábola" (ALPOIM, 1748, p. 18).

Aproveitando o surgimento do termo parábola, o autor procura apresentar a noção do que é linha parabólica e faz sua construção usando a idéia da terceira proporcional (fig. 22, ANEXO V) vista anteriormente e ainda apresenta um exemplo prático da utilidade desse conhecimento:

> P. O que é linha parabólica?
> R. Ainda que a parabólica se gera da secção de um cone, paralela a um de seus lados; com tudo; como não é fácil aos bombeiros de a perceberem, me valho da idéia de Belidor. Novo Curc. de Math. Liv. das Secc. Conic. Cap. I fol 183. (ALPOIM, 1748, p. 18).
> P. Como se acha o parâmetro de uma parábola?
> R. Facilmente; porque não há mais que quadrar a metade do alcance da bomba; e este dividido pelo eixo da parábola, o quociente é o parâmetro, que é o mesmo, que buscar uma terceira proporcional as linhas ditas.
> Suponhamos MM a base da parábola de 400 braças, o quadrado da sua metade é 40.000, e o eixo BC, de 150: Logo dividindo 40.000 por 150, dá no quociente $266\frac{2}{3}$, pelo parâmetro CX: isto está demonstrado em Belidor. Trat. Dit. Prop. I (ALPOIM, 1748, p. 19).

Finalizando o primeiro tratado, o autor apresenta a noção de esfera, o cálculo do seu diâmetro e do seu volume e indica que essas noções servem não somente para saber quanta pólvora levam as câmeras côncavas dos morteiros e o côncavo da bomba, mas também para conhecer quantas polegadas cúbicas têm as suas câmeras e os vãos das bombas e, inclusive para saber o próprio peso. “Sabendo o seu sólido também serve para conhecermos o peso de uma bomba, ou granada, como adiante veremos” (ALPOIM, 1748, p. 21).

O tratado II aborda as chamadas Trigonometria retilíneas, a que o autor define como “a parte da Geometria, que ensina o método de achar o valor dos lados, e os ângulos incógnitos de um triângulo retilíneo” (ALPOIM, 1748, p. 25). Nesse tratado, o autor apresenta os casos de existência do triângulo, a soma dos ângulos internos do triângulo e o uso das tábuas logarítmicas. Curiosamente, nesse capítulo ele solicita alguns exercícios para se trabalhar com a tábua de logaritmos, embora ele denomine esses exercícios de exemplos:

> Dado o ângulo de 64º + 37', achar o seu seno logaritmo (ALPOIM, 1748, p. 34).
> Dado o logaritmo 9.99663 achar o ângulo, a que lhe pertence.
> Dado o número natural 119, busque o seu logaritmo (ALPOIM, 1748, p. 35).

Quanto ao cálculo para se descobrir o ângulo interno de um triângulo, o autor só apresenta situações que envolvem cálculos aritméticos, isto é, não utiliza em nenhum momento exemplos algébricos. Nessa fase em que o autor trabalha com o cálculo de medidas desconhecidas do triângulo, ele resolve uma série de exemplos, aos quais se conhece um lado e dois ângulos, se conhece dois lados e o ângulo compreendido entre eles, se conhece os lados e quer calcular os ângulos e mais uma série de exemplos.

Fica claro nesse capítulo (Tratado II) que o autor explora uma série de cálculos que envolvem diferentes tipos de triângulos e também diferentes exemplos, nos quais algumas medidas do triângulo são conhecidas e outras desconhecidas, que se deve descobrir.

O Tratado III é o capítulo que aborda a longemetria, cujo autor define como "a arte, que ensina a medir toda a sorte de distâncias, horizontais, verticais, acessíveis (a que se pode chegar) e inacessíveis (não se pode chegar a algum pántano, rio, ou outro impedimento), por meio de alguma medida conhecida; como vara, passo, palmo, ou outro qualquer, com instrumento, ou sem ele, prática ou trigonometricamente" (ALPOIM, 1748, p. 61).

Ilustraremos um exemplo do cálculo do que ele chama de medida acessível para verificarmos os conhecimentos geométricos utilizados:

Suponhamos o alvo em B, além de um rio, e o queremos bombardear do ponto A, ascessível; porém não sabemos se está dentro do alcance do morteiro.

Tomemos a base AC, de 40 braças (podia ser mais, ou menos; porém as melhores são, as que forem quases iguais as distâncias, que se querem medir), e no ponto C, meteremos uma bandeiróla; e com o semicírculo posto em A (do modo que dissemos) observaremos o ângulo BAC, que supomos de 80º; e logo tirando o instrumento desta estação, viremos com ele ao ponto C; e nele observaremos, pela visual, o ângulo ACB, que será de 35º; e por consequência o ângulo B, será de 65º; e temos, por esta operação, no triângulo ABC, o ângulo A, de 80º, o ângulo C, de 35º; e o lado AC, de 40 braças; e pela trigonometria, resolveremos como esta.

ANALOGIA

S.L. do ângulo B, de 65º..9,95727

L. do lado AC, de 40 braças..1,60206

S.L. do ângulo C, de 35º..9,75859

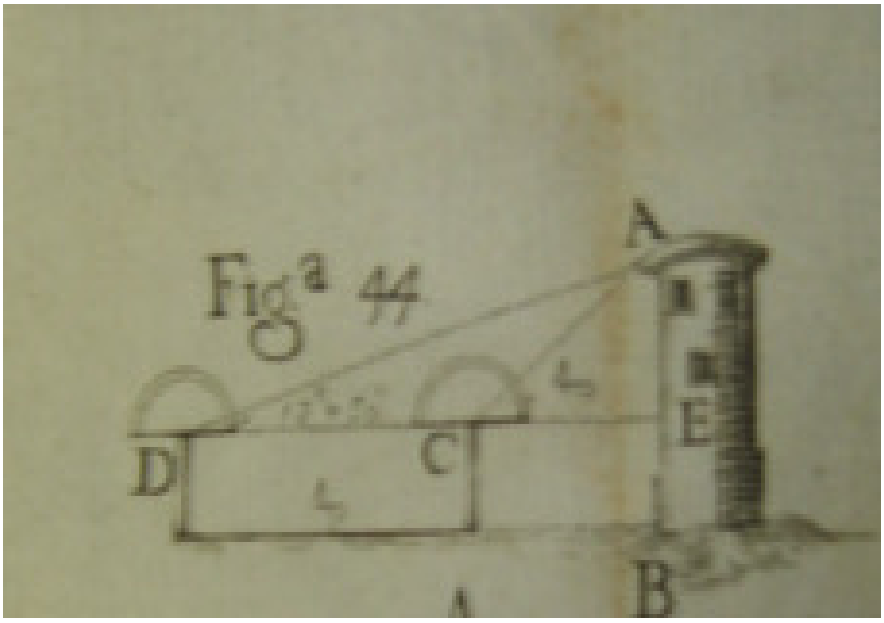
L. do lado AB, que se busca..

Feita a conta, resta o logarítmo 1,40338, a que, “na tábua dos logarítmos, corresponde a 25 braças, e $\frac{1}{2}$, pelo lado AB, que supusemos a largura de um rio acessível, somente em A (ALPOIM, 1748, p. 39).

Outros exemplos de medidas acessíveis e inacessíveis são realizados e pode-se concluir que os conhecimentos adquiridos nos capítulos anteriores são extremamente importantes para a formação dos militares.

No Tratado IV é abordado a Altimetria, que o autor define como “a arte que ensina a medir alturas, como fortificações, torres, casas etc, com instrumento, ou sem ele, acessível, ou inacessível” (ALPOIM, 1748, p. 69). Um exemplo que o autor utiliza para a aplicação da altimetria é quando solicita o cálculo da altura de uma torre:

Medir a altura de uma torre, a que não se pode chegar, sem instrumento (ALPOIM, 1748, p. 71e 72).



Assim como no tratado que abordava a longemetria, no capítulo da altimetria o autor lança mão dos conhecimentos geométricos explorados nos tratados anteriores e determina a altura da torre BA. Diversos exemplos similares ao da torre são executados conforme se pode observar no Anexo VI, e como podemos verificar, os conhecimentos geométricos estão sempre associados a situações práticas pelas quais os alunos poderão se defrontar adiante.

A partir do Tratado V o autor tem a preocupação exclusiva com a construção do morteiro. Os anexos presentes no livro demonstram conhecimentos geométricos, no entanto o autor despende grande parte do tratado para descrever cada componente do morteiro, suas variações dimensionais e variações de formas, além disso, procura apresentar melhores formas de utilização dos morteiros, descrevendo exemplos de como escovar e como carregar de pólvora. Nos Anexos VII e VIII podemos perceber um pouco das variações das formas e tipos de morteiros.

Finalizando o livro Exame de Bombeiros, assim como havia feito no livro Exame de Artilheiros, o autor apresenta dois apêndices com diversos exemplos, primeiro abordando a noção do cálculo de área, que mostra métodos mais fáceis de contar as bombas, e balas nas pilhas e, o segundo, envolve a noção de volume que descreve métodos de formar as pilhas triangulares, ou quadrangulares, dado determinado número de balas.

Pela análise desses dois compêndios concluimos que os livros de Alpoim eram mais preocupados em instruir como proceder dentro das atividades militares do que criar seqüências de princípios, exemplos, generalização, exercícios. No entanto podemos perceber a utilização de conceitos geométricos em sua obra, mesmo que sob o título de geometria prática. O fato importante que podemos observar nessas obras é que a Geometria, objeto de nosso estudo no Brasil, já se fazia presente e necessária desde um longo tempo e, mais do que isso, "esses textos representam a fonte mais remota para investigação das origens da matemática escolar no Brasil". (VALENTE, 1999, p. 60).

Passado esse primeiro momento, em que os livros de Alpoim ditavam o modelo de educação no Brasil, na Europa e, especialmente, na França, surgiram novos autores que se destacaram na produção de manuais técnicos e produção de livros textos (Bélidor, Bézout, Lacroix e Legendre). Não demorou muito tempo para que esses autores chegassem ao Brasil, já que eles eram referência na França e o exercito francês era considerado uma potência militar. A Corte Portuguesa, em 1779, determinou que esses manuais fossem utilizados, já que se viu obrigada a reforçar as tropas devido à iminência de novos combates com os espanhóis. Diante dessa expectativa de novos combates e a necessidade de aprimoramento das forças portuguesas, foram criados dois cursos com propostas diferentes:

O primeiro, criado em 14 de dezembro de 1782, foi o curso da Academia Real dos Guardas Marinha, cuja idade para ingresso era entre 14 anos e 18 anos ou para os filhos de oficiais da marinha ou exército. O curso tinha duração de três anos e seu programa, conforme a Carta da Lei de 1.º de Abril de 1796, era o seguinte:

> 1.º ano: Aritmética, Geometria e trigonometria Reta com seu uso prático mais próprio aos oficiais do mar.
>
> 2.º ano: Princípios de Álgebra até as equações do segundo grau, inclusive, primeiras aplicações dela à Aritmética e Geometria; Seções cônicas e a Mecânica com a sua aplicação imediata ao Aparelho e Manobra.
>
> 3.º ano: Trigonometria Esférica, Navegação Teórica e Prática e seus rudimentos de tática naval. (Seguem demais conteúdos de marinharia) [ALBUQUERQUE apud VALENTE, 1999, p. 91].

Posteriormente, no ano de 1799, a idade para ingresso no curso Academia Real dos Guardas-Marinha, foi reduzida para 12 anos e sobre a vinda dessa Academia para o Brasil, Valente assinala citando Albuquerque:

> Em 1808, dando-se a conhecida transmigração da Corte Portuguesa para o Brasil, veio também para cá a Academia Real dos Guardas-Marinha, embarcada, toda ela – alunos, mestres, oficiais e parte do material escolar – a bordo da Nau Conde D. Henrique. (VALENTE, 1999, p. 92).

Com a chegada dos mestres e dos materiais escolares, vindos de Portugal, os livros de Bézout de Geometria e Álgebra, assim como já acontecia na França, passaram a orientar o curso dos guardas-marinha no Brasil, fazendo com que as obras de Aritmética de Bézout que já estavam sendo utilizadas no contexto escolar brasileiro, antes mesmo da criação desses cursos, ganhassem a companhia dos livros de Álgebra e Geometria.

Outra escola que passou a ter cursos de Matemática no Brasil foi o curso da Academia Real Militar, criado em 1810 pelo futuro Rei D. João VI. Tal curso não se preocupava em formar apenas oficiais de engenharia e de artilharia, mas também geógrafos e topógrafos que pudessem trabalhar em minas, caminhos, portos, canais, pontes, fontes e calçada.

No decorrer dessa formação, os alunos teriam um curso completo de ciências matemáticas e aprenderiam física, química, mineralogia, metalurgia e história natural, além do aprendizado das ciências militares. Os candidatos à Academia deveriam ter idade igual ou superior ab 15 anos (VALENTE, 1999, p. 93).

O programa do curso da Academia Real Militar dado pela Carta Régia era o seguinte:

> O lente do primeiro ano ensinará Aritmética e Álgebra até às equações do terceiro e quarto grau, a Geometria, a trigonometria retilínea, dando também as primeiras noções da Esférica. Como os estudantes não serão admitidos pela junta sem saberem as quatro primeiras operações de Aritmética, o lente ensinará logo a Álgebra, cingindo-se quanto puder ao método de célebre Eulero, nos seus excelentes 'Elementos' da mesma ciência, debaixo de cujos princípios, e da Aritmética e Álgebra de Lacroix, formará o compêndio para o seu curso e depois explicará a excelente Geometria e trigonometria retilínea de Legendre[...] (VALENTE, 1999, p. 94).

Podemos observar que ambos os programas valorizavam o ensino da Geometria, porém as obras utilizadas nesses cursos não eram as mesmas. No curso da Academia Real dos Guardas-Marinha a obra de Bézout regia o curso, enquanto na Academia Real Militar a obra de Legendre tinha a preferência.

A Geometria de Bézout utilizada no curso da Academia Real dos Guardas-Marinha era uma Geometria direcionada para os alunos que ainda nada tinham aprendido de Álgebra, uma Geometria que tinha como pré-requisitos os conhecimentos das quatro operações fundamentais da Aritmética. Valente descreve parte do prefácio, caracterizando a preocupação didática do autor:

> A preocupação didática do autor fica expressa desde o início quando, a certa altura, no Prefácio, pergunta se deve se justificar por não utilizar termos como Axioma, Teorema, Lema, Corolário, Escólio etc. Conclui que isso não é mesmo necessário, pois tais palavras não acrescentariam nada à clareza das demonstrações e, além disso, isso não é apropriado aos iniciantes ao estudo de geometria. Noutros termos, Bézout tem um interesse escolar. Não está preocupado com o rigor matemático. Trata sua geometria na medida das necessidades dos alunos da marinha francesa (VALENTE , 1999, p. 94).

A Geometria de Bézout utilizada nos cursos em questão buscava explorar a intuição dos alunos e regeu o ensino brasileiro durante um longo tempo. Porém com a ascensão de Vilela Barbosa, tanto em Portugal como no Brasil, gradativamente a obra de Geometria de Bézout, foi sendo substituída pela Geometria do brasileiro Vilela Barbosa. Parte da notoriedade da obra de Vilela Barbosa se deu devido ao fato de que o mesmo, durante o período de 1801 a 1821, passou a ser responsável por examinar o curso de Matemática da Academia, e os alunos durante esse período passaram a ser avaliados a partir de seu livro.

Valente nos relata que a obra de Vilela Barbosa em muito se diferencia da obra de Bézout:

> A Geometria de Bézout tem preocupação didática, como menciona seu autor logo de início. É uma geometria que procura simplificar e buscar muito da intuição para ensinar geometria a seus alunos. Barbosa, parece-nos, utiliza todo

> o corpo do trabalho de Bézout e tenta revestir seu texto, que muitas vezes é tradução literal da obra francesa, de um discurso sobre o rigor. Objeta que há necessidade de tornar rigorosa a geometria a ser ensinada, o que Bézout não o faz. Assim, ao longo do texto, procura usar a terminologia repudiada por Bézout a favor da melhor escrita didática, utilizando os termos Axioma, Teorema, Corolário (VALENTE , 1999, p. 99).

Com a substituição dos manuais didáticos de Bézout percebe-se que a Geometria prática, que era referência no ensino brasileiro desde os tempos de Alpoim, perdeu espaço para a chamada Geometria especulativa, isto é, a Geometria mais rigorosa, que abordava os conteúdos de uma forma encadeada, partindo dos teoremas e axiomas até a conclusão de determinado conceito.

Ao analisarmos o livro de Vilela Barbosa é possível observar desde o prólogo, que o mesmo fazia críticas ao ensino da Geometria que estivera sendo praticado até aquele presente momento, pois, segundo seu juízo, a Geometria praticada tinha pouca utilidade para o bem público:

> Não me poupei porém a desvelo, e a trabalho algum, para que as doutrinas fossem expostas com método, e clareza: e quis antes ser algumas vezes miúdo, do que vago nos enunciados dos teoremas, e ligeiro nas demonstrações;
>
> ... embora encontre isto a opinião de muitos, que tendo só por útil das matemáticas, o que pode ter imediata aplicação aos usos mecânicos da vida, julgão para isso mais do que suficientes os enunciados das preposições. Já deste mal se queixava o geômetra português, o padre Manoel de Campos, contra aqueles, que tendo obrigação de instruir, e formar verdadeiros matemáticos, como são os engenheiros, pilotos, e arquitetos, lhes dão somente umas doutrinas superficiais, que não servem mais do que criar ignorantes, e presumidos com pouca utilidade do bem público (BARBOSA, 1860, p. 8).

Antecedendo a apresentação do índice, Barbosa adverte que em sua metodologia serão usados os termos axioma, teorema, problema, corolário, escólio, solução, demonstração, hipótese e construção, cujas definições o autor faz questão de apresentar em seu livro.

Na análise do livro percebemos essa nova metodologia. Ao abordar as noções de reta perpendicular e oblíqua, o autor parte do teorema, recai sobre a demonstração e, a partir daí, fazendo uso do corolário, apresenta uma série de termos como: ângulo reto, ângulo obtuso, ângulo agudo, ângulos suplementares, ângulos complementares. Apesar de advertir que as construções geométricas serão as operações gráficas, em que só se empregará o uso de régua e compasso, notamos que na apresentação das noções citadas à construção geométrica não foi utilizada.

Outras noções, como a de retas paralelas e triângulos, também são abordadas a partir de axioma e teorema, e o corolário é usado para apresentar outros termos (ângulos alternos e internos; triângulo retângulo, obtusângulo e acutângulo; soma dos ângulos internos etc.). Novamente na apresentação dessas noções, não se faz menção à construção geométrica:

> Das Paralelas
>
> 67. Axioma: Se duas retas, que fazem ângulos com uma terceira, prolongadas concorrem; outras duas retas, que fizerem com a mesma, ou com outra terceira, ângulos respectivamente iguais para a mesma banda, semelhantemente concorreram. Com efeito, se os ângulos, fig. 31, CAB, CBA são respectivamente iguais aos ângulos GEF, HFE; e as retas AC, BC concorrem; semelhantemente também concorreram as duas EG, FH (BARBOSA, 1860, p.18).
>
> Dos Triângulos
>
> 82 O menor número de retas, que se pode empregar para fechar espaço, é o de três. Concorrendo duas a duas, formam três ângulos, que estão todos no mesmo plano. Por isso: chama-se Triângulo retilíneo, ou triângulo simplesmente, a figura terminada por três linhas retas.
> 83 Em todo o triângulo a soma de quaisquer dois lados é maior do que o terceiro.

84 Corolário. Logo três retas quaisquer nem sempre formam triângulo.

85 Teorema. A soma dos três ângulos de qualquer triângulo é = 180º

Fica nítido em nossa análise que, em toda a extensão do livro de Barbosa, a metodologia apresentada faz uso do chamado rigor matemático da época, e a Geometria prática desenvolvida por Bézout, que até então se fazia presente na escola brasileira, passou a ter este novo modelo didático-pedagógico.

No outro curso, o da Academia Real Militar, a obra utilizada desde o início era a obra do autor francês Legendre, o que se baseava, grosso modo, no plano da obra de Euclides. Tal linha foi seguida por Legendre basicamente devido ao movimento na Inglaterra que visava retornar às origens euclidianas no modo de tratar a Geometria elementar e também devido ao movimento francês, que visava substituir as obras de Bézout. Mesmo não seguindo à risca o plano de Euclides, percebe-se que a obra de Legendre tem uma preocupação maior com o rigor.

Com o passar dos anos, no curso da Academia Real Militar, a obra de Legendre é substituída pela obra de Lacroix.

"Lacroix, diferentemente de Legendre, não escreve uma geometria inovadora no seio da ciência matemática. Lacroix retoma, de certo modo, a tradição da geometria francesa e escreve seu livro, fazendo um sutil equilíbrio entre rigor e a aceitação de verdades "evidentes" (LAMANDE apud VALENTE, 1999, p. 102).

Ao retomarmos esse período do ensino brasileiro, percebemos que foram os cursos da Academia Real dos Guardas-Marinha e da Academia Real Militar que modelaram as origens do ensino de Matemática, criando programas escolares a serem seguidos e estruturando os conteúdos a ensinar. O curso da Academia Real dos Guardas-Marinha foi se constituindo num curso de nível secundário, enquanto o curso da Academia Real Militar foi se constituindo num curso superior.

Quanto ao curso primário, sabemos que sua organização veio após a constituição do curso superior e a do curso secundário. No ano de 1827, a Lei de 15 de novembro criou as escolas primárias a partir da carta outorgada por D. Pedro I, em 1824, a qual estabelecia, dentre outras coisas a gratuidade do ensino primário.

Desde a tentativa de criação do curso primário já se pensava na importância da aprendizagem da Geometria, com o objetivo de levar o aluno a aprender as primeiras noções, particularmente as que fossem necessárias à medição dos terrenos. Além disso, havia a necessidade de "exercitar o menino em traçar figuras já à mão, já com o compasso e régua". Porém através dos debates na Câmara, chegou-se à conclusão que era inviável a prática da Geometria na escola primária.

> As tentativas de incluir na escolarização fundamental, noções de geometria como outro conteúdo das matemáticas, além das quatro operações fundamentais foram infrutíferas do ponto de vista do que ocorreu de fato no ensino primário do Império. Apesar do texto de lei, o ensino de noções de geometria não se tornou matemática escolar nas primeiras letras. De início, por não haver professores primários habilitados e depois, em razão de não ser um conhecimento escolar solicitado para ingresso em nenhuma instituição de ensino secundário (VALENTE, 1999, p. 113).

Apesar das tentativas de sua introdução no ensino primário, a Geometria na verdade se tornou de suma importância a partir da criação da escola secundária, pois a mesma passou a ser referendada para os cursos superiores que formavam os advogados (Cursos Jurídicos). O artigo 8.º da lei de 11 de agosto de 1827, que estabeleceu a criação das Academias de São Paulo e Olinda Dizia:

> Os estudantes que quiserem matricular nos Cursos Jurídicos devem apresentar as certidões de idade por que mostrem ter a idade de quinze anos completos, e de aprovação da língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia racional e moral e geometria.

Como se pode notar a Geometria era o pré-requisito que mais destoava das exigências para os Cursos Jurídicos, e tal fato gerou controvérsias sobre a sua real importância, porém após os calorosos debates verificados na Câmara, onde a grande maioria era favorável ao emprego da Geometria, chegou-se ao consenso de que a Geometria, entre outras coisas, era responsável por levar o indivíduo a adquirir idéias exatas em Economia Política, desenvolver a razão ainda inexperta do rapaz e fazer raciocinar com exatidão e método etc.

Aliás, a importância da Geometria já havia sido defendida, há muito tempo, pelos gregos, quando se deu a implementação da Geometria racional praticada pelos mesmos:

> O estudo da geometria não tem para os gregos objetivos práticos – embora esses conhecimentos possam ser aplicados quando conveniente, como, por exemplo, na astronomia, na navegação, na guerra. A geometria é vista como uma ciência formativa, seu estudo conduzindo a hábitos de raciocínio e ao refinamento da inteligência. A geometria ocupa um lugar de destaque na Academia de Platão justamente porque este está convencido de que seu estudo fornece o melhor treino para a mente, sendo, pois, essencial para o desenvolvimento dos filósofos e dos governantes de seu Estado ideal. (PAVANELLO, 1989, p. 37).

Pavanello também destaca a importância que a Geometria tinha, ao final do século XVIII, para um pequeno grupo de matemáticos que se dedicava ao estudo das ciências nessa época:

> A maioria não passa, porém, de diletantes com recursos próprios e com tempo disponível para se dedicarem a atividades que lhes possam satisfazer a curiosidade intelectual. E o estudo da geometria parece oferecer suficiente desafio para despertá-la, confirmando, assim, a sua importância para a formação e o desenvolvimento intelectual (PAVANELLO, 1989, p. 43).

Como se pode ver a Geometria sempre teve, historicamente, um espaço de destaque e agora tinha se tornado muito valorizada para o ingresso nos cursos jurídicos e num período posterior, em 1832, também passou a ser encarada como fundamental para o ingresso nos cursos das Academias Médico-Cirúrgicas e nas escolas Politécnicas, tornando-se pré-requisito também para esses cursos.

Toda essa valorização dos conteúdos matemáticos (Álgebra, Aritmética e principalmente da Geometria) para os cursos superiores, serviu como um propulsor dessas disciplinas no ensino secundário. Além disso, essa valorização serviu para caracterizar essas disciplinas, não só mais como disciplinas ligadas às necessidades militares, e sim como disciplinas de suma importância para a formação do candidato ao ensino superior. Em outras palavras, o ensino dessas disciplinas deixou de ter um caráter militar e foi se tornando conhecimento de uma cultura geral escolar necessário a formação humana, fazendo com que esses conhecimentos fossem conduzidos a se transformar em disciplinas escolares autônomas, regulamentadas pelo poder público e caracterizadas como um conhecimento não mais específico, mas de cultura geral escolar.

A partir do momento, em que o poder público determinou que a Geometria deveria ser conhecimento obrigatório para quem ingressasse nos cursos Jurídicos, Médico-Cirúrgicos e das Escolas Politécnicas, ficou estabelecido, ao nosso ver, que a Geometria foi dando os primeiros passos para se caracterizar como uma disciplina escolar, pois, segundo Chervel, as disciplinas escolares quase sempre surgem a partir das finalidades objetivas, ou seja, as finalidades escolares quase que de uma forma geral são regidas e determinadas pelos órgãos políticos.

Outro ponto que reforça nosso pensamento do surgimento da disciplina Geometria e que é referendado por Chervel, diz respeito ao aparelho docimológico, pois os exames para os cursos superiores dessa época evidenciaram a necessidade dos conhecimentos geométricos serem organizados por meio de uma disciplina escolar e também terem uma metodologia de aprendizagem porque, posteriormente, seriam cobrados mediante exames para ingresso nos cursos superiores.

A criação dos colégios, como foi o caso do Imperial Colégio de D. Pedro II, em 1837, também reforça a caracterização e o surgimento das disciplinas escolares, pois a criação das escolas determinou o surgimento de metodologias específicas para o ensinamento desses conhecimentos, e essas metodologias, por propiciarem aos alunos uma aprendizagem diferente da posta pela sociedade e pela família, que eram as mais usuais antes da criação da escola, podem ser apontadas como uma nova forma de organização da disciplina.

É bem verdade que a disciplina escolar em si não é caracterizada apenas por esses três pontos, porém, como Chervel destaca que uma disciplina escolar leva um longo tempo para se estabelecer, podemos considerar que essa forma de organização do ensino foi o ponto de partida para a criação da disciplina escolar Geometria no Brasil. As adequações que vieram a seguir significaram modificações e adequações pelas quais um conteúdo de ensino passa até se tornar uma disciplina escolar estabilizada nos seus conteúdos, nos seus exercícios, em seus livros didáticos e nas aulas dos professores.

2. 2- Os primeiros livros didáticos de Geometria produzidos no Brasil a partir da caracterização da disciplina Geometria

Para analisar o período das primeiras produções de livros didáticos de Geometria no Brasil, consideraremos a obra de Cristiano Benedito Ottoni, pois ela inaugura uma nova etapa da Geometria escolar, dado que seus livros são disseminados primeiro na Academia da Marinha, depois no Colégio Pedro II e, em seguida, em algumas escolas e preparatórios na segunda metade do século XIX.

Os livros de Ottoni, conforme descreve o autor, eram baseados nas obras de Vincent e Bourdon, bem como nas obras de Legendre e Lacroix, o que leva a concluir, que a linha seguida era baseada na exploração da Geometria formal, isto é, preocupava-se mais com o rigor do que com suas aplicações, fato este que a diferenciava da Geometria de Bézout, responsável pelos primeiros ensinamentos de Geometria das escolas brasileiras. Os livros de Ottoni tiveram o papel de substituir a obra de Vilela Barbosa.

Aliás, sobre essa substituição, Ottoni, ao escrever um livro crítico sobre a obra de Barbosa, apontou falhas e segundo sua opinião, sua obra "matou" o livro de Barbosa (OTTONI, 1893, p. 52).

Na breve análise que fizemos do livro de Ottoni, percebemos desde a introdução uma forma clássica de apresentar os conteúdos, deixando-nos a impressão que o aluno, durante a aprendizagem, seguia seqüências que desencadeavam em algumas propriedades e conceitos:

> Chama-se superfície de um corpo o seu limite ou terminação: É o lugar da separação entre o espaço limitado que o corpo ocupa e o espaço indefinido (OTTONI, 1910, p. 1).

Chama-se volume a extensão de um espaço; área a extensão de uma superfície; comprimento a extensão de uma linha. São as grandezas destas extensões avaliadas ou medidas em unidades de espaço, de superfície, de linha respectivamente. Também as figuras têm nomes diversos de que depois se tratará (OTTONI, 1910, p. 2).

Chama-se plano ou superfície plana, uma superfície indefinida tal, que por qualquer de seus pontos se lhe pode aplicar uma linha reta em todas direções (OTTONI, 1910, p. 4).

Após esta apresentação inicial o livro faz a abordagem de algumas noções geométricas a partir das figuras geométricas. No entanto, a metodologia utilizada deixa a impressão que o aluno apenas toma nota do que lhe é apresentado:

Propriedades dos triângulos: teoria da sua igualdade

43 Preliminares. Chama-se polígono, em geral, qualquer porção de plano completamente fechada ou limitada por linhas retas: é evidente que menos de três retas não podem fechar ou limitar completamente uma extensão plana.
Triângulo é a porção de um plano limitada por três linhas retas: é o mais simples dos polígonos.

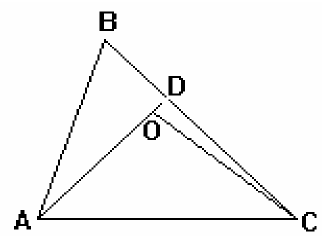


Fig. 30

As três retas AB, BC, AC chamam-se lados, os seus encontros A, B, C vértices do triângulo.
Triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais. Isósceles o que tem só dois lados iguais. O escaleno tem os três lados desiguais. Da definição e primeiras noções da linha reta (nº 10) se segue que: Qualquer lado AB de um triângulo é menor que a soma dos outros dois AC, BC.
E dai se deduz que qualquer lado AB é necessariamente maior que a diferença dos outros dois AC, BC.

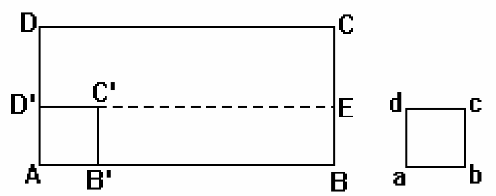
Com efeito, sendo AC < AB + BC, segue-se AC – BC < AB ou AB > AC – BC (OTTONI, 1910, p. 41).

Este exemplo elucida bem o que comentamos, pois esta definição da desigualdade triangular não é verificada, é somente exposta. Nem mesmo na caracterização da linha reta (nº 10), a qual o autor se refere, fica esclarecido ou mesmo se verifica a validade da desigualdade triangular.

Outra situação que nos parece mostrar que o aluno apenas toma nota do que lhe é apresentado se dá quando do estudo da área de alguns polígonos. Apesar do estudo da área do retângulo estabelecer a relação entre a unidade utilizada como referência e a figura, para a representação da área do paralelogramo e do próprio triângulo são usados apenas os corolários:

124. 1º Corolário. Dois retângulos quaisquer são proporcionais aos produtos das bases pelas alturas, isto é,

Fig. 111



ABCD : AB'C'D' :: AB X AD ; AB' X AD'.

(É sempre possível colocar os retângulos, como na figura, tendo um ângulo comum A).

Prolongando D'C' para E temos, segundo o teorema,

ABCD : ABED :: AD : AD'

E também temos ABED' : AB'C'D' :: AB : AB' tomando AD' por base comum aos dois últimos retângulos. Ora, multiplicando ordenadamente os termos das duas proporções e omitindo na 1ª razão composta o fator comum ABED' resulta

ABCD : AB'C'D' : ; AB X AD : AB' X AD'

2º Corolário. As áreas dos triângulos são proporcionais aos produtos das bases pelas alturas (nº 150). Logo, sendo iguais as bases, são as áreas proporcionais as alturas, e vice-versa.

1º Teorema (fig. 111)

> 153. Todo o retângulo tem por medida (ou tem área igual a) o produto da base pela altura.
> 154. 1º Corolário. A área de qualquer paralelogramo é igual ao produto da base pela altura (nº 149).
> 155. 2º Corolário. A área de qualquer triângulo é metade do produto da base pela altura (nº 150), (OTTONI, 1910, p. 148 e 149).

Apesar das críticas ao livro de Barbosa, de acordo com nossa análise do livro de Ottoni, este não nos pareceu um livro inovador, muito pelo contrário, o livro nos pareceu ter metodologia bem próxima da de Barbosa.

Sobre essas semelhanças, Valente fez os seguintes comentários:

> O confronto com o livro de Barbosa, escrito em 1815, num barroco linguajar, é uma tentativa imensa de parecer original dentro de uma seara que já possuía, de algum tempo, uma forma tomada clássica de escrita de livros escolares (VALENTE, 1999, p.142).

Diante do exposto até aqui nos cabe uma indagação. Se havia por parte desses autores uma similaridade, então o que levou o livro de Ottoni a se sobrepor o livro de Barbosa?

Um motivo bastante importante que ressalta esse domínio se deve ao fato que os compêndios de Ottoni foram fixados, a partir do decreto de 24 de janeiro de 1856, como obras a serem utilizadas no Colégio Pedro II, além disso, a portaria de 4 de maio, do mesmo ano, estabelece que os preparatórios ao ensino superior também fariam uso dos mesmos compêndios.

Outro motivo bastante significativo que vale ressaltar é que por essa altura, Ottoni estava também já bastante enfronhado na política: desde 1835, e durante várias legislaturas, tem cadeira no Parlamento. Ao final, torna-se Conselheiro e Senador. As várias edições de seus livros vêm com os dizeres "compilados pelo Exmo. Sr. Conselheiro Senador Cristiano Benedito Ottoni" (VALENTE, 1999, p. 148).

Essa semelhança na forma clássica de escrita dos livros sobre a qual Valente nos chama atenção, é apontada por Chervel como sendo a ocorrência da “vulgata”, isto é, quando uma disciplina escolar é constituída, os livros tendem a seguir um mesmo padrão de escrita. Não queremos afirmar com isso que Ottoni tenha se baseado nas obras de Barbosa para produzir seus compêndios, mas o fato de ambos se utilizarem principalmente das obras francesas e européias, de certa forma colaborou para que essas obras seguissem um mesmo padrão, principalmente no que tange à forma clássica de abordar a Geometria.

É bem verdade que os livros de Ottoni se tornaram verdadeiros sucessos de edição na época, no entanto sua afirmação relativa a ter produzido a morte dos livros de Barbosa não nos parece totalmente verdadeira, pois, mesmo com todo sucesso de sua obra, ainda se podiam encontrar publicações dos livros de Barbosa por volta de 1870. Quanto às obras de Ottoni, as mesmas tiveram tanto sucesso que os programas escolares da escola secundária e os exames para ingresso nos cursos superiores passaram a seguir a estruturação de seus livros (VALENTE, 1999, p. 146).

No final do século XIX multiplicaram-se os autores de livros, tanto para Geometria como para Aritmética e Álgebra, e devido ao grande volume de livros publicados de Ottoni, o mesmo se tornou referência para os demais autores que vieram a seguir, como ocorreu nos casos de Coqueiro, Vianna, Aarão, Lucano Reis, Trajano, Timotheo Pereira, caracterizando de forma mais explícita o papel da “vulgata”.

Sobre esses novos autores, cabe ressaltar a importância do surgimento dos *exercícios* nessas produções, o que fez com que os cursos ganhassem uma nova metodologia de ensino, pois o aluno, que até aquele presente momento era direcionado a tomar nota dos procedimentos, a partir da criação dos exercícios passou a ter a oportunidade de mostrar suas dificuldades durante a aprendizagem.

Outro papel importante dos exercícios era preparar os alunos para os exames que vinham a seguir.

Quanto ao surgimento dos exercícios, segundo o ponto de vista de Chervel eles foram um ponto fundamental para caracterizar um novo comportamento da disciplina escolar, já que os exercícios serviram para estreitar a relação entre professor e aluno, dado que por meio dos exercícios o professor pôde medir o que era de algum modo aprendido e quais ações tomar sobre o que não era aprendido.

Sobre a disciplina escolar, a tese de que a mesma leva um certo tempo para estabilizar-se e que durante o processo de estabilização sofre algumas modificações, nos parece que o surgimento dos exercícios é um desses casos, pois os exercícios foram modificações ou adaptações pelas quais a disciplina passou para melhor adequar-se a realidade de quem as usava. Este fato corrobora com o entendimento que Chervel dá para a disciplina, pois, apesar de uma disciplina quase sempre surgir das finalidades dos órgãos que regem o sistema de ensino, as quais Chervel se refere como finalidades objetivas, as disciplinas são na realidade moldadas pela sociedade que as usa, caracterizando as chamadas finalidades reais descritas por Chervel.

Outras obras significativas que se fizeram presentes no contexto escolar brasileiro no final do século XIX e início do século XX foram as traduções efetuadas pelo profº Eugênio de Barros Raja Gabaglia, conhecidas pela sigla F.I.C. Os livros F.I.C. surgiram na Congregação *dos Frères de l'Instruction Chrétienne* e foram elaborados pelos frades dessa congregação. Esses livros, nas suas primeiras edições, assim como os livros mais antigos, não tinham por hábito a inclusão de exercícios intercalados com os conteúdos, porém como outras obras avançaram nessa tal prática e tinham obtido relativo sucesso, as coleções F.I.C. se viram obrigadas a tal mudança e com o decorrer do tempo ganharam essa estruturação.

Analisar os livros de Geometria da coleção F.I.C. revestiu-se de suma importância para nossa pesquisa, pois esses livros foram utilizados num período que antecedeu a reforma Francisco Campos e sua análise será capaz de nos fornecer parâmetros para comparar a mudança de paradigma proposta por essa reforma, uma vez que esses livros representam, ao que nos parece, a forma mais “atualizada” da Geometria, enquanto disciplina escolar autônoma, isto é, a Geometria utilizada no final do século XIX.

Como dissemos, uma das características presente nos livros F.I.C. que foi alvo de mudança a partir da Reforma Francisco Campos, é o fato de os livros serem escritos de forma separada, isto é, havia um compêndio para o estudo da Aritmética, outra para o estudo de Geometria e uma outra para o estudo de Álgebra. Na análise que fizemos da obra de Geometria, verificamos que os conteúdos abordados geometricamente, de uma maneira geral, não eram abordados de forma algébrica.

Outro ponto importante que nos foi possível observar refere-se aos conteúdos que eram abordados de forma extremamente tradicional, ou seja, os conteúdos a serem ensinados tinham uma lógica que pouco se preocupava com o sentido prático exercido pelo aluno, assim como vinha acontecendo desde os tempos das obras de Barbosa.

Como Chervel salienta que a disciplina demora um certo período para se estabelecer, podemos supor que a coleção F.I.C. representou a fase final desse amadurecimento, até porque, logo após, a disciplina Geometria deixou de existir.

Na análise da coleção F.I.C. de Geometria percebe-se, desde a Introdução, que o tratamento dado ao ensino de Geometria é meramente formal, tendo em vista que a coleção começa com as definições preliminares de alguns conceitos e nessas definições não se vê nada que possa ser associado com a vida prática dos alunos. Considere-se o trecho:

> 2. Corpo ou sólido é uma porção limitada do espaço. O corpo tem três dimensões: comprimento, largura e altura, denominada também espessura ou profundidade.
>
> Superfície é o limite que separa um corpo do resto do espaço.

> Ponto é o limite entre duas linhas. Também pode ser definido como a intersecção de duas linhas. O ponto não tem dimensão. (F.I.C., s.d., p. 01).
>
> 6. Chama-se plano ou superfície plana uma superfície sobre a qual se pode traçar linhas retas em qualquer direção.(F.I.C., s.d., p.02)

Um dos poucos momentos que podemos perceber definições associadas com coisas reais e práticas aparece na noção de linha reta:

> 4. A linha reta é o caminho mais curto entre dois pontos. Um fio esticado representa bem a sua imagem(F.I.C., s.d., p. 02).

A partir dessas noções preliminares apresentadas na Introdução, o livro apresenta o estudo de ângulos, retas perpendiculares, triângulos, circunferência, superfícies, poliedros etc. Esses estudos têm uma mesma característica: são apresentados a partir de definições e teoremas e, apesar de haver construções geométricas, essas construções não associam os conceitos aprendidos com situações práticas:

Teorema

> 28. Por um ponto dado em uma reta pode-se levantar uma perpendicular a essa reta, e somente uma.
>
> Seja o ponto A tomado sobre a reta CD.
>
> 1º Uma obliqua AB forma com CD ângulos desiguais: n ou BAD e m ou BAC. A obliqua pode girar em torno do ponto A.
>
> O ângulo n, primeiro menor que o ângulo m, crescerá constantemente, enquanto que o ângulo adjacente BAC ou m decrescerá; haverá por conseguinte uma posição AB' na qual os ângulos m e n serão iguais, então AB' será perpendicular sobre CD.
>
> 2º Se a reta móvel se afastar da posição AB', os dois ângulos deixam de ser iguais, e a reta é obliqua. Logo, por um ponto dado em uma reta, pode-se levantar uma perpendicular a essa reta e somente uma(F.I.C., s.d., p.05).

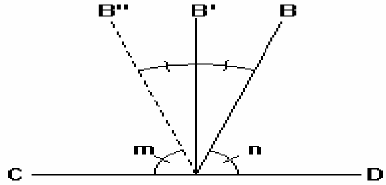


fig. 5

Teorema

92. A soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos.

Seja ABC um triângulo qualquer; prolonguemos CA, e tracemos AE paralelo a CB. Os ângulos b e b' são iguais como alternos-internos, c e c' são iguais como correspondentes; assim a soma a + b + c é igual à a + b' + c'; ora esta última soma é igual a dois ângulos retos(F.I.C., s.d, p. 25).

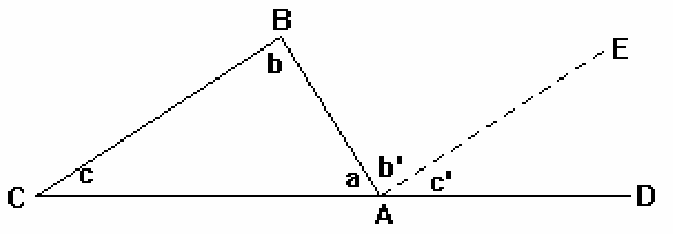


fig.55

No estudo dos principais elementos da circunferência e na determinação do número π percebemos uma seqüência de estudo que explorava os elementos e algumas propriedades da circunferência de maneira muito lógica, deixando dúvidas quanto a verdadeira compreensão e necessidade por parte do aluno:

92. A soma dos ângulos de um triângulo é igual a dois ângulos retos.

ARCOS E CORDAS

Definições.

108. Circunferência é uma curva plana e fechada cujos pontos estão todos eqüidistantes de um ponto interior que se chama centro.
Chama-se raio toda reta traçada do centro a circunferência. EX. : OL.
Arco é qualquer porção de circunferência. Ex.: CFD; CED.
Diâmetro é toda corda que passa pelo centro. Ex.: AOB.
Ângulo central é um ângulo formado por dois raios.
Ex.: BOL. (F.I.C., s.d., p. 37).

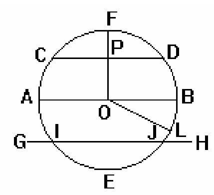


Fig. 69.

242. Corolário. A razão da circunferência para o diâmetro é constante

Porque a igualdade $\frac{C}{C'} = \frac{2r}{2r'}$ *dá* $\frac{C}{2r} = \frac{C'}{2r'}$

Esta relação constante é igual a 3,141592653....

É representada pela letra grega π (pi), e escreve-se:

$$\frac{C}{2r} = \pi.$$

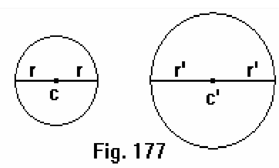


Fig. 177

Teorema

243. O comprimento da circunferência é igual ao diâmetro multiplicado por π (F.I.C, s.d., p. 102).

Cálculo de π.

Pelo método dos perímetros (methodo de Archimedes).

287. O problema precedente pode ser aplicado ao cálculo do número π, pelo método denominado dos perímetros. Com efeito, se, na fórmula (nº 243)

$$\pi = \frac{C}{2r} \text{ supõe-se } r = 1, \text{ teremos } \pi = \frac{C}{2}$$

Por conseqüência, calculando o valor aproximado da semi-circunferência, teremos um valor aproximado do número π. Para esse fim, parte-se da fórmula:

$$a^l = \sqrt{2 - \sqrt{4 - a^2}}$$

Suponhamos que **a** representa o lado do quadrado inscrito: seu valor $\sqrt{2}$, e seu quadrado $a^2 = 2$; assim a^l, lado do octógono, que representaremos por a_8 ou

$$a2^{38} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 2}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

Suponhamos agora que **a** representa o lado do octógono: a^l será o lado do polígono de 16 lados, e teremos:

$$a_{16} \; ou \; a2^4 = \sqrt{2 - \sqrt{4 - (2 - \sqrt{2})}} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$$

Do mesmo modo obteremos $a_{32} \; ou \; a2^5 = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$ e assim por diante.

Notemos que, k sendo o número dos radicais da fórmula, o número dos lados é expresso por uma potência de 2 cujo expoente é igual a k + 1.

Em geral temos pois $a_2^{k+1} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots}}}}}$

Se multiplicarmos o valor do lado por 2^{k+1}, número dos lados, temos o perímetro do polígono; e a circunferência sendo considerada como limite dos perímetros dos polígonos regulares nos quais o número dos lados cresce indefinidamente, temos:

$$C = \lim 2^{k+1} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots}}}}}$$

Para termos π, basta dividir os dois membros por 2, o que se faz, no segundo membro, diminuindo o expoente de uma unidade; temos pois

$$\pi = \frac{C}{2} = \lim 2^k \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + ...}}}}$$

O segundo membro tendo sempre k radicais superpostos.

Eis o quadro de resultados que se obtém com esse método (F.I.C., s.d., p. 122 e 123).

Raio r = 1; semi-circunferência π r = π

Número de lados	**Semi-perímetros**
4	2,8284271
8	3,0614674
16	3,1214451
32	3,1365485
64	3,140331
128	3,1412772
256	3,1415138
512	3,1415729
1024	3,1415837
2048	3,1415914
4096	3,1415923
8192	3,1415925
16384	3,1415926
32768	3,1415926... = π

Os exemplos acima ilustram em boa parte o formato do livro de Geometria e, como dissemos anteriormente, o livro tinha uma metodologia que explorava a Geometria de maneira isolada, sem conexões com a Álgebra. Prova disso nos foi possível perceber quando analisamos a obra de Geometria e não verificamos o trabalho com gráficos, fato esse que propiciaria, por exemplo, a resolução de sistemas de equações e a exploração do conceito de função graficamente.

Além de abordar a Geometria de maneira isolada, sem conexões com a Álgebra, também percebemos uma forma muito lógico-dedutiva de apresentar os conceitos. O cálculo do valor do π é um exemplo de uma seqüência relativamente complexa.

2. 3 - Os Exames de Admissão e Promoção do início do século XX

Uma outra obra utilizada por nós, que servirá para caracterizar o perfil da disciplina Geometria nas primeiras décadas do século XX, em momento anterior à reforma nacional “Francisco Campos”, é a dissertação de mestrado de Vera Cristina Machado Santos, intitulada de “A Matemática Escolar nos anos 1920: uma análise de suas disciplinas, através das provas dos alunos do ginásio da capital do Estado de São Paulo”.

Essa dissertação tornou-se importante, pois ela utiliza-se das provas nos exames de admissão e promoção do ensino secundário e as mesmas servirão para nos mostrar um pouco do porquê da disciplina Geometria ser ensinada, no ensino secundário, da forma que era. Além disso, Bittencourt nos chama atenção que essas provas são uma outra fonte de análise, diferente dos livros didáticos, tornando se importantes, pois com os livros didáticos, apesar de importantes, “raramente podemos determinar em quais instituições educativas foram adotados realmente e é ainda mais difícil saber com exatidão como foi utilizado nas aulas pelos professores” (BITTENCOURT, 2003, p. 35).

É devido a esse fato que utilizaremos a obra de Santos, pois podemos supor que se os modelos de provas e os conteúdos eram os que vamos expor a seguir, então, as metodologias das aulas provavelmente se aproximavam do que era cobrado nesses exames.

Nessa obra, Santos fez um levantamento de 157 provas, entre Álgebra, Aritmética e Geometria. Dentre essas 157 provas, 58 se referiam à disciplina Geometria e foram essas provas que, mais uma vez, reforçaram o caráter de disciplina formal que a Geometria tinha no início do século XX.

Apesar das provas analisadas referirem-se às primeiras décadas do século XX, esse sistema de avaliação já vinha sendo adotado a pelo menos uns cem anos no

Brasil, desde a criação dos cursos Jurídicos e Médico-Cirúrgicos. Supõe-se que esse tipo de exame foi baseado no sistema que era aplicado na França, dado que quase toda a estrutura e a organização escolar brasileira foi baseada no modelo francês. No entanto houve uma pequena diferença entre o modelo deles e o nosso. Na França, no ensino secundário, havia uma preocupação com o caráter de formação humana do aluno, enquanto, no Brasil, o ensino secundário tinha apenas a preocupação em preparar o aluno para os cursos superiores (VALENTE, 2004, p. 22).

As provas analisadas compreendem principalmente o período entre 1920 e 1930 e a autora nos chama a atenção para uma mudança significativa da disciplina Geometria, pois, no ano de 1925, devido a reforma Rocha Vaz, o ensino de Geometria, que era dado no 3º e 4º ano, passou a ser dado apenas no 4º ano, portanto um ano a menos. Apesar da redução de tempo, os conteúdos continuaram inalterados.

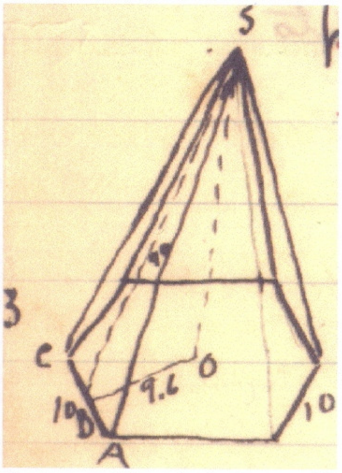
As análises dessas provas serviram para nos mostrar as características do ensino de Geometria no Brasil, pois todo o curso era direcionado a preparar os alunos para os exames de promoção e admissão para o curso superior.

> A época dos exames constituía um momento importante na vida do aluno, pois finalizava um período com a verificação de todo o conteúdo visto durante o ano. Para as provas, existia uma lista de pontos. Cada ponto sorteado da lista era dividido em três partes compondo as questões (SANTOS, 2002, p. 37).

Sobre os pontos sorteados a autora relata que "após o decreto de 1926, ficaram especificados e limitados a uma lista de 20 pontos, cada ponto dividido em 3 partes, das quais uma versaria sobre resolução de triângulos e duas partes de Geometria sendo uma questão teórica e uma prática. Portanto, além dos programas que os professores tinham de seguir, também as provas já estavam pré-montadas" (SANTOS, 2002, p. 124).

Utilizaremos algumas questões e as referidas provas para mostrar a estrutura que se tinha do ensino de Geometria:

> Em 1923, num exame final do 4º ano realizado em fevereiro, o terceiro exercício era:
>
> 3) Uma pirâmide regular tem por base um hexágono regular de 288m^2 e cada face lateral tem 200m^2. Calcular o volume da pirâmide (SANTOS, 2002, p.125).
>
> Vejamos qual a resposta do aluno:

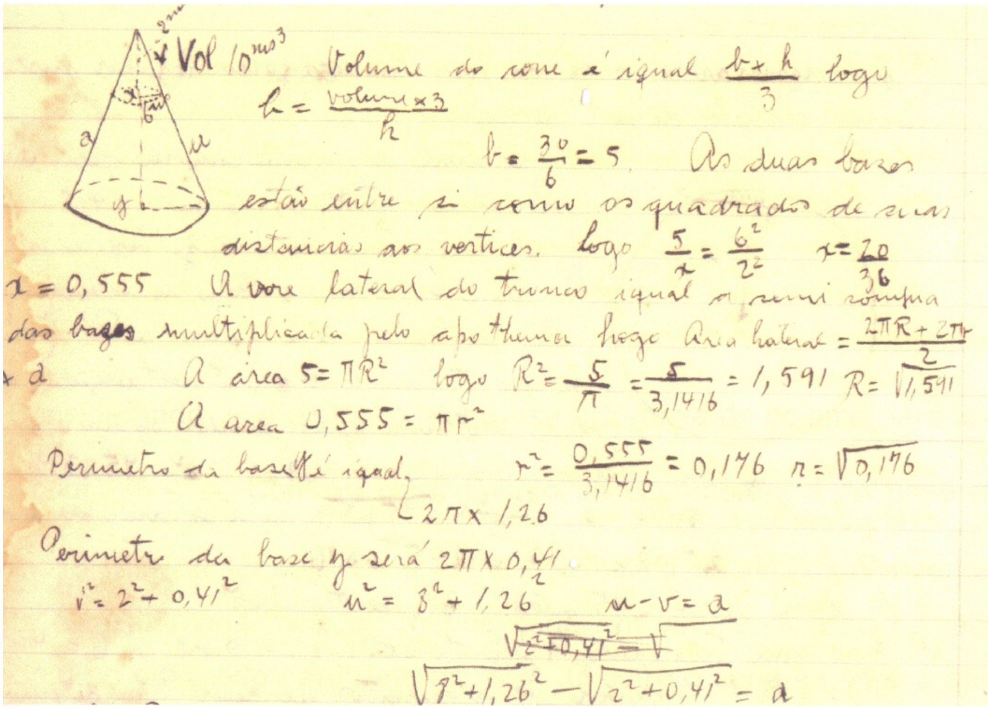


Seja a pirâmide representada pela figura 3. Para sabermos o volume de uma pirâmide é preciso ter B. e H. pois a fórmula é $\frac{B.h}{3}$. Precisamos então calcular estes elementos. Ora o hexágono regular de 1 de lado tem por superfície 2,84. Podemos então armar uma proporção que é $\frac{l^2}{1^2} = \frac{288}{2,84}$ donde l² = $\frac{288}{2,84}$ ou $l = \sqrt{\frac{288}{2,84}}$. Achamos então que l = 10 e a superfície do hexágono 30a = 288 e achamos para *a* o valor de 9,6.

Temos então o lado e o apótema do hexágono. Precisamos calcular SB altura do triângulo ASC. Temos 200m² = 10h/2 = 400 = 10h donde h = 400/10 = 40. A altura da pirâmide SO é $\perp$ a BO então SB que une as extremidades das retas SO e BO é a hipotenusa do triângulo retângulo SOB. Temos SB² = 10² + SO²   SO² = 40² - 9,6² = 50² = 1600 – 92,16 = 1500,8 donde SO = $\sqrt{1500,8}$ = 38,5.

Calculamos então a altura da pirâmide. Temos agora Vol = $\frac{B.h}{3}$ substituindo Vol da pirâmide = $\frac{288.38,5}{3} = \frac{11088}{3}$ donde finalmente vem o volume da pirâmide que é = a 3696m³.

> Em janeiro de 1924 em outro exame final do 4º ano, o cone aparece no terceiro exercício:
>
> 3) Um cone tem 6m de altura e 10m^3 de volume, a dois metros do vértice traça-se um plano paralelo à base, qual é a área lateral do tronco do cone formado? (SANTOS, 2002, p.129).
>
> Vejamos a resolução do aluno:

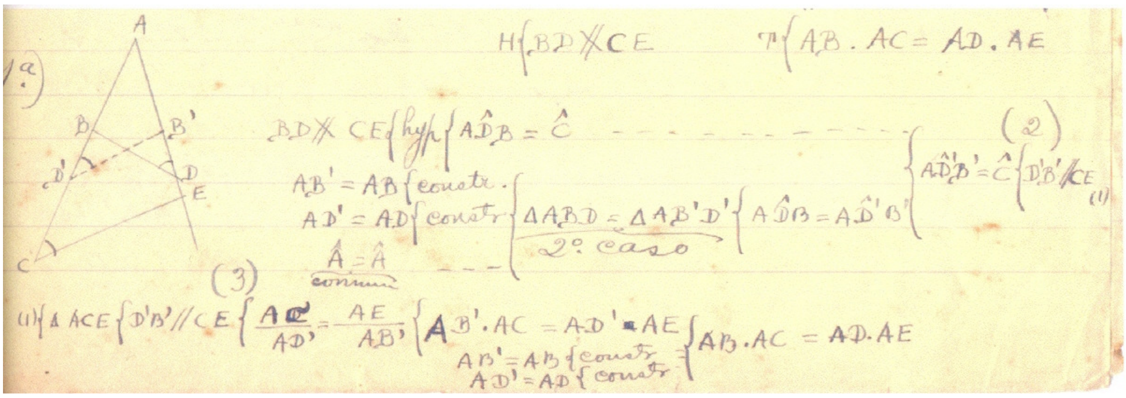


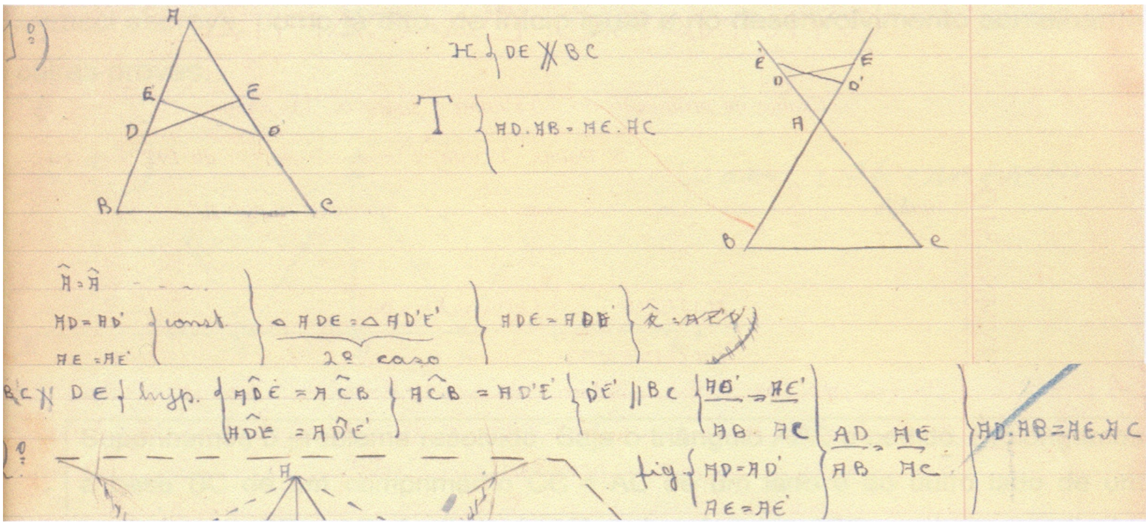
Neste exercício a autora nos chama a atenção para as dificuldades encontradas:

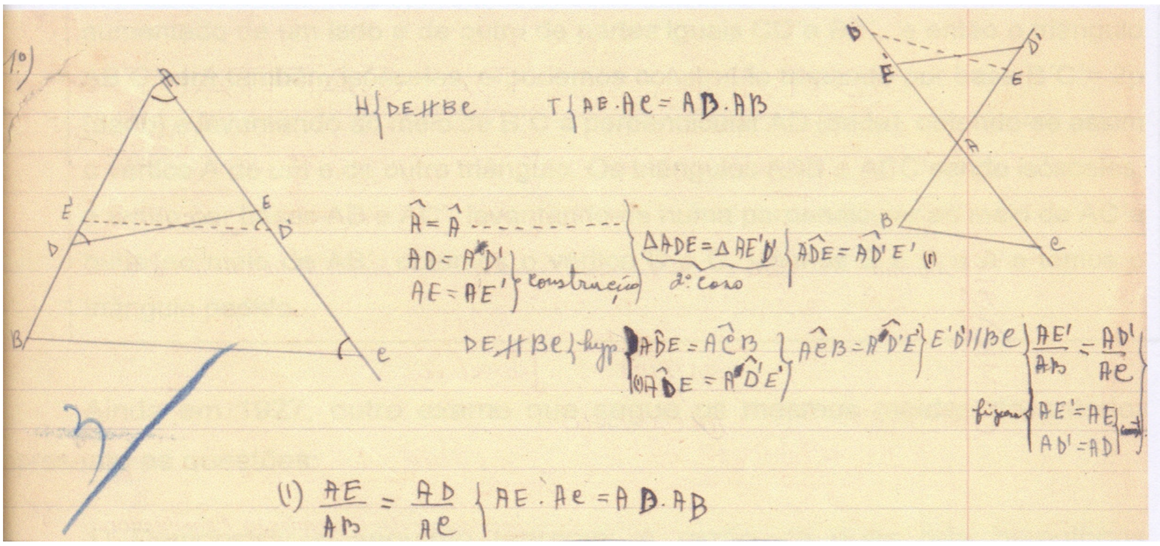
> É um exercício complexo porque além das propriedades do cone que o aluno deve lembrar, trabalha com dízimas e raízes não exatas. Inicia seu cálculo determinando a área da base do cone maior, pela fórmula do volume. Através da relação, base e altura, determina a base do cone menor. Os raios são determinados pela fórmula da área da circunferência πr^2 . Determina a geratriz dos dois cones e o cálculo final deixa em forma de raiz. Realmente sem calculadora este cálculo é muito trabalhoso (SANTOS, 2002, p.130).

No exame de promoção de novembro de 1927, a primeira questão é uma demonstração:

> 1) Demonstrar o seguinte teorema: Quando os dois lados de um ângulo são cortados por duas retas anti-paralelas, o produto das distâncias dos vértices aos dois pontos em que cada um dos lados é encontrado pelas duas transversais é constante (SANTOS, 2002, p.144).







A resolução destas provas por três alunos diferentes nos mostra que os alunos seguiam uma mesma estrutura, e ao que tudo indica reproduziam uma sequência trabalhada nas aulas. Ao que nos parece, trata-se mais de um exercício de memorização do que uma solução construída pelo próprio aluno como a autora comenta:

> Observando as demonstrações, percebe-se que sua montagem, a forma de escrever, além da ordem da escrita, são exatamente iguais. Os alunos iniciam pelo desenho, escrevem hipótese e tese, verificam ângulos iguais e pelo desenho (construção), verificam lados iguais. Continuam pela semelhança de triângulos, 2º caso, e voltam na hipótese para poder concluir a demonstração (SANTOS, 2002, p.145).
>
> Se a escrita segue o mesmo padrão em todas as provas, com diferença nas letras que nomeiam quadriláteros e triângulos, fica a impressão de uma reprodução do que foi demonstrado em sala de aula (SANTOS, 2002, p.151).
>
> O cálculo para resolver o triângulo, que chega a ocupar uma página inteira é muito trabalhoso. Números complexos que chegam a ter cinco casas decimais, além das fórmulas e propriedades dos logaritmos, fazem com que o exercício seja um teste à memória e destreza no cálculo (SANTOS, 2002, p. 151).

A análise das questões nos leva a crer que, de forma geral, o ensino de Geometria deste período baseava-se na reprodução dos conteúdos abordados nas aulas e isso se dava principalmente devido ao curso ser direcionado para os exames finais.

Na verdade isso ocorria devido aos exames finais e mesmo aos parcelados estarem vinculados e referenciados por alguns pontos, publicados no Diário Oficial ano a ano, que eram cobrados nesses tais exames. O sistema de pontos, durante esse período, passou por algumas modificações, que não nos cabe aqui especificá-las demasiadamente, contudo essas modificações pelas quais os pontos passaram, buscavam equilibrar cada um deles, de modo a que o sorteio não levasse o aluno a tirar um ponto, por exemplo, que contivesse somente temas introdutórios da disciplina. (VALENTE, 2004, p. 44).

Sobre os reflexos que esses pontos exerciam no sistema de ensino Valente e Roxo fizeram as seguintes afirmações:

> A Matemática escolar do tempo dos preparatórios, como se viu, pautava-se pelos pontos. Com a lista deles, o candidato preparava-se para as provas escritas e orais. A preparação lançava mão das apostilas elaboradas a partir dos pontos. Saber cada um deles de cor era o modo de ser bem-sucedido no ingresso ao ensino superior (VALENTE, 2004, p. 28, grifo nosso).

> Durante os oito anos em que fiz parte de bancas examinadoras de matemática, do Colégio Pedro II, examinando anualmente cerca de 2.000 estudantes, adquiri a certeza da absoluta ineficiência do ensino daquela matéria do curso secundário: não atingiam talvez a 5% os candidatos em que se podia verificar um certo grau de compreensão da matéria, de aptidão para resolver, raciocinando, um problema simples ou de demonstrar, com verdadeiro senso lógico, o teorema mais fácil. Na impossibilidade de reprovar a quase totalidade dos examinados, tínhamos de fazer baixar o nível do exame e contentarmo-nos com um mínimo ridículo de preparo: um certo desembaraço no efetuar, mecânica e quase inconscientemente, os cálculos numéricos, resultantes das aplicações de fórmulas e regras à resolução de problemas-padrões, estudados quase de cor (...) (ROXO apud VALENTE, 2004, p. 36).

Como podemos perceber, durante esse período dos exames, os alunos seguiam as explicações do professor que, por sua vez, baseavam suas explicações em cima dos pontos o que, de certa forma, contribuía para uma aprendizagem da memória e não do conhecimento e da compreensão. Desta forma, o aparelho docimológico descrito por Chervel, que representa os critérios de avaliação (exame de admissão) aos quais os alunos eram submetidos, nos mostram como os conteúdos escolares de Geometria estavam postos nesse período e evidenciam, principalmente, as características da disciplina escolar Geometria nas primeiras decádas do século XX, período esse que antecedeu a Reforma Francisco Campos, que organizará nacionalmente a educação no Brasil.

Essa forma do ensino de Geometria posta até aqui servirá de base para analisarmos as propostas que vieram a seguir.

CAPÍTULO 3

O MOVIMENTO DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA NO BRASIL NO INÍCIO DO SÉCULO XX

3.1 O Movimento de modernização proposto pelo IMUK

Posto o modelo da Geometria lógico-dedutiva discutida no capítulo anterior, que se fazia presente na cultura escolar brasileira no final do século XIX e início do século XX, percebemos que na Europa Ocidental e nos Estados Unidos, nesse mesmo período, alguns matemáticos iniciaram um movimento que se contrapunha ao método de ensino que vinha sendo aplicado no Brasil. Esses matemáticos almejavam mudanças nas metodologias e nos próprios conteúdos envolvendo o ensino de Matemática, já que a grande força de trabalho estava se modificando, passando de uma sociedade agrária para uma sociedade industrial.

Com o avanço da indústria frente ao sistema agrário parte dos trabalhadores rurais foi, aos poucos, migrando para as regiões industriais e como o processo de industrialização, em seu início, não exigia grandes qualificações essa classe de trabalhadores pôde ser aproveitada imediatamente. O avanço da industrialização fez com que os países da Europa passassem a investir cada vez mais em máquinas e em técnicas de produção, exigindo que os trabalhadores tivessem um grau mínimo de escolarização.

No início essa escolarização ficou atrelada às necessidades da própria empresa, que se tornou responsável e tinha bem definido quais seriam os seus objetivos:

> "Nós somos de opinião que é mais propício ao bem estar de nossos empregados instruí-los no cristianismo do que torná-los sábios em conhecimentos mundanos; nós não queremos políticos em nossas fábricas, mas empregados pacíficos" (SILVER apud PAVANELLO, 1989, p. 73).

> "O principal objetivo (das instituições patrocinadas por setores da classe média para os trabalhadores) era, inequivocamente o controle social, não importa como ideologicamente disfarçado. Por certo, da perspectiva da burguesia em desenvolvimento, as massas urbanas tornando-se conscientemente politizadas se constituíam numa ameaça real para uma organização social baseada na propriedade privada da produção, a qual prometia liberdade, auto-desenvolvimento e bem estar crescentes, mas que falhava em proporcionar as condições para sua realização" (SHARP apud PAVANELLO, 1989, p. 74).

Mais tarde com a expansão e o desenvolvimento da indústria algumas cidades foram surgindo, crescendo e se desenvolvendo ocasionando um processo de urbanização mais acentuado nessas regiões. Esse progresso se tornou ainda maior com a criação das estradas de ferro, portos, locomotivas, navios etc.

Nesse período, como a concentração de pessoas se dava nessas regiões específicas o que se pôde assistir foi um crescimento populacional muito grande, sendo que os avanços da medicina preventiva e sanitária e também o controle de epidemias nessas regiões contribuíram para esse acelerado crescimento demográfico.

Nesse período não só foi a indústria que se modernizou; os trabalhadores, de certa forma, também já estavam mais organizados e passaram a exigir uma educação que lhes propiciasse melhores condições e também oportunidades de ascensão, porém devido as fortes pressões do Estado e até mesmo coações exercidas por esse poder, os trabalhadores não conquistaram essas tais mudanças. O Estado tomou para si a responsabilidade do ensino, porém os objetivos continuaram sendo opostos aos interesses dos trabalhadores.

Nesse período Pavanello nos chama a atenção para o tipo de ensino que estava se desenvolvendo:

> É impossível ignorar que todas as medidas adotadas com relação à escolarização durante o século XIX nos diferentes países tendem à criação de um duplo tipo de ensino: um para o povo e outro para as elites (PAVANELLO, 1989, p. 75).

Como o desenvolvimento industrial no final do século XIX não parava de crescer e a essa altura já estavam sendo utilizadas novas fontes de energia (elétrica e derivada do petróleo) e as fábricas já haviam sido transformadas em grandes indústrias, aquela mão-de-obra com pouca qualificação, utilizada no início do processo de industrialização, não estava mais sendo útil às necessidades industriais.

> A demanda já não é mais por uma massa de trabalhadores – mulheres e crianças - com pouca ou nenhuma qualificação. O que se requer agora são trabalhadores e técnicos dotados de uma qualificação básica ou "genérica" à qual se acrescentam, no caso de uma quantidade significativa da mão-de-obra, especializações profissionais específicas (PAVANELLO, 1989, p. 76).

Na verdade, o ensino de Matemática aplicado nesse período era o modelo que apresentamos no Capítulo anterior, ou seja, o método lógico-dedutivo baseado em teoremas, axiomas, postulados etc era o que prevalecia.

Schubring descreveu como vinha sendo desenvolvido o ensino de Matemática e alertou que o modelo de educação tradicional que estava sendo praticado não desempenhava mais um papel importante em face da nova realidade.

> (...) a matemática costumava servir como um paradigma para o pensamento lógico, de modo que os conteúdos eram usualmente bastante elementares e os métodos de ensino enfatizavam os aspectos formais; a matemática escolar tinha um caráter estático e desligado das aplicações práticas. Por outro lado, a indústria e o comércio demandavam não apenas uma instrução matemática mais ampla, mas também conhecimentos mais modernos e avançados que servissem de base para aplicações técnicas (GERT SCHUBRING, 2003, p. 12).

Foi pensando na internacionalização dessas modificações que integrantes do Quarto Congresso Internacional de Matemáticos, ocorrido em Roma em 1908, resolveram criar um grupo que tratasse de maneira ampla, as propostas de modificações, criando com isso o IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission/ CIEM = Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique). O trabalho inicial do IMUK, por volta de 1908, se restringiu à troca de documentos que pudessem comparar os métodos e os programas em diferentes países, para posteriormente em 1912, no congresso de Cambridge, executar o plano de ação.

Apesar de estarem sendo amplamente discutidos os novos rumos que a matemática devia tomar e ter-se concluído que o ensino baseado no rigor não mais satisfazia as novas necessidades do século XX, podemos afirmar que esse tipo de pensamento não parecia algo tão inédito, pois alguns matemáticos já haviam feito tentativas nesse sentido em períodos anteriores.

Charles Boulles (1470-1533) já havia escrito um compêndio, ao qual Euclides Roxo considerava já não se tratar de um livro tão rigoroso e que possuía dois capítulos que abordavam as relações da Geometria com a simetria.

Sobre Clairaut, matemático que viveu no século XVIII, Roxo fez as seguintes considerações:

> Partindo exclusivamente de problemas de agrimensura, Clairaut eleva-se aos poucos a idéias gerais de modo a evitar a feição estreitamente lógica. No seu interessantíssimo prefácio, ele explica porque escolheu essa disposição:

> foram principalmente os problemas práticos de agrimensura que levaram a humanidade a ocupar-se com a ciência geométrica e, por isso, apresentando-os, pode se interessar toda gente no estudo da Geometria, de modo muito mais eficiente, do que por uma exposição abstrata de axiomas e teoremas, cujo verdadeiro sentido muitos não podem logo aprender (ROXO, 1930, Jornal do Commércio, 30 nov).

John Perry, matemático inglês, foi outro que procurou enfatizar o método de ensinos práticos, pois liderou um movimento contrário ao ensino da geometria euclidiana na Inglaterra. Na Alemanha, Felix Klein, propôs que a Matemática fosse orientada para o pensamento funcional.

Apesar dessas iniciativas, o que se podia verificar é que as tais mudanças, no início do século XX, ainda não passavam de meros ideais.

Sobre a criação do IMUK, Felix Klein foi escolhido para presidir os trabalhos e uma de suas primeiras providências foi propor que as mudanças nas estruturas vigentes pudessem alcançar todos os níveis de educação, ou seja, do primário ao superior.

Pensando em envolver um grupo maior de países, criou-se uma divisão de países em grupos, de acordo com as respectivas representatividades na comunidade matemática e participações em congressos anteriores. O grupo dois (2) era o grupo com maior representatividade, portanto tinha um peso maior sobre as decisões gerais, o grupo um (1) vinha logo a seguir, e ainda havia um terceiro grupo que não tinha direito a votos, no qual se incluía o Brasil.

Os trabalhos iniciais dos grupos, que tinham como propósito a elaboração de relatórios e publicações a respeito do andamento das reformas entre os países envolvidos, apontaram para dois conjuntos de objetivos que os países interessados deveriam buscar: o primeiro referia-se a explorar desde a idade jovem, noções básicas de quantidades variáveis e dependência funcional nos temas relacionados à Matemática e, o segundo, era conduzir os métodos de ensino no sentido do uso das aplicações e da intuição.

Ao final dessa primeira etapa a Alemanha foi o país que mais chamou a atenção pelo fato de seus relatórios serem os mais bem elaborados e os que traziam propostas de mudanças mais significativas.

Devido à Alemanha ter apresentado uma melhor organização e propostas de mudanças mais significativas, além de possuir o principal articulador do movimento (Felix Klein), a mesma se tornou um celeiro para as propostas de mudança sugeridas pelo grupo do IMUK, principalmente pelo respeito que Klein obtinha perante a comunidade matemática, conforme descrição de Braga:

> Em meados de 1880, qualquer um que quisesse ser “alguém” na Matemática americana seria aconselhado a obter pelo menos alguma instrução em universidades alemãs. Notavelmente, os americanos procuravam não apenas uma única universidade alemã, Göttingen, mas um professor alemão em especial, Felix Klein (PARSHALL; ROWE apud BRAGA, 2003, p. 37).

Ao iniciar o movimento de modernização do ensino de Matemática na Alemanha, Klein observou que com exceção das escolas secundárias (Realschuelen) dos estados do sul, que ensinavam algo de Geometria descritiva e alguns elementos da geometria sintética, devido às escolas técnicas dessa região necessitarem de uma compensação das deficiências da Matemática do estilo clássico, as demais escolas do ensino secundário não tinham essa preocupação, nelas prevalecendo o estudo baseado na “pureza do método”, isto é, o estudo baseado na concepção tradicional da Geometria Euclidiana.

> A desigualdade nas culturas prévias entre os ingressantes no ensino superior, constituía naquele momento para os cursos iniciais do primeiro ano, um inconveniente tão grande quanto real. (KLEIN apud BRAGA, 2003, p. 40).

Preocupado com as limitações das escolas secundárias e de certa forma influenciado por Julius Plücker, Klein passou a se interessar em implantar um programa de Matemática que valorizasse a Geometria e as aplicações, e que fosse, gradativamente, enfraquecendo o domínio da escola de Berlim e de sua Matemática pura (SCHUBRING, 2003, p. 30).

Diante da necessidade de modificações, Klein fez uma primeira tentativa tentando integrar as Escolas Técnicas às Universidades, no entanto, tal proposta não obteve sucesso.

> Em 1888, fez até mesmo uma proposta ingênua de integrar as escolas técnicas às universidades. O Fracasso desse programa de integração para a educação superior convenceu-o de que uma reforma fundamental da matemática não poderia ser alcançada por um simples rearranjo organizacional e de forma restrita à educação superior (SCHUBRING, 2003, p. 32).

Em 1890, Klein fez uma segunda tentativa quando percebeu que uma reforma universitária teria que passar pela formação dos professores da escola de base:

> Assim, começou a se interessar pelo aperfeiçoamento da formação dos professores. Agindo dessa maneira, esperava reverter a tendência favorável às abordagens unilaterais formais e abstratas da instrução matemática promovendo a instrução prática e o desenvolvimento da intuição espacial (SCHUBRING, 2003, p. 32).

Apesar dessa nova tentativa os resultados obtidos ainda não foram satisfatórios.

O ponto que levou Klein a ter sucesso foi o fato dele perceber que o grande problema estava nas Escolas Técnicas Superiores (Technische Hochschlen), pois os seus jovens professores baseavam seus cursos nos fundamentos rigorosos da escola de Berlim e grande parte dos engenheiros desses cursos não se interessavam por essa prática.

A partir de mais um insucesso Klein propôs uma redefinição nas relações dos cursos secundários e superiores e sugeriu que:

> O ensino das escolas técnicas precisavam ser liberadas das partes mais elementares de seu ensino de matemática para que os alunos se concentrassem nas partes da matemática mais próximas de seus estudos técnicos – por outro lado, os alunos das escolas secundárias clássicas

precisavam de uma instrução que lhes permitisse estudar não apenas nas universidades, mas também nas escolas técnicas. Essa redefinição da transição da educação secundária para os subsistemas da educação superior requeria uma modernização radical da matemática escolar (Schubring, 2003, p. 32).

Foi a partir dessa solicitação, ou mesmo porque andou se enveredando para o caminho da política, que Klein obteve apoio do Gabinete Ministerial e pôde dar início ao movimento de modernização do ensino. A única exigência do ministério foi que as reformas deveriam partir das bases, ou seja, Klein deveria obter o apoio dos professores e propagar as tais reformas.

De fato, o sucesso do movimento foi em parte um reflexo de seus esforços. Iniciando com seus próprios antigos alunos, Klein prosseguiu persuadindo um número substancial de professores e associações de professores a juntar-se às fileiras de sua causa (SCHUBRING, 2003, p. 34).

O sucesso que Klein obteve na Alemanha fez com que o grupo do IMUK resolvesse adotar oito tópicos dos que haviam sido propostos na Alemanha e, a partir daí, verificar com que incidência esses tais tópicos estavam se processando nos outros países. Esses tópicos foram apresentados nos respectivos congressos:

1. A fusão dos diferentes ramos da Matemática no ensino das escolas médias (Milão, 1911).
2. O rigor no ensino de Matemática nas escolas médias (Milão, 1911).
3. O ensino teórico e prático de Matemática destinado aos estudantes de ciências físicas e naturais (Milão, 1911).
4. A preparação matemática dos físicos na universidade (Cambridge, 1912).
5. A intuição e a experiência no ensino de Matemática nas escolas médias (Cambridge, 1912).
6. Os resultados obtidos na introdução do cálculo diferencial e integral nas classes mais adiantadas dos estabelecimentos secundários (Paris, 1914).
7. A preparação matemática dos engenheiros nos diferentes países (Paris, 1914).
8. A formação dos professores de Matemática para os estabelecimentos secundários (Paris, 1914) (SCHUBRING, 2003, p. 37).

Desses oito tópicos iniciais, no congresso de 1914, em Paris, dois foram os que tiveram mais destaque: o primeiro referia-se a avaliação da introdução do cálculo nas escolas secundárias e, o segundo, à preparação matemática dos engenheiros. Vale ressaltar que o tópico que abordava o estudo de Cálculo no ensino secundário foi o tema que mereceu atenção especial de Klein, pois ele acreditava que o estudo de Cálculo no ensino secundário devia se apoiar principalmente na idéia do pensamento funcional.

Para estudar o Cálculo baseado na idéia do pensamento funcional, a intuição e a experimentação tornavam-se pontos primordiais e foi a partir da importância dada a esses temas que a Geometria se fortaleceu no ensino secundário, pois a Geometria foi considerada uma fonte privilegiada, tanto para a exploração do pensamento funcional, como para a exploração da intuição e experimentação. Braga descreve parte dessa preocupação de Klein:

> Ainda sobre o Cálculo Infinitesimal, cabe observar que o curso proposto por Klein, de caráter intuitivo-sintético, solicita do aluno que ele desenvolva a capacidade de visualizar e trabalhar com alguma naturalidade a mobilidade das figuras geométricas.
> Klein propõe um ensino de Geometria em que se deveria valorizar a intuição e a experimentação numa primeira abordagem e, só posteriormente, partir-se-ia para uma sistematização. Configura-se, assim, a necessidade de elaboração de uma geometria propedêutica que teria por objetivo estabelecer uma ponte entre a experiência comum do aluno sobre o espaço e a geometria demonstrativa (BRAGA, 2003, p. 55).

O estudo de Geometria era tão essencial para Klein que este fez questão de descrever como a mesma deveria ser abordada e quais os principais objetivos a serem alcançados:

> Em geometria, o ensino deve começar pelos sólidos simples, de que se farão derivar os conceitos fundamentais, as relações de posição de retas e planos e as principais figuras geométricas. As definições científicas devem ser evitadas. Por métodos empíricos (translação, rotação, dobramento e medida) obtêm-se as principais proposições relativas angulares, áreas e

> circunferências. Haverá uma transição gradual da intuição para a demonstração.
>
> Desde o início, as figuras geométricas não devem ser consideradas rígidas. Recomenda-se um largo uso do movimento para o fim de ilustrar e sugerir relações geométricas importantes (KLEIN, 1900, apud ROXO, 1937, p. 213).
>
> (...) As bases da reforma foram formuladas no plano de estudos de 1882, em virtude do qual se criou um curso geométrico preparatório para a classe de quinta com o objetivo de propor aos alunos um conhecimento intuitivo das coisas, que logo sirva de base ao edifício geométrico (KLEIN, 1931, v.2, p.312, tradução BRAGA).
>
> (...) No que se refere especialmente à Geometria, esta deve reduzir-se no ensino secundário à intuição concreta, e passar depois, pouco a pouco, aos elementos lógicos: de maneira geral pode-se dizer que o método genético é o único apropriado, porque permite ao aluno ir penetrando nas coisas sem esforço (KLEIN, 1931, v.2, p. 282, tradução BRAGA).

Foram essas questões que fizeram a Alemanha ser considerado o berço do movimento das reformas internacionais. Além disso, esse estudo nos mostra que a Geometria se tornou uma fonte primordial para a aplicação dos conteúdos e das metodologias propostas pela reforma.

3.2 A participação do Brasil no IMUK e a aplicação dessas novas propostas na cultura escolar brasileira

No ano de 1912 os professores brasileiros do colégio Pedro II, um dos ícones do ensino no Brasil, se mostraram interessados em saber o que vinha sendo tratado nas discussões internacionais sobre o ensino de Matemática. O professor Arthur Thiré, professor do Internato do Colégio Pedro II, reuniu-se com o grupo de professores do Colégio Pedro II e sugeriu que fosse criada uma comissão para representar os interesses brasileiros no congresso da Inglaterra. Prontamente o grupo de professores aceitou o pedido de Thiré e o governo brasileiro oficializou tal pedido. Coube então ao Dr. Eugênio de Barros Raja Gabaglia, professor dessa mesma instituição, representar o governo brasileiro na Comissão Internacional.

Gabaglia teve, então, a missão de representar o governo brasileiro e a oportunidade de ser um dos primeiros brasileiros a manter contato com as propostas internacionais de modificações para o ensino de Matemática. Apesar da oportunidade conferida a ele, Gabaglia ao que tudo indica, pouco colaborou com o movimento das reformas, tendo em vista que, em 1917, em um texto sobre a Comissão Internacional do Ensino de Matemática, Henri Fehr comunica que alguns países estavam devendo os relatórios que haviam se comprometido a entregar e, dentre os países citados, constava o Brasil. Sobre tal fato Valente fez o seguinte comentário:

> O resultado final é que pelas mãos de Gabaglia, único brasileiro a ter tido oportunidade de presenciar as discussões internacionais sobre a modernização do ensino de matemática, nada parece ter sido trazido para o Brasil. Os antigos livros F.I.C., traduzidos por Gabaglia, continuaram a referenciar o ensino de matemáticas e seus programas (VALENTE, 2003, p. 58).

O que poderia ter levado Gabaglia a proceder de tal forma? Valente nos aponta possíveis causas:

> Ao que tudo indica, o mestre pouco ou nada teria se enfronhado nos debates sobre a reforma modernizadora e mais teria feito papel de relações públicas do governo brasileiro. Outra hipótese é que Gabaglia, participando dos debates, teria também alinhado suas posições com aquelas da Itália (VALENTE, 2003, p. 58).
>
> (...), é possível pensar também, teria interesses menos idealistas e mais pragmáticos: divulgar e dar uso aos livros F.I.C., que traduziu pela Garnier – livros que seriam considerados ultrapassados, face ao ideário da modernização proposto pela reforma internacional (VALENTE, 2003, p. 59).

Estes relatos deixam claro que não coube a Gabaglia o *status* de pioneiro do movimento das reformas no Brasil. A quem, então, coube esse papel?

No ano de 1922, Arthur Thiré, preocupado com a possibilidade de um grande número de reprovações no Colégio Pedro II, solicitou, em reunião do colégio, que fosse aumentado o número de aulas para o curso de Aritmética. No entanto, tal solicitação foi recusada. Essa recusa de certa forma foi responsável pelo início das modificações, pois a partir dela chegou-se a conclusão que o número de aulas era insuficiente para o cumprimento de todo o programa que havia no livro da coleção F.I.C., o que colocou a necessidade de adoção de um outro livro que se adequasse à grade curricular do colégio, dando então, oportunidade para que o livro de Euclides Roxo viesse a substituir os antigos livros da coleção F.I.C..

Sobre esse importante professor e autor de livros da época, Carvalho nos dá maiores detalhes:

> Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu em Aracaju, Sergipe, em 10 de dezembro de 1890. Faleceu no Rio de Janeiro, no dia 21 de setembro de 1950.
>
> Em 1909, bacharelou-se no Colégio Pedro II, onde foi aluno interno e acumulou todos os prêmios. Formou-se em engenharia em 1916 pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1915, foi aprovado em concurso para professor substituto de Matemática no Colégio Pedro II. Posteriormente, em 1919, foi nomeado catedrático neste estabelecimento de ensino a aí foi

> também examinador de Francês, Latim e Matemática nos exames do Colégio Pedro II. Além disso, foi aprovado em concurso para catedrático do Instituto de Educação. No Colégio Pedro II foi diretor de 1925 a 1935 (de 1925 a 1930 no externato e de 1930 a 1935 no internato), época em que a educação brasileira sofreu profundas modificações (CARVALHO, 2003, p. 86).

Euclides Roxo descreve, no seu livro de Aritmética, que se apropriou dos livros franceses de Tannery, no entanto, seu livro não era uma simples cópia, foram feitas algumas adequações a realidade escolar brasileira.

Com a adoção dos livros de Roxo pelo Colégio Pedro II e sua ascensão, como diretor desse estabelecimento, as idéias propagadas pelo IMUK ganharam um representante fiel no Brasil. Euclides Roxo sugeriu à Congregação do Colégio Pedro II, em 1927, uma alteração no ensino de Matemática, alteração essa que era baseada no movimento de modernização internacional. Trechos desse texto submetido à Congregação do Colégio foram descritos por Valente:

> “à luz das modernas idéias pedagógicas, a ciência matemática sob as suas três faces numérica, simbólica e gráfica – é uma só e não é conveniente, sob o ponto de vista didático separá-la, por divisões estanques ou dogmáticas em aritmética, álgebra e geometria; antes convém tanto quanto possível, expor os mesmos princípios sob os três pontos de vista, dando forma concreta ao ensino procurando, em uma palavra, fazer entrar a matemática ‘pelos olhos’, até quando o aluno se ache bastante exercitado para tratar as questões de um modo abstrato”.
>
> “a matemática é uma verdadeira unidade e, como tal, deve ser desenvolvida, desde o começo, sendo a geometria o fluído unificador (uniting fluid) que corre através do conjunto (Benchara Branford)” (VALENTE, 2003, p. 74).

Em 1928, esse documento foi aprovado pelo Departamento Nacional de Ensino e também pela Associação Brasileira de Educação, mas o novo programa só passou a vigorar a partir do ano de 1929 e apenas no Colégio Pedro II. As instruções para execução desse novo programa (Anexo IX) nos dão mostra da mudança de paradigma para o ensino de Matemática.

Com a aprovação desse novo programa pelo Colégio Pedro II, surgiu o embrião de uma nova disciplina escolar no Brasil, pois as disciplinas Álgebra, Aritmética e Geometria, que até aquele presente momento eram disciplinas autônomas, a partir dessas novas propostas deveriam se fundir entre si, dando origem a uma nova disciplina escolar no Brasil denominada Matemática, a qual contemplaria os ensinos dos respectivos ramos (Álgebra, Aritmética e Geometria).

No ano seguinte um novo programa, com pequenas alterações, foi redigido e aprovado e as instruções para execução desse novo programa (Anexo X), mais uma vez nos mostram que as questões envolvendo a Geometria estavam sendo consideradas como o carro-chefe para o funcionamento dessa nova disciplina escolar. O caráter experimental e intuitivo deveria sempre estar vivo e presente nas questões que tratassem da aprendizagem dos alunos. Apesar das inovações serem dirigidas para o Colégio Pedro II, percebe-se que outros colégios do país se apropriaram das tais mudanças, pois as instituíram. Desde o Império o Colégio Pedro II era referência para as outras escolas e ditava o que deveria ser feito no ensino secundário do Brasil. Na realidade o colégio que quisesse emitir certificados de conclusão e outorgar o título de bacharel a seus alunos deveria funcionar sob o regime de equiparação ao Pedro II, ou seja, deveria funcionar com a mesma estrutura dadático-pedagógica desse estabelecimento padrão.

Esse exemplo enfatiza que uma nova disciplina quase sempre surge a partir das finalidades objetivas, como foi o caso dessa nova disciplina escolar (Matemática) que nasceu do ideal da cúpula do Colégio Pedro II.

Com a aprovação das propostas de modernização, foi elaborado por Euclides Roxo um novo livro denominado - Curso de Mathematica Elementar – Vol. 1, que passou a ser usado pelo Colégio Pedro II no ano de 1929 e sua dinâmica pedagógica estava voltada para atingir as propostas dos novos programas que, segundo o próprio Roxo, devia ser baseada sobre um tripé:

- Predominância essencial do ponto de vista psicológico.
- Subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais da época.
- Subordinação da escolha, da matéria a ensinar, às aplicações da Matemática ao conjunto das outras disciplinas.

No Prefácio do livro, Roxo fez questão de afirmar que se apropriou das idéias advindas do movimento de modernização internacional e que, para a escrita de tal compêndio, utilizou-se de obras estrangeiras de autores como Felix Klein, Poincaré e Breslich. A descrição no prefácio nos mostra um esboço dessas novas propostas:

> Esse compêndio [o de Breslich], sucessivamente revisto e modificado, durante 25 anos, de acordo com os conselhos da prática e as reações dos alunos, foi definitivamente redigido por Ernst Breslich, um dos professores acima referidos, e adotado em muitos colégios secundários da América do Norte. Vários outros compêndios Têm sido ali publicados de acordo com a orientação moderna, mas os de maior sucesso são justamente aqueles que adotaram o plano de Breslich. De fato, não nos parece que nenhum outro tenha de maneira mais feliz harmonizado quase todas as tendências da grande reforma. Não hesitamos, por isso, em tomá-lo para modelo deste modesto trabalho. Assim, os capítulos IV, V, VI, VII, VIII, IX, X e XII, onde se procuram dar as primeiras noções de álgebra com o apoio concreto da geometria, foram moldados por Breslich, com a necessária adaptação ao nosso meio e à mentalidade dos nossos adolescentes (ROXO, 1929, p. 11).
>
> Procuraremos reunir, de acordo com Klein, as tendências desse movimento de reforma.
>
> 1- Tornar essencialmente predominante o ponto de vista psicológico. – significa isso que o ensino não deve depender unicamente da matéria ensinada, mas deve atender antes de tudo ao indivíduo a quem se tem de ensinar. Um mesmo assunto deve ser exposto a uma criança de seis anos de modo diferente por que o é a uma de dez e a esta ainda de maneira diversa que a um homem maduro. Aplicando particularmente ao ensino da Matemática, esse princípio geral nos conduz a começar sempre pela intuição viva e concreta e só pouco a pouco trazer ao primeiro plano os elementos lógicos e adotar, de preferência, o método genético, que permite uma penetração lenta das noções.

2- Na escolha da matéria a ensinar ter em vista as aplicações da Matemática ao conjunto das outras disciplinas, - procurando aliviar o estudante de uma grande sobrecarga de estudos cujo interesse é puramente formalístico e tornar o ensino mais vivo e mais produtivo.

3- Subordinar o ensino da Matemática a finalidade da escola moderna: - "tornar os indivíduos moralmente e intelectualmente aptos a cooperarem na obra da civilização moderna, essencialmente orientada para o sucesso prático". Daí decorre a necessidade de se ter em vista, no ensino da Matemática, as suas aplicações às ciências físicas e naturais e à técnica. Dessas três tendências gerais que se harmonizam e se fortalecem mutuamente, decorrem outras características e modalidades, que também se entrelaçam e completam. São elas:

a) a fusão da aritmética, álgebra e geometria (incluída a trigonometria). A esse respeito diz Klein: "Não quero dizer que essas partes devam ser completamente fundidas, mas não devem ser tão separadas como sucede hoje freqüentemente nas escolas, contra o que é natural; um exemplo instrutivo é o estudo das proporções que primeiro se explicam aritmeticamente e depois – muitas vezes sem nenhuma relação com o estudo anterior – ensina-se novamente sob forma geométrica". (...)

b) introdução precoce da noção de função, que, para Klein, é o âmago do moderno movimento de reforma, apresentada – o que se não deve perder de vista – sob forma geométrica e expressa, eficazmente, pelas representações gráficas, das quais diz Klein: "Penetram não somente através a grande literatura moderna das ciências exatas, mas, pode-se dizer, surgem em todas as cogitações da vida atual". (...)

c) abandono, em parte, da rígida didática de Euclides ("die starre euklidische Manier") com a introdução da idéia de mobilidade de cada figura, por meio da qual em cada caso particular, se torna compreensível o caráter geral da geometria.

d) introdução, desde cedo, de noções de coordenadas e de geometria analítica, a qual "é acessível à compreensão dos meninos desde as primeiras séries e, por isso, deveria penetrar em todo o ensino da Matemática", ao invés de, como se faz atualmente, "sobrepor-se como uma nova construção à parte, ao estudo já concluído da geometria elementar".

e) introdução de noções de cálculo diferencial e integral, apoiadas de modo preponderante em métodos geométricos, e, portanto, intuitivos.

f) Maior desenvolvimento do ensino do desenho projetivo e da perspectiva, ainda em conexão com o estudo da Geometria elementar.

g) a introdução de recursos de laboratório (constituindo o que os americanos chamam “laboratory method”), como sejam réguas graduadas, compassos, instrumentos de medir ângulos (prancheta, trânsito, etc.), papel milimetrado, esferas negras, balanças, termômetros, alavancas, planímetros, polias,aparelhos de demonstração, figuras e sólidos de vidro, de fios de seda etc. Esses recursos, aliados ao método heurístico, permitem a experimentação e auxiliam a self-discovery, além de concorrerem para dar vivacidade e interesse ao ensino e um certo apoio concreto e, talvez, um tanto divertido, ao raciocínio do adolescente, ajudando-o a galgar, o mais suavemente possível, a íngreme rampa da abstração matemática.

h) Finalmente, um princípio que preside a todos os que precedem, o do método histórico no desenvolvimento da Matemática, princípio pedagógico de ordem geral, por todos francamente reconhecido mas raramente respeitado (ROXO, 1929, p. 8 a 10).

Analisando as orientações do Prefácio, verificamos que a exploração de questões envolvendo a Geometria era recomendada para facilitar o uso da intuição e do caráter experimental, portanto devendo fazer parte da fase inicial do curso secundário.

Seguindo esse novo modelo de estruturação, o livro de Roxo passou a ter grande divulgação e isso parece ter despertado a ira de alguns catedráticos e professores de Matemática da época, como foram os casos de Almeida Lisboa, Ramalho Novo, Sebastião Fontes entre outros, que eram totalmente contrários a esse modelo de ensino. Não conformados com a implantação dessas novas propostas, esses professores passaram a atacar a obra de Euclides Roxo das mais variadas formas.

Ramalho Novo afirmou que os livros de Breslich eram de mérito discutível e que Roxo fez a leitura de Klein, mas nada tinha entendido. Sebastião Fontes acusou Roxo de querer desbancar os livros que faziam sucesso há mais de 40 anos, havendo de criar um novo mecanismo para torná-los inutilizáveis.

Almeida Lisboa, o opositor mais ferrenho, acusava Roxo de banalizar o ensino da Matemática fazendo uso de aplicações práticas ilusórias e de nenhum alcance.

Euclides Roxo fazia questão de debater com seus opositores - a partir de jornais, de artigos, de conferências etc- os propósitos dos novos programas. No entanto, os ataques não cessaram e Roxo continuou, por um longo tempo, a travar uma batalha em prol das novas propostas para o ensino brasileiro.

Quanto às acusações dos opositores, algumas nos parecem questionáveis como é o caso da afirmação de Sebastião Fontes de que Roxo objetivava criar um novo programa para desbancar os compêndios que faziam sucesso havia mais de 40 anos. Pois bem, a opor-se aos novos programas de ensino também pode nos levar a supor que tal recusa poderia se dar justamente para não perder esse mercado que lhes pertencia durante todo esse tempo.

Quanto à afirmação de Almeida Lisboa: "*Os livros em que o Sr. Roxo expõe o seu programa, são excessivamente infantis. Suas aplicações práticas são ilusórias e de nenhum alcance. Neles não há vestígio da mais simples demonstração de qualquer teorema, por mais elementar que seja; existem apenas verificações materiais, e portanto imperfeitas e grosseiras*" (CARVALHO, 2003, p. 133), também nos parece questionável, pois nas instruções para execução do programa, Roxo deixa claro que o curso baseado na indução e experimentação faria parte de uma fase inicial, afim de que os conhecimentos matemáticos se tornassem mais claros, mas, posteriormente, os educadores não deveriam perder de vista o caráter lógico da Matemática, o qual deveria ser adquirido gradativamente. Aliás, este ponto de vista também foi referenciado por Felix Klein, que durante um longo tempo fez parte de uma corrente que defendia o uso exclusivo da lógica.

3.3 Reforma Francisco Campos, a primeira reforma em nível nacional

Assim como havia ocorrido na Europa, no Brasil, a industrialização foi ganhando espaço em relação ao sistema agrário.

Tradicionalmente, "desde o século XVI, com a montagem do sistema colonial pelos portugueses, o Brasil se especializou na produção agrária de exportação. Vários fatores orientaram a economia brasileira no sentido agrícola: a existência de grandes extensões de terras férteis; um amplo e lucrativo mercado externo, principalmente o europeu, para o consumo de produtos tropicais e o interesse comercial dos colonizadores portugueses" (RIBEIRO, 1996, p. 24).

No início a base de sustentação para o Brasil foi a cana-de-açúcar e o algodão, porém esses produtos ganharam, com o tempo, a concorrência de outros produtores nas Antilhas e na Ásia e tiveram seus preços reduzidos deixando de ser economicamente viáveis. Além disso, esse tipo de produto causou um esgotamento das terras devido ao mau uso.

Com a crise do algodão e da cana-de-açúcar o café passou a ser à base de sustentação da economia brasileira. "Novamente o Brasil se especializou na produção agrária de exportação, confirmando a tese da vocação agrícola brasileira, defendida pelos latifundiários e pelo capital internacional" (RIBEIRO, 1996, p. 25).

A plantação de café se concentrou principalmente na região Sudeste. O Rio de Janeiro, no século XVIII, era o principal produtor de grãos, porém com o passar dos anos, São Paulo, principalmente por meio do Vale do Paraíba, superou a produção do Rio de Janeiro, fato que ocorreu também com a produção de Minas Gerais. Após o crescimento da produção de São Paulo e Minas Gerais ambos passaram não só a ser os maiores produtores de café, bem como comandar a política nacional.

Particularmente o café brasileiro era rentável, pois o trabalho de colheita era feito pelos escravos a custo quase zero. A Inglaterra percebendo que o trabalho escravo no Brasil fazia com que o produto brasileiro competisse com os seus produtos buscou formas de pressionar o governo brasileiro até conseguir o abolicionismo. A partir da abolição o Brasil precisou de imigrantes para manter sua produção de café e esse foi um dos fatores que contribuíram para que o café brasileiro fosse, aos poucos, deixando de ser rentável. É importante salientar que a 1ª Guerra Mundial também contribuiu para a crise do café, pois os principais consumidores estavam envolvidos na guerra e reduziram drasticamente a importação desse produto.

As perdas e supersafras do café eram constantes, no entanto como o Governo a essa altura era representado pelos cafeicultores de São Paulo e Minas Gerais, a chamada política café-com-leite, esses usavam de artifícios como desvalorização da moeda para manterem seus ganhos, fato que ocasionou uma grave crise nacional.

No início do século XX o Brasil estava passando pelo mesmo processo de crescimento populacional que havia ocorrido na Europa e enfrentando os mesmos problemas sociais. As grandes cidades haviam começado a serem urbanizadas, surgiam as pequenas indústrias, os trabalhadores, de maioria italiana, começavam a reivindicar melhorias, os militares estavam descontentes com a política adotada e os grupos formados por burgueses industriais exigiam maior abertura para seus ramos. Esses grupos juntos com os artistas pressionavam o Governo a tomar decisões.

No ano de 1930 o Brasil, vivendo sob essa grave crise política, passaria por eleições presidenciais. Washington Luiz, quebrando um pacto de estabelecer um rodízio no Governo entre mineiros e paulistas, resolveu lançar seu conterrâneo paulista Júlio Prestes como seu sucessor no cargo de presidente. As oligarquias de Minas Gerais se sentindo traídas pelas oligarquias paulistas resolveram se aliar às oligarquias do Rio Grande do Sul e da Paraíba, que haviam sido preteridas pelo atual governo para a sucessão presidencial. Ambas resolveram se juntar criando a Aliança Liberal e lançando Getúlio Vargas como candidato à presidência.

No dia 1º de Março de 1930 foram realizadas as eleições presidenciais e, apesar do entusiasmo que o programa da Aliança Liberal despertou no país, Júlio Prestes saiu vencedor. Descontente com o resultado das eleições, Getúlio Vargas denunciou fraudes nas eleições e, aproveitando o descontentamento da classe média, dos operários e de alguns tenentes exilados, o grupo da Aliança Liberal, buscou um fato, que alguns historiadores questionam a veracidade, para deflagrar uma luta armada.

> Vargas e João Pessoa insistiam em denunciar as pressões e fraudes praticadas pelo governo para garantir a vitória do candidato paulista Júlio Prestes. Ao mesmo tempo, buscavam cautelosamente reunir forças políticas e apoios para colocar em prática a revolta armada defendida pelos tenentes. Só lhes faltava um bom pretexto para atacar o governo, derrubar Washington Luís e impedir a posse de Júlio Prestes.
>
> As forças de oposição encontram este pretexto no dia 26 de julho de 1930. Neste dia, o líder paraibano João Pessoa, candidato a vice-presidência pela Aliança Liberal, foi assassinado numa confeitaria de Recife. O crime, ao que tudo indica, foi cometido por motivos pessoais e não políticos, provocando grande comoção popular. Aproveitando-se do clima de revolta popular causado pelo assassinato, os políticos de oposição exploraram habilmente o acontecimento, acusando o presidente da República e seus aliados de responsáveis pelo crime (RIBEIRO, 1996, p. 165).

Assim Vargas buscou apoio popular e também dos integrantes do exército descontes com a política praticada e deflagrou, no dia 3 de outubro de 1930, uma revolução para depor Washington Luiz do poder.

O movimento ocorreu em vários estados do país e passados alguns dias de batalha, no dia 24 de outubro, a Aliança Liberal saiu vencedora. No Rio de Janeiro foi formada uma junta governista que acabou entregando o governo a Getúlio Vargas.

Apesar de alguns historiadores tenderem a apontar que a disputa política era baseada na disputa entre a burguesia cafeeira e o setor industrial, Boris Fausto em seu livro “A Revolução de 1930: historiografia e história” elucida que essa disputa foi mais uma disputa pelo poder do que pela mudança de rumo. Na verdade os políticos envolvidos não tinham essa concepção de mudança. Eram os militares e a classe média que se mostravam insatisfeitos com a política adotada.

> A oposição ao predomínio da burguesia cafeeira não provém, entretanto, de um setor industrial, supostamente interessado em expandir o mercado interno. Pelo contrário, dadas as características da formação social do país, na sua metrópole interna há uma complementaridade básica entre interesses agrários e industriais, temperada pelas limitadas fricções. Ao momento de reajuste do sistema, por isso mesmo, não corresponde ao acesso ao poder do setor industrial, seja de modo direto, seja sob a forma da “revolução do alto”, promovida pelo Estado (FAUSTO, 1994, p.149).

O novo Governo na realidade não tinha nenhuma proposta de modernização mais significativa para o país. A disputa era mais regional do que uma disputa por ideais. Um novo projeto buscando a modernização foi realizado pelo Governo mais devido à pressão da sociedade, do que por uma meta pré-estabelecida.

> O radicalismo da aliança liberal em 1930 esteve intimamente associado à preocupação dos setores dominantes da sociedade brasileira com o crescimento e amadurecimento das organizações operárias. A frase de Antônio Carlos de Andrada, representante da oligarquia mineira, demonstra claramente esta preocupação: “façamos a revolução antes que o povo a faça” (RIBEIRO, 1996, p.166).

Dentre as propostas de modernização que o Governo da Aliança Liberal procurou por em prática uma estava intimamente ligada à reforma do ensino Secundário e Superior.

Como podemos ver o projeto de modernização do ensino de Matemática que explanaremos a seguir, principalmente a forma como foi pensado e colocado em prática, surgiu do interesse e pressão da sociedade. Esse fato é um dos pontos que Chervel destaca como importante na constituição de uma disciplina escolar, pois o pesquisador deve verificar em que medida, o que é ensinado na escola tem a ver com as escolhas da sociedade e dos órgãos políticos e também verificar o porquê dessas escolhas.

Quanto ao projeto de modernização o novo Governo com o objetivo de agradar aos estados de Minas Gerais e Rio Grande do Sul, principais parceiros da batalha, criou dois novos ministérios: o da "Educação e Saúde" e o do "Trabalho, Indústria e Comércio". Para o ministério do "Trabalho, Indústria e Comércio", foi designado Lindolfo Collor, do Rio Grande do Sul e, para o ministério da "Educação e Saúde", Francisco Campos, de Minas Gerais.

Apesar de a indicação ter caráter político, Francisco Campos não era leigo na área da educação, pois havia desenvolvido um importante trabalho na área da educação em Minas Gerais:

> ...Francisco Campos traçou todo um plano de reforma do ensino, do qual resultou, notadamente, a criação da Escola de aperfeiçoamento, destinada a formar e reciclar educadores da linha da "escola nova". O número de escolas primárias foi triplicado entre 1926 e 1929, foram fundadas 19 escolas normais e remodeladas as mais antigas já existentes, as de Belo Horizonte e Ouro Preto. Contrataram-se professores na Suíça, França e Bélgica e mestras mineiras foram estagiar nos Estados Unidos como bolsistas do governo estadual[5].

Essa experiência adquirida na área da educação proporcionou os subsídios necessários para que Francisco Campos, no ano de 1931, desse início à reforma educacional, que tinha como principal objetivo a tentativa de unificar o ensino em todo o âmbito nacional (Reforma Francisco Campos).

A criação de um programa nacional visava criar uma uniformidade no ensino em todo o território, já que até aquele momento as reformas eram mais individualizadas e locais. Essa nova proposta estabelecia uma mudança de paradigma para o ensino secundário brasileiro e as disciplinas escolares da época

[5] Israel Beloch (org.) et al, Dicionário histórico-biográfico brasileiro: 1930-1983, vol. 2, p. 573.

passariam a ter um outro caráter, que não simplesmente, preparar para os exames do ensino superior. Francisco Campos relatou os problemas do modelo de educação que se tinha até então e procurou justificar os novos objetivos que buscava para a educação:

> Via de regra, o ensino secundário tem sido considerado entre nós como um simples instrumento de preparação dos candidatos ao ensino superior (...). O importante, porém, é que o ensino superior acabou por transformar-se em uma finalidade puramente externa e convencional do ensino secundário, e, dominado este pela absorvente preocupação do primeiro, perdeu as suas características próprias e específicas, passando a ser um curso de finalidade exclusivamente utilitária, despido, assim, da finalidade interna, fundamentalmente educativa, em torno do qual, para que exercesse o seu insubstituível papel na formação intelectual e moral da juventude, deviam organizar-se as disciplinas do currículo, os seus programas e os seus processos didáticos.
>
> ...A sua finalidade exclusiva não há de ser a matrícula nos cursos superiores; o seu fim, pelo contrário, deve ser a formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional, construindo no seu espírito todo um sistema de hábitos, atitudes e comportamentos que o habilitem a viver por si mesmo e a tomar em qualquer situação as decisões mais convenientes e mais seguras (CAMPOS, apud ROCHA, 2001, p. 151 e 152).

A concretização da reforma Francisco Campos mostra que o embrião da criação de uma nova disciplina escolar, que havia se iniciado no Colégio Pedro II, com novas finalidades para o ensino secundário, agora haveria de se espalhar por todo o território nacional.

O Colégio Pedro II, na figura de seu diretor, Euclides Roxo, teve um papel importante na elaboração das reformas. Nesse período, além de diretor do Colégio Pedro II, Roxo era membro do Conselho Nacional de Ensino. Sua participação na elaboração das reformas ficou evidenciada na matéria publicada pelo jornal “A Noite”, em 17 de janeiro de 1931, com o título: “A Elaboração da Reforma do Ensino”, transcrita a seguir:

> Com o Dr. Francisco Campos, Ministro da Educação, conferenciaram, hoje, os Drs. Euclides Roxo, diretor do Internato Pedro II; Delgado de Carvalho, diretor do Externato do mesmo colégio; Lourenço Filho, diretor da Instrução de São Paulo; e Hahnemann Guimarães, assistente técnico do ministério.
> Essa conferência versou sobre a elaboração da reforma do ensino da República, tendo aqueles professores trocado idéias e combinado medidas com o ministro acerca das modificações a serem feitas no ensino secundário.

Fica nítido que Euclides Roxo, o principal mentor da criação de uma nova disciplina escolar no Brasil (Matemática), teve papel fundamental na elaboração dos programas de Matemática da reforma Campos. Aliás, o próprio Euclides Roxo relata essa participação quando do seu depoimento em uma conferência patrocinada pela ABE:

> Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II, a modificação dos programas de matemática (sic), de acordo com a orientação do moderno movimento da reforma e a conseqüente unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de matemática, lecionada em 5 anos, passando então por diante, a haver apenas exames de matemática nas diversas séries do curso. **A Reforma Francisco Campos adotou o nosso ponto de vista,** que até hoje vigora e que tem provocado certa oposição da parte de alguns professores, embora ilustres, mas muito pegados ao ponto de vista clássico. (ROXO, A Matemática e o Curso Secundário. In: ABE, p. 73 e 74, grifo nosso).

Na verdade, o fato de Euclides Roxo ter desenvolvido um amplo sistema de reforma no Colégio Pedro II e ter uma certa força política, fez com que o modelo do Pedro II, fosse estendido para todo território nacional, através da Reforma Francisco Campos, a qual foi promulgada, em 30 de Junho de 1931, por meio da Portaria Ministerial:

> O Ministro de Estado da Educação e Saúde Pública, em nome do Governo Provisório:
> Resolve, nos termos do art. 10, do decreto nº 19890, de 18 de abril de 1931, expedir os programas do curso fundamental do ensino secundário, anexos a esta Portaria, que serão observados, de acordo com as respectivas instruções

> pedagógicas e com o número de horas semanais neles referido, em cada série do curso a quem forem aplicáveis (BICUDO apud ROCHA, 2001, p. 166).

O programa e as instruções metodológicas da Reforma Francisco Campos sofreram algumas alterações em relação ao programa do Colégio Pedro II, fato esse que consideramos como natural dentro do processo de amadurecimento pelo qual deve passar uma nova disciplina escolar no seu processo de estabilização.

José Lourenço Rocha, que desenvolveu uma pesquisa a respeito da reforma Campos e das reformas do Pedro II, apontou algumas semelhanças e diferenças no programa e nas instruções metodológicas:

> O que se observa de pronto é que não havia nenhuma mudança substancial nos conteúdos apresentados, os quais, em alguma época, já haviam feito parte, pelo menos oficialmente, dos programas do Colégio Pedro II...(ROCHA, 2001, p. 171).
>
> Comparando-se os programas e instruções da Reforma Francisco Campos com os que vinham sendo gradualmente implantados a partir de 1929 no Colégio Pedro II, a impressão que se tem é de que houve um certo recuo por parte de Euclides Roxo, em relação à fusão dos ramos da matemática. Chega-se a essa conclusão principalmente pelo fato de que, nos programas do Pedro II (e suas instruções), a divisão dos assuntos era feita apenas com relação às séries do curso, não havendo a separação por ramos da matemática. Já nos programas da reforma de 1931, a interação entre esses ramos era paulatinamente implementada até chegar à 5ª série, na qual os conteúdos eram apresentados em conjunto.
>
> Outro ponto que vale notar é que as instruções metodológicas da Reforma Campos foram descritas de maneira mais geral, sem apresentar exemplos práticos de como se deveria realizar essa fusão dos ramos da matemática, como vinha sendo feito nas instruções referentes aos programas de 1929 e 1930, do Colégio Pedro II (ROCHA, 2001, p. 174).

Os novos programas da Reforma Francisco Campos (Anexo XI) e as instruções para execução desse programa (Anexo XII) foram impressos a partir da oficialização da portaria ministerial, e, assim, se fizeram valer essas novas orientações para todo território nacional. O fato curioso é que as críticas proferidas por seus opositores não cessaram mesmo após a oficialização da reforma. Contudo Euclides Roxo não declinou de suas concepções e continuou a travar um debate ferrenho com Almeida Lisboa, por meio do Jornal do Commércio e outros órgãos de divulgação.

Esse relato nos mostra um pouco do trabalho e das dificuldades encontradas por Euclides Roxo para por em prática os ideais da reforma. Roxo sempre procurou manter um diálogo com seus opositores e fazia questão de frisar que as idéias do movimento de reforma já estavam acontecendo nos países mais desenvolvidos e que essa mudança de paradigma, que estava gerando uma nova disciplina escolar, se fazia necessária para as necessidades da nova sociedade que estava surgindo.

Talvez seja devido ao esforço e trabalho que Roxo desenvolveu, primeiramente se apropriando das idéias oriundas do Movimento Internacional e posteriormente com o amplo trabalho que teve para efetivá-las no cenário da educação brasileira, que fizeram com que Maria Laura e Antonio Jose Lopes (Bigode), atribuíssem ao mesmo um papel de destaque na nossa educação. Segunda Maria Laura "Euclides Roxo foi o nosso primeiro Educador Matemático que merece ser conhecido para ser admirado pelas novas gerações" (apud CAMPOS, 2003, p.7). Já Bigode aponta Roxo como "um dos pioneiros a propor que os aspectos psicológicos deveriam orientar a elaboração dos currículos. Um profissional que valorizava a intuição mais que os aspectos formais no ensino" (LOPES, 2004, p.9).

Os programas da Reforma Francisco Campos e as instruções metodológicas nos servirão de referenciais para a análise dos livros didáticos que efetuaremos a partir do nosso próximo capítulo. A análise desses livros nos mostrará, de uma maneira mais nítida, como a Geometria passou de disciplina autônoma a conteúdo da disciplina Matemática.

CAPÍTULO 4

A GEOMETRIA COMO CONTEÚDO DA DISCIPLINA MATEMÁTICA

A análise dos livros didáticos, conforme descrito por Chervel, é uma importante ferramenta para verificar o comportamento de uma disciplina escolar. As amostras por nós analisadas tratam primeiramente da obra de Euclides Roxo que, conforme mostrado, foi o manual inovador e as demais obras constituem obras que tiveram um relativo sucesso de vendas na época.

É importante salientar conforme descreve Bittencourt, no capítulo I, que os livros didáticos são uma importante referência para o estudo de uma disciplina escolar, pois podem fornecer uma perspectiva de como eram desenvolvidos os conteúdos escolares. É importante, porém, observar como bem destaca a autora, que os livros didáticos não são capazes de nos mostrar como os mesmos eram realmente utilizados no contexto escolar.

Na nossa análise dos livros didáticos também procuraremos observar o conceito de "vulgata" descrito por Chervel, que consiste em verificar como os livros, ao longo do tempo, vão se tornando similares, tanto no que tange aos conteúdos, aos próprios exercícios, sua forma, apresentação e organização do texto escolar.

Para essa análise escolhemos alguns dos livros mais representativos da década de 1930. Iniciaremos nosso estudo pela análise do texto de Euclides Roxo, pois esse compêndio exprimia o que de mais inovador havia, considerando as orientações da reforma Francisco Campos, e caminharemos por uma seara que irá contemplar alguns dos autores com maior representatividade no mercado editorial na respectiva época:

1. *Curso de Mathematica Elementar*, 2 volumes (1º e 2º anos), de Euclides Roxo, professor do colégio Pedro II, editados pela Livraria Francisco Alves, do Rio de Janeiro;

2. *Curso de Matemática*, 5 volumes, de agrícola Bethlem, professor do Colégio Militar do Rio de Janeiro, editados pela Livraria do Globo de Porto Alegre.

3. *Lições de Matemática*, 5 volumes, de Algacyr Munhoz Maeder, professor do Ginásio Paranaense, editados pela Companhia Melhoramentos, de São Paulo;

4. *Primeiro Ano de Matemática* a *Quinto Ano de Matemática*, 5 volumes de Jacomo Stávale, professor do Instituto Caetano de Campos de São Paulo, editados pela Companhia Editora Nacional, de São Paulo;

5. *Matemática*, 2 volumes (1º e 2º anos), de Cecil Thiré e J.C. de Mello e Souza (Malba Tahan), professores do colégio Pedro II, editados pela Livraria Francisco Alves;

6. *Curso de Matemática*, 3 volumes (3º, 4º e 5º anos), de Euclides Roxo, Cecil thiré e J.C. Mello e Souza, editados pela Livraria Francisco Alves;

A análise dos livros didáticos que faremos a seguir referencia-se no CD-ROM ”A Matemática do Ginásio - Livros didáticos e as Reforma Campos e

Capanema", material este elaborado pelo GHEMAT (Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil da PUC/SP), o qual foi lançado no mês de Agosto de 2005, financiado pela FAPESP e organizado por Wagner Rodrigues Valente, que também contou com nossa participação.

4.1 COLEÇÃO - CURSO DE MATHEMATICA ELEMENTAR – EUCLIDES ROXO

Para a análise dos livros de Roxo observaremos as novas tendências pelas quais o ensino da Matemática tentou basear-se a partir da Reforma Francisco Campos. Sobre essas novas tendências, Roxo procurou descrever no Prefácio as idéias e as diferenças que Felix Klein apontava entre o ensino baseado na lógica, que fazia parte do contexto escolar num período anterior a Reforma, e o ensino baseado na intuição e experimentação, que fazia parte da nova ordem para o ensino:

> " A primeira divide a ciência em compartimentos precisamente demarcados, trata de estudar cada um deles com um mínimo de meios, e evita, quando possível, utilizar idéias provindas dos departamentos vizinhos. Esta tendência tem como ideal o desenvolvimento perfeitamente lógico de cada divisão em si mesma. A segunda tendência, ao contrário, dá maior importância à vinculação orgânica das várias divisões entre si, ao auxílio recíproco que se prestam, e prefere os métodos aptos a abrangerem varias divisões de um mesmo ponto de vista; seu ideal é a compreensão da ciência como um todo indiviso"
>
> "Infelizmente , o ensino está sob o domínio quase que exclusivo da primeira tendência e qualquer reforma do ensino de Matemática deve apoiar-se em um desenvolvimento maior da segunda. Com esta, entendo uma compreensão maior dos métodos genéticos do ensino, uma compreensão mais intuitiva das propriedades do espaço, e em primeira linha e antes de tudo, o desenvolvimento da idéia de função, refundindo nela nossas representações do espaço e do número" (KLEIN apud ROXO, 1929, p. 6).

Vale ressaltar que a nossa análise estará basicamente envolvendo os temas relacionados à Geometria, que é o foco de nossa pesquisa, e a mesma será pautada pelas novas tendências do ensino, sugeridas por Felix Klein, as quais Roxo fez questão de citar no Prefácio de seu livro:

> 1º) TORNAR ESSENCIALMENTE PREDOMINANTE O PONTO DE VISTA PSICOLÓGICO. **–** Significa isso que o ensino não deve depender unicamente da matéria ensinada, mas deve atender antes de tudo ao indivíduo a quem se tem de ensinar. (...) esse princípio geral nos conduz a começar sempre pela intuição viva e concreta e só pouco a pouco trazer ao primeiro plano os elementos lógicos e adaptar, de preferência, o método genético, que permite uma penetração lenta das noções.
> 2º) NA ESCOLHA DA MATÉRIA A ENSINAR TER EM VISTA AS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA AO CONJUNTO DAS OUTRAS DISCIPLINAS, **-** procurando aliviar o estudante de uma grande sobrecarga de estudos cujo interesse é puramente formalístico e tornar o ensino mais vivo e mais produtivo.
> **3**º) SUBORDINAR O ENSINO DA MATEMÁTICA A FINALIDADE DA ESCOLA MODERNA: **-** "tornar os indivíduos moralmente e intelectualmente aptos a cooperarem na obra da civilização moderna, essencialmente orientada para o sucesso prático". Daí decorre a necessidade de se ter em vista, no ensino da Matemática, as suas aplicações as ciências físicas e naturais e à técnica. (Roxo, p. 7 e 8, 1929)

A partir dessas três tendências, Roxo descreve outras características oriundas das primeiras, as quais também farão parte de nossa análise global:

a) a fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria (incluída a Trigonometria);
b) introdução precoce da noção de função, que para Klein, é o âmago do moderno movimento de reforma, apresentada;
c) abandono em parte da rígida didática de Euclides, com a introdução da idéia da mobilidade de cada figura, por meio da qual em cada caso particular, se torna compreensível o caráter geral da Geometria;
d) introdução desde cedo, de noções de coordenada e Geometria Analítica, a qual é acessível à compreensão dos meninos desde as primeiras séries;
e) introdução das noções de cálculo diferencial e integral, apoiadas de modo preponderante em métodos geométricos, e portanto, intuitivos;
f) maior desenvolvimento do ensino do desenho projetivo e da perspectiva, ainda em conexão com o estudo da Geometria elementar;

g) a introdução de recursos de laboratório, como sejam réguas graduadas, compassos, instrumentos de medir ângulos, papel milimetrado, esferas negras, balanças, termômetros, alavancas, planímetros, polias,aparelhos de demonstração, figuras e sólidos de vidro, de fios de seda etc;
h) finalmente, um princípio que preside a todos os que precedem, o do método histórico no desenvolvimento da Matemática, princípio pedagógico de ordem geral, por todos francamente reconhecido, mas raramente respeitado (ROXO, 1929, p. 8 à 10).

Sobre essas outras características descritas nos cabem aqui alguns comentários. A chamada fusão entre os ramos pretendia que os estudos pudessem ser abordados de formas diferentes, isto é, que um mesmo conteúdo ou conceito pudesse ser abordado geometricamente, algebricamente ou então aritmeticamente e não de forma tão isolada como vinha ocorrendo. A esse respeito, disse Klein: "não quero dizer que essas partes devam ser completamente fundidas, mas não devem ser tão separadas como sucede hoje freqüentemente nas escolas, contra o que é natural (KLEIN apud ROXO, 1929, p.8). Sobre o trabalho com recursos de laboratório o mesmo objetivava que esses materiais servissem para dar apoio concreto e despertar o interesse do aluno. Quanto ao trabalho com coordenadas geométricas recomendou-se seu uso, pois sua compreensão era acessível as crianças e até aquele momento ela vinha sendo utilizada num momento posterior e sem nenhuma relação com a Geometria Elementar.

4.1.1 CURSO DE MATHEMATICA ELEMENTAR – Volume I e II (EUCLIDES ROXO)

O livro inicia-se pela apresentação das noções de sólido, formas geométricas, volume, superfícies, linhas, ponto; procurando apresentar algo palpável para os alunos, ou seja, o autor cita exemplos presentes na natureza, aos quais os alunos possam manipular e intuitivamente perceber suas formas. É importante salientar que essa forma de apresentação rompe com a forma tradicional de apresentação da Geometria lógico-dedutiva (ponto, reta, plano...), que verificamos anteriormente, principalmente nos livros da coleção F.I.C.

Outra ruptura fundamental é não iniciar o ensino de matemática no curso secundário pelos conteúdos que secularmente eram tratados na abertura desse ensino: a Aritmética.

Após a introdução referente às noções de sólidos e formas o autor propõe, no Capítulo II, que o aluno manuseie alguns poliedros e faça a representação numa folha de papel das superfícies dos respectivos sólidos, a fim de associar a relação existente entre as figuras planas e não planas (Roxo, 1929, p. 26 e 27).

16. Quando riscamos sobre o papel o contorno das faces planas dos differentes solidos, obtemos figuras de formas diversas. Assim, das faces lateraes das pyramides

Fig. 5

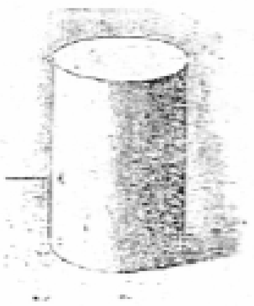


Fig. 6

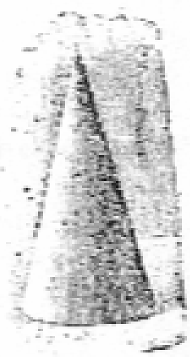


Fig. 7

obtemos **triangulos**; das faces do bloco rectangular, **rectangulos**; as bases das pyramides e dos prismas são **polygonos**; as faces lateraes dos troncos de pyramides são

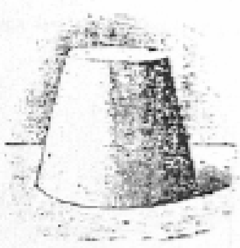


Fig. 8

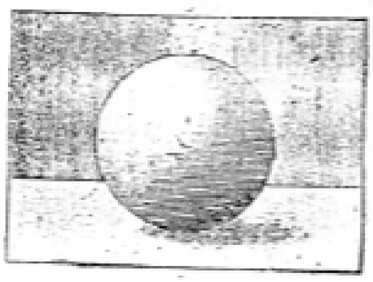


Fig. 9

trapezios; as faces de um parallelipipedo obliquo são **parallelogrammos**; as bases do cylindro e a do cone são **circulos**.

17. Tomando um solido e riscando sobre o papel o contorno de todas as suas faces, obtemos a RÊDE do solido,

Assim, as figs. 10 a 13 representam, respectivamente, as rêdes de um cubo, de um bloco rectangular, de um prisma triangular, de uma pyramide quadrangular. Si recortar-

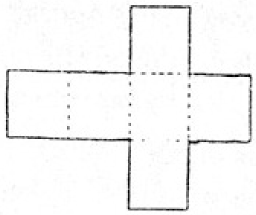


Fig. 10

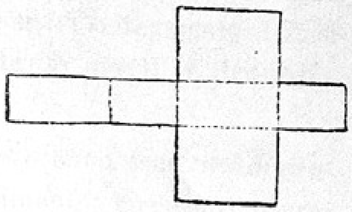


Fig. 11

mos essa rêde no papel, dobrarmos pelos traços pontuados e collarmos as arestas que se vão ajustar, reconstituiremos os modelos desses differentes solidos.

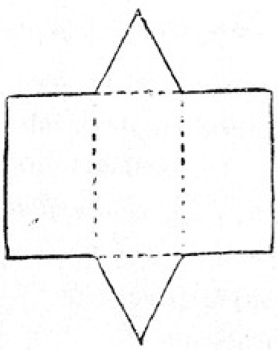


Fig. 12

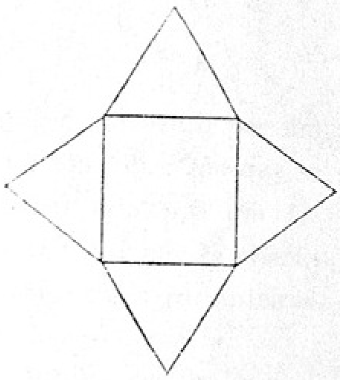


Fig. 13

Na abordagem das noções de posições relativas de retas e de planos, o livro apresenta exemplos práticos, tais como um peso em repouso suspenso por um fio para demonstrar a direção vertical, um instrumento denominado nível para demonstrar a direção horizontal e a dobradiça de uma porta para exemplificar planos se interceptando. Dando seqüência a essas noções, o autor, ao apresentar as formas e principais propriedades do retângulo e do quadrado, apresenta alguns objetos que tem essas formas (os tapetes, as cobertas, as tampas das mesas, as folhas e as capas dos livros, os quadros negros, os panos de parede são retângulos) e desafia os alunos a encontrarem no ambiente outros objetos. No final do respectivo capítulo, há uma série de exercícios práticos utilizando-se de corpos encontrados na natureza para fixação dos conteúdos abordados e uma nota histórica sobre o desenvolvimento do conhecimento das superfícies e corpos retangulares pela humanidade.

Para o estudo do círculo o autor propõe uma atividade experimental, conforme descrição a seguir, utilizando o papel e um alfinete com o objetivo de fazer a marcação de vários pontos que possibilitem a construção da circunferência. A partir dessa construção, o livro procura apresentar as definições dos outros elementos presentes na circunferência – raio, diâmetro, arco, setor circular - (ROXO, 1929, p. 37).

> **29.** Tomemos uma régua de papel e fixemos com um alfinete num ponto de uma folha de papel estendida sobre a mesa; através de um pequeno orifício feito a certa distância do ponto O, marquemos com uma ponta fina de lápis um ponto A; si, retirado o lápis, e conservando fixo o alfinete, deslocaremos um pouco a régua, poderemos marcar um outro ponto B, cuja distância ao ponto O será igual a distância do ponto A à O. Por que? Podemos, desse modo, marcar quantos pontos quisermos. Haverá um meio de obter todos esses pontos, todos os pontos cujas distâncias ao orifício sejam iguais à do primeiro ponto? Se houver, todos esses pontos juntos formarão o que se chama **lugar geométrico**.
>
> É fácil obter todos os pontos em questão; conservando sempre fixo o alfinete e mantendo a ponta do lápis no outro orifício, fazemos a régua rodar até que volte a posição donde partiu. Traçamos assim uma linha curva que se chama **circunferência do círculo**, ou, simplesmente, **circunferência**, ou ainda, **círculo.**
>
> Qualquer ponto B da circunferência está a mesma distância do orifício O que o ponto A e vemos bem que nenhum ponto, a não ser os que se acham sobre a circunferência, poderá estar a distância de O.
>
> A circunferência é o lugar geométrico de um ponto que se move de modo que à distância a um ponto fixo (alfinete) seja sempre a mesma. O ponto fixo chama-se o **centro da circunferência.**
>
> Pode-se traçar mais facilmente o circulo com um compasso. Coloca-se a ponta seca no ponto O (que se deseja tomar para centro) e gira-se o

compasso, calcando levemente sobre a ponta seca e fazendo a ponta do lápis riscar uma curva fechada.

30. Chama-se **raio** qualquer segmento AO que ligue o centro a um ponto da circunferência. Todos os raios são iguais entre si.

Um segmento AB que passa pelo centro e termina no círculo chama-se **diâmetro**, isto é, uma medida tomada através do circulo (dia = através, metro = medida): o diâmetro como que mede a espessura do círculo. Pela fig. 21, vemos ser.

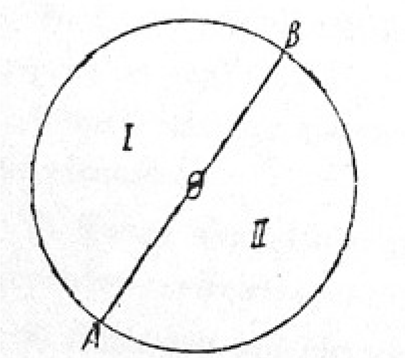


Fig. 21

$$AB = AO + OB$$

$$AO = OB. \qquad AB = 2r \text{ ou } AO = \frac{1}{2} AB$$

O diâmetro é o dobro do raio.

Se dobrarmos um circulo, recortando um papel, por um diâmetro, as duas partes do círculo ficam superpostas uma a outra. Por que?

Assim, o circulo fica dividido, pelo diâmetro, em duas partes que foram superpostas, devem ser iguais; cada uma é metade do circulo, e, por isso, chamaremos cada parte de semi-circulo (ROXO, 1929, p. 37 e 38).

Na abordagem das noções de sólidos de revolução, o autor utiliza-se do giro de uma moeda para visualizar uma esfera, apresenta ainda uma esfera mergulhada em um recipiente com líquido para observar os círculos e planos presentes na esfera quando da sua secção e, complementando o estudo dos sólidos de revolução, são usados retângulos e triângulos desenhados no papel e presos a barbantes que, ao girarem, reproduzem imagens do cilindro e do cone, fazendo mais uma vez uma associação de figuras planas com figuras não planas (ROXO, 1929, p. 43, 46 e 47).

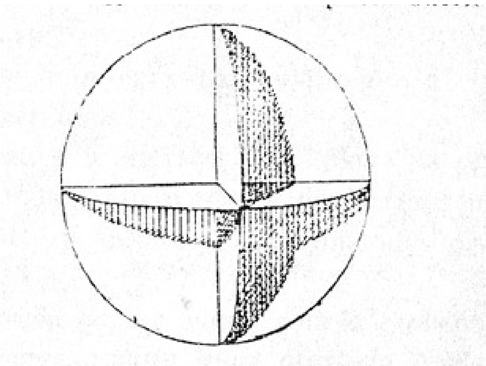


Fig. 25

O cylindro e o cone recto são gerados pela rotação ou revolução de um rectangulo e de um triangulo isosceles

Fig. 31 Fig. 32

No estudo do conceito de perímetro, o autor utilizava três formas para apresentar essa noção (Aritmeticamente, Algebricamente e Geometricamente), realizando a chamada unificação entre os três ramos da Matemática e possibilitando um maior entendimento do aluno, já que o aluno tinha mais do que uma forma para tentar compreender o que se era ensinado.

> **57. Perímetro. –** A soma dos lados de um polígono é o **perímetro** do polígono. Vimos que o perímetro de um triângulo pode ser obtido de três modos:
>
> 1º ARITMETICAMENTE: medindo cada lado e achando a soma aritmética das medidas.
>
> 2º GEOMETRICAMENTE: marcando, consecutivamente, os lados sobre uma reta.
>
> 3º ALGEBRICAMENTE: representando a soma dos comprimentos desconhecidos por a + b + c (ROXO, 1929, p. 72).

No Capítulo referente à construção de gráficos, Roxo volta a explorar o conceito de perímetro, permitindo a ampliação do conhecimento. O interessante desse capítulo é que para iniciar os estudos, Roxo utiliza a construção de diversos gráficos (barras, curvas, etc), o que nos dias de hoje classificamos como tratamento da informação. Para essas construções, o autor utiliza tabelas de temperaturas, altitudes, população e faz essas construções utilizando o papel milimetrado. A partir dessas construções, e após o aluno estar familiarizado com a construção de diversos gráficos, Roxo explora o conceito de **função**, que representava um dos fundamentos da reforma, por meio da construção do gráfico do perímetro de um triângulo partindo de uma tabela dada:

> Faça uma tabela dos valores correspondentes de **l** (lado) e **p** (perímetro). Assim se l = 1, então p = 3, etc (ROXO, 1929, p. 114).

l = 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P = 6	9	12	15	18	21	24	27	30	33

Aliás, esse fato vem reforçar a importância do estudo de Geometria quando se estuda o conceito de função. A esse respeito, Braga reforça como Klein propõe o curso de Geometria:

> Ainda sobre o Cálculo Infinitesimal, cabe observar que o curso proposto por Klein, de caráter intuitivo-sintético, solicita do aluno que ele desenvolva a capacidade de visualizar e trabalhar com alguma naturalidade a mobilidade das figuras geométricas – o Cálculo de inspiração newtoniana está diretamente relacionado à idéia de movimento (BRAGA, 2003, p. 55).
>
> (...) o espírito da Geometria moderna tem como principal fonte de inspiração a idéia de mobilidade de cada figura, que permite chegar ao conhecimento integral da figura, prescindindo de casos particulares (KLEIN, apud BRAGA, 2003, p. 55).
>
> Klein propõe um ensino de Geometria em que se deveria valorizar a intuição e a experimentação numa primeira abordagem e, só posteriormente, partir-se-ia para uma sistematização. Configura-se, assim, a necessidade da elaboração de uma Geometria propedêutica que teria por objetivo estabelecer uma ponte entre a experiência comum do aluno sobre o espaço e a geometria demonstrativa (BRAGA, 2003, p. 55).

Para o estudo das noções de ângulos (adjacente, complementar, opostos pelo vértice etc.), o autor utiliza atividades práticas para que os alunos possam formar conjecturas. O que podemos perceber mais uma vez é a utilização do método heurístico, pois o autor pede para que os alunos desenhem retas se interceptando, e a partir daí, encaminha os alunos a consolidar as noções desses conceitos. Podemos perceber também nesse momento que o autor utiliza figuras geométricas envolvendo ângulos para associar com a Álgebra.

No estudo da noção da área do quadrado e do retângulo o autor utiliza o papel milimetrado para representar as coordenadas dessas figuras no plano cartesiano (método geométrico), e também utiliza figuras geométricas (retângulo) para aplicar o método algébrico difundindo novamente a fusão entre esses dois ramos da Matemática (ROXO, 1929, p. 210 e 214).

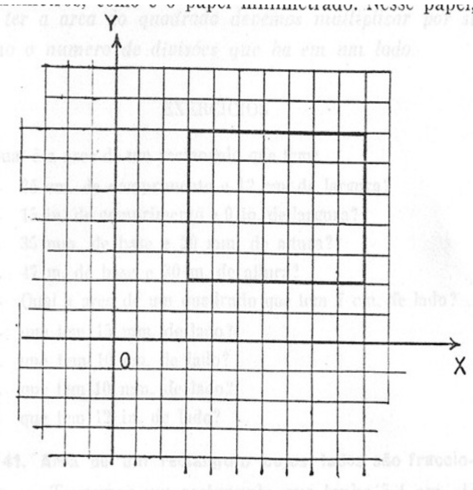


Fig. 126

144. Methodo para o calculo das areas. — Nos exercicios precedentes, applicámos dois methodos para o calculo das areas:

1°. *Methodo geometrico*: traça-se um rectangulo e conta-se o numero de quadrados unidades que ella contém. Podemos applicar esse methodo a qualquer figura: copie em papel transparente um triangulo, um polygono, um circulo, ou qualquer figura curvilinea, applique sobre papel millimetrado e conte o numero de mmq. que ha na superficie. Somos, entretanto, forçados a avaliar, approximadamente, as fracções de mmq. que são separadas pelo contorno.

2°. *methodo algebrico*: substitue-se o comprimento do lado do quadrado na expressão geral $A=l^2$ ou as dimensões (base e altura) do rectangulo na expressão $A=bh$.

E' evidente a vantagem do segundo methodo; mas, por emquanto, só podemos applical-o ao rectangulo; aprenderemos, com a continuação do estudo da mathematica, a applical-o a um grande numero de figuras.

Para estudar as noções de volume, o autor utiliza blocos retangulares com diferentes medidas, faz a divisão em blocos menores com medidas iguais e determina o respectivo volume, a partir daí, procura definir uma fórmula geral para todos os casos (ROXO, 1929, p. 242).

Dividamos o comprimento dessa tira em quatro partes iguaes e façamos passar planos verticaes pelos pontos de divisão, fig. 141, de modo que a tira ficará decomposta em quatro cubos iguaes, um dos quaes está representado na fig. 142. Uma vez que cada tira contém 4 cubos, cada

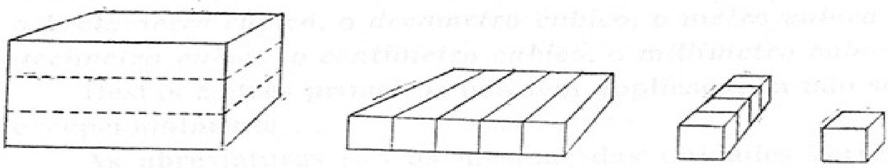


Fig. 139 Fig. 140 Fig. 141 Fig. 142

camada, que se compõe de 5 tiras, conterá 5×4 cubos e o bloco dado, constituido de 3 camadas, encerrará $3 \times 5 \times 4$ cubos unidades.

No estudo das noções da soma dos ângulos internos do triângulo, o autor propõe atividades experimentais, nas quais os alunos possam comprovar a validade de tal propriedade de três formas diferentes (ROXO, 1929, p.37 e 38, vol. II):

EXERCICIOS

1. Meça, com o transferidor, os angulos de uma das faces lateraes de uma pyramide; outro tanto com um triangulo traçado no papel.

2. Recorte um triangulo. Rasgue os cantos e colloque os angulos de modo a ficarem adjacentes, uns aos outros, como na fig. 33. Qual parece ser a somma dos angulos do triangulo ?

Fig. 33

3. Trace um triangulo (fig. 34). Colloque um lapis na posição 1 e observe a direcção em que elle está apon-

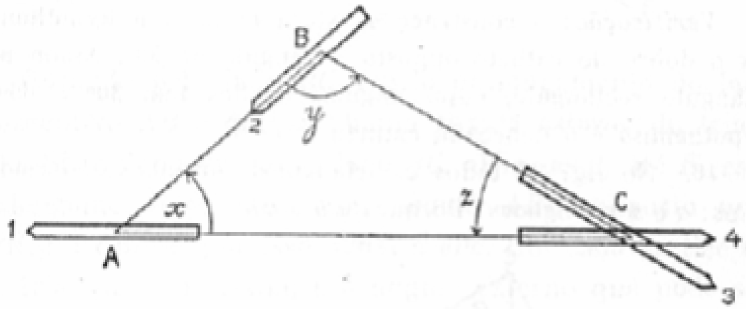


Fig. 34

tando. Faça o lapis gyrar do angulo x; depois desloque-o ao longo de AB para a posição 2. Faça o lapis gyrar do angulo y e desloque ao longo de BC até á posição 3. Faça-o gyrar do angulo z até tomar a posição 4. O lapis fez, finalmente, uma rotação igual a $x + y + z$. Observe a direcção em que o lapis está apontando na ultima posição. De que parte de uma volta completa elle gyrou ? De quantos angulos rectos ? De quantos graus ?

Para a definição da soma dos ângulos internos dos quadriláteros, o autor utiliza-se dos conhecimentos da soma dos ângulos internos do triângulo e associa esse conhecimento para definir a soma dos ângulos internos dos quadriláteros.

Existem outros momentos em que percebemos propostas para integrar os ramos da Álgebra e Geometria. Um desses exemplos ocorre diante do estudo das noções de sistemas de equações e de produtos notáveis, quando os alunos têm oportunidade para aprender essas noções utilizando os dois ramos da Matemática, propiciando, assim, uma oportunidade de aprendizagem mais significativa para os alunos. A respeito da resolução de sistemas de equações, BRAGA comenta o pensamento de Breslich:

> Breslich salienta, ainda, que os gráficos se tornam ferramentas úteis para se compreender e interpretar as soluções de sistemas de equações. Sem a ilustração e a relação estabelecida pela representação gráfica, o entendimento desse tópico se tornaria altamente abstrato (BRAGA, 2003, p. 88).

Como podemos notar a experimentação é um recurso bastante utilizado, principalmente no que se refere aos tópicos de Geometria. É constante a apresentação de atividades que pretendem levar o aluno a refletir ou verificar as noções geométricas em estudo. O método heurístico é freqüentemente utilizado e o aluno é um agente ativo no processo de aprendizagem.

Sobre a aplicação do método heurístico, Alvarez fez um estudo dessa prática nos compêndios de Roxo e faz a seguinte análise:

> De um modo geral, Euclides Roxo apresenta a aplicação de seu método heurístico como uma maneira do aluno aprender, passo a passo, o que se quer que ele aprenda. Este recurso está presente nos dois volumes de sua obra, e é bastante perceptível a evolução gradativa do estudo pelo aluno, as discussões avançam na mesma medida que as resoluções dos problemas propostos ao aluno, o qual é tido como agente descobridor no processo de aprendizagem e não mais como receptor passivo de um conhecimento a ser exposto (ALVAREZ, 2005).

Esse tipo de ação, aplicação do método heurístico, é valorizado por Chervel, tendo em vista que ele aponta ser preponderante na aprendizagem que o aluno aceite o que lhe é proposto e sinta como algo desafiador e que o motive.

> A história das práticas de motivação e de incitação ao estudo atravessa de lado a lado toda a história das disciplinas. Trata-se não somente de preparar o aluno para a nova disciplina mas de selecionar, aliás com igual peso, os conteúdos, os textos, as narrações mais estimulantes, na verdade de levar-lhe a se engajar espontaneamente nos exercícios nos quais ele poderá expressar sua personalidade" (CHERVEL, 1990, p.205).

Outro ponto que merece destaque é a utilização de atividades e exercícios que trabalham a unificação dos ramos da Matemática (Álgebra, Aritmética e Geometria). Nesses casos percebe-se uma maior facilidade de integrar esses ramos, pois a Geometria não é mais uma disciplina escolar isolada e sim um conteúdo escolar de uma nova disciplina escolar denominada Matemática.

É importante ressaltar que nossa análise abordou apenas alguns tópicos e conteúdos do livro e que a mesma não se esgota nesse trabalho. O nosso objetivo foi mostrar, de maneira sucinta, um pouco da metodologia e da forma de abordagem dos conteúdos, por meio de suas atividades e exercícios, para posteriormente efetuarmos a comparação com os outros compêndios, ou seja, a verificação do fenômeno da "vulgata" com os autores que vierem a seguir.

4.2 COLEÇÃO - CURSO DE MATEMÁTICA – AGRICOLA BETHLEM

Na coleção Curso de Matemática de Agricola Bethlem os conteúdos da 1ª série aparecem separados pelos ramos da disciplina Matemática: Geometria, Álgebra e Aritmética, contrariando as recomendações da reforma Francisco Campos. Apesar de utilizar essa separação podemos perceber que o autor, em algumas situações, procura abordar noções relacionando Geometria com Álgebra como no caso da multiplicação de monômios e polinômios.

Conclue-se:

$$(a + b + c)\ (x + y) = ax + ay + bx + by + cx + cy$$

A explicação objectiva pela consideração de areas é a seguinte:

Considera-se um rectangulo cuja altura seja a representação graphica de $x + y$ e cuja base seja a de $a + b + c$ e decompõe-se êsse rectangulo nos seis rectangulos que a figura mostra.

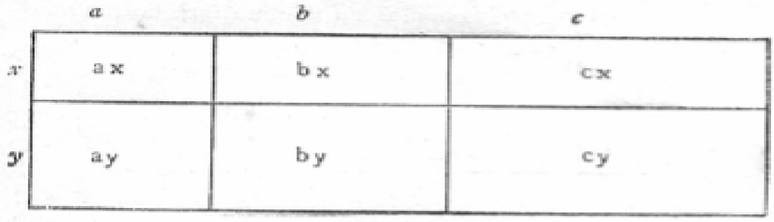


Fig. 101

A area do rectangulo grande é igual a somma das areas dos que o compõem, isto é,

$$(a + b + c)\ (x + y) = ax + ay + bx + by + cx + cy$$

Regra. *Para multiplicar um polynomio por outro, multiplica-se, successivamente, cada um dos termos de um dos polynomios por todos os termos do outro e, por fim, procede-se á reducção dos termos semelhantes, se houver.*

No início do volume destinado ao primeiro ano, ao trabalhar com as noções das formas geométricas, o autor convida o aluno a imaginar um copo de vidro de modo a preenchê-lo com cera ou manteiga. Em seguida, pede que o aluno imagine as formas obtidas caso o copo se quebre. Partindo dessa situação, o autor inicia a apresentação das primeiras idéias de sólidos geométricos.

CAPITULO I

I. Iniciação geometrica.

a) Principais noções sôbre as fórmas geometricas.

1. E' generalizada a noção de *corpo physico* entre os alumnos que vêm de concluir o curso primario. Um lapis, uma mesa, uma pedra, um garfo, são corpos physicos. Em sua constituição entra sempre a materia. O lapis é de madeira e graphito, a mesa é de madeira, a pedra é um fragmento de granito, o garfo é de metal branco, etc. Os *corpos physicos* gozam de propriedades que dependem da materia que os constitue. Uma pedra de sal é soluvel n'água.

Os *corpos physicos* apresentam *diversas fórmas* e quando consideramos, apenas, as propriedades de fórma, prescindindo das propriedades que dependem da materia, convenciona-se denominá-los — *figuras geometricas* — ou *fórmas geometricas* — ou, simplesmente, *figuras*.

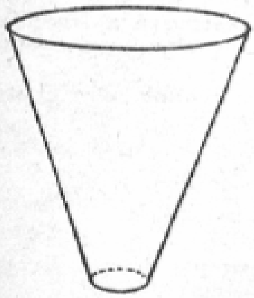


Fig. 1

Supponhamos uma fôrma, como por exemplo, um copo. Enchamos essa fôrma de cera e quebremos, em seguida, o copo. Obteremos um *corpo physico* de cera com o aspecto da **figura 1.**

Consideremos um segundo copo, absolutamente igual ao primeiro, e enchemo-lo de manteiga e procedendo da mesma maneira que anteriormente obtem-se outro *corpo physico*, de manteiga, com o aspecto da figura 1.

Se repetirmos a operação mais um certo número de vezes obteremos tantos

Para estudar as noções de ponto, reta e plano, o autor faz referências aos objetos presentes no ambiente escolar, de forma similar ao apresentado por Roxo, solicitando ainda que os alunos construíssem sólidos geométricos de papel e cartolina, relacionando a figura plana com a figura espacial.

Outras situações similares à apresentada por Roxo são as experiências que utilizam o alfinete preso ao barbante e ao lápis para a construção da circunferência (fig.36) e o sentido de rotação aplicado ao retângulo e ao triângulo para as formações respectivas do cilindro e do cone (fig.43 e fig.44).

36. *Circumferencia.* Fixa-se sôbre uma fôlha de papel, num ponto *O*, um *percevejo* ou um alfinete. Liga-se a êste *percevejo* uma ponta de um fio de linha que na outra está preso a um lapis. Se, conservando o fio bem esticado, traçamos, no papel, com o lapis, uma linha, girando-o, em tôrno do ponto, até voltar ao ponto de partida, esta *linha fechada* tem todos os seus pontos igualmente distantes do ponto *O*.

Diz-se que esta linha (fig. 40) *é uma circumferencia.*

Dados um ponto *O* e um segmento *AB*, chama-se circumferencia de centro *O* e raio *AB*, a linha cujas distâncias de seus

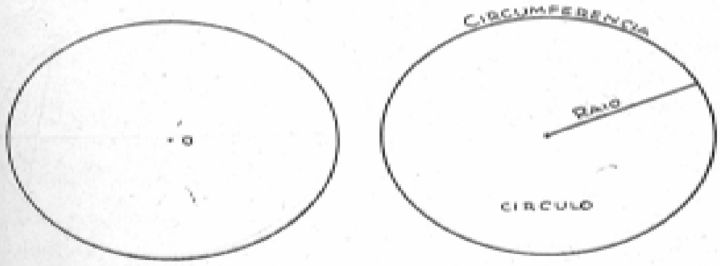


Fig. 40 Fig. 41

pontos ao ponto *O* são sempre iguais a *AB* (fig. 41).

Observação. No desenho emprega-se o *compasso* para traçar a circumferencia.

43. *Cylindro.* Façamos girar um rectangulo *ABOO'* em tôrno de seu lado *OO'* até que o lado *AB* volte a posição inicial. A figura descripta (fig. 49), é *um cylindro circular recto.*

O segmento *AB*, em cada uma de suas posições, diz-se geratriz do cylindro. O segmento *OO'* igual a geratriz, é a altura do cylindro.

44. Façamos girar um triangulo rectangulo *AOV* em tôrno

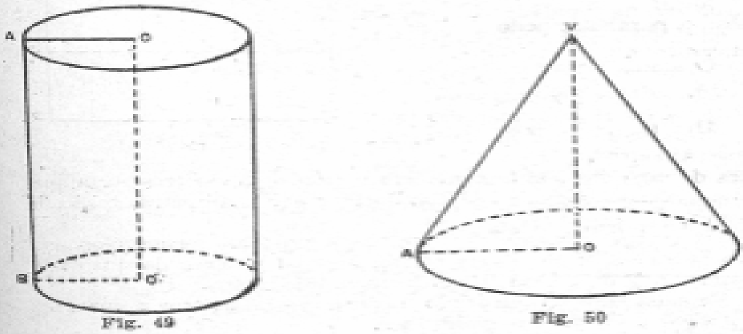


Fig. 49 Fig. 50

de seu catheto *OV* até que a hypothenusa, *AV*, volte a posição inicial. Descreve-se, assim, (fig. 50) um cone circular recto. O ponto *V* é o vertice do cone, a distância *VO* chama-se altura do cone, o circulo de raio *OA*, base do cone e a hypothenusa em cada uma de suas posições, chama-se geratriz ou apothema do cone.

Neste mesmo volume do primeiro ano, no capítulo que aborda as noções de área e volume, o autor propõe atividades que conduzem os alunos a fazer secções nos polígonos e nos sólidos para, posteriormente, estabelecer as fórmulas e suas utilizações. Além disso, estabelece relação entre a área do paralelogramo com a área do triângulo e do retângulo.

Na apresentação da área do círculo, o autor propõe a construção e medição de quatro círculos de diferentes diâmetros. A partir dessa atividade constata a existência do número π e estabelece de forma intuitiva a fórmula do comprimento da circunferência. Aproveitando a aproximação encontrada do número, o autor propõe uma atividade com o círculo, cujo objetivo é fazer a divisão em setores circulares e, mais uma vez de forma intuitiva, perceber que a montagem (colagem) dos setores circulares se aproxima da figura de um retângulo, figura essa que o aluno já realizou experiência anterior e constatou a validade de sua fórmula.

52. *Circulo.* Supponhamos um circulo de raio medindo *r* (fig. 61).

Divide-se a circumferencia em, digamos, 16 partes iguais, e unamos os pontos de divisão ao centro. Cada uma das partes do circulo, numeradas de 1 a 16 é o que se chama *sector circular.*

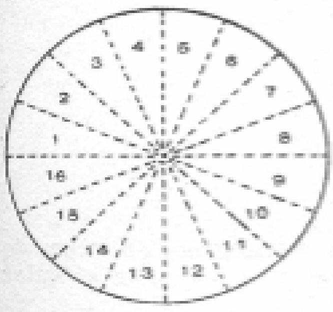


Fig. 61

Com uma tesoura recortemos o circulo de fórma a destacarmos, isolarmos, os 16 sectores e collemos êsses sectores uns ao lado dos outros segundo a disposição constante da figura 62.

A figura 62 apresenta o aspecto de um parallelogrammo cuja base tem o mesmo comprimento de uma semi-circumferencia.

Dividamos, depois, a circumferencia em 32, 64, 128 partes e procedamos, em tudo, da mesma fórma.

Observaremos que as figuras analogas a figura 62, vão se aproximando cada vez mais da fórma exacta de um rectangulo

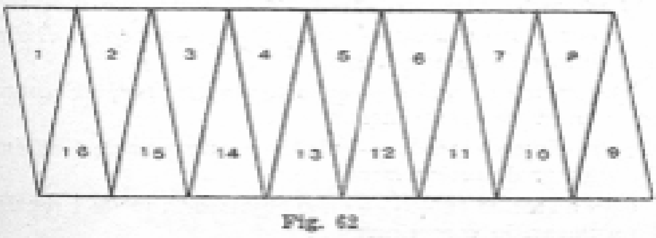


Fig. 62

No estudo da noção de ângulo, o autor propõe seqüências que utilizam papel, tesoura e desenhos em folhas transparentes, desenhos esses que possibilitam ao aluno realizar a sobreposição de figuras com a finalidade de constatar a congruência, justaposição e rotação de ângulos, concluindo a validade da soma dos ângulos internos de alguns polígonos.

Nas construções dos triângulos o autor utiliza-se de pauzinhos para determinar a validade desse procedimento para, posteriormente, apresentar a desigualdade triangular. Para o estudo da noção de triângulos semelhantes, Bethlem propõe a construção de três triângulos distintos em papel quadriculado com diferentes medidas, objetivando, com isso, o estudo da idéia de semelhança de figuras por meio da intuição, já que solicita que os alunos meçam os ângulos e os lados observando as propriedades que se conservam.

Constróe-se o triangulo ABC, (fig. 61), de fórma que AB seja diagonal de um rectangulo cujos lados medem 3 cm e 1 cm, respectivamente, e o lado BC, horizontal, mede 4 cm. Cons-

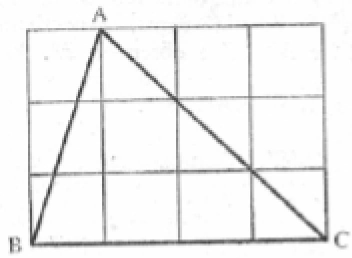


Fig. 61

tróe-se o triangulo $A'B'C'$, (fig. 62), de fórma que $A'B'$ seja diagonal de um rectangulo cujos lados medem 6 cm. e 2 cm., respectivamente, e o lado $B'C'$, horizontal, mede 8 cm.

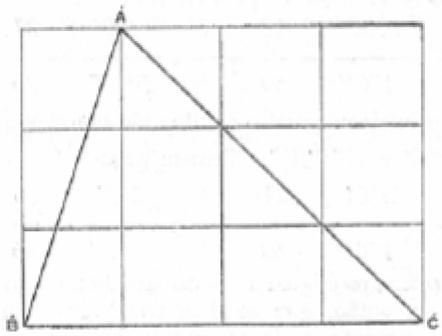


Fig. 62

Constróe-se o triangulo $A''B''C''$, (fig. 63), de fórma que $A''B''$ seja diagonal de um rectangulo cujos lados medem 12 e 4 cms, respectivamente, e o lado $B''C''$, horizontal, mede 16 cms.

Nem se torna preciso medir. Simples inspecção nos mostra que os lados do terceiro triangulo, (fig. 63), são iguais aos dobros dos lados do segundo, (fig. 62), e os d'este, aos dobros dos homologos do primeiro, (fig. 61).

Observando, attentamente, as tres figuras, vê-se que construimos os tres triangulos de fórma, absolutamente, identica. No primeiro tomámos o papel como se possuisse, apenas, quadriculas de 1 cm de lado, no segundo como se possuisse, apenas, quadriculas de 2 cms de lado e no terceiro como se possuisse, apenas, quadriculas de 4 cms de lado.

Só as dimensões variam. A fórma permanece a mesma.

Se utilizarmos um transferidor, verifica-se que os angulos $\hat{A}$, $\hat{A}'$ e $\hat{A}''$ têm a mesma medida, 60°, os angulos $\hat{B}$, $\hat{B}'$ e $\hat{B}''$, 75° e os angulos $\hat{C}$, $\hat{C}'$ e $\hat{C}''$, 45°.

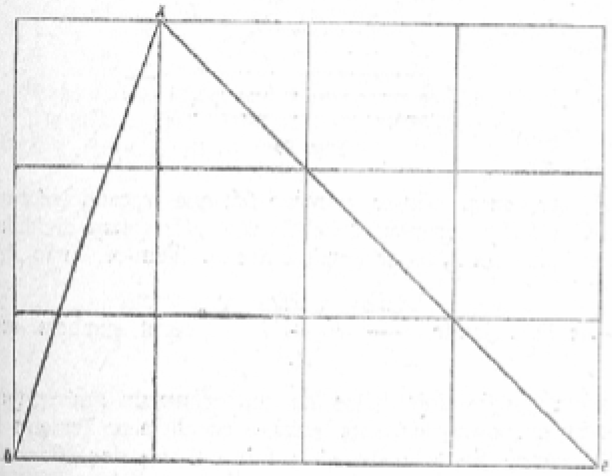


Fig. 63

73. Diz-se que dois triangulos que satisfazem as condições dos que foram construidos, figuras 60, 61, 62 e 63, são semelhantes.

A partir dos volumes direcionados para 3ª e 4ª séries fica evidente que a abordagem é mais voltada para o ensino da Geometria Dedutiva, uma vez que o curso é introduzido pelas definições de hipótese, tese, axiomas ou postulados e teoremas. As noções intuitivas exploradas nos volumes anteriores vão fazer conexão com o conjunto de axiomas fundamentais e indispensáveis à exposição lógica da Geometria. Na realidade essa conduta não deixa de ser uma recomendação da reforma Francisco Campos, já que a mesma solicitava iniciar os estudos de forma experimental e intuitiva e, aos poucos, avançar no sentido lógico da Matemática.

Alvarez uma das colaboradoras na produção do CD-ROM "A Matemática do Ginásio" fez a análise da ocorrência do método heurístico, que era recomendada pela reforma Campos, nos livros de Bethlem e parece ter tido a impressão que principalmente os tópicos de Geometria utilizavam esse recurso.

> Em relação ao emprego do método heurístico, pode-se perceber, principalmente nos tópicos de Geometria do primeiro e segundo ano, uma preocupação constante do autor em utilizar a intuição como recurso didático para a compreensão do aluno. A teoria estudada é explicada com a ajuda de exemplos intuitivos, e por meio de experimentações desenvolvidas durante as exposições.
> Podemos concluir que no que se refere aos tópicos de Geometria dos primeiros e segundo volumes, o autor utiliza um método heurístico bastante próximo ao que foi orientado pela reforma. Contudo, nos demais tópicos de sua coleção, a linguagem intuitiva fica menos perceptível, e o autor não procura orientar os estudos realizados por meio de questionamentos ou resolução de problemas pelo aluno, não havendo o emprego de métodos indutivos para o enunciado de regras ou teoremas. Com isso, excluindo-se os tópicos de Geometria, o autor não procura utilizar o método heurístico como recurso didático de acordo com as orientações da Reforma Campos (ALVAREZ, 2005).

O tratamento dado a Geometria por Bethlem fez o uso dos recursos experimentais, práticos e intuitivos, além disso, conforme constatado por Alvarez, o uso do método heurístico também foi bastante utilizado. Apesar dessa proximidade com as orientações da reforma, no que tange a fusão dos ramos – Álgebra, Aritmética e Geometria – não ficou configurada tal aplicação.

4.3 COLEÇÃO **LIÇÕES DE MATEMÁTICA –** ALGACYR MUNHOZ MAEDER

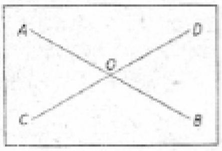
Na análise da coleção de Maeder, referente aos conteúdos de Geometria, percebe-se, desde o Prefácio, que o autor enfatiza que não abordará os conteúdos com formalismo exagerado. Apesar dessa consideração inicial verificamos durante a seqüência do livro que tal fato não parece condizer com o texto do livro, pois os conteúdos, quase sempre, são estudados a partir de uma definição formal.

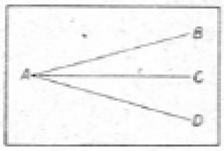
As noções de ângulo, ângulos adjacentes, ângulos opostos pelo vértice são evocadas formalmente, isto é, o autor não propõe atividades experimentais que levem os alunos a fazer conjecturas, ou mesmo incentivar o uso da intuição. Fica nítido que o que prevalece é o estudo de forma dedutiva da Geometria.

Os ângulos ABC e CBD são adjacentes; ABC e ABD não são adjacentes, pois, embora tenham o mesmo vértice e um lado comum, o suporte dêste não separa os outros dois.

Dois ângulos são *opostos pelo vértice* quando os lados de um são as semi-retas opostas aos lados do outro.

Os ângulos AOD e BOC são opostos pelo vértice, bem como AOC e BOD.





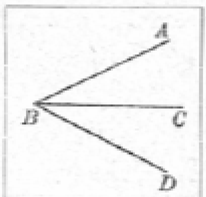
Dois ângulos opostos pelo vértice são sempre iguais.

Assim, o ângulo AOD é igual ao ângulo BOC. Do mesmo modo o ângulo AOC é igual ao ângulo BOD.

Dados dois ângulos, se colocarmos um dêles adjacentemente ao outro, o ângulo formado pelos lados não comuns é a *soma* dos dois primeiros.

Assim, o ângulo BAD é a soma dos ângulos BAC e CAD.

Um ângulo *é maior que* outro quando pode ser decomposto em dois ângulos adjacentes, dos quais um é igual a êsse outro.

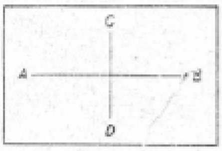


Assim, dizemos que o ângulo ABD é maior que o ângulo ABC.

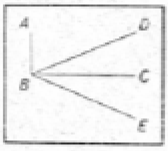
Duas retas que se cortam, formam quatro ângulos. Considerados dois a dois, êsses ângulos podem ser ou adjacentes ou opostos pelo vértice.

Ângulo reto. — Se são iguais dois ângulos adjacentes formados por duas retas que se cortam, os quatro são iguais entre si, e às duas retas chama-se perpendiculares.

Duas semi-retas são perpendiculares, quando os seus suportes são perpendiculares.



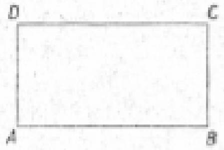
Ao ângulo cujos lados são perpendiculares, chama-se *ângulo reto*.



Ângulo agudo é todo ângulo menor que o ângulo reto; *ângulo obtuso* é todo o ângulo maior que o ângulo reto.

As noções de área e volume dos sólidos geométricos são dadas a partir de fórmulas pré-estabelecidas, não possibilitando ao aluno realizar experiências e tão pouco explorar a intuição; além disso, o autor não estabelece relações entre a área do quadrado e do retângulo com as áreas do triângulo e do paralelogramo.

398. **Área do retângulo.** — *A área do retângulo se obtém multiplicando a base pela altura.*



Representando por b a base e por h a altura, a área do retângulo ABCD será

$$S = bh.$$

Com auxílio da fórmula acima, podemos calcular a área de qualquer retângulo.

Exemplo: calcular a área do retângulo cuja base (ou comprimento) mede $1^{m},33$ e cuja altura (ou largura) mede $0^{m},38$.

$$S = bh = 1^{m},33 \times 0^{m},38 = 0^{m^2},5054.$$

399. **Área do quadrado.** — Em se tratando de quadrado, já vimos que nele a base é igual à altura; portanto *a área do quadrado é igual ao quadrado do lado.*

Representando por a o lado do quadrado, teremos

$$S = a^2.$$

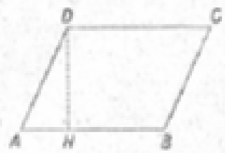
Assim, a área do quadrado de lado igual a $0^{m},24$ será

$$S = a^2 = 0^{m},24^2 = 0^{m^2},0576.$$

400. **Área do paralelogramo.** — *A área do paralelogramo se obtém multiplicando a base pela altura.*

Representando por b a base e por h a altura, a área do paralelogramo ABCD será

$$S = bh.$$



Com auxílio da fórmula acima, podemos calcular a área de qualquer paralelogramo.

Exemplo: Calcular a área do paralelogramo cuja base mede $35^{m},25$ e cuja altura mede $9^{m},3$.

$$S = bh = 35^{m},25 \times 9^{m},3 = 327^{m^2},8250.$$

401. **Área do triângulo.** — *A área do triângulo se obtém multiplicando a base pela altura e dividindo o resultado por dois.*

Complementando o estudo de áreas, o autor apresenta uma tabela de conversão de unidades de medida de área.

A abordagem de perpendicularidade é realizada formalmente e não há a proposta de exercícios que utilizem compasso e régua ou mesmo dobraduras para um tratamento mais intuitivo dessa noção.

PERPENDICULARES E OBLIQUAS

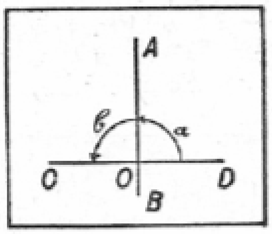
32. **Rectas perpendiculares.** — Conforme vimos (n.º 7), diz-se que certa recta é *perpendicular* a outra quando forma com ella angulos adjacentes eguaes.

Assim, dadas as rectas AB e CD e sendo

$$a = b,$$

a recta AB é perpendicular á recta CD.

O ponto O, em que a primeira recta encontra a segunda, é denominado *pé da perpendicular*.

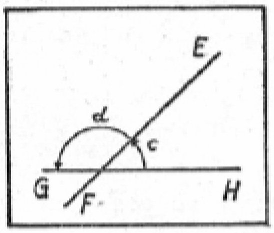


33. **Rectas obliquas.** — Por outro lado, se são deseguaes os angulos adjacentes formados por duas rectas que se encontram, diz-se que uma é *obliqua* á outra.

Dadas, pois, as rectas EF e GH e sendo

$$c \gtrless d,$$

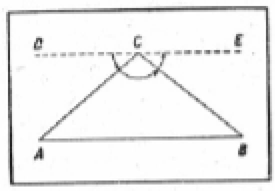
a recta EF é obliqua a GH.



No estudo das propriedades do triângulo, dos quadriláteros e noção de semelhança, fica mais uma vez evidente a apresentação inicial de maneira formal. Não são propostas atividades, nas quais o aluno possa desencadear um papel ativo em sua aprendizagem.

72. **Somma dos angulos de um triangulo.** — *A somma dos tres angulos de um triangulo é egual a dois angulos rectos* (1).

Com effeito, pelo vertice C do triangulo ABC, figura ao lado, tiremos DE, parallela a AB, e notemos que (n.º 20)



$$BCE + ACB + ACD = 2R. \quad (1)$$

Mas, tendo em vista que

$$BCE = ABC \quad e \quad ACD = BAC,$$

como angulos alternos de parallelas cortadas por transversal (n.º 57) segue-se, fazendo-se as substituições correspondentes na egualdade (1).

$$ABC + ACB + BAC = 2R$$

ou, simplesmente,

$$A + B + C = 2R.$$

Uma das raras vezes que percebemos o uso de situações práticas foi quando do estudo de distâncias de medidas indiretas, pois o autor faz uso da noção de semelhança de triângulos e da aplicação das relações trigonométricas.

303. **Applicação da semelhança de triangulos.** — Sejam os exercicios seguintes:

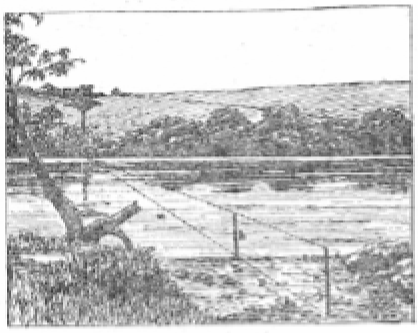
1.º *Determinar a largura de um rio, com auxilio de duas hastes verticaes, sabendo que a primeira tem 1 m. 50 e a segunda 0 m. 90 de altura e a distancia entre as duas é de 6 metros.*

Pelas extremidades das estacas, visemos um mesmo ponto na margem opposta do rio, conforme indica a figura adiante (pag. 223).

Sendo semelhantes os triangulos formados pelas estacas e os raios visuaes (n.º 282), temos

$$\frac{h}{H} = \frac{x}{D+x},$$

de onde deduzimos $h(D+x) = Hx$,



ou, substituindo D, h e H por seus valores,

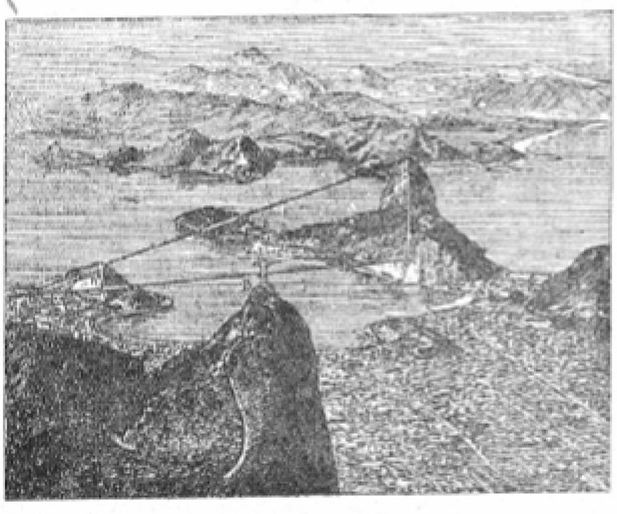
$$0{,}90\,(6+x) = 1{,}50x.$$

Resolvendo a equação supra, encontramos

$$5{,}40 + 0{,}90x = 1{,}50x,$$
$$0{,}90x - 1{,}50x = -5{,}40,$$
$$-0{,}60x = -5{,}40,$$
$$0{,}60x = 5{,}40,$$
$$x = \frac{5{,}40}{0{,}60},$$
$$x = 9\ \text{m}.$$

2.º *Estando sobre o Pão de Assucar e olhando por cima do Morro da Viuva, certo observador não pode ver uma distancia occulta x. Determinar essa distancia, sabendo que a altura do primeiro morro é 390 m., a do segundo 60 m., e que a distancia entre ambos é de 1980 m.*

Imaginemos construidos os triangulos semelhantes vistos na figura abaixo.



Sobre a aplicação do método heurístico Alvarez teve a seguinte impressão.

> Um dos pontos fundamentais, para a aplicação do método heurístico, está em propor constantemente a atividade do aluno, por meio da resolução de exercícios e problemas. Neste ponto, é notável que Maeder não interroga o leitor em momento algum e não procura elaborar questionários coordenados que permitam que o mesmo participe da discussão do capítulo. A apresentação dos capítulos é realizada de forma expositiva, tendo o autor o cuidado de desenvolver passo a passo cada item que está sendo desenvolvido. A participação do aluno fica limitada aos exercícios e problemas propostos ao final de cada capítulo (ALVAREZ, 2005).

A partir do que expomos, podemos concluir que o autor não procurou desenvolver o estudo da Geometria segundo os moldes metodológicos orientados pela reforma Campos, pois não seguiu a seqüência dos conteúdos e tão pouco procurou integrar os três ramos – Álgebra, Aritmética e Geometria.

4.4 COLEÇÃO **PRIMEIRO AO QUINTO ANO DE MATEMÁTICA –** JACOMO STÁVALE

O autor em quase toda extensão da obra deixa claro que não está totalmente de acordo com as novas propostas para o ensino de matemática e é totalmente contrário a interdição do método dedutivo nas primeiras séries, inclusive diz que os alunos não podem ser tratados como seres incapazes de raciocinar.

> Já o disse na primeira edição: é muito útil o uso dos gráficos, mas é necessário evitar-lhes o abuso. Não me é possível concordar com a interdição do método dedutivo no primeiro ano ginasial. Os meninos que constituem esta classe não são anormais; não são incapazes de raciocinar, como geralmente se supõe. São criaturas que têm cérebro ; que ainda não sabem pensar com acêrto, mas às quais

Quanto à análise dos conteúdos, o autor aborda as noções de ponto, reta e plano de maneira formal, no entanto após essa fase preliminar ele faz uso da intuição, da experimentação e também aplicação do método heurístico.

46. Retas, semirretas e segmentos. Em uma fôlha de papel marquemos um ponto qualquer A. Em seguida, com o auxílio da régua, tracemos uma reta que passe pelo ponto A. Quantas retas podemos traçar, passando pelo ponto A? Evidentemente, um grande número delas. (Os estudantes desenham a figura.)

Em uma fôlha de papel marquemos dois pontos quaisquer A e B. Em seguida, com o auxílio da régua, tracemos uma reta que passe pelos pontos A e B. Depois, tracemos **outra reta que também passe pelos pontos A e B.** E' possível? Não é. **Por dois pontos dados A e B é sempre possível traçar uma reta, mas sòmente uma.** (Os estudantes verificam experimentalmente êste fato, tentando traçar mais uma reta que passe pelos pontos A e B.)

Ainda nesse capítulo de noções elementares de Geometria, o autor utiliza a idéia de perímetro em questões que abordam temas como construção de cerca, utilizando para isso o cálculo do custo para cercar um reservatório de água, perímetro de tapetes etc.

Ao estudar as noções de área do quadrado e do retângulo o autor parte de uma situação experimental extremamente interessante, cuja atividade propõe que dois garotos meçam a superfície de dois terrenos diferentes. Como essa medição é feita utilizando padrões de medidas diferentes a comparação não pode ser feita e se estabelece com isso a necessidade de criar um mesmo padrão para a medição desses terrenos.

60. A superfície e sua medida. Superfície de um corpo é a parte exterior dêste corpo. Nós não escrevemos no quadro-negro ; escrevemos na sua superfície. Nós não vemos uma parede; vemos a sua superfície. Quando seguramos uma laranja, os nossos dedos tocam-lhe apenas a superfície.

Suponhamos que dois meninos, Carlos e Raul, estão discutindo a respeito da superfície de dois terrenos, dos quais são os respectivos possuidores. Não chegando a um acôrdo, procuram seu professor para que êste decida a questão. O professor lhes diz que é necessário **que meçam a superfície de seus terrenos,** para que se possa dizer qual é o maior. Mas os meninos respondem que não sabem medir uma superfície. Então o professor explica-lhes que **medir uma superfície consiste em verificar quantas vêzes esta superfície contém outra superfície conhecida.**

Alguns dias depois voltam os dois meninos com o resultado de seus trabalhos. Diz Carlos que a superfície de seu terreno contém 240 vêzes a superfície de uma tábua e diz Raul que a superfície de seu terreno contém 75 v zes a superfície de uma fôlha de zinco. E o professor responde-lhes que ainda não pode dizer qual dos dois terrenos é o maior, porque êle não conhece a superfície da tábua, nem a da fôlha de zinco. Para que êle possa dizer qual dos dois terrenos é o maior, é necessário que os dois meninos avaliem a superfície de seus terrenos, **tomando** como têrmo de comparação uma superfície conhecida, por exemplo, a superfície de um quadrado cujo lado mede um metro.

Os dois meninos objetam que não podem fazer a avaliação da superfície de seus terrenos com o auxílio do metro quadrado, porque êles não têm esta medida à sua disposição. Então, responde o professor, vão ao carpinteiro e mandem fazer uma tábua com a forma de um quadrado e cujos lados meçam um metro.

Armados com estas explicações, os dois meninos retiram-se para proceder novamente à avaliação de seus terrenos. Carlos verificou que o seu terreno tinha 86 metros quadrados e Raul verificou que o seu terreno tinha 84 metros quadrados.

Ao tratar do estudo de ângulos, apesar de mais uma vez iniciar pela abordagem formal, o autor propõe sentido de rotação ao ângulo, dando como exemplo a abertura de um compasso. Na abordagem das noções de ângulos adjacentes, complementares, O.P.V., alternos externos e internos ele propõe que os alunos façam cópias em papel transparente e sobreponham as figuras para confirmação de tais propriedades.

Para estudar a noção da soma dos ângulos internos e externos dos triângulos e dos quadriláteros ele solicita que os alunos marquem os ângulos numa folha de papel para posteriormente justapor os mesmos para validação das propriedades.

Para introduzir a noção de semelhança de triângulos, o autor utiliza um aparelho que segundo sua discrição não é encontrado para vender, porém é facilmente construído pelo aluno. A partir do uso desse aparelho, ele introduz a noção de semelhança.

Semelhança de triângulos

143. Divisão de um segmento em partes iguais. A divisão de um segmento retilíneo em um número qualquer de partes iguais, depende de um aparelho que não existe à venda em parte alguma, mas que pode ser construido em poucos minutos pelos estudantes.

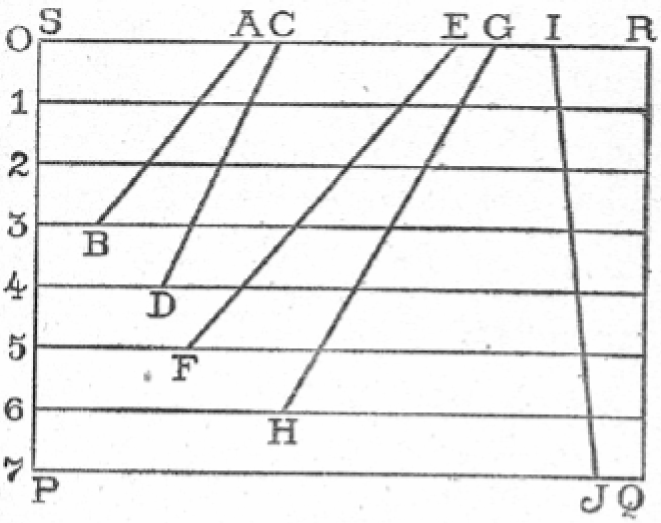


Fig. 34

Traça-se um retângulo PQRS. Divide-se a altura deste retângulo em qualquer número de partes iguais, por exemplo, em sete partes iguais. Para facilitar esta divisão, pode-se dar ao retângulo uma altura de sete centímetros. Em seguida, numeram-se as divisões, pelos pontos de divisão traçam-se paralelas à base PQ, e está construido o aparelho para dividir um segmento retilíneo em qualquer número de partes iguais.

Para dividir um segmento AB, em três partes iguais, colocamos a origem A do segmento sobre a paralela número zero e a extremidade B sobre a paralela número 3. As paralelas 1 e 2 dividem o segmento AB em três partes iguais, como podemos verificar com um compasso de pontas secas.

Se quisermos dividir um segmento IJ em sete partes iguais, colocamos a origem I do segmento sobre a paralela número zero e a extremidade J sobre a paralela número 7. As paralelas 1, 2, 3, 4, 5 e 6 dividem o segmento IJ em 7 partes iguais, como podemos verificar com um compasso de pontas secas.

N. B. A divisão de um segmento retilíneo em um número qualquer de partes iguais pode ser feita em papel milimetrado, seguindo o processo que acabamos de indicar.

144. Triângulos semelhantes. Consideremos os triângulos ABC e A'B'C',

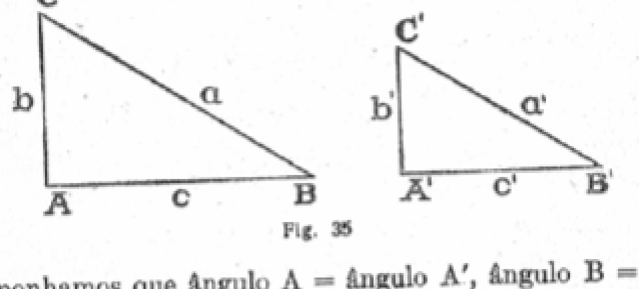


Fig. 35

Suponhamos que ângulo A = ângulo A', ângulo B = ângulo B' e ângulo C = ângulo C'. Suponhamos mais que $\frac{a}{a'} = \frac{b}{c'} = \frac{c}{b'}$.

Dizemos, então, em Geometria, que estes dois triângulos são semelhantes.

Apesar de citar em diversos trechos de sua obra que não estava de acordo com as novas recomendações para o ensino de Matemática, pois os alunos não podiam ser vistos como incapazes de raciocinar, ao analisarmos sua coleção percebemos que a obra de Stávale não estava tão distante do que era proposto pela reforma, pelo menos no que diz respeito as questões práticas e aplicação do método heurístico, já que na sua obra tem-se a impressão que ele mantém um diálogo com o aluno fazendo uso de situações concretas.

Aliás, é interessante ressaltar que apesar de destacar várias vezes não estar de acordo com as novas propostas, no prefácio do volume do 3º Ano ele critica os autores que fazem uso da abstração excessiva e aponta que nas séries iniciais é recomendável o uso de situações concretas.

> Sim, um apenas. Seus autores julgam que o ensino secundário deve ser abstrato ; esquecem que os estudantes recemsaidos da escola primária não têm ainda o desenvolvimento intelectual necessário para vencer as dificuldades da Matemática pura ; desde as primeiras páginas enveredam pelo caminho árido da abstração, sem observar que seus companheiros de jornada, seus alunos, vão ficando pela estrada, tristes e desalentados.

> Na verdade, o fim principal da Matemática é desenvolver o raciocínio. Pascal não hesita em afirmar que, entre dois espíritos iguais, aquele que conhece Geometria é superior, tem um vigor excecional. Portanto, é natural que, no curso secundário, o ensino da Matemática seja abstrato.
>
> Entretanto, façamos uma concessão aos principiantes ; antes de demonstrar um teorema qualquer de Geometria, de modo inteiramente abstrato, *demonstremo-lo de modo concreto*, pelo menos na primeira metade do curso.

> Este livro é uma tentativa de acordo com o que disse nas linhas anteriores. Contem um grande número de *demonstrações concretas* que muito agradam aos estudantes ; distraem e repousam o espírito. Quanto aos defeitos, numerosos com certeza, que este trabalho encerra, acreditem os meus colegas que lhes ficarei sinceramente obrigado se me distinguirem com a sua crítica.
>
> São Paulo, janeiro de 1931.
>
> *O AUTOR*

Analisando a obra de Stávale e olhando pelo prisma de suas declarações, não nos parece, mesmo que dito por ele, que ele era tão contrário ao que vinha sendo recomendado. Pode ser que suas declarações tenham sido oriundas de uma briga política ou disputa entre editoras de São Paulo e Rio de Janeiro que era muito evidente nesse período.

A Geometria no livro de Stávale é abordada de forma prática e ele procura usar situações práticas que exigem o uso da intuição. Apesar dessa metodologia próxima a orientação da reforma, no que se refere à fusão dos ramos percebe-se que o autor não difere das outras obras analisadas, isto é, apresenta os conteúdos de Álgebra, Aritmética e Geometria de forma isolada, contrariando as recomendações da reforma Campos.

4.5 COLEÇÃO **MATEMÁTICA –** MELLO E SOUZA e CECIL THIRÉ

Essa coleção tem uma característica especial, pois os volumes para a 1ª e 2ª série foram escritos por Mello e Souza & Cecil Thiré, os demais volumes tiveram a participação de Euclides Roxo.

Na análise dos dois primeiros volumes pudemos observar que os autores até tentam dar um caráter intuitivo para as noções de ponto, reta e plano, porém parece que essa tentativa ficou limitada a esse início. De uma forma geral percebe-se que os autores apresentam os temas de forma dedutiva, não dando oportunidade aos alunos de executarem experiências que explorem a intuição. Algumas fórmulas são deduzidas a partir de outras, no entanto nessas etapas de apresentação de fórmulas não se pode dizer que o texto encaminhe o aluno a fazer o raciocínio indutivo para concluir essas novas expressões, pois em momento algum, é proposta a resolução de problemas ou exercícios que mostrem tal encadeamento. Na verdade essa forma de abordagem visa apenas as fórmulas que serão utilizadas nos exercícios.

A coleção produzida para a 1ª e 2ª série é totalmente contrária ao que é recomendado pela reforma. O texto do livro faz uso excessivo dos axiomas, teoremas e postulados para o ensino de Geometria, inclusive no início do livro há um espaço para apresentar esses conceitos.

2 — O axioma.

Axioma é uma proposição indemonstravel e evidente por si mesma.

Exemplo:

Duas cousas iguaes a uma terceira são iguaes entre si.

Os axiomas, juntamente com as *definições*, constituem as noções primeiras sobre as quaes erguemos o edificio da Sciencia. (*)

3 — O theorema.

Theorema é uma proposição que se torna evidente por meio de um raciocinio rigoroso chamado *demonstração.*

Exemplo:

Dois arcos iguaes subtendem cordas iguaes.

Esse theorema que exprime uma propriedade notavel dos arcos iguaes, foi enunciado e demonstrado no capitulo I deste livro.

Veremos, mais tarde, os diversos methodos usados nas demonstrações.

4 — O postulado.

Postulado é uma proposição indemonstravel, ou que aceitamos sem demonstração.

Exemplo:

A recta é indefinida.

A verdade enunciada por um postulado é confirmada pelas consequencias desse postulado.

Acontece, muitas vezes, que certos theoremas parecem mais evidentes do que alguns postulados. Isso, entretanto, só occorre com um numero restricto de theoremas, no corpo illimitado dos que podem ser deduzidos. (**)

Na apresentação de ângulos, retas paralelas, ângulos adjacentes etc, percebemos que essas noções são definidas de forma descritiva, pois o aluno não tem espaço para tirar as conclusões por si próprio.

23 — Retas paralelas.

Duas ou mais retas são paralelas quando, situadas no mesmo plano, não se encontram.

Dois ou mais segmentos são paralelos quando os seus suportes forem retas paralelas.

Duas ou mais semi-retas são paralelas quando as retas obtidas prolongando-se essas semi-retas foram paralelas.

24 — Ângulo.

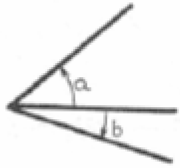
Chama-se *ângulo* a figura formada por duas semi-retas que têm a mesma origem.

Essas semi-rétas são denominadas *lados* e a origem comum é o *vertice* do ângulo.

Abertura de um ângulo é o afastamento dos lados.

25 — Ângulos adjacentes.

Dois ângulos são *adjacentes* quando têm o vértice comum e são separados por um lado comum. Assim os ângulos *a* e *b* na figura ao lado são adjacentes.



26 — Ângulos iguais. Angulos desiguais.

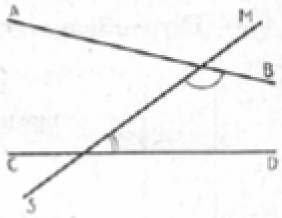
Dois ângulos são iguais quando têm igual abertura, isto é, quando póde haver entre eles, colocando-se um sobre o outro, coincidência dos vértices e dos lados.

Quando os ângulos não têm a mesma abertura são desiguais. O maior será aquele que tiver mais abertura.

Nos dois primeiros volumes percebemos que algumas noções, como já dissemos anteriormente, são derivadas de outras sem a mínima preocupação se está fazendo sentido para o aluno. No estudo de retas paralelas e transversais, o autor parte da definição formal utilizando-se do postulado de Euclides. Em momento algum propõe que o aluno faça construções com régua e compasso que possa levá-lo a ter um papel ativo e que faça uso da intuição.

4 — Postulado de Euclides.

Quando duas rectas AB *e* CD, *cortadas por uma transversal* MS, *formarem angulos internos do mesmo lado não supplementares, essas rectas serão concorrentes.* (*)

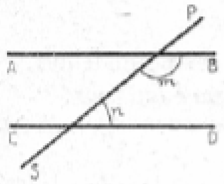


Essa proposição, notavel em Mathematica, é conhecida pela denominação de *postulado de Euclides.*

Muitos geometras famosos tentaram inultilmente demonstrar esse postulado. "Entre os Gregos a demonstração foi tentada por Claudio Ptolomeu, no seculo V. Durante a Idade Média os mathematicos arabes e occidentaes esforçaram-se em vão por obtel-a. Mais tarde Wallis (1693) pretendeu haver resolvido o problema, porém a sua demonstração suppõe um postulado equivalente ao das parallelas." (*)

5 — Condição de parallelismo.

Sejam AB e CD duas rectas parallelas. Cortemos essas parallelas pela transversal PS.



Os angulos internos do mesmo lado serão m e n.

A somma $m + n$ não póde ser differente de dois rectos. Com effeito. Se a somma $m + n$ fosse differente de dois rectos, em virtude do postulado de Euclides, as rectas AB e CD seriam concorrentes, o que não é possivel pois AB e CD são parallelas.

Logo a somma $m + n$ é igual a dois rectos.

Conclusão:

Quando duas parallelas são cortadas por uma transversal formam com essa transversal angulos internos ao mesmo lado supplementares.

A análise dessa coleção nos mostrou que essa obra estava muito distante das propostas da reforma prevalecendo o uso excessivo do rigor lógico. Na análise do método heurístico Alvarez chegou a seguinte conclusão:

> Os autores desta coleção não acatam as instruções desta reforma a este método de ensino e isso pode ser notado de maneira como os capítulos estão estruturados. (...) os autores não apresentam exercícios que façam com que os alunos reflitam antes de efetuar o cálculo, uma vez que este é realizado de forma imediata. Nesta estrutura não existe a proposta de questões coordenadas, que levem o aluno a descobrir o conhecimento e sim apenas recebê-lo passivamente (ALVAREZ, 2005).

A coleção a partir do 3º ano ganha a companhia de Euclides Roxo e esse fato parece modificar a estrutura do livro, porém vale ressaltar que a exploração de questões práticas e experimentais e o uso da intuição, desde o modelo do Colégio Pedro II, estava mais voltado para as séries iniciais, portanto não poderia ter grande ênfase na coleção a partir do 3º ano. Um fato curioso e intrigante nessa nova parceria é que Roxo era totalmente contrário ao método utilizado nos dois primeiros volumes. Inclusive um de seus algozes, o professor Almeida Lisboa, tem um pequeno trecho escrito na coleção da qual Roxo não participou.

Não sabemos ao certo o porquê da aproximação, só sabemos que eles faziam parte do mesmo grupo no Colégio Pedro II e que os livros de Mello e Souza & Cecil Thiré fizeram mais sucesso que a obra de Roxo. Talvez encontraram uma forma de equacionar um problema, pois Roxo era um dos principais responsáveis pela criação dos programas da Reforma Francisco Campos, portanto era importante para qualquer autor ter essa proximidade com ele. Quanto aos interesses de Roxo, o mesmo vinha sofrendo muitas pressões e seu livro não era tão aceito. Outra hipótese levantada poderia ser o fato de que Roxo para implementar efetivamente tais mudanças estava buscando uma forma de arrebanhar um maior número de autores de livro.

O fato é que nas séries iniciais não se percebe grandes modificações. No entanto Braga que fez um estudo da disciplinarização do conceito de função no ensino secundário aponta que as obras referentes aos 3º, 4º e 5º deram um salto em direção ao uso dessa metodologia que era um dos principais ideais de Felix Klein e do Movimento Internacional.

> Pode-se afirmar que, no que concerne à função – conteúdo e metodologia-, os três últimos volumes da coleção atendem, de maneira substancial, aos ditames preconizados pelas Instruções Pedagógicas da Reforma Francisco Campos (BRAGA, 2005).

A análise das respectivas coleções, descritas em nosso trabalho, nos mostra que o livro de Roxo, apontado como o manual inovador a partir da Reforma Francisco Campos, não serviu como referência para os demais autores da época, tendo em vista que todos os autores analisados acabaram por manter uma característica em seus livros que consistia em separar os conteúdos de Geometria, Álgebra e Aritmética contrariando as novas recomendações.

Alguns autores como Bethlem e Stávale até que apresentavam alguns traços de similaridade com a obra de Roxo, no entanto esse fato não é suficiente para afirmarmos que a obra de Roxo se constituiu num manual de referência para os outros autores. Aliás, muito pelo contrário, o que podemos perceber é que esses autores tinham uma forma de escrita de suas obras muito similar entre eles e bastante distante da forma apresentada nos livros de Roxo, nos dando a impressão que a vulgata que ficou estabelecida é aquela que está posta nos livros desses autores. Um fato que corrobora com nossa idéia refere-se as inexpressivas publicações que a obra de Roxo teve em relação as obras desses outros autores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao realizarmos o estudo histórico do ensino de Geometria no Brasil, verificamos que a porta de entrada para os conhecimentos geométricos foram os cursos militares, por volta do final do século XVII. Os cursos militares eram escolas de formação técnica e, seus objetivos eram apenas militares. Apesar desse intuito, os cursos militares deram mostra da importância da Geometria, pois esses conhecimentos eram essenciais para a preservação do poder e proteção de nossa Pátria que estava sob domínio dos portugueses.

A forma de ensinar os conhecimentos geométricos era baseada no sistema de perguntas e respostas, isto é, o livro de Alpoim, que estava sendo usado nos cursos militares, foi redigido num sistema que fazia a pergunta de uma determinada noção e em seguida procurava responder ao que foi perguntado. As lições geralmente eram ditadas e aos alunos cabia o papel de tomar nota.

O importante de se ressaltar nessa obra é que os conhecimentos geométricos propostos por Alpoim eram em sua grande maioria aplicados na prática. Os militares aprendiam determinadas noções, como era o caso do cálculo de uma medida desconhecida do triângulo, e posteriormente faziam uso desse conhecimento para simular ou atacar um determinado local distante. O cálculo de algumas variáveis da parábola servia para determinar o volume de pólvora necessário nos canhões com as mesmas formas.

Se hoje temos uma tendência em valorizar os conhecimentos geométricos e conhecimentos matemáticos aplicados no cotidiano dos nossos alunos e dizemos que esse tipo de prática motiva-os a aprender, então, podemos dizer que a Geometria utilizada nos cursos militares era um "prato cheio" para que esses militares aprendessem e se sentissem motivados.

Os Cursos Superiores de Direito e Medicina ao longo da história do ensino de Geometria também se mostraram importantes, pois foi através deles que os conhecimentos geométricos foram sendo considerados imprescindíveis à formação humana. Os políticos acreditavam, por mais estranho que se possa parecer à época, que a Geometria era essencial aos advogados, pois ela seria responsável pelo desenvolvimento da razão e da retórica muito utilizada pelos advogados.

Essa valorização da Geometria obrigou que esses conhecimentos fossem incorporados ao ensino secundário de forma mais decisiva, pois esse ramo de conhecimento passou a ser pré-requisito para os alunos ingressantes nos Cursos Jurídicos e Médicos. Com esse novo *status* a Geometria deu, ao nosso ver, os primeiros passos para se tornar uma disciplina escolar, passando a ser organizada em seus conteúdos e métodos.

Com a organização dos conteúdos e a criação dos colégios, a Geometria foi se estabilizando e ganhando uma característica formal. A Geometria de Euclides prevalecia em todo o planeta e sua forma baseada em axiomas, teoremas, postulados etc, foi ditando o modelo de Geometria utilizada no Brasil.

O ensino baseado no rigor lógico prevaleceu no Brasil até o início da década de 30 do século XX. Por mais contestado que possa ser esse tipo de ensino nos dias atuais, aliás, existe por parte de alguns uma forte tendência em criticar esse tipo de metodologia, devemos salientar que essa forma baseada no rigor era a forma mais usual de se ensinar Geometria e no mais supria uma necessidade da época.

Os exames para ingresso nos cursos superiores e exames de promoção não exigiam nada mais do que disso, muito pelo contrário, esses exames eram baseados em alguns pontos de determinados conteúdos que eram sorteados antes dos exames cabendo aos alunos dominá-los na forma escrita e às vezes oral.

Vale lembrar que a economia brasileira era baseada na agricultura e esse sistema não exigia um cidadão com formação mais qualificada esperava-se apenas que o trabalhador fosse disciplinado e o menos contestador possível. Quanto às indústrias existentes no Brasil, nesse mesmo período, também não utilizavam mão-de-obra especializada.

Com o crescimento das indústrias na Europa e no Brasil os objetivos da escola foram mudando, já que se tornava necessário que os empregados tivessem uma formação mínima. Além disso, por volta do início do século XX, os trabalhadores se mostravam mais organizados e passaram a exigir e querer participar das instituições educacionais.

Nessa época as grandes cidades começaram a ter uma grande concentração de pessoas migrando do campo para as regiões industriais e a diminuição da mortalidade, com o avanço das vacinas, contribuíram para esse crescimento.

O crescimento exacerbado da população e da própria industrialização, além do fato de alguns matemáticos não concordarem com a metodologia de ensino que vinha sendo aplicada levou-os a pensarem em modificações na forma de ensino da Matemática. A Geometria baseada no uso de axiomas, teoremas e postulados era muito criticada, pois essa forma não despertava, em grande parte dos alunos, motivação e nem uma aprendizagem significativa para os novos objetivos da indústria.

Pensando nesses ideais ocorreu um movimento de modernização iniciado na Europa, por meio de Felix Klein, e que chegou ao Brasil através da convicção e da apropriação que Euclides de Medeiros Roxo fez dessas idéias. Roxo parece ter mantido um estreito relacionamento com o que havia sido proposto nessas discussões, tanto é, que ao escrever o seu livro baseado nas propostas de modernização, pensada nos congressos internacionais, fazia questão de dizer que seu compêndio era baseado nas propostas do IMUK e na obra de Breslich.

As propostas advindas do IMUK tinham uma nova visão sobre o ensino da Matemática, pois não estava preocupada que os alunos fossem somente capazes de resolver e agir com disciplina e atenção, mas também que o estudante desenvolvesse a capacidade de compreensão e de análise para posteriormente poder aplicar em sua vida prática.

A Geometria foi vista como primordial para aplicação dessas idéias, pois ela é um campo fértil para aplicação de experimentações que levam os alunos a explorar o uso da intuição. Como um dos principais propósitos era a unificação entre a Álgebra, Aritmética e Geometria numa única disciplina que pudesse relacioná-las e não torná-las tão distante umas das outras, a criação da disciplina Matemática levou em conta que a Geometria era uma facilitadora para por em prática esse fato.

A Geometria para Euclides Roxo era tão importante para agregar essas propostas que na elaboração do seu livro, para o Colégio Pedro II, os primeiros capítulos eram dedicados a esse estudo. Mesmo nos capítulos teoricamente dedicados ao estudo de Álgebra o autor lançava mão dos conhecimentos geométricos conforme descrito por ele mesmo no prefácio ao falar da apropriação que fez da obra de Breslich. "Não hesitamos, por isso, em tomá-lo para modelo deste modesto trabalho. Assim, os capítulos IV, V, VII, VII, IX, X e XII, onde se procuram dar as primeiras noções de Álgebra com o apoio concreto da Geometria, foram moldados pelo Breslich, com a adaptação ao nosso meio e a mentalidade dos nossos alunos" (ROXO, 1929, p.11).

Essa apropriação que Roxo realizou dos ideais do movimento internacional de modernização fez com que ele travasse uma luta com vários professores para pô-las em prática nas escolas brasileiras. Roxo foi atacado de todas as formas inclusive de estar almejando ganhos financeiros, pois alguns acreditavam que ele queria dominar o mercado de venda de livros e por isso havia de criar uma mudança significativa para desbancar os que estavam sendo produzidos.

Roxo não se abateu com as críticas e continuou sua luta até conseguir efetivar as tais mudanças por meio da Reforma Francisco Campos. A Reforma

Campos causou grande indignação na maioria dos professores e Roxo continuou a ser muito criticado. Apesar da indignação as propostas foram colocadas em prática e o livro de Roxo se tornou o chamado manual inovador, pois era ele que trazia um retrato do que havia sido proposto nos congressos internacionais.

O livro de Euclides Roxo abandona totalmente o rigor lógico tecido a Geometria, pois nele o aluno é levado a participar e fazer parte da construção de determinadas noções. O método heurístico que consistia em fazer com que o aluno adquirisse os primeiros conhecimentos através de abordagens intuitivas, experimentais e indutivas foi constantemente aplicado. A conexão entre os ramos da Álgebra, Aritmética e Geometria também foi constantemente vista.

Na verdade, aos nossos olhos, o livro de Roxo se mostrou inovador e foi por essa razão – ser inovador – que o livro não foi um sucesso de vendas. Talvez esse fato se explique devido à falta do trabalho de convencimento a que Euclides Roxo se propôs, pois não percebemos nos relatos históricos um trabalho de convencimento similar ao que Felix Klein teve na Alemanha para por em prática os ideais da reforma. Outra explicação provável que percebemos em qualquer proposta de mudança é o fato de parte dos professores serem sempre avessos às mudanças seja por acomodação ou por ideais já constituídos.

Quanto à questão da vulgata observamos que apesar de alguns autores - Bethlem e Stávale – usarem de alguns recursos experimentais e intuitivos, de uma forma geral, os autores dos livros didáticos da época não se apropriaram das idéias do manual inovador produzido por Roxo.

Os livros analisados mostram que a idéia de integrar os ramos da Matemática – Álgebra, Aritmética e Geometria -, não se efetivou conforme a proposta da reforma Campos. Os autores procuraram atender algumas exigências da reforma para poder se enquadrar, no entanto os ramos que deveriam integrar-se, continuavam sendo trabalhados de forma separada. Além disso, o caráter experimental e intuitivo e também a aplicação do método heurístico não condiziam com a proposta do manual de Roxo.

Na realidade esses autores mantiveram uma metodologia muito similar entre eles, destoando do manual inovador produzido por Roxo. Portanto a vulgata que se efetivou nesse período pode ser lida nessas coleções. Ela implicou em abordar os conhecimentos matemáticos separando-os por ramos – Álgebra, Aritmética e Geometria - na não utilização de questões experimentais e intuitivas para introduzir determinados conceitos, e na continuidade do uso da Geometria lógico-dedutiva, com axiomas, teoremas e postulados nas séries iniciais.

Essa vulgata que foi constituída, baseada nas coleções dos autores por nós analisados garantiu a todos, com exceção de Roxo, um sucesso de vendas e edições, fortalecendo-os e determinando que o tipo de livro a ser seguindo deveria estar nos moldes dessas produções.

Em conseqüência dessa vulgata que se efetivou, o movimento de modernização proposto por Roxo, para o ensino de Matemática, não teve o sucesso esperado. Talvez se Roxo tivesse feito uma aproximação com o autores Bethlem do Rio Grande do Sul e Jacomo Stávale de São Paulo que apresentaram alguns traços de similaridade, no que tange a aplicação do método heurístico e recursos experimentais, e tentasse desenvolver um trabalho em conjunto com esses autores, os resultados desse movimento de modernização pudesse ser diferente.

A nós cabe a reflexão de que é praticamente impossível implementar uma reforma educacional, por melhor que ela seja, sem o trabalho de convencimento dos pares e do cotidiano escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: Informação e documentação – Referências – Elaboração. Rio de Janeiro, 2002.

______. **NBR 10520**: Informação e documentação – Citações em documentos – Apresentação. Rio de Janeiro, 2002.

______. **NBR 14724**: Informação e documentação – Trabalhos acadêmicos – Apresentação. Rio de Janeiro, 2002.

ALBUQUERQUE, A. L. P. **"A Academia Real dos Guardas-Marinha"**. In História Naval Brasileira. Segundo Volume. Tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Marinha, 1979.

ALPOIM. J. F. P. 1748 **Exame de Bombeiros**. Madri: Officina de Francisco Martinez Abad.

______. 1987. **Exame de Artilheiros**, 1744. Reprodução fac-similiar. Rio de Janeiro: Xerox.

ALVAREZ, T. G.: **A Matemática do Ginásio: livros didáticos e as reformas Campos e Capanema**. In: VALENTE, W. R. (Org.). São Paulo: Multiplataforma Windows/ Linux e MAC OS, ago., 2005. 1 CD-ROM.

APER – **Arquivo Pessoal Euclides Roxo**. Documentos de Euclides Roxo. São Paulo: Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

BARBOSA, F. V. **Elementos de Geometria**. 6ª edição. Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias. 1860.

BETHLEM, A. **Curso de Matemática**. 4vol. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1935-1938.

BICUDO, J. C. **O Ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (de 1931 a 1941 inclusive).** São Paulo: [s.n.], 656p, 1942.

BITTENCOURT, C. M. F. **Disciplinas Escolares: História e Pesquisa**. In: História das Disciplinas Escolares no Brasil: contribuições para o debate. São Paulo: Editora da Universidade São Francisco, 2003.

BRAGA, C. **O Processo Inicial de Disciplinarização de Função na Matemática do Ensino Secundário**. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação – **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília**: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília : MEC / SEF, 1998.

CAMPOS, F. **Reforma do Ensino Secundário.** In: Educação e Cultura, p. 45.

CAMPOS, T. M. M., Prefácio. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil**. São Paulo: Sbem, 2003.

CARVALHO, J. B. P. **Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática**. In: VALENTE, W. R. (org.). Euclides Roxo e a modernização da matemática escolar no Brasil. São Paulo: SBEM, 2003, p. 86-158.

CHARTIER, R. **O mundo como representação**. In Estudos avançados 11 (5) São Paulo-IEA-USP. 1991.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Teoria e Educação, n. 2, Porto Alegre, 1990.

DAINVILLE, F. 1978. **L'éducation dês jésuites** (XVIe.-XVIIIe. Siècles). Paris: Lês Éditions de Minuit.

DASSIE, B. A. **A Matemática do Curso Secundário na Reforma Gustavo Capanema**. 170f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

FAUSTO, B. **A revolução de 1930: historiografia e história**. 16ª edição. São Paulo: Companhia da Letras, 1997.

FIC. **Elementos de Geometria**. Trad. Eugênio de Barros Raja Gabaglia. Rio de Janeiro: Livraria Garnier. s.d.

KLEIN, F. **Matemática Elemental Desde um Punto de Vista Superior.** V. 2. Coleção Biblioteca Matemática. Madrid, 1931.

LAMANDE, P. **"Trois traités français de géométrie à l'orée du dix-neuvième siècle: Legendre, Peyrard et Lacroix"**. In Physis, nº3. França: Université de Nantes: Centre d'histoire dês sciences et dês techniques, 1993.

LOPES, A. J. Prefácio. In: VALENTE, W. R. (Org.). **O Nascimento da Matemática do Ginásio**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2004.

MAEDER, A. **Lições de Matemática**. 5 vol. São Paulo : Melhoramentos, 1934-1938.

OTTONI, C. B. **Elementos de Geometria e Trigonometria Rectilinea**. 9ª edição. Rio de Janeiro: Livraria Clássica de Alves & C. 1910.

PARDAL, P. **"Nota biográfica sobre Alpoim".** In: Exame de Artilheiros 1744. Reprodução fac-similiar. Rio de Janeiro: Xerox. 1987.

PARSHALL, K. H.; ROWE, D. E. **The Emergence of the American Mathematical Research Community 1876-1900:** J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore. Providence – Rhode Island: The American Mathematical Society, 1994.

PAVANELLO, R. M. **O ABANDONO DO ENSINO DE GEOMETRIA: uma visão histórica**. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

RIBEIRO, V.; ANASTASIA, C. **Brasil: encontros com a História**. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

ROCHA, J. L. **A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos**. 228f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

ROXO. E. M. G. **A matemática e o curso secundário**. In: VALENTE, W. R. (org.). Euclides Roxo e a modernização da matemática escolar no Brasil. São Paulo: SBEM, 2003, p. 86-158.

______. **O Ensino da Matemática na Escola Secundária I** – O Moderno Movimento de Reforma e seus Precursores. Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 30 nov. 1930).

______. **O ensino da matemática na escola secundária**. Schola – Revista da Associação Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Educação, n. 9, p.265-73, 1931.

______. **A Matemática na Escola Secundária**. São Paulo: Nacional, 1937.

______. **Lições de Aritmética**. 7ª edição. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1928.

______. **Curso de Matemática Elementar**. Vol. 1. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1929.

______. **Curso de Matemática Elementar**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1929.

ROXO, E.; SOUZA, M.; THIRÉ, C. **Curso de Matemática** – 3º ano. 3ª edição. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1936.

______. **Curso de Matemática** – 4º ano. 1ª edição. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1940.

______. **Curso de Matemática** – 5º ano. 3ª edição. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1934.

SANTOS, V. C. M. **A Matemática escolar nos anos 1920: Uma análise de suas disciplinas através das provas dos alunos do ginásio da capital do estado de São Paulo**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

SHARP, R. **Knowledge, ideology and the politics of schooling.** Londres, Routledge and Kegan Paul, 1980.

SHUBRING, G. **O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha.** In: VALENTE, W. R. (org.). Euclides Roxo e a modernização da matemática escolar no Brasil. São Paulo: SBEM, 2003, p. 86-158.

SILVER, H. **Education as history.** New York, Methuen, 1983.

STÁVALE, J. **Primeiro Ano de Matemática**. 15ª edição. São Paulo: Nacional, 1940.

______. **Segundo Ano de Matemática**. 13ª edição. São Paulo: Nacional, 1942.

______. **Terceiro Ano de Matemática**. 9ª edição. São Paulo: Nacional, 1942.

______. **Quarto Ano de Matemática**. São Paulo: Nacional, 1935.

______. **Quinto Ano de Matemática**. 2ª edição. São Paulo: Nacional, 1937.

TELLES, P. C. S. **História da engenharia no Brasil**: séculos XVI e XIX. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).** 2. ed. São Paulo: Editora Annablume, 1999.

______. **A Matemática do Ginásio: livros didáticos e as reformas Campos e Capanema**. In: VALENTE, W. R. (Org.). São Paulo: Multiplataforma Windows/ Linux e MAC OS, ago., 2005. 1 CD-ROM.

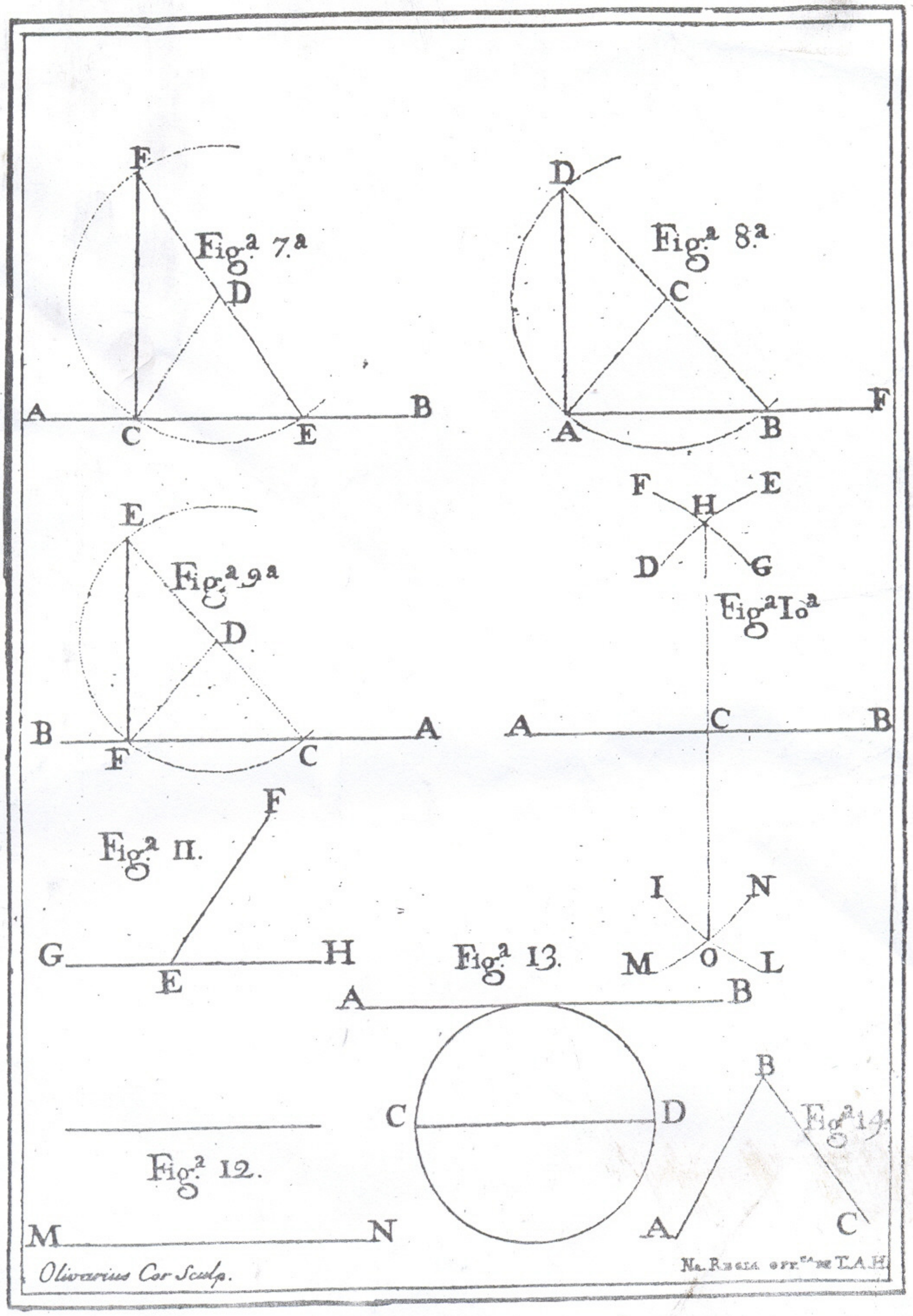
______. **Euclides Roxo e o movimento de modernização internacional da matemática escolar**. In: VALENTE W. R. (Org.) Euclides Roxo e a modernização da matemática escolar no Brasil. São Paulo: SBEM, 2003.

______.**O Nascimento da Matemática do Ginásio**. São Paulo: Annablume; FAPESP, 2004.

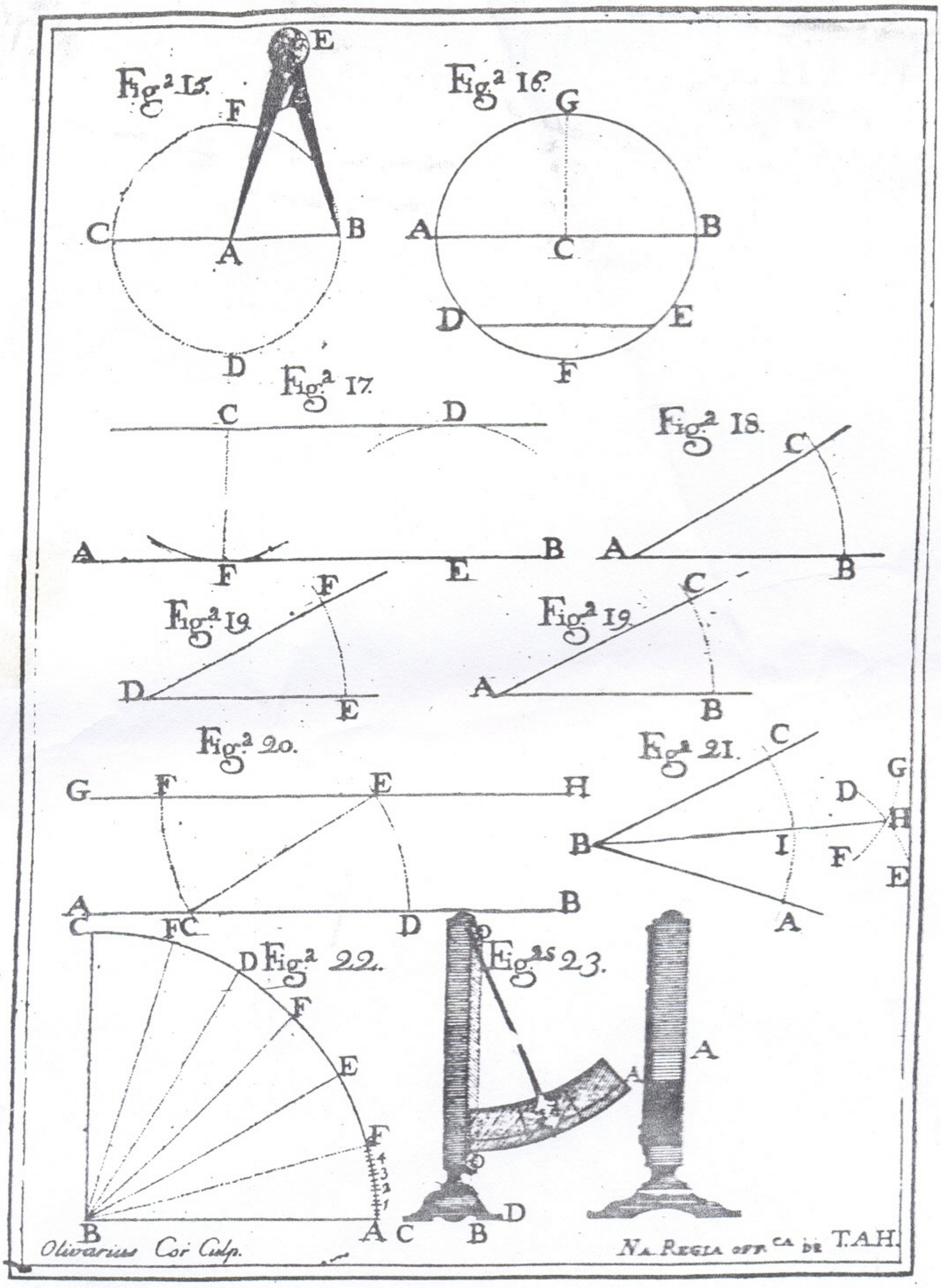
VÈRIN, H. **La gloire dês ingénieurs** – l'intelligence tecnique du XVIe. Au XVIIIe. Siècle. Paris: Albin Michel, 1993.

ANEXOS

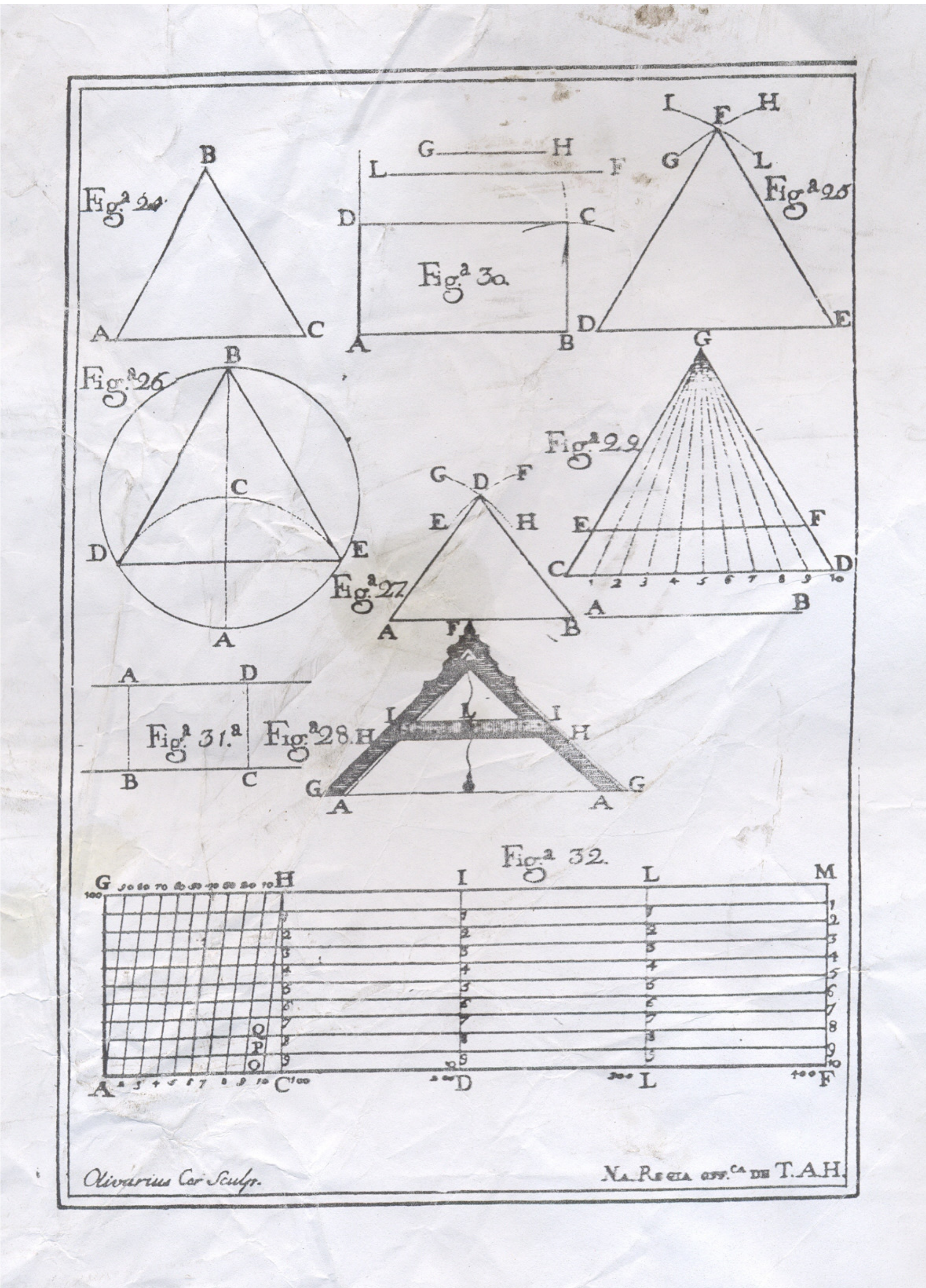
ANEXO I


Figª 7.ª
F
D
A
C
E
B
Figª 8.ª
D
C
A
B
F
Figª 9.ª
E
D
B
F
C
A
Figª 10.ª
F
H
E
D
G
A
C
B
I
N
M
O
L
Figª 11.
F
G
E
H
Figª 13.
A
B
C
D
Figª 12.
M
N
Figª 14.
B
A
C
Olivarius Cor Sculp.

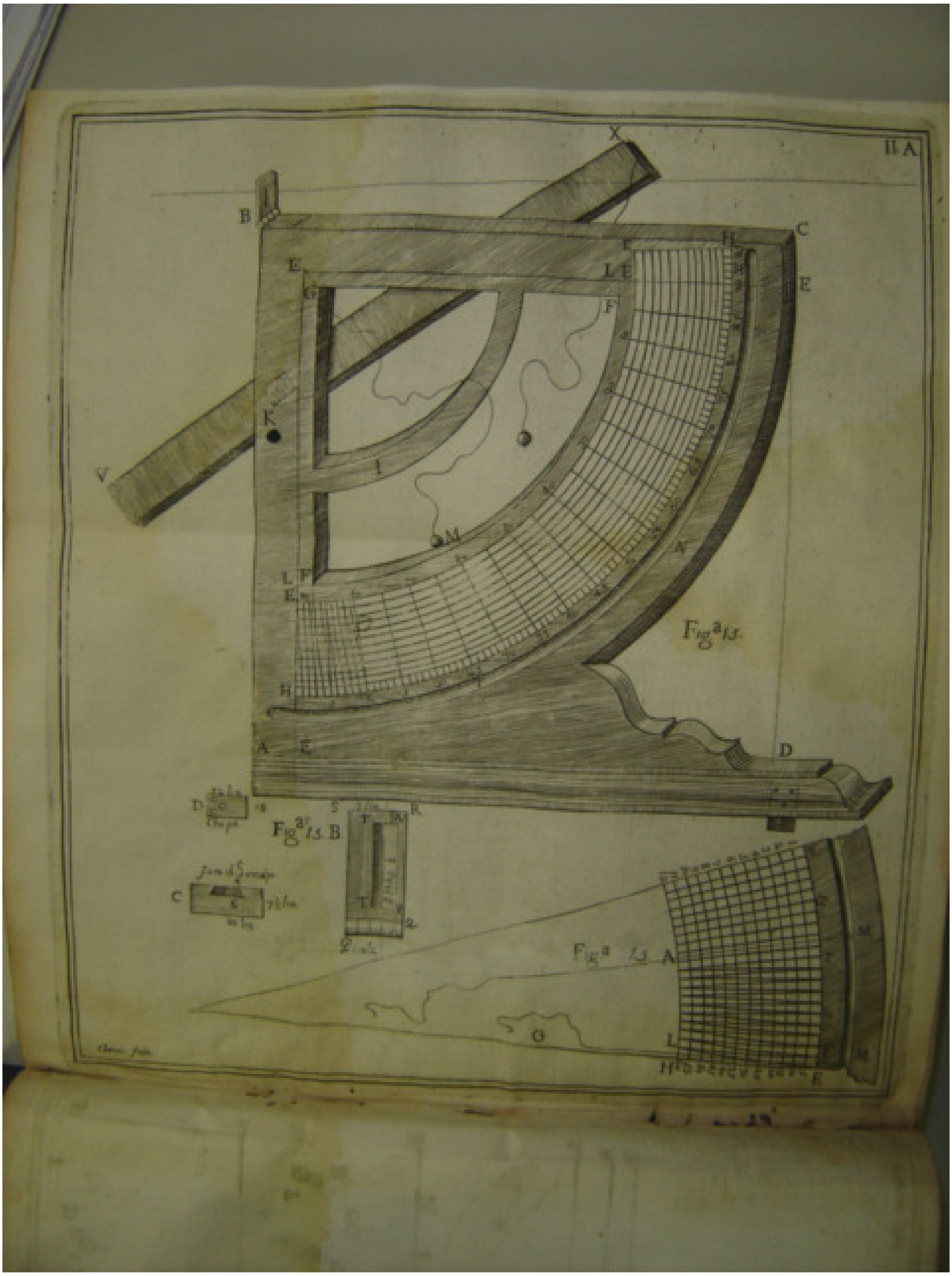
ANEXO II


Figª 15.
E
F
C
B
A
D
Figª 16.
G
A
B
C
D
E
F
Figª 17.
C
D
A
F
E
B
Figª 18.
C
A
B
Figª 19.
F
D
E
Figª 19.
C
A
B
Figª 20.
G
F
E
H
A
FC
D
B
Figª 21.
C
G
D
B
H
I
F
E
A
Figª 22.
C
D
F
E
F
4
3
2
1
B
A
Figªs 23.
A
A
C
B
D
Olivarius Cor Culp.
Nª Regia offª de T.A.H.

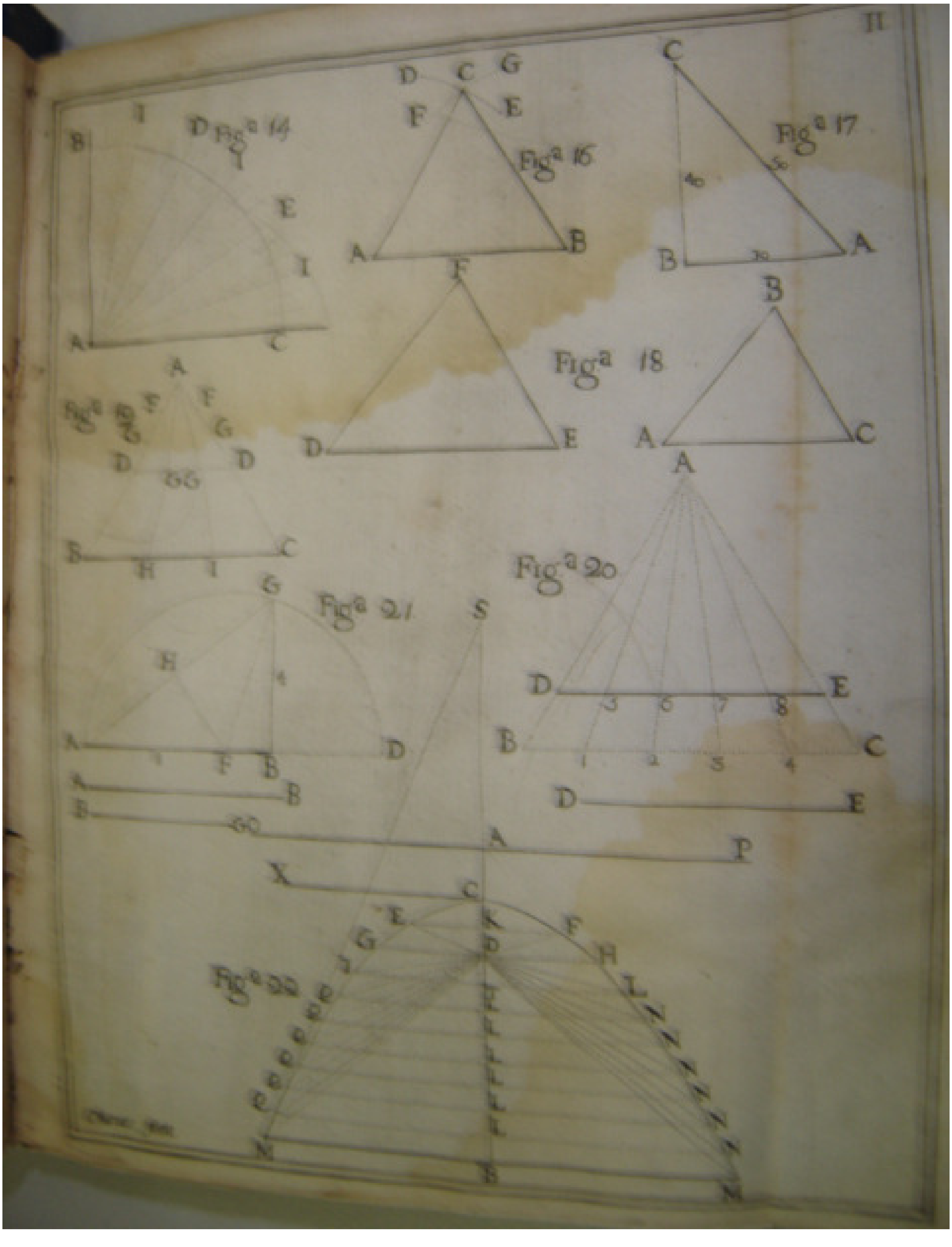
ANEXO III


Figª 24
Figª 30
Figª 25
Figª 26
Figª 29
Figª 27
Figª 31.ª
Figª 28
Figª 32.
Olivarius Cor Sculp.
Na. Regia off.ca de T.A.H.

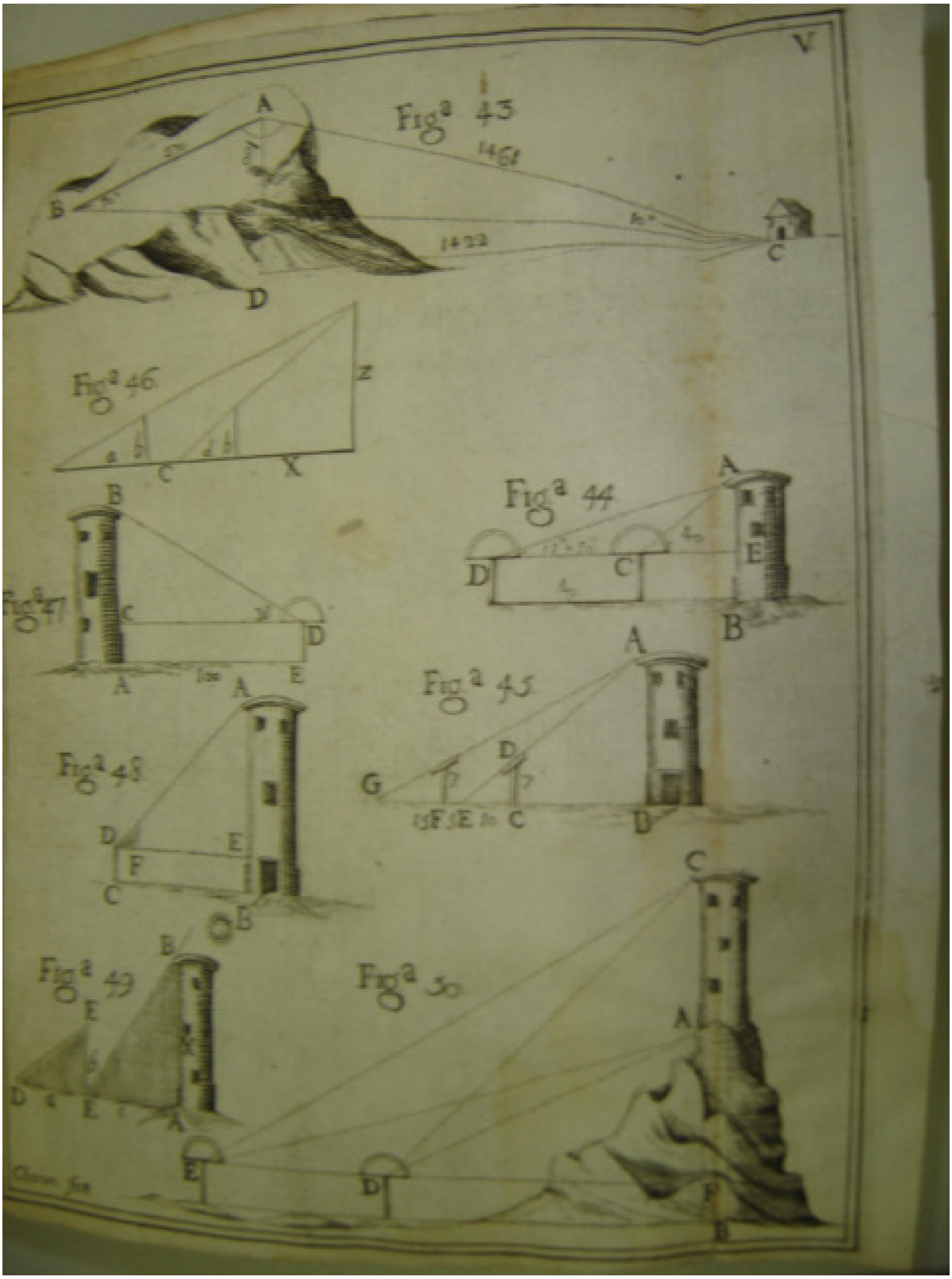
ANEXO IV



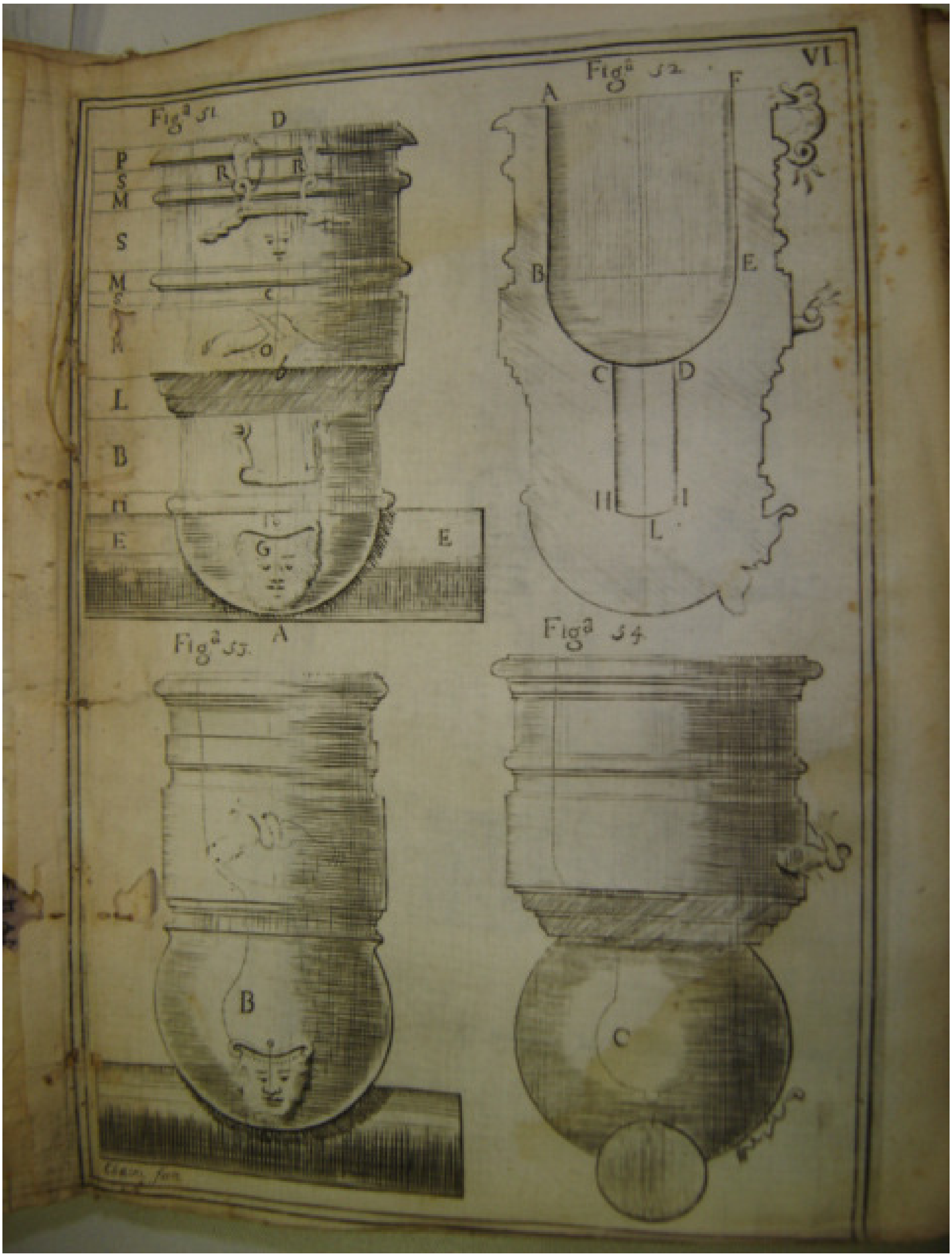
ANEXO V


II
Figª 14
Figª 16
Figª 17
Figª 18
Figª 19
Figª 20
Figª 21
Figª 22

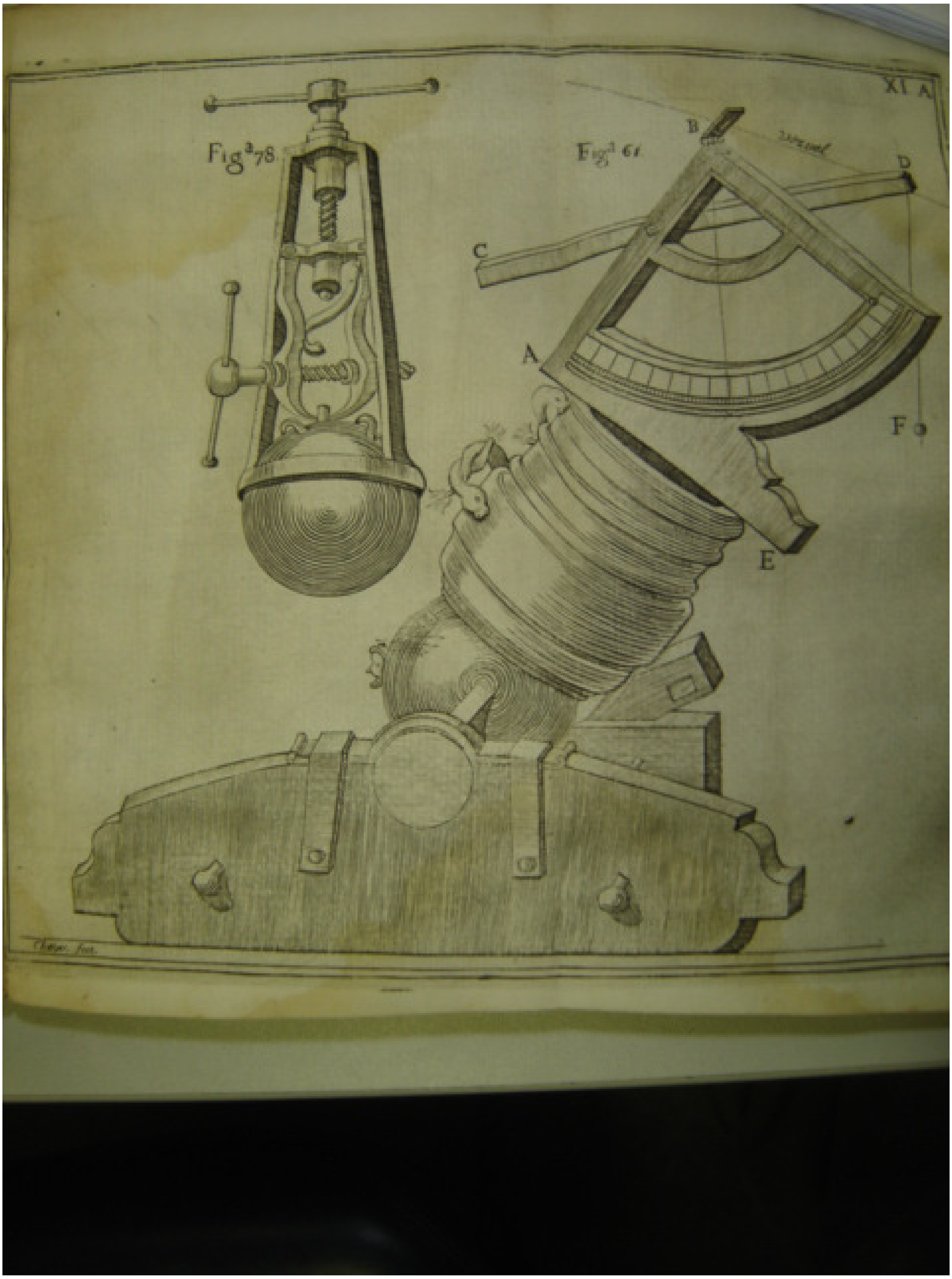
ANEXO VI


V
Figª 43
A
B
C
D
1461
1422
Figª 46
Z
C
X
Figª 44
A
D
C
E
B
Figª 47
B
C
D
A
E
Figª 45
A
G
D
C
D
Figª 48
A
D
E
F
C
B
Figª 49
B
E
D
E
A
Figª 50
C
A
E
D
F
B

ANEXO VII



ANEXO VIII



ANEXO IX

INSTRUÇÕES PARA EXECUÇÃO DO PROGRAMA DE MATEMÁTICA PARA O PRIMEIRO ANO[1]

Na execução do presente programa deve-se evitar, completamente, no 1º ano, uma explanação dedutiva constituída sobre base axiomática. Procurar-se-á dar ao ensino, quanto possível, um caráter vivo e intuitivo, e os primeiros conhecimentos serão adquiridos experimentalmente, ao mesmo passo que a mão e a vista se exercitarão na observação e na avaliação das grandezas, com o uso da régua, do compasso e do duplo-centímetro. Fica sendo assim a indução a base essencial para a aquisição de conhecimentos matemáticos; só nos anos superiores se irá aos poucos iniciando o aluno no método dedutivo e fazendo com que ele compreenda a necessidade e a importância do raciocínio rigorosamente abstrato.

No começo do curso (§1 a 4) ministram-se intuitivamente pela consideração dos sólidos geométricos, das paredes, assoalho e teto da sala e dos objetos que ela contém, as noções dos principais conceitos geométricos; podem-se também, utilizar aí, com vantagem, os modelos de papel ou cartolina construídos pelos próprios alunos.

Ao passo que se procura fazer com que o estudante trave um conhecimento íntimo e real com a noção e a medida dos segmentos, e se exercite no manejo do compasso, do duplo-centímetro e do transferidor, educando ao mesmo tempo a vista na avaliação de distâncias, fornece-lhe uma base concreta para os conceitos de Álgebra. Assim, números literais aparecem primeiro como representando naturalmente comprimentos de segmentos não medidos. A noção do polinômio linear ($a + b + c + d$) surge espontaneamente com a maneira de representar algebricamente o perímetro de um polígono, tendo oportunidade de pôr em confronto os três pontos de vista que correspondem aos três ramos da matemática elementar (aritmético, algébrico e geométrico), considerando ainda a representação aritmética (soma dos números resultantes das medidas dos lados realmente efetuados pelos alunos), e a geométrica (segmento obtido pela justaposição de segmentos iguais aos lados) do perímetro de um polígono (§ 6 e 7).

Pela consideração de vários segmentos iguais marcados uns em seguida aos outros, chega-se a noção concreta de múltiplo e de coeficiente, de modo que a expressão $3a + 2b$, por exemplo, deixa de ser para o estudante uma mera abstração ou um símbolo vazio para despertar uma idéia real, qual a do comprimento que se obtém marcando, uns em seguida aos outros, três segmentos de comprimento a e dois de comprimento b.

A introdução dos números negativos ainda será feita concretamente pela noção de segmentos dirigidos e de escala termométrica. As operações sobre esses números serão primeiro executadas graficamente, procurando-se, com a consideração de vários exemplos, levar o próprio aluno a enunciar as regras dessas operações (§10).

No traçado dos gráficos começar-se-á pela construção sobre papel milimetrado de diagramas de elementos tabelados (geográficos, estatísticos, meteorológicos). Depois passar-se-á aos gráficos representativos de uma lei precisa, que nesta fase do curso será sempre da fórmula $ax + b$; assim o estudante, construindo o gráfico da relação $y = 5x$, tomando vários valores de x (de preferência inteiro e simples) e os correspondentes de y, notará que o gráfico é uma reta (§ 11).

Pela consideração de um problema muito simples, como este: "dividir um fio com 30m de comprimento em duas partes, de modo que uma seja o quíntuplo da outra"; resolvido primeiro aritmeticamente, faz-se ressaltar a vantagem de representar por um símbolo x o pedaço menor e leva-se o aluno a estabelecer a equação $6x = 30$, que ele resolve imediatamente. Com alguns

[1] Fazem parte dos programas de matemática para o Colégio Pedro II, referentes ao ano letivo de 1929. De acordo com o livrete Os Programas de Ensino do Colégio Pedro II para o ano de 1929, Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1929, p. 32-37.

exemplos mais, que conduzem todos a equações do mesmo tipo, que serão sucessivamente resolvidas, chegar-se-á a acentuar a aplicação do axioma da divisão (números iguais divididos pelo mesmo número dão resultados iguais).

As equações, como x + 3 = 28, em que há um termo conhecido do mesmo lado que a incógnita, pode-se, com vantagem, considerar como traduzindo um problema de pesada: *em um dos pratos da balança, que está em equilíbrio, há um objeto de peso desconhecido juntamente com um peso de 3Kg, no outro prato há peso no valor de 28Kg.* Se tirarem de ambos os pratos um peso de 3Kg. A balança continua em equilíbrio; logo x = 25. Dá-se, assim, uma significação concreta ao princípio de que se pode subtrair o mesmo número de ambos os membros de uma equação. Convém, nesta fase do curso, não estabelecer a regra de transposição de termos de um membro para outro, que vem mecanizar o processo e fazer esquecer, desde logo, a significação do mesmo; é preferível que o aluno raciocine, dizendo que "subtraindo de números iguais o mesmo número, os resultados continuam iguais", o equilíbrio da balança se mantém.

Passa-se em seguida à consideração das equações do tipo x – 5 = 12, com aplicação do axioma da adição e a equações fracionárias muito simples, $\frac{x}{3} = 8$; $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{1}{5}$, com aplicação do axioma da multiplicação.

A noção de ângulo deve ser logo ligada à de rotação (considerando por exemplo os ponteiros de um relógio) e assim se abandona, desde já, a rigidez das figuras geométricas, para considerá-las variáveis, sendo as suas partes dependentes umas das outras, quanto a posição e à grandeza. Experimental ou intuitivamente se demonstram às propriedades relativas aos ângulos formados de um lado de uma reta e em torno de um ponto dos ângulos opostos pelo vértice etc. Como aplicação dessas propriedades, propõem-se problemas sobre determinação de ângulos e que se resolvem por meio de equações simples do 1º grau com uma incógnita.

Aproveitando o mesmo assunto concreto, o estudante será levado a exercitar-se na expressão, em linguagem algébrica, de enunciados simples, como por exemplo: "$\frac{3}{5}$ da soma de um ângulo de 23º 16' subtraídos do triplo do suplemento de ângulo" etc..., de modo que o aluno se vá habituando a utilizar a Álgebra como um meio natural de exprimir os fatos a respeito dos números e como uma linguagem simbólica especialmente adequada a estabelecer as condições de um problema de um modo natural e vantajoso. É a própria dificuldade crescente dos problemas que justifica a necessidade de aprender a manipular os símbolos algébricos.

A noção de 2ª potência deve surgir ligada à sua interpretação geométrica que é a da expressão da área de um quadrado, do mesmo modo que a noção de 3ª potência se apresentará com o cubo, procurando sempre que possível, de acordo com o que já se viu acima, apoiar em base concreta, fornecida pela Geometria, as noções fundamentais da Álgebra. De acordo com esta orientação, a multiplicação de um polinômio por um monômio, como (a + b + c) x d, será explicada, considerando os dois modos de exprimir a área de um retângulo de comprimento a + b + c e de largura d, decomposto em três retângulos de comprimento a, b e c e todos com a mesma largura d. Analogamente se explicarão a multiplicação de um polinômio por outro e a formação do quadrado de um binômio.

Uma vez firmada em base concreta a noção de 2ª e 3ª potência, pode-se passar à noção de potência de qualquer grau e enfrentar o cálculo sobre monômios e polinômios inteiros em geral.

As noções de divisibilidade, de número primo, de decomposição em fatores, bem como de formação do m.d.c. e m.m.c., devem ser explicadas sem preocupação de formalismo ou rigor dedutivo, mas sem mecanizar os processos por meio de regras inexpressivas e fastidiosas para o aluno, mas procurando, graças a exemplos variados, fazer com que ele se vá quase por si mesmo, assenhoreando dos meios mais expeditos de utilizar com vantagem aqueles recursos do cálculo numérico. Assim, para decompor em fatores primos um número, como 720, em vez de proceder as divisões sucessivas pelos fatores primos em sua ordem crescente, faz-se logo notar que o número dado se desdobra em dois ou três fatores múltiplos, relativamente pequenos, no caso 8 x 9 x 10, cada um dos quais se decompõe prontamente em fatores primos, $2^3 x 3^2 x 5$.

Na determinação do m.d.c. e do m.m.c., em vez de proceder sistematicamente à decomposição dos números dados em fatores primos, habituar-se-á o estudante a aproveitar-se das circunstâncias ocasionais que lhe permitem, não raro, sem levar a cabo as referidas decomposições, descobrir de pronto aqueles dois elementos numéricos. Nos exercícios sobre m.d.c. e do m.m.c. evitar-se-ão números muito grandes, raramente empregar-se-ão números de mais de 6 e nunca de mais de 8 algarismos, os quais perdem para o estudante qualquer significado real, passando a constituir símbolos inexpressivos e sem interesse, sabido que, a não ser em casos excepcionalíssimos, nenhuma medida, por mais rigorosa que seja, dará lugar a números expressos com mais de 8 algarismos.

As propriedades das frações e as operações sobre as mesmas devem, ainda, ser explicadas, tanto quanto possível, concretamente, pela consideração de segmentos divididos ou de retângulos decompostos, de diferentes modos, em quadrículas.

No exercício sobre frações evitar-se-ão as expressões pesadas (comumente chamadas *carroções*), em que o estudante se emaranha e se fatiga, acabando por efetuar mecanicamente uma série enorme de operações, que estão longe de despertar qualquer interesse real ou de satisfazer a qualquer prática ou teoria.

Ao invés disso, os exercícios serão simples e adequados a fazer o espírito assenhorear-se, sólida e definitivamente, da significação concreta das frações e das operações sobre elas, evitando, tanto quanto possível, reduzir o cálculo fracionário a um jogo inexpressivo de símbolos.

ANEXO X

INSTRUÇÕES PARA EXECUÇÃO DO PROGRAMA DE MATEMÁTICA[2]

(a) Primeiro ano:

Fica ao critério do professor o modo de encadear as diferentes partes do programa e bem assim o grau de desenvolvimento que dará às mesmas, de acordo com o aproveitamento e o nível intelectual da turma. As noções de Geometria podem ser dadas concomitantemente com o cálculo aritmético, e aulas intercaladas.

O ensino terá, no 1º ano, tanto quanto possível, um caráter vivo e intuitivo, e os primeiros conhecimentos serão adquiridos experimentalmente, ao passo que a mão e a vista se exercitarão na observação e na avaliação das grandezas, com o uso da régua, do compasso e do duplo-centímetro. Nesta fase do curso a indução será a base essencial para aquisição de conhecimentos matemáticos: só aos poucos se irá iniciando o aluno no método dedutivo e fazendo com que ele compreenda a necessidade e importância do raciocínio puramente lógico.

Pela consideração dos sólidos geométricos, das paredes, assoalho e teto da sala e dos objetos que ela contém, ministram-se intuitivamente as noções dos principais conceitos geométricos; podem-se também utiliza ai, com vantagem, os modelos de papel ou cartolina construídos pelos próprios alunos.

Ao passo que se procura fazer com que o estudante trave um conhecimento íntimo e real com a noção e a medida dos segmentos, e se exercite no manejo do compasso e do duplo-centímetro , educando ao mesmo tempo a vista na avaliação de distâncias, fornece-lhe uma base concreta para as noções fundamentais da Álgebra. Assim, os números literais aparecem primeiro como representando naturalmente comprimentos de segmentos não medidos. A noção do polinômio linear (a + b + c + d) surge espontaneamente com a maneira de representar algebricamente o perímetro de um polígono, havendo ai oportunidade de se porem em confronto os três pontos de vista que correspondem aos três ramos da matemática elementar (aritmético, algébrico e geométrico), ao se considerarem ainda a representação aritmética (soma dos números resultantes das medidas dos lados realmente efetuados pelo aluno), e a geométrica (segmento obtido para justaposição de segmentos iguais aos lados do perímetro de um polígono).

Pela consideração de vários segmentos iguais marcados uns em seguida aos outros, chega-se à noção concreta de múltiplo e de coeficiente, de modo que a expressão 3a + 2b, por exemplo, deixa de ser para o estudante uma mera abstração ou um símbolo vazio para despertar uma idéia real, qual a do comprimento que se obtém marcando, uns em seguida aos outros, três segmentos de comprimento a e dois de comprimento b.

A introdução dos números negativos ainda será feita concretamente pela noção de segmentos dirigidos e de escala termométrica.

As operações sobre esses números serão primeiro executadas graficamente, procurando-se, com a apresentação de vários exemplos, levar o próprio estudante a enunciar as regras dessas operações.

A representação gráfica das variações sucessivas de grandezas (dados geográficos, estatísticos, meteorológicos) constituirá uma boa introdução intuitiva à noção de função que será desenvolvida nas séries seguintes.

Tomando enunciados simples, far-se-á o estudante exercitar-se em traduzi-los na linguagem algébrica, de modo que ele se vá habituando a utilizar a Álgebra como um meio natural

[2] Fazem parte dos programas de matemática do Colégio Pedro II, referentes ao ano letivo de 1930. De acordo Josilene Beltrame, obra citada, p. 236-237 e p. 239.

de exprimir os fatos a respeito dos números e como a linguagem simbólica especialmente adequada a estabelecer as condições de um problema de um modo natural e vantajoso. É a própria dificuldade crescente dos problemas que justifica a necessidade de aprender a manipular os símbolos algébricos.

Pela consideração de um problema muito simples, como este: "dividir um fio com 30m de comprimento em duas partes, de modo que uma seja o quíntuplo da outra". Resolvido primeiro aritmeticamente, faz-se ressaltar a vantagem de representar por um símbolo (x) o pedaço menor e leva-se o aluno a estabelecer a equação 6x = 30, que ele resolve imediatamente. Com alguns exemplos mais, que conduzem todos a equações do mesmo tipo e que serão sucessivamente resolvidas, chegar-se-á a acentuar a aplicação do axioma da divisão (números iguais divididos pelo mesmo número dão resultados iguais).

As equações, como x + 3 = 28, em que há um termo conhecido do mesmo lado que a incógnita, podem-se com vantagem, considerar como traduzindo um problema de pesada: *em um dos pratos da balança, que está em equilíbrio, há um objeto de peso desconhecido juntamente com um peso de 3Kg.; no outro prato há pesos no valor de 28Kg.* Se tirarem de ambos os pratos um peso de 3Kg, a balança continua em equilíbrio; logo x = 25. Dá-se, assim, uma significação concreta ao princípio de que se pode subtrair o mesmo número de ambos os membros de uma equação. Convém, nesta fase do curso, não estabelecer a regra de transposição de termos de um membro para outro, que vem mecanizar o processo e fazer esquecer, desde logo, a significação do mesmo; é preferível que o aluno raciocine, dizendo que "subtraindo de números iguais o mesmo número, os resultados continuam iguais", o equilíbrio da balança se mantém.

Passa-se em seguida à consideração das equações do tipo x – 5 = 12, com aplicação do axioma da adição e a equações fracionárias muito simples, $\frac{x}{3} = 8$; $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{1}{5}$, com aplicação do axioma da multiplicação.

A noção de 2ª potência deve surgir ligada à sua interpretação geométrica que é a da expressão da área de um quadrado, do mesmo modo que a noção de 3ª potência se apresentará com o cubo, procurando sempre que possível, de acordo com o que já se viu acima, apoiar em base concreta, fornecida pela Geometria, as noções fundamentais da Álgebra. De acordo com esta orientação, a multiplicação de um polinômio por um monômio, como (a + b + c) x d, será explicada, considerando os dois modos de exprimir a área de um retângulo de comprimento a + b + c e de largura d, decomposto em três retângulos de comprimento a, b e c e todos com a mesma largura d. Analogamente se explicarão a multiplicação de um polinômio por outro e a formação do quadrado de um binômio.

Uma vez firmada em base concreta a noção de 2ª e 3ª potência, pode-se passar à noção de potência de qualquer grau e enfrentar o cálculo sobre monômios e polinômios inteiros em geral.

As noções de divisibilidade, de número primo, de decomposição em fatores, bem como de formação do m.d.c. e m.m.c., devem ser explicadas sem preocupação de formalismo ou rigor dedutivo, mas sem mecanizar os processos por meio de regras inexpressivas e fastidiosas para o aluno, antes procurando, graças a exemplos variados, fazer com que ele se vá, quase por si mesmo, assenhoreando dos meios mais expeditos de utilizar com vantagem aqueles recursos do cálculo numérico. Assim, para decompor em fatores primos um número, como 720, em vez de proceder as divisões sucessivas pelos fatores primos em sua ordem crescente, faz-se logo notar que o número dado se desdobra em dois ou três fatores múltiplos, relativamente pequenos, no caso 8 x 9 x 10, cada um dos quais se decompõe prontamente em fatores primos, $2^3 x 3^2 x 5$ *ou finalmente* $2^4 x 3^2 x 5$.

Na determinação do m.d.c. e do m.m.c., em vez de proceder sistematicamente à decomposição dos números dados em fatores primos, habituar-se-á o estudante a aproveitar-se das circunstâncias ocasionais que lhe permitem, não raro, sem levar a cabo as referidas decomposições, descobrir de pronto aqueles dois elementos numéricos. Nos exercícios sobre m.d.c. e m.m.c. evitar-se-ão números muito grandes, raramente empregar-se-ão números de mais de 6 e nunca de mais de 8 algarismos, os quais perdem para o estudante qualquer significado real, passando a constituir símbolos inexpressivos e sem interesse, sabido que, a não ser em casos excepcionalíssimos, nenhuma medida, por mais rigorosa que seja, dará lugar a números expressos com mais de 8 algarismos.

As propriedades das frações e as operações sobre as mesmas devem, ainda, ser explicadas, tanto quanto possível, concretamente, pela consideração de segmentos divididos ou de retângulos decompostos, de diferentes modos, em quadrículas.

No exercício sobre frações evitar-se-ão as expressões pesadas (comumente chamadas *carroções*), em que o estudante se emaranha e se fatiga, acabando por efetuar mecanicamente uma série enorme de operações, que estão longe de despertar qualquer interesse real ou de satisfazer a qualquer prática ou teoria.

Ao invés disso, os exercícios serão simples e adequados a fazer o espírito assenhorear-se, sólida e definitivamente, da significação concreta das frações e das operações sobre elas, evitando, tanto quanto possível, reduzir o cálculo fracionário a um jogo inexpressivo de símbolos.

(b) Segundo ano:

Deve continuar a predominar, aqui, o mesmo caráter intuitivo e experimental aconselhado para o 1º ano; assim, são desenvolvidas as primeiras noções de planimetria. A noção de ângulo deve ser ligada à de rotação, procurando-se desde já evitar a idéia de rigidez nas figuras geométricas para atribuir-lhes mobilidade e tornar mais intuitiva a interdependência de seus elementos.

As noções de razão e de proporção devem ser apoiadas em suas representações gráficas (declive de uma reta que passa pela origem) e desde logo fortalecidas pelas suas aplicações geométricas (figuras semelhantes). Os problemas de medida indireta das distâncias constituem uma aplicação bastante viva e capaz de interessar muito aos alunos, principalmente se resultar de medições feitas ao ar livre com instrumentos topográficos rudimentares. Será esta uma ótima oportunidade para dar noção das principais funções trigonométricas, de que se faz imediatamente aplicações práticas, tendo o ensejo de confrontar, na resolução de um mesmo problema, os três métodos – algébrico, geométrico e trigonométrico.

O estudo das proporções está naturalmente ligado ao das equações do 1º grau, que se continuará a desenvolver com a resolução de equações literais. Estas surgem espontaneamente da generalização de problemas simples, graças aos quais se poderá fazer sentir o grande alcance do emprego das fórmulas, utilizadas, logo a seguir, a resolução dos problemas da aritmética comercial.

A noção de função, já esboçada no 1º ano com o auxílio dos gráficos, pode ser agora mais acentuada, estudando-se a representação gráfica de $y = ax + b$ e aplicando-a à resolução gráfica de um sistema de duas equações a duas incógnitas. Aliás, em todo o curso não se deve perder de vista a grande vantagem que se pode tirar das explicações gráficas e dos traçados de diagramas para o esclarecimento e o apoio concreto de quase todas as verdades matemáticas.

É aconselhável ainda que os problemas a serem resolvidos por equações ou regra de três sejam, quanto possível, tomados da física (principalmente da mecânica): movimento, alavancas, termometria, etc., dentre os que, naturalmente, não exigem senão uma explicação ligeira e acessível ao desenvolvimento mental dos alunos.

ANEXO XI

PROGRAMA DE MATEMÁTICA DO CURSO FUNDAMENTAL[3]

MATEMÁTICA

PRIMEIRA SÉRIE

3 horas

I – Iniciação geométrica

Principais noções sobre formas geométricas.
Área do quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo e trapézio; circunferência e área do círculo.
Volumes do paralelepípedo retângulo, do cubo, do prisma triangular, do cilindro e do cone circular (retos). Fórmulas.

II – Aritmética

Prática das operações fundamentais. Cálculo abreviado. Exercício de cálculo mental.
Noção de múltiplo e de divisor. Caracteres de divisibilidade.
Decomposição em fatores primos; aplicação ao m.d.c. e ao m.m.c.
Frações ordinárias e decimais. Operações com as frações. Explicação objetiva pelo fracionamento de objetos ou de grandezas geométricas.
Sistema métrico decimal. Prática das medidas de comprimento, superfície, volume e peso.
Sistema inglês de pesos e medidas.
Quadrado e raiz quadrada de números inteiros e decimais; aproximação no cálculo da raiz.
Traçado de gráficos.

III – Álgebra

Símbolos algébricos; fórmulas; noção de expoente.
Números relativos ou qualificados. Operações. Explicação objetiva das regras dos sinais.
Cálculo do valor numérico de monômios e polinômios. Redução de termos semelhantes; adição e subtração.
Multiplicação de monômios e polinômios, em casos simples. Explicação objetiva pela consideração de áreas.
Potências de monômios. Quadrado de um binômio.
Primeira noção de equação com uma incógnita; resolução de problemas numéricos simples.

SEGUNDA SÉRIE

3 horas

I – Iniciação geométrica

[3] Portaria Ministerial de 30 de junho de 1931 – Programas do Curso Fundamental do ensino secundário. In: Joaquim de Campos Bicudo, obra citada, p. 161-163.

Noção de ângulo e de rotação; adjacentes, complementares, suplementares, opostos pelo vértice.
Medida dos ângulos. Uso do transferidor.
Paralelas e perpendiculares; problemas gráficos sobre seu traçado.
Triângulos: alturas, medianas, e bissetriz; soma dos ângulos internos e externos.
Estudo sucinto dos quadriláteros.
Noções sobre figuras semelhantes; escala.
Medida indireta das distâncias.
Razões entre lados de um triângulo retângulo. Seno, co-seno e tangente de ângulo agudo. Uso de tabelas de senos, co-senos e tangentes naturais.

II – Aritmética e Álgebra

Noção de função de uma variável independente. Representação gráfica.
Estudo das funções $y = ax \ e \ y = \frac{a}{x}$; exemplos.
Proporções e suas principais propriedades.
Resolução de problemas sobre grandezas proporcionais. Porcentagens, juros, desconto (comercial), divisão proporcional, câmbio.
Equações do 1º grau com uma incógnita. Problemas. Interpretação das soluções negativas.
Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. Problemas
Representação gráfica da função linear de uma variável. Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas.
Divisão algébrica. Expoente zero. Expoente negativo.
Decomposição em fatores.
Frações algébricas.

TERCEIRA SÉRIE

3 horas

I Aritmética e Álgebra

Equações e problemas de 1º grau com uma ou mais incógnitas.
Desigualdade do 1º grau.
Potências e raízes.
Estudo das funções $y = xm, \ y = \frac{1}{xm} \ e \ y = Vx;$ representação gráfica.
Cálculo dos radicais> Expoentes fracionários.
Trinômio do 2º grau.
Equação do 2º grau. Resolução gráfica; resolução analítica. Discussão: propriedades das raízes.
Desigualdades do 2º grau.

II – Geometria

Conjunto de proposições fundamentais que servem de base à Geometria dedutiva. Noções sobre deslocamentos elementares no plano; translação e rotação de figuras. Simetria.
Estudo de triângulos.
Estudo dos polígonos; soma dos ângulos internos e externos.
Noção e exemplares de lugar geométrico.
Círculo; propriedades dos arcos e cordas. Tangente e normal.

Medidas dos ângulos.
Linhas proporcionais; linhas proporcionais no triângulo.
Semelhança; homotetia.
Relações métricas no triângulo.
Relações métricas no círculo. Média proporcional.

QUARTA SÉRIE

3 horas

I – Aritmética e Álgebra

Equações biquadradas e equações irracionais.
Problemas do 2º grau; discussão.
Progressão aritmética. Propriedades. Interpolação.
Progressão geométrica. Propriedades. Interpolação.
Estudo da função exponencial.
Logaritmos; propriedades. Uso das tábuas.
Régua logarítmica.
Juros compostos; unidades.

II – Geometria

Polígonos regulares; relação métrica nos polígonos regulares.
Medida da circunferência; cálculo de π (método dos perímetros).
Áreas equivalentes; relação entre áreas de figuras semelhantes.
Retas e planos no espaço.
Ângulos poliedros. Triedros suplementares.
Prisma e pirâmides.
Cilindro e cone.
Esfera. Seções planas. Pólos; plano tangente; cone e cilindro circunscritos.
Noção sobre geração e classificação das superfícies; superfícies regradas, de revolução, desenvolvíveis.
As funções circulares; relações entre essas funções. Gráficos.
Expressões da tangente, cotangente, secante e co-secante em função do seno e co-seno e tangente da soma de dois ângulos, do dobro de um ângulo, da metade de um ângulo.

QUINTA SÉRIE

3 horas

Aritmética, Álgebra e Geometria

Resolução de triângulos retângulos, prática das tábuas de logaritmos.
Casos simples de resolução de triângulos obliquângulos.
Noções de análise combinatória.
Binômio de Newton (caso de expoente inteiro e positivo).
Derivada de um polinômio inteiro em x.
Noção de limite. Derivada de $\sqrt{x}$. Derivada de seno x, co-seno de x, tangente de x e cotangente de x.

Interpretação geométrica da noção de derivada. Aplicação da noção de derivada ao estudo da variação de algumas funções simples.
Processos elementares de desenvolvimento em série; convergência de uma série.
Desenvolvimento em série do seno, co-seno e tangente.
Problema inverso da derivação. Primitivas imediatas. Aplicação ao cálculo de certas áreas.
Volumes do prisma e do cilindro; da pirâmide, do cone e dos respectivos troncos. Volume da esfera e suas partes.
Estudo sucinto das seções cônicas.

ANEXO XII

INSTRUÇÕES PEDAGÓGICAS PARA O PROGRAMA DE MATEMÁTICA – CURSO FUNDAMENTAL[4]

O ensino da Matemática tem por fim desenvolver a cultura espiritual do aluno pelo conhecimento dos processos matemáticos, habilitando-o, ao mesmo tempo, à concisão ao rigor do raciocínio pela exposição clara do pensamento em linguagem precisa.

Além disso, para atender ao interesse imediato de sua utilidade ao valor educativo dos seus métodos procurará, não só despertar no aluno a capacidade de resolver e agir, com presteza e atenção, como ainda favorecer-lhe o desenvolvimento da faculdade de compreensão e de análise das relações quantitativas e especiais, necessárias às aplicações nos diversos domínios da vida prática e à interpretação exata e profunda do mundo objetivo.

Para que satisfaça tais finalidades, a princípio, deve o ensino da Matemática acostumar o aluno à prática dos cálculos mentais, tornando-o seguro e desembaraçado nas operações numéricas. É, pois, necessário que ele compreenda bem o alcance e a natureza das operações elementares e adquira habilidade crescente no modo de aplicá-las. Convém ainda que desenvolva o senso de estimativa das grandezas e de apreciação do grau de exatidão dos cálculos sobre valores aproximados. Enfim, pela prática freqüente das verificações dos exercícios numéricos, cumpre ao professor estimular a confiança do discípulo em si mesmo.

Em seguida, visará o ensino da Matemática a habituar o estudante ao emprego, com segurança, das idéias e dos conceitos que formam a estrutura do pensamento quantitativo, exercitando-lhe a faculdade de discernir quando e em que condições admitem os fenômenos naturais a aplicação dos processos matemáticos. Para isso, é essencial que ele aprenda, analisando uma situação complexa, a fixar relações lógicas entre os fatos, descobrindo e estabelecendo a lei geral que os rege cujas propriedades e significação devem ficar bem compreendidas.

A exposição da matéria e a orientação metodológica, entretanto, devem subordinar-se, sobretudo nas séries inferiores, às exigências da pedagogia, de preferência aos princípios puramente lógicos. Ter-se-á sempre em vista, em cada fase do ensino, o grau de desenvolvimento mental do aluno e os interesses para os quais tem maior inclinação.

O ensino se fará, assim, pela solicitação constante da atividade do aluno (método heurístico), de quem se procurará fazer um descobridor e não um receptor passivo dos conhecimentos. Daí a necessidade de se renunciar completamente à prática de memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras e ao estudo sistemático das demonstrações já feitas. Ao invés disso, deve a matéria ser levada ao conhecimento do aluno por meio da resolução de problemas e de questionários intimamente coordenados. Assim os problemas não se devem limitar a exercícios dos assuntos ensinados, mas cumpre sejam propostos como processo de orientar a pesquisa de teoremas e de desenvolver a presteza na conclusão lógica.

A propósito de alguns desses problemas, que revelam propriedades notáveis de figuras geométricas, ou envolvem relações analíticas interessantes, é oportuno mostrar que não figuram no corpo da doutrina didática porque não são indispensáveis à sua exposição dedutiva.

Partindo da intuição viva e concreta, a feição lógica crescerá, a pouco e pouco, até atingir, gradualmente, a exposição formal; ou por outra palavras, os conhecimentos serão adquiridos, a princípio, pela experimentação e pela percepção sensorial, e, depois, lentamente, pelo raciocínio analítico. Assim, quanto à Geometria, o estudo demonstrativo formal deve ser precedido de um curso propedêutico, destinado ao ensino intuitivo, de caráter experimental e construtivo.

[4] Portaria Ministerial de 30 de junho de 1931 – Programas do Curso Fundamental do ensino secundário. In: Joaquim de Campos Bicudo, obra citada, p. 156-161.

A Matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em viva e íntima correlação. A acentuação clara dos três pontos de vista –aritmético, algébrico e geométrico- não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber as conexões entre aquelas disciplinas.

Para dar unidade à matéria, estabelecendo-se essa estreita correlação entre as diversas modalidades do pensamento matemático, será adotada, como idéia central do ensino a noção de função, apresentada, a princípio, intuitivamente e desenvolvida, nas séries sucessivas do curso, de modo gradativo, tanto sob a forma geométrica como sob a analítica.

Como um desenvolvimento natural do conceito de função, será incluído na 5ª série o ensino das noções fundamentais e iniciais do cálculo das derivadas, tendo-se não só em vista a sua aplicação a certas questões, geralmente tratadas em matemática elementar por processos artificiais, como ainda os problemas da mecânica e da física. Essas noções não serão ensinadas como matéria à parte, mas entrelaçadas ao corpo das demais disciplinas matemáticas.

Este acréscimo de matéria será compensado com a exclusão de certos tópicos de interesse puramente formalístico, com o abandono de construções de importância secundária e, ainda, de processos de cálculos desprovidos de interesse didático.

O assunto deverá, portanto, ser escolhido de modo que se ensinem exclusivamente as noções e os processos que tenham importância nas aplicações práticas, ou sejam necessárias à ligação íntima das partes que o constituem.

Da mesma forma, como conseqüência natural do estudo das relações métricas no triângulo e, posteriormente, no desenvolvimento do conceito de função, deverão ser expostas as definições e principais propriedades das linhas trigonométricas. Essa noções, além do seu alcance nas questões da vida prática, ainda facilitam a penetração na natureza dos métodos de medida indireta das grandezas.

O ensino da Matemática será sempre animado com acentuação dos vínculos existentes entre a matemática e o conjunto das demais disciplinas. Aludir-se-á constantemente às suas aplicações no domínio das ciências físicas e naturais, bem como no campo da técnica, preferindo-se exemplos e problemas que interessam às cogitações dos alunos.

Desde cedo deverá o aluno acostumar-se a fazer, antes da resolução dos problemas, uma idéia aproximada do resultado, por estimativa ou por meio de esboço gráfico. Convém ainda que se habitue a ter intuição, quer a respeito da possibilidade da resolução do problema, quer sobre a natureza e o número das soluções.

Também, desde o começo, será de toda a vantagem despertar a convicção de que, não havendo no mundo objetivo medidas exatas, os cálculos sobre os valores aproximados apresentam um limite de precisão, que se não deve esquecer na interpretação dos resultados das questões práticas.

E, por fim, com o intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso será incidentemente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos aos fatos capitais da história da Matemática, bem como a biografia dos grandes vultos desta ciência.

I. Aritmética

Além do desembaraço nos cálculos, procurar-se-á desenvolver o senso da percepção dos valores numéricos. O cálculo, oral ou escrito, será objeto de constantes exercícios, nos quais deverá sobressair, pela sua importância, a prática do cálculo mental.

As operações sobre frações serão, a princípio, explicadas intuitivamente, pelo fracionamento de objetos ou de grandezas geométricas. Aprendida assim, desde o início, a representação geométrica das séries numéricas, mais tarde será fácil passar à representação gráfica das funções empíricas, da qual se partirá para o estudo do gráfico das funções analíticas.

As noções de divisibilidade, de número primo, de decomposição em fatores, bem como a formação do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum, devem ser explicadas, na primeira série, sem preocupação de formalismo ou de rigor dedutivo, mas com cuidado de se evitar a mecanização dos processos e com o objetivo de despertar a iniciativa do aluno, tanto no aproveitamento dos meios expeditos, como na faculdade de operar, quanto possível, mentalmente. Nos exercícios sobre frações, evitar-se-á o cálculo das expressões exageradamente complicadas, impróprias aos fins de se fazer com que o estudante domine, firmemente, a significação das frações e do cálculo sobre elas.

II. Álgebra

Em todo o curso, os conceitos e processos matemáticos serão apresentados em graus sucessivos, passando-se paulatinamente dos mais fáceis aos mais complexos. O estudante familiarizar-se-á, no correr da exposição da matéria, com as expressões lineares, depois com as quadráticas, posteriormente com as cúbicas e, afinal, com as expressões com grau superior ao terceiro. Além disso, os conceitos fundamentais da Álgebra terão a base concreta da sua correlação com a Geometria intuitiva. Assim, os números literais e os polinômios do primeiro grau serão introduzidos em conexão com as noções de distância, de perímetro, de ângulo, e de medida da circunferência, ao passo que as avaliações de superfícies fornecerão sentido real Às expressões quadráticas e o cálculo dos volumes ao das cúbicas.

A noção de números qualificados e as regras de operações com os mesmos serão, ainda, apoiadas na noção de segmentos dirigidos e de outras grandezas mensuráveis susceptíveis de sentido. As regras de adição e da subtração, suas propriedades associativas e comutativas serão estabelecidas por meio de exercícios, que obriguem o aluno a refletir antes de efetuar o cálculo indicado. Deste modo se prepara a redução dos termos semelhantes.

A noção de equação surgirá naturalmente na resolução de problemas simples de aritmética, com uma só incógnita e do 1º grau.

É mister que na primeira fase do estudo das equações se evite a sistematização do processo de resolução. Antes convém que o aluno seja obrigado a repeti-lo e a raciocinar em cada um dos casos numéricos apresentados de acordo com o critério de complexidade crescente.

A Álgebra deve mostrar-se como linguagem simbólica eminentemente apta a exprimir, de maneira concisa, relações entre as grandezas. Assim, é de se adotar, logo de início, o uso da fórmula, a que se chegará naturalmente pelo estudo das regras de avaliação de áreas e volumes, ou pelos problemas de juros e desconto comercial, podendo-se mesmo alargar a exemplificação com outras fórmulas obtidas de formulários técnicos. A fórmula será considerada sob os aspectos da construção, significação, uso e correlação entre grandezas, a saber: a) como linguagem concisa; b) como regra abreviada de cálculo; c) como uma solução geral e d) como expressão da dependência de uma variável em relação a outra.

Da dificuldade e da complexidade crescente dos problemas resultará a necessidade das operações algébricas dos símbolos.

Importa, porém, que o aluno compreenda de modo claro, e sinta constantemente, que tanto símbolos como as operações se referem sempre a realidades. O grau de complexidade a ser exigido das transformações e dos processos algébricos, será limitado pela necessidade da exposição da matéria pelas aplicações prováveis que, na vida prática ou em cursos subseqüentes, se apresentarão aos alunos.

A noção de função constituirá a idéia coordenada do ensino. Introduzida, a princípio, intuitivamente, será depois desenvolvida sob feição mais rigorosa, até ser estudada na última série, sob ponto de vista geral e abstrato. Antes mesmo de formular qualquer definição e de usar a notação especial, o professor não deixará, nas múltiplas ocasiões que se apresentarem, tanto em Álgebra como em Geometria, de chamar a atenção para a dependência de uma grandeza em relação a outra ou como é determinada uma quantidade por uma ou várias outras.

A representação gráfica e a discussão numérica devem acompanhar, constantemente, o estudo das funções e permitir, assim, uma estreita conexão entre os diversos ramos das matemáticas elementares.

Além disso, isolado ou unido à fórmula, o gráfico ainda desempenha papel notável como instrumento de análise e de generalização, tal a vivacidade e o poder expressivo deste meio de representação, sobretudo, no estudo das propriedades das funções empíricas. Não há perder de vista, porém, em todo o curso que a representação gráfica não é, por si mesma, o objetivo procurado, mas apenas um meio de dominar visualmente a variação das funções.

Ao lado dele a tabela merece também ser devidamente apreciada. Como recursos indispensáveis à resolução rápida dos problemas da vida prática, é necessário que o estudante perceba serem tabelas, gráficos e fórmulas algébricas representações da mesma espécie de conexão entre quantidades, e verifique a possibilidade de se tomar qualquer desses meios como ponto de partida, conforme circunstâncias.

A introdução do método infinitesimal terá por fim fazer que o aluno tome conhecimento do mais importante dos recursos matemáticos. O ensino das noções do cálculo das derivadas procurará manter um meio termo, entre as razoáveis exigências do rigor matemático e a consideração das necessidades práticas, sem desprezar o auxilio da explicação geométrica intuitiva.

III. Geometria

O ensino da Geometria começará por um curso propedêutico de geometria intuitiva e experimental, em que se procurará familiarizar o aluno com as idéias fundamentais relativas às figuras geométricas, no plano e no espaço, sob o ponto de vista da forma, da extensão e da posição. Esse estudo inicial subordina-se aos seguintes objetivos: a) exercitar a percepção e a imaginação espaciais; b) desenvolver a faculdade de abstração; c) despertar o interesse pela estimativa e a medição, bem como pelo uso da régua, do compasso, dos esquadros, do transferidor, e pela construção de modelos.

O plano do estudo obedecerá ao propósito de fazer que o aluno ainda antes terminada a parte propedêutica comece a tirar ilações exatas das relações descobertas e, assim, estabeleça a base do estudo lógico dedutivo posterior, sentindo, ao mesmo tempo, por si mesmo, a necessidade da demonstração rigorosa.

Nesta fase, deve-se recorrer largamente à mobilidade das figuras do plano e do espaço, quando se tiver de verificar ou provar a influência que exerce a alteração de um elemento sobre a grandeza de outro elemento da mesma figura. Conduzindo-se o estudante a imaginar a variação pela qual a figura, através dos estágios intermediários, passa de um estado particular a outro, acentuar-se-á o caráter funcional de tais variações.

Também, desde o começo, salientar-se-á a importância da simetria axial e central, da rotação e da translação.

Ao iniciar o estudo dedutivo da Geometria, o primeiro cuidado será o de fazer sentir ao aluno o que significa uma demonstração, utilizando-se, como ponto de partida, os próprios fatos inferidos intuitivamente no curso preparatório. É ainda a partir das observações intuitivas que s e deve estabelecer o conjunto dos axiomas fundamentais indispensáveis à exposição lógica da Geometria.

Neste estudo ter-se-á em vista: a) o enunciado das preposições, sua demonstração e aplicações; b) a compreensão e a justa apreciação do raciocínio dedutivo; c) o valor da exposição clara e sucinta, do encadeamento lógico das idéias e da memória matemática.

Obtido pelo estudo da Geometria plana o adestramento suficiente nas demonstrações dedutivas, a feição lógica pode ser menos acentuada na geometria a três dimensões. O estudo da geometria no espaço, portanto, terá em vista principalmente desenvolver a faculdade de apreensão visual das figuras e das relações espaciais, da representação de tais figuras no plano e da resolução de problema de cubatura.

As primeiras noções de Trigonometria devem ser dadas na 2ª série, atendendo-se à sua utilidade imediata na resolução das questões de interesse prático. A princípio, serão apenas estudadas as propriedades elementares das funções trigonométricas, necessárias à resolução de problemas sobre triângulos, retângulos, pelo emprego de tabelas que forneçam diretamente, com três ou quatro decimais, os valores de tais funções para ângulos que variam de grau em grau.

Esse estudo será completado posteriormente com a resolução logarítmica de triângulos, retângulos e obliquângulos, com o traçado gráfico das funções trigonométricas, dedução das relações fundamentais entre essas funções e seu uso na demonstração de identidades e na resolução de equações trigonométricas.

Nas últimas classes já se poderá usar régua logarítmica, nos casos em que não se exige uma aproximação de mais de três algarismos, ou para a verificação de cálculos efetuados por qualquer outro modo.

A ordem em que é enumerada a matéria de cada série não é obrigatória; serve apenas para mostrar como se podem subordinar os programas dos cursos às diretrizes metodológicas aqui estabelecidas.