



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LUCAS ARAUJO BONOMO

**ANÁLISES DE INCERTEZAS E DE SENSIBILIDADE  
GLOBAL PARA EDUÇÃO DE IMPEDÂNCIA ACÚSTICA**

FLORIANÓPOLIS

2021



Lucas Araujo Bonomo

**ANÁLISES DE INCERTEZAS E DE SENSIBILIDADE GLOBAL PARA  
EDUÇÃO DE IMPEDÂNCIA ACÚSTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Júlio A. Cordioli, Dr. Eng.

Florianópolis

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Bonomo, Lucas Araujo

Análises de Incertezas e de Sensibilidade Global para  
Edução de Impedância Acústica / Lucas Araujo Bonomo ;  
orientador, Júlio Apolinário Cordioli, 2021.

127 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Liners. 3. Acústica de Dutos.  
4. Edução de Impedância. 5. Análise de Incertezas. I.  
Cordioli, Júlio Apolinário. II. Universidade Federal de  
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica. III. Título.

Lucas Araujo Bonomo

## **Análises de Incertezas e de Sensibilidade Global para Educação de Impedância Acústica**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Andrey Ricardo da Silva, Ph. D.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Paulo Celso Greco Jr., Ph. D.  
Universidade de São Paulo

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

---

Prof. Paulo de Tarso R. Mendonça, Ph. D.  
Coordenador do Programa

---

Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.  
Orientador

Florianópolis, 30 de abril de 2021.



Aos meus pais.





## AGRADECIMENTOS

A meus pais, por tudo. Por nunca pararem de acreditar em mim e me indicarem o caminho dos estudos. Pela inspiração, motivação, amor, carinho, e, até pelas broncas, meu mais sincero muito obrigado. Tudo que eu conquistei, eu devo a vocês.

A meu irmão, João Paulo “Mandioca”. Por entender minha ausência desde cedo e cuidar de nossos pais enquanto eu não estive por perto.

A minha (nada pequena) família. Por todo o incentivo e companheirismo ao longo de toda a vida, mesmo quando eu estive aqui em Florianópolis, tão longe de casa.

A meu orientador, Prof. Julio Cordioli. Por todos os ensinamentos, orientação, paciência e amizade ao longo dos últimos cinco anos.

A André Spillere. Pelo companheirismo e orientação ao longo dos anos de trabalho. Mais do que isso, pela amizade, que vou levar para a vida toda. Meus muitos sinceros *very special thanks!*

A Marcello “Farpas” Ferreira. Por toda a ajuda na campanha experimental. Pela amizade e companhia ao longo dos últimos meses.

A todos os amigos de Floripa. Por todos os encontros felizes e o amparo nas horas difíceis. Sem vocês, nada disso faria sentido.

A equipe de colegas e amigos do LVA. Por todas as conversas, técnicas ou não, nos corredores, na hora do café ou (melhor ainda), numa mesa de bar.

A Universidade Federal de Santa Catarina. Pela oportunidade de cursar um curso de excelência e por todo o caminho que trilhei aqui dentro, de um calouro do curso de Engenharia Mecânica até o momento e o que está por vir.

A todos os professores do departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, especialmente os do LVA. Por todo o conhecimento transmitido ao longo da minha formação profissional.

Aos professores Andrey da Silva e Paulo Greco. Por aceitarem o convite para serem membros da banca, dedicando seu tempo à correção e sugestão de melhorias para esse trabalho.

Ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudos.

A EMBRAER e ao FINEP. Pelos recursos para o projeto de pesquisa que tornaram esse trabalho viável.

A todos aqueles que me ajudaram a sorrir nos dias de chuva. Muito obrigado!



*“It’s like everyone tells a story about themselves inside their own head. Always. All the time. That story makes you what you are. We build ourselves out of that story.”*

(Patrick Rothfuss, em *The Name of the Wind*, 2007)



## RESUMO

O ruído de motor é uma das principais fontes de ruído das aeronaves comerciais modernas. O ruído de motores *turbofan* pode ser dividido em diversas componentes. Nesses motores o ruído de *fan* uma de suas principais componentes para fins de certificação de aeronaves. A assinatura do ruído de *fan* é predominantemente tonal. Tratamentos acústicos conhecidos como *liners* são aplicados na nacele dos motores *turbofan*, visando a atenuação sonora em faixas estreitas de frequência. Esses tratamentos são representados por meio de sua impedância acústica. A determinação dessa impedância é chave para o projeto dos *liners*, uma vez que essa depende da geometria desse e das condições de operação dentro do motor. Esse trabalho se dedica à análise das incertezas experimentais associados à determinação da impedância de amostras de *liners* na bancada do Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC. Foram analisados dois métodos de educação, mais especificamente o método inverso baseado no método do acoplamento modal para modelar o campo acústico dentro do duto, e, o método direto baseado na extração do número de onda com o algoritmo de Kumaresan-Tufts (KT). Foram consideradas como fontes de incertezas o campo acústico, as dimensões geométricas da bancada, e as temperatura e velocidade do escoamento. As incertezas estimadas nas fontes foram propagadas para a impedância eduzida por meio de simulações de Monte Carlo. Foram analisados os efeitos da velocidade do escoamento, da direção de propagação acústica em relação ao escoamento, da atenuação e do comprimento da amostra. Os resultados indicam maiores níveis de incerteza para maiores velocidades de escoamento. Notou-se também maiores níveis de incerteza para o caso da propagação sonora na mesma direção do escoamento. Os resultados sugerem também que a incerteza na impedância eduzida é menor quanto maior for a atenuação observada, até o limite do ruído de fundo do escoamento. Os resultados sugerem que o uso de amostras mais longas permite a obtenção de resultados mais precisos, principalmente em frequências mais baixas. Para o método de educação baseado no algoritmo KT em específico, notou-se que o uso de microfones mais espaçados produz resultados mais precisos, mesmo que em menor número de pontos de medição. Os resultados não foram conclusivos quanto a definição de um método mais efetivo, tendo sido notadas vantagens a depender do caso em questão. Por fim, a contribuição de cada grupo de fonte de incerteza foi determinada por meio da análise de sensibilidade global através da determinação dos índices de Sobol' de primeira ordem. Foram diagnosticadas como principais fontes de incerteza o campo acústico e a separação dos microfones para o algoritmo KT e o número de Mach para o método do acoplamento modal.

**Palavras-chave:** *Liners*. Acústica de Dutos. Educação de Impedância Acústica. Análise de Incertezas. Sensibilidade Global.



## ABSTRACT

Aeroengine noise is one of the main noise sources of modern commercial aircraft. Turbofan noise can be divided into several components and the fan noise plays a lead role in aircraft certification process. The acoustic signature of the fan noise is tonal. Acoustic liners are applied into the turbofan nacelle walls, to provide noise attenuation in a narrowband frequency. Those liners are typically represented by its acoustic impedance. The determination of this impedance is a key point to liner design, since its known that the impedance depends on liner geometry and operational conditions. This work analysis the experimental uncertainties associated with the impedance education with the test rig of the Laboratory of Vibration and Acoustics of UFSC. Two different education techniques are considered: an inverse method based on the Mode Matching Method and a direct method based on the wavenumber extraction with the Kumaresan-Tufts algorithm (KT). The acoustic field, the test rig dimensions and the aeroacoustic parameters were considered as fundamental uncertainty sources. The uncertainty was propagated from the fundamental sources to the educed impedances with Monte Carlo simulations. The effects of flow velocity, acoustic propagation direction and the liner sample attenuation and length were analyzed. Results suggests that the uncertainty level increases with the flow Mach number. Also, the results suggests that downstream propagation waves have higher uncertainty when compared to upstream waves. The uncertainty was found to be lower with higher liner sample acoustic attenuation, up to the limits of flow noise. Results also suggests that larger samples allows more precise results. For the impedance education with the KT method it was noticed that less microphones but more spaced were able to evaluate with lower uncertainty. It was not possible to define a more precise education method, with the answer to depends for each considered case. Finally, the uncertainty contribution of each fundamental source was estimated with a global sensitivity analysis based on Sobol' indices. Results suggests that the acoustic field and microphone separation plays a lead role on the uncertainty when using the KT method. For the Mode Matching Method, it was found that the main uncertainty source is the flow Mach number.

**Keywords:** Acoustic Liners. Duct Acoustics. Impedance Education. Uncertainty Analysis. Global Sensitivity Analysis.





## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	MOTIVAÇÃO	17
1.2	OBJETIVOS	22
1.2.1	Objetivo Geral	22
1.2.2	Objetivos Específicos	23
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	23
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>25</b>
2.1	<i>LINERS</i>	25
2.2	ACÚSTICA DE DUTOS	30
2.3	MÉTODOS DE EDUCAÇÃO DE IMPEDÂNCIA NA PRESENÇA DE ESCOAMENTO	32
2.3.1	Métodos Inversos de Educação de Impedância	34
2.3.2	Métodos Diretos de Educação de Impedância	35
2.4	ANÁLISE DE INCERTEZAS	37
2.4.1	Erros Sistemáticos e Aleatórios	37
2.4.2	Propagação de Incertezas	38
2.4.3	Análise de Sensibilidade Global	40
2.4.4	Incertezas na Educação de Impedância	43
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>47</b>
3.1	APARATO EXPERIMENTAL	47
3.1.1	Descrição da Bancada de Educação de Impedância do LVA/UFSC	47
3.1.2	Aquisição, Geração e Processamento de Sinais	49
3.1.3	Procedimento de Calibração dos Microfones	50
3.1.4	Determinação da Posição dos Centros Acústicos dos Microfones	51
3.1.5	Amostras de <i>liner</i>	52
3.2	ALGORÍTIMOS DE EDUCAÇÃO DE IMPEDÂNCIA	53
3.2.1	Método de Educação Baseado no Método do Acoplamento Modal	53
3.2.2	Método de Educação Baseado no Algoritmo de Kumaresan e Tufts	55
3.3	FONTES DE INCERTEZA	57

3.3.1	Campo Acústico . . . . .	57
3.3.2	Velocidade do Som e Densidade . . . . .	58
3.3.3	Número de Mach . . . . .	59
3.3.4	Parâmetros Geométricos . . . . .	59
4	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>63</b>
4.1	VALIDAÇÃO DE DESEMPENHO DAS TERMINAÇÕES ANECOICAS	63
4.2	VALIDAÇÃO DO MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DOS MICROFONES . . . . .	64
4.3	IMPEDÂNCIAS NOMINAIS EDUZIDAS . . . . .	67
4.4	ANÁLISE DE INCERTEZAS . . . . .	70
4.4.1	Efeito da Velocidade do Escoamento . . . . .	70
4.4.2	Efeito da Direção de Propagação . . . . .	72
4.4.3	Efeito da Atenuação . . . . .	72
4.4.4	Comparação dos Métodos de Educação . . . . .	79
4.4.5	Comparação das Condições de Contorno . . . . .	81
4.5	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE GLOBAL . . . . .	84
4.5.1	Algoritmo KT . . . . .	85
4.5.2	Método do Acoplamento Modal . . . . .	88
5	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>91</b>
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	92
	<b>BIBLIOGRAFIA . . . . .</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE A – PROJETO DAS TERMINAÇÕES ANECOICAS . . . . .</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE B – DECOMPOSIÇÃO DE ONDA PLANA . . . . .</b>	<b>109</b>
	<b>APÊNDICE C – DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE MÉDIA DO ESCOAMENTO . . . . .</b>	<b>111</b>
	<b>ANEXO A – ARTIGO DE PERIÓDICO ANEXADO . . . . .</b>	<b>113</b>

# 1 INTRODUÇÃO

*‘What makes modelling and scientific inquiry in general so painful is uncertainty.*

*Uncertainty is not an accident of the scientific method, but its substance”*

(Andrea Saltelli et al., em *Global Sensitivity Analysis. The Primer*, 2008)

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Atravessando crises financeiras e políticas, o mercado de transporte aéreo se mantém em franca ascensão ao longo das décadas. De acordo com a Organização Internacional de Aviação Civil (ICAO), em 2018, mais de 4,3 bilhões de passageiros foram transportados por meios aéreos, em um total de cerca de 37,8 milhões de voos<sup>1</sup>. Tais números representam um crescimento de 6,4 % e 3,5 % no número de passageiros e de voos, respectivamente, em relação ao ano anterior. A exceção é a atual crise causada pela pandemia do COVID-19, cujas consequências ainda estão longe de serem dimensionadas. Entretanto, as perspectivas apontam para a retomada do crescimento do mercado de transporte aéreo após o término da pandemia.

Esse crescimento influencia de maneira direta a vida nas comunidades próximas aos aeroportos, implicando no aumento significativo de níveis de ruído e na queda da qualidade de vida dos moradores dos entornos dos aeroportos (ZAPOROZHETS; TOKAREV; ATTENBOROUGH, 2011, p. 1). Define-se como ruído qualquer forma de som que gere incômodo, sendo que presença de ruído já foi considerada o mais indesejado dos fatores da vida urbana (SMITH, 1989, p. 1-3). Estudos apontam que a exposição prolongada ao ruído aeroportuário tem causado déficit no aprendizado infantil, aumento nos casos de hipertensão e até acidentes cardiovasculares (BASNER et al., 2016). Por meio do Anexo 16 da Convenção de Aviação Civil Internacional de 1981, a ICAO definiu limites que garantem a manutenção da atividade aeroportuária com um mínimo impacto na vida humana nos arredores (ICAO, 2016, p. 27-29). O avanço tecnológico permitiu ao longo das décadas a redução dos limites toleráveis de ruído por parte da ICAO, o que é feito por meio de acréscimos de capítulos ao Anexo 16, como pode ser visto na Figura 1.1

Definir de maneira objetiva o quanto uma determinada fonte sonora causa de incômodo não é uma tarefa trivial. No caso do ruído de aeronaves, um conjunto complexo de

<sup>1</sup> <https://www.icao.int/annual-report-2018/Pages/the-world-of-air-transport-in-2018.aspx> Acesso em 01 de maio de 2020.

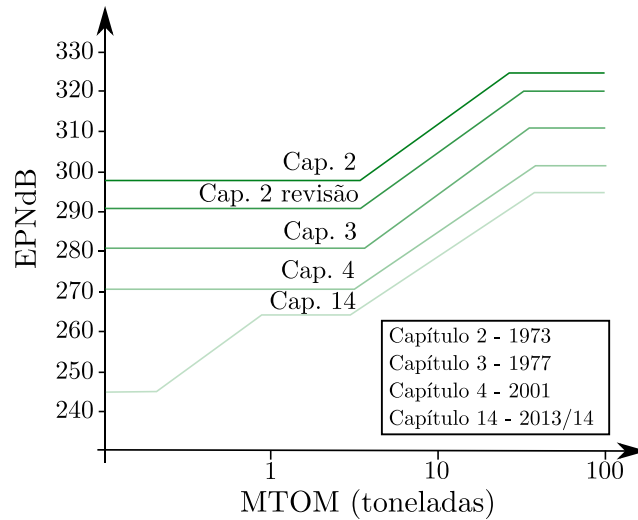


Figura 1.1 – Níveis máximos de ruído percebido por peso máximo de decolagem em MTOM (do inglês *Maximum Take-off Mass*).

Fonte: adaptado de ICAO (2016).

fontes sonoras independentes dificulta ainda mais o estabelecimento de métricas para o nível de incômodo acústico (ZAPOROZHETS; TOKAREV; ATTENBOROUGH, 2011, p. 5). A métrica EPNdB, ou Nível de Ruído Percebido Efetivo (do inglês *Effective Perceived Noise Level*, em decibel) foi criada com o intuito de quantificar o incômodo sonoro de aeronaves. O cálculo do EPNdB é baseado principalmente na aplicação de penalizações que dependem do quanto determinada assinatura de ruído incomoda e do duração do som (SMITH, 1989, p. 7-10).

Na década de 1960, a revolução *turbofan*<sup>2</sup> acarretou na redução significativa dos níveis de ruído das aeronaves (SMITH, 1989, p. 1). A substituição dos motores *turbojet* por *turbofans* com baixo *bypass*<sup>3</sup>, o ruído de *fan* se tornou uma das principais componentes do ruído total, principalmente durante o pouso (ZAPOROZHETS; TOKAREV; ATTENBOROUGH, 2011, p. 7-13). A Figura 1.2 apresenta uma comparação entre os níveis de pressão sonora (NPS) à 450 m de distância da cabeceira da pista durante a decolagem de duas aeronaves de aproximadamente mesmo tamanho. A figura evidencia a tendência de crescimento da contribuição do ruído de *fan* para o ruído total, tendo em vista o aumento da razão de *bypass* com o avanço da tecnologia (BASNER et al., 2016).

O ruído de *fan* tem assinatura majoritariamente tonal, sendo excitados principalmente as componentes com frequência múltipla à frequência de passagem de pá (BPF, do inglês

<sup>2</sup> Substituição dos motores tipo *turbojet* por motores do tipo *turbofan*, mais eficientes e com melhor performance.

<sup>3</sup> Razão entre a massa de ar que passa pelo motor sem passar pela turbina do motor por aquela que passa por dentro dessa.

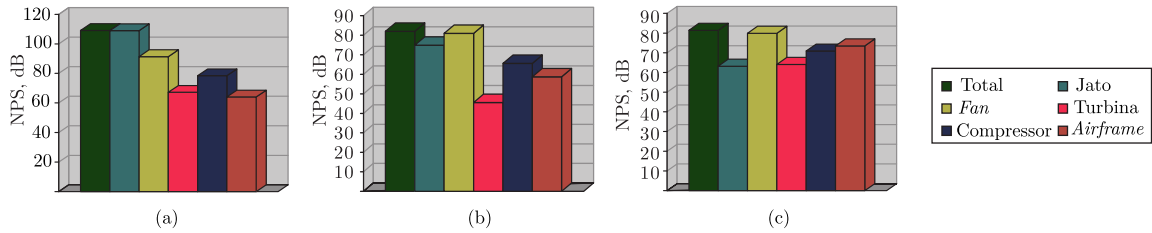


Figura 1.2 – Contribuição das fontes sonoras em aeronaves decolando. Medições à 450 m da cabeceira da pista com motores em aceleração máxima. Peso de decolagem de aproximadamente 160 toneladas. (a) baixo *bypass*; (b) *bypass* intermediário e; (c) alto *bypass*.

Fonte: adaptado de Zaporozhets, Tokarev e Attenborough (2011, Figs. 1.4, 1.7 e 1.10).

*Blade Pass Frequency*), dada por

$$\text{BPF} = \frac{n_{\text{pás}} \text{RPM}}{60}, \quad (1.1)$$

sendo  $n_{\text{pás}}$  o número de pás do *fan* e RPM a velocidade de rotação do motor em rotações por minuto. Estudos apontam que o ruído tonal gera mais incômodo (KRYTER; PEARSONS, 1963). Dessa forma, o ruído de *fan* é penalizado no cálculo do EPNdB, sendo portanto o controle dessa componente de ruído de suma importância para viabilização da certificação de aeronaves.

O tratamento das componentes tonais do ruído de *fan* é atividade chave no processo de certificação de aeronaves. Tendo em vista o local de instalação (nacele dos motores *turbofan*), é desejável que a solução seja leve e compacta, como todo sistema aeronáutico. Além disso, esse tratamento acústico deve ser o mais simples possível e demandar pouca manutenção. Ressonadores de Helmholtz são dispositivos passivos compostos por uma cavidade acústica ligada a um campo acústico por um orifício, sendo seu uso amplamente difundido para atenuação de componentes tonais propagando em dutos. Esses ressonadores são projetados de maneira a atuar como um sistema de um grau de liberdade, propiciando altos níveis de atenuação sonora em uma estreita faixa de frequência (PIERCE, 2019, p. 380-385). Tratamentos acústicos comumente chamados de *liners* são estruturas aplicadas nas paredes internas das naceles de motores aeronáuticos para o controle do ruído de *fan* (SMITH, 1989, p. 141-150). Na Figura 1.3 estão apresentados de maneira esquemática os locais onde tipicamente são aplicados *liners* acústicos em naceles. Tipicamente, *liners* são formados por estruturas que imitam um arranjo de ressonadores de Helmholtz, tendo boa performance na atenuação de componentes tonais (ZAPOROZHETS; TOKAREV; ATTENBOROUGH, 2011, p. 284-286).

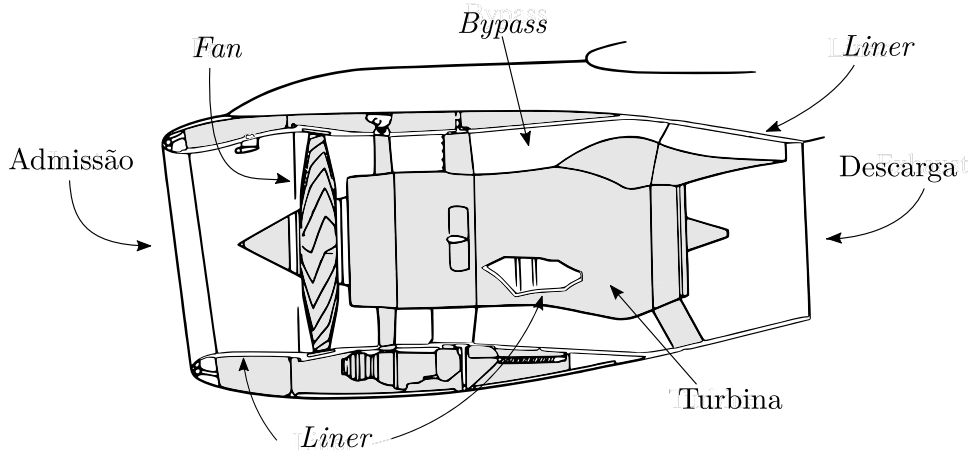


Figura 1.3 – Vista em corte esquemático de um motor *turbofan*. Destaque para as posições de aplicação de *liners*.

Fonte: adaptado de [Rolls-Royce LTD. \(1996, Fig. 19-6\)](#).

Os modelos matemáticos utilizados para representar a física da propagação acústica em dutos com *liners* nas paredes comumente simplificam essas estruturas a uma impedância acústica. Na ausência de escoamento, a impedância acústica é definida como a razão entre a pressão sonora e a velocidade de partícula normal à superfície,  $Z = p/v$  ([PIERCE, 2019](#), p. 123). Na presença de escoamento, a impedância efetiva sob o campo acústico é modificada por conta de efeitos convectivos ([INGARD, 1959](#)). Dessa maneira, uma condição de contorno que leve em conta os efeitos convectivos sobre o *liner* deve ser considerada. Ao longo das últimas décadas, a condição de contorno de Ingard-Myers ([INGARD, 1959](#); [MYERS, 1980](#)) foi largamente utilizada para a representação física de *liners*. Estudos recentes colocaram em xeque o uso da condição de contorno de Ingard-Myers, devido a instabilidades matemáticas ([BRAMBLEY, 2009](#)) e resultados experimentais anômalos ([RENOU; AURÉGAN, 2011](#)). Modelos matemáticos vem sendo desenvolvidos ao longo dos anos, visando a inclusão de novos termos para representar a dinâmica do escoamento sob o comportamento acústico de *liners* ([AURÉGAN; STAROBINSKI; PAGNEUX, 2001](#); [SCHULZ et al., 2017](#); [AURÉGAN, 2018](#)). O estudo recente de [Spillere, Bonomo et al. \(2020\)](#) mostrou entretanto que essas novas condições de contorno também falham em prever o campo acústico na presença de *liners*.

A impedância acústica de *liners* depende de sua geometria e das condições de operação, como número de Mach e NPS ([MURRAY; ASTLEY, 2012](#); [SPILLERE; MEDEIROS; CORDIOLI, 2018](#)). Devido ao grande número de variáveis envolvidas, a construção de um modelo preditivo para a impedância acústica de *liners* é complexa. Dessa forma, recorre-se

a determinação experimental da impedância acústica. Um conjunto de técnicas chamadas de Métodos de Educação de Impedância vem sendo desenvolvido ao longo dos anos para permitir a caracterização experimental de amostras de *liners* sob condições o mais próximo possíveis das de aplicação nos motores aeronáuticos (WATSON; JONES, 2013). De forma geral, a construção típica de uma bancada para educação de impedância é feita com um duto, onde fontes sonoras são utilizadas para sobrepor um campo acústico a um escoamento interno. Uma amostra de *liner* é posicionada em uma seção da bancada e microfones são utilizados para a medição do campo acústico. A impedância acústica é determinada então por meio da extração do número de onda na seção tratada por meio de algoritmos baseados no Algoritmo de Prony (JING; PENG; SUN, 2008; WATSON; CARPENTER; JONES, 2015) ou da minimização do campo acústico medido para um teórico (ELNADY; BODÉN; ELHADIDI, 2009; SPILLERE; MEDEIROS; CORDIOLI, 2018).

Como toda medição experimental, a educação de impedância está sujeita a erros. Em contraste ao grande número de métodos de educação propostos ao longo dos últimos anos, pouco se conhece a cerca dos erros associados a esses métodos. O primeiro estudo focado nas fontes de erro da impedância educada foi feito por Brown, Jones e Watson (2012), sendo direcionado aos parâmetros aeroacústicos número de Mach, temperatura e pressão estática. O estudo de Brown, Jones e Watson (2012) indicou maior impacto na determinação da impedância acústica devido a erros na estimativa do número de Mach. Simulações de Monte Carlo foram utilizadas para propagar os erros dos parâmetros aeroacústicos medidos para a impedância educada por meio de um método inverso baseado em elementos finitos. Zhou e Bodén (2015) propuseram uma análise sistemática baseada na análise multivariável. Os resultados indicaram que para a educação baseada no acoplamento modal de um único modo, a direção de propagação e a frequência em análise afetam os níveis de incerteza. Por sua vez, Roncen, Méry et al. (2019) utilizaram inferência bayesiana como base da educação de impedância utilizando medições com vibrometria laser para determinação do campo acústico. Por último, Bonomo, Spillere e Cordioli (2020) analisaram o efeito de cada fonte de incerteza na educação utilizando algoritmos baseados no método de Prony. Os resultados indicaram forte influência da calibração dos microfones, da separação desses e do número de Mach. Os resultados indicaram também forte dependência da atenuação entre microfones consecutivos, o que levou a proposição do aumento da distância entre microfones consecutivos ao longo da seção tratada.

A Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) possui uma bancada de educação de

impedância nas instalações do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) do Departamento de Engenharia Mecânica. Uma primeira versão da bancada foi desenvolvida por [Serrano \(2014\)](#), com uma versão atualizada da bancada sendo projetada e construída pela equipe de estudos em aeroacústica e acústica de dutos do LVA. A bancada atualmente permite a educação de impedâncias sob condições de número de Mach de até 0,7 e de níveis de pressão sonora superiores à 150 dB. Estão a disposição diversas técnicas de educação de impedância, sendo as de maior aplicação o método direto baseado no algoritmo de Kumaresan-Tufts (KT) ([WATSON; CARPENTER; JONES, 2015](#)) e o método inverso baseado no acoplamento modal ([ELNADY; BODÉN; ELHADIDI, 2009](#)).

O objetivo principal do presente trabalho é a análise de incertezas da educação de impedância acústica com a bancada da UFSC, utilizando os métodos KT e de otimização do acoplamento modal. Tendo em vista a complexidade dos modelos matemáticos utilizados no processo de educação e possíveis não linearidades entre os parâmetros, a propagação de incertezas se dará por meio de simulações de Monte Carlo. Também deseja-se determinar as fontes dominantes de incerteza e para isso será feita uma análise de sensibilidade global baseada em índices de Sobol. O estudo abrangerá também a discussão a cerca da condição de contorno utilizada para a representação de *liners*, sendo consideradas a largamente utilizada condição de contorno de Ingard-Myers em contraste à condição proposta por [Aurégan, Starobinski e Pagneux \(2001\)](#).

Esse trabalho é parte do projeto Configurações Avançadas para Redução de Ruído. O projeto é fruto de uma parceria da EMBRAER S.A. com a Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP), uma parceria público e privado que financia a pesquisa e o desenvolvimento tecnológico em três instituições de ensino superior, a Universidade de São Paulo, o Instituto Tecnológico da Aeronáutica e a UFSC.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Análises de incerteza e de sensibilidade global da educação de impedância utilizando a bancada do LVA/UFSC, para a técnica de educação com o algoritmo KT e a técnica inversa baseado no método do Acoplamento Modal.



### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Determinação das faixas de incerteza dos parâmetros de entrada dos modelos matemáticos de educação de impedância;
- Determinação da contribuição global de cada fonte de erros por meio dos índices de Sobol’;
- Validação da mudança de espaçamento proposta por [Bonomo, Spillere e Cordioli \(2020\)](#);
- Determinação de um novo método mais preciso para determinação da posição dos centros acústicos dos microfones e;
- Comparação dos resultados obtidos com fonte a montante e a jusante utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers com os resultados obtidos com a condição de contorno de [Aurégan, Starobinski e Pagneux \(2001\)](#).

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente texto está organizado como segue.

**Capítulo 2** traz os conceitos básicos necessários para o desenvolvimento desse trabalho. Em um primeiro momento, o uso de *liners* e definições a cerca das condições de contorno usadas nos modelos físicos são discutidos. Todo o equacionamento de acústica de dutos com escoamento necessário é apresentado, bem como o detalhamento dos métodos de educação de impedância utilizados. O capítulo termina com a apresentação dos conceitos básicos de análise de incerteza baseada em simulações de Monte Carlo, bem como os conceitos fundamentais de análise de sensibilidade global.

**Capítulo 3** apresenta os materiais e métodos do presente trabalho. A bancada de educação de impedância da UFSC é detalhada, bem como o processamento de sinais e as amostras de *liners* utilizadas nos experimentos. O projeto das terminações anecoicas da bancada também é detalhado. São apresentadas as metodologias de calibração de microfones e de determinação de posicionamento dos centros acústicos dos microfones. O capítulo traz também o detalhamento das fontes de incerteza consideradas.

**Capítulo 4** traz os resultados obtidos para os casos analisados. Foram comparados dois métodos de educação de impedância, bem como duas diferentes condições de contorno

para a modelagem física de *liners*. Uma discussão a cerca do efeito da posição da fonte em relação à amostra é realizada. As diferentes configurações de arranjos de microfone possíveis também tem seu desempenho comparado. As fontes de incerteza tem sua contribuição quantificada por meio de índices de Sobol.

**Capítulo 5** apresenta as conclusões principais do trabalho. O capítulo contém também as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

“*Six months in the lab can save you a day in the library.*”

(Albert Migliori, citado por John P. Boyd, 1996)

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais para o desenvolvimento do trabalho. A Seção 2.1 traz uma breve revisão da física de *liners* e de sua aplicação. A Seção 2.2 traz o equacionamento requerido de acústica de dutos. Uma breve revisão a cerca dos métodos de educação de impedância, bem como um detalhamento dos métodos que serão utilizados estão apresentados na Seção 2.3. Por fim, a Seção 2.4 traz os conceitos básicos utilizados de análises de incerteza e de sensibilidade global, bem como o que já foi apresentado na literatura a cerca de incertezas na educação de impedâncias.

### 2.1 LINERS

O ruído de *fan* é uma das principais componentes de ruído de motor e, conseqüentemente, uma das principais fontes de ruído das aeronaves comerciais modernas, recebendo ainda mais destaque com o aumento das taxas de *bypass* dos motores. A assinatura do ruído de *fan* é majoritariamente tonal, sendo as frequências dos tons proporcionais a frequência de passagem de pá. Por causar mais incômodo em seres humanos, o ruído tonal é penalizado no processo de certificação de aeronaves, de forma que o tratamento de tonais se torna crucial no projeto de aeronaves.

Tratamentos acústicos conhecidos como *liners* são aplicados nas paredes internas da nacele de motores *turbofan* como forma de atenuar as componentes tonais do ruído de *fan*. A geometria mais comum de *liners* consiste em uma estrutura tipo colmeia de abelha entreposta a uma placa rígida e outra perfurada, sendo a perfurada exposta ao campo acústico<sup>1</sup> e ao escoamento. Em uma analogia simplificada, o ar nos furos pode ser visto como um elemento de massa que comprime o ar nas cavidades, como se o fluido na cavidade fosse um elemento de rigidez. Essa analogia aponta para um sistema de um grau de liberdade conhecido como ressonador de Helmholtz, que implica em grandes atenuações em uma faixa estreita de frequência. Dessa forma, as múltiplas cavidades do *liner* podem ser comparadas à um arranjo de ressonadores de Helmholtz. Esse tipo de construção, com apenas um grau de liberdade, é referida na literatura como SDOF (do inglês *Single*

<sup>1</sup> No caso de naceles, o lado interno do duto que reveste o motor.

*Degree of Freedom*). Outra variação comum é a 2DOF (dois graus de liberdade), onde duas camadas de estrutura tipo colmeia são separadas por uma malha metálica, numa configuração que confere atenuação em uma faixa mais larga de frequências. O *liner* linear, por sua vez, recebe esse nome devido à malha metálica que reveste a placa perfurada, conferindo comportamento linear em relação à presença de escoamento. As três variantes mais comuns de *liners* podem ser vistas esquematicamente na Figura 2.1.

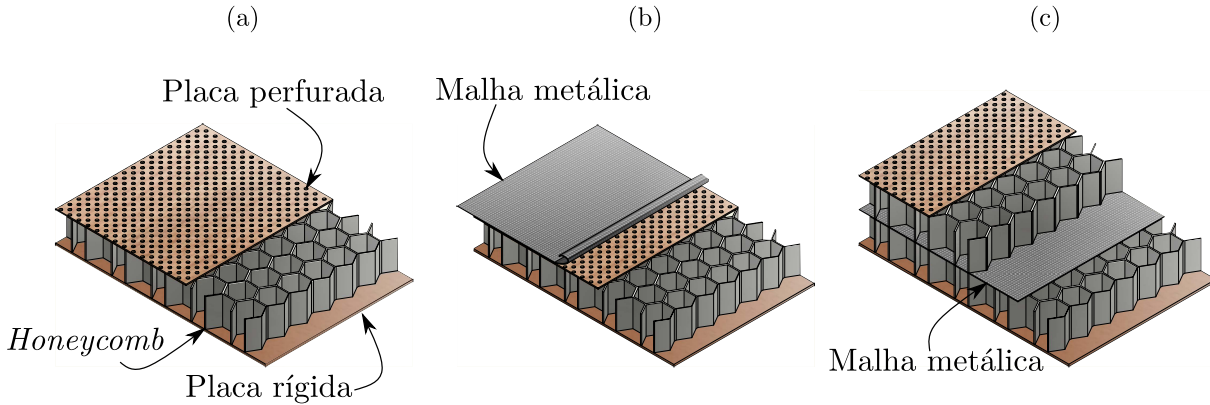


Figura 2.1 – Esquemático de tipos mais comuns de *liner*. (a) SDOF; (b) Linear; (c) 2DOF.

Embora o desempenho de *liners* possa ser medido por meio de coeficiente de absorção e/ou perda de transmissão sonora no duto, essas variáveis dependem da geometria do duto e do escoamento interno. Dessa forma, o coeficiente de absorção e a perda de transmissão acústica não são parâmetros convenientes para representar o comportamento físico de *liners*. *Liners* são então caracterizados por sua impedância acústica, definida como a razão entre a pressão sonora e a velocidade de partícula normal a superfície da placa perfurada, dada por

$$Z(\omega) = \frac{p(\omega)}{\mathbf{v}(\omega) \cdot \mathbf{n}}, \quad (2.1)$$

sendo  $Z(\omega)$  é a impedância acústica normalizada pela impedância do meio,  $Z_0 = \rho_0 c_0$ , onde  $\rho_0$  a densidade e  $c_0$  a velocidade do som, a frequência angular  $\omega$ ,  $p(\omega)$  a pressão acústica complexa,  $\mathbf{v}(\omega)$  o vetor de velocidade de partícula e  $\mathbf{n}$  o vetor geométrico normal a superfície. A impedância acústica é uma variável complexa,  $Z = \theta + i\chi$ , sendo  $\theta$ , a resistência, relacionada a efeitos dissipativos e a  $\chi$ , a reatância, relativa a efeitos reativos. Conhecida a impedância acústica, pode-se estimar os parâmetros de interesse (absorção e/ou perda de transmissão), para qualquer geometria de duto e condições de operação.

A presença de escoamento tangencial afeta significativamente a capacidade de absorção sonora dos *liners*, o que indica uma mudança de impedância efetiva (EVERSMAN,

1970; ARMSTRONG; BECKEMEYER; OLSEN, 1974). Tal alteração na absorção sonora está ligado a efeitos refrativos e convectivos no escoamento, além de mudanças no comportamento dos *liners* induzidas pelo escoamento (INGARD, 1959). Portanto, a Equação 2.1 é válida apenas para condições onde a velocidade do meio adjacente ao plano de incidência é próxima de zero. Dessa forma, uma condição de contorno que leve em conta os efeitos do escoamento do meio deve ser considerada, por exemplo, para o caso de um motor *turbofan*.

Ingard (1959) derivou uma condição de contorno para presença de *liners* em paredes planas, assumindo camada limite infinitesimal, o que equivale a um escoamento uniforme. Posteriormente, Myers (1980) incluiu efeitos de curvatura, na que passou a ser referida na literatura como condição de contorno de Ingard-Myers. No presente trabalho não serão analisados dutos curvos, de maneira que é conveniente escrever a condição original de Ingard, na forma

$$i\omega \mathbf{v}(\omega) \cdot \mathbf{n} = \left( i\omega + M \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{p(\omega)}{Z(\omega)} \right), \quad (2.2)$$

sendo  $z$  é a direção axial do duto,  $M = U/c_0$  é o número de Mach do escoamento, onde  $U$  a velocidade do escoamento. A condição de contorno de Ingard-Myers vem sendo largamente utilizada ao longo das últimas décadas, tanto para determinação de impedância acústica de *liners* na presença de escoamento, quanto para o desenvolvimento de modelos preditivos (AURÉGAN; LEROUX; PAGNEUX, 2004; WATSON; CARPENTER; JONES, 2015). Entretanto, anomalias observadas em experimentos e análises numéricas vem pondo o uso dessa condição de contorno em debate, conforme será discutido a seguir.

Rearranjando os termos da Equação (2.2) e expandindo as derivadas, é possível obter uma impedância *efetiva*, definida como a razão da velocidade de partícula pela pressão sonora, para o *liner* na presença de escoamento, dada por

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\omega Z}{\omega - M\zeta}, \quad (2.3)$$

onde  $\omega$  e  $\zeta$  são a frequência angular e número de onda axial, respectivamente. Os resultados obtidos na educação de impedância com fonte à montante e à jusante deveriam implicar em diferentes impedâncias *efetivas*, porém na mesma impedância  $Z$ . Entretanto, conforme originalmente reportado por Renou e Aurégan (2011), discrepâncias significativas entre os resultados obtidos na educação com propagação a favor ou contra ao sentido do escoamento são observadas, o que foi verificado também por outros trabalhos experimentais (BODÉN; CORDIOLI et al., 2017; RONCEN; PIOT et al., 2019). É importante destacar que não se pode atribuir essa discrepância a uma falha da condição de contorno, tendo em vista

que o perfil de velocidades real dentro dos dutos utilizados nos métodos de educação é bem diferente do escoamento uniforme de hipótese do modelo matemático, como pode ser visto na Figura 2.2 (para ilustração, ver também os perfis de velocidade apresentados em [Renou e Aurégan \(2011\)](#) e [Roncen, Piot et al. \(2019\)](#)).

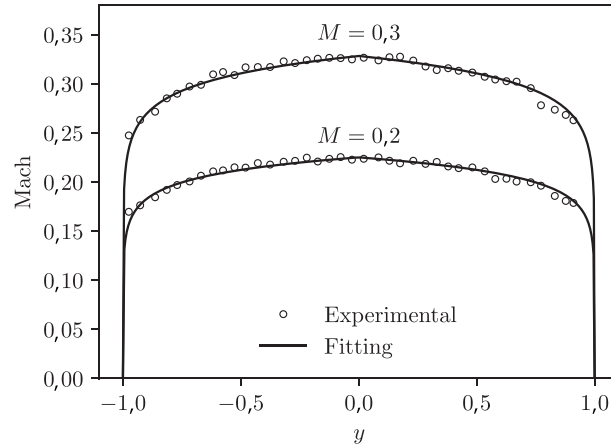


Figura 2.2 – Perfil de velocidades medido na bancada de educação de impedância do LVA, para diferentes números de Mach, na posição central da seção do porta-amostras.

Fonte: Adaptado de [Spillere, Bonomo et al. \(2020\)](#).

Como a única diferença entre as condições de propagação sonora a favor ou contra o escoamento na Equação (2.3) é o número de onda axial, espera-se que o erro seja associado a dependência da impedância efetiva com  $\zeta$ . [Aurégan, Starobinski e Pagneux \(2001\)](#) derivaram uma versão modificada da condição de contorno de Ingard-Myers, para levar em consideração os efeitos viscosos da camada limite turbulenta, no limite de baixas velocidades de escoamento e para perfis simplificados de escoamento. Os efeitos viscosos foram incluídos por meio da adição de um parâmetro adicional  $\beta$ , um número complexo que pode ser determinado a partir de

$$\beta = \frac{1}{M} \int_0^\delta \frac{dU}{dy} \exp\left(-y\sqrt{i\omega/\nu}\right) dy, \quad (2.4)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $\delta$  a espessura da camada limite. A condição de contorno modificada, por sua vez, tem a forma

$$\omega \mathbf{v}(\omega) \cdot \mathbf{n} = \left( i\omega + (1 - \beta)M \frac{\partial}{\partial z} \right) \xi(\omega) \cdot \mathbf{n}, \quad (2.5)$$

sendo  $\xi(\omega)$  é o vetor de deslocamento acústico. Posteriormente, [Renou e Aurégan \(2011\)](#) propuseram uma metodologia para eduzir esse parâmetro adicional simultaneamente à impedância. O método consistia em eduzir os números de onda complexos na seção tratada

com ambas as direções de propagação. A partir desse par de números de onda, determina-se a impedância e o parâmetro  $\beta$ , obtendo-se assim uma única curva de impedância, teoricamente válida para ambas as direções de propagação. O problema da abordagem de [Renou e Aurégan \(2011\)](#) é que o par de números de onda complexos forma um sistema de equações com uma única solução para a impedância e o parâmetro  $\beta$ . Consequentemente, os resultados obtidos pela metodologia proposta podem ser assumidos como válidos apenas para as condições do experimento e para a geometria da bancada utilizada.

[Brambley \(2009\)](#) demonstrou que a condição de contorno de Ingard-Myers é mal posta matematicamente, levando a instabilidades em análises no domínio do tempo. Tais instabilidades podem ser contornadas considerando uma fina camada limite não-viscosa, como apresentado por [Brambley \(2011\)](#). Essa hipótese de camada limite fina implica em uma dependência mais complexa da impedância efetiva com o número de onda. Embora tenha resolvido o problema nas simulações computacionais, o modelo proposto por [Brambley \(2011\)](#) falhou em eliminar a diferença entre as curvas de impedância obtidas experimentalmente com diferentes direções de propagação sonora ([SPILLERE; CORDIOLI; BODEN, 2017](#)).

Em estudos paralelos, [Schulz et al. \(2017\)](#) e [Aurégan \(2018\)](#) propuseram uma nova abordagem para determinar a impedância efetiva de *liners* na presença de escoamento. Essa nova metodologia considera a transferência de momento entre o fluido e o *liner*. Embora [Schulz et al. \(2017\)](#) tenha derivado a dependência da transferência de momento axial partindo da velocidade normal e [Aurégan \(2018\)](#) tenha considerado dependência com a pressão, ambos os modelos convergem para a mesma dependência da impedância efetiva com o número de onda. Portanto, em termos práticos, a diferença entre os modelos é apenas uma diferença de nomenclatura.

[Spillere, Bonomo et al. \(2020\)](#) propuseram uma metodologia para validar a aplicação dessas condições de contorno alternativas com base experimental. O trabalho consistiu na educação da impedância e dos parâmetros adicionais dos modelos de um par de amostras de *liner* nominalmente idêntico, utilizando as medições com fonte à montante e à jusante, assim como feito por [Renou e Aurégan \(2011\)](#). Posteriormente, as amostras eram postas uma de frente para a outra e o experimento repetido, para comparar o campo acústico experimental com aquele previsto utilizando as diferentes condições de contorno. Os resultados indicaram que as novas condições de contorno falham em estimar a perda de transmissão e o coeficiente de reflexão. Esses resultados sugerem que essas condições de

contorno alternativas também não representam corretamente o comportamento físico de *liners*. Levando em conta os resultados de [Spillere, Bonomo et al. \(2020\)](#), no presente trabalho apenas será considerada a condição de contorno proposta por [Aurégan, Starobinski e Pagneux \(2001\)](#) como alternativa à condição de Ingard-Myers.

## 2.2 ACÚSTICA DE DUTOS

Essa seção apresenta o equacionamento básico da propagação sonora em dutos na presença de escoamento. Seja o duto de seção transversal retangular apresentado na Figura 2.3, cuja a geometria é típica para técnicas de educação de impedância. Duas seções de paredes rígidas (1 e 3) são separadas por uma de comprimento  $L$  com uma dada impedância  $Z$  em uma das paredes (2). A largura do duto é  $b$  e a altura  $h$ . Escoamento invíscido e uniforme na direção axial positiva ( $z^+$ ) é considerado.

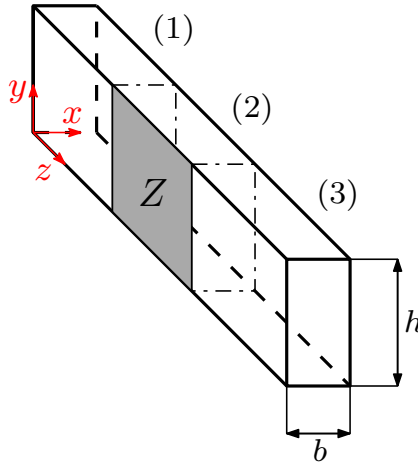


Figura 2.3 – Geometria do duto de referência para duto de seção retangular.

Assumindo uma dependência temporal na forma  $\exp(i\omega t)$  para o campo acústico dentro do duto, a propagação sonora é regida pela equação de Helmholtz convectiva,

$$\left(ik + M \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 p - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (2.6)$$

sendo  $p = p(x, y, z)$  é a pressão sonora,  $k = \omega/c_0$  é o número de onda de campo livre.

A solução da Equação (2.6) é dada por uma soma de modos propagando-se a jusante e a montante, na forma  $\exp(-i\zeta z)$ , de maneira que a solução da Equação (2.6) é dada por

$$p(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n}^+ \psi_m^+(x) \varphi_n^+(y) \exp(-i\zeta_{m,n}^+ z) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n}^- \psi_m^-(x) \varphi_n^-(y) \exp(-i\zeta_{m,n}^- z), \quad (2.7)$$



sendo  $m$  e  $n$  são as ordens modais,  $A_{m,n}^{\pm}$  são amplitudes modais arbitrárias,  $\psi_m^{\pm}(x)$  e  $\varphi_n^{\pm}(y)$  são formais modais nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $\zeta_{m,n}^{\pm}$  os números de onda axiais e  $+$  e  $-$  representam ondas se propagando a jusante e a montante do escoamento, respectivamente.

Nas seções 1 e 3, uma vez que todas as paredes são rígidas, as velocidades de partícula normais as paredes são assumidas como nulas, o que leva às condições de contorno

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=b} = \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=h} = 0. \quad (2.8)$$

Aplicando-se as condições de contorno de parede rígida, Equação (2.8), na Equação (2.7) obtém-se os números de onda transversais

$$\alpha_m = \frac{\pi m}{b}, \quad (2.9)$$

e

$$\tau_n = \frac{\pi n}{h}, \quad (2.10)$$

onde  $\alpha_m$  é o número de onda transversal na direção  $x$  de ordem  $m$  e  $\tau_n$  o número de onda transversal na direção  $y$  de ordem  $n$ , sendo as formas modais respectivamente dadas por

$$\psi_m(x) = \cos(\alpha_m x), \quad (2.11)$$

e

$$\varphi_n(y) = \cos(\tau_n y). \quad (2.12)$$

Os números de onda axiais associados ao modo de ordens  $(m, n)$  são relacionados aos demais números de onda por meio da relação de dispersão

$$\zeta_{m,n}^2 + \varphi_n^2 + \psi_m^2 = (k - M\zeta_{m,n})^2, \quad (2.13)$$

que resolvendo para  $\zeta_{m,n}$  leva a

$$\zeta_{m,n}^{\pm} = \frac{-Mk \pm \sqrt{k^2 - (1 - M^2)(\psi_m^2 + \varphi_n^2)}}{1 - M^2}, \quad (2.14)$$

de onde ambos números de onda de propagação a jusante e a montante são obtidos.

Na seção tratada (2), as condições de contorno na direção  $y$  são as mesmas, o que leva novamente as Equações (2.10) e (2.12). Na outra direção transversal ( $x$ ), a impedância na parede em  $x = 0$  leva a necessidade de se utilizar outra condição de contorno. Com a aplicação da condição de contorno de Ingard-Myers, Equação (2.2), na parede tratada e da

condição de parede rígida, Equação (2.8) na oposta à Equação (2.7), tem-se o problema de autovalor generalizado

$$\frac{ik}{Z} \left( 1 - M \frac{\zeta_{m,n}}{k} \right) = \psi_m \tan(\psi_m b). \quad (2.15)$$

Por outro lado, caso opte-se pela condição de contorno de [Renou e Aurégan \(2011\)](#), o problema de autovalor generalizado tem a forma

$$\frac{(i\omega - i(1 - \beta)Mk)(\omega - Mk)}{\omega Z} = \psi_m \tan(\psi_m b). \quad (2.16)$$

As soluções das seções de paredes rígidas são acopladas em amplitude e fase em relação à seção de parede tratada por meio do Método do Acoplamento Modal. Mais detalhes sobre essa técnica de acoplamento de solução serão discutidos na Seção 3.2.1.

### 2.3 MÉTODOS DE EDUCAÇÃO DE IMPEDÂNCIA NA PRESENÇA DE ESCOAMENTO

Embora seja definida por meio da Equação 2.1, a medição das grandezas  $p$  e  $\mathbf{v}$  na superfície do *liner* é uma tarefa complexa, o que inviabiliza a determinação da impedância acústica dessa forma. Como alternativa, métodos experimentais de medição indireta foram desenvolvidos para determinação da impedância acústica. Esta seção se dedica a uma breve revisão acerca desses métodos de medição, com uma descrição mais detalhada de um grupo conhecido como métodos de educação, que serão aplicados no presente trabalho.

O primeiro método desenvolvido para determinação de impedância acústica é o Método da Onda Estacionária ([TAYLOR, 1913](#)). Esse método consiste na varredura do campo acústico no interior de um duto fechado com uma amostra de material acústico em uma extremidade. Um microfone é movido ao longo do eixo axial do duto e, por meio da curva de pressão sonora por distância até a amostra, obtém-se a impedância. O Método dos Dois Microfones descrito na norma ISO 10534-2 ([ISO, 1998](#)) é uma simplificação do Método da Onda Estacionária<sup>2</sup> ([SEYBERT; ROSS, 1977](#); [CHUNG; BLASER, 1980a,b](#)). Dois microfones são posicionados na parede interna do duto, em posições fixas. A partir da função de transferência do sinal dos dois microfones, obtém-se a impedância acústica. Embora tenha problemas em frequências onde a posição dos microfones coincida com mínimos da onda estacionária, o método dos dois microfones é largamente utilizado para determinação de impedância em condições de meio estacionário.

<sup>2</sup> Referido comumente apenas como “Medição em Tubo de Impedância”.

Como a impedância efetiva de *liners* varia com a presença de escoamento rasante (EVERSMAN, 1970; AURÉGAN; STAROBINSKI; PAGNEUX, 2001; JONES; WATSON; NARK, 2010; BODÉN; CORDIOLI et al., 2017), os métodos anteriores não são aplicáveis pois requerem dutos com extremidades fechadas. O primeiro método desenvolvido para determinação de impedância de *liners* na presença de escoamento, chamado de Método *In-Situ* (DEAN, 1974), se baseia na medição da pressão acústica em uma célula da estrutura colmeia. A partir da função de transferência entre as pressões acústicas na superfície da placa perfurada e no fundo da cavidade do *liner*, determina-se a impedância acústica local. Embora seja largamente utilizado, o método *In-Situ* tem algumas limitações: (i) a medição de impedância de uma única célula; (ii) ser um método intrusivo e; (iii) alta sensibilidade a incertezas na posição dos microfones (FERRANTE et al., 2016).

Nas últimas décadas, um conjunto de métodos foi desenvolvido para determinação de impedância acústica de *liners* na presença de escoamento. Essas técnicas de determinação da impedância acústica experimentalmente ficaram conhecidas como Métodos de Educação de Impedância e são baseadas na medição do campo acústico no interior de um duto com uma amostra de *liner*.

Uma vez que é esperado que a impedância varie com a velocidade e o perfil de velocidades do escoamento (AURÉGAN; STAROBINSKI; PAGNEUX, 2001; MURRAY; FERRANTE; SCOFANO, 2005; JONES; WATSON; NARK, 2010; WENG et al., 2017), direção de propagação da onda sonora em relação ao escoamento (RENOU; AURÉGAN, 2011; BODÉN; CORDIOLI et al., 2017) e nível de pressão sonora (NPS) (MURRAY; ASTLEY, 2012), as bancadas construídas para aplicação de tais métodos são projetadas de maneira a permitir o controle desses parâmetros. Uma representação esquemática de uma bancada típica para educação de impedância pode ser vista na Figura 2.4. Fontes sonoras são posicionadas tanto à montante quanto à jusante da amostra de *liner*, para permitir a propagação sonora tanto a favor como contra o escoamento. Microfones são posicionados rente as paredes rígidas do duto, sendo o requisito de posição dependente do método a ser empregado, podendo ser tanto à montante e à jusante da amostra (ELNADY; BODÉN; ELHADIDI, 2009; DE SANTANA et al., 2012), na parede oposta a amostra (JING; PENG; SUN, 2008; WATSON; CARPENTER; JONES, 2015), ou como uma combinação de ambos (WATSON; JONES, 2011). Terminações anecoicas são conectadas as extremidades da seção de testes do duto para minimizar o coeficiente de reflexão nos limites da bancada, a fim de evitar resultados anômalos (XIN et al., 2018).

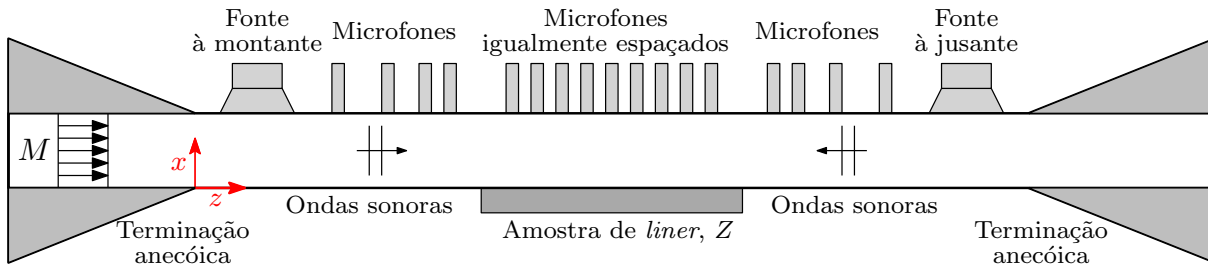


Figura 2.4 – Esquema de bancada típica para educação de impedância.

As técnicas de educação são geralmente divididas em dois grupos. Os métodos de educação mais tradicionais são baseados na minimização da diferença entre um campo acústico calculado a partir de uma estimativa da impedância e o medido experimentalmente. Por conta desse processo de otimização, esses métodos mais tradicionais são chamados por isso de Métodos Inversos e serão discutidos na Seção 2.3.1. Para evitar o custo computacional envolvidos na minimização, o outro grupo se baseia no cálculo da impedância diretamente a partir do número de onda. Nessas técnicas são utilizados algoritmos baseados no método de Prony, onde o campo acústico é assumido como uma soma de exponenciais complexas. A partir desses algoritmos, o número de onda é extraído de maneira direta e posteriormente a impedância acústica é calculada. Como não há problemas de minimização, tais métodos são chamados de Métodos Diretos<sup>3</sup>, sendo uma discussão mais aprofundada a cerca deles apresentada na Seção 2.3.2.

### 2.3.1 Métodos Inversos de Educação de Impedância

O primeiro método de educação de impedância foi proposto por [Watson, Tanner e Parrott \(1998\)](#) e é chamado de Método da Função Objetivo. Como o nome sugere, o procedimento de educação é baseado na redução de uma função custo, definida pela diferença entre um campo acústico teórico para uma estimativa de impedância e o campo acústico medido experimentalmente. O campo teórico utilizado nesse método é determinado a partir de um modelo de elementos finitos, proposto e validado por [Watson, Jones, Tanner et al. \(1996\)](#). A impedância assumida no modelo de elementos finitos é otimizada para a determinação do campo acústico na parede do duto oposta à com a amostra de *liner*, onde os microfones estão posicionados no experimento. O método foi em um primeiro momento testado e validado apenas na ausência de escoamento médio. Posteriormente,

<sup>3</sup> Não confundir com medição indireta, onde o mensurando é determinada partindo de um modelo matemático e a medição de outras grandezas.

Watson, Jones e Parrott (1999) aplicou o Método da Função Objetivo e validou seu uso para casos com escoamento tangencial à amostra.

Apesar de sua grande versatilidade, o custo computacional associado a modelos em elementos finitos normalmente é alto. Trocando o modelo numérico, como utilizado por Watson, Jones e Parrott (1999), por um modelo analítico, Aurégan, Leroux e Pagneux (2004) conseguiram reduzir significativamente o tempo de otimização. Outra diferença desse novo método é a definição da função custo, não sendo baseada na medição direta dos microfones. Aurégan, Leroux e Pagneux (2004) propuseram minimizar a diferença entre os coeficientes de reflexão e transmissão da matriz de transferência experimental e a do modelo teórico, no que ficou conhecido como o Método da Matriz de Espalhamento.

Paralelo ao trabalho de Aurégan, Leroux e Pagneux (2004), Elnady e Bodén (2004) propuseram um método de educação partindo de um modelo analítico do campo acústico baseado no método do acoplamento modal. O campo acústico teórico à montante e à jusante da amostra são minimizados em relação ao medido experimentalmente. Por conta do modelo de propagação assumido, a técnica ficou conhecida como Método do Acoplamento Modal, tendo sido validada por Elnady, Bodén e Elhadidi (2009). No presente trabalho, uma técnica muito semelhante será aplicada, que será discutida na Seção 3.2.1.

Nos métodos de educação inversos, a otimização é tradicionalmente realizada para cada frequência, o que normalmente resulta em curvas descontínuas e conseqüentemente não físicas. Recentemente, o trabalho de Spillere, Medeiros e Cordioli (2018), do grupo de pesquisa em *liners* da UFSC, propôs a otimização de parâmetros para um modelo preditivo de impedância, resolvendo para todas as frequências de uma vez. O problema dessa metodologia é a necessidade de um modelo de impedância que pode não ser preciso. Como modelos de impedância estão fora do escopo do presente trabalho, a rotina tradicional de otimização foi adotada para cada frequência de interesse.

### 2.3.2 Métodos Diretos de Educação de Impedância

Originalmente proposto para o estudo da dilatação térmica de fluidos, o algoritmo de Prony (DE PRONY, 1795) se difundiu e encontrou aplicação em diversas áreas do conhecimento (DEMEURE; SCHARF, 1990). A hipótese básica é de que o conjunto de dados analisados consiste *exatamente* em uma soma finita de exponenciais complexas. Para um conjunto de dados amostrados periodicamente (seja no tempo ou no espaço), um grupo

de  $\mathcal{N}$  amostras provém uma soma de  $\mathcal{N}/2$  exponenciais para tais dados. A implementação do algoritmo de Prony e suas variações consideradas nesse trabalho estão apresentadas na Seção 3.2.2.

Jing, Peng e Sun (2008) foram os primeiros a propor o uso do algoritmo de Prony para educação de impedância. Um arranjo de microfones igualmente espaçados e opostos à amostra de *liner* permite a extração do número de onda axial na seção tratada. A hipótese de soma finita de modos é razoável nesse caso, considerando geometrias de bancadas e impedâncias típicas, uma vez que o número de modos se propagando na seção tratada é relativamente baixo. Conhecido o número de onda, pode-se determinar a impedância resolvendo o sistema de equações dados pelas Equações (2.13) e (2.15). Jing, Peng e Sun (2008) propuseram o uso do modo de maior amplitude para a educação, a fim de obter maior precisão. O método de extração do número de onda foi posteriormente aplicado para a educação da impedância sem a hipótese de escoamento uniforme por Jing, Peng, Wang et al. (2015), resolvendo a equação de Pridmore-Brown (1958) ao invés da condição de contorno de Ingard-Myers.

A aplicação do algoritmo de Prony em sua forma original para educação de impedância acarreta em dois principais problemas. A hipótese de que o número de modos acústicos efetivamente se propagando ser metade do número de microfones é, normalmente, sobredimensionada. Dessa forma, números de onda espúrios podem ser determinados, levando à erros nos demais números de onda calculados (WATSON; CARPENTER; JONES, 2015). Entretanto, subdimensionar o número de microfones também compromete o desempenho do algoritmo na presença de ruído externo (KUMARESAN, 1983).

Tais problemas associadas ao uso do algoritmo original de Prony podem ser atenuados por meio do uso de variações desse método com modelos de predição não-casuais (WATSON; CARPENTER; JONES, 2015). Kumaresan e Tufts (1982) propuseram uma variante que ficou conhecida como algoritmo KT, onde uma decomposição de valor singular é aplicada à matriz de medições, implicando na filtragem de modos espúrios, mesmo na presença de ruído. O primeiro estudo que preferiu o uso do algoritmo KT ao invés do de Prony em sua versão original foi feito por Renou e Aurégan (2011). Posteriormente, Watson, Carpenter e Jones (2015) demonstraram que o algoritmo de KT de fato alcança resultados mais precisos quando comparado ao algoritmo original, embora problemas foram reportados quando a atenuação é baixa ou alta demais ou mesmo em casos em que o comprimento de onda é maior do que o do arranjo de microfones.

Mais recentemente, outra variação do algoritmo de Prony foi aplicada à educação de impedância, o *Matrix Pencil*. [Weng et al. \(2017\)](#) foi o primeiro estudo a utilizar tal variante e, recentemente, [Humbert et al. \(2019\)](#) concluíram que qualitativamente ambos KT e *matrix pencil* entregam resultados semelhantes.

## 2.4 ANÁLISE DE INCERTEZAS

Todo processo de medição está sujeito a erros, provenientes das mais diversas fontes, como imperfeições do instrumento de medição, limitações do operador e/ou condições do ambiente. Nesse sentido, a apresentação de uma estimativa do erro associado a cada medição ([INMETRO, 2012](#), p. ix) e é de grande importância, especialmente no caso de medições com objetivo científico. Essa seção se dedica à apresentação de definições de tipos de erro experimental e alternativas para estimá-los através de análises de incertezas.

### 2.4.1 Erros Sistemáticos e Aleatórios

Erros de medição podem ser classificados como erros sistemáticos e erros aleatórios ([GONÇALVES JR; DE SOUZA, 2008](#), p. 39-42). Erros sistemáticos afetam a exatidão da medição, desviando de maneira determinística o resultado de medição do valor verdadeiro do mensurando. Por sua vez, os erros aleatórios estão relacionados à dispersão dos resultados em torno de um valor central quando um número maior de medições é realizado.

Por conta de sua natureza determinística, erros sistemáticos podem e devem ser corrigidos por meio da calibração do sistema de medição. Na contramão, erros aleatórios sempre estarão presentes em uma medição e é de competência do responsável técnico estimar os limites desses erros, no que é conhecido como intervalo de confiança ou nível de incerteza.

Erros aleatórios são divididos quanto a forma como são determinados em dois tipos ([INMETRO, 2012](#), p. 3). O primeiro tipo de erros aleatórios, comumente referido “Tipo A”, engloba incertezas que são determinadas por meio de inferência estatística de uma série de medições ([GONÇALVES JR; DE SOUZA, 2008](#), p. 199), como por exemplo a repetibilidade do experimento. As demais fontes de erros aleatórios são então incluídas no referido “Tipo B”, que inclui fontes de incerteza de caráter predeterminado ([GONÇALVES JR; DE SOUZA, 2008](#), p. 200), como por exemplo a resolução do instrumento de medição.

Para a obtenção do erro aleatório total de uma dada medição, deve-se combinar a

contribuição de todas fontes de incerteza de tipo A e B. Isso é feito assumindo-se uma distribuição do tipo normal (gaussiana) para o resultado de medição. Tal hipótese é baseada no Teorema Central do Limite, baseado na tendência da soma de variáveis aleatórias tende a ser uma variável aleatória com distribuição normal (INMETRO, 2012, p. 71). A incerteza padrão combinada de uma medição é obtida por

$$u_C^2 = \sum_{i=1}^I u_i^2, \quad (2.17)$$

sendo  $u_i$  a incerteza padrão de cada fonte de incerteza, para uma distribuição normal equivalente<sup>4</sup>, e  $I$  é o número total de fontes de incerteza.

### 2.4.2 Propagação de Incertezas

Nem toda grandeza pode ser medida diretamente, chamadas de medições indiretas, sendo sua determinação feita partindo da medição de outras grandezas de forma direta, como é o caso da impedância acústica. Dessa forma, a incerteza da variável desejada depende das incertezas de cada uma das grandezas de entrada. A dependência da incerteza de saída para com as variáveis de entrada se dá por meio da análise do modelo matemático que define o mensurando a partir das medições diretas. Seja o mensurando  $X$  determinado a partir de

$$X = f(X_i), \quad i = 1, 2, \dots, P,$$

sendo  $P$  o número de grandezas de entrada. Caso as incertezas das grandezas de entrada sejam não-correlacionadas, e a função  $f$  seja contínua e derivável, é possível determinar a incerteza combinada do mensurando por meio de

$$u_X^2 = \sum_{i=1}^P \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} u_{X_i} \right)^2, \quad (2.18)$$

sendo  $u_{X_i}$  a incerteza combinada da grandeza  $X_i$  (GONÇALVES JR; DE SOUZA, 2008, p. 241-242). Para o caso onde hajam interações entre as grandezas de entrada, a expansão de Taylor dada na Equação (2.18) deve ser adicionada de termos de segunda ordem (COLEMAN; STEELE, 2009, p. 124-128).

Define-se como intervalo de confiança, a faixa de valores dentro da qual espera-se, para um certo nível de confiança desejado, encontrar o valor verdadeiro do mensurando. Por exemplo, para 95,45 % de nível de confiança, o intervalo de confiança correspondente

<sup>4</sup> Para o caso de distribuição da fonte de incerteza de tipo não-gaussiana. Conversão de distribuições típicas em Gonçalves Jr e de Souza (2008, p. 203).



tem 95,45 % de probabilidade de conter o valor verdadeiro do mensurando. Para obtenção do intervalo de confiança, a incerteza combinada é multiplicada por um coeficiente  $t$  a depender de sua distribuição de probabilidade e do nível de confiança desejado. Para distribuições normais tipicamente utiliza-se  $t = 2$ , que implica em um nível de confiança de 95,45 %. Esse intervalo também é denominado repetibilidade (GONÇALVES JR; DE SOUZA, 2008, p. 59-61).

A determinação das derivadas de  $f$  não é tarefa simples para um grande grupo de modelos matemáticos de mensurandos. Além disso, não-linearidades e muitas interações entre grandezas podem ser esperadas. Nesse caso, é mais prático e conveniente recorrer a métodos numéricos (e estatísticos) para a propagação de incertezas (COLEMAN; STEELE, 2009, p.71). Outro caso em que seu uso se torna inviável é quando o modelo utilizado envolve uma otimização, como no caso do Método do Acoplamento Modal para educação de impedância. Nesse caso, é comum o uso de simulações de Monte Carlo, que serão discutidas na Seção 2.4.2.1, para a determinação do comportamento estatístico da grandeza de saída, e conseqüentemente, da incerteza de medição.

#### 2.4.2.1 Métodos de Monte Carlo

O conjunto de técnicas desenvolvidas com o intuito de avaliar a estatística de um dado fenômeno com base na avaliação de todos os cenários possíveis é o que chamamos de Métodos de Monte Carlo (KALOS; WHITLOCK, 2008, p. 1). O nome foi dado por um dos cientistas que deram início a essas técnicas, que teve a ideia ao tentar calcular as chances de vitória em um jogo de cartas enquanto jogava em um famoso cassino no Principado de Mônaco (HAMMERSLEY; HANDSCOMB, 1964, p. 1).

A metodologia básica para a aplicação dos métodos de Monte Carlo para a propagação de incertezas está esquematizada na Figura 2.5. Para cada parâmetro de entrada são geradas  $N_{MC}$  amostras aleatórias. Essas variáveis randômicas devem respeitar os momentos estatísticos de cada variável (por exemplo, para uma distribuição normal os momentos estatísticos são média e desvio padrão). Para cada conjunto de amostras geradas, o modelo matemático que calcula o mensurando é avaliado. Finalmente, é feita a análise estatística de todo o conjunto de resultados obtidos, do qual a incerteza do mensurando é definida (COLEMAN; STEELE, 2009, p. 71-74).

Outra vantagem da propagação de incertezas por meio de métodos de Monte Carlo é

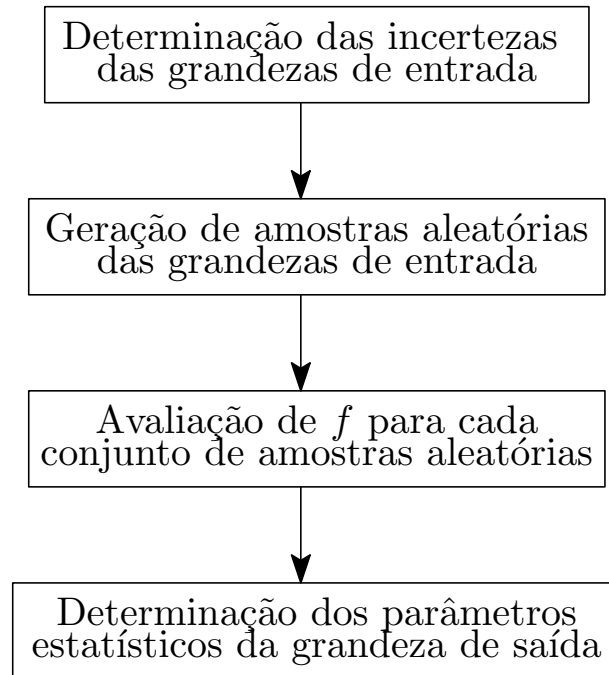


Figura 2.5 – Esquema da aplicação básica de métodos de Monte Carlo.

não ser necessário assumir nenhum tipo de distribuição para a variável de saída. Dessa forma, os intervalos de confiança podem até ser assimétricos, sendo obtidos como se segue. Segundo o Guia para Expressão de Resultados de Medição do Birô Internacional de Pesos e Medidas (BIPM, 2008), para dados sem distribuição estatística definida, deve-se ordenar todos os resultados obtidos por meio das simulações de Monte Carlo, tomando-se os termos centrais equivalentes ao percentil de nível de confiança desejado. Exemplificando, para um caso com  $N_{MC} = 1 \times 10^3$  e 95% de confiança, toma-se os 950 valores centrais, excluindo-se os 25 maiores e os 25 menores. Os limites do intervalo de confiança são os extremos desse novo vetor (COLEMAN; STEELE, 2009, p. 78-80).

### 2.4.3 Análise de Sensibilidade Global

Análise de sensibilidade é o estudo de como a incerteza na variável de saída pode ser dividida em parcelas das incertezas das variáveis de entrada (SALTELLI; RATTO et al., 2008, p. 1). Dentre as vantagens da realização de uma análise de sensibilidade posterior a análise de incertezas estão a detecção de erros técnicos, a identificação de regiões críticas, definição de prioridades na lista de melhorias do experimento, simplificação dos modelos e até mesmo validar uma análise ou afirmação (SALTELLI; RATTO et al., 2008, p. 11).

Em modelos simples, a contribuição de cada variável de entrada na incerteza da saída pode ser facilmente identificada tomando os valores dos termos do somatório da

Equação (2.18). Essa metodologia limita a análise ao regime linear, além de simplificá-la à avaliação da derivada pontual, o que faz dessa uma análise de sensibilidade local (SOBOL', 2001). Por outro lado, o uso de simulações de Monte Carlo, tendo como base o conhecimento prévio das estatísticas das variáveis de entrada, permite uma análise muito mais robusta, definida como análise de sensibilidade global (SOBOL', 2001).

Uma das formas mais difundidas de se realizar uma análise de sensibilidade global é a baseada na variância, proposta por Sobol' (2001). O método consiste em determinar índices cuja soma totaliza 1, sendo que cada índice corresponde a contribuição de um parâmetro de entrada ou da interação de dois ou mais parâmetros na variância da variável de saída, e conseqüentemente, da incerteza da saída (SALTELLI; RATTO et al., 2008, p. 155-156). A escolha pela análise da variância se dá justamente pela manutenção da informação da incerteza do modelo quando a análise de sensibilidade é feita (SALTELLI; RATTO et al., 2008, p. 157-158). Esses índices são comumente referidos como Índices de Sobol', em homenagem ao matemático russo que os idealizou, e sua determinação está detalhada na sequência.

#### 2.4.3.1 Índices de Sobol'

Os índices de sensibilidade (ou de Sobol'), podem ser de primeira ordem, de interações ou de contribuição total. O índice de primeira ordem,  $S_i$  corresponde à contribuição do  $i$ -ésimo parâmetro de entrada, independente de suas interações com outros parâmetros. O índice de contribuição total,  $S_{T_i}$ , como o nome diz, corresponde a toda contribuição de um parâmetro, somando a sua individual com as interações. O índice de interação de segunda ordem,  $S_{ij}$  corresponde a contribuição da interação entre os parâmetros  $i$  e  $j$ , o de terceira ordem  $S_{ijk}$  a contribuição da interação entre  $i$ ,  $j$  e  $k$  e assim por diante. Na sequência, está apresentada o algoritmo de avaliação dos índices de primeira ordem e dos índices de contribuição total.

A metodologia utilizada nesse trabalho para a determinação dos índices de Sobol' foi baseada na biblioteca SALib para Python3. O algoritmo foi originalmente proposta por Saltelli (2002) e pode ser encontrada de maneira simplificada em Saltelli, Ratto et al. (2008, S. 4.6). A metodologia considera um hipercubo de  $\kappa$  dimensões, sendo  $\kappa$  o número de parâmetros de entrada, o que não restringe a análise pois qualquer domínio pode ser convertido sem perda de generalidade a um hipercubo unitário (SOBOL', 2001).

1. Gera-se uma matriz de números aleatórios de dimensões  $(N_{MC}, 2\kappa)$  e define-se duas matrizes  $A$  e  $B$ , cada uma contendo metade dos números aleatórios gerados, tais que

$$A = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \cdots & x_i^{(1)} & \cdots & x_\kappa^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \cdots & x_i^{(2)} & \cdots & x_\kappa^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{(N_{MC}-1)} & x_2^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_i^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_\kappa^{(N_{MC}-1)} \\ x_1^{(N_{MC})} & x_2^{(N_{MC})} & \cdots & x_i^{(N_{MC})} & \cdots & x_\kappa^{(N_{MC})} \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

e

$$B = \begin{bmatrix} x_{\kappa+1}^{(1)} & x_{\kappa+2}^{(1)} & \cdots & x_{\kappa+i}^{(1)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(1)} \\ x_{\kappa+1}^{(2)} & x_{\kappa+2}^{(2)} & \cdots & x_{\kappa+i}^{(2)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{\kappa+1}^{(N_{MC}-1)} & x_{\kappa+2}^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_{\kappa+i}^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(N_{MC}-1)} \\ x_{\kappa+1}^{(N_{MC})} & x_{\kappa+2}^{(N_{MC})} & \cdots & x_{\kappa+i}^{(N_{MC})} & \cdots & x_{2\kappa}^{(N_{MC})} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

2. Define-se uma matriz  $C_i$ , formada pelas colunas de  $B$ , exceto a  $i$ -ésima coluna que é tomada de  $A$ ,

$$C_i = \begin{bmatrix} x_{\kappa+1}^{(1)} & x_{\kappa+2}^{(1)} & \cdots & x_i^{(1)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(1)} \\ x_{\kappa+1}^{(2)} & x_{\kappa+2}^{(2)} & \cdots & x_i^{(2)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{\kappa+1}^{(N_{MC}-1)} & x_{\kappa+2}^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_i^{(N_{MC}-1)} & \cdots & x_{2\kappa}^{(N_{MC}-1)} \\ x_{\kappa+1}^{(N_{MC})} & x_{\kappa+2}^{(N_{MC})} & \cdots & x_i^{(N_{MC})} & \cdots & x_{2\kappa}^{(N_{MC})} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

3. Avalia-se o modelo para todas as amostras aleatórias contidas em  $A$ ,  $B$  e  $C_i$ , obtendo-se três vetores contendo saídas do modelo de dimensão  $N_{MC}$ , tais que

$$\mathbf{y}_A = f(A) \quad \mathbf{y}_B = f(B) \quad \mathbf{y}_{C_i} = f(C_i). \quad (2.22)$$

4. O índice de primeira ordem do  $i$ -ésimo parâmetro de entrada é calculado por

$$S_i = \frac{\mathbf{y}_A \cdot \mathbf{y}_{C_i} - f_0^2}{\mathbf{y}_A \cdot \mathbf{y}_A - f_0^2}, \quad (2.23)$$

sendo que  $\cdot$  indica o produto escalar e

$$f_0^2 = \left( \frac{1}{N_{MC}} \sum_{j=1}^{N_{MC}} \mathbf{y}_A^{(j)} \right)^2. \quad (2.24)$$

5. O índice de contribuição total por sua vez é calculado por

$$S_{T_i} = 1 - \frac{\mathbf{y}_B \cdot \mathbf{y}_{C_i} - f_0^2}{\mathbf{y}_A \cdot \mathbf{y}_A - f_0^2}. \quad (2.25)$$

O custo computacional para o cálculo dos índices de primeira ordem e de contribuição total é portanto proporcional à  $\kappa$ . Por outro lado, para o cômputo dos índices de interação, o custo computacional escala com  $2^\kappa$  para cada ordem de interação adicionado, o que por vezes inviabiliza o estudo (SALTELLI; ANNONI et al., 2010). Dessa forma, no presente trabalho, apenas os índices de primeira ordem e de contribuição total serão considerados.

#### 2.4.4 Incertezas na Educação de Impedância

O estudo de Bodén e Åbom (1986) foi pioneiro na análise dos erros associados à medição de propriedades acústicas em dutos. Em seu primeiro estudo os autores diagnosticaram o erro de tendência causado devido à imprecisão quanto ao posicionamento dos microfones. Posteriormente, Åbom e Bodén (1988) estenderam seu estudo para o caso com escoamento tangencial, corroborando os resultados na ausência de escoamento e indicando o aumento dos níveis de erro e a forte contribuição das incertezas no número de Mach.

Schultz, Sheplak e Cattafesta (2007a) aplicaram a multivariação de parâmetros para a determinação da incerteza na função de transferência medida para o método dos dois microfones para tubo de impedância. Na sequência, Schultz, Sheplak e Cattafesta (2007b) estudaram as incertezas na impedância de *liners* determinada utilizando o método de dois microfones proposto por Chung e Blaser (1980a). O estudo indicou que as partes real e imaginária da impedância são estatisticamente descorrelacionadas.

Embora Jones, Parrott e Watson (2008) apresentem curvas de impedância eduzida com faixas de incerteza, o foco do trabalho é a análise de incertezas e de sensibilidade de um modelo preditivo de impedâncias, e pouca informação à cerca da incerteza na educação em sí é apresentada. Em paralelo, Nark, Watson e Jones (2008) estudaram a incerteza associada a modelos de propagação acústica em dutos tratados. O estudo notou forte dependência da incerteza com o nível de atenuação, sendo que baixas atenuações correspondiam a altos níveis de incerteza.

O primeiro estudo de análise de incertezas com foco em educação foi feito por Brown, Jones e Watson (2012). O estudo considerou apenas a incerteza nos parâmetros aeroacústicos (número de Mach e temperatura e pressão estáticas), sendo a incerteza propagada

por meio de simulações de Monte Carlo. Os resultados indicaram maior contribuição do número de Mach dentre as variáveis consideradas.

[Buot de l'Épine, Chazot e Ville \(2015\)](#) propuseram o uso de inferência bayesiana para a educação de impedância na ausência de escoamento. [Roncen, Méry et al. \(2019\)](#) estenderam o método para o caso com escoamento interno, especialmente para o caso onde o campo acústico é medido por meio de vibrometria à laser. O estudo indicou que há pouca correlação entre os parâmetros eduzidos.

[Zhou e Bodén \(2015\)](#) propuseram uma metodologia sistemática com base na multivariação de parâmetros para analisar a incerteza de um método de educação direto baseado no acoplamento de um único modo. Os resultados indicaram que a incerteza na impedância eduzida depende da direção de propagação, além de sugerir que a fonte dominante de incerteza varia com a frequência, sendo majoritariamente os microfones em baixa frequência e o Mach, em alta.

[Humbert et al. \(2019\)](#) comparou o desempenho da educação de impedância com base nos algoritmos KT e *matrix pencil*. O estudo foi realizado considerando dados gerados artificialmente, partindo de modelos de propagação sonora. O estudo concluiu que os dois algoritmos apresentam desempenho muito semelhante quanto a níveis de incerteza.

Como parte preliminar do presente trabalho, [Bonomo, Spillere e Cordioli \(2020\)](#) propuseram uma análise paramétrica para identificar as fontes de erro dominantes na educação de impedância utilizando algoritmos tipo o algoritmo de Prony, também com base em dados gerados artificialmente. Os resultados permitiram uma análise de sensibilidade qualitativa, que indicaram maiores contribuições da incertezas nas separação e calibração dos microfones e no número de Mach. Foi indicado que a incerteza no número de onda eduzido é praticamente constante, independentemente da atenuação. Quanto a impedância por outro lado, nota-se níveis maiores de incerteza onde a atenuação é menor. Isso está relacionado ao fato de grandes faixas de impedância apresentarem atenuação muito semelhantes quando essa é baixa. O estudo permite afirmar também o significativo ganho de precisão com o uso do algoritmo KT ante ao algoritmo original de Prony. Os resultados indicaram também que o aumento da separação entre microfones é mais efetivo para a redução da incerteza quando comparado ao aumento do número de microfones, especialmente quando a atenuação é baixa. Embora esse estudo numérico tenha sido parte do trabalho de mestrado do autor, o trabalho de [Bonomo, Spillere e Cordioli \(2020\)](#) não foi incluído no presente texto, pois o foco do presente documento é a análise de incertezas

experimental da bancada do LVA/UFSC. O leitor pode encontrar o documento completo desse estudo preliminar no Anexo [A](#).





### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

*“Everytime you start with impedance tube measurements it is two years of suffering.”*

(Avraham Hirschberg, citado por Hans Bodén, 2017)

Este capítulo está organizado como segue. A Seção 3.1 apresenta a bancada de educação de impedância do LVA/UFSC, a metodologia utilizada para a calibração dos microfones utilizados, o procedimento de determinação dos centros acústicos dos microfones, bem como o sistema de aquisição e processamento de sinais, além dos detalhes das amostras de *liner* utilizadas. A Seção 3.2 apresenta a descrição dos algoritmos utilizados para a educação de impedância com os métodos considerados. Por fim, a Seção 3.3 detalha as fontes de incerteza consideradas e suas respectivas estimativas.

#### 3.1 APARATO EXPERIMENTAL

##### 3.1.1 Descrição da Bancada de Educação de Impedância do LVA/UFSC

A bancada para educação de impedância do Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal de Santa Catarina (LVA/UFSC) teve seu desenvolvimento iniciado por Serrano (2014). A construção inicial foi feita com base em seções retangulares de acrílico. A bancada originalmente utilizava um ventilador centrífugo como fonte de escoamento interno, o que permitia testes com escoamentos com número de Mach de até 0,28. Visando aumentar o desempenho das fontes sonoras e permitir ensaios com velocidades de escoamento mais próximas às condições reais dentro de um motor *turbofan*, a bancada teve uma nova versão desenvolvida, agora em seções de alumínio, mantendo-se as dimensões originais. O sistema de suprimento de escoamento passou a ser uma linha de ar comprimido, originalmente desenvolvida para ensaios de ruído de jato (BASTOS et al., 2018). O sistema de ar comprimido permite medições com número de Mach médio de até 0,7.

A bancada pode ser vista em sua configuração atual na Figura 3.1. A seção de testes possui seção transversal retangular de dimensões 40 mm por 100 mm. Os extremos da seção de testes possuem suportes para até quatro alto-falantes de cada lado, os quais permitem medições com nível de pressão sonora de até 150 dB. A bancada conta também com duas seções porta-microfones, as quais permitem o posicionamento de até quatro microfones à montante e quatro microfones à jusante da amostra. Duas seções porta-

amostras estão disponíveis, uma com suporte para amostras de até 210 mm e até oito microfones igualmente espaçados na parede oposta à amostra. O outro porta-amostras comporta amostras de até 420 mm e até dezesseis microfones na parede oposta ao *liner*.

Após cada seção de alto-falantes, terminações anecoicas são postas a fim de reduzir o coeficiente de reflexão sonora nas terminações da bancada. Detalhes do projeto de tais terminações podem ser vistos no Apêndice A. No extremo montante da bancada, um tubo de Pitot de diâmetro 2 mm e uma tomada de pressão estática na parede do duto permitem a medição instantânea da velocidade do escoamento. A velocidade média na seção do porta-amostras foi calibrada em relação ao tubo de Pitot à montante com uma seção extra que permitia a varredura com um outro tubo de Pitot, fazendo a média por meio de uma quadratura (ver Apêndice C) (ISO, 2008).

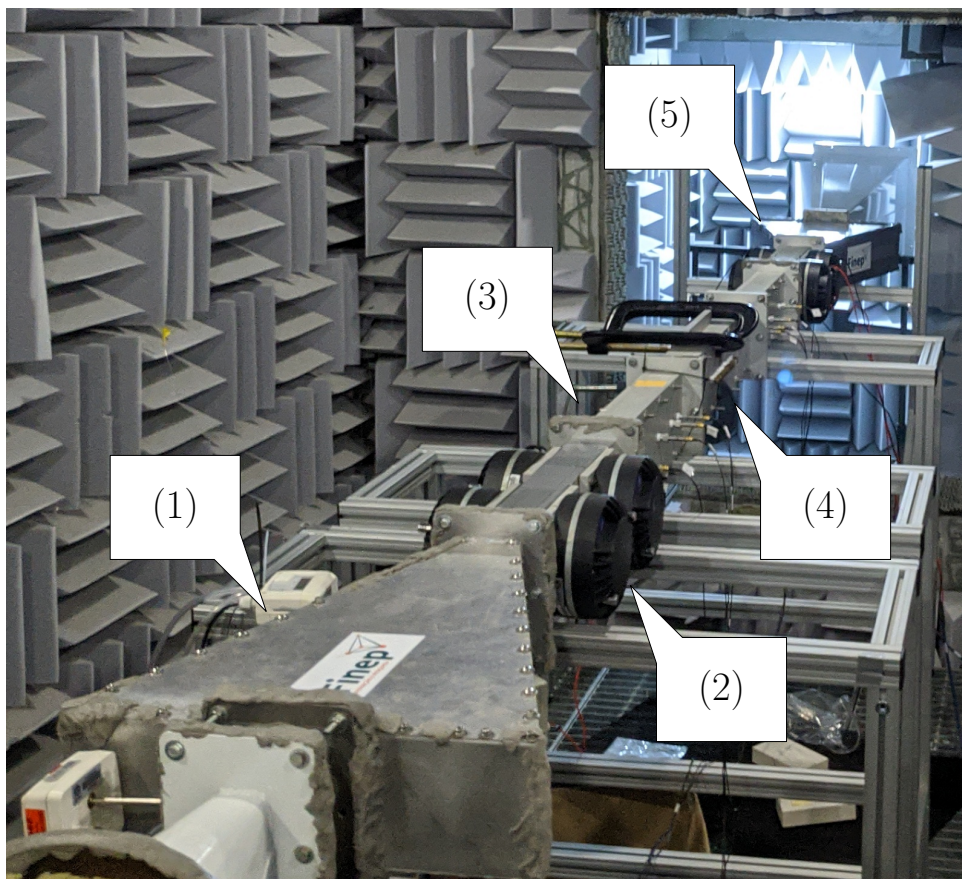


Figura 3.1 – Bancada de Educação de Impedância do LVA/UFSC. (1) Terminação anecoica; (2) Seção de alto-falantes; (3) Porta-microfones; (4) Porta-amostras (p/ amostras de 210 mm) e; (5) exaustão.

### 3.1.2 Aquisição, Geração e Processamento de Sinais

Para a aquisição de dados, foi utilizada a instrumentação apresentada a seguir. O campo acústico é medido com o auxílio de dezesseis microfones de 1/4" Brüel & Kjør DeltaTron 4944 de campo de pressão e oito Brüel & Kjør DeltaTron 4954 de campo livre<sup>1</sup>. As fontes sonoras utilizadas foram *drivers* de compressão beyma CP-855nD. Para aquisição da pressão diferencial no tubo de Pitot, foi utilizado um transdutor KIMO CP-113, com faixa dinâmica de até 10 kPa, enquanto a temperatura no interior do duto foi medida com uma termoresistência KIMO TM-110.

Todos os sinais foram adquiridos com o auxílio de duas placas PXIe-4499 da National Instruments (NI), com suporte para até dezesseis canais analógicos cada. A frequência de amostragem utilizada foi 12,8 kHz. As fontes sonoras foram excitadas por tons puros entre 0,5 kHz e 3 kHz (resolução de 0,1 kHz), gerados por meio de uma placa PXI-6723. Os sinais gerados foram amplificados por amplificadores de potência Brüel & Kjør 2716-C. Ambas as placas de aquisição e geração foram conectadas a um chassis PXIe-1073, também da NI, o qual fazia a comunicação com um computador.

O controle do sistema se dá por meio de dois sistemas independentes em LabVIEW. O primeiro sistema controla a abertura da válvula ligada ao reservatório de ar comprimido, sendo uma adaptação do utilizado por [Bastos et al. \(2018\)](#)<sup>2</sup>. O segundo sistema dá o comando para geração e aquisição de sinais para as placas PXI e salva os sinais adquiridos para pós-processamento.

Para o processamento de sinais foram utilizadas as bibliotecas `numpy` e `scipy` para Python3. Os dados foram processados utilizando o Método de Médias de Segmentos (Método de Welch) ([SHIN; HAMMOND, 2008](#), p.342-344), com 30 médias de 12 800 amostras e 75 % de *overlap*. O janelamento foi feito com a janela *flattop*, otimizada para sinais tipo tom puro ([HEINZEL; RÜDIGER; SCHILLING, 2002](#)). Esses parâmetros foram determinados com base na convergência dos resultados em análise experimental, conforme pode ser visto no trabalho de [Masson \(2013\)](#).

<sup>1</sup> O efeito da inserção desses em uma cavidade (acoplador) foi removido por meio de intercalibração (ver Seção 3.1.3).

<sup>2</sup> O sistema original operava com base nas relações isentrópicas entre a câmara anecoica e o ponto de expansão do ar na linha. O sistema utilizado no presente trabalho utiliza a velocidade calculada com o tubo de Pitot para o controle da velocidade.

### 3.1.3 Procedimento de Calibração dos Microfones

Embora a impedância do *liner* tenha variações significativas para altos níveis de pressão sonora (LAFONT et al., 2020), os modelos de propagação são lineares, de forma que o processo de educação independe das acuracidade das amplitudes medidas. Por outro lado, caso os microfones apresentem não-linearidades entre si, o resultado pode ser comprometido. Dessa forma, é mais eficaz a intercalibração de amplitude e fase dos microfones do que a calibração individual desses.

Os microfones foram calibrados de cinco em cinco, mantendo-se um de referência, expondo-os ao mesmo campo acústico, como foi inicialmente proposto por Krishnappa (1981). Um esquema do dispositivo utilizado pode ser visto na Figura 3.2. O dispositivo tem diâmetro interno 50,8 mm e comprimento 350 mm, o que garante a incidência apenas de ondas planas para a faixa de frequências de interesse. A tensão de alimentação da fonte sonora foi ajustada para cada tom de calibração, a fim de garantir que a calibração fosse feito ao mesmo nível de pressão sonora incidente sobre os microfones no momento da medição de impedância (130 dB). Os sinais medidos foram processados utilizando os mesmos parâmetros das medições para educação de impedância (ver Seção 3.1.2) e o estimador de função de transferência  $H_1$  (SHIN; HAMMOND, 2008, p. 292-293) foi utilizado para determinar a calibração de fase e amplitude necessária entre os microfones.

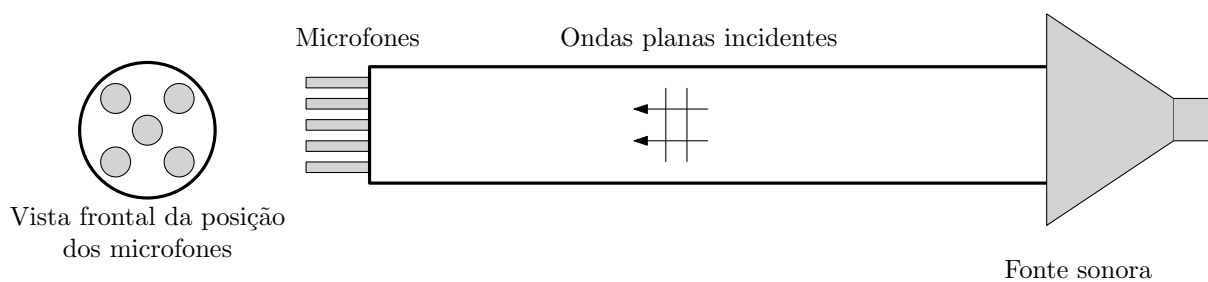


Figura 3.2 – Representação esquemática do calibrador de microfones utilizado.

Para permitir a análise estatística da calibração e reduzir o efeito de imperfeições no calibrador, cada conjunto de microfones foi calibrado cinco vezes, tendo-se o cuidado de alternar a posição entre eles. O microfone de referência foi calibrado quanto a amplitude utilizando um calibrador de referência modelo 4231 da Brüel & Kjær, a um nível de pressão sonora de 94 dB e 1000 Hz.

### 3.1.4 Determinação da Posição dos Centros Acústicos dos Microfones

A primeira análise a cerca da influência de erros de posicionamento de microfones na medições de propriedades acústicas em dutos foi feita por [Bodén e Åbom \(1986\)](#). O estudo concluiu que para resultados de medição com erros inferiores a 1%, deve-se garantir uma separação entre microfones de pelo menos 100 vezes a incerteza de medição da posição dos mesmos. Posteriormente, os autores verificaram que na presença de escoamento no interior do duto, o erro de posicionamento dos microfones acarreta em um erro de tendência nas propriedades acústicas ([ÅBOM; BODÉN, 1988](#)).

Para medições com instrumentos de medição típicos (e.g. paquímetro), alcançar valores de incerteza inferiores à 0,5mm não é praticável, tendo em vista a geometria dos microfones e sistemas de acoplamento e afins. É importante ter em mente que os microfones tem dimensões finitas e que não necessariamente os centros acústicos dos microfones correspondem a seus centros geométricos ([KATZ, 2000](#)).

[Katz \(2000\)](#) questiona a ausência de opções para a determinação da posição dos microfones, alegando, em tradução livre, que “não há alternativas além de usar uma régua”. Nesse sentido, [Katz \(2000\)](#) propôs o uso de materiais com propriedades bem definidas como terminação de um duto, no caso, uma parede rígida (i.e. coeficiente de reflexão unitário), para determinar a posição dos centros acústicos dos microfones. O método consiste em posicionar uma parede rígida ao final da seção com microfones e determinar a função de transferência do campo acústico de cada microfone com um microfone posicionado na parede rígida de referência. Considerando a formação de ondas estacionárias, o comportamento esperado é a formação de mínimos na função de transferência. A diferença entre mínimos corresponde a um  $1/2$  de comprimento de onda de separação entre o microfone na parede do duto e a parede rígida ao final da seção, o que permite então determinar a posição dos microfones do ponto de vista do campo acústico.

Para evitar a necessidade de instrumentação adicional com o microfone ao final da bancada, [Peerlings \(2017, p. 59-62\)](#) propôs minimizar a diferença entre o campo acústico teórico e o medido experimentalmente, tendo como variável de otimização a posição dos microfones ao longo do duto. Com base na análise da estatística dos resultados obtidos para diferentes pares de microfones, [Peerlings \(2017\)](#) obteve incertezas inferiores à 0,15 mm para distâncias de até 0,62 m. Em contraste, a diferença entre a medição com paquímetro resultou em diferenças de até 7 mm, o que deixa evidente o ganho de exatidão.

Embora o método de [Peerlings \(2017\)](#) elimine o inconveniente de um microfone adicional ser necessário, ainda assim uma parede rígida deve ser posicionada ao final da seção de testes. Para o caso da bancada de educação de impedâncias da UFSC, isso se torna outro contratempo, devido a necessidade de desacoplar pelo menos uma das terminações anecoicas para a execução do procedimento. Devido a necessidade da troca de porta amostras dependendo das necessidades da campanha, esse procedimento seria trabalhoso e poderia comprometer outros alinhamentos da bancada. Outro inconveniente é a grande distância entre microfones, especialmente entre o arranjo mais a montante do arranjo mais à jusante, para os quais a frequência cuja metade do comprimento corresponderia à distância entre os microfones seria muito baixa.

Visando contornar os inconvenientes dos métodos existentes na literatura e almejando exatidão e precisão superiores à medição tradicional com paquímetro ou similares, um novo método foi proposto. Essa nova técnica de determinação de posição de centros acústicos se baseia na simetria da bancada e no fato de o posicionamento de microfones ser fonte de erros sistemáticos na medição de propriedades acústicas ([BODÉN; ÅBOM, 1986](#)). O método consiste em minimizar a diferença entre as impedâncias eduzidas na ausência de escoamento para as configurações de fonte à montante e à jusante, tendo como variáveis de otimização as posições dos microfones. Os resultados obtidos com esse novo método estão apresentados na Seção 4.2, juntamente com uma discussão sobre as vantagens e limitações dessa abordagem.

### 3.1.5 Amostras de *liner*

As amostras utilizadas nos experimentos podem ser vistas na Figura 3.3. Dois pares de amostras foram utilizados para os ensaios realizados, cada um composto por uma amostra longa de comprimento nominal 420 mm e a outra de 210 mm. O primeiro par é comercial, tendo sido fornecido pela Collins Aerospace e será referido como amostras A1 e A2, para as amostras curta e longa, respectivamente. As amostras A1 e A2 tem altura de cavidade 25,4 mm, espessura da placa perfurada 0,835 mm e percentual de área aberta efetivo 14 %. O outro par é de fabricação própria do LVA, sendo referido daqui por diante como B1 e B2, para as amostras curta e longa, respectivamente. As amostras B1 e B2 tem altura de cavidade 40 mm, espessura da placa perfurada 1,2 mm e percentual de área aberta efetivo 5 %. Os parâmetros das amostras foram utilizados para alimentar o modelo

de impedância utilizado como valor inicial para educação baseada na otimização. O modelo utilizado foi proposto por (YU; RUIZ; KWAN, 2008).

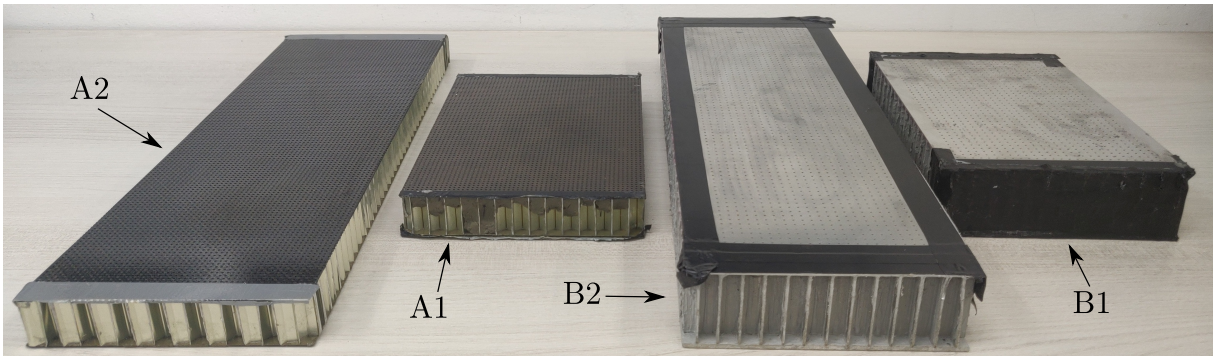


Figura 3.3 – Amostras de *liner* utilizadas.

## 3.2 ALGORÍTIMOS DE EDUCAÇÃO DE IMPEDÂNCIA

### 3.2.1 Método de Educação Baseado no Método do Acoplamento Modal

O Método do Acoplamento Modal (MMM, do inglês *Mode Matching Method*) para educação de impedância foi originalmente proposto por Elnady, Bodén e Elhadidi (2009). O método utilizado no presente trabalho difere do originalmente proposto em dois principais pontos, (i) o número de modos acústicos considerados, e (ii) o tipo de continuidade assumida para o campo acústico entre as diferentes seções da bancada de teste. O campo acústico é medido por meio de microfones à montante e à jusante da amostra. No presente trabalho, apenas a propagação de onda plana será considerada (essa variante também é conhecida na literatura como *Straightforward Method* (ZHOU; BODÉN, 2015)), diferentemente do originalmente proposto por Elnady, Bodén e Elhadidi (2009), que considerava múltiplos modos. A amplitude dos modos se propagando em direção à amostra é determinada por meio da decomposição de onda plana (ver Apêndice B). Determina-se o valor teórico do campo acústico para as posições dos microfones, sendo que o modelo de propagação sonora baseado no acoplamento modal é alimentado com as amplitudes incidentes e uma estimativa de impedância, a qual será otimizada por meio da função custo definida por

$$\mathcal{F}_{\text{cost}}(Z, \omega) = \sum_{q=1}^N \left| \frac{p_q^{\text{exp}} - p_q^{\text{num}}(Z, \omega)}{p_q^{\text{exp}}} \right|, \quad (3.1)$$

sendo  $q$  o índice do microfone e  $N$  o número total de microfones. Em contraste ao proposto originalmente por Elnady e Bodén (2004), que assumia continuidade de velocidade de partícula e pressão sonora, o nesse trabalho assume-se continuidade de massa e quantidade de

movimento nas interfaces entre seções tratadas e de paredes rígidas (GABARD; ASTLEY, 2008). Para a otimização, foi utilizado o algoritmo de Levenberg-Marquadt, disponível na biblioteca `scipy.optimize` para Python3. Foram definidas tolerâncias tanto para função custo quanto para o vetor contendo as variáveis em otimização de  $1 \times 10^{-6}$ .

A solução nas interfaces tratada-rígida são resolvidas conforme descrito a seguir. Sendo  $p^{(1)}$ ,  $p^{(3)}$ ,  $u^{(1)}$  e  $u^{(3)}$  a pressão sonora e velocidade de partícula axial nas seções de parede rígida e  $p^{(2)}$  e  $u^{(2)}$  na seção tratada, para um duto bidimensional, a continuidade de massa e quantidade de movimento, na interface mais à montante, leva a

$$\int_0^H \overline{W} (p^{(2)} - p^{(1)}) dx - \frac{M^2}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \overline{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0, \quad (3.2)$$

$$\rho_0 c_0 \int_0^H \overline{W} (u^{(2)} - u^{(1)}) dx + \frac{M}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \overline{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0, \quad (3.3)$$

e na outra interface,

$$\int_0^H \overline{W} (p^{(3)} - p^{(2)}) dx + \frac{M^2}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \overline{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0, \quad (3.4)$$

$$\rho_0 c_0 \int_0^H \overline{W} (u^{(3)} - u^{(2)}) dx - \frac{M}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \overline{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0, \quad (3.5)$$

sendo  $W$  uma função teste,  $\overline{\phantom{x}}$  o complexo conjugado,  $W_b \equiv W(x=0)$  e  $p_b \equiv p(x=0)$ . A velocidade de partícula axial é proporcional à pressão sonora de acordo com  $\rho_0 c_0 u_n^\pm = \zeta_n^\pm p_n^\pm / (k - M\zeta_n^\pm)$ . Na forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_1^- \\ \mathbf{M}_2^+ & -\mathbf{M}_1^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2^+ \\ \mathbf{A}_1^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1^+ & -\mathbf{P}_2^- \\ \mathbf{M}_1^+ & -\mathbf{M}_2^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^+(z_1 - z_0) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_2^-(z_1 - z_2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1^+ \\ \mathbf{A}_2^- \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_3^+ & -\mathbf{P}_2^- \\ \mathbf{M}_3^+ & -\mathbf{M}_2^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_3^+ \\ \mathbf{A}_2^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_3^- \\ \mathbf{M}_2^+ & -\mathbf{M}_3^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_2^+(z_2 - z_1) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_3^-(z_2 - z_3) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2^+ \\ \mathbf{A}_3^- \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

sendo  $(\mathbf{E}_i^\pm(z))_{nn} = \exp(-i\zeta_n^{(i)\pm}z)$  as matrizes de propagação,  $z_0$  e  $z_3$  são planos de referência arbitrários e  $z_1$  e  $z_2$  os limites da seção tratada. Os elementos das matrizes  $\mathbf{P}_i^\pm$  e  $\mathbf{M}_i^\pm$  são dados por

$$(\mathbf{P}_i^\pm)_{mn} = \int_0^H \overline{W}_m \psi_n^{(i)\pm} dx - \frac{M^2}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z^{(i)}} \overline{W}_{m,b} \psi_{n,b}^{(i)\pm} \right), \quad (3.8)$$

$$(\mathbf{M}_i^\pm)_{mn} = \int_0^H \frac{\overline{W}_m \psi_n^{(i)\pm} \zeta_n^{(i)\pm}}{k - M\zeta_n^{(i)\pm}} dx + \frac{M}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z^{(i)}} \overline{W}_{m,b} \psi_{n,b}^{(i)\pm} \right), \quad (3.9)$$

sendo  $Z^{(1)} = Z^{(3)} \equiv \infty$ , e  $Z^{(2)} \equiv Z$ . Assumiu-se as formas modais de paredes rígidas  $\psi_m^{(1)} = \psi_m^{(3)}$  como funções teste, uma vez que formam uma base ortogonal. As amplitudes



$\mathbf{A}_1^+$  e  $\mathbf{A}_3^-$  são determinadas a partir da decomposição de onda plana (ver Apêndice B), sendo então possível resolver as Equações. (3.6) e (3.7) utilizando uma rotina iterativa (CUMMINGS, 1999).

### 3.2.2 Método de Educação Baseado no Algoritmo de Kumaresan e Tufts

No presente trabalho, a variante do algoritmo de Prony conhecida como algoritmo KT foi utilizada para extrair o número de onda axial na seção tratada. Partindo de um grupo de microfones igualmente espaçados na parede oposta à amostra de *liner*, e assumindo apenas modos axiais, o campo acústico em cada microfone pode ser decomposto em exponenciais complexas na forma

$$p_i = \sum_{n=1}^{\infty} A_n V_n^i + w_i \quad \text{para } i = 0, \dots, \mathcal{M} - 1, \quad (3.10)$$

onde  $p_i$  é a pressão sonora no  $i$ -ésimo microfone,  $V_n^i = \exp(-i\zeta_{n,i}\Delta z)$  engloba o número de onda desejado,  $\Delta z$  é a distância entre microfones consecutivos,  $w_i$  é o ruído externo e  $\mathcal{M}$  é o número de microfones. Assumindo inicialmente um conjunto de  $\mathcal{N}$  modos dominantes e que o ruído externo é desprezível, escolhe-se um parâmetro  $\mathcal{L}$  tal que  $\mathcal{N} \leq \mathcal{L} \leq \mathcal{M} - \mathcal{N}$ , de maneira que

$$p_{i+r} = \sum_{n=1}^{\mathcal{L}} A_n V_n^{(i+r)} \quad \text{para } r = 0, \dots, \mathcal{M} - \mathcal{L} - 1. \quad (3.11)$$

Definindo  $a_i$  como os coeficientes do polinômio característico

$$\sum_{i=0}^{\mathcal{L}} a_i V^i = 0, \quad (3.12)$$

é possível demonstrar que

$$\sum_{i=0}^{\mathcal{L}} a_i p_{i+r} = 0, \quad (3.13)$$

que na forma matricial fica

$$\mathbf{H}\mathbf{a} = -\mathbf{b}, \quad (3.14)$$

sendo

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_{\mathcal{L}} \\ p_2 & p_3 & \cdots & p_{\mathcal{L}+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}} & p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}+1} & \cdots & p_{\mathcal{M}-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{\mathcal{L}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}-1} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

O sistema representado pela Eq. (3.14) pode ser resolvido para os coeficientes  $\mathbf{a}$  por meio de mínimos quadrados. Os termos  $V_n$  são então obtidos por meio das raízes da Eq. (3.12), com  $a_0 = 1$ . Finalmente, os números de onda axiais podem ser obtidos por

$$\zeta_n = \frac{\ln(V_n)}{-i\Delta z}. \quad (3.16)$$

É importante frisar que para o algoritmo de Prony em sua forma original  $\mathcal{L} = \mathcal{M}/2$ . [Jing, Peng e Sun \(2008\)](#) propuseram que dos  $\mathcal{L}$  modos eduzidos, deve-se selecionar aquele de maior amplitude, visando maior acuracidade. [Kumaresan e Tufts \(1982\)](#) propuseram o que ficou conhecido como algoritmo KT, baseados na decomposição de valor singular da matriz  $\mathbf{H}$ , implicando na melhor estimativa dos coeficientes do polinômio. Os polos espúrios de  $\mathbf{H}$  são removidos por meio da operação

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H, \quad (3.17)$$

sendo  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$  matrizes unitárias,  $\mathbf{S}$  o vetor que contém os valores singulares  $\sigma_i$  de  $\mathbf{H}$  na diagonal principal e  $\mathbf{V}^H$  é a matriz transposta conjugada de  $\mathbf{V}$ . O posto reduzido de  $\mathbf{H}$  é então dado por

$$\mathbf{H}_Q = \mathbf{U}\mathbf{S}_Q\mathbf{V}^H, \quad (3.18)$$

sendo que apenas os primeiros  $Q$  valores singulares são considerados, de forma que  $\sigma_i = 0$  para  $i > Q$ . Dessa forma, os coeficientes do polinômio característico são então encontrados por

$$\mathbf{H}_Q\mathbf{a} = -\mathbf{b}. \quad (3.19)$$

De acordo com [Kumaresan e Tufts \(1982\)](#), a solução desse sistema pode levar a polos espúrios, que podem ser identificados por estarem dentro de um círculo unitário no plano complexo.

A escolha do parâmetro  $Q$  não é direta e esse depende de cada caso, variando para uma mesma amostra com a frequência, com a velocidade do escoamento e com a direção de propagação. Dessa forma, [Weng et al. \(2017\)](#) apresentou um critério baseado no mínimo comprimento de descrição, MDL (do inglês *Minimum Description Length*), definido por [Wax e Kailath \(1985\)](#) como

$$\text{MDL}_j = -(\mathcal{L} - j)\mathcal{M} \ln \left( \frac{\prod_{i=j+1}^{\mathcal{L}} \sigma_i^{1/(\mathcal{L}-j)}}{\frac{1}{\mathcal{L}-j} \sum_{i=j+1}^{\mathcal{L}} \sigma_i} \right) + \frac{j(2\mathcal{L} - j)}{2} \ln(\mathcal{M}), \quad \text{p/ } j = 1, \dots, \mathcal{L}. \quad (3.20)$$

O índice  $j$  do mínimo  $\text{MDL}_j$  corresponde ao número de modos  $Q$  a ser usado na redução de posto de  $\mathbf{H}$ . Para o algoritmo KT foi utilizado o valor de  $\mathcal{L} = 3\mathcal{M}/8$ , conforme

proposto por [Renou e Aurégan \(2011\)](#). Isso transforma o sistema de equações dado na Equação. (3.14) em um sistema sobredeterminado, o que aumenta a precisão do método. O modo menos atenuado é então selecionado, seguindo o critério de [Watson, Carpenter e Jones \(2015\)](#). Conhecido o número de onda axial, o número de Mach e as dimensões do duto, pode-se determinar a impedância da amostra isolando  $Z$  na Equação (2.15), quando se considera a condição de contorno de Ingard-Myers. Para o caso onde considera-se a condição de contorno proposta por [Aurégan, Starobinski e Pagneux \(2001\)](#), o par de números de onda obtidos com fonte à montante e à jusante é necessário para formar um sistema de duas equações com duas variáveis a partir da Equação (2.16).

### 3.3 FONTES DE INCERTEZA

Todo parâmetro de entrada do modelo matemático que será utilizado para determinação da impedância acústica deve ser tratado como fonte de incerteza na impedância educida. Dessa forma, para ambos os métodos considerados nesse trabalho, o campo acústico nos microfones, o número de Mach, a velocidade do som, a largura do duto são fontes de incerteza. O método inverso baseado no Acoplamento Modal, também tem como fontes de incertezas as posições dos microfones e dos extremos da amostra. Quanto ao método direto baseado no algoritmo KT, a separação entre os microfones é a outra fonte de incerteza associada. Como as incertezas serão propagadas por meio de simulações de Monte Carlo, não é necessário determinar os intervalos de confiança de cada um desses parâmetros, apenas suas respectivas distribuições estatísticas, considerando todas as suas fontes de incerteza. Essa seção se dedica a como a estimativa dessas distribuições foi obtida para cada parâmetro. As fontes de incerteza foram compiladas para cada método de educação e estão apresentadas ao final da seção, nas Tabelas 3.1 e 3.2, para o Método do Acoplamento Modal e Algoritmo KT, respectivamente.

#### 3.3.1 Campo Acústico

O campo acústico utilizado nas técnicas de educação é determinado por meio das funções de transferência entre os microfones. Uma vez que os sinais foram processados com o método de Welch e utilizando o estimador  $H_1$  (ver Seção 3.1.2), pode-se estimar a repetibilidade da medição por meio da estimativa de sua variância, dada por

$$\frac{\text{Var}(|H_1(f)|)}{|H_1(f)|^2} \approx \frac{1 - \gamma^2(f)}{\gamma^2(f)} \frac{1}{2N}, \quad (3.21)$$

e

$$\text{Var}(\arg(H_1(f))) \approx \frac{1 - \gamma^2(f)}{\gamma^2(f)} \frac{1}{2N}, \quad (3.22)$$

sendo  $\arg$  o operador que argumento (fase do número complexo, em radianos),  $N$  o número de médias utilizada no método de Welch e  $\gamma$  a função coerência ordinária (SHIN; HAMMOND, 2008, p. 351).

A outra fonte de incerteza dominante é a calibração dos microfones. Como essa foi feita seguindo o procedimento descrito na Seção 3.1.3, a repetibilidade foi determinada por análise estatística. Cada grupo de microfones foi calibrado 10 vezes cada, tendo-se o cuidado de alternar a posição desses pelo menos 3 vezes, para remover possíveis efeitos de imperfeições do dispositivo calibrador. Os máximos valores de variância observados foram  $1,44 \times 10^{-6}$  para amplitude e  $4,10 \times 10^{-7}$  para a fase.

### 3.3.2 Velocidade do Som e Densidade

Tendo em vista que o escoamento dentro da bancada é fornecido por uma linha de ar comprimido e que esse é desumidificado antes de ser pressurizado no reservatório, é razoável assumir condição de ar seco. Nesse caso, a velocidade do som pode ser calculada por meio de

$$c_0 = 331 + 0,6T_C, \quad (3.23)$$

sendo  $T_C$  a temperatura do ar em graus Celsius (PIERCE, 2019, p. 31). Dessa forma, a fonte de incerteza fundamental é a temperatura, que por sua vez tem como fontes de incerteza a variação ao longo da medição e o transdutor de temperatura utilizado.

Para determinação da variação ao longo de cada medição, o desvio padrão ao longo da medição foi utilizado. Segundo o fabricante da termoresistência utilizada, o dispositivo apresenta repetibilidade de  $\pm 0,5$  K, o que considerando distribuição normal, é equivalente a uma incerteza de 0,25 K. Já a resolução é de 0,1 K, o que implica em uma incerteza de  $5,77 \times 10^{-2}$  K, considerando distribuição uniforme.

A densidade por sua vez não é parâmetro de entrada para os modelos matemáticos utilizados na educação de impedância. Por sua vez, é necessária para a determinação do número de Mach, que será discutido na Seção 3.3.3. A densidade do ar seco pode ser determinada por

$$\rho = \frac{p_{atm}}{RT}, \quad (3.24)$$

sendo  $p_{atm}$  a pressão atmosférica (que não será considerada como fonte de incerteza, pois sua flutuação não foi monitorada) e  $R$  a constante universal dos gases (PIERCE, 2019, p. 32). Dessa forma, a incerteza na densidade também dependerá da incerteza na temperatura.

### 3.3.3 Número de Mach

O número de Mach médio utilizado na educação de impedância é determinado por meio da multiplicação do número de Mach medido no extremo montante da bancada por um fator predeterminado por meio de uma técnica de quadratura (ver Apêndice C). O número de Mach medido no extremo montante é determinado a partir da equação de Bernoulli expandida para números de Mach de até 0,55 com erros inferiores a 0,2 %, dada por meio da solução de

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho(Mc_0)^2 \left(1 + \frac{M^2}{4}\right), \quad (3.25)$$

sendo  $\Delta P$  a pressão diferencial medida com tubo de Pitot,  $\rho$  a densidade do fluido e  $M = U/c_0$  o número de Mach (MCKEON et al., 2007, p. 216).

Dessa forma, são fontes de incerteza no número de Mach, a pressão diferencial e a velocidade do som. As incertezas associada a determinação da velocidade do som e da densidade já foram discutidas na Seção 3.3.2. A determinação da incerteza da pressão diferencial medida é idêntica à metodologia para a temperatura. Para determinação da variação ao longo de cada medição, o desvio padrão ao longo da medição foi utilizado. Segundo o fabricante do transdutor de pressão utilizado, o dispositivo apresenta repetibilidade de  $\pm 29,42$  Pa, o que considerando distribuição normal, é equivalente a uma incerteza de 14,71 Pa. Já a resolução é de 1 Pa, o que implica em uma incerteza de  $5,77 \times 10^{-1}$  Pa, considerando distribuição uniforme.

O fator multiplicador também contém uma incerteza associada. Tal parâmetro foi determinado como 0,95, tendo desvio padrão de 0,015. A metodologia utilizada está apresentada na Seção C.1.

### 3.3.4 Parâmetros Geométricos

#### 3.3.4.1 Largura do Duto e Posição da Amostra

A largura do duto foi medida com um auxílio de um paquímetro digital de incremento de 0,01 mm, o que implica em uma incerteza devido à resolução do instrumento de

$5,77 \times 10^{-3}$  mm. A medição foi feita em 10 pontos ao longo da seção de testes, sendo observado um desvio padrão de 0,1 mm. Isso implica em um desvio padrão equivalente de 0,1001 mm que foi considerada como incerteza da largura do duto.

Para definição da posição da amostra, foi definido como plano de referência o extremo oposto da seção de microfones mais a montante. A posição de início e fim foi medida com uma trena de escala de 1 mm, implicando em uma incerteza devido a resolução de  $5,77 \times 10^{-1}$  mm. Como cada amostra tinha comprimentos úteis ligeiramente diferentes dos nominais, assumiu-se que as áreas de impedância efetiva estavam perfeitamente centradas em relação aos pontos medidos.

#### *3.3.4.2 Posição dos Microfones*

A posição dos microfones utilizados para o método do acoplamento modal foi determinada com base na técnica descrita na Seção 3.1.4. Como para o caso da posição da amostra, o plano de referência foi definido como sendo o início da seção de microfones mais a montante. Como os porta-amostras tem comprimentos ligeiramente diferentes, a posição dos microfones também será diferente quando cada porta amostras for utilizado. Dessa forma, a incerteza da posição dos microfones foi determinada com base em simulações de Monte Carlo. As incertezas nas demais variáveis foram consideradas na otimização das posições em um total de  $1 \times 10^4$  simulações. O maior desvio padrão obtido foi considerado como incerteza para todos as posições por segurança. O valor de desvio padrão obtido foi 0,6 mm para o porta-amostras mais curto e 0,45 mm para o mais longo.

#### *3.3.4.3 Separação de Microfones*

Para o método de educação baseado no algoritmo KT, o campo acústico deve ser amostrado utilizando um arranjo de microfones equidistantes. O parâmetro de entrada é a separação entre microfones consecutivos. Embora em teoria o método descrito na Seção 3.1.4 pudesse ser aplicado para a otimização dessa distância, os resultados obtidos não foram satisfatórios, uma vez que os valores obtidos estavam muito fora do esperado. Dessa forma, a separação nominal foi utilizada. Como a medição com o paquímetro dessa separação não é tão simples, tendo em vista a geometria dos acopladores de microfones e a presença de roscas, optou-se pela tolerância de fabricação como estimativa da incerteza. Os porta-amostras foram fabricados segundo a norma NBR ISO 2768-1, que estabelece

tolerâncias dimensionais para fabricação. Foi definida a classe média de tolerância, que para o valor nominal de separação de 20 mm prevê um intervalo de confiança de  $\pm 0,2$  mm (ABNT, 2001, Tab. 1). Como a distribuição assumida é normal, isso equivale a uma incerteza expandida de 0,1 mm que foi assumido como desvio padrão para a variável aleatória gerada.

Tabela 3.1 – Fontes de incertezas dos parâmetros associados ao Método do Acoplamento Modal.

<b>Parâmetro de Entrada</b>	<b>Fontes de Incerteza</b>
Campo Acústico, $p$	Repetibilidade; calibração dos microfones.
Densidade do Ar, $\rho$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos.
Velocidade do Som, $c_0$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos.
Número de Mach, $M$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos; fator de calibração da velocidade média.
Largura do Duto e Posição da Amostra	Repetibilidade; incerteza do paquímetro.
Posição dos Microfones, $z$	Repetibilidade do método de determinação da posição dos centros acústicos.

Tabela 3.2 – Fontes de incertezas dos parâmetros associados ao Método do Algoritmo KT.

<b>Parâmetro de Entrada</b>	<b>Fontes de Incerteza</b>
Campo Acústico, $p$	Repetibilidade; calibração dos microfones.
Densidade do Ar, $\rho$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos.
Velocidade do Som, $c_0$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos.
Número de Mach, $M$	Variação no tempo; repetibilidade dos equipamentos; fator de calibração da velocidade média.
Largura do Duto	Repetibilidade; incerteza do paquímetro.
Separação dos Microfones, $\Delta z$	Tolerância de fabricação.





## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

*“It will all work in theory, but mother nature has its own way.”*

(Michael G. Jones, 2019)

Este capítulo é dedicado a apresentação e discussão dos resultados experimentais obtidos. A Seção 4.1 é dedicada à validação das terminações anecoicas desenvolvidas para diminuição dos coeficientes de reflexão dos limites da bancada. A Seção 4.2 apresenta a validação do novo método de determinação de posição dos microfones proposto. Na Seção 4.3 são apresentados os resultados nominais obtidos para todas as condições de operação e amostras consideradas. A Seção 4.4 apresenta os resultados obtidos na análise de incertezas da educação de impedância com a bancada do LVA/UFSC. São analisados os efeitos da velocidade do escoamento, direção da propagação acústica em relação ao escoamento e da atenuação. Ao final da seção, são comparados os dois métodos de educação considerados, além de uma breve discussão a cerca do uso da condição de contorno proposta por Aurégan, Starobinski e Pagneux (2001) em detrimento da consagrada condição de contorno de Ingard-Myers. Por fim, na Seção 4.5 são apresentados os resultados da análise de sensibilidade global para os dois métodos de educação, em termos de índices de Sobol’.

### 4.1 VALIDAÇÃO DE DESEMPENHO DAS TERMINAÇÕES ANECOICAS

O desempenho das terminações anecoicas projetadas foi avaliado por meio do coeficiente de reflexão nos extremos da seção de testes. Para tal, foi feita a decomposição de onda plana (ver Apêndice B) e o coeficiente de reflexão  $\mathcal{R}$  foi determinado como a razão entre amplitude de onda refletida pela amplitude de onda incidente. Para o extremo montante foram utilizadas as fontes sonoras à jusante e vice-versa. Placas de alumínio foram posicionadas no porta-amostras no local das amostras. Dessa forma, o duto todo passa a ser de paredes rígidas e apenas a atenuação viscotérmica é esperada. Foram analisados os casos sem escoamento e com número de Mach de 0,2 e 0,3.

A Figura 4.1 apresenta a comparação entre os coeficientes de reflexão do extremo jusante (descarga) da seção de testes, para os casos sem e com as terminações anecoicas. Foi observado redução considerável no coeficiente de absorção nas frequências mais baixas. Pode-se notar que no caso sem as terminações anecoicas chegou-se a observar valores

superiores a 1 em casos com escoamento. Esse resultado aparentemente atípico<sup>1</sup> pode ser explicado devido a geração de vórtices com número de Strouhal<sup>2</sup> aproximadamente 0,3 (SILVA; GRECO, 2019). O desempenho da terminação anecoica foi considerado validado, tendo em vista que valores inferiores ou muito próximos a 0,2 foram observados em toda a faixa de frequências desejada.

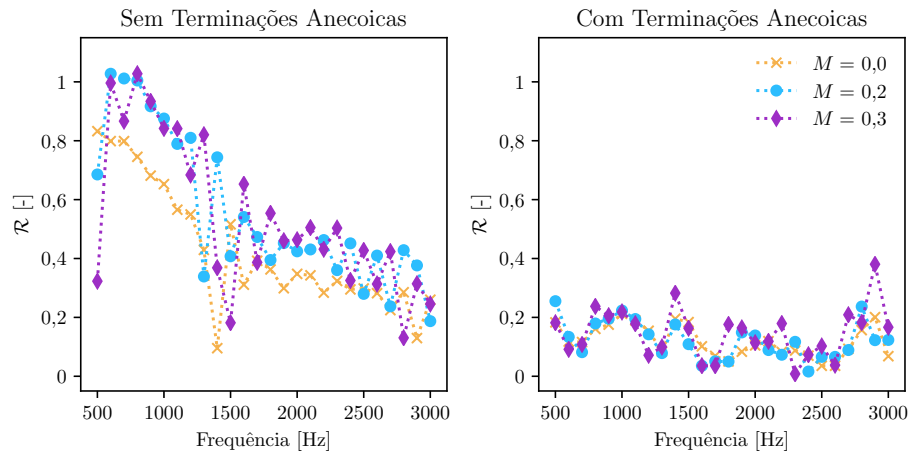


Figura 4.1 – Magnitude dos coeficientes de reflexão no extremo jusante da seção de testes.

Já a Figura 4.2 traz os resultados obtidos para os coeficientes de reflexão à montante. Assim como para a terminação à jusante, notou-se que o coeficiente de reflexão observado na faixa de frequência de interesse está abaixo ou muito próximo de 0,2. O fato do coeficiente de reflexão sem escoamento ser superior aos casos com número de Mach 0,2 e 0,3 em baixas frequências pode ser explicado pelo fato da onda estar se propagando contra o escoamento, sofrendo assim uma resistência convectiva. Os resultados mostram que, antes da instalação das terminações anecoicas, a terminação à montante não representava um caso tão crítico como a terminação à jusante, mas mesmo assim a terminação anecoica se mostrou uma melhoria importante da bancada, o que foi percebido com a experiência do grupo em educação de impedância.

## 4.2 VALIDAÇÃO DO MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DOS MICROFONES

Para a validação das posições dos centros acústicos dos microfones por meio do método detalhado na Seção 3.1.4 foi utilizada uma amostra diferente das utilizadas para

<sup>1</sup> Uma vez que não é esperado o aumento da energia acústica na reflexão.

<sup>2</sup> Definido como  $St = fL/U$ , sendo  $f$  a frequência,  $L$  o comprimento característico e  $U$  a velocidade do escoamento.

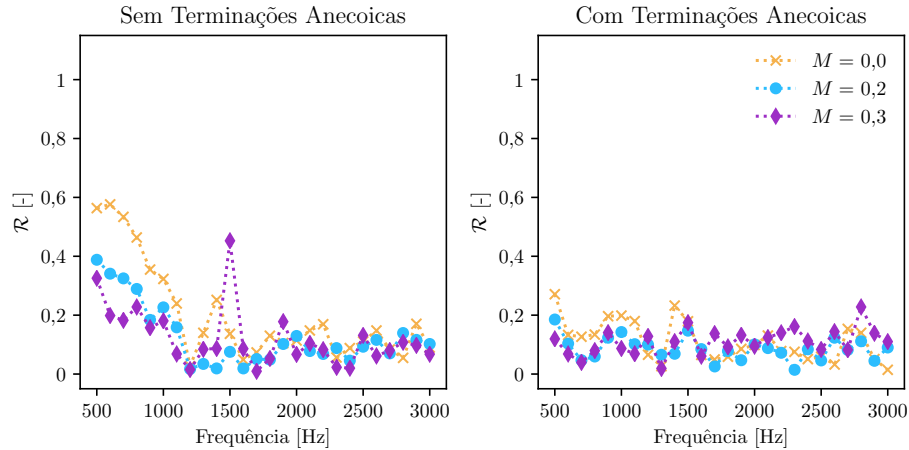


Figura 4.2 – Magnitude dos coeficientes de reflexão no extremo montante da seção de testes.

as análises de incerteza. A amostra considerada tinha comprimento nominal de 210 mm, espessura de placa perfurada de 1 mm, 7,4% de área aberta efetiva e 48,6 mm de altura de cavidade. Como mencionado anteriormente, o método se mostrou eficaz apenas para a determinação dos centros acústicos para o método do acoplamento modal. Para a educação com base no algoritmo KT, a otimização do parâmetro separação entre microfones consecutivos não convergiu para valores realísticos, sendo que dessa forma, optou-se pelo uso dos valores nominais.

Para comparação, foram consideradas as posições nominais, bem como as posições acusticamente determinadas com os métodos de [Katz \(2000\)](#) e [Peerlings \(2017\)](#). Na Figura 4.3 estão apresentados os resultados obtidos com as configurações de fonte à montante e à jusante, na ausência de escoamento, utilizando o método de educação baseado no acoplamento modal. Os resultados obtidos com cada vetor de posições é comparado com a impedância determinada com o auxílio do tubo de impedância portátil da Brüel & Kjær (para detalhes, ver [Ferrante et al. \(2016\)](#)), uma vez que a impedância determinada com um tubo de impedância de incidência normal deve ser idêntica a obtida com a educação na ausência de escoamento. Os valores obtidos para as posições dos microfones para o caso do porta amostra curto com os diferentes métodos de determinação do centro acústico, estão apresentados na Tabela 4.1.

Os resultados obtidos indicam que as impedâncias eduzidas com o novo método proposto para a determinação dos centros acústicos dos microfones são mais próximos aos valores de referência. Nota-se uma diferença significativa entre as impedâncias eduzidas com as diferentes configurações de fonte quando considerando as posições nominais ou as

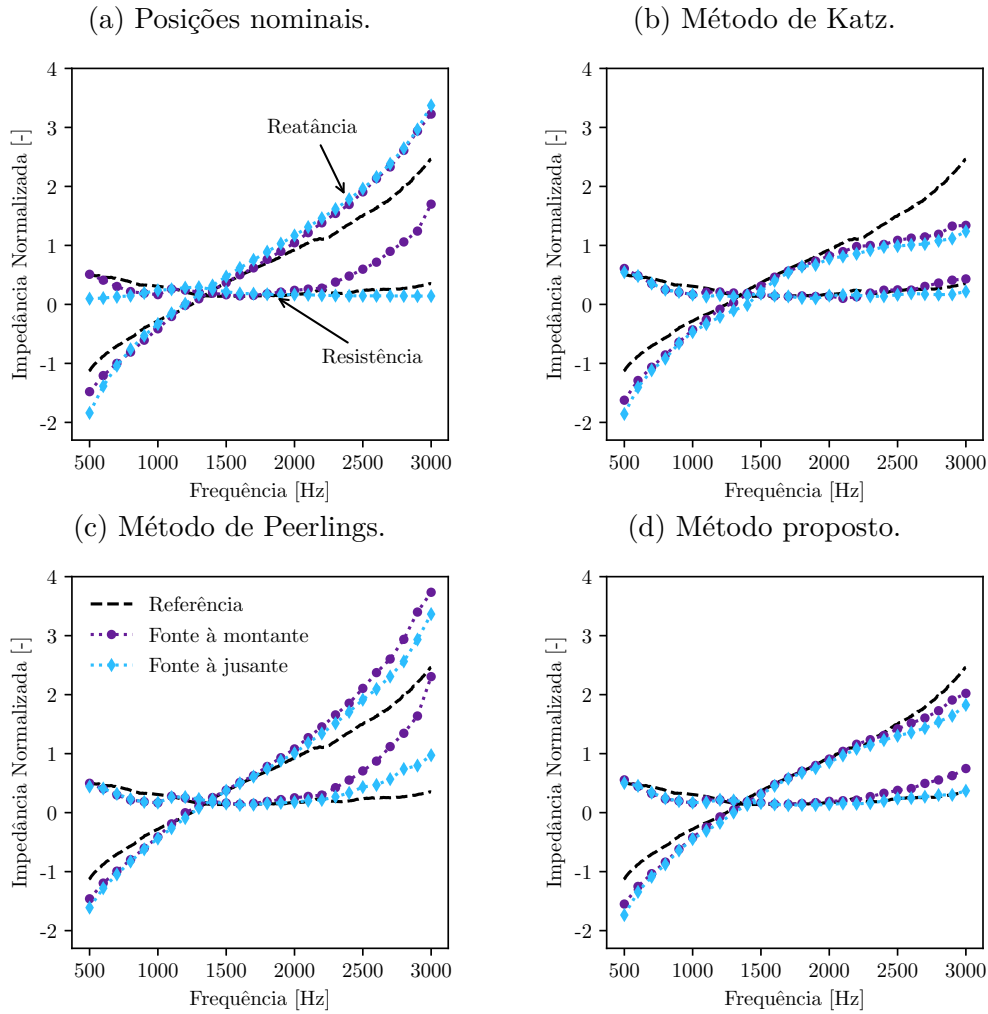


Figura 4.3 – Comparação dos resultados obtidos com educação com Método do Acoplamento Modal na ausência de escoamento com diferentes métodos de determinação da posição dos microfones.

Tabela 4.1 – Posições dos microfones obtidos com os diferentes métodos de determinação dos centros acústicos. Posições em metros.

Método/Posição	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathbf{x}_{\text{nominal}}$	0,0900	0,2600	0,3500	0,4000	1,1600	1,2100	1,3000	1,4700
$\mathbf{x}_{\text{Katz}}$	0,0898	0,2594	0,3495	0,3993	1,1655	1,2216	1,3114	1,4814
$\mathbf{x}_{\text{Peerlings}}$	0,0892	0,2589	0,3484	0,3983	1,1575	1,2075	1,2971	1,4666
$\mathbf{x}_{\text{proposto}}$	0,0903	0,2595	0,3501	0,4001	1,6450	1,2146	1,3061	1,4756

posições determinadas com o método de Peerlings. Já o método de Katz apresenta níveis de diferença para resultados obtidos com as diferentes configurações de fonte similares aos obtidos com o novo método, entretanto é observada uma tendência dos resultados de impedância obtidos divergirem mais dos valores de referência. Ambos os comportamentos observados podem ser explicados pelo fato das posições dos microfones serem fontes de erros sistemáticos como descrito em [Bodén e Åbom \(1986\)](#).

### 4.3 IMPEDÂNCIAS NOMINAIS EDUZIDAS

O objetivo dessa seção é apresentar os resultados nominais obtidos por meio dos dois métodos de educação considerados (algoritmo KT e acoplamento modal), para todas as amostras consideradas, bem como todas as condições de operação. Os resultados estão organizados por amostra, separados por método de educação e direção de propagação sonora. Por brevidade, apenas os resultados obtidos com a condição de contorno de Ingard-Myers são apresentados. Os experimentos foram conduzidos para os números de Mach médios de 0,2 e 0,3 e na ausência de escoamento ( $M = 0,0$ ). O nível de pressão sonora foi ajustado para o intervalo de  $130 \text{ dB} \pm 0,5 \text{ dB}$ , garantindo comportamento linear das amostras (LAFONT et al., 2020).

Nas Figuras 4.4 e 4.5, estão apresentados os resultados obtidos com as amostras B1 e B2, respectivamente. Pode-se notar que os resultados obtidos para as impedâncias eduzidas não são idênticas, para as mesmas condições de operação, na contra-mão do esperado, uma vez que as amostras são nominalmente idênticas. Essa diferença é observada especialmente em baixas frequências, onde o comprimento da amostra B1 em relação ao comprimento de onda é curto, o que induz a esse desvio, como será discutido com mais detalhes na Seção 4.4.3.2.

Já nas Figuras 4.6 e 4.7 estão apresentados os resultados obtidos com as amostras A1 e A2, respectivamente. Nesse caso, flutuações anômalas nas frequências centrais da análise, especialmente com fonte à jusante e com a amostra A2. Isso ocorre devido à atenuação proporcionada pela amostra levar a excitação à níveis inferiores ao ruído de fundo do escoamento, de forma que os microfones mais distantes da fonte sonora captarem apenas o ruído de escoamento. Isso será discutido com mais detalhes na Seção 4.4.3. Cabe destacar, que as diferenças notadas nos resultados para uma mesma amostra, para diferentes números de Mach, direção de propagação ou método de educação estão de acordo com resultados de comparações reportadas na literatura (BODÉN; CORDIOLI et al., 2017).

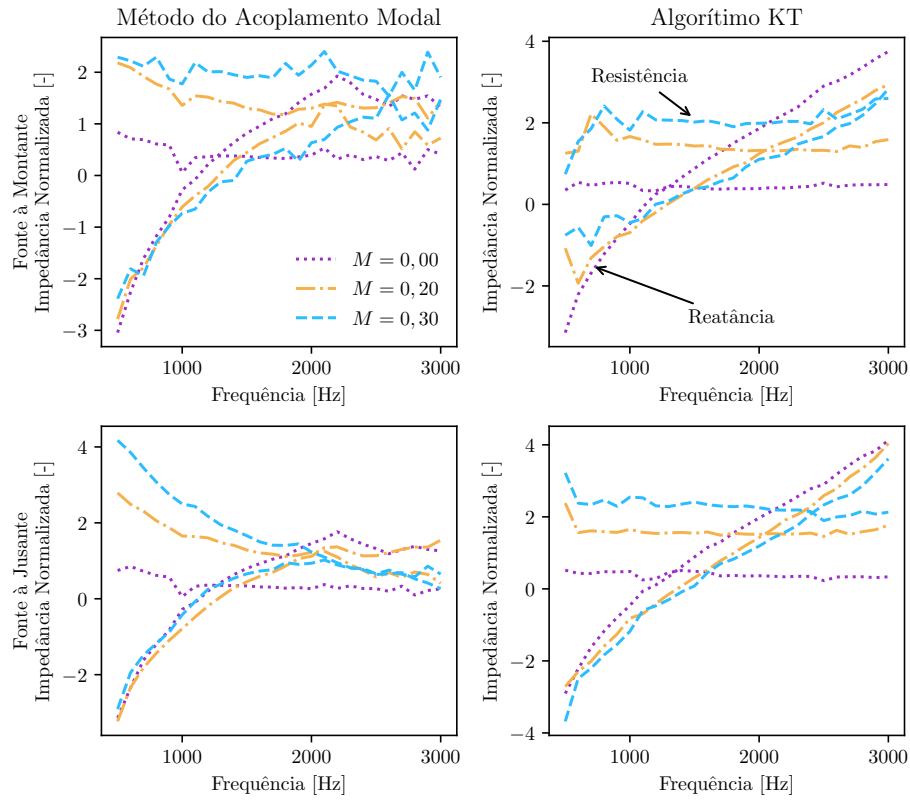


Figura 4.4 – Impedâncias nominais eduzidas para a amostra B1, utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers.

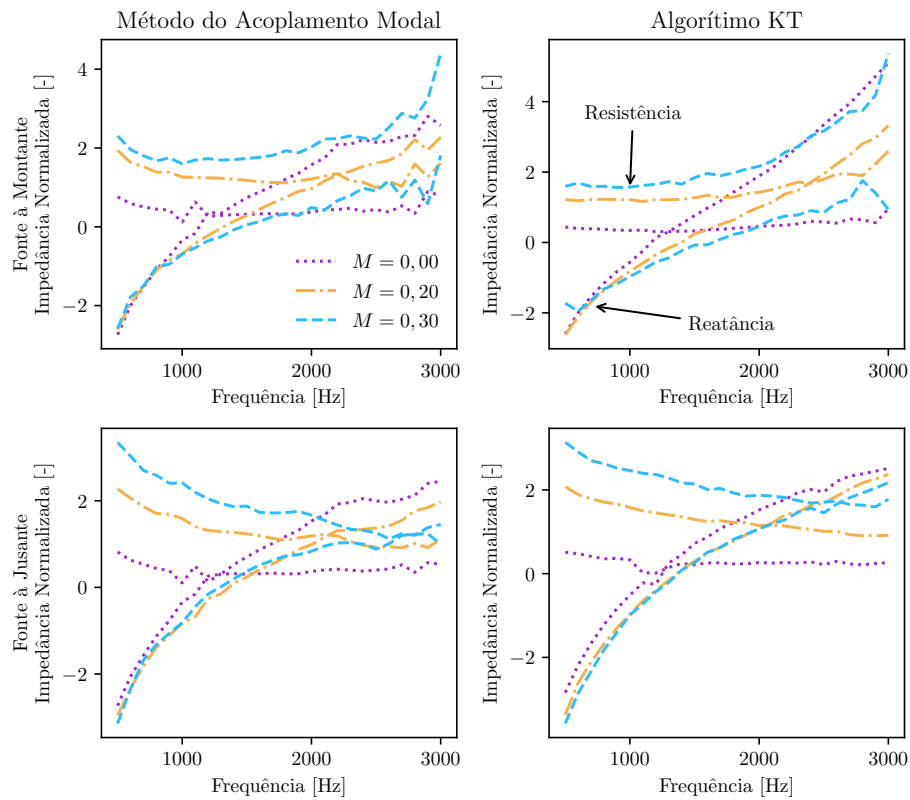


Figura 4.5 – Impedâncias nominais eduzidas para a amostra B2, utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers.

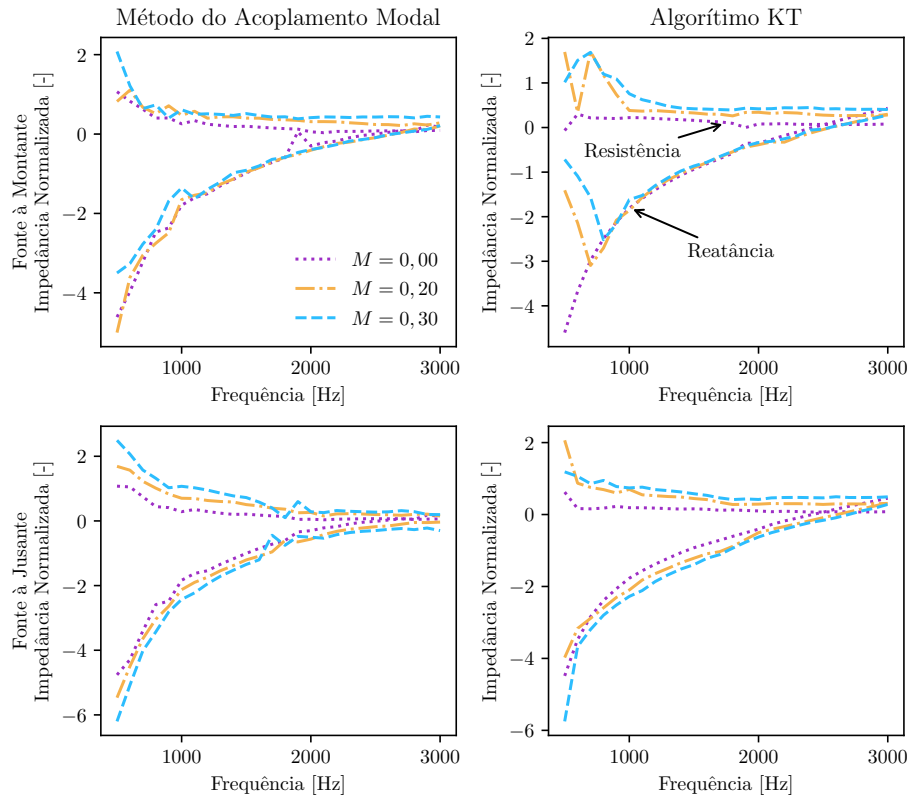


Figura 4.6 – Impedâncias nominais eduzidas para a amostra A1, utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers.

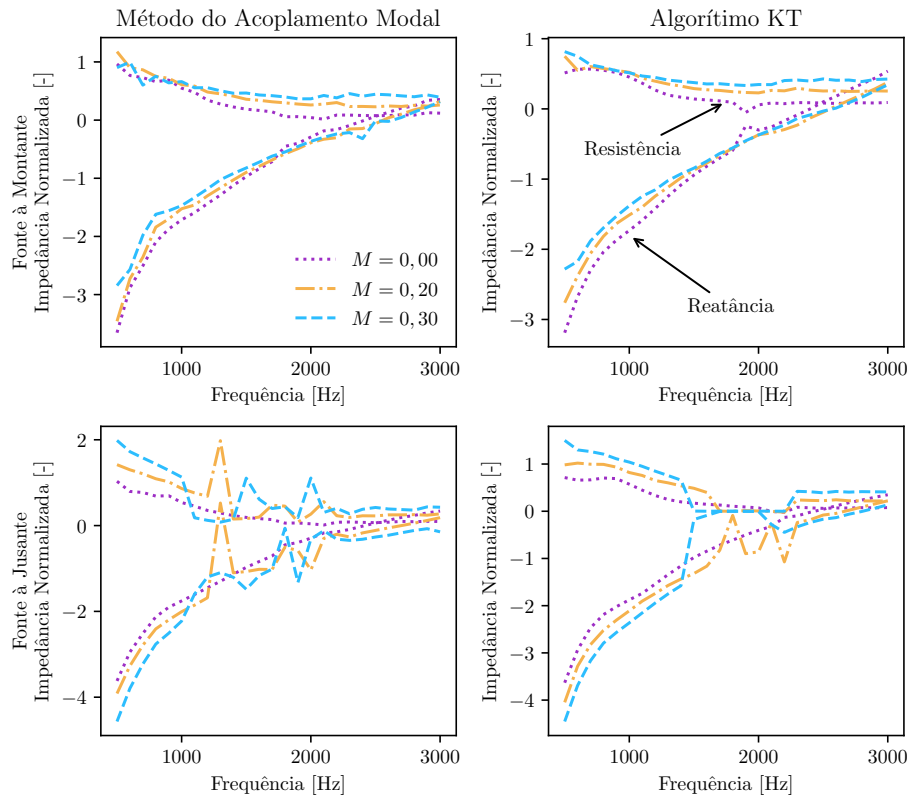


Figura 4.7 – Impedâncias nominais eduzidas para a amostra A2, utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers.

#### 4.4 ANÁLISE DE INCERTEZAS

Nessa seção estão apresentados os resultados obtidos para os intervalos com 95,45% de nível de confiança obtidos para os casos apresentados. A exceção da Seção 4.4.5, apenas a condição de contorno de Ingard-Myers será considerada ao longo das análises. O número de simulações de Monte Carlo necessário foi determinado com base na convergência da média e do desvio padrão da variável de saída com tolerância de 1% (COLEMAN; STEELE, 2009, p. 73-74). Para o método de educação baseado no algoritmo KT,  $1 \times 10^6$  simulações garantiram a convergência para todos os casos, enquanto  $5 \times 10^5$  foram suficientes para a convergência utilizando o método do acoplamento modal<sup>3</sup>.

##### 4.4.1 Efeito da Velocidade do Escoamento

Para ilustrar o efeito do número de Mach na incerteza da impedância eduzida, foi escolhido o caso com fonte à montante e a amostra A2. O método de educação considerado foi o baseado no acoplamento modal e a comparação dos resultados obtidos com os números de Mach 0,2 e 0,3 está apresentada na Figura 4.8.

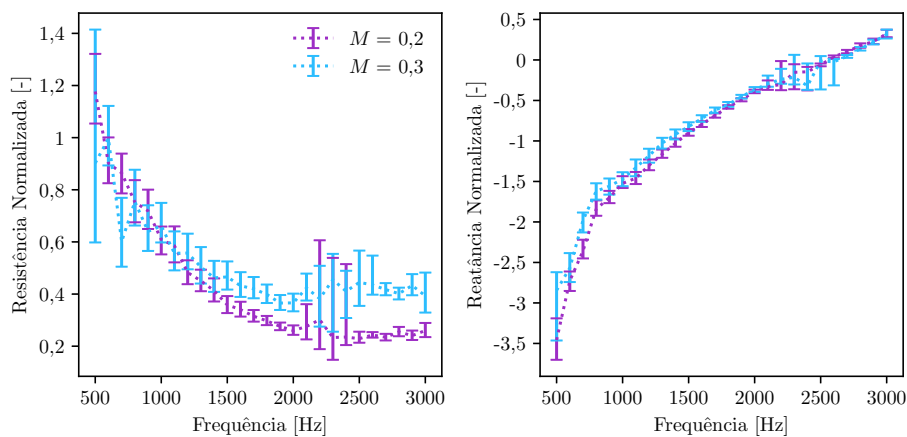


Figura 4.8 – Avaliação do efeito da velocidade do escoamento. Resultados obtidos com a amostra A2, configuração de fonte à montante e educação via método do acoplamento modal. Intervalos para 95,45% de nível de confiança.

Os resultados obtidos indicam a tendência de aumento da incerteza com o aumento do número de Mach, o que está em concordância com a literatura (BROWN; JONES; WATSON, 2012; ZHOU; BODÉN, 2015; NARK; WATSON; JONES, 2008). Esse aumento dos níveis de incerteza pode ser explicado por uma série de fatores, dentre os quais se

<sup>3</sup> Entretanto, o maior custo computacional da otimização para o método do acoplamento modal fez com que mais de 80% do tempo computacional total fosse gasto com esse método.



destacam o maior nível de incerteza absoluta no número de Mach para uma mesma incerteza relativa, o aumento da resistência do *liner* devido a efeitos convectivos e, especificamente para o caso da fonte à montante, diminuição do tempo de passagem da onda pela seção tratada (efeito Doppler), o que leva a uma diminuição do efeito do *liner* sobre o campo acústico (menor atenuação).

O aumento da resistência e da velocidade de propagação sonora implicam na redução da atenuação, o que conforme reportado na literatura aumenta os erros no processo de educação (NARK; WATSON; JONES, 2008). Outro ponto importante a ser mencionado é o aumento do nível de incerteza nas frequências próximas à ressonância. Isso vai de encontro a afirmação anterior de que para maiores atenuações, menor a incerteza esperada. O problema nesse caso é que a atenuação do *liner* é tão alta a ponto de o ruído de fundo ser superior à componente tonal que se propaga no duto, como pode ser visto analisando as respectivas relações sinal-ruído<sup>4</sup>, apresentadas na Figura 4.9. Nota-se que os resultados com fonte à jusante são mais críticos, pois a atenuação proporcionada pelo *liner* nessa situação é maior. Dessa forma, o campo acústico medido a partir de um dado microfone é espúrio, o que implica em erros na educação. Alternativas à esse fenômeno serão discutidos mais adiante na Seção 4.4.3.2.

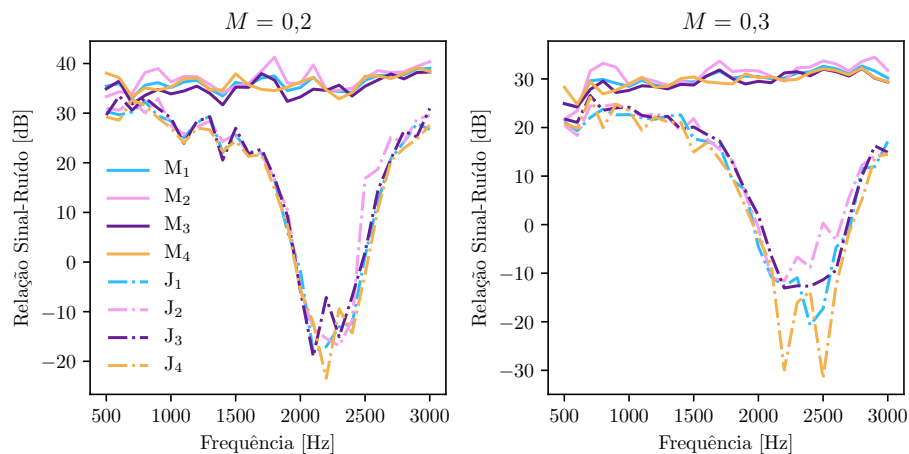


Figura 4.9 – Relação Sinal-Ruído dos microfones para as medições da Figura 4.8. M e J denotam os microfones à montante e à jusante da amostra, respectivamente, e, 1 e 4, os microfones mais próximos dos extremos montante e jusante, respectivamente.

<sup>4</sup> Definida a partir da função coerência ordinária como  $\gamma^2/(1 - \gamma^2)$  (SHIN; HAMMOND, 2008, p. 286).

#### 4.4.2 Efeito da Direção de Propagação

Desde o estudo de [Renou e Aurégan \(2011\)](#), a representação de *liners* na presença de escoamento por meio de uma impedância utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers vem sendo um dos principais pontos de debate na literatura. Na presente seção, o fato será desconsiderado, sendo apenas analisado as diferenças em termos de incerteza experimental quando consideradas as duas diferentes configurações de fonte. A diferença na impedância média observada será discutida posteriormente na Seção 4.4.5.

Na Figura 4.10 estão apresentados os resultados obtidos com a amostra B2, número de Mach médio de 0,3 e o algoritmo KT, considerando as duas posições de fonte. Nota-se níveis superiores de incerteza associados à medição com fonte à montante, especialmente na reatância, o que implica na propagação sonora à favor do escoamento. Assim sendo, valores menores de atenuação são esperados, o que pode ser apontado como causa da maior imprecisão. Os resultados observados seguem a tendência dos demais casos desse estudo e estão em concordância com o já reportado na literatura ([ZHOU; BODÉN, 2015](#)).

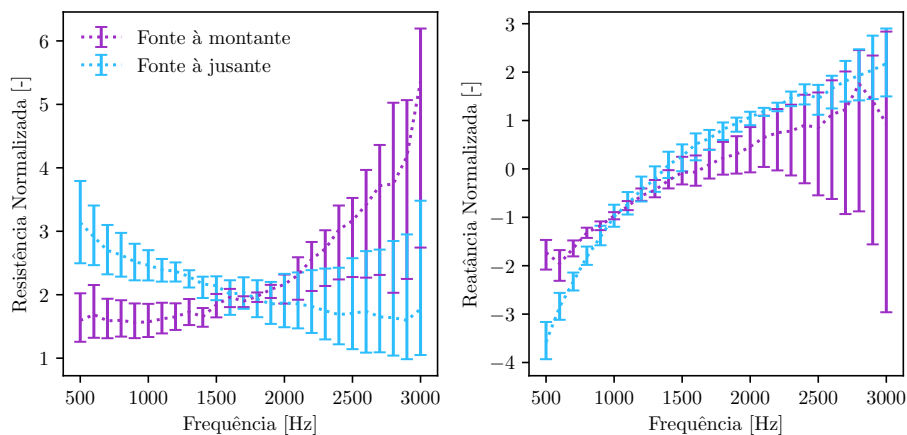


Figura 4.10 – Avaliação do efeito da posição da fonte sonora. Resultados obtidos com a amostra B2, número de Mach médio  $M = 0,3$  e educação via método algorítmico KT. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

#### 4.4.3 Efeito da Atenuação

[Jones e Watson \(2011\)](#) foram os primeiros a indicar o ganho de acurácia da educação de impedância com o aumento da atenuação da amostra e o objetivo dessa seção é verificar essa afirmação. Na Figura 4.11 estão apresentados os resultados para as amostras A1 e B1, para o caso com escoamento de número de Mach médio de 0,2 e fonte à montante, considerando os dois métodos de educação utilizados nesse trabalho. Os resultados indicam

convergência dos valores médios obtidos com os dois métodos nas faixas de frequências correspondentes à ressonância das amostras, em consonância com as frequências onde a máxima frequência é esperada.

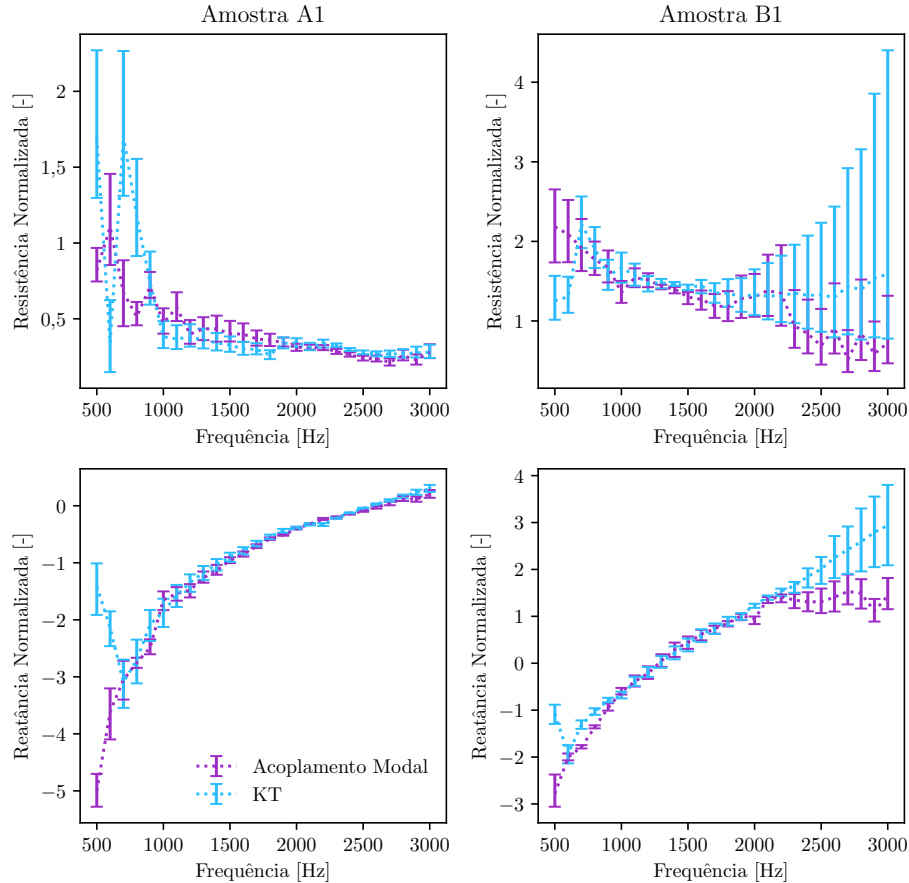


Figura 4.11 – Avaliação do efeito da atenuação. Resultados obtidos com as amostras A1 e B1, número de Mach médio  $M = 0,2$  e fonte à montante. Intervalos para 95,45% de nível de confiança.

#### 4.4.3.1 Incerteza na Atenuação Modal

A atenuação modal, em decibel por metro, pode ser determinada com o número de onda axial correspondente ao modo por meio de  $8,68 \text{Im}\{\zeta\}$  (EVERSMAN, 1971). A Figura 4.12 apresenta a atenuação do modo dominante extraído (onda plana) com o algoritmo KT para os casos referentes à Figura 4.11. Os resultados confirmam a afirmação de que a atenuação máxima corresponde à valores mínimos de incerteza na impedância eduzida, especialmente na resistência. Por outro lado, nota-se que a incerteza na atenuação não difere tanto nas regiões de alta ou baixa atenuação, especialmente no caso da amostra A1, onde o pico de atenuação tem faixas de incerteza ligeiramente maiores que as regiões de baixa atenuação. Isso está de acordo com a etapa preliminar do presente estudo apresentada

no Anexo A, sendo justificado pelo fato de uma larga faixa de impedâncias corresponder a uma estreita faixa de atenuação quando essa é baixa e uma estreita faixa de impedância fornecer altos níveis de atenuação.

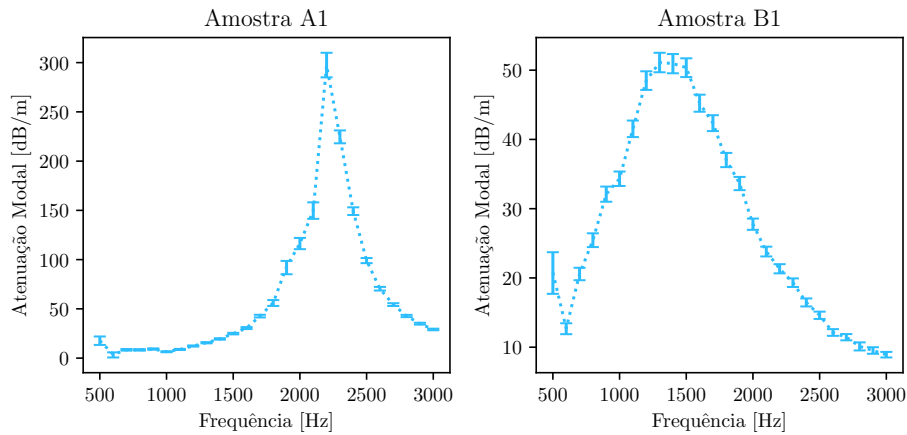


Figura 4.12 – Níveis de incerteza na atenuação modal. Resultados obtidos com as amostras A1 e B1, número de Mach médio  $M = 0,2$ , fonte à montante e extração do número de onda via algoritmo KT. Intervalos para 95,45% de nível de confiança.

Para uma mesma geometria de *liner*, mesma geometria de duto e condições de operação, a única forma de aumentar a atenuação do campo acústico é aumentando o comprimento da amostra. Essa alternativa foi proposta no trabalho anterior de [Bonomo, Spillere e Cordioli \(2020\)](#), donde notou-se ganho de precisão com o algoritmo KT. Na Seção 4.4.3.2 serão comparados os resultados obtidos com as amostras mais compridas e com as mais curtas, utilizando ambos os métodos de educação considerados. Já na Seção 4.4.3.3, a alternativa de aumentar a separação entre microfones consecutivos ao invés de aumentar o número desses, é analisada para o caso específico da educação via algoritmo KT.

#### 4.4.3.2 Efeito do Comprimento da Amostra

##### 4.4.3.2.1 Método do Acoplamento Modal

Nas Figuras 4.13 e 4.14 estão apresentadas os resultados obtidos com configuração de fonte à montante e à jusante, respectivamente, para as amostras A1 e A2, teoricamente, de mesma geometria. Os resultados foram obtidos com escoamento com número de Mach médio 0,2 e utilizando o método do acoplamento modal para educação.

A exceção das frequências próximas à ressonância do *liner*, os resultados indicam a diminuição dos níveis de incerteza associados as impedâncias educadas considerando

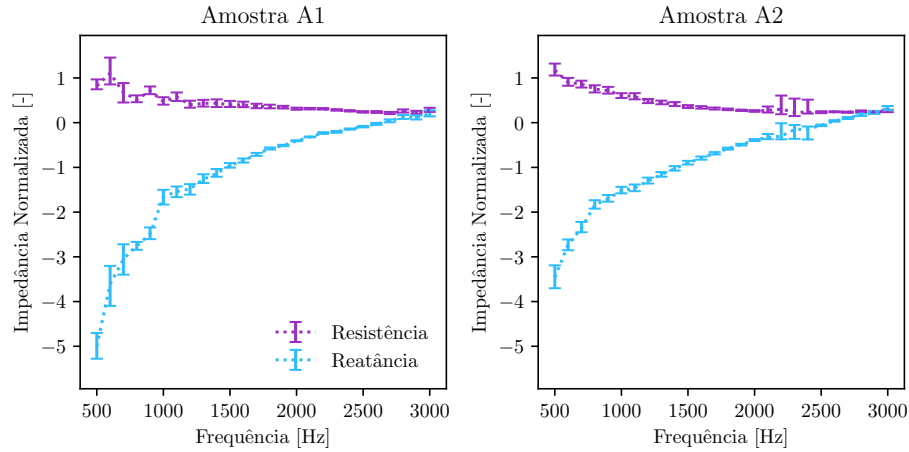


Figura 4.13 – Avaliação do efeito do comprimento da amostra com fonte à montante. Resultados obtidos com as amostras A1 e A2, número de Mach médio  $M = 0,2$  e método do acoplamento modal para educação. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

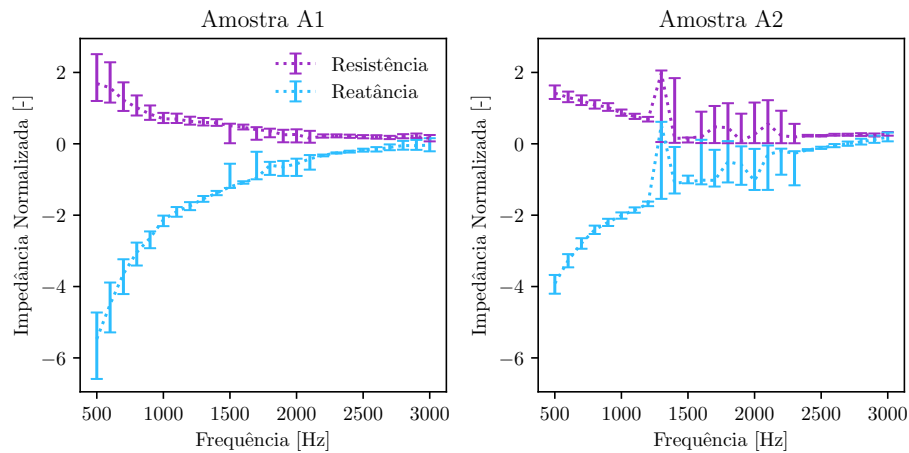


Figura 4.14 – Avaliação do efeito do comprimento da amostra com fonte à jusante. Resultados obtidos com as amostras A1 e A2, número de Mach médio  $M = 0,2$  e método do acoplamento modal para educação. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

a amostra mais longa (A2). A atenuação da componente tonal gerada é tão alta que essa passa a ter amplitude inferior ao ruído de fundo do escoamento, similar à análise da Figura 4.8. Em outras palavras, a amostra grande cause melhora na medição onde a atenuação é baixa e inviabiliza em atenuações muito altas. Uma opção a esse problema é o aumento do número de médias para o método de Welch (tempo total de medição), o que tende a eliminar a componente decorrelacionada oriunda do ruído de fundo nas estimativas das funções de transferência (SHIN; HAMMOND, 2008, p. 342-344). Essa estratégia foi utilizada com sucesso por Spillere, Bonomo et al. (2020), entretanto o tempo de medição pode se tornar inviável a depender do nível de atenuação.

Por outro lado, deve-se destacar também o erro de tendência na reatância para os resultados obtidos com a amostra curta em frequências cujo comprimento da amostra é pequeno em relação ao comprimento de onda. O erro está associado a descontinuidades na curva da resistência, uma anomalia não física (WATSON; JONEST; PARROTT, 2008), o que indica o comprometimento desses resultados. Uma alternativa simples a esses dois problemas é o uso combinado de amostras longas e curtas, dependendo do nível de atenuação para frequência em análise. A Figura 4.15 traz os resultados obtidos considerando a combinação das duas amostras para os casos das Figuras 4.13 e 4.14, onde os resultados com menores níveis de incerteza foram escolhidos.

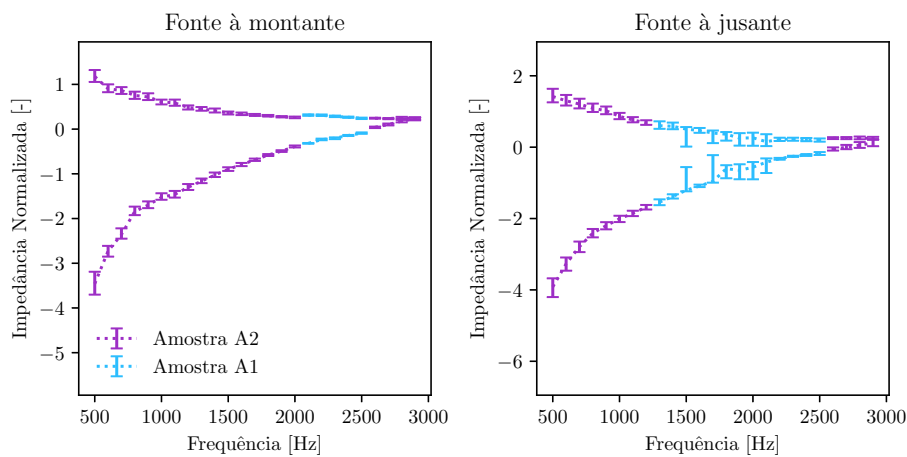


Figura 4.15 – Avaliação da combinação dos resultados obtidos com amostras longa e curta. Resultados obtidos com as amostras A1 e A2, número de Mach médio  $M = 0,2$  e método do acoplamento modal para educação. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

#### 4.4.3.2.2 Algoritmo KT

Os resultados obtidos para comparar o desempenho do algoritmo KT utilizando amostras mais longas estão apresentados nas Figuras 4.16 e 4.17, para fontes à montante e à jusante, respectivamente. Foram utilizadas as amostras B1 e B2 e os experimentos foram conduzidos com número de Mach médio de 0,2. Os resultados para a amostra B1 foram obtidos com o uso de 8 microfones, enquanto da amostra B2, com 16 microfones.

Os resultados obtidos com o algoritmo KT sugerem a redução de níveis de incerteza e obtenção de curvas mais contínuas com a amostra mais longa (B2), especialmente para frequências inferiores à 2500 Hz. A exceção ocorre nas frequências mais altas para o caso com fonte à montante.

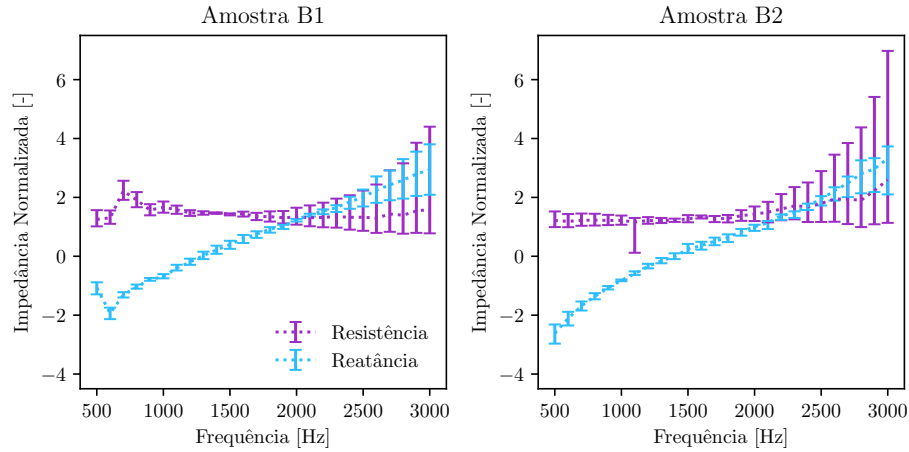


Figura 4.16 – Avaliação do efeito do comprimento da amostra com fonte à montante e algoritmo KT. Resultados obtidos com as amostras B1 e B2, número de Mach médio  $M = 0,2$ . Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

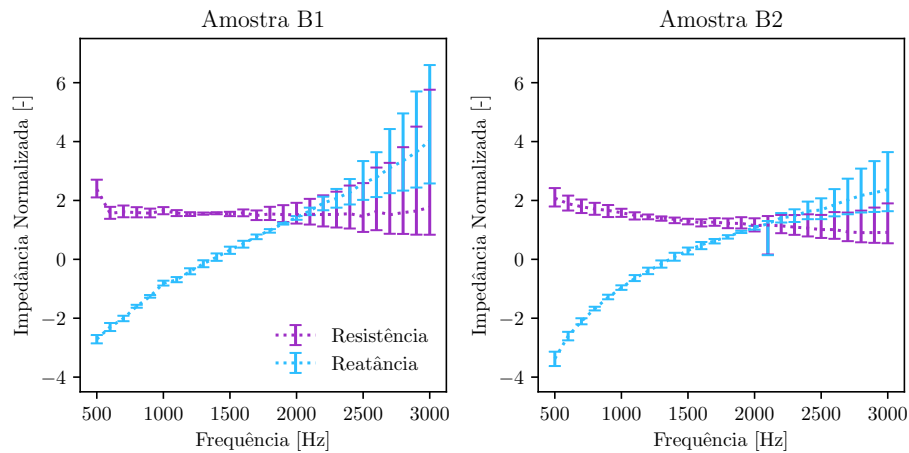


Figura 4.17 – Avaliação do efeito do comprimento da amostra com fonte à jusante e algoritmo KT. Resultados obtidos com as amostras B1 e B2, número de Mach médio  $M = 0,2$ . Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

Como a hipótese é de que a atenuação contribua para a redução da incerteza na impedância eduzida, simplesmente aumentar o comprimento da amostra não resolve o problema para o caso da edução via algoritmo KT. Isso ocorre pois na definição do sistema de equações associando, apenas com a atenuação entre microfones consecutivos importa e não com a atenuação total. Dessa forma, o aumento do tamanho da amostra não implicou em maior atenuação entre microfones, apenas o aumento da sobredeterminação do sistema de equações utilizados no algoritmo KT. Visando aumentar a atenuação entre microfones consecutivos, foi proposto o uso de microfones intercalados para o caso da amostra longa (ou seja, microfones mais espaçados), o que será discutido na Seção 4.4.3.3.

#### 4.4.3.3 Efeito do Espaçamento entre Microfones

Bonomo, Spillere e Cordioli (2020) propuseram a alternativa de diminuir o número de microfones e aumentar a separação entre esses como forma de ganhar precisão para educação de impedância via algoritmo KT. A ideia é aumentar a atenuação entre dois microfones consecutivos, sendo que o estudo em questão se baseou em dados gerados numericamente e validou as análises com base em dados experimentais obtidos com a bancada de educação de impedância GFIT (*Grazing Flow Impedance Tube*) do centro de pesquisas em Langley da Agência Espacial Norte-Americana (NASA). O objetivo dessa seção é avaliar o desempenho dessa proposta utilizando a bancada de educação do LVA/UFSC.

Na Figura 4.18 estão apresentados os resultados obtidos com as amostras B1 e B2, com escoamento com número de Mach médio de 0,3. Os resultados com a amostra B1 foram obtidos utilizando os 8 microfones do porta-amostras curto, enquanto os resultados da amostra B2 foram obtidos com os 16 microfones do porta-amostras longo. A educação utilizando os dados de todos os 16 microfones do arranjo estão indicadas como “Completo”, enquanto o uso dos dados dos microfones alternados (a partir do primeiro, pulando o segundo e assim por diante) como “Alternado”.

Os resultados indicam a tendência de redução dos níveis de incerteza com o uso dos microfones alternados, especialmente na configuração com fonte à jusante. A afirmação é um pouco problemática quanto ao caso com fonte à montante, uma vez que nota-se a diminuição dos níveis de incerteza na resistência em todas as frequências consideradas, entretanto há um aumento na incerteza da reatância em frequências mais altas. Essa anomalia ocorre devido ao erro de tendência da medição com a amostra curta, como pode ser visto no número de onda eduzido, apresentado na Figura 4.19. O erro de tendência da parte real do número de onda desloca a impedância eduzida para uma região do plano complexo que comporta menos reatâncias, implicando em menores níveis de incerteza. Entretanto, o erro total associado é maior. Outra explicação possível, porém menos provável é de a diferença nas impedâncias ser causada pelas pequenas diferenças devido à fabricação das amostras.

É preciso frisar que essa prática só é segura para um número de microfones relativamente alto. Isso porque assume-se que o número total de modos é exatamente igual a no máximo metade do número de microfones. Dessa forma, o uso de microfones alternados não é recomendado com o porta-amostras curto, que possui suporte para no máximo 8



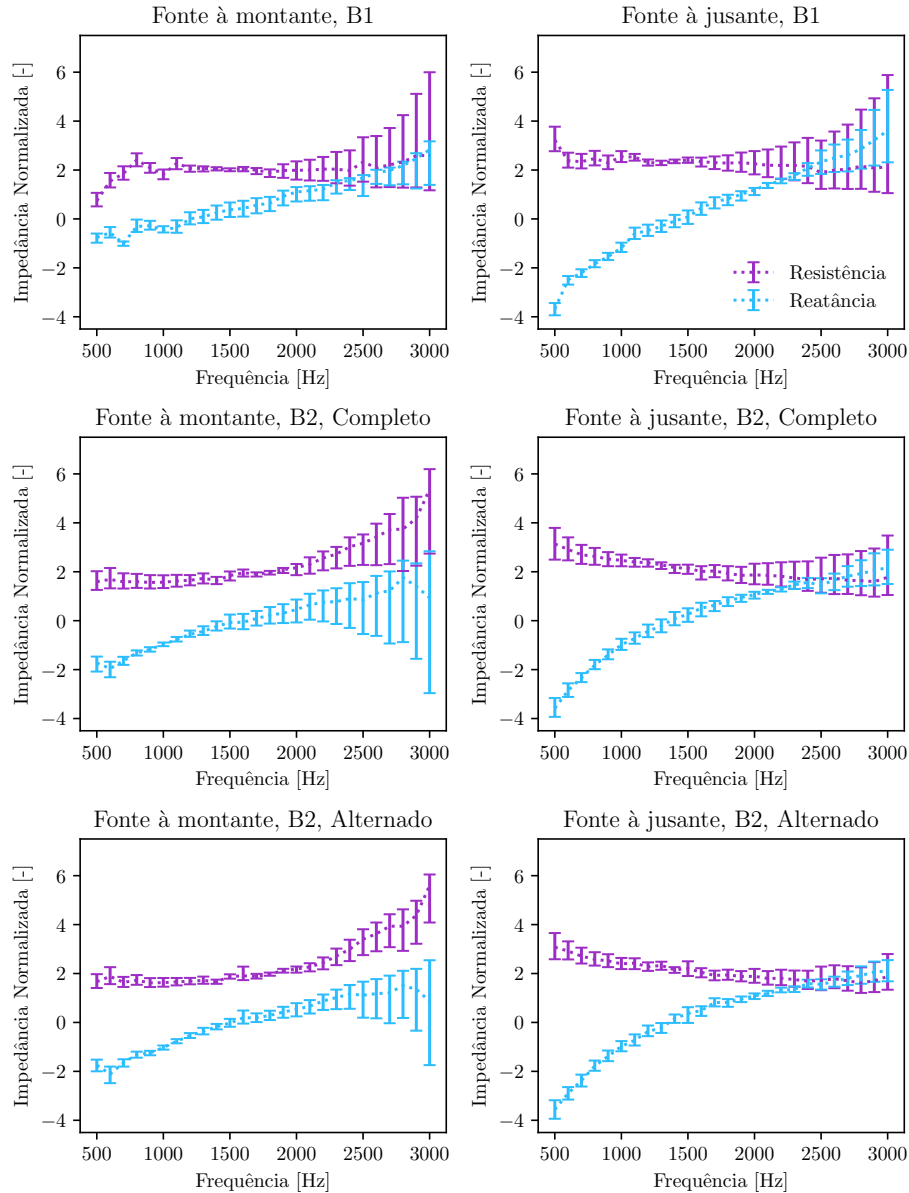


Figura 4.18 – Avaliação do efeito do uso de microfones mais espaçados para o algoritmo KT. Resultados obtidos com as amostras B1 e B2, número de Mach médio  $M = 0,3$ . Intervalos para 95,45% de nível de confiança.

microfones, o que implicaria na educação com apenas 4 microfones para o caso de microfones alternados, e consequentemente, 2 modos no máximo.

#### 4.4.4 Comparação dos Métodos de Educação

O desenvolvimento de novas técnicas de educação está associado à ganhos de tempo computacional (ELNADY; BODÉN; ELHADIDI, 2009; WATSON; JONES, 2011), simplificação dos modelos associados (JING; PENG; SUN, 2008), obtenção de curvas com comportamento mas físico (SPILLERE; MEDEIROS; CORDIOLI, 2018) ou até mesmo a

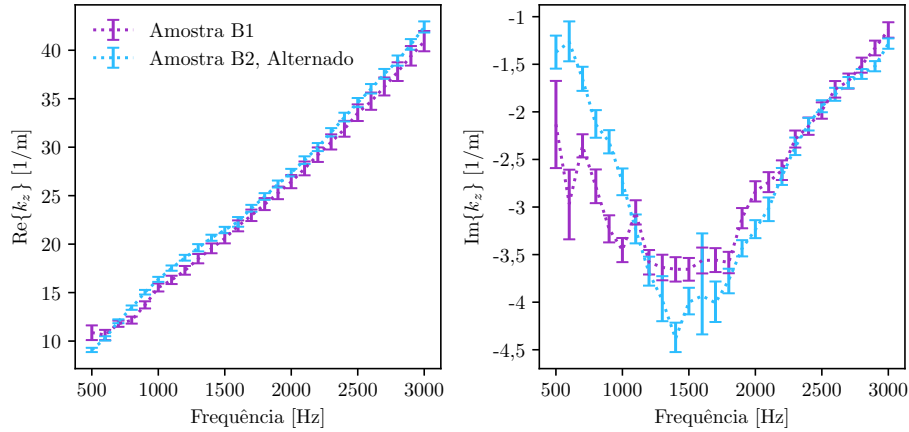


Figura 4.19 – Números de onda eduzidos com algoritmo KT. Resultados obtidos com as amostras B1 e B2, número de Mach médio  $M = 0,3$  e configuração de fonte à montante. Intervalos para 95,45% de nível de confiança.

associação com métodos estatísticos (RONCEN; MÉRY et al., 2019). Embora algumas inter-comparações entre uma gama de métodos esteja disponível na literatura (WATSON; CARPENTER; JONES, 2015; BODÉN; CORDIOLI et al., 2017; FERRANTE et al., 2016) ainda não existe um consenso sobre qual método é o mais apropriado. Esta seção se dedica à expor algumas vantagens e desvantagens associadas aos dois métodos utilizados no presente trabalho, sob a óptica das incertezas (e erros) associadas(os).

Conforme já discutido na Seção 4.4.3.2, a técnica de educação baseado no método do acoplamento modal está limitada às condições onde seja possível extrair a componente tonal gerada. Tal limitação pode ser crítica principalmente na educação com fonte à jusante, onde maiores níveis de atenuação são observados, que associada à tempos de aquisição reduzidos, impossibilita a filtragem de ruído decorrelacionado no processamento de sinais. Para o caso do algoritmo KT, tal problema pode ser contornado de maneira relativamente simples, excluindo os microfones mais distantes da fonte sonora (com menor relação sinal-ruído) do pós-processamento.

Por outro lado, como sugerido nos resultados apresentados anteriormente na Figura 4.18, a educação de impedância baseada no algoritmo KT apresenta falhas quando a atenuação entre microfones consecutivos e/ou a relação entre comprimento da amostra e número de onda a ser extraído é pequena. Essa limitação impacta na faixa de frequência com bons resultados quando apenas amostras menores estão disponíveis.

Outro resultado que agrega a essa discussão é a impedância eduzida na ausência de escoamento. Como pode ser inferido da discussão de Spillere, Reis e Cordioli (2016), no limite das baixas frequências, a reatância de *liners* deve convergir para  $-\cot(kL)$ , sendo

$L$  a altura da cavidade. Isso ocorre pois em baixas frequências, a massa de ar presente nos furos da placa perfurada não são excitados, fazendo com que a reatância da amostra se iguale à impedância de um tubo aberto-fechado (GUESS, 1975). Na Figura 4.20 estão apresentados os resultados obtidos com a amostra A1, na ausência de escoamento, com fonte à jusante, para os dois métodos considerados. Os resultados sugerem a convergência da reatância eduzida com a impedância da cavidade, enquanto a parte imaginária da impedância obtida com o método do acoplamento modal diverge do esperado.

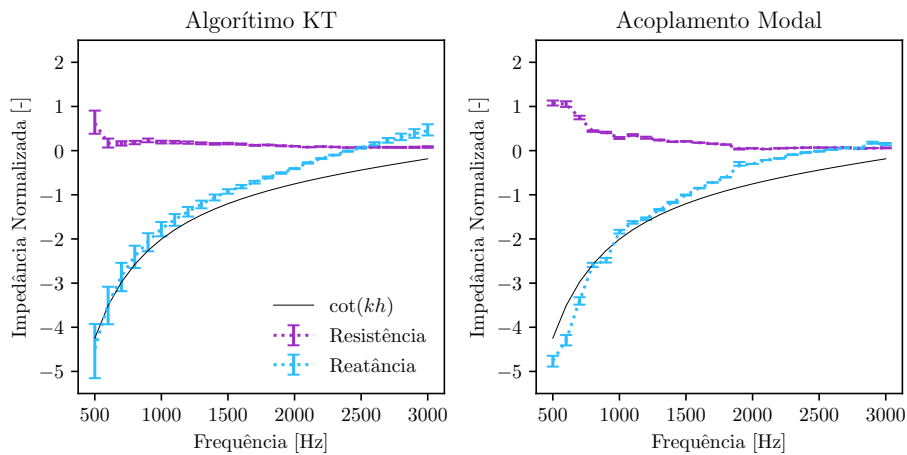


Figura 4.20 – Comparação dos resultados obtidos na ausência de escoamento e configuração de fonte à jusante com a impedância da cavidade. Resultados obtidos com a amostra A1. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

A conclusão dessa análise vai na contra-mão do que sugere a análise de incertezas, uma vez que os intervalos observados indicam menores níveis de incerteza no resultado obtido com a educação via acoplamento modal. Isso pode ser explicado pelo fato desse desvio do resultado esperado ser fruto de um erro de tendência, provavelmente associado à incerteza no posicionamento dos microfones (ver comportamento das curvas na Figura 4.3). Mesmo assim, os menores valores de incertezas indicam que a educação via acoplamento modal é menos sensível à pequenas flutuações nos outros parâmetros, quando comparada a educação via algoritmo KT.

#### 4.4.5 Comparação das Condições de Contorno

Quando Renou e Aurégan (2011) indicaram a discrepância entre os resultados obtidos utilizando a condição de contorno de Ingard-Myers para as configurações de fonte à montante e à jusante, o uso desse consolidado modelo físico foi posto em debate. A contraproposta feita pelos autores foi o uso da condição de contorno modificada proposta

por Aurégan, Starobinski e Pagneux (2001), que adiciona um outro parâmetro complexo  $\beta$  para levar em conta o efeito da camada limite viscosa no campo acústico, conforme já discutido na Seção 2.1. O objetivo da presente seção é apresentar o comportamento das incertezas experimentais associadas a essa condição de contorno alternativa, estando a discussão a cerca de qual das duas está mais correta fora do escopo desse trabalho.

Na Figura 4.21, está apresentada a comparação dos resultados obtidos com as configurações de fonte à montante e à jusante, considerando a condição de contorno de Ingard-Myers, com os resultados obtidos para a educação dos parâmetros da condição de contorno de Aurégan, Starobinski e Pagneux (2001), o qual requer as duas configurações de fonte, fornecendo um único valor de impedância e o parâmetro complexo  $\beta$ . A amostra utilizada foi a B2 e o número de Mach médio de 0,2. A educação foi realizada via algoritmo KT e foram utilizados microfones alternados.

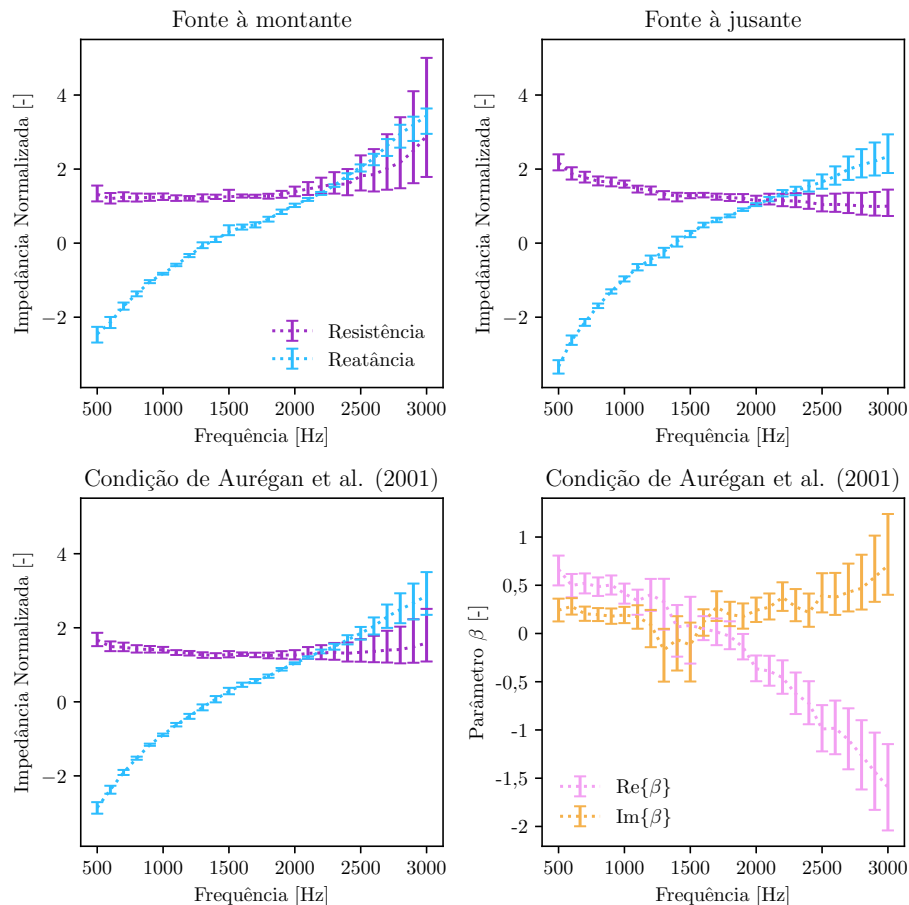


Figura 4.21 – Comparação dos resultados obtidos com as condições de contorno de Ingard-Myers (fonte à montante e à jusante) e de Aurégan et al. Resultados obtidos com a amostra B2, número de Mach médio  $M = 0,2$ , algoritmo KT com microfones alternados. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

Os resultados indicam que a impedância eduzida utilizando a condição de contorno com parâmetro adicional  $\beta$  apresenta níveis de incerteza intermediários entre os obtidos com a educação utilizando as configurações de fonte à montante e à jusante considerando a condição de contorno de Ingard-Myers. Entretanto, vale destacar os altos índices de incerteza relativa do parâmetro  $\beta$  eduzido e o fato de em frequências mais altas o módulo do parâmetro superar a unidade, o que não deveria acontecer segundo a definição do parâmetro (AURÉGAN; STAROBINSKI; PAGNEUX, 2001; SPILLERE; BONOMO et al., 2019; SPILLERE; BONOMO et al., 2020).

Outro ponto que merece ser destacado está apresentado na Figura 4.22, onde estão comparados as impedâncias e os parâmetros  $\beta$  eduzidos utilizando o método do acoplamento modal para as amostras A1 e B1, com número de Mach médio de 0,2. Embora pareça paradoxal, o parâmetro  $\beta$  tem por objetivo compensar o efeito do perfil de velocidades para a hipótese de escoamento uniforme ser razoável. Dessa forma, para amostras do mesmo tamanho, a mesma bancada e o mesmo número de Mach médio, o parâmetro deveria ser o mesmo, o que não é observado. Em especial, no caso da educação dos parâmetros da amostra A1, níveis extremamente altos de incerteza são observados, o que sugere que na realidade, o parâmetro eduzido é qualquer valor que cause o colapso das curvas de impedância, como discutido em Spillere, Bonomo et al. (2020).

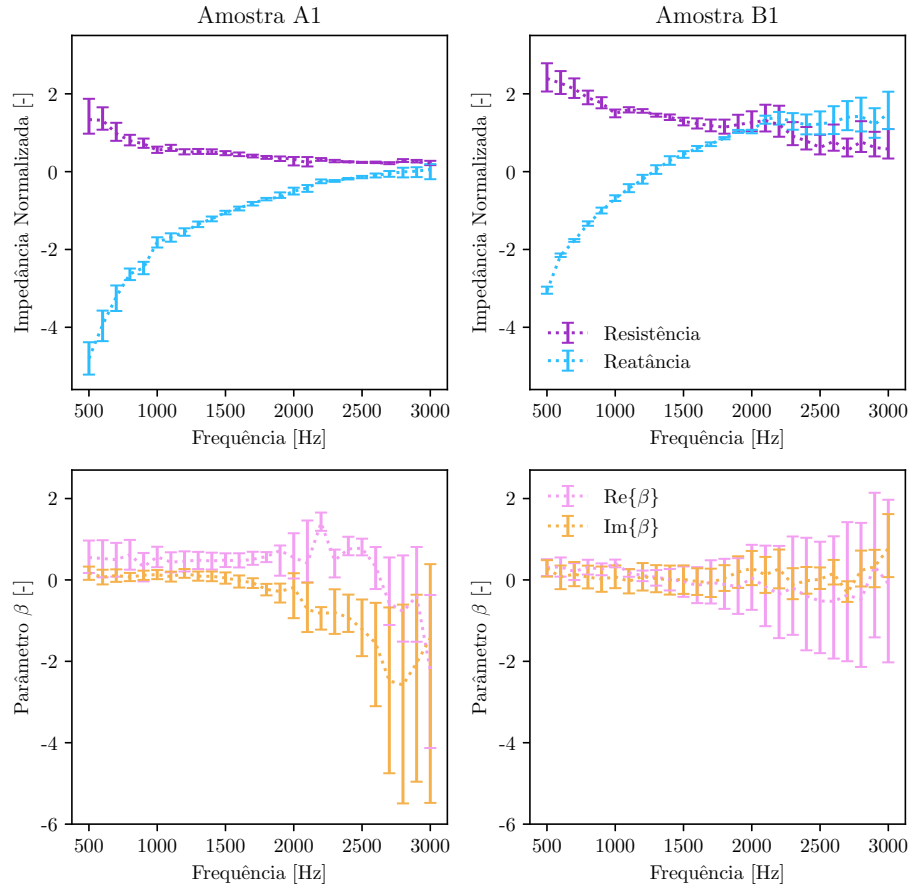


Figura 4.22 – Comparação dos resultados obtidos com a condição de contorno de Aurégan et al. e as amostras A1 e B1. Resultados obtidos com número de Mach médio  $M = 0,2$  e o método do acoplamento modal para educação. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

#### 4.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE GLOBAL

Esta seção é dedicada à apresentação e discussão dos resultados obtidos com a análise de sensibilidade global da educação de impedância por meio de Índices de Sobol'. Conforme discutido na Seção 4.4, a incerteza na impedância educada depende da velocidade do escoamento, direção de propagação e da atenuação da amostra (em outras palavras, da própria impedância), bem como do espaçamento entre microfones e tamanho da amostra. Por brevidade, não serão discutidos todos os parâmetros novamente, e, casos representativos foram escolhidos para elucidar a contribuição de cada uma das fontes de incerteza. As análises serão restritas à condição de contorno de Ingard-Myers e aos casos com os arranjos de oito microfones, ou seja, o arranjo completo para amostras curtas e o alternado para as longas. A análise será dividida para os dois métodos, sendo a análise realizada para o método de educação baseado no algoritmo KT apresentada na Seção 4.5.1 enquanto os obtidos com o auxílio do método do acoplamento modal na Seção 4.5.2.

Para evitar distorções, e, principalmente para contrastar a diferença entre faixas de frequência onde a incerteza total é baixa com onde essa é alta, os índices de Sobol' obtidos foram multiplicados pela faixa de incerteza associada (limite superior do intervalo de confiança subtraído do limite inferior) nas apresentações gráficas. Vale destacar que são fontes de incertezas todos os parâmetros cuja variação estatística é independente. Exemplificando, a incerteza de amplitude e de fase do campo acústico em um determinado microfone são duas fontes de incerteza independentes. Porém analisar o efeito de cada uma dessas fontes de incerteza independentemente seria extremamente custoso computacionalmente.

Para simplificar a análise e diminuir o número de simulações necessário para convergência estatística, os índices de Sobol' relacionados ao número de Mach e ao campo acústico foram agrupados em grupos, apresentados na Tabela 4.2. Isso implica que a contribuição individual de cada parâmetro dentro do grupo e as interações entre si são simplificadas a um único índice. Vale destacar que a diferença da soma das índices de primeira ordem de Sobol' e a unidade é a influência das interações entre as fontes de incertezas.

Tabela 4.2 – Grupos de fontes de incertezas para análise de índices de Sobol'.

Grupo	Fontes de Incertezas
Mach	Pressão diferencial no tubo de Pitot; Fator de cálculo do Mach médio.
Campo Acústico	Amplitude medida; Fase medida; Amplitude de calibração; Fase da calibração.

#### 4.5.1 Algoritmo KT

Para obtenção de convergência estatística dos índices de Sobol' para educação de impedância via algoritmo KT, foram necessárias  $1 \times 10^5$  simulações de Monte Carlo para cada fonte de incerteza considerada, o que implica em um total de  $3,7 \times 10^6$  simulações. Para ilustração da análise, foram escolhidos os casos com as amostras A1 e A2, com configuração de fonte à montante. Nas Figuras 4.23 e 4.24, estão apresentados as faixas de incerteza com a contribuição de cada variável de entrada para os casos obtidos com a amostra A1 e números de Mach médios de 0,2 e 0,3, respectivamente, enquanto na Figura 4.25, para a amostra A2 e número de Mach médio 0,3.

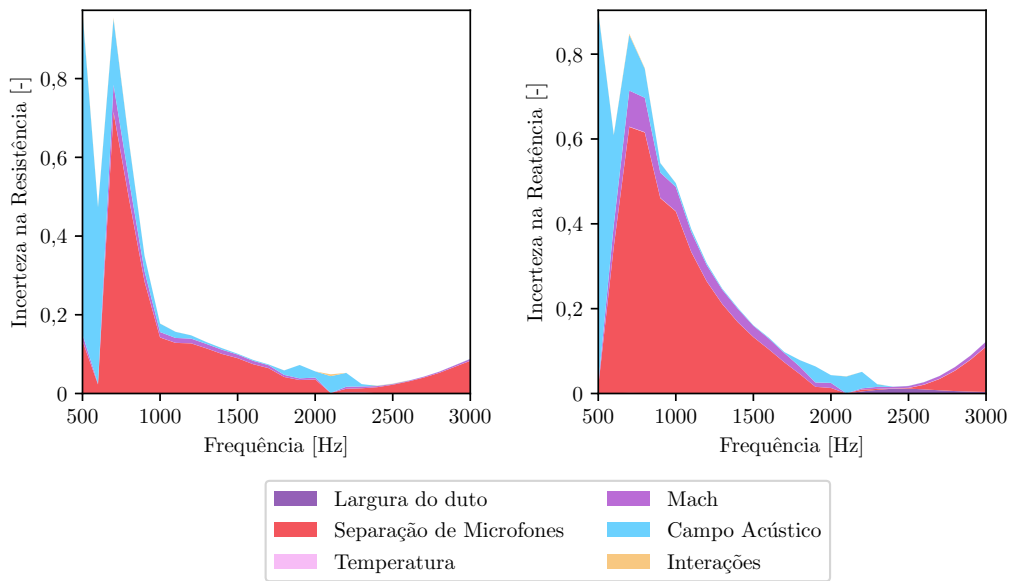


Figura 4.23 – Contribuição das fontes de incertezas para o intervalo de confiança obtido para a amostra A1, configuração de fonte à montante, número de Mach 0,20 e algoritmo KT. Os índices de Sobol' foram multiplicados pela largura do intervalo de confiança. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

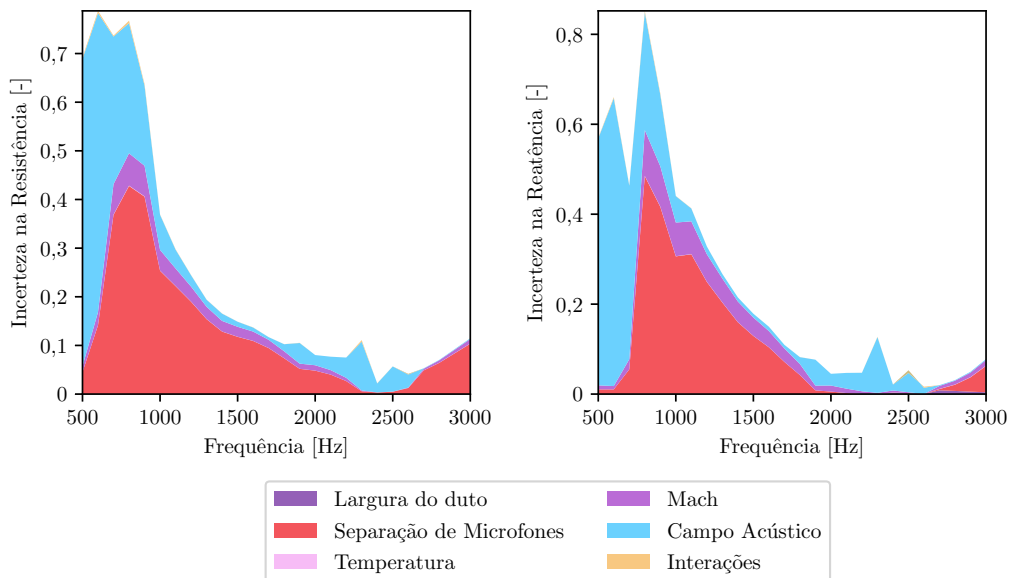


Figura 4.24 – Contribuição das fontes de incertezas para o intervalo de confiança obtido para a amostra A1, configuração de fonte à montante, número de Mach 0,30 e algoritmo KT. Os índices de Sobol' foram multiplicados pela largura do intervalo de confiança. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

No geral, os resultados indicam que os efeitos das incertezas na temperatura, largura do duto e das interações entre as fontes é praticamente desprezível, ao longo de toda a faixa de frequências. Nota-se também que a influência das fontes primárias de incerteza é similar para a resistência e para a reatância.



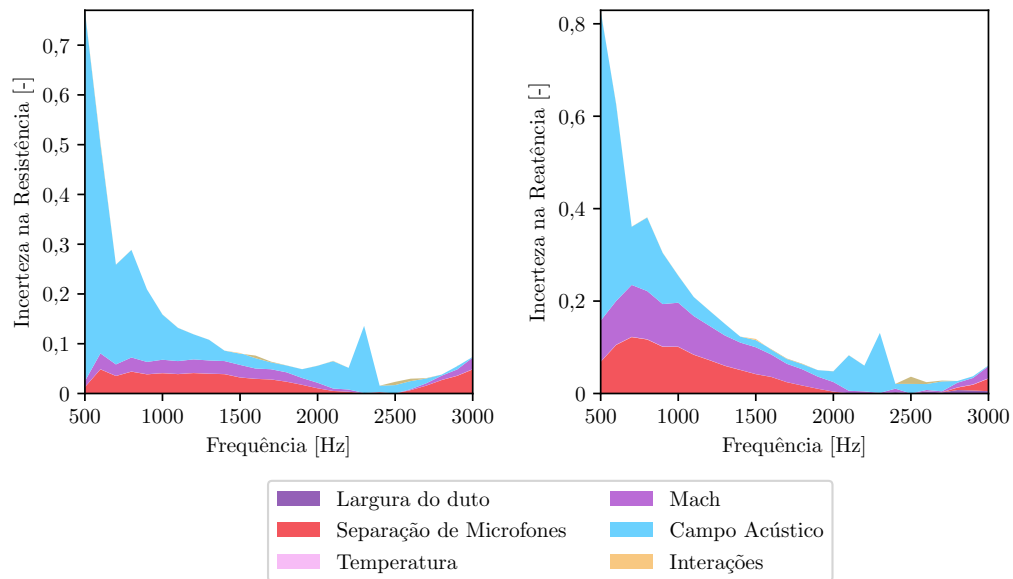


Figura 4.25 – Contribuição das fontes de incertezas para o intervalo de confiança obtido para a amostra A2, configuração de fonte à montante, número de Mach 0,30 e algoritmo KT. Os índices de Sobol’ foram multiplicados pela largura do intervalo de confiança. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

Os resultados obtidos com a amostra A1 sugerem que a separação dos microfones é a principal fonte de incertezas, à exceção das frequências próximas à ressonância, onde a incerteza no campo acústico (principalmente nos microfones onde o campo é mais atenuado e conseqüentemente tem-se uma menor relação sinal-ruído) tem o papel dominante. Nota-se também maior contribuição do campo acústico em frequências bem baixas, onde a atenuação devido amostra é quase nula. Isso pode ser explicado pelo fato de nesse caso a fase do campo acústico se tornar a informação mais relevante para a educação de impedância, de maneira que qualquer imprecisão na determinação dessa pode acarretar em grandes variações na impedância.

A comparação dos resultados obtidos com a amostra A1 para diferentes números de Mach médio indica o aumento da contribuição da incerteza no Mach para a incerteza global com o aumento do número de Mach médio. Esse fenômeno tem duas explicações. A primeira é a maior incerteza absoluta no número de Mach, embora a incerteza relativa seja praticamente a mesma. A segunda razão está relacionada a hipótese de escoamento uniforme assumida juntamente com a condição de contorno de Ingard-Myers, uma vez que quanto maior o número de Mach médio, mais longe do perfil uniforme deve estar o escoamento dentro da seção de testes e conseqüentemente, mais diferente deve ser o número de onda (WATSON; JONES, 2013).

Por fim, a comparação dos resultados obtidos com a amostra longa e o arranjo de microfones alternados sugere que o ganho de precisão com essa nova proposta se deve maioritariamente à redução da incerteza na separação entre microfones consecutivos. Entretanto, pode-se notar que o a largura da faixa de incerteza global não é significativamente menor, como era de se esperar. Entretanto, vale lembrar o comportamento anômalo em baixas frequências (ver Figura 4.18) e o erro de tendência (ver Figuras 4.19 e 4.20) notados com o uso de amostras curtas.

#### 4.5.2 Método do Acoplamento Modal

Para obtenção de convergência estatística dos índices de Sobol' para educação de impedância via algoritmo método do acoplamento modal, foram necessárias  $5 \times 10^4$  simulações de Monte Carlo para cada fonte de incerteza considerada, o que implica em um total de  $2,25 \times 10^6$  simulações. Para ilustração, foram escolhidos os resultados obtidos com a amostra B2, número de Mach médio 0,2 e ambas as configurações de fonte sonora. Nas Figuras 4.26 e 4.27, estão apresentados as faixas de incerteza com a contribuição de cada variável de entrada para os casos obtidos com fonte à montante e à jusante, respectivamente.

Os resultados sugerem que para ambas as direções de propagação, a fonte dominante de incerteza na impedância eduzida é a incerteza no número de Mach médio, a exceção da faixa de frequências próxima a ressonância com fonte à jusante, onde a atenuação da amostra prejudicou a relação sinal ruído dos microfones mais à montante. Considerando que a incerteza no número de Mach está dentro de valores aceitáveis, a grande influência desse parâmetro na incerteza na impedância eduzida pode ser explicada por uma incongruência do modelo. Diferentemente da educação via algoritmo KT, a educação via método do acoplamento modal é muito mais dependente do modelo matemático de propagação acústica. Dito isso, conforme discutido anteriormente, esse modelo depende do perfil de velocidade assumido, o qual é conhecido de ser bem diferente do perfil uniforme assumido para o uso da condição de contorno de Ingard-Myers. Isso implica no fato de que pequenas variações no número de Mach considerados acarretem em maiores mudanças no campo acústico, resultando em um maior intervalo de valores de impedância na hora da otimização.

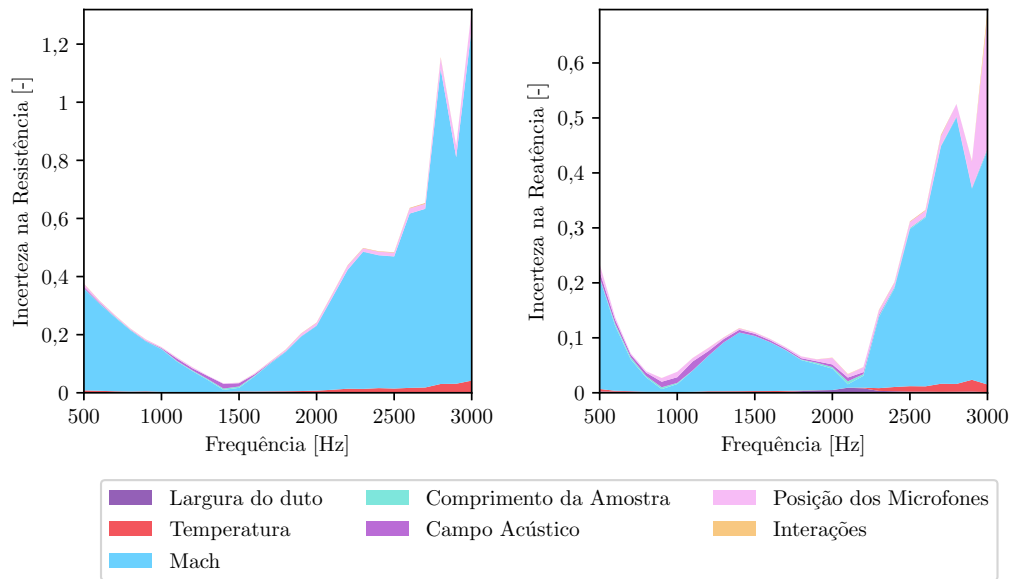


Figura 4.26 – Contribuição das fontes de incertezas para o intervalo de confiança obtido para a amostra B2, configuração de fonte à montante, número de Mach 0,20 e método do acoplamento modal. Os índices de Sobol' foram multiplicados pela largura do intervalo de confiança. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.

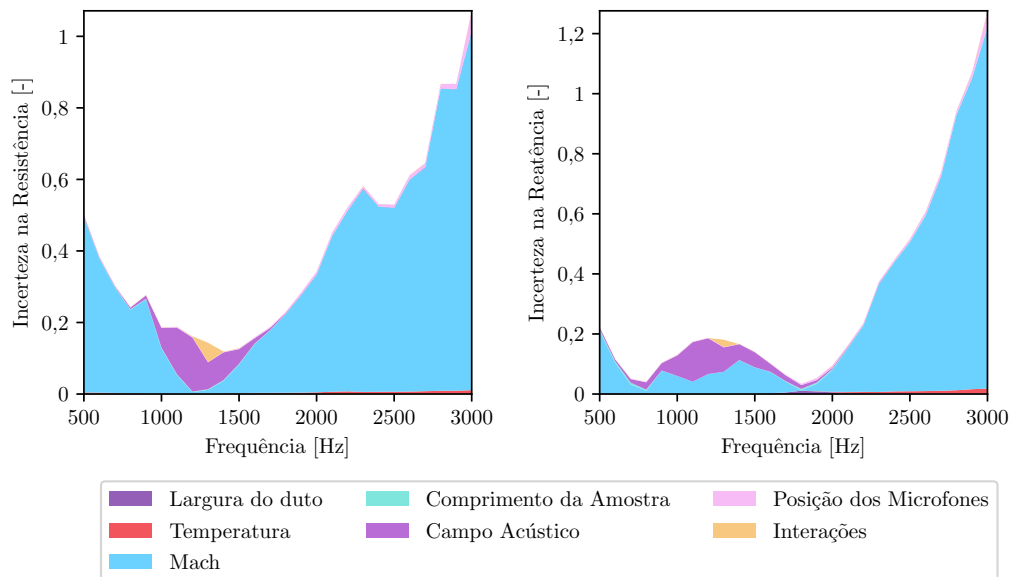


Figura 4.27 – Contribuição das fontes de incertezas para o intervalo de confiança obtido para a amostra B2, configuração de fonte à jusante, número de Mach 0,20 e método do acoplamento modal. Os índices de Sobol' foram multiplicados pela largura do intervalo de confiança. Intervalos para 95,45 % de nível de confiança.



## 5 CONCLUSÕES

*“There must be, he thought, some key, some crack in this mystery he could use to achieve an answer.”*

(Paul C. Doherty, *Crown in Darkness*, 1988)

Neste estudo, foram realizadas análises de incertezas e de sensibilidade para educação de impedância acústica na presença de escoamento tangencial na bancada do LVA/UFSC. Foram considerados dois métodos de educação de impedância, um inverso, baseado na otimização da diferença entre o campo acústico medido experimentalmente e o calculado analiticamente com base no método do acoplamento modal, e outro direto, baseado na extração do número de onda da seção de duto com parede tratada, utilizando o algoritmo KT. Foram consideradas fontes de incertezas as grandezas medidas de forma direta: pressão acústica, temperatura, posição (ou separação) dos microfones, pressão diferencial (no tubo de Pitot) e demais dimensões do duto. Dois pares de amostras de *liners* foram utilizados, sendo que cada par possuía geometria idêntica entre si, variando apenas o comprimento da amostra.

As incertezas estimadas para as medições diretas foram propagadas para as grandezas de interesse (velocidade do som, número de Mach médio e por fim, impedância acústica) por meio de simulações de Monte Carlo, devido a complexidade dos modelos matemáticos envolvidos. Foram investigados os efeitos do número de Mach médio, direção de propagação acústica em relação ao escoamento, atenuação e comprimento da amostra. Os resultados indicam o aumento dos níveis de incerteza com o aumento da velocidade média do escoamento. Também observou-se que a incerteza é menor quanto maior a atenuação, a menos que a excitação acústica seja atenuada a valores inferiores ao ruído de fundo, o que pode vir a ser um problema para frequências próximas a frequência de ressonância do *liner*. Os resultados também indicam maiores níveis de incerteza para a propagação acústica no mesmo sentido ao do escoamento, relacionado principalmente à menor atenuação obtida. Notou-se também que menores níveis de incerteza são obtidos com as amostras mais longas, especialmente se tratando de frequências mais baixas e distantes da de ressonância da amostra. Em especial para o método de educação baseado no algoritmo KT, foi observada a redução dos níveis de incerteza com o uso de microfones mais espaçados, embora em menor número, o que validou experimentalmente os resultados obtidos com dados gradados

numericamente publicados por [Bonomo, Spillere e Cordioli \(2020\)](#).

As análises não permitiram indicar um método de educação mais efetivo do ponto de incertezas, a depender de cada caso. Entretanto, notou-se que o método de educação com base no acoplamento modal pode ter problemas na faixa de frequências onde a atenuação é muito grande, enquanto o algoritmo KT resulta em erros de tendência quando a atenuação entre microfones consecutivos e/ou a relação entre comprimento da amostra e número de onda a ser extraído é pequena. Por fim, foi analisado o efeito da incerteza experimental quando a condição de contorno sugerida por ([AURÉGAN; STAROBINSKI; PAGNEUX, 2001](#)) é utilizada em detrimento da consagrada condição de contorno de Ingard-Myers, visando contornar a diferença notada entre as curvas obtidas com diferentes direções de propagação acústica. Notou-se que os níveis de incerteza na impedância educada são menores, entretanto, os valores obtidos para o parâmetro adicional exigido flutuam por uma faixa muito larga comparada aos valores nominais, inclusive resultando em valores não-físicos dado o modelo considerado, o que sugere que a determinação experimental desse parâmetro pode não ser indicada, em concordância com a análise experimental apresentada em [Spillere, Bonomo et al. \(2020\)](#).

Por fim, foi realizada uma análise de sensibilidade global por meio da determinação de índices de Sobol'. Os resultados obtidos indicaram que no caso da educação de impedância com o uso do algoritmo KT as fontes dominantes de incerteza são o campo acústico e a separação entre microfones consecutivos, sendo possível reduzir significativamente a contribuição da segunda por meio do aumento da separação nominal dos microfones. Para a educação de impedância via método inverso com auxílio do método do acoplamento modal a fonte de incerteza dominante percebida foi o número de Mach médio, o que tem estrita relação com o modelo de propagação assumido, com hipótese de escoamento uniforme o que é conhecido de estar distante do perfil de velocidade real dentro da bancada ([SPILLERE; BONOMO et al., 2020](#), Sec. 3.3).

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para resolver perguntas não respondidas com este trabalho e ampliar o entendimento a cerca dos erros experimentais associados à educação de impedância de *liners* na presença de escoamento tangencial, sugere-se:

- Repetir as análises realizadas no presente trabalho, para números de Mach médios

e níveis de pressão sonoros mais altos, a fim de se aproximar mais das condições encontradas dentro de um motor *turbofan*;

- Investigação dos efeitos do perfil de velocidades nas incertezas associadas;
- Análises de incertezas e de sensibilidade global levando em consideração modelos de escoamento viscoso para o cálculo do campo acústico, em detrimento da hipótese de escoamento tangencial, a qual sabe-se estar bem distante do escoamento dentro da grande maioria das bancadas de educação (WATSON; JONES, 2013; SPILLERE; BONOMO et al., 2020; RENO; AURÉGAN, 2011);
- Desenvolvimento de metodologias mais precisas para a determinação da posição dos centros acústicos dos microfones;
- Análise do efeito dos modos de alta ordem propagativos na incerteza associada e;
- Investigação de modelos híbridos de educação, combinando as capacidades dos métodos do acoplamento modal e algoritmo KT.





## BIBLIOGRAFIA

ÅBOM, M.; BODÉN, H. Error analysis of two—microphone measurements in ducts with flow. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 83, n. 6, p. 2429–2438, 1988. DOI: [10.1121/1.396322](https://doi.org/10.1121/1.396322). Citado nas pp. 43, 51.

ARMSTRONG, D. L.; BECKEMEYER, R.; OLSEN, R. F. Impedance measurements of acoustic duct liners with grazing flow. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 55, S1, s59, 1974. DOI: [10.1121/1.1919823](https://doi.org/10.1121/1.1919823). Citado na p. 27.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISO 2768-1**: Tolerâncias Gerais. Parte 1: Tolerâncias para dimensões lineares e angulares sem indicação de tolerância individual. Rio de Janeiro, Brasil, 2001. Citado na p. 61.

AURÉGAN, Y. On the use of a stress–impedance model to describe sound propagation in a lined duct with grazing flow. **The Journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America, v. 143, n. 5, p. 2975–2979, mai. 2018. DOI: [10.1121/1.5037585](https://doi.org/10.1121/1.5037585). Citado nas pp. 20, 29.

AURÉGAN, Y.; LEROUX, M.; PAGNEUX, V. Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method. In: 10TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2004. DOI: [10.2514/6.2004-2838](https://doi.org/10.2514/6.2004-2838). Citado nas pp. 27, 35.

AURÉGAN, Y.; STAROBINSKI, R.; PAGNEUX, V. Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 109, n. 1, p. 59–64, 2001. DOI: [10.1121/1.1331678](https://doi.org/10.1121/1.1331678). Citado nas pp. 20, 22, 23, 28, 30, 33, 57, 63, 82, 83, 92.

BASNER, M. et al. Aviation noise impacts: state of the science. In: ICAO Environmental Report. Montreal, Canadá: International Civil Aviation Organization, 2016. Citado nas pp. 17, 18.

BASTOS, L. P. et al. Development, validation and application of a newly developed rig facility for investigation of jet aeroacoustics. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer Verlag, v. 40, n. 4, p. 1–19, abr. 2018. DOI: [10.1007/s40430-018-1122-8](https://doi.org/10.1007/s40430-018-1122-8). Citado nas pp. 47, 49.

BODÉN, H.; ÅBOM, M. Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 79, n. 2, p. 541–549, 1986. DOI: [10.1121/1.393542](https://doi.org/10.1121/1.393542). Citado nas pp. [43](#), [51](#), [52](#), [66](#).

BODÉN, H.; CORDIOLI, J. A.; SPILLERE, A.; SERRANO, P. Comparison of the effect of flow direction on liner impedance using different measurement methods. In: 23RD AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2017. DOI: [10.2514/6.2017-3184](https://doi.org/10.2514/6.2017-3184). Citado nas pp. [27](#), [33](#), [67](#), [80](#).

BONOMO, L. A.; SPILLERE, A. M. N.; CORDIOLI, J. A. Parametric Uncertainty Analysis for Impedance Education Based on Prony's Method. **AIAA Journal**, v. 58, n. 8, p. 1–14, ago. 2020. DOI: [10.2514/1.j059071](https://doi.org/10.2514/1.j059071). Citado nas pp. [21](#), [23](#), [44](#), [74](#), [78](#), [92](#).

BRAMBLEY, E. J. Well-Posed Boundary Condition for Acoustic Liners in Straight Ducts with Flow. **AIAA Journal**, v. 49, n. 6, p. 1272–1282, 2011. DOI: [10.2514/1.j050723](https://doi.org/10.2514/1.j050723). Citado na p. [29](#).

BRAMBLEY, E. J. Fundamental problems with the model of uniform flow over acoustic linings. **Journal of Sound and Vibration**, v. 322, n. 4-5, p. 1026–1037, 2009. DOI: [10.1016/j.jsv.2008.11.021](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.11.021). Citado nas pp. [20](#), [29](#).

BROWN, M.; JONES, M.; WATSON, W. Uncertainty Analysis of the Grazing Flow Impedance Tube. In: 18TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2012. DOI: [10.2514/6.2012-2296](https://doi.org/10.2514/6.2012-2296). Citado nas pp. [21](#), [43](#), [70](#).

BUOT DE L'ÉPINE, Y.; CHAZOT, J.-D.; VILLE, J.-M. Bayesian identification of acoustic impedance in treated ducts. **The Journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America, v. 138, n. 1, e1114–e1119, jul. 2015. DOI: [10.1121/1.4923013](https://doi.org/10.1121/1.4923013). Citado na p. [44](#).

CHUNG, J. Y.; BLASER, D. A. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 68, n. 3, p. 907–913, set. 1980. DOI: [10.1121/1.384778](https://doi.org/10.1121/1.384778). Citado nas pp. [32](#), [43](#).

CHUNG, J. Y.; BLASER, D. A. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 68, n. 3, p. 914–921, set. 1980. DOI: [10.1121/1.384779](https://doi.org/10.1121/1.384779). Citado na p. [32](#).

- COLEMAN, H. W.; STEELE, W. G. **Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers**. 3. ed. Hoboken, NJ, USA: John Wiley e Sons, 2009. Citado nas pp. [38–40](#), [70](#).
- CUMMINGS, A. High frequency ray acoustics models for duct silencers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 221, n. 4, p. 681–708, 1999. DOI: [10.1006/jsvi.1999.2030](#). Citado na p. [55](#).
- DE PRONY, R. Essai Éxperimental et Analytique: Sur Les Lois de la Dilatabilité de Fluides Élastique et sur Celles de la Force Expansive de la Vapeur de L'alkool, À différentes Temperatures. **Journal de l'école Polytechnique**, v. 1, p. 24–76, 1795. Citado na p. [35](#).
- DE SANTANA, L.; DE ROECK, W.; DESMET, W.; FERRANTE, P. Two-Port Indirect Acoustic Impedance eduction in presence of grazing flows. In: 18TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Portland, Oregon, USA: American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2012. P. 16. DOI: [10.2514/6.2011-2868](#). Citado na p. [33](#).
- DEAN, P. An in situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 34, n. 1, 97–in6, mai. 1974. DOI: [10.1016/S0022-460X\(74\)80357-3](#). Citado na p. [33](#).
- DEMEURE, C. J.; SCHARF, L. L. Initial results in prony analysis of power system response signals. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 1, p. 80–89, 1990. DOI: [10.1109/59.49090](#). Citado na p. [35](#).
- ELNADY, T.; BODÉN, H.; ELHADIDI, B. Validation of an Inverse Semi-Analytical Technique to Educe Liner Impedance. **AIAA Journal**, v. 47, n. 12, p. 2836–2844, 2009. DOI: [10.2514/1.41647](#). Citado nas pp. [21](#), [22](#), [33](#), [35](#), [53](#), [79](#).
- ELNADY, T.; BODÉN, H. An Inverse Analytical Method for Extracting Liner Impedance from Pressure Measurements. In: 10TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2004. DOI: [10.2514/6.2004-2836](#). Citado nas pp. [35](#), [53](#).
- EVERSMAN, W. Effect of Boundary Layer on the Transmission and Attenuation of Sound in an Acoustically Treated Circular Duct. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 49, 5A, p. 1372–1380, 1971. DOI: [10.1121/1.1912512](#). Citado na p. [73](#).

EVERSMAN, W. The Effect of Mach Number on the Tuning of an Acoustic Lining in a Flow Duct. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 48, 2A, p. 425–428, 1970. DOI: [10.1121/1.1912148](https://doi.org/10.1121/1.1912148). Citado nas pp. 26, 33.

FERRANTE, P.; DE ROECK, W.; DESMET, W.; MAGNINO, N. Back-to-back comparison of impedance measurement techniques applied to the characterization of aero-engine nacelle acoustic liners. **Applied Acoustics**, v. 105, p. 129–142, 2016. DOI: [10.1016/j.apacoust.2015.12.004](https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.12.004). Citado nas pp. 33, 65, 80.

GABARD, G.; ASTLEY, R. A computational mode-matching approach for sound propagation in three-dimensional ducts with flow. **Journal of Sound and Vibration**, v. 315, n. 4, p. 1103–1124, 2008. DOI: [10.1016/j.jsv.2008.02.015](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.02.015). Citado na p. 54.

GONÇALVES JR, A. A.; DE SOUZA, A. R. **Fundamentos de Metrologia Científica e Industrial**. 1. ed. São Paulo: Manole, 2008. Citado nas pp. 37–39.

GUESS, A. W. Calculation of perforated plate liner parameters from specified acoustic resistance and reactance. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 40, n. 1, p. 119–137, mai. 1975. DOI: [10.1016/S0022-460X\(75\)80234-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(75)80234-3). Citado na p. 81.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. **Guia para a Expressão de Incerteza de Medição - Avaliação de Dados de Medição**. Rio de Janeiro, Brasil, 2012. Citado nas pp. 37, 38.

BIRÔ INTERNACIONAL DE PESOS E MEDIDAS. **Evaluation of Measurement Data - Supplement 1 to the Guide of uncertainty in measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo Method**. Paris, França, 2008. Citado na p. 40.

HAMMERSLEY, J. M.; HANDSCOMB, D. C. The General Nature of Monte Carlo Methods. In: **MONTE Carlo Methods**. Springer Netherlands, 1964. P. 1–9. Citado na p. 39.

HEINZEL, G.; RÜDIGER, A.; SCHILLING, R. **Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows**. 2002. Citado na p. 49.

- HUMBERT, T.; DELALANDE, R.; GABARD, G.; GOLLIARD, J.; AURÉGAN, Y. Performance of the Matrix Pencil algorithm in direct impedance eduction of liners: some numerical experiments. In: 25TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Delft, The Netherlands: American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2019. DOI: [10.2514/6.2019-2676](https://doi.org/10.2514/6.2019-2676). Citado nas pp. 37, 44.
- INGARD, U. Influence of Fluid Motion Past a Plane Boundary on Sound Reflection, Absorption, and Transmission. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 31, n. 7, p. 1035–1036, 1959. DOI: [10.1121/1.1907805](https://doi.org/10.1121/1.1907805). Citado nas pp. 20, 27.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. **ICAO Environmental Report**: On board: a sustainable future. Montreal, Canadá, 2016. Citado nas pp. 17, 18.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 10534-2**: Acoustics – Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes – Part 2: Transfer-function method. Genebra, Suíça, 1998. Citado na p. 32.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 3966:2008**: Measurement of fluid flow in closed conduits — Velocity area method using Pitot static tubes. Genebra, Suíça, 2008. Citado nas pp. 48, 111.
- JING, X.; PENG, S.; SUN, X. A straightforward method for wall impedance eduction in a flow duct. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 124, n. 1, p. 227–234, 2008. DOI: [10.1121/1.2932256](https://doi.org/10.1121/1.2932256). Citado nas pp. 21, 33, 36, 56, 79.
- JING, X.; PENG, S.; WANG, L.; SUN, X. Investigation of straightforward impedance eduction in the presence of shear flow. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 335, p. 89–104, 2015. DOI: [10.1016/j.jsv.2014.08.031](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.08.031). Citado na p. 36.
- JONES, M. G.; PARROTT, T. L.; WATSON, W. R. Uncertainty and sensitivity analyses of a Two-Parameter impedance prediction model. In: 14TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference). 2008. DOI: [10.2514/6.2008-2928](https://doi.org/10.2514/6.2008-2928). Citado na p. 43.
- JONES, M.; WATSON, W. On the Use of Experimental Methods to Improve Confidence in Educed Impedance. In: 17TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference). Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2011. DOI: [10.2514/6.2011-2865](https://doi.org/10.2514/6.2011-2865). Citado na p. 72.

JONES, M.; WATSON, W.; NARK, D. Effects of Flow Profile on Educated Acoustic Liner Impedance. In: 16TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Stockholm, Sweden: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2010. DOI: [10.2514/6.2010-3763](https://doi.org/10.2514/6.2010-3763). Citado na p. 33.

KALOS, M. H.; WHITLOCK, P. A. **Monte Carlo Methods**. 2. ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2008. Citado na p. 39.

KATZ, B. F. G. Method to resolve microphone and sample location errors in the two-microphone duct measurement method. **The Journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America (ASA), v. 108, n. 5, p. 2231–2237, nov. 2000. DOI: [10.1121/1.1314318](https://doi.org/10.1121/1.1314318). Citado nas pp. 51, 65.

KRISHNAPPA, G. Cross-spectral method of measuring acoustic intensity by correcting phase and gain mismatch errors by microphone calibration. **Citation: The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 69, p. 307, 1981. DOI: [10.1121/1.385314](https://doi.org/10.1121/1.385314). Citado na p. 50.

KRYTER, K. D.; PEARSONS, K. S. Some Effects of Spectral Content and Duration on Perceived Noise Level. **The Journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America (ASA), v. 35, n. 6, p. 866–883, jun. 1963. DOI: [10.1121/1.1918620](https://doi.org/10.1121/1.1918620). Citado na p. 19.

KUMARESAN, R.; TUFTS, D. Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. 30, n. 6, p. 833–840, dez. 1982. DOI: [10.1109/TASSP.1982.1163974](https://doi.org/10.1109/TASSP.1982.1163974). Citado nas pp. 36, 56.

KUMARESAN, R. On the Zeros of the Linear Prediction-Error Filter for Deterministic Signals. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. 31, n. 1, p. 217–220, 1983. DOI: [10.1109/TASSP.1983.1164021](https://doi.org/10.1109/TASSP.1983.1164021). Citado na p. 36.

LAFONT, V.; MÉRY, F.; RONCEN, R.; SIMON, F.; PIOT, E. Liner impedance education under shear grazing flow at a high sound pressure level. **AIAA Journal**, American Institute of Aeronautics e Astronautics Inc., v. 58, n. 3, p. 1107–1117, dez. 2020. DOI: [10.2514/1.J058756](https://doi.org/10.2514/1.J058756). Citado nas pp. 50, 67.

- MASSON, Z. N. **Desenvolvimento de um Software de Controle, Aquisição e Processamento de Sinais em LabVIEW para Auxílio na Determinação da Impedância Acústica de Liners**. 2013. Trabalho de Curso. Graduação em Engenharia Mecânica. – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Citado na p. 49.
- MCKEON, B. J. et al. Velocity, Vorticity and Mach Number. In: TROPEA, C.; YARIN, A. L.; FOSS, J. F. (Ed.). **Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics**. Springer Berlin Heidelberg, 2007. DOI: [10.1007/978-3-540-30299-5](https://doi.org/10.1007/978-3-540-30299-5). Citado na p. 59.
- MURRAY, P.; ASTLEY, R. J. Development of a single degree of freedom perforate impedance model under grazing flow and high SPL. In: 18TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference). Colorado Springs, Colorado: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2012. DOI: [10.2514/6.2012-2294](https://doi.org/10.2514/6.2012-2294). Citado nas pp. 20, 33.
- MURRAY, P.; FERRANTE, P.; SCOFANO, A. Manufacturing Process and Boundary Layer Influences on Perforate Liner Impedance. In: 11TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Monterey, California: American Institute of Aeronautics e Astronautics, mai. 2005. DOI: [10.2514/6.2005-2849](https://doi.org/10.2514/6.2005-2849). Citado na p. 33.
- MYERS, M. K. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. **Journal of Sound and Vibration**, v. 71, p. 429–434, 1980. DOI: [10.1016/0022-460X\(80\)90424-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(80)90424-1). Citado nas pp. 20, 27.
- NARK, D. M.; WATSON, W. R.; JONES, M. G. Uncertainty and sensitivity analyses of duct propagation models. In: 14TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference). 2008. DOI: [10.2514/6.2008-2832](https://doi.org/10.2514/6.2008-2832). Citado nas pp. 43, 70, 71.
- NEISE, W.; STAHL, B. The flow noise level at microphones in flow ducts. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 63, n. 4, p. 561–579, abr. 1979. DOI: [10.1016/0022-460X\(79\)90830-7](https://doi.org/10.1016/0022-460X(79)90830-7). Citado na p. 107.
- PEERLINGS, L. **Assessing precision and accuracy in acoustic scattering matrix measurements**. 2017. Tese de doutorado. Doutorado em Acústica. – KTH Royal Institute of Technology, Estocolmo. Citado nas pp. 51, 52, 65.
- PIERCE, A. D. **Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications**. 3. ed. East Sandwich, USA: Springer, 2019. Citado nas pp. 19, 20, 58, 59.

PRIDMORE-BROWN, D. C. Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 4, n. 04, p. 393–406, ago. 1958. DOI: [10.1017/S0022112058000537](https://doi.org/10.1017/S0022112058000537). Citado na p. 36.

RENOU, Y.; AURÉGAN, Y. Failure of the Ingard–Myers boundary condition for a lined duct: An experimental investigation. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 130, n. 1, p. 52–60, 2011. DOI: [10.1121/1.3586789](https://doi.org/10.1121/1.3586789). Citado nas pp. 20, 27–29, 32, 33, 36, 57, 72, 81, 93.

ROLLS-ROYCE LTD. **The Jet Engine**. 5. ed.: Rolls Royce, 1996. Citado na p. 20.

RONCEN, R.; MÉRY, F.; PIOT, E.; SIMON, F. Statistical Inference Method for Liner Impedance Eduction with a Shear Grazing Flow. **AIAA Journal**, American Institute of Aeronautics e Astronautics, v. 57, n. 3, p. 1055–1065, 2019. DOI: [10.2514/1.J057559](https://doi.org/10.2514/1.J057559). Citado nas pp. 21, 44, 80.

RONCEN, R.; PIOT, E. et al. Influence of Source Propagation Direction and Shear Flow Profile in Impedance Eduction of Acoustic Liners. In: 25TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Delft, The Netherlands: American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2019. DOI: [10.2514/6.2019-2469](https://doi.org/10.2514/6.2019-2469). Citado nas pp. 27, 28.

SALTELLI, A. Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices. **Computer Physics Communications**, North-Holland, v. 145, n. 2, p. 280–297, mai. 2002. DOI: [10.1016/S0010-4655\(02\)00280-1](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(02)00280-1). Citado na p. 41.

SALTELLI, A.; ANNONI, P. et al. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index. **Computer Physics Communications**, North-Holland, v. 181, n. 2, p. 259–270, fev. 2010. DOI: [10.1016/j.cpc.2009.09.018](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.09.018). Citado na p. 43.

SALTELLI, A.; RATTO, M. et al. **Global Sensitivity Analysis: The Primer**. 1. ed.: Wiley, 2008. Citado nas pp. 40, 41.

SCHULTZ, T.; SHEPLAK, M.; CATTAFESTA, L. N. Application of multivariate uncertainty analysis to frequency response function estimates. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 305, n. 1-2, p. 116–133, ago. 2007. DOI: [10.1016/J.JSV.2007.03.084](https://doi.org/10.1016/J.JSV.2007.03.084). Citado na p. 43.



SCHULTZ, T.; SHEPLAK, M.; CATTAFESTA, L. N. Uncertainty analysis of the two-microphone method. **Journal of Sound and Vibration**, v. 304, n. 1-2, p. 91–109, 2007. DOI: [10.1016/j.jsv.2007.02.015](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.02.015). Citado na p. 43.

SCHULZ, A.; WENG, C.; BAKE, F.; ENGHARDT, L.; RONNEBERGER, D. Modeling of liner impedance with grazing shear flow using a new momentum transfer boundary condition. In: 23RD AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2017. DOI: [10.2514/6.2017-3377](https://doi.org/10.2514/6.2017-3377). Citado nas pp. 20, 29.

SERRANO, P. G. **Desenvolvimento de uma Bancada de Determinação de Impedância Acústica na Presença de Escoamento Tangencial**. 2014. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Engenharia Mecânica. – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Citado nas pp. 22, 47.

SEYBERT, A. F.; ROSS, D. F. Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 61, n. 5, p. 1362–1370, 1977. DOI: [10.1121/1.381403](https://doi.org/10.1121/1.381403). Citado na p. 32.

SHIN, K.; HAMMOND, J. **Fundamentals of Signal Processing for Sound and Vibration Engineers**. 1. ed. Chichester, Inglaterra: John Wiley e Sons, 2008. Citado nas pp. 49, 50, 58, 71, 75.

SILVA, A. R. da; GRECO, G. F. Computational investigation of plane wave reflections at the open end of subsonic intakes. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 446, p. 412–428, abr. 2019. DOI: [10.1016/j.jsv.2019.01.044](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.01.044). Citado nas pp. 64, 107.

SMITH, M. J. T. **Aircraft Noise**. Cambridge University Press, 1989. P. 382. Citado nas pp. 17–19.

SOBOL', I. M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. **Mathematics and Computers in Simulation**, North-Holland, v. 55, n. 1-3, p. 271–280, fev. 2001. DOI: [10.1016/S0378-4754\(00\)00270-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4754(00)00270-6). Citado na p. 41.

SPILLERE, A. M.; BONOMO, L. A.; CORDIOLI, J. A.; BRAMBLEY, E. J. Testing Impedance Eduction Boundary Conditions with Four Wavenumbers per Frequency. In: 25TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Delft, The Netherlands: American Institute of Aeronautics e Astronautics, mai. 2019. DOI: [10.2514/6.2019-2488](https://doi.org/10.2514/6.2019-2488). Citado na p. 83.

SPILLERE, A. M. N.; CORDIOLI, J. A.; BODEN, H. On the Effect of Boundary Conditions on Impedance Eduction Results. In: 23RD AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Denver, USA: American Institute of Aeronautics e Astronautics, jun. 2017. DOI: [10.2514/6.2017-3185](https://doi.org/10.2514/6.2017-3185). Citado na p. 29.

SPILLERE, A. M. N.; REIS, D. C.; CORDIOLI, J. A. A systematic review of semi-empirical acoustic liner models under grazing flow and high SPL. In: 22ND International Congress in Acoustics. Buenos Aires, Argentina: International Commission for Acoustics, out. 2016. Citado na p. 80.

SPILLERE, A. M.; MEDEIROS, A. A.; CORDIOLI, J. A. An improved impedance eduction technique based on impedance models and the mode matching method. **Applied Acoustics**, v. 129, p. 322–334, 2018. DOI: [10.1016/j.apacoust.2017.08.014](https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2017.08.014). Citado nas pp. 20, 21, 35, 79.

SPILLERE, A. M. N.; BONOMO, L. A.; CORDIOLI, J. A.; BRAMBLEY, E. J. Experimentally testing impedance boundary conditions for acoustic liners with flow: Beyond upstream and downstream. **Journal of Sound and Vibration**, Academic Press, v. 489, p. 115676, dez. 2020. DOI: [10.1016/j.jsv.2020.115676](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115676). Citado nas pp. 20, 28–30, 75, 83, 92, 93.

TAYLOR, H. O. A Direct Method of Finding the Value of Materials as Sound Absorbers. **Physical Review**, American Physical Society, v. 2, n. 4, p. 270–287, nov. 1913. DOI: [10.1103/PhysRev.2.270](https://doi.org/10.1103/PhysRev.2.270). Citado na p. 32.

WATSON, W.; JONES, M.; PARROTT, T. Validation of an Impedance Eduction Method in Flow. **AIAA Journal**, v. 37, n. 7, p. 818–824, 1999. DOI: [10.2514/2.7529](https://doi.org/10.2514/2.7529). Citado na p. 35.

WATSON, W. R.; JONES, M. G. New Numerical Procedure for Impedance Eduction in Ducts Containing Mean Flow. **AIAA Journal**, v. 49, n. 10, p. 2109–2122, 2011. DOI: [10.2514/1.j050317](https://doi.org/10.2514/1.j050317). Citado nas pp. 33, 79.

WATSON, W. R.; JONEST, M. G.; PARROTT, T. L. Investigation of an anomaly observed in impedance eduction techniques. In: 14TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference). 2008. DOI: [10.2514/6.2008-3013](https://doi.org/10.2514/6.2008-3013). Citado nas pp. 76, 107.

WATSON, W. R.; JONES, M. G.; TANNER, S. E.; PARROTT, T. L. Validation of a numerical method for extracting liner impedance. **AIAA Journal**, v. 34, n. 3, p. 548–554, 1996. DOI: [10.2514/3.13102](https://doi.org/10.2514/3.13102). Citado na p. 34.

WATSON, W. R.; CARPENTER, M. H.; JONES, M. G. Performance of Kumaresan and Tufts Algorithm in Liner Impedance Education with Flow. **AIAA Journal**, v. 53, n. 4, p. 1091–1102, 2015. DOI: [10.2514/1.j053705](https://doi.org/10.2514/1.j053705). Citado nas pp. 21, 22, 27, 33, 36, 57, 80.

WATSON, W. R.; JONES, M. G. A Comparative Study of Four Impedance Education Methodologies Using Several Test Liners. In: 19TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Berlin, Germany: American Institute of Aeronautics e Astronautics, 2013. DOI: [10.2514/6.2013-2274](https://doi.org/10.2514/6.2013-2274). Citado nas pp. 21, 87, 93.

WATSON, W. R.; TANNER, S. E.; PARROTT, T. L. Optimization Method for Educing Variable-Impedance Liner Properties. **AIAA Journal**, v. 36, n. 1, p. 18–23, jan. 1998. DOI: [10.2514/2.369](https://doi.org/10.2514/2.369). Citado na p. 34.

WAX, M.; KAILATH, T. Detection of signals by information theoretic criteria. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. 33, n. 2, p. 387–392, abr. 1985. DOI: [10.1109/TASSP.1985.1164557](https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164557). Citado na p. 56.

WENG, C.; SCHULZ, A.; RONNEBERGER, D.; ENGHARDT, L.; BAKE, F. Flow and Viscous Effects on Impedance Education. **AIAA Journal**, v. 56, n. 3, p. 1118–1132, 2017. DOI: [10.2514/1.j055838](https://doi.org/10.2514/1.j055838). Citado nas pp. 33, 37, 56.

XIN, B.; YANG, J.; JING, X.; SUN, X. Experimental and numerical investigation of anechoic termination for a duct with mean flow. **Applied Acoustics**, Elsevier, v. 139, p. 213–221, out. 2018. DOI: [10.1016/J.APACOUST.2018.05.009](https://doi.org/10.1016/J.APACOUST.2018.05.009). Citado nas pp. 33, 107.

YU, J.; RUIZ, M.; KWAN, H. W. Validation of Goodrich perforate liner impedance model using NASA langley test data. In: 14TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2008. DOI: [10.2514/6.2008-2930](https://doi.org/10.2514/6.2008-2930). Citado na p. 53.

ZAPOROZHETS, O.; TOKAREV, V.; ATTENBOROUGH, K. **Aircraft Noise: Assessment, prediction and control**. Taylor & Francis, 2011. P. 396. Citado nas pp. 17–19.

ZHOU, L.; BODÉN, H. A systematic uncertainty analysis for liner impedance education technology. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 356, p. 86–99, 2015. DOI: [10.1016/j.jsv.2015.07.001](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.07.001). Citado nas pp. 21, 44, 53, 70, 72.



## APÊNDICE A – PROJETO DAS TERMINAÇÕES ANECOICAS

Terminações anecoicas são dispositivos postos nos extremos de dutos para ensaios acústicos a fim de reduzir o coeficiente de reflexão ao fim da região de interesse (XIN *et al.*, 2018). Para o caso de educação de impedância, ausência de terminações anecoicas pode acarretar em resultados anômalos, divergindo significativamente de valores esperados, como por exemplo, resistências negativas<sup>1</sup> (WATSON; JONEST; PARROTT, 2008). Esse fenômeno ocorre pois em condições na presença de escoamento e fonte sonora à montante, a onda refletida na descarga pode ser amplificada nas frequências com número de Strouhal<sup>2</sup> aproximadamente 0,3 (SILVA; GRECO, 2019).

Em sua nova versão, a bancada de educação de impedância do LVA/UFSC não possuía terminações semi-anecoicas. No extremo montante da antiga bancada, um bocal convergente funcionava como corneta, resultando em baixos coeficientes de reflexão na entrada da bancada. Imediatamente antes do ventilador centrífugo, um *muffler* possibilitava baixos coeficientes de reflexão também no extremo jusante. Ambos componentes não eram passíveis de uso na nova bancada.

A construção mais comum de terminação anecoica para ensaios em dutos com escoamento consiste em uma seção de duto com variação contínua e suave de impedância, como mostrado pela primeira vez por Neise e Stahl (1979). De maneira geral, a construção é feita como mostrado esquematicamente na Figura A.1. A seção transversal é gradativamente expandida, implicando em uma mudança contínua na impedância. As placas perfuradas garantem a manutenção da seção transversal interna do duto, por onde passa o escoamento. Entre as placas perfuradas e as paredes inclinadas da terminação anecoica, material acústico é aplicado visando aumentar a dissipação de energia sonora e consequentemente reduzindo a reflexão.

Visando suprir essa carência da bancada de educação de impedância do LVA/UFSC, a terminação apresentada na Figura A.2 desenvolvida. O projeto foi baseado na terminação de Xin *et al.* (2018), tendo em vista a similaridade de aplicação e de dimensões entre as bancadas. A mudança de área de seção de corte se deu no lado de maior dimensão para permitir maior área de atenuação, ou seja, as paredes de 100 mm foram substituídas por

<sup>1</sup> Resistências negativas não são esperadas na educação de impedância de *liners*, tendo em vista o caráter passivo do material.

<sup>2</sup> Definido como  $St = fL/U$ , sendo  $f$  a frequência,  $L$  o comprimento característico e  $U$  a velocidade do escoamento.

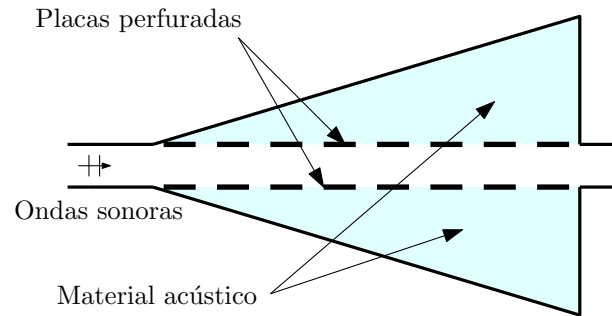


Figura A.1 – Representação esquemática de uma terminação anecoica para dutos com escoamento.

placas perfuradas de 3 mm de espessura para garantir rigidez mecânica. A placa possui furos de 3 mm, implicando em aproximadamente 11 % de área aberta. O comprimento da seção é 520 mm e a área de seção transversal cresce linearmente de 40 mm por 100 mm até 440 mm por 100 mm. As cavidades foram preenchidas com material acústico. O desempenho das terminações anecoicas construídas será discutido na Seção 4.1.

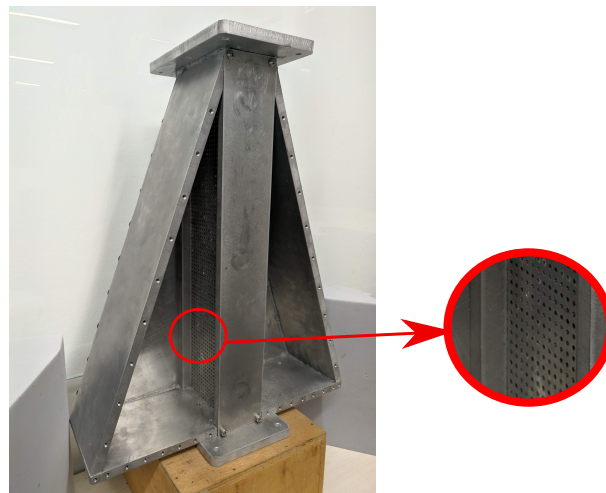


Figura A.2 – Terminação anecoica da bancada de educação do LVA/UFSC durante a montagem. As cavidades foram preenchidas com material acústico. Destaque para a placa perfurada.

## APÊNDICE B – DECOMPOSIÇÃO DE ONDA PLANA

Este apêndice se dedica à metodologia utilizada para decomposição de ondas planas se propagando em um duto retangular. A hipótese inicial é que apenas ondas planas se propagam no plano de medições, que para um duto retangular corresponde às frequências inferiores à frequência de corte do segundo modo transversal na linha modal do primeiro modo. Dessa forma, a Equação (2.7) toma a forma

$$p(z) = A^+ \exp(-i\zeta^+ z) + A^- \exp(-i\zeta^- z). \quad (\text{B.1})$$

Em uma seção de duto de paredes rígidas, o número de onda axial  $\zeta$  é conhecido e  $\zeta^+ = -\zeta^-$ . Dessa forma, com pelo menos dois microfones, pode-se montar um sistema de equações para determinar as amplitudes complexas  $A$ , tal que

$$p_i - p(z_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{B.2})$$

sendo  $p_i$  a pressão sonora complexa do microfone  $i$ ,  $z_i$  a posição do microfone  $i$  em relação há um referencial fixo e  $N$  o número de microfones. Para o caso de quatro microfones, pode-se portanto escrever o sistema de equações dado por

$$\begin{bmatrix} \exp(-i\zeta^+ z_1) & \exp(-i\zeta^- z_1) \\ \exp(-i\zeta^+ z_2) & \exp(-i\zeta^- z_2) \\ \exp(-i\zeta^+ z_3) & \exp(-i\zeta^- z_3) \\ \exp(-i\zeta^+ z_4) & \exp(-i\zeta^- z_4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^+ \\ A^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

que pode ser resolvido por meio do método de mínimos quadrados para as variáveis complexas  $A^+$  e  $A^-$ .





## APÊNDICE C – DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE MÉDIA DO ESCOAMENTO

O método de quadratura para determinação do número de Mach médio do escoamento dentro da bancada seguiu o apresentado na norma ISO 3966:2008 (ISO, 2008). O método consiste na integração numérica da medição de pontos distribuídos ao longo da seção transversal, multiplicada por um peso relacionado a área representada por tal ponto. Foi considerada uma distribuição do tipo Log-Chebyshev com 5 pontos por direção, organizada de maneira que todos os pontos tenham o mesmo peso, que implica na distribuição dos pontos ao longo da direção normalizada da seção transversal apresentada na Tabela C.1. A distribuição dos pontos ao longo da seção transversal também pode ser vista graficamente na Figura C.1.

Tabela C.1 – Distribuição normalizada dos pontos utilizados no método de quadratura considerado para obtenção da velocidade média do escoamento. Para a largura do duto,  $X = 40$  mm, e para a altura,  $X = 100$  mm.

<b>Índice</b>	1	2	3	4	5
$x/X$	-0,426	-0,212	0	0,212	0,426

Como todos os 25 pontos tem o mesmo peso, a velocidade média pode ser obtida por

$$M = \sum_{i=1}^{25} 0,04M_i, \quad (\text{C.1})$$

sendo  $M_i$  a velocidade medida no  $i$ -ésimo ponto. O valor do fator a ser utilizado para multiplicar a velocidade medida no tubo de Pitot posicionado na entrada da seção de testes será obtido então por meio da razão do valor médio desse (medido simultaneamente a varredura dos pontos) pelo obtido por meio da Equação C.1, o qual foi observado como sendo 0,95, para as duas velocidades médias consideradas nesse trabalho.

### C.1 INCERTEZA ASSOCIADA

Embora a norma ISO 3966:2008 apresente uma metodologia para o cálculo da incerteza da vazão do tubo (e conseqüentemente da velocidade média, conhecida a área de seção transversal), a obtenção de alguns dos parâmetros requeridos é complexa. A própria norma sugere que, seguida as recomendações, a incerteza na vazão calculada geralmente

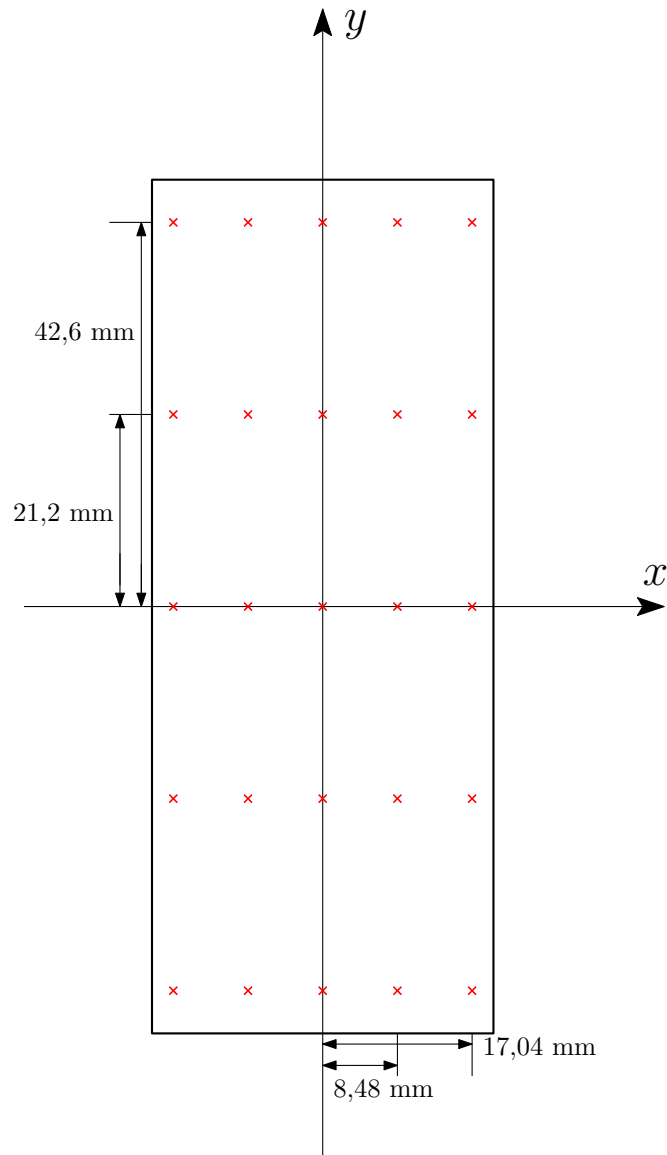


Figura C.1 – Representação esquemática dos pontos de medição para quadratura da velocidade média ao longo da seção transversal do duto.

não supera 2%. Por segurança, esse valor será considerado como a incerteza da velocidade média calculada.

Como o parâmetro que é utilizado na medição é o fator que relaciona o número de Mach medido com o tubo de Pitot na entrada da seção de testes com o Mach médio, determinou-se a incerteza em tal fator por meio de simulações de Monte Carlo. Foram propagadas as incertezas da medição de temperatura e pressão diferencial medidas com os dois tubos de Pitot (o da quadratura e o da entrada), combinada à uma incerteza de 2% indicada pela norma, resultando em um desvio padrão na razão calculada de 0,0015.

**ANEXO A – ARTIGO DE PERIÓDICO ANEXADO**

Artigo publicado no periódico AIAA Journal, Volume 58, Número 8, de Agosto de 2020.

Título: Parametric Uncertainty Analysis for Impedance Reduction Based on Prony's Method

Autores: Lucas A. Bonomo, André M. N. Spillere e Júlio A. Cordioli

DOI: <https://doi.org/10.2514/1.J059071>

# Parametric Uncertainty Analysis for Impedance Eduction Based on Prony's Method

Lucas A. Bonomo,\* André M. N. Spillere,† and Julio A. Cordioli‡  
Federal University of Santa Catarina, 88040-900 Florianópolis, Brazil

<https://doi.org/10.2514/1.J059071>

Impedance eduction techniques are commonly employed to obtain the acoustic impedance of liner test samples in the presence of flow; but, as other experimental techniques, it is subject to measuring uncertainties. This paper investigates the main sources of uncertainty in impedance eduction techniques based on Prony-like algorithms. The Monte Carlo method is used to conduct a parametric uncertainty analysis for each input variable in an analytical model of a test rig. Results suggest that critical variables are the microphone sensitivity and positioning. Different microphone arrays are considered to reduce uncertainty levels. Also, it is observed that, in general, the Kumaresan-Tufts algorithm achieves better accuracy than the original Prony's method. Finally, the Monte Carlo method is used to evaluate uncertainty levels on NASA benchmark data, and the results corroborate the numerical experiments analysis.

## Nomenclature

$A$	=	modal amplitude, Pa	$Z$	=	specific acoustic impedance, Pa · s · m <sup>-1</sup>
$\mathbf{a}$	=	polynomial coefficients	$Z_0$	=	characteristic specific acoustic impedance, Pa · s · m <sup>-1</sup>
$\mathbf{b}$	=	data vector of size $(\mathcal{M} - \mathcal{L}) \times 1$	$z$	=	axial coordinate, m
$c_0$	=	speed of sound, m · s <sup>-1</sup>	$\alpha$	=	transverse wave number, m <sup>-1</sup>
$D$	=	differentiation matrix	$\Delta z$	=	distance between microphones, m
$d_m$	=	distance of the first microphone to the liner edge, m	$\zeta$	=	axial wave number, m <sup>-1</sup>
$f$	=	frequency, Hz	$\rho_0$	=	air density, kg/m <sup>3</sup>
$H$	=	duct height, m	$\sigma$	=	singular values of $H$
$H$	=	data matrix of size $(\mathcal{M} - \mathcal{L}) \times \mathcal{L}$	$\psi$	=	mode shape
$H_Q$	=	reduced rank approximation of $H$	$\omega$	=	angular frequency, rad · s <sup>-1</sup>
$I$	=	identity matrix	$0$	=	zero matrix
$i$	=	imaginary unit, $i^2 = -1$			
$k$	=	free-field wave number, m <sup>-1</sup>			
$L$	=	liner length, m			
$\mathcal{L}$	=	model order			
$M$	=	Mach number			
$\mathcal{M}$	=	number of microphones			
$N$	=	number of grid points			
$\mathcal{N}$	=	number of dominant modes in the lined section			
$n$	=	mode index			
$p$	=	acoustic pressure, Pa			
$Q$	=	number of modes considered in the reduced rank approximation of $H$			
$S_{\text{mic}}$	=	microphone sensitivity, dB re 1 V Pa <sup>-1</sup>			
$S$	=	matrix containing singular values of $H$			
$T_0$	=	air temperature, K			
$U$	=	flow velocity, m · s <sup>-1</sup>			
$U, V$	=	unitary matrices			
$u$	=	axial acoustic velocity, m · s <sup>-1</sup>			
$V$	=	system zeros; $\exp(-i\zeta\Delta z)$			
$W$	=	test function			
$w$	=	measurement noise, Pa			
$x$	=	transverse coordinate, m			

## I. Introduction

ACOUSTIC liners are widely employed as noise control treatments in flow acoustics systems, such as aircraft turbofan engines and vehicle exhaust systems. The most common configuration consists of a honeycomb-type structure covered by a perforated facesheet and backed by a rigid plate, which is generally represented by a locally reacting wall impedance. In this case, the liner impedance is not only a function of frequency and liner geometry but also of flow velocity and sound pressure level, denominated as nonlinear effects. Such effects cannot be measured with accuracy, and a suitable impedance measurement technique is necessary to account for these effects.

To reproduce the environmental conditions found in turbofan engines, a typical measurement procedure consists of a liner sample flush mounted in an instrumented duct with flow; and measured sound pressure is used as input to one of the so-called impedance eduction techniques available in the literature [1–3]. The impedance eduction techniques can be divided into two categories: inverse methods and direct methods. The first group is characterized by an optimization routine that minimizes an objective function where impedance is the only variable. In general, the objective function is defined as the difference between a measured quantity (i.e., acoustic pressure or particle velocity) and a numerical solution obtained by means of finite element methods [2] or mode matching techniques [1,4], for instance. The second group is based on the extraction of the in-duct axial wave number by means of Prony-like algorithms [3,5,6]. Afterward, the transverse wave number can be found; consequently, the liner impedance can be calculated by using a suitable liner boundary condition. This group is the object of the present investigation.

Although a great number of impedance eduction techniques have been proposed over the past years, little is known about the errors associated with such methods. Consequently, the liner impedance obtained through these methods is seldom presented with confidence intervals. Jones et al. [7] presented the effect of uncertainties on duct propagation models, which directly affects inverse impedance

Presented as Paper 2019-2541 at the 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Delft, The Netherlands, May 20–23, 2019; received 18 September 2019; revision received 20 February 2020; accepted for publication 24 February 2020; published online 8 April 2020. Copyright © 2020 by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. All rights reserved. All requests for copying and permission to reprint should be submitted to CCC at [www.copyright.com](http://www.copyright.com); employ the eISSN 1533-385X to initiate your request. See also AIAA Rights and Permissions [www.aiaa.org/randp](http://www.aiaa.org/randp).

\*M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Laboratory of Vibration and Acoustics; [lucas.bonomo@lva.ufsc.br](mailto:lucas.bonomo@lva.ufsc.br).

†Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Laboratory of Vibration and Acoustics; [andre.spillere@lva.ufsc.br](mailto:andre.spillere@lva.ufsc.br).

‡Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Laboratory of Vibration and Acoustics; [julio.cordioli@ufsc.br](mailto:julio.cordioli@ufsc.br).

education methods. Nark et al. [8] and Parrott and Jones [9] discussed uncertainties on impedance predictive models, presenting its comparison with confidence intervals obtained with impedance education techniques. However, little information regarding the education process and its uncertainty is available. The first specific effort focusing on impedance education techniques was done by Brown et al. [10], who analyzed the effects of uncertainties in aeroacoustic variables (namely, Mach number, static temperature, and static pressure) by means of Monte Carlo simulations. Zhou and Bodén [11] proposed a multivariate analysis for a straightforward single-mode education method based on the scattering matrix. It was found that uncertainties depend on the propagation direction and different variables affect the errors at low and high frequencies. Buot de l'Épine et al. [12] used numerical synthesized data with random uncertainty based on a Bayesian inference method to quantify uncertainty on estimated impedance in no-flow conditions by considering a mode matching method to educe the parameters of an impedance model, and they noticed that some educated parameters are overestimated. More recently, Roncen et al. [13] used Bayesian inference based on a Markov chain Monte Carlo method to estimate the uncertainty on an impedance education method using laser Doppler velocimetry (LDV), and they noticed that the educated parameters are noncorrelated when using LDV measurements; although, some correlation is noticed on microphone-based education.

The main purpose of this work is to identify the main sources of uncertainty on impedance education techniques based on Prony's method for wave decomposition, in a similar approach as used by Schultz et al. [14] and Humbert et al. [15]. The first work used synthesized data to propagate uncertainty on the two-microphone method using conventional impedance tubes to determine impedance [16], whereas the second work used the same kind of numerical experiments to investigate the performance of the matrix pencil algorithm to educe liner impedance [17]. Different from previous works, this paper analyzes the effect of uncertainty on each measured quantity on the educated impedance.

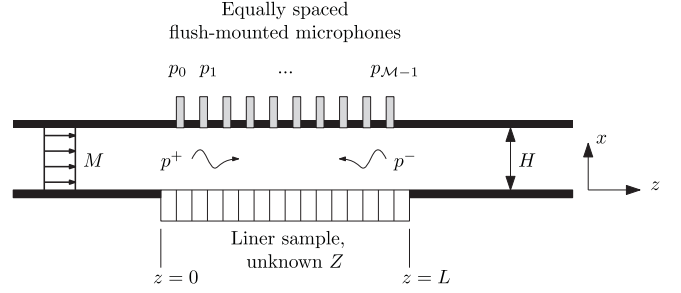
A Monte Carlo technique was selected because nonlinear perturbations are expected [14], and therefore uncertainties should be accounted for the variables before using the decomposition algorithm. A parametric study is done, where estimations of uncertainty for each parameter were defined. By assuming an infinite duct with known impedance at a single wall, an analytical acoustic field is calculated and used to determine the influence of each uncertainty source. Modifications on the microphone array are proposed and tested, providing an approach to reduce impedance uncertainty. Then, another numerical experiment is proposed, where a finite duct model is used to check the previous analysis in the presence of impedance discontinuities and reflections. Experimental data provided by NASA benchmark work [18] are used to confirm the results from previous sections. Also, the effect of using the KT algorithm instead of the original Prony's method is verified.

This paper is organized as follows. Section II presents the governing equations and describes the impedance education based on Prony-like algorithms, presenting the uncertainty sources considered in this work. The results of the parametric study considering an infinite duct model are presented in Sec. III, including a discussion about microphone array design. Section IV shows the results obtained with the finite duct model. Section V presents the results obtained with the NASA benchmark data, whereas the main conclusions are outlined in Sec. VI.

## II. Impedance Education Technique

### A. Governing Equations

We consider a bidimensional rectangular duct of height  $H$  with Cartesian coordinates  $x$  and  $z$  in the transverse and axial directions, respectively, and uniform inviscid mean flow in the axial direction, as schematically shown in Fig. 1. The bottom wall is lined with a wall impedance  $Z$  of length  $L$ , and the upper wall is rigid. Assuming temporal dependence in the form of  $\exp(i\omega t)$ , the acoustic propagation is governed by the linearized convected Helmholtz equation (Ref. [19] p. 701):



**Fig. 1** Illustration of the test rig setup for impedance education using the Prony's method.

$$\left(ik + M \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 p - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

where  $p$  is the complex acoustic pressure,  $k = \omega/c_0$  is the free-field wave number,  $\omega$  is the angular frequency,  $c_0$  is the speed of sound,  $M = U/c_0$  is the flow Mach number, and  $U$  is the flow velocity. The solution to Eq. (1) is given as a sum of the downstream and upstream propagating modes so that

$$p(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^+ \psi_n^+(x) \exp(-i\zeta_n^+ z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^- \psi_n^-(x) \exp(-i\zeta_n^- z) \quad (2)$$

where  $A_n^\pm$  are the modal amplitudes;  $\psi_n^\pm(x)$  are the mode shapes;  $\zeta_n^\pm$  are the axial wave numbers;  $n$  is the mode index; and  $+$  and  $-$  denote downstream and upstream propagating waves, respectively.

In the presence of a rigid wall, the normal component of the acoustic particle velocity vanishes, such that the boundary condition is given by

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \text{ at } x = H \quad (3)$$

which neglects the microphone impedance. For lined walls, the slip velocity at the wall is taken into account by means of the Ingard-Myers boundary condition [20,21], leading to

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{Z_0}{ikZ} \left(ik + M \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 p, \text{ at } x = 0 \quad (4)$$

where  $Z_0 = \rho_0 c_0$  is the air characteristic impedance, and  $\rho_0$  is the air density. Applying the boundary conditions to Eq. (2) leads to the eigenvalue problem:

$$\alpha_n \tan(\alpha_n H) - \frac{Z_0}{ikZ} (ik - iM\zeta_n)^2 = 0 \quad (5)$$

where  $\alpha$  is the transverse wave number, and the dispersion relation given by

$$\alpha_n^2 = (k - M\zeta_n)^2 - \zeta_n^2 \quad (6)$$

Once the axial wave number is known, it is straightforward to calculate the liner impedance from Eqs. (5) and (6).

### B. Prony-Based Methods for Impedance Education

#### 1. Prony's Method

Impedance education based on Prony's method was first proposed by Jing et al. [3]. The method consists of fitting a linear combination of damped complex exponentials to the recorded pressure at uniformly spaced locations. In this case, the microphones are flush mounted at the wall opposite to the liner sample, giving

$$p_i = \sum_{n=1}^{\infty} A_n V_n^i + w_i \quad \text{for } i = 0, \dots, \mathcal{M} - 1 \quad (7)$$

where  $p_i$  is the pressure at the  $i$ th microphone,  $V_n^i = \exp(-i\zeta_{n,i}\Delta z)$  contains the desired axial wave numbers,  $\Delta z$  is the distance between two consecutive microphones,  $w_i$  is the measurement noise, and  $\mathcal{M}$  is the number of microphones. We first assume that the acoustic field in the lined section is dominated by  $\mathcal{N}$  modes. By initially assuming  $w_i = 0$  and choosing a convenient model order  $\mathcal{L}$  that satisfies  $\mathcal{N} \leq \mathcal{L} \leq \mathcal{M} - \mathcal{N}$ , the previous equation becomes

$$p_{i+r} = \sum_{n=1}^{\mathcal{L}} A_n V_n^{(i+r)} \quad \text{for } r = 0, \dots, \mathcal{M} - \mathcal{L} - 1 \quad (8)$$

If  $a_i$  are the coefficients of the characteristic polynomial

$$\sum_{i=0}^{\mathcal{L}} a_i V^i = 0 \quad (9)$$

then it is possible to show that

$$\sum_{i=0}^{\mathcal{L}} a_i p_{i+r} = 0 \quad (10)$$

or, in the matrix form,

$$H\mathbf{a} = -\mathbf{b} \quad (11)$$

where

$$H = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_{\mathcal{L}} \\ p_2 & p_3 & \cdots & p_{\mathcal{L}+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}} & p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}+1} & \cdots & p_{\mathcal{M}-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{\mathcal{L}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_{\mathcal{M}-\mathcal{L}-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

which is solved for the polynomial coefficients  $\mathbf{a}$  in a least-square sense. From that, the system zeros  $V_n$  are given by the roots of Eq. (9), with  $a_0 = 1$ . Finally, the axial wave numbers are computed from

$$\zeta_n = \frac{\ln(V_n)}{-i\Delta z} \quad (13)$$

Because  $\mathcal{L}$  roots are found, the most accurate physical wave number must be selected to compute the liner impedance. Jing et al. [3] suggested using the axial wave number with the largest mode amplitude, which should correspond to the dominant mode in the lined section. Moreover, a model order  $\mathcal{L} = \mathcal{M}/2$  was selected, which corresponds to the original Prony's method.

## 2. Kumaresan and Tufts Method

One main issue of Prony's algorithm is its poor performance in the presence of noise [22]. Reference [22] proposed the use of singular value decomposition (SVD) to better estimate the coefficients of the polynomial, hereinafter called the KT algorithm. The key idea is to identify and remove spurious poles by performing a SVD on matrix  $H$ :

$$H = USV^H \quad (14)$$

where  $U$  and  $V$  are unitary matrices,  $S$  contains the  $\sigma_i$  singular values of  $H$  on the main diagonal, and  $V^H$  denotes the conjugate transpose of  $V$ . The reduced rank approximation of  $H$  is then given by

$$H_Q = US_QV^H \quad (15)$$

where only the first  $Q$  singular values are considered, such that  $\sigma_i = 0$  for  $i > Q$ . Therefore, the coefficients of the polynomial can be found by

$$H_Q \mathbf{a} = -\mathbf{b} \quad (16)$$

According to Kumaresan and Tufts [22], the truncated matrix leads to spurious poles inside the unitary circle, which allows the identification of physical poles. Watson et al. [6] used this criterion to select the pole corresponding to the least attenuated mode.

The choice of  $Q$  is not trivial because this parameter may depend on the frequency, test sample, and flow velocity. Weng et al. [23] presented a criterion based on the minimum description length (MDL), which was defined by Wax and Kailath [24] as

$$\text{MDL}_j = -(\mathcal{L} - j)\mathcal{M} \ln \left( \frac{\prod_{i=j+1}^{\mathcal{L}} \sigma_i^{1/(\mathcal{L}-j)}}{(1/\mathcal{L} - j) \sum_{i=j+1}^{\mathcal{L}} \sigma_i} \right) + \frac{j(2\mathcal{L} - j)}{2} \ln(\mathcal{M}), \quad \text{for } j = 1, \dots, \mathcal{L} \quad (17)$$

The index  $j$  of the minimum  $\text{MDL}_j$  corresponds to the number of modes  $Q$  to be used in reduced rank approximation of  $H$ . Specifically for the Kumaresan and Tufts method, we consider a different model order  $\mathcal{L}$ , which is now given by  $\mathcal{L} = 3\mathcal{M}/8$ , as proposed by Renou and Aurégan [5]. Such a procedure transforms Eq. (11) into an overdetermined system of equations, which should also increase the accuracy of the method. Finally, the least attenuated mode is selected, following Watson et al. [6].

## C. Uncertainty Sources

Experimental uncertainty can be divided in two types. Type A is defined as uncertainty determined by statistical analysis of a series of observations (e.g., random variation of successive measurements), whereas type B is defined as uncertainty determined by other means than the statistical analysis (e.g., caliper accuracy) (Ref. [25] p. 24). In the present study, it is assumed that the most relevant uncertainty sources associated with each variable of Prony's method for impedance eduction are those presented in Table 1. Note that other uncertainty sources are neglected: for instance, parameters that affect the acoustic propagation, such as air humidity and viscothermal dissipation at the duct walls. Uncertainties in the acquisition system and signal processing are also not considered.

For indirect measurements, such as acoustic impedance, one needs to propagate uncertainties in the variables of the mathematical model in order to determine the uncertainty associated with the indirect measured quantity. It is possible to use a Taylor series expansion (TSE) to propagate uncertainties on input variables to the measured quantity. However, TSE requires partial derivatives, which may be difficult to realize in Prony's method and the KT algorithm. Therefore, numerical methods such as the Monte Carlo method are preferred in this situation, which is used throughout this work.

## III. Infinite Duct Model

We first consider an infinite rectangular duct with a known impedance at the lined wall. This preliminary analysis intends to avoid bias and random errors associated to impedance discontinuity effects at the liner edges. In this case, 10 modes were considered: all with equal amplitude. In possession of an analytic solution, uncertainty sources can be checked individually for random and bias errors. The main objective is therefore to determine which variables are the most critical sources of uncertainty in educed impedances using Prony's method.

A typical value of  $H = 50.8$  mm is considered for duct width. The microphone spacing  $\Delta z$  can be either 25.4 or 50.8 mm: both of which are investigated in this work. A single flow Mach number of 0.241 is considered, which is the same as the NASA benchmark data analyzed in Sec. V. Liner impedance is assumed to be known and given by a modified Guess semiempirical impedance model for perforated plates<sup>§</sup> [26]. Three values of the percentages of open area are considered: 4.5, 8.5, and 16%, which cover a wide range of resistances.

<sup>§</sup>The Mach number coefficient in equation 26 in Ref. [26] was adjusted to 0.24.

**Table 1** Uncertainty sources considered for Prony's method

Variable <sup>a</sup>	Uncertainty source <sup>b</sup>	Type <sup>c</sup>	Estimator <sup>d</sup>
$H$	Caliper resolution	B	Datasheet (calibration chart)
$H$	Random variation and variation along the duct	A	Variation of measurements at the same location and at different locations
$\Delta z$	Caliper resolution	B	Datasheet
$\Delta z$	Random variation and variation between consecutive distances	A	Variation of measurements for the same microphone combination and for different combinations
$M$	Pressure transducer resolution	B	Datasheet
$M$	Random variation and variation during measurement	A	Averaging
$T_0$	Thermometer accuracy	B	Datasheet
$T_0$	Variation along the duct, random variation, and variation during measurement	A	Averaging
$p$	Microphone sensitivity $S_{mic}$	B	Datasheet
$p$	Random variation	A	Coherence function

<sup>a</sup>The first column presents the variables of interest.

<sup>b</sup>The second column presents the main uncertainty sources.

<sup>c</sup>The third column is the type of uncertainty regarding the source.

<sup>d</sup>The last column presents the best estimators for each uncertainty source.

For the sake of brevity, only one cavity depth of 20 mm will be considered. The effect of different cavity depths will be discussed later in Sec. V. Also, nonlinear effects due to high sound pressure levels (SPLs) are neglected. We assume that liner impedance is independent of wave propagation direction, despite evidence of discrepancy between educed impedances [5,23]. We also consider both upstream and downstream propagation acoustic sources in our analysis.

#### A. Parametric Analysis

The first analysis includes a parametric study considering different uncertainties sources, which are presented in Table 2. The values of uncertainty and distribution on each variable were selected based on the following considerations. Uncertainties based on distances, such as microphone separation and duct width, were selected according to International Organization for Standardization (ISO) 2768-1 (1989) [27], which is an ISO standard for manufacturing tolerances. We consider uncertainties of 0.1, 0.2, and 0.5 mm with a uniform distribution. Regarding microphone sensitivity, which implies uncertainties on the measured acoustic pressure, we consider normal distributions of 0.1, 0.2, and 0.3 dB re 1 V Pa<sup>-1</sup>, with the latter being given by the manufacturer calibration chart. The Mach number uncertainty was based on ISO 5221 (1984) [28], which is an ISO standard for mean flow measurements. In this case, an error of up to 5% is expected for the mean flow evaluation. For a more optimistic scenario, the values of 2 and 1% were also considered. Finally, it is reasonable to assume temperature variations within 1 K in laboratory conditions, but uncertainties of 2 and 0.5 K were also investigated.

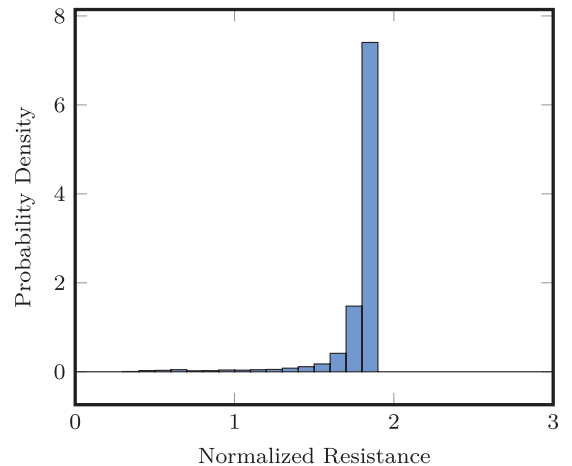
The number of Monte Carlo simulations was determined by a statistical convergence analysis (Ref. [25] section 3.2) for a 95.45% confidence level. The estimated required number of simulations for the worst case was  $4.5 \times 10^3$ . For safety, a total of  $1 \times 10^4$  Monte Carlo simulations were performed for each uncertainty case and all other analyses in this work.

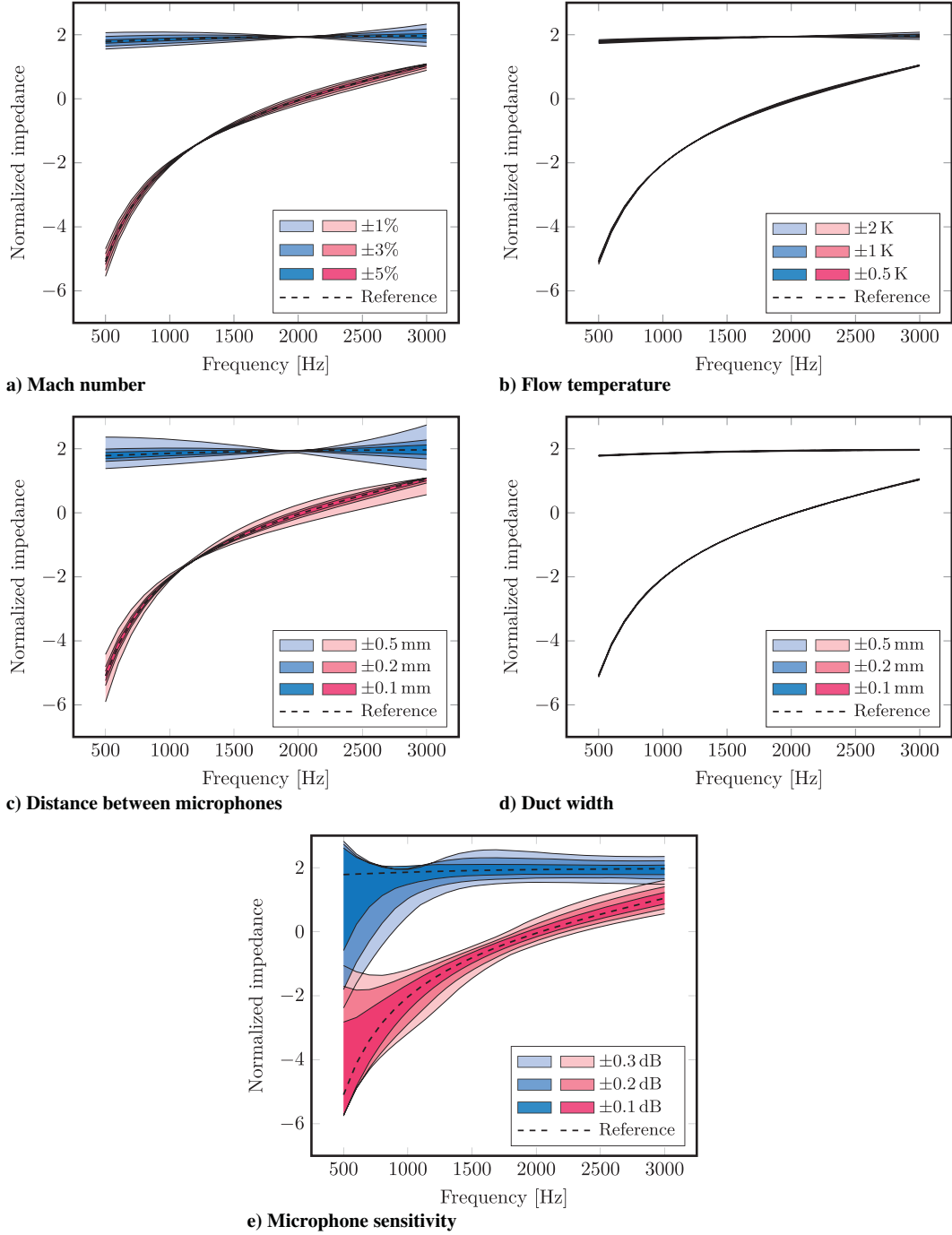
**Table 2** Maximum uncertainty ranges considered in the infinite duct analysis

Variable	Unit	Nominal value	Distribution	Worst-case uncertainty
$M$	—	0.241	Uniform	$\pm 5\%$
$T_0$	K	298	Uniform	$\pm 2$
$H$	mm	50.8	Uniform	$\pm 0.5$
$\Delta z$	mm	25.4	Uniform	$\pm 0.5$
$S_{mic}$	dB re V Pa <sup>-1</sup>	-62	Normal	$\pm 0.3$

The simulation results did not follow a normal distribution; in this case, the standard deviation is not a representative parameter, as demonstrated in Fig. 2 for the educed resistance. Therefore, the procedure recommended by the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement from ISO guide to express uncertainties in measurements [29] was considered. The array of results was sorted in ascending order; the lowest and the highest 2.275% of the results were rejected, resulting in the 95.45% confidence interval.

The first results are shown in Fig 3, which presents the 95.45% confidence interval of resistance and reactance obtained for each uncertainty source, assuming an upstream acoustic source (downstream propagation), a Percentage of Open Area (POA) of 4.5%, and eight microphones separated by 25.4 mm. It is possible to observe that uncertainties related to temperature and duct width are almost negligible when compared to other error sources. In the case of uncertainties in Mach number and microphone spacing, it is clear that the educed resistance exhibits a minimum uncertainty at frequencies corresponding to the liner resonance frequency (when the reactance is close to zero), which is discussed in the next section. On the other hand, uncertainties in microphone sensitivity exhibit a very different behavior. More specifically, negative resistances are supported in the low-frequency range, which are not expected for passive acoustic liners. The negative resistances are obtained in a frequency range where attenuation is too low and the presence of uncertainties induces an apparent amplification of the sound waves. Moreover, the frequencies of minimum uncertainty on resistance and reactance are

**Fig. 2** Distribution of educed normalized resistances when considering  $\pm 0.5$  dB on microphone sensitivity at 1000 Hz.



**Fig. 3** Uncertainty ranges for 95.45% confidence level considering different error sources.

different from the previous analyzed variables. Results suggest that, for the uncertainty ranges considered in this work, microphone sensitivity appears to be the most critical error source in Prony's method, followed by the distance between microphones. The results with a downstream acoustic source have shown similar trends; therefore, these have been omitted for the sake of brevity.

### B. On the Effect of Liner Attenuation and Propagation Direction

To analyze the effect of liner attenuation, three different POAs are used as input to the liner impedance model considered. Figure 4 shows the results obtained by considering 4.5, 8.5, and 16% of POA, for both upstream and downstream propagations and all the uncertainty sources assumed in the previous section. The results show that, as the liner POA increases, impedance uncertainty decreases. Also, lower levels of uncertainty are observed for upstream propagation, which follows the idea that increasing attenuation provides an

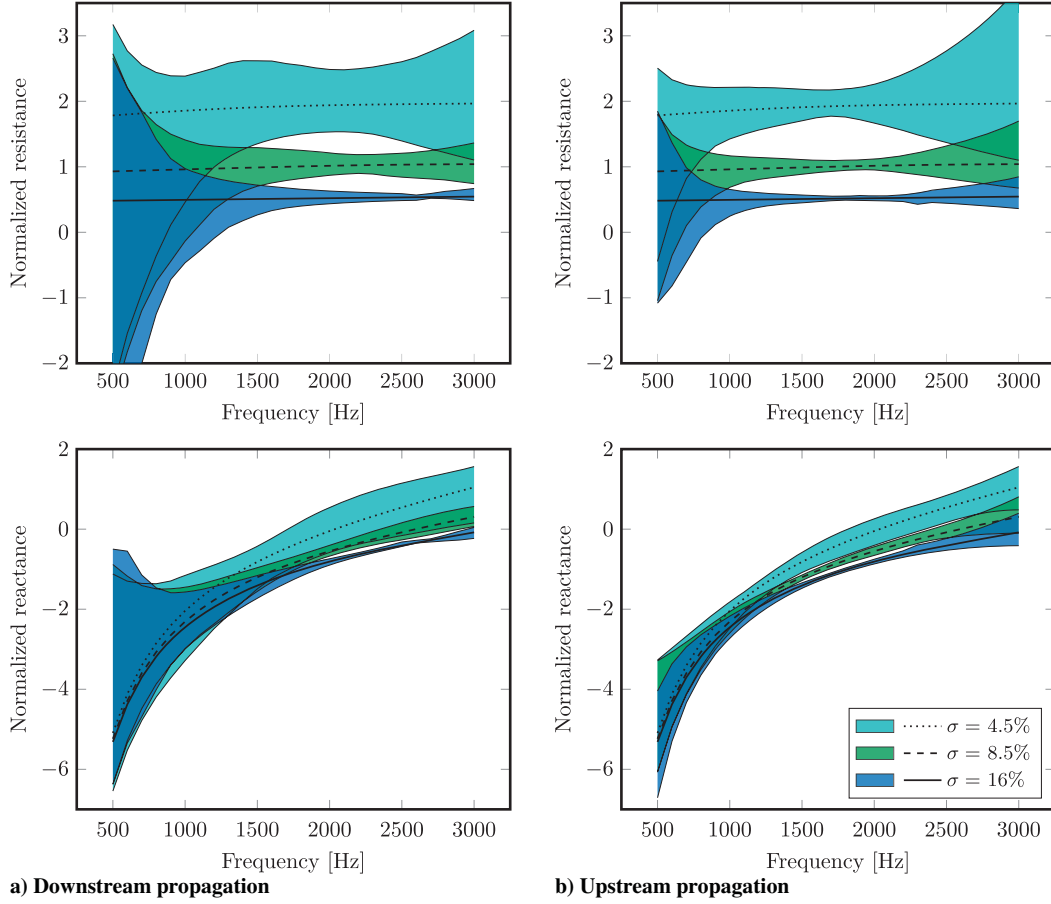
improvement on educed results in terms of uncertainty levels because higher attenuation is achieved when considering upstream waves (Ref. [5] figure 9).

To investigate these results, we consider the modal decay rate in the lined section in decibels per meter, given by [30]

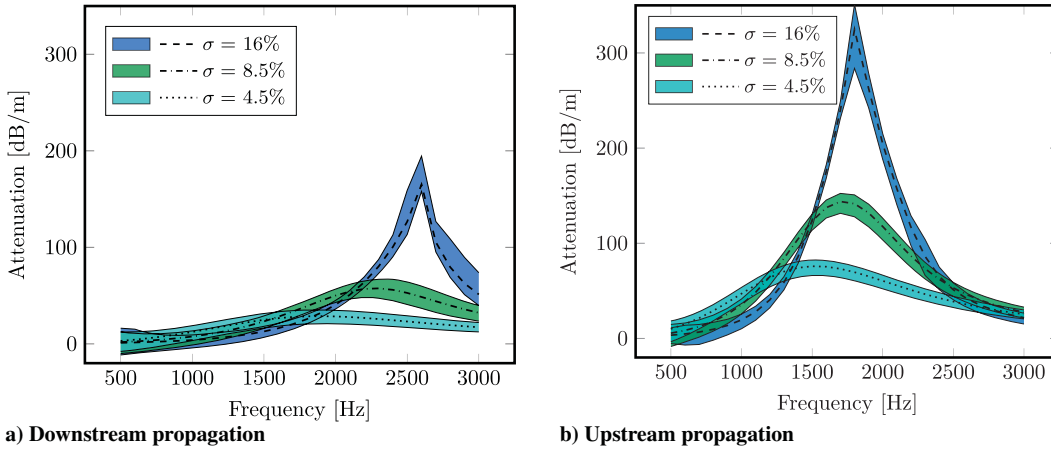
$$\Delta\text{SPL} = 8.68|\text{Im}(\zeta)| \quad (18)$$

The attenuation of the least attenuated mode for both downstream and upstream waves is presented in Fig. 5 with a 95.45% confidence level and uncertainty on all parameters. The results show that uncertainty in liner attenuation is nearly constant with frequency for both wave propagation directions. In other words, the uncertainty on the evaluated wave number is similar for all frequencies. Because the selected impedance provides greater attenuation near 2000 Hz, this implies a lower uncertainty on impedance when compared to other





**Fig. 4** Uncertainty ranges for 95.45% confidence level for uncertainty on all parameters, varying POA. Lines represent reference values using the original Prony's method.



**Fig. 5** Uncertainty on liner attenuation for 95.45% confidence interval, considering uncertainty on all parameters, and varying POA. Lines represent reference values.

frequencies. In fact, one can argue that only a small range of impedances could reach such a high in-duct attenuation, which explains the small uncertainty level. This was already noticed in the literature by Jones and Watson [18] and Parrott and Jones [9]. Conversely, for frequencies far from liner resonance, the range of impedances that could achieve the same attenuation increases.

A similar analysis can be applied to compare upstream and downstream propagating waves. In upstream propagation, a greater attenuation is achieved; the exponential decay of acoustic pressure is less affected by error sources. Another conclusion is that, to reach a similar level of uncertainty to that obtained for an upstream

propagating wave, a longer liner sample would be necessary for a downstream propagating wave. Finally, the effect of flow shifts the frequency of peak absorption for each case. As a consequence, the confidence interval distribution over frequency on the educed impedance will be naturally distinct for upstream and downstream propagating waves.

### C. On the Effect of KT Algorithm

The case considering 4.5% of POA was used to compare the effect of using the KT algorithm instead of the original Prony's method.

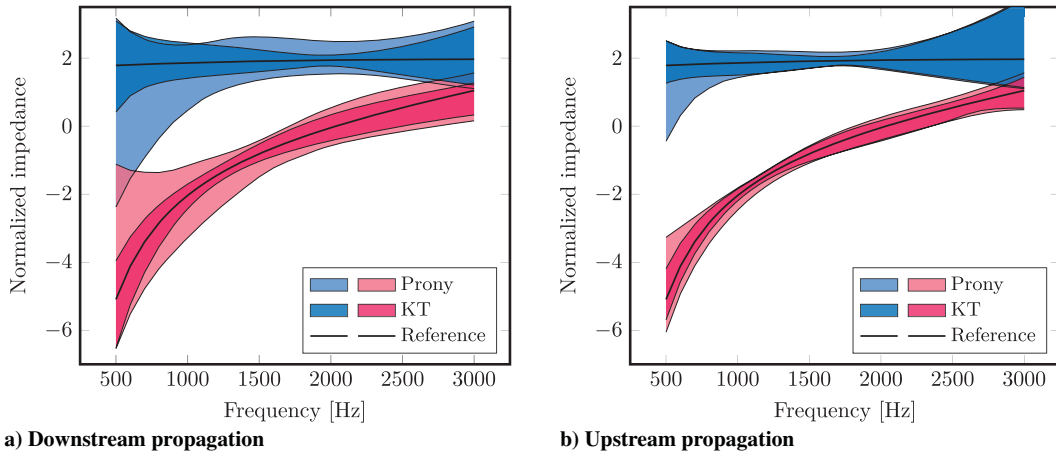


Fig. 6 Comparison between uncertainties on educed impedance using original Prony's method with the KT algorithm.

Both upstream and downstream propagations were considered. The results are presented in Fig. 6. In fact, the KT algorithm acts on the presence of noise in the acoustic pressure. In this analysis, it only reduces the uncertainty due to errors in microphone sensitivity. The results show that, in this case, the KT algorithm reduces impedance uncertainty more efficiently at lower frequencies, where the dominant source is the microphone sensitivity. At higher frequencies, the effect of other sources, such as microphone separation and Mach number, becomes more relevant. For the sake of brevity, the results are presented only for the case of 4.5% of POA; however, it is good to point out that the analysis of the other cases leads to the same conclusions.

The reduction of uncertainty on educed impedances occurs for two reasons. First, the choice of the model order  $\mathcal{L}$  leads to an over-determined system of equations; and second, the filtering of spurious modes using SVD improves the extraction of the axial wave number. A variation of the original Prony's method can be obtained by changing the number of assumed modes to be  $\mathcal{L} = 3\mathcal{M}/8$ , as used in the KT algorithm. This method will be referred as "least squares" because Eq. (11) becomes a least-squares problem. Figure 7 presents the comparison of results obtained with the least-squares method and the KT algorithm for the same cases of Fig. 6. The results suggest that the reduction in uncertainty levels is mainly due to the change of assumed modes, but the SVD also plays an important role on accuracy improvements.

#### D. On the Effect of Liner Length and Distance Between Microphones

The alternative to increase total liner attenuation is to increase its length. This leads to two possible configurations for microphone

arrays, which are investigated in this work. The first one is to increase the number of microphones, keeping the separation between consecutive microphones. The second one is to keep the number of microphones and increase the distance between them. The results obtained for both configurations and the original array, considering downstream propagation and 8.5% of POA, are presented in Fig. 8a using the original Prony's method. The uncertainty on educed impedance was clearly reduced for both cases, especially when considering the array with an increased intermicrophone distance. In fact, the attenuation between consecutive microphones is increased so that the relative uncertainty on attenuation decreases, resulting in smaller uncertainty at educed impedance, as discussed in the previous section. The phase between consecutive microphones also increases, which may help explaining a lower uncertainty on reactance. Also, one notices as expected that the relative uncertainty on the distance between microphones is reduced by half. Another possible explanation is the increased number of spurious modes assumed on the original Prony's method when considering  $\mathcal{M} = 16$  because it always assumes  $\mathcal{L} = \mathcal{M}/2$  modes. To check that, the KT algorithm is applied to the same uncertainty case and microphone array combinations, and the results are presented in Fig. 8b, leading to the same conclusions.

#### E. Bias Error on Ingard-Myers Boundary Condition

The mean educed impedance from the case with 8.5% of POA and uncertainty on all variables are presented in Fig. 9a for both upstream and downstream propagations. Results show that a bias error is present, and it is greater for downstream propagation. To check if the bias error originated from Prony's decomposition or the

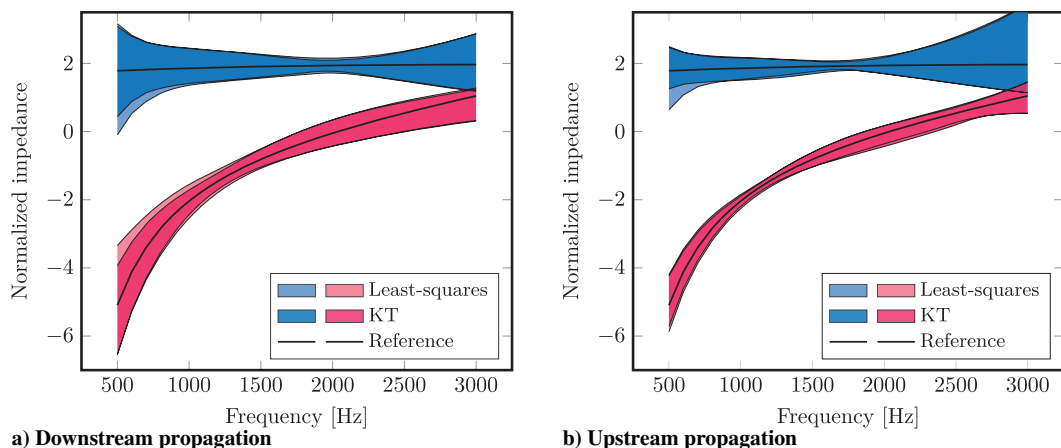
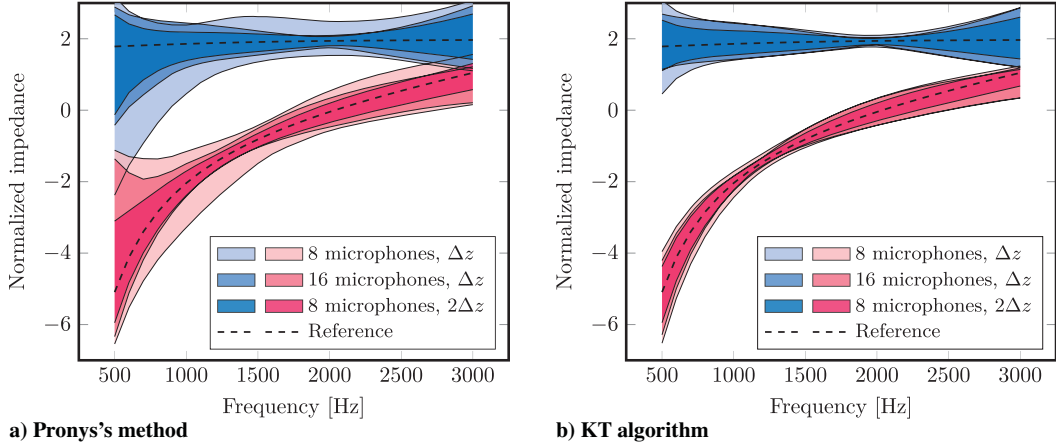
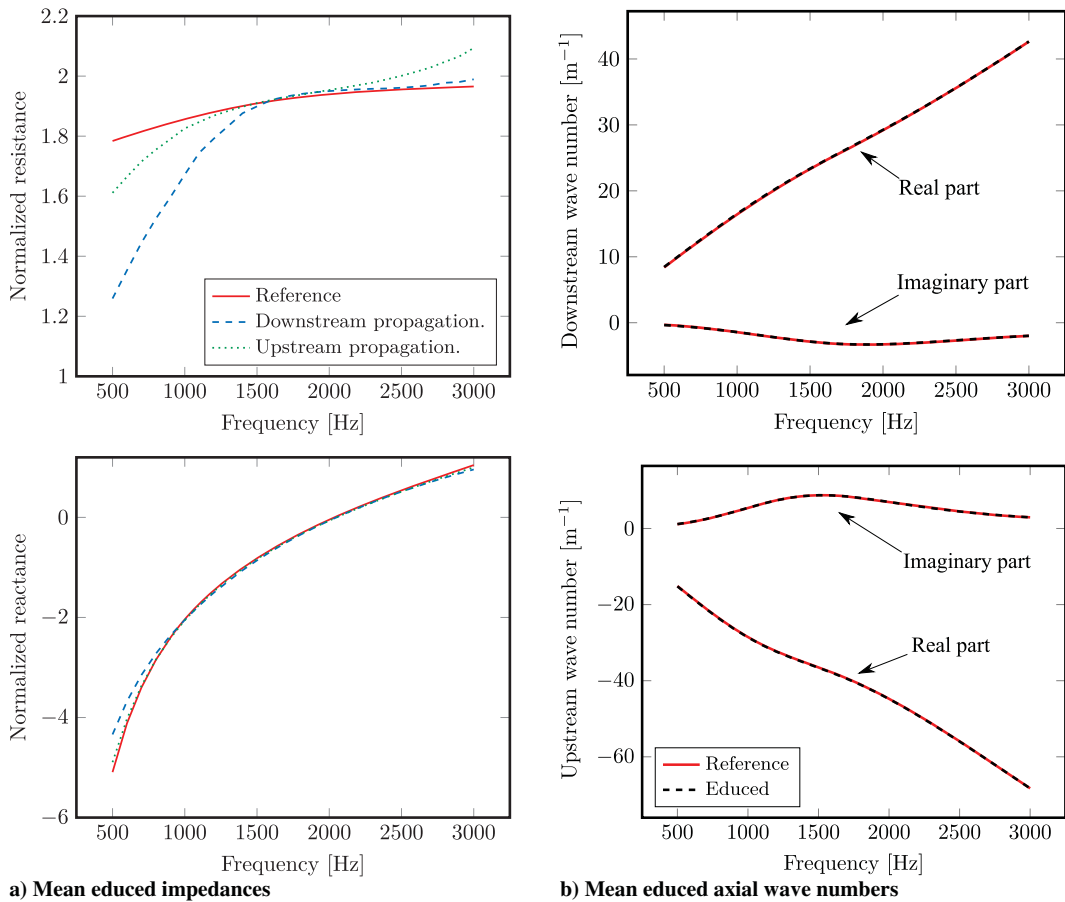


Fig. 7 Comparison of the least-squares method with the KT algorithm.



**Fig. 8** Comparison of uncertainty levels between possible microphone array configurations.



**Fig. 9** Analysis of bias error on educed impedances with infinite duct study. Wave numbers extracted with original Prony's method.

Ingard–Myers boundary condition, the axial wave numbers extracted with Prony's method were compared to the wave numbers used to compute the acoustic field. The results are presented in Fig. 9b for both downstream propagation and upstream propagation. As the curves perfectly match, evaluated wave numbers are unbiased; the results suggest that the bias error is due to the Ingard–Myers boundary condition, and the bias depends on flow direction. These results may help explain some of the discrepancies observed in other works [5,23,31] when comparing upstream/downstream educed impedances. Although, the recent work of Roncen et al. [32] suggests that the experimental errors may not be the only source of these discrepancies. In fact, other assumptions may also lead to some type

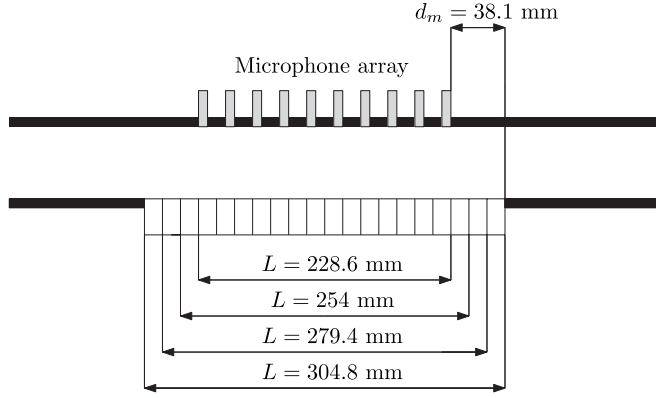
of bias when dealing with experimental data, such as the simplification to a bidimensional problem and the nonuniform flow.

#### IV. Finite Duct Model

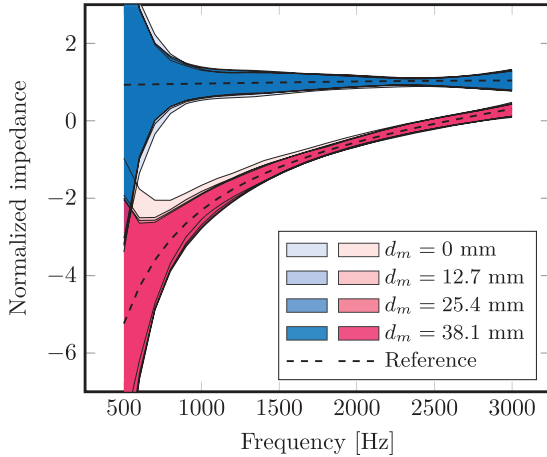
In this section, we introduce the second numerical experiment. An acoustic pressure field on a finite duct model is synthesized using the mode matching method, which is described in the Appendix. The main objective is to check the previous conclusions in the presence of acoustic scattering at lined/hard wall discontinuities. In this sense, this study is similar to that conducted by Jones et al. [33], who

analyzed the best microphone array available in their test rig for an inverse method and the KT algorithm method.

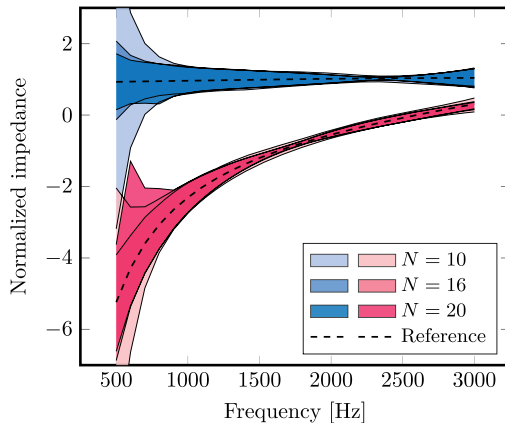
The considered duct is divided into three sections. The first and the third sections are rigid walled, whereas the second section has an upper hard wall and a bottom lined wall. The total duct length is 2 m, with the lined section centered and liner length depending on the considered case. the duct width and flow Mach number are the same



**Fig. 10** Illustration of the considered liner lengths on the distance to transitions analysis.



**Fig. 11** Uncertainty ranges for 95.45% confidence level considering different distances between microphone antenna and liner edges.



**a) Varying the number of microphones ( $\Delta z = 25.4$  mm)**

from the infinite duct model. A single liner geometry is considered: 8.5% of POA, and a cavity depth of 20 mm. In this analysis, only downstream propagation is investigated, considering the worst-case scenario where all uncertainties sources are considered. Initially, only the original Prony's method will be used. A new convergence study was performed, and the number of  $1 \times 10^4$  Monte Carlo simulations for each case was maintained.

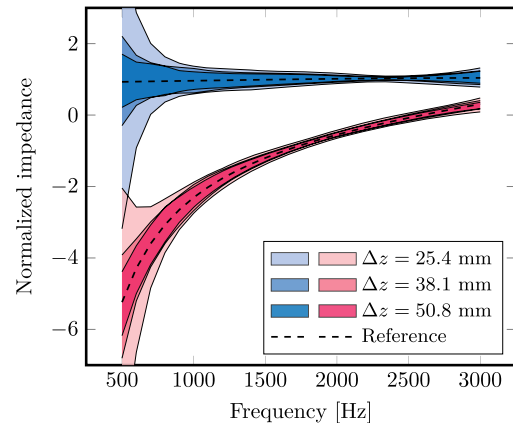
#### A. On the Effect of Distance to Transitions

We first investigate, with the finite duct model, the effect of the distance between the microphone antenna and the liner edges. This study seeks to understand the effect of impedance discontinuity at lined/hard wall transitions on educed impedance uncertainty. An array with 10 microphones, spaced by 25.4 mm and centered in the wall opposite to the liner, is considered. Four values of distance between the first and last microphones to the liner edges are considered: 0, 12.7, 25.4, and 38.1 mm. This implies liner lengths of 228.6, 254, 279.4, and 304.8 mm, as represented schematically in Fig. 10. As shown in Fig. 11, apart from the microphones positioned on the liner edges, convergence is obtained already with  $d_m = 12.7$  mm, which allows a higher number of microphones or a longer distance between them for the same liner sample length to be used. Also, the results obtained with the microphones on the liner edges suggest that, in this condition, the influence of impedance discontinuities on the acoustic field are critical, especially in the lower-frequency range, which is expected due to longer wavelengths. These results are in accordance with the previous study of Jones et al. [33]. However, this optimal parameter has dependency with the liner impedance because the discontinuity must affect the transition length.

#### B. On the Effect of Liner Length and Distance Between Microphones

The conclusions of Sec. III.D are now validated in a finite liner sample case. To perform this analysis, two sets of microphone arrays are considered. Both sets assume a distance of 25.4 mm to the liner edges, and the original Prony's method is used. The first one assumes microphones equally spaced by 25.4 mm in quantities of 10, 16, and 20 microphones, which implies liner lengths of 279.4, 431.8, and 533.4 mm, respectively. The second one assumes 10 microphones with three different separations of 25.4, 38.1, and 50.8 mm, which implies liner lengths of 279.4, 419.1, and 558.8 mm, respectively. As shown in Fig. 12, the educed uncertainty follows the same behavior of the infinite duct study; i.e., uncertainty ranges decrease as the liner length increases. In the lower-frequency range, this difference is more relevant, mainly due to the longer wavelengths.

Besides that, Fig. 12 shows that the same liner length produces a slightly better result when using more spaced microphones, especially in the frequencies of 600 and 700 Hz, where the array of 20 microphones leads to an anomalous results. This is related to the



**b) Varying the distance between microphones ( $N = 10$ )**

**Fig. 12** Uncertainty ranges for 95.45% confidence level for uncertainty considering different microphone antennas in the finite liner model.

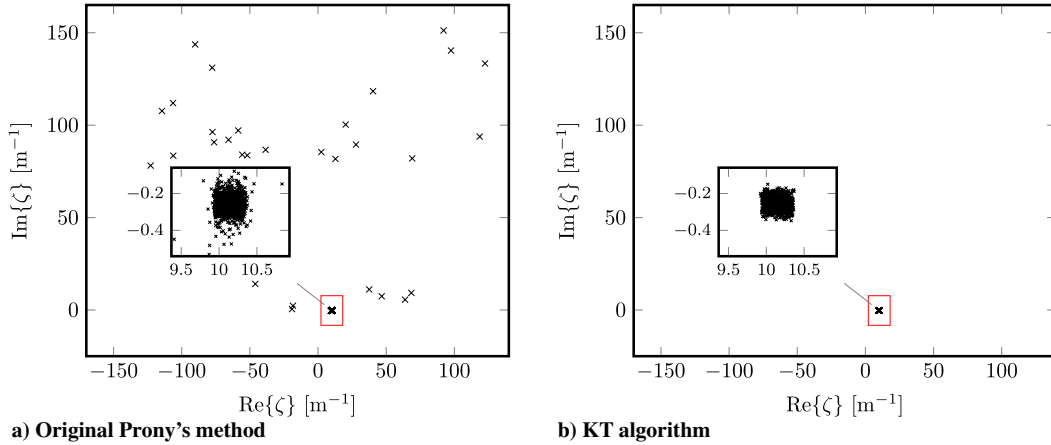


Fig. 13 Complex plane with the first  $1 \times 10^3$  educed wave numbers considering 20 microphones separated by 25.4 mm at 600 Hz.

presence of spurious modes and the educed mode selection criterion, which will be discussed in Sec. IV.C.

### C. On the Educed Mode Selection Criterion

To explain the anomalous results of Fig. 12a, the axial wave numbers used to determine the liner impedance for 600 Hz are plotted in the complex plane and presented in Fig. 13a. For the sake of clarity, only the first  $1 \times 10^3$  wave numbers are presented. The expected wave number is  $10.145 - i0.284$ , which is close to the bigger amount of the educed wave number. However, a significant parcel of the results is spurious, which occurs for two reasons. First, because the original Prony's method assumes a total of  $\mathcal{L} = \mathcal{M}/2$  modes and the number of "well cut-on" modes is lower than that, this implies distribution of the modal amplitudes to spurious modes. Then, depending on the extraneous noise (or uncertainty) on the measured data, these spurious modes can have a greater amplitude than the acoustic mode, which leads to the incorrect selection of this mode as the least attenuated, which is avoided when using the KT method because the least attenuated mode is selected [6]. Because the KT algorithm removes the spurious modes by means of SVD. Therefore, there is no need to change the selection criterion. Figure 13b shows educed axial wave numbers but using the KT algorithm and the mode selection criterion of the original Prony's method from the work of Jing et al. [3], which results in greater modal amplitude. It is possible to observe that the results obtained with the KT algorithm are free of spurious solutions.

## V. Application to Experimental Data

We now apply the procedure from previous sections to an experimental database to validate the preliminary conclusions. NASA benchmark data have been extensively used for validation of different impedance eduction techniques [1,3]; in this work, we consider more recent data from Jones and Watson [18]. Focus is given to the definition of the microphone array. The Grazing Flow Impedance Tube (GFIT), from NASA Langley Research Center is instrumented with a total of 43 flush-mounted microphones at the wall opposite to the liner sample. Here, two sets of microphone arrays are available: 23 equally spaced microphones with  $\Delta z = 25.4$  mm, and 13 microphones separated by  $\Delta z = 12.7$  mm. The duct width is  $H = 63.5$  mm. The analysis is carried on by considering a single wire-mesh-covered acoustic liner having a facesheet resistance of approximately 0.4; at first, the honeycomb depth is 38.1 mm. In all considered cases, the mean Mach number is 0.241 and the sound pressure level at the liner leading edge is 130 dB. The considered uncertainty of each variable is the same as that of the worst case from the infinite duct study (see Table 2). One must notice that this analysis does not provide the confidence intervals of the GFIT measurements. The main goal here is to verify the previous conclusions in the presence of extraneous noise.

The first analysis with experimental data was performed to compare possible configurations of the microphone array, which are presented in Table 3. The first one considers all 23 microphones spaced by 25.4 mm. The second configuration considers only the central 12 microphones, which are also spaced 25.4 mm, which should provide an insight into impedance discontinuity effects. The third configuration considers 13 microphones separated by 12.7 mm, and the last configuration considers 12 microphones of the first array, separated by 50.8 mm. Figure 14 shows the educed impedance using the four possible configurations together with NASA results obtained with an inverse method [18]. In this first analysis, the original Prony's method was considered.

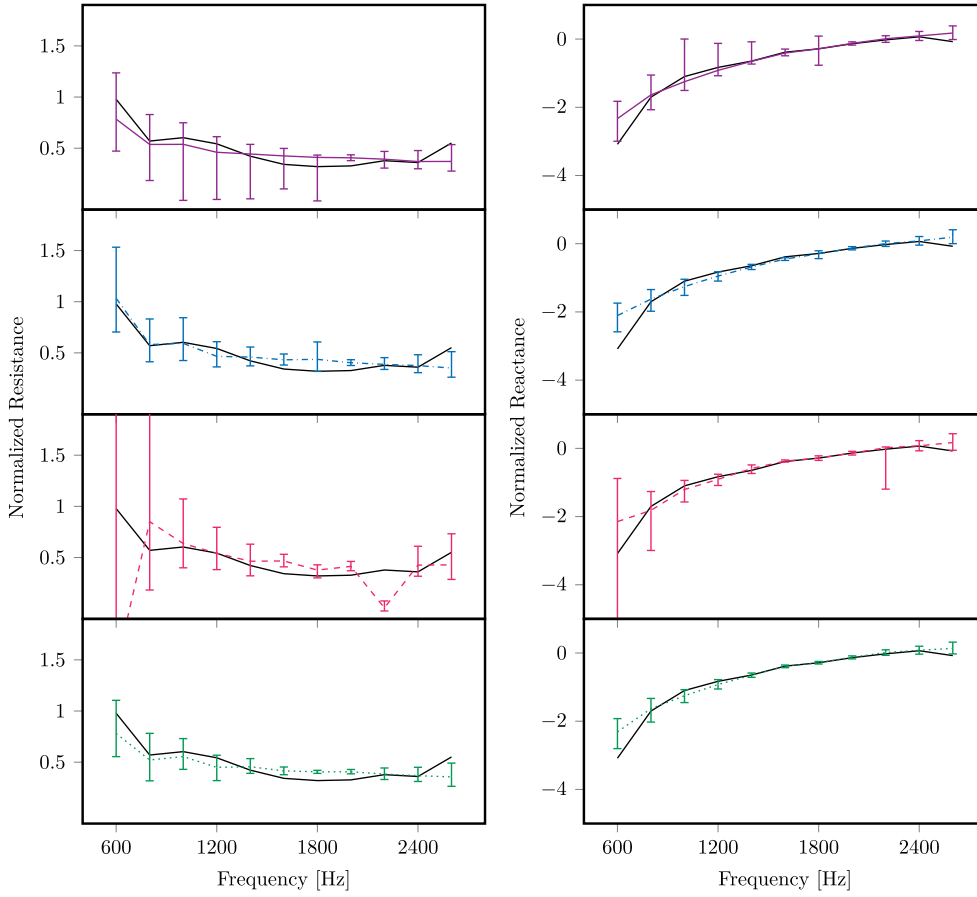
In spite of the reduced number of microphones, the use of the 12 central microphones (array 2) provided a lower uncertainty level when compared with the case with 23 microphones and the same spacing (array 1). This can be explained by the fact that the use of central microphones avoids the scattering effect at the liner edges because the longer array begins at the lined/hard wall discontinuity. As may be expected, the use of only 13 microphones with a smaller separation provides the highest uncertainty scenario, which can be explained by the lower attenuation between consecutive microphones and the higher relative uncertainty of microphone separation. The results from array 4 also corroborate what was discussed in Sec. III.D, considering that the results obtained with the microphone spacing of 50.8 mm showed the lowest uncertainty levels.

The second analysis aims to compare the performance of the KT algorithm with the original Prony's method. The results obtained by considering the same arrays of Table 3 are presented in Fig. 15. Clearly, a reduction of uncertainty on educed impedance is obtained with the KT algorithm. This is mainly because of the rejection of spurious poles and the overdetermination of the system of equations, which implies an algorithm more robust with respect to measurement noise. Also, the obtained mean impedance curves have better agreement with expected liner behavior.

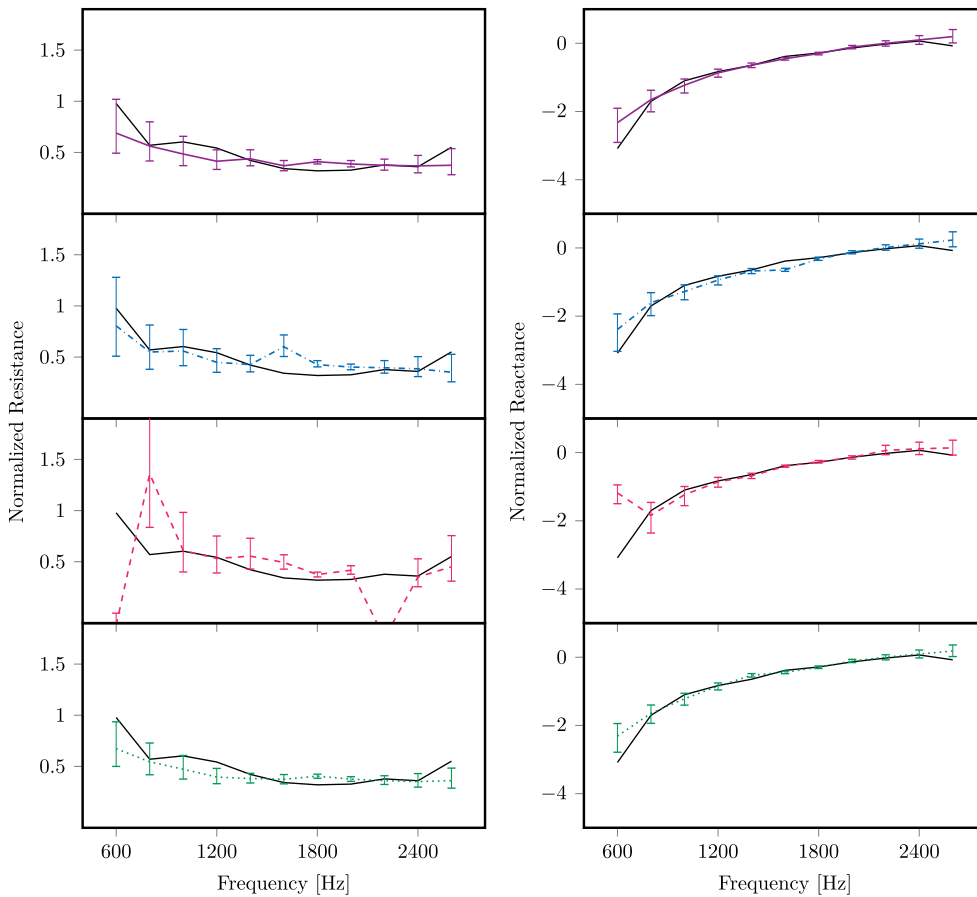
A final analysis is carried out to verify whether being close to the liner resonance frequency improves the resistance eduction, as stated by Jones and Watson [18]. In this case, cavity depths of 38.1, 50.8, and 76.2 mm were considered. Figure 16 shows the uncertainty levels obtained with microphone array 1 of Table 3 and the KT algorithm. Clearly, the results corroborate the affirmation of Jones and Watson [18] because the uncertainty on educed resistance is reduced at frequencies close to the liner resonance. This is also in agreement

Table 3 Considered microphone arrays

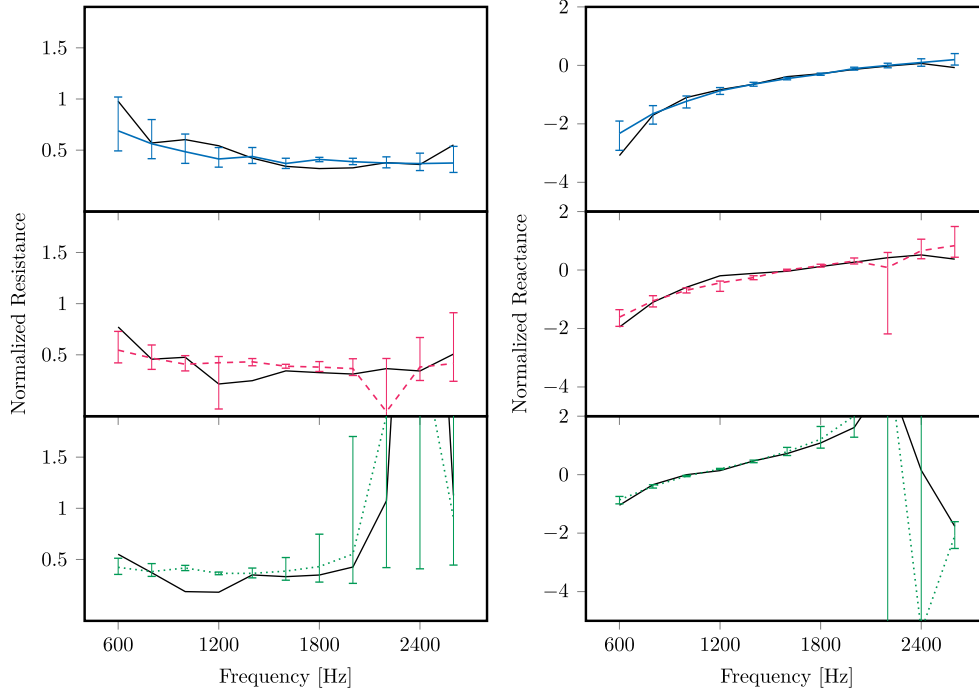
Array	Number of microphones	Microphone separation, mm
1	23	25.4
2	12	25.4
3	13	12.7
4	12	50.8



**Fig. 14** Uncertainty levels on educed impedance with NASA benchmark data using original Prony's method: NASA reference curves (solid black lines), microphone array 1 (purple lines), array 2, (dashed-dotted blue lines), array 3 (dashed red lines), and array 4 (dotted green lines).



**Fig. 15** Uncertainty levels on educed impedance with NASA benchmark data using KT algorithm: NASA reference curves (solid black lines), microphone array 1 (purple lines), array 2, (dashed-dotted blue lines), array 3 (dashed red lines), and array 4 (dotted green lines).



**Fig. 16** Uncertainty levels on educed impedance with NASA benchmark considering different cavity depths: NASA reference curves (solid black lines), 38.1 mm depth (blue lines), 50.8 mm depth (dashed red lines), and 76.2 mm depth (dashed-dotted green lines).

with the infinite duct analysis because a reactance close to zero leads to a very high attenuation, which was shown to reduce the uncertainty on educed impedance.

## VI. Conclusions

An uncertainty analysis for impedance eduction based on Prony's method has been performed by means of Monte Carlo simulations. Uncertainties on duct dimensions, aeroacoustic parameters, and microphone sensitivity were considered in an infinite lined duct. The results showed that parameters associated with microphones (separation and sensitivity) are critical, and that the uncertainty in the attenuation in decibels is nearly constant over the frequency. The confidence interval of the educed impedance depends on attenuation, being smaller at frequencies with high attenuation. Upstream propagation provides lower uncertainty than downstream, mainly because of higher attenuation. Different configurations of microphone arrays were tested, with increasing the distance between consecutive microphones being the best approach to improve the confidence interval. The results also suggest that the Ingard–Myers boundary condition may be biased and leads to different average results for upstream and downstream propagations. A finite duct model was used to check the conclusions obtained with the infinite duct study. Only a small distance of the microphone antenna to the liner edge is required to achieve smaller uncertainty levels. The results obtained with the NASA benchmark also show that a tradeoff between the number of microphones and the separation distance exists. A comparison between the uncertainty ranges obtained with the original Prony's method and the KT algorithm showed that the latter decreases the uncertainty on educed impedance. In fact, one must notice that the conclusions outlined in this work depend on the considered impedances and flow Mach numbers, and they should be interpreted as guidelines for more general cases.

### Appendix: Mode Matching Method

Because the mode matching requires several modes to properly model the scattering at the liner edges, it is convenient to rewrite Eq. (1) as a generalized eigenvalue problem. In this case, the linearized convected Helmholtz equation is given by

$$\frac{d^2 p}{dx^2} + k^2 p - 2kM\zeta p - (1 - M^2)\zeta^2 p = 0 \quad (\text{A1})$$

This equation can be solved by means of a pseudospectral method in the lined section. By introducing an auxiliary variable  $q = \zeta p$ , we have

$$\begin{bmatrix} D^2 + k^2 I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \zeta \begin{bmatrix} 2kMI & (1 - M^2)I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \quad (\text{A2})$$

where  $p$  and  $q$  are vectors containing  $p$  and  $q$  at each grid point  $i = 0, \dots, N$ ,  $I$  is the identity matrix,  $0$  is the zero matrix, and  $D$  is the differentiation matrix for a Gauss–Lobatto grid (Ref. [34] p. 570). For convenience, a change of coordinates is performed from the original grid points  $y \in [-1, 1]$  to  $x \in [0, H]$ . The boundary conditions [Eqs. (3) and (4)] are applied at rows corresponding to  $i = 0$  and  $i = N$ , respectively. A small number of grid points is necessary to ensure accurate results for the dominant acoustic modes and possible surface waves (e.g.,  $N \approx 100$ ). The eigenvalues (and their respective eigenvectors) are ordered in ascending values of  $Re(\alpha)$ , and only the first 10 upstream and downstream modes are considered. In the rigid-walled section, it is not difficult to show that  $\alpha_n H = n\pi$  and  $\psi_n(x) = 2 \cos(\alpha_n x)$ .

The solutions are matched across the interfaces by assuming continuity of mass and momentum [35]. Being  $p$  and  $u$  the pressure and axial velocity fields, indices (1) and (3) denoting hard-walled sections and (2) denoting the lined section, this condition, for a bidimensional rectangular duct, reads, at  $z = 0$ ,

$$\int_0^H \bar{W}(p^{(2)} - p^{(1)}) dx - \frac{M^2}{ik(1 - M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \bar{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0 \quad (\text{A3})$$

$$\rho_0 c_0 \int_0^H \bar{W}(u^{(2)} - u^{(1)}) dx + \frac{M}{ik(1 - M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \bar{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0 \quad (\text{A4})$$

and, at  $z = L$ ,

$$\int_0^H \bar{W}(p^{(3)} - p^{(2)}) dx + \frac{M^2}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \bar{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0 \quad (A5)$$

$$\rho_0 c_0 \int_0^H \bar{W}(u^{(3)} - u^{(2)}) dx - \frac{M}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z} \bar{W}_b p_b^{(2)} \right) = 0 \quad (A6)$$

where  $W$  is a suitable test function, the overbar denotes the complex conjugate,  $\bar{W}_b \equiv W(x=0)$ , and  $p_b \equiv p(x=0)$ . The axial acoustic velocity is related to pressure by  $\rho_0 c_0 u_n^\pm = \zeta_n^\pm p_n^\pm / (k - M\zeta_n^\pm)$ . This set of equations can be written in matrix form as

$$\begin{bmatrix} P_2^+ & -P_1^- \\ M_2^+ & -M_1^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_1^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^+ & -P_2^- \\ M_1^+ & -M_2^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^+(z_1 - z_0) & 0 \\ 0 & E_2^-(z_1 - z_2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_2^- \end{pmatrix} \quad (A7)$$

$$\begin{bmatrix} P_3^+ & -P_2^- \\ M_3^+ & -M_2^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_2^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_2^+ & -P_3^- \\ M_2^+ & -M_3^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2^+(z_2 - z_1) & 0 \\ 0 & E_3^-(z_2 - z_3) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_3^- \end{pmatrix} \quad (A8)$$

where  $(E_i^\pm(z))_{mn} = \exp(-i\zeta_n^{(i)\pm} z)$  are propagation matrices,  $z_0$  and  $z_3$  are arbitrary reference planes, and  $z_1 = 0$  and  $z_2 = L$  are the liner edges. The elements of matrices  $P_i^\pm$  and  $M_i^\pm$  are given by

$$(P_i^\pm)_{mn} = \int_0^H \bar{W}_m \psi_n^{(i)\pm} dx - \frac{M^2}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z^{(i)}} \bar{W}_{m,b} \psi_{n,b}^{(i)\pm} \right) \quad (A9)$$

$$(M_i^\pm)_{mn} = \int_0^H \frac{\bar{W}_m \psi_n^{(i)\pm} \zeta_n^{(i)\pm}}{k - M\zeta_n^{(i)\pm}} dx + \frac{M}{ik(1-M^2)} \left( \frac{Z_0}{Z^{(i)}} \bar{W}_{m,b} \psi_{n,b}^{(i)\pm} \right) \quad (A10)$$

where  $Z^{(1)} = Z^{(3)} \equiv \infty$ , and  $Z^{(2)} \equiv Z$ . In this work, the mode shapes in the hard-walled sections of  $\psi_m^{(1)} = \psi_m^{(3)}$  are used as test functions because they form an orthogonal basis. By providing  $A_1^+$  and  $A_3^-$  as inputs, it is possible to solve Eqs. (A7) and (A8) with an iterative routine [36]. Once the remaining modal amplitudes are found, the acoustic field is computed with Eq. (2) at locations corresponding to microphones in the Prony's method.

### Acknowledgments

The work reported in this paper was supported by the Funding Authority for Studies and Projects, the National Council for Scientific and Technological Development, and EMBRAER S.A. The authors acknowledge Michael Jones from NASA Langley Research Center for providing the benchmark data.

### References

- [1] Elnady, T., Bodén, H., and Elhadidi, B., "Validation of an Inverse Semi-Analytical Technique to Educe Liner Impedance," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 12, 2009, pp. 2836–2844. <https://doi.org/10.2514/1.41647>
- [2] Watson, W. R., and Jones, M. G., "New Numerical Procedure for Impedance Eduction in Ducts Containing Mean Flow," *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 10, 2011, pp. 2109–2122. <https://doi.org/10.2514/1.J050317>
- [3] Jing, X., Peng, S., and Sun, X., "A Straightforward Method for Wall Impedance Eduction in a Flow Duct," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 124, No. 1, 2008, pp. 227–234. <https://doi.org/10.1121/1.2932256>
- [4] Aurégan, Y., Leroux, M., and Pagneux, V., "Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method," *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper 2004-2838, May 2004. <https://doi.org/10.2514/6.2004-2838>

- [5] Renou, Y., and Aurégan, Y., "Failure of the Ingard–Myers Boundary Condition for a Lined Duct: An Experimental Investigation," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 130, No. 1, 2011, pp. 52–60. <https://doi.org/10.1121/1.3586789>
- [6] Watson, W. R., Carpenter, M. H., and Jones, M. G., "Performance of Kumaresan and Tufts Algorithm in Liner Impedance Eduction with Flow," *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 4, 2015, pp. 1091–1102. <https://doi.org/10.2514/1.J053705>
- [7] Jones, M. G., Parrott, T. L., and Watson, W. R., "Uncertainty and Sensitivity Analyses of a Two-Parameter Impedance Prediction Model," *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, AIAA Paper 2008-2928, May 2008. <https://doi.org/10.2514/6.2008-2928>
- [8] Nark, D. M., Watson, W. R., and Jones, M. G., "Uncertainty and Sensitivity Analyses of Duct Propagation Models," *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, AIAA Paper 2008-2832, May 2008. <https://doi.org/10.2514/6.2008-2832>
- [9] Parrott, T. L., and Jones, M. G., "Uncertainty in Acoustic Liner Impedance Measurement and Prediction," *Assessment of NASA's Aircraft Noise Prediction Capability*, NASA TP-2012-215653, 2012.
- [10] Brown, M., Jones, M., and Watson, W., "Uncertainty Analysis of the Grazing Flow Impedance Tube," *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, AIAA Paper 2012-2296, June 2012. <https://doi.org/10.2514/6.2012-2296>
- [11] Zhou, L., and Bodén, H., "A Systematic Uncertainty Analysis for Liner Impedance Eduction Technology," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 356, Nov. 2015, pp. 86–99. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.07.001>
- [12] Buot de l'Épine, Y., Chazot, J.-D., and Ville, J.-M., "Bayesian Identification of Acoustic Impedance in Treated Ducts," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 138, No. 1, 2015, pp. EL114–EL119. <https://doi.org/10.1121/1.4923013>
- [13] Roncen, R., Méry, F., Piot, E., and Simon, F., "Statistical Inference Method for Liner Impedance Eduction with a Shear Grazing Flow," *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 3, 2019, pp. 1055–1065. <https://doi.org/10.2514/1.J057559>
- [14] Schultz, T., Sheplak, M., and Cattafesta, L. N., "Uncertainty Analysis of the Two-Microphone Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 304, No. 1, 2007, pp. 91–109. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.02.015>
- [15] Humbert, T., Delalande, R., Gabard, G., Golliard, J., and Auregan, Y., "Performance of the Matrix Pencil Algorithm in Direct Impedance Eduction of Liners: Some Numerical Experiments," *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper 2019-2676, May 2019. <https://doi.org/10.2514/6.2019-2676>
- [16] Seybert, A. F., and Ross, D. F., "Experimental Determination of Acoustic Properties Using a Two-Microphone Random-Excitation Technique," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 61, No. 5, 1977, pp. 1362–1370. <https://doi.org/10.1121/1.381403>
- [17] Sarkar, T. K., and Pereira, O., "Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 37, No. 1, 1995, pp. 48–55. <https://doi.org/10.1109/74.370583>
- [18] Jones, M., and Watson, W., "On the Use of Experimental Methods to Improve Confidence in Educed Impedance," *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*, AIAA Paper 2011-2865, June 2011. <https://doi.org/10.2514/6.2011-2865>
- [19] Morse, P. M., and Ingard, K. U., *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill Book, New York, 1968, p. 701.
- [20] Ingard, U., "Influence of Fluid Motion Past a Plane Boundary on Sound Reflection, Absorption, and Transmission," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 31, No. 7, 1959, pp. 1035–1036. <https://doi.org/10.1121/1.1907805>
- [21] Myers, M., "On the Acoustic Boundary Condition in the Presence of Flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 71, No. 3, 1980, pp. 429–434. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(80\)90424-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(80)90424-1)
- [22] Kumaresan, R., and Tufts, D., "Estimating the Parameters of Exponentially Damped Sinusoids and Pole-Zero Modeling in Noise," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 30, No. 6, 1982, pp. 833–840. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1982.1163974>
- [23] Weng, C., Schulz, A., Ronneberger, D., Enghardt, L., and Bake, F., "Flow and Viscous Effects on Impedance Eduction," *AIAA Journal*, Vol. 56, No. 3, 2018, pp. 1118–1132. <https://doi.org/10.2514/1.J055838>



- [24] Wax, M., and Kailath, T., "Detection of Signals by Information Theoretic Criteria," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 33, No. 2, 1985, pp. 387–392. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164557>
- [25] Coleman, H. W., and Steele, W. G., *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers*, Wiley, New York, 2018, p. 24.
- [26] Guess, A., "Calculation of Perforated Plate Liner Parameters from Specified Acoustic Resistance and Reactance," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 40, No. 1, 1975, pp. 119–137. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(75\)80234-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(75)80234-3)
- [27] ISO 2768-1:1989, "General Tolerances—Part 1: Tolerances for Linear and Angular Dimensions Without Individual Tolerance Indications," International Organization for Standardization, Geneva, CH, 1989.
- [28] ISO 5221:1984, "Air Distribution and Air Diffusion—Rules to Methods of Measuring Air Flow Rate in an Air Handling Duct," International Organization for Standardization, Geneva, CH, 1989.
- [29] Gum, I., *Uncertainty of Measurement—Part 3: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Organization for Standardization, Geneva, CH, 2008.
- [30] Eversman, W., "Effect of Boundary Layer on the Transmission and Attenuation of Sound in an Acoustically Treated Circular Duct," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 49, No. 5A, 1971, pp. 1372–1380. <https://doi.org/10.1121/1.1912512>
- [31] Bodén, H., Cordioli, J. A., Spillere, A., and Serrano, P., "Comparison of the Effect of Flow Direction on Liner Impedance Using Different Measurement Methods," *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper 2017-3184, June 2017. <https://doi.org/10.2514/6.2017-3184>
- [32] Roncen, R., Piot, E., Mery, F., Simon, F., Jones, M. G., and Nark, D. M., "Influence of Source Propagation Direction and Shear Flow Profile in Impedance Eduction of Acoustic Liners," *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper 2019-2469, May 2019. <https://doi.org/10.2514/6.2019-2469>
- [33] Jones, M. G., Watson, W. R., and June, J. C., "Optimization of Microphone Locations for Acoustic Liner Impedance Eduction," *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper 2015-3271, June 2015. <https://doi.org/10.2514/6.2015-3271>
- [34] Boyd, J., *Chebyshev and Fourier Spectral Methods: Second Revised Edition*, Dover Books on Mathematics, Dover, New York, 2001, p. 570.
- [35] Gabard, G., and Astley, R., "A Computational Mode-Matching Approach for Sound Propagation in Three-Dimensional Ducts with Flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 315, No. 4, 2008, pp. 1103–1124. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.02.015>
- [36] Cummings, A., "High Frequency Ray Acoustics Models for Duct Silencers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 221, No. 4, 1999, pp. 681–708. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2030>

D. ZHAO  
Associate Editor

