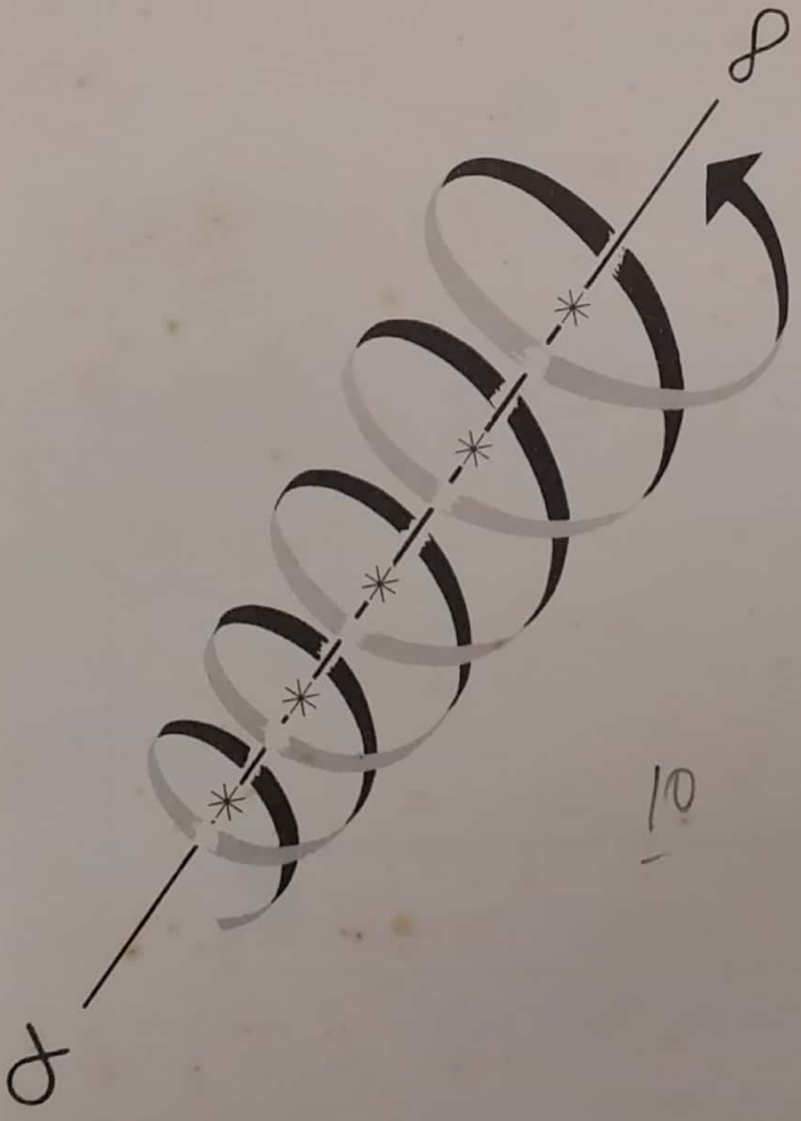
Waldemar

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

MATEMATICA
Vol. 2

Mat



10

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "*HAPRONT*"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "*HAPRONT*" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

MATEMÁTICA

MÓDULO Nº 10

OPERANDO COM CONJUNTOS

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO : OPERANDO COM CONJUNTOS

I - ASSUNTO : UNIÃO, INTERSECÇÃO, DIFERENÇA.

II - MATÉRIA : CIÊNCIAS.

DISCIPLINA : MATEMÁTICA.

III - PRÉ - REQUISITOS : TER DOMINADO O CONTEÚDO DOS MÓDULOS 9.0 A 9.6.

IV - OBJETIVOS :

1. OBJETIVO GERAL :

Evidenciar a necessidade de constante atualização de conhecimentos científicos, em virtude do rápido desenvolvimento dos trabalhos de pesquisa.

2. OBJETIVO TERMINAL :

Operar com Conjuntos, resolvendo situações - problemas e utilizando, com precisão, suas propriedades e técnicas operatórias.

3. OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS :

a. Efetuar a União de conjuntos, representando simbolicamente a operação efetuada.

b. Efetuar a Intersecção de Conjuntos, representando simbolicamente a operação efetuada.

c. Efetuar a Diferença de Conjuntos e o caso particular da Complementação, representando simbolicamente as operações efetuadas.

V - PRÉ - TESTE

Pelo presente Pré - Teste você mesmo irá verificar como estão os seus conhecimentos sobre o assunto aqui contido.

Leia com calma e atenção as questões propostas abaixo e as responda com letra bem legível, escrevendo aquilo que tiver certeza.

Inicie, então, esta prova, com ânimo de bem fazê-la.

E tenha boa sorte no seu trabalho!

1. DÊ AS "OPERAÇÕES INVERSAS" DE :

   Abrir a porta ________ ------------------------------------

   Sentar - se ________ ------------------------------------

   Descascar batatas ________ ------------------------------------

   Encher a xícara ________ ------------------------------------

2. NA ESCOLA, IRENE, LIA E MARIA SÃO ENCARREGADAS DO JORNAL DE CLASSE. MÁRIO E LAURO SÃO INCUMBIDOS DA RECREAÇÃO, NO INTERVALO DAS AULAS.

   Represente simbolicamente os dois conjuntos e, entre esses conjuntos, efetue a "Operação Reunião".

   $J = \{$

   $R = \{$

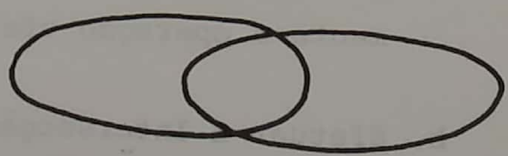
   $J \cup R =$

3. OBSERVE O GRÁFICO, OS CONJUNTOS QUE ELE REPRESENTA, HACHUREIANDO O "CONJUNTO DIFERENÇA" ENTRE ESSES DOIS CONJUNTOS.

   $G = \{a, b, c\}$

   $H = \{a, c, d\}$

G



H

G/H

OS IRMÃOS JOÃO E RITA GANHARAM, NO NATAL, PRESENTES DO PAPAI NOEL. JOÃO GANHOU BOLA, PETECA E AUTORAMA. MARIA GANHOU URSO DE PANO E SOMBRINHA. UMA ÚNICA BOLA COUBE A AMBOS.

a) QUE CONJUNTO DE PRESENTES JOÃO GANHOU DIFERENTES DOS DE RITA?

----

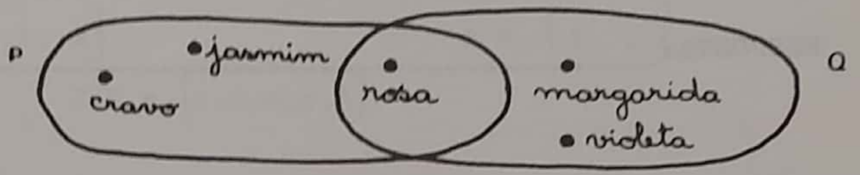
b) QUE CONJUNTO DE PRESENTES RITA GANHOU DIFERENTES DOS DE JOÃO?

----

c) QUAL O CONJUNTO INTERSECÇÃO?

----

5. OLHE OS DIAGRAMAS E COMPLETE A REPRESENTAÇÃO DOS CONJUNTOS ENTRE CHAVES :



P = {cravo, ______________________________ }

Q = {violeta, ______________________________ }

P ∩ Q = { ______________________________ }

6. OPERE A INTERSECÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS DE :

A = {m, a, r, c}

B = {m, a, r, c, s}

A ∩ B = { ______________________________

7. COLOQUE EM DIAGRAMAS OS ELEMENTOS DESTES CONJUNTOS :

C = {letras da palavra "macaco"

D = {letras da palavra "peixe"

EFETUE A OPERAÇÃO INTERSECÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS DOS DOIS CONJUNTOS.

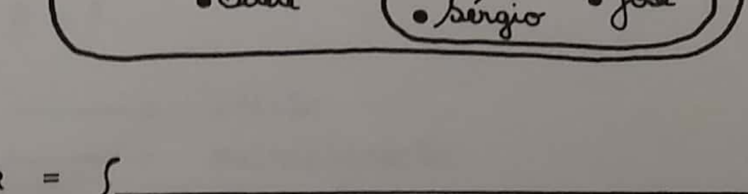
DIAGRAMA:

C = {m, ____________ }

D = {p, ____________ }

C ∩ D =

8. DÊ O CONJUNTO COMPLEMENTAR DE R.



R = { ______________________________ }

9. O DIAGRAMA SEGUINTE REFERE-SE A:

B $\cap$ A; A $\cup$ B; A $\cap$ B; A $\setminus$ B; B $\setminus$ A

RESPOSTA: ____

10. QUE OPERAÇÕES MATEMÁTICAS FUNDAMENTAM-SE EM :

União de conjuntos disjuntos $\longrightarrow$ ____________________

Produto Cartesiano $\longrightarrow$ ____________________

Complementação de conjuntos $\longrightarrow$ ____________________

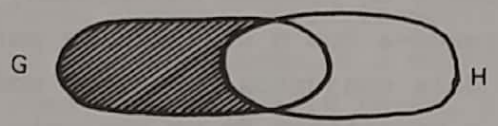
<u>GABARITO DO PRÉ-TESTE</u>

1. ⟶ Fechar a porta.
2. ⟶ Levantar-se.
3. ⟶ Não tem inversa.
4. ⟶ Esvaziar a xícara.

2. $J = \{i, l, m\}$ $R = \{r, j\}$

$J \cup R = \{i, l, m, r, j\}$

3.



$G \setminus H$

4. a) $J \setminus R = \{\text{peteca}, \text{autorama}\}$

b) $R \setminus J = \{\text{urso}, \text{sombrinha}\}$

c) $R \cap J = \{\text{bola}\}$

(É valida a resposta sem os símbolos).

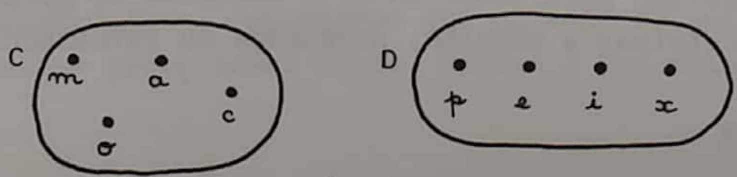
5. $P = \{\text{cravo, jasmim, rosa}\}$

$Q = \{\text{violeta, rosa, margarida.}\}$

$P \cap Q = \{\text{rosa}\}$

6. $A \cap B = \{m, a, r, c = A\}$

7.



$C \cap D = \emptyset$

8. $R = \{l, r, o, m\}$

9. $B \setminus A$

10. ⟶ Adição.

⟶ Multiplicação.

⟶ Subtração.

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Em módulos anteriores, já falamos sobre as operações com conjuntos de elementos concretos, que nos permitem objetivar operações matemáticas. Refirimo-nos à reunião de conjuntos com elementos diferentes que nos auxiliam a ilustrar a adição. Também fizemos alusão à operação Diferença, ou mais propriamente, à operação Complementação, que serve de pré-requisito à operação subtração. E ainda dissemos que, após o conhecimento do produto cartesiano, podemos ilustrar a multiplicação, ilustrando-a com o conjunto de pares ordenados formados com elementos de dois conjuntos. Do mesmo modo exemplificamos a divisão como sendo a repartição de um conjunto em sub conjuntos equipotentes.

No módulo 9.6, você observou as três maneiras como se apresentam as relações entre os elementos dos conjuntos:-

1º) com elementos diferentes - conjuntos disjuntos;
2º) com elementos comuns; e
3º) com a inclusão de conjuntos.

Com tais conhecimentos você tem condições para escolher o diagrama próprio para essas diferentes maneiras de relacionar os elementos dos conjuntos.

Concluindo, dizemos que, com a aprendizagem do assunto acima referido e já exposto no módulo 9.6 e nos anteriores a ele, você está preparado para compreender o conteúdo do presente módulo, isto é, para efetuar a REUNIÃO, DIFERENÇA OU INTERSECÇÃO.

OPERAÇÕES CONCRETAS

Trabalhando com conjuntos de elementos concretos podemos estabelecer entre eles uma ordem, classificação, seriação,etc. Estabelecendo uma ação qualquer entre os elementos de um ou mais conjuntos, realizamos uma operação, que pode ser direta ou inversa.

Por exemplo: se reúno o conjunto de 3 laranjas ao conjunto de 4 peras e retiro do conjunto reunião as laranjas que ali juntei, pratico uma ação direta (união) e outra inversa (diferença), que desfaz a primeira operação.

Em numerais: $3 + 4 = 7$; $7 - 4 = 3$. A operação adição (direta) foi desfeita pela subtração (inversa).

Em outras situações, que não as de conjuntos, podem também ocorrer operações como essa: "se acendo uma lâmpada e depois a apago", realizo, primeiro, uma operação direta e depois, uma operação inversa. Entretanto, "se leio um livro", realizo uma ação que não admite operação inversa. Identicamente sucede na matemática: a adição é desfeita pela subtração, e a multiplicação, pela divisão; a potenciação, como você verá mais tarde, é desfeita pela radiciação.

OPERAÇÃO REUNIÃO

Para demonstrar a operação Reunião, comecemos por formar conjuntos com as próprias crianças em sala de aula.

Vamos mostrar a operação Reunião nos três modos como se apresentam os elementos dos conjuntos:

A. conjuntos disjuntos;
B. conjuntos com alguns elementos comuns;
C. conjuntos com relação de inclusão entre eles.

A. Conjuntos disjuntos

EXEMPLO I :- Suponhamos que na sala de aula, Paula, Maria e Irene saibam jogar dama; Ceres, Tereza e Lia saibam jogar tria.

Representando os dois conjuntos simbolicamente, temos:-

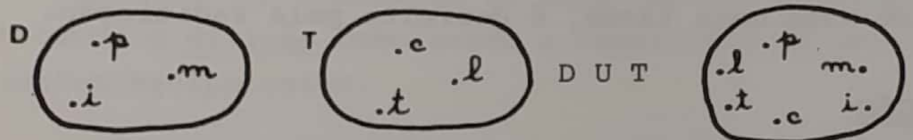
D = {Paula, Maria, Irene}

T = {Tereza, Ceres, Lia}

Como os elementos dos dois conjuntos são diferentes , isto é, não há nenhuma menina que jogue dama e tria ao mesmo tempo, DIZEMOS QUE OS CONJUNTOS SÃO DISJUNTOS.

Representando os conjuntos disjuntos no diagrama, resulta:

<u>Conjunto Reunião</u>

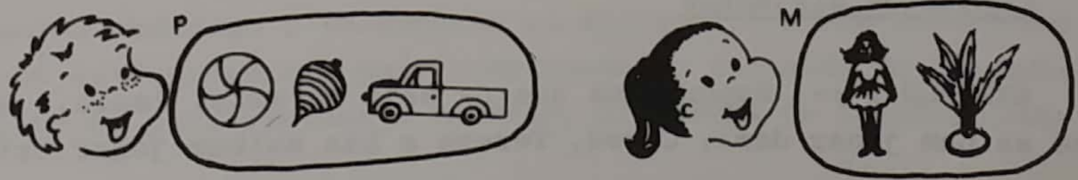


Como se vê, os elementos dos dois conjuntos são reunidos num só, chamado <u>conjunto Reunião</u>, cujo símbolo da operação é U.

D U T lê-se: conjunto D reunido ao conjunto T.

D U T = {p, m, i, c, t , l} . No conjunto união D U T os elementos são : Paula, Irene, Maria, Ceres, Tereza e Lia.

<u>EXEMPLO II</u> :- Paulo tem os seguintes brinquedos: bola, pião e caminhão; Maria tem boneca e peteca.



Representando os dois conjuntos simbolicamente, temos:-

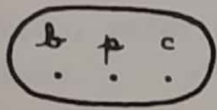
P = {bola, pião, caminhão}

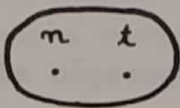
M = {boneca e peteca}

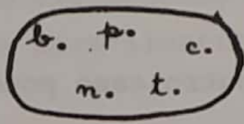
Como não há brinquedos comuns a Lauro e Maria, dizemos que os <u>CONJUNTOS SÃO DISJUNTOS</u>.

Representando os elementos dos conjuntos no diagrama, resulta:

Conjunto Reunião

L 

M 

L U M 

No conjunto M, n = boneca, t = peteca, para distinguir de b = bola e p = pião.

L U M lê-se: conjunto L reunido ao conjunto M.

L U M $\{$b, p, c, n, t$\}$, que se lê: união dos conjuntos L e M é igual a bola, pião, caminhão, boneca e peteca.

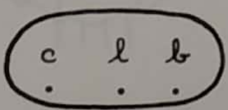
EXEMPLO III :- Conjunto A formado de caneta, lápis, borracha. Conjunto B formado de maleta e régua.

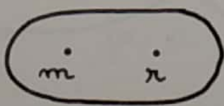
Representando simbolicamente esses conjuntos, temos:

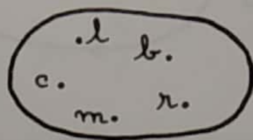
A = $\{$caneta, lápis, borracha$\}$
B = $\{$maleta, régua$\}$

Como não há elementos comuns aos dois conjuntos, eles são disjuntos.

Representando os elementos desses conjuntos no diagrama, resulta:-

A 

B 



A = $\{$c,l,b$\}$ B = $\{$m,r$\}$ A U B = $\{$c,l,b,m,r$\}$

" REUNIÃO DE CONJUNTOS DISJUNTOS" É O CONJUNTO FORMADO POR TODOS OS ELEMENTOS DO PRIMEIRO CONJUNTO E TODOS OS ELEMENTOS DO SEGUNDO.

Para ilustrar a adição , como já dissemos, levamos em conta o cardinal dos conjuntos e o cardinal do conjunto Reunião.

No EXEMPLO I :-	# D = 3	# T = 3	# (D U T) = 6
No EXEMPLO II :-	# L = 3	# M = 2	# (L U M) = 5
No EXEMPLO III:-	# A = 3	# B = 2	# (A U B) = 5

Nenhum outro caso pode ilustrar a operação adição.

B- Conjuntos com alguns elementos comuns.

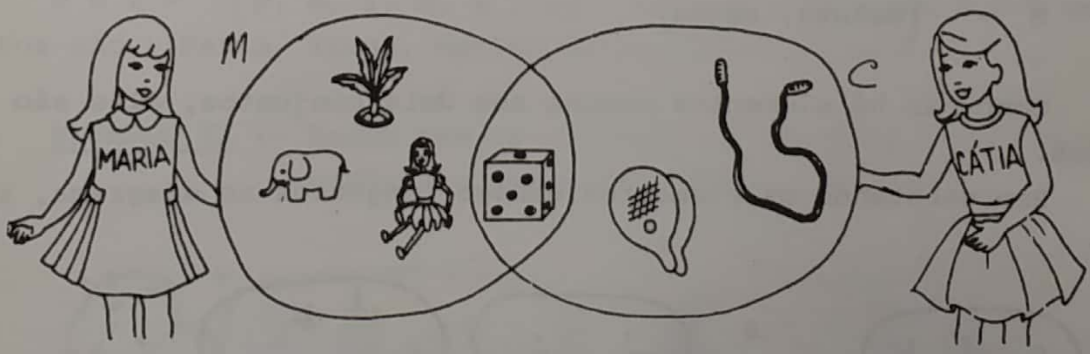
EXEMPLO I:- Dei a Maria estes brinquedos: elefante, peteca e boneca; a Cátia dei: raquete e corda. A ambas dei um só "dado".

Representando simbolicamente os dois conjuntos, temos:

M = {elefante, peteca, boneca, dado}

C = {raquete, corda, dado}

Quando há um ou mais elementos comuns aos conjuntos, o diagrama escolhido é o entrelaçado. Como dei às duas meninas um só "dado", este é, no caso, o elemento comum que no diagrama ocupa o espaço entrelaçado.



M U C = elefante, peteca, boneca, dado, raquete, corda

Observe que o elemento comum foi agora contado uma só vez pois é um dado que pertence a duas meninas.

O conjunto Reunião tem todos os elementos do primeiro conjunto e os do segundo conjunto que não fazem parte do primeiro.Assim sendo, quando buscamos o cardinal dos conjuntos com elemento comum co mo no exemplo acima, temos:-

$\# M = 4$ $\qquad \# C = 3$ $\qquad \# (M \cup C) = 6$

Vem daí o motivo pelo qual no módulo 9.2, quando tratamos da adição, referimo-nos a conjuntos disjuntos para ilustrar a operação adição.

<u>EXEMPLO II</u> :- Mário, Rui, Pedro e José jogam dama; Antônio, Rui e José jogam tria.

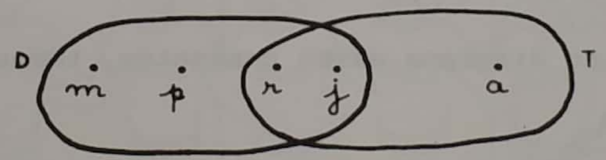
Representando simbolicamente os dois conjuntos, temos:-

D = {Mário, Rui, Pedro, José}

T = {Antônio, Rui, José}

Como há meninos que jogam dama e tria ao mesmo tempo, o diagrama escolhido é o entrelaçado.

Veja :-



$D \cup T = \{m, p, r, j, a\}$

O conjunto <u>União de conjuntos com elementos comuns</u> é, como dissemos, formado de todos os elementos do primeiro conjunto e os do segundo que não pertencem ao primeiro. Assim sendo, quando buscamos o cardinal do conjunto União, como no caso do exemplo acima, temos:

$\# D = 4$ $\qquad \# T = 3$ $\qquad \# (D \cup T) = 5$

C- <u>Conjuntos com relação de inclusão entre eles</u>.

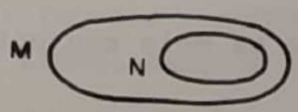
Neste último modo sobre como se apresentam os elementos dos conjuntos, encontramos a inclusão de conjuntos; os elementos do segundo conjunto são todos elementos do primeiro.

EXEMPLO I :- No conjunto M temos todas as meninas da classe; no conjunto N, todas as meninas da classe, maiores de 9 anos.

Representando os dois conjuntos, temos:-

M = {meninas da classe

N = {meninas da classe, maiores de 9 anos}



M U N = M ⟶ M União com N é igual a M.

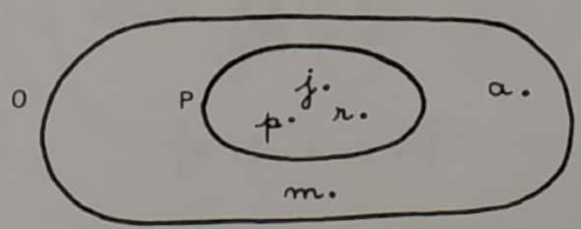
EXEMPLO II :- No conjunto O temos os meninos Mário, José, Antônio, Pedro e Rui; no conjunto P, os meninos José, Rui e Pedro.

Representando simbolicamente os dois conjuntos, temos:-

O = { Mário, José, Antônio, Pedro , Rui }

P = {José, Rui, Pedro}

Representando no diagrama esses conjuntos, temos:-



O U P = O ⟶ O União com P é igual a O.

Como se vê, O ⊃ P; P ⊂ O, isto é, O contém P e P está contido em O.

Fixando: ⊃ = contém; ⊂ = está contido.

Quando há Inclusão, a União é representada pelo primeiro conjunto, pois este contém o outro.

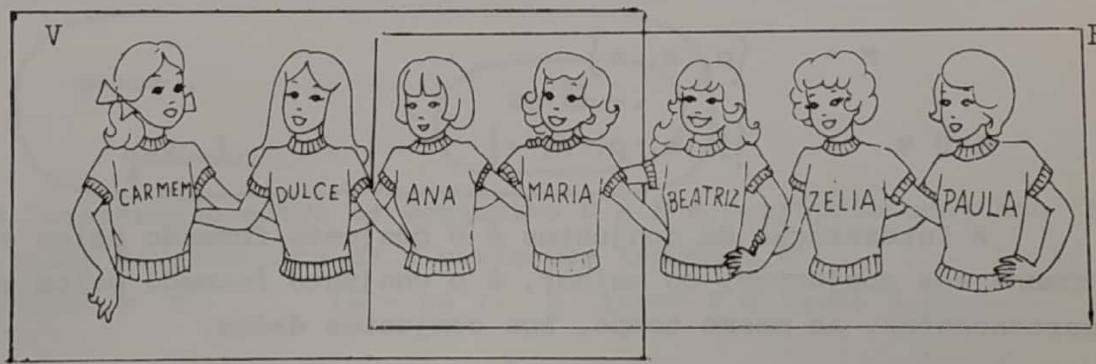
EXERCÍCIO Nº 1.

Escreva nos quadrinhos abaixo: 1º, 2º ou 3º.Se entre os dois conjuntos dados houver disjunção, $\boxed{1º}$; se houver intersecção, $\boxed{2º}$; se houver inclusão, $\boxed{3º}$.

$\boxed{3º}$	A = {aves}	P = {pássaros}
☐	A = {alfabeto}	V = {vogais}
☐	V = {vogais}	C = {consoantes}
☐	M = {a, b, c}	N = {d, f, g}
☐	D = {maçãs}	F = {laranjas}
☐	E = {frutas}	I = {peras}
☐	J = {☆, □, △}	S = {☆, ▭, ◇}
☐	C = {⚑, ⚲, ☆}	D = {❒, ●}

OPERAÇÃO INTERSECÇÃO

EXEMPLO I :- Na escola, Carmem, Dulce, Ana e Maria fazem parte do conjunto das jogadoras de voleibol. E Ana, Maria, Beatriz, Zélia e Paula fazem parte do conjunto das jogadoras de basquete.



Representando simbolicamente estes conjuntos, temos:-

Jogadoras de voleibol ⟶ V = {c, d, a, m}

Jogadoras de basquete ⟶ B = {a, m, b, z, p}

Neste exemplo, formamos um novo conjunto com os elementos comuns de ambos. O diagrama escolhido para conjuntos com elementos comuns é, como você sabe, o entrelaçado. O novo conjunto, formado de elementos que pertencem ao mesmo tempo a dois conjuntos, chama - se CONJUNTO INTERSECÇÃO e é representado pelo símbolo $\cap$.

No exemplo dado, a notação é: $V \cap B$ = {Ana, Maria.}

Lemos:- no conjunto intersecção $V \cap B$, os elementos são Ana e Maria.

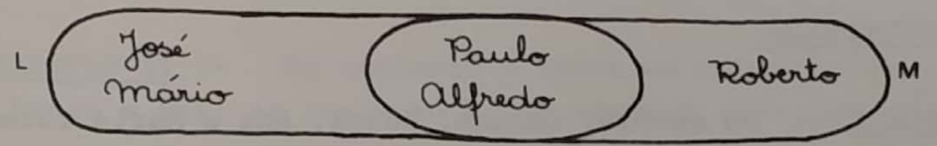
O que quer dizer que Ana e Maria pertencem tanto ao conjunto V como ao conjunto B.

<u>EXERCÍCIO II</u>:- Na escola, José, Mário, Paulo e Alfredo estão encarregados, nesta semana, da limpeza e apresentação em ordem da sala de aula. Paulo, Alfredo e Roberto estão ainda incumbidos de verificar a entrega de material escolar e a coleta dos deveres (tarefas escolares).

Representando simbolicamente estes conjuntos, temos:-

L = {José, Mário, Paulo, Alfredo}

M = {Paulo, Alfredo, Roberto}



$L = \{j, m, p, a\}$

$M = \{p, a, r\}$

$L \cup M = \{j, m, p, a, r\}$

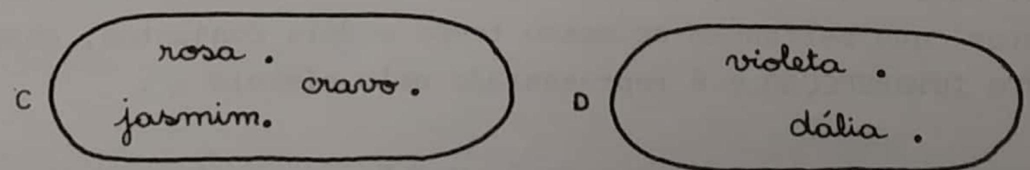
A Intersecção de conjuntos é o conjunto formado pelos elementos comuns aos conjuntos, ou melhor, é o conjunto formado pelos elementos pertencentes, ao mesmo tempo, aos conjuntos dados.

<u>EXEMPLO III</u> : - Tomemos os conjuntos:-

C = {rosa, cravo, jasmim}

D = {violeta, dália}

Representando os elementos desses conjuntos no diagrama, resulta:-



Observando os elementos dos conjuntos dados, não encontramos elementos comuns. Logo, OS CONJUNTOS SÃO DISJUNTOS. Nesse caso, dizemos que o conjunto intersecção é vazio; não possui elementos.

$C \cap D = \{\ \}$ ou $C \cap D = \emptyset$

Lê-se :- C inter D igual a conjunto vazio.

Os sinais $\{\ \}$ ou $\emptyset$ são símbolos do conjunto vazio.

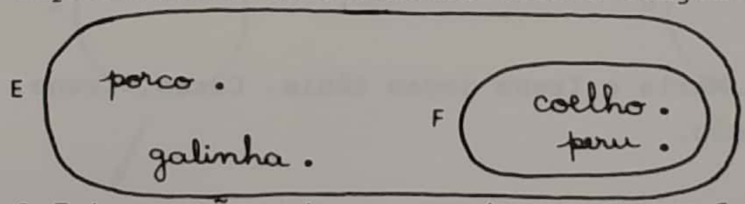
EXEMPLO IV :- Tomemos estes outros conjuntos:

$E = \{$coelho, porco, galinha, peru$\}$

$F = \{$coelho, peru$\}$

Neste exemplo, percebemos logo o caso da Inclusão de conjuntos. $E \supset F$ e $F \subset E$, isto é, E contém F e F está contido em E.

Representando os elementos desses conjuntos no diagrama temos:



A Intersecção entre os conjuntos E e F é o próprio conjunto F porque todos os elementos de F pertencem também a E.

$E \cap F = F$ Lê - se :- E inter F é igual a F

Interpretação da operação Intersecção pelo hachureamento.

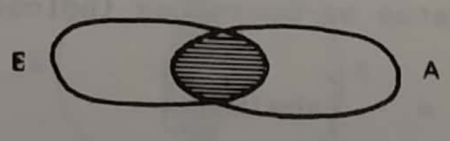
Interpretemos, a seguir, a operação Intersecção por meio do sombreado, isto é, hachureando. a resposta.

EXEMPLO I :- Sejam os conjuntos das letras das palavras "Ensino" e "Aluno".

$E = \{e, n, s, i, o\}$

Diagrama:-

$A = \{a, l, u, n, o\}$



$E \cap A = \{n, o\}$

EXEMPLO II :- Sejam os conjuntos das letras das palavras "Macaco" e "Peru".

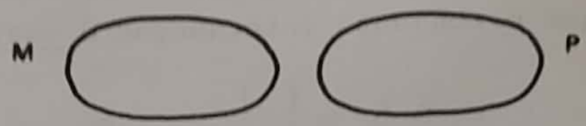
M = $\{m, a, c, o\}$

P = $\{p, e, r, u\}$

M ∩ P = $\{ \}$

M ∩ P = Ø

Diagrama



(Nota - Não há o que sombrear).

Lê-se :- M inter P igual ao conjunto vazio.

EXEMPLO III :- Sejam os conjuntos das letras das palavras "Modernos" e "Remendo".

M = $\{m, o, d, e, r, n, s\}$

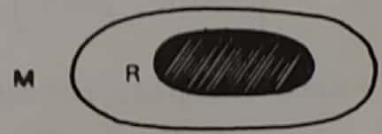
R = $\{r, e, m, n, d, o\}$

M ⊃ R :- (M contém R).

R ⊂ M :- (R está contido em M).

M ∩ R = R (M inter R igual a R).

Diagrama:



EXERCÍCIO 3.

No clube, Paula, Maria e Irene jogam tênis. Ceres, Irene, Tereza e Lia praticam natação.

A) - Enlace os elementos dos dois conjuntos com uma linha fechada.

B) - Represente os dois conjuntos:

T = $\{$-----------------------------------$\}$

N = $\{$-----------------------------------$\}$

C) - Qual é o elemento que pertence a um e a outro conjunto?

EXERCÍCIO 4.

A) - Efetue as operações indicadas:-

A = $\{$abelhas$\}$

B = $\{$besouros$\}$ A ∩ B = ------------------

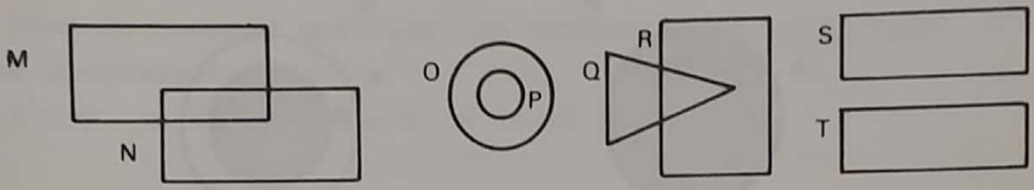
$C = \{\text{cães}\}$

$P = \{\text{cães pastores}\}$ $\qquad C \cap P =$ ________________

$F = \{\text{flores amarelas}\}$

$R = \{\text{rosas}\}$ $\qquad F \cap R =$ ________________

B) - Hachureie o conjunto intersecção quando expresso nestes diagramas:

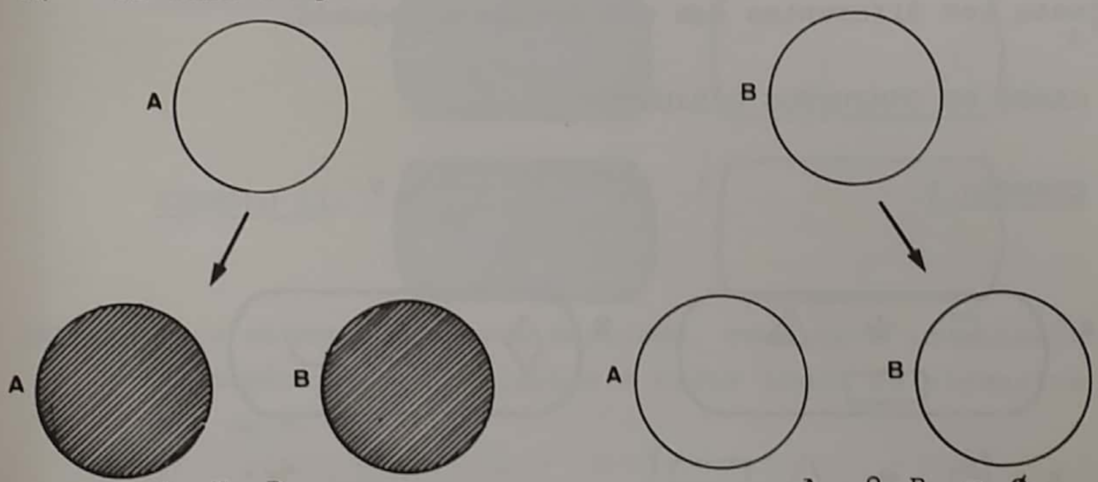


$S \cap T =$

<u>Diferença entre Reunião e Intersecção</u>

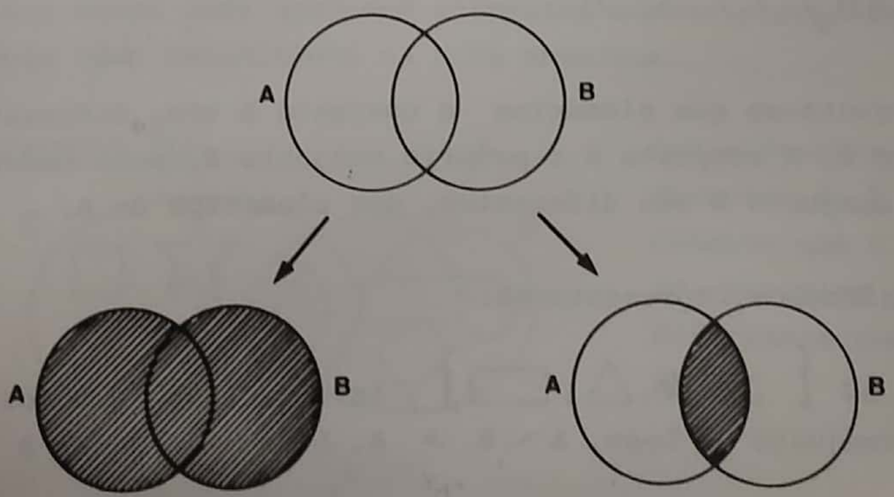
Nos itens seguintes vamos comparar as duas operações:- Reunião e Intersecção.

A) - Os dois conjuntos são disjuntos:

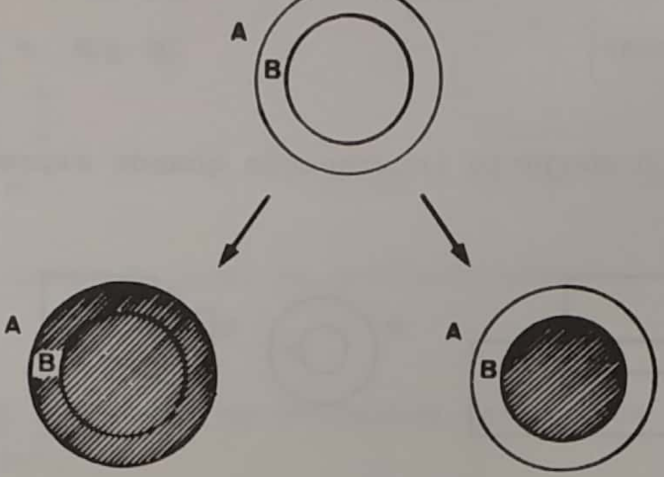


$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B = \emptyset$

B) - Alguns elementos são comuns aos dois conjuntos:



C) - Todos os elementos do segundo conjunto pertencem também ao primeiro:



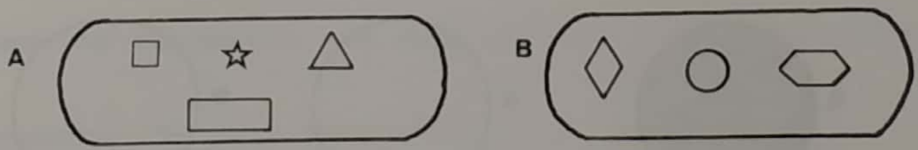
A $\cup$ B A $\cap$ B

OPERAÇÃO DIFERENÇA

Na operação Diferença, buscamos saber que elementos o primeiro conjunto tem diferentes dos que formam o segundo.

1º CASOS DE CONJUNTOS DISJUNTOS:

EXEMPLO I.



A = {□ , ☆ , △ , ▭}

B = {◇ , ○ , ⬡}

Pergunta-se que elementos o conjunto A tem, diferentes dos do conjunto B. A resposta é o próprio conjunto A, pois todos os elementos do conjunto B são diferentes, dos elementos de A.

Em símbolos, representamos:-

$A \setminus B$ = {□ , ☆ , △ , ▭}, isto é, igual a todos os elementos do conjunto A. Logo, $A \setminus B = A$. Lê-se: A menos B igual a A.

EXEMPLO II.

Num vaso temos rosas, cravos, dálias. Noutro vaso temos jasmins e margaridas.

Representando simbolicamente esses conjuntos, resulta:

$V = \{r,\ c,\ d\}$

$F = \{j,\ m\}$

Como no exemplo anterior, os conjuntos são <u>disjuntos</u> e nos permitem concluir:-

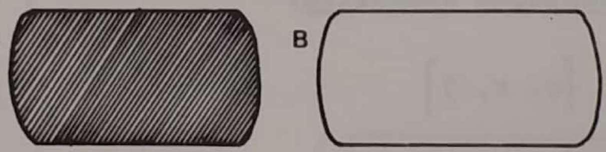
$V \setminus F = V$ (V menos F é igual a V).

<u>Representação da operação Diferença pelo hachureamento</u>.

Para representar a operação Diferença, hachureamos os diagramas no lugar onde estão os elementos diferentes.

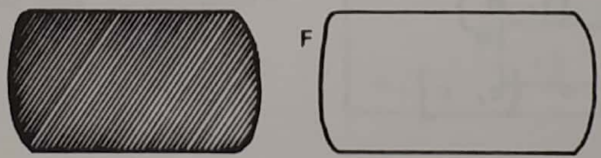
Nos casos citados, temos:

EXEMPLO I.



$A \setminus B = A$

EXEMPLO II.



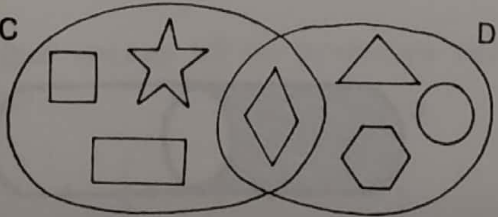
$V \setminus F = V$

NOTA:- Para obter a resposta desejada, você deve imaginar todos os elementos de A e B juntos e tirar todos os elementos diferentes de A.

2º CASOS DE CONJUNTOS COM ELEMENTOS COMUNS.

Nos casos onde aparecem elementos comuns procederemos do mesmo modo como ressaltamos na nota anterior.

EXEMPLO III:



Que elementos <u>C</u> tem, diferentes de <u>D</u> ?

Observe que C tem quadrado, estrelas e retângulo diferentes dos elementos de D.

Representação simbólica:-

$C = \{q, e, r, l\}$

$D = \{l, t, c, h\}$

$C \setminus D = \{q, e, r\}$

EXEMPLO IV :- Em dois vasos, temos as seguintes flores:-

$C = \{\text{cravos, rosas, jasmins}\}$

$F = \{\text{jasmins, margaridas}\}$

Que espécies de flores o vaso C tem, diferentes das flores do vaso F ?

Representação simbólica:-

$C = \{c, r, j\}$

$F = \{j, m\}$

$C \setminus F = \{c, r\}$

EXEMPLOS V :- Em duas cestas temos as seguintes hortaliças:

$E = \{\text{espinafre, cenoura, alface, couve}\}$

$F = \{\text{alface, cenoura, repolho}\}$

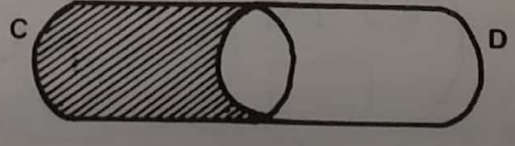
Que hortaliças a cesta E tem, diferentes das da cesta F ?

Representação simbólica: $E \setminus F = \{e, c\}$

Representação do resultado da operação Diferença pelo hachureamento

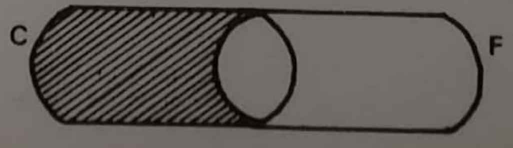
EXEMPLO III :-

$C \setminus D$



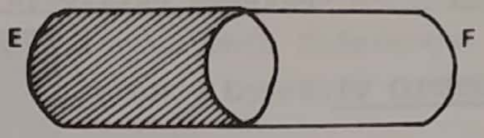
EXEMPLO IV :-

$C \setminus F$



EXEMPLO V :-

$E \setminus F$



3º CASOS DE INCLUSÃO DE CONJUNTOS.

Por último, vejamos como se acha a Diferença, quando os elementos do segundo conjunto pertencem ao primeiro conjunto.

EXEMPLO VI :- Coloquemos num primeiro vaso: rosas, cravos, jasmins e margaridas; num segundo vaso: jasmins e margaridas. Que flores o primeiro vaso tem, diferentes das do segundo vaso?

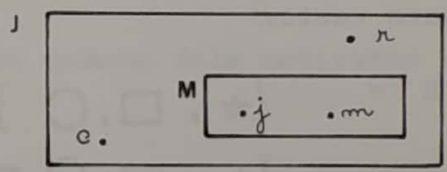
Representação simbólica:-

$J = \{r, c, j, m\}$

$M = \{j, m\}$

$J \setminus M = \{r, c\}$

Representação por diagrama:-



EXEMPLO VII :- Um cestinho de costura contém: tesoura, dedal, carretéis, agulhas e fita métrica; e outro contém apenas: tesoura, carretéis e agulhas.

Representação simbólica:-

T = tesoura, dedal, carretéis, agulhas, fita métrica

R = {tesoura, carretéis, agulhas

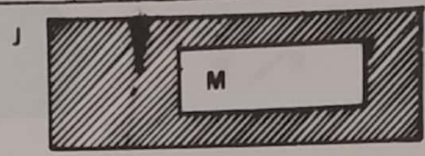
Que coisas há no primeiro cestinho, diferentes das do segundo cestinho?

$T = \{t, d, c, a, f\}$

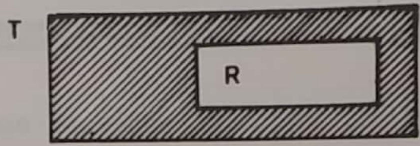
$R = \{t, c, a\}$ $\qquad$ $T \setminus R = \{d, f\}$

Representação da operação Diferença pelo hachureamento.

EXEMPLO VI :- J ∖ M



EXEMPLO VII :- T ∖ R



Como você vê, essas operações são de fácil compreensão.

A todo momento estamos procurando diferenças, ou entre o que temos ou fazemos com o que os outros têm ou fazem.

Deve estar claro também que, se mudarmos a posição dos conjuntos, a resposta será diferente. Por exemplo:-

a) A = {☆ , □, ▭, ◇ , ○}

B = {☆ , □, ○}

A ∖ B = {◇, ▭}

Mas, se invertermos a posição dos conjuntos, a resposta será conjunto vazio.

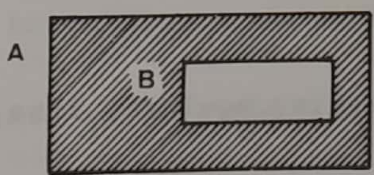
b) B = {☆ , □, ○ }

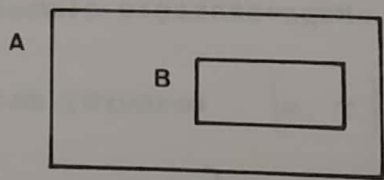
A = {☆ , □, ○, ▭, ◇}

B ∖ A = Ø (Não há em B nada diferente dos elementos de A).

Se tivéssemos que hachurear o conjunto Diferença, nada haveria a hachurear. A resposta seria um conjunto vazio.

a)





A ∖ B B ∖ A = { } ou Ø

CONJUNTO COMPLEMENTAR

Focalizemos, novamente, os EXEMPLOS VI e VII, dados por último; J ∖ M = {r, c} e T ∖ R = {d, f}

O conjunto Diferença {r, c} é o que falta ao conjunto M pa ra completar o conjunto J. Por isso, o conjunto Diferença, nestes casos de conjuntos Inclusos, recebe o nome de CONJUNTO COMPLEMENTAR.

A notação deste conjunto é a seguinte:-

$\complement_J^M$ (que se lê: complementar de M em relação a J);

ou mais simplesmente:

$\complement M$ (que se lê: complementar de M).

Da mesma forma, o conjunto Diferença d, f é o que falta ao conjunto R para completar o conjunto T.

A notação deste conjunto Complementar é :

$\complement_T^R$ (que se lê: complementar de R em relação a T);

ou então:

$\complement R$ (que se lê: complementar de R) .

O conjunto Complementar pode ser:

- o que sobra no primeiro conjunto, quando dele retiramos o segundo conjunto:

- o que sobra no conjunto Universo, quando dele retiramos um conjunto.

Vejamos neste conjunto Universo :

$U = \{coelhos\}$
$A = \{coelhos\ brancos\}$
$\complement A = \{coelhos\ não\ brancos\}$

Representando em símbolos, temos: $\complement A = U - A$

Em todos estes casos, trabalhando paralelamente com os cardinais dos conjuntos, estamos ilustrando a operação de subtração.

Observe: $J \setminus M = \{r, c\}$ $T \setminus R = \{d, f\}$

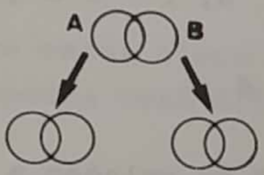
$\# J = 4$ $\# M = 2$ $\# (J \setminus M) = 2 \Leftrightarrow 4 - 2 = 2$

$\# T = 5$ $\# R = 3$ $\# (T \setminus R) = 2 \Leftrightarrow 5 - 3 = 2$

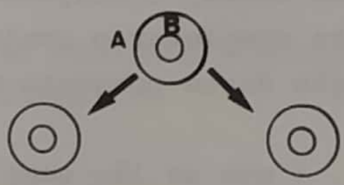
No início do presente módulo, ainda relembramos o que dissemos nos módulos 9.0 e 9.2, isto é, que a subtração é objetivada pela Complementação de conjuntos, ou mais propriamente, pela operação Diferença entre conjuntos, quando há relação de Inclusão entre esses conjuntos.

EXERCÍCIO 5

A) - Hachureie as operações indicadas abaixo dos diagramas:



A U B   A ∩ B



A U B   A ∩ B

B) - Qual é a operação Diferença entre:

C = {letras da palavra "preto"}

D = {letras da palavra "torpe"}

Diagrama:

C \ D = _______________ D \ C = __________

C) - Efetue a operação Diferença entre:-

M = {algarismos do numeral "50450"}

N = {algarismos do numeral "42700"}

M = {--- , --- , ---}

N = {--- , --- , --- , ---}

Diagrama :

$M \setminus N$ = ----------

$N \setminus M$ = ----------

D) - Qual é o Complemento de R?

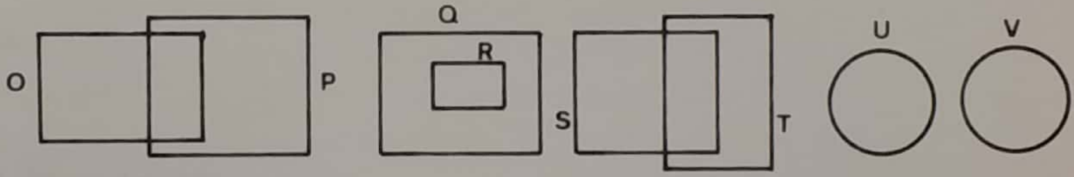
U = {notas musicais}
R = {ré, si, sol}

$\complement R$ = {--- , --- , --- , ---}

E) - Qual é o caso da operação Diferença que fundamenta a subtração?

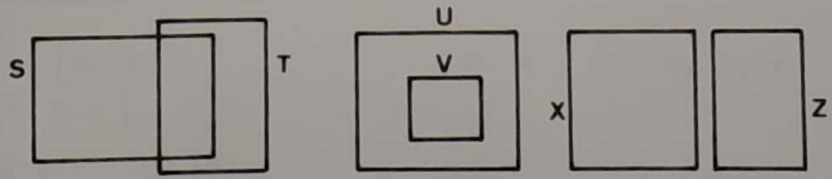
Resposta : --

F) - Hachureie a Diferença entre:



$O \setminus P$ $Q \setminus R$ $T \setminus S$ $V \setminus U$

G) - Em diagramas semelhantes, hachureie a Intersecção :

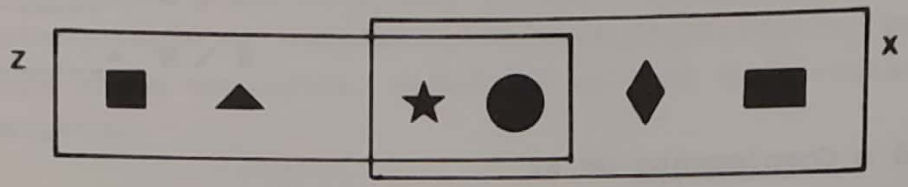


$S \cap T$ $U \cap V$ $X \cap Z$

H) - Faça os diagramas para : Diagramas:

M = {flores silvestres}
N = {flores vermelhas}

I) - Olhe os diagramas e componha os conjuntos:



Z = { , , , }

X = { , , , }

J) - Olhando o desenho do diagrama anterior, opere:-

$Z \cup X$ = { , , , , , }

$Z \cap X$ = { , }

$Z \setminus X$ = { , }

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1: (p 13)

3º A ⊃ P

3º A ⊃ V

1º V ; C

1º M ; N

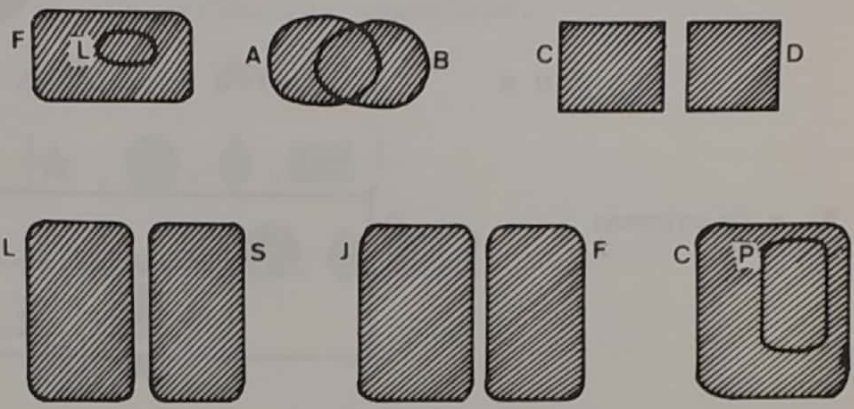
1º D ; F

3º E ⊃ I

2º J ∩ S

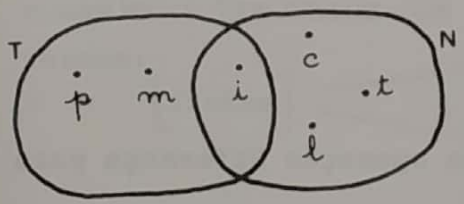
1º C ; D

EXERCÍCIO 2: (p 14)



EXERCÍCIO 3: (p 16)

a)



b) T = {p, m, i}   N = {i, c, l, t}

c) T ∩ N = { i}

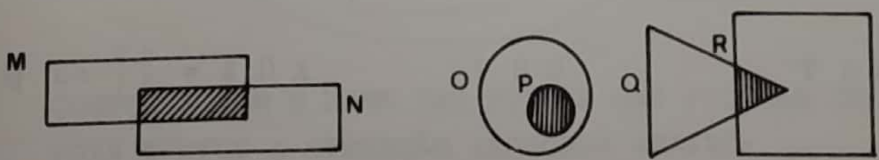
EXERCÍCIO 4: (p 16)

EFETUE AS OPERAÇÕES INDICADAS:

A ∩ B = { } ou ∅

C ∩ P = {cães pastores}   ou   C ∩ P = P

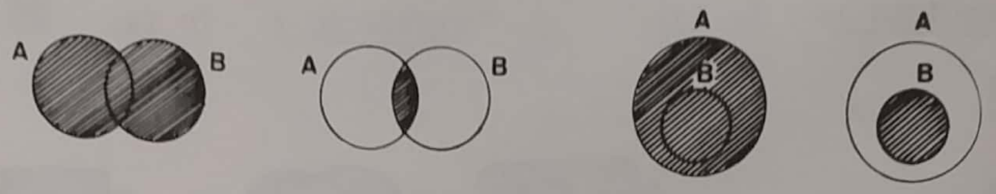
F ∩ B = {rosas amarelas}



M ∩ N   S ∩ T = { } ou ∅

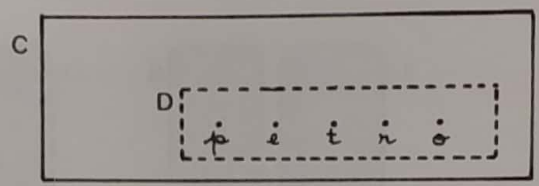
EXERCÍCIO 5: (p 24)

A) -



A ∪ B   A ∩ B   A ∪ B   A ∩ B

B) - Diagrama:

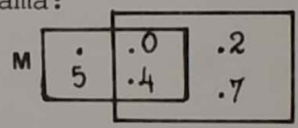


$C \setminus D = \{\ \}$ ou $\emptyset$ $D \setminus C = \{\ \}$ ou $\emptyset$ C=D

C) - $M = \{0, 4, 5\}$

$N = \{0, 2, 4, 7\}$

Diagrama:



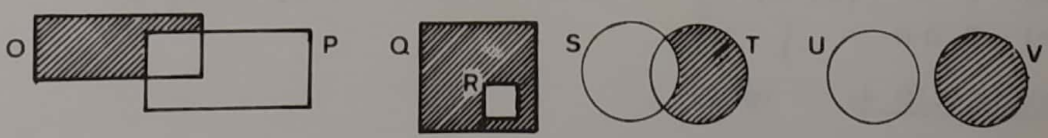
$M \setminus N = \{5\}$

$N \setminus M = \{2, 7\}$

D) - $\complement$ R = {dó, mi, fá, lá}

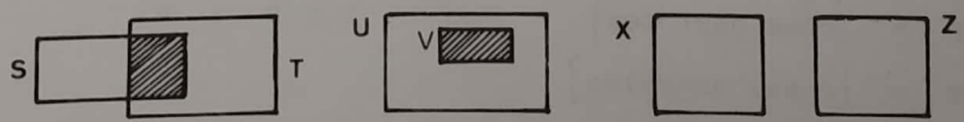
E) - A Complementação ou o caso da operação Diferença para os conjuntos com Inclusão.

F) -



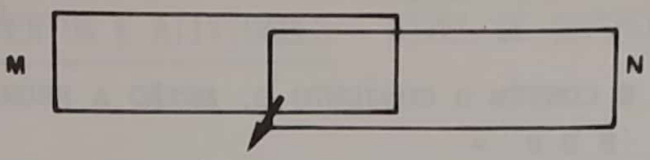
$O \setminus P$ $Q \setminus R$ $T \setminus S$ $V \setminus U$

G) -



S ∩ T   U ∩ V $X \cap Z = \{\ \}$ ou $\emptyset$

H) -



Flores silvestres vermelhas.

I) - Z = {■, ▲, ★, ●}

X = {★, ●, ◆, ▬}

J) - Z ∪ X = {■, ▲, ★, ●, ◆, ▬}

Z ∩ X = {★, ●}

Z \ X = {■, ▲}

VII - PÓS - TESTE

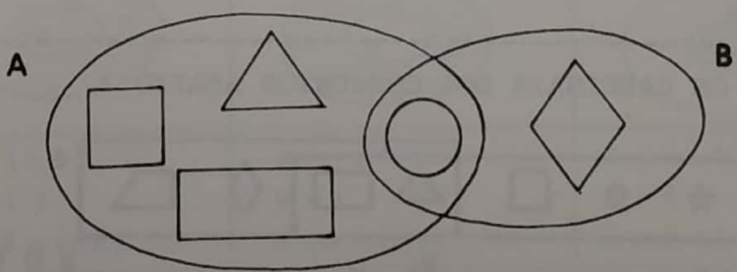
Antes de você se submeter ao presente Pós-Teste, primeiramente reexamine os pontos principais deste módulo e, em seguida, leia com calma e atenção as questões propostas abaixo. Isso feito, dê as respostas cabíveis. E bom êxito nesta sua prova!

1. FORME DOIS CONJUNTOS COM ELEMENTOS DOS SEGUINTES CONJUNTOS UNIVERSOS:

U = {frutas}
- A = {______________________}
- B = {______________________}

U = {animais}
- C = {______________________}
- D = {______________________}

2. OBSERVE OS DIAGRAMAS E FAÇA O QUE SE PEDE.



COMPLETE COM O NOME DAS FORMAS DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS E DEPOIS EFETUE A OPERAÇÃO INDICADA ABAIXO:

A = {quadrado, __________, __________, ______________}

B = { ____ }

A ∩ B = { ____ }

3. SE O CONJUNTO E CONTÉM O CONJUNTO D, ENTÃO A REUNIÃO DE E COM D RESULTA EM: E U D = ________________________ .

4. FORME DOIS CONJUNTOS:

M, com as letras da palavra "Masculino" ;

F, com as letras da palavra "Feminino" .

M = { ____________________________ }

F = { ____________________________ }

5. FORME O CONJUNTO DIFERENÇA ENTRE ESTES DOIS CONJUNTOS :

P = { caçarola, caldeirão, frigideira }

R = { caldeirão, frigideira. }

P \ R = { ____________________________ }

6. COMO SE APRESENTAM DOIS CONJUNTOS, SE O RESULTADO DA OPERAÇÃO INTERSECÇÃO É UM CONJUNTO VAZIO ?

RESPOSTA: ____
____
____

7. DIGA QUAL É A OPERAÇÃO QUE ESTÁ REPRESENTADA PELO HACHUREAMENTO:

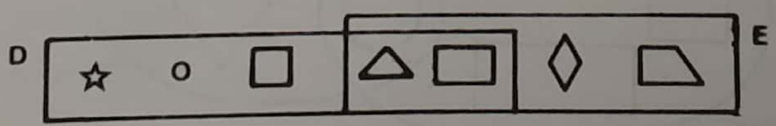
Q U J ;   Q ∩ J ;   Q \ J

RESPOSTA: ______________ .

8. SE PAULO TEM NUMA CESTA LARANJAS, PERAS, UVAS , E MARIA TEM EM SUA CESTA PERAS, UVAS E MAÇÃS, QUE FRUTAS HÁ NA CESTA DE PAULO, DIFERENTES DAS FRUTAS DA CESTA DE MARIA ?

RESPOSTA: ____ .

9. QUAIS SÃO OS CARDINAIS DOS CONJUNTOS ABAIXO ?



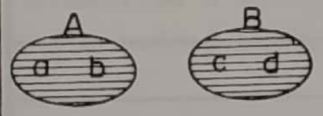
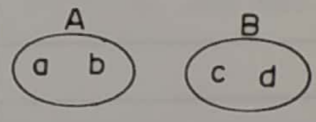
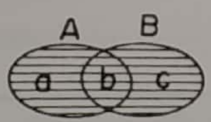
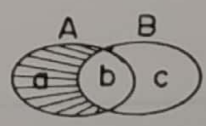
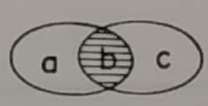
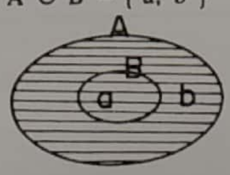
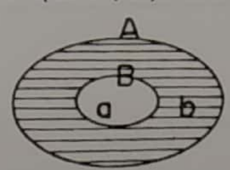
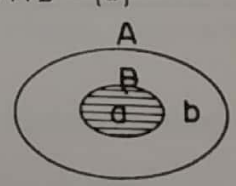
D = _________   #E = ___________   # D U E = _______

10. SE O CONJUNTO $S \supset R$, ENTÃO PODEMOS DIZER QUE $\complement R$ =_________.

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Na ilustração abaixo estão alinhadas as diversas situações de União, Diferença e Intersecção entre conjuntos, destacando-se os casos de que tratamos no item VI deste módulo.

No final das colunas são apresentados conjuntos dos quais um é vazio. Todas as situações são demonstradas por meio de dois conjuntos com os elementos simbolizados por letras e cujo resultado da operação operação está, primeiramente, simbolizado e depois interpretado pelo hachureamento ou sombreado.

UNIÃO	DIFERENÇA	INTERSECÇÃO
$A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$ $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$ $A \setminus B = \{a, b\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$ $A \cap B = \emptyset$ 
$A = \{a, b\}$ $B = \{b, c\}$ $A \cup B = \{a, b, c\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{b, c\}$ $A \setminus B = \{a\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{b, c\}$ $A \cap B = \{b\}$ 
$A = \{a, b\}$ $B = \{a\}$ $A \cup B = \{a, b\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{a\}$ $A \setminus B = \{b\}$ 	$A = \{a, b\}$ $B = \{a\}$ $A \cap B = \{a\}$ 
$A = \{a, b\}$ $B = \{\ \}$ $A \cup B = \{a, b\}$	$A = \{a, b\}$ $B = \{\ \}$ $A \setminus B = \{a, b\}$	$A = \{a, b\}$ $B = \{\ \}$ $A \cap B = \{\ \}$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

No desenho seguinte, componha um quadro semelhante ao da figura anterior, substituindo cada um dos exemplos nela contidos por aqueles exemplos correspondentes apresentados neste módulo. Ainda, conforme a figura, coloque dentro dos diagramas as letras que representam os elementos e, em seguida, hachureie as respostas.

UNIÃO (U)	DIFERENÇA (\ )	INTERSECÇÃO (∩)
D = {Paula, Maria, Irene}		
T = {Tereza, Ceres, Lia }		
D U T = {p, m, i, t, c, l }		
		

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Para um estudo com objetos concretos, que facilite a compreensão das operações União, Diferença e Intersecção entre conjuntos , aconselhamos a preparação e uso do seguinte material: meia folha de papel - cartaz preto, giz e esponja, uma caixa contendo lápis, borracha, caneta, régua e apontador.

- Sobre o papel-cartaz, que lhe servirá de mini-quadro de giz , desenhe, inicialmente, os diagramas de conjuntos disjuntos.
  No primeiro conjunto, conjunto A, coloque: lápis, borracha e caneta.
  No segundo conjunto, conjunto B, ponha: régua e apontador.
  Represente, simbolicamente, os dois conjuntos: A e B.
  Observe os objetos e represente o conjunto União: A U B.

- Pergunte-se, mentalmente: - Que objetos, no conjunto A, são diferentes dos do conjunto B ? E a sua resposta será o conjunto Diferença.
  Simbolize a operação e o resultado: $A \setminus B = A$, uma vez que em A tudo é diferente de B.

- Pergunte-se, mentalmente: - Que elementos ficaram nos dois conjuntos ao mesmo tempo? E a sua resposta será: - Como não há elementos comuns, o conjunto Intersecção de conjunto disjuntos é vazio.
  Simbolize a operação e o resultado: $A \cap B = \{\ \}$.

- De igual modo proceda com os conjuntos com elementos comuns.
  Use diagramas enlaçados e, no primeiro conjunto, conjunto C , coloque: caneta, lápis, borracha e apontador.
  No segundo conjunto, conjunto D, ponha: régua, borracha e apontador.
  No espaço comum dos diagramas enlaçados ficam: a borracha e o apontador.
  Observe os objetos que pertencem somente ao primeiro conjunto; depois, os que pertencem somente ao segundo e, por último, os que pertencem a ambos os conjuntos.
  Efetue a União, Intersecção e Diferença entre conjuntos.
  Simbolize todas as operações efetuadas.

- Repita as atividades formando dois conjuntos com Inclusão: E e F.

  No conjunto E, coloque: lápis, caneta, borracha, apontador e régua.

  No conjunto F, ponha: lápis, caneta, borracha.

  O diagrama será: $E \supset F$ ou $F \subset E$.

  O conjunto F é um subconjunto do conjunto E.

  Observe que todos os elementos de F (lápis, caneta, borracha) são também elementos de E.

  Opere a União, Intersecção e Diferença entre esses conjuntos.

  Simbolize todas as operações efetuadas.

RECOMENDAÇÕES OPORTUNAS

- Examine com todo o interesse este e os demais módulos em seu poder, pois os assuntos de matemática não devem ser apenas lidos, mas estudados e compreendidos.

- Com papel e lápis às mãos, efetue exercícios com constância, para assim enriquecer os seus conhecimentos.

- Com vagar, paciência e dedicação, você acabará vencendo suas dificuldades e aprendendo os conteúdos aqui expostos.

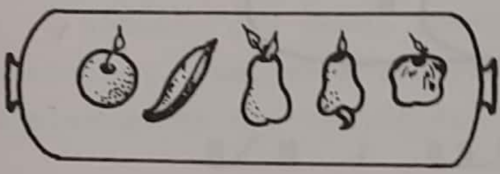
- Reestude, neste módulo, os pontos em que você se sentiu embaraçado; revise os exercícios e problemas que errou e procure dominar os termos que lhe são novos e os símbolos ora apresentados.

- Cumpridas estas recomendações, você, por certo, se sairá bem em seus estudos e em seu Pós-Teste.

IX - PÓS - TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com atenção as perguntas propostas neste Pós-Teste e, em seguida, dê, calmamente, as repostas cabíveis. Boa sorte a você !

1. OBSERVE AS FRUTAS DA BANDEJA: laranja, banana, pera, caju e maçã. Forme o conjunto Intersecção com as frutas do conjunto A e do conjunto B.



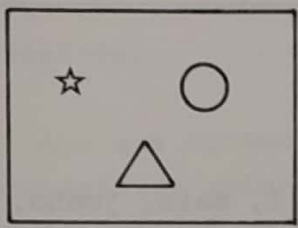
$A = \{l, b, p, c\}$

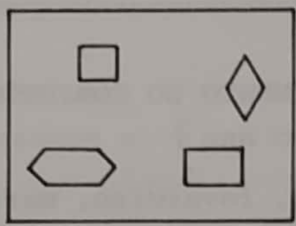
$B = \{b, l, m\}$

$A \cap B = \{\ldots\ldots\}$

2. REPRESENTE O CONJUNTO INTERSECÇÃO:-

C





D

$C \cap D =$ ________________________

3. EFETUE A OPERAÇÃO REUNIÃO ENTRE OS CONJUNTOS DAS LETRAS DA PALAVRA "CANETA" E DA PALAVRA "PETECA".

$C = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$P = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$C \cup P = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

4. ESTABELEÇA OS CONJUNTOS N E C DETERMINADOS POR: "JOSÉ, PEDRO, RUI E ARI, QUE SABEM NADAR E BENEDITO, CARLOS, RUI E PEDRO, QUE SABEM CAVALGAR".

$N = \{j, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\}$

$C = \{b, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\}$

DETERMINE: $N \setminus C = \{\ldots\ldots, \ldots\ldots\}$ ou $N \setminus C = \{\ldots\ldots\ldots\}$

(Quem sabe apenas nadar?)

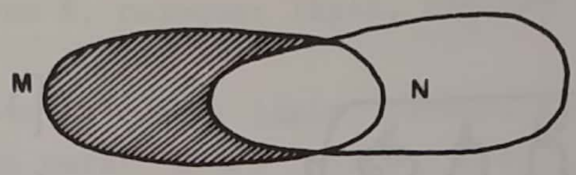
5. EFETUE A OPERAÇÃO REUNIÃO ENTRE OS CONJUNTOS:

A: Maria Ana Rita

B: José Tadeu Luís Paulo

A U B

6. RISQUE A OPERAÇÃO QUE ESTÁ HACHUREADA NO DIAGRAMA:



$M \cup N$; $M \cap N$: $M \setminus N$

7. QUAL É O CASO DA OPERAÇÃO DIFERENÇA QUE FUNDAMENTA A SUBTRAÇÃO ?
RESPOSTA:- ____
____

8. QUAL É O COMPLEMENTO DO CONJUNTO S ?
$U = \{\text{meses do ano}\}$
$S = \{\text{janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho.}\}$
$\complement S =$ ____

9. SE O CONJUNTO $R \supset S$, ESTÃO $R \cup S =$ ______________________

10. DIGA O QUE É OPERAÇÃO INTERSECÇÃO ENTRE CONJUNTOS.
RESPOSTA:- ____
____
____

X - ATIVIDADES DE ENRIQUECIMENTO

O assunto que vamos abordar neste capítulo, e com propósito ilustrativo, dedicamos especialmente aos professores que conhecem e possuem os Blocos Lógicos.

Em módulos posteriores, de didática da matemática, também na parte de "Atividades de Enriquecimento", voltaremos ao mesmo tema, então para oferecer a todos os professores algumas noções sobre a aplicação do material em questão, acompanhadas de exercícios e jogos lógicos.

Aos que conhecem e possuem esse material, são oportunos os esclarecimentos adiante, pelo seu vínculo com o conteúdo do presente módulo, pois é em razão da objetivação das operações com conjuntos que os blocos passam a ser o assunto de agora.

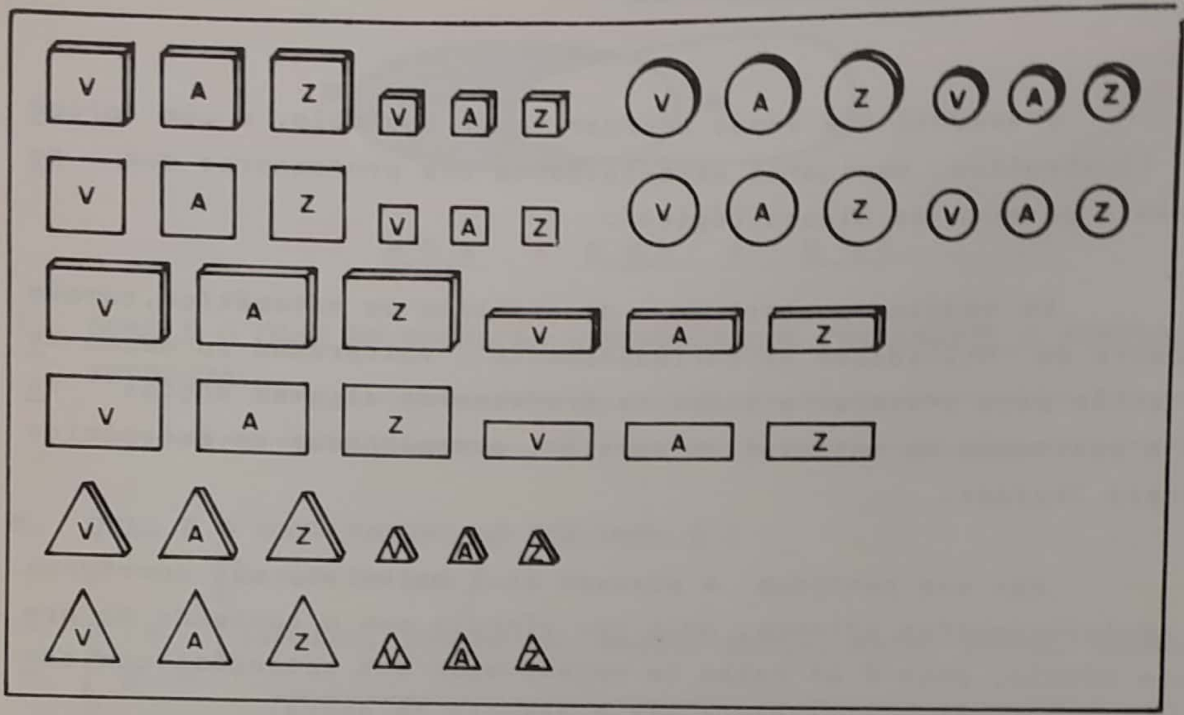
Material específico para o desenvolvimento do pensamento lógico, os chamados Blocos Lógicos são muito divulgados nos centros mais especializados de ensino do país. Além de recurso de objetivação, esse material é próprio para exercícios de raciocínios e para o estudo de conjuntos, atributos, pertinência, operações com conjuntos concretos, etc.

BLOCOS LÓGICOS

Constituição do material:- Os Blocos Lógicos são 48 peças ou blocos com 4 atributos bem definidos: forma, cor, espessura e tamanho.

São peças retangulares, quadradas, triângulares, e circulares (azuis, vermelhas e amarelas), em dois tamanhos: grandes e pequenos; e em duas espessuras: grossas e finas. Nenhuma peça é repetida; cada uma delas é definida por seus quatro atributos.

Apresentação das peças



Na ilustração dada, os blocos grossos foram desenhados com linhas duplas. As cores são identificadas pelas letras: V (vermelho), A (amarelo), Z (azul).

Medidas dos blocos

PEÇAS	TAMANHO	MEDIDAS	
		Lados	Diâmetros
QUADRADAS	GRANDES	10 cm	-
	PEQUENAS	5 cm	-
RETANGULARES	GRANDES	15 x 10cm	-
	PEQUENAS	5 cm	-
TRIÂNGULARES	GRANDES	10 cm	-
	PEQUENAS	5 cm	-
CIRCULARES	GRANDES	-	10 cm
	PEQUENAS	-	5 cm

Esse material pode ser confeccionado em papelão recortado, em madeira compensada ou serragem compensada, e tingido com anilina nas três cores citadas. No comércio, serragem compensada chama-se "aglomerado".

BLOCOS LÓGICOS E OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Passemos, então, às demonstrações de operações com conjuntos por meio dos Blocos Lógicos.

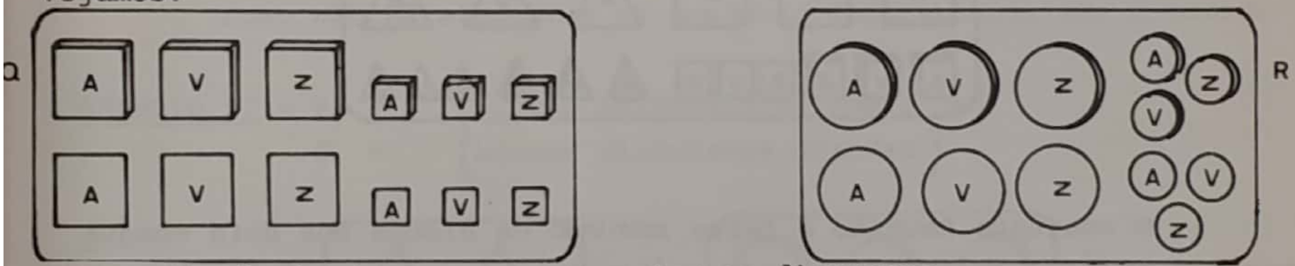
1º DEMONSTRAÇÃO DAS OPERAÇÕES UNIÃO, INTERSECÇÃO E DIFERENÇA, QUANDO OS CONJUNTOS SÃO DISJUNTOS.

UNIÃO

EXEMPLO I:-

Se pedirmos aos alunos para formarem um conjunto com " blocos quadrados" e outro com "blocos circulares", teremos dois conjuntos completamente separados.

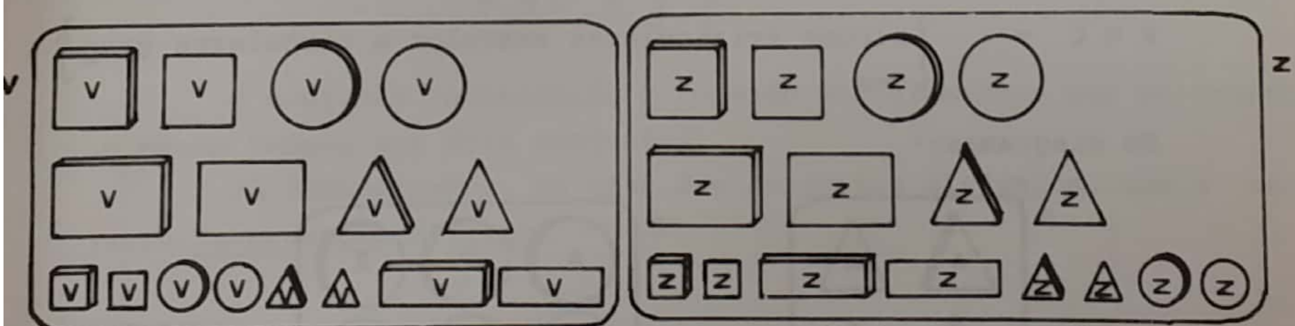
Vejamos:



NOTA:- Use barbantes para representar os diagramas.

EXEMPLO II:-

Se pedirmos a formação de um conjunto com "blocos vermelhos " e outro com "blocos azuis", teremos ainda dois conjuntos separados.



Outro tantos exemplos de conjuntos disjuntos teríamos, se pedíssemos, do mesmo modo, a formação de conjuntos com blocos de uma forma ou outra, uma cor ou outra, um tamanho ou outro, uma espessura ou outra.

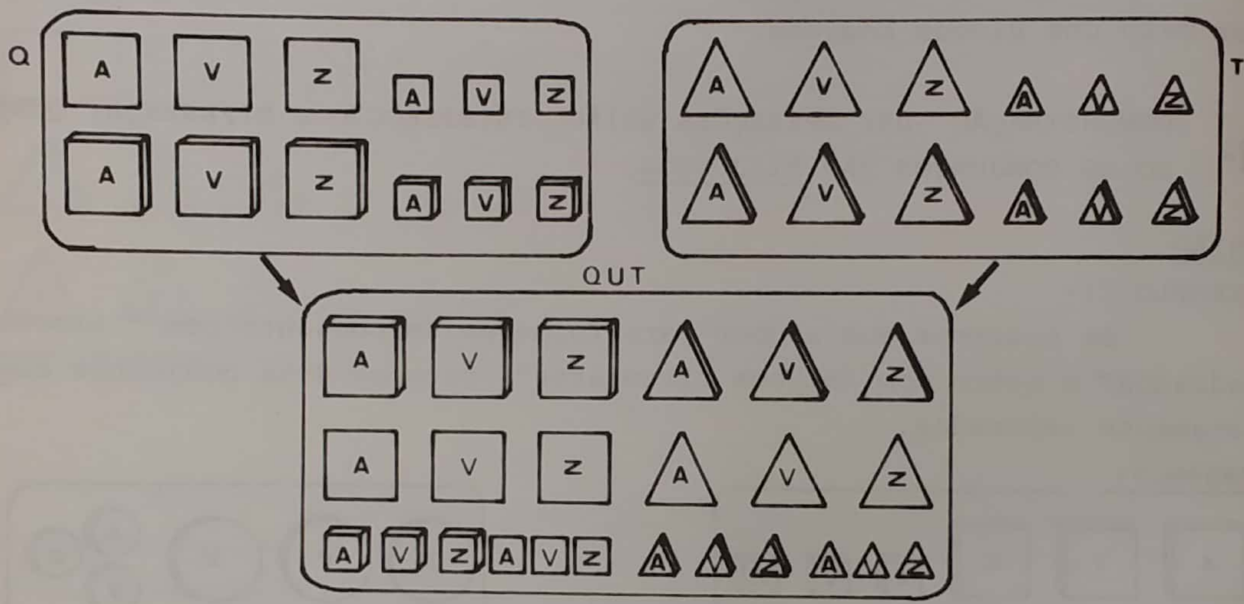
Para efetuar a operação Reunião entre os elementos de dois conjuntos disjuntos, basta juntar os elmentos dos dois num só, chamado conjunto Reunião.

EXEMPLO III :- Q = {quadrados}

T = {triângulos}

Q U T = {blocos triangulares e quadrados}

Em diagramas:-



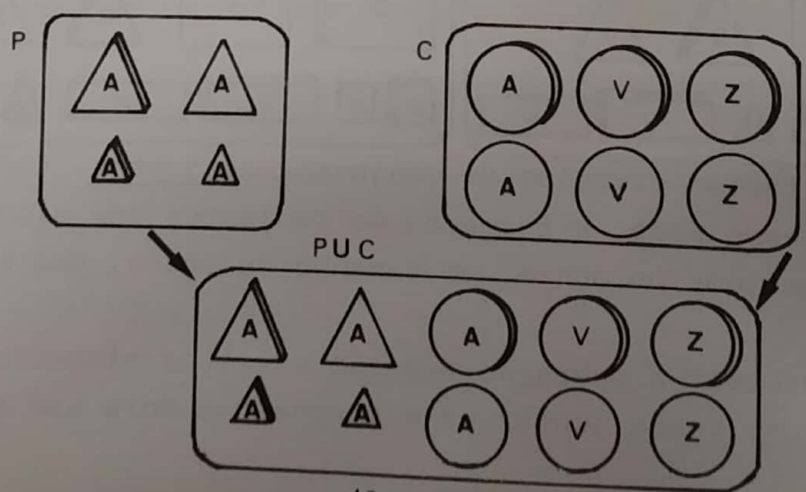
O conjunto Reunião é feito reunindo os blocos dos dois conjuntos num só.

EXEMPLO IV :- P = {blocos triangulares amarelos}

C = blocos circulares grandes

P U C = {blocos triangulares amarelos e circulares grandes}

Em diagramas:-

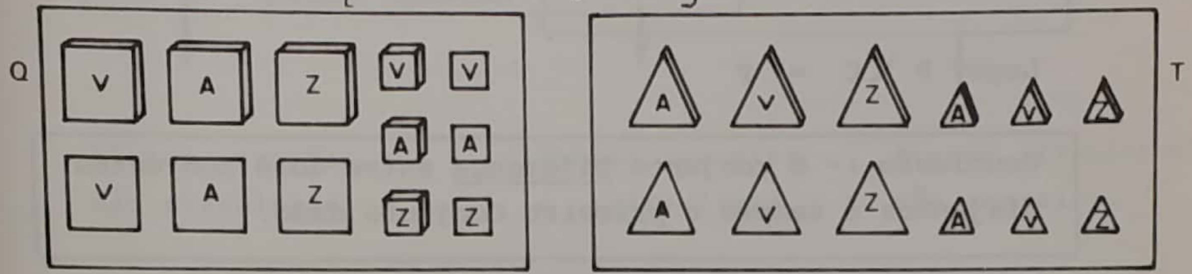


O conjunto Reunião é formado de todos os elementos do primeiro conjunto e de todos os elementos do segundo conjunto.

INTERSECÇÃO:

Para ilustrar a operação Intersecção nos diagramas, quando os conjuntos são disjuntos, tomemos o exemplo seguinte:-

EXEMPLO V:- $Q = \{\text{blocos quadrados}\}$
$T = \{\text{blocos triangulares}\}$ Em diagrama:-

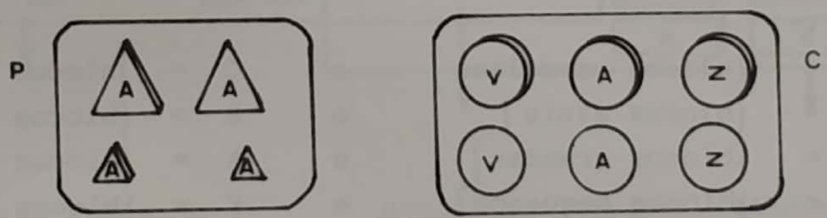


Observando os diagramas, você perceberá logo que não há elementos comuns aos dois conjuntos. Evidentemente, a resposta é:

$Q \cap T = \{\ \}$

Como não há elementos no conjunto Intersecção, ele é vazio.

EXEMPLO VI:- $P = \{\text{blocos triangulares amarelos}\}$
$C = \{\text{blocos circulares grandes}\}$



$P \cap C = \{\ \}$

O conjunto Intersecção é formado dos elementos que pertencem, ao mesmo tempo, aos dois conjuntos.

Já demonstramos, no caso dos conjuntos disjuntos, que o conjunto Intersecção é vazio.

DIFERENÇA :-

Para objetivar a operação Diferença de conjuntos disjuntos , vamos nos valer dos mesmos diagramas anteriores.

EXEMPLO VII:- Olhando os diagramas Q e T, perguntamos:

Qual é a Diferença, ou melhor, que elementos Q tem diferentes de T ? E a resposta será: Todos os elementos de Q são diferentes dos de T.

Simbolicamente representamos : $Q \setminus T = Q$

EXEMPLO VIII :- Examinando os diagramas P e C, perguntamos :

Que elementos o conjunto P tem diferentes de C ? Ora, todos os elementos do conjunto P são diferentes dos do conjunto C.

Logo, $P \setminus C = P$

> Conclusão :- O conjunto Diferença entre dois conjuntos disjuntos é sempre o primeiro conjunto dado.

DEMONSTRAÇÃO DAS OPERAÇÕES UNIÃO; INTERSECÇÃO; DIFERENÇA ENTRE DOIS CONJUNTOS COM ALGUNS ELEMENTOS COMUNS.

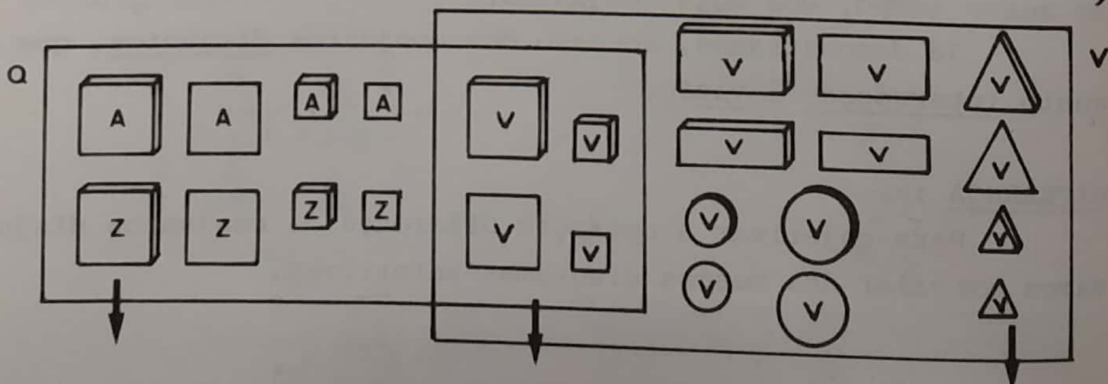
Para obtermos, com os Blocos Lógicos, conjuntos com elementos comuns, precisamos escolher atributos que possam ser associados num bloco.

EXEMPLO IX :-

V	=	{blocos vermelhos}	e	C =	{blocos circulares}
Z	=	{blocos azuis}	e	R =	{blocos retangulares}
G	=	{blocos grandes}	e	A =	{blocos amarelos}
P	=	{blocos pequenos}	e	F =	{blocos finos etc.}

Vejamos, em diagramas, mais três exemplos de conjuntos com alguns elementos comuns.

EXEMPLO X :- Q = {blocos quadrados} V = {blocos vermelhos}

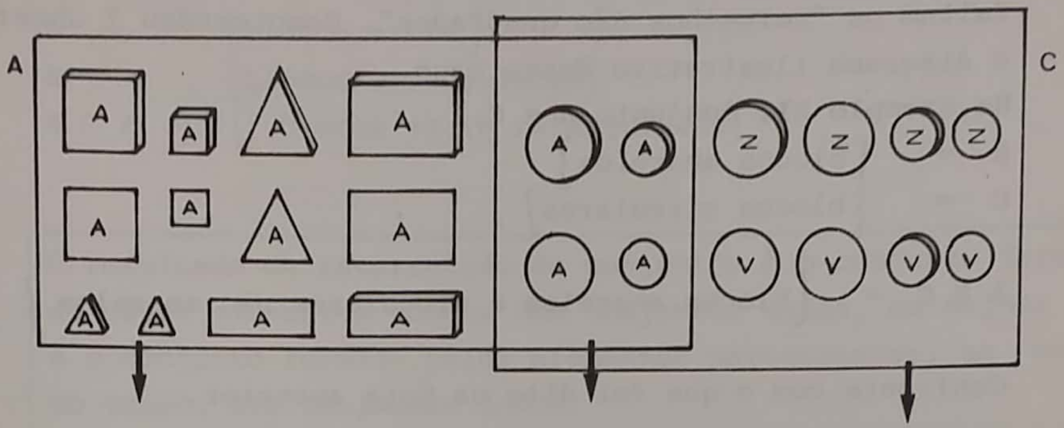


Blocos quadrados não vermelhos.

Blocos quadrados e vermelhos.

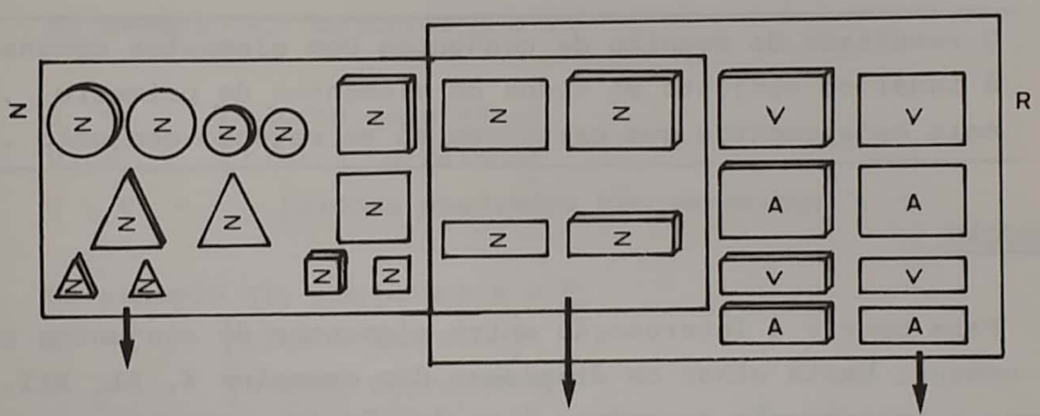
Blocos vermelhos não quadrados.

EXEMPLO XI :- A = {blocos amarelos} C = {blocos circulares}



Blocos amarelos não circulares. | Blocos amarelos e circulares. | Blocos circulares não amarelos.

EXEMPLO XII :- Z = {blocos azuis} R = {blocos retangulares.}



Blocos azuis não retangulares. | Blocos retangulares e azuis. | Blocos retangulares não azuis.

Agora que você já sabe encontrar exemplos para diagramas entrelaçados, passemos a efetuar as operações União, Intersecção e Diferença entre os elementos colocados no diagrama.

REUNIÃO

Efetuemos a Reunião nos exemplos que se seguem.

- No exemplo X, conjuntos Q e V.

Q = { blocos quadrados }

V = {blocos vermelhos }

Q U V = {blocos quadrados e vermelhos não quadrados }

NOTA:- Quando dizemos "blocos quadrados", já estão aí incluídos os "quadrados vermelhos". Para completar os elementos do diagrama, faltam os "vermelhos não quadrados". Compreendeu ? Observe bem o diagrama ilustrativo deste caso.

- No exemplo XI, conjunto A e C.

  A = {blocos amarelos}

  C = {blocos circulares}

  A U C = {blocos amarelos e circulares não amarelos}

  Confronte com o que foi dito na Nota anterior.

- No exemplo XII, conjuntos Z e R.

  Z = blocos azuis

  Z U R = {blocos azuis e os retangulares não azuis}

> O resultado da reunião de conjuntos com elementos comuns é igual ao conjunto de todos os elementos do primeiro, mais os elementos que pertencem só ao segundo conjunto.

INTERSECÇÃO

Para operar a Intersecção entre elementos de conjuntos com elementos comuns, basta olhar os diagramas dos exemplos X, XI, XII. Sabendo que a Intersecção se refere à conjunção de atributos, logo você descobrirá que o conjunto Intersecção é formado pelos elementos situados no espaço comum dos diagramas.

- No exemplo X, conjuntos Q e V.

  Q = {blocos quadrados}

  V = {blocos vermelhos}

  Q ∩ V = blocos quadrados e vermelhos

  Os blocos quadrados e vermelhos estão situados no espaço comum dos diagramas.

- No exemplo XI, conjuntos A e C.

  A = {blocos amarelos}

  C = {blocos circulares}

  A ∩ C = {blocos amarelos e circulares}

  Os blocos amarelos e circulares estão situados no espaço co mum dos diagramas.

- No exemplo XII, conjuntos Z e R.

  Z = {blocos azuis}

  R = {blocos retangulares}

  Z ∩ R = {blocos azuis retangulares}

> O resultado da intersecção de conjuntos é o conjunto formado pelos elementos comuns dos conjuntos dados, ou melhor, é o conjunto formado pelos elementos pertencentes, ao mesmo tempo, aos conjuntos dados.

DIFERENÇA.

Para operar a Diferença entre conjuntos com elementos comuns, separamos só os elementos que pertencem ao primeiro conjunto.

No exemplo X, conjuntos Q e V.

- Q = {blocos quadrados}

  V = {blocos vermelhos}

  Q \ V = {blocos quadrados não vermelhos}

- No exemplo XI, conjuntos A e C.

  A = {blocos amarelos}

  C = {blocos circulares}

  A \ C = {blocos amarelos não circulares}

- No exemplo XII, conjuntos Z e R.

  Z = {blocos azuis}

  R = {blocos retangulares}

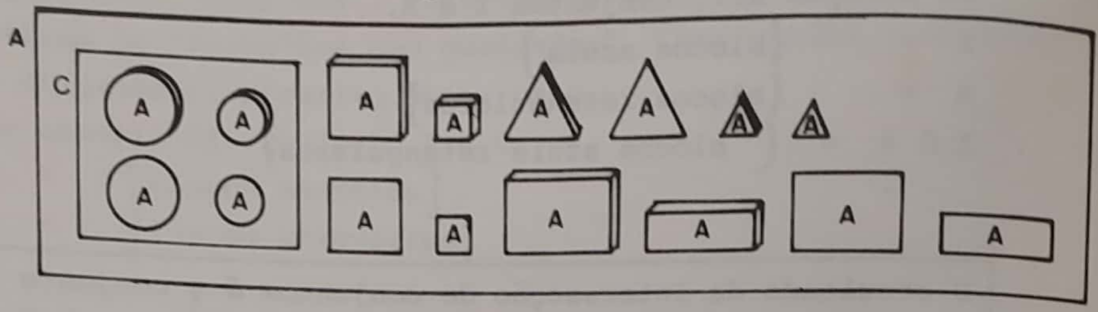
  Z \ R = {blocos azuis não retangulares}

> O resultado da diferença de conjuntos é o conjunto formado pelos elementos do primeiro conjunto que não pertencem também ao segundo.

DEMONSTRAÇÃO DAS OPERAÇÕES UNIÃO, INTERSECÇÃO E DIFERENÇA ENTRE DOIS CONJUNTOS COM INCLUSÃO DO SEGUNDO CONJUNTO NO PRIMEIRO.

Vejamos como conseguir exemplos de conjuntos com Inclusão, trabalhando com os Blocos Lógicos.

EXEMPLO XIII :- A = {blocos amarelos}
C = {Blocos amarelos circulares}

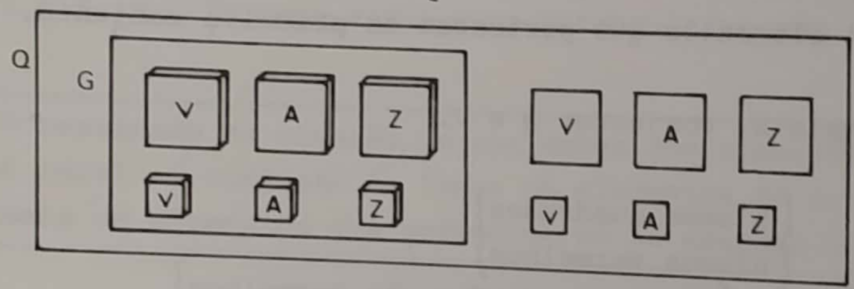


A U C = A

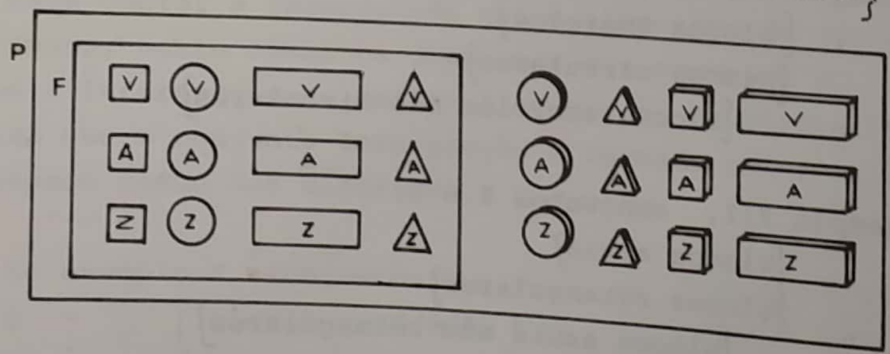
$A \supset C$
$C \subset A$

Lê-se: A contém C;
C está contido em A.

EXEMPLO XIV :- Q = {blocos quadrados}
G = {blocos quadrados grossos}



EXEMPLO XV :- P = {blocos pequenos}
F = {blocos pequenos e finos}



NOTA :- Você deve ter percebido que, pedindo-se um segundo conjunto com um atributo a mais que o pedido no primeiro, obtemos a Inclusão do segundo conjunto no primeiro.

Para demonstrar as operações União, Intersecção e Diferença entre os conjuntos Inclusão, usemos os exemplos dados:-

- No exemplo XIII, conjuntos A e C.
  A = {blocos amarelos}
  C = {blocos amarelos circulares}

$A \supset C$; $C \subset A$; logo, $A \cup C = A$

- No exemplo XIV, conjuntos Q e G.

  $Q = \{$blocos quadrados$\}$

  $F = \{$blocos quadrados grossos$\}$

  $Q \supset G$; $C \subset Q$; logo, $Q \cup G = Q$

- No exemplo XV, conjuntos P e F.

  $P = \{$blocos pequenos$\}$

  $F = \{$blocos pequenos e finos$\}$

  $P \supset F$; $F \subset P$; logo, $P \cup F = P$

QUANDO O SEGUNDO CONJUNTO ESTÁ INCLUSO NO PRIMEIRO, A REUNIÃO DOS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS RESULTA NO PRIMEIRO CONJUNTO.

- No exemplo XIII, conjuntos A e C.

  $A = \{$blocos amarelos$\}$

  $C = \{$blocos amarelos circulares$\}$

  $A \supset C$; $C \subset A$; logo, $A \cap C = C$

- No exemplo XIV, conjuntos Q e G.

  $Q = \{$blocos quadrados$\}$

  $G = \{$blocos quadrados grossos$\}$

  $Q \supset G$; $G \subset Q$; logo, $Q \cap G = G$

- No exemplo XV, conjuntos P e F.

  $P = \{$blocos pequenos$\}$

  $F = \{$blocos pequenos e finos$\}$

  $P \supset F$; $F \subset P$; logo, $P \cap F = P$

QUANDO O SEGUNDO CONJUNTO ESTÁ INCLUSO NO PRIMEIRO, A INTERSECÇÃO DOS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS RESULTA NO SEGUNDO CONJUNTO.

- No exemplo XIII, conjuntos A e C.

  $A = \{$blocos amarelos$\}$

  $C = \{$blocos amarelos circulares$\}$

  $A \supset C$; $C \subset A$; logo, $A \setminus C = \complement C$, isto é, $A - C$

- No exemplo XIV, Conjuntos Q e G.

Q = {blocos quadrados}

G = {blocos quadrados grossos}

$Q \supset G$; $G \subset Q$; logo, $Q \setminus G = \complement$ G, isto é, Q-G

- No exemplo XV, conjuntos P e F.

P = {blocos pequenos}

F = {blocos pequenos e finos}

$P \supset F$; $F \subset P$; logo, $P \setminus F = \complement$ F, isto é, P-F

QUANDO O SEGUNDO CONJUNTO ESTÁ INCLUSO NO PRIMEIRO, A DIFERENÇA DOS CONJUNTOS RESULTA NO CONJUNTO COMPLEMENTAR DO SEGUNDO CONJUNTO, ISTO É, NO QUE RESTA NO PRIMEIRO CONJUNTO, QUANDO DELE RETIRAMOS O SEGUNDO.

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

CASTRUCCI, Benedito - Elementos de Teoria dos Conjuntos. GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, com sede na Universidade Mackenzie, de São Paulo.
A. Oshiro - Publicações Ltda; São Paulo - 1967.

GRUEMA - Grupo de Ensino de Matemática Atualizada, São. Paulo. Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º Grau - GRUEMA 5 - Edição do Professor. Por Lucilia Sanchez e Manhúcia P. Liberman, e outros, da Universidade de São Paulo. Companhia Editora Nacional - São Paulo, 1974.

LOPES, Helena e outros - Manual de Orientação - Currículo de 1º Grau, Matemática. Secretaria de Educação e Cultura de Minas Gerais. Minas Gráfica Editora Ltda.
Belo Horizonte, MG/1974.

MONTEIRO, L.H. Jacy - Elementos de Algebra. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.-Rio de Janeiro . CB/1974.

NEDEM - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática, com sede no Colégio Estadual do Paramá. Ensino Moderno da Matemática. 1º Volume (Série ginasial). Editora do Brasil S. A., São Paulo - 1967.

XII - GLOSSÁRIO

A

ALUSÃO	referência (indireta); menção.
AUTORAMA	brinquedo infatil construído de pista e automóveis de corrida.

C

CONFECCIONAR	executar; fazer; fabricar; preparar ; aviar.

H

HEXÁGONO	polígono de seis ângulos e seis lados.

I

IDENTIFICAR	estabelecer ou determinar a identidade de; tornar idêntico.
ILUSTRAR	esclarecer; elucidar; instruir;aclarar ; ornar com gravuras; desenhar.

L

LEGÍVEL	que se pode ler.

T

TORPE	desonesto; vil; venal; indígno.

V

VÍNCULO	ligação; laço; união; elo; relação; liame.

9

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

26

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ
CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

PRODUTOS CARTESIANO

MÓDULO Nº 26

ELABORAÇÃO: CLELIA TAVARES MARTINS

TITULO : TRAÇANDO GRAFICOS

I - ASSUNTO : PRODUTO CARTESIANO.

II - MATÉRIA : CIÊNCIAS.

DISCIPLINA : MATEMÁTICA.

III - PRÉ-REQUISITO : TER DOMINADO OS MÓDULOS ANTERIORES.

IV - OBJETIVOS :

OBJETIVO GERAL : Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

OBJETIVO TERMINAL : Traduzir Relações expressas em formas simbólicas e vice-versa, em exercícios orais e escritos, relatórios, monografias, debates, trabalhos de grupo, aulas e outros.

OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS :

a) representar as Relações como "pares ordenados" e aplicá-las no gráfico cartesiano.

b) identificar o Produto Cartesiano como o conjunto de todos os "pares ordenados" possíveis de estabelecer entre os elementos de dois conjuntos.

c) representar graficamente o Produto Cartesiano.

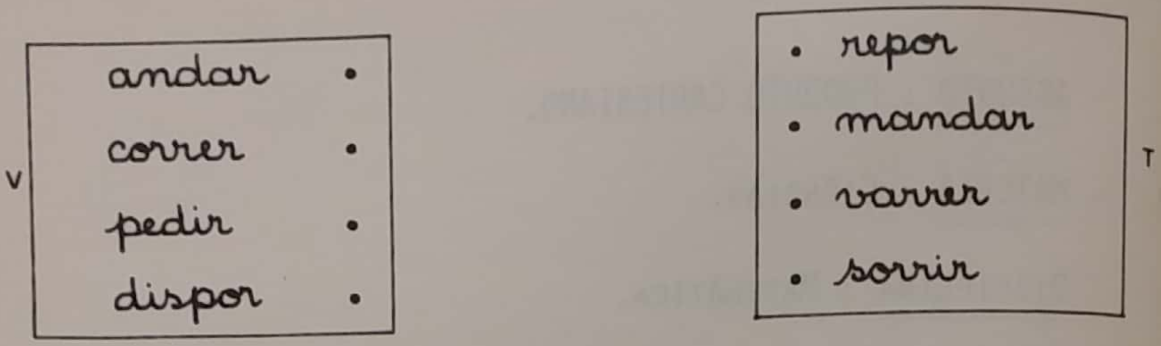
V - PRÉ - TESTE

Antes de iniciar o estudo do presente módulo, responda as perguntas deste Pré-Teste, como você já está acostumado a fazê-lo.

Leia com atenção o enunciado das questões propostas e responda-as calmamente, sem medo de errar. Aceite o desafio com a mesma confiança com que enfrentou os pré-testes dos módulos anteriores.

E seja feliz no seu trabalho !

1. REPRESENTE COM AS SAGITAIS A RELAÇÃO "SER DA MESMA CONJUGAÇÃO QUE":



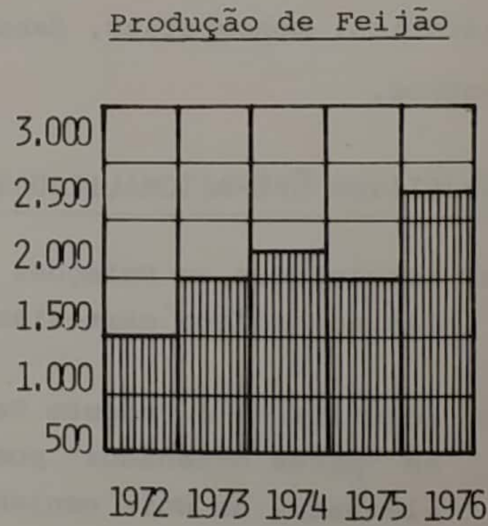
2. FORME O 2º CONJUNTO , DE ACORDO COM A RELAÇÃO "É O DOBRO DE", ESTABELECIDA DE A PARA B:

$A = \{2, 6, 8, 12\}$

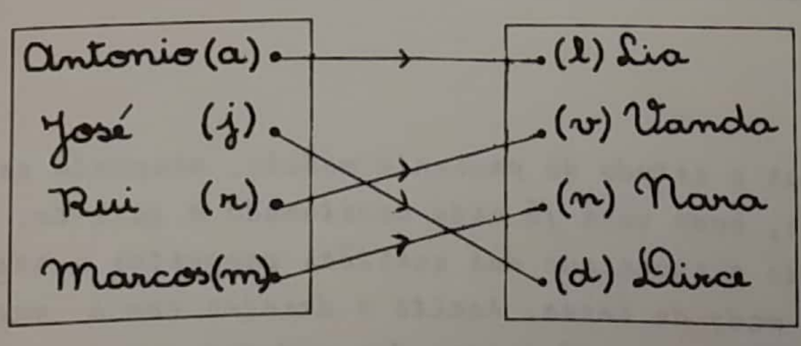
$B = \{\ldots, \ldots, \ldots, \ldots\}$

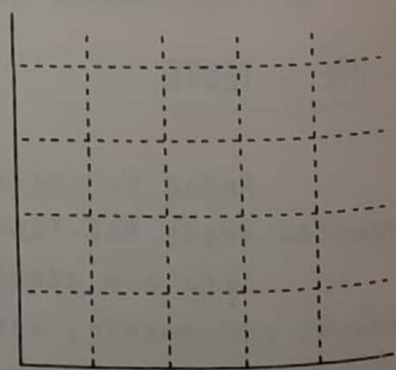
3. COMPLETE A TABELA, LENDO O GRÁFICO DA RELAÇÃO:

ANO	SACAS
1972	
1973	
1974	
1975	
1976	

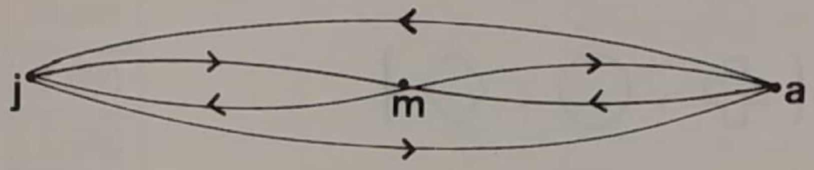


4. REPRESENTE, NUM GRÁFICO CARTESIANO, A RELAÇÃO ABAIXO:





5. JOSÉ, MARIA, E ANA "TÊM A MESMA COR" DE OLHOS .



Observe o gráfico. A Relação é:-simétrica ?__________

-reflexiva ?__________

-transitiva?__________

6. DESCUBRA A RELAÇÃO ENTRE OS NÚMEROS E COMPLETE A TABELA ABAIXO :

3	1	2			5	0
9	3		12	18		0

Relação: "é o ________________ de".

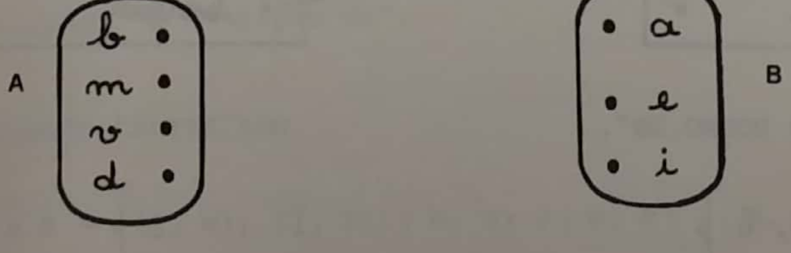
7. ESTABELEÇA O PRODUTO CARTESIANO ENTRE OS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS:

A = {1,b,p}   B = {e,r}

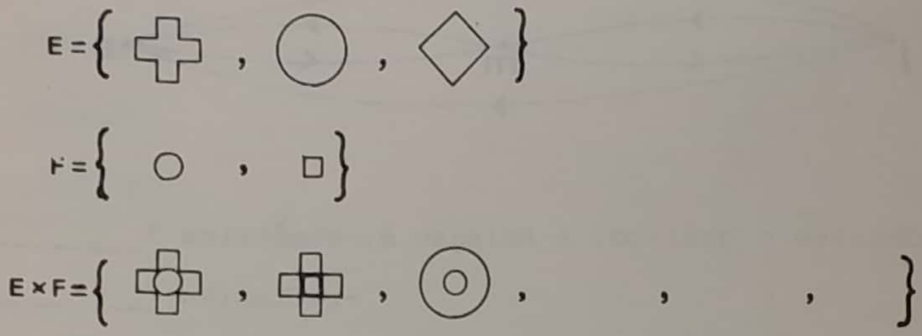
A x B = {(,) ; ____

____

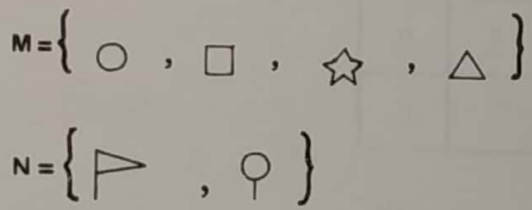
8. FAÇA A REPRESENTAÇÃO SAGITAL DO PRODUTO CARTESIANO ENTRE OS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS :



9. APLIQUE O CONHECIMENTO DO PRODUTO CARTESIANO EM E E F E COMPLETE O CONJUNTO ABAIXO:



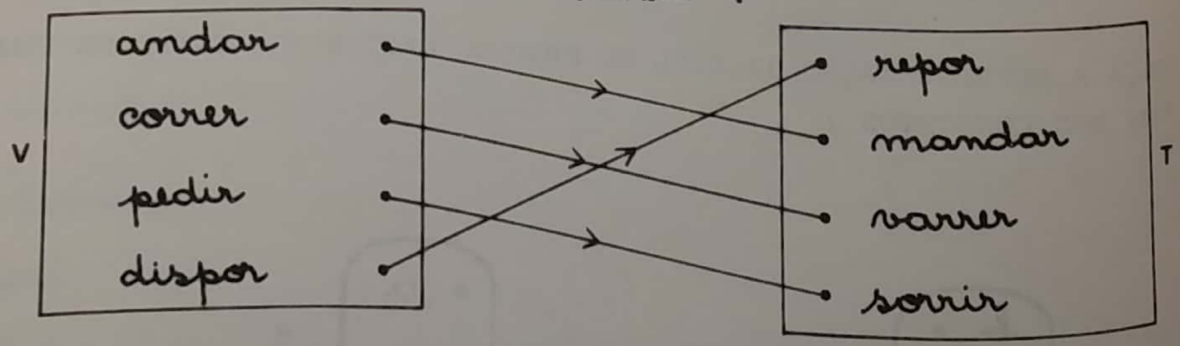
10. COMPLETE COM OS CARDINAIS :



$\#$ M = --- $\#$ N = --- $\#$ (M x N) = ---

GABARITO DO PRÉ-TESTE

1. RELAÇÃO: "TEM A MESMA CONJUGAÇÃO QUE" .



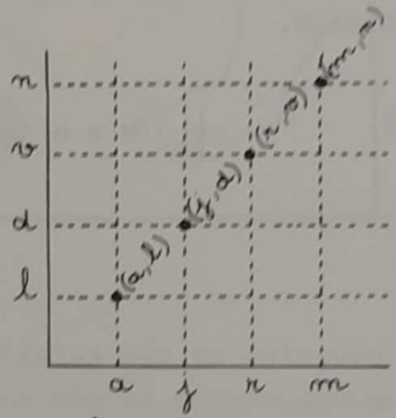
2. RELAÇÃO: "É O DOBRO DE".

B = {1, 3, 4, 6}

3. COMPLETAR A TABELA:

ANO	SACAS	
1972	1.000	
1973	1.500	
1974	1.750	aproximadamente
1975	1.500	
1976	2.250	aproximadamente

4. GRÁFICO CARTESIANO DA RELAÇÃO.



5. RELAÇÃO : "TÊM A MESMA COR DE".

É simétrica ? sim.

É reflexiva ? sim.

É transitiva? sim.

6. COMPLETE A TABELA.

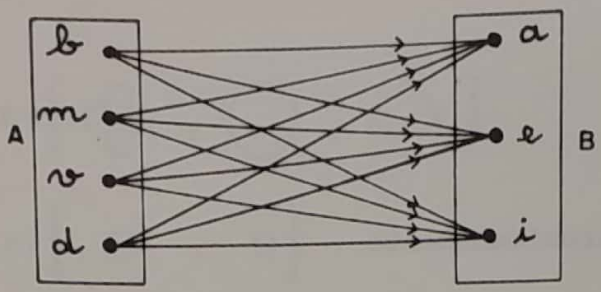
3	1	2	4	6	5	0
9	3	6	12	18	15	0

Relação: "é o triplo de".

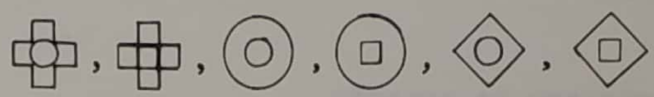
7. PRODUTO CARTESIANO.

A x B = {(l, e); (l, r); (b, e) ; (b, r) ; (p, e) ; (p, r)}

8. REPRESENTAÇÃO SAGITAL.



9. COMPLETE O CONJUNTO.

E x F = {  }

10. COMPLETE COM OS NUMERAIS CARDINAIS.

\# M = 4   \# N = 2   \# (M x N) = 4 x 2 = 8

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

RELAÇÃO E PRODUTO CARTESIANO

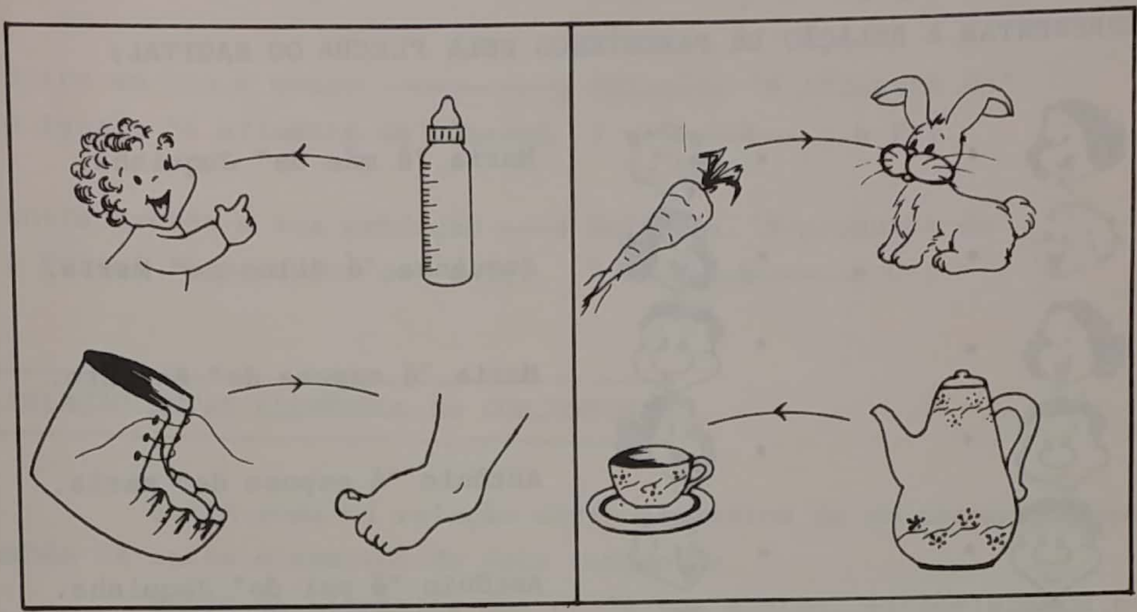
RELAÇÃO

Em todos os tempos os homens deram-se conta da importância decisiva da relação na estruturação do mundo.

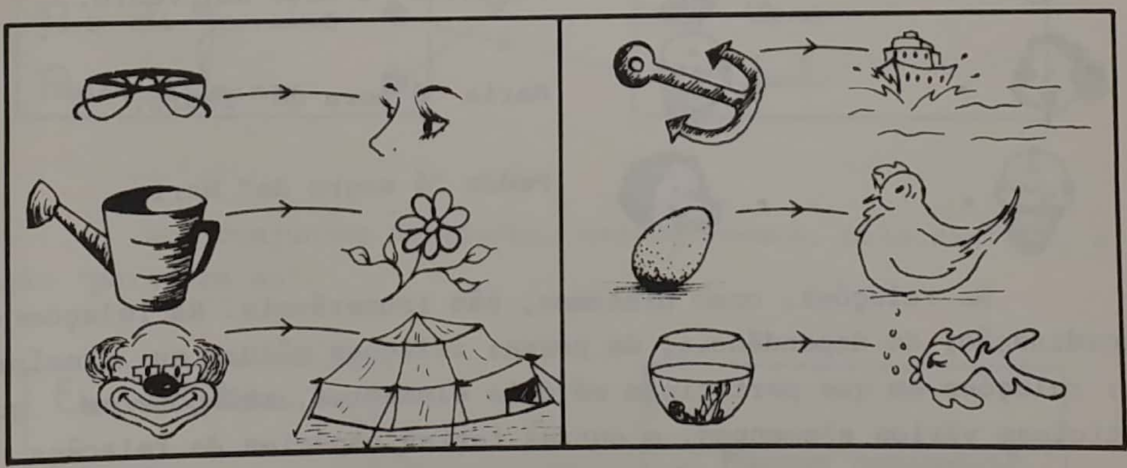
A relação conduz o espírito humano a pressupor sempre, quando diante de um objeto, coisa ou ser, a existência de outros, idênticos, semelhantes ou afins, diferentes ou opostos.

Não há, por exemplo, um só fato social, por mais elementar que pareça, que não seja um fenômeno de relação entre dois ou mais indivíduos, entre indivíduos de um mesmo grupo ou comunidade, entre grupos ou comunidades diferentes.

A relação é, pois, uma constante na vida do homem desde a tenra idade, quando ele a estabelece entre os objetos, coisas e seres à sua volta. É ela um suporte de sua própria aprendizagem ou desenvolvimento intelectual.



Múltiplas são as relações estabelecidas, dia a dia, pela criança. Muitos são os conhecimentos que ela adquire, graças ao auxílio de sua capacidade de relacionar.

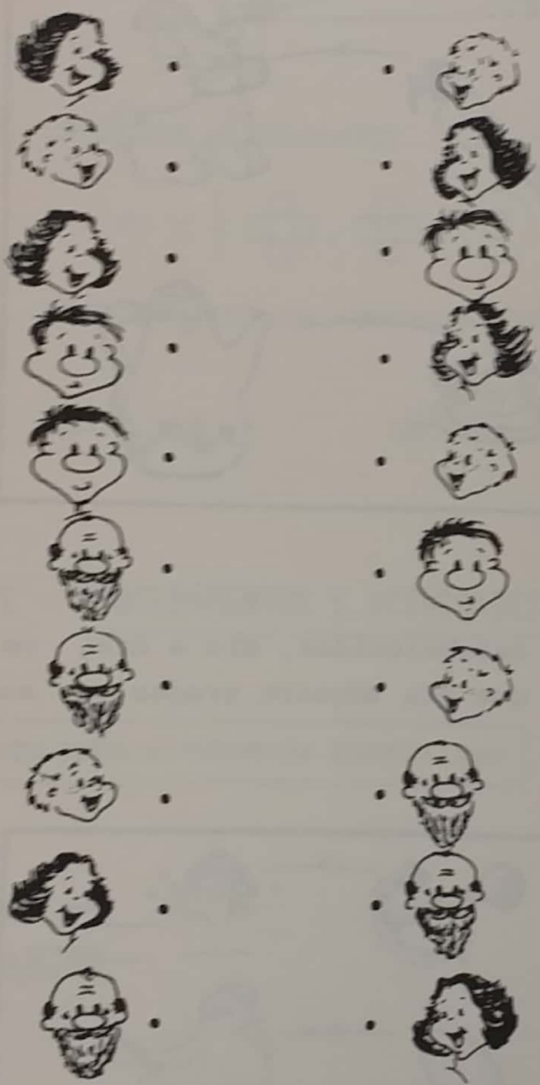


Primeiramente, a criança aprende a relacionar coisas concretas; depois, coisas abstratas. Relaciona, por exemplo, xícara e pires, sapato e pé, mais facilmente do que tio e sobrinho, mãe e filho, neto e avô. Por serem abstratas, as relações de parentesco lhe são bem mais difíceis de compreender, embora vividas no seio da própria família.

Vejamos, a seguir, como você poderia oferecer, em classe, essas noções de relação por meio de exercícios.

EXERCÍCIO

REPRESENTAR A RELAÇÃO DE PARENTESCO PELA FLECHA OU SAGITAL:



Maria "é mãe de" Juquinha.

Juquinha "é filho de" Maria.

Maria "é esposa de" Antônio.

Antônio "é esposo de" Maria.

Antônio "é pai de" Juquinha.

Pedro "é pai de" Antônio.

Pedro "é avô de" Juquinha.

Juquinha "é neto de" Pedro.

Maria "é nora de" Pedro.

Pedro "é sogro de" Maria.

As relações, como dissemos, são inumeráveis. Há relações de subordinação, de dependência, de posse; relações mútuas ou recíprocas; relações em que participam só dois elementos, relações em que participam vários elementos, e outras tantas espécies de relações.

Em sua sala de aula, você poderá oferecer às crianças exemplos de relação, como os que sugerimos a seguir.

EXEMPLOS: HÁ RELAÇÃO :

- Entre patrão e empregado ⟶ Relação: "é patrão de"
  Carlos "é patrão de" Nicolau   C ●⟶● N ;

- Entre Estado e capital ⟶ Relação: "é capital de"
  Manaus "é capital do" Amazonas   A • ← • M ;

- Entre pessoas e seus pertences ⟶ Relação: "é de"
  O pente "é de" Lia.   P • → • L ;

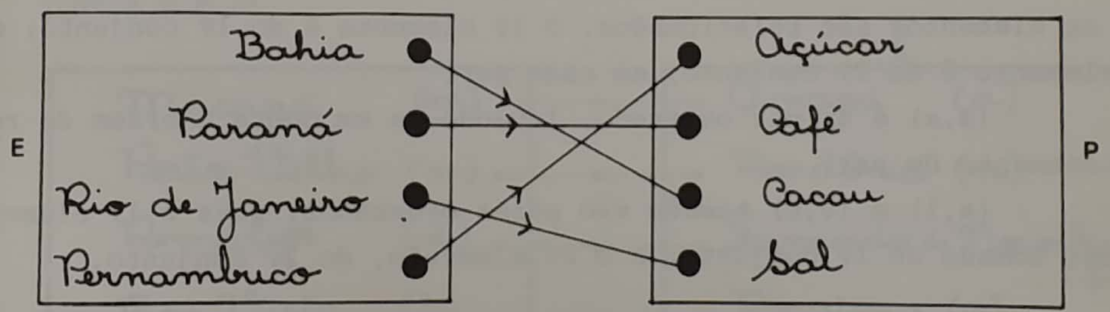
- Entre um rio e outro ⟶ Relação: "é afluente de"
  O Iguaçu "é afluente do" Paraná   I • → • P ;

- Entre Estado e sua produção ⟶ Relação: "é produtor de"
  O Paraná "é produtor de" café.   P • → • C .

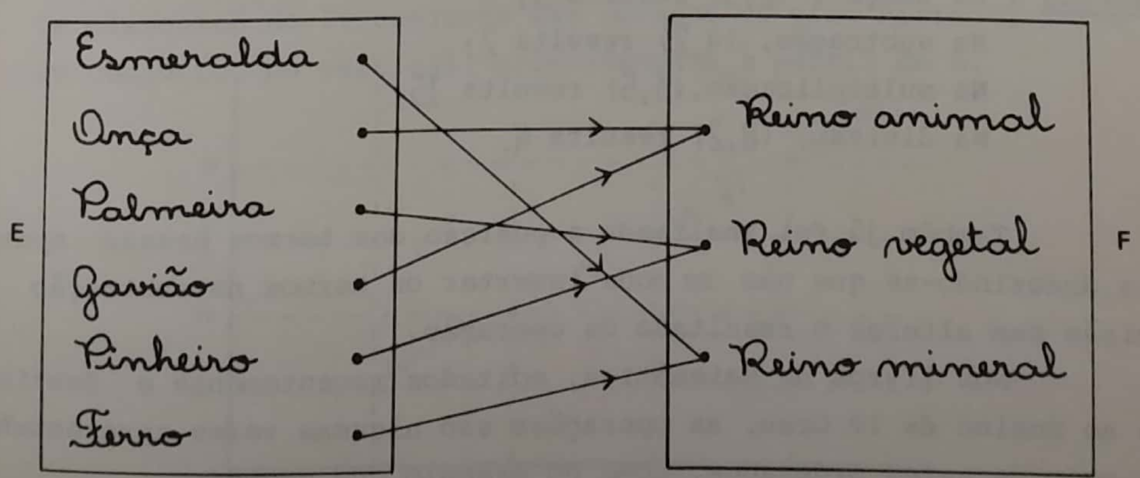
RELAÇÃO ENTRE ELEMENTOS DE CONJUNTOS

Assim como há relação entre elementos de um mesmo conjunto, também há entre elementos de dois conjuntos.

Entre os elementos dos conjuntos abaixo, estabelecemos, por meio de flechas, a relação "produtor de". Vejamos:



Nos conjuntos seguintes, estabelecemos, pela sagital, a relação "pertence ao".

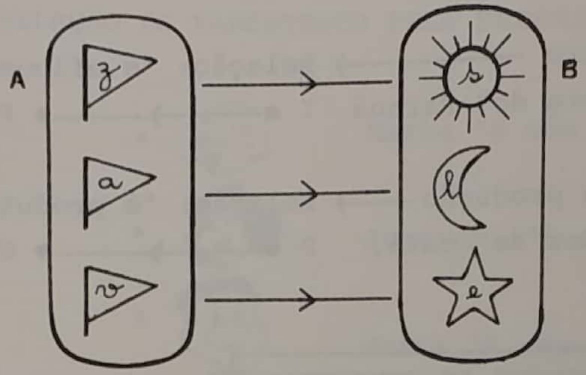


PARES ORDENADOS

Como os elementos relacionam-se dois a dois, podemos representar por meio dos pares ordenados a relação entre elementos de dois conjuntos.

EXEMPLO:

Z = azul
A = amarelo
V = vermelho



Representação simbólica:

- Bandeira azul e sol .... (z,s)
- Bandeira amarela e lua ... (a,l)
- Bandeira vermelha e estrela ... (v,e)

Os pares ordenados (z,s), (a,l), (v,e) resultam da ordem em que os elementos são relacionados. O 1º elemento é do 1º conjunto; o 2º elemento é do 2º conjunto, em cada par.

(z,s) é um par ordenado, levando-se em conta a ordem de relacionamento do par.

(a,l) e (v,e) também são pares ordenados, pois o 1º elemento foi tomado do 1º conjunto, e o 2º elemento, do 2º conjunto.

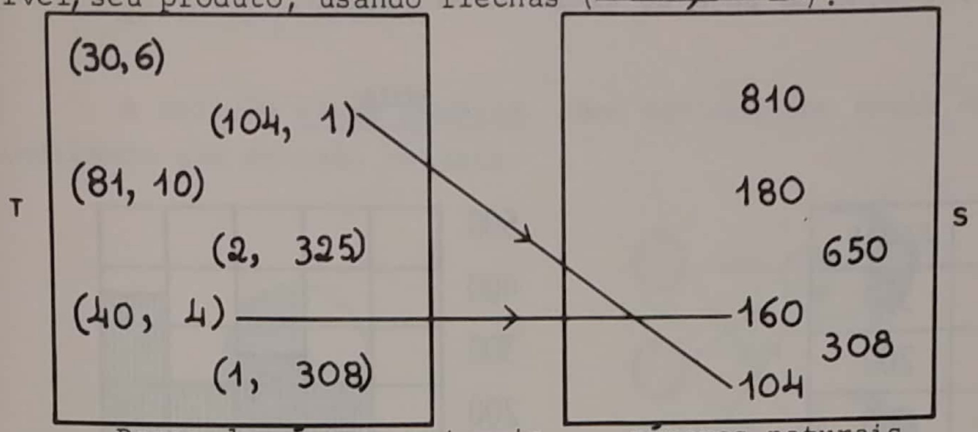
Em módulos anteriores, você já estudou pares ordenados, ao efetuar as operações matemáticas de adição, subtração, multiplicação e divisão.

EXEMPLOS : Na adição, (2,3) resulta 5;
Na subtração, (4,2) resulta 2;
Na multiplicação, (3,5) resulta 15;
Na divisão, (8,2) resulta 4.

Também já foi analisada a posição dos termos nessas operações, deduzindo-se que não se pode inverter os termos na subtração e divisão sem alterar o resultado da operação.

Nos livros de Matemática, editados recentemente e destinados ao Ensino de 1º Grau, as operações são algumas vezes apresentadas por meio de pares ordenados, como no exemplo que segue.

EXEMPLO: A cada par de números naturais, faça corresponder, quando possível, seu produto, usando flechas (————→————).



Pares de números naturais — números naturais

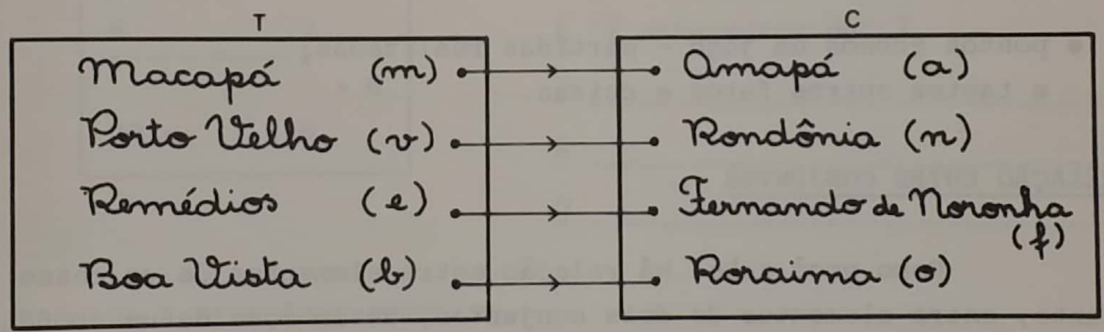
RELAÇÃO EM OUTRAS ÁREAS DO ENSINO.

Em Estudos Sociais, assim como em Comunicação e Expressão, os exercícios de relação aparecem constantemente.

Em Estatística , o relacionamento é apresentado por gráficos.

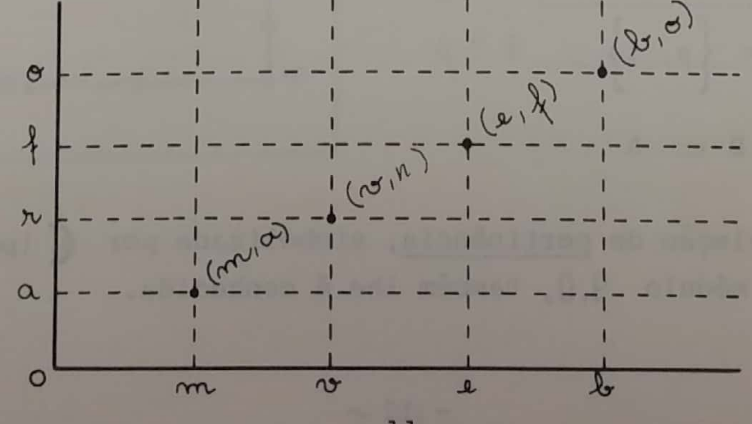
Vejamos, por exemplo, um desses exercícios.

a) Estabelecer a Relação "é capital de" entre os elementos dos conjuntos T e C:



Conjunto dos pares ordenados = (m,a); (v,n); (e,f); (b,o)

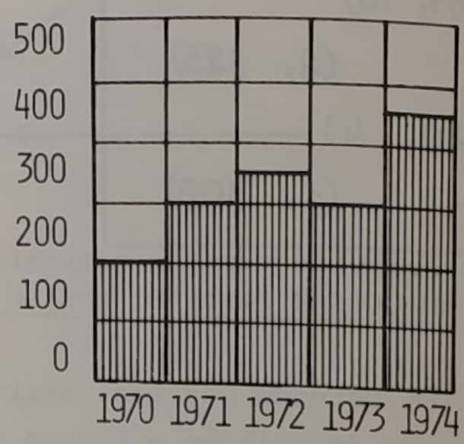
b) Estabelecer a Relação "capital de", por meio de gráfico, T R C . Os elementos do 1º conjunto são colados no eixo horizontal; os do 2º conjunto, no vertical, ordenadamente, a partir de 0.



Vejamos outro exemplo de Relação, representada por meio de gráfico: Produção de soja do sítio do sr. Paulo.

ANO	SACAS
1970	350
1971	200
1972	300
1973	400
1974	500

SOJA



Também poderemos representar, por meio de gráficos, as Relações:

- notas escolares - provas bimestrais;
- aniversários - meses;
- pontos ganhos em jogo - partidas realizadas;
  e tantos outros fatos e coisas.

RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS

Como você sabe, há relação entre elementos de um mesmo conjunto, entre elementos de dois conjuntos, assim como de um conjunto com outro. Em módulos anteriores você estudou relação de inclusão, pertinência, e entre números.

A relação de inclusão, simbolizada por $\supset$, $\subset$ (contém, e está contido), você conhece suficientemente. Mas, exemplifiquemos:

Conjunto A = $\{a, e, i, o, u\}$

Conjunto B = $\{a, i\}$

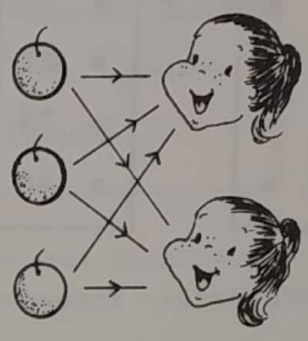
$A \supset B$; $B \subset A$

A relação de pertinência, simbolizada por $\in$ (pertence a), e estudada no módulo 9.0, também lhe é conhecida.

Exemplo: gato $\in$ {animais}
grilo $\in$ {insetos}

A relação entre números, você estudou nos casos de fração, ou indicando uma divisão inexata.

$\frac{3}{4}$

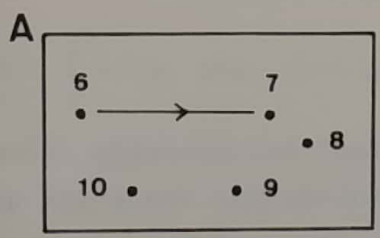


$\frac{3}{2}$

Par ordenado: (3 , 4)   Par ordenado : (3 , 2)

EXERCÍCIO 1

1) OBSERVE E COMPLETE O QUE SE PEDE :



Relação: "é antecessor de".

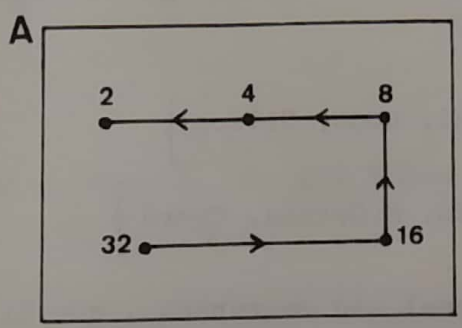
6 "é antecessor de" 7.

7 ________________________________

8 ________________________________

9 ________________________________

2) DESCUBRA A RELAÇÃO E COMPLETE:



Relação: "é ____________________"

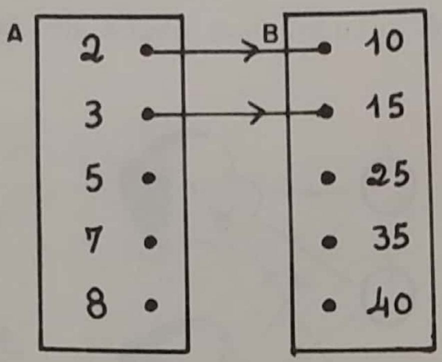
32 " é ________________________"

16 " é ________________________"

8 " é ________________________"

4 " é ________________________"

3) ESTABELEÇA A RELAÇÃO "É UM QUINTO DE" ENTRE OS ELEMENTOS DOS DOIS CONJUNTOS A E B :



Complete:

2 " é um quinto de" 10

3 " é ____________ 15

5 " é ____________

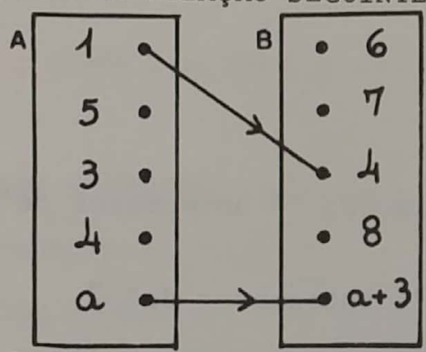
7 " é ____________

8 " é ____________

Pares ordenados formados:

(2, ___); (____,____);(____,____);(____,___);(____,____).

4. COMPLETE A RELAÇÃO SEGUINTE, JÁ INICIADA:



X é a relação entre A e B.

X : "é menos 3 que"

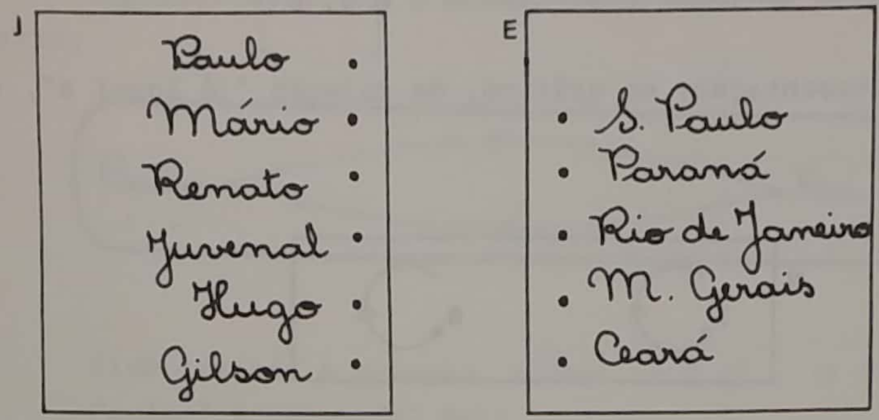
NOTA - Sempre que for preciso indicar "algo" desconhecido (número , ser, coisa), esse "algo" é representado por uma letra qualquer do final do alfabeto.
No caso do presente exercício, "X"representa a relação desconhecida e descoberta pela análise das relações já estabelecidas.

5. O conjunto J é um conjunto de jovens e o conjunto E é um conjunto de Estados brasileiros.

J = {Paulo, Mário, Renato, Juvenal, Hugo, Gilson}

E = {S.Paulo, Paraná, R.de Janeiro, M.Gerais, Ceará}

Sabendo-se que Paulo e Juvenal são cearenses , que Gilson é carioca, Hugo é paulista, Renato é mineiro e Mário é paranaense, use sagitais para estabelecer, entre os elementos dos conjuntos J e E, a relação "é nascido em", nos quadros abaixo:



Represente, a seguir, os pares ordenados que relacionam os cearenses:

(_______,_______) ; (_______, _______)

PROPRIEDADE REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA DAS RELAÇÕES

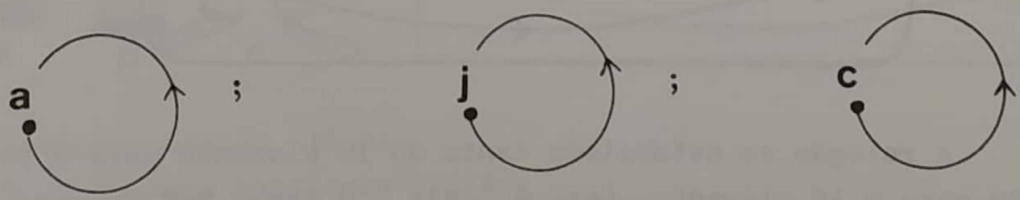
A - PROPRIEDADE REFLEXIVA.

- Formemos o conjunto dos alunos da classe que têm 1,20m de altura.

R = {João, Ana, Carlos} ou R = {j, a, c}

João tem 1,20 m de altura, logo, tem a altura de si mesmo: j R j. Ana tem, também, 1,20 m de altura, isto é, tem a altura de si mesma: a R a. Carlos, como os outros, tem 1,20 m de altura, quer dizer, tem a altura de si mesmo: c R c.

Representação, em gráfico, usando a sagital:



NOTA: A sagital, voltada sobre o próprio elemento, representa a relação reflexiva.

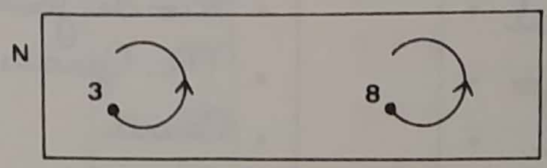
Simbolizando a relação reflexiva, temos:

(a R a) ; (j R j) ; (c R c).

O elemento está em relação consigo mesmo.

• Formemos um conjunto numérico. N = $\{3, 8\}$

Representação, em gráfico, da relação " é igual a", usando a sagital:



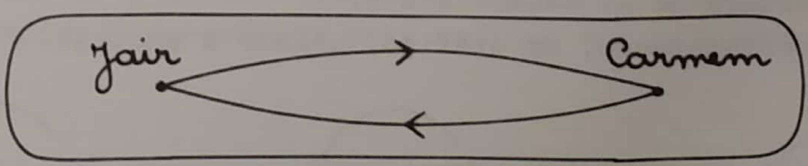
Simbolizando a relação, temos: (3 R 3); (8 R 8).

DIZEMOS QUE UMA RELAÇÃO GOZA DA PROPRIEDADE <u>REFLEXIVA</u> QUANDO TODOS OS ELEMENTOS DO CONJUNTO ESTÃO EM RELAÇÃO CONSIGO MESMO .

B - <u>PROPRIEDADE SIMÉTRICA</u>

• Em nossa sala de aula há um casal de irmãos: Jair e Carmem.
I = {Jair, Carmem} ou II = {j, c}

Representação, em gráfico, da relação "é irmão de", usando a sagital:



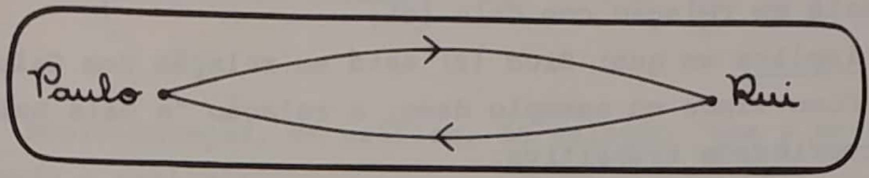
A relação se estabelece tanto do 1º elemento para o 2º, como do 2º para o 1º elemento, isto é: Jair "é irmão de" Carmem; Carmem "é irmã de " Jair.

Simbolizando a relação, temos: (j R c); (c R j).

• Em nossa sala de aula há dois primos: Paulo e Rui.

A = {Paulo, Rui} ou A = {p, r}

Representação, em gráfico, da relação "é primo de", usando a sagital:



Simbolizando a relação, temos: (p R r) ; (r R p).

Paulo " é primo de" Rui;

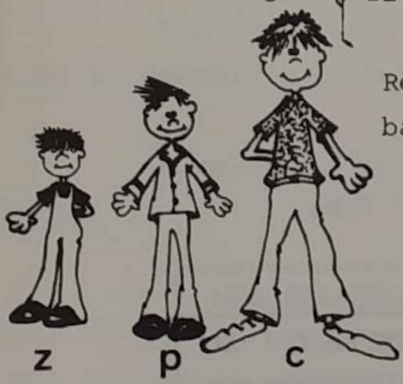
Rui "é primo de" Paulo.

QUANDO A RELAÇÃO SE ESTABELECE DO 1º ELEMENTO PARA O 2º, COMO DO 2º PARA O 1º ELEMENTO, DIZEMOS QUE A RELAÇÃO GOZA DA PROPRIEDADE SIMÉTRICA.

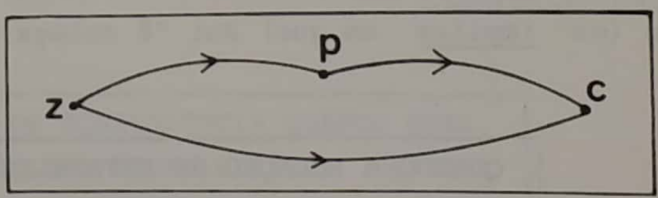
C - PROPRIEDADE TRANSITIVA

- Entre três bonecos, estabelecer a relação "é mais baixo que".

C = {Zico, Pelé, Calu} ou C = {z, p, c}



Representação, em gráfico, da relação "é mais baixo que ", usando a sagital:



Nessa representação, lê-se:

Zico "é mais baixo que" Pelé;
Pelé "é mais baixo que" Calu;
Zico "é mais baixo que" Calu.

A relação se estabelece do 1º elemento para o 2º; do 2º elemento para o 3º; e do 1º elemento para o 3º, transitando pelo 2º elemento.

Simbolizando a relação, temos: $\left.\begin{array}{l}(z\ R\ p)\\(p\ R\ c)\end{array}\right\| \rightarrow (z\ R\ c)$.

O símbolo $\Longrightarrow$ significa implicação. E lê-se assim:

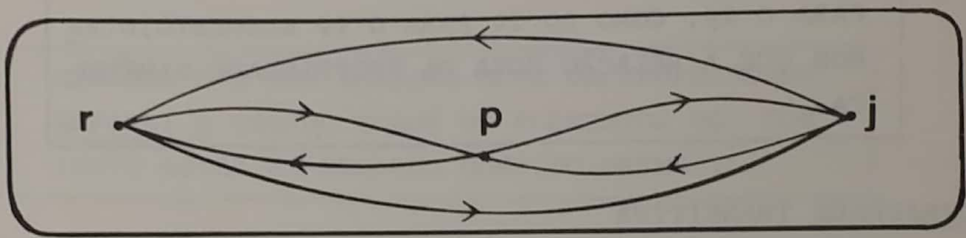
Zico (z) está em relação com Pelé (p);
Pelé (p) está em relação com Calu (c);
logo, (ou implica em que) Zico (z) está em relação com Calu (c).

Como vimos no exemplo dado, a relação "é mais baixo que" goza da proprieddade transitiva.

- Rui, Pedro e José são colegas.

$$C = \{\text{Rui, Pedro, José}\} \quad \text{ou} \quad C = \{r, p, j\}$$

Representação, em gráfico, da relação "é colega de", usando a sagital:



Simbolizando a relação, temos: $\left.\begin{array}{l}(r\ R\ p)\\(p\ R\ j)\end{array}\right\| \Longrightarrow (r\ R\ j)$

Lê-se:
Rui " é colega de" Pedro;
Pedro "é colega de" José;
logo (ou implica em que) Rui "é colega de" José.

QUANDO A RELAÇÃO SE ESTABELECE ENTRE O 1º ELEMENTO E O 2º ELEMENTO E O 3º, E IMPLICA EM RELACIONAMENTO DO 1º ELEMENTO COM O 3º, ESTA RELAÇÃO GOZA DA PROPRIEDADE TRANSITIVA.

Concluindo o presente capítulo, falemos sobre relações que gozam das três propriedades referidas.

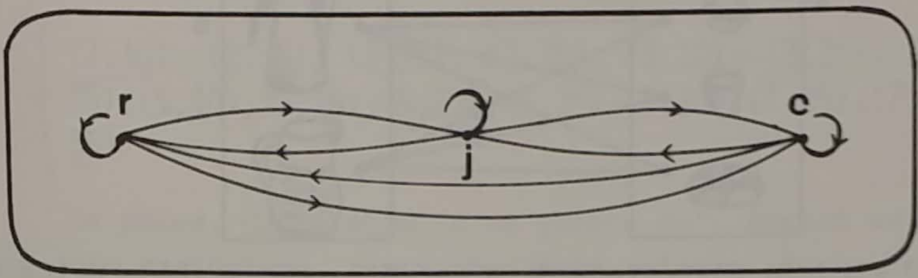
RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA

Há relações que gozam das três propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva.

• Na sala de aula, Rui, José e Carmem têm a mesma altura: 1,16 m

A = {Rui, José, Carmem} ou A = {r, j, c}

Representação, em gráfico, da relação "tem a mesma altura que", usando a sagital:



Lê-se:
Rui "tem a mesma altura que" José;
José " tem a mesma altura que " Carmem;
logo, Rui "tem a mesma altura que" Carmem;
José "tem a mesma altura que" Rui;
Carmem também "tem a mesma altura que" os dois.

Rui tem a altura de si mesmo; José tem, igualmente, a altura de si mesmo; e Carmem tem, também, a altura de si mesma.

A relação "tem a mesma altura que" é uma relação de equivalência.

UMA RELAÇÃO É DE EQUIVALÊNCIA QUANDO GOZA, AO MESMO TEMPO, DAS PROPRIEDADES: REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA.

PRODUTO CARTESIANO

Examinemos, agora, o que se denomina Produto Cartesiano.

PRODUTO CARTESIANO É O CONJUNTO DE TODOS OS PARES ORDENADOS, POSSÍVEIS DE SEREM OBTIDOS NO RELACIONAMENTO DOS ELEMENTOS DE DOIS CONJUNTOS, EM UMA ORDEM DADA.

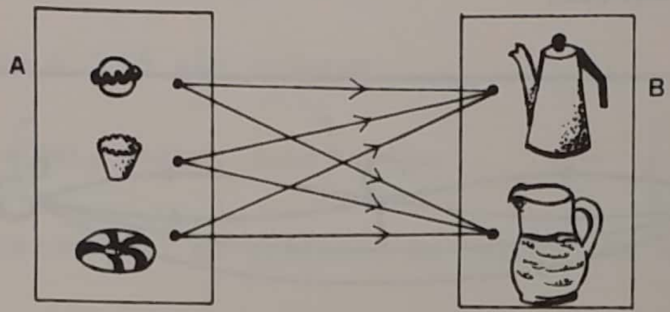
● Sejam, por exemplo, duas bandejas contendo alimentos sólidos e líquidos.

A = {sanduíche, empada, rosca}

B = {laranjada, café}

A escolha a ser feita é a de uma bebida e uma gulodice.

Representação, em gráfico, da relação, usando a sagital:



O produto cartesiano de A por B (representado pelos símbolos A x B) é igual ao conjunto de todos os pares possíveis de serem obtidos no relacionamento, em ordem, dos elementos dos dois conjuntos.

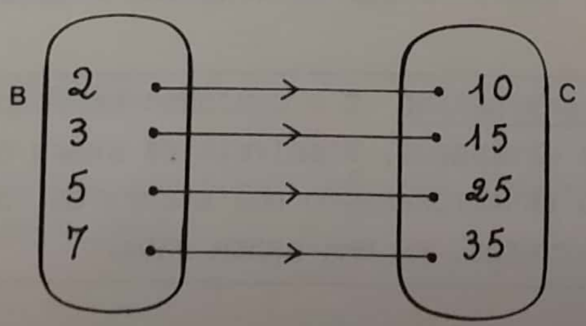
Vejamos: sanduíche e laranjada ———— (s,l)
sanduíche e café ———— (s,c)
empada e laranjada ———— (e,l)
empada e café ———— (e,c)
rosca e laranjada ———— (r,l)
rosca e café ———— (r,c)

Simbolizando a relação, temos:

A X B = {(s,l); (s,c); (e,l); (e,c); (r,l); (r,c)}

Se o produto cartesiano relaciona todos os pares formados entre os elementos de dois conjuntos, então podemos afirmar que quaisquer pares ordenados, que estabeleçam uma determinada relação entre dois conjuntos, formam um <u>subconjunto</u> do produto cartesiano.

● Seja, por exemplo, a relação "é um quinto de" entre os elementos de dois conjuntos:



Os elementos de B foram relacionados aos de C, de acordo com a relação pedida.

O conjunto dos pares formados é uma parte do produto cartesiano.

$$(B\ R\ C) = \{(2,10),\ (3,15),\ (5,25),\ 7,35)\} \subset (B \times C)$$

Observe que o produto cartesiano é a relação de todos os pares possíveis:

$$B \times C = \{(2,10);\ (2,15);\ (2,25);\ (2,35);\ (3,10);\ (3,15);\ (3,25);(3,35);(5,10);(5,15);(5,25);(5,35);(7,10);(7,15);(7,25);(7,35)\}$$

Os pares, da relação "é um quinto de", formam um <u>subconjunto</u> do produto cartesiano. Assim como esta relação, qualquer outra estabelecida entre elementos dos dois conjuntos, é sempre um <u>subconjunto</u> do produto cartesiano.

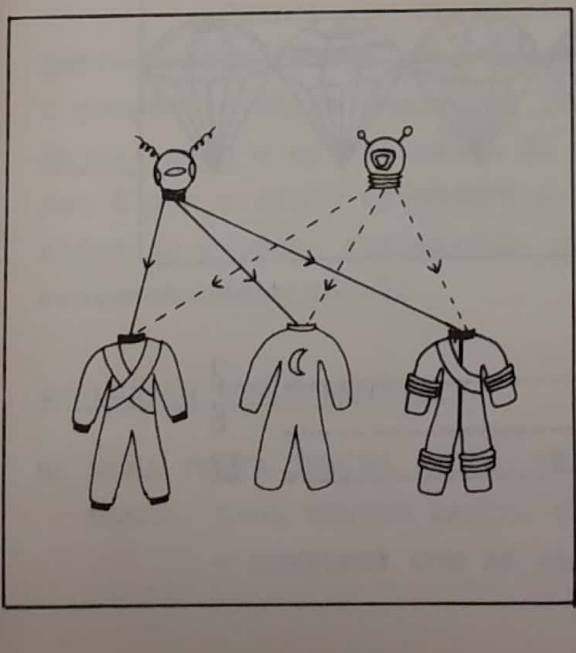
<u>Exercícios de aplicação em classe</u>.

Apresentamos aqui uma página sobre produto cartesiano, destinada a crianças da 2ª série do Ensino de 1º Grau. São sugestões de exercícios a serem aplicados em classe.

No quadro I, os capacetes e trajes espaciais devem ser pintados diferentemente, ao gosto dos alunos.

As respostas às perguntas propostas devem ser dadas em números, nos respectivos quadrinhos.

<u>QUADRO I</u>



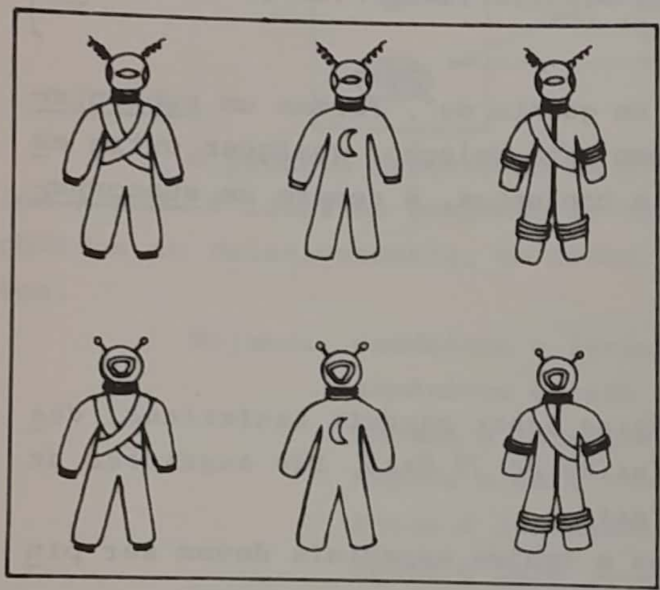
QUANTOS CAPACETES SÃO?_________

E QUANTAS ROUPAS ESPACIAIS?____

QUANTOS TRAJES É POSSÍVEL COMBINAR?___________________________

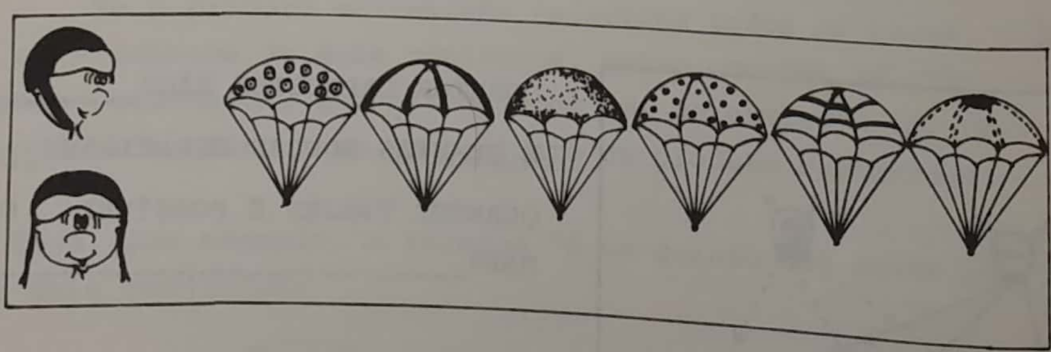
No quadro II, o colorido deve ser o mesmo, tanto dos capacetes como das roupas espaciais. Ali estão representadas todas as possibilidades de trajes com os 2 capacetes e os 3 macacões.

QUADRO II



Para a criança compreender o produto cartesiano como sendo o conjunto de todos os pares possíveis, ordenados, entre os elementos de dois conjuntos, outros exercícios podem ser oferecidos à classe, como os que propomos nos Quadros III e IV.

QUADRO III

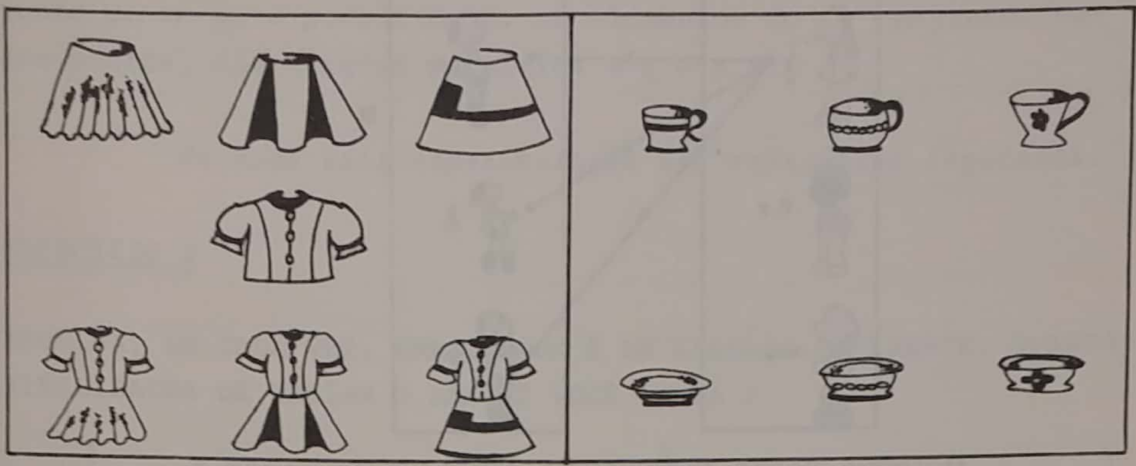


QUANTOS SÃO OS BONECOS ? ____________________ 2

QUANTOS SÃO OS PÁRA-QUEDAS ? ____________________ 6

QUANTAS COMBINAÇÕES É POSSÍVEL FAZER ? ____________________ 12

QUADRO IV



QUANTAS SAIAS EXISTEM NA GRAVURA ?_______________ 3

E QUANTAS BLUSAS ?______ 1

QUANTOS TRAJES É POSSÍVEL COMBINAR ?__________ 3

QUANTAS XÍCARAS VOCÊ VÊ ?________ 3

E QUANTOS PIRES ?________________ 3

QUANTAS COMBINAÇÕES SÃO POSSÍVEIS ?_____________________________ 9

Todo esse material de que falamos, deve ser apresentado para que a criança possa manejar os elementos e formar todos os pares possíveis.

A meninas recortarão blusas, saias, xícaras e pires, enfeitando-os ao seu gosto. Os meninos farão pára-quedas de papel de seda e bonequinhos de rolhas; recortarão camisas e emblemas de futebol, bem como outras figuras que se refiram à sua área de interesse.

O professor, para ministrar suas aulas, usará material semelhante, utilizando o flanelógrafo.

Outras tantas sugestões serão encontradas, ou pelo aluno, ou pelo professor, para tornar claras as combinações possíveis entre elementos de dois conjuntos.

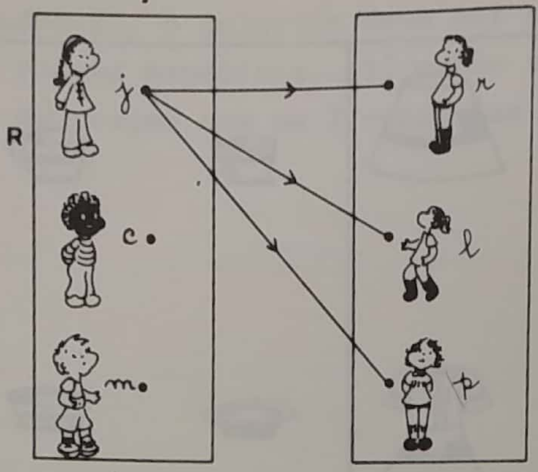
Quanto aos exercícios, cabe-nos explicar-lhe que as perguntas neles feitas são sempre as mesmas. Também vale ressaltar que o propósito desse ensino no 2º ano não é outro que o de auxiliar a objetivação e entendimento da operação multiplicação. No 3º ou 4º ano é que o aluno aprenderá a registrar o conjunto dos pares ordenados do produto cartesiano, usando a simbologia, da forma como apresentamos neste módulo.

Exercício com simbologia.

6) NUMA FESTA JUNINA, JOÃO, CARLOS E MÁRIO DANÇARAM COM RITA, LIA E PAULA. CADA MENINO DANÇOU COM TODAS AS TRÊS MENINAS.

- COMPLETE COM AS FLECHAS PARA SUGERIR COMO FORAM FORMA

DOS OS PARES NA DANÇA



QUANTOS PARES DIFERENTES CONSEGUIRAM FAZER ?

RESPOSTA: { (j,r); (j,l); (__,__);________________________________
____

O CONJUNTO DOS PARES ORDENADOS, ACIMA, É O PRODUTO CARTESIANO DE R POR M.

Indicamos ⟶ $\boxed{R \times M}$ Lemos: $\boxed{\text{PRODUTO CARTESIANO DE R POR M}}$

Para objetivar a multiplicação, incluímos o conhecimento da quantidade:

- Quantos elementos há no 1º conjunto ? ... 3
- Quantos elementos há no 2º conjunto ? ... 3
- Quantos pares ordenados são ao todo ? ... 9

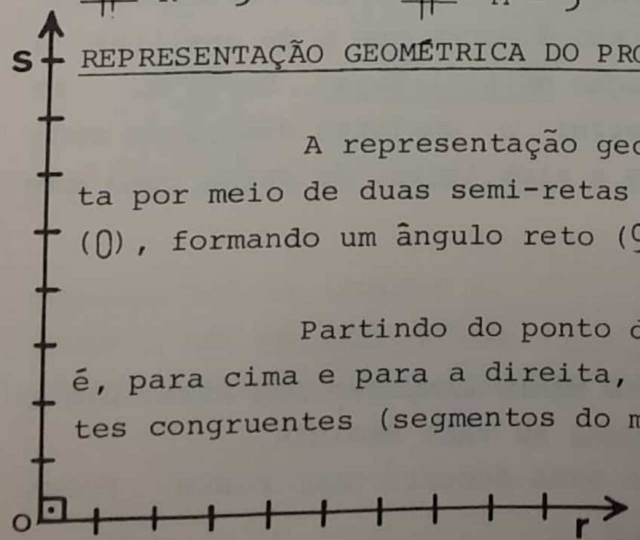
Simbolizando, temos:

$\# R = 3$ $\# M = 3$ $\# (R \times M) = \boxed{3 \times 3 = 9}$

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DO PRODUTO CARTESIANO

A representação geométrica do produto cartesiano é feita por meio de duas semi-retas perpendiculares, com a mesma origem (0), formando um ângulo reto (90°), indicado pelo símbolo $\boxed{\cdot}$.

Partindo do ponto de origem (0), em duas direções, isto é, para cima e para a direita, as semi-retas são divididas em partes congruentes (segmentos do mesmo comprimento).



Em r, a partir de O, são colocados os elementos do 1º conjunto e, em s, a partir de O, os elementos do 2º conjunto. Por esses pontos, são tiradas paralelas a r e a s.

Vejamos essa representação nos exercícios seguintes.

EXERCÍCIO 2

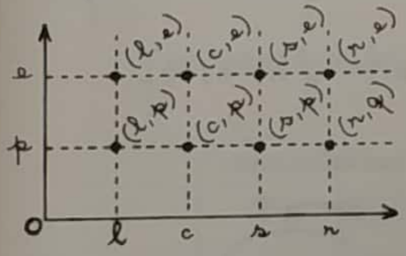
ESCOLHA, DE CADA VEZ, UMA BEBIDA E UM SALGADO DIFERENTE. QUANTAS POSSIBILIDADES DE VARIAR O LANCHE VOCÊ TERIA ?

B = { leite, café, suco, refrigerante } ou B = { l,c,s,r }

S = { pastel, empada } ou S = { p,e }

REPRESENTAÇÃO NO GRÁFICO CARTESIANO.

Conjunto S



Observe a ordem na colocação dos elementos.

Conjunto B

Representação simbólica:

B x S = { (l,p); (l,e); (c,p); (c,e); (s,p); (s,e); (r,p); (r,e) }

Objetivação da multiplicação:

\# B = 4 \# S = 2 \# (B x S) = 8 logo, 4 x 2 = 8

Como vemos, $\boxed{8}$ seriam os tipos diferentes de lanches que poderíamos preparar, combinando a bebida com um salgado.

NOTA: Para representar no gráfico cartesiano, você deve observar o seguinte:

- Traçar as linhas perpendiculares;

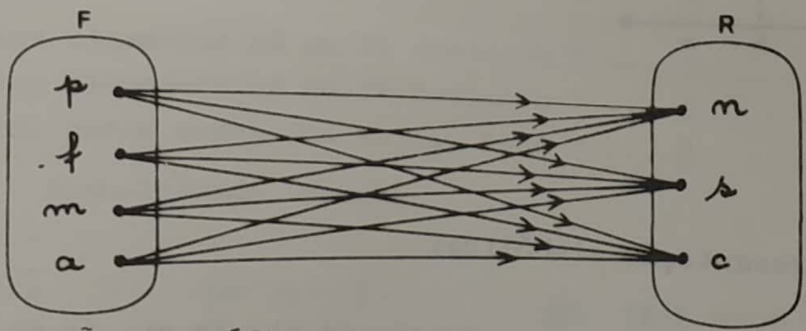
- Dividi-las em segmentos congruentes, a partir do ponto de origem (O);
- Corresponder os elementos do 1º conjunto, ordenadamente, aos pontos da linha horizontal , a partir do ponto de origem (O);
- Corresponder os elementos do 1º conjunto, ordenadamente, aos pontos da linha vertical, a partir do ponto de origem (O);
- Traçar as paralelas;
- Localizar os pares nos pontos de intersecção, isto é , nos pontos em que as linhas se cortam.

Exemplo:
Quantas sobremesas diferentes você obteria, escolhendo, de cada vez, um elemento de F e outro de R ?

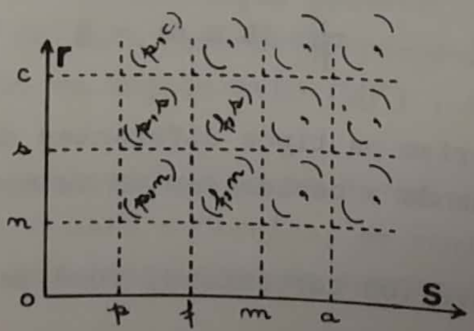
F = { pêssego, figo, maçã, abacaxi } ou F = { p, f, m, a }

R = { nata, sorvete, creme } ou R = { n, s, c }

Representação sagital do produto cartesiano:



1) Representação no gráfico cartesiano.
COMPLETE O GRÁFICO, FORMANDO PARES ORDENADOS:



Representação simbólica.

2) COMPLETE A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA :

F x R = {(p,n);(p,s);(p,c);(f,n);(f,);(m,);(m,); (m,);(a,);
(a,);(a,)}

Objetivação da multiplicação:

F = 4 # R = 3 # (F x R) = 12 Logo, $\boxed{4 \times 3 = 12}$

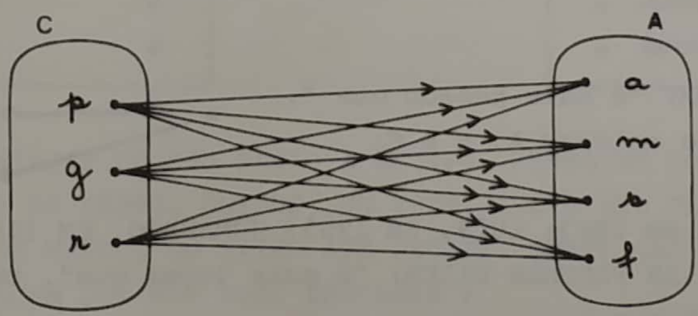
Como vemos, 12 seriam os tipos diferentes de sobremesa que poderíamos obter, combinando um elemento de F (fruta) e outro de R (nata, sorvete, ou creme).

QUANTOS ALMOÇOS DIFERENTES VOCÊ PODERIA SERVIR, COMBINANDO UM TIPO DE CARNE A UM PRATO DE ACOMPANHAMENTO, A ESCOLHER ?

C = {pernil, galego, rosbife} ou C = {p,g,r}

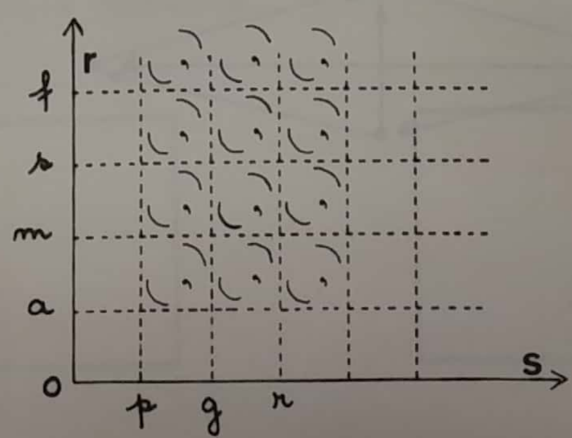
A = {arroz, macarrão, salada, farofa} ou A = {a, m, s, f}

Representação sagital do produto cartesiano:



3) Representação no gráfico cartesiano.

COMPLETE O GRÁFICO, FORMANDO PARES ORDENADOS:



Representação simbólica.

4) COMPLETE A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA:

C x A = {(p,); (p,); (p,); (p,); (,); (,); (,); (,); (,); (,); (,); (,)}

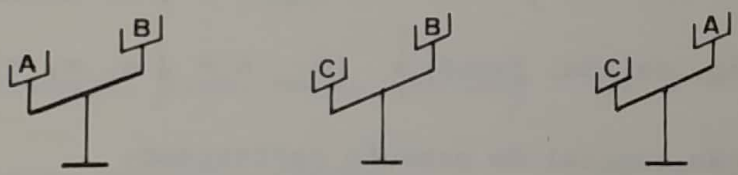
Objetivação da multiplicação:

C = 3 # A = 4 # (A x C) = 12 Logo, $\boxed{3 \times 4 = 12}$

Como vemos, $\boxed{12}$ seriam os tipos diferentes de almoços que poderíamos servir, combinando a carne com o acompanhamento.

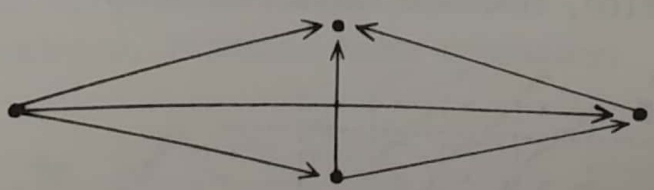
Exercícios coletados nos livros arrolados em "Sugestões Bibliográficas" do presente módulo.

EXERCÍCIO 3

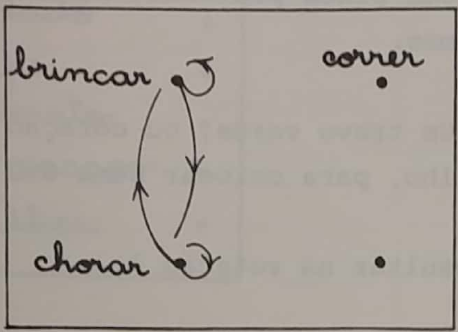


AS FLECHAS DIZEM: "é mais pesado que ".
Descubra onde colocar A, B e C:

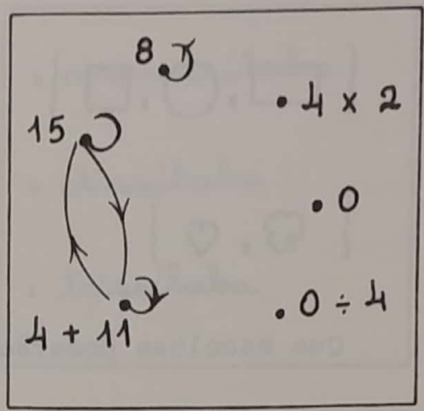
2) PAULO NASCEU EM 1963; LUÍS, EM 1955; HUMBERTO, EM 1969; E ROBERTA, EM 1970. AS FLECHAS DIZEM: "é mais jovem que". DESCUBRA ONDE COLOCAR p,l,h e r.:



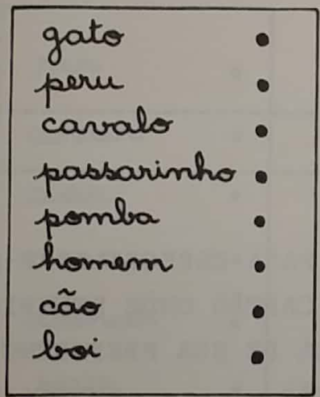
3) COMPLETE COM VERBO E FLECHA: "TEM A MESMA CONJUGAÇÃO QUE".

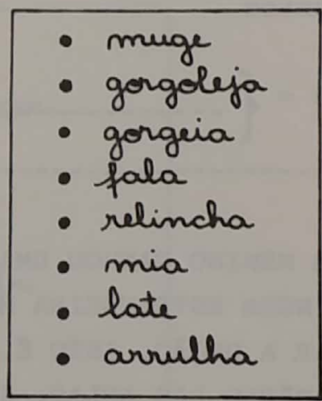


COMPLETE COM FLECHAS : "É IGUAL A".



4) VOCÊ TEM DOIS CONJUNTOS: A E B. TRACE FLECHAS DE A PARA B, RELACIONANDO O ANIMAL AO SOM QUE EMITE.



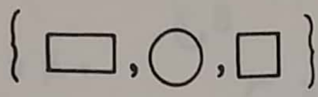


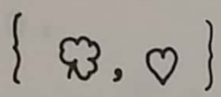
5) JOSÉ VAI VIAJAR DE SÃO PAULO A RECIFE. PENSA EM COMO FAZER ESSA VIAGEM: SE DE CARRO, ÔNIBUS, OU TREM, ATÉ O RIO DE JANEIRO; E DEPOIS, SE DE NAVIO, OU AVIÃO ATÉ RECIFE. QUAIS SÃO AS POSSIBILIDADES DE VIAGEM QUE ELE PODE ESCOLHER ?

$R = \{c, o, t\}$ e $P = \{n, a\}$

Faça a representação sagital do produto cartesiano entre os elementos dos dois conjuntos.

6) MARINA DESENHOU UM EMBLEMA PARA A SUA EQUIPE DE VÔLEI. PÔS EM VOTAÇÃO O ESQUEMA SEGUINTE:

A =  Uma placa prateada, numa destas formas.

B =  Um trevo verde, ou coração vermelho, para colocar numa das placas.

Que escolhas poderão resultar na votação ?

NOTA: Se você não sabe ou não gosta de desenhar, use os símbolos:

A = $\{ r, o, q \}$ B = $\{ t, c \}$

Faça a representação simbólica entre os elementos dos dois conjuntos.

A x B = $\{$ --

----

7) UM MENINO GANHOU UMA "BOLSA DE ESTUDO" PARA ESPECIALIZAR-SE NUMA LÍNGUA ESTRANGEIRA MODERNA. RECEBEU UM CARTÃO ONDE DEVERIA MARCAR A OPÇÃO, ISTO É, A ESCOLHA DA LÍNGUA DE SUA PREFERÊNCIA E O HORÁRIO DAS AULAS. EIS O MODELO DO CARTÃO :

HORÁRIO (H)		LÍNGUA (L)			
		FRANCÊS	INGLÊS	ALEMÃO	ESPANHOL
MANHÃ					
TARDE					
NOITE					

FAÇA O LEVANTAMENTO DOS "PARES ORDENADOS" QUE PODERIAM RESULTAR DESSA OPÇÃO.

H x L = $\{$ --

----

8) RELACIONE OS ELEMENTOS, LEVANDO EM CONTA O NÚMERO DE SÍLABAS DAS PALAVRAS:

sol •	• monossílaba
dado •	• dissílaba
pé •	• trissílaba
mato •	
macaco •	
Alice •	

9) RELACIONE OS VERBOS CONSIDERANDO SUA TERMINAÇÃO:

rir •	• ar
correr •	• er
dar •	• ir
amar •	
dobrar •	
sair •	
andar •	
ser •	

10) PREENCHA A TABELA DE RESULTADOS DOS JOGOS DE BASQUETE, CONFORME O GRÁFICO ABAIXO:

EQUIPES	Nº DE PONTOS
A	-------------
B	-------------
C	-------------
D	-------------
E	-------------
F	-------------
G	-------------

11) DADOS OS CONJUNTOS C E E, ESTABELECER A RELAÇÃO "É CAPITAL DE".

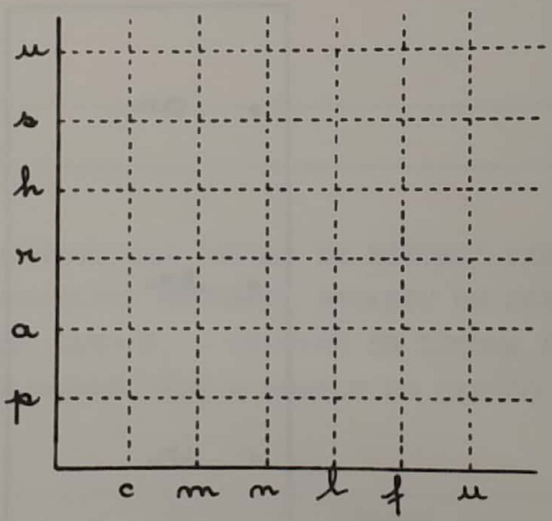
C

- Curitiba (c)
- Manaus (m)
- Natal (n)
- São Luís (l)
- Florianópolis (f)
- São Paulo (u)

E

- Santa Catarina (s)
- Paraná (p)
- R.G. do Norte (r)
- Amazonas (a)
- São Paulo (u)
- Maranhão (h)

12) FAÇA O GRÁFICO CARTESIANO DA RELAÇÃO ANTERIOR.



13) PAULO " TEM O DOBRO DO QUE " TEM JOSÉ .
Represente na tabela:

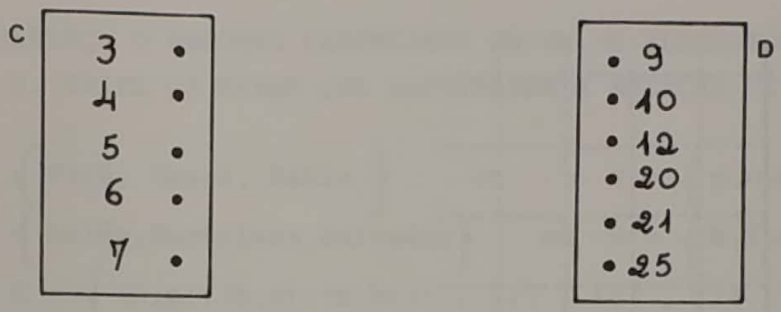
JOSÉ	PAULO
a	2 x a
CR$	CR$
1.500,00	___________
2.300,00	___________
3.750,00	___________
4.375,00	___________
6.472,50	___________

14) DADOS OS CONJUNTOS C = 3, 4, 5, 6, 7 e

D = $\{9, 10, 12, 20, 21, 25\}$ estabeleceu-se uma Relação

R = $\{(3,9); (4,12); (7,21)\}$.

- Descubra e diga qual é a Relação estabelecida: ______________
- Represente, pelas sagitais, esta relação estabelecida:



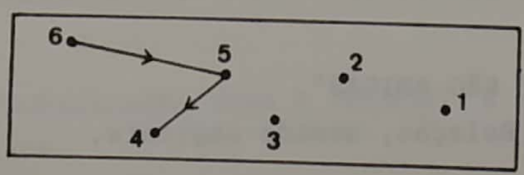
VII - PÓS - TESTE

O propósito do presente Pós-Teste é a verificação do seu aproveitamento sobre o assunto deste módulo.

Se você estudou com vontade e interesse e realizou todas as atividades aqui propostas, tendo dominado os objetivos estabelecidos, então está em condições de se sair bem nesta prova. Entretanto, se tem ainda algumas dúvidas, reveja os pontos principais do módulo e depois submeta-se ao Pós-Teste.

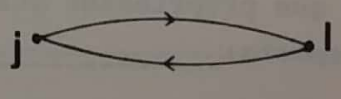
Agora, leia calmamente as questões abaixo e dê as respostas às perguntas formuladas. E boa sorte neste seu trabalho !

1 - OBSERVE E COMPLETE A RELAÇÃO "É SUCESSOR DE" :



2 - GRIFE AS RELAÇÕES QUE GOZAM DA PROPRIEDADE REFLEXIVA:
- "é irmão de"; "é tão alto como"; "é maior que"; "é igual a" ; "tem o mesmo peso que".

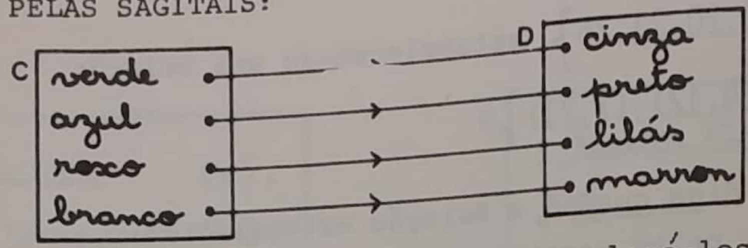
3 - "JOÃO E LIA SÃO COLEGAS DE ESCOLA."
- Leia a Relação simbolizada:



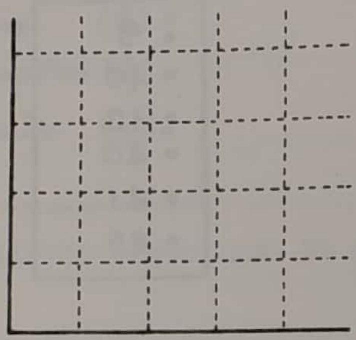
Escreva: João é____

Lia é ____

4 - REPRESENTE, POR MEIO DO GRÁFICO CARTESIANO, A RELAÇÃO ESTABELE-
CIDA PELAS SAGITAIS:



Observe a ordenação dos elementos ao colocá-los no gráfico carte-
siano:



5 - "MARCOS, JOSÉ E ANTÔNIO" TÊM O MESMO PESO".

- Leia o que está simbolizado e escreva abaixo:

Marcos ____

José ____

Antônio ____

6 - "MARIA, JOANA E INÊS" SÃO AMIGAS".
- Faça o gráfico desta Relação, usando sagitais.

Gráfico:

De que propriedade goza essa Relação ?

Resposta: ____

____

7 - FAÇA O LEVANTAMENTO DE TODOS OS "PARES ORDENADOS" ENTRE OS ELEMENTOS DE E E F:

E = { 3,7,9 } F = { 2,4,6 }

E x F = { --

----

8 - ESTABELEÇA O PRODUTO CARTESIANO ENTRE OS ELEMENTOS DOS CONJUNTOS G E H. GRIFE OS PARES QUE SATISFAZEM A RELAÇÃO "É CAPITAL DE".

G = { Pará, Ceará, Bahia } ou G = { p,c,h }

H = { Belém,Fortaleza,Salvador } ou H = { b,f,s }

H x C = { (b,p) ; (b,c) ; (b,h) ; (,) ; (,) ; (,) ; (,) ; (,) ; (,) }

9 - QUE PROPRIEDADES ESTÃO SIMBOLIZADAS NAS RELAÇÕES SEGUINTES?

a) Relação: "é igual a".

Exemplo: 

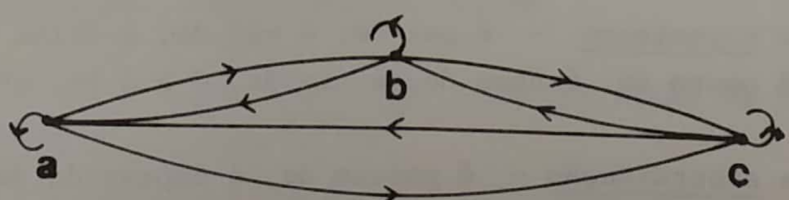
b) Relação: "é irmão de".

Exemplo: João  Maria

Resposta: --

----

10 - DE QUE PROPRIEDADES GOZA A RELAÇÃO "É TÃO ALTO QUANTO", ASSIM SIMBOLIZADA:



Resposta: --

VIII - ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Em módulos anteriores, assim como neste, muito insistimos com vocês no sentido de que se empenhem no estudo da Relação e do Produto Cartesiano, uma vez que consideramos básica essa aprendizagem para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos.

A Relação e o Produto Cartesiano são, sucessivamente, objetos de estudo e aplicação, tanto em nossos primeiros módulos, como em módulos posteriores a este.

No módulo 9.0 , sobre "Noções de Conjuntos", conhecemos e usamos a Relação, quando abordamos a "relação de pertinência".

No módulo 9.4 , referente a "Números Fracionários", tratamos de "pares ordenados", quando os usamos para indicar uma fração. Assim, também, em módulos posteriores, servir-nos-emos de "pares ordenados" para expressar, por exemplo, uma razão e função.

No módulo 9.6 , sobre "Linguagem Simbólica", a Relação é novamente focalizada, quando estudamos a "relação de inclusão". Também usamos os "pares ordenados" nas operações fundamentais, assim como agora, neste módulo, os aplicamos em tabelas, para relacionar dados e fatos.

Nos exercícios formulados no item VI, deste módulo, você poderá aferir o valor prático da Relação representada por "pares ordenados", pelo uso que dela fazemos no lar, na escola, na sociedade e nos diferentes setores da atividade humana.

Revisão do item VI

Sendo, como dissemos, tão importante o estudo da Relação e do Produto Cartesiano, passemos a uma rápida revisão do que foi escrito no item VI.

1 - FAÇA UM ROL DA VARIEDADE DE RELAÇÕES ESTABELECIDAS:

- Relação de parentesco - é pai de, é mãe de, é filho de, é neto de, é genro de, é nora de, é tia de, é avô de, etc.
- Relação de subordinação - é patrão de, é empregado de, é auxiliar de, é subordinado a, é criado de, é assistente de, etc.
- Relação de produtividade -

1972 $\longrightarrow$ 10.000 sacas

1973 ————————→ 17.000 sacas

1974 ————————→ 29.200 sacas, etc.

- Relação de <u>tempo</u> - "José nasceu em 1969. Quantos anos fez em 1971 e quantos fará em 1978, 1981, 1985, 1990 ? "

EXERCÍCIO 4

PREENCHA A TABELA:

ANO	IDADES
1969	----------
1971	----------
1978	----------
1981	----------
1985	----------
1990	----------

2 - ANALISE OS GRÁFICOS DAS RELAÇÕES QUE ENCONTRAR, IDENTIFICANDO AS PROPRIEDADES REPRESENTADAS PELAS SAGITAIS.

3 - REFAÇA TODOS OS EXERCÍCIOS, PARA DEPOIS OLHAR AS RESPOSTAS, NO FINAL.

4 - PREPARE MATERIAL DIDÁTICO PARA O ENSINO DO PRODUTO CARTESIANO E APLIQUE ESSE ENSINAMENTO AOS SEUS ALUNOS, QUANDO FOR OPORTUNO.

5 - FAÇA OS GRÁFICOS DO PRODUTO CARTESIANO, EXECUTANDO, COM LÁPIS BEM APONTADO, TRAÇOS FINOS E FIRMES.

6 - FAÇA OS EXERCÍCIOS SEGUINTES, PARA VERIFICAR SE VOCÊ ESTÁ APTO A SUBMETER-SE A NOVO TESTE.

EXERCÍCIO 5

1) PAULO TEM QUE ESCOLHER UM PAR DE BRINQUEDOS. UM DESSES BRINQUEDOS

É OFERECIDO PELO AVÔ E OUTRO, PELA AVÓ.

C	Vovô
	bola •
	carro •
	raia •

Vovó	D
• avião	
• barco	
• livro	

C = --- # D = --- # (C x D) = ---

- Quantos pares diferentes é possível formar ?

C x D = --

2) PEDRO É 3 anos mais velho que José. Que idade terá José quando Pedro tiver:

P →	8	20	22	30	57	65
J →						

Pares ordenados: (8,__);(20,__);(22,__);----------------------

----

3) REPRESENTE A RELAÇÃO "N ⟶ N + 3" NA TABELA:

N	N + 3
5	
19	
33	
101	
a	
b	

4) EFETUE O PRODUTO CARTESIANO ENTRE OS CONJUNTOS:

A = {Carlos , Antônio, José} ou A = {c, a, j}

B = {Marta, Lia, Rosa, Diva} ou B = {m, l, r, d}

A x B = {--

----

5) QUE MERENDAS VOCÊ PODERIA PREPARAR, ESCOLHENDO UMA GULODICE E UM REFRIGERANTE ?

G = {rosca, biscoito, pizza}

R = {suco de uva, limonada, gengibirra}

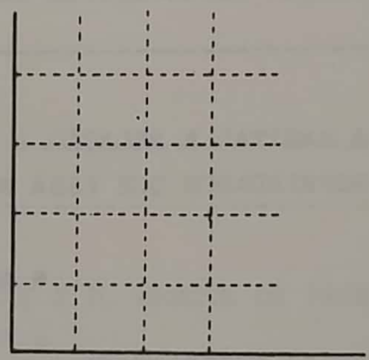
G x R = {--

----

6) TRACE UM GRÁFICO CARTESIANO PARA B x E :

B = {m,b,t,v}

E = {a, o , u}

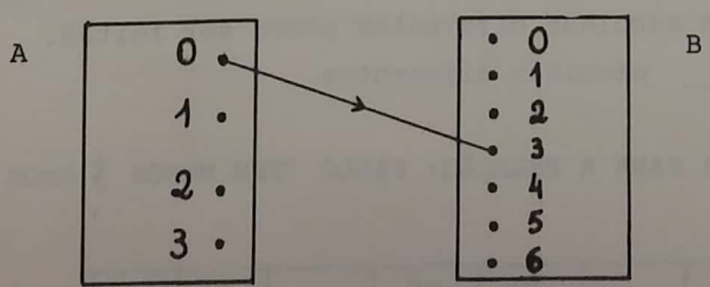


IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Realize este pós-teste obedecendo as mesmas recomendações que fizemos para os anteriores. É mais uma verificação do seu aproveitamento sobre o assunto deste módulo.

Leia com atenção as questões abaixo e, calmamente, dê as respostas às perguntas formuladas. E seja feliz !

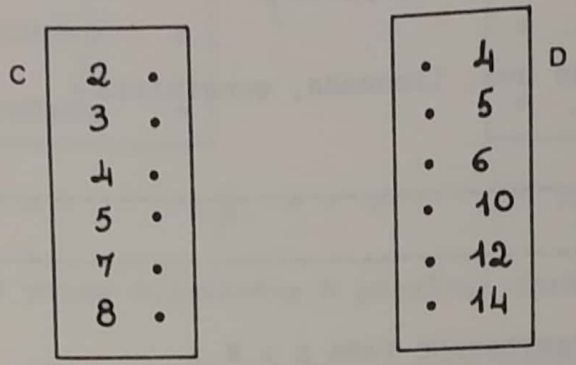
1 - COMPLETE O DIAGRAMA PARA A RELAÇÃO " X ⟶ X + 3" :



Scanned with CamScanner

2 - TRACE AS SAGITAIS CORRESPONDENTES AOS "PARES ORDENADOS"

(2,4);(3,6);(5,10);(7,14)



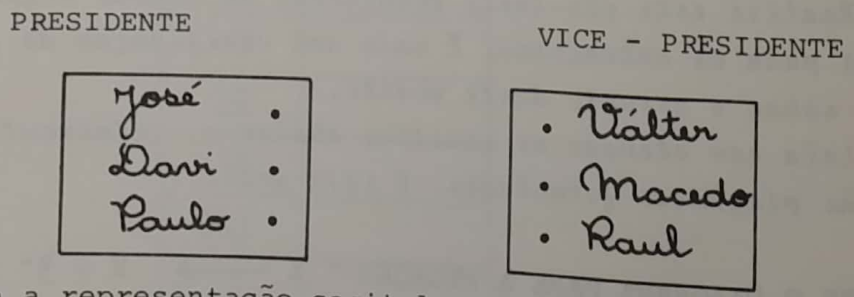
- Descubra a Relação estabelecida entre os números, e escreva:
  Relação "é____

3 - REPRESENTE PELA SAGITAL A RELAÇÃO : JOÃO "É COLEGA DE" PEDRO E APLIQUE AS PROPRIEDADES QUE ESSA RELAÇÃO ADMITE.

j ● ● p

- A Relação goza da propriedade_________________________________

4 - UM CLUBE VAI ELEGER SEU PRESIDENTE E VICE-PRESIDENTE. Os candidatos são:



- Faça a representação sagital.
- Diga quantas escolhas diferentes podem ser feitas.
  Resposta: ___ escolhas diferentes.

5 - FORME A TABELA PARA A RELAÇÃO: PAULO "TEM MENOS 3 ANOS QUE" ANTÔNIO.

A	n	18	25		67	
	n-3			42		70

6 - COMPLETE O GRÁFICO REPRESENTATIVO DA RELAÇÃO "FALTAS POR SÉRIE":

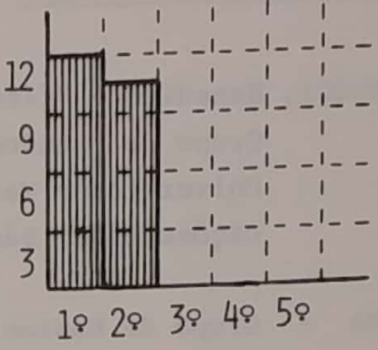
1º série $\longrightarrow$ 12 f

2º série $\longrightarrow$ 10 f

3º série $\longrightarrow$ 9 f

4º série $\longrightarrow$ 7 f

5º série $\longrightarrow$ 6 f



7 - SENDO DADOS OS CONJUNTOS:

$M = \{d, l, p, v\}$ $N = \{a, i, o\}$

COMPLETE:

$M \times N = \{$ ____

____

8 - NO PRODUTO CARTESIANO DE C X D, MARQUE OS PARES QUE SATISFAZEM A RELAÇÃO "É A METADE DE" :

$C = \{2,3,4\}$ $D = \{4,5,6,8\}$

$C \times D = \{$ ____

____

9 - QUE PROPRIEDADES SE APLICAM A UMA RELAÇÃO ?

RESPOSTA:____

10 - QUE OPERAÇÃO OBJETIVAMOS LEVANDO EM CONTA A CARDINALIDADE DOS CONJUNTOS NO PRODUTO CARTESIANO ?

RESPOSTA:____

X - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. CASTRUCCI, Benedito - "*Elementos de Teoria dos Conjuntos*". GREEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, com sede na Universidade Mackenzie, de São Paulo. A. Oshiro - Publicações Ltda; São Paulo - 1967.

2. GRUEMA - Grupo de Ensino de Matemática Atualizada, S.Paulo. "*Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º Grau*" - GRUEMA 5 - Edição do Professor. Por Lucilia Sanchez e Manhúcia P. Liberman, e outros, da Universidade de S.Paulo. Companhia Editora Nacional - S.Paulo, 1974.

3. LOPES, Helena e outros - "*Manual de Orientação - Currículo de 1º Grau, Matemática*". Secretaria de Educação e Cultura de MInas Gerais. Minas Gráfica Editora Ltda. Belo Horizonte, M.G/1974.

4. MONTEIRO, L.H. Jacy - "*Elementos de Álgebra*". Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Rio de Janeiro, GB/1974.

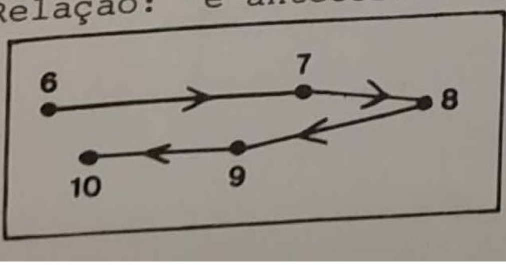
5. NEDEM - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática, com sede no Colégio Estadual do Paraná, Curitiba. "*Ensino Moderno da Matemática*". 4º Volume (Ensino Fundamental). Editora do Brasil S.A., São Paulo - 1976.
   - "*Ensino Moderno da Matemática*". 1º Volume (Série ginasial). Editora do Brasil S.A., São Paulo - 1967.

. SEEC/PR - Secretaria de Estado de Educação e Cultura, Pr. - Currículo - Ano 2 - Nº 20. "*Material de Apoio para Operacionalização das Diretrizes Curriculares do Ensino de 1º Grau*". 5ª a 8ª Série. Ciências. Impressora CETEPAR- Curitiba, Pr. 1976.

- RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

ERCÍCIO 1

Relação: "é antecessor de".

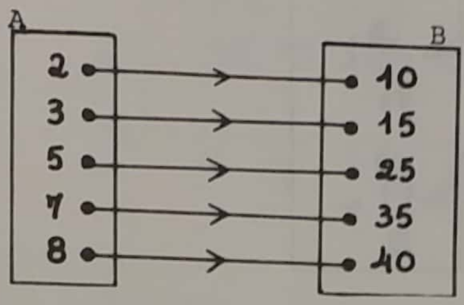


6 "é antecessor de" 7.
7 "é antecessor de" 8.
8 "é antecessor de" 9.
9 "é antecessor de" 10.

2) Relação: "é o dobro de".

32 "é o dobro de" 16.
16 "é o dobro de" 8.
8 "é o dobro de" 4.
4 "é o dobro de" 2.

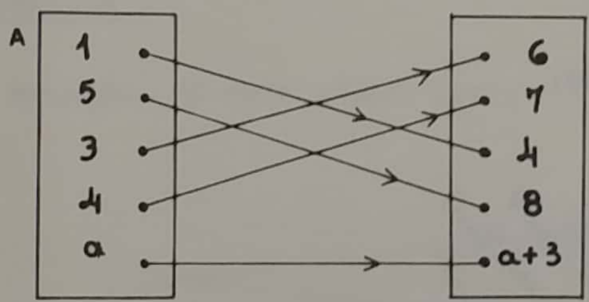
3) Relação: "é um quinto de".



Complemento:
2 "é um quinto de" 10.
3 "é um quinto de" 15.
5 "é um quinto de" 25.
7 "é um quinto de" 35.
8 "é um quinto de" 40.

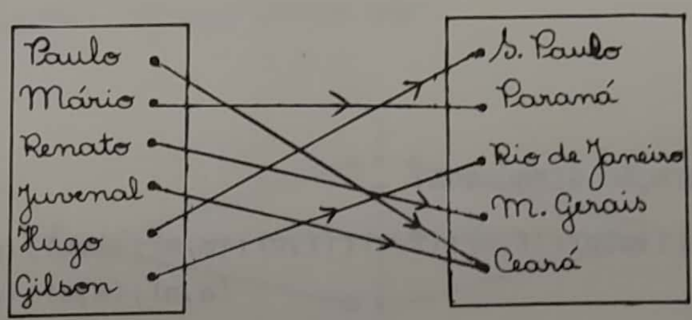
Pares ordenados formados:
(2,10);(3,15);(5,25);(7,35);(8,40)

4) Complete a Relação:



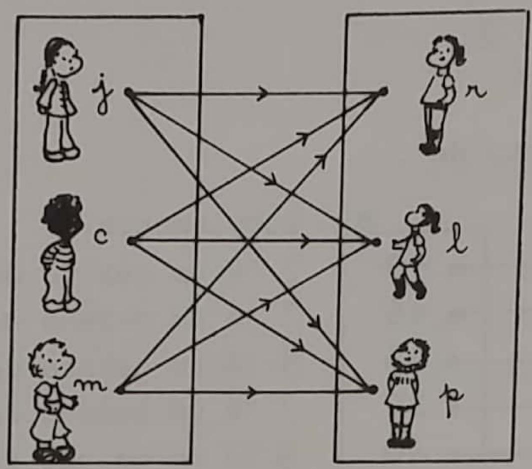
X : "é menos 3 que".

5) Complete a Relação:



- Pares ordenados:
Cearenses:
(p,c);(j,c)'.

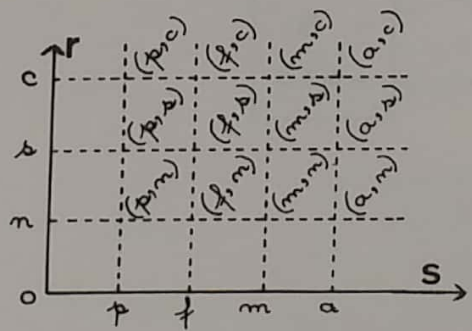
6)



RESPOSTA: $\{$(j,r);(j,l);(j,p);(c,r);(c,l);(c,p);(m,r);(m,l);(m,p)$\}$

EXERCÍCIO 2

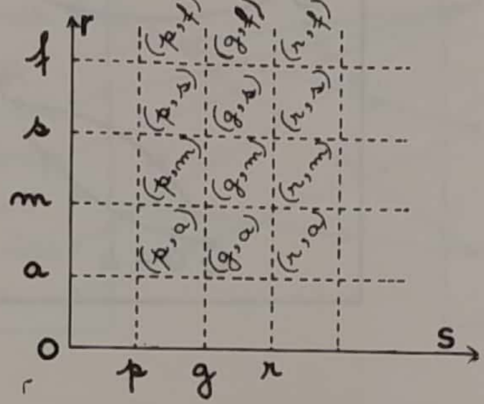
1) COMPLETE O GRÁFICO CARTESIANO:



2) COMPLETE A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA:

F x R = (p,n);(p,s);(p,c);(f,n);(f,s);(f,c);(m,n);(m,s);(m,c);
(a,n);(a,s);(a,c).

3) COMPLETE O GRÁFICO CARTESIANO:

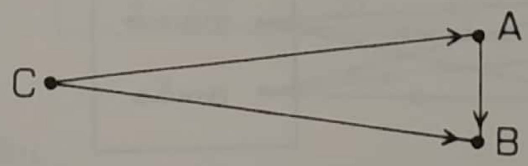


4) COMPLETE A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA:

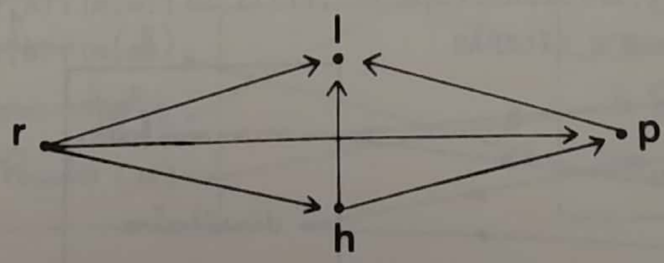
C x A = (p,a);(p,m);(p,s);(p,f);(g,a);(g,m);(g,s);(g,f);(r,a) ; (r,m);(r,s);(r,f)

EXERCÍCIO 3

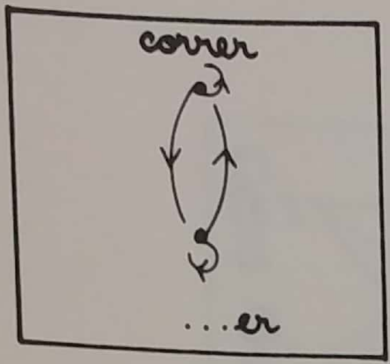
1) RELAÇÃO: "É MAIS PESADO QUE":



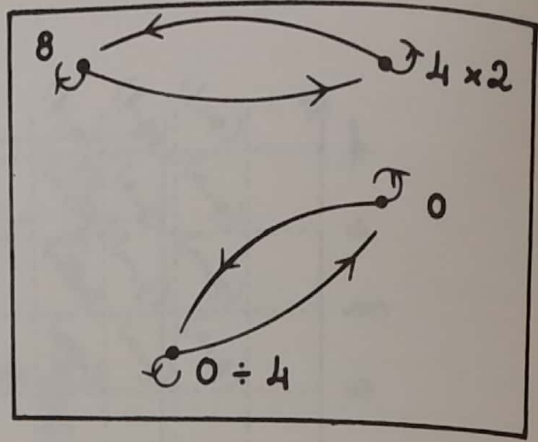
2) RELAÇÃO: "É MAIS JOVEM QUE".



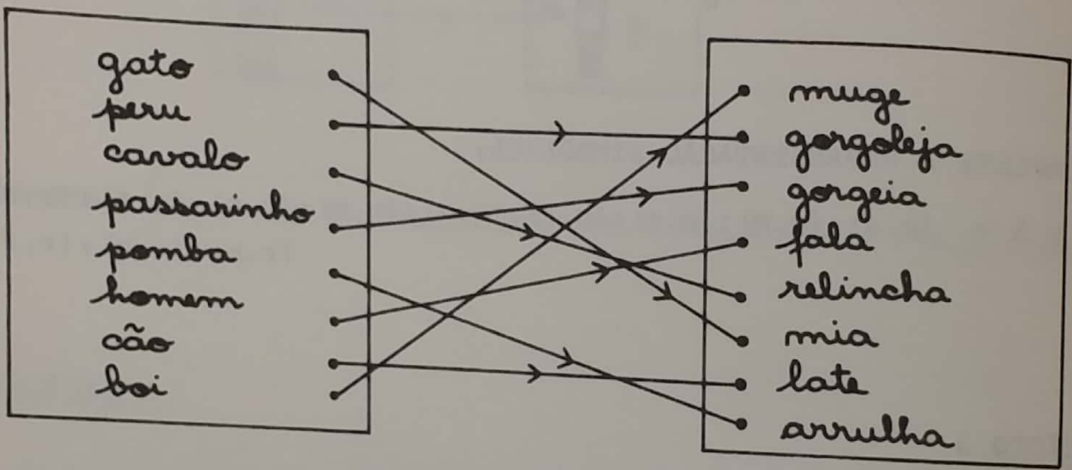
3) RELAÇÃO: "TEM A MESMA CONJUGAÇÃO QUE"



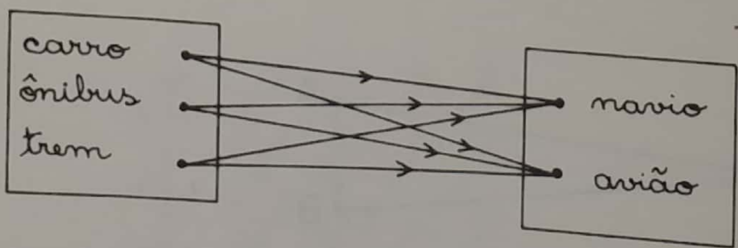
RELAÇÃO: "É IGUAL A"



4) REPRESENTAÇÃO SAGITAL:



5) REPRESENTAÇÃO SAGITAL:



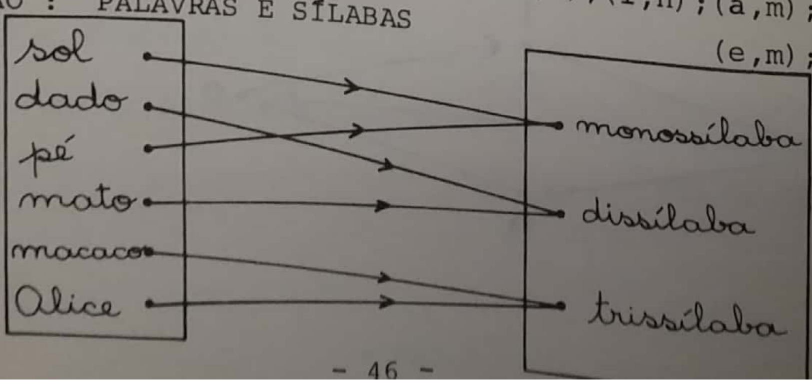
6) REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA:

A x B = (r,t);(r,c);(o,t);(o,c);(q,t);(q,c)

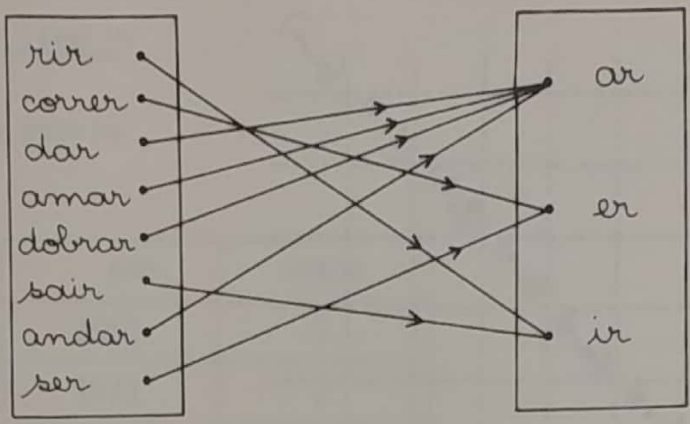
7) LEVANTAMENTO DOS PARES ORDENADOS:

H x L = (f,m);(f,t);(f,n);(i,m);(i,t);(i,n);(a,m);(a,t);(a,n)
(e,m);(e,t);(e,n)

8) RELAÇÃO : PALAVRAS E SÍLABAS



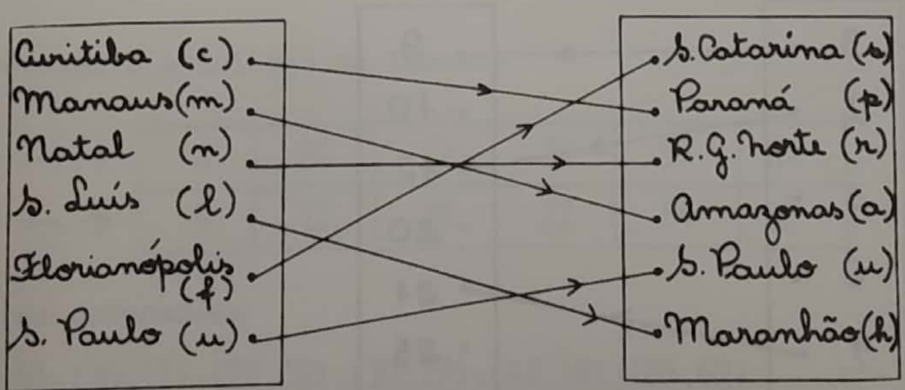
9) RELAÇÃO:
VERBOS E TERMINAÇÃO.



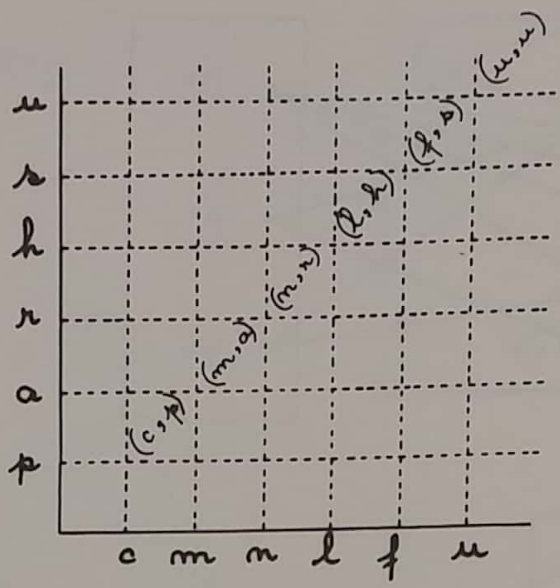
10) PREENCHER A TABELA:

EQUIPES	Nº DE PONTOS
A	15
B	25
C	20
D	40
E	30
F	50
G	35

11) RELAÇÃO:
"É CAPITAL DE".



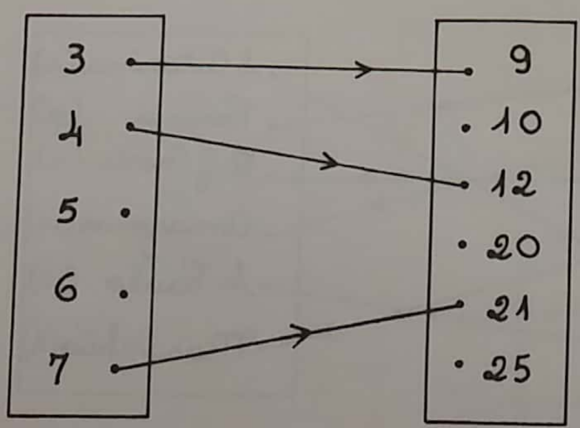
12) GRÁFICO CARTESIANO:



13) RELAÇÃO:
"TEM O DOBRO DO QUE"

JOSÉ	PAULO
a	2 x a
CR$	CR$
1.500,00	3.000,00
2.300,00	4.600,00
3.750,00	7.500,00
4.375,00	8.750,00
6.472,50	12.945,00

14) RELAÇÃO:
"É O TRIPLO DE"



EXERCÍCIO 4 - NÍVEL DE SUPORTE

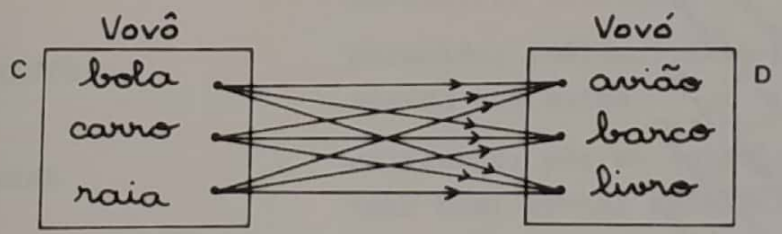
Revisão do item VI

Preencha a tabela.

ANO	IDADE
1969	0
1971	2
1978	9
1981	12
1985	16
1990	21

EXERCÍCIO 5 - NÍVEL DE SUPORTE

1) Produto Cartesiano:



$\# C = 3$ $\qquad$ $\# D = 3$ $\qquad$ $\# (C \times D) = 9$

C x D = {(b,a);(b,b);(b,l);(c,a);(c,b);(c,l);(r,a);(r,b);(r,l)}

2) Represente a Relação na tabela:

P ⟶	8	20	22	30	57	65
J ⟶	5	17	19	27	54	62

Pares ordenados:

(8,5);(20,17);(22,19);(30,27);(47,54);(65,62)

3) Represente a Relação na tabela:

N	N + 3
5	8
19	22
33	36
101	104
a	a + 3
b	b + 3

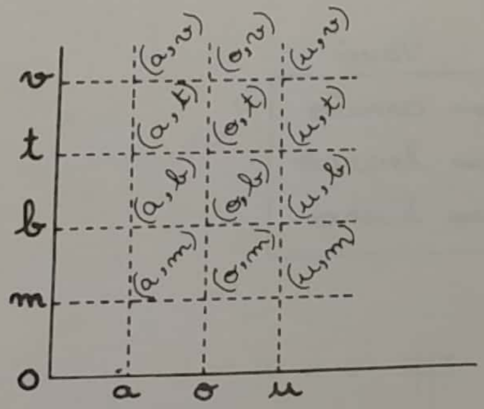
4) Produto Cartesiano.

A x B = (c,m);(c,l);(c,r);(c,d);(a,m);(a,l);(a,r);(a,d);(j,m); (j,l);(j,r);(j,d)

5) Produto Cartesiano.

G x R = (r,s);(r,l);(r,g);(b,s);(b,l);(b,g);(p,s);(p,l);(p,g)

6) Gráfico Cartesiano:



XII - GLOSSÁRIO

AFIM — semelhante; igual; parente (por casamento); aparentado.

CARTESIANO — expressão tirada de Cartesius, que é a tradução latina do nome de Descartes.

DESCARTES — (dekarte). Biogr. René du Perron Descartes, filósofo, matemático, astrônomo e naturalista francês. Nasceu em 1596 e faleceu em 1650, em Estocolmo. Estudou em Paris. Desenvolveu a geometria, aperfeiçoou a álgebra, fez diversas descobertas no terreno da física, criou a teoria da refração da luz através das lentes, etc. Fundou o sistema filosófico denominado "cartesianismo". Obras: Compêndio de Música; Tratado do Homem; o célebre Discurso do Método; Princípios de Filosofia; Tratado das Paixões da Alma; Meditações Metafísicas, etc.

ELEMENTAR — rudimentar; primário; simples; sem complicação; de fácil compreensão.

ESTRUTURA — disposição e ordem de um ser, cousa, animal, etc.; - disposição e ordem das partes constitutivas de um todo; livro, jornal, sociedade, etc.

IDÊNTICO — perfeitamente igual; o mesmo. "6 é idêntico a 6, e igual a 4 + 2". o "Idêntico" não é "parecido", nem "análogo", nem "equivalente"; é "o mesmo", absolutamente igual".

RESSALTAR — tornar saliente; dar relevo, relevar; fazer sobresair; avultar; dar vulto a.

SEMELHANTE — parecido; análogo; tal; pessoa ou coisa parecida com outra.

SUBLINHAR — salientar; pôr em relevo; destacar; acentuar bem; tornar sensível; traçar uma linha ou linhas por baixo.

SUPORTE — alicerce; sustentáculo; aquilo que sustenta ou suporta alguma coisa; aquilo em que alguma coisa se firma ou assenta.

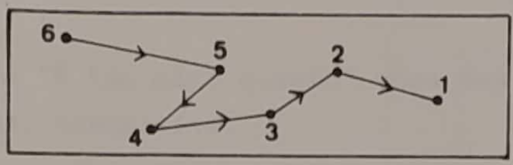
GABARITO DO PÓS-TESTE

MUNICÍPIO:________________________________ DATA DA CORREÇÃO:_______

CURSISTA:____

Nº DO MÓDULO: __26____

1 - Relação: "é sucessor de":



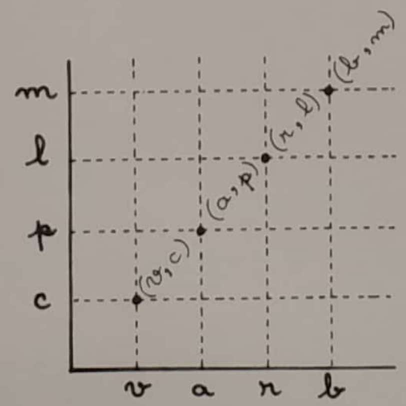
2 - Relações que gozam da propriedade reflexiva:

"é tão alto como"; "é igual a"; "tem o mesmo peso que".

3 - Leitura e escrita da Relação simbolizada:

- João é colega de Lia;
- Lia é colega de João.

4 - Gráfico cartesiano:



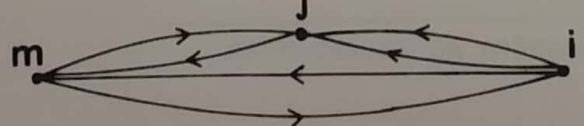
5 - Leitura e escrita da Relação simbolizada:

Marcos "tem o mesmo peso que" ele mesmo;

José "tem o mesmo peso que " ele mesmo;

Antônio "tem o mesmo peso que" ele mesmo.

6 - Gráfico da Relação: Maria, Joana e Inês "são amigas".



- A Relação goza das propriedades simétrica e transitiva.

7 - Levantamento de "pares ordenados":

$E \times F = \{ (3,2),(3,4),(3,6),(7,2),(7,4),(7,6),(9,2),(9,4),(9,6) \}$

8 - Produto cartesiano e grifo dos pares:

$H \times G = \{ (\underline{b,p}) ; (b,c) ; (b,h) ; (f,p) ; (\underline{f,c}) ; (f,h) ; (s,p) ; (s,c) ; (\underline{s,h}) \}$

9 - Propriedades das Relações dadas:

a) Propriedade reflexiva. b) Propriedade simétrica.

10 - A relação "é tão alto quanto" goza das propriedades reflexiva , simétrica, transitiva.

ORIENTADORA DA APRENDIZAGEM LOCAL

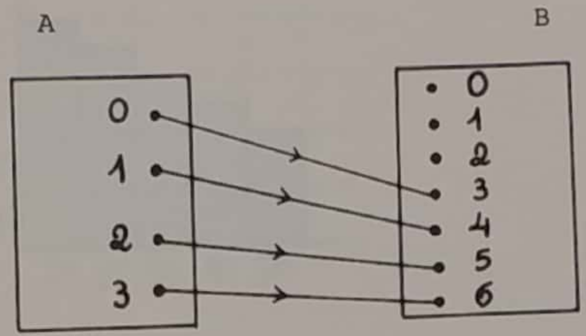
GABARITO DO PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Município:_____________________________Data da correção:_____________

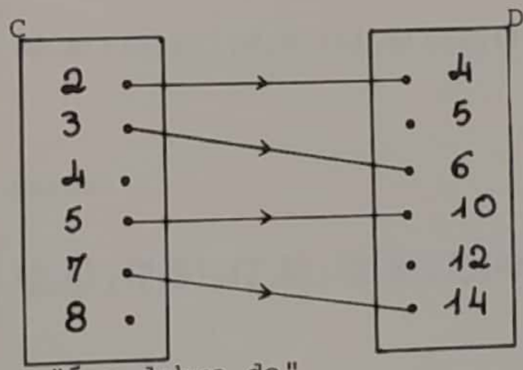
Cursista:____

Número do Módulo: __26___ Percentagem:__________________

1 - Complete o diagrama para a Relação "X ——— X + 3" :



2 - Pares ordenados:

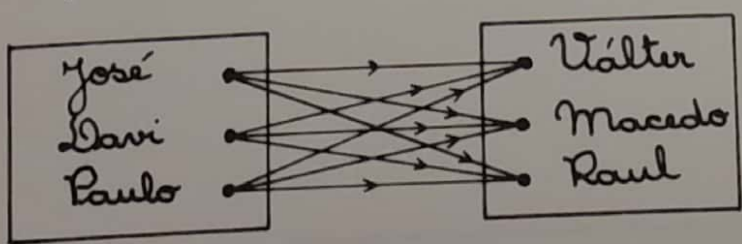


- Relação : "é o dobro de"

3 - Representação da Relação "é colega de":

- A Relação goza da propriedade simétrica.

4 - Representação sagital.

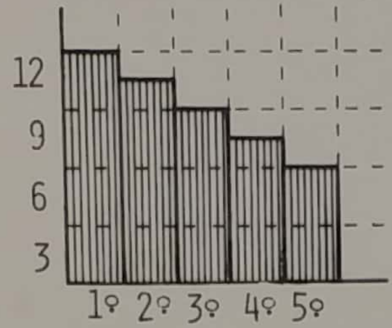


- RESPOSTA: 9 escolhas diferentes.

5 - Tabela para a Relação: Paulo "tem menos 3 anos que" Antônio.

A	n	18	25	45	67	73
P	n-3	15	22	42	64	70

6 - Complete o gráfico da Relação "faltas por série" :



7 - Complete:

M x N = {(d,a);(d,i);(d,o);(l,a);(l,i);(l,o);(p,a);(p,i);(p,o);
(v,a);(v,i);(v,o)}

8 - Marque os pares:

C x D = {(2,4);(2,5);(2,6);(2,8);(3,4);(3,5);(3,6);(3,8);(4,4);
(4,5);(4,6);(4,8)}

9 - Propriedades da Relação:
Resposta: Reflexiva, simétrica e transitiva.

10 - RESPOSTA: Multiplicação.

ORIENTADORA DA APRENDIZAGEM LOCAL

10

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

27

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

C I Ê N C I A S

OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS

MÓDULO Nº 27

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO : OPERANDO COM NÚMEROS NATURAIS

I - ASSUNTO :TEORIA ELEMENTAR DO NÚMERO. MINIMAÇÃO E MAXIMAÇÃO

II - MATÉRIA :CIÊNCIAS

DISCIPLINA :MATEMÁTICA

III - PRÉ - REQUISITO :DOMÍNIO DAS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

IV - OBJETIVOS :

OBJETIVO GERAL :

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

OBJETIVO TERMINAL :

a - Operar com números naturais, resolvendo problemas e utilizando sua propriedades e técnicas operatórias com precisão.

b - Traduzir princípios gerais ou abstrações, por meio de ilustrações ou exemplos, em exercícios orais ou escritos, relatórios, monografias, debates, trabalhos de grupo, aulas e outros.

OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS :

AO FINAL DESTE MÓDULO O CURSISTA DEVERÁ SER CAPAZ DE:

a - Calcular o m.m.c. e o m.d.c. entre dois ou mais números;

b - Decompor um número composto em seus fatores primos;

c - Determinar o conjunto de divisores de um número.

Antes de iniciar o estudo do presente módulo, responda as perguntas deste Pré-Teste, como você já está acostumado a fazer.

Leia com atenção o enunciado das questões propostas e as responda calmamente, sem medo de errar. Aceite o desafio com a mesma confiança com que enfrentou as provas dos módulos anteriores a este. E seja feliz no seu trabalho !

1 - Leia e escreva, abaixo, o que está representado simbolicamente:

$21 \; m \; 7$ Resposta:______________________________

$d\,21 \cap d\,35 = \{7\}$ Resposta:______________________________

____

2 - Represente o conjunto dos múltiplos de 5 :

$m\,5 = \{$____

3 - Decomponha 360 e 280 em seus fatores primos :-

360		280	

4 - Qual é o m.m.c. de 45,60 e 24 (método da decomposição simultânea) ?

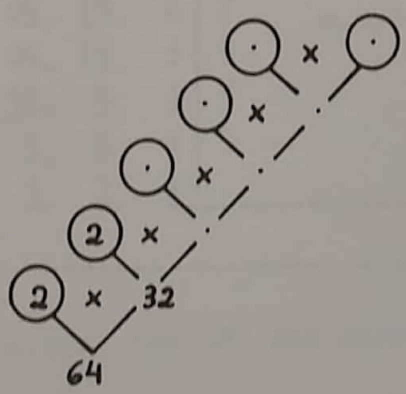
----

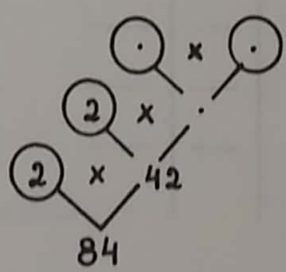
m.m.c. = ------------------

5 - Qual é o m.d.c. entre 260 e 180 (método das divisões sucessivas) ?

m.d.c. = --------

6 - a) Complete as "árvores de fatores" :





b) Coloque os fatores primos dos números :

64 = ---------------------- 84 = ------------------------

7 - Risque os numerais divisíveis por 3 :

233 - 140 - 313 - 441 - 150.

8 - Observe a fatoração e calcule o m.d.c. e o m.m.c. de

32, 24 e 40 :

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

----

m.m.c.= ---------------------

----

m.d.c.= ---------------------

----

9 - Marque nos quadrinhos os "números primos entre si":-

☐ 32,40 ☐ 28,35 ☐ 41,38

☐ 31,29 ☐ 35,42 ☐ 51,27

10 - Procure os divisores de 120 :

		----
1 2 0	---	----
-----	---	----
-----	---	----
-----	---	----
-----	---	----

----

d. 120 = {---

GABARITO DO PRÉ - TESTE

1. Escrever o que está representado simbolicamente :
   - 21 é múltiplo de 7
   - Divisores de 21, intersecção com divisores de 35 é igual a 7.

2. Representar o conjunto de múltiplos de 5 :

   $m\,5 = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30 \ldots 5n \ldots\}$, $n \in N$

3. Decomposição em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \qquad \begin{array}{r|l} 280 & 2 \\ 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 280 = 2^3 \times 5 \times 7$$

4. m.m.c. (método da decomposição simultânea) :

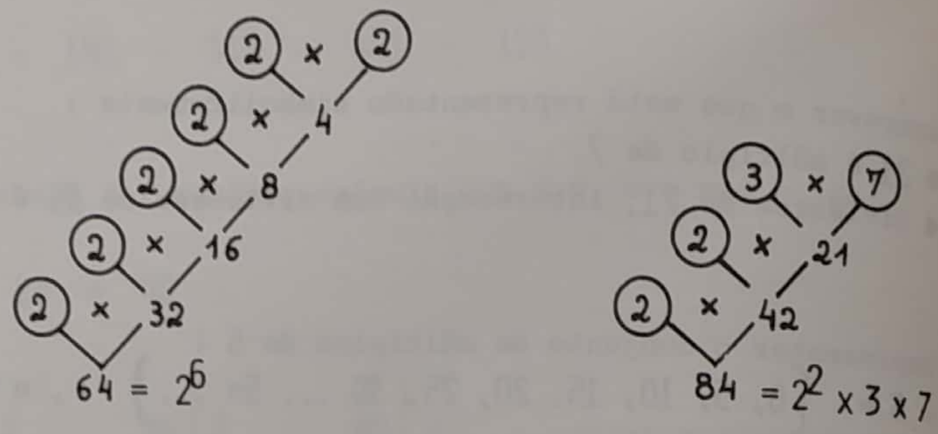
$$\begin{array}{r|l} 45,\ 60,\ 24 & 2 \\ 45,\ 30,\ 12 & 2 \\ 45,\ 15,\ 6 & 2 \\ 45,\ 15,\ 3 & 3 \\ 15,\ 5,\ 1 & 3 \\ 5,\ 5,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array} \qquad \text{m.m.c.} = 2^3 \times 3^2 \times 5 = \underline{360}$$

5. m.d.c. (método das divisões sucessivas) :

	1	2	4	
260	180	80	20	
080	20	0		

m.d.c. = 20

6. a) Completar as "árvores de fatores" :-



b) Coloque os fatores primos dos números:-

64 = 2^6 84 = $2^2 \times 3 \times 7$

7. Riscar os numerais divisíveis por 3 :

233 - 140 - 313 - ~~441~~ - ~~150~~.

8. Efetuar o m.m.c. e m.d.c. :

$32 = 2^5$ m.m.c. (32, 24 e 40) =

$24 = 2^3 \times 3$ $= 2^5 \times 3 \times 5 = 480$

$40 = 2^3 \times 5$ m.d.c. (32, 24 e 40) = $2^3 = 8$

9. Marcar os números "primos entre si" :

[ ] 32,40
[x] 31,29
[ ] 28,35
[ ] 35,42
[x] 41,38
[ ] 51,27

10. Procurar os divisores de 120 :

		1
120	2	2
60	2	4
30	2	8
15	3	3 - 6 - 12 - 24
5	5	5 - 10 - 20 - 40 - 15 - 30 - 60 - 120
1		

d. 120 = {1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120}

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

TEORIA ELEMENTAR DO NÚMERO

RELAÇÃO "MÚLTIPLO DE"

Partindo do conhecimento da multiplicação, divisão e Relação, é fácil chegar à Relação "é múltiplo de".

Todo produto está relacionado a fatores. Assim, 21, por exemplo, está relacionado a 3 e 7, seus fatores.

Simbolicamente escrevemos essa Relação da seguinte maneira: (21 R 3) e (21 R 7).

Como 21 contém, exatamente, 3 e 7, é de lembrar a Relação de Inclusão entre o produto e seus fatores.

A RELAÇÃO ENTRE O PRODUTO E SEUS FATORES TOMA O NOME DE RELAÇÃO "MÚLTIPLO DE".

Representamos a Relação acima deste modo:

21 m 3, que se lê: 21 é múltiplo de 3;

21 m 7, que se lê: 21 é múltiplo de 7.

Pelo que foi exposto, você já pode concluir como **formar** os múltiplos de um número. Basta multiplicar, sucessivamente, o número dado pela série dos números naturais.

Veja: $m\,7 = \{0,7,14,21,28, 35,42 \ldots 7n \ldots\}$ $n \in N$

Como se nota, a série é infinita. Por esse motivo, a representação do conjunto de múltiplos é sempre feita por extensão.

Examine este outro exemplo:-

$$m5 = \{0,5,10,15,20,25 \ldots 5n \ldots\}, n \in N$$

OBSERVAÇÕES

1 - Formamos o conjunto dos múltiplos de um número múltiplicando es

te número pela série dos números naturais.

2 - O primeiro múltiplo de cada conjunto será sempre zero (0)

Zero (0) é múltiplo de qualquer número natural.
É elemento absorvente.
Zero (0) é múltiplo de 8 porque $8 \times 0 = 0$
Zero (0) é múltiplo de 11 porque $11 \times 0 = 0$

3 - O segundo número natural é 1; como fator, ele goza da propriedade do elemento neutro. Daí afirma-se que:-

Qualquer número natural é múltiplo de si mesmo.
13 é múltiplo de 13 porque $13 \times 1 = 13$
29 é múltiplo de 29 porque $29 \times 1 = 29$

Em conseqüência :

Qualquer número natural é múltiplo de unidade.
13 é múltiplo de 1 porque $1 \times 13 = 13$
25 é múltiplo de 1 porque $1 \times 25 = 25$

4 - Formando o conjunto dos múltiplos de 1 , verificamos que é próprio conjunto dos números naturais.
O conjunto dos múltiplos de zero (0) é unitário e o seu elemento é zero (0).

NOTA IMPORTANTE :- Para os cálculos de m.d.c. e m.m.c. não se considera o 0 (zero) no conjunto dos múltiplos de um número.

CURIOSIDADES

- $m7 = \{7,14,21,28,35,42,49,56,63 \ldots 7n \ldots\}$, $n \in N$

Se você somar dois ou mais múltiplos de 7, a soma ainda será múltiplo de 7.

Exemplo : $7 + 14 + 21 = 42$
$21 + 35 = 56$, etc.

- Se você procurar a diferença entre dois múltiplos de um número, a diferença ainda será um múltiplo.

$m\ 9 = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63 \ldots 9n \ldots\}$, $n \in N$

Exemplo : $45 - 27 = 18$

$36 - 18 = 18$, etc.

MINIMAÇÃO ou cálculo do menor múltiplo comum (m.m.c.).

A operação que permite achar o menor múltiplo comum chama-se minimação.

PARA ACHAR O M.M.C., QUANDO SE TEM OS MÚLTIPLOS DE DADOS NÚMEROS, APLICA-SE A OPERAÇÃO INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS E SELECIONA-SE O MENOR DOS MÚLTIPLOS DA INTERSECÇÃO.

Exemplo I

a) COMPLETAR COM NUMERAIS MENORES QUE 30 :

$m\ 4 = \{4, 8, \cancel{12}, 16, 20, \cancel{24}, 28\}$

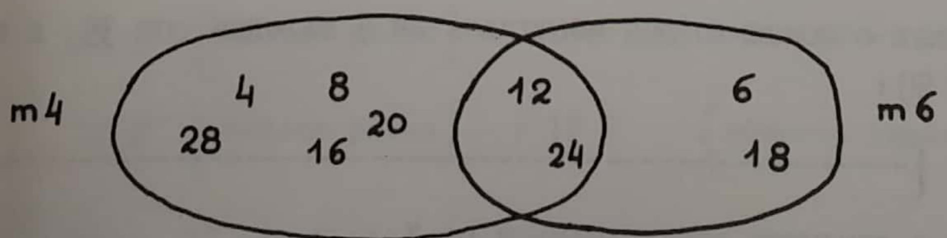
$m\ 6 = \{6, \cancel{12}, 18, \cancel{24}\}$

$m\ 4 \cap m\ 6 = \{12, 24\}$

m.m.c. = 12

Indica - se : $4\ M\ 6 = 12$

b) COLOCAR OS MÚLTIPLOS DE 4 E 6 NO DIAGRAMA :



Exercício II

c) CALCULAR O MENOR MÚLTIPLO COMUM DE 3 E 4 :

Indica-se: 3 M 4.

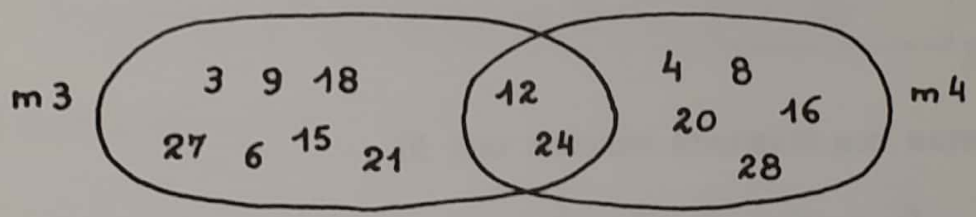
$m\,3 = \{3, 6, 9, \cancel{12}, 18, 21, \cancel{24}, 27 \ldots\}$

$m\,4 = \{4, 8, \cancel{12}, 16, 20, \cancel{24}, 28 \ldots\}$

$m\,3 \cap m\,4 = \{12, 24 \ldots\}$

m.m.c. = 12

d) COLOCAR OS MÚLTIPLOS DE 4 E 6 NO DIAGRAMA :-



NOTA : quando se tem os fatores de números dados, pode-se também efetuar o cálculo do m.m.c.

Veremos, adiante, este outro modo de calcular o m.m.c.

EXERCÍCIO 1

Lembre-se de que zero (0), como múltiplo, não entra nos cálculos.

a) REPRESENTE O CONJUNTO DOS MÚLTIPLOS DE 6 :

m 6 = {--

b) REPRESENTE O CONJUNTO DOS MÚLTIPLOS DE 5 MAIORES QUE 35 E MENORES QUE 90 :

m 5 = {--

c) ESCREVA O CONJUNTO DOS MÚLTIPLOS DE 3 :

m 3 = {--

d) VOCÊ ESCREVEU TODOS OS MÚLTIPLOS DE 3 ? POR QUÊ ?

Resposta: ____

e) CALCULAR O M.M.C. DE 9, 12, 18 :
(USE OS MÚLTIPLOS DE 9, 12 e 18 ATÉ 72).

m 9 = ____

m 12 = ____

m 18 = ____

m 9 ∩ m 18 ∩ m 12 = { ______________________ }

m.m.c. (9, 18, 12) = ______________

RELAÇÃO DE DIVISIBILIDADE

Para que um número seja divisível por outro, é preciso que seja múltiplo desse outro.

Exemplo:- 21 é múltiplo de 3 e 7, logo, 21 divide exatamente 3 e 7. Dizemos, então, que há uma relação de divisibilidade entre 21 e 3 e 21 e 7.

Existem algumas regras práticas, chamadas critérios de divisibilidade, que permitem verificar se um número é ou não divisível por outro, sem efetuar a divisão.

DIVISIBILIDADE POR 2

UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 2 QUANDO SEU NUMERAL TERMINA EM ,2,4,6 OU 8, ISTO É, QUANDO É PAR.

xemplo: 26 ∈ {números pares} , logo, 26 é divisível por 2.

108 ∈ {números pares} , logo, 108 é divisível por 2.

17 ∉ {números pares} ; 17 ∈ {números ímpares}

logo, 17 não é divisível por 2.

DIVISIBILIDADE POR 3

TODOS OS MÚLTIPLOS DE 3 SÃO DIVISÍVEIS POR 3.

Exemplo:- 18 $\in$ {múltiplos de 3} , logo, 18 é divisível por 3.

42 $\in$ {múltiplos de 3} , logo, 42 é divisível por 3.

52 $\notin$ {múltiplos de 3} , logo, 52 não é divisível por 3.

REGRA PRÁTICA:

PARA VERIFICARMOS SE UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 3, SOMAMOS OS VALORES ABSOLUTOS DOS ALGARISMOS DE SEU NUMERAL; SE A SOMA É MÚLTIPLO DE 3, O NÚMERO É DIVISÍVEL POR 3.

Exemplo:- 234 $\longrightarrow$ 2 + 3 + 4 = 9. Como 9 é múltiplo de 3, o numeral é também divisível por 3.

435 $\longrightarrow$ 4 + 3 + 5 = 12. Como 12 é múltiplo de 3, o numeral 435 é divisível por 3.

742 $\longrightarrow$ 7 + 4 + 2 = 13. Como 13 não é múltiplo de 3, o numeral 742 não é divisível por 3.

DIVISIBILIDADE POR 5

VOCÊ JÁ DEVE TER OBSERVADO QUE OS MÚLTIPLOS DE 5 terminam em 0 (ZERO) OU 5. SENDO ASSIM, UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 5 QUANDO SEU NUMERAL TERMINA EM 0 (ZERO) OU 5.

$$m\,5 = \{0,5,10,15,20,25,30,35,40,45 \ldots 5n \ldots\}$$

35 $\in$ {m 5}, logo, 35 é divisível por 5.

78 $\notin$ {m 5}, logo, 78 não é divisível por 5.

DIVISIBILIDADE POR 10, 100, 1 000, etc.

Esta regra de divisibilidade você já conhece: "UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 10, 100, 1 000 QUANDO SEU NUMERAL TERMINA EM UM, DOIS OU TRÊS ZE

ROS".

Exemplos:- 1 200 ÷ 10 = 120

1 200 ÷ 100 = 12

13 000 ÷ 10 = 1 300

13 000 ÷ 100 = 130

13 000 ÷ 1000 = 13

OUTRAS REGRAS DE DIVISIBILIDADE

Há ainda outras regras de divisibilidades sobre as quais falaremos em "Atividades de Enriquecimento", item X. Ali focalizaremos a regra da divisibilidade por 7 e por 11; por 4 e 8, como resultante da divisibilidade por 2;por 9, como decorrente da divisibilidade por 3.

EXERCÍCIO 2

a) COLOQUE V OU F NOS PARÊNTESES, SE A PROPOSIÇÃO É VERDADEIRA OU FALSA :

164 é divisível por 2 ( )
120 é por 3 ———— ( )
35 é por 5 ———— ( )
130 é por 3 ———— ( )
300 é por 100 ———— ( )
250 é por 100 ———— ( )
357 é por 3 ———— ( )
2 500 é por 5 ———— ( )
1 000 é por 1 000 ———— ( )

b) COLOQUE UM ÚLTIMO ALGARISMO NOS NÚMEROS ABAIXO, DE MODO QUE AS SENTENÇAS SEJAM VERDADEIRAS :

467______ é divisível por 2.

35 ___ é divisível por 3.

17 ___ é divisível por 5.

2 ___ é divisível por 10.

3 ___ é divisível por 3.

41 ___ é divisível por 5.

4 ___ é divisível por 100.

c) RISQUE OS NUMERAIS DIVISÍVEIS POR 3 E GRIFE OS NUMERAIS DIVISÍVEIS POR 5 :-

204 - 135 - 230 - 102 - 360.

d) COMPLETE AS EXPRESSÕES :

205 é divisível por 5 porque ______________________________

1 201 não é divisível por 3 porque ______________________________

____

e) RESPONDA SIM OU NÃO :

360 é divisível por 2 ? ______________________________

é divisível por 3 ? ______________________________

é divisível por 5 ? ______________________________

é divisível por 10? ______________________________

f) DÊ O MENOR NÚMERO DIVISÍVEL, AO MESMO TEMPO, POR :-

2 e 3 ⟶ ___ ; 2 e 5 ⟶ ___ ; 3 e 5 ⟶ ___ ;

3 e 10 ⟶ ___ ; 2 e 10 ⟶ ___ ; 2,3 e 5 ⟶ ___ .

g) PROCURE O M.M.C. DE 12,10 e 6 :

m 12 = {12,24,48,~~60~~,72 ...}

m 10 = {10,20,30,40,50,~~60~~,70 ...}

m 6 = {6,12,18,24,30,36,42,48,54,~~60~~,66 ...}

m 12 ∩ m 10 ∩ m 6 = {

m.m.c. (12,10,6) = ___________

h) PROCURE O m.m.c. DE 8 E 12 :

m 8 = {--

m 12 = {--

m 8 ∩ m 12 = {--

m.m.c. (8,12) ={---------------

i) ACHE O m.m.c. DE 4,3 E 6 :

m 4 = {--

m 3 = {--

m 6 = {--

m 4 ∩ m 3 ∩ m 6 = {------------------------------------

m.m.c. (4,3 E 6) ={---------------

j) ACHE O m.m.c. DE 3,4,5 E 10 :

m 3 = {--

m 4 = {--

m 5 = {--

m 10 = {--

m 3 ∩ m 4 ∩ m 5 ∩ m 10 = {-----------------------------

m.m.c. (3,4,5 E 10) ={---------------

1) COPIE UMA DEFINIÇÃO DE m.m.c.:

NÚMERO PRIMO E NÚMERO COMPOSTO

Examinemos, a partir de 1, a série dos números naturais quanto aos pares de fatores que formam cada número.

NÚMERO	PARES DE FATORES
1	-
2	1 x 2
3	1 x 3
4	1 x 4
5	1 x 5
6	1 x 6 ; 2 x 3
7	1 x 7
8	1 x 8 ; 2 x 4
9	1 x 9 ; 3 x 3
10	1 x 10 ; 2 x 5

NÚMERO	PARES DE FATORES
11	1 x 11
12	1 x 12;2 x 6;3 x 4
13	1 x 13
14	1 x 14;2 x 7
15	1 x 15;3 x 5
16	1 x 16;2 x 8;4 x 4
17	1 x 17
18	1 x 18;2 x 9;3 x 6
19	1 x 19
20	1 x 2;2 x 10;4 x 5
ETC.	

Quando o número não tem nenhum par de fatores, é chamado <u>unidade</u>; quando tem apenas um par de fatores, é chamado <u>primo</u>; quando tem mais de um par, é chamado <u>composto</u>.

Modernamente, o número 1 não é considerado primo, pois não apresenta nenhum par de fatores.

Número primo

Quando o número apresenta só um par de fatores, esses fatores são : a unidade e o próprio número.

Daí a definição seguinte de número primo:

<u>NÚMERO PRIMO</u> É AQUELE QUE SÓ É DIVISÍVEL POR SI E PELA UNIDADE.

EXEMPLOS :-

- 7 é primo porque só é divisível por 1 e por 7 ;
- 23 é primo porque só é divisível por 1 e por 23 ;

NÚMERO COMPOSTO

Quando o número apresenta mais de um par de fatores, dizemos que se chama número composto. Vem daí a definição:

<u>NÚMERO COMPOSTO</u> É AQUELE QUE É DIVISÍVEL, PELO MENOS, POR UM NÚMERO DIFERENTE DELE PRÓPRIO E DA UNIDADE.

EXEMPLOS :-

- 15 é o número composto porque é divisível por 1,3,5 e 15;
- 17 não é número composto (logo, é primo) porque só é divisível por 1 e 17;
- 25 é número composto porque é divisível por 1,5 e 25.

A decomposição de um número em seus fatores primos nos leva à busca dos divisores de um número, ao cálculo do m.m.c. e ao cálculo do maior divisor comum (m.d.c.),como estudaremos adiante.

Chama-se <u>fator</u> a cada um dos termos de um produto.
Os fatores de 12 são :

2 x 6 ; 3 x 4 ; 1 x 12 ; 2 x 2 x 3.

Quando os fatores de um número são números primos, denominam-se <u>fatores primos</u>. Dentre os fatores de 12, 2 e 3 são fatores primos.

Reconhecimento de um número primo

Para saber se um número é primo, divide-se o número considerado pela série dos números primos, até que o quociente da divisão seja igual ou menor que o divisor.

EXEMPLOS :-

a) 179 é primo ? $P = \{2,3,5,7,11,13,17,19 \ldots\}$

Pelas regras da divisibilidade, 179 não é divisível por 2; não é por 3, (1 + 7 + 9 = 17) ; não é por 5.

Vejamos, a seguir, pela divisão:

$$\begin{array}{r|l} 179 & 7 \\ \hline 39 & 25 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 179 & 11 \\ \hline 69 & 16 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 179 & 13 \\ \hline 49 & 13 \\ 10 & \end{array}$$

179 é primo; o quociente já é igual ao divisor e não houve divisão exata.

b) 267 é primo ?

Pelas regras de divisibilidade, 267 não é divisível por 2; é divisível por 3, (2 + 6 + 7 = 15), logo, 267 não é primo.

c) 289 é primo ?

Pelas regras de divisibilidade, 289 não é divisível por 2; não é por 3, (2 + 8 + 9 = 19); e não é por 5.

Vejamos pela divisão :-

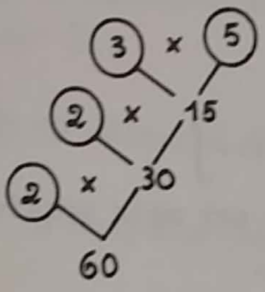
$$\begin{array}{r|l} 289 & 7 \\ \hline 09 & 41 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 289 & 11 \\ \hline 69 & 26 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 289 & 13 \\ \hline 29 & 22 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 289 & 17 \\ \hline 119 & 17 \\ 00 & \end{array}$$

289 não é primo, pois é divisível por 17.

FATORAÇÃO

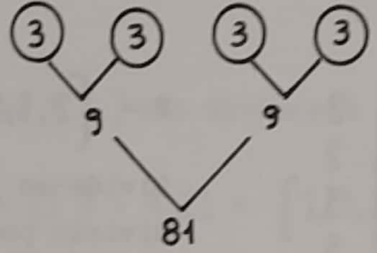
Quando os números são menores que 100, é relativamente fácil decompô-los em seus fatores primos.

EXEMPLOS:-



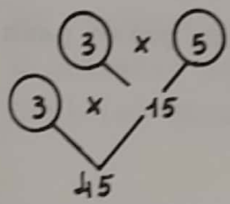
$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$



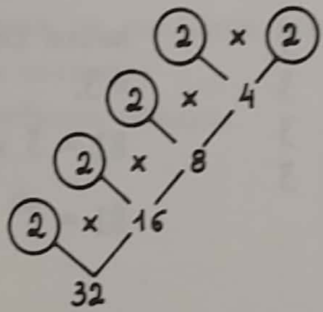
$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$81 = 3^4$



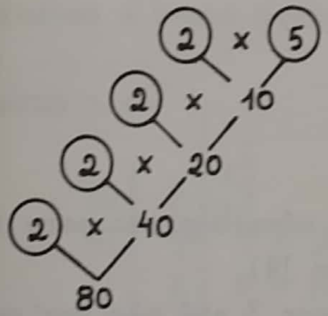
$45 = 3 \times 3 \times 5$

$45 = 3^2 \times 5$



$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$32 = 2^5$



$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$80 = 2^4 \times 5$

NOTA: Quando escrevemos $81 = 3^4$ estamos indicando que o fator 3 foi repetido 4 vezes; em $32 = 2^5$ estamos indicando que o fator 2 foi repetido 5 vezes. Os números 4 e 5 escritos à direita e ao alto de 3 e 2, respectivamente, chamam-se <u>expoentes</u>.

Nos exemplos propostos, desdobramos os números dados em produtos que conhecemos e marcamos os fatores primos que foram aparecendo. Entretanto, se a decomposição desses números apresentasse maiores dificuldades, usaríamos a Regra Prática.

<u>REGRA PRÁTICA</u>

Para decompor um número em fatores primos, divide-se inicialmente o número dado pelo menor número primo possível; procede-se igualmente com o quociente obtido e assim por diante, até se obter o quociente 1.

EXEMPLOS:-

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$P = \{2,3,5,7,11,13,17 \ldots\}$

Divide-se por 2 até não ser mais possível a divisão por esse número.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Neste caso, o menor número primo para iniciar é 3.

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$81 = 3^4$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Aqui, o menor número primo para iniciar é 5.

$125 = 5 \times 5 \times 5$

$125 = 5^3$

$$\begin{array}{r|l} 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Neste exemplo, o menor número primo para iniciar é 3, $(6 + 7 + 5 = 18)$.
Continua-se a divisão por 3 até não ser mais possível a divisão por esse número. Em seguida, passa-se à divisão por 5.

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$675 = 3^3 \times 5^2$

NOTA :- Se você tem dificuldade em dividir mentalmente, efetue o algoritmo dessa operação.

<u>RELAÇÃO "DIVISOR DE"</u>

A Relação inversa de "múltiplo de", é a Relação "divisor de".

EXEMPLOS:-

- Se 21 "é múltiplo de" 3 e 7, então 3 "é divisor de" 21 e 7 "é divisor de" 21.

- Se 35 "é múltiplo de" 5 e 7, então 5 e 7 são divisores de 35.

O conjunto dos divisores de 21 é : d.21 = $\{1,3,7,21\}$

O conjunto dos divisores de 35 é : d.35 = $\{1,5,7,35\}$

Pelo exposto, você já deve ter concluído que:-

- Os divisores de um número formam um conjunto finito;
- O primeiro divisor é sempre a unidade;
- O último divisor é sempre o próprio número.

Cálculo dos divisores de um número

Quando a decomposição do número apresenta maior dificuldade, aplica-se a regra prática para o cálculo dos divisores.

EXEMPLO 1 :-

		1
70	2	2
35	5	5 - 10
7	7	7 - 14 - 35 - 70
1		

d.70 = $\{1,2,5,7,10,14,35,70\}$

REGRA PRÁTICA:-

a) Fatora-se o número;
b) Traça-se uma linha vertical, paralela à primeira linha. O 1 é o primeiro divisor e se escreve à direita e ao alto;
c) Multiplica-se o 1º fator pelo número à direita e se escreve o produto abaixo do 1º divisor;

d) Multiplica-se o 2º fator (5) pelos números à direita e acima dele (1,2);

e) Multiplica-se o 3º fator (7) pelos números à direita e acima dele (1,2,5,10).

EXEMPLO 2

CALCULAR OS DIVISORES DE 126.

		1
126	2	2
63	3	3 - 6
21	3	9 - 18
7	7	7 - 14 - 21 - 63 - 126.
1		

- Se o fator se repete, como é o caso do 3 deste exemplo, tome cuidado para não anotar um produto já assentado.

d. 126 = $\{1,2,3,6,7,9,14,18,21,36,126\}$

EXEMPLO 3

CALCULAR OS DIVISORES DE 980.

		1
980	2	2
490	2	4
245	5	5 - 10 - 20
49	7	7 - 14 - 28 - 35 - 70 - 140
7	7	49 - 98 - 196 - 245 - 490 - 980
1		

dos produtos de 5;

dos produtos de 7;

dos produtos do 2º fator.

d. 980 = $\{1,2,4,5,7,10,14,20,28,35,49,70,98,140,196,245,490,980\}$

EXERCÍCIO 3

a) DÊ OS PARES DE FATORES :-

NÚMERO	PARES DE FATORES
8	--- --- --- ---
7	--- ---
12	
13	
15	
17	
21	
30	

b) GRIFE OS NÚMEROS COMPOSTOS :

12 - 45 - 27 - 35 - 41 - 49 - 51 - 53

c) REPRESENTE O CONJUNTO DOS NÚMEROS PRIMOS ATÉ 50:

----

d) RISQUE OS NÚMEROS PRIMOS :

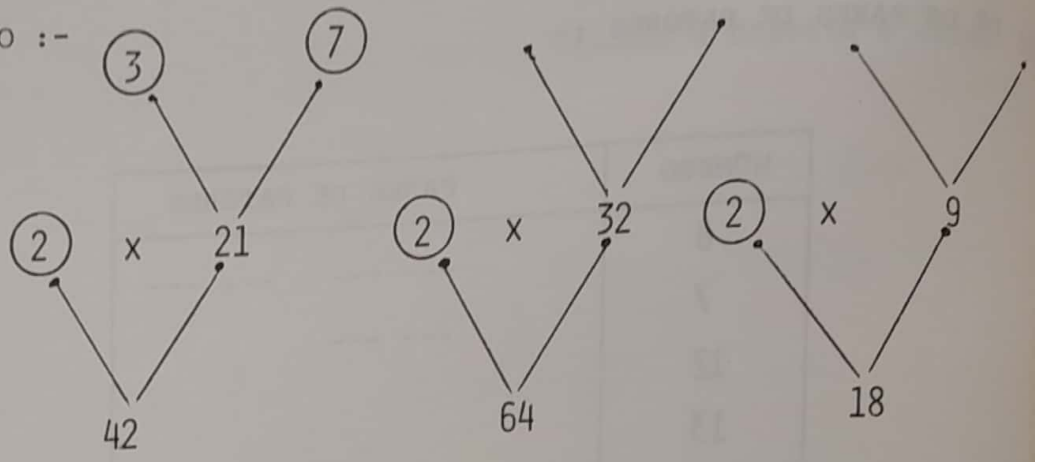
11 - 13 - 15 - 17 - 19 - 21 - 23 - 25 - 27 - 29

e) VERIFIQUE E RESPONDA QUAIS DOS SEGUINTES NÚMEROS SÃO PRIMOS :-

231 - 179 - 203 - 329.

f) COMPLETE AS "ÁRVORES DE FATORES" :-

MODELO :-



$42 = \{2 \times 3 \times 7\}$ 64 =________________ 18 =__________

g) DECOMPONHA OS NÚMEROS ABAIXO EM SEUS FATORES PRIMOS :-

140 | 88 | 220 |

140 =______________ 88 =______________ 220 =__________

h) QUAL É O CONJUNTO DOS DIVISORES DE 42 ?

Complete :

		1
42	2	2
21	3	
7	7	
1		

d.42 = {________________________}

i) DETERMINE OS DIVISORES DE 84 :

84		

d.84 = { ------------------------ }

<u>MAXIMAÇÃO OU CÁLCULO DO MAIOR DIVISOR COMUM (m.d.c.)</u>.

A operação que permite achar o maior divisor comum chama - se maximação.

Para achar o m.d.c. quando se tem os divisores de dados números, aplica-se a operação intersecção de conjuntos e seleciona -se o maior dos divisores da intersecção.

EXEMPLO:-

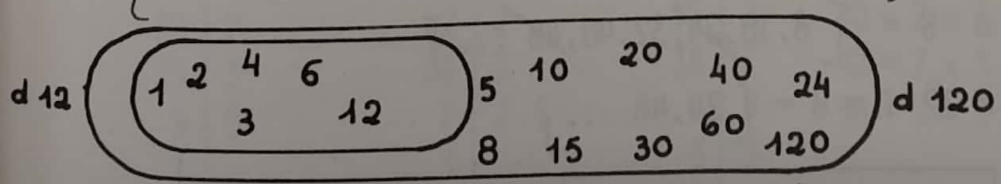
PROCURAR OS DIVISORES DE 12 E 120, COLOCANDO-OS NO DIAGRAMA, E CALCULAR O m.d.c. :

		1
12	2	2
6	2	4
3	3	3 - 6 - 12
1		

		1
120	2	2
60	2	4
30	2	8
15	3	3 - 6 - 12 - 24
5	5	5 - 10 - 20 - 40 - 15
1		30 - 60 - 120.

d. 12 = {1,2,3,4,6,12}

d. 120 = {1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120}



d. 12 ∩ d. 120 = { 1,2,3,4,6,12 }

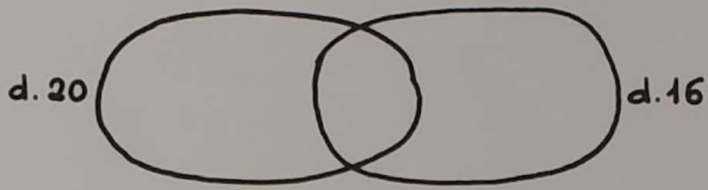
m.m.c. = 12

EXERCÍCIO 4

CALCULE O m.d.c. DE 20 E 16 COM O AUXÍLIO DO DIAGRAMA :

d 20 = { ---------------------------------- }

d 16 = { ---------------------------------- }



d. 20 ∩ d 16. { ----------------------------------

m.d.c. = --

Veremos adiante um outro modo para calcular o m.d.c. e o m.m.c. quando se tem os fatores primos de números dados.

REVISÃO GERAL

Passemos, agora, a um reexame do que foi exposto sobre m.m.c. e m.d.c. .

- Para calcular o m.m.c., quando se tem os múltiplos, procura-se o menor múltiplo comum, operando a intersecção entre os elementos dos conjuntos.

- A operação que nos permite calcular o m.m.c. chama-se minimação.

- Cálculo do m.m.c.

$m\ 12 = \{12, \cancel{24}, 36, \cancel{48} \ldots\}$

$m\ 8 = \{8, 16, \cancel{24}, 32, 40, \cancel{48} \ldots\}$

$m\ 12 \cap m\ 8 = \{24, 48 \ldots\}$

$\boxed{\text{m. m. c.} = 24}$

- Para calcular o m.d.c. quando se tem os divisores dos números, opera-se a intersecção dos conjuntos dos divisores desses números e toma-se o maior dos divisores comuns.

- A operação que nos permite calcular o m.d.c. chama-se <u>maximação</u>.

\- CÁLCULO DO m.d.c.

d. 12 = $\{\cancel{1},\cancel{2},\cancel{3},4,\cancel{6},12\}$

d. 18 = $\{\cancel{1},\cancel{2},\cancel{3},\cancel{6},9,18\}$

Divisores comuns = $\{1,2,3,6\}$

$\boxed{\text{m.d.c.} = 6}$

		1
12	2	2
6	2	4
3	3	3 - 6 - 12
1		

		1
18	2	2
9	3	3 - 6
3	3	9 - 18
1		

Vejamos agora como calcular o m.m.c. e m.d.c. por meio da fatoração.

- Calcular, por exemplo, o m.m.c. (12 e 18)

12	2
6	2
3	3
1	

18	2
9	3
3	3
1	

$12 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

m.m.c. (12 e 18) = $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9$

m.m.c. (12 e 18) = 36

> O m.m.c. de dois ou mais números é o produto de todos os fatores primos desses números elevados aos maiores expoentes.

- Calcular, por exemplo, o m.m.c. (30,42,36)

30	2
15	3
5	5
1	

42	2
21	3
7	7
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$36 = 2^2 \times 3^2$

m.m.c. (30,42 e 36) = $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1\ 2\ 6\ 0$

• Calcular o m.d.c. (15 e 42).

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 15 = 3 \times 5 \\ 42 = 2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

m.d.c. (15 e 42) = 3

O maior divisor comum (m.d.c.) de dois ou mais números é o produto de todos os fatores primos <u>comuns</u> elevados aos <u>menores</u> expoentes.

Calcular o m.d.c. (18 e 24).

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 18 = 2 \times 3^2 \\ 24 = 2^3 \times 3 \end{array}$$

m.d.c. (18 e 24) = $2 \times 3 = 6$

NOTA:- 2 é fator comum; o menor expoente é 2^1 ou 2.
- 3 é fator comum; o menor expoente é 3^1 ou 3.

<u>REGRAS PRÁTICAS</u>

Se os numerais não permitirem um cálculo mental rápido,usa se o método da decomposição simultânea para determinar o m.m.c. e método das <u>divisões sucessivas</u> para o m.d.c. .

1 - Cálculo do m.m.c. de <u>vários números pelo método da decomposiçã simultânea</u>.

Para obtermos um número múltiplo de 12, 16, 20 e 15, temos q multiplicar todos os fatores primos desses números elevados a maiores expoentes.

Exemplo :- $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$
$15 = 3 \times 5$
m.m.c. (12,16, 20 e 15) = $2^4 \times 3 \times 5 = 240$

Cada fator é tomado o maior número de vezes; o fator 2 é tomado 4 vezes; o fator 3, uma vez; o fator 5, uma vez.

Na prática, usa-se o dispositivo que nos permite efetuar a decomposição dos números dados de uma só vez, dividindo-os simultaneamente pelos fatores primos comuns e, separadamente, pelos fatores primos não comuns, até que todos os quocientes sejam iguais a 1.

Exemplo :- Achar o m.m.c. de 12, 16, 20 e 15.

12, 16, 20, 15	2
6, 8, 10, 15	2
3, 4, 5, 15	2
3, 2, 5, 15	2
3, 1, 5, 15	3
1, 1, 5, 5	5
1, 1, 1, 1	

m.m.c.(12,16,20,15) = $2^4 \times 3 \times 5 = 240$

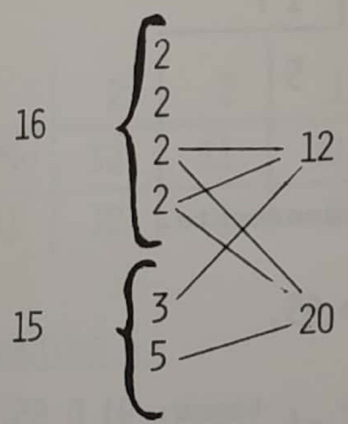
m.m.c.= $\boxed{240}$

Observe: $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

O 4, colocado ao alto, diz quantas vezes o 2 foi tomado como fator.

2^4 lê-se: 2 à quarta potência.

Fatores de 12,16,20 e 15 :



- O numeral 240 é formado pelos fatores dos quatro numerais acima.
- 240 contém os números tomados.

Outro exemplo:- Achar o m.m.c. entre 48, 72 e 54.

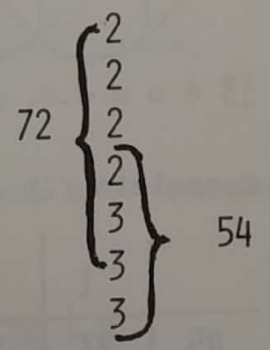
48, 72, 54	2	
24, 36, 27	2	
12, 18, 27	2	48
6, 9, 27	2	
3, 9, 27	3	
1, 3, 9	3	9
1, 1, 3	3	
1, 1, 1		

m.m.c.(48,72 e 54)=$2^4 \times 3^3 = 432$

$432 \div 48 = 9$

$432 \div 72 = 6$

$432 \div 54 = 8$



Atente para os fatores dos três números dados e os fatores que restam; eles são o quociente das divisões.

2 - Cálculo do m.d.c. pelo método das divisões sucessivas, também conhecido como "Algoritmo de Euclides".

Para achar o m.d.c., digamos de 102 e 85, dispomos os numerais para uma divisão de modo que o quociente seja colocado ao alto do divisor, uma vez que vamos efetuar divisões sucessivas.

Exemplo I :

a)

	1	
102	85	
17		

O quociente é colocado ao alto do divisor.

Verificação:-

1 0 2 | 1 7

0 0   6

b)

	1	5	
102	85	17	
17	00		

Levando o resto para divisor, efetua-se nova divisão.

m.d.c. = 17

8 5 | 1 7

0 0   5

17 é o maior divisor para 102 e 85, simultaneamente.

Exercício II : Calcular o m.d.c. de 91 e 65.

	1	2	2	
91	65	26	13	
26	13	00		

Simbolizando , temos: 91 D 65.

m.d.c. (91 e 65) = 13

Verificação : 91 | 13   65 | 13

00   7   00   5

13 é o m.d.c. para 91 e 65.

Exercício III : Calcular 27 D 45 D 36.

	1	1	2	
45	27	18	9	
18	09	00		

m.d.c. (27,45 e 36) = 9

	4
36	9
0	

- Quando há mais de dois números, acha-se o m.d.c. entre os dois primeiros e depois entre o último número e o resultado obtido.

RELAÇÃO "PRIMOS ENTRE SI"

Quando o m.d.c. de dois ou mais números é 1, dizemos que existe entre eles uma Relação de "primos entre si".

Exemplo I - 14 D 15

	1	14	
15	14	1	
1	04 0		

m.d.c. (15,14) = 1

Exemplo II - 75 D 32

	2	2	1	10
75	32	11	10	1
11	10	1	0	

m.d.c. (75,32) = 1

- Entre 75 e 32 há a Relação "primos entre si".

EXERCÍCIO 5

a) Decompondo 15 e 42 em seus fatores primos, encontramos :

$15 = 3 \times 5$ $\qquad$ $42 = 2 \times 3 \times 7$

- Calcule o m.m.c. pelo conhecimento dos fatores primos.

m.m.c. (15 e 42) = ______________________

b) Note os fatores primos de 12, 15 e 20 e responda as perguntas imediatas.

12	2
6	2
3	3
1	

15	3
5	5
1	

20	2
10	2
5	5
1	

- Qual o fator primo comum aos números 12,15 e 20 ?

- Como se chamam os números que não têm um fator primo comum ?

---

c) Decomponha 18,24 e 30 em seus fatores primos.

18		24		30	

d) Observe os fatores primos de 18,24 e 30 do exercício anterior e calcule o m.d.c. desses números.

m.d.c. (18,24 e 30) = ____________

e) Calcule o m.m.c. de 18,24 e 30 olhando os fatores primos desses números no exercício c)

m.m.c. (18,24 e 30) = ____________

f) Calcule o m.d.c. de 32 e 40, pelo método das divisões sucessivas.

g) Calcule o m.d.c. de 36,60,45, pelo método das divisões sucessivas:

h) Calcule o m.d.c. de 810 e 504, usando a decomposição em fatores primos:

i) Calcule o m.d.c. de 384,336 e 48, pelo método das divisões sucessivas:

j) Determine o m.m.c. de 42,60,70 pela fatoração de cada numeral:

l) Determine os fatores primos de 244 e 104 :

244		104	

244 = ____________________ 104 = ____________________

m) Conhecendo os fatores primos dos números dados acima, encontre o m.d.c. e o m.m.c. entre eles:

m.m.c. (104 e 244) =
m.d.c. (104 e 244) =

n) Marque com x os quadrinhos dos pares de números "primos entre si"

☐ (14,17) ☐ (21,27) ☐ (36,35)
☐ (18,15) ☐ (36,42) ☐ (27,49)

VII - PÓS-TESTE

O propósito do presente Pós-Teste é a verificação do seu aproveitamento sobre o assunto deste módulo.

Se você estudou com vontade e interesse e realizou todas as atividades aqui propostas, tendo dominado os objetivos estabelecidos, então está em condições de se sair bem nesta prova.

Entretanto, se tem ainda algumas dúvidas, reveja os pontos principais do módulo e depois se submeta ao Pós-Teste.

Agora, leia atentamente as questões abaixo e dê as respostas às perguntas formuladas. Boa sorte neste seu trabalho !

1. Substitua a letra a por um algarismo, de modo a formar um numeral divisível por 3 :

347a =____

5a32 =____

a542 =____

2. Dê os números primos acima de 40 e menores de 60 :

____

3. Procure os divisores de 84, realizando a fatoração primeiramente:

4. Verifique se 347 é primo :

5. Observe a fatoração e efetue o m.d.c. e o m.m.c. :

28	2	70	2	98	2
14	2	35	5	49	7
7	7	7	7	7	7
1		1		1	

m.d.c. = ____

m.m.c. = ____

6. Dê os divisores de 12 e 13 e o m.d.c. entre eles:

d.12 = { ______________________________

d.18 = { ______________________________

m.d.c. = ______________________________

7. Dê os múltiplos de 6,9,15 e o m.m.c. entre eles:

m 6 = { ______________________________

m 10 = { ______________________________

m 15 = { ______________________________

____

m.m.c. = ____________________

8. Efetue a maximação, pelo método das divisões sucessivas, de 840 e 360 :

9. Procure os divisores de 240, aplicando primeiramente a fatoração:

10. Efetue a minimação de 25,45 e 60, pelo método da decomposição simultânea:

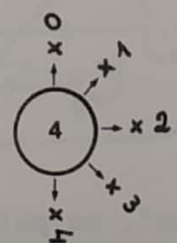
VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

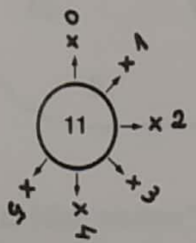
O presente capítulo, que versa sobre o assunto das páginas procedentes, tem por fim propiciar a você um mais amplo domínio daquilo que foi estudado. Para isso, faremos uma revisão, com exercícios de reforço, dos principais pontos da matéria dada. Nesse reexame, focalizaremos:

1 - Relação "múltiplo de"
2 - Múltiplos comuns a dois ou mais números - m.m.c.
3 - Relação de divisibilidade por 2,3,5,10,100 e 1000
4 - Número primo - reconhecimento de número primo
5 - Decomposição de números em fatores primos
6 - Relação "divisor de"
7 - Divisores de um número
8 - Divisores comuns a dois ou mais números - m.d.c.
9 - Maximação - procura do m.d.c. pelo método das divisões sucessivas
10 - Minimação - procura do m.m.c. pelo método da fatoração simultânea.

<u>RELAÇÃO "MULTIPLO DE"</u>

Todo produto subentende fatores; daí a Relação "múltiplo de". Exemplo:-





$$m.4 = \{0,4,8,12,16 \ldots 4n \ldots\}$$
$$m.11 = \{0,11,22,33,44,55, \ldots 11n \ldots\},\ n \in N$$

Depreende-se do esquema que o conjunto de múltiplos de um número é formado pela multiplicação desse número pela série de números na turais.

NOTA:- Para operar com os múltiplos não se leva em consideração o (zero).

MÚLTIPLOS COMUNS A DOIS OU MAIS NÚMEROS (M.M.C.)

Procurando o m.m.c. de 2,3 e 4, temos :

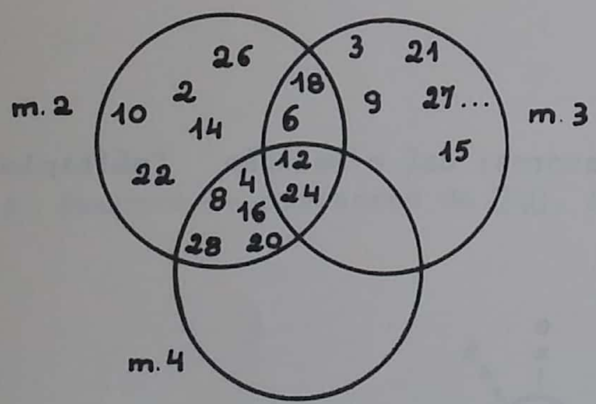
$m.2 = \{2,4,6,8,10,\cancel{12},14,16,18,20,22,\cancel{24},26,28 \ldots 2n \ldots\}$, $n \in N$

$m\ 3 = \{3,6,9,\cancel{12},15,18,21,\cancel{24},27 \ldots 3n \ldots\}$

$m\ 4 = \{4,8,\cancel{12},16,20,\cancel{24},28 \ldots 4n \ldots\}$

$m.2 \cap m\ 3 \cap m.4 = \{12,24\}$ m.m.c. = 12

Representando em diagramas esses conjuntos, resulta:-



$m.2 \cap m.3 \cap m.4 = \{12,24 \ldots\}$

m.m.c. (2,3 e 4) = 12

Na expressão "menor múltiplo comum", as palavras que devem ser levadas em conta, de início, são: "múltiplo comum". A palavra "menor" é apenas a seleção do menor entre os múltiplos comuns encontrados.

Exercício 6

a) Represente o conjunto dos múltiplos de 5 :

----

b) Represente o conjunto dos múltiplos de 9 :

----

c) Represente o conjunto m.5 ∩ m 9:

----

d) Qual é o menor múltiplo de m.5 ∩ m.9 ?

----

e) Represente o conjunto dos múltiplos de 3 :

----

f) Represente o conjunto dos múltiplos de 4 :

----

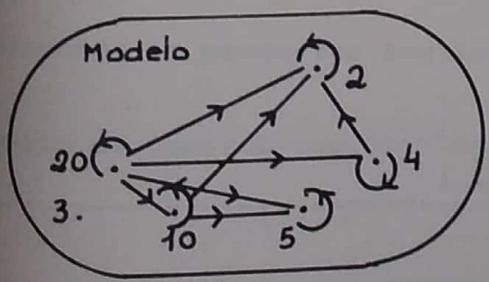
g) Represente a intersecção : m.3 ∩ m.4 :

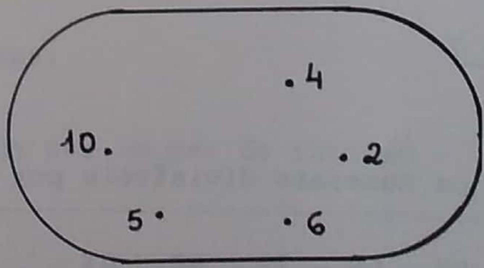
----

h) Qual é o menor múltiplo de m 3 ∩ m 4 ?

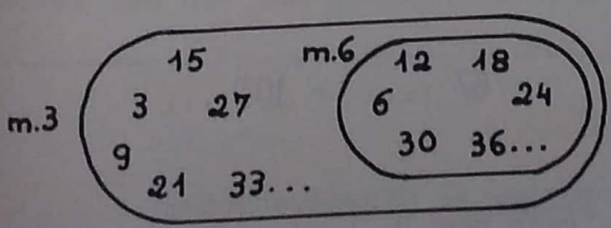
----

i) Estabeleça a Relação "múltiplo de" :





j) Observe e responda qual é o m.m.c. de 6 e 3.



m.m.c. (6 e 3) = ----------------------------

RELAÇÃO DE DIVISIBILIDADE

Quando um número divide-se exatamente por outro, estabelece-se entre eles Relação de divisibilidade. Assim sendo, podemos dizer que há Relação de divisibilidade entre 32 e 8; 32 e 4; 32 e 16; etc.

Algumas regras práticas permitem-nos verificar se um número é divisível por outro; tais regras chamam-se critérios de divisibilidade.

Exemplos :

Um número é divisível por :

2 quando é par;

3 quando a soma dos valores absolutos dos algarismos do seu numeral é múltiplo de 3;

5 quando o numeral termina em 0 (zero) ou 5;

10 quando termina em 0 (zero);

100, 1000 quando há dois ou três zeros finais.

EXERCÍCIO 7

a) Risque os numerais divisíveis por 3 :

42 - 65 - 72 - 86 - 93

b) Acrescente mais um algarismo para que o numeral seja divisível por 5 :

34 ... - 48 ... - 67 ... - 103 ...

c) Risque os numerais divisíveis por 10 :

96 - 100 - 307 - 2000

d) Risque os numerais divisíveis por 2 :

12 - 201 - 443 - 2800

e) Risque os numerais divisíveis por 100 :

102 - 3001 - 4200 - 1000

NÚMERO PRIMO - Reconhecimento de número primo.

EXERCÍCIO 8

a) Complete os pares de fatores :

1	Não tem par.	6	----------------	11	----------------
2	1 x 2	7	----------------	12	----------------
3	1 x 3	8	----------------	13	----------------
4	1 x 4 ; 2 x 2	9	----------------	14	----------------
5	------------	10	----------------	15	----------------

b) Responda as perguntas seguintes:

1. Quais os números representados por um par de fatores ?

----

2. Como se chamam esses números ?

----

3. Os números que não são primos chamam-se ?

Reconhecimento de um número primo

Para reconhecer se um número é primo aplicam-se os critérios de divisibilidade. Se o número não for divisível por 2,3,5 ou

10, continua - se a divisão pela série dos números primos. Caso nã ocorra divisão exata até que o quociente seja igual ou menor que divisor, o número é primo.

<u>Vejamos neste exemplo</u> : - 547 é primo ?

547 não é divisível por 2 (não é par);
não é divisível por 3 (5 + 4 + 7 = 16 ; 16 não é múltiplo d 3);
não é divisível por 5 (não termina em 0 (zero) ou 5).

547	7
57	78
1	

547	11
107	49
08	

547	13
027	42
1	

547	17
037	32
3	

547	19
167	28
15	

547	23
087	23
18	

Na última operação, o quociente já se iguala ao divisor, não te do havido até aí divisão exata; então, 547 é primo.

<u>Outro exemplo</u> : - 619 é primo ?

619 não é divisível por 2,3,5.

619	7
59	88
3	

619	11
069	56
3	

619	13
099	47
08	

619	17
109	36
07	

619	19
049	32
11	

619	23
159	26
21	

619	29
039	21
10	

Podemos afirmar que 619 é primo pois não foi divisível por nenhum dos números primos, e o quociente, na última operação, já é menor que o divisor.

EXERCÍCIO 9

a) Reconhecer se 437 é primo :

b) Reconhecer se 331 é primo :

DECOMPOSIÇÃO DE NÚMEROS EM FATORES PRIMOS.

REGRA PÁTICA.

Para decompor um número em seus fatores primos, primeiramente escrevemos o número dado e, à sua direita, traçamos uma linha vertical, como neste exemplo :-

a)

220	2
110	

O menor número primo é escrito à direita: 2. O quociente encontrado, 110, é colocado abaixo do 220.

b)

220	2
110	2
55	

Continuamos a dividir, sempre pelo menor número primo, até que seja encontrado o quociente 1.

c)

220	2
110	2
55	5
11	11
1	

55 não é divisível por 3, mas é por 5 e por 11. (Sempre o menor em primeiro lugar).

Representando, simbolicamente, temos: $220 = 2^2 \times 5 \times 11$

EXERCÍCIO 10

DECOMPOR EM SEUS FATORES PRIMOS: 36,48, 75, 88.

RELAÇÃO "DIVISOR DE".

Já estudamos a Relação "múltiplo de"; passemos, agora, à sua inversa - a Relação "divisor de".

Exemplo I :-

- Relação "múltiplo de" : 21 m 7 (21 é multiplo de 7).

Relação inversa :-

- Relação "divisor de" : 7 d 21 (7 é divisor de 21).

Exemplo II :

- 64 m 8 (64 é múltiplo de 8)
- 8 d 64 (8 é divisor de 64)

Todos os números que dividem exatamente, digamos 18, são divisores desse número.

O conjunto dos divisores de 18 é :

$$d\ 18 = \{1,2,3,6,9,18\}$$

O conjunto dos divisores de 28 é :

$$d\ 28 = \{1,2,4,7,14,28\}$$

Quando não se pode calcular mentalmente os divisores de um número, usa-se a regra prática. Faz-se a fatoração e, em seguida, traça-se junto aos fatores primos uma linha vertical paralela, como neste exemplo:

a) $$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 42 & 2 & \\ 21 & 3 & \\ 7 & 7 & \\ 1 & & \end{array}$$

Coloca-se 1 à direita e ao alto.

b) $$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 42 & 2 & 2 \\ 21 & 3 & \\ 7 & 7 & \\ 1 & & \end{array}$$

Multiplica-se o 1º fator pelo numeral à direita e ao alto. Escreve-se o produto abaixo da unidade.

c) $$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 42 & 2 & 2 \\ 21 & 3 & 3 - 6 \\ 7 & 7 & \\ 1 & & \end{array}$$

Multiplica-se o 2º fator pelos numerais à direita e ao alto. Escrevem-se os produtos à frente do 2º fator.

$$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 42 & 2 & 2 \\ 21 & 3 & 3 - 6 \\ 7 & 7 & 7 - 14 - 21 - 42 \\ 1 & & \end{array}$$

d) Multiplica-se o 3º fator pelos numerais à direita e ao alto. Escrevem-se os produtos à frente do 3º fator.

$$d\ 42 = \{1,2,3,6,7,21,42\}$$

e) Representa-se o conjunto dos divisores do número dado, ordenando-os.

Exemplo II : Procurar os divisores de 140 :

		1
140	2	2
70	2	4
35	5	5 - 10 - 20
7	7	
1		

		1
140	2	2
70	2	4
35	5	5 - 10 - 20
7	7	7 - 14 - 28 - 35 - 70
1		140.

Ordenando os divisores, temos :-

d 140 = $\{ 1,2,4,5,10,14,20,28,35,70,140 \}$

Exemplos III e IV :

		1
352	2	2
176	2	4
88	2	8
44	2	16
22	2	32
11	11	11-22-44-88-176-352
1		

		1
405	3	3
135	3	9
45	3	27
15	3	81
5	5	5-15-45-135-405
1		

Observe que só voltamos ao alto da coluna quando mudamos de fator (do 2 para o 11).

Ordenando os divisores, temos :

d 405 = $\{ 1,3,5,9,15,27,45,81,135,405 \}$

EXERCÍCIO 11

- Aproveite, do exercício 10, a fatoração já efetuada e procure os divisores de 36,48,75 e 88.

DIVISORES COMUNS A DOIS OU MAIS NÚMEROS - M.D.C

Você já sabe que da intersecção dos divisores de números dados, o maior deles é o m.d.c.

Calculemos, então, o m.d.c. de 42 e 120, cujos divisores já foram pesquisados :

d 42 = $\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$

d 140 = $\{1,2,4,5,7,10,14,20,28,35,70,140\}$

d 42 $\cap$ d.140 = $\{1,2,7,14\}$

m.d.c. = 14

EXERCÍCIO 12

Procure o m.d.c. de 140 e 405, usando a pesquisa desses divisores efetuada no item anterior - "Divisores de um Número".

a) m.d.c. de 140 e 405 :

d.140 = { --

d.405 = { --

Divisores comuns = { --

m.d.c.= { --

b) m.d.c. de 352 e 140 :

d.352 = { --

d.140 = { --

Divisores comuns = { --

m.d.c.= --

MAXIMAÇÃO - Método das divisões sucessivas.

A operação efetuada para o cálculo do m.d.c. chama-se, como você sabe, maximação. Também é do seu conhecimento como se efetua essa operação por meio do produto de fatores ou intersecção dos conjuntos de divisores.

Revisemos a regra prática, procurando o m.d.c. de 156 e 240.

a)

	1	
240	156	
84		

b)

	1	1
240	156	84
84	72	

156 | 84
72   1

240 | 156
84   1

O resto passa a divisor e assim por diante.

c)

	1	1	1	6
240	156	84	72	12
84	72	12	00	

- O m.d.c. de 240 e 156 é 12.
- Verificação :

240 | 12
00   20

156 | 12
36   13

$240 \div 12 = 20$ $\quad$ $156 \div 12 = 13$

- Refaça, aplicando a regra prática, os exercícios do capítulo VI, deste módulo, sobre o m.d.c.

- Crie outros exercícios e verifique se os resultados são corretos.

MINIMAÇÃO - Método da fatoração simultânea.

Muito conhecido, o método da fatoração simultânea é fácil e está explicado no capítulo VI em "Procedimentos e Atividades".

Refaça os exercícios ali sugeridos.

Como você estudou atentamente este cap. VIII e resolveu com cuidado os exercícios dados, espero que responda com acerto o próximo teste.

Tenho certeza de que obterá êxito. Felicidades !

IX - <u>PÓS - TESTE</u> - (NÍVEL DE SUPORTE)

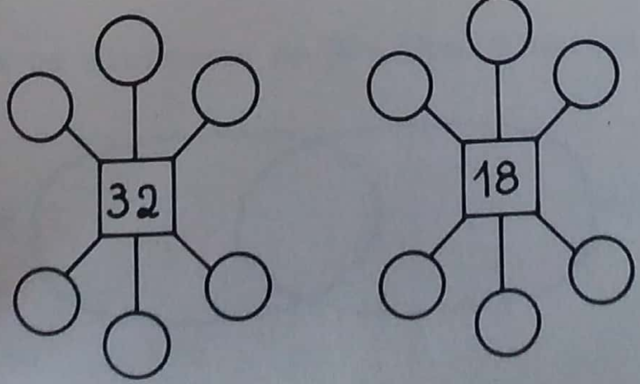
Realize a presente prova obedecendo às mesmas recomendações que fizemos para as anteriores. É mais uma verificação do seu aproveitamento sobre o assunto deste módulo.

Leia com atenção as questões abaixo e, calmamente, dê as respostas às perguntas propostas. E seja feliz neste seu teste !

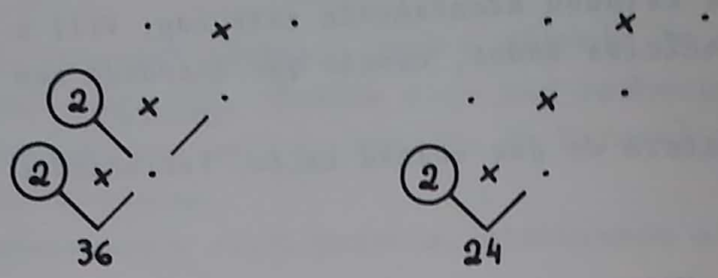
1. Quando é que um número é divisível por 5 ? Exemplifique :

- Represente, na exemplificação, três números divisíveis por 5, entre 23 e 39 : ____

2. Escreva, dentro dos círculos, os divisores de 32 e 18.



3. Complete a "árvore de fatores" :



Coloque no interior dos círculos apenas os fatores primos.

4. Decomponha 180 e 330 em seus fatores primos :

5. Procure os divisores de 420 :

6. Calcule o m.d.c. de 480 e 220, pelo método das divisões sucessivas.

7. Calcule o m.m.c. de 45,30,24 e 16, usando o método da decomposição simultânea :

8. Conhecendo os fatores primos de 42 e 60, calcule o m.d.c. e o m.m.c. dos dois números dados:

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

m.d.c. (42 e 60) = --

m.m.c. (42 e 60) = --

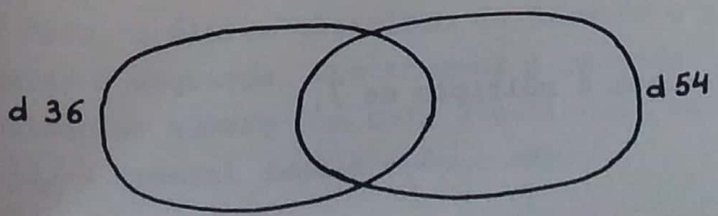
9. Observe os divisores de 36 e 54 e calcule o m.d.c. desses dois números :

d.36 = $\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$

d.54 = $\{1,2,3,6,9,18,27,54\}$

----

10. Coloque os divisores de 36 e 54 no diagrama :



Scanned with CamScanner

X - ATIVIDADES DE ENRIQUECIMENTO

É importante que você leia as páginas deste capítulo; certamente essa leitura lhe será proveitosa.

Os pontos que vamos abordar, relacionados com a unidade de estudo deste módulo, versam sobre : - Divisibilidade por 4,7,8,9 e 11; Como saber quantos divisores tem um número; Crivo de Eratóstenes; tabela de números primos.

1. DIVISIBILIDADE POR 4,7,8,9 e 11:

Os critérios de divisibilidade por 4,7,8,9 e 11 devem ser do conhecimento do professor, embora seja mais prático o uso da divisão.

a) Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos da direita formam um número divisível por 4.

Exemplos : 23748 e 50780.

23748 ⟶ 48 é divisível por 4;23748 também o é.
50780 ⟶ 80 é divisível por 4;50780 também o é.

b) Divisibilidade por 7

Pelo critério de divisibilidade por 7, separam-se de um numeral dado os dois últimos algarismos da direita e, a estes, soma-se o dobro dos que lhe ficaram à esquerda. Se o resultado for múltiplo de 7, o numeral dado também o será.

Exemplos : 539 e 1078.

$$539 \qquad \begin{array}{r} 539 \\ +10 \\ \hline 49 \end{array}$$

49 é múltiplo de 7;

539 também é múltiplo de 7.

1078 $\quad$ $\begin{array}{r} 1078 \\ +20 \\ \hline 98 \end{array}$ $\quad$ 98 é múltiplo de 7 (98 ÷ 7 = 14)

1078 também é múltiplo de 7.

c) Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando os três últimos algarismos da direita formam um número divisível por 8.

Exemplos : 47200 e 32840.

47200 ⟶ 200 é divisível por 8; 47200 também o é.

32840 ⟶ 840 é divisível por 8; 32840 também o é.

d) Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de seu numeral for múltiplo de 9.

Exemplos : 14751 e 47682.

14751 ⟶ 1 + 4 + 7 + 5 + 1 = 18
14751 é divisível por 9.

47682 ⟶ 4 + 7 + 6 + 8 + 2 = 27
47682 é divisível por 9.

e) Divisibilidade por 11

Pelo critério da divisibilidade por 11, separa-se, de um numeral dado, o último algarismo da direita e subtrai-se este dos que lhe ficaram à esquerda. Continua-se a proceder assim até se obter como resultado um número com dois algarismos; se esse for 11 ou múltiplo de 11, o numeral dado também o será.

Exemplos:

- Verificar se o número 583 é divisível por 11

$$\begin{array}{r} 583 \\ -\ 3 \\ \hline 55 \end{array} \longrightarrow$$ 55 é divisível por 11, logo 583 também o será.

- Verificar se o 17864 é divisível por 11.

$$\begin{array}{r} 17864 \\ -\quad 4 \\ \hline 1782 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1782 \\ -\quad 2 \\ \hline 176 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 176 \\ -\ 6 \\ \hline 11 \end{array}$$

17864 é divisível por 11.

Exemplos: 4312; 1452 e 34786

Verificação

4312 $\quad \begin{array}{r} 4312 \\ -\ 2 \\ \hline 429 \end{array}$ 33 é múltiplo de 11

4312 também o é.

$$\begin{array}{l|l} 4312 & 11 \\ \cline{2-2} 101 & 392 \\ \ \ 022 & \\ \quad\ 0 & \end{array}$$

1452 $\quad \begin{array}{r} 1452 \\ -\ 2 \\ \hline 143 \\ -3 \\ \hline 11 \end{array}$ 11 é múltiplo de 11

1452 também é múltiplo de 11.

34786 $\quad \begin{array}{r} 34786 \\ -\ 6 \\ \hline 3472 \\ -\ 2 \\ \hline 345 \\ -5 \\ \hline 29 \end{array}$ 29 não é múltiplo de 11;

34786 também não o é.

34786 não é divisível por 11.

Vejamos <u>outro critério de divisibilidade por 11</u>.

Por este critério, um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos algarismos de ordem par no numeral, for um múltiplo de 11.

<u>Exemplos</u> : 4312 e 23716

4 3 1 2

$4 + 1 = 5$ Zero é múltiplo de 11;

$3 + 2 = 5$ logo, 4312 também o é.

$5 - 5 = 0$

2 3 7 1 6

$2 + 7 + 6 = 15$ 11 é múltiplo de 11;

$3 + 1 = 4$ logo, 23716 também o é.

$15 + 4 = 11$

2. COMO SABER QUANTOS DIVISORES TEM UM NÚMERO.

De um dado número, obtém-se o número de divisores somando-se uma unidade a cada expoente de seus fatores primos e multiplicando-se os resultados obtidos.

- Vejamos, por exemplo, quantos divisores tem 60:

$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$

Quando o fator aparece só uma vez, seu expoente é 1, mas não se costuma escrevê-lo.

Somando-se 1 aos expoentes dos fatores, temos :

$2 + 1 = 3$

$1 + 1 = 2$ $\quad 3 \times 2 \times 2 = 12$

$1 + 1 = 2$

O número de divisores de 60 é 12.

Verificação:

		1
60	2	2
30	2	4
15	3	3 - 6 - 12
5	5	5 - 10 - 20 - 15 - 30 - 60
1		

d.60 = {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}

- Vejamos quantos divisores tem 75 :

$75 = 3 \times 5^2$ Os expoentes são 1 e 2

$1 + 1 = 2$
$2 + 1 = 3$ $2 \times 3 = 6$

O número de divisores de 75 é 6.

Verificação :

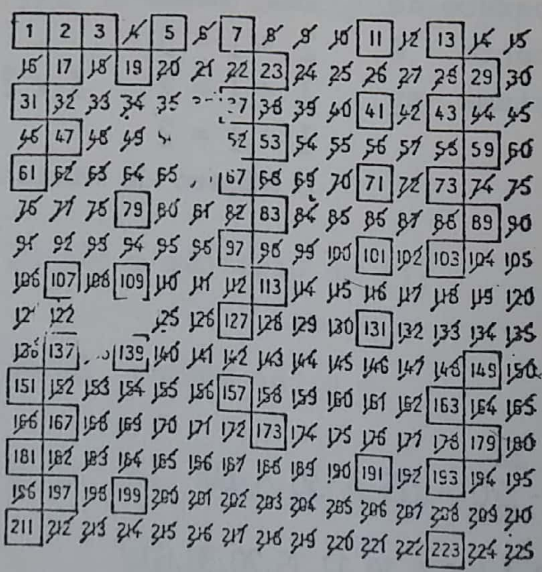
$$\begin{array}{r|c|l} 75 & 3 & 3 \\ 25 & 5 & 5 - 15 \\ 5 & 5 & 25 - 75 \end{array}$$

d.75 $\{1,2,3,15,25,75\}$

3. CRIVO DE ERATÓSTENES.

Vamos formar a tabela dos números primos compreendidos entre 1 e 100. Escrevemos a sucessão dos números naturais de 1 até 100.

Riscamos os múltiplos de 2 a partir de 2^2 ou 4; depois os múltiplos de 3 a partir de 3^2 ou 9, porque 3×2 já foi riscado como múltiplo de 2; e assim por diante. Retiramos os múltiplos de 5, etc. De um modo geral, supomos que se chega a um número primo (p). Vamos, então, retirar todos os múltiplos de p, sendo p^2 o primeiro número a riscar, porque os que o precedem já foram retirados como múltiplos de números menores que p. Por outro lado, quando todos os múltiplos de p forem retirados, o primeiro número não riscado depois de p é primo porque, do contrário, ele admitiria um divisor primo menor que ele, o que é impossível.



Crivo de Eratóstenes.

Na tabela considerada, quando tivermos riscado todos os múl-iplos de 7, os números restantes são todos primos, porque o primeiro úmero a ser retirado depois, como múltiplo de 11, seria 11^2 ou 121, uperior 100.

Texto extraído da Enciclopédia Delta Larousse, Tomo X, p. 958. Editora Delta S.A., - Rio de Janeiro, 1960.

. TABELA DE NÚMEROS PRIMOS DE 1 ATÉ 1000.

1	59	139	233	337	439	557	653	769	883
2	61	149	239	347	443	563	659	773	887
3	67	151	241	349	449	569	661	787	907
5	71	157	251	353	457	571	673	797	911
7	73	163	257	359	461	577	677	809	919
11	79	167	263	367	463	587	683	811	929
13	83	173	269	373	467	593	691	821	937
17	89	179	271	379	479	599	701	823	941
19	97	181	277	383	487	601	709	827	947
23	101	191	281	389	491	607	719	829	953
29	103	193	283	397	499	613	727	839	967
31	107	197	293	401	503	617	733	853	971
37	109	199	307	409	509	619	739	857	977
41	113	211	311	419	521	631	743	859	983
43	127	223	313	421	523	641	751	863	991
47	131	227	317	431	541	643	757	877	997
53	137	229	331	433	547	647	761	881	

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

UGUSTINE, Charles D' - *Métodos Modernos para o Ensino da Matemática ("Multiple Methods of Teaching Mathematics in the Elementary School")*. Rio. Ao Livro Técnico S/A - 1970.

ERNANDES, Ary e outros - *Matemática 5* - Para a 5ª série do Ensino de 1º Grau. Companhia Editora Nacional, - São Paulo, SP - 1974.

RUEMA - Grupo de Ensino de Matemática Atualizada, S. Paulo. "*Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º Grau* - GRUEMA 5" Edição do Professor. Por LUCILIA SANCHEZ e MANHÚCIA P. LIBERMAN, e outros, da Universidade de São Paulo. Companhia Editora Nacional - São Paulo, 1974.

OPES, Helena e outros - *Manual de Orientação - Currículo de 1º Grau, Matemática*. Secretaria de Educação e Cultura de Minas Gerais. Minas Gráfica Editora Ltda. Belo Horizonte, MG/1974.

NEDEM - Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática, com se no Colégio Estadual do Paraná, Curitiba. "*Ensino Moderno Matemática. 4º Volume (Ensino Fundamental). Editora do* B*sil S.A., São Paulo/1976". "Ensino Moderno da Matemática.* *Volume (Série Ginasial). Editora do Brasil S.A., São Paulo* *1967.*

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

a) Conjunto dos múltiplos de 6 :
m 6 = $\{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 \ldots 6n \ldots\}$ n ∈ N

b) Conjunto dos múltiplos de 5, maiores que 35 e menores que 90:
m 5 = $\{40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85\}$

c) Conjunto dos múltiplos de 3 :
m 3 = $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 \ldots 3n \ldots\}$, n ∈ N

d) Você escreveu todos os múltiplos de 3? Por quê ?
Não, porque o conjunto de múltiplos é infinito.

e) Calcular o m.m.c. de 9,12,18, usando os múltiplos de 9,12 e 18 a 72 :

m 9 = $\{9, 18, 27, \cancel{36}, 45, 54, 63, \cancel{72} \ldots\}$

m 12 = $\{12, 24, \cancel{36}, 48, 60, \cancel{72} \ldots\}$

m 18 = $\{18, \cancel{36}, \cancel{72}, 90 \ldots\}$

m 9 ∩ m 18 ∩ m 12 = $\{36, 72 \ldots\}$

m.m.c. (9,12 e 18) = 36

EXERCÍCIO 2

a) Coloque V ou F no parênteses, se a proposição é verdadeira ou falsa :

(V) (V) (V) (F) (V) (F) (V) (V) (V).

) Coloque um último algarismo nos números abaixo, transformando -os em numerais divisíveis :

Divisível por :

2 ⟶ 467 ... 46 70,ou 4672,ou 4674,ou 4276, ou 4678.
3 ⟶ 35 ... 351,ou 354,ou 357.
5 ⟶ 17 ... 170,ou 175.
10 ⟶ 2 ... 20.
3 ⟶ 3 ... 30,ou 33,ou 36,ou 39.
5 ⟶ 41 ... 410,ou 415.
100 ⟶ 4 ... 400.

c) Risque os numerais divisíveis por 3 e grife os divisíveis por 5:

~~204~~ - ~~135~~ - 230 - ~~102~~ - ~~360~~

d) Complete as expressões :

- 205 é divisível por 5 ... porque o algarismo das unidades é 5.

- 1201 não é divisível por 3 ... porque a soma dos valores absolutos dos algarismos não é múltiplo de 3.

(1201 ⟶ 1 + 2 + 0 + 1 = 4)

e) Responda sim ou não :

360 é divisível por 2 ? Sim.
é divisível por 3 ? Sim.
é divisível por 5 ? Sim.
é divisível por 10? Sim.

f) DÊ o m.m.c. de:

2 e 3 ⟶ 6; 2 e 5 ⟶ 10; 3 e 5 ⟶ 15;
3 e 10 ⟶ 30; 2 e 10 ⟶ 10; 2,3 e 5 ⟶ 30.

g) Procure o m.m.c. de 12,10 e 6 :

m 12 ∩ m 10 ∩ m 6 = { 60 ... }

m.m.c. = 60

h) Procure o m.m.c. de 8 e 12 :

m 8 ∩ m. 12 = {24,48 ...}

m.m.c. = 24

i) Ache o m.m.c. de 4,3 e 6 :

m 4 ∩ m. 3 ∩ m 6 = {12,24,36 ...}

m.m.c. = 12

j) Ache o m.m.c. de 3,4,5 e 10 :

m. 3 ∩ m. 4 ∩ m 5 ∩ m. 10 = {60 ...}

m.m.c. = {60}

l) Copie uma definição de m.m.c.

Mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor elemento diferente de zero da intersecção dos conjuntos dos múltiplos desses números.

EXERCÍCIO 3

a) Dê os pares de fatores :

8	1 x 8 ;2 x 4
7	1 x 7
12	1 x 12;2 x 6;3 x 4
13	1 x 13
15	1 x 15;3 x 5
17	1 x 17
21	1 x 21;3 x 7
30	1 x 30;3 x 10;5 x 6

b) Grife os números compostos :

<u>12</u> - <u>45</u> - <u>27</u> - <u>35</u> - 41 - <u>49</u> - <u>51</u> - 53

c) Represente o conjunto dos números primos até 50 :

P = $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$

d) Risque os números primos :

~~11~~ - ~~13~~ - 15 - ~~17~~ - ~~19~~ - 21 - ~~23~~ - 25 - 27 - ~~29~~

e) Quais dos seguintes números são primos :

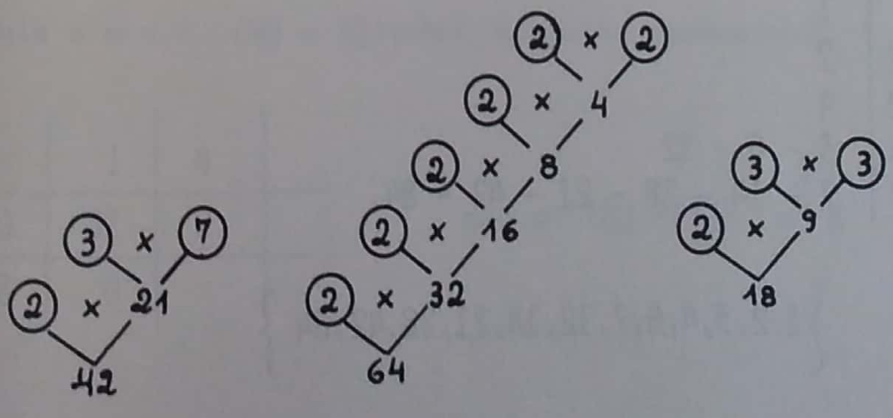
231 não é primo

179 é primo

203 não é primo

329 não é primo

f) Complete as "árvores de fatores":



$18 = 2 \times 3 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$64 = 2^6$

g) Decompor em seus fatores primos :

$$\begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ $\qquad 88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11$ $\qquad 220 = 2 \times 2 \times 5 \times 11$

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ $\qquad 88 = 2^3 \times 11$ $\qquad 220 = 2^2 \times 5 \times 11$

h) Conjunto dos divisores de 42 :

$$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 42 & 2 & 2 \\ 21 & 3 & 3 - 6 \\ 7 & 7 & 7 - 14 - 21 - 42 \\ 1 & & \end{array}$$

d 42 = $\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$

i) Divisores de 84 :

$$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 84 & 2 & 2 \\ 42 & 2 & 4 \\ 21 & 3 & 3 - 6 - 12 \\ 7 & 7 & 7 - 14 - 28 - 21 - 42 - 84 \\ 1 & & \end{array}$$

d.84 = $\{1,2,3,4,6,7,12,14,21,28,42,84\}$

<u>EXERCÍCIO 4</u>

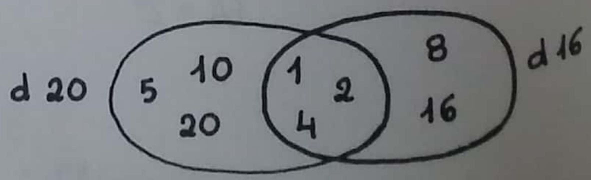
Calcule o m.d.c. de 20 e 16 com o auxílio do diagrama:

d.20 = $\{1,2,4,5,10,20\}$

d.16 = $\{1,2,4,8,16\}$

d 20 $\cap$ d 16 = $\{1,2,4\}$

m.d.c. = 4



EXERCÍCIO 5

- Calcule o m.m.c.

a) m.m.c. = 210

b) - Qual o fator comum ? Resposta: Nenhum.
- Como se chamam esses números ? Resposta : Números primos entre si.

c) Decomponha em fatores primos:-

18	2
9	3
3	3
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

30	2
15	3
5	5
1	

d) Calcule o m.d.c. (18,24 e 30), olhando em c).

m.d.c. = 2 x 3 = 6

e) Calcule o m.m.c. (18,24 e 30) = $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

f) Calcule o m.d.c. (40 e 32) pelas divisões sucessivas.

	1	4	
40	32	8	
8	0		

m.d.c. (40 e 32) = 8

g) Calcule o m.d.c. de 36,60 e 45, pelo método das divisões sucessivas:

	1	3	
60	45	15	
15	00		

	2	2	2
36	15	6	3
6	3	0	

m.d.c. = 3

h) Calcule o m.d.c. de 810 e 504 , usando a decomposição em fatores primos :

810	2
405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

m.d.c. (810 e 504) $= 2 \times 3^2 = 18$

i) Calcule o m.d.c. de 384, 336 e 48, pelo método das divisões sucessivas :

	1	7	
384	336	48	
048	00		

	1	
48	48	
0		

m.d.c. = 48

j) Determine o m.m.c. de 42,60,70,pela fatoração de cada numeral:

42	2
21	3
7	7
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

70	2
35	5
7	7
1	

$42 = 2 \times 3 \times 7$
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
$70 = 2 \times 5 \times 7$

m.m.c. (42,60 e 70) $= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

l) Decomponha em fatores primos 244 e 104 :

244	2
122	2
61	61
1	

104	2
52	2
26	2
13	13
1	

$244 = 2^2 \times 61$

$104 = 2^3 \times 13$

m) Encontre o m.d.c. e m.m.c. :

m.d.c. = 4 m.m.c. = 6.344

n) Marque com x os quadrinhos dos pares de números "primos entre si" :

☒ (14,17) ☐ (21,27) ☒ (36,35)

☐ (18,15) ☐ (36,42) ☒ (27,49)

EXERCÍCIO 6

a) Conjunto dos múltiplos de 5 :

m.5 = { 5,10,15,20,25,30,35,40,45 ... 5n ... } , n ∈ N

b) Conjunto dos múltiplos de 9 :

m.9 = { 9,18,27,36,45 ... 9n ... }

c) Conjunto m 5 ∩ m 9 :

m 5 ∩ m 9 = { 45 }

d) Menor múltiplo comum de m 5 ∩ m 9 :

m.m.c. de 5 e 9 = 45

e) Conjunto dos múltiplos de 3 :

m.3 = { 3,6,9,~~12~~,15,18,21,~~24~~,27,30,33,~~36~~,39 ... 3n ... }

f) Conjunto dos múltiplos de 4 :

$$m\,4 = \{4, 8, \cancel{12}, 16, 20, \cancel{24}, 28, 32, \cancel{36} \ldots\ 4n \ldots\}$$

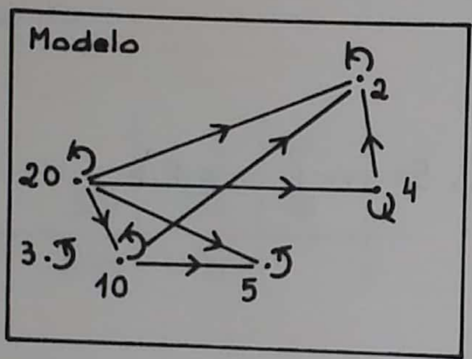
g) Intersecção - m 3 $\cap$ m 4 :

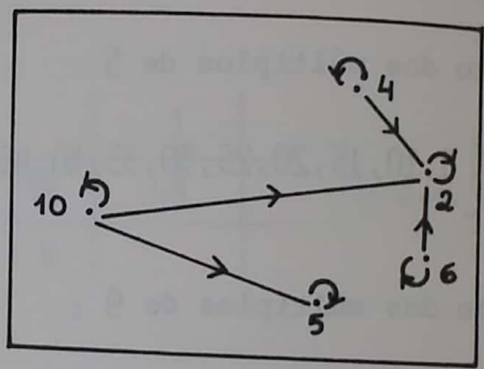
$$m\,3 \cap m\,4 = \{12, 24, 36 \ldots\}$$

h) Menor múltiplo de m 3 $\cap$ m 4 :

m.m.c. de 3 e 4 = 12

i) Relação "múltiplo de" :





j) Menor múltiplo comum de 3 e 6 :

m.m.c. de 3 e 6 é 6.

EXERCÍCIO 7

a) Numerais divisíveis por 3 :

$\cancel{42}$ - 65 - $\cancel{72}$ - 86 - $\cancel{93}$

b) Formação de numeral divisível por 5 :

340 ou 345; 480 ou 485; 670 ou 675; 1030 ou 1035

c) Numerais divisíveis por 10 :

96 - $\cancel{100}$ - 307 - $\cancel{2000}$

d) Numerais divisíveis por 2 :

~~12~~ - 201 - 443 - ~~2800~~

e) Numerais divisíveis por 100 :

102 - 3001 - ~~4200~~ - ~~1000~~

EXERCÍCIO 8 pág. 43

a) Complete os pares de fatores :

$\boxed{5} \longrightarrow 1 \times 5$

$\boxed{6} \longrightarrow 1 \times 6;\ 2 \times 3$

$\boxed{7} \longrightarrow 1 \times 7$

$\boxed{8} \longrightarrow 1 \times 8;\ 2 \times 4$

$\boxed{9} \longrightarrow 1 \times 9;\ 3 \times 3$

$\boxed{10} \longrightarrow 1 \times 10;\ 2 \times 5$

$\boxed{11} \longrightarrow 1 \times 11$

$\boxed{12} \longrightarrow 1 \times 12;\ 2 \times 6;\ 3 \times 4$

$\boxed{13} \longrightarrow 1 \times 13$

$\boxed{14} \longrightarrow 1 \times 14;\ 2 \times 7$

$\boxed{15} \longrightarrow 1 \times 15;\ 3 \times 5$

b) Respostas :

1) Números com apenas um par de fatores :

2, 3, 5, 7, 11, 13

2) Esses números chamam-se primos.

3) Chamam-se números múltiplos.

EXERCÍCIO 9 pág. 45

a) Reconhecer se 437 é primo :

437 ⟶ Não é divisível por 2,3,5.

$$\begin{array}{r|l} 437 & 7 \\ \hline 17 & 62 \\ 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 437 & 11 \\ \hline 107 & 39 \\ 08 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 437 & 13 \\ \hline 047 & 33 \\ 08 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 437 & 17 \\ \hline 097 & 25 \\ 12 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 437 & 19 \\ \hline 057 & 23 \\ 00 & \end{array}$$

437 ⟶ é divisível por 19 e 23. Não é primo.

b) Reconhecer se 331 é primo :

331 ⟶ Não é divisível por 2,3 e 5.

$$\begin{array}{r|l} 331 & 7 \\ \hline 51 & 47 \\ 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 331 & 11 \\ \hline 01 & 30 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 331 & 13 \\ \hline 071 & 25 \\ 06 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 331 & 17 \\ \hline 161 & 19 \\ 08 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 331 & 19 \\ \hline 141 & 17 \\ 08 & \end{array}$$

331 ⟶ É primo.

EXERCÍCIOS 10 e 11 - pág. 46 e 47

$$\begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 36 & 2 & 2 \\ 18 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 3 - 6 - 12 \\ 3 & 3 & 9 - 18 - 36 \\ 1 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|l} & & 1 \\ 48 & 2 & 2 \\ 24 & 2 & 4 \\ 12 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 16 \\ 3 & 3 & 3 - 6 - 12 - 24 - 48 \\ 1 & & \end{array}$$

$36 = 2.2.3.3 = 2^2.3^2$

$48 = 2.2.2.2.3. = 2^4.3$

d $36 = \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$ d $48 = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$

$$
\begin{array}{r|c|l}
 & & 1 \\
75 & 3 & 3 \\
25 & 5 & 5 - 15 \\
5 & 5 & 25 - 75 \\
1 & &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|c|l}
 & & 1 \\
88 & 2 & 2 \\
44 & 2 & 4 \\
22 & 2 & 8 \\
11 & 11 & 11 - 22 - 44 - 88 \\
1 & &
\end{array}
$$

$75 = 3.5.5 = 3.5^2$

$d.75 \left\{ 1,3,5,15,25,75 \right\}$

$88 = 2.2.2.11 = 2^3 \,.\, 11$

$d\ 88 = \left\{ 1,2,4,8,11,22,44,88 \right\}$

EXERCÍCIO 12 - pág. 49

a) m.d.c. de 140 e 405 :

$d\ 140 = \left\{ \cancel{1},2,4,\cancel{5},7,10,14,20,28,35,70,140 \right\}$

$d.405 = \left\{ \cancel{1},3,\cancel{5},9,15,27,45,81,135,405 \right\}$

Divisores comuns = $\left\{ 1,5 \right\}$

m.d.c. = 5

b) m.d.c. de 352 e 140 :

$d.352 = \left\{ \cancel{1},\cancel{2},\cancel{4},8,11,16,22,32,44,88,176,352 \right\}$

$d.140 = \left\{ \cancel{1},\cancel{2},\cancel{4},5,7,10,14,20,28,35,70,140 \right\}$

Divisores comuns = $\left\{ 1,2,4 \right\}$

m.d.c. = 4

XII - GLOSSÁRIO

ALGORÍTMO — Processo formal de cálculo; "conta"; cálculo. Algoritmo de Euclides chama-se também ao cálculo do m.d.c. pelo método das divisões sucessivas

CRITÉRIO	Norma; regra; raciocínio. Critério de divisibilidade: regra de divisibilidade.
CRIVO	Peneira; placa furada em muitos pontos. ● Crivo de Eratóstenes : tabela de números primos em que os <u>não</u> primos são assinalados segundo processo matemático de distinção.
DISPOR	Colocar metodicamente; arrumar; arranjar; ordenar; acomodar.
DOMÍNIO	Dominação; posse; assenhoreamento; conquista.
ENUNCIADO	Proposição; exposição; adj. expresso; declarado.
EUCLIDES	Biogr. Grande geômetra grego do séc. III a.C. Em Alexandria fundou uma escola de matemática. De suas obras, chegaram até nós: Elementos de geometria, a principal, que serviu de base a todos os estudos ulteriores dessa ciência; Dados, espécie de apêndice da anterior; Ótica; Divisões dos polígonos. Perderam-se: Seções cônicas; Lugares à superfície; Porismos, etc.
ERATÓSTENES	Filósofo e geômetra grego, nascido em Cirene (267-196 a. C.). Ensinou em Alexandria onde foi diretor da Biblioteca. Inventou aparelhos de astronomia, criou regras e resolveu problemas de matemática. Seus trabalhos mais importantes foram a determinação da obliqüidade da eclíptica e a medição do meridiano terrestre. Escreveu: Cronografia; Geográficas, etc.
MONOGRAFIA	Dissertação acerca de um ponto particular de uma ciência ou arte, etc.
PRECEDENTE	Que precede; antecedente; que antecede; que está antes de.

PROCEDIMENTO	Ato ou efeito de proceder; maneira de fazer ou proceder.
PROPICIAR	Tornar propício, favorável; proporcionar; favorecer.
PROPOSTA	Aquilo que se propôs ou se apresentou; o que se indicou ou apontou.
SIMULTÂNEO	Que se dá ou realiza ao mesmo tempo que outra coisa; coincidente; sincrônico; concomitante.
VERSAR	Examinar; estudar; tratar; constar; consistir.

GABARITO DO PÓS - TESTE - Nível de Suporte

MUNICÍPIO : ________________________ data da correção ___________

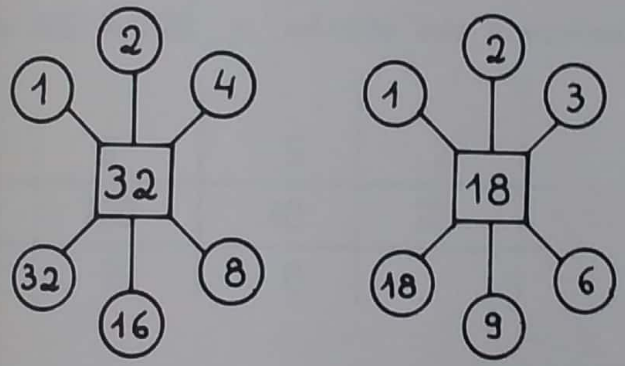
CURSISTA : ____

NÚMERO DO MÓDULO : 27

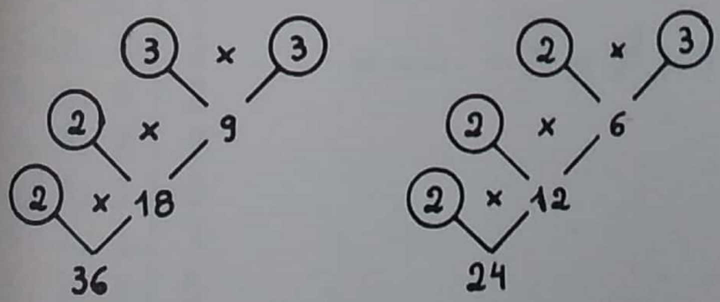
1. Um número é divisível por 5 quando o seu numeral termina em 0 (zero) ou 5.

Exemplo :- 25,30 e 35 são três números entre 23 e 39, divisíveis por 5.

2. Divisores de 32 e 18 :



3. Completamento da "árvore de fatores" :



4. Decomposição em fatores primos :

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

330	2
165	3
55	5
11	11
1	

5. Divisores de 420 :

		1
420	2	2
210	2	4
105	3	3 - 6 - 12
35	5	5 - 10 - 20 - 15 - 30 - 60
7	7	7 - 14 - 28 - 21 - 42 - 84 - 35 - 70 - 140 - 105 - 210 - 240
1		

.420 = $\{1,2,3,4,5,6,7,10,12,14,15,20,21,28,30,35,42,70,84,105,140, 210, 420\}$

. m.d.c. de 480 e 220 - método das divisões sucessivas :

	2	5	2
480	220	40	20
040	20	0	

m.d.c.= 20

. m.m.c. de 45,30,24 e 16 - método da decomposição simultânea :

45,30,24,16	2
45,15,12, 8	2
45,15, 6, 4	2
45,15, 3, 2	2
45,15, 3, 1	3
15, 5, 1, 1	3
5, 5, 1, 1	5
1, 1, 1, 1	

m.m.c. = $2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$

. m.d.c. e m.m.c. de 42 e 60 :

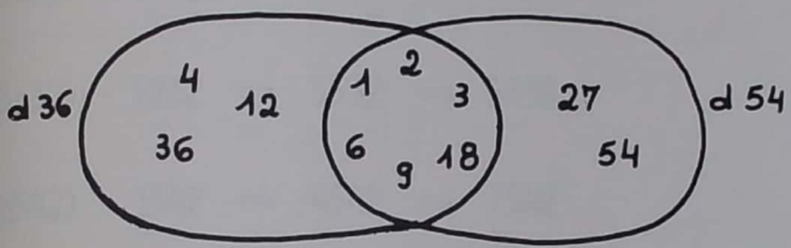
m.d.c. (42 e 60) = $2 \times 3 = 6$
m.d.c. = 6
m.m.c. (42 e 60) = $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$
m.m.c. = 420

9. m.d.c. de 36 e 54 :

m.d.c. = d 36 ∩ d 54 = $\{1,2,3,6,9,18\}$

m.d.c. = 18

10 - Divisores de 36 e 54 no diagrama :



Scanned with CamScanner

GABARITO DO PÓS-TESTE

MUNICÍPIO: ____________________________ data da correção: __________

CURSISTA: ____

NÚMERO DO MÓDULO: 27

1. Formação de numeral divisível por 3 :

(347a) - 3471 ou 3474 ou 3477

(5a32) - 5232 ou 5532 ou 5832

(a542) - 1542 ou 4542 ou 7542

2. Números primos entre 40 e 60 :

41 , 43 , 47 , 53 , 59.

3. Divisores de 84 :

		1
84	2	2
42	2	4
21	3	3 - 6 - 12
7	7	7 - 14 - 28 - 21 - 42 - 84
1		

d. 84 = $\{1,2,3,4,6,7,12,14,21,28,42,84\}$

4. Verifique se 347 é primo:

347 não é divisível por 2 , nem por 3 e nem por 5.

347	7	347	11	347	13	347	17	347	19
67	49	17	31	87	26	07	20	157	18
4		6		09				05	

Scanned with CamScanner

347 é primo , pois o quociente, nas operações acima, tornou-se menor que o divisor e não deu divisão exata.

5. Observe a fatoração e efetue o m.d.c. e o m.m.c. :

m.m.c. $(28, 70, 98) = 2^3 \times 5 \times 7^2 = \underline{980}$

m.d.c. $(28, 70, 98) = 2 \times 7 = \underline{14}$

6. Divisores de 12 e 18 e o m.d.c. entre eles :

d 12 = $\{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4, \cancel{6}, 12\}$

d 18 = $\{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{6}, 9, 18\}$

d 12 $\cap$ d 18 = $\{1, 2, 3, 6\}$

7. Múltiplos de 6,9,15 e o m.m.c. entre eles :

m 6 = $\{6, 12, 18, 24, \cancel{30}, 36, 42, 48, 54, \cancel{60} \ldots\}$

m 10 = $\{10, 20, \cancel{30}, 40, 50, \cancel{60} \ldots\}$

m 15 = $\{15, \cancel{30}, 45, \cancel{60}, 75 \ldots\}$

m 6 $\cap$ m 10 $\cap$ m 15 = $\{30, 60 \ldots\}$

m.m.c. = 30

8. Maximação de 840 e 360 :

	2	3
840	360	120
120	000	

m.d.c. = 120

9. Divisores de 240 :

		1
240	2	2
120	2	4
60	2	8
30	2	16
15	3	3 - 6 - 12 - 24 - 48
5	5	5 - 10 - 20 - 40 - 80 - 15 - 30 - 60 - 120 - 240
1		

d. 240 = $\{1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,16,20,24,30,40,48,60,80.120.240\}$

10. Minimação de 25,45 e 60 :

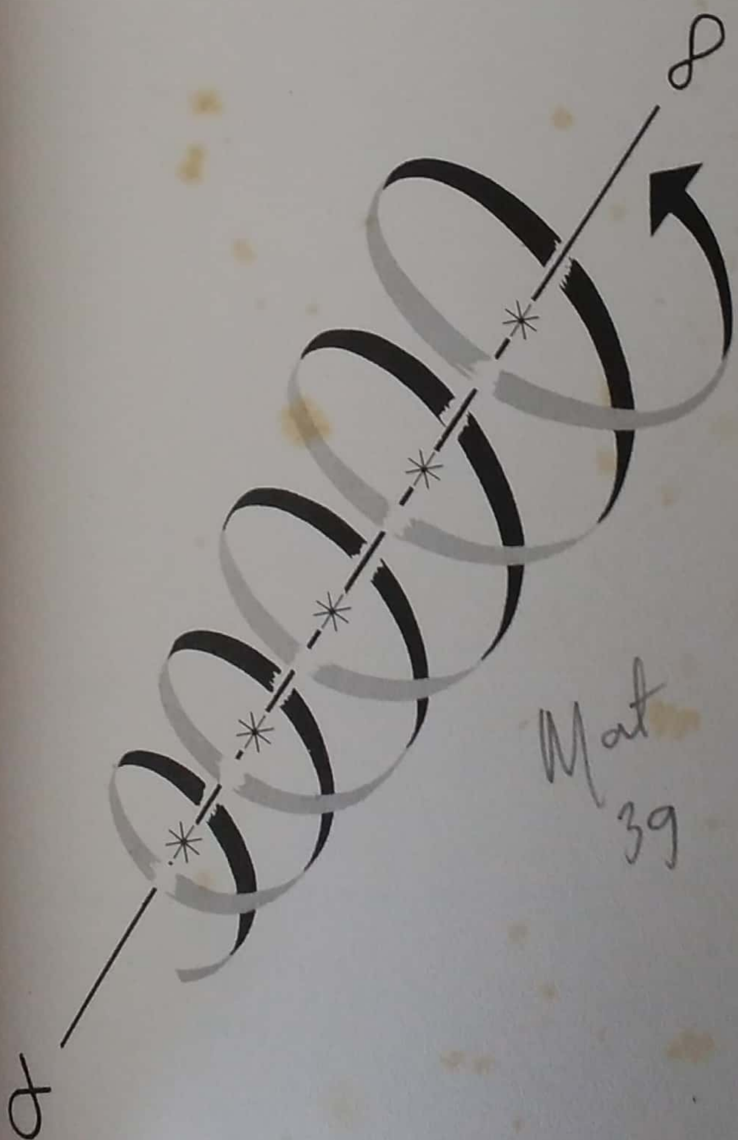
25 - 45 - 60	2
25 - 45 - 30	2
25 - 45 - 15	3
25 - 15 - 5	3
25 - 5 - 5	5
5 - 1 - 1	5
1 - 1 - 1	

m.m.c. = $2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT



Mat
39

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto *"HAPRONT"*

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto *"HAPRONT"* (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

NOÇÕES DE GEOMETRIA I

MÓDULO Nº 39

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: - NOÇÕES DE GEOMETRIA I

I - ASSUNTO:- NOÇÕES FUNDAMENTAIS DE GEOMETRIA E TRIÂNGULOS

II - MATÉRIA:- CIÊNCIAS

DISCIPLINA: - MATEMÁTICA

III - PRÉ - REQUISITOS:- CONHECIMENTO DE LINGUAGEM SIMBÓLICA: MÓDULOS 9.0 e 10

IV - OBJETIVOS:

1 - OBJETIVO GERAL:- Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2 - OBJETIVO TERMINAL:- Revisar os conhecimentos de geometria necessários ao estudo da medida de grandezas de comprimento, área, volume e ângulos.

3 - OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS:-

a) Identificar os elementos fundamentais da geometria, suas propriedades e simbolização.
b) Identificar os tipos de curvas planas.
c) Identificar as regiões do plano determinadas por curvas fechadas.
d) Classificar ângulos quanto à sua medida e posição.
e) Construir ângulos correspondentes à determinada medida.
f) Classificar triângulos quanto à medida dos lados e quanto aos ângulos.
g) Traçar as alturas, as bissetrizes e as medianas de um triângulo.
h) Resolver problemas sobre os itens estudados.

V - PRÉ - TESTE

Leia com muita atenção as perguntas aqui feitas. Em seg da dê, calmamente, as respostas solicitadas, com disposição de le a bom termo este teste inicial. Boa sorte a você!

1. COMPLETE:

a) O ponto não tem comprimento e nem____________________

b) A linha tem____________________ mas não tem________________

2. ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE O QUE ESTÁ REPRESENTADO EM LIN GEM SIMBÓLICA:

$\overrightarrow{AB}$:____________________ P :____________________

$\overline{BD}$:____________________ s :- ____________________

$\overleftrightarrow{CD}$:____________________ $s \in \alpha$:____________________

$P \in r$:____________________ $A \wedge B \in r$:____________________

3. OBSERVE AS POSIÇÕES DAS RETAS CONCORRENTES SEGUINTES E DÊ A DENO NAÇÃO DAS MESMAS:

4. COMPLETE:

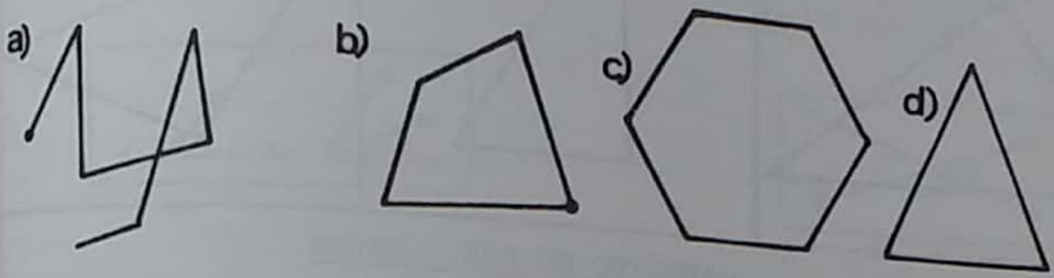
a) Se dois pontos, A e B, pertencem à mesma reta, são chamados ____

b) Se dois pontos, A e B, pertencem ao mesmo plano, são cha dos____

c) Quando M e N estão no início e no fim de um segmento de re são chamados____________________________________

d) Uma curva que apresenta pontos de intersecção e não termina no ponto em que se iniciou é chamada________________________________

5. DÊ AS DENOMINAÇÕES DAS LINHAS POLIGONAIS a e b, ASSIM, COMO DOS POLÍGONOS c e d:



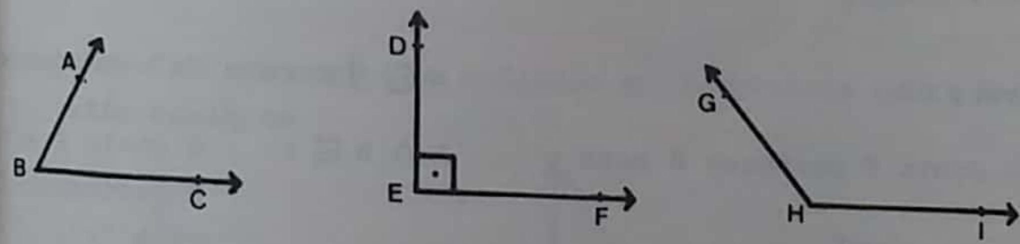
6. DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE ÂNGULOS:

a) Dê a definição de ângulo.

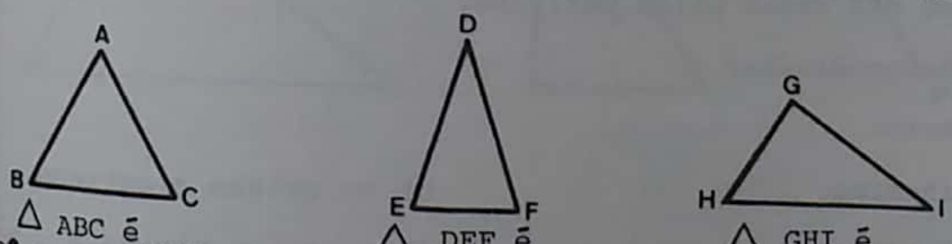
____

b) Represente dois ângulos adjacentes e dois opostos pelo vértice.

7. EXPRESSE EM GRAUS A MEDIDA DOS ÂNGULOS ABAIXO:



8. CLASSIFIQUE OS TRIÂNGULOS ABAIXO, QUANTO AO TAMANHO DOS LADOS:

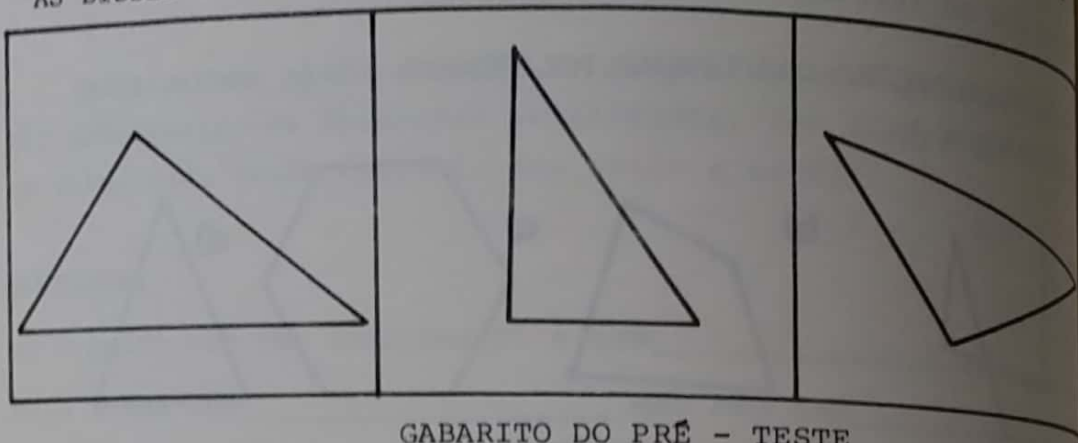


△ ABC é__________ △ DEF é_________ △ GHI é__________

9. DÊ O PERÍMETRO DESTA FIGURA GEOMÉTRICA:

P = ________________________________

10. TRACE A ALTURA DO PRIMEIRO TRIÂNGULO, AS MEDIANAS DO SEGUNDO AS BISSETRIZES DO TERCEIRO:



GABARITO DO PRÉ - TESTE

1. Completamento:

   a) O ponto não tem comprimento e nem largura (ou espessura).

   b) A linha tem comprimento, mas não tem espessura (ou largura).

2. Escreva em linguagem corrente:

   $\overrightarrow{AB}$: semi-reta AB

   $\overline{BD}$: segmento da reta BD

   $\overleftrightarrow{CD}$: reta CD

   $P \in r$: o ponto P pertence à reta r

   P : ponto P

   s : reta s

   $s \in \alpha$: reta "s" pertence ao plano alfa

   $A \wedge B \in r$: o ponto A e B pertence reta "r".

3. Denominação das retas pelas posições:

   Oblíqua. Perpendicular.

4. Completamento:

   a) -- colineares.

   b) -- coplanares.

   c) -- origem e extremo.

   d) -- curva aberta e simples.

5. Denomine as linhas poligonais e os polígonos:

   a) Linha poligonal aberta

   b) Linha poligonal fechada (polígono)

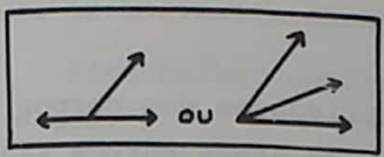
   c) hexágono.

   d) triângulo.

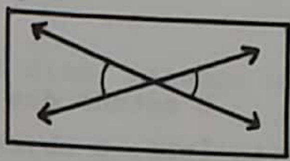
6. Definição e representação de ângulos:

a) Ângulo é a figura geométrica formada por duas semi-retas que têm a mesma origem.

b) Ângulos adjacentes com lados comuns:



Ângulos opostos pelo vértice



7. Medida em graus de ângulos:

m (AB̂C) = 60º   m (DÊF) = 90º   m (GĤI) = 130º

8. Classificação de triângulos:

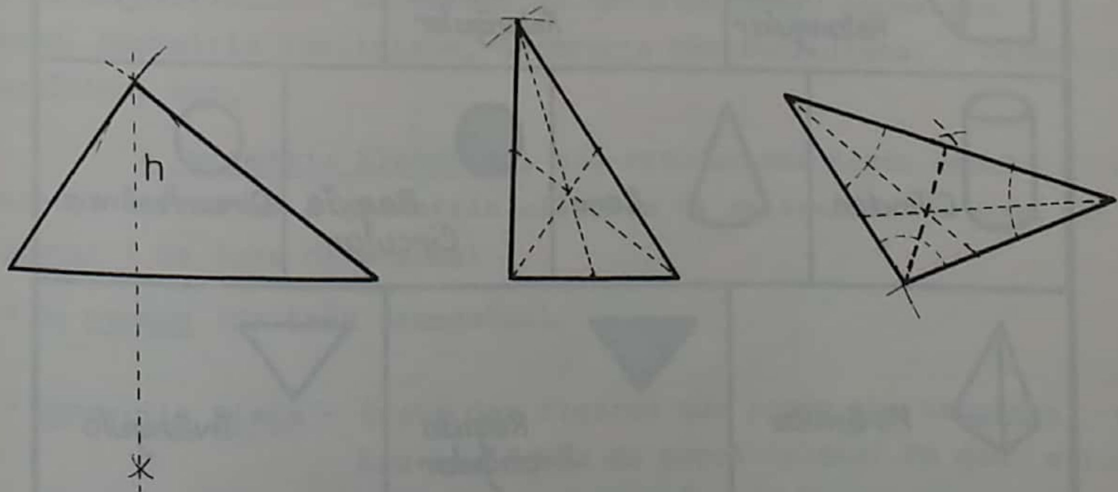
△ ABC é equilátero; △ DEF é isósceles; △ GHI é escaleno.

9. Perímetro:

P = 13 m + 15,5 m + 18,5 m = 47 m

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 15{,}5 \\ \underline{18{,}5} \\ 47{,}0 \end{array}$$

10 Traçados da altura, das medianas e bissetrizes de triângulos:



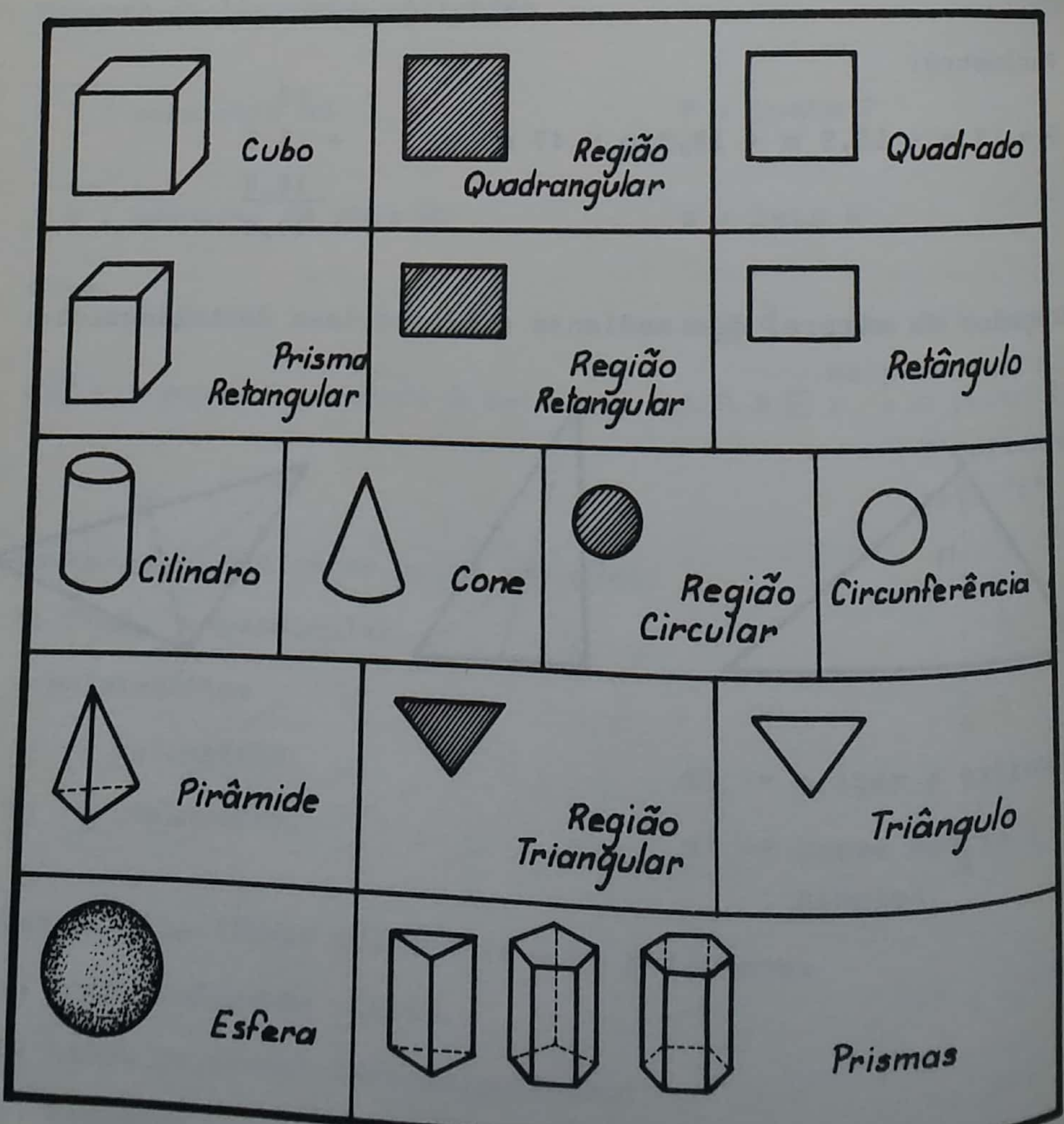
VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

NOÇÕES FUNDAMENTAIS DE GEOMETRIA, ÂNGULOS E TRIÂNGULOS

INTRODUÇÃO

O estudo das formas e das propriedades dos corpos naturais é, em princípio, o objeto da Geometria. Como esses corpos são por demais diversificados, para que tal estudo seja realizável, representamo-los por figuras denominadas <u>figuras geométricas</u>. Imagens esquemáticas dos corpos naturais, essas figuras são passíveis de definição rigorosa, assim como de estudo com precisão.

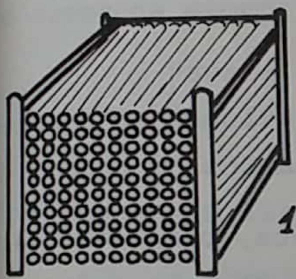
Vejamos algumas dessas figuras:

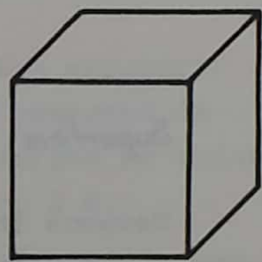


A geometria não é uma ciência <u>experimental</u>, embora o seu objetivo tenha esse caráter. Não é o estudo de certos aspectos da natureza, mas sim uma representação necessariamente arbitrária desta. Por isso, dizemos que a geometria é uma ciência <u>abstrata</u>, se bem que, na verdade, busque suas inspirações no estudo de fenômenos experimentais e confira seus resultados (em princípio, teóricos) por meio de medidas aplicáveis a exemplos concretos.

Para melhor compreensão do que foi dito, citemos o exemplo que segue:

• Para a medição de um metro cúbico ($1m^3$) de lenha usa-se o estéreo.





O trabalhador, para empilhar $1m^3$ de lenha, corta os paus no comprimento de 1m e, entre quatro estacas, ergue a pilha, de modo que esta alcance 1m de altura e 1m de largura. O estéreo, medida de volume equivalente a um metro cúbico, é uma representação, embora grosseira, de um corpo geométrico - o cubo de 1m de aresta.

Há vários ramos da geometria, cada qual versando sobre um assunto em particular: Geometria de "N" Dimensões, Geometria de Riemann, Geometria Euclidiana, Geometria Não-Euclidiana, Geometria Hiperbólica, etc.

<u>A Geometria Elementar</u>, que estudaremos neste módulo e no seguinte, refere-se à geometria clássica da antiguidade e pode ser :

a) <u>plana</u>: (de duas dimensões)

b) e no <u>espaço</u> (de três dimensões).

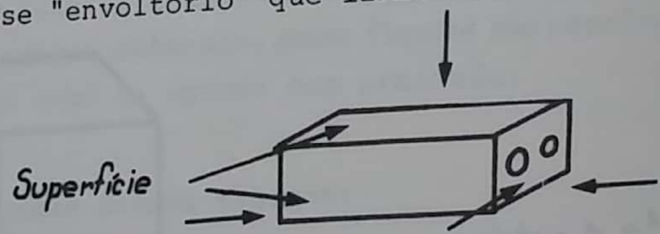
a) - <u>Geometria Plana</u> - trata das figuras que podem ser traçadas sobre uma folha de papel (plana). Em seu estudo incluiremos as noções de Topologia, como linha aberta e fechada, interior e exterior: região, fronteira e polígonos..

b) - <u>Geometria no Espaço</u> - estuda o volume e as propriedades dos sólidos.

Assim como se diz que "um corpo tem certo volume quando n
paço ocupa certo lugar", também se admite que o volume é limitad
uma superfície.

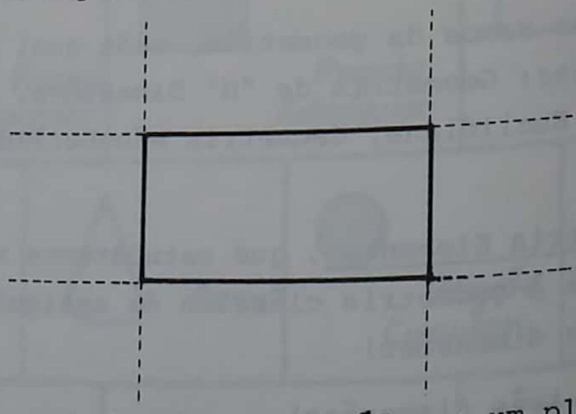
A existência do volume é fisicamente verificável e fi
mente mensurável. Já a superfície é uma criação do espírito, do
mo modo que o plano, a linha, o ponto.

A superfície é um ser ideal, uma coisa análoga, digamo
uma película que envolvesse um volume qualquer. O plano lembra
porção desse "envoltório" que limita os lados do corpo.



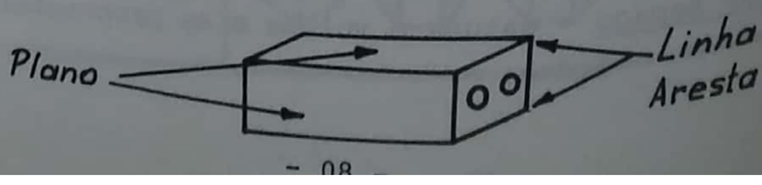
Devemos imaginar um plano, intuitivamente, como sendo
semelhante à superfície de uma mesa, uma parede ou um teto muito
sos, que se prolongam indefinidamente. E admiti-lo como tendo com
mento e largura infinitos, sem ter espessura.

Se considerássemos que a superfície de uma parede se
longasse para cima e para baixo, para a direita e para a esquerda,
definidamente, esta superfície seria um bom exemplo de um plano.



Uma das propriedades atribuídas a um plano é a de que
é denso em todos os lugares. Em outros termos, não há lugar no pl
onde não haja pontos.

Um tijolo, por exemplo, é limitado por lados planos. La
planos representativos de vários planos em diferentes posições. Os
contros ou linhas de intersecção dos lados planos são chamados ares
Assim, as arestas representam uma nova figura geométrica - figura
linha.



Vê-se que a linha é, também, uma criação do espírito; é alguma coisa análoga à figura formada por um fio esticado; um ser geométrico ideal, sem começo e nem fim, formado por infinitos pontos.

Quando uma linha é limitada, seu limite é um ponto. A intersecção de dois fios esticados pode representar um ponto. Também ele pode ser representado pelo menor sinal deixado pela ponta de um lápis.

Ex.: A . B

Uma das propriedades atribuídas a um ponto é a de que ele não tem dimensão. A sua representação deve ser, portanto, um sinal minúsculo. A denotação é uma letra maiúscula do alfabeto latino, como vemos na exemplificação acima: A,B.

Para a Geometria Euclidiana, a primeira geometria apresentada de maneira sistemática, o Universo é um conjunto de todos os pontos do chamado Espaço Geométrico, o qual existe em todas as direções e sem limites. E a denotação desse espaço é ϵ.

A observação das partículas de poeira, que flutuam na réstia de luz de uma porta semi-aberta de um compartimento escuro, serviria de exemplo para lembrar a composição do espaço geométrico. Cada partícula de pó representaria um ponto do espaço que estamos considerando.

Na geometria Euclidiana, o ponto, a reta e o plano são considerados elementos fundamentais e que não se definem.

Por essa razão seus conceitos são chamados conceitos primitivos.

ESTUDO DE PONTOS, RETA E PLANO

RETA

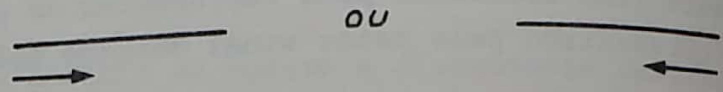
A reta, como você sabe, é um ser ideal análogo à figura de um fio esticado, ou a intersecção de planos nas arestas de sólidos geométricos. Podemos representá-las pelo desenho de uma linha traçada com o auxílio de uma régua.

É comum aparecer o traçado da reta com flechas nas extremidades para indicar que ela se prolonga indefinidamente nos dois sentidos, seguindo sempre a mesma direção.

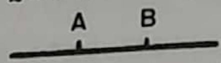
RETA ORIENTADA

Reta orientada é aquela à qual se dá um sentido ou dir

A maneira de representar a reta orientada em um ou sentido, é acrescentar uma flecha traçada paralelamente a ela.

Vejamos: 

A denotação da reta é feita por uma letra minúscula, preferência do final do alfabeto: 

Quando há pontos na reta, dois deles podem também de nã-la. 

Leia : reta AB

Denotação : $\overleftrightarrow{AB}$ Leia : reta AB.

Os pontos que estão na mesma reta chamam-se colineares. Assim, A e B são colineares, pois pertencem a mesma reta.

SEGMENTO DE RETA

Os pontos A e B, colineares, determinam um segmento ta s 

A denotação do segmento de reta AB é: $\overline{A\,B}$.

O segmento da reta A B refere-se aos dois pontos da s e mais todos os pontos da reta s compreendidos entre A e B.

Um segmento de reta tem origem e extremidade. Assim, o mento de reta, do exemplo dado, pode ser representado segundo a origem seja em A ou seja em B. Vejamos:

(Denotação: $\overline{A\,B}$)

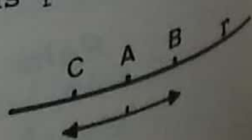
(Denotação: $\overline{B\,A}$)

Os $\overline{A\,B}$ e $\overline{B\,A}$, isto é, os segmentos AB e BA são opostos.

A reta que comporta um ou mais segmentos de reta é ch reta suporte. Assim, a reta s é suporte de $\overline{A\,B}$, quer dizer, do s to A B.

SEMI-RETA

Denominamos semi-reta a cada uma das partes opostas em um ponto divide uma reta.



Seja, digamos, o ponto A, deste exemplo:

A semi-reta A B (denotação: $\overrightarrow{AB}$) e a semi-reta A C (denotação: $\overrightarrow{AC}$) formam a reta r, que assim escrevemos simbolicamente:

$\overrightarrow{AB} \subset r$ (semi-reta AB está contida na reta r);

$\overrightarrow{AC} \subset r$ (semi-reta AC está contida na reta r).

Geralmente uma semi-reta é identificada por sua origem e por um ponto nela contido.

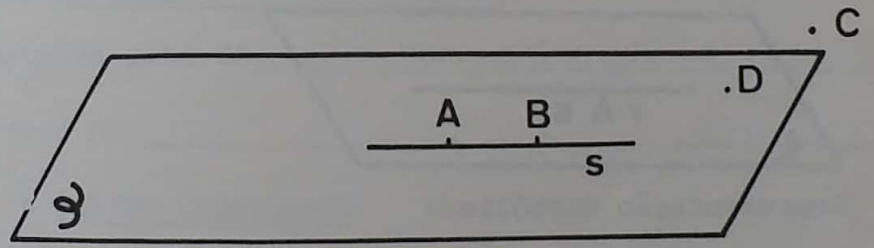
A relação entre uma semi-reta e a reta suporte é uma relação de inclusão (conjunto e conjunto) e não uma relação de pertinência (elemento e conjunto).

PLANO

Se o "espaço geométrico" é formado de pontos, o plano é um subconjunto desse conjunto.

Se considerarmos o plano formado de infinitos pontos, teremos o chamado plano pontual. Considerando-o formado de retas, teremos o chamado plano regrado.

A identificação dos planos é feita por uma letra do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta)...



No exemplo dado, os pontos A,B e D estão no plano (alfa).
O ponto C não faz parte do plano alfa.

Representação simbólica:

$D \in \alpha$; $C \notin \alpha$; $A \wedge B \in s$; $\overleftrightarrow{AB} \subset \alpha$

Leia: O ponto D pertence ao plano (alfa).
O ponto C não pertence ao plano alfa.
Os pontos A e B pertencem à reta s.
A reta AB está contida no plano alfa.
Podemos dizer ainda que a reta s é um subconjunto do plano alfa.

Considerando o "espaço geométrico" formado de infinitos pontos, podemos pensar também em infinitos planos nesse espaço. E mais, que o plano é um subconjunto do "espaço geométrico" e o divide em duas regiões distintas chamadas semi-espaços.

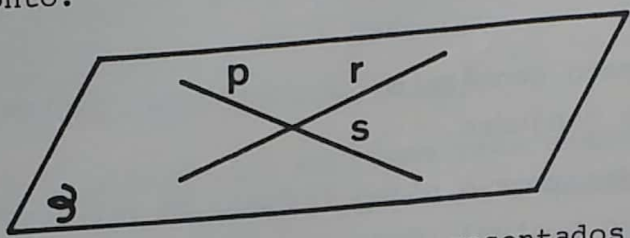
RETAS COPLANARES

As retas que estão num mesmo plano denominam-se retas coplanares.

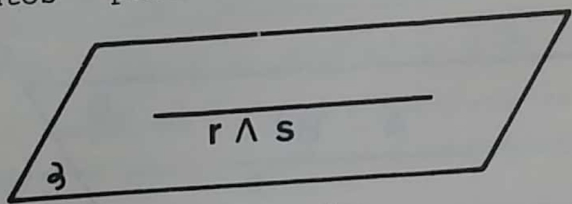
No desenho seguinte r e s são coplanares, pois estão contidas no plano ∂ (alfa).

Quando duas retas são coplanares, o conjunto intersecção entre elas poderá ser:

1º - Um conjunto unitário, se ambas são concorrentes e se cortam num só ponto.



2º - Um conjunto infinito de pontos representados pela própria reta, se ambas as retas são coincidentes, isto é, se todos os pontos que formam uma, formam também a outra, sendo os mesmos elementos - pontos.

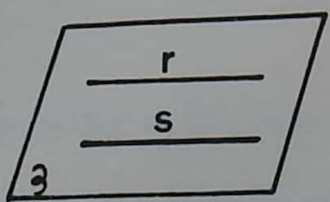


Representação simbólica:

$r \cap s = r = s$

3º - Um conjunto vazio, se entre ambas não houver pontos comuns.

Exemplo:



Neste caso, as retas chamam-se paralelas e sua denotação é a seguinte: r // s; que se lê: reta r paralela à reta s.

POSIÇÃO DE DUAS RETAS CONCORRENTES

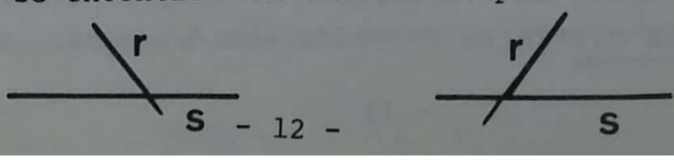
Duas retas concorrentes podem ser:

a) - Perpendiculares, se se encontram não se inclinando para um lado ou outro.

Exemplos:

b) - Oblíquas, se se encontram inclinando-se para um dos lados.

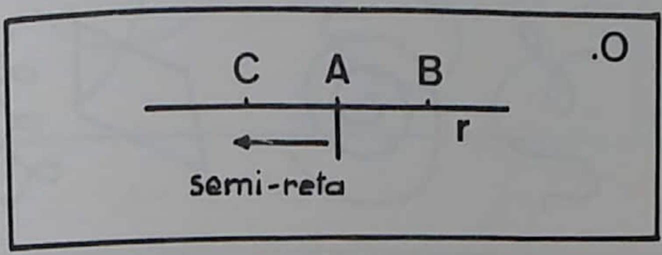
Exemplos:



EXERCÍCIOS DE REVISÃO

EXERCÍCIO 1

Observe este desenho e responda as questões que seguem:



● ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

a) A $\in$ r ____

b) $\overrightarrow{AC}$ ____

c) B $\in$ r ____

d) AC $\subset$ r ____

● REPRESENTE SIMBOLICAMENTE:

e) O segmento de reta CA______________________________________

f) A semi-reta AC ____

● PONTOS COLINEARES:

g) A $\wedge$ C são pontos colineares. Por quê?

h) Se os pontos A e C são colineares, então o ponto O é chamado______

____

● SEGMENTO

i) No segmento AC, que pontos representam a origem e a extremidade?__

____

j) O segmento de reta AC é formado de quantos pontos?______________

____

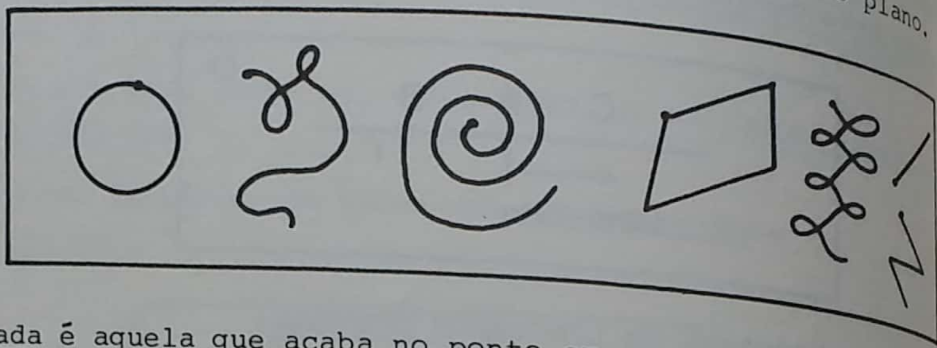
TOPOLOGIA

TOPOLOGIA

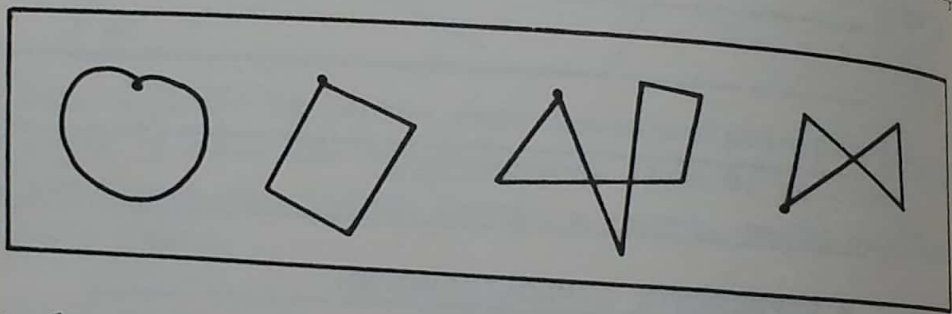
A Topologia é um ramo da Matemática Moderna. Foi conhecida, primeiramente, como um ramo especial da Geometria. O seu estudo inicia-se com o conhecimento da curva.

CURVA

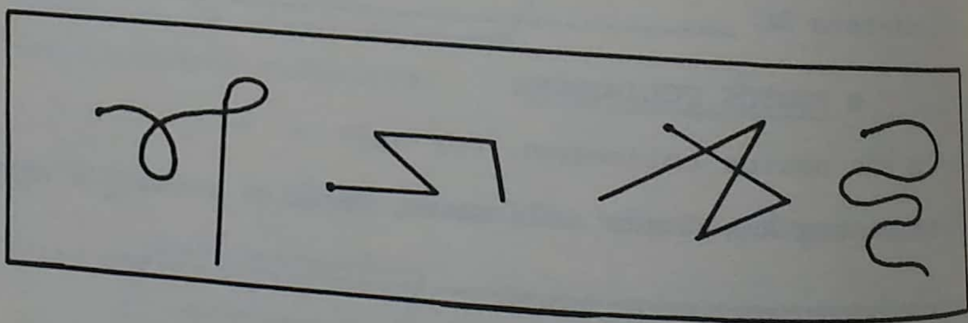
Curva é qualquer traçado contínuo que se faz no plano.



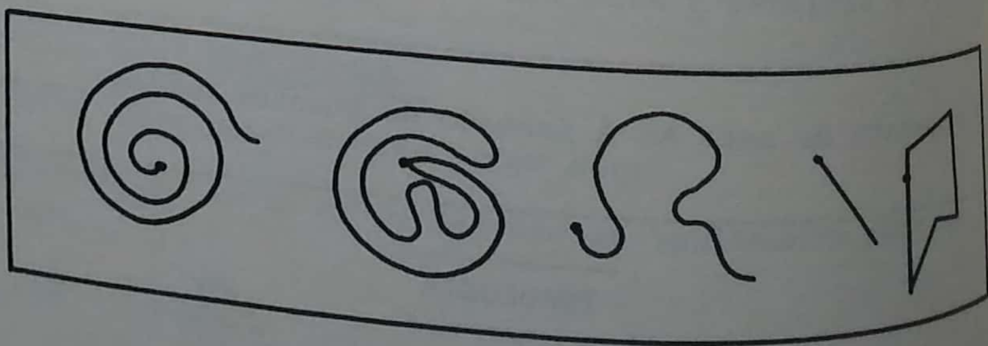
Curva fechada é aquela que acaba no ponto em que teve início o traça-do.



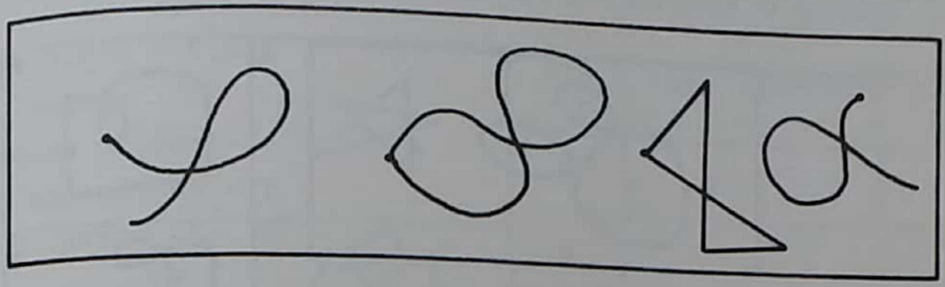
Curva aberta é a que não acaba no ponto em que teve início o traça-do.



Curva simples é aquela cujo traçado não se intercepta.

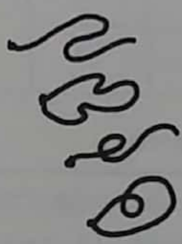


Curva não-simples é aquela cujo traçado se intercepta.



CLASSIFICAÇÃO DAS CURVAS

As curvas classificam-se em:



- Curvas abertas simples.
- Curvas fechadas simples.
- Curvas abertas não-simples.
- Curvas fechadas não-simples.

Curvas abertas simples.

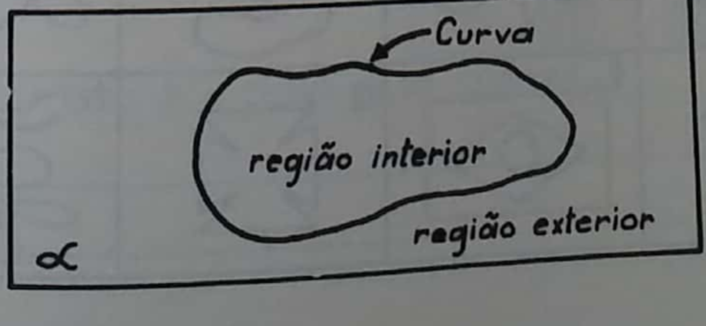
Entre as curvas abertas simples destaca-se a reta como a mais simples de todas. Já estudamos a reta, páginas atrás, no item "Conceitos primitivos de seres geométricos".

Curvas fechadas simples.

Uma curva fechada simples divide o plano em três partes :

- região interior
- região exterior
- região dos próprios pontos da curva.

A curva, o interior da curva e o exterior da curva constituem, cada um, conjuntos de pontos e subconjuntos do plano.

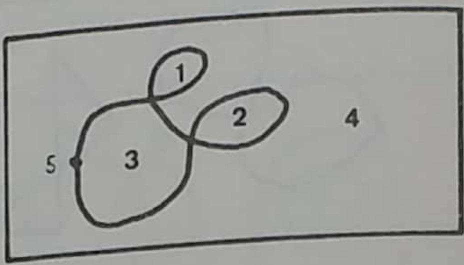


Curvas fechadas não-simples.

Uma curva fechada não-simples divide o plano em mais de

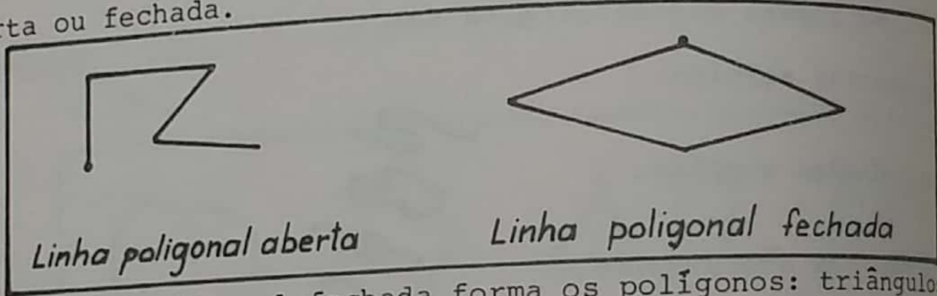
três partes: as regiões interiores, a região exterior e a regi-
dos próprios pontos da curva.

Exemplo:



1,2,3 - regiões in-
riores
4 - região exterior
5 - região dos pon-
da curva.

As curvas podem ser formadas inteiramente por segmentos de reta, os quais constituem a chamada "<u>linha poligonal</u>", linha e-
ta aberta ou fechada.

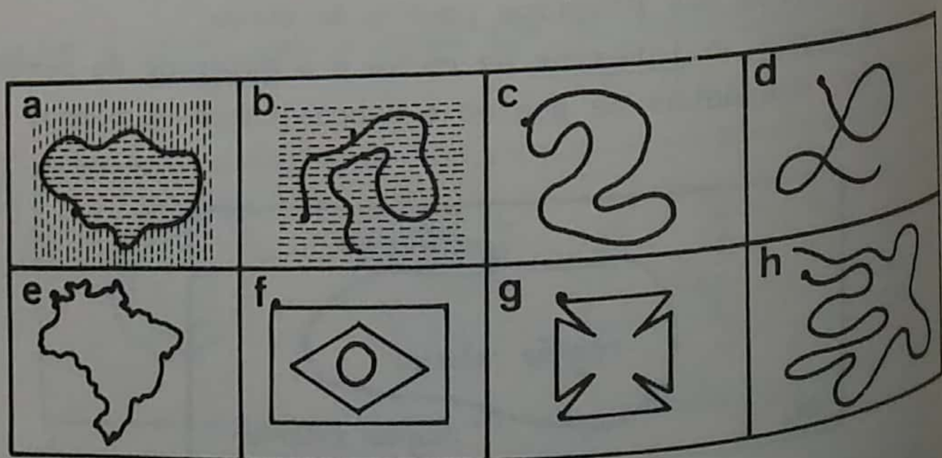


<u>NOTA</u> - A <u>linha poligonal</u> fechada forma os polígonos: triângulos (
lados); quadriláteros (4 lados);
pentágonos (5 lados); hexágonos (6 lados);
heptágonos (7 lados); octógonos (8 lados);
eneágonos (9 lados); decágonos (10 lados);
icoságonos (20 lados).

<u>Exercícios de Revisão</u>

<u>EXERCÍCIO 2</u>

PINTE EM CORES DIFERENTES AS REGIÕES INTERIORES E EXTE-
RIORES DETERMINADAS PELAS CURVAS ABAIXO.



EXERCÍCIO 3

OBSERVE AS CURVAS FECHADAS E COMPLETE O QUADRO

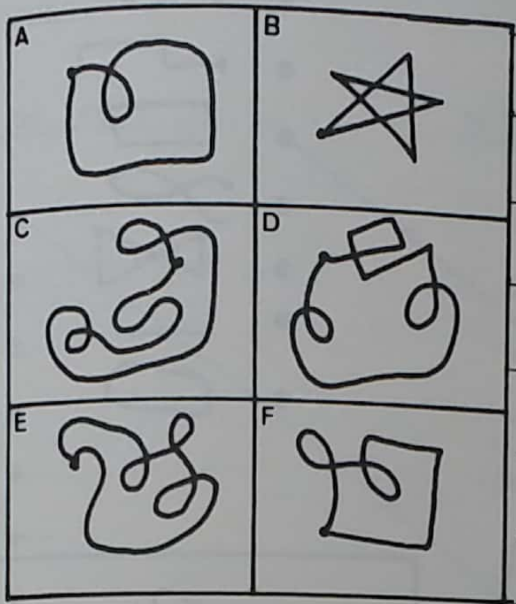
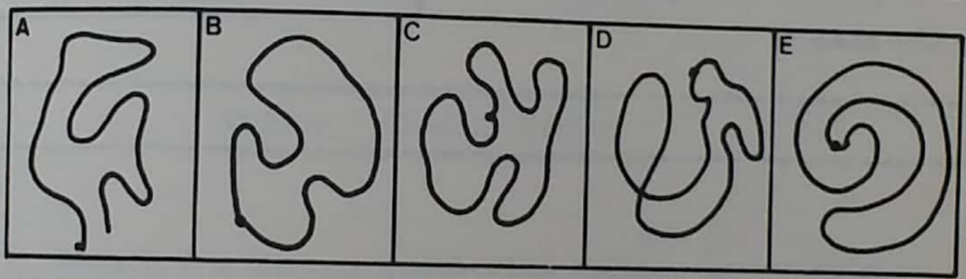


Fig.	Intersecções	Número de Regiões
A	1	4
B		
C		
D		
E		
F		

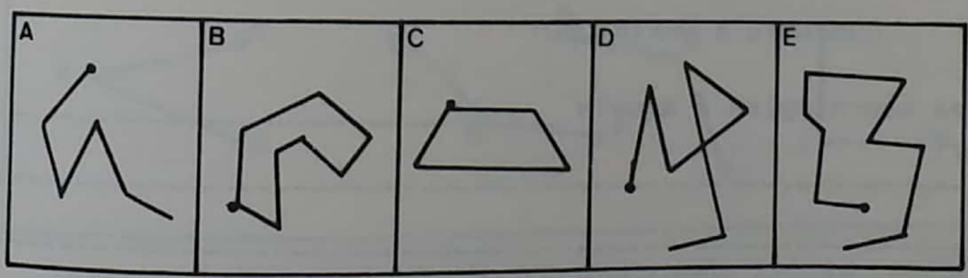
EXERCÍCIO 4

PINTE A REGIÃO INTERIOR DAS CURVAS FECHADAS SIMPLES.



EXERCÍCIO 5

CUBRA COM LÁPIS DE COR AS LINHAS POLIGONAIS ABERTAS SIMPLES.



EXERCÍCIO 6

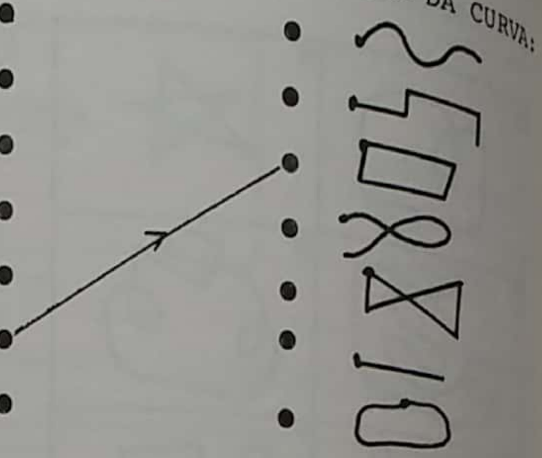
DIGA QUAL É A CURVA MAIS SIMPLES.

Resposta: --

EXERCÍCIO 7

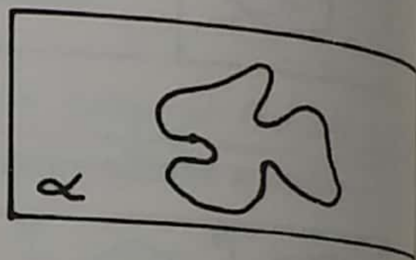
CORRESPONDA A DENOMINAÇÃO À REPRESENTAÇÃO DA CURVA:

- Curva aberta simples.
- Curva aberta não-simples.
- Curva fechada simples.
- Curva fechada não-simples.
- Segmento de reta.
- Linha poligonal fechada.
- Linha poligonal aberta.



EXERCÍCIO 8

-QUANTAS REGIÕES HÁ NO PLANO ALFA, DETERMINADAS PELA CURVA FECHADA SIMPLES?



-QUAIS SÃO ELAS?

____

____

EXERCÍCIO 9

COMPLETE A DEFINIÇÃO:

- Curva não-simples é aquela ________________________

____

____

EXERCÍCIO 10

COMO SE CHAMA A CURVA FORMADA INTEIRAMENTE DE SEGMENTOS DE RETA ?

Resposta: ____

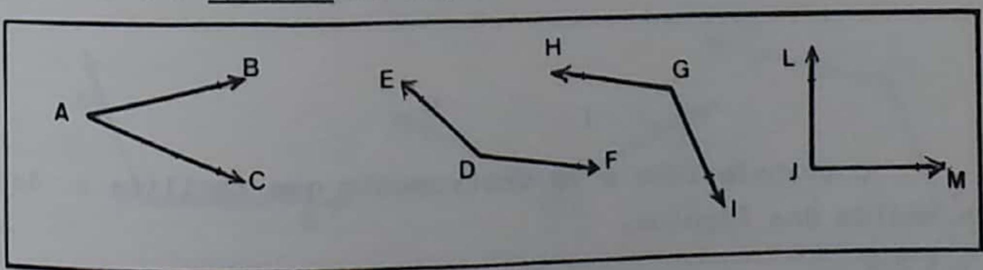
EXERCÍCIO 11

CORRESPONDA O NÚMERO DE LADOS AO NOME DO POLÍGONO, CONFORME O MODELO:

Número de lados	Polígono
3 •	• octógono
4 •	• eneágono
5 •	• quadrilátero
6 •	• heptágono
7 •	• icoságono
8 •	• decágono
9 •	• triângulo
10 •	• pentágono
20 •	• hexágono

ÂNGULO. CLASSIFICAÇÃO

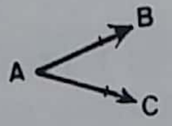
Ângulo é a figura geométrica formada por duas semi - retas que têm a mesma origem. Essas semi-retas são os <u>lados</u> do ângulo, e a origem comum é o <u>vértice</u> do ângulo.



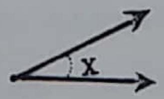
Fazemos a denotação do ângulo colocando letras maiúsculas no ponto de origem comum e em cada uma das extremidades do desenho das semi-retas.

No primeiro exemplo dado, lemos: Ângulo BAC; e simbolizamos: BAC ou BÂC. A letra do ponto de origem deve ser colocada no meio das duas outras letras. <u>A</u> é o <u>vértice</u> do ângulo; $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os <u>lados</u> do ângulo.

Alguns autores indicam o ângulo pelo seu vértice.



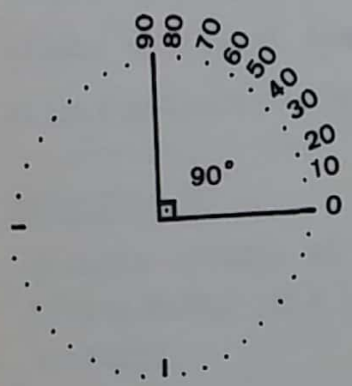
Ângulo A, ou ∢ A, ou ainda $\hat{A}$



Ângulo x, ou ∢ x, ou ainda $\hat{x}$

MEDIDA DE UM ÂNGULO

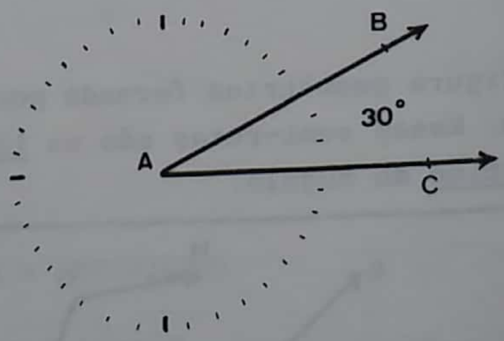
Convencionou-se que um círculo é dividido em 360 par congruentes, cada parte ou arco medindo 1 (grau.



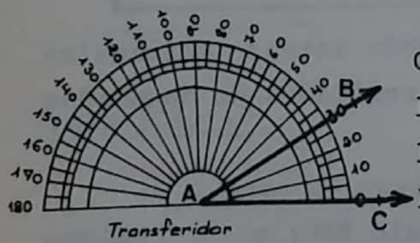
Considere um círculo dividido em 36 partes gruentes, cada parte ou arco medindo 10º.

Para medir um ângulo, coloque o seu vértice no centro círculo e conte os graus que há entre os seus lados.

Observe o desenho abaixo.



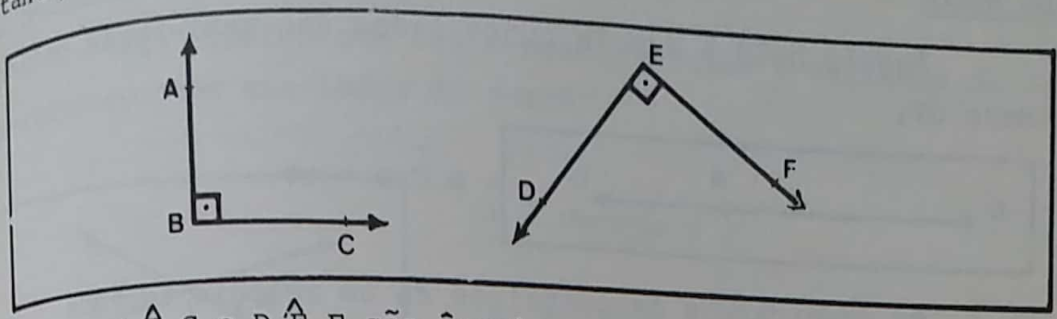
O transferidor é um instrumento que facilita a determ ção da medida dos ângulos.



O transferidor é um semi-círculo dividido 180º. Geralmente é construído de plástico, lico, ou material transparente capaz de litar a medida dos ângulos.

ÂNGULO RETO

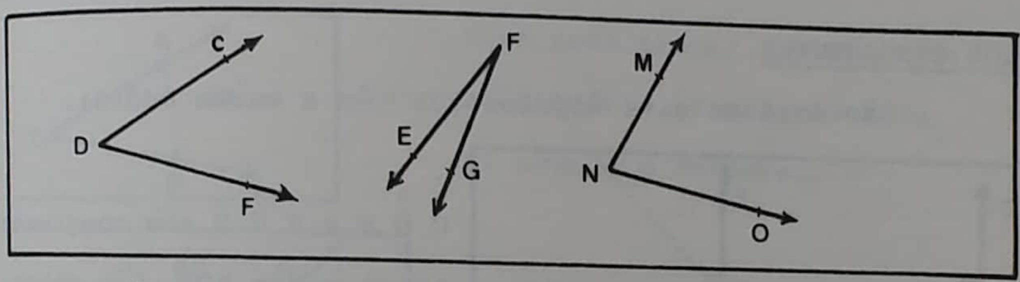
Quando um ângulo tem os seus lados perpendiculares en si, chama-se ângulo reto. Como ele é a quarta parte do círculo me portanto, 90º



$A\hat{B}C$ e $D\hat{E}F$ são ângulos retos. Observe, no exemplo dado, a simbolização do ângulo reto: um quadrado com um ponto no centro, desenhados no vértice do ângulo.

ÂNGULO AGUDO

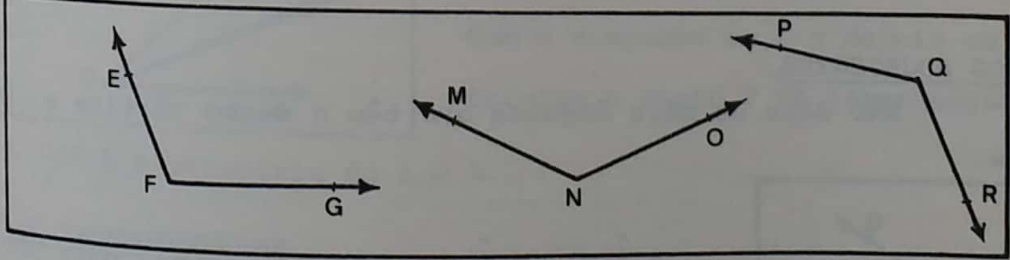
Ângulo agudo é menor (mais fechado) que o reto. Mede menos de 90º.



$C\hat{D}F$, $E\hat{F}G$, $M\hat{N}O$ são ângulos agudos.

ÂNGULO OBTUSO

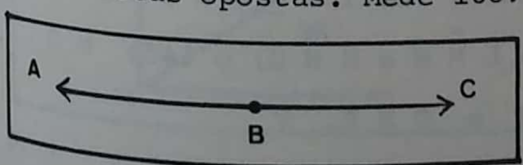
O ângulo obtuso é maior (mais aberto) que o reto. Mede mais de 90º.



$E\hat{F}G$, $M\hat{N}O$, $P\hat{Q}R$ são ângulos obtusos.

ÂNGULO RASO

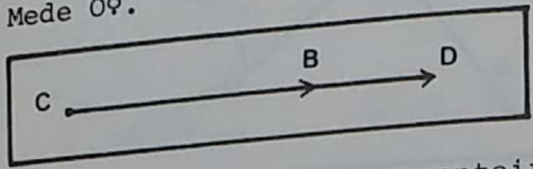
Ângulo raso é aquele cujos lados são abertos de modo a formar semi-retas opostas. Mede 180º.



$A\hat{B}C = 180º$

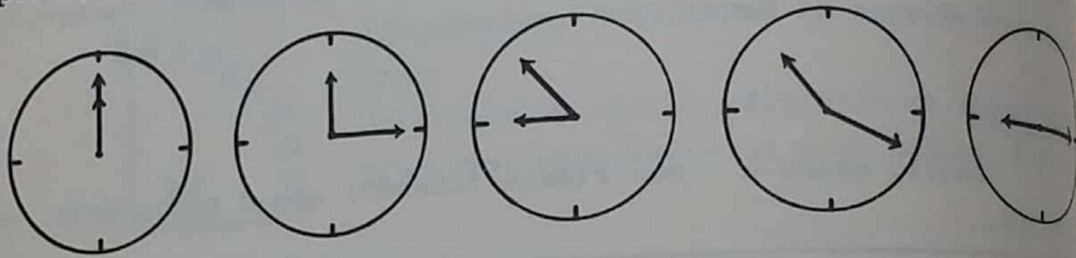
ÂNGULO NULO

Ângulo nulo é aquele cujos lados são semi-retas coinci-tes. Mede 0º.



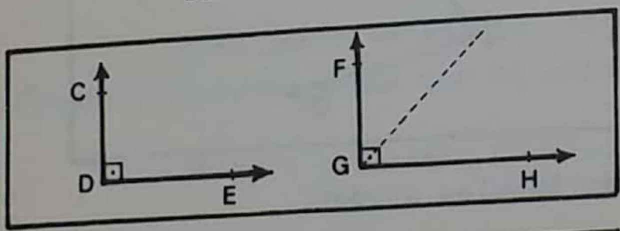
$B\hat{C}D = 0º$

Se observarmos os ponteiros de um relógio, teremos ex-plos para todos esses tipos de ângulos.



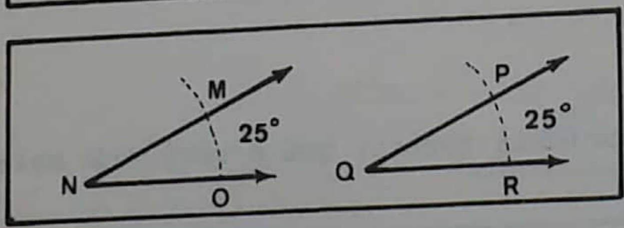
ÂNGULOS CONGRUENTES.

São dois ou mais ângulos que têm a mesma medida.



$C\hat{D}E$ e $F\hat{G}H$ são congruentes.

Ambos medem 90º. São retos.



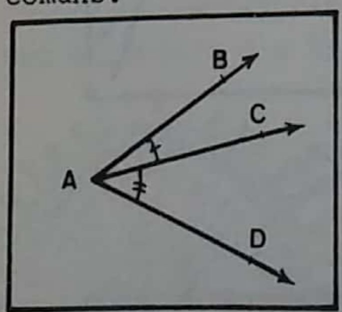
$M\hat{N}O$ e $P\hat{Q}R$ são congruentes.

Ambos medem 25º.

ÂNGULOS ADJACENTES.

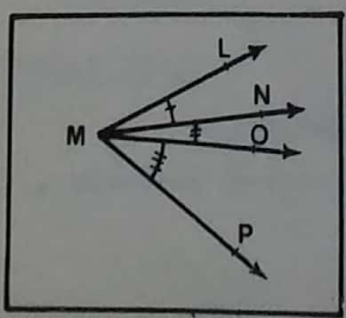
São dois ou mais ângulos que têm o mesmo vértice e lado

comuns.



$B\hat{A}C$ e $C\hat{A}D$ são adjacentes, pois têm mesmo vértice A e o lado $\overline{AC}$ comum.

$L\hat{M}N$, $N\hat{M}O$, $O\hat{M}P$ são adjacentes.



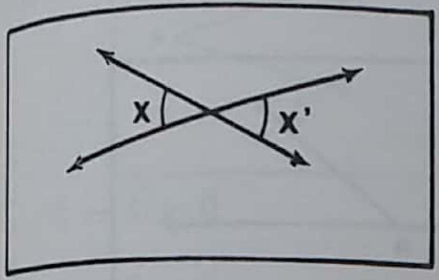
Têm o mesmo vértice M e o lado $\overline{MN}$

comum a $L\hat{M}N$ e $N\hat{M}O$; o lado $\overline{MO}$

a $N\hat{M}O$ e $O\hat{M}P$.

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

São aqueles que têm o mesmo vértice e os lados de um são semi-retas opostas aos lados do outro.



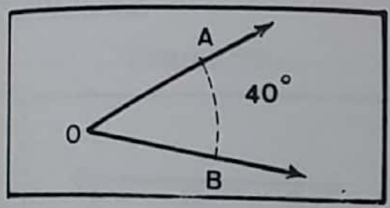
$\hat{x}$ é oposto a $\hat{x}'$

$\hat{x} \cong \hat{x}'$

Leia: $\hat{x}$ é congruente ($\cong$) a $\hat{x}'$

BISSETRIZ DE UM ÂNGULO.

É a semi-reta que tem a mesma origem do ângulo e o divide em duas partes congruentes.

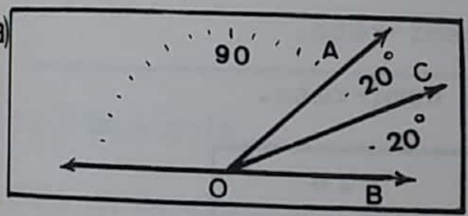


Você pode traçar a bissetriz:

a) usando o transferidor ou

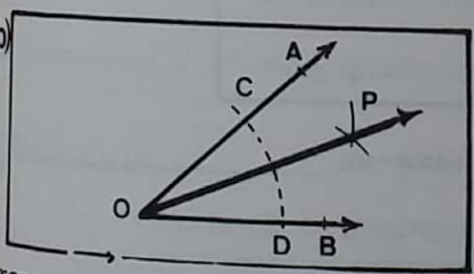
b) usando o compasso.

a)



$\overrightarrow{OC}$ é a bissetriz de $A\hat{O}B$

b)

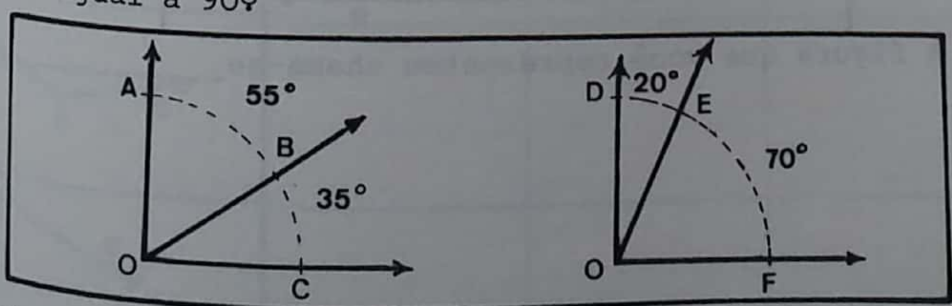


Apanhe o compasso, faça centro em O e trace o arco C D ($\overset{\frown}{CD}$).

Com o compasso em C e depois em D, determine o ponto P na intersecção dos arcos. O P é a bissetriz do $A\hat{O}B$.

ÂNGULOS COMPLEMENTARES.

Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é igual a 90º

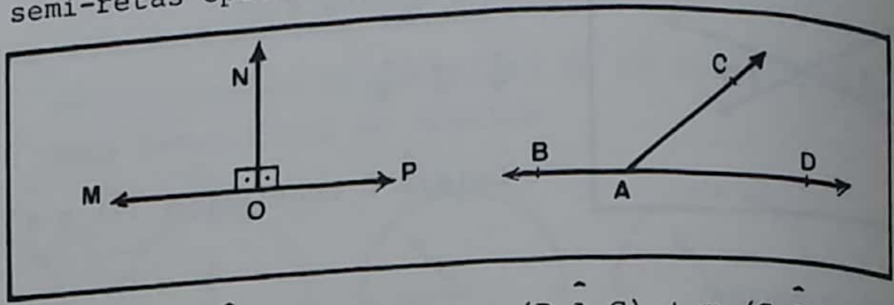


$m(A\hat{O}B) + m(B\hat{O}C) = 90º$ $\qquad$ $m(D\hat{O}E) + m(E\hat{O}F) = 90º$

Leia: Medida do ângulo $A\hat{O}C$ mais medida do ângulo $B\hat{O}C$ é igual a ...

ÂNGULOS SUPLEMENTARES

Chamam-se ângulos suplementares aqueles cujos lados ... nos são semi-retas opostas.



$m\ (M\hat{O}N) + m\ (N\hat{O}P) = 180°$ $\quad m\ (B\hat{A}C) + m\ (C\hat{A}D) = 180°$.

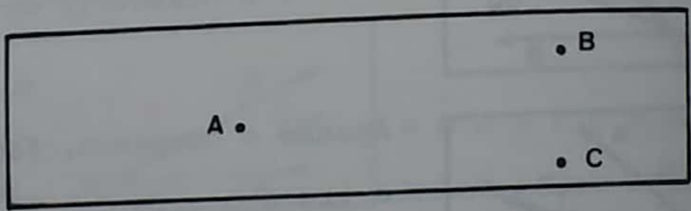
A soma da medida dos ângulos suplementares é igual a ... ângulo raso.

Exercícios de Fixação

EXERCÍCIO 12

Una o PONTO A ao B com uma semi-reta.

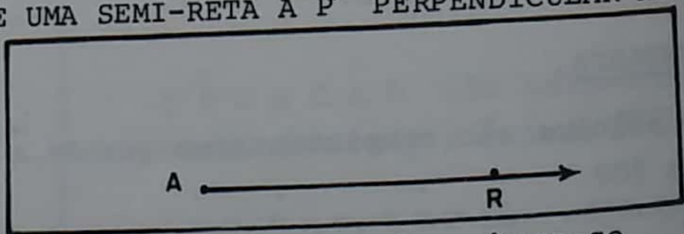
Una o PONTO A ao C com outra semi-reta.



A figura que você desenhou chama-se_________________

EXERCÍCIO 13

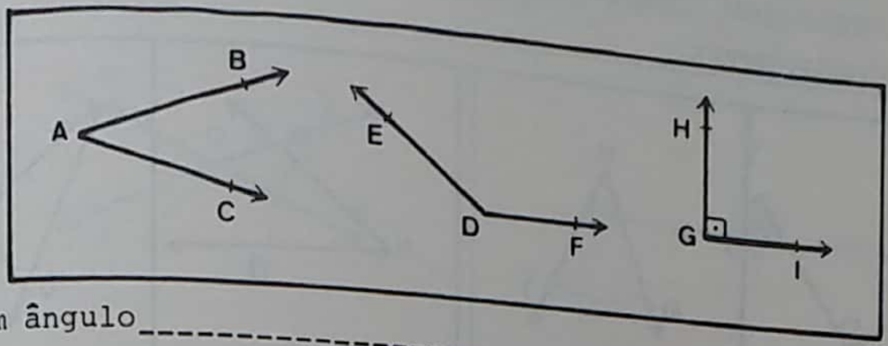
TRACE UMA SEMI-RETA $\overrightarrow{AP}$ PERPENDICULAR AO PONTO A.



A figura que você representou chama-se__________

EXERCÍCIO 14

CLASSIFIQUE ESTES ÂNGULOS:



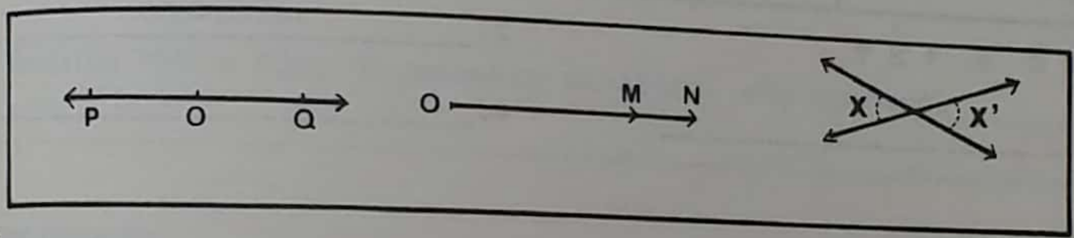
$B\hat{A}C$ é um ângulo ______________________________

$E\hat{D}F$ é um ângulo ______________________________

$H\hat{G}I$ é um ângulo ______________________________

EXERCÍCIO 15

COMPLETE:



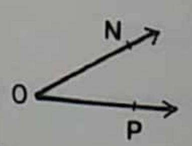
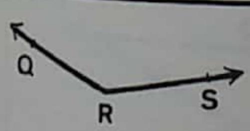
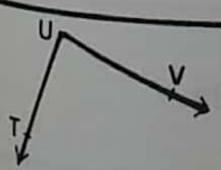
$P\hat{O}Q$ é um ângulo __________________ m $(P\hat{O}Q)$ = __________

$M\hat{O}N$ é um ângulo __________________ m $(M\hat{O}N)$ = __________

Os ângulos x e x' são chamados ______________________________

EXERCÍCIO 16

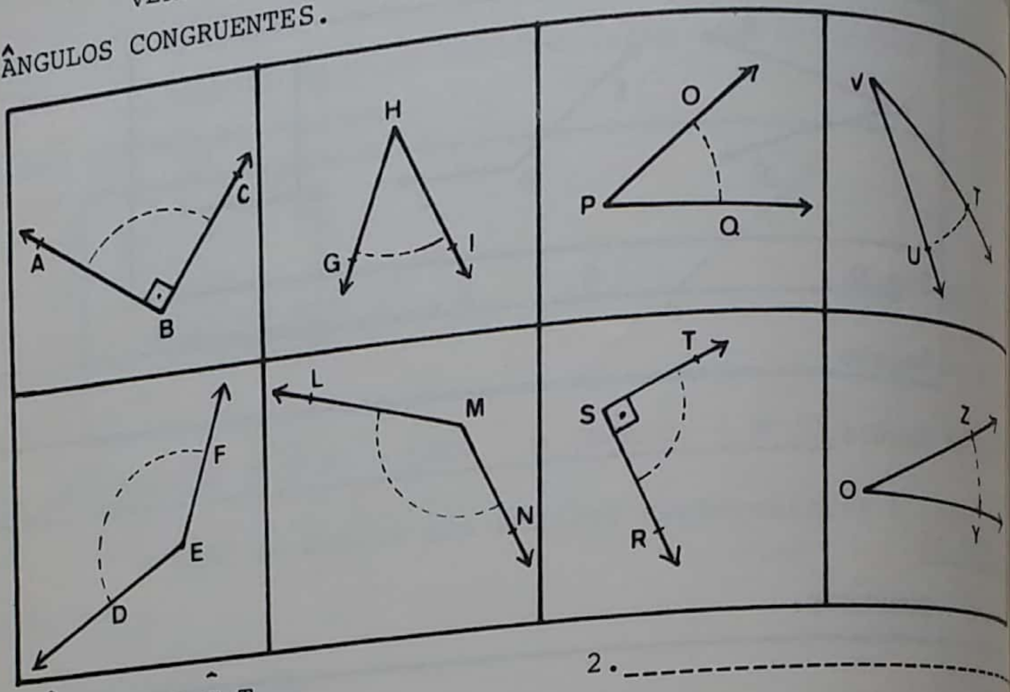
COMPLETE O QUADRO:

ÂNGULOS	VÉRTICES	LADOS	NOME DOS ÂNGULOS
	O	$\overrightarrow{ON}$ e $\overrightarrow{OP}$	$N\hat{O}P$ ou $P\hat{O}N$ Ângulo agudo
			
			

Scanned with CamScanner

EXERCÍCIO 17

VERIFIQUE, USANDO CÓPIA EM PAPEL TRANSPARENTE, QUAIS [...] OS ÂNGULOS CONGRUENTES.



1. $A\hat{B}C = R\hat{S}T$

2. ____________________

3. ____________________

4. ____________________

EXERCÍCIO 18

MEÇA OS ÂNGULOS DO EXERCÍCIO ACIMA, USANDO O TRANSFERI[DOR].

$m(A\hat{B}C) =$ ______________

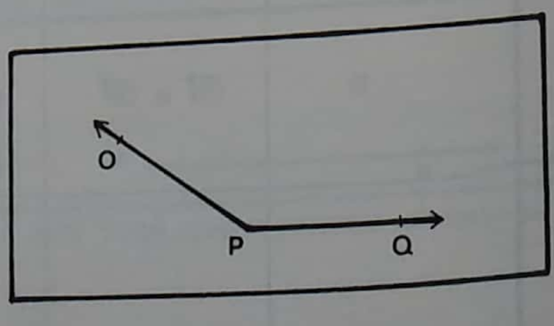
$m(G\hat{H}I) =$ ______________

$m(D\hat{E}F) =$ ______________

$m(T\hat{V}U) =$ ______________

EXERCÍCIO 19

DESENHE, USANDO O TRANSFERIDOR, UM ÂNGULO CONGRUENTE [AO] ÂNGULO OPQ:



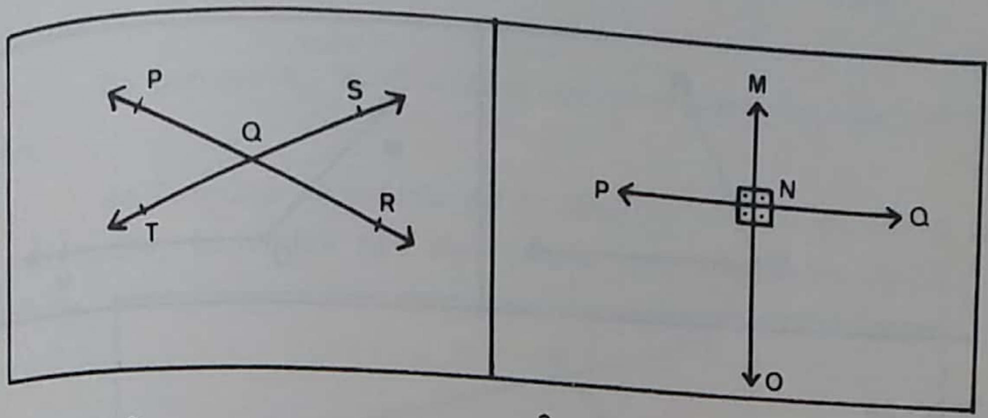
EXERCÍCIO 20

DÊ A MEDIDA DO $O\hat{P}Q$, DO EXERCÍCIO ANTERIOR.

$m(O\hat{P}Q) =$ ______________________________

EXERCÍCIO 21

COMPLETE AS CONGRUÊNCIAS:



Ângulo P Q T ≅ ________________ $\widehat{PNM}$ ≅ _____ ≅ ____ ≅ ____ ≅ ____

Ângulo P Q S ≅ ________________

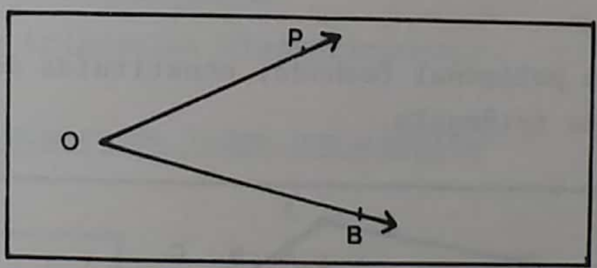
EXERCÍCIO 22

COMPLETE:

Os ângulos PQT e SQR, do exemplo anterior, são chamados____________
____

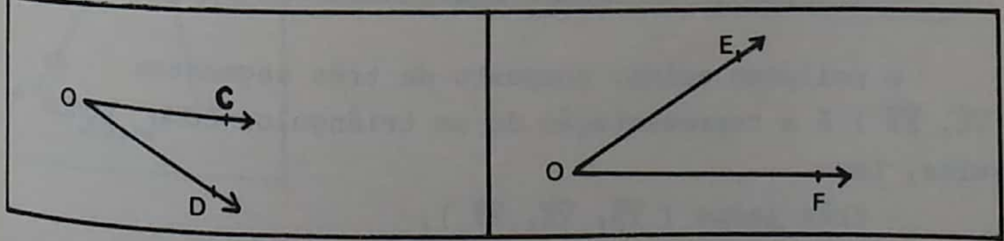
EXERCÍCIO 23

TRACE A BISSETRIZ DO ÂNGULO, USANDO COMPASSO.



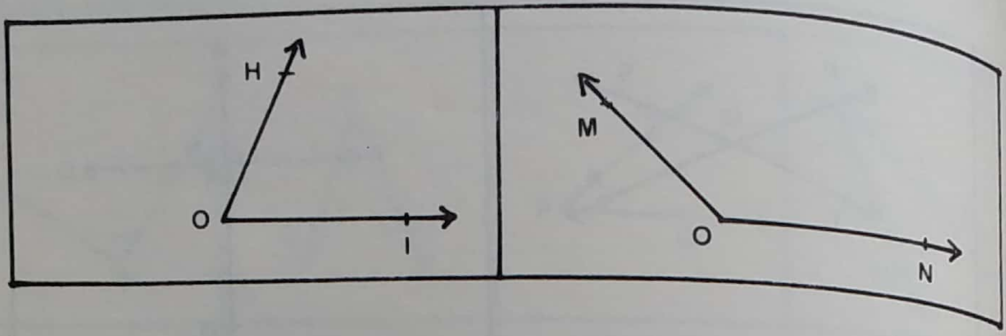
EXERCÍCIO 24

TRACE OS ÂNGULOS COMPLEMENTARES.



EXERCÍCIO 25

TRACE OS ÂNGULOS SUPLEMENTARES.



EXERCÍCIO 26

DÊ AS MEDIDAS DOS ÂNGULOS DESENHADOS NOS EXERCÍCIOS 24 e 25.

m ($C\hat{O}D$) = ___________________; m($M\hat{O}N$) = ________________

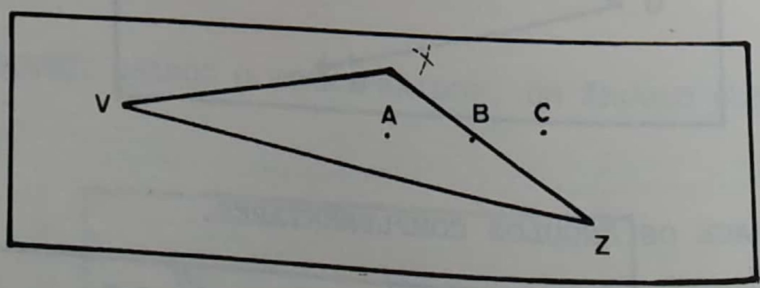
EXERCÍCIO 27

SUGESTÃO: APANHE UM RELÓGIO E GIRE SEUS PONTEIROS DE MODO A FORMAR ÂNGULOS DIVERSOS, POIS OS CONHECIMENTOS RESULTANTES DESSA PRÁTICA SERÃO MEDIDOS NOS TESTES.

TRIÂNGULOS.CLASSIFICAÇÃO

TRIÂNGULO

Uma linha poligonal fechada, constituída de três segmentos de reta, chama-se triângulo.



O polígono acima, composto de três segmentos de reta ($\overline{VZ}$, $\overline{VX}$, $\overline{XZ}$) é a representação de um triângulo; como todos os triângulos, tem:

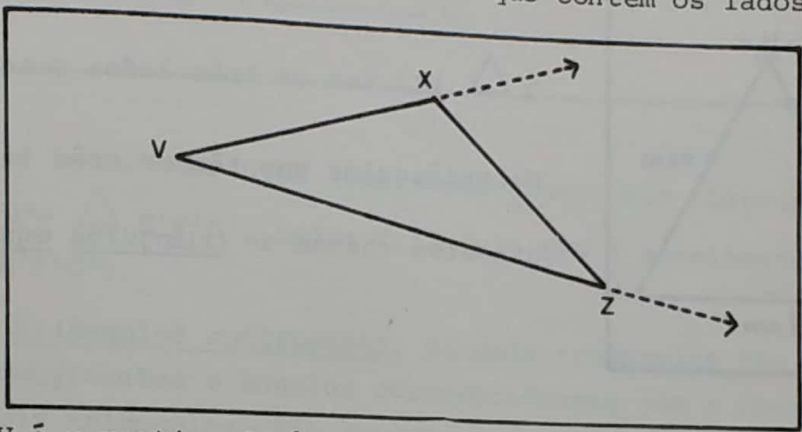
- três lados ($\overline{VZ}$, $\overline{VX}$, $\overline{XZ}$),
- três vértices (V, X, Z) e
- três ângulos ($X\hat{V}Z$, $V\hat{Z}X$, $Z\hat{X}V$).

A linha poligonal fechada divide o plano em três partes:

- região interior
- região dos próprios pontos dos segmentos de reta
- região exterior.

Os pontos A, B, C estão, respectivamente, nas três partes citadas.

Os ângulos internos do triângulo têm os vértices do próprio triângulo; os lados são semi-retas que contêm os lados do triângulo.



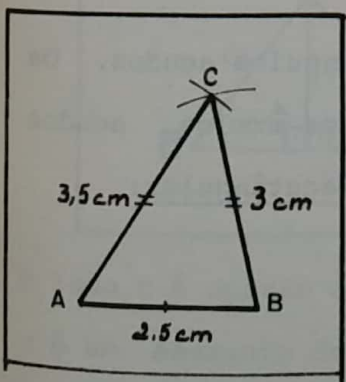
V é o vertice do ângulo XVZ e ao mesmo tempo vértice do ângulo interno o $\triangle$ XVZ

$\overrightarrow{VX} \supset \overline{VX}$; $\overrightarrow{VZ} \supset \overline{VZ}$. E assim os outros dois ângulos.

<u>CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS</u>

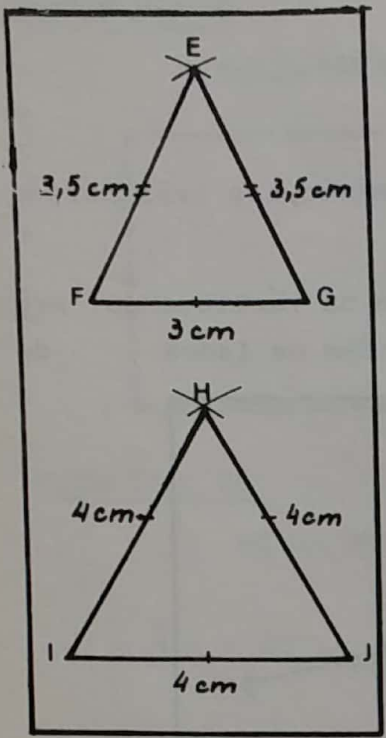
Os triângulos classificam-se:

a) <u>Quanto ao número de lados congruentes</u>:



O $\triangle$ ABC não tem lados congruentes.

Os triângulos que não têm lados congruentes chamam-se triângulos <u>escalenos</u>.



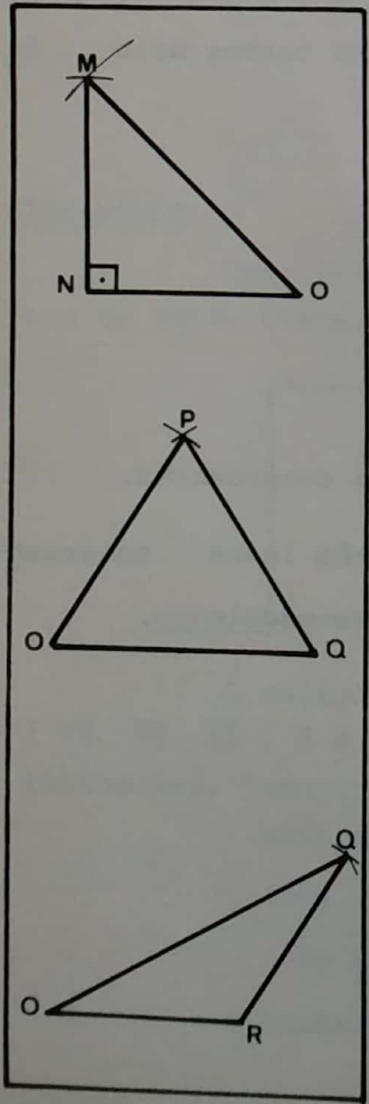
O △ EFG tem dois lados congruentes.

Os triângulos que têm pelo menos dois lados congruentes denominam-se triângulos isósceles.

O △ HIJ tem os três lados congruentes.

Os triângulos que têm os três lados congruentes chamam-se triângulos equiláteros.

b) Quanto aos ângulos:



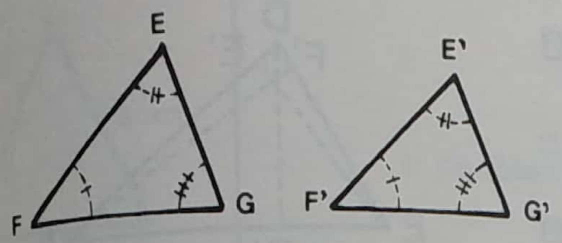
O △ MNO tem um ângulo reto. Os triângulos que têm um ângulo reto chamam-se triângulos retângulos.

O lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa e os outros dois lados são os catetos.

O △ POQ tem todos os ângulos agudos. Os triâgulos que têm todos os ângulos agudos denominam-se triângulos acutângulos:

O △ OQR tem um ângulo obtuso. Os triângulos que têm um ângulo obtuso chamam-se triângulos obtusângulos.

Triângulos semelhantes. Se dois triângulos determinam ângulos com a mesma medida, esses triângulos são chamados semelhantes.



$E\hat{F}G = E'\hat{F}'G'$

$F\hat{E}G = F'\hat{E}'G'$

$E\hat{G}F = E'\hat{G}'F'$

- Lados homólogos (correspondentes) não congruentes.

$\triangle EFG \sim \triangle E'F'G'$. Leia: Triângulo EFG é semelhante ao triângulo E'F'G'.

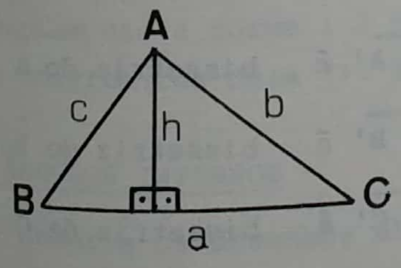
Triângulos congruentes. Se dois triângulos têm lados homólogos congruentes e ângulos correspondentes com a mesma medida, então os dois triângulos são congruentes.

Você pode verificar a congruência simplesmente pela superposição das figuras. Use papel transparente para essa atividade.

ALTURA DO TRIÂNGULO

A linha que parte do vértice, perpendicular ao lado oposto, é chamada altura. Denotação: h.

Observe o desenho:



$\overline{BC}$ é chamado base do $\triangle$ ABC

A, B e C são os vértices do triângulo.

a, b e c são lados opostos aos vértices do triângulo.

O lado c é oposto ao vértice C.

c é um segmento de reta.

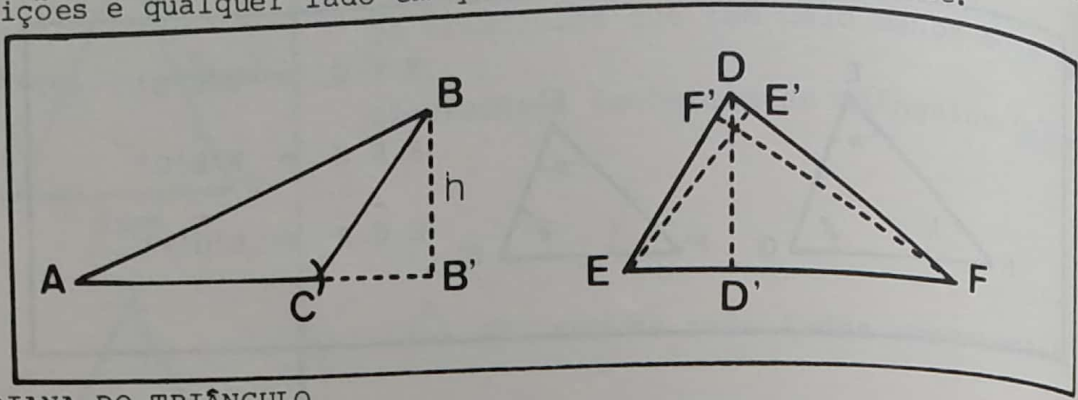
C é o ponto extremo do $\overline{BC}$.

A altura (h) parte de A perpendicularmente à base.

Num triângulo há, portanto, três alturas, cada uma partindo de um vértice e perpendicularmente à base oposta.

Chama-se base o lado de uma figura geométrica sobre o qual se considera convencionalmente assentada.

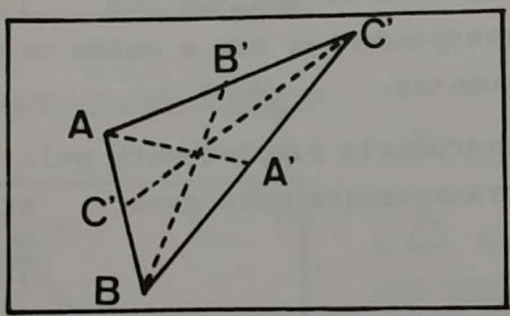
O triângulo, por exemplo, pode ser desenhado em variadas posições e qualquer lado em que ele se assente é a base.



MEDIANA DO TRIÂNGULO

A linha que parte de um vértice ao meio do lado oposto chama-se mediana.

Observe o desenho:



$\overline{AA'}$ é mediana do $\triangle ABC$

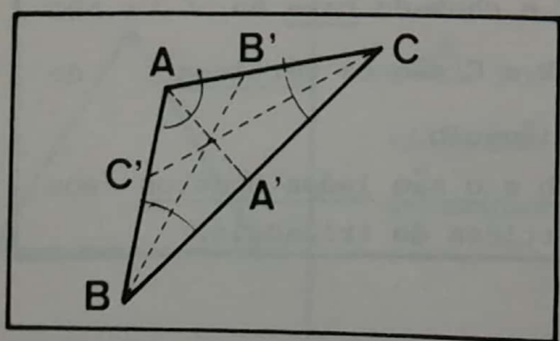
$\overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$ são também medianas.

Num triângulo há, pois, três medianas.

BISSETRIZ DO TRIÂNGULO.

A linha que divide cada ângulo do triângulo em duas partes congruentes chama-se bissetriz.

Observe o desenho:



$\overline{AA'}$ é bissetriz do $\hat{A}$

$\overline{BB'}$ é bissetriz do $\hat{B}$

$\overline{CC'}$ é bissetriz de $\hat{C}$

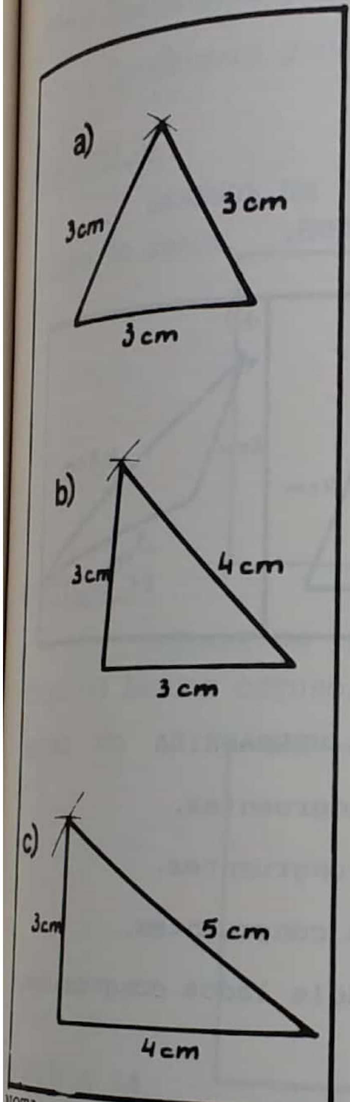
Num triângulo há, portanto, três bissetrizes.

NOTA: A intersecção das três alturas, ou das três medianas, ou das três bissetrizes de um triângulo é um ponto.

PERÍMETRO

Somando a medida dos lados do triângulo obtemos o perímetro desse triângulo.

Calculemos o perímetro dos triângulos :



a) Perímetro : 3 cm + 3 cm + 3 cm = 9cm

ou 3 x 3 cm = 9 cm

O perímetro do triângulo em a é 9cm

b) Perímetro: 3 cm + 3 cm + 4 cm =10cm

ou (2 x 3 cm) + 4cm=10cm

O perímetro do triângulo em b é 10cm

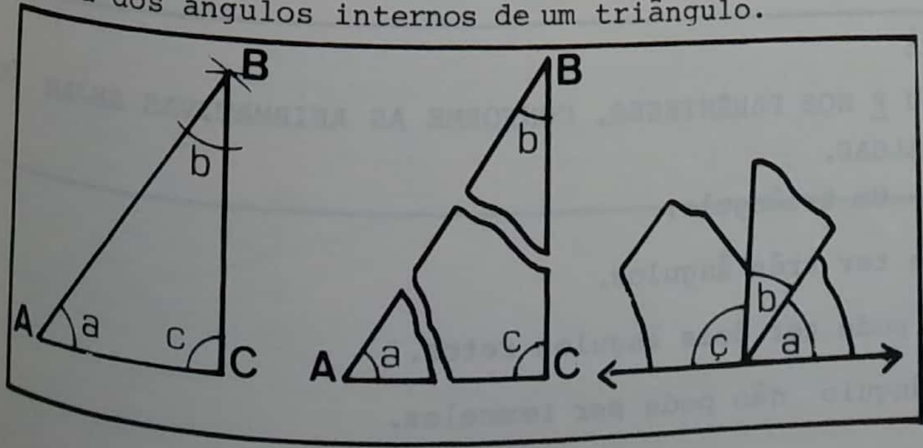
c) Perímetro : 3 cm + 5 cm + 4 cm=12cm

O perímetro do triângulo em c é 12cm

NOTA: Se o triângulo for equilátero, use a forma abreviada: 3 multiplicado (x) pela medida dos lados congruentes. Se ele for isósceles, use a forma : 2 multiplicado (x) pela medida dos lados congruentes mais (+) a medida do lado não congruente.

OMA DOS ÂNGULOS INTERNOS

Observe os desenhos abaixo. Eles sugerem um fato impor te acerca dos ângulos internos de um triângulo.

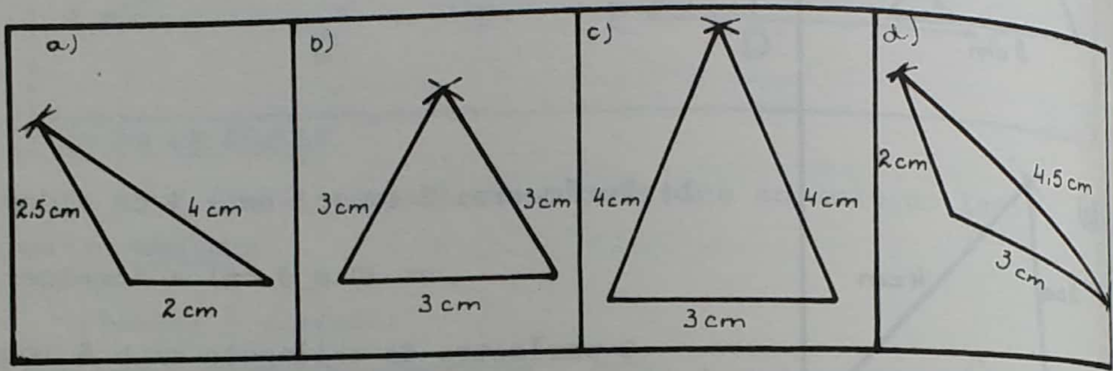


Use um recorte de uma região triangular para mostrar que a soma da medida dos ângulos internos do triângulo é igual a 180º (um ângulo raso).

Exercício de Fixação

EXERCÍCIO 28

PINTE A REGIÃO INTERIOR DOS TRIÂNGULOS ESCALENOS.



EXERCÍCIO 29

MARQUE COM V OU F, CONFORME A AFIRMATIVA SEJA VERDADEIRA OU FALSA.

a - ( ) o triângulo escaleno não tem lados congruentes.

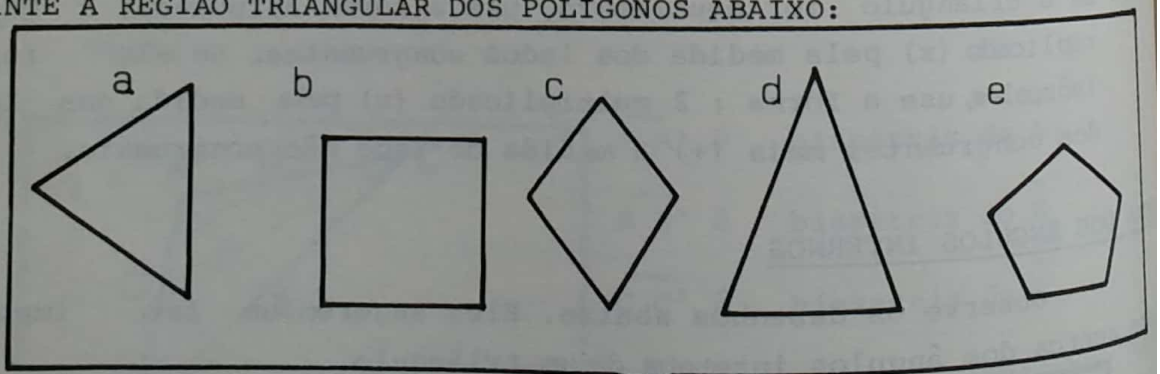
b - ( ) o triângulo isósceles tem três lados congruentes.

c - ( ) o triângulo equilátero tem dois lados congruentes.

d - ( ) o triângulo isósceles tem pelo menos dois lados congruentes.

EXERCÍCIO 30

PINTE A REGIÃO TRIANGULAR DOS POLÍGONOS ABAIXO:



EXERCÍCIO 31

COLOQUE V OU F NOS PARÊNTESES, CONFORME AS AFIRMATIVAS SEJAM VERDADEIRAS OU FALSAS.

- Um triângulo:

a - ( ) pode ter três ângulos.

b - ( ) não pode ter dois ângulos retos.

c - ( ) retângulo não pode ser isosceles.

d - ( ) obtusângulo pode ser equilátero.

e - ( ) acutângulo pode ser isósceles.

f - ( ) acutângulo pode ser equilátero.

EXERCÍCIO 32

DESENHE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO COM UM DOS ÂNGULOS AGUDOS MEDINDO 30 GRAUS.

EXERCÍCIO 33

DESENHE UM TRIÂNGULO OBTUSÂNGULO ISÓSCELES COM 120º NA MEDIDA DO ÂNGULO OBTUSO.

EXERCÍCIO 34

DESENHE TRÊS TRIÂNGULOS DIFERENTES QUANTO AOS ÂNGULOS, E DENOMINE-OS.

EXERCÍCIO 35

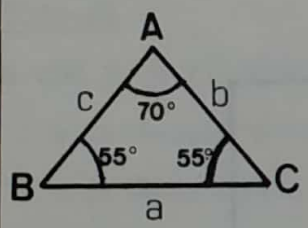
DESENHE TRÊS TRIÂNGULOS DIFERENTES QUANTO À CONGRUÊNCIA DOS LADOS E DENOMINE-OS.

EXERCÍCIO 36

DESENHE:

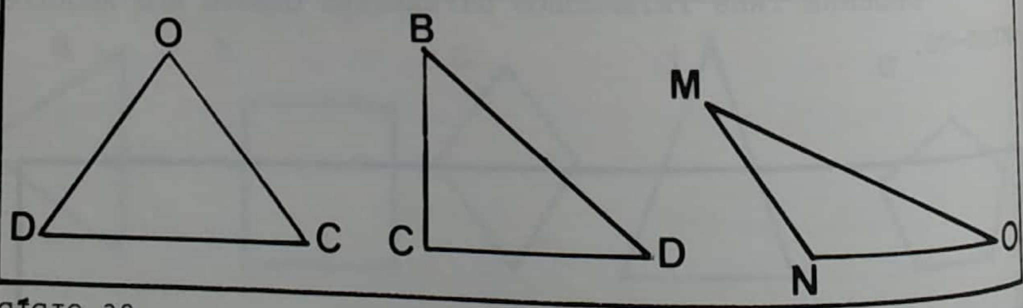
a) um triângulo semelhante a △ ABC,

b) um triângulo congruente a △ ABC.



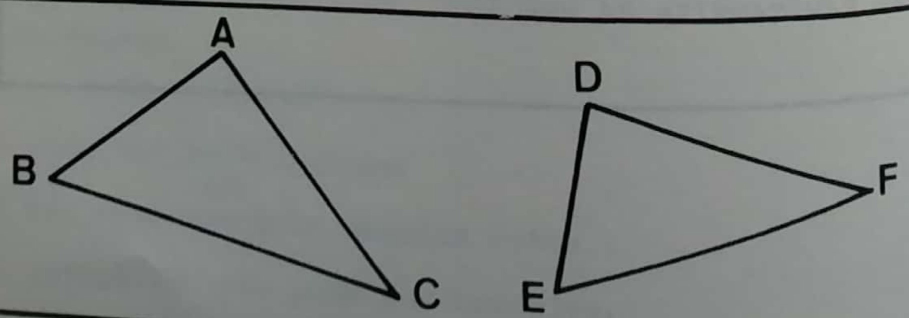
EXERCÍCIO 37

TRACE AS ALTURAS DO TRIÂNGULO DOC, ASSIM COMO AS MEDIANAS DO △ BCD E AS BISSETRIZES DO △ MNO.



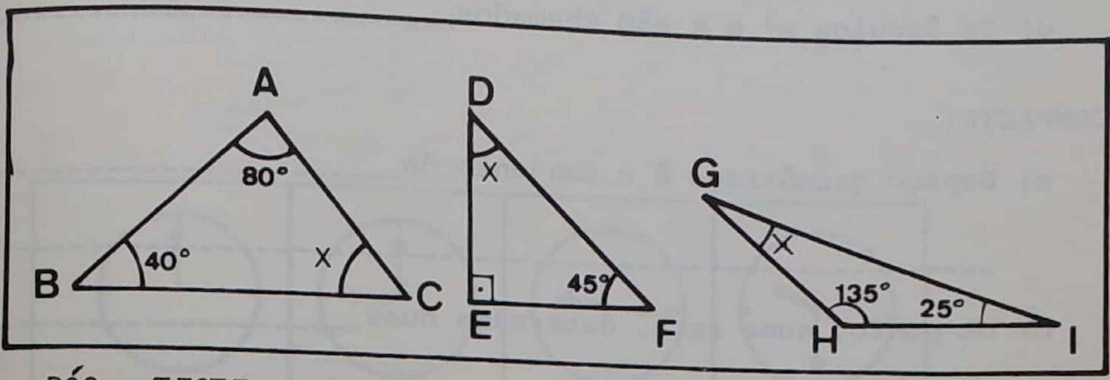
EXERCÍCIO 38

MEÇA O PERÍMETRO DOS TRIÂNGULOS ABAIXO.



EXERCÍCIO 39

CALCULE QUANTO MEDE O ÂNGULO X NOS TRIÂNGULOS SEGUINTES. (sem usar o transferidor)



VII - PÓS - TESTE

Leia com calma e atenção as questões abaixo e, em seguida, responda as perguntas propostas. Felicidades a você !

1. COMPLETE:

a) Um triângulo escaleno_________________________ter ângulos congruentes
pode - não pode

b) Um triângulo _________________________ter dois ângulos retos.
pode - não pode

c) Dois ângulos adjacentes, cuja soma das medidas é igual a 90º, são chamados____.

d) Duas retas, cuja intersecção é um conjunto vazio, são chamadas ____.

2. ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE AS SEGUINTES REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS:

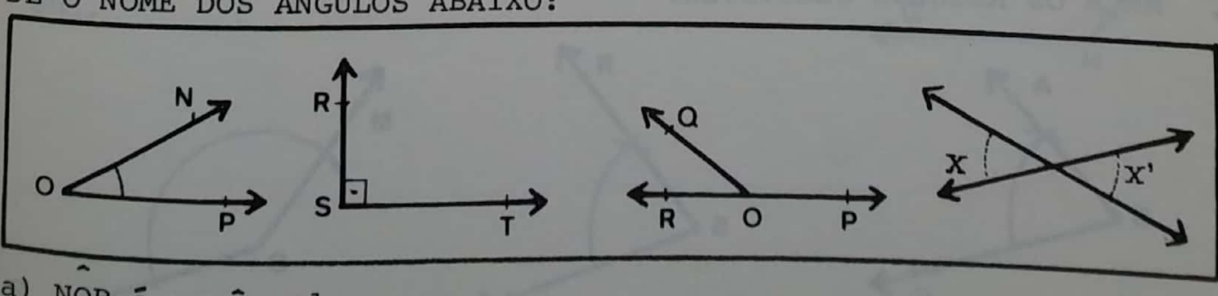
a) $R \in s$:____

b) $\hat{ABS}$:____

c) $\overrightarrow{AB} \in r$:____

d) $m(\hat{MON})$:____

3. DÊ O NOME DOS ÂNGULOS ABAIXO:



a) $\hat{NOP}$ é um ângulo____

b) $\hat{RST}$ é um ângulo ________________________________

c) $\hat{ROQ}$ e $\hat{QOP}$ são ângulos ________________________________

d) Os ângulos x' e x são chamados ________________________________

4. COMPLETE:

a) Espaço geométrico é o conjunto de ________________________________

____

b) Um ponto, numa reta, determina duas ________________________________

c) Os pontos que estão numa mesma reta denominam-se ____________

____

d) Um ponto situado fora de um plano chama-se ____________

____

5. UMA CURVA FECHADA SIMPLES DETERMINA, NUM PLANO, TRÊS REGIÕES:

a) ____

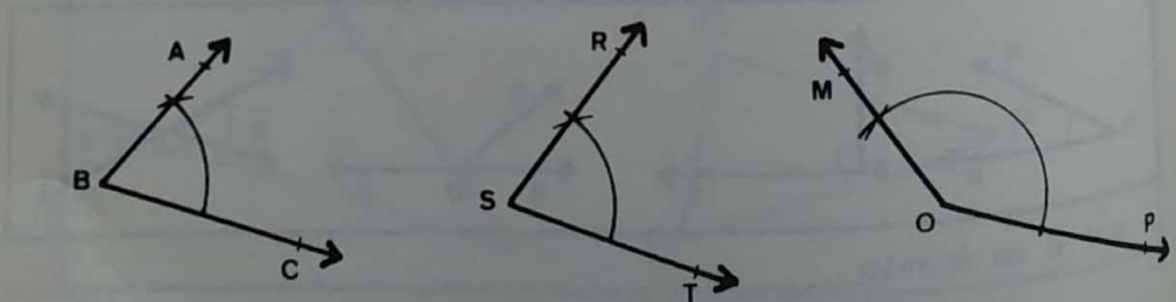
b) ____

c) ____

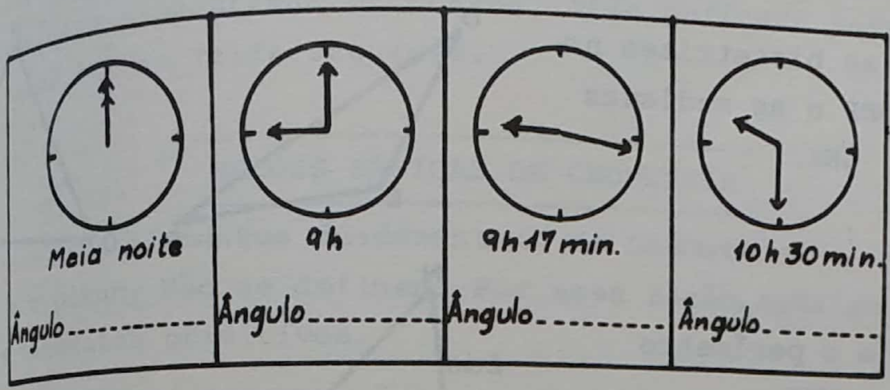
6. CORRESPONDA O NÚMERO DE LADOS AO NOME DO POLÍGONO, CONFORME O MODELO:

Número de lados	Nome do polígono
4 ●	● Icoságono
7 ●	● Eneágono
9 ●	● Heptágono
10 ●	● Decágono
20 ●	● Quadrilátero

7. MEÇA OS ÂNGULOS SEGUINTES:

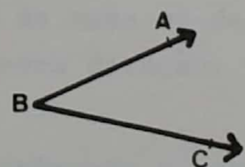


NOS DESENHOS DE RELÓGIOS, VERIFIQUE A POSIÇÃO DOS PONTEIROS E ESCREVA ABAIXO OS NOMES DOS ÂNGULOS QUE FORMAM:

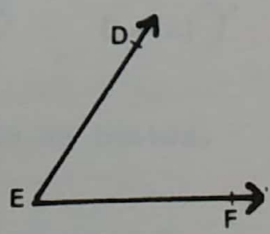


BISSETRIZ E ÂNGULOS COMPLEMENTAR E SUPLEMENTAR:

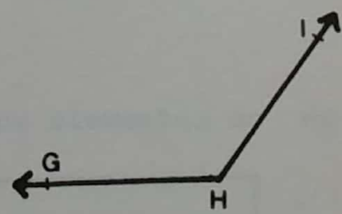
a) Trace a bissetriz do ângulo ABC.



b) Desenhe o ângulo complementar ao ângulo DEF.

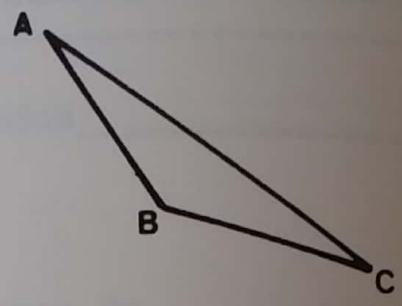


c) Desenhe o ângulo suplementar ao GHI.

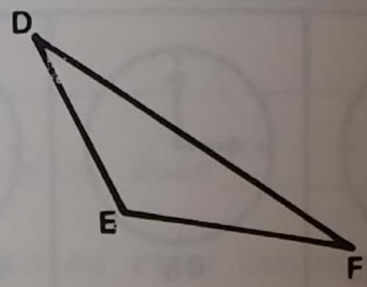


10. TRIÂNGULOS CONGRUENTES, BISSETRIZES, MEDIANAS E PERÍMETRO:

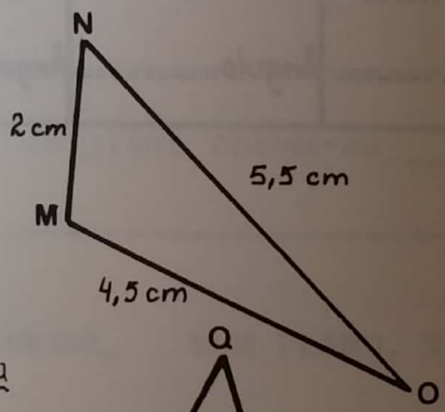
a) Desenhe um triângulo congruente ao △ ABC.



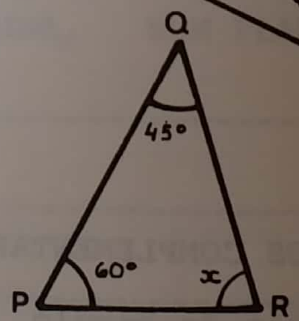
b) Trace as bissetrizes no △ DEF e as medianas no △ GHI.



c) Calcule o perímetro do △ MNO.



d) Determine a medida do ângulo X, no triângulo PQR.



VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Se você não respondeu 80% das perguntas formuladas no primeiro Pós-Teste, não desanime; releia com todo o interesse e empenho o conteúdo deste módulo. Em seguida, examine o ítem abaixo sob o título NOÇÕES BÁSICAS DE GEOMETRIA; por certo seu estudo removerá as dúvidas que porventura ainda lhe restem. Leia bem esta parte, solucione os exercícios e problemas propostos, seja aplicado porque só assim você se sairá bem no teste seguinte.

NOÇÕES BÁSICAS DE GEOMETRIA

Os elementos fundamentais da Geometria são o ponto, a linha e o plano. Não se definem. Por essa razão, seus conceitos são chamados conceitos primitivos.

Ponto. O ponto não tem dimensão, isto é, não tem comprimento, largura e espessura. É designado por uma letra maiúscula do alfabeto latino: A, B, C, etc.

Linha. A linha é formada de pontos. Tem uma só dimensão: comprimento. É designada por uma letra minúscula.

Temos a imagem da linha quando observamos, por exemplo, um fio esticado.

Plano. Se considerarmos a superfície da mesa ou de uma parede prolongando-se em todos os sentidos, numa mesma direção, temos a imagem de planos.

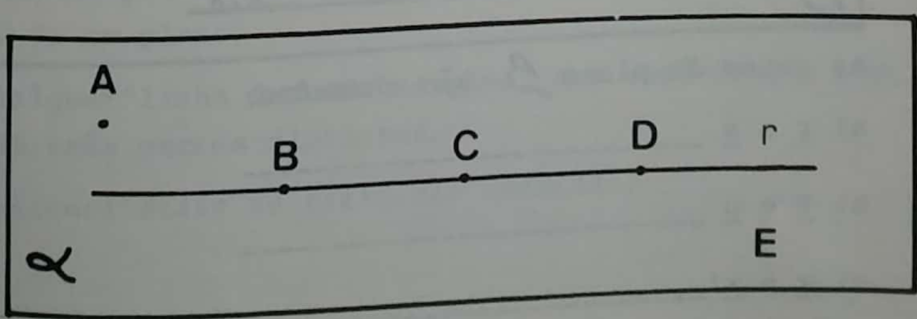
Os planos são representados por um retângulo e designados por uma letra do alfabeto grego: α (alfa) β (beta) γ (gama), etc.

Como todo o espaço geométrico é formado de pontos, as linhas e os planos são também conjuntos de pontos.

Pois bem, reexaminadas estas noções, passemos ao exercício que segue.

EXERCÍCIO 40

Observe e represente simbolicamente os elementos do desenho abaixo:



a) O plano (alfa) contém a reta r.

ϑ ⊃ r

b) Os pontos B,C e D pertencem à reta r.

----

c) A reta r contém os segmentos de reta $\overline{BC}$,$\overline{CD}$ e $\overline{BD}$.

----

d) Os pontos A e E são coplanares.

Linha reta. Quando os pontos da linha se estendem infinitamente na mesma direção e nos dois sentidos ela é chamada linha reta.

Reta orientada é a que segue apenas uma direção. Sua denotação é uma seta indicando o sentido.

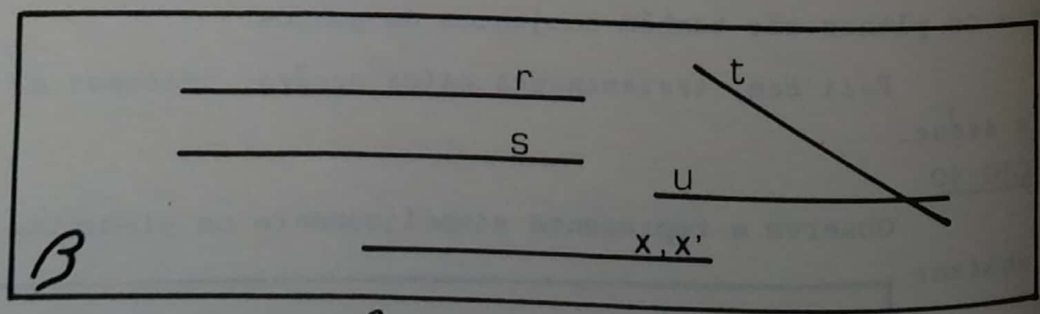
Exemplo: 

Duas retas num mesmo plano podem ser: paralelas, concorrentes e coincidentes.

- Retas paralelas são as que não têm pontos comuns.
- Retas concorrentes são as que têm um ponto de interseção.
- Retas coincidentes dizemos àquelas em que todos os pontos de uma são também da outra.

Lembrados estes conceitos, dê resposta, agora, ao exercício 41.

EXERCÍCIO 41 OBSERVE AS FIGURAS DO DESENHO ABAIXO E COMPLETE AS RESPOSTAS DAS QUESTÕES A RESPEITO.



As retas do plano β são chamadas:

a) r e s ___________________________

b) t e u ___________________________

c) x e x' ___________________________

NOÇÕES DE TOPOLOGIA

Qualquer traçado contínuo que se faz no plano tem o nome de curva.

Uma curva pode ser aberta, fechada, simples e não simples.

Nos exercícios que seguem, dê respostas às questões sobre este assunto.

EXERCÍCIO 42

LEIA A PÁGINA 14 DESTE MÓDULO E TRANSCREVA A DESCRIÇÃO DE CADA UMA DAS SEGUINTES CURVAS:

a) Curva fechada ____

____

b) Curva aberta ____

____

c) Curva simples ____

____

d) Curva não-simples ____

____

EXERCÍCIO 43

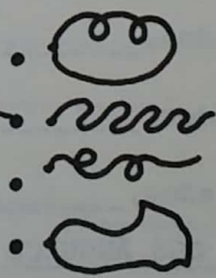
CORRESPONDA OS NOMES ÀS CURVAS.

Curva aberta simples •

Curva fechada simples •

Curva aberta não-simples •

Curva fechada não-simples •



Curvas e planos. Dentre as "curvas abertas simples" destaca-se a reta.

Para traçar as figuras geométricas planas precisamos, como você sabe, de um plano.

Qualquer "linha fechada simples" que você traçar num plano divide-o em três partes distintas.

Tratemos disso no exercício imediato.

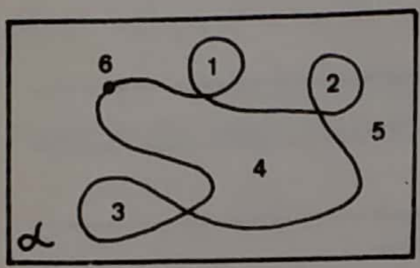
EXERCÍCIO 44

COMPLETE:

a) Uma "curva fechada simples"divide o plano em -----par
tes:

- conjunto de pontos de curva fechada;
- conjunto de pontos do________________________________;
- conjunto de pontos do ______________________________;

b) Observe o desenho e complete as respostas das questões



1, 2, 3, 4 - pontos do interior das cur vas fechadas;

5 - pontos do____________________________________

____

6 - pontos da____________________________________

____

Polígono. A uma "curva fechada simples", formada apenas de segmentos de reta, chamamos polígono.

Conforme a congruência dos lados e ângulos, os polígonos são regulares e irregulares; de acordo com o número de lados, tomam os diferentes nomes que você alinhará no exercício seguinte.

EXERCÍCIO 45

DENOMINE OS POLÍGONOS:

de 6 lados,______________________ de 5 lados,____________________;

de 9 lados,______________________ de 4 lados,____________________;

de 12 lados,_____________________ de 3 lados,____________________;

ESTUDO DOS ÂNGULOS

Você já sabe que:

a) duas semi-retas com a mesma origem determinam um ângulo;

b) conforme a abertura, o ângulo pode ser agudo, reto ou obtuso;

c) o símbolo do ângulo é $\sphericalangle$ ou $\wedge$ (o sinal, com a forma de acento circunflexo, vem sobreposto a uma letra maiúscula que determina a leitura do ângulo);

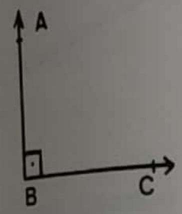
d) o ângulo, além de reto, agudo e obtuso, é também raso e nulo;

e) dois ângulos podem ser congruentes, adjacentes ou opostos pelo vértice.

Já tendo, portanto, esses conhecimentos, procure responder as questões do exercício imediato.

EXERCÍCIO 46

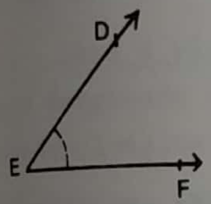
Descreva os ângulos desenhados abaixo. *(Se tiver dúvidas, consulte o texto, das páginas 19 a 23 deste módulo).*



a) Ângulo ________________________________

____

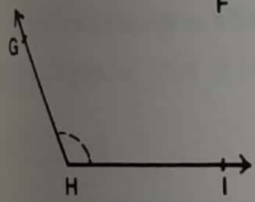
Mede : ______________________.



b) Ângulo ________________________________

____

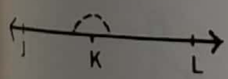
Mede: ______________________.



c) Ângulo ________________________________

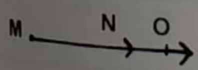
____

Mede: ______________________.



d) Ângulo ________________________________

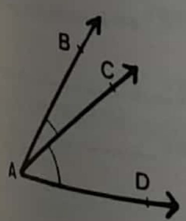
Mede: ______________________.



e) Ângulo ________________________________

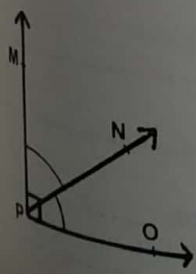
____

Mede: ______________________.



f) Dois ângulos são adjacentes ____________

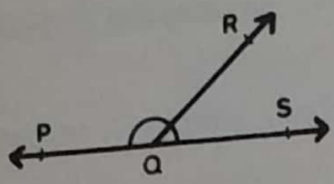
____



g) Dois ângulos adjacentes são complementares ________________________________

____

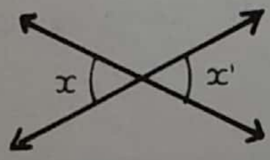
Medem: ______________________



h) Dois ângulos adjacentes são suplementa-
res ______________________________

____

Medem: __________________.



i) Os ângulos x e x' são ______________

____

ESTUDOS DOS TRIÂNGULOS

O triângulo é o polígono com o menor número de lados. Clas-
sifica-se:

a) quanto ao número de lados congruentes;

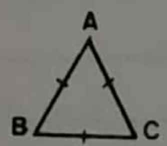
b) quanto aos ângulos.

Vejamos seus conhecimentos a respeito, no exercício que segue.

EXERCÍCIO 47

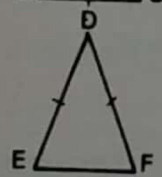
COMPLETE:

a) Quanto ao número de lados congruentes:



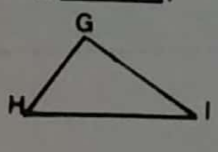
- △ ABC é chamado ______________________

Número de lados congruentes: __________



- △ DEF é chamado ______________________

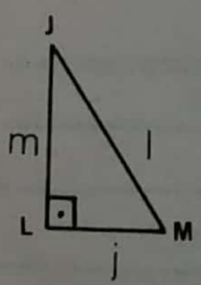
Número de lados congruentes: __________



- △ GHI é chamado ______________________

Número de lados congruentes __________

b) Quanto aos ângulos:

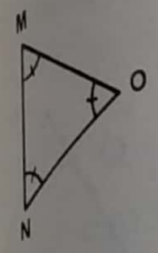


- △ JLM é chamado ______________________

O lado l tem o nome de ________________

Os lados j e m são chamados ____________

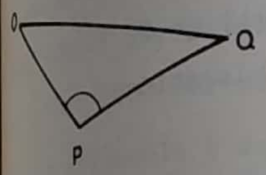
____



– Δ MNO é chamado____________________

____

Cada um de seus três ângulos é menor que um ângulo_____________________________



– Δ OPQ é chamado____________________

____

O ângulo P e um ângulo_________________

____

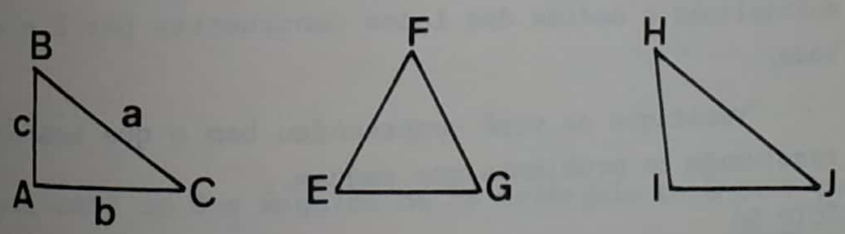
Mede mais que___________________________

<u>Base e vértice do triângulo</u>. Um triângulo tem três lados e pode ser desenhado em qualquer posição. O lado sobre o qual se considera convencionalmente assentado chama-se <u>base</u>.

Embora ele tenha três vértices, estabeleceu-se chamar <u>vértice</u> àquele que fica no alto da figura.

<u>EXERCÍCIO 48</u>

Trace a altura nos triângulos abaixo:



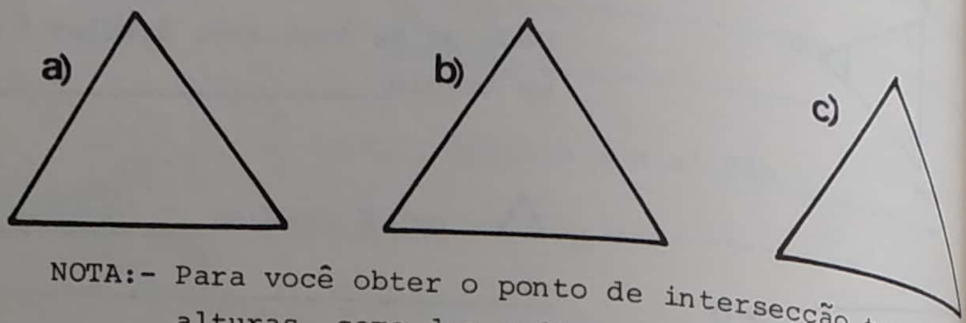
<u>Altura, mediana e bissetriz</u>. Há três linhas importantes num triângulo: a altura, a mediana e a bissetriz.

Se você tirar as três alturas, verá que elas se interceptam num mesmo ponto. Assim também sucede com as medianas e as bissetrizes.

Verifique isso no exercício a seguir.

EXERCÍCIO 49

Desenhe em a as três alturas do triângulo; em b, as três medianas; em c, as três bissetrizes:



NOTA:- Para você obter o ponto de intersecção tanto das alturas como das medianas e bissetrizes são precisos:

- régua e compasso sem defeito;
- lápis com ponta bem fina para obter o desenho de pontos minúsculos;
- traços finos saindo exatamente dos pontos marcados;
- medidas dos lados feitas com o máximo cuidado.

Perímetro de triângulos. A soma das medidas dos lados do triângulo dá-nos o perímetro dessa figura.

Para achar o perímetro do triângulo equilátero é mais simples multiplicar a medida do lado por 3; e do triângulo isósceles, multiplicar a medida dos lados congruentes por 2 e somar o último lado.

Verifique se você compreendeu bem o que acabamos de dizer, resolvendo os problemas que seguem.

EXERCÍCIO 50

a) Qual é o perímetro de um triângulo equilátero que tem 6,5cm de lado ?

b) Qual é o perímetro de um triângulo isósceles em que a base mede 12cm e os lados congruentes medem $\frac{2}{3}$ da base ?

c) Qual é o perímetro do triângulo escaleno cujos lados medem respectivamente 5,5cm, 6cm e 7,5cm ?

Soma dos ângulos internos do triângulo. Lembre-se de que apresentamos neste módulo a experiência com o recorte dos vértices de um triângulo e que por meio dela você averiguou a soma das medidas dos ângulos dessa figura.

Com certeza você também chegou à conclusão de que:

- se o triângulo é equilátero, seus ângulos são congruentes;
- se o triângulo é isósceles, os ângulos da base são congruentes.

Mostre, então, que conhece esse ensinamento, resolvendo os problemas do exercício abaixo.

EXERCÍCIO 51

a) Quanto mede cada um dos ângulos dos triângulos equiláteros ?

b) Quanto mede o ângulo do vértice de um triângulo isósceles se um dos ângulos da base mede 42º ?

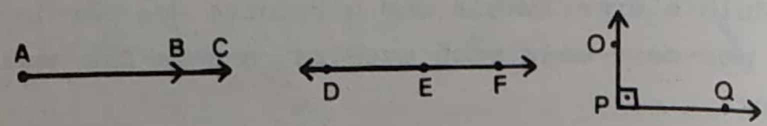
c) Quanto mede cada um dos ângulos de um triângulo retângulo que tem os catetos congruentes ?

d) Se o triângulo é escaleno e dois dos seus ângulos medem 42º e 85º, qual é a medida do terceiro ângulo ?

IX - PÓS - TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com atenção as questões propostas neste Pós-Teste e em seguida, dê, calmamente, as respostas cabíveis. E bom êxito nesta sua prova.

1. Observe as figuras e complete o exercício:

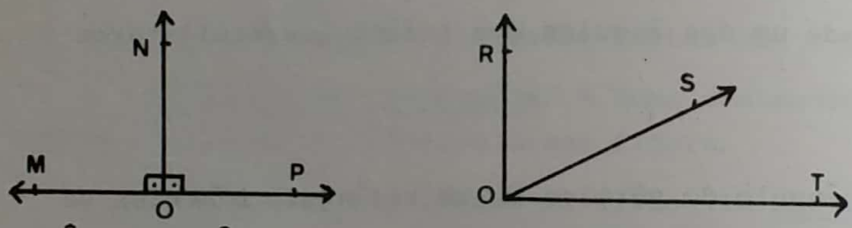


a) $\widehat{BAC}$ é um ângulo_____________ d) $m(\widehat{BAC})$ = _____________

b) $\widehat{DEF}$ é um ângulo_____________ e) $m(\widehat{DEF})$ = _____________

c) $\widehat{OPQ}$ é um ângulo_____________ f) $m(\widehat{OPQ})$ = _____________

2. COMPLETE O EXERCÍCIO, OBSERVANDO AS FIGURAS:



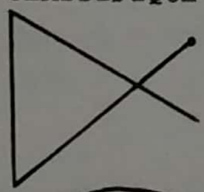
a) $m(\widehat{MON}) + m(\widehat{NOP})$ =_____________ b) $m(\widehat{ROS}) + m(\widehat{SOT})$ =_____________

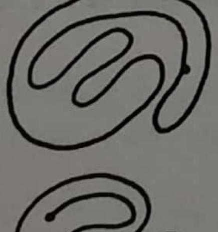
3. COMO SE DENOMINAM OS POLÍGONOS DE

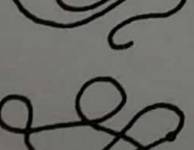
8 lados?______________________ 3 lados?______________________

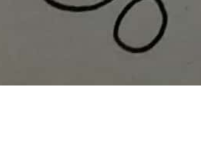
6 lados?______________________ 5 lados?______________________

4. CLASSIFIQUE AS CURVAS SEGUINTES:

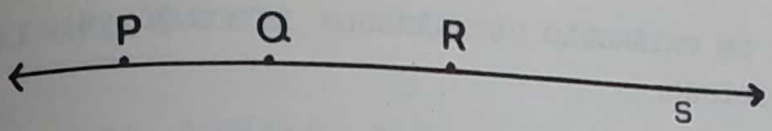
a)  ______________________________________

b)  ______________________________________

c)  ______________________________________

d)  ______________________________________

5. REPRESENTE:

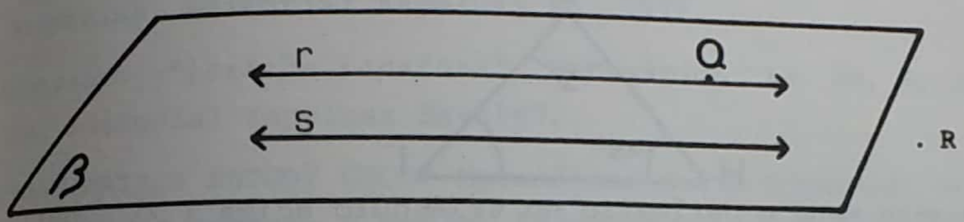


a) simbolicamente as semi-retas determinadas pelo ponto Q

Resposta:____

b) uma reta concorrente à reta s.

6. OBSERVE AS FIGURAS E COMPLETE AS AFIRMATIVAS ABAIXO:



a) β é denominação do ______________________________________

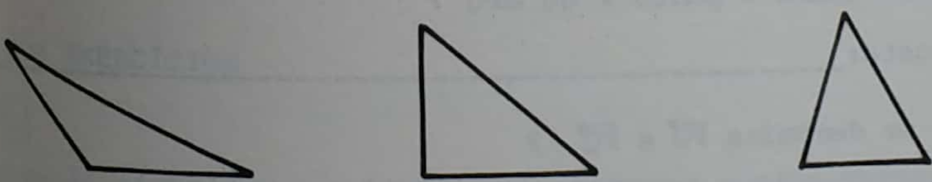
b) r//s é a denominação de retas______________________________

c) o ponto Q______________________ à reta r.

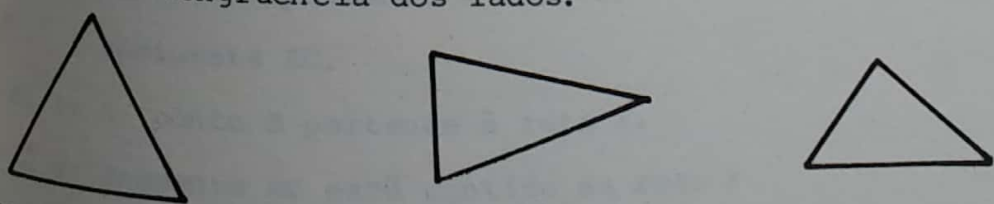
d) o ponto R não__________________ a β .

7. Dê a denominação dos triângulos seguintes:

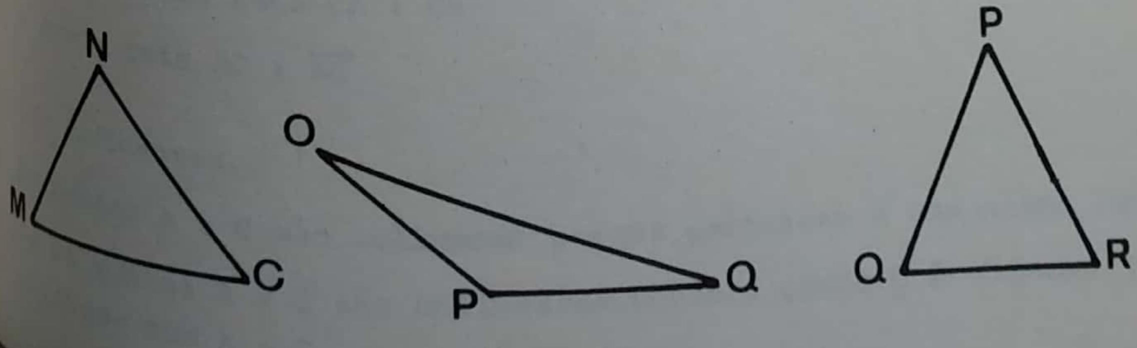
a) observando os ângulos.



b) observando a congruência dos lados.



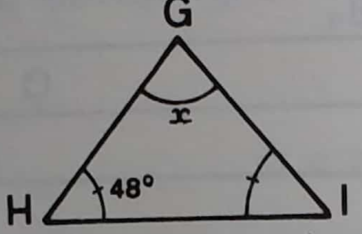
8. TRACE UMA MEDIANA NO △ MNO, A ALTURA NO △ OPQ, E UMA BISSETRIZ NO △ PQR.



9. DESENHE UM TRIÂNGULO OBTUSÂNGULO ISÓSCELES COM 130º NA MEDIDA DO ÂNGULO OBTUSO.

a) Desenho

b) Calcule a medida do ângulo $\underline{x}$ no triângulo isósceles:

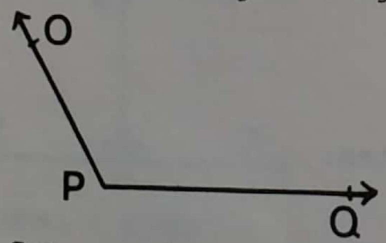


c) Quanto mede o perímetro do triângulo acima (△ GHI)

Resposta:_______________cm

10. DESENHO DE ÂNGULO, DENOMINAÇÃO DO PONTO P DO $O\hat{P}Q$ e semi-reta.

a) Desenhe um ângulo congruente a $O\hat{P}Q$, usando transferidor.



b) Como se chama o ponto P do $O\hat{P}Q$?

Resposta:____

c) Como se denomina $\overrightarrow{PO}$ e $\overrightarrow{PQ}$?

Resposta:____

Scanned with CamScanner

X - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. AUGUSTINE, Charles H.D' -" *Métodos Modernos para o Ensino da Matemática*" Trad. Maria L.F.E. Peres. - Rio-GB, Ao Livro Técnico SA. 1970.

2. DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. - "*Os Primeiros Passos em Matemática: III Exploração do Espaço e Prática da Medição.*"-São Paulo. Editora Herder, 1969.

3. TORANZOS, Fausto I. - "*Enseñanza de la Matemática*" - 2a. Edição. B. Ayres. Argentina, Editorial Kapelusz SA. 1972.

4. VERA, Francisco -"*Lexicón Kapelusz*", Matemática. 2a. Ed. B. Ayres , Argentina, Editorial Kapelusz SA-1967.

5. SCHOOL MATHEMATICS ESTUDY GROUP-Matemática Curso Ginasial, Vol. II. Trad. Lafayete de Moraes- S.Paulo, Edart Livraria Ed.Ltda. , 1967.

6. NEVES, Maria Luiza do Carmo e Roxo., Maria Helena - "*Didática Viva da Matemática no Curso Primário*". - S.Paulo, Santos, Ed. Moderna Ltda 1970.

7. Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM. - "*Ensino Moderno da Matemática*". - Ensino de 1º Grau Vol. 2º - São Paulo, Editora do Brasil SA: 1967.

8. SPITZER, Herbert F. e outros - "*Elementary Mathematics*"(5 e 6) -St. Louis, USA, Vernster Dvision, NcGraw-Hill Book Company, 1967.

RESPOSTA DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

- Representação simbólica em linguagem corrente e vice-versa.

a) $A \in r$: o ponto A pertence à reta r.

b) $\overrightarrow{AC}$: semi-reta AC.

c) $B \in r$: o ponto B pertence à reta r.

d) $\overline{AC} \subset r$: segmento AC está contido na reta r

- Represente simbolicamente:

e) O segmento da reta CA : $\overline{CA}$

f) a semi- reta AC : $\overrightarrow{AC}$

Pontos colineares.

g) Os pontos A e C são colineares porque pertencem a uma mesma linha.

h) Se os pontos A e C são colineares, então o ponto O é chamado não-colinear com A e C.

Segmento.

i) No segmento AC o ponto A representa a origem, e o ponto C re-presenta a extremidade.

j) O segmento de reta AC é formado de infinitos pontos.

EXERCÍCIO 2

- Pintar a,c,e,f,g em cores diferentes (uma cor para cada região).

- Pintar b,d,h em uma só cor.

EXERCÍCIO 3

FIG.	INTERSECÇÃO	NÚMERO DE REGIÕES
A	1	4
B	5	8
C	2	5
D	3	6
E	3	6
F	2	5

EXERCÍCIO 4

- Pintar B, C, E.

EXERCÍCIO 5

- Cobrir as linhas em A e E

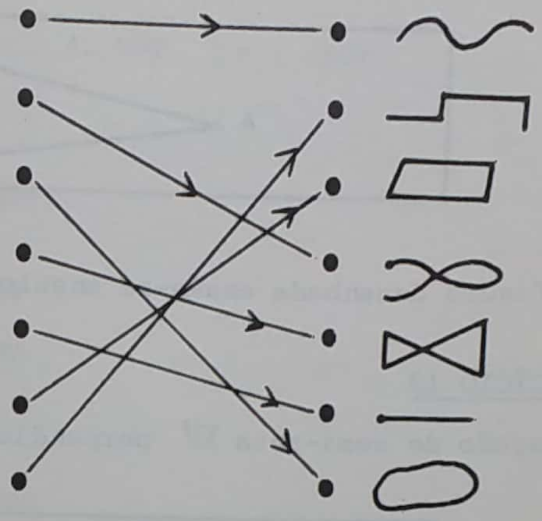
EXERCÍCIO 6

- A curva mais simples é a reta.

EXERCÍCIO 7

- Correspondência:

- Curva aberta simples
- Curva aberta não-simples
- Curva fechada simples
- Curva fechada não-simples
- Segmento de reta
- Linha poligonal fechada
- Linha poligonal aberta.



EXERCÍCIO 8

- Há três regiões no plano alfa, determinadas pela curva fechada simples.
- São elas: região interior, região exterior e região dos pontos da curva.

EXERCÍCIO 9

- Curva não-simples é aquela que apresenta intersecções.

EXERCÍCIO 10

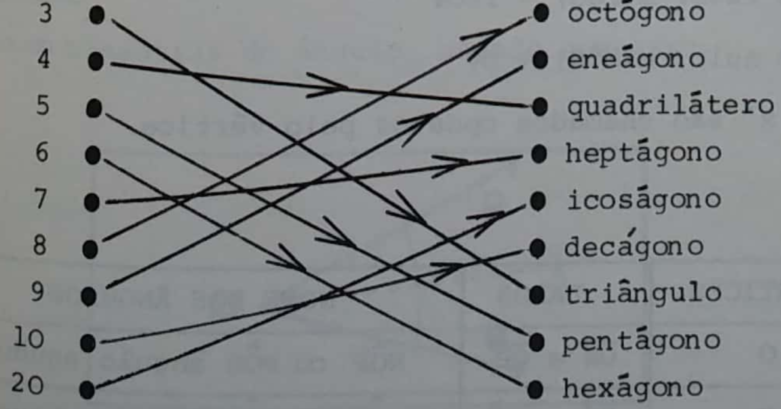
- A curva formada inteiramente de segmentos de reta chama-se linha poligonal.

EXERCÍCIO 11

- Correspondência:

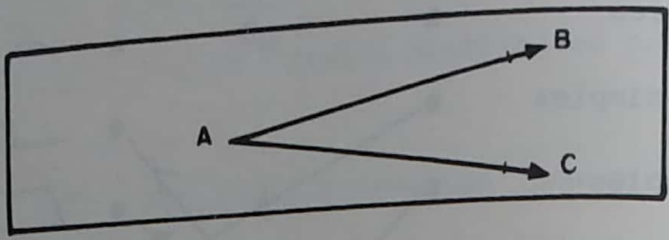
Número de lados

Polígonos



EXERCÍCIO 12

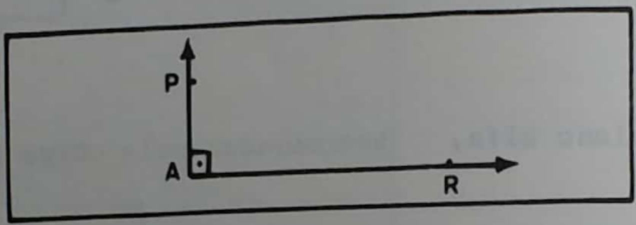
- União do ponto A ao B e do A ao C com semi.retas.



- A figura desenhada chama-se ângulo.

EXERCÍCIO 13

- Traçado de semi-reta $\overrightarrow{AP}$ perpendicular ao ponto A.



- A figura representada chama-se ângulo reto.

EXERCÍCIO 14

- Classificação de ângulos:

  $\widehat{BAC}$ é um ângulo agudo.

  $\widehat{EDF}$ é um ângulo obtuso.

  $\widehat{HGI}$ é um ângulo reto; $m(\widehat{HGI}) = 90°$

EXERCÍCIO 15

- Completamento:

  $\widehat{POQ}$ é um ângulo raso; $m(\widehat{POQ}) = 180°$

  $\widehat{MON}$ é um ângulo nulo; $m(\widehat{MON}) = 0°$

  Os ângulos x e x' são chamados opostos pelo vértice.

EXERCÍCIO 16

ÂNGULOS	VÉRTICES	LADOS	NOME DOS ÂNGULOS
$\widehat{NOP}$	O	$\overrightarrow{ON}$ e $\overrightarrow{OP}$	$\widehat{NOP}$ ou $\widehat{PON}$ ângulo agudo
$\widehat{QRS}$	R	$\overrightarrow{RQ}$ $\overrightarrow{RS}$	$\widehat{QRS}$ ou $\widehat{SRQ}$ ângulo obtuso
$\widehat{TUV}$	U	$\overrightarrow{UV}$ e $\overrightarrow{UT}$	$\widehat{TUV}$ ou $\widehat{VUT}$ ângulo reto

EXERCÍCIO 17

1. $\hat{ABC} \cong \hat{TSR}$

2. $\hat{GHI} \cong \hat{OPQ}$

2. $\hat{DEF} \cong \hat{LMN}$

4. $\hat{UVT} \cong \hat{ZOY}$

EXERCÍCIO 18

- Medida de ângulo com transferidor.

$m(\hat{ABC}) = 90°$ $m(\hat{GHI}) = 45°$

$m(\hat{DEF}) = 135°$ $m(\hat{TUV}) = 30°$

EXERCÍCIO 19

- Ângulos congruentes ao ângulo OPQ

Conferir pelo desenho efetuado.

EXERCÍCIO 20

- Medida do $\hat{OPQ}$ do exercício anterior.

$m(\hat{OPQ}) = 145°$

EXERCÍCIO 21

- Completamento de congruências.

$\hat{PQT} \cong \hat{SQR}$

$\hat{PQS} \cong \hat{TQR}$

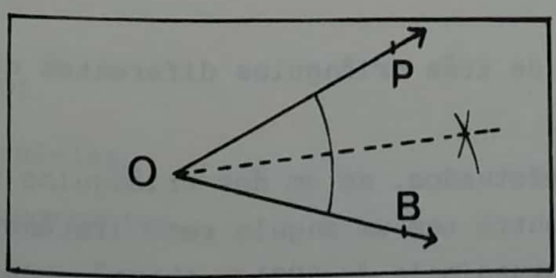
$\hat{PNM} \cong \hat{MNQ} \cong \hat{QNO} \cong \hat{ONP}$

EXERCÍCIO 22

Os ângulos PQT e SQR do exercício anterior são chamados opostos pelo vértice.

EXERCÍCIO 23

- Traçado da bissetriz do ângulo, usando compasso.



EXERCÍCIO 24

- Verificar, no desenho efetuado, se os lados externos são perpendicu-
res.

EXERCÍCIO 25

- Traçar ângulos suplementares.

Verificar, no desenho efetuado, se os lados externos são semi - re-
opostas.

EXERCÍCIO 26

- Medidas dos ângulos desenhados nos exercícios 24 e 25.

m($\widehat{COD}$) = 30º m($\widehat{MON}$) = 135º

EXERCÍCIO 27

Atividade própria do cursista.

EXERCÍCIO 28

Pintar a região interior dos triângulos escalenos.

- Pintar os triângulos dos quadros a,d.

EXERCÍCIO 29

Afirmações (V) ou falsas (F), sobre triângulos.

a - (V), b - (F), c - (F) e d - (V).

EXERCÍCIO 30

- Verificar se foi pintada a região triangular dos polígonos do teste

EXERCÍCIO 31

- Afirmações verdadeiras (V) ou falsas (F), sobre triângulos.

a - (V), b - (V), c - (F), d - (F), e - (V) e f - (V).

EXERCÍCIO 32 e 33

- Verificar se foram feitos corretamente os desenhos pedidos.

EXERCÍCIO 34

- Desenho e denominação de três triângulos diferentes quanto aos
dos.

Verificar, nos desenhos efetuados, se um dos triângulos tem só ângulos
agudos (acutângulo); se outro tem um ângulo reto (retângulo); se
terceiro tem um ângulo obtuso(mais de 90º) - obtusângulo.

EXERCÍCIO 35

- Desenho e denominação de três triângulos diferentes quanto à congruência dos lados.

Verificar, nos desenhos efetuados, se um dos triângulos tem os três lados do mesmo tamanho(equilátero); se outro tem dois lados apenas do mesmo tamanho(isósceles); se um terceiro tem os três lados diferentes(escaleno).

EXERCÍCIO 36

- Desenho de triângulos.

Verificar, nos desenhos efetuados, se o segundo triângulo tem os ângulos correspondentes com a mesma medida.

EXERCÍCIO 37

- Traçados de alturas, medianas e bissetrizes de triângulos.

Verificar se a altura é perpendicular a $\overline{DC}$; se as medianas partem do vértice ao meio do lado oposto; se as bissetrizes dividem cada ângulo ao meio.

EXERCÍCIO 38

- Medida do perímetro de triângulos.

$\triangle$ ABC (P= 12cm) $\triangle$ DEF (P=11cm)

EXERCÍCIO 39

- Medida do ângulo x de triângulos.

$\triangle$ ABC (x=60º) $\triangle$ DEF (x=45º) $\triangle$ GHI (x = 40º)

EXERCÍCIO 40

Representação simbólica:

a) $\alpha \supset r$

b) B,C, $\wedge$ D $\in$ r

c) r $\supset$ $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ $\wedge$ $\overline{BD}$

d) A $\wedge$ E $\in$ α

EXERCÍCIO 41

COMPLETAMENTO:

a) r e s, paralelas.

b) t e u, concorrentes.

c) x e x', coincidentes.

EXERCÍCIO 42

CURVA FECHADA é aquela que acaba no ponto em que teve início o traçado.

CURVA ABERTA é aquela que não acaba no ponto em que teve início o traçado.

CURVA SIMPLES é aquela cujo traçado não se intercepta.

CURVA NÃO-SIMPLES é aquela cujo traçado se intecepta.

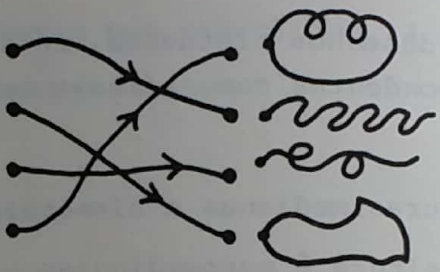
EXERCÍCIO 43

Curva aberta simples

Curva fechada simples

Curva aberta não-simples

Curva fechada não-simples.



EXERCÍCIO 44

Completamento:

a) Uma "curva fechada simples" divide o plano em 3 partes:

- conjunto de pontos da "curva fechada";
- conjunto de pontos do interior da "curva fechada";
- conjunto de pontos do exterior da "curva fechada".

b) Observação de desenho e completamento das respostas.

1,2,3,4 - pontos do interior das "curvas fechadas";
5 - pontos do exterior da "curva fechada";
6 - pontos da "curva fechada".

EXERCÍCIO 45

Polígonos:

de 6 lados	- hexágono	de 5 lados	- pentágono
de 9 lados	- eneágono	de 4 lados	- quadrilátero
de 12 lados	- dodecágono	de 3 lados	- triângulo.

EXERCÍCIO 46

a) ÂNGULO RETO: lados perpendiculares entre si. Mede 90º

b) ÂNGULO AGUDO: abertura menor que a do ângulo reto. Mede menos de 90º.

c) ÂNGULO OBTUSO: abertura maior que a do ângulo reto. Mede mais de 90º

d) ÂNGULO RASO: lados abertos formando semi-retas opostas. Mede 180º.

e) ÂNGULO NULO : os lados são semi-retas coincidentes. Mede 0º.

f) ÂNGULOS ADJACENTES: quando têm lados comuns.

g) DOIS ÂNGULOS ADJACENTES são <u>complementares</u> quando a soma de suas medidas é 90º. Medem 90º

h) DOIS ÂNGULOS ADJACENTES são <u>suplementares</u> quando os seus lados exteriores são semi-retas opostas pelo vértice. Medem 180º

i) OS ÂNGULOS x e x' são opostos pelo vértice. Dois ângulos são opostos pelo vértice quando têm o mesmo vértice; os lados de um são semi-retas opostas aos lados do outro.

EXERCÍCIO 47

Completamento.

a) Quanto ao número de lados congruentes:

- O triângulo ABC é chamado equilátero.

  Número de lados congruentes: 3

- O triângulo DEF é chamado isósceles.

  Número de lados congruentes: 2

- O triângulo GHI é chamado escaleno.

  Número de lados congruentes: 0

b) Quanto aos ângulos :

- O triângulo JLM é chamado retângulo.

  O lado l tem o nome de hipotenusa.

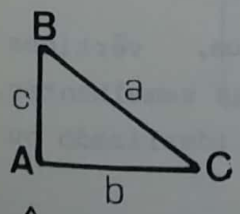
  Os lados <u>j</u> e <u>m</u> são chamados catetos.

- O triângulo MNO é chamado acutângulo. Cada um dos seus ângulos é menor que um ângulo reto.

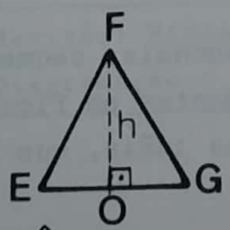
- O triângulo OPQ é chamado obtusângulo. O ângulo P é um ângulo obtuso; mede mais que um ângulo reto.

EXERCÍCIO 48

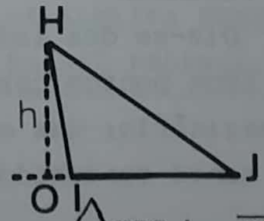
Altura de triângulos.



$\triangle$ ABC, h=$\overline{AB}$



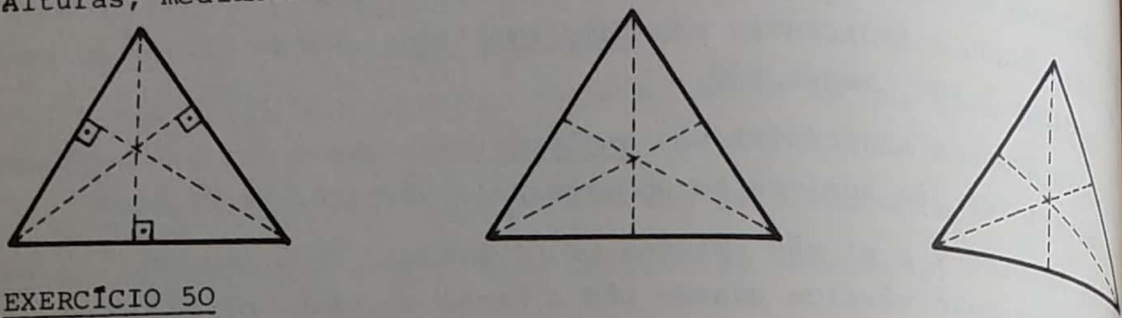
$\triangle$ EFG, h= $\overline{FO}$



$\triangle$HIJ, h= $\overline{HO}$

EXERCÍCIO 49

Alturas, medianas e bissetrizes.



EXERCÍCIO 50

Resultado de problemas.

a) 6,5 cm x 3 = 19,5 cm

b) 12 cm + 2 x ($\frac{2}{3}$ de 12 cm) = 12 cm + 16 cm = 28 cm

c) 5,5 cm + 6 cm + 7,5 cm = 19 cm

EXERCÍCIO 51

Resultados de problemas.

a) 180º ÷ 3 = 60º

b) 180º - (2 x 42º) = 180º - 84º = 96º

c) 180º - 90º = 90º   90º ÷ 2 = 45º

d) 180º - (42º + 85º) = 180º - 127º = 53º

XII - GLOSSÁRIO

AÑÁLOGO. Em que há analogia ou ponto de semelhança; semelhante; parecido.

ARBITRÁRIO. Proveniente de arbítrio ou da vontade; resultante de imposição ou capricho.

DENOTAÇÃO. Sinal; marca; símbolo; representação gráfica.

DENSO. Cujas partes componentes estão muito juntas; compacto; espesso; cerrado.

DIVERSIFICAR. Variar; tornar vário ou diverso; diferenciar.

ESQUEMÁTICO. Resumido; abreviado; sinótico.

GRAU. Unidade de medida de ângulo; a 90a. parte do quadrante da circunferência.

HOMÓLOGO. Diz-se dos lados, diagonais, segmentos, vértices e outros pontos correspondentes em figuras semelhantes.

IDEAL. Imaginário; que existe na idéia, que é idealizado ou mentalmente concebido.

INTUITIVO. Claro, evidente; óbvio.

PASSÍVEL. Suscetível; sujeito a.

RESPECTIVO. Que diz respeito a cada um em particular ou em separado; próprio; seu; correspondente.

SINÓTICO. Sinóptico; resumido; conciso; sintético, sumário. Quadro Sinóptico.

SINAL. Representação; indicação; marca; símbolo; denotação.

Símbolos e denotações usados no presente módulo:

$\longleftrightarrow$	Reta	$\cong$	Congruência
$\longrightarrow$	Semi-reta	$\sim$	Semelhante
$\overline{}$	Segmento de reta	$\frown$	Arco
$\supset$	Contém	h	Altura
$\subset$	Está contido em	α	Alfa
$\in$	Pertence a	β	Beta
$\wedge$	E	γ	Gama
$\in$	Espaço geométrico	δ	Delta
$\cap$	Intersecção	$\measuredangle$	Ângulo
//	Retas paralelas	$\wedge$	Ângulo
		$\triangle$	Triângulo

Revisão: MARIA LÚCIA DE ALMEIDA FURQUIM
Diagramação : MARLY HAIKAL PROENÇA.

GABARITO DO PÓS-TESTE

Município: ______________________________ data da correção ______________

Cursista: ____

Número do Módulo: 39

1. Completamento:

   a) Um triângulo escaleno não pode ter ângulos congruentes.

   b) Um triângulo não pode ter dois ângulos retos.

   c) Dois ângulos adjacentes, cuja soma das medidas é igual a 90º, são chamados adjacentes complementares.

   d) Duas retas, cuja intersecção é um conjunto vazio, são chamadas retas paralelas.

2. Escrita em linguagem corrente das representações simbólicas:

   a) $R \in s$: o ponto R pertence à reta s.

   b) $\widehat{ABS}$: ângulo ABS.

   c) $\overrightarrow{AB} \subset r$: a semi-reta AB está contida na reta r.

   d) $m(\widehat{MON})$: medida do ângulo MON.

3. Denominação de ângulos:

   a) $\widehat{NOP}$ é um ângulo agudo.

   b) $\widehat{RST}$ é um ângulo reto.

   c) $\widehat{ROQ}$ e $\widehat{QOP}$ são ângulos adjacentes suplementares.

   d) Os ângulos x' e x são chamados ângulos opostos pelo vértice.

4. Completamento:

   a) Espaço geométrico é o conjunto de todos os pontos que formam o Universo.

   b) Um ponto, numa reta, determina duas semi-retas.

   c) Os pontos que estão numa mesma reta denominam-se pontos colineares.

   d) Um ponto situado fora de um plano chama-se ponto não coplanar.

5. Uma curva fechada simples determina, num plano, três regiões:

   a) Região dos pontos da curva;

   b) Região interior;

   c) Região exterior.

6. Correspondência:

   4 ⟶ Quadrilátero.

   7 ⟶ Heptágono.

   9 ⟶ Eneágono.

   10 ⟶ Decágono.

   20 ⟶ Icoságono.

7. Medida de ângulos :

$m(\hat{ABC}) = 60°$ $m(\hat{RST}) = 70°$ $m(\hat{MOP}) = 145°$

8. Ângulos formados nos relógios:

Meia noite ⟶ ângulo nulo.
9 horas ⟶ ângulo reto.
9h 17 min. ⟶ ângulo raso.
10h 30 min. ⟶ ângulo obtuso.

9. Bissetriz e ângulos complementar e suplementar.

- Verificar, nos desenhos do teste:
a) se a semi-reta dividiu o ângulo ao meio.
b) se os lados exteriores são perpendiculares.
c) se os lados exteriores são semi-retas opostas.

10. Triângulos congruentes, bissetrizes, medianas e perímetro :

- Verificar, nos desenhos do teste:.
a) se o triângulo tem a mesma forma e o mesmo tamanho.
b) se as linhas dividiram os ângulos em duas partes congruentes;
se as linhas caíram no meio dos lados do triângulo.
c) P = 12 cm

d) X = 75°

ORIENTADORA DA APRENDIZAGEM LOCAL

GABARITO DO PÓS-TESTE - Nível de Suporte

Município: ______________________________ data da correção: ___________

Cursista: ____

Número do módulo: 39

1. Completamento :

a) $\widehat{BAC}$ é um ângulo nulo   d) $m(\widehat{BAC}) = 0°$

b) $\widehat{DEF}$ é um ângulo raso   e) $m(\widehat{DEF}) = 180°$

c) $\widehat{OPQ}$ é um ângulo reto   f) $m(\widehat{OPQ}) = 90°$

2. Completamento:

a) $m(\widehat{MON}) + m(\widehat{NOP}) = 90° + 90° = 180°$

b) $m(\widehat{ROS}) + m(\widehat{SOT}) = 60° + 30° = 90°$

3. Denominação de polígonos:

8 lados ⟶ octógono   6 lados ⟶ hexágono

3 lados ⟶ triângulo   5 lados ⟶ pentágono

4. Classificação de curvas:

a) curva aberta não-simples.   c) curva aberta simples.

b) curva fechada simples.   d) curva fechada não-simples.

5. Representação:

a) Verificar no teste se os pontos estão na ordem pedida.

b) $\overrightarrow{QR}$ e $\overrightarrow{QP}$

6. Completamento:

a) β é a denominação do plano.

b) r//s é a denominação de retas paralelas.

c) o ponto Q pertence à reta r.

d) o ponto R não pertence ao plano Beta.

7. Denominação de triângulos.

a) Obtusângulo, Retângulo , Acutângulo .

b) Equilátero, Isósceles, Escaleno .

8. Traçados de mediana, altura e bissetriz de triângulos.

Verificar nos triângulos do teste:

- (MNO), se a mediana atinge o ponto médio de cada lado;
- (OPQ), se a altura sai de O perpendicular ao prolongamento de $\overline{PQ}$;
- (PQR), se a bissetriz divide o ângulo em duas partes congruentes.

9. Desenho de triângulo, valor do ângulo dum triângulo e perímetro de triângulo.

a) conferir com transferidor o desenho do triângulo do teste;

b) valor do terceiro ângulo:

180º - (48º + 48º)

x = 180º - 96º

x = 84º

c) perímetro do $\triangle$ GHI = 6 cm + 3 cm + 3 cm = 12cm.

10. Desenho de ângulo, denominação do ponto P e semi-retas.

a) conferir com transferidor o desenho do ângulo do teste;

b) o ponto P chama-se vértice do $O\hat{P}Q$;

c) $\overrightarrow{PO}$ e $\overrightarrow{PQ}$ chamam-se lados.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

12

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT

Mat
40

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

NOÇÕES DE GEOMETRIA II

MÓDULO Nº 40

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: NOÇOES DE GEOMETRIA II

I - ASSUNTO: QUADRILÁTERO, CÍRCULO E PRINCIPAIS FIGURAS NO ESPAÇO.

O presente módulo refere-se à segunda parte do estudo das NOÇÕES DE GEOMETRIA. Trata de quadriláteros, círculos, circunferências e figuras de sólidos geométricos. Estuda as figuras com as quais temos contacto em nossas atividades diárias, e que se nos apresentam em problemas como de avaliação de áreas de terrenos, cálculo de massas, verificação de capacidades, volumes de sólidos, etc.

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III- PRÉ-REQUISITOS: REVISÃO DOS MÓDULOS 9.0,10 e 39.

IV - OBJETIVOS:

1. OBJETIVO GERAL

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2. OBJETIVO TERMINAL

Revisar os conhecimentos de geometria necessários ao estudo de "medida de grandezas de comprimento, área, volume e ângulos".

3. OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

a) Identificar as espécies, traçado e propriedades dos quadriláteros, bem como a medida do seu perímetro.

b) Identificar o círculo, suas partes e traçado e como medir seu perímetro.

c) Deduzir o número π e aplicá-lo às fórmulas para determinar a circunferência e o diâmetro.

d) Definir as principais figuras geométricas no espaço reconhecê-las nos corpos sólidos que nos rodeiam.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção o enunciado das questões formuladas neste Pré-Teste e as responda càlmamente, sem medo de errar.

Se o resultado da prova lhe for favorável, regozijo-me com isso; se não, procure estudar com interesse este módulo para dominar seu conteúdo e, assim, habilitar-se à nova verificação de conhecimentos.

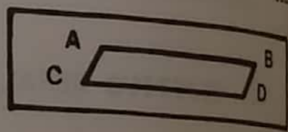
1. QUADRILÁTERO.

a) Desenhe um quadrilátero que não seja trapézio.

b) Qual a condição indispensável para o quadrilátero ser trapézio?

----

2. ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE AS REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS ABAIXO, REFERENTES AO PARALELOGRAMO AO LADO.



a) Os lados do paralelogramo são --------------------

b) $B\hat{A}C$ é um ângulo obtuso?

----

c) $\overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$

----

d) $\overline{AB} // \overline{CD}$

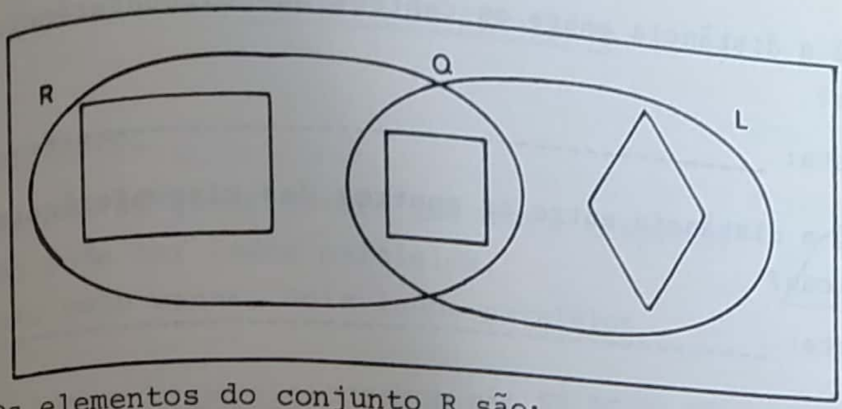
----

e) $B\hat{A}C \cong C\hat{D}B$

----

3. PARA COMPLETAR AS SENTENÇAS, OBSERVE OS DIAGRAMAS DOS CONJUNTOS:

R= {retângulos} $\mathcal{L}$ = {losangos} Q = {quadrados}



a) Os elementos do conjunto R são: ------------------------------

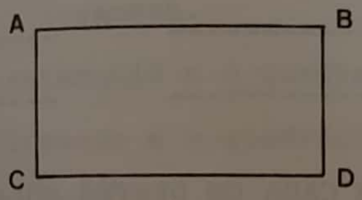
b) Os elementos do conjunto L são: ------------------------------

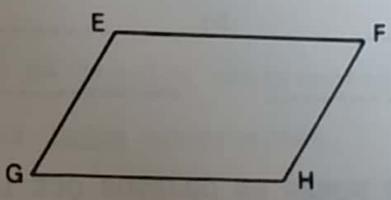
c) O retângulo e o quadrado têm os -----------------congruentes.

d) O losango e o quadrado têm os -------------------congruentes.

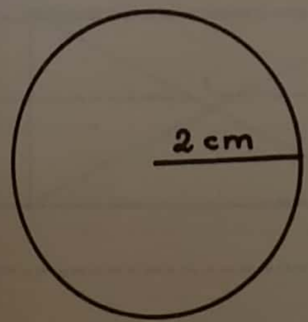
e) R ∩ L

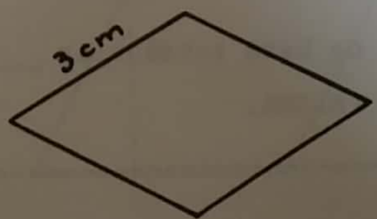
4. TRACE AS DIAGONAIS DO RETÂNGULO ABCD E A ALTURA DO PARALELOGRAMO EFGH:





5. CALCULE O PERÍMETRO DO CÍRCULO E DO LOSANGO:





P_o = ------------ P = --------------

6. TRAÇADO DE CIRCUNFERÊNCIAS:

a) Trace duas circunferências tangentes e duas concêntricas:

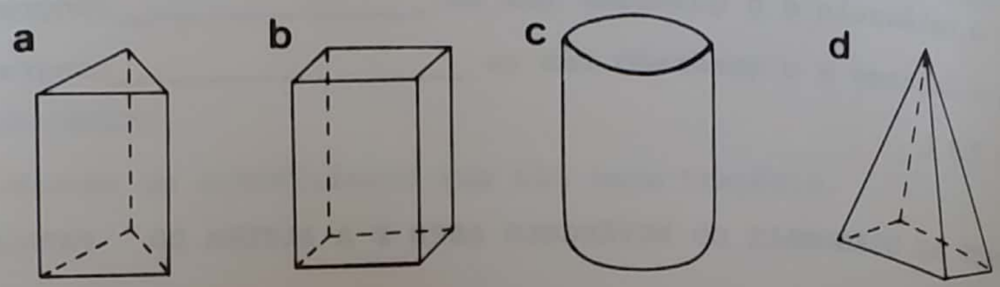
b) Qual é a distância entre os centros das circunferências tan-
gentes?

Resposta: ____

c) Qual é a distância entre os centros das circunferências con-
cêntricas?

Resposta: ____

7. ESCREVA O NOME DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ABAIXO, UTILIZANDO AS LI-
NHAS PONTILHADAS SOB AS FIGURAS:



a) ____________ b) ____________ c) ____________ d) ____________

____________ ____________ ____________ ____________

8. DÊ DOIS NOMES DE OBJETOS QUE LEMBREM CADA UM DESTES SÓLIDOS:

Cubo ____________________________;____________________________

Cilindro _________________________;____________________________

Prisma de base retangular __________________;_______________

9. DEFINA PRISMA.

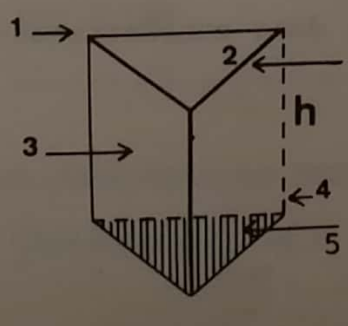
____

____

____

____

10. DENOMINE AS PARTES ASSINALADAS NA FIGURA:



1) ____

2) ____

3) ____

4) ____

5) ____

GABARITO DO PRÉ-TESTE

1. Quadrilátero.

a) Desenho de quadrilátero que não é trapézio.
Não pode ter lados paralelos.

b) Ter, pelo menos, dois lados paralelos.

2. a) Os lados dos paralelogramos são $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$.

b) O ângulo BAC é um ângulo obtuso.

c) A semi-reta AB está contida na reta AB.

d) Os segmentos de reta AB E CD são paralelos.

e) O ângulo BAC é congruente ao ângulo CBD.

3. Observe o diagrama e complete as sentenças.

a) ... retângulos.

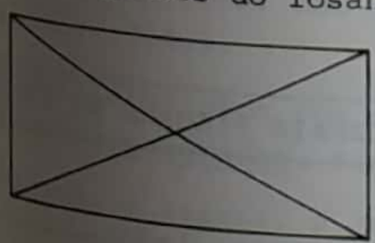
b) ... losangos.

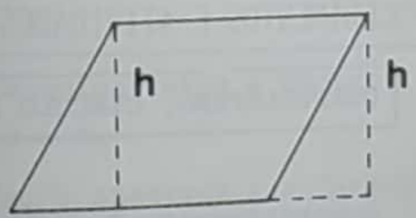
c) O retângulo e o quadrado têm os ângulos congruentes.

d) O losango e o quadrado têm os lados congruentes.

e) $R \cap L = Q$

4. Trace as diagonais do losango ABCD e a altura do paralelogramo EFGH.





h ou ____________ h

5. Calcule o perímetro do círculo e do losango:

Do círculo (raio 2cm)

$C = 2\pi r$

$C = 2 \times 3{,}14 \times 2cm =$

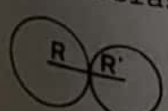
$C = 12{,}56cm$

Do losango (lado 3cm)

$P = 4 \times 3cm = 12cm$

6. Traçado de circunferências.

a) Circunferências tangentes



Circunferências concêntricas

b) A distância entre os centros das circunferências tangentes
R + R'.

c) A distância entre os centros das circunferências concêntri
nula, pois elas têm o mesmo centro.

7. Denominação de sólidos geométricos.

a) Prisma de base triangular
b) Prisma de base retangular ou paralelepípedo retângulo.
c) Cilindro
d) Pirâmide.

8. Objetos que lembram cubo, cilindro e prisma de base retangular,
rifique no texto do módulo.

9. Prisma é a figura espacial cujas bases são faces poligonais cong
tes situados em planos paralelos e cujas faces laterais são pa
gramas que unem os lados homólogos dos dois polígonos.

10. Denominação das partes do prisma.

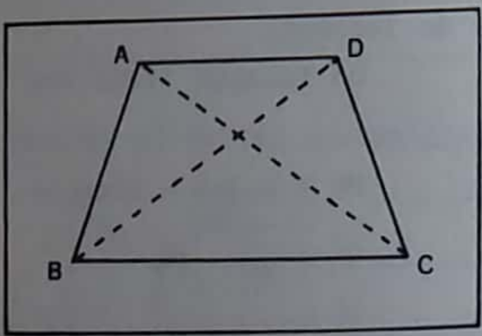
1) Vértice
2) Aresta
3) Face
4) Altura
5) Base

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

QUADRILÁTERO, CÍRCULO E PRINCIPAIS FIGURAS NO ESPAÇO.

QUADRILÁTEROS são polígonos de quatro lados.

A figura ABCD é um quadrilátero.

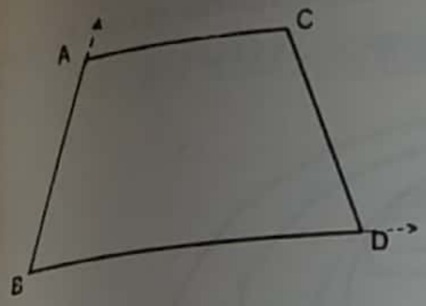


Os pontos A,B,C e D são os vértic
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ são os lados d
gura.

AC e BD são as diagonais do qu
látero.

$\overline{BC}$ chama-se base maior (B)
$\overline{AD}$ chama-se base menor (b)

Todo quadrilátero tem quatro ângulos internos, cujos vért
são os vértices do quadrilátero e cujos lados contêm os lados do qu
látero.

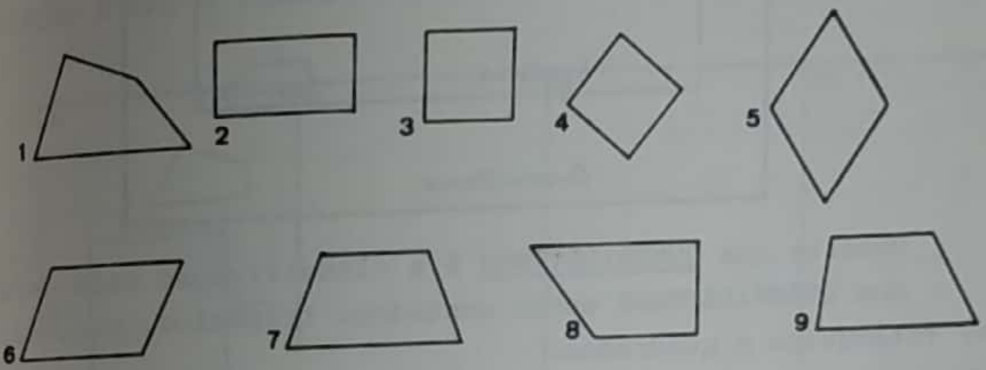


$A\hat{B}D$ vértice B

$\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BD}$ são os lados que suportam os seg mentos:

$\overline{BA}$ e $\overline{BD}$.

Observe as figuras abaixo. Há quadriláteros que não têm lados aralelos. Outros têm pelo menos dois lados paralelos; estes são chama os trapézios. Suas figuras são as de números 2,3,4,5,6,7,8,9.



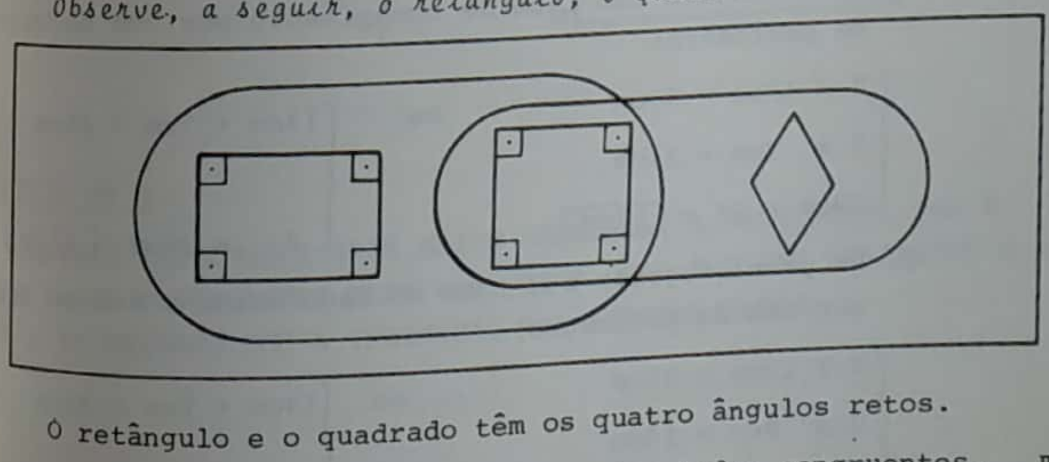
Os quadriláteros com lados paralelos dois a dois são chamados aralelogramas. Figuras: 2,3,4,5,6.

Os paralelogramos com quatro ângulos congruentes, isto é, qua ro ângulos retos, chamam-se retângulos. Figuras 2,3,4.

Os paralelogramos com quatro lados congruentes denominam - se osangos. Figuras: 3,4,5.

Os paralelogramos com quatro ângulos retos e quatro lados con ruentes chamam-se quadrados. Figuras: 3 e 4.

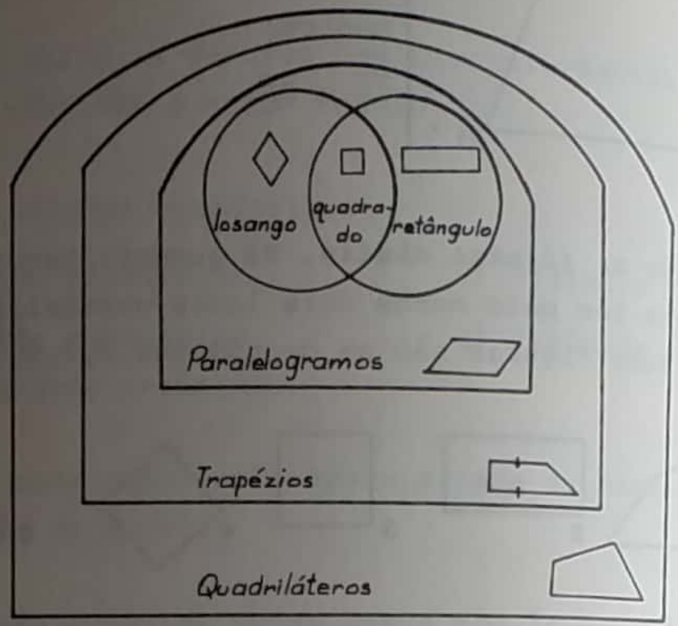
Observe, a seguir, o retângulo, o quadrado e o losango.



O retângulo e o quadrado têm os quatro ângulos retos.

O quadrado e o losango têm os quatro lados congruentes, mas o quadrado tem os quatro lados e os quatro ângulos congruentes.

Observe os diagramas de Venn que representam esta nova c
ficação dos quadriláteros com suas inclusões e intersecções.



Observe que <u>QUADRILÁTEROS</u> é a classificação mais geral.

Nos QUADRILÁTEROS estão contidos: trapézios, paralelogr
sangos, retângulos e quadrados.

Os quadrados são ao mesmo tempo losangos e retângulos, is
formam a intersecção entre o conjunto dos losangos e dos retângul

<u>PERÍMETRO</u> Somando as medidas dos quatro lados de um quadrilátero
remos o perímetro desse quadrilátero.

Vejamos:

A. Um quadrado com 7 cm de lado tem de perímetro:

$4 \times 7\text{ cm} = 28\text{ cm}$ ou $7\text{cm} + 7\text{cm} + 7\text{cm} + 7\text{cm} = \boxed{28\text{cm}}$

B. Um retângulo com 19cm de comprimento por 7cm de largura
de perímetro:

$$\begin{cases} 2 \times 19\text{cm} = 38\text{cm} \\ 2 \times 7\text{cm} = 14\text{cm} \\ 38\text{cm} + 14 = \boxed{52\text{cm}} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 19\text{cm} + 7\text{cm} = 26\text{cm} \\ 2 \times 26\text{cm} = \boxed{52\text{cm}} \end{cases}$$

C. Um paralelogramo com 13cm no lado maior e 9cm no lado
nor tem de perímetro:

$$\begin{cases} 2 \times 13\text{cm} = 26\text{cm} \\ 2 \times 9\text{cm} = 18\text{cm} \\ 26\text{cm}+18\text{cm} = \boxed{44\text{cm}} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 13\text{cm} + 9\text{cm} = 22\text{cm} \\ 2 \times 22\text{cm} = \boxed{44\text{cm}} \end{cases}$$

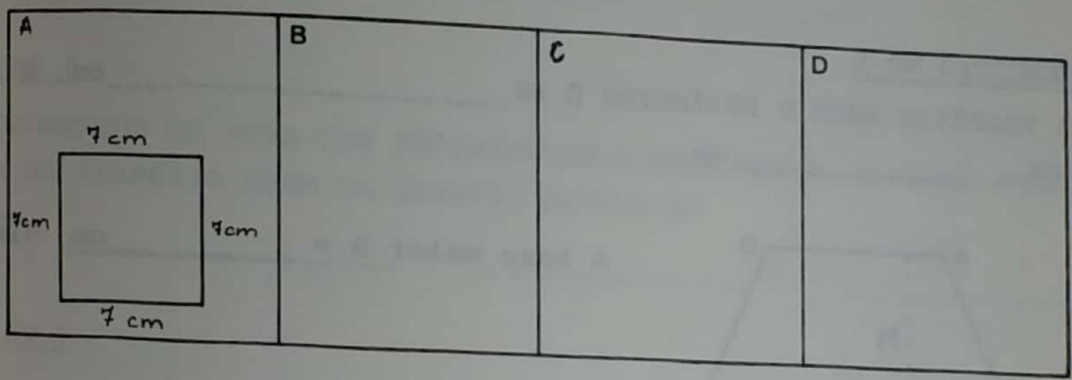
D. Um losango com 17cm de lado tem de perímetro:

$4 \times 17cm = \boxed{68cm}$ ou $17cm+17cm+17cm+17cm = \boxed{68cm}$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

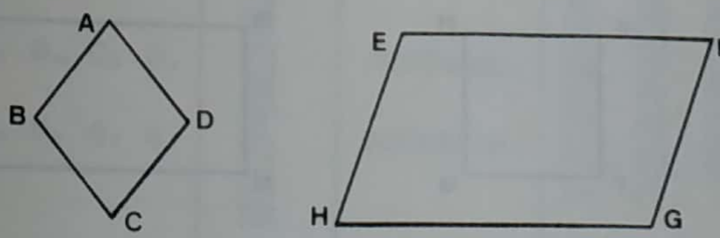
EXERCÍCIO Nº 1

REPRESENTE NOS QUADROS SEGUINTES A FIGURA E AS MEDIDAS RESPECTIVAS DADAS NOS QUATRO EXEMPLOS ANTERIORES DE PROBLEMAS. (PEDIMOS APENAS A REPRESENTAÇÃO E NÃO O TAMANHO NATURAL INDICADO POR AQUELAS MEDIDAS).



EXERCÍCIO Nº 2

TRACE AS DIAGONAIS NO LOSANGO ABDC E NO PARALELOGRAMO EFGH.

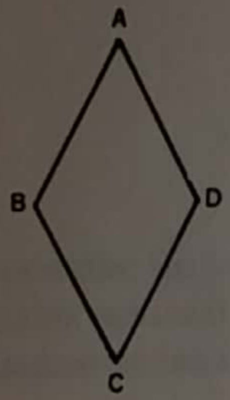


EXERCÍCIO Nº 3

UM TRAPÉZIO ISÓSCELES A BASE MAIOR MEDE 8cm, A BASE MENOR 3cm E CADA UM DOS LADOS CONGRUENTES MEDE 4cm. DIGA QUAL É O SEU PERÍMETRO E REPRESENTE-O EM DESENHO COM A INDICAÇÃO DAS MEDIDAS DADAS.

EXERCÍCIO Nº 4

TRACE AS DIAGONAIS DESTE LOSANGO.



A denotação da diagonal maior é D e a da menor é d.

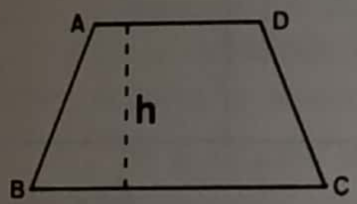
D = _______________ (segmento de reta).

d = ______________________________________

EXERCÍCIO Nº 5

NO TRAPÉZIO ABCD O PERÍMETRO É DE_____________________cm, E A AL

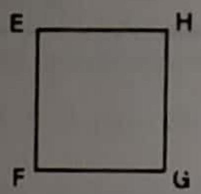
É DE _______________cm.

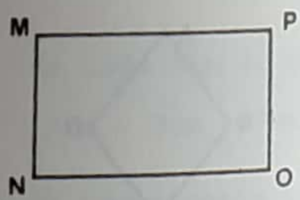


A base maior B = __________cm ($\overline{BC}$)

A base menor b = __________cm ($\overline{AD}$)

EXERCÍCIO Nº 6





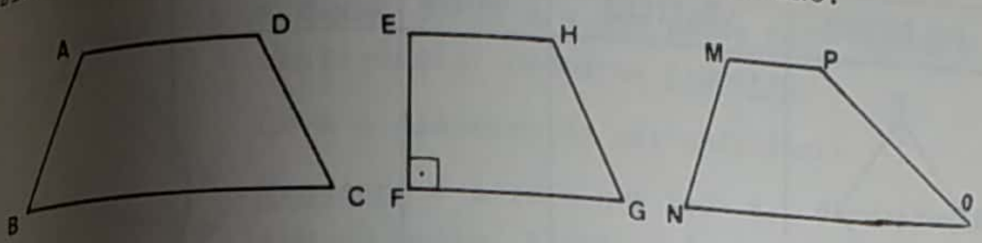
As diagonais do quadrado são os segmentos de reta _________________________ e ___________________________

As diagonais do retângulo são os segmentos de reta _________________________ e ___________________________

A altura do quadrado é o segmento ______________ e a altura do retângulo é ______________________________

RCÍCIO Nº 7

TRAPÉZIO PODE SER: RETÂNGULO, ISÓSCELES OU ESCALENO.



CD é um trapézio ________________________________

FGH é um trapézio ________________________________

P é um trapézio ________________________________

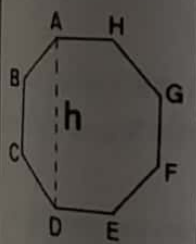
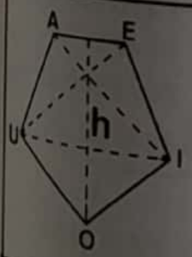
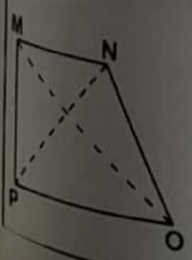
ERCÍCIO Nº 8

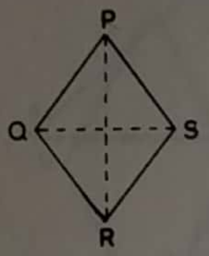
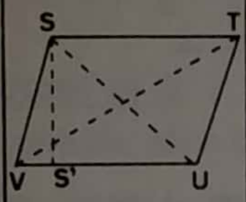
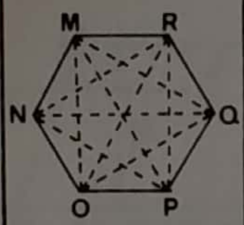
AIS OS SEGMENTOS DE RETA QUE REPRESENTAM A BASE MAIOR, A BASE MENOR
A ALTURA DO TRAPÉZIO EFGH DA QUESTÃO ANTERIOR?

B = ________________ b = ______________ h = _____________

ERCÍCIO Nº 9

PLETE O QUADRO CONFORME O MODELO (observe que o exercício continua na outra
ágina).

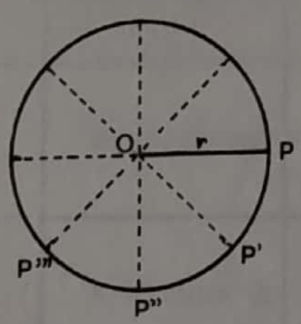
POLÍGONOS	VÉRTICES	LADOS	NOMES DOS POLÍGONOS	NÚMERO DE DIAGONAIS
	A, B, C, D, E, F, G, H.	$\overline{AB}$ $\overline{BC}$ $\overline{CD}$ $\overline{DE}$ $\overline{EF}$ $\overline{FG}$ $\overline{GH}$ $\overline{AH}$	OCTÓGONO ABCDEFGH	$\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{AG}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$, $\overline{BH}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{CG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DF}$, $\overline{DG}$, $\overline{DH}$, $\overline{EG}$, $\overline{EH}$, $\overline{FH}$.
				
				

POLÍGONOS	VÉRTICES	LADOS	NOMES DOS POLÍGONOS	NÚMERO DE DIAGONAIS
				
				
				

CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

CIRCUNFERÊNCIA é a linha plana, curva, fechada, que tem dos os pontos eqüidistantes de um ponto dado. É o lugar geométrico, plano, dos pontos eqüidistantes de um ponto fixo.

O ponto do plano da circunferência eqüidistante dessa é centro da circunferência, e a distância constante é o raio da circun- rência.



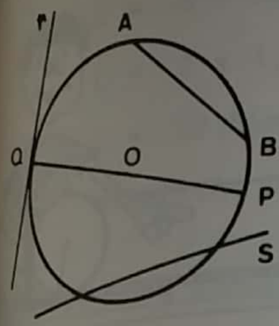
O é o centro da circunferência;

o ponto fixo.

$\overline{OP}$ é o raio. $\overline{OP}$', $\overline{OP}$'' etc. são os raios.

Os pontos P', P'', P''', etc. são pontos da circunferência.

ORDA é o segmento de reta que une dois pontos quaisquer da circunfe ncia. $\overline{AB}$ é um exemplo de corda.

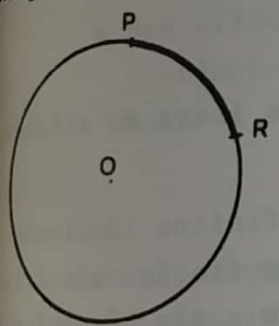


A maior corda é a que passa pelo centro da circunferência; chama-se <u>diâmetro</u>.

$\overline{QP}$ é o diâmetro da circunferência.

<u>Tangente</u> é a reta que toca a circunferência num só ponto. A reta <u>r</u> é uma tangente. Q é o ponto de tangência.

cante é a reta que corta a circunferência em dois pontos. A reta <u>s</u> é exemplo de secante.



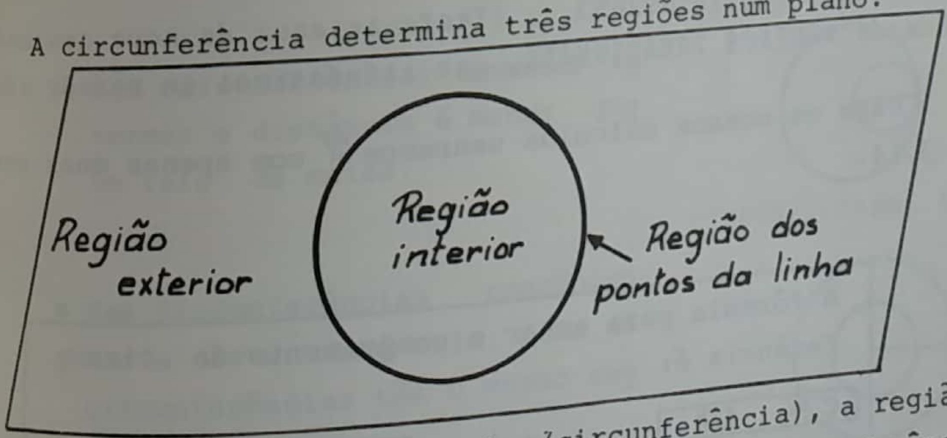
<u>Arco</u> é a parte da circunferência compreendida entre dois pontos.

O arco é designado por letras colocadas nas suas extremidades.

Neste exemplo, PR, leia: arco PR.

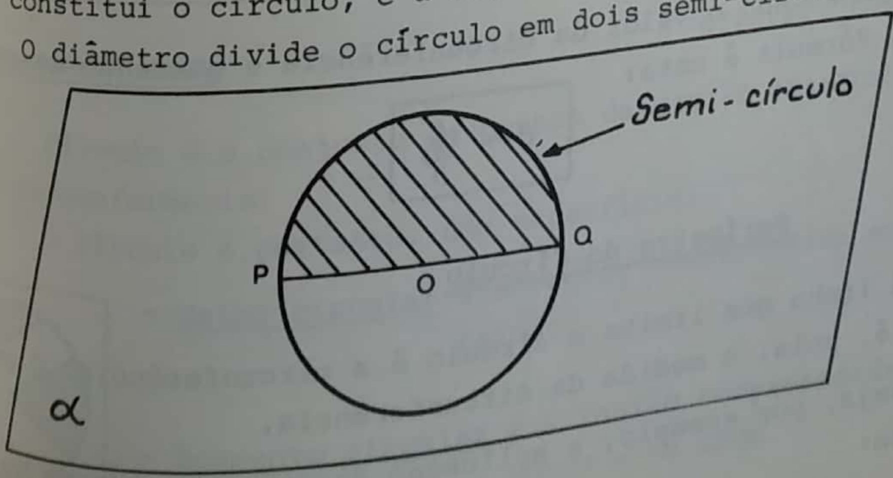
<u>Regiões determinadas no plano por uma circunferência</u>

A circunferência determina três regiões num plano.

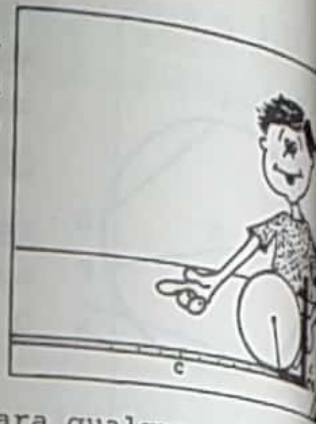


A região dos pontos da linha (circunferência), a região inte or que constitui o círculo, e a região exterior à circunferência.

O diâmetro divide o círculo em dois semi-círculos.



Medida do Comprimento da Circunferência.



Para medir o comprimento da circunferência de um disco, de um prato, etc., você pode usar a técnica que o desenho ao lado ilustra.

Observando que "quanto maior é o raio, maior é a circunferência", os geômetras da antigüidade descobriram que dividindo a medida da circunferência pela medida do diâmetro, obtinham o mesmo número, isto é, para qualquer círculo vado:

$$\frac{\text{medida da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \frac{C}{D} = 3{,}14159\ldots$$

Esse valor constante foi designado pela letra do alfabe go, π, que se lê "pi".

Você já conhece os números decimais infinitos (decimais riódicos) e sabe que é possível transformá-los em fração ordinária ratriz). π , entretanto, não é decimal periódico ; não há período suas casas decimais.

Observe o valor de π com nove casas decimais:

$= 3{,}141592653\ldots$ (*Trata-se aqui de novo conjunto rico, chamado NÚMEROS IRRACIONAIS, que estudaremos em módulo adici*

Para os nossos cálculos usaremos π com apenas duas casas cimais: 3,14.

> A fórmula para achar o comprimento da circunferência é:
>
> $\boxed{C = d\,\pi}$ ou $\boxed{C = 2\,\pi\,r}$

Conhecendo o valor da circunferência e querendo descobrir diâmetro, a fórmula é esta:

$$\boxed{d = \frac{C}{\pi}}$$

Perímetro do Círculo.

A linha que limita o círculo é a circunferência. O períme do círculo é, pois, a medida da circunferência.

Veja, por exemplo, a aplicação desse conhecimento no pro ma seguinte:

- Qual é o perímetro de um canteiro de forma circular com 2 metros de raio?

$C = d\pi$ ou $2\pi r$

$C = 2 \times 3{,}14 \times 2m$

$C = 12{,}56m.$

RESPOSTA: O canteiro tem 12,56m. de volta ou circunferência.

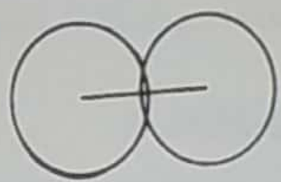
POSIÇÃO DE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS

Observe, nas circunferências abaixo, a distância entre os centros.

- Nas circunferências tangentes a distância dos centros é exatamente a soma dos dois raios.

CIRCUNF. TANGENTES.

- Nas circunferências secantes a distância é menor que a soma dos dois raios.



CIRCUNF. SECANTES

- Nas circunferências tangentes internas a distância é menor que um raio da maior.

CIRCUNF. TANG. INTERNAS

- Nas circunferências concêntricas a distância é nula, pois as circunferências têm o mesmo centro.

CIRCUNF. CONCÊNTRICAS

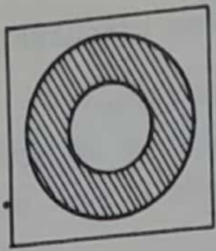
CÍRCULO, COROA, ZONA.

Círculo é o conjunto de pontos da região interior determinada por uma circunferência.

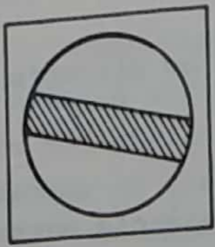
O círculo é,portanto, uma superfície.

- <u>Setor circular</u> é a região compreendida entre dois raios.

- <u>Segmento circular</u> é a região compreendida entre uma corda e um arco.



- <u>Coroa</u> é a região circular compreendida duas circunferências concêntricas de rai rentes.



- <u>Zona</u> é a região circular compreendida en cordas.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

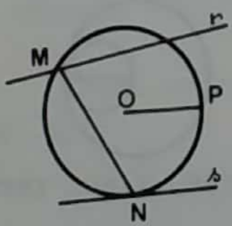
EXERCÍCIO Nº 10

QUANTOS DIÂMETROS VOCÊ PODE TRAÇAR NUMA CIRCUNFERÊNCIA?

Resposta: ________________________________

EXERCÍCIO Nº 11

NOMEIE AS RETAS E SEGMENTOS DE RETA:



$\overline{OP}$ é um ____________________

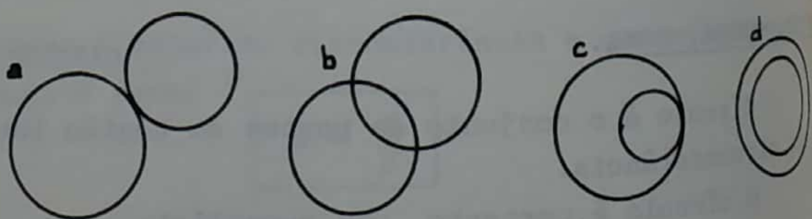
s é uma ____________________

r é uma ____________________

$\overline{MN}$ é uma ____________________

EXERCÍCIO Nº 12

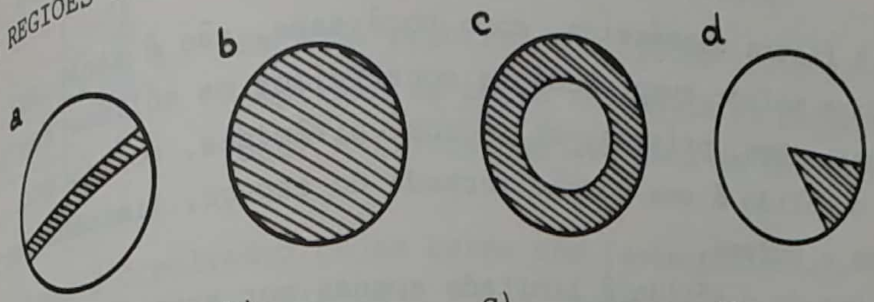
DÊ O NOME À POSIÇÃO ENTRE AS DUAS CIRCUNFERÊNCIAS



a) __________ b) __________ c) __________ d) ______

EXERCÍCIO Nº 13

...IS AS REGIÕES DOS CÍRCULOS ABAIXO:



a) ---------- b) ---------- c) ---------- d) ----------

EXERCÍCIO Nº 14

...VALOR APROXIMADO DE π.

Resposta: --------------------

EXERCÍCIO Nº 15

...É O PERÍMETRO DE UM CÍRCULO COM 12cm DE RAIO?

Resposta: --------------------

EXERCÍCIO Nº 16

...CIRCUNFERÊNCIA É APROXIMADAMENTE IGUAL A QUANTOS RAIOS?

Resposta: --------------------

EXERCÍCIO Nº 17

...E AS AFIRMATIVAS FALSAS OU VERDADEIRAS, COLOCANDO F OU V DENTRO ... PARÊNTESES.

( ) O raio é uma linha aberta simples.

( ) O raio pertence à circunferência.

( ) A circunferência determina infinitos diâmetros.

( ) Nem toda corda é diâmetro.

( ) Há cordas que são diâmetros.

( ) Toda corda é diâmetro.

( ) Os diâmetros de uma circunferência são congruentes.

ESTUDO DAS FIGURAS NO ESPAÇO

...IDOS GEOMÉTRICOS. Toda entidade geométrica formada por uma figura geométrica plana e mais pontos no espaço geométrico fora desse plano uma figura tridimensional - tem comprimento, largura e altura ou sura.

A figura geométrica, como você sabe, não é senão uma ção. Mas para melhor compreendê-la construímos os sólidos com as geométricas: cubos, prismas, cilindros, pirâmides, cones, etc.

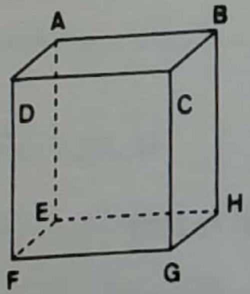
O sólido é uma porção fechada do espaço, limitada por su cies planas e curvas.

Quando o sólido é limitado apenas por superfícies planas chamado poliedro.

As superfícies que limitam o poliedro são chamadas faces.

CUBO. O cubo é uma figura espacial limitada por seis faces congruentes quadradas (hexaedro regular). É um paralelepípedo retângulo de quadradas, cujas três dimensões são iguais.

O dado (usado em jogos) é um sólido que corresponde à fi geométrica de um cubo.



ABCDEFGH é a figura de um cubo.

A,B,C,D,E,F,G,H são os vértices.

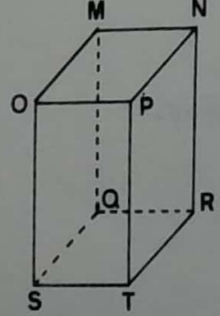
As seis superfícies planas quadradas que lim o espaço geométrico são os lados ou faces do

Os segmentos de reta: $\overline{AB}$,$\overline{DC}$,$\overline{AD}$,$\overline{CB}$,$\overline{CG}$,$\overline{DF}$,$\overline{AE}$, $\overline{EF}$,$\overline{HE}$,$\overline{GH}$ são as arestas.

A face EHGF, sobre a qual se assenta a figura, chama-se ba No cubo, qualquer face pode ser a base. As arestas $\overline{AE}$,$\overline{DF}$, $\overline{BH}$, perpendiculares à base, representam a altura do cubo.

Observe que cada vértice da figura é formado de três ângu planos, em posições diferentes.

PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO. A figura espacial ao lado, de seis faces re gulares, é um paralelepípedo retângulo. As pe do calçamento, os tijolos, as caixas, têm a me forma dessa figura.



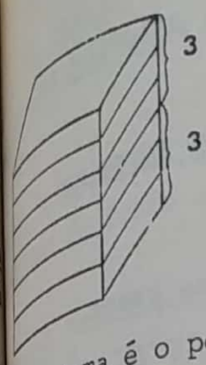
O paralelepípedo tem três dimensões: comprimento, largura e altura.

M,N,O,P,Q,R,S,T são os vértices.

$\overline{MN}$,$\overline{NP}$,$\overline{PO}$,$\overline{QR}$,$\overline{RT}$,$\overline{TS}$,$\overline{SQ}$,$\overline{OS}$,$\overline{PT}$,$\overline{NR}$,$\overline{MQ}$ são as arestas

As faces retangulares QRST e MNOP são as bases

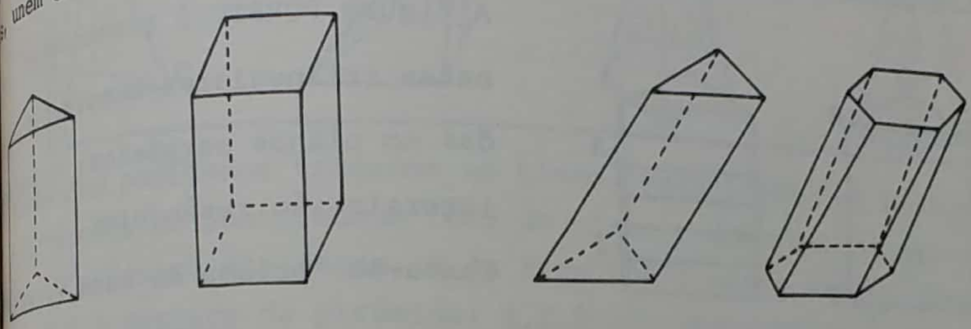
faces laterais do paralelepípedo são as super cies retangulares MNQR, PNTR, OPST, OMSR.



Atente novamente para os vértices da figura e observe que cada um deles é formado por três ângulos planos com a mesma origem.

Se você recorrer aos blocos lógicos, terá (ao empilhar as peças retangulares pequenas ou grandes) a figura que acabamos de descrever.

...MA. Prisma é o poliedro cujas bases são faces poligonais congruentes situados em planos paralelos e cujas faces, em forma de palalelogra... unem os lados homólogos dos dois polígonos.

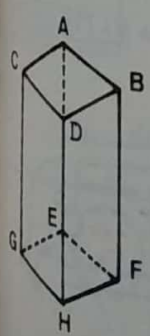


PRIMAS RETOS PRISMAS OBLÍQUOS

Os prismas, objetos de nossa atenção, serão os prismas retos . ...sma reto é aquele em que as arestas laterais são perpendiculares às ...es. Em geral, um prisma reto é a figura fomada por duas superfícies ...igonais congruentes situadas em planos paralelos, de tal forma que ...faces retangulares unem os lados homólogos dos polígonos.

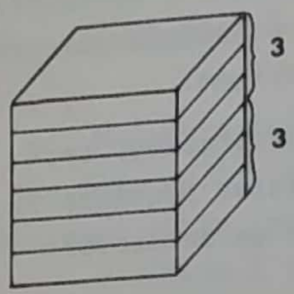
Os primas são designados de acordo com os polígonos das bases; assim temos prismas triangulares, quadrangulares, retangulares (paralelepípedo retângulo), pentagonais, etc., conforme as bases sejam ...ângulos, quadrados, retângulos, etc.

...isma de base quadrangular.



A figura ao lado é formada de duas bases quadradas em planos paralelos e quatro faces laterais retangulares. É, portanto, um prisma de base quadrangular. Como as arestas laterais são perpendiculares à base é chamado prisma reto.

Empilhando as peças quadradas dos Blocos Lógicos você terá a figura do prisma de base quadrangular.



A,B,C,D,E,F,G,H da figura anterior são o

tices do prisma.

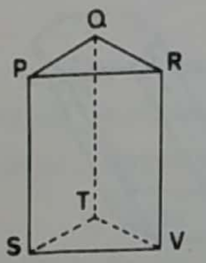
$\overline{AB}$,$\overline{BD}$,$\overline{CD}$,$\overline{CA}$,$\overline{EF}$,$\overline{FH}$,$\overline{HG}$,$\overline{GE}$,$\overline{AE}$,$\overline{CG}$,$\overline{BF}$,$\overline{DH}$

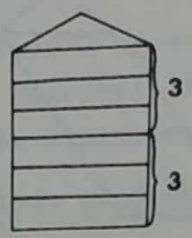
são as arestas.

As faces ABCD e EFGH são as bases.

Os retângulos CDGH, ABEF, DBFH,ACGE são as faces laterais do prisma.

Prisma de base triangular.





A figura PQRSTV é formada por bases triângulares congruentes das em planos paralelos, cujas laterais são retângulos.

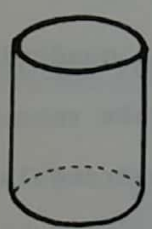
Chama-se "prisma de base triang

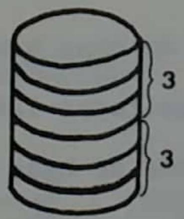
Os pontos P,Q,R,S,T,V são os vértices da figura.

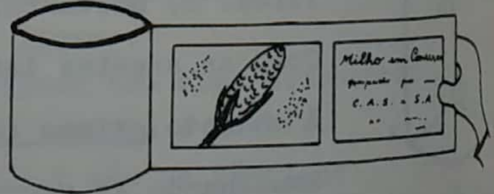
Os triângulos PQR e STV são as bases. $\overline{PS}$,$\overline{RV}$,$\overline{QT}$,$\overline{RP}$,$\overline{PQ}$,$\overline{QR}$,$\overline{ST}$, são as arestas. Os retângulos PRST RQTV PQSV formam as faces do pr Os vértices são também a origem de três ângulos em planos em difer posições.

Prisma de base retangular. Esta figura você já conhece com o nome ralelepípedo retângulo". Pela sua forma, muito comum a sólidos e naturais, o prisma de base retangular foi estudado inicialmente com nome de paralelepípedo retângulo.

Cilindro. O espaço fechado por dois círculos congruentes, situados dois planos paralelos e uma superfície va que une os pontos do exterior dos los, formam a figura chamada cilindro.





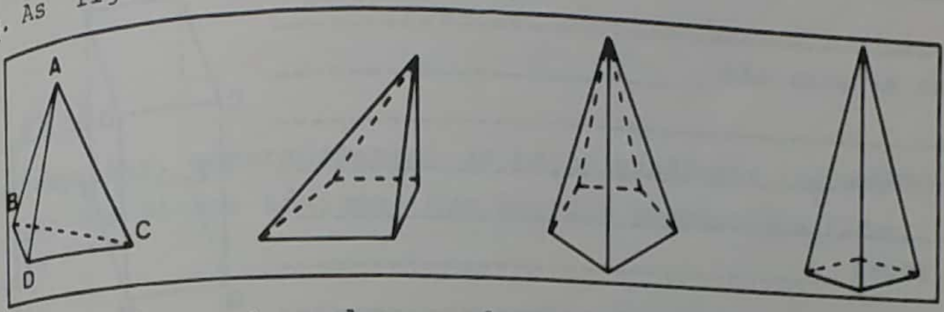


Para ilustrar o que dissemos, basta, por exemplo, retirar o rótulo que cobre toda a superfície lateral das latas de produtos alimentícios.

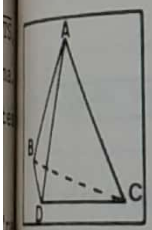
Também sugerimos a você que empilhe blocos (circulares peque-
s ou grandes) para visualizar nessas peças a figura geométrica chamada
lindro.

Vasilhas, rolos de papel, canos etc., dão-nos ótimos exemplos
sólidos de forma cilíndrica.

râmides. As figuras seguintes são pirâmides.

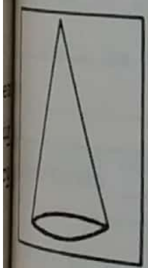


s bases são polígonos traçados no plano. Suas faces são triângulos que
como vértice um ponto comum fora do plano e como bases os lados do
lígono. O encontro das faces, e da face com o plano são as arestas.
ABCD, A é o vértice da pirâmide; B,C,D são vértices da base. $\overline{AB}$,$\overline{AD}$,$\overline{AC}$,
$\overline{CD}$,$\overline{DB}$ são as arestas. △ DBC é a base.
ADB, △ ADC e △ ACB são as faces da pirâmide.



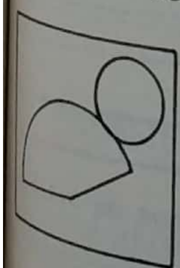
Observe os vértices da pirâmide;
são formados, cada um, de três ângulos planos em diferentes posições.

e. O cone é uma figura semelhante a uma pirâmide de infinitas faces.



Sua base é um círculo. Todos os pontos da circunferência que limitam este círculo são unidos a um ponto fora do plano por uma superfície curva.

erve, no desenho seguinte, um cone recortado em cartolina para ser montado.



Sua superfíce lateral está planificada; ela encurva unindo todos os pontos do exterior do círculo.

EXERCÍCIO Nº 18

PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO.

NOMEIE AS PARTES COMPONENTES DO PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO.

a) Seus vértices são ______________________________

____

b) Suas arestas são ______________________________

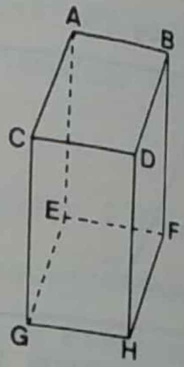
____

c) As bases ______________________________

____

d) As faces ______________________________

____



e) Que peças dos blocos lógicos podemos empilhar para ilustrar a figura de um paralelepípedo retângulo?

____

EXERCÍCIO Nº 19

a) O sólido ABCDEFGH, ao lado, é um ______________

____

b) As arestas do cubo são ______________

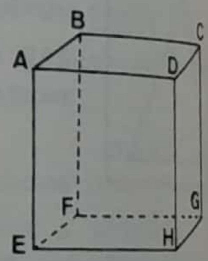
____

c) Os vértices são ______________

____

d) O quadrado EFGH é a ______________

____



e) Qualquer destas arestas AE,BF,CG,DH pode representar a ______________

______________________________ do cubo.

f) O cubo também se chama ______________________________

g) O cubo é formado por seis ______________________________ congruentes

EXERCÍCIO Nº 20

a) O que é prisma? ______________________________

____

b) Defina prisma reto. ______________________________

____

c) Como se denominam os prismas que têm por base polígonos de 3,4,5,6 lados? ______________________________

____

EXERCÍCIO Nº 21

a) O que é cilindro? --

b) Que figuras geométricas formam as bases do cilindro? ---------------

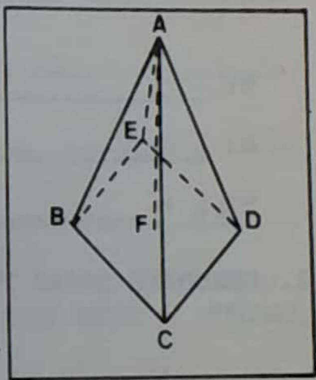
c) Como podemos demonstrar que o lado de um cilindro é um retângulo? --

EXERCÍCIO Nº 22

a) Se você empilhar, separadamente, as peças quadradas, retangulares e circulares dos Blocos Lógicos, que sólidos geométricos ficam representados?

Resposta: --

EXERCÍCIO Nº 23



a) Que figura geométrica está representada em ABCDE?

----

b) Como são as faces das pirâmides? ---------------

c) Como pode ser a base? ---------------------------

d) AF representa a ----------------------------- da pirâmide.

EXERCÍCIO Nº 24

a) O que é um cone? --

b) Em que o cone se parece com a pirâmide? --------------------------

c) Como se pode provar que o cone é formado por um círculo e um setor circular plano? --

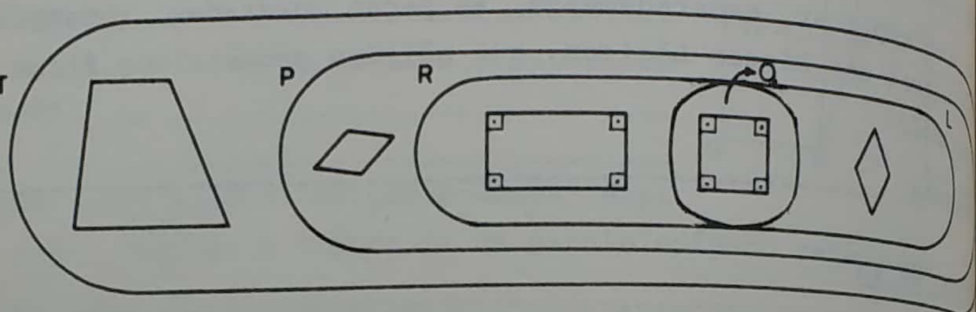
II - PÓS-TESTE

O objetivo do presente Pós-Teste é a verificação do seu aproveitamento sobre o conteúdo deste módulo.

Cremos que você examinou com interesse o assunto aqui
do e realizou com proveito as atividades propostas, tornando-se ap
dar cabal demonstração de conhecimentos. Entretanto, se tem ainda
mas dúvidas, reveja os pontos principais do módulo para depois se s
ter a este pós-teste.

Com calma e atenção dê respostas às perguntas que seguem.
E boa sorte neste seu trabalho.

1. NOMEIE AS FIGURAS QUE FORMAM OS CONJUNTOS:

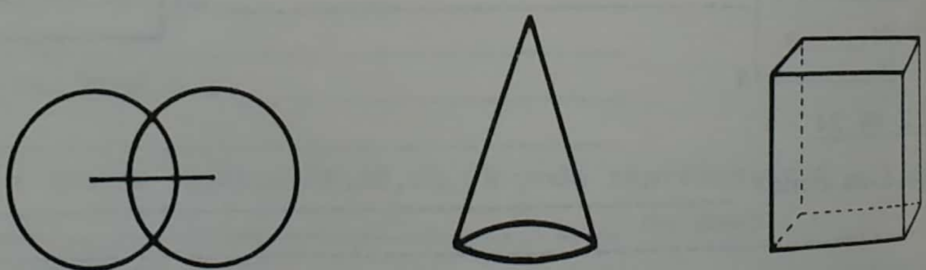


T: ______________________________ P: ______________________________

R: ______________________________ L: ______________________________

R∩L = ____

2. DENOMINE ESTAS FIGURAS:



a) ________________ b) ________________ c) ________________

3. QUAL É O PERÍMETRO DE UM RETÂNGULO ABCD, CUJOS LADOS DESIGUAIS ME
13cm e 21cm?

____

____

4. REPRESENTE SIMBOLICAMENTE O QUE ESTÁ ESCRITO EM LINGUAGEM CORRENTE

a) O ponto R pertence à reta s: ______________________

b) O ponto P divide a reta s em semi-reta PO e semi-reta PM: --------
----

c) O plano alfa contém o ângulo LOM: ----------------------------------

d) A reta s contém o segmento de reta AB: -----------------------------

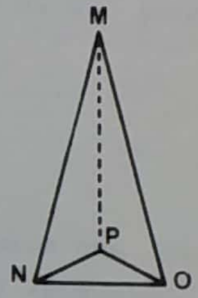
. COMPLETAMENTO.

a) As pirâmides têm como base um ------------- e como faces --------
-------------- cujas bases são os lados do polígono.

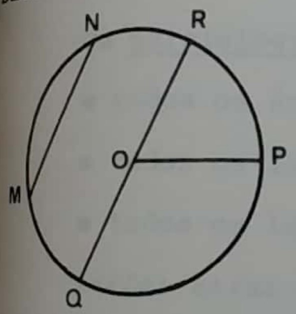
b) M,N,O,P são os --------------------- da pirâmide.

c) Os △ MNP, △ MNO e △ MOP são as --------------------
da pirâmide.

d) △ NOP é a ------------------------------ do sólido.



. DENOMINE OS ELEMENTOS DO CÍRCULO:



a) O : --

b) $\overline{OP}$: --

c) $\overline{MN}$: --

d) $\overline{QR}$: --

. SE O RAIO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA TEM 3,5m, QUANTO MEDE ESSA FIGURA GEOMÉTRICA?

Resposta: --

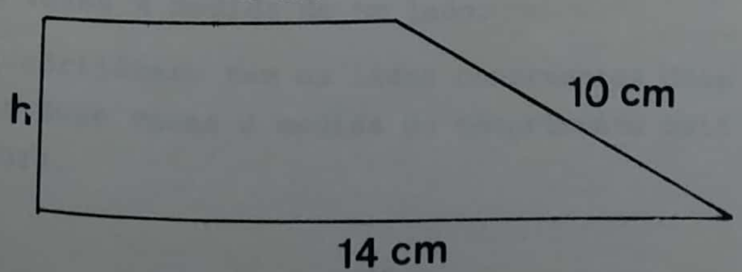
. LOSANGO:

a) Desenhe um losango e trace as suas diagonais.

b) A diagonal maior é representada por ---------
----

c) A diagonal menor é representada por ---------

. QUAL É O PERÍMETRO DO TRAPÉZIO RETANGULAR ABAIXO, CUJA ALTURA E BASE MEDEM A METADE DA BASE MAIOR?



10. DESENHE UM CILINDRO E DIGA QUE SUPERFÍCIES LIMITAM O ESPAÇO
TRICO:

Resposta: --

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Analise as dificuldades que você encontrou no último Pós-Teste e, em seguida, reexamine com toda a atenção e cuidado o conteúdo do item VI até bem compreender aqueles pontos que lhe são obscuros. Depois, orientando-se pelo "estudo dirigido" abaixo, efetue os exercícios aqui propostos. E, finalmente, verifique o que conseguiu dominar sobre o assunto, confrontando as respostas dos exercícios feitos com as do final deste módulo.

1. ESTUDO DOS QUADRILÁTEROS

QUADRILÁTEROS são polígonos de quatro lados. Há quadriláteros que não têm lados paralelos. Outros têm apenas dois lados paralelos (trapézios), assim como há alguns que têm lados paralelos dois a dois (paralelogramos).

Os paralelogramos podem ter:

- todos os ângulos retos (retângulos)
- todos os lados congruentes (losangos)
- todos os lados e ângulos congruentes (quadrados).

Feitas estas considerações, dê resposta, agora, ao exercício que segue.

EXERCÍCIO Nº 25

REPRESENTE, USANDO DIAGRAMAS, O CONJUNTO UNIVERSO QUADRILÁTEROS E TODAS AS SUAS INCLUSÕES.

PERÍMETRO. A medida dos lados da figura geométrica é chamada perímetro.

Se o quadrilátero tem os quatro lados congruentes, o perímetro é igual a quatro vezes a medida de um lado.

Se o quadrilátero tem os lados congruentes dois a dois, o perímetro é igual a duas vezes a medida do comprimento mais duas vezes a medida da largura.

EXERCÍCIO Nº 26

CÁLCULO DO PERÍMETRO:

a) Qual é o perímetro de um losango com 3,5 dm de lado?

b) Qual é o perímetro de um paralelogramo com 4,5 dm por 28 cm?

2. ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA E DO CÍRCULO

Uma curva plana fechada determina no plano três regiões:

- a região dos pontos da curva;
- a região interior dos pontos da curva;
- a região exterior dos pontos da curva.

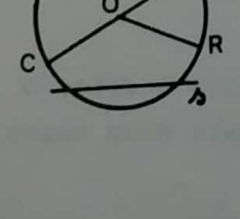
CIRCUNFERÊNCIA. Se todos os pontos da curva desenhada no plano equidistantes de um ponto interior, chamado centro, essa curva é da circunferência.

CÍRCULO. A região dos pontos do interior da circunferência é círculo.

EXERCÍCIO Nº 27

OBSERVE AS LINHAS DA CIRCUNFERÊNCIA E DO CÍRCULO, E COMPLETE AS LA DAS SENTENÇAS ABAIXO:

Respostas:



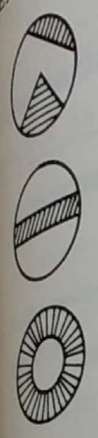
$\overline{OR}$, ________________ r, ________________

$\overline{AB}$, ________________ s, ________________

$\overline{CD}$, ________________ $\widehat{BD}$, ________________

EXERCÍCIO Nº 28

OBSERVE AS PARTES DO CÍRCULO E COMPLETE AS LACUNAS DAS SENTENÇAS ABAIXO:



a) Segmento circular, região entre ______________________________
____

b) Setor circular ____
____

c) Zona, região circular _______________________________________
____

d) Coroa, região circular ______________________________________
____.

EXERCÍCIO Nº 29

DESENHE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS TANGENTES E DUAS CIRCUNFERÊNCIAS SECANTES.

a)

b)

EXERCÍCIO Nº 30

DESENHE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS CONCÊNTRICAS E DUAS CIRCUNFERÊNCIAS TANGENTES INTERNAS.

c)

d)

EXERCÍCIO Nº 31

QUAIS SÃO AS DISTÂNCIAS ENTRE OS CENTROS DAS CIRCUNFERÊNCIAS, NOS EXERCÍCIOS 29 e 30, em:

a) - Tangentes: ____

b) - Secantes : ____

c) - Concêntricas: ____

d) - Tangentes internas: ______________________________________

EXERCÍCIO Nº 32

a) DÊ A FÓRMULA QUE SE APLICA AO CÁLCULO DA EXTENSÃO DE UMA CIRCUNFE-
CIA. ____

b) DÊ A FÓRMULA QUE SE APLICA AO CÁLCULO DO DIÂMETRO DA CIRCUNFERÊNC

____

c) CALCULE A MEDIDA DE UMA CIRCUNFERÊNCIA CUJO RAIO TEM 2 METROS.

Resposta:____

d) CALCULE O DIÂMETRO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA QUE MEDE 9,42 cm.

Resposta: ____

3. ESTUDO DAS FIGURAS NO ESPAÇO

SÓLIDO GEOMÉTRICO é uma porção fechada do espaço, limitada por superfí-
cies planas ou curvas.

FACES são as superfícies planas que limitam os sólidos.

POLIEDRO é o sólido limitado apenas por superfícies planas.

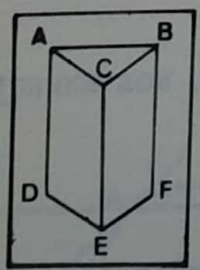
PRISMA é um poliedro cujas bases são faces poligonais congruentes si-
das em planos paralelos e cujas faces laterais, em forma de paralelogra-
unem os lados homólogos dos dois polígonos.

Os primas retos têm as faces laterais perpendiculares às bases.

Os prismas são denominados conforme os polígonos de suas ba-
ses: triangulares, quadrangulares, pentagonais, etc.

EXERCÍCIO Nº 33

OBSERVE O PRISMA E COMPLETE AS LACUNAS DAS SENTENÇAS SEGUINTES:



a) $\triangle$ ABC e $\triangle$ DEF são as ________________ do pris-

b) As faces retangulares são: ACDE ________________

c) $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{AC}$, etc. são as ________________

d) Os vértices são: ________________

EXERCÍCIO Nº 34

COMPLETE AS LACUNAS DAS FRASES ABAIXO:

a) O cubo é a mais simples das figuras ________________

b) Tem as três dimensões ________________

c) Suas faces têm a forma --

d) As faces do cubo são em número de ---------------; as arestas, em número de ------------; e os vértices, em número de ------------------.

EXERCÍCIO Nº 35

COMPLETE AS SENTENÇAS:

a) O paralelepípedo retângulo é um prisma reto de bases e faces laterais --

b) O tijolo, a caixa de sapatos, a caixa de penal, têm a forma do sólido chamado ---------------------------- ou ----------------------------.

c) O número de vértices, arestas e faces do paralelepípedo retângulo é ------------------------------------- ao do cubo.

EXERCÍCIO Nº 36

COMPLETE:

a) A pirâmide pode ter por base um ------------------------- qualquer, porém suas faces laterais são sempre ---------------------------.

DESENHE:

b) Uma pirâmide de base triangular e outra de base quadrangular.

c) DENOMINE OS VÉRTICES DAS PIRÂMIDES DESENHADAS.

----

d) REPRESENTE SIMBOLICAMENTE AS FACES, AS BASES E AS ARESTAS DAS PIRÂMIDES ACIMA.

EXERCÍCIO Nº 37

QUAL É A FORMA DA BASE DE UM CILINDRO? -----------------------------

----

O CILINDRO É TAMBÉM UM POLIEDRO? POR QUÊ? -------------------------

----

QUAL A MANEIRA DE VOCÊ DEMONSTRAR A FORMA RETANGULAR DA SUPERFÍCIE LATERAL DO CILINDRO ? --

EXERCÍCIO Nº 38

a) DESENHE UM CONE.

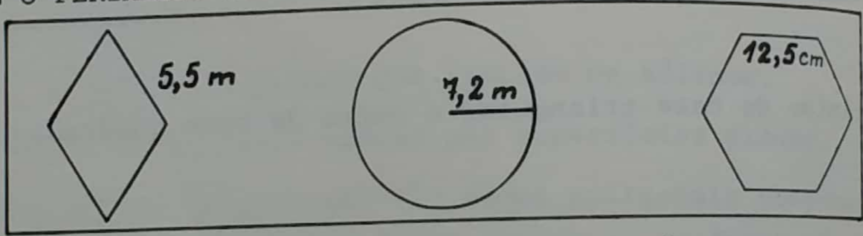
b) UMA PIRÂMIDE COM INFINITOS LADOS ASSEMELHA-SE AO ----------
----

c) QUE FIGURA OBTEREMOS PLANIFICANDO O LADO DO CONE? ----------
----

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com atenção as questões propostas neste Pós-Teste e, em seguida, calmamente, dê as respostas cabíveis. E bom êxito!

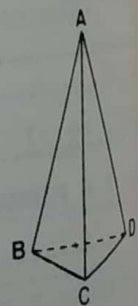
1. CALCULE O PERÍMETRO DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS ABAIXO:



a) ---------------- b) ---------------- c) ------------
---------------- ---------------- ------------
---------------- ---------------- ------------

2. COMPLETAMENTO:

ATENTE PARA A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA DA PIRÂMIDE AO LADO E PARA ITEM A ABAIXO; DEPOIS COMPLETE OS DEMAIS ITENS:



a) $\overline{AC}, \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{BD}$ são as arestas da pirâmide;

b) A,B,C,D são ----------------------------------

c) $\triangle$ ABC é ----------------------------------

d) $A\hat{B}C, A\hat{B}D$ e $C\hat{D}A$ formam um ----------------------

e) $\triangle$ DBC é ----------------------------------

3. FIGURAS ESPACIAIS:

a) QUAIS E QUANTAS FACES LIMITAM O CUBO?
----

b) QUAIS E QUANTAS FACES LIMITAM UM PRISMA RETO DE BASE TRIANGULAR?

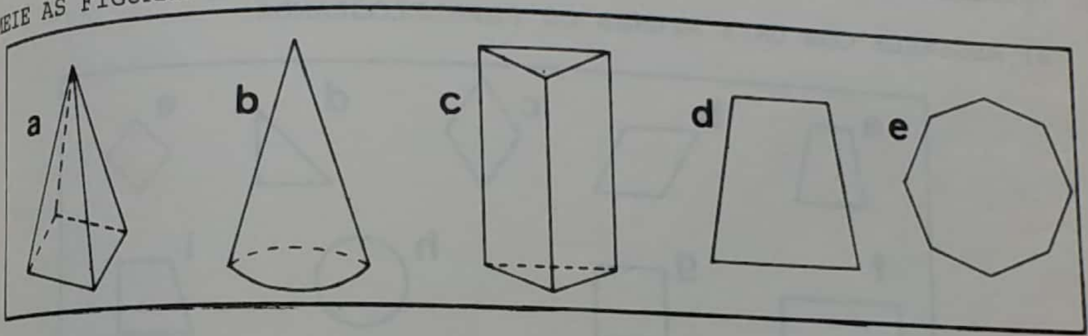
---

c) QUAIS E QUANTAS FACES LIMITAM A PIRÂMIDE ?

---

d) QUAL É A DISTÂNCIA DOS CENTROS DE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS SECANTES?

NOMEIE AS FIGURAS ESPACIAIS:



a) ________ b) __________ c) ___________ d) __________ e) ________

DIMENSÕES:

a) QUE DIMENSÕES APRESENTAM AS FIGURAS PLANAS?

---

b) QUE DIMENSÕES APRESENTAM AS FIGURAS NO ESPAÇO?

---

c) QUE DIMENSÕES APRESENTA A CIRCUNFERÊNCIA?

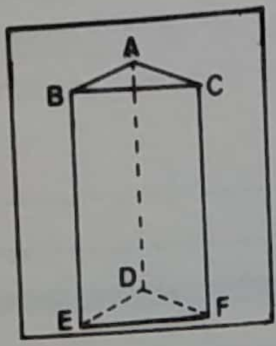
CIRCUNFERÊNCIAS:

a) TRACE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS TANGENTES EXTERNAS E DUAS CIRCUNFERÊNCIA TANGENTES INTERNAS.

b) QUAL É A DISTÂNCIA DOS CENTROS EM CADA CASO?

---

7. DE OS NOMES DAS PARTES ASSINALADAS NA FIGURA GEOMÉTRICA:



a) $\overline{AC}$ é uma ______________________

b) $\triangle$ DEF é a ______________________

c) B é um ______________________

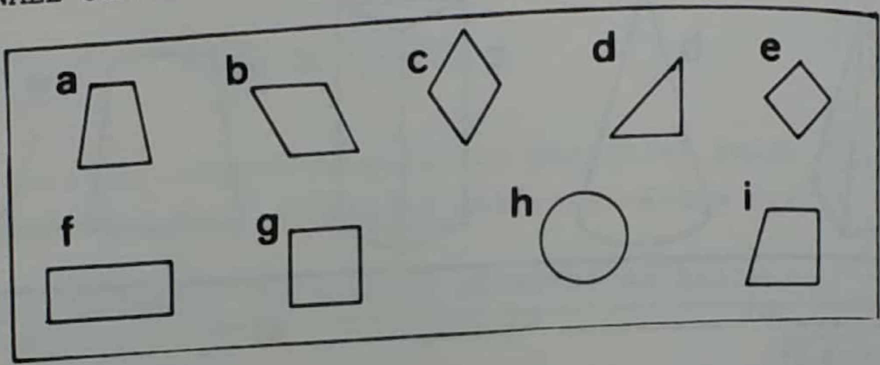
d) O retângulo BCEF é uma ______________________

e) A figura ABCDEF é um ______________________

de base ______________________

8. PARALELOGRAMOS:

a) ASSINALE COM UM X APENAS OS PARALELOGRAMOS.



b) DEFINA PARALELOGRAMO.

____

____

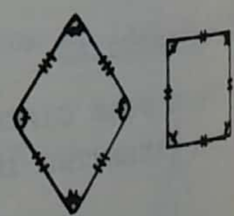
9. CONGRUÊNCIAS E DIFERENÇAS NAS FIGURAS ABAIXO:

- são congruentes:

a) os lados do ______________________

b) os lados do ______________________

c) os ângulos do ______________________



- são diferentes:

os ângulos do ______________________

10. NOMEIE, EM CADA ITEM, DOIS OBJETOS QUE LEMBREM AS FORMAS DAS SEGUINTES FIGURAS GEOMÉTRICAS:

a) cilindro: ______________________

____

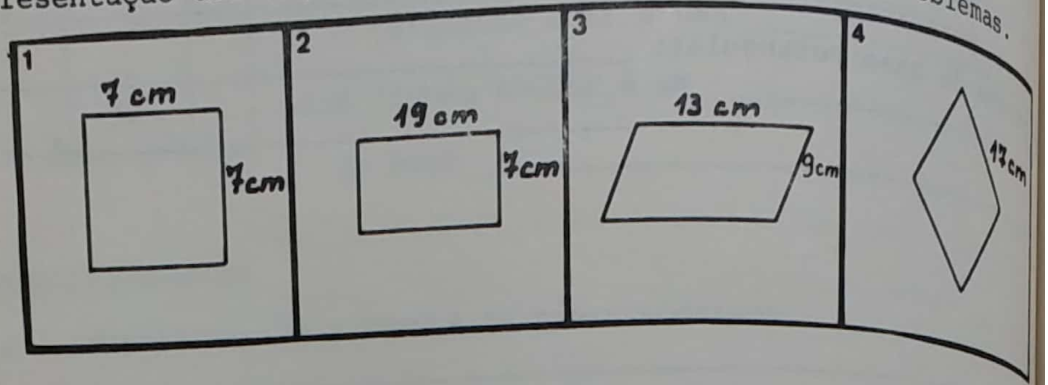
b) cubo: --
----

c) cone: --
----

d) prisma de base retangular: --

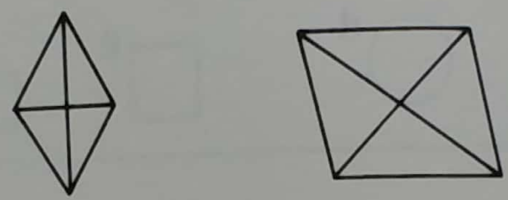
EXERCÍCIO Nº 1

Representação das figuras geométricas envolvidas nos problemas.

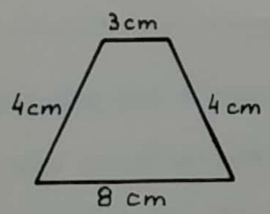


EXERCÍCIO Nº 2

Traçado de diagonais.



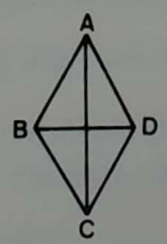
EXERCÍCIO Nº 3



P = 3cm + 4cm + 4cm + 8cm = 19cm

EXERCÍCIO Nº 4

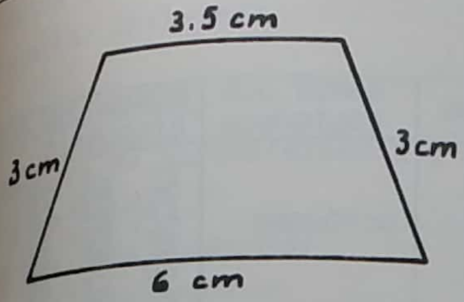
Traçado de diagonais.



$D = \overline{AC}$

$d = \overline{BD}$

EXERCÍCIO Nº 5

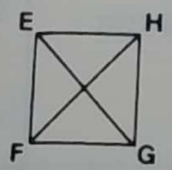


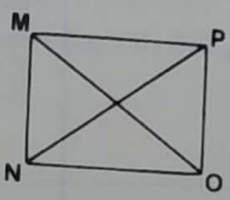
P = 6cm + 6cm + 3,5cm = 15,5cm

h = Aproximadamente 3cm

EXERCÍCIO Nº 6

Traçado de diagonais.





- As diagonais do quadrado são os segmentos de reta $\overline{EG}$ e $\overline{HF}$.
- As diagonais do retângulo são os segmentos de reta $\overline{MO}$ e $\overline{PN}$.
- A altura do quadrado é o segmento $\overline{EF}$ ou $\overline{HG}$ e a do retângulo é $\overline{MN}$ ou $\overline{PO}$.

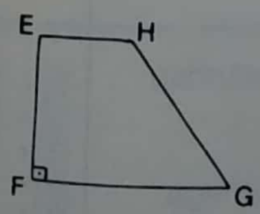
EXERCÍCIO Nº 7

Trapézios.

- ABCD é um trapézio isósceles.
- EFGH é um trapézio retângulo.
- MNOP é um trapézio escaleno.

EXERCÍCIO Nº 8

Denominações de elementos do trapézio.

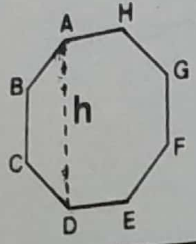
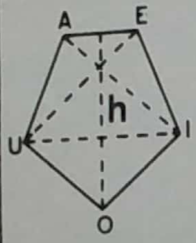
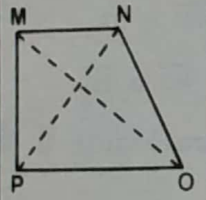
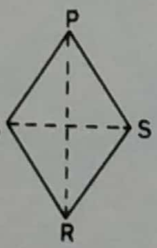
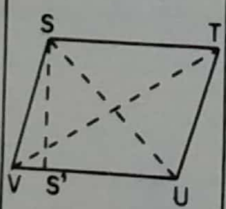
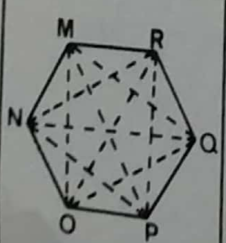


B = $\overline{FG}$

b = $\overline{EH}$

h = $\overline{EF}$

EXERCÍCIO Nº 9

POLÍGONOS	VÉRTICES	LADOS	NOMES DOS POLÍGONOS	NÚMERO DE DIAGONAIS
	A,B,C,D, E,F,G,H.	$\overline{AB}$ $\overline{BC}$ $\overline{CD}$ $\overline{DE}$ $\overline{EF}$ $\overline{FG}$ $\overline{GH}$ $\overline{AH}$	OCTÓGONO ABCDEFGH	$\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$ $\overline{AF}$, $\overline{AG}$, $\overline{BD}$ $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ $\overline{BH}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$ $\overline{CG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DF}$ $\overline{DG}$, $\overline{DH}$, $\overline{EG}$ $\overline{EH}$, $\overline{FH}$
	A,E,I,O,U	$\overline{AE}$ $\overline{EI}$ $\overline{IO}$ $\overline{OU}$ $\overline{UA}$	PENTÁGONO AEIOU	$\overline{AI}$, $\overline{AO}$ $\overline{EU}$, $\overline{EO}$ $\overline{IU}$
	M,N,O,P	$\overline{MN}$ $\overline{NO}$ $\overline{OP}$ $\overline{PM}$	TRAPÉZIO RETÂNGULO MNOP	$\overline{MO}$ $\overline{NP}$
	P,Q,R,S	$\overline{PS}$ $\overline{SR}$ $\overline{RQ}$ $\overline{QP}$	LOSANGO PQRS	$\overline{PR}$ $\overline{QR}$
	S,T,U,V	$\overline{ST}$ $\overline{TU}$ $\overline{UV}$ $\overline{VS}$	PARALELO- GRAMO STUV	$\overline{SU}$ $\overline{TV}$
	M,N,O,P,Q,R	$\overline{MR}$ $\overline{RQ}$ $\overline{QP}$ $\overline{PS}$ $\overline{SN}$ $\overline{NM}$	HEXÁGONO MNOPQR	$\overline{MQ}$, $\overline{QO}$ $\overline{MP}$, $\overline{QN}$ $\overline{MO}$, $\overline{RN}$ $\overline{RN}$, $\overline{RO}$, $\overline{RP}$

EXERCÍCIO Nº 10

Quantos diâmetros podem ser traçados numa circunferência?

Resposta: Infinitos.

EXERCÍCIO Nº 11

Elementos da circunferência e círculo.

$\overline{OP}$ é um raio;

s é uma reta tangente;

r é uma reta secante;

$\overline{MN}$ é uma corda.

EXERCÍCIO Nº 12

Posição entre duas circunferências.

a) tangentes

b) secantes

c) tangentes internas

d) concêntricas.

EXERCÍCIO Nº 13

Nomeie as regiões dos círculos.

a) zona

b) círculo

c) coroa

d) setor.

EXERCÍCIO Nº 14

Valor aproximado de π .

Resposta: 3,14

EXERCÍCIO Nº 15

Perímetro de um círculo com 12 cm de raio.

2 x 3,14 x 12 = 75,36cm

EXERCÍCIO Nº 16

A circunferência tem pouco mais que 6 raios.

(A circunferência mede 3 diâmetros e mais uma fração desse diâmetro ; 1 d = 2r).

EXERCÍCIO Nº 17

Afirmativas falsas e verdadeiras.

a) (V)

b) (F)

c) (V)

d) (V)

e) (V)

f) (F)

g) (V)

EXERCÍCIO Nº 18

Nomeie as partes do paralelepípedo retângulo.

a) Seus vértices são: A,B,C,D,E,F,G,H.

b) Suas arestas são: $\overline{AB},\overline{AC},\overline{CD},\overline{DB},\overline{EF},\overline{DG},\overline{GH},\overline{HF},\overline{AE},\overline{CG},\overline{DH},\overline{BF}$.

c) As bases são: retângulo ABCD e retângulo EFGH.

d) As faces são: retângulos CDGH, DBFH, ABEF, AEGC.

e) As peças retangulares dos Blocos Lógicos empilhadas ilustram a ra de um paralelepípedo retângulo.

EXERCÍCIO Nº 19

a) ... é um cubo.

b) ... $\overline{AB},\overline{BC},\overline{CD},\overline{AD},\overline{FG},\overline{FE},\overline{EH},\overline{HG},\overline{AE},\overline{DH},\overline{CG},\overline{BF}$

c) ... A,B,C,D,E,F,G,H.

d) ... é a base.

e) ... altura do cubo.

f) ... hexaedro regular.

g) ... faces quadradas congruentes.

EXERCÍCIO Nº 20

a) e b) confira a definição no texto.

c) Prismas; base ou 3 lados; prisma triangular; base com 4 lados; ma quadrangular ou retangular; base com 5 lados; prisma penta base com 6 lados; prisma hexagonal.

EXERCÍCIO Nº 21

a) Confira a definição no texto.

b) Círculos

c) Planificando a figura; retirando os rótulos das latas.

EXERCÍCIO Nº 22

- Peças quadradas: prisma quadrangular.
- Peças retangulares: paralelepípedo retângulo ou prisma de base gular.
- Peças circulares: cilindros.

EXERCÍCIO Nº 23

a) A figura ABCDE é uma pirâmide.

b) As faces são regiões triangulares.

c) Uma região poligonal qualquer.

d) AF é a altura da pirâmide.

EXERCÍCIO Nº 24

a) Confira a definição no texto.
b) Parece uma pirâmide com infinitas faces.
c) Planificando o sólido.

EXERCÍCIO Nº 25

Confira os diagramas com os da página 8.

EXERCÍCIO Nº 26

a) Perímetro do losango; 14 dm ou 1,4 m.
b) Perímetro do paralelograma : 14,6 dm ou 1,46 m.

EXERCÍCIO Nº 27

Completamento:

$\overline{OR}$, raio — t, tangente
$\overline{AB}$, corda — s, secante
$\overline{CD}$, diâmetro — $\widehat{BD}$, arco

EXERCÍCIO Nº 28

Completamento. (Partes do Círculo).
a) ... uma corda e seu respectivo arco.
b) ... é a região circular compreendida entre dois raios.
c) ... compreendida entre duas cordas.
d) ... compreendida entre duas circunferências concêntricas de raios diferentes.

EXERCÍCIO Nº 29

a) b). Confira os desenhos com os do item "Posição de duas Circunferências".

EXERCÍCIO Nº 30

c) d). Confira os desenhos com os do item "Posição de duas Circunferências".

EXERCÍCIO Nº 31

Distâncias dos centros da circunferência.
a) Tangentes: igual à soma dos raios. R + R'.
b) Secantes : menor que a soma dos raios.
c) Concêntricas: Zero.
d) Tangentes internas: menor que o raio maior.

EXERCÍCIO Nº 32

a) $2\pi r$
b) $d = \frac{C}{\pi}$
c) 12,56 m
d) 3 cm

EXERCÍCIO Nº 33

Completamento.

a) ... bases.

b) ... ACDE, CBEF, ABDF.

c) ... arestas.

d) ... A,B,C,D,E,F.

EXERCÍCIO Nº 34

Completamento.

a) ... espaciais ou geométricas.

b) ... iguais.

c) ... quadrangular.

d) ...6 ...12 ...6.

EXERCÍCIO Nº 35

Completamento.

a) ... retangulares.

b) ... paralelepípedo retângulo ou prisma de base retangular.

c) ... igual ...

EXERCÍCIO Nº 36

a) Completamento: ... polígono ... triangulares.

b) Confronte com os desenhos respectivos do texto do módulo.

c) d) Confira as duas questões com as explicações dadas a respeito item VI.

EXERCÍCIO Nº 37

a) Circular.

b) Não; o poliedro só tem superfícies planas.

c) Planificando a figura do sólido, por exemplo, o rótulo que envolve uma lata cilíndrica.

EXERCÍCIO Nº 38

a) Confronte com o desenho respectivo do texto do módulo.

b) Cone.

c) Obteremos um setor circular.

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. AUGUSTINE, Charles H.D'. "*Métodos Modernos para o Ensino da Matemática*". Trad. Maria L.F.E. Peres, Rio-GB, Ao livro Técnico S.A., 1970

2. DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. "*Os Primeiros Passos em Matemática: III Exploração do Espaço e Prática da Medição*". São Paulo, Editora Herder 1969.

3. TORANZOS, Fausto I. "*Enseñanza de 1ª Matemática*". 2ª Edição. B.Ayres, Argentina, Editorial Kapelusy S.A., 1972.

4. VERA, Francisco. "*Lexicōn Kapelusy*. Matemática. 2ª edição. B. Ayres, Argentina, Editorial Kapelusy, S.A. 1967.

5. SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. "*Matemática Curso Ginasial*, V.II.Trad Lafayette de Moraes. São Paulo, Edart Livraria Editora Ltda., 1967.

6. NEVES, Maria Luiza do Carmo e ROXO, Maria Helena. "*Didática Viva da Matemática no Curso Primário*". São Paulo, Santos, Editora Moderna Ltda 1970.

7. NÚCLEO DE ESTUDO E DIFUSÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA. (NEDEM). "*Ensino Moderno da Matemática. Ensino de 1º Grau*". São Paulo, Editora do Brasio S.A., 1967.

8. SPITZER, Herbert F. e Outros. "*Elementary Mathematics*". (5 e 6). St. Louis, USA, Webster Division, McGraw-Hill Book Company, 1967.

XII - GLOSSÁRIO

ABORDAR — tratar; ventilar; explanar.

ATENTAR — reparar em; ver com atenção; atender a; refletir sobre.

CABÍVEL — que tem cabimento; aceitável; conveniente.

CONFRONTO — comparação; paralelo.

DENOTAÇÃO — sinal; marca; indicação.

DOMINAR — assenhorear-se; aprender; ficar sabendo; reter na memória.

ENUNCIADO — proposição; exposição; adj. expresso; declarado.

HOMÓLOGO — correspondente; diz-se dos lados diagonais, segmentos, vértices e outros pontos correspondentes em figuras semelhantes.

repetição de artigos ou considerandos de uma lei

ITEM circular; tópico; tema.

NOMEAR chamar ou designar pelo nome de; dar nome.

OBSCURO confuso; difícil de entender; incompreensível; vago

Revisão : MARIA LÚCIA DE ALMEIDA FURQUIM
Diagramação : MARLY HAIKAL PROENÇA

GABARITO DO PÓS-TESTE

Município: ------------------------------------ Data da correção ------------

Cursista: ---

Nº do Módulo: 40 Percentagem: ----------------

1. NOMEIE AS FIGURAS QUE FORMAM OS CONJUNTOS:

T : Trapézios

P : Paralelogramos

R : Retângulos

L : Losango

$R \cap L = Q$

2. DENOMINE AS FIGURAS GEOMÉTRICAS:

a) Circunferências secantes b) cone c) cubo.

3. O PERÍMETRO DO RETÂNGULO ABCD É:

2 x 13cm + 2 x 21cm = 68cm

4. REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA:

a) $R \in S$

b) P divide s em $\overrightarrow{PO}$ e $\overrightarrow{PM}$

c) $\alpha \supset L\hat{O}M$

d) $s \supset \overline{AB}$

5. COMPLETAMENTO:

a) As pirâmides têm como base um polígono e, como faces, triângulos cujas bases são os lados do polígono.

b) M,N,O,P, são os vértices da pirâmide.

c) Os $\triangle$ MNP, $\triangle$ MNO e $\triangle$ MOP são as faces da pirâmide.

d) $\triangle$ NOP é a base do sólido.

6. DENOMINE OS ELEMENTOS DO CÍRCULO:

a) Centro

b) Raio

c) Corda

d) Diâmetro

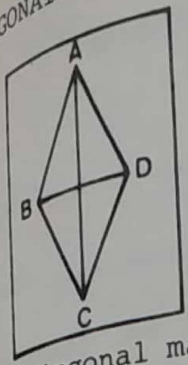
7. MEDIDA DA CIRCUNFERÊNCIA COM RAIO DE 3,5m.

$C = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 3,5 = 21,98m$

$c = 21,98$

8. DIAGONAIS DE LOSANGO:

a)



b) A diagonal maior é representada por D = $\overline{AC}$ (verificar as letras correspondentes).

c) A diagonal menor é representada por d = BD (verificar as letras correspondentes).

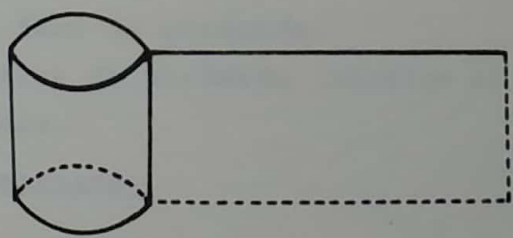
9. PERÍMETRO DE TRAPÉZIO RETANGULAR:

B = 14cm ; b = 7cm; h = 7cm

P = 7cm + 7cm + 14cm + 10cm = 38cm

10. FIGURAS QUE FORMAM UM CILINDRO:

Resposta: duas faces circulares e uma superfície retangular (ou uma superfície curva).



ORIENT. DA APRENDIZAGEM LOCAL

GABARITO DO PÓS-TESTE - nível de suporte

Município: ---------------------------------- Data da correção ---------

Cursista: --

Nº do Módulo: 40 Percentagem: ------------

1. CÁLCULO DE PERÍMETROS:

a) 5,5m x 4 = 22m

b) c= $2\pi r$

c= 2 x 3,14 x 7,2 m.

c= 45,216 m

c) 6 x 12,5cm = 75cm

2. COMPLETAMENTO:

a) já respondida, por ser modelo.

b) ... os vértices.

c) ... uma face da pirâmide.

d) ... vértice da pirâmide (vértice A).

e) ... a base.

3. FIGURAS ESPACIAIS:

a) 6 faces quadradas.

b) 2 faces triangulares e 3 faces retangulares.

c) 1 face poligonal na base e tantas faces triangulares quantos forem os lados do polígono da base.

d) A distância dos centros de duas circunferências é menor que a soma de seus raios.

4. a) Pirâmide.

b) Cone.

c) Prisma de base triangular.

d) Trapézio isósceles.

e) Octógono.

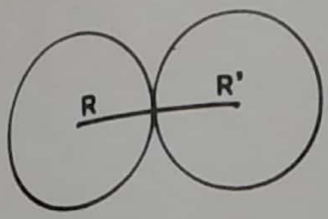
5. QUE DIMENSÕES APRESENTAM:

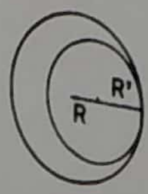
a) Duas dimensões: comprimento e largura.

b) Três dimensões: comprimento, largura e altura ou espessura.

c) Uma dimensão : comprimento.

a) Traçado.





b) Distância dos centros: R + R'   Distância dos centros: R - R'

a) Aresta   b) Base   c) Vértice

d) Face   e) Prisma de base triangular.

a) (b,c,f,g,i)

b) Paralelogramos são quadriláteros com lados paralelos dois a dois.

- São congruentes:

a) os lados do losango;

b) os lados do quadrado;

c) os ângulos do quadrado.

- São diferentes:

os ângulos do losango.

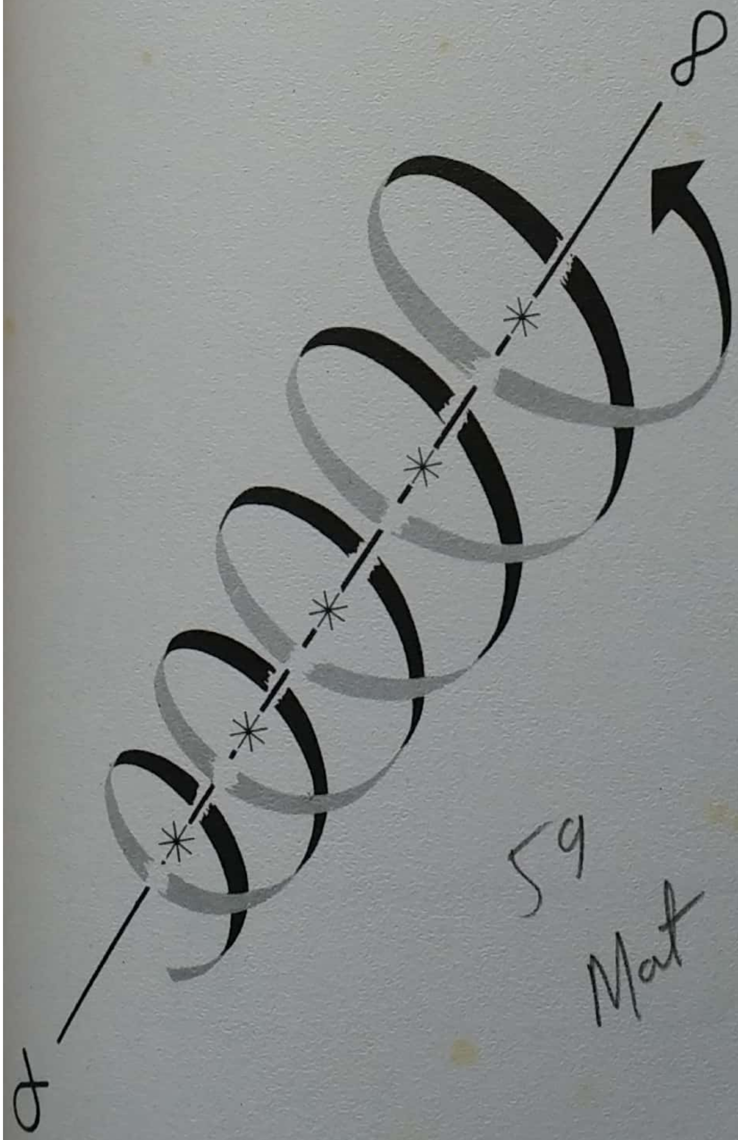
Resposta própria do cursista.

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

13

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT



59
Mat

ESTADO DO PARANÁ
GOVERNO JAYME CANET JUNIOR
SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA
PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ
CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

GRANDEZAS MENSURÁVEIS II

MÓDULO Nº 59

ELABORAÇÃO: CLELIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: GRANDEZAS MENSURAVEIS II

I - ASSUNTO: GRANDEZAS DE VOLUME, MASSA, TEMPO, ÂNGULO, VELOCIDADE.

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS.

DISCIPLINA: MATEMÁTICA.

III - PRÉ-REQUISITOS: TER CONHECIMENTO DOS CONTEÚDOS DOS MÓDULOS 38 E 39.

IV - OBJETIVOS:

1. OBJETIVO GERAL

Utilizar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2. OBJETIVO TERMINAL

Medir grandezas de volume, capacidade, massa, tempo, ângulo e velocidade com graus variados de precisão, apresentando os resultados por meio das unidades de medida adequadas.

3. OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

a) Usar adequadamente o metro cúbico no cálculo de volume e capacidade, envolvendo os múltiplos e submúltiplos mais usados em problemas relacionados aos sólidos geométricos.

b) Usar adequadamente o quilograma e o grama para resolver problemas da vida prática.

c) Efetuar as quatro operações com medidas de tempo (dia, hora, minuto, segundo) e de ângulo (grau e minuto).

d) Aplicar a unidade de velocidade (km/h) em problemas.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção as questões propostas neste Pré-Teste e as responda calma e cuidadosamente, sem medo de errar.

Ficaremos satisfeitos se o resultado da prova lhe for favorável; se não for, procure estudar com interesse este módulo para dominar o seu conteúdo e assim se habilitar a nova verificação de conhecimentos.

Faça o teste agora e tenha boa sorte neste seu trabalho!

1. ESTABELEÇA AS RELAÇÕES ENTRE AS MEDIDAS:

4 dm3 ⇔ ______________________________ cm3

19 m3 ⇔ ______________________________ dm3

2 m3 ⇔ ______________________________ dm3 ⇔ __________________ ℓ

48 cm3 ⇔ ______________________________ dm3 ⇔ __________________ ℓ

5 ℓ ⇔ ______________________________ mℓ

2) LEIA E ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

4,260 m3 ________ Quatro metros cúbicos duzentos e sessenta ------------------------------------

12,62 ℓ ________ ------------------------------------

2,548 dm3 ________ ------------------------------------

42,652 kg ________ ------------------------------------

4,25 t ________ ------------------------------------

28,4 kg ________ ------------------------------------

3) TRANSFORME OS NÚMEROS COMPLEXOS NA UNIDADE PEDIDA:

4 h 20 min = ------------------------------------ min (minutos);

25 min 40 s = ------------------------------------ s (segundos);

12° 15' = ------------------------------------ (minutos);

4° 13' = ------------------------------------ (minutos).

4) RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Quantos metros cúbicos (m3) de lenha um trabalhador empilhou numa extensão de 5m por 1m de altura, sabendo-se que cada acha mede 1m de comprimento ?

b) Quantos pacotes de 5kg se pode encher com feijão de um saco que contém 60 kg desse cereal ?

5. SOLUCIONE O PROBLEMA SEGUINTE:

Um negociante encheu, com o vinho de um barril que comprou, 12 garrafas de 3/4 de litro, 21 de 1 litro e 5 garrafões de 6 litros. Qual é a capacidade do barril ?

6) RESOLVA O SEGUINTE PROBLEMA:

Quantos metros cúbicos (m3) de terra foram removidos na escavação de um fosso de 6m de comprimento, 2m de largura e 3m de profundidade ?

7) EFETUE ESTAS OPERAÇÕES:

a) 2h 30mim + 3h 40min = ------------------------------------

b) (4h 12min) . 5 = ------------------------------------

c) 25h ÷ 4 = ------------------------------------

8) RESOLVA OS PROBLEMAS:

a) Um ângulo de 25° 4' deve ser dividido ao meio. Quanto medirá cada ângulo formado ?

b) Dois ângulos adjacentes medem respectivamente 27° 45' e 38° 20' . Qual é a medida dos dois juntos ?

9) SOLUCIONE ESTE PROBLEMA:

Um automóvel correndo 75 km/h cobriu um trajeto de 450 km. Quantas horas levou para fazer esse percurso ?

10) RESOLVA O PROBLEMA SEGUINTE:

Quais são as medidas de capacidade que se relacionam com as medidas de volume ?

GABARITO DO PRE - TESTE

1. Relações entre medidas.

4 dm3 ⇔ 4 000 cm3

19 m3 ⇔ 19 000 dm3

2 m3 ⇔ 2 000 dm3 ⇔ 2 000 ℓ

48 cm3 ⇔ 0,048 dm3 ⇔ 48 ℓ

5 ℓ ⇔ 5 000 ml

2. Escrita de medidas em linguagem corrente:

4,260 m3 ⟶ Quatro metros cúbicos e duzentos e sessen
decímetros cúbicos;

12,62 ℓ ⟶ Doze litros e sessenta e dois centilitros;

2,548 dm3 ⟶ Dois decímetros cúbicos quinhentos e quare
ta e oito centímetros cúbicos;

42,652 kg ⟶ Quarenta e dois quilogramas e seiscentos
cinqüenta e dois gramas;

4,25 t ⟶ Quatro vírgula vinte e cinco toneladas;

28,4 kg ⟶ Vinte e oito vírgula quatro quilogramas.

3, Transformação de números complexos em incomplexos.

4h 20min = 260min
4 x 60 = 240
240 + 20 = 260 min

25min 40s = 1 540 s
25 x 60 = 1 540
1 500 s + 40 s = 1 540 s

12° 15' = 735'
12 x 60 = 720'
720' + 15' = 735'

4° 13' = 253'
4 x 60 = 240'
240' + 13' = 253'

4. Resolução de problemas.

a) Empilhou 5m3 de lenha.

1m x 5m x 1m = 5m3

b) Pode-se encher 12 pacotes de feijão.

60kg ÷ 5 kg = 12

5. Resolução de problema.

- A capacidade do barril é de 60 litros.

21 ℓ + 9 ℓ + 30 ℓ = 60 ℓ

6. Resolução de problema.

- Foram removidos 36 m3 de terra na escavação.

6m x 2m x 3m = 36 m3

7. Operações.

a) 2h 30 min + 3h 40 mim = 6h10min

b) (4h 12 min) . 5 = 21 h

c) 25h ÷ 4 = 6h 15 min

8) Resolução de problemas.

a) Cada ângulo formado medirá 12º 32' ;

b) 66º5' é a medida dos dois ângulos juntos.

9) Solução de problema.

- O automóvel levou 6 horas para fazer o percurso.

10) Resolução de problema.

As medidas de capacidade que se relacionam com as de volume são:

$\ell \rightarrow$ dm3; ml $\rightarrow$ cm3.

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

ESTUDO DAS MEDIDAS DE VOLUME

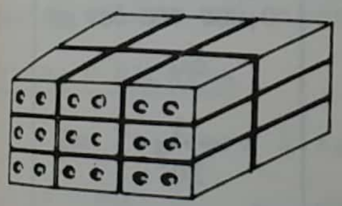
VOLUME.

Como dissemos em módulo anterior,

"VOLUME É O NÚMERO QUE EXPRIME A MEDIDA DO ESPAÇO OCUPADO POR UM CORPO".

O volume é uma grandeza tridimensional, isto é, tem três dimensões:

- comprimento
- largura
- altura ou espessura



Medimos volume tomando como unidade outro volume. Se temos, por exemplo, uma pilha de tijolos, podemos avaliar essa pilha contando os tijolos, ou medindo as arestas e calculando o volume.

A UNIDADE LEGAL DA MEDIDA DE VOLUME É O METRO CÚBICO, CUJO SÍMBOLO É m3.

CAPACIDADE.

CAPACIDADE É O NÚMERO QUE EXPRIME O VOLUME DO CONTEÚDO DE UM RECIPIENTE QUALQUER.

A UNIDADE DE MEDIDA DE CAPACIDADE É O LITRO, QUE SE DESIGNA PELA LETRA ℓ.

Medida correlata ao metro cúbico (m3), o litro é equivalente a um decímetro cúbico (dm3).

Com o litro, medida oficial para líquidos, avaliamos a capacidade de determinadas vasilhas.

O mililitro (ml), submúltiplo do litro, é equivalente à capacidade de um centímetro cúbico (1 cm3).

Se você confeccionar, em cartolina, um cubo com 1 dm de aresta, terá a idéia do decímetro cúbico (dm3); ao mesmo tempo, pensando no quanto o decímetro cúbico (dm3) pode conter, terá a idéia do litro. Da mesma forma, a confecção do centímetro cúbico (cm3) lhe dará a idéia do conteúdo igual a um mililitro (1 ml).

USO DAS MEDIDAS DE VOLUME E CAPACIDADE

Há unidades menores que o m3, como os seus submúltiplos, e unidades maiores, como os seus múltiplos. Ao contrário dos submúltiplos, as unidades maiores não são usadas. Muito excepcionalmente é usado, entre os múltiplos, o quilômetro cúbico (km3).

O mililitro é o mais usado submúltiplo do litro. Além do litro e do meio litro, é comum no comércio o uso da garrafa (600ml), do garrafão (6 litros) e outros recipientes.

Servimo-nos:

- do metro cúbico para calcular grandes volumes (de areia, cal, terra, pedra, água, ar, barro, etc.);
- do centímetro cúbico para calcular pequenos volumes;
- do litro para a medida de líquidos;
- do mililitro para pequenas porções de líquidos.

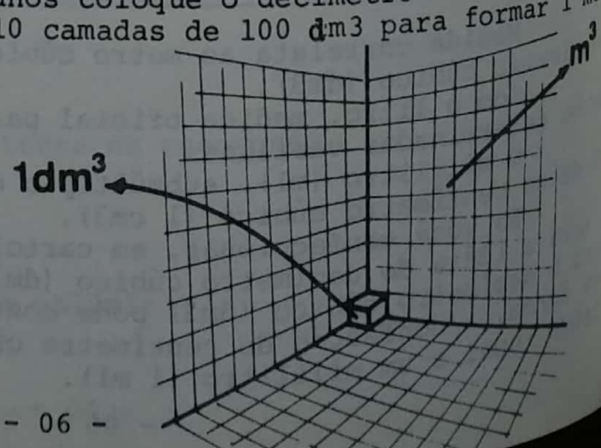
SUBMÚLTIPLOS DO METRO CÚBICO

Vejamos, a seguir, o quadro de submúltiplos da unidade de volume - o metro cúbico (m3).

	SUBMÚLTIPLOS MAIS USADOS		
NOME	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
SÍMBOLO	dm3	cm3	mm3
VALOR EM RELAÇÃO À UNIDADE	0,001 m3 ou $\frac{1}{10^3}$ m3	0,000 001 m3 ou $\frac{1}{10^6}$ m3	0,000 000 001 m3 ou $\frac{1}{10^9}$ m3
MEDIDA CORRELATA	Litro	Mililitro	
SÍMBOLO	ℓ	ml	

RELAÇÃO MILESIMAL DAS MEDIDAS DE VOLUME.

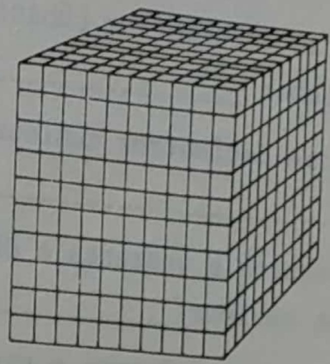
Para você obter uma conclusão sobre a relação milesimal entre as unidades de volume, coloque no chão, ao canto da sala de aula, um metro quadrado (1 m2) dos que foram construídos pelos alunos em papel tigre de embrulho, e dois outros metros quadrados nas paredes adjacentes. No cantinho formado pelos três planos coloque o decímetro cúbico (dm3). Note que haveria necessidade de 10 camadas de 100 dm3 para formar 1 m3, isto é, 1 000 dm3.



Do mesmo modo você poderá relacionar o decímetro cúbico (dm3) o centímetro cúbico (cm3), construindo, em cartolina, um canto com 3 dm2, marcados em cm2. Recorte em isopor ou sabão 1 cm3 e coloque-o no cantinho, como no desenho anterior.

Para cobrir o dm2 da base com uma primeira camada de cm3, você concluiria que seriam precisos 100 cm3. Dez dessas camadas, portanto 1 000 cm3, completariam o dm3.

Podemos, então, escrever:



1 m3 = 1 000 dm3

1 dm3 = 1 000 cm3

1 cm3 = 1 000 mm3

- Pelos desenhos você pode deduzir que contamos decímetros cúbicos (dm3) de 1 a 999 dm3, pois se juntarmos mais 1 dm3 a 999 dm3 teremos 1 m3.
- De igual modo contamos centímetros cúbicos (cm3) de 1 a 999 cm3, pois se juntarmos mais 1 cm3 teremos 1 dm3.
- Também contamos milímetros cúbicos (mm3) de 1 a 999 mm3, pois se juntarmos mais 1 mm3 teremos 1 cm3.

Observe:

$$\begin{array}{r} 999 \text{ dm3} \\ +\ \ 1 \text{ dm3} \\ \hline 1\ 000 \text{ dm3} \end{array} \Leftrightarrow 1 \text{ m3} \qquad \begin{array}{r} 999 \text{ cm3} \\ +\ \ 1 \text{ cm3} \\ \hline 1\ 000 \text{ cm3} \end{array} \Leftrightarrow 1 \text{ dm3}$$

Daí compreendermos, facilmente, que para a escrita de cada unidade de volume são necessárias três casas decimais.

LEITURA E ESCRITA

Passemos à leitura e escrita das unidades de volume:

5 m3 → Cinco metros cúbicos.

0,095 m3 → 0m3 e 95dm3. Zero metros cúbicos e noventa e cinco decímetros cúbicos.

12,450 m3 → 12 m3 e 450dm3. Doze metros cúbicos e quatrocentos e cinqüenta decímetros cúbicos.

0,600 dm3 → 0dm3 e 600cm3. Zero decímetros cúbicos e seiscentos centímetros cúbicos.

20,250 dm3 → 20dm3 e 250cm3. Vinte decímetros cúbicos e duzentos e cinqüenta centímetros cúbicos.

0,050 dm3 → 0dm3 e 50 cm3. Zero decímetros cúbicos e cinqüenta centímetros cúbicos.

2,542300 m3 → 2 m3 e 542300 cm3. Dois metros cúbicos e quinhentos e quarenta e dois mil e trezentos centímetros cúbicos.

3,470 cm3 → 3cm3 e 470 mm3. Três centímetros cúbicos e quatrocentos e setenta milímetros cúbicos.

38,470905 dm3 → 38 dm3 470905 mm3. Trinta e oito decímetros cúbicos e quatrocentos e setenta mil e novecentos e cinco milímetros cúbicos.

EXERCÍCIO 1

ESCREVA EM NUMERAIS:

a) Quatro metros cúbicos e trinta decímetros cúbicos: ------------

b) Quatro centímetros cúbicos e trezentos e oitenta e cinco milímetros cúbicos: ------------------------.

c) Quinze decímetros cúbicos e duzentos e vinte centímetros cúbicos: ------------------------.

d) Trezentos e quarenta e cinco centímetros cúbicos e sessenta milímetros cúbicos: ---------------------------.

e) Zero metros cúbicos e vinte e cinco centímetros cúbicos. --------

f) Quarenta metros cúbicos e quarenta centímetros cúbicos: --------

USO DO QUADRO LUGAR-VALOR

Se você sentir insegurança para ler e escrever medidas de volume, use o Quadro Lugar-Valor.

	m3	dm3	cm3	mm3	LEITURA
a)	1 2,	9 9 9			12 m3 e 999 dm3
b)		1,	9 9 9		1 dm3 e 999 cm3
c)		9 9 9	5 0 0		999 dm3 e 500 cm3
d)			4	8 0 0	4 cm3 e 800 mm3
e)			0	9 9 9	0 cm3 e 990 mm3

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

EXERCÍCIO 2

EFETUE AS SEGUINTES OPERAÇÕES COM DADOS DO Q.L.V.:

a) Na medida expressa em a, do Quadro Lugar-Valor, quantos dm3 faltam para 13 m3 ?

b) Na medida em b, quanto falta para 2 dm3 ?

c) Se você juntar 500 cm3 à medida em c, qual é o resultado ?

d) Quantos mm3 você deve tirar da medida em d para ficar só com 4,500 cm3?

e) Quantos mm3 faltam em e para 1 cm3 ?

MUDANÇAS DE UNIDADE

Estudemos, neste passo, as relações entre o metro cúbico e seus submúltiplos, entre os submúltiplos e o metro cúbico, entre os submúltiplos e entre as medidas de volume e as de capacidade.

RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS DE VOLUME

1. Relação entre o metro cúbico e seus submúltiplos

- Transformar m3 em dm3:

Lembre-se: 1 m3 = 1 000 dm3

4,342 m3 = 4,342 x 1 m3 ⟺ 4,342 x 1000 dm3 = 4 342 dm3

28 m3 = 28 x 1 m3 ⟺ 28 x 1000 dm3 = 28 000 dm3

0,457890 m3 = 0,457890 x 1 m3 ⟺ 0,457890 x 1000 dm3 = 457,890 dm3

- Transformar m3 em cm3:

Lembre-se: 1 m3 = 1 000 000 cm3

2,905 m3 = 2,905 x 1 m3 ⟺ 2,905 x 1 000 000 cm3 = 2 905 000 cm3

0,040 m3 = 0,040 x 1 m3 ⟺ 0,040 x 1 000 000 cm3 = 40 000 cm3

5 m3 = 5 x 1 m3 ⟺ 5 x 1 000 000 cm3 = 5 000 000 cm3

- Transformar m3 em mm3:

Lembre-se: 1 m3 = 1 000 000 000 mm3

80 m3 = 80 x 1 m3 ⟺ 1 000 000 000 mm3 = 80 000 000 000 mm3

0,025 m3 = 0,025 x 1 m3 ⟺ 1 000 000 000 mm3 = 25 000 000 mm3

2,450028 m3 = 2,450028 x 1 m3 ⟺ 1 000 000 000 mm3 = 2 450 028 000 mm3

2. Relação entre os submúltiplos

- Transformar dm3 em cm3:

Lembre-se: 1 dm3 = 1 000 cm3

2,025 dm3 = 2,025 x 1 dm3 ⟺ 2,025 x 1 000 cm3 = 2 025 cm3

Scanned with CamScanner

$5\ dm3 = 5 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 5 \times 1\,000\ cm3 = 5\,000\ cm3$

$4{,}278009\ dm3 = 4{,}278009 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 4{,}278009 \times 1\,000\ cm3 = 4\,278{,}009\ cm3$

- Transformar dm3 em mm3:

  Lembre-se: 1 dm3 = 1.000 000 mm3

$2\ dm3 = 2 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 2 \times 1\,000\,000\ mm3 = 2\,000\,000\ mm3$

$0{,}456\ dm3 = 0{,}456 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 0{,}456 \times 1\,000\,000\ mm3 = 456\,000\ mm3$

$45{,}280004\ dm3 = 45{,}280004 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 45{,}280004 \times 1\,000\,000\ mm3 = 45\,280\,004\ mm3$

- Transformar cm3 em mm3:

  Lembre-se: 1 cm3 = 1 000 mm3

$5\ cm3 = 5 \times 1\ cm3 \Leftrightarrow 5 \times 1\,000\ mm3 = 5\,000\ mm3$

$2{,}456\ cm3 = 2{,}456 \times 1\ cm3 \Leftrightarrow 2{,}456 \times 1\,000\ mm3 = 2\,456\ mm3$

3. <u>Relação entre os submúltiplos e o metro cúbico</u>

- Transformar dm3 em m3:

  Lembre-se: $1\ dm3 = \frac{1}{1\,000}\ m3$

$245\ dm3 = 245 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 245 \times \frac{1}{1000}\ m3 = \frac{245 m3}{1000} = 0{,}245 m3$

$4{,}860\ dm3 = 4{,}860 \times 1\ dm3 \Leftrightarrow 4{,}680 \times \frac{1}{1000}\ m3 = \frac{4{,}860}{1\,000}\ m3 = 0{,}004\ 860 m3$

- Transformar cm3 em m3:

  Lembre-se: $1\ cm3 = \frac{1}{1\,000\,000} m3 =$

$45\ cm3 = 45 \times 1\ cm3 \Leftrightarrow 45 \times \frac{1}{1000000}\ m3 = \frac{0{,}65}{1\,000000}\ m3 = 0{,}000000245\ m3$

$0{,}265\ cm3 = 0{,}265 \times 1\ cm3 \Leftrightarrow 0{,}265 \times \frac{1}{1000000}\ m3 = \frac{0{,}265}{1000000}\ m3 = 0{,}000000265\ m3$

- Transformar mm3 em m3:

  Lembre-se: $1\ mm3 = \frac{1}{1\,000\,000\,000}\ m3$

$5\ mm3 = 5 \times 1\ mm3 \Leftrightarrow 5 \times \frac{1}{1000000000}\ m3 = \frac{5}{1000000000}\ m3 = 0{,}000000005\ m3$

NOTA: Muito raramente ocorrem mudanças de unidade como esta última, porque quando estamos trabalhando com objetos muito pequenos não nos interessa o relacionamento com unidades maiores.

1. Relação entre o metro cúbico e o litro

• Transformar o m3 em ℓ.

35 m3 = 35 x 1 m3 ⟺ 35 x 1 000 dm3 ⟺ 35 x 1 000 ℓ = 35 000 litros.

0,048 m3 = 0,048 x 1 m3 ⟺ 0,048 x 1 000 dm3 ⟺ 0,048 x 1 000 ℓ = 48 litros.

0,245670 m3 = 0,245670 x 1 m3 ⟺ 0,245670 x 1 000 dm3 ⟺ 0,245670 x 1 000 ℓ = 245,670 litros.

2. Relação entre o litro e o decímetro

• Transformar o ℓ em dm3:

0,450 ℓ = 0,450 x 1 ℓ ⟺ 0,450 x 1 dm3 = 0,450 dm3

Se as unidades se correspondem, você pode trocá-las. Vejamos no exemplo dado: 0, 450 ℓ ⟺ 0,450 dm3

3. Relação entre o litro e o metro cúbico

• Transformar ℓ em m3:

45 ℓ = 45 x 1 ℓ ⟺ 45 x 1 dm3 ⟺ 45 x $\frac{1}{1\ 000}$ m3 = $\frac{45}{1000}$ m3 = 0,045 m3

Passe ℓ a dm3. Depois aplique o que você já aprendeu: transforme um submúltiplo (dm3) na unidade principal (m3).

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 3

ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

35 m3 ⟺ _______________ dm3

0,405 m3 ⟺ _______________ cm3

0,070820 m3 ⟺ _______________ mm3

2,450 m3 ⟺ _______________ dm3 ⟺ ______________________________ cm3

3,840 m3 ⟺ _______________ dm3 ⟺ ______________________________ mm3

Quando a medida é dada sem o número correto de casas decimais, complete com zeros essas casas, para facilitar as reduções de uma unidade a outra, como nestes exemplos:

4,5 m3 = 4,500 m3 (0,5 m3 ou 1/2 m3 ⟺ 500 dm3)

0,2 m3 = 0,200 m3

35,80 m3 = 35,800 m3

EXERCÍCIO 4

ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

3,45 m3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ dm3

0,55 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ cm3

4,5 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ m3

28,2 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ cm3

0,45 m3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ cm3

3 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ m3

EXERCÍCIO 5

ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

48,36 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ ℓ

25 m3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ dm3 $\Leftrightarrow$ ---------------- ℓ

0,450 m3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ dm3 $\Leftrightarrow$ ---------------- ℓ

35 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ ℓ

0,420 cm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ ℓ

5 cm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------ ℓ

0,240 dm3 $\Leftrightarrow$ ------------------------------

EXERCÍCIO 6

ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

2 ℓ $\Leftrightarrow$ ------------------------------

3,5 ℓ $\Leftrightarrow$ ------------------------------

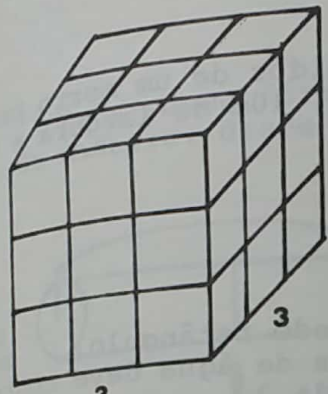
45,6 ℓ $\Leftrightarrow$ ------------------------------

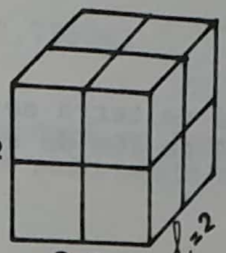
0,45 ℓ $\Leftrightarrow$ ------------------------------

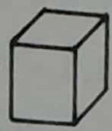
1. CUBO

Empilhemos por exemplo, uma porção de cubos de madeira dispondo nas três dimensões o mesmo número de cubos.

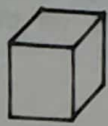
Vejamos:

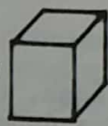




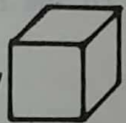
V  = c.l.h.

ou

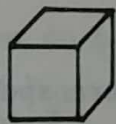
V  = ℓ^3

V  = 2^3 = 2x2x2

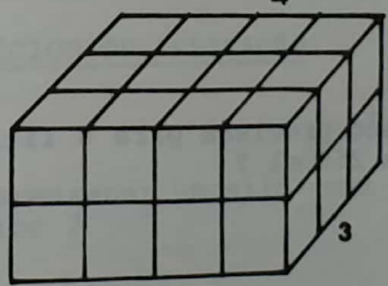
8 cubos

V  ℓ^3 = 3 x 3 x 3 = 27 27 cubos.

2. PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO

V  = 2 x 4 x 3 27 cubos.

Empilhemos, ainda, os mesmos cubos, agora dispondo-os com dimensões diferentes. A forma do sólido obtida é a do paralelepípedo retângulo.



a) Para achar o volume do cubo multiplica-se a medida da aresta por ela mesma três vezes, como neste problema.

- QUAL É O VOLUME DE UM CUBO CUJA ARESTA MEDE 12 cm ?

12cm x 12cm x 12cm = 1 728 cm3

1 728 cm3 é o volume do cubo.

b) Para achar o volume do paralelepípedo retângulo multiplica-se a medida das três dimensões, como neste problema:

- QUAL É O VOLUME DE UMA CAIXA COM 2m DE COMPRIMENTO, 1m DE LARGURA E 0,80m DE ALTURA ?

2m x 1m x 0,80m = 1,600 m3

1,600 m3 é o volume da caixa.

EXERCÍCIO 7

RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Um aquário, em forma de cubo, com 75 cm de aresta, quantos litros de água pode conter ?

b) Quantos metros cúbicos de terra seriam removidos de um morro para a construção de um túnel de 16m de comprimento, 10m de largura e 6m de altura ?

c) Uma caixa d'água, com a forma de paralelepípedo retângulo, medindo 1,20m x 0,60 x 0,5m de altura, quantos litros de água deve conter, se o nível desse líquido acha-se a 10 cm da borda ?

d) Quantos m3 de areia pode transportar um caminhão cuja carroceria mede 3,50m; 1,50m e 0,50m ?

e) Quantas garrafas são precisas para 8 litros de suco de uva, se cada uma delas comporta 250 ml ?

f) Uma piscina, medindo 50m de comprimento, 30m de largura e 3m de profundidade, e com água à altura de 2,5m, quantos litros de água contém?

g) Em 1.200 garrafas estão contidos 540 litros de água mineral. Qual é a capacidade, em ml, de cada recipiente ?

3. CILINDRO

Para achar o volume dos sólidos, calculamos, como você sabe, a superfície da base e a multiplicamos pela altura.

Vejamos, por exemplo, o problema da página seguinte:

. QUAL É A CAPACIDADE DE UM TAMBOR CILÍNDRICO EM QUE O RAIO DA BASE MEDE 0,5m E A ALTURA, 1,2m ?

$h = 1,2m$

$r = 0,5$ m

$A_o = \pi r^2$

$A_o = 3,14 \times 0,25m^2$

$A_o = 0,7850m2$

Volume do tambor:

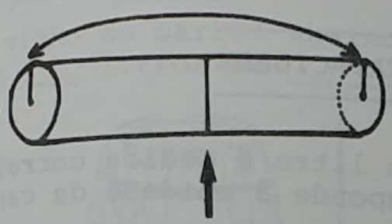
$V = b.h$

$V = 0,7850m2 \times 1,2$ m

$V = 0,942m3$

Esta mesma fórmula você poderá aplicar na medição, digamos, de tronco de madeira, desde que ache o raio médio das duas extremidades da tora.

R''



R'

O volume será aproximadamente aquele obtido pela aplicação da fórmula do "tronco de cone", bem mais trabalhosa

Diâmetro médio

$$\frac{R'' + R'}{2} = r$$

Volume do tronco

$V = b.h$

$V = \pi r^2.h$

EXERCÍCIO Nº 8

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Quantos m3 de grãos pode armazenar um silo (com teto chato) de 10m de altura e 2m de raio interior ?

b) Um tanque cilíndrico de água tem 8m de altura; o diâmetro de sua base mede 1m. Quantos m3 de água ele pode conter ?

c) Quantos cm3 de água pode conter um tubo de 3 300cm de comprimento, se o diâmetro interno mede 2cm e o diâmetro externo, 2,5cm ?

d) Qual é o volume do metal de um pedaço de cano com 30cm de comprimento se o diâmetro interno mede 2cm e o diâmetro externo, 3cm ?

e) Qual é o volume de uma tora de pinho com 3cm de altura e diâmetros das bases medindo 0,55m e 0,35m ?

ESTUDO DAS MEDIDAS DE CAPACIDADE

Já dissemos, páginas atrás, que o litro é medida correlata ao metro cúbico. E que o volume de 1 dm3 corresponde à unidade de capacidade 1 litro.

Vimos que o litro é medida para líquidos, principalmente. Que os frascos e as vasilhas têm as mais variadas formas e tamanhos como recipientes ou medidas de capacidade. E que são tradicionais:

- os frascos de vidro (com capacidade de 1 litro, 1/2 litro e 1/4 de litro);
- a garrafa (com capacidade de 3/4 litros ou 600 ml);
- o garrafão (com capacidade de 6 litros);
- as vasilhas de metal ou madeira (com capacidade de 5 ou 10 litros);
- os recipientes, como barris, pipas e tonéis (com capacidade de muitos litros).

Antigamente, o litro servia para medir líquidos e sólidos. Havia o litro de madeira, na forma de cubo (dm3), assim como a quarta, de 10 litros (esta ainda hoje usada no interior do país), destinados a medir batatas, cereais de grãos pequenos, farinha, etc.

Presentemente, o litro é a medida oficial para líquidos.

USO DOS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO LITRO

Não se costuma usar os múltiplos do litro. Mesmo assim, fala-se em toneladas (1 000 litros $\Longleftrightarrow$ 1 000 dm3 $\Longleftrightarrow$ 1 000kg), quando se quer referir a grandes quantidades de água.

O mililitro $\frac{1}{1\ 000}$ é, dos submúltiplos do litro, o mais usado, mormente em laboratórios, perfumarias, indústrias.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 9

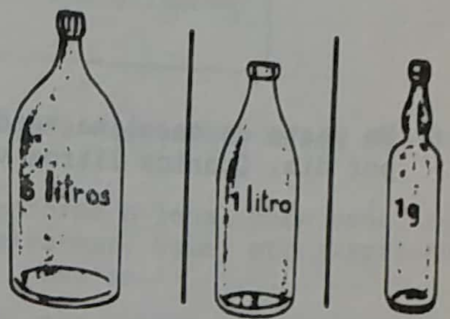
RESPONDA COM CÁLCULO MENTAL ESTES PROBLEMAS:

a) Uma doceira gastou 2,5 litros de leite, pela manhã, e 3 litros à tarde, na feitura de bolos. Gastou ao todo: ____________

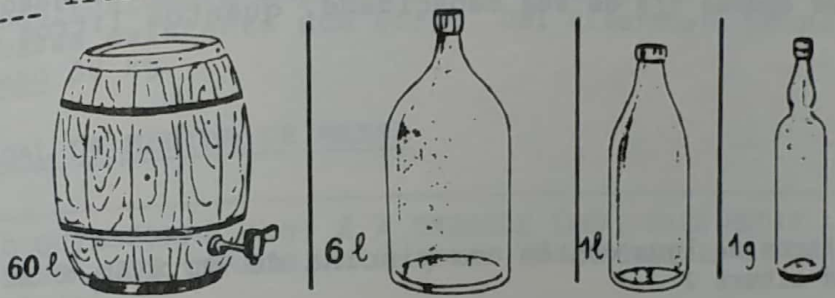
b) Gilda fez suco de frutas e colocou-o em 9 recipientes de vidro com capacidade de 0,5 litro cada um. Preparou ---------------- litros de suco de frutas.

c) Seis (6) frascos de vidro, com capacidade de 1/4 litro cada um, podem conter --------------- litros.

d) Um garrafão é equivalente a 6 litros.
Três (3) litros são equivalentes a 4 garrafas.
- Um (1) garrafão é equivalente a ----- garrafas.
- Dois (2) garrafões são equivalentes a ----------- litros.
- Cinco (5) garrafões são equivalentes a ---------- garrafas.
- Seis (6) litros são equivalentes_____ ________ garrafas.



e) Com o vinho do barril abaixo podemos encher ------------ garrafões, ou -------- litros ou ----------- garrafas.



f) De um barril de 60 litros foi retirado vinho para encher 4 garrafões e 12 garrafas. Restam no barril ------------- litros de vinho.

EXERCÍCIO 10

COMPLETAMENTO

COMPLETE COM OS SINAIS (= , > , < , ⇔):

a) $\frac{5}{10}\,\ell$ ---- $0{,}5\,\ell$ c) $\frac{3}{4}\,\ell$ ---- $\frac{1}{2}\,\ell$ e) $\frac{1}{5}\,\ell$ ---- $\frac{2}{10}\,\ell$

b) $\frac{1}{4}\,\ell$ ---- $\frac{1}{2}\,\ell$ d) $\frac{4}{10}\,\ell$ ---- $\frac{5}{10}\,\ell$ f) $\frac{1}{2}\,\ell$ ---- $\frac{2}{4}\,\ell$

EXERCÍCIO 11

RESOLVA OS PROBLEMAS:

a) Numa festa foram ingeridos 500 garrafas de refrigerantes com capacidade de 300 ml cada uma. Quantos litros de refrigerantes foram consumidos ?

b) Um tonel de 200 litros de vinho foi vendido por Cr$ 810,00. Quanto custou ao comprador o litro da bebida ?

c) Um posto de gasolina vende, em média, 2 500 litros desse combustível por dia. Quantos litros vende por mês ?

d) Um caminhão-tanque pode transportar 10 000 litros de gasolina. Se ele transportar apenas 5/8 de sua capacidade, quantos litros carrega ?

e) Quantos litros de água contém uma piscina de 8m x 6m x 3m e cheia até 2/3 de sua altura ?

f) Marta preparou 1 litro de água de colônia. Pôs o produto em vários frascos de vidro com capacidade de 125 ml cada um. Quantos recipientes encheu ?

ESTUDO DAS MEDIDAS DE MASSA

NOÇÃO DE MASSA E PESO

Massa é a quantidade de matéria existente num corpo. Medir a massa de um corpo é compará-la com outra quantidade de massa tomada como unidade.

A BALANÇA É O INSTRUMENTO DE MEDIDA DE MASSA

Medimos a massa de um corpo usando unidades legais como:

- quilograma (kg);
- grama (g);
- decigrama (dg);
- centigrama (cg);
- miligrama (mg).

Também podemos medir essa mesma massa usando, por exemplo, pregos da mesma forma e tamanho como unidade de comparação.
Peso é a força dispendida para impedir a queda de um corpo.

> A UNIDADE LEGAL DE MEDIDA DE PESO É O QUILOGRAMA-FORÇA (kgf).

O peso é uma decorrência da gravidade (força que atrai os corpos para o centro da Terra).

O peso de um mesmo corpo varia conforme o local para onde ele for transportado - alto de uma montanha, beira-mar, vale, etc.; varia conforme a altitude do lugar onde se efetua a pesagem.

A medida de massa, por comparação, não se altera, mesmo variando a altitude do local onde se efetua a pesagem.

Habitualmente empregamos o verbo "pesar" para significar a quantidade de massa existente num corpo. Daí dizermos: o pacote de uva pesa 5 kg; eu peso 58 kg.

UNIDADE LEGAL DE MEDIDA DE MASSA

> O QUILOGRAMA (kg) É A UNIDADE LEGAL PARA MEDIR A MASSA DOS CORPOS. A UNIDADE DE REFERÊNCIA É O GRAMA (g).

O grama admite outros múltiplos e submúltiplos.

Veja, no quadro seguinte, os mais usados múltiplos e submúltiplos do grama.

MÚLTIPLOS MAIS USADOS EM RELAÇÃO AO GRAMA			SUBMÚLTIPLOS MAIS USADOS EM RELAÇÃO AO GRAMA			
NOME	TONELADA	QUILOGRAMA	DECIGRAMA	CENTIGRAMA	MILIGRAMA	MICROGRAMA
SÍMBOLO	t	kg	dg	cg	mg	
VALOR EM RELAÇÃO À UNIDADE DE REFERÊNCIA	10^6 g ou 10^3 kg	10^3 g	0,1g ou $\frac{1}{10}$ g	0,01 g ou $\frac{1}{10^2}$ g	0,001 g ou $\frac{1}{10^3}$ g	0,000 001 g ou $\frac{1}{10^6}$ g

Observações oportunas

- Um litro de água destilada a 4 graus Celsius, ao nível do mar, equivale a um quilograma. Usamos essa equivalência por aproximação, independendo da temperatura e altitude.
- No comércio usa-se o peso bruto e o peso líquido:
uma lata de compota, por exemplo, traz impresso no rótulo:
peso bruto 540 g; peso líquido 400 g.

Peso bruto é o peso da compota mais o peso da lata.

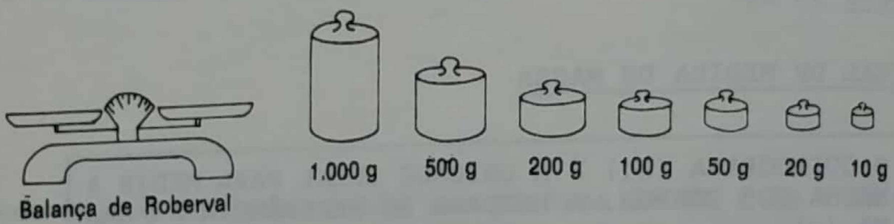
Peso líquido é o peso do conteúdo.

A diferença entre o peso bruto e o peso líquido chama-se tara. No exemplo dado, a tara, isto é, o peso da vasilha é de 140 g. (540g - 400g = 140 g).

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 12

COMPLETE O EXERCÍCIO SEGUINTE, OBSERVANDO A BALANÇA E OS PESOS:



A UNIDADE DE MEDIDA DE MASSA É O QUILOGRAMA (kg).

a) REPRESENTE AS OUTRAS UNIDADES DE MEDIDA DE MASSA ACIMA:

500 g ; _____ g ; _____ g ; _____ g ; _____ g ; _____ g .

b) ESCREVA AS UNIDADES EM NUMERAIS E EM LINGUAGEM CORRENTE:

500 g quinhentos gramas;

200 g duzentos gramas;

_____ ______________________________

_____ ______________________________

_____ ______________________________

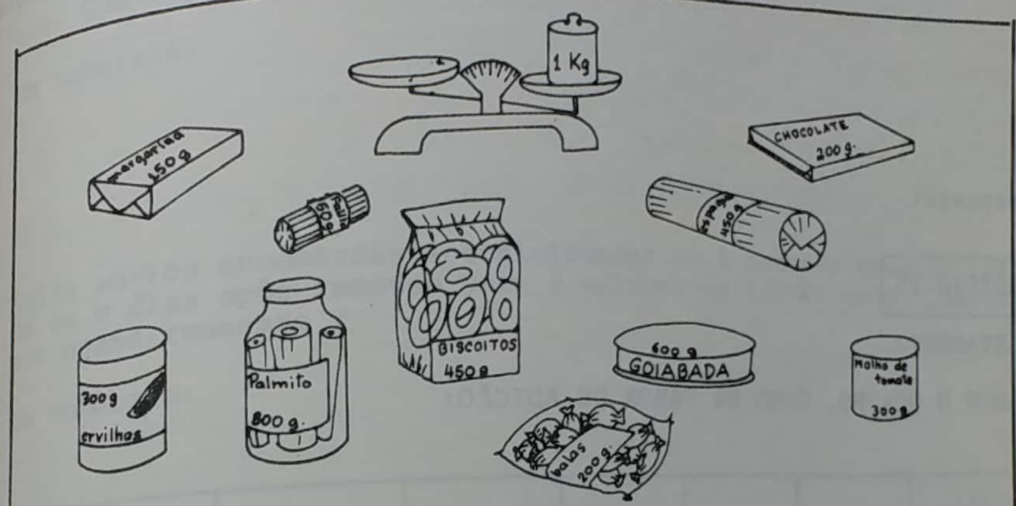
_____ ______________________________

O GRAMA (g) SERVE PARA MEDIR PEQUENAS MASSAS

EXERCÍCIO 13

PESAGEM.

PROCURE QUATRO POSSIBILIDADES DE EQUILIBRAR A BALANÇA, USANDO AS MERCADORIAS ABAIXO:



a) ______________________________

b) ______________________________

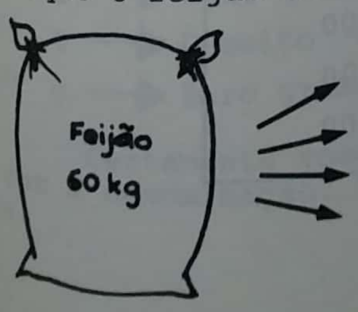
c) ______________________________

d) ______________________________

EXERCÍCIO 14

ACONDICIONAMENTO DE MERCADORIAS:

a) Coloque o feijão em outras embalagens:



6 pacotes de 10 kg ---- ou

____

____

____

b) Um entregador de compras colocou no cesto da sua bicicleta as seguintes mercadorias:

- 3 pacotes com 500g cada um;
- 2 latas de compota de 1kg cada uma;
- 4 pacotes de manteiga de 250g cada um;
- 2 sacos de batata com 2kg cada um;
- 1 pacote de arroz de 2kg.

Quantos quilogramas de mercadorias ele transportou em sua bicicleta?

Resposta:

EXERCÍCIO 15

COMPLETAMENTO.

COMPLETE O QUADRO, COMO NA TÁBUA DE ADIÇÃO:

(+) Adição	$\frac{1}{2}$ kg	$\frac{1}{4}$ kg	1 kg	$1\frac{1}{4}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg	$1\frac{1}{2}$ kg
$\frac{1}{4}$ kg	------g	------g	------g	-------g	--------g	----------g
$\frac{1}{2}$ kg	------g	------g	------g	-------g	--------g	----------g

EXERCÍCIO 16

RESOLVA OS PROBLEMAS ADIANTE, CONSULTANDO A TABELA DE PREÇOS DA COMPANHIA TRANSPORTADORA X:

COMPANHIA TRANSPORTADORA

Tabela de Preços

Transporte de pacotes e mercadorias

Peso	Valor
Até 1 kg .... Cr$	10,00
Mais de 1 kg a 5 kg	25,00
Mais de 5 kg a 10 kg ...	35,00
Mais de 10 kg a 15 kg ..	50,00

a) Antônio despachou dois pacotes: um com 12 kg e outro pesando a metade do primeiro. Quanto pagou pelo transporte ?

Em numerais:

Pagou pelo transporte: ______________________

b) Pedro remeteu 4 volumes: o primeiro com 1 kg; o segundo com 3 kg; o terceiro com 1 kg; o quarto pesando tanto quanto os três primeiros juntos. Que importância pagou por essas remessas ?

Em numerais:

c) Luiza enviou encomendas acondicionadas em 4 pacotes pesando 1/4 kg cada um e dias após remeteu mais 3 volumes de 1/2 kg cada. Quanto pagou por essas remessas ?

Em numerais:

REPRESENTAÇÃO E LEITURA

Passemos à representação e leitura das medidas de massa.

5 kg → Cinco quilogramas

2,45 kg → Dois vírgula quarenta e cinco quilogramas.

48,2 kg → Quarenta e oito vírgula dois quilogramas.

0,15 kg → Zero vírgula quinze quilogramas.

3,7 kg → Três vírgula sete quilogramas.

0,25 kg → Zero vírgula vinte e cinco quilogramas.

NOTA: As medidas de kg a g não se usam e também não se denominam na leitura. Desse modo, duas casas decimais após kg não se denominam. A terceira casa decimal é grama.

2,225 kg → Dois quilogramas duzentos e vinte e cinco gramas.

0,150 kg → Zero quilograma cento e cinqüenta gramas.

15,5 t → Quinze vírgula cinco toneladas.

3,46 t → Três vírgula quarenta e seis toneladas.

2,45 g → Dois gramas e quarenta e cinco centigramas.

18,005 g → Dezoito gramas cinco miligramas.

0,200 g → Zero grama duzentos miligramas.

Certamente você observou que devemos ler a quantidade de dg, cg, mg e dar a denominação. Isto porque os submúltiplos do grama são muito usados.

EXERCÍCIO Nº 17

ESCREVA EM NUMERAIS:

a) Quatro decigramas, vinte e cinco miligramas: ______________
b) Treze vírgula vinte e sete quilogramas: ______________
c) Zero vírgula seis quilogramas: ______________
d) Oito vírgula catorze toneladas: ______________
e) Quinze vírgula cinco toneladas: ______________
f) Dois gramas e oito centigramas: ______________
g) Trezentos gramas e vinte centigramas: ______________
h) Zero grama, cento e quinze miligramas: ______________
i) Seis vírgula vinte quilogramas: ______________
j) Quatro quilogramas vinte e oito miligramas: ______________

EXERCÍCIO 18

RESOLVA ESTE PROBLEMA:

- Para fazer uma torta salgada precisamos de vários ingredientes. Já temos em casa tais acompanhamentos em porções mais que suficientes, de modo que muitos deles irão sobrar.

PRECISAMOS DE:

1 kg de farinha de trigo
450 g de ervilhas
750 g de camarões
100 g de azeitonas
250 g de margarina e
500 g de manteiga.

TEMOS:

1 pacote de farinha de trigo
2 latas de ervilhas
1 vidro de azeitonas
5 tabletes de margarina e
2 pacotes de manteiga
3 pacotes de camarão

VÃO SOBRAR: 1 kg de farinha de trigo, ______________

____

____

____

EXERCÍCIO 19

RESOLVA OS PROBLEMAS SEGUINTES:

a) Um feirante comprou duas latas contendo 5 kg de manteiga cada uma. Em quantos pacotes de 1/2 kg ele deve acondicionar esse produto para a revenda ?

b) Um negociante comprou por Cr$ 120,00 uma saca de 60 kg de batatas. Por quanto deverá vender o quilo dessa mercadoria para obter um lucro de Cr$ 30,00?

c) Se o quilograma da batata custa Cr$ 1,20, quanto custam :

1,5 kg ? Cr$ ____________________

3,200 kg ? Cr$ ____________________

2,6 kg ? Cr$ ____________________

700 g ? Cr$ ____________________

MUDANÇAS DE UNIDADE

Estudaremos, agora, as relações entre tonelada e quilograma, entre quilograma e grama, entre grama e seus submúltiplos, e entre os submúltiplos do grama e o grama.

1. Relação entre tonelada e quilograma

- Transformar t em kg:

Lembre-se: 1 t = 1 000 kg

3,6 t = 3,6 x 1 t ⟺ 3,6 x 1 000 kg = 3 600 kg

18,25 t = 18,25 x 1 t ⟺ 18,25 x 1 000 kg = 18 250 kg

4 t = 4 x 1 t ⟺ 4 x 1 000 kg = 4 000 kg

2. Relação entre quilograma e grama

- Transformar kg em g:

Lembre-se: 1 kg = 1 000 g

2,45 kg= 2,45 x 1 kg ⟺ 2,45 x 1 000 g = 2 450 g

5 kg= 5 x 1 kg ⟺ 5 x 1 000 g = 5 000 g

25,4 kg= 25,4 x 1 kg ⟺ 25,4 x 1 000 g = 25 400 g

0,06 kg= 0,06 x 1 kg ⟺ 0,06 x 1 000 g = 60 g

3. <u>Relação entre grama e seus submúltiplos</u>

- Transformar kg em g:

Lembre-se: 1 g ⟺ 10 dg ⟺ 100 cg ⟺ 1 000 mg

50 g =	50 x 1 g ⟺	50 x 10 dg	=	500 dg
		50 x 100 cg	=	5 000 cg
		50 x 1 000 mg	=	50 000 mg
2,6 g =	2,6 x 1 g ⟺	2,6 x 10 dg	=	26 dg
		2,6 x 100 cg	=	260 cg
		2,6 x 1 000 mg	=	2 600 mg
0,02 g =	0,02 x 1 g ⟺	0,02 x 10 cg	=	0,2 dg
		0,02 x 100 cg	=	2 cg
		0,02 x 1 000 mg	=	20 mg

4. <u>Relação entre os submúltiplos do grama e o grama</u>

- Transformar dg, cg e mg em g :

Lembre-se: $dg = \frac{1}{10}$ g; $cg = \frac{1}{100}$ g; $mg = \frac{1}{1\ 000}$ g

36 dg = 36 x 1 dg ⟺ $36 \times \frac{1}{10}$ g $= \frac{36}{10}$ g = 3,6 g

36 cg = 36 x 1 cg ⟺ $36 \times \frac{1}{100}$ g $= \frac{36}{100}$ g = 0,36 g

36 mg = 36 x 1 mg ⟺ $36 \times \frac{1}{1\ 000}$ g $= \frac{36}{1\ 000}$ g = 0,036 g

14,5 dg = 14,5 x 1 dg ⟺ $14{,}5 \times \frac{1}{10}$ g $= \frac{14{,}5}{10}$ g = 1,45 g

0,02 dg = 0,02 x 1 dg ⟺ $0{,}02 \times \frac{1}{10}$ g $= \frac{0{,}02}{10}$ g = 0,002 g

Observe nesta última relação:

0,	0	2 dg		0,	0	0	2
↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓
dg	cg	mg		g	dg	cg	mg

Como você vê as ordens conservam as mesmas denominações. Se 2 é mg, depois da mudança da unidade 2 é ainda 2 mg. Isto porque estamos lidando com equivalências.

NOTA: *Se você tiver dificuldades em efetuar as transformações dadas, volte a usar o Cartaz Lugar - Valor.*

<u>EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO</u>

EXERCÍCIO 20

ESTABEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

35,6 kg ⟺ ---------------- g   2,6 t ⟺ ---------------- g

2,728 g ⟺ ---------------- g   7,7 kg ⟺ ---------------- g

4,5 t ⇔ ------------ kg	0,8 kg ⇔ ------------ g
2,4 g ⇔ ------------ dg	2,5 g ⇔ ------------ mg
5 kg ⇔ ------------ g	0,2 g ⇔ ------------ cg

EXERCÍCIO 21

ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

4 g ⇔ ------------ dg	2,4 dg ⇔ ------------ g
6 dg ⇔ ------------ g	528 g ⇔ ------------ kg
12,5 cg ⇔ ------------ g	278 kg ⇔ ------------ t
4,26 kg ⇔ ------------ g	12 000 kg ⇔ ------------ t
25 g ⇔ ------------ dg	1 5000 kg ⇔ ------------ t

USO DAS MEDIDAS DE MASSA

As medidas de massas comumente usadas são as que seguem:

1. A tonelada (1 000 kg), para calcular cargas de navios, vagões ferroviários ou caminhões;
2. O quilograma, para calcular cargas de caixotes, sacos, malas, pacotes;
3. O grama e seus submúltiplos, para calcular massas menores em laboratórios, farmácias ou indústrias;
4. O mícron 1/1 000 mg, ou milésima parte do miligrama), para calcular massas extremamente pequenas;
5. O quilate (1 quilate equivale a 0,2g), para calcular a massa de pedras preciosas.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 22

RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Quantos litros de água pode conter um barril que pesa 145 kg quando cheio e 12 000 g, quando vazio ?

b) Se uma pessoa respira 18 vezes por minuto e em cada inspiração absorve 1/2 litro de ar, quanto de ar ela respira em 15 minutos ?

c) Se em 1 minuto o coração pulsa 72 vezes e em cada vez movimenta 60 ml de sangue, quantos litros de sangue ele movimenta em 15 minutos ?

d) Que quantidade de gasolina gasta por quilômetro um automóvel que consome 7 litros desse combustível em 100 quilômetros ?

e) Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 metros por segundo, a que distância se deu uma explosão cujo ruído se ouviu 8 segundos após ?

f) Quanto pesa uma tábua de 3m x 30xm x 2cm, sabendo-se que cada dm3 pesa 750 g ?

g) Um negociante vendeu 200 sacos contendo 50 kg de cimento cada um, à razão de Cr$ 0,50 o kg. Quanto recebeu na transação ?

h) Quantos litros de sementes pode conter um silo de forma cilíndrica com 12 m2 de base e 2,50 m de altura ?

ESTUDO DAS MEDIDAS DE TEMPO

Tratamos até aqui das unidades de medida pertencentes ao Sistema Decimal. As unidades de medida de tempo, porém, não têm relação decimal.

AS UNIDADES LEGAIS DE MEDIDA DE TEMPO SÃO: DIA, HORA, MINUTO E SEGUNDO.

O quadro seguinte mostra-nos os símbolos destas unidades e as relações existentes entre elas.

NOME	SÍMBOLO	RELAÇÕES ENTRE AS UNIDADES DE TEMPO
segundo	s	$\frac{1}{60}$ min = $\frac{1}{3\ 600}$ h = $\frac{1}{84\ 400}$ d
minuto	min	60 s = $\frac{1}{60}$ h = $\frac{1}{1\ 440}$ d
hora	h	3 600 s = 60 min = $\frac{1}{24}$ d
dia	d	86 400 s = 1 440 min = 24 h

REPRESENTAÇÃO E LEITURA

Passemos à representação e leitura das medidas de tempo.

2 min 4 s ———— Dois minutos e quatro segundos.
5 min 25 s ———— Cinco minutos e vinte e cinco segundos.
3 h 15 min ———— Três horas e quinze minutos.
10 h 49 min ———— Dez horas e quarenta e nove minutos.
20 h 57 min ———— Vinte horas e cinqüenta e sete minutos.

OBSERVAÇÃO - *Sempre que anotar horas abreviadamente, use essa simbologia. Não se anota medida de tempo nem com vírgula nem com dois pontos.*

EXERCÍCIO 23

ESCREVA SIMBOLICAMENTE:

Quinze minutos e onze segundos: ______________________

Três horas e vinte minutos: ______________________

Doze horas e cinqüenta e cinco minutos: ______________

Quarenta minutos e dois segundos: __________________

Dezoito horas e dez minutos: ______________________

Vinte e duas horas e treze minutos: __________________

NÚMEROS COMPLEXOS

A medida de tempo (dia, hora, minuto, segundo) e a medida de ângulos (grau, minuto, segundo), são representadas em números complexos.

Números complexos são aqueles que usam mais de uma unidade em suas representações, não sujeitas à ordem decimal. Exemplo: 4 dias 15 horas 45 minutos.

Quando transformamos um número complexo numa mesma unidade, obtemos um numeral não complexo ou <u>incomplexo</u>.

Vejamos, na medida de tempo, como transformar complexo em incomplexo, e incomplexo em complexo.

1. <u>Transformação de complexo em incomplexo</u>.

- Representar em <u>segundos</u> 2h 35min 21s :

Lembre-se: 1 h <=> 60 min

1 min <=> 60 s

2 h = 2 x 1 h <=> 2 x 60 min = 120 min

120 min + 25 min = 155 min

155 min = 155 x 1 min <=> 155 x 60 s = 9300 s

9300s + 21s = 9321 s

2h 35min 21s = 9 321 s

- Representar em <u>segundos</u> 4h 20min 30s :

Lembre-se: 1 h <=> 60 min

1 min <=> 60 s

4 h = 4 x 1 h <=> 4 x 60 min = 240 min

240 min + 20 min = 260 min

260 min x 60 s = 15 600 s

15 600 s + 30 s = 15 630 s

4h 20min 30s = 15 630 s

2. <u>Transformar de incomplexo em complexo</u>

- Representar em <u>complexo</u> 1 240 s :

Lembre-se: 1 min <=> 60 s

1 240 s ÷ 60 s = 20 min 40 s

1 2 4 0s | 60 (cada 60s formam 1 min).

0 4 0s 20 min (o quociente é número de minutos)

1 240 = 20 min 40 s

- Representar em complexo 5 347 s :

Lembre-se: 60 s <=> 1 min

60 min <=> 1 h

5 347 s ÷ 60 s = 89 min 7 s

89 min ÷ 60 min = 1 h 29 min

5 347 s | 60
547 89 min
07 s

89 min | 60
29 min 1 h

5 347 s = 1 h 29 min 7 s

- Representar em <u>complexo</u> 3 450 min

Lembre-se: 1 h ⟺ 60 min

1 d ⟺ 24 h

3 450 min ÷ 60 min = 57 h 30 min

57 h ÷ 24 h = 2 d 9 h

```
3 450 min | 60
  450       57 h      (60 min ⟺ 1h)
   30 min             (Há mais de 1 dia)
                      (O resto é número de minutos)

           57 h | 24
           09 h   2 d    (24 h ⟺ 1 dia)
```

$\boxed{3\ 450 \text{ min} = 2\text{d } 9\text{h } 30\text{min}}$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS

1. <u>Adição de números complexos</u>

- Somar os complexos 2h 45min e 3h 27min :

Lembre-se: <u>72 min</u> contém <u>hora</u>.
O resto de <u>min</u> é <u>min</u>.

24h 45min + 3h 27min = 6h 12min

```
    1 h  ←──────────────┐
    2 h  45 min         │
  + 3 h  27 min         │
  ─────────────         │
    6 h  72 min | 60    │
         12 min   1 h ──┘
```

- Somar os complexos 15h 25min, 2h 38min e 3h 40min :

15h 25min + 2h 38min + 3h 40min = 21h 43min

```
     1 h  ←──────────────┐
    15 h 25 min          │
     2 h 38 min          │
  +  3 h 40 min          │
  ──────────────         │
    21 h 103min | 60     │
          43min   1 h ───┘
```

2. <u>Subtração de números complexos</u>

- Subtrair os complexos 4h 38min 3 3h 22min :

4h 38min - 3h 22min = 1h 16min

```
    4 h   38 min
  - 3 h   22 min
  ──────────────
    1 h   16 min
```

● Subtrair os complexos 15h 20min e 8h 52min :

15h 20min - 8h 52min = 6h 29min

```
   15 h    20 min   |   14 h      60+20
 -  8 h    52 min   |              8 0 min
 ---------------    | -  8         5 2 min
        ?           |  -----------------
                    |    6 h       2 8 min
```

- Tiramos 1 h das 15 h; transformamos 1 h em 60 min; somamos 60 aos 20 min.

● Subtrair os complexos 20h 12min e 19h 40min :

20h 12min - 19h 40min = 32 min

```
   20 h    12 min   |   19 h      60+12
 - 19 h    40 min   |              7 2 min
 ---------------    | - 19 h       4 0 min
        ?           |  -----------------
                    |    0 h       3 2 min
```

3. Multiplicação de números complexos

● Multiplicar o complexo 3h 40min por 3 :

(3h 40min) x 3 = 11 h

```
   2 h
   3 h  40 min
 x       3
 ----------------
  11 h 120 min  | 60
        00 min    2 h
```

● Multiplicar o complexo 15h 35min 17s por 5 :

(15h 35min 17s) x 5 = 3d 5h 56min 25s.

Atenção:

5 x 35 min + 1 min;
5 x 15 h   + 2 h.

77h contêm dias.

```
   2h          1min
   15h         35min          17s
 x                             5
 ------------------------------------
 77h | 24   176min | 60     85s | 60
 05h   3d   56min    2h     25s   1 min
```

4. Divisão de números complexos

● Dividir o complexo 12h 3min por 2.

(12h 3min) ÷ 2 = 6h 1min 30s

```
 12 h      3 min          | 2
  0 h      1 min = 60s     6h  1 min  30s
                   00
```

• Dividir o complexo 25h 20min por 3:

(25h 20min 12s) : 3 = 8h 26min 38s

```
25 h     20 min    12s | 3
                       |_______________
 1 h ->  60 min          8 h  26 min  44 s
         80 min
         20 min
          2 min -> 120 s
                   132 s
                    12
                     0 s
```

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 24

TRANSFORME EM NÚMEROS INCOMPLEXOS:

a) 2h 18min 40s

b) 14h 25min 32s

c) 20h 15min

EXERCÍCIO 25

TRANSFORME EM NÚMEROS COMPLEXOS:

a) 1 340 s

b) 2 500 s

c) 387 s

d) 590 min

EXERCÍCIO 26

EFETUE AS ADIÇÕES:

a) 5h 15min + 12h 26min =

b) 18h 45min + 7h 32min =

EXERCÍCIO 27

EFETUE AS SUBTRAÇÕES:

a) 18h 15min - 7h 11min =

b) 17h 42min 13s - 16h 35min 30s =

EXERCÍCIO 28

EFETUE AS MULTIPLICAÇÕES:

a) (2h 30min) x 3 =

b) (15h 12min 25s) x 4 =

EXERCÍCIO 29

EFETUE AS DIVISÕES:

a) (18h 28min) ÷ 2 =

b) (15h 45min 12s) ÷ 6 =

EXERCÍCIO 30

RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Um trem cobre em 2h 45min o percurso entre as cidades A e B. Para ir de B a outra cidade C, leva 3h 25min. Na estação B faz uma parada de 12 min. Que tempo leva para ir da estação A a C ?

b) Um operário realizou determinado serviço em 2h 15min. Outro faz o mesmo trabalho em 1h 50min. Que operário trabalha mais rápido ?

Qual é a diferença do tempo gasto ?

c) Um pedreiro constrói em 2d 4h 30min um terço de um muro. Quanto tempo ele levará para concluir a obra ?

d) Paulo percorreu determinado trajeto em 3h 25min 15s. Antônio fez o mesmo percurso em 2h 50min 58s. Quem foi mais rápido ? Qual a diferença no tempo gasto ?

ESTUDO DA MEDIDA DE ÂNGULOS

Como já frisamos páginas atrás, o sistema de numeração aplicado à medida dos ângulos não é decimal, e sim de base sexagesimal, isto é, de base 60, em que 1 grau (unidade principal) é formado de 60 minutos, e cada minuto, de 60 segundos.

Estudaremos agora como operar com graus e minutos na medida de ângulos. O transferidor nos ajudará a medir graus apenas; nele não são marcados nem minutos nem segundos.

Os princípios adotados para transformar número complexo a incomplexo e vice-versa, e para as operações com medida de ângulos são aqueles mesmos aplicados na medida de tempo. Vejamos.

1. <u>Transformação de complexo em incomplexo</u>

- Representar em incomplexo 2° 15' ; 15° 42' ; e 9° 1'.

Lembre-se: 1° = 60'
1' = 60''

2° 15' — 2 x 60' = 120'
120' + 15' = <u>135'</u>

15° 42' — 15° x 60' = 900'
900' + 42' = 540'

9° 1' — 9° x 60' = 540'
150' + 1' = <u>541'</u>

2. Transformação de incomplexo em complexo

• Representar em complexo 250' ; 1960' ; 560'.

250' = 4° 10'

1960' = 32° 40'

560' = 9° 20'

25.0' | 60
1 0'   4°

19.60' | 60
1.60   32°
40'

56.0' | 60
2 0'   9°

OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS

1. Adição de números complexos

• Somar os complexos abaixo.

7.4' | 60 (cada 60' ⟺ 1°).
6 0   1° (número de graus).
1 4 (resto de minutos = min).

Lembre-se: 1° = 60'
1' = 60''

a) 30° + 45° = 75°

b) 45' + 29' = 74'
74' ⟺ 1° 14'

8 0' | 60
- 6 0   1°
2 0

c) 15°42' + 29° + 38' = 44° 80'
44° 80' ⟺ 45° 20'

d) 25° 38' + 17° 45' + 35' = 43° 58'

1°
25° 38'
17° 45'
35'
43° 118' | 60
- 60   1°
58

2. Subtração de números complexos

• Subtrair os complexos seguintes:

a) 12°15' - 8°11' = 4°4'

b) 35°42' - 16°58' = 18°44'

34° 102'
~~35°~~ ~~42'~~
-16° 58'
18° 44'

c) 7°20' - 6°48' = 32'

6° 80'
~~7°~~ ~~20'~~
-6° 48'
0 32'

d) 20°15' - 9° 37' = 10° 38'

3. Multiplicação de um numeral pela medida de um ângulo

• Efetuar as seguintes multiplicações:

a) (18°4'). 8 = 144° 32'

18° 4'
x 8'
144° 32'

b- $(25° 32') . 3 = 76° 36'$

$$\begin{array}{rr} 1° & \\ 25° & 32' \\ \times & 3 \\ \hline 76° & 96' \\ & 60 \\ \hline & 36' \end{array} \qquad 96' \div 60 = 1°$$

c- $(4° \ 28') . 12 = 53° 36'$

$$\begin{array}{rr} 5° & \\ 4° & 28' \\ \times & 12 \\ \hline 53° & 56 \\ & 28 \\ \hline & 336' \\ & -300 \\ \hline & 36' \end{array} \qquad 336' \div 60 = 5°$$

4. <u>Divisão da medida de um ângulo por um número natural</u>

● Efetuar as seguintes divisões:

a- $(20° 15') \div 5 = 4° 3'$

$$\begin{array}{rr|l} 20° & 15' & 5 \\ \cline{3-3} -20° & -15 & 4° \ 3' \\ \hline 0 & 0 & \end{array}$$

b- $(15° 12') \div 4 = 3° 48'$

$$\begin{array}{rr|l} 15° & 12' & 4 \\ \cline{3-3} 3° \rightarrow & 180' & 3° \ 48' \\ \hline & 192' & \\ & -16 & \\ \hline & 32 & \\ & -32 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

c- $67° \div 12 = 5° 35'$

$$\begin{array}{rr|l} 67° & & 12 \\ \cline{3-3} -60° & & 5° \ 35' \\ \hline 7° \rightarrow & 420' & \\ & 36 & \\ \hline & 60 & \\ & -60 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

<u>EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO</u>

EXERCÍCIO 31

EFETUE AS SEGUINTES OPERAÇÕES:

a) $30° 30' + 40° 30' =$

b) $25° \; 12' + 31° \; 18' + 7° \; 39' =$

c) $48° \; 58' + 35° \; 42' =$

d) $25° \; 12' - 3° \; 8' =$

e) $48° \; 10' - 36° \; 14' =$

f) $(28° \; 5') \, . \; 3 =$

g) $(42° \; 45') \, . \; 5 =$

h) $(25° \; 14') \div 2 =$

i) $(12° \; 36') \div 4 =$

NOTA - Se na divisão houver resto em minutos, você poderá transformá-lo em segundos e efetuar a divisão.

Vejamos neste exemplo:

$(12° \; 35') \div 4 = 3° \; 8' \; 45''$

```
 12°      35' |_____4________
-12°     -32'   3° 8' 45''
  0        3'  18'0''
              -16
               20
              -20
                0
```

VII - PÓS-TESTE

O objetivo deste Pós-Teste é a verificação do seu aproveitamento sobre o conteúdo do presente módulo.

Cremos que você examinou com interesse o assunto aqui abordado e realizou com proveito as atividades propostas, tornando-se apto à dar a respeito cabal demonstração de conhecimentos. Entretanto, se tem ainda algumas dúvidas, reveja os pontos principais do módulo para depois se submeter à prova.

Com calma e atenção dê respostas às perguntas que seguem. E bom êxito neste seu trabalho !

1. ESCREVA SIMBOLICAMENTE:

a) Quatro metros cúbicos e vinte decímetros cúbicos :

----

b) Vinte e cinco decímetros cúbicos e duzentos centímetros cúbicos:

----

c) Trezentos e cinco milímetros:

----

d) Zero vírgula quarenta quilogramas:

----

e) Vinte e cinco decigramas:

----

2. ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

45 cm3 = $\Longleftrightarrow$ ________________________ dm3;

12° 15' = $\Longleftrightarrow$ ________________________ (minutos);

4h 20 min = ⟺ ---------------------- (minutos);

19 dm3 = ⟺ ---------------------------- m3;

4 m3 = ⟺ ---------------------------- cm3;

3. QUAIS SÃO OS SUBMÚLTIPLOS DO LITRO, SUAS ABREVIATURAS E SUAS RELAÇÕES COM AS UNIDADES DE VOLUME ?

----

4. RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Quantos centímetros cúbicos (cm3) de areia poderá conter uma caixa com as seguintes dimensões:

25cm x 12cm x 8cm ?

b) Uma caixa d'água com volume de 2 m3 quantos litros de água poderá conter ?

5. RESOLVA OS PROBLEMAS SEGUINTES:

a) Quanto você pagaria por 12,25 kg de certa mercadoria, sabendo - se que o quilograma custa Cr$ 8,50 ?

b) Em quantos pedaços de 5dm3 posso serrar uma viga de 3m x1dm x 1dm?

6. RESOLVA ESTES PROBLEMAS:

a) Quantos metros cúbicos (m3) há num cubo cuja aresta é igual a 15 dm ?

b) Quantos litros d'água pode conter um aquário com estas dimensões: 42cm x 25cm x 30cm ?

7. EFETUE AS SEGUINTES OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS:

a) 2h 30min + 3h 27min =

b) 15h 2min - 10h 59min =

c) $45° 15' + 25° 20'$ =

d) $52° 42' - 48° 43'$ =

8. RESOLVA ESTE PROBLEMA:

Em 1 200 vasilhas iguais estão contidos 540 litros de água mine ral. Qual é a capacidade, em ml, de cada recipiente ?

9. Qual é a capacidade de um cilindro com o diâmetro igual a 1m e a altura de 2m ?

10. ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

35,6 kg ---------------------------- g

1,4 t ---------------------------- m3

68,4 ℓ ---------------------------- ml

0,480 m3 ---------------------------- cm3

5 m3 ---------------------------- ℓ

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

A você que já se submeteu ao pré-teste e ao pós-teste, não tendo conseguido melhores resultados, aconselhamos que não desanime. Lembre-se de que o sucesso em qualquer empreendimento só se consegue pela força de vontade, dedicação e persistência. Portanto, volte-se com entusiasmo e interesse ao estudo deste Módulo, para assim vencer os obstáculos que antes encontrou e conseguir dominar integralmente o assunto aqui tratado.

Seguindo a orientação adiante, releia atentamente o módulo e efetue os exercícios pedidos. Temos certeza de que assim procedendo suas dúvidas serão desfeitas e seu teste seguinte será plenamente satisfatório.

ORIENTAÇÃO PARA O REESTUDO DO MÓDULO

DÊ RESPOSTAS POR ESCRITO AOS QUESITOS QUE SEGUEM E CONFRONTE-AS COM AS EXPLICAÇÕES NO ITEM VI.

MEDIDAS DE VOLUME E CAPACIDADE

- DIGA O QUE É VOLUME .
- O QUE É CAPACIDADE ?
- QUAIS SÃO AS UNIDADES DE VOLUME QUE CORRESPONDEM COM AS DE CAPACIDADE?
- EXPLIQUE A RELAÇÃO MILESIMAL ENTRE AS MEDIDAS DE VOLUME .
- POR QUE SÃO CONTADAS, PARA A ESCRITA DAS UNIDADES DE VOLUME, TRÊS CASAS DECIMAIS ?

- REFAÇA OS EXERCÍCIOS DE LEITURA E ESCRITA DAS MEDIDAS DE VOLUME E CAPACIDADE.
- OBSERVE AS MUDANÇAS DE UNIDADE NOS EXERCÍCIOS FEITOS NO MÓDULO; MEMORIZE O PROCEDIMENTO USADO PARA ESSAS MUDANÇAS; E NOTE AS CORRESPONDÊNCIAS.
- REFAÇA OS EXERCÍCIOS DE MUDANÇAS DE UNIDADE DE VOLUME E CAPACIDADE.
- LEIA COM ATENÇÃO O ITEM REFERENTE ÀS RELAÇÕES ENTRE AS MEDIDAS DE VOLUME E DE CAPACIDADE.
- REESTUDE A PARTE QUE TRATA DOS VOLUMES DOS PRINCIPAIS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: CUBO, PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO, CILINDRO. E PROCURE MEMORIZAR AS FÓRMULAS.

MEDIDAS DE MASSA

- LEIA ATENTAMENTE O TÓPICO REFERENTE A MEDIDAS DE MASSA E PESO.
- JUSTIFIQUE A DIFERENÇA ENTRE MEDIDA DE MASSA E PESO, E ENTRE A UNIDADE DE LEGAL DE MASSA E UNIDADE DE REFERÊNCIA.
- DIGA QUAIS SÃO OS SUBMÚLTIPLOS DO GRAMA, SUAS ABREVIATURAS E DÊ O VALOR EM RELAÇÃO À UNIDADE DE REFERÊNCIA.
- EFETUE OS EXERCÍCIOS DE LEITURA E ESCRITA DE MEDIDAS DE PESO E OS DE MUDANÇA DE UNIDADE.
- RESOLVA OS PROBLEMAS DO EXERCÍCIO 12.

MEDIDAS DE TEMPO

- LEIA A PARTE SOBRE AS UNIDADES DE MEDIDA DE TEMPO E A RELAÇÃO NÃO DECIMAL ENTRE ELAS.
- OBSERVE AS ABREVIATURAS OFICIAIS E COMO SE TRANSFORMA UM NÚMERO COMPLEXO EM INCOMPLEXO E VICE-VERSA.
- ESTUDE COM ATENÇÃO AS TRANSFORMAÇÕES, PARA FACILITAR O APRENDIZADO DAS OPERAÇÕES.
- REFAÇA OS EXERCÍCIOS, CONFERINDO OS RESULTADOS COM OS DO FINAL DO MÓDULO.

MEDIDAS DE ÂNGULOS

Se você se aplicou efetivamente no reexame de medida de tempo, não há negar que se acha preparado para compreender medida de ângulos.

No estudo de medida de ângulos não nos detivemos em transformações até segundos porque não vemos oportunidade de aplicação de tais transformações em exercícios práticos. Mostramos apenas como seriam essas transformações usando graus e minutos.

- REEXAMINE A PARTE REFERENTE A MEDIDA DE ÂNGULOS.
- REFAÇA OS EXERCÍCIOS DESSE ITEM, COMPARANDO OS RESULTADOS COM OS DO FINAL DO MÓDULO.

Depois de tudo isso, enfrente com serenidade, confiança e firmeza o Pós-Teste adiante.

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Cremos que você estudou seriamente o presente módulo e efetuou todos os exercícios nele apresentados. Se assim o fez, certamente não encontrará maiores dificuldades em realizar esta prova.

Leia com atenção as perguntas aqui formuladas e em seguida dê calmamente as respostas cabíveis. E seja feliz neste seu trabalho!

1. ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS:

28 cm3 ⟺ ------------------------- dm3;

15° 12' ⟺ ------------------------- (minutos);

4h 40min = ------------------------- (minutos);

19 dm3 ⟺ ------------------------- cm3;

4 dm3 ⟺ ------------------------- m3.

2. SUBMÚLTIPLOS DO GRAMA E DO LITRO.

a) Quais são os submúltiplos do grama e suas abreviaturas?

------------------------------ ---------------

------------------------------ ---------------

------------------------------ ---------------

b) Quais os submúltiplos do litro que têm correspondência com as unidades de volume? ------------------------------.

3. QUANTOS METROS CÚBICOS (m3) DE ÁGUA CONTÊM UMA PISCINA COM 30m x 15m x 3m E CHEIA ATÉ 2/3 DE SUA PROFUNDIDADE?

4. UM BARRIL COM A CAPACIDADE DE 60 LITROS QUANTAS GARRAFAS DE 3/4 DE LITRO PODE CONTER?

5. QUANTO ANTÔNIO PAGARÁ PELO TRANSPORTE DE 65 SACAS DE CAFÉ PESANDO CADA UMA 60kg, SE A TRANSPORTADORA COBRAR Cr$ 2,50 POR QUILOGRAMA?

6. EFETUE ESTAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS:

a) (3h 25min) . 3 =

b) (2h 15min) : 3 =

c) 45°12' + 17°51' =

d) 47° ÷ 2 =

7. UM PEDREIRO CONSTRUIU UM MURO DE 3m x 1,20m x 0,15m. QUANTOS TIJOLOS ELE EMPREGOU NESSA OBRA, SABENDO-SE QUE CADA TIJOLO TEM O VOLUME DE 2 dm3 ?

8. ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

8,5 t: ____________________

4,25 kg: ____________________

12,250 ℓ : ____________________

4,22 dm3: ____________________

12,300 m3: ____________________

9. O QUE VOCÊ PODE CALCULAR NUM PROBLEMA SOBRE MEDIDAS, SE CONHECE:

a) comprimento e largura ?
____

b) volume e superfície ?
____

c) volume e altura ?
____

10. QUAL É A FÓRMULA PARA CALCULAR O VOLUME DE UM CILINDRO ?
____
____

EXERCÍCIO 1

Respostas em numerais:

a) 4,303 m3
b) 4,385 cm3
c) 15,220dm3
d) 345,060 cm3
e) 0,000025 m3
f) 40,000040m3

EXERCÍCIO 2

Operações com dados do Q.L.V.:

a) 1 dm3; b) 1cm3; c) 1m3; d) 300mm3; e) 10 mm3.

EXERCÍCIO 3

Relação entre as medidas:

35 m3	⟺	35 000 dm3		
0,405 m3	⟺	405 000 cm3		
0,070820 m3	⟺	70820000 mm3		
2,450 m3	⟺	2 450 dm3	⟺	2 450 000 cm3
3,840 m3	⟺	3 840 dm3	⟺	3 840 000 000 mm3

EXERCÍCIO 4

Relação entre medidas.

3,450 m3	⟺	3 450 dm3
0,550 dm3	⟺	550 cm3
4,500 dm3	⟺	0,004500 m3
28,200 dm3	⟺	28 200 cm3
0,450 m3	⟺	450 000 cm3
3 dm3	⟺	0,003 m3

EXERCÍCIO 5

Relação entre as medidas.

48,36 dm3	⟺	48,36 ℓ		
25 m3	⟺	25 000 dm3	⟺	25 000 ℓ
0,450 m3	⟺	450 dm3	⟺	450 ℓ
35 dm3	⟺	35 ℓ		
0,420 cm3	⟺	0,000420 dm3	⟺	0,000420 ℓ
5 cm3	⟺	0,005 dm3	⟺	0,005 ℓ
0,240 dm3	⟺	0,240 ℓ		

EXERCÍCIO 6

Relação entre medidas.

2 ℓ	⟺	2 000 ml	45,6 ℓ	⟺	45 600 ml
3,5 ℓ	⟺	3 500 ml	0,45 ℓ	⟺	450 ml

EXERCÍCIO 7

Problemas.

a) 75cm x 75cm x 65 cm = 421 875cm3 <=> 421,875dm3 <=> 421,875 ℓ

b) 16 m x 10 m x 6 m = 960 m3

c) 1,20 m x 0,60m x 0,40m = 0,288 m3

d) 3,50 m x 1,50m x 0,50m = 2,625 m3

e) 8 000ml ÷ 250ml = 32

f) 50 m x 30 m x 2,5 m = 3.750 m3 = 3 750 000dm3 = 3 750 000 ℓ

g) 540 000 ml ÷ 1 200 = 450 ml

EXERCÍCIO 8

Problemas.

a) $(\pi r^2)\, h = 3{,}14 \times (2m)^2 \times 10\ m = 125{,}600\ m^3$ de grãos.

b) $\pi r^2 = 3{,}14 \times (0{,}5\ m)^2 = 0{,}7850\ m^2$

$0{,}7850\ m^2 \times 8\ m = 6{,}280\ m^3$ de água.

c) $\pi r^2 = 3{,}14 \times (1cm)^2 = 3{,}14\ cm^2$

$3{,}14\ cm^2 \times 3{,}300\ cm = 10\ 362\ cm^3$ de água

d) Volume interno : 94,200 cm3

Volume externo : 211,950 cm3

Volume do metal: 117,750 cm3

e) $\dfrac{0{,}55m + 0{,}35m}{2} = 0{,}45\ m$

$(\pi r^2)\, h = \left[3{,}14 \times (0{,}45\ m)^2\right] .\ 3m = 1{,}907\ 550\ m^3$

Aproximadamente 2 m3.

EXERCÍCIO 9

Calculo mental.

a) 5,5 ℓ

b) 4,5 ℓ

c) 1,5 ℓ

d) 1 garrafão ⟶ 8 garrafas

2 garrafões ⟶ 12 litros

5 garrafões ⟶ 40 garrafas

6 litros ⟶ 8 garrafas

e) Seis frascos de vidro podem conter:

10 garrafões; 60 litros; 80 garrafas.

f) Com vinho do barril enchemos 4 garrafões e 12 garrafas.

Restam no barril 27 litros

4 garrafões ⟶ 24 litros; 12 garrafas ⟶ 9 litros

60ℓ - (24ℓ + 9ℓ) = 27ℓ .

EXERCÍCIO 10

Completar com os sinais =, >, <, ⟺ :

a) $\frac{5}{10}\ell = 0{,}5\ell$

b) $\frac{1}{4}\ell < \frac{1}{2}\ell$

c) $\frac{3}{4}\ell > \frac{1}{2}\ell$

d) $\frac{4}{10}\ell < \frac{5}{10}\ell$

e) $\frac{1}{5}\ell \Leftrightarrow \frac{2}{10}\ell$

f) $\frac{1}{2}\ell \Leftrightarrow \frac{2}{4}\ell$

EXERCÍCIO 11

Problemas.

a) $0{,}300\ell \times 500 = 150\ \ell$

b) O litro custou Cr$ 4,05 ao comprador.

c) O posto vende 75 000 litros de gasolina por mês.

d) O caminhão carrega 6 250 litros.

e) A piscina contém 9 600 litros de água.
96 m3 ⟺ 96 000 ℓ

f) Encheu 8 frascos.

EXERCÍCIO 12

a) Representação de unidades de medida de massa.
200g; 100g; 50g; 20g; 10g.

b) Escrita de unidades em numerais e em linguagem corrente:

100 g → cem gramas
50 g → cinqüenta gramas
20 g → vinte gramas
10 g → dez gramas

EXERCÍCIO 13

Pesagem de mercadorias.

a) Palmito e balas.

b) Biscoitos, palitos, chocolate e molho de tomate.

c) Palmito e chocolate.

d) Palmito, margarina e palitos;
ou outras sugestões semelhantes.

EXERCÍCIO 14

Acondicionamento de mercadoria.

a) 6 pacotes de 10 kg; 4 de 15 kg; 10 de 6 kg;
20 pacotes de 3 kg; ou outras sugestões.

Transporte de mercadorias.

b) 1,500 kg + 2 kg + 1 kg + 4 kg + 2 kg = 10,500 kg.

EXERCÍCIO 15

Completamento.

$\frac{3}{4}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg	$1\frac{1}{4}$ kg	$1\frac{1}{2}$ kg	1 kg	$1\frac{3}{4}$ kg
1 kg	$\frac{3}{4}$ kg	$1\frac{1}{2}$ kg	$1\frac{3}{4}$ kg	$1\frac{1}{4}$ kg	2 kg

EXERCÍCIO 16

Problemas.

a) Cr$ 85,00 b) Cr$ 70,00 c) Cr$ 70,00

EXERCÍCIO 17

a) 4,25 dg
b) 13,27 kg
c) 0,6 kg
d) 8,14 t
e) 15,5 t
f) 2,08 g
g) 300,20 g
h) 0,115 g
i) 6,20 kg
j) 4,000 028 kg

EXERCÍCIO 18

Problema.

Vão sobrar: 1 kg de farinha de trigo; 250g de ervilhas; 400g de azeitonas; 375g de margarina .

EXERCÍCIO 19

Problemas.

a) 10 kg ÷ 1/2 kg = 20 pacotes (10 x 2/1 = 20)

b) Cr$ 150,00 ÷ 60 kg = Cr$ 2,50

c) Cr$ 1,80; Cr$ 3,84; Cr$ 3,12; Cr$ 0,84.

EXERCÍCIO 20

Relação entre medidas.

35,6 kg ⇔ 35600 g
2,728 g ⇔ 272,8 cg
4,5 t ⇔ 4500 kg
2,4 g ⇔ 24 dg
5 kg ⇔ 5 000 g

2,6 t ⇔ 2 600 kg ⇔ 2600000 g
7,7 kg ⇔ 7 700 g
0,8 kg ⇔ 800 g
2,5 g ⇔ 2 500 mg
0,2 g ⇔ 20 cg

EXERCÍCIO 21

Relação entre medidas.

4 g	<=>	40 dg	2,4 dg	<=>	0,24 g
6 dg	<=>	0,6 g	528 g	<=>	0,528 kg
12,5 cg	<=>	0,125 g	278 kg	<=>	0,278 t
4,26 kg	<=>	4 260 g	12 000 kg	<=>	12 t
25 g	<=>	250 dg	1 500 kg	<=>	1,5 t

EXERCÍCIO 22

Problemas.

a) O barril pode conter 133 litros de água.

145 kg - 12 kg = 133 kg ⟶ 133 ℓ

b) Em 15 min respira 135 ℓ de ar.

$18 \times \frac{1}{2} = 9\ell$ por minuto

$15 \times 9\ell = 135\ell$

c) O coração movimenta 64.800 litros de sangue em 15 min.

d) O automóvel gasta por quilômetro 0,07 litros de gasolina.

e) A explosão deu-se a uma distância de 2 720 metros.

f) A tábua pesa 13,50 kg

30 dm x 3 dm x 0,2 dm = 18 dm3

18 dm3 x 0,750 kg = 13,50 kg

g) O negociante recebeu na transação Cr$ 5 000,00.

h) O silo pode conter 30 000 litros de sementes.

EXERCÍCIO 23

Escrita simbólica de unidades de medida de tempo.

15 min	11 s	40 min	2 s
3 h	20 min	18 h	10 min
12 h	55 min	22 h	13 min

EXERCÍCIO 24

Transformação em números incomplexos.

2 h 18 min 40 s = 8 320 s

14 h 25 min 32 s = 51 932 s

20 h 15 min = 1 215 min

EXERCÍCIO 25

Transforme em números complexos.

a) 1 340 s = 22 min 20 s

b) 2 500 s = 41 min 40 s

c) 387 s = 6 min 27 s

d) 590 min = 9 h 50 min

EXERCÍCIO 26

Adição.

a) 5h 15 min + 12 h 26 min = 17h 41 min

b) 18h 45 min + 7 h 32 min = 26h 17 min

EXERCÍCIO 27

Subtração.

a) 18h 15 min - 7h 11 min = 11h 4 min

b) 17h 42 min 13s - 16h 35 min 30s = 1h 6 min 43s

EXERCÍCIO 28

Multiplicação.

a) (2h 30 min) x 3 = 7h 30 min

b) (15h 12min 25s) x 4 = 60h 49min 40s

EXERCÍCIO 29

Divisão.

a) (18h 28min) : 2 = 9h 14 min

b) (15h 45min 12s) : 6 = 2h 37min 32s

EXERCÍCIO 30

Problemas.

a) O trem vai da estação A a C em 6h 22min

b) O segundo operário trabalhou mais rápido. Foi de 25min a diferença do tempo gasto.

c) O pedreiro levará 6d 13h 30min para concluir a obra.

d) Antônio foi o mais rápido. Fez o mesmo trajeto que Paulo com 25min 17s de diferença.

EXERCÍCIO 31

a) 71°

b) 64° 9'

c) 84° 40'

d) 22° 4'

e) 11° 56'

f) 84° 15'

g) 213°45'

h) 12°37'

i) 3° 9'

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. "*Os Primeiros Passos em Matemática: III Exploração do Espaço e Prática da Medição*". São Paulo, Editora Herder, 1969.

2. FERNANDES, Ary e outros. "*Matemática - 5*", para a 5ª série de 1º Grau São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1974.

3. GRUEMA (Grupo de Ensino de Matemática Atualizada). "*Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º Grau*: 4 e 5. Por SANCHEZ Lucilia Bechara e LIBERMAN Manhúcia Perelberg. São Paulo, Editora Nacional, 1975.

4. NEDEM (Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática). "*Ensino Moderno da Matemática*", Volume 4, 1º Grau. São Paulo, Editora do Brasil S.A. 1976. "*Ensino Moderno da Matemática*", Volume 2º, 1º Grau. São Paulo, Editora do Brasil S.A. 1967.

5. OSÓRIO, Norma Cunha e outros. "*Vamos aprender Matemática*" - 4, Guia do Professor. Adaptação do original "*Seeing Through Arithmetic*", de Maurice L. Hartung e outros, publicado pela "Scott" Foresman and Company", dos Estados Unidos. Rio de Janeiro - GB, Ao Livro Técnico S.A., 1971.

XII - GLOSSÁRIO

ACONDICIONAR — empacotar; encaixotar; embrulhar; enfardar; meter num envólucro; preservar de deterioração; dar certa condição a.

AQUÁRIO — vaso ou depósito de água para conservar ou criar peixes ou plantas aquáticas.

CARROÇARIA — parte do automóvel ou caminhão onde vão o motorista e os passageiros ou a carga. Forma paralela: carroceria (Fr. carrosserie).

COMBUSTÍVEL — que arde ou queima; lenha, carvão, gasolina ou outro material ou produto para queimar.

CONFECCIONAR — fabricar; fazer ou compor alguma coisa; preparar; dar acabamento a; executar; organizar.

CORRELATO — que tem conexão, correspondência ou nexo; que tem relação, ligação ou analogia.

DECORRÊNCIA — conseqüência; resultante.

EMBALAGEM — empacotamento; enfardamento; acondicionamento.

FEIRANTE — pessoa que vende na feira.

FOSSO — cova; buraco; valado; cavidade funda aberta na terra.

GRAU CENTESIMAL — unidade legal de diferença de temperatura, adotada nas resoluções das Conferências Gerais de Pesos e Medidas. É também chamado grau centígrado ou de Celsius. (°C ou°).

INGERIR — engolir; beber; sorver; consumir.

INGREDIENTE — componente; integrante; acompanhamento.

MORMENTE — principalmente; sobretudo; maiormente.

PERCURSO — trajeto; itinerário; caminho; espaço percorrido; curso.

RECIPIENTE — que recebe; vaso; frasco; vasilha. (Coletivo; vasilhame - conjunto de latões ou garrafas vazias).

SILO — depósito para armazenar cereais; celeiro; tulha.

GABARITO DO PÓS-TESTE

Município: ____________________ Data da correção: __________

Cursista: ____

Nº do Módulo: Percentagem: ______________

1. Representação simbólica:

4,020 m3
25,200 dm3
305 ml
0,40 kg
25 dg

2. Relação entre as medidas:

45 cm3 ⟺ 0,045 dm3
12 15' = 735'
4h 20min = 260 min
19 dm3 ⟺ 0,019 m3
4 m3 ⟺ 4 000 000 cm3

3. Os submúltiplos do litro são:

Decilitro (dl)
Centilitro (cl)
Mililitro (ml)

Mililitro ⟺ cm3

4. Resolução de problemas:

a) A caixa poderá conter 2 400 cm3 de areia.
b) A caixa d'água poderá conter 2 000 litros de água.

5. Resolução de problemas:

a) Pagaria pela mercadoria Cr$ 104,12
b) Posso serrar a viga em 6 pedaços de 5 dm3.

6. Resolução de problemas:

a) Há no cubo 3 375 m3.
b) O aquário pode conter de água 31,500 dm3 = 31,5 ℓ

7. Operações com números complexos.

a) 2h 30min + 3h 27min = 5h 57min
b) 15h 2min - 10h 59min = 4h 3min
c) 45°15' + 25°20' = 70°35'
d) 52°42' - 48°43' = 3°59'

8. Resolução de problema:

É de 450 ml a capacidade de cada recipiente.

9. É de 1,570 m3 a capacidade do cilindro.

10. Relação entre as medidas.

35,6 kg = 35 600 g
1,4 t = 1 400 m3

68,4 ℓ = 68 400 ml
0,480 m3 = 480 000 cm3
5 m3 = 5 000 ℓ

GABARITO DO PÓS-TESTE - nível de suporte

Cursista: ------------------------------ Percentagem: ----------------

1. Relação entre as medidas.

28 cm3 <=> 0,028 dm3
15°12' = <=> 912'
4h 40min <=> 280 min
19 dm3 <=> 19 000 cm3
4 dm3 <=> 0,004 m3

2. Submúltiplos do grama e do litro.

a) Os submúltiplos do grama e suas abreviaturas são:

Decigrama --------------------- dg

Centigrama -------------------- cg

Miligrama --------------------- mg

b) O submúltiplo do litro que tem correspondência com unidade de volume é o ml com cm3.

3. A piscina contém 900 m3.

4. O barril pode conter 80 garrafas de 3/4 de litro.

5. Antônio pagará pelo transporte do café a importância de Cr$ 9.750,00.

6. Operações com números complexos.

a) (3h 25min). 3 = 10h 15min
b) (2h 15min) ÷ 3 = 45min
c) 45° 12' + 17° 51' = 63° 3'
d) 47° ÷ 2 = 23° 30'

7. Empregou 270 tijolos na construção do muro.

8. Escrita em linguagem corrente:

8,5 t : Oito vírgula cinco toneladas;
4,25 kg : Quatro vírgula vinte e cinco quilogramas;
12,250 ℓ : Doze litros e duzentos e cinqüenta mililitros;
4,220 dm3 : Quatro decímetros cúbicos e duzentos e vinte centímetros cúbicos;
12,300 m3 : Doze metros cúbicos e trezentos decímetros cúbicos.

9. O que você pode calcular.

- superfície;
- a altura ou espessura ou profundidade;
- a superfície.

10. É a seguinte a fórmula do volume do cilindro:

$V = (\pi r^2) \cdot h$

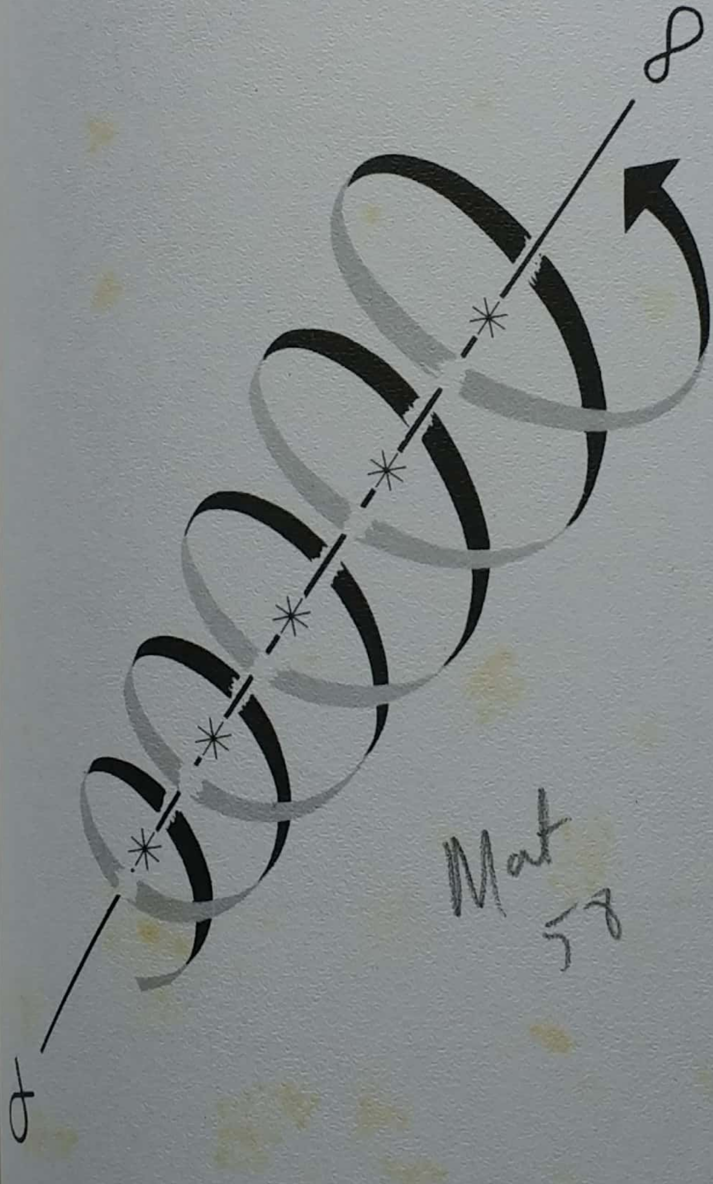
ORIENT. DA APRENDIZAGEM LOCAL

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

Scanned with CamScanner

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT



Mat
58

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

GRANDEZAS MENSURÁVEIS I

MÓDULO Nº 58

ELABORAÇÃO: CLELIA TAVARES MARTINS

TÍTULO: GRANDEZAS MENSURÁVEIS I

I - ASSUNTO: GRANDEZAS DE COMPRIMENTO E ÁREA

II - MATÉRIA: CIÊNCIAS

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS: TER ATINGIDO OS OBJETIVOS PROPOSTOS NOS MÓDULOS 38 E 39.

IV - OBJETIVOS:

1. OBJETIVO GERAL

Adotar procedimentos variados para a demonstração de fatos e propriedades.

2. OBJETIVO TERMINAL

Medir grandezas de comprimento e de área, empregando instrumentos com graus variados de precisão e apresentando os resultados por meio das unidades de medidas adequadas.

3. OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

a) Usar adequadamente o metro linear, seus múltiplos e submúltiplos, aplicando-os em problemas.

b) Usar adequadamente o metro quadrado, seus múltiplos, submúltiplos e unidades agrárias, aplicando esse conhecimento à medida de superfícies das principais figuras geométricas já estudadas.

V - PRÉ-TESTE

Leia com atenção o enunciado das questões formuladas neste Pré-teste e as responda calmamente, sem medo de errar.

Se o resultado da prova lhe for desfavorável, então procure estudar com interesse este módulo para dominar o seu conteúdo e, assim, se habilitar a nova verificação de conhecimentos.

Faça o teste, agora. E boa sorte neste seu trabalho.

1. COMPLETE O QUADRO DAS MEDIDAS LINEARES:

Unidades	------	------	dam	m	dm	------	------
Valores	------	------	------	1m	$\frac{1}{10}$m	------	------

2. LEIA E ESCREVA EM NUMERAIS:

a) Dez metros e vinte centímetros. ______________________

b) Quarenta metros e oito milímetros. ______________________

3. LEIA E ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

105,025m. ____

____

5,047km ____

____

4. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS:

64,78 hm ____ m

5,8 km ____ m

208,5 dm ____ m

352 cm ____ m

5. RESOLVA ESTAS QUESTÕES:

a) Qual é o perímetro de um retângulo com 27m de comprimento e 19m de largura?

b) Uma estrada tem 18km de comprimento e a outra, 1.205 dam. Qual delas é a mais longa e de quantos dam é essa diferença?

c) Qual é o perímetro de um círculo cujo diâmetro mede 7 metros?

6. ÁREA DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS:

a) Qual é a área de um quadrado com 7m de lado?

b) Quantos cm^2 há em um cartão de 2dm por 14cm?

Scanned with CamScanner

c) Qual é a área de um losango cuja diagonal maior mede 7cm e a menor 5cm?

7. TRANSFORME:

28 dam^2 -- m^2

5,45 m^2 -- cm^2

0,20 m^2 -- dam^2

15 dm^2 -- m^2

8. RESOLVA:

a) Quantos ladrilhos de $2dm^2$ João precisa para revestir uma parede de 3m x 4m?

b) Quantos tacos de 18cm por 25cm Paulo precisa para assoalhar um salão de 18 m por 10m?

9. RESOLVA:

a) Qual é a área de um círculo que tem 7m de diâmetro?

b) Quantos ares de terra possui José se o seu terreno, de forma retangular, tem 26 dam por 7 hm?

10. QUANTOS HECTARES HÁ EM:

a) 187,25 a $\Leftrightarrow$ ---------------------------------

.

c) 74 dam^2 ⇔ ____________________

d) 4656 a ⇔ ____________________

GABARITO DO PRÉ-TESTE

1. Complete o quadro das medidas lineares:

Unidades	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Valores	1000m	100 m	10 m	1 m	$\frac{1}{10}$ m	$\frac{1}{100}$ m	$\frac{1}{1000}$ m

2. Leia e escreva em numerais:
   a) 10,20 m
   b) 40,008m

3. Leia e escreva em linguagem corrente:
   105,025m Cento e cinco metros e vinte e cinco milímetros
   5,047km Cinco quilômetros e quarenta e sete metros.

4. Complete as equivalências:

64,78 hm = 64,78 x 1 hm ⇔ 64,78 x 100m = 6 478m

5,8 km = 5,8 x 1 km ⇔ 5,8 x 1000m = 5 800m

208,5 dm = 208,5 x 1 dm ⇔ 208,5 x $\frac{1}{10}$ m = $\frac{208,5}{10}$ = 20,85 m

352 cm = 352 x 1 cm ⇔ 352 x $\frac{1}{100}$ m = $\frac{352}{100}$ = 3,52 m

5. Resolva estas questões:
   a) Perímetro do retângulo: 2 x 27m + 2 x 19m = 54m + 38m = 92 m

   b) 18 km ⇔ 1800 dam
   1800 dam - 1 205 dam = 595 dam

   c) Perímetro do círculo.
   d = 7m r = 3,5 c = 2πr = 2 x 3,14 x 3,5 = 21,98 m

6. Área das figuras geométricas.
   a) área do quadrado = 7m x 7m = 49 m^2
   b) 2 dm ⇔ 20 cm
   20 cm x 14 cm = 280 cm^2
   c) Área do losango = $\frac{7\ cm \times 5\ cm}{2}$ = $\frac{35\ cm^2}{2}$ = 17,50 cm^2

7. Transforme:

$28\ dam^2 = 28 \times 1\ dam^2 \Leftrightarrow 28 \times 100\ m^2 = 2\ 800\ m^2$

$5{,}45\ m^2 = 5{,}45 \times 1\ m^2 \Leftrightarrow 5{,}45 \times 10000\ cm^2 = 54\ 500\ cm^2$

$0{,}20\ m^2 = 0{,}20 \times 1\ m^2 \Leftrightarrow 0{,}20 \times \frac{1}{100}\ dam^2 = \frac{0{,}20}{100} = 0{,}0020\ dam^2$

$15\ dm^2 = 15 \times 1\ dm^2 \Leftrightarrow 15 \times \frac{1}{100}\ m^2 = \frac{15}{100} = 0{,}15\ m^2$

8. a) $3\ m \times 4\ m = 12\ m$

$12\ m^2 \Leftrightarrow 1200\ dm^2$

$1200\ dm^2 \div 2\ dm^2 = 600$ ladrilhos

b) $18\ cm \times 25\ cm = 450\ cm^2$

$18\ m \times 10\ m = 180\ m^2$

$180\ m^2 = 1\ 800\ 000\ cm^2$

$1\ 800\ 000\ cm^2 \div 450\ cm^2 = 4\ 000$ tacos

9. a) Área do círculo.

$d = 6\ m \quad r = 3\ m \quad A_O = \pi r^2 = 3{,}14 \times (3m)^2 = 28{,}26\ m^2$

b) José possui 1 820 ares de terra.

$26\ dam \times 70\ dam = 1820\ dam^2 \Leftrightarrow 1\ 820$ a.

10. Quantos hectares há em:

a) $187{,}25$ a $\Leftrightarrow$ $1{,}8725$ ha

b) $2\ 976{,}45\ hm^2 \Leftrightarrow 2876{,}45$ ha

c) $74\ dam^2 \Leftrightarrow 0{,}74\ hm^2 = 0{,}74$ ha

d) $4\ 656$ a $\Leftrightarrow$ $46{,}56$ ha

GRANDEZAS MENSURÁVEIS E MEDIDAS LINEARES

GRANDEZA E MEDIDA

Antes de tratarmos das medidas lineares, falemos inicialmente sobre grandeza e medida.

> GRANDEZA É TUDO QUE PODE SER MEDIDO, PESADO, CONTADO, ISTO É, COMPARADO.
>
> MEDIDA É GRANDEZA DETERMINADA QUE SERVE DE PADRÃO PARA A AVALIAÇÃO DE OUTRAS. MEDIR, PESAR, CONTAR É COMPARAR UMA GRANDEZA COM OUTRA CONVENCIONADA COMO UNIDADE-PADRÃO.

A medida nasceu da necessidade de comparar uma grandeza com outra. O padrão de medida originou-se da necessidade de comunicação ou intercâmbio.

Se, por exemplo, aplicássemos o palmo para determinar o comprimento de um pedaço de fita, o resultado de tal verificação nunca seria o mesmo, pois iria variar conforme o tamanho da mão de cada indivíduo. Por isso é que - mesmo na antiguidade, quando usavam o palmo, o pé, a braça, etc., como medidas - foi preciso determinar os tamanhos de palmo (22cm), pé (33cm), braça (1,1m), para que cada qual servisse de medida - padrão.

Com efeito, desde que teve de recorrer às trocas, o homem foi obrigado a reconhecer a necessidade da medida e depois a utilidade de sua padronização, sistematização e oficialização. Daí conhecermos, modernamente, dois sistemas de medida: o Sistema Internacional de Unidades, baseado no Sistema Métrico Decimal, inventado pelos franceses; e o Sistema Inglês, adotado no Império Britânico e aplicado, com algumas variações, nos Estados Unidos.

SISTEMA DE MEDIDA É O CONJUNTO DE UNIDADES CONVENIENTEMENTE RELACIONADAS ENTRE SI PARA AVALIAR AS DIVERSAS GRANDEZAS.

No Brasil, adotamos o SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES, cujas principais unidades são:

1) Metro linear - para medida de comprimento;
2) Metro quadrado - para medida de superfície;
3) Metro cúbico - para medida de volume;
4) Quilograma - para medida de massa;
5) Segundo - para medida de tempo.

ESTUDO DAS MEDIDAS LINEARES. METRO LINEAR

METRO E SUA DEFINIÇÃO.

Definia-se o metro, inicialmente, como sendo a quadragésima milionésima parte do meridiano terrestre. Hoje, após cálculos recentes com instrumentos aperfeiçoados e de precisão, nova medida do meridiano nos é dada a conhecer, exigindo assim uma redefinição do metro. Como essa nova definição é altamente científica, foge ao nosso propósito apresentá-la agora; basta, porém, saber que:

O METRO É A UNIDADE BÁSICA LINEAR PARA AS MEDIDAS DE COMPRIMENTO. E QUE, COMO PADRÃO FIXO DE MEDIDA, TERÁ SEMPRE O MESMO TAMANHO, ONDE QUER QUE SEJA USADO.

MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS.

O Sistema Decimal de Numeração é a base do Sistema Internacional de Unidades.

Todos os múltiplos e submúltiplos do metro e das demais unidades fundamentais do Sistema de Unidades são potências decimais da unidade, isto é, se formam pela multiplicação de uma potência de 10.

Para os múltiplos empregam-se os prefixos "gregos"

- deca (10)
- hecto (100) e

• quilo (1000)

que indicam quando a unidade foi tomada 10,100 e 1000 vezes.

Para os submúltiplos empregam-se os prefixos "latinos".

• deci (0,1 ou $\frac{1}{10}$)

• centi (0,01 ou $\frac{1}{100}$) e

• mili (0,001 ou $\frac{1}{1000}$).

Assim, os múltiplos têm as seguintes correspondências:

quilômetro - 1 000 metros;
hectômetro - 100 metros;
decâmetro - 10 metros.

E os submúltiplos estas:

decímetro - $\frac{1}{10}$ ou 0,1 do metro;

centímetro - $\frac{1}{100}$ ou 0,01 do metro;

milímetro - $\frac{1}{1000}$ ou 0,001 do metro.

Você poderia escrever estas frações empregando as potências:

$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{10^3}$ em vez de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$.

Ainda aquelas correspondências podem ser assim visualizadas no Quadro Valor-Lugar.

ABREVIATURAS:	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
MEDIDAS:	1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Leitura dos submúltiplos do quadro:

0,1 m - 1 decímetro (a décima parte do metro);
0,01 m - 1 centímetro(a centésima parte do metro);
0,001 m - 1 milímetro (a milésima parte do metro).

NOTAS

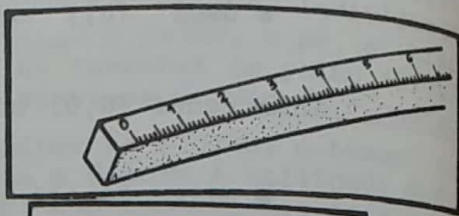
• Ao traçar, no pátio da sua escola, uma linha com 10 m de comprimento, você poderá observar 1 dam (1 decâmetro).

• Uma extensão 10 vezes maior que o decâmetro chama-se hectômetro (hm), que corresponde a 100 metros.

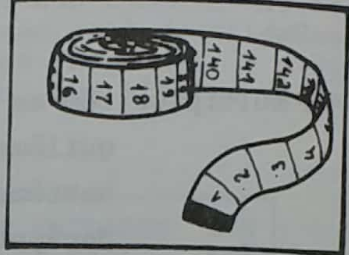
• A abreviatura de quilômetro (km), medida mais conhecida, vê-se comumente escrita na sinalização das estradas, marcando distâncias de 1000 em 1000 metros.

·INSTRUMENTOS DE MEDIDA LINEAR

Vários são os instrumentos de medida linear. Citemos alguns deles.

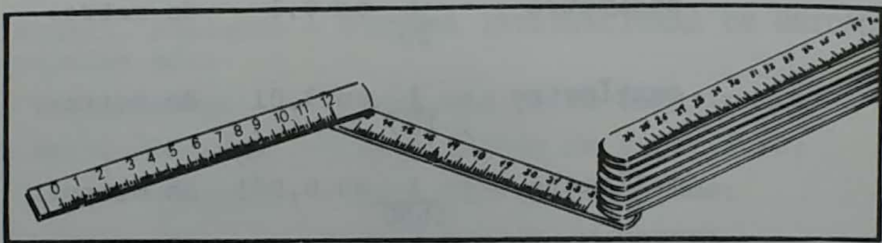


Régua graduada, peça feita de madeira e chamada metro, que traz marcados os decímetros e centímetros. Comumente é usada no comércio de tecidos para medir comprimento de fazendas, rendas, fitas, etc.

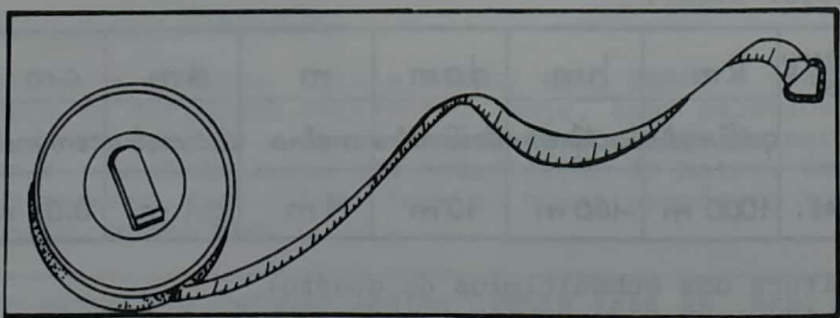


Fita métrica graduada, medida confeccionada com tecido especial, em geral com 1,5m (um metro e cinqüenta ou um e meio). É muito usada por alfaiates e costureiras.

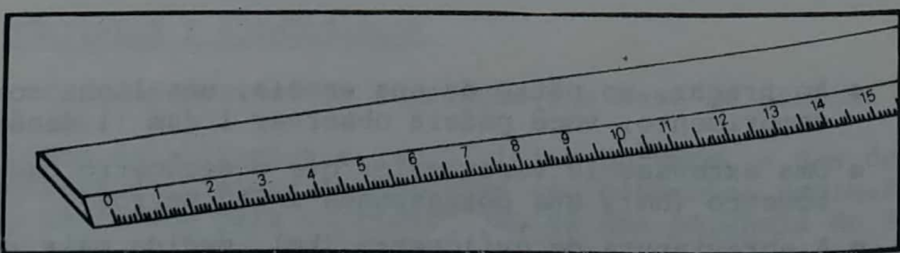
Régua articulada, peça feita de metal ou madeira, com 1 ou 2 metros de comprimento, usada em marcenarias, em construções e na indústria.



Trena, fita métrica, com 10, 20 ou 30 metros, usada para medição de terrenos, construções, etc. Consta geralmente de uma fita de aço de baixo coeficiente de dilatação, enrolada dentro de uma caixa redonda ou em torno de um eixo. As mais usadas têm 20 metros de comprimento e são divididas em metros e decímetros, tendo numa das extremidades uma divisão de 100 cm e, algumas, também uma divisão de 100mm.



Réguas escolares ou para desenhos, peças de madeira, metal ou plástico, usadas para traçar linhas. Divididas em centímetros e milímetros são, em geral, do tamanho de 20 ou 30 centímetros.



LEITURA E ESCRITA DAS MEDIDAS.

Como você sabe, estamos trabalhando com os números decimais aplicados à medida.

O exemplo seguinte, do Quadro Lugar-Valor, referente à Leitura de medidas, dá-nos essa compreensão, evitando possíveis dúvidas quanto à denominação das ordens.

MEDIDAS		ORDENS						
		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
a)	12,5 m			1	2,	5		
b)	4,27 m				4,	2	7	
c)	12,125 m			1	2,	1	2	5
d)	0,075 m				0,	0	7	5
e)	2,5 dam			2,	5			
f)	15,24 dam		1	5,	2	4		
g)	0,75 hm		0,	7	5			
h)	26,3 hm	2	6,	3				
i)	7,253 cm			7,	2	5	3	

No quadro, observe 12,5. A ordem que recebe a vírgula corresponde à denominação representada na medida, isto é, 2 corresponde a metros (a unidade de medida usada foi o metro).

Veja 15,24 dam. O 5 corresponde a decâmetros (a unidade de medida usada foi decâmetro).

E note que, colocada no quadro a unidade adotada, escrevem-se as demais ordens para a esquerda e para a direita.

Leitura do quadro:

a) Doze metros e cinco decímetros.
b) Quatro metros e vinte e sete centímetros.
c) Doze metros e cento e vinte e cinco milímetros.
d) Zero metro e setenta e cinco milímetros.
e) Dois decâmetros e cinco metros.
f) Quinze decâmetros e vinte e quatro decímetros.
g) Zero hectômetros e setenta e cinco metros.
h) Vinte e seis hectômetros e três decâmetros.
i) Sete decâmetros e duzentos e cinqüenta e três centímetros.

Treino de leitura: Treine a leitura de medida, primeiramente no Quadro Valor-Lugar, e depois, sem ele.

Vejamos na página seguinte alguns exemplos de exercícios de leitura:

35,47 dam : 35 dam 47 dm (4m 7m)

0,3478 hm : 0 hm 3478 cm (3dam 4m 7dm 8cm)

95,232 hm : 95 hm 232 dm (2dam 3m 2dm)

Leia a parte inteira e dê a denominação da ordem que levou a vírgula decimal, depois leia a parte decimal como se fosse um número natural e dê a denominação da última ordem.

Em 35,47 dam, a unidade de medida usada foi o decâmetro. A parte decimal de 0,47 refere-se a 4 metros e 7 centímetros.
Leitura: 35 e 47 dm.

Em 405,6dm, a unidade de medida usada foi o decímetro. A parte decimal 0,6 refere-se a 0,dm e 6cm.

Leitura: 405 dm e 6 cm.

Se você der bastante exercícios de leitura a seus alunos, colocando as medidas no Quadro Lugar-Valor, temos certeza de que os tornará aptos e em condições de passarem para a etapa seguinte, referente a "Mudanças de Unidade".

MUDANÇAS DE UNIDADE.

Estudemos, neste passo, as relações entre o metro e o quilômetro e entre o metro e seus submúltiplos.

1. Relação entre o metro e seu principal múltiplo - o quilômetro.

- Transformar km em m:

  Lembre-se: 1 quilômetro $\Longleftrightarrow$ 1000 metros.

7 km =	7 x 1 km $\Longleftrightarrow$	7 x 1 000 m =	7 000 m
4,72 km =	4,72 x 1 km $\Longleftrightarrow$	4,72 x 1 000 m =	4 720 m
0,06 km =	0,06 x 1 km $\Longleftrightarrow$	0,06 x 1 000 m =	60 m
25,120 km =	25,120 x 1 km $\Longleftrightarrow$	25,120 x 1 000 m =	25 120 m
0,2545 km =	0,2545 x 1 km $\Longleftrightarrow$	0,2545 x 1 000 m =	254,5 m

2. Relação entre o quilômetro e o metro.

- Transformar m em km:

  Lembre-se : 1m = $\frac{1}{1000}$ km

$17\ m = \quad 17 \times 1m \Longleftrightarrow 17 \times \frac{1}{1000}\ km = \quad \frac{17m}{1000} = 0{,}017\ km$

$350\ m = \quad 350 \times 1m \Longleftrightarrow 350 \times \frac{1}{1000}\ km = \quad \frac{350m}{1000} = 0{,}350\ km$

$0{,}4\ m = \quad 0{,}4 \times 1m \Longleftrightarrow 0{,}4 \times \frac{1}{1000}\ km = \quad \frac{0{,}4}{1000}\ km = 0{,}0004\ km$

$15{,}72\ m = 15{,}72 \times 1m \Longleftrightarrow 15{,}72 \times \frac{1}{1000}\ km = \quad \frac{15{,}72}{1000}\ km = 0{,}01572\ km$

Observe:

$17 \div 1000 = 0{,}017$

$350 \div 1000 = 0{,}350$

$0{,}4 \div 1000 = 0{,}0004$

$15{,}72 \div 1000 = 0{,}01572$

Se você achar dificuldade para compreender o que explicamos aqui, retome e releia o módulo 9.5 e resolva os exercícios sobre multiplicação e divisão de números decimais por 10, 100, 1000, ali apresentados das páginas 28 a 32.

3. Relação entre o metro e seus submúltiplos.

- Transformar m em dm, cm e mm.

Lembre-se : o metro é 10 vezes maior que o decímetro, 100 vezes maior que o centímetro e 1000 vezes maior que o milímetro. Assim sendo,

$1\ m \Longleftrightarrow 10\ dm$

$1\ m \Longleftrightarrow 100\ cm$

$1\ m \Longleftrightarrow 1000\ mm$

$2m = 2 \times 1\ m \Longleftrightarrow 2 \times 10\ dm = 20\ dm$

$2m = 2 \times 1\ m \Longleftrightarrow 2 \times 100\ cm = 200\ cm$

$2m = 2 \times 1\ m \Longleftrightarrow 2 \times 1000mm = 2000mm$

$0{,}4\ m = \quad 0{,}4 \times 1\ m \Longleftrightarrow 0{,}4 \times 10\ dm = 4\ dm$

$0{,}4 \times 100\ cm = 40\ cm$

$0{,}4 \times 1000mm = 400\ mm$

$0{,}305\ m = 0{,}305 \times 1\ m \Longleftrightarrow 0{,}305 \times 10\ dm = 3{,}05\ dm$

$0{,}305 \times 100\ cm = 30{,}5\ cm$

$0{,}305 \times 1000\ mm = 305\ dm$

$$1,5\ m = 1,5 \times 1\ m \Longleftrightarrow \begin{cases} 1,5 \times 10\ dm = 15\ dm \\ 1,5 \times 100\ cm = 150\ cm \\ 1.5 \times 1000\ mm = 1500\ mm \end{cases}$$

4. Relação entre os submúltiplos do metro e o metro.

- Transformar dm, cm e mm em m.

Lembre-se : $1\ dm \Longleftrightarrow \frac{1}{10}\ m$

$1\ cm \Longleftrightarrow \frac{1}{100}\ m$

$1\ mm \Longleftrightarrow \frac{1}{1000}\ m$

$$14,3\ dm = 14,3 \times 1\ dm \Longleftrightarrow 14,3 \times \frac{1}{10}\ m = \frac{14,3}{10}\ m = 1,43\ m$$

$$35,2\ dm = 35,2 \times 1\ dm \Longleftrightarrow 35,2 \times \frac{1}{10}\ m = \frac{35,2}{10}\ m = 3,52\ m$$

$$2,75\ cm = 2,75 \times 1\ cm \Longleftrightarrow 2,75 \times \frac{1\ m}{100} = \frac{2,75}{100}\ m = 0,0275\ m$$

$$205,300\ cm = 205,300 \times 1\ cm \Longleftrightarrow 205,300 \times \frac{1\ m}{100} = \frac{205,300}{100}\ m = 2,053\ m$$

$$5\ mm = 5 \times 1\ mm \Longleftrightarrow 5 \times \frac{1\ m}{1000} = \frac{5}{1000}\ m = 0,005\ m$$

$$12\ mm = 12 \times 1\ mm \Longleftrightarrow 12 \times \frac{1\ m}{1000} = \frac{12}{1000}\ m = 0,\ 012\ m$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 1

a) ESCREVA O QUE É SISTEMA DE MEDIDA.

----

b) QUAIS SÃO AS PRINCIPAIS UNIDADES DO SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES NO BRASIL?

1º ---

2º ---

3º ---

4º ---

5º ____

EXERCÍCIO 2

a) OS MÚLTIPLOS DO METRO E SEUS VALORES SÃO:

Decâmetro, que vale 10 metros ;

______________________________ ;

______________________________ ;

b) OS SUBMÚLTIPLOS DO METRO SÃO:

Decímetro, que vale $\frac{1}{10}$ do metro ;

______________________________ ;

______________________________ ;

EXERCÍCIO 3

a) LEIA E ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE AS MEDIDAS:

3,47 dam ______________________________

18,28 m ______________________________

5,53 hm ______________________________

0,46 dm ______________________________

b) ESCREVA EM NUMERAIS:

- Seis metros e quarenta e cinco centímetros ______________

- Vinte hectômetros e sete metros ______________

- Zero decâmetros e quinze decímetros ______________

- Dez metros e dez milímetros ______________

EXERCÍCIO 4

a) PASSE PARA METROS AS MEDIDAS EM QUILÔMETROS:

2,68 km ⟺ ______________________________ m;

0,8 km ⟺ ______________________________ m;

52,4768 km ⟺ ______________________________ m;

5,36 km ⟺ ______________________________ m;

18 km ⟺ ______________________________ m.

b) PASSE PARA QUILÔMETROS AS MEDIDAS EM METRO:

2,78 m ⟺ ______________________________ km;

2353 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- km;

50,2 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- km;

41,85 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- km;

750 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- km.

EXERCÍCIO 5

a) ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE O METRO E SEUS SUBMÚLTIPLOS:

5 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- dm;

27 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- cm;

7,48 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- cm;

25,46 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- dm;

477 m $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- mm.

b) ESTABELEÇA A RELAÇÃO ENTRE OS SUBMÚLTIPLOS E O METRO:

28,7 dm $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- m;

125 mm $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- m;

48 cm $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- m;

2,3 dm $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- m;

0,8 cm $\Longleftrightarrow$ ---------------------------------- m.

EXERCÍCIO 6

TRACE, COM AUXÍLIO DE UMA RÉGUA:

a) Um segmento de reta AB de 3,8 cm ;

b) Um segmento de reta CD de 42 mm ;

c) Um segmento de reta FE de 2,4 cm ;

d) Um segmento de reta GH de 18 mm ;

e) Um segmento de reta IJ de 8 mm;

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Para somar ou subtrair medidas é necessário saber que não se pode efetuar tais operações se as unidades de medida forem diferentes.

Para tornar possível, por exemplo, a operação 4,5 m + 5,2dam, o que se tem a fazer é reduzir 5,2 dam a 52 m, a fim de que as parcelas tenham a mesma unidade de medida.

4,5 m + 5,2 dam $\Longleftrightarrow$ 4,5 m + 52 m

4,5 m + 52 m = 56,5 m

$$\begin{array}{r} 4{,}5\ \text{m} \\ +52\phantom{\ \text{m}} \\ \hline 56{,}5\ \text{m} \end{array}$$

Vejamos outro exemplo neste problema:

UMA ESTRADA MEDE 18,6 km E OUTRA, 165 hm. QUANTO A ESTRADA MAIOR MEDE A MAIS QUE A MENOR?

18,6 km - 165 hm

Neste caso, as unidades de medida são, como vemos, diferentes. Assim, o que temos a fazer é reduzir km a hm ou hm a km. Como é mais fácil o cálculo com a redução à unidade menor, pode-se preferir, então, a redução de km a hm.

Vejamos: 18,6 km $\Longleftrightarrow$ 186 hm

Podemos, agora, comparar as medidas com a mesma unidade.

186 hm - 165 hm = 21 hm

$$\begin{array}{r} 186 \text{ hm} \\ -165 \text{ hm} \\ \hline 21 \text{ hm} \end{array}$$

Temos, desse modo, a solução do problema.

A primeira estrada é a maior; mede 21 hm mais que a segunda.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

EXERCÍCIO 7

a) UM MENINO FEZ UM PERCURSO DE BICICLETA EM DUAS ETAPAS. NA PRIMEIRA, PEDALOU 1,5 km E NA SEGUNDA, 840 m. QUANTOS METROS PERCORREU AO TODO?

b) QUANTOS METROS DE ARAME SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR UMA CERCA DE 5 FIOS, NUM TERRENO DE FORMA RETANGULAR QUE MEDE 1,5 dam DE FRENTE POR 32 m DE FUNDO?

c) QUAL É O PERÍMETRO DE UM CÍRCULO COM RAIO DE 3,5 m?

d) QUAL É O PERÍMETRO DE UM TRIÂNGULO CUJOS LADOS MEDEM 8 cm; 1,2 dm E 1,7 dm ?

e) UMA RODOVIA TEM A EXTENSÃO DE 840 km E OUTRA, DE 928 hm. QUAL É A MAIS LONGA E QUANTO É MAIOR?

f) A DIFERENÇA ENTRE OS DIÂMETROS DA TERRA E DA LUA É DE 9 276 km. QUAL É O DIÂMETRO DA LUA, UMA VEZ QUE O DA TERRA É DE 12 756 km?

EXERCÍCIO 8

CALCULE EM METROS:

a) 0,385 m + 479 cm + 7634 mm + 0,1845 km =

b) (1,34 km + 2,7 m) - 345 cm =

EXERCÍCIO 9

COMPLETE:

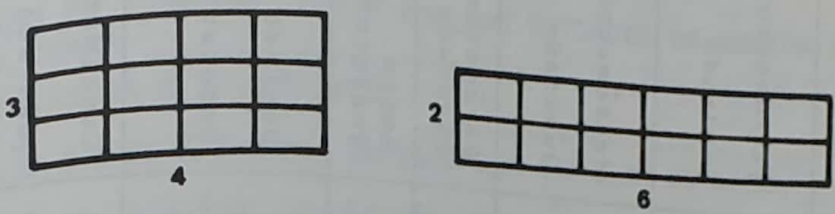
a) 1 km ________________ m		g) 1 dam ________________ m
b) 5 km ________________ m		h) 5 dam ________________ m
c) $\frac{1}{2}$ km ________________ m		i) $\frac{1}{2}$ dam ________________ m
d) $\frac{1}{4}$ km ________________ m		j) $\frac{1}{4}$ dam ________________ m
e) $\frac{1}{5}$ km ________________ m		l) $\frac{1}{5}$ dam ________________ m
f) $\frac{3}{4}$ km ________________ m		m) $\frac{3}{4}$ dam ________________ m

ESTUDO DAS MEDIDAS DE SUPERFÍCIE : METRO QUADRADO

NOÇÕES DE SUPERFÍCIE E ÁREA. A superfície, em geometria, é, como você sabe, uma grandeza bidimensional, ou melhor, tem comprimento e largura.

O número que exprime a medida de uma superfície é a área. Só podemos medir uma superfície com outra superfície tomada como unidade. Exemplifiquemos.

UMA PESSOA FEZ DUAS BANDEJAS, USANDO PARA ISSO AZULEJOS DA MESMA FORMA E DO MESMO TAMANHO.



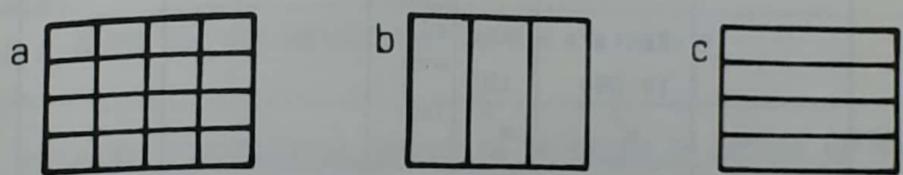
NA PRIMEIRA BANDEJA DISPÔS 4 AZULEJOS POR 3 AZULEJOS. NA SEGUNDA DISPÔS 6 AZULEJOS NO COMPRIMENTO POR 2 AZULEJOS DE LARGURA.

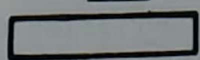
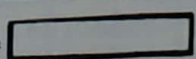
QUAL DAS BANDEJAS TEM MAIS AZULEJOS?
QUAL TEM A SUPERFÍCIE MAIOR?

Lembre-se de que a unidade de medida é a mesma; são azulejos da mesma forma e do mesmo tamanho.

Comparando os dois desenhos você pode observar que as superfícies são equivalentes e o número de azulejos é o mesmo.

Entretanto isso não ocorrerá se você variar as unidades de medida. Vejamos este exemplo:



- Em a, a unidade de medida é 
  E a área do retângulo é igual a 16  ou 16 u.
- Em b, a unidade de medida é 
  A área do retângulo é igual a 3  ou 3 u.
- Em c, a unidade de medida é 
  A área do retângulo é igual a 4  ou 4 u.

QUAL É O MAIOR RETÂNGULO?

Não temos resposta. É óbvio que não temos recursos para fazer comparações, de vez que usamos diferentes unidades para medir.

METRO QUADRADO.

Outro fator importante na medida é a adequação das unidades de medida àquilo que se quer medir. Assim, existem unidades maiores de que o metro quadrado (os seus múltiplos) e menores (os seus submúltiplos).

O metro quadrado - um quadrado com 1 metro de lado - é a medida padrão de superfície. (*Para ter uma idéia exata dessa medida, recorte-o em papel de embrulho*).

Múltiplos e submúltiplos. Vejamos no quadro seguinte os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

	MÚLTIPLOS				SUBMÚLTIPLOS		
NOME	Quilômetro Quadrado	Hectômetro Quadrado	Decâmetro Quadrado	Metro Quadrado	Decímetro Quadrado	Centímetro Quadrado	Milímetro Quadrado
SÍMBOLO	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
VALOR EM RELAÇÃO À UNIDADE	1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2 ou $\frac{1}{100}$ m^2	0,0001 m^2 ou $\frac{1}{10\ 000}$ m^2	0,000 001 m^2 ou $\frac{1}{1\ 000\ 000}$ m^2
MEDIDA CORRELATA		Hectare 10 000 m^2	Are 100 m^2	Cen-ti-are 1m^2			
SÍMBOLO		ha	a	ca			

Uso dos múltiplos e submúltiplos. Dos múltiplos do metro quadrado o mais usado é o quilômetro quadrado (km^2). Com ele se medem grandes porções de terras, como as superfícies de países, estados, municípios. O hectômetro quadrado (hm2) é usado pela sua correlação como o hectare, medida agrária muito conhecida. O mesmo sucede com o decâmetro quadrado (dam2), pela sua correlação com a unidade agrária, o are (a).

Dos submúltiplos do metro quadrado o mais usado é o centímetro quadrado (cm2), que serve para medir pequenas superfícies, como ladrilhos, azulejos, tacos, etc. O milímetro quadrado (mm2) e os demais submúltiplos são usados em desenhos de precisão feitos no chamado "papel milimetrado". *(Nos módulos de Estatística você irá aprender a praticar neste tipo de papel quando estudar desenhos gráficos).*

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 10

a) OBSERVE AS LINHAS ABAIXO E DIGA QUANTOS CENTÍMETROS CABEM EM 1 DECÍMETRO . *(Se necessário, efetue a medida).*

1cm 1dm

Resposta: ____

b) CONSTRUA, NO ESPAÇO AO LADO, UM RETÂNGULO COM 5 cm DE COMPRIMENTO POR 3 cm DE LARGURA E DIVIDA-O EM QUADRADOS DE 1 cm DE LADO.

c) O QUADRADO DE 1 cm DE LADO É UMA DAS UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE E SE CHAMA --.

d) SUA ABREVIATURA É A SEGUINTE: ------------------------------.

e) CONSTRUA EM PAPEL À PARTE, UM QUADRADO DE 1 dm DE LADO.

f) O QUADRADO DE 1 dm DE LADO É UMA DAS UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE E SE CHAMA --.

SUA ABREVIATURA É A SEGUINTE: ------------------------------.

g) A MEDIDA DE UMA SUPERFÍCIE TEM O NOME DE ----------------------.

h) QUAL É A ÁREA DE UM RETÂNGULO DE 5 cm X 3 cm ?

Resposta: --.

i) FAÇA, EM PAPEL À PARTE, UM RETÂNGULO COM 5 dm X 3 dm.

j) QUAL É A ÁREA DE UM RETÂNGULO DE 5 dm X 3 dm ?

Resposta: --.

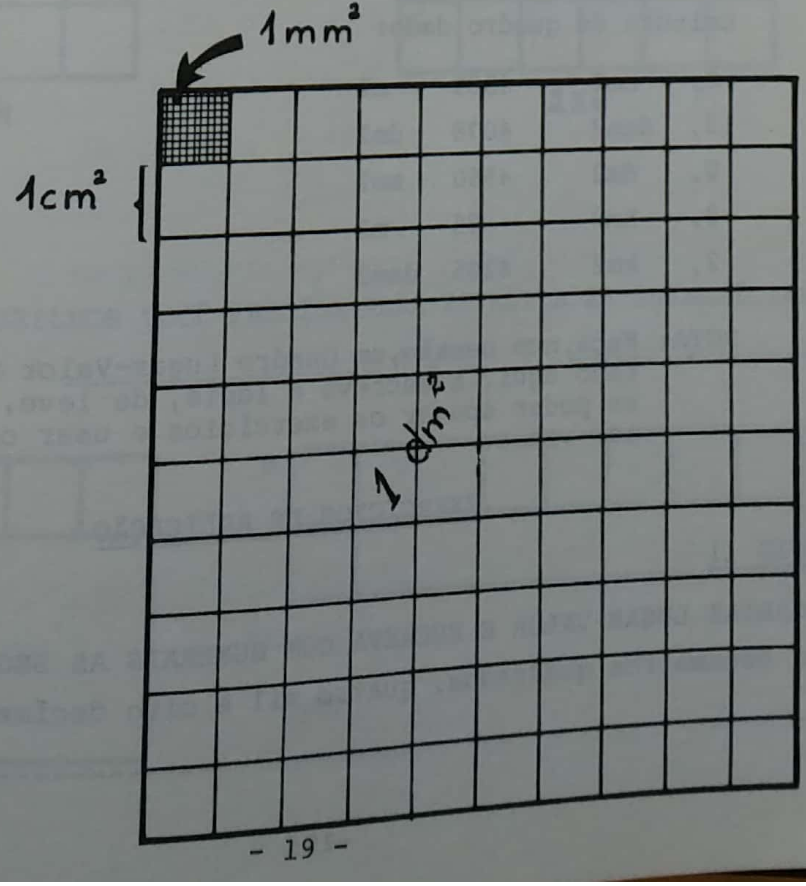
l) QUAL É A ÁREA DE UM RETÂNGULO DE 5 m X 3 m ?

Resposta: --.

RELAÇÃO CENTESIMAL ENTRE AS UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

Para bem compreender a relação entre as unidades de medida de superfície confeccione o metro quadrado (m2), dividido em decímetros quadrados (dam2). Divida o decímetro quadrado do canto do metro quadrado (m2) em centímetros quadrados (cm2) e, em seguida, cubra um centímetro quadrado com papel milimetrado.

Observe:



A ilustração anterior mostra apenas um canto do metro quadrado do que você irá desenhar completo, num papel de embrulho.

Olhando o desenho do metro quadrado podemos afirmar:

1 m2 ⟺ 100 dm2	1 m2 ⟺ 100 dm2
1 dm2 ⟺ 100 cm2	1 m2 ⟺ 10 000 cm2
1 cm2 ⟺ 100 mm2	1 m2 ⟺ 1 000 000 mm2

- Portanto, contamos dm2 até 99 dm2 ; quando juntamos mais 1 dm2 a 99 dm2 obtemos 1 m2 (já que 100 dm2 ⟺ 1 m2).
- Contamos cm2 até 99 cm2 ; quando juntamos mais 1 cm2 a 99 cm2 temos 1 dm2 (já que 100 cm2 ⟺ 1 m2).
- Contamos mm2 até 99 mm2 ; quando juntamos mais 1 mm2 a 99 mm2, obtemos 1 cm2. (Veja no quadrinho do papel milimitrado: 100 mm2 ⟺ 1 cm2).

É então fácil compreender que para a escrita de cada unidade de medida de superfície são necessárias duas casas decimais.

Leitura e escrita. Representamos no Quadro Valor-Lugar as medidas de superfície para conseqüente leitura.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	0,	4 5	3 0			
		1 2	4 0	7 8		
				0,	4 5	6 0
	0,	0 0	7 5			
2,	4 2	0 5				

Leitura do quadro dado:

0,	hm2	4530	m2
12,	dam2	4078	dm2
0,	dm2	4560	mm2
0,	hm2	75	m2
2,	km2	4205	dam2

NOTA: Faça, num cartão, um Quadro Lugar-Valor igual ao apresentado aqui. E escreva a lápis, de leve, os numerais, para poder apagar os exercícios e usar o mesmo quadro muitas vezes.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

EXERCÍCIO 11

USE O CARTAZ LUGAR-VALOR E ESCREVA COM NUMERAIS AS SEGUINTES MEDIDAS:

a) Oito decâmetros quadrados, quatro mil e oito decímetros quadrados.

----

b) Vinte e cinco quilômetros quadrados, vinte e cinco metros quadrados.

____

c) Quatro metros quadrados e trinta e seis centímetros quadrados.

____

d) Sete decímetros quadrados. ____________________

e) Mil e quinhentos decímetros quadrados. ____________________

f) Zero metros quadrados e quinze centímetros quadrados. ____________

____

g) Zero metros quadrados e cinco centímetros quadrados. ____________

____

h) Dois metros quadrados e seis milímetros quadrados. ____________

____

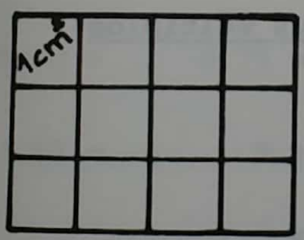
i) Zero metros quadrados e cento e trinta centímetros quadrados.

____

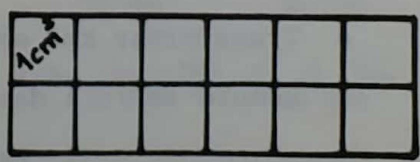
EXERCÍCIO 12

a) AS SUPERFÍCIES DOS QUADRADOS SEGUINTES SÃO IGUAIS, CONGRUENTES OU EQUIVALENTES ?

Resposta: _______________________________________



3x4

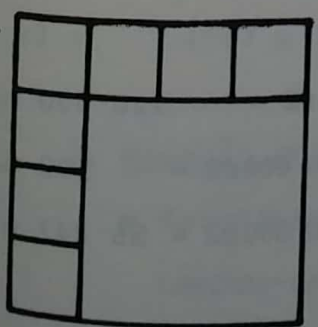


2x6

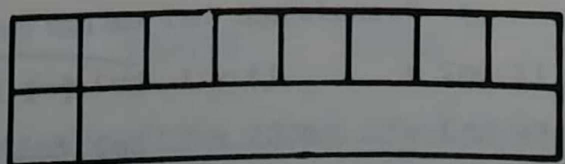
b) DE QUANTOS LADRILHOS VOCÊ PRECISA PARA REVESTIR AS SUPERFÍCIES A E B?

Resposta: Para A ________________ e para B ____________________

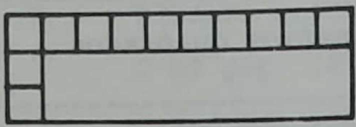
A



B



c) ADMITINDO-SE QUE NO DESENHO SEGUINTE CADA QUADRINHO REPRESENTA 1 cm^2, QUAIS SERIAM AS DIMENSÕES DO RETÂNGULO RESULTANTE ?



Comprimento: ____________________ cm ______

Largura: ______________________ cm ______

Área do retângulo: ______________________

d) QUANTOS LADRILHOS, MEDINDO 4 cm2 CADA, SERIAM NECESSÁRIOS PARA COBRIR UMA SUPERFÍCE DE 12 m2 ?

e) QUANTAS TÁBUAS DE 0,5m X 0,5 m SERIAM PRECISAS PARA SERRAR UM <u>CENTO</u> DE QUADRADOS COM 25cm2 ?

<u>MUDANÇAS DE UNIDADE</u>

Para poder operar com medidas, como dissemos ao tratarmos de medidas lineares, é necessário que você aprenda a "mudar as unidades de medida". É preciso saber que não se pode efetuar operações se as unidades de medida forem diferentes.

1. <u>Relação entre o metro quadrado e seus múltiplos</u>

- Transformar km2 em m2:

Lembre-se : 1 dam2 $\Leftrightarrow$ 100 m2

1 hm2 $\Leftrightarrow$ 10 000 m2

1 km2 $\Leftrightarrow$ 1 000 000 m2.

3 km2 = 3 x 1 km2 $\Leftrightarrow$ 3x1 000 000 m2 = 3 000 000 m2

0,45 km2 = 0,45 x 1 km2 $\Leftrightarrow$ 0,45x1 000 000 m2 = 450 000 m2

2,6854 km2 = 2,6854 x 1 km2 $\Leftrightarrow$ 2,6854x1 000 000 m2 = 2 685 400 m2

- Transformar hm2 em m2:

12 hm2 = 12 x 1 hm2 $\Leftrightarrow$ 12x10 000 m2 = 120 000 m2

0,05 hm2 = 0,05 x 1 hm2 $\Leftrightarrow$ 0,05x1 0 000 m2 = 500 m2

5,6842 hm2 = 5,6842 x 1 hm2 $\Leftrightarrow$ 5,6842x1 0 000 m2 = 56 842 m2

• Transformar dam2 em m2:

$2{,}75\ dam2 = 2{,}75 \times 1\ dam2 \Longleftrightarrow 2{,}75 \times 100\ m2 = 275\ m2$

$0{,}42\ dam2 = 0{,}42 \times 1\ dam2 \Longleftrightarrow 0{,}42 \times 100\ m2 = 42\ m2$

$0{,}2574\ dam2 = 0{,}2574 \times 1\ dam2 \Longleftrightarrow 0{,}2574 \times 100\ m2 = 25{,}74\ m2$

2. Relação entre os múltiplos do m2 e o m2.

• Transformar m2 em dam2:

Lembre-se: $1\ m2 \Longleftrightarrow \frac{1}{100}\ dam2$

$1\ dam2 \Longleftrightarrow \frac{1}{100}\ hm2$ ou $1m2 \Longleftrightarrow \frac{1}{10\ 000}\ hm2$

$1\ hm2 \Longleftrightarrow \frac{1}{100}\ km2$ ou $1m2 \Longleftrightarrow \frac{1}{1\ 000\ 000}\ km2$

$2{,}55\ m2 = 2{,}55 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 2{,}55 \times \frac{1}{100}\ dam2 = \frac{2{,}55}{100} = 0{,}0255dam2$

$0{,}80\ m2 = 0{,}80 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 0{,}80 \times \frac{1}{100}\ dam2 = \frac{0{,}80}{100} = 0{,}0080dam2$

• Transformar m2 em hm2:

$25\ m2 = 25 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 25 \times \frac{1}{10\ 000}\ hm2 = \frac{25\ hm2}{10\ 000} = 0{,}0025hm2$

$0{,}75\ m2 = 0{,}75 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 0{,}75 \times \frac{1}{10\ 000}\ hm2 = \frac{0{,}75\ hm2}{10\ 000} = 0{,}000075hm2$

$5\ m2 = 5 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 5 \times \frac{1}{10\ 000}\ hm2 = \frac{5\ hm2}{10\ 000} = 0{,}0005hm2$

• Transformar m2 em km2:

Lembre-se: $1m2 = \frac{1}{1\ 000\ 000}\ km2$

$5\ m2 = 5 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 5x \frac{1}{1000000}\ km2 = \frac{5\ km2}{1000000} = 0{,}000005\ km2$

$0{,}28\ m2 = 0{,}28 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 0{,}28x \frac{1}{1000000}\ km2 = \frac{0{,}28\ km2}{1000000} = 0{,}00000028km2$

$4567\ m2 = 4567 \times 1\ m2 \Longleftrightarrow 4567x \frac{1}{1000000}\ km2 = \frac{4567\ km2}{1000000} = 0{,}004567\ km2$

3. Relação entre o metro quadrado e seus submúltiplos.

• Transformar m2 em dm2:

Lembre-se: $1\ m2 \Longleftrightarrow 100\ dm2$

$1\ dm2 \Longleftrightarrow 100\ cm2$ ou $1\ m2 \Longleftrightarrow 10\ 000\ cm2$

$1\ cm2 \Longleftrightarrow 100\ mm2$ ou $1\ m2 \Longleftrightarrow 1\ 000\ 000mm2$

5 m2 = 5 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 5 x 100 dm2 = 500 dm2

0,07 m2 = 0,07 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 0,07 x 100 dm2 = 7 dm2

51,08 m2 = 51,08 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 51,08 x 100 dm2 = 5 108 dm2

- Transformar m2 em cm2:

2 m2 = 2 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 2 x 10 000 cm2 = 20 000 cm2

0,75 m2 = 0,75 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 0,75 x 10 000 cm2 = 7 500 cm2

2,4950 m2 = 2,4950 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 2,4950 x 10 000 cm2 = 24 950 cm2

- Transformar m2 em mm2:

8 m2 = 8 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 8 x 1 000 000 mm2 = 8 000 000 mm2

5,48 m2 = 5,48 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 5,48 x 1 000 000 mm2 = 5 480 000 mm2

0,0007 m2 = 0,0007 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 0,0007 x 1 000 000 mm2 = 700 mm2

4. Relação entre os submúltiplos do m2 e o m2.

- Transformar dm2 em m2:

Lembre-se: 1 dm2 $\Leftrightarrow \frac{1}{100}$ m2

1 cm2 $\Leftrightarrow \frac{1}{10\ 000}$ m2

1 mm2 $\Leftrightarrow \frac{1}{1\ 000\ 000}$ m2

42,31 dm2 = 42,31 x 1 dm2 $\Leftrightarrow$ 42,31 x $\frac{1}{100}$ m2 = 0,4231 m2

5,45 dm2 = 5,45 x 1 dm2 $\Leftrightarrow$ 5,45 x $\frac{1}{100}$ m2 = 0,0545 m2

- Transformar cm2 em m2:

2,48 cm2 = 2,48 x 1 cm2 $\Leftrightarrow$ 2,48 x $\frac{1}{10\ 000}$ m2 = 0,000248 m2

0,25 cm2 = 0,25 x 1 cm2 $\Leftrightarrow$ 0,25 x $\frac{1}{10\ 000}$ m2 = 0,000025 m2

- Transformar mm2 em m2:

12 mm2 = 12 x 1 mm2 $\Leftrightarrow$ 12 x $\frac{1}{1\ 000\ 000}$ m2 = 0,000012 m2

0,88 mm2 = 0,88 x 1 mm2 $\Leftrightarrow$ 0,88 x $\frac{1}{1\ 000\ 000}$ m2 = 0,00000088 m2

Nos exercícios que seguem você terá de aplicar o que está explicado aqui sobre mudanças de unidades.

E sempre se lembre de que não se opera com medidas tomadas com unidades diferentes.

Uso do Q.L.V. Outra maneira de você fazer as mudanças de unidade é escrever a medida no Quadro Lugar-Valor e mudar a vírgula olhando apenas as ordens.

Exemplo:

ORDENS						
km2	hm2	dam2	m2	dm2	cm2	mm2
		5,	0 0	3 0		

→ 500,30 m2
50030 dm2
5003000 cm2
0,0050030 hm2

Ainda mais rapidamente você fará as "mudanças" se souber ler as ordens de cór.

dam2 m2 dm2
5, 00 30 dam2 → 5 0 0 3 0 dm2
5 0 0 , 3 0 m2
0 , 0 5 0 3 0 hm2, etc.

Após ter aprendido com detalhes a mudança de unidades, basta-lhe, então, apenas memorizar as relações centesimais entre as ordens.

1 km2 ⟺ 100 hm2
1 hm2 ⟺ 100 dam2
1 dam2 ⟺ 100 m2

1 m2 ⟺ 100 dm2
1 dm2 ⟺ 100 cm2
1 cm2 ⟺ 100 mm2

1 km2 ⟺ 10 000 dam2
1 km2 ⟺ 1 000 000 m2

1 hm2 ⟺ 100 dam2
1 hm2 ⟺ 10 000 m2
1 km2 ⟺ 1 000 000 m2

OPERAÇÕES COM MEDIDAS.

Para melhor compreensão de adição e subtração com medidas de superfície, passemos a alguns exercícios, tendo por modelo o problema que segue.

UMA PESSOA TEM DOIS TERRENOS ADJACENTES, MEDINDO O PRIMEIRO 1840 m/2 E O OUTRO 9,80 dam2. QUAL É A ÁREA TOTAL DESSES TERRENOS?

9,80 dam2 980 m2

Reduzindo as medidas a uma só unidade (ou a m2 ou a dam2) para poder efetuar a adição, temos:

1 840 m2 + 980 m2 = 2 820 m2

Resposta: A área total é de 2 820 m2

NOTA: Reduz-se sempre à unidade menor; no caso, a m2. (quando não for especificada a unidade da resposta).

EXERCÍCIO 13

a) 58 300 m2 + 458 dm2 + 16 dam2 - 5 hm2 =

(Procure a unidade menor que foi usada. Reduza todas as medidas a essa unidade menor).

b) 45 dam2 + 7,86 hm2 - 68 m2 =

(Proceda como recomendamos anteriormente).

c) Uma pessoa vendeu 5 000m2 de um terreno de 85,48 dam2. Quantos metros quadrados de chão sobraram?

d) Quantos hm2 tem um campo de 8 500 dam2 ?

ÁREA DAS PRINCIPAIS FIGURAS GEOMÉTRICAS

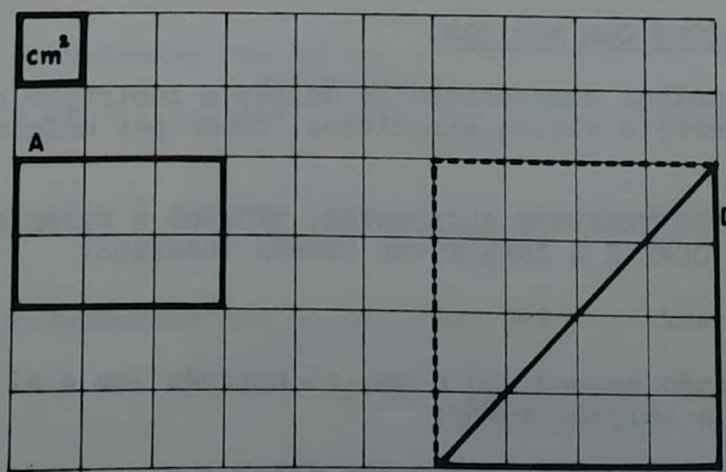
Para bem entender a medida das superfícies das figuras geométricas, faça o que aconselhamos a seguir.

- Quadricule em dm2 uma folha de papel branco. Com traços mais finos quadricule os dm2 em cm2.

- Recorte, em papel cartaz ou em papelão, figuras geométricas com as medidas da base e da altura em dm ou cm exatos.

- Faça retângulos, quadrados, paralelogramos, losangos, triângulos em vários tamanhos e sempre com as medidas em dm ou cm exatos.

- Coloque as figuras sobre o papel quadriculado e procure a área de cada uma das figuras, conforme veremos adiante.



1. Na figura A (retângulo), observe:

   . Base = 3cm - sobre a base construímos 3 quadrados de 1cm2.
   . Altura = 2cm - duas linhas de 3 quadrados de 1cm2.
   Logo, 2 cm x 3 cm = 6 cm2
   (Representação geométrica dos números naturais). Módulo 9.3, pág.14).
   Fórmula : A ▭ = b.h

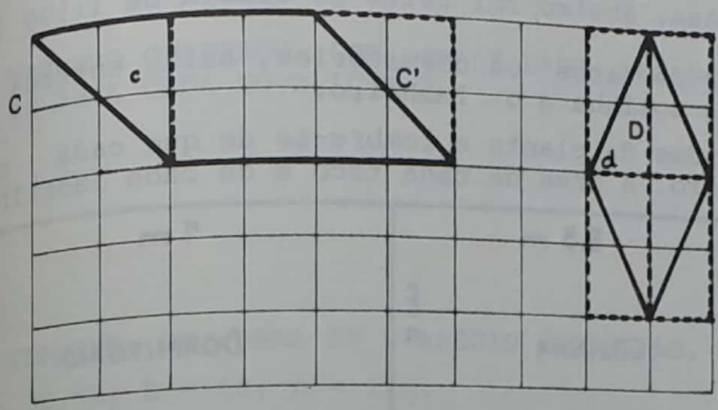
2. Na figura D (triângulo) note:

. Base = 4 cm - sobre a base construímos 4 quadrados de 1cm2
. Altura = 4 cm - quatro linhas de 4 quadrados de 1cm2

Logo, 4cm x 4cm = 16 cm2

Mas o triângulo ocupa, realmente, metade dessa superfície.

Assim, $A_{\triangle} = \frac{b.h}{2}$ $A_{\triangle} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ cm2



D = diagonal maior

d = diagonal menor

3. Na figura C observe o paralelogramo. Transforme-o num retângulo, transpondo C para C'.

. Base = 4 cm - sobre a base construímos 4 quadrados de 1cm2
. Altura = 2 cm - duas linhas de 4 quadrados de 1cm2

Logo, 4 cm x 2 cm = 8 cm2.

$A_{\square} = b.h$

4. Na figura E (losango), note:

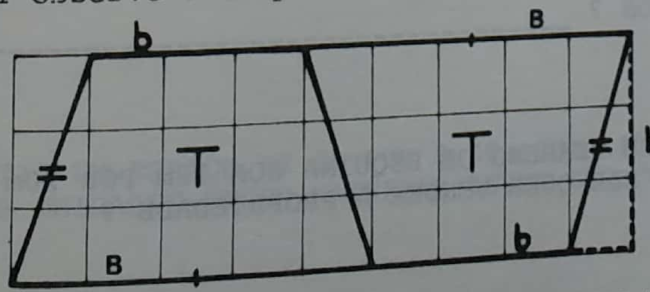
. Base ou d = 2 cm - uma linha de 2 quadrados de 1cm2
. Altura ou D = 4cm - quatro linhas de 2 quadrados de 1cm2

Logo, 2 cm x 4 cm = 8 cm2

Mas o losango ocupa, realmente, a metade dessa superfície.

$A_{\diamond} = \frac{D.d}{2}$

5. Na figura T observe o trapézio:



Com dois trapézios congruentes compomos um paralelogramo. A base desse paralelogramo é B (base maior) + b (base menor). A altura (h) é a distância entre as duas bases.

· Base do paralolograma : 8 cm - uma linha de 8 quadrados de 1cm2
· Altura : 3 cm - três linhas de 8 quadrados de 1cm2

Logo, 8 cm x 3 cm = 24 cm2

Mas o trapézio T ocupa realmente a metade dessa área. Assim, área do paralelogramo : (B + b) . h visto que o trapézio é a metade do paralelogramo.

Área do trapézio: $\frac{(B + b) \cdot h}{2}$

Na figura T, substituindo os valores na fórmula, temos:

$$\text{Área do Trapézio} = \frac{(5\ cm + 3\ cm).\ 3\ cm}{2} = \frac{24 cm2}{2} = 12\ cm2$$

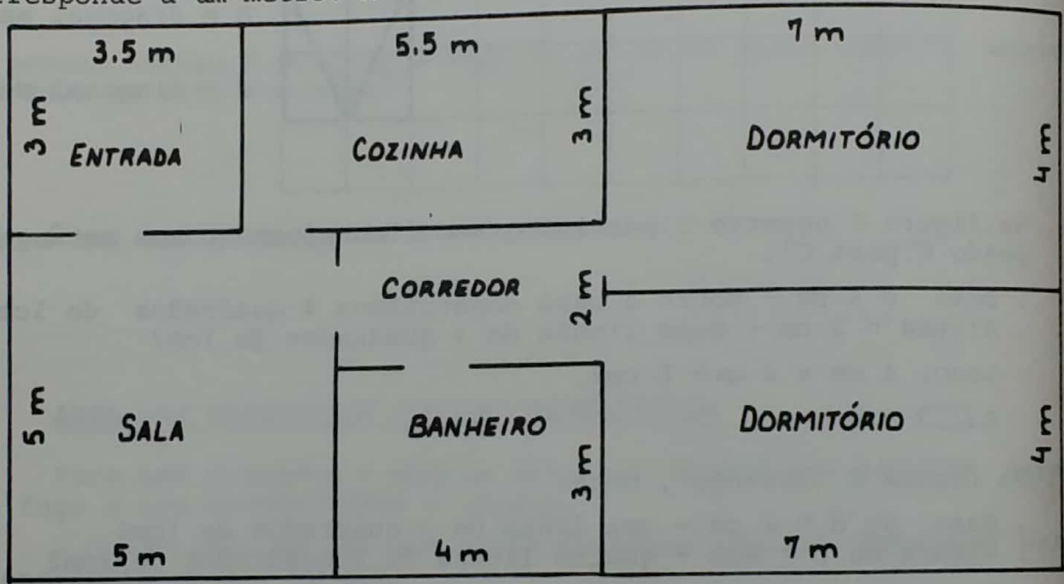
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

EXERCÍCIO 14

A planta de casa, abaixo, foi feita na escala de 1:100 (1cm vale 100m).

Vamos revestir de tacos os dormitórios, sala, entrada e corredor; e de ladrilhos: a cozinha e o banheiro.

Use as medidas da planta e lembre-se de que cada centímetro corresponde a um metro. A área de cada taco e de cada ladrilho é de 2 dm2.



a) QUANTOS METROS QUADRADOS DE TACOS SÃO NECESSÁRIOS ? _______________

b) E DE LADRILHOS ? ____

c) QUANTOS TACOS SÃO PRECISOS ? ______________________________

d) E QUANTOS LADRILHOS ? ___________________________________

EXERCÍCIO 15

a) JOÃO PÔS À VENDA UM TERRENO DE ESQUINA COM 12m POR 20m A Cr$ 150,00 O m2. POR QUANTO ELE QUER VENDER A PROPRIEDADE ?

b) ANTÔNIO DIVIDIU UM TERRENO DE 52m POR 42,50m EM 4 LOTES DO MESMO TAMANHO. QUAL É A ÁREA TOTAL DO IMÓVEL ? QUAIS SÃO AS DIMENSÕES DE CADA LOTE ?

c) UM TERRENO TEM 18m POR 32m DE FUNDO. A RUA DA FRENTE DEVERÁ SER ALARGADA, ADENTRANDO 5m NO LOTE. QUANTOS METROS DE ÁREA SERÃO DESAPROPRIADOS ? COM QUANTOS m2 FICARÁ O PROPRIETÁRIO ?

d) UM TERRENO QUADRADO, COM 68m DE LADO, FOI DIVIDIDO EM DOIS. QUANTO MEDE DE ÁREA CADA NOVO LOTE ?

e) UM TERRENO, EM FORMA DE TRAPÉZIO RETÂNGULO, MEDE:

$b = 38,5m$; $B = 50$; $h = 12m$.

QUAL É A ÁREA DESSE TERRENO ?

EXERCÍCIO 16

a) QUANTOS m2 TEM UM CORREDOR DE 2m DE LARGURA E 7m DE COMPRIMENTO ?

b) QUANTOS LADRILHOS DE 15cm DE LADO SÃO NECESSÁRIOS PARA COLOCAR NUMA PAREDE DE FORMA QUADRADA COM 3m DE LADO ?

c) PARA REVESTIR UM ESPAÇO DE 3m POR 2,40m COM LADRILHOS DE 20cm DE LADO, QUANTAS UNIDADES DESSE MATERIAL DEVEM SER COMPRADAS ?

d) PARA COBRIR UM GALPÃO QUE TEM 8,10m DE COMPRIMENTO POR 4,20m DE LARGURA, QUANTAS TELHAS DE 30cm POR 18cm SÃO NECESSÁRIAS ? (O RESULTADO É APROXIMADO, POIS A DIVISÃO DEIXA RESTO).

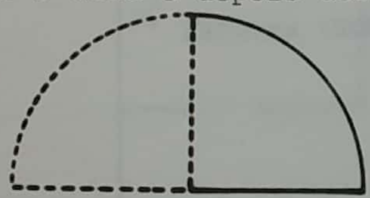
e) PRECISO CORTAR QUADRADOS DE PAPEL COM 5cm DE LADO. A FOLHA DE QUE DISPONHO TEM 30cm x 20cm. QUANTOS QUADRADOS DAQUELE TAMANHO CONSEGUIREI CORTAR?

CÁLCULO DA ÁREA DO CÍRCULO

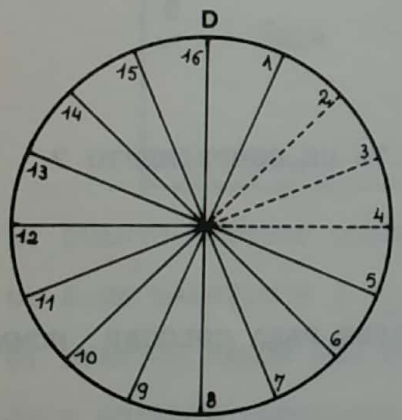
$\boxed{C = 2\pi r}$

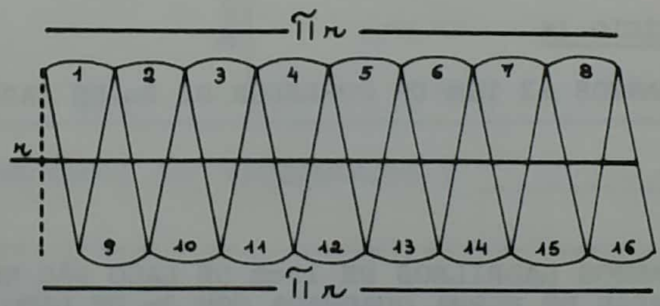
O perímetro do círculo é a circunferência. Com a fórmula você acha o comprimento da circunferência.

Agora preste atenção: desenhe com compasso, num pedaço de cartolina, um círculo grande de 15 a 20 cm de raio. Recorte o círculo, tire-o fora e depois dobre-o em 4 partes congruentes.



Em seguida, marque com o compasso ou com o transferidor a bissetriz de cada um dos 4 ângulos retos. Trace essas bissetrizes com todo o cuidado; elas tem que passar pelo centro do círculo. Feito isso, você terá o círculo em 8 partes (setores) congruentes. Novamente procure a metade de cada um dos 3 ângulos centrais e trace as bissetrizes desses ângulos. A figura resultante é idêntica à que você vê abaixo.





$C = 2\pi r \qquad \frac{C}{2} = \frac{\cancel{2}\pi r}{\cancel{2}} \qquad \frac{C}{2} = \pi r$

$A_o = \pi r . r = \pi r^2$

Recorte o círculo pelo diâmetro, desenhado em linha forte. Em seguida, tome uma das metades e corte com cuidado e precisão os raios até quase a borda do círculo. E isso sempre partindo do centro, sem desligar um setor do outro. Faça o mesmo com outra metade do círculo. Cada tira de 8 setores apresentará a forma de dentes. Una-as de modo que os dentes se encaixem.

(Observe o desenho estampado)

A figura obtida assemelha-se a um paralelogramo cuja altura é, aproximadamente, um raio e cuja base é a metade da circunferência.

Multiplicando a base $\left(\frac{C}{2} = \pi r\right)$ pelo raio, temos:

$\pi r . r = \pi r^2$, que é a fórmula para se achar a área do círculo.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

(Área do círculo. Trabalhar com $\pi = 3,14$).

EXERCÍCIO 17

a) CALCULAR A ÁREA DO CÍRCULO CUJO RAIO É DE 5cm.

b) CALCULAR A ÁREA DO CÍRCULO CUJO DIÂMETRO MEDE 24 cm.

c) CALCULAR A ÁREA DO CÍRCULO CUJA CIRCUNFERÊNCIA MEDE 15,70 cm.

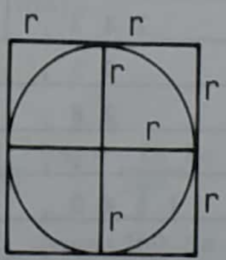
d) QUAL É O DIÂMETRO DE UM CÍRCULO CUJA ÁREA É DE 28,26 cm2 ?

EXERCÍCIO 18

a) O QUADRADO DE UM RAIO É DE 36 cm2;

3 x 36 cm2 = 108 cm2 e

4 x 36 cm2 = 144 cm2 .



A superfície do círculo com raio de:

6 cm é maior que 108 cm2 ? ____________

É maior que 144 cm2 ? _________________

É menor que 144 cm2 ? _________________

b) MARIA TEM DUAS FRIGIDEIRAS: UMA É CIRCULAR E COM 8cm DE DIÂMETRO; OUTRA É QUADRADA E COM 7cm DE LADO. QUAL É A FRIGIDEIRA MAIOR ?

c) UM TERRENO RETANGULAR DE 30 POR 40 METROS É TODO GRAMADO, COM EXCEÇÃO DE UM CANTEIRO CIRCULAR DE 7 m DE RAIO. QUAL É A ÁREA GRAMADA ?

MEDIDAS AGRÁRIAS

O are (a) e o hectare (ha) são medidas correlatas ao sistema decimal. O are que corresponde a 100 m2 ⟺ 1 dam2; o hectare que corresponde a 10 000 m2 ⟺ 1 hm2.

Usados para medir extensões de terras, o are e o hectare são muito conhecidos do homem do campo, assim como certas medidas antigas que não pertencem ao Sistema de Unidades, tais como o alqueire, quarta, litro, etc.

As grandes quadras, nas cidades, têm geralmente 1 hm2 ou 1 ha, isto é, um quadrado com 100m de lado.

Para demonstrar a superfície correspondente a 1 are, desenhe no pátio de sua escola um quadrado com 10m de lado (1 dam).

LEITURA E ESCRITA

Sabendo que 1 ha ⟺ 100 a, você poderá ler e escrever as medidas agrárias.

Passemos, então, à leitura e escrita dessas medidas.

Leitura usando o Quadro Lugar-Valor.

	HECTARES	ARES		
a)	2 4 3 ,	4	5	234,45 ha
b)	9 5 ,	0	2	95,02 ha
c)	2 8 ,			28 ha
d)	5 ,	6	0	5,60 ha
e)	1 5 4 0 ,	7	5	1540,75 ha
f)	3 1 2 ,	0	7	312,07 ha
g)	1 5	4	0	1540 a
h)	1	2	8	128 a

a) 243 ha 45 a
b) 95 ha 2 a
c) 28 ha
d) 5 ha 60 a
e) 1540 ha 75 a
f) 312 ha 7 a
g) 1540 a
h) 128 a

Escrita das medidas agrárias

Exemplo:

a) Quatro hectares e vinte e cinco ares.
b) Trezentos e quinze hectares e vinte e oito ares.
c) Zero hectares e cinco ares.
d) Doze hectares e sete ares.
e) Mil e quinhentos hectares.
f) Zero hectares e um are.

g) Quinhentos ares.
h) Onze mil ares.

Você escreve o número de hectares e sabe que há duas ordens para chegar ao are. Se o numeral ditado com a medida em are tiver um só algarismo, é necessário preencher a outra ordem com zero.

Vejamos o exemplo dado:

a) 4,25 ha
b) 315,28 ha
c) 0,05 ha
d) 12,07 ha
e) 1500 ha
f) 0,01 ha
g) 500 a
h) 11.000 a

MUDANÇA DE UNIDADE

- Transformar hectare (ha) em are (a).

Lembre-se: 1 ha $\Longleftrightarrow$ 100 a.

25 ha = 25 x 1 ha $\Longleftrightarrow$ 25 x 100 a = 2 500 a

3,48 ha = 3,48 x 1 ha $\Longleftrightarrow$ 3,48 x 100 a = 348 a

5,08 ha = 5,08 x 1 ha $\Longleftrightarrow$ 5,08 x 100 a = 508 a

12 ha = 12 x 1 ha $\Longleftrightarrow$ 12 x 100 a = 1 200 a

- Transformar are (a) em hectare (ha).

Lembre-se: a $\Longleftrightarrow \frac{1}{100}$ ha

25 a = 25 x 1 a $\Longleftrightarrow$ 25 x $\frac{1}{100}$ ha = $\frac{25}{100}$ ha = 0,25 ha

350 a = 350 x 1 a $\Longleftrightarrow$ 350 x $\frac{1}{100}$ ha = $\frac{350}{100}$ ha = 3,50 ha

1 477 a = 1 477 x 1 a $\Longleftrightarrow$ 1 477 x $\frac{1}{100}$ ha = $\frac{1477}{100}$ ha= 14,77 ha

EXERCÍCIO 19

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

a) ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

4,25 ha ____

12,05 ha ____

0,45 ha ____

0,09 ha ____

b) ESCREVA EM NUMERAIS:

Zero hectares e doze ares ____________________

Quatro hectares e cinco ares ____________________

Cinqüenta hectares e vinte ares --

Setenta e nove hectares e um are --

Quinhentos hectares e cinco ares --

EXERCÍCIO 20

a) UM LAVRADOR MANDOU ARAR UM TERRENO RETANGULAR COM 250m POR 700m. QUANTOS ARES DE TERRA PODERÁ PLANTAR ?

b) JOSÉ TEM 47,50 hm2 DE TERRAS E ANTÔNIO, 3 542 ARES. QUAL DOS DOIS POSSUI MAIS TERRAS ?

c) PAULO TEM 1 875 ha DE TERRAS E ADQUIRIU MAIS 1250 ARES. QUANTOS ARES DE TERRAS POSSUI AGORA ?

EXERCÍCIO 21

a) UM FAZENDEIRO TINHA 726ha DE CAMPOS DE PASTAGEM . VENDEU 1/3 DO TERRENO E CERCOU A METADE DO RESTO. QUANTOS ARES NÃO CERCOU ?

b) UM AGRICULTOR EMPREITOU O PLANTIO DE 2 758ha DE ARROZ. JÁ ESTÃO PLANTADOS 95 000 ARES. QUANTOS HECTARES NÃO FORAM PLANTADOS ?

VII - PÓS - TESTE

O objetivo do presente Pós-Teste é a verificação do seu aproveitamento sobre o conteúdo deste módulo.

Cremos que você examinou com interesse o assunto aqui abordado e realizou com proveito as atividades propostas, tornando-se apto a dar a respeito cabal demonstração de conhecimentos. Entretanto, se tem ainda algumas dúvidas, reveja os pontos principais do módulo para depois se sub-

meter à prova.

Com calma e atenção dê respostas às perguntas que seguem. E se ja feliz neste seu trabalho !

1. LEIA E ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

6,42 km : ______________________________

0,04 dam : ______________________________

2. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS:

245 km : ______________________________m.

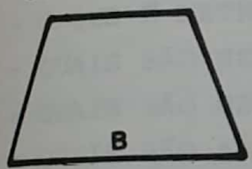
0,04 dam: ______________________________m.

34 m : ______________________________dam.

2 dm : ______________________________m.

3. CÁLCULO DO PERÍMETRO:

a) Calcule o perímetro de um trapézio isósceles cuja base maior (B) mede 5,5cm e os demais lados 3,5cm?



b) Qual é o perímetro de um círculo cujo diâmetro mede 6,5 cm ?

4. ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS:

a) Qual é a área de um paralelogramo em que a base mede 7,5cm e a altura 3,6cm ?

b) Qual é a área de um triângulo cujos catetos medem 4,5 cm ?

5. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS COMO NO PRIMEIRO EXEMPLO:

1 dam2 ⟺ 100 m2

1 hm2 ______________________________m2

0,45 dm2 ______________________________m2

5 hm2 ______________________________km2

2 km2 ______________________________m2

6. EFETUE AS OPERAÇÕES COM MEDIDAS:

3a + 45ha + 1 200a + 340ha = ______________________________a

15 hm2 - 4a + 528 dam2 + 2ha = ___________________________ha

7. RESOLVA OS PROBLEMAS:

a) A distância entre duas cidades é de 450 km. Se um automóvel fizer 50 km horários, quantas horas levará para vencer essa distância?

b) Para vedar um terreno retangular de 25m por 45m com uma cerca de 5 fios de arame superpostos, quantos metros desse material terei de comprar ?

8. QUAL FOI A ÁREA PLANTADA POR UM AGRICULTOR QUE SEMEOU 585 ARES DE TRIGO E 7 HECTARES DE SOJA ?

9. QUANTAS ÁRVORES FORAM PLANTADAS NUMA ESTRADA DE 50 km, SABENDO - SE QUE CADA UMA GUARDA A DISTÂNCIA DE 1dam DE OUTRA ?

(Lembre-se: uma árvore é plantada no ponto de partida e a última, no de chegada).

10. QUANTOS LADRILHOS DE 15 cm POR 12cm SÃO NECESSÁRIOS PARA REVESTIR UM CORREDOR DE 90 m2 ?

VII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Você precisa ter em mente que o assunto aqui exposto deve ser integralmente estudado, compreendido e dominado para lhe servir de base ao aprendizado do módulo seguinte. Assim, como o conhecimento de um módulo é pré-requisito do subseqüente, você não pode deixar de se interessar pelo conteúdo de cada qual, certo da conexão, do vínculo e da dependência existente entre eles. Portanto, sempre que tiver dúvidas ou dificuldades na apreensão de determinadas questões, procure vencê-las, empenhando-se no reexame do que deseja efetivamente aprender. E faça isso, agora, com relação a este módulo. Não hesite, proponha-se a dominar o assunto aqui tratado, obedecendo, para isso, a orientação do questionário que segue e as ordens nele propostas.

QUESTIONÁRIO

METRO LINEAR

• Medidas lineares

1 - O QUE É METRO ?

2 - QUAIS SÃO SEUS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS ?

3 - QUAIS SÃO OS VALORES DOS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS ?

4 - QUAIS SÃO AS ABREVIATURAS DESSAS MEDIDAS ?

5 - QUE INSTRUMENTOS DE MEDIDA LINEAR VOCÊ CONHECE ?

6 - REFAÇA OS EXERCÍCIOS 1 A 6 SOBRE LEITURA, REPRESENTAÇÃO E MUDANÇAS DE UNIDADE .

7 - QUE CUIDADOS VOCÊ DEVE TOMAR PARA ADICIONAR OU SUBTRAIR MEDIDAS ?

8 - REFAÇA OS EXERCÍCIOS 7,8 E 9.

METRO QUADRADO

• Medidas de superfície

1 - O QUE É O METRO QUADRADO ?

2 - QUAIS SÃO SEUS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS ?

3 - QUAIS SÃO AS ABREVIATURAS DESSAS MEDIDAS ?

4 - REFAÇA O EXERCÍCIO 10.

5 - O QUE É RELAÇÃO CENTESIMAL ENTRE AS UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE ?

6 - REFAÇA OS EXERCÍCIOS 11 E 13, REFERENTES À LEITURA,REPRESENTAÇÃO E MUDANÇAS DE UNIDADE .

7 - QUAIS SÃO AS FÓRMULAS PARA ACHAR A ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS , COMO TRIÂNGULO , QUADRADO, RETÂNGULO, PARALELOGRAMA, LOSANGO,TRAPÉZIO ?

8 - REFAÇA OS EXERCÍCIOS 14,15 E 16.

9 - COMO SE ACHA A ÁREA DO CÍRCULO ?

10 - SE NÃO FEZ, FAÇA A DEMONSTRAÇÃO COM OS RECORTES DO CÍRCULO PARA CHEGAR À FÓRMULA $C_o = \pi r2$

11 - REFAÇA OS EXERCÍCIOS 17 E 18.

ARE

- Medidas agrárias

1 - O QUE É O ARE ?

2 - QUE MÚLTIPLO E QUE SUBMÚLTIPLO SÃO USADOS ?

3 - EFETUE OS EXERCÍCIOS 19,20 E 21, SOBRE LEITURA, REPRESENTAÇÃO E MUDANÇA DE UNIDADES.

Feito este reexame, vejamos agora se você se acha em condições de responder com desenvoltura o Pós-Teste que a seguir propomos.

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Leia com calma e atenção as questões formuladas neste teste e, em seguida, dê as respostas solicitadas. Cremos que você se sairá bem nesta verificação de conhecimentos. Boa sorte !

1. COMPLETE O QUADRO:

ORDENS							
SÍMBOLOS	-----	-----	dam2	m2	dm2	-----	-----
VALORES	-----	-----	-----	1 m2	$\frac{1}{100}$m2	-----	-----
MEDIDAS AGRÁRIAS		-----	a	-----			

2. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS:

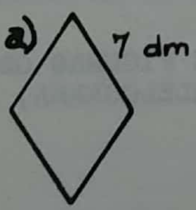
2,4 dam ______________________________ m

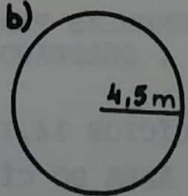
52 km ______________________________ m

1250 cm ______________________________ m

0,48 cm ______________________________ m

3. CALCULE O PERÍMETRO DO LOSANGO E DO CÍRCULO:

a) 

b) 

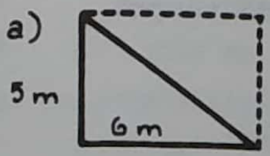
5. UM CAMINHÃO VAI DE CURITIBA A SÃO PAULO EM 8 HORAS, PERCORRENDO 50 km POR HORA. DE SÃO PAULO A BRASÍLIA A DISTÂNCIA É TRÊS VEZES MAIOR.

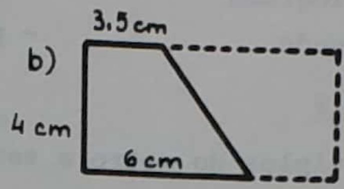
QUAL É A DISTÂNCIA DE CURITIBA A SÃO PAULO ? ____________________

E DE SÃO PAULO A BRASÍLIA ? ________________________________

EM QUANTAS HORAS ESSE VEÍCULO FARÁ O PERCURSO DE SÃO PAULO A BRASÍLIA, VIAJANDO NA MESMA VELOCIDADE ? ____________________

6. CALCULE A ÁREA DO TRIÂNGULO E DO TRAPÉZIO .





7. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS:

25 dam2 ______________________________ m2

0,48 m2 ______________________________ cm2

12 cm2 ______________________________ m2

5,48 dm2 ______________________________ m2

8. RESOLVA OS PROBLEMAS:

a) Para revestir uma parede de 4m x 5m, quantos ladrilhos, medindo 1,60 dm2 cada um, usaríamos ?

b) Quantos metros quadrados tem um salão com 1,2 dam por 8 m ?

9. LEIA E ESCREVA EM LINGUAGEM CORRENTE:

25,82 hm2 ______________________________

0,45 km2 ______________________________

470,028 m ______________________________

28,45 ha ______________________________

10. A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA (V) OU FALSA (F) ?

a.( ) O diâmetro multiplicado por π é igual ao perímetro do círculo

b.( ) A área do círculo é maior que 3.r2

c.( ) A área do círculo é menor que 3.r2

d.( ) 4 r2 é maior que π r2

e.( ) O hectômetro é cem vezes maior que o metro.

f.( ) O metro quadrado equivale ao are.

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

a) Sistema de medida é o conjunto de unidades convenientemente relacionadas entre si para avaliar as diversas grandezas.

b) As principais unidades do Sistema são:

1º Metro linear	- para medida de comprimento;
2º Metro quadrado	- para medida de superfície;
3º Metro cúbico	- para medida de volume;
4º Quilograma	- para medida de massa;
5º Segundo	- para medida de tempo.

EXERCÍCIO 2

a) Os múltiplos do metro e seus valores são:

Decâmetro (dam) $\Leftrightarrow$ 10 m

Hectômetro (hm) $\Leftrightarrow$ 100 m

Quilômetro (km) $\Leftrightarrow$ 1 000 m

b) E os submúltiplos e seus valores são:

Decímetro (dm) $\Leftrightarrow \frac{1}{10}$ m

Centímetro (cm) $\Leftrightarrow \frac{1}{100}$ m

Milímetro (mm) $\Leftrightarrow \frac{1}{1000}$ m

EXERCÍCIO 3

a) Leia e escreva em linguagem corrente:

3,47 dam: Três decâmetros e quarenta e sete decímetros.

18,28 m: Dezoito metros e vinte e oito centímetros.

5,53 hm: Cinco hectômetros e cinqüenta e três metros.

0,46 dm: Zero decímetros e quarenta e seis milímetros.

b) Em numerais:

6,45 m   0,15 dam

20,07 hm   10,010 m

EXERCÍCIO 4

a) Passe para metros as medidas em quilômetros:

2,68 km $\Leftrightarrow$ 2.680 m

0,8 km $\Leftrightarrow$ 800 m

52,4768 km $\Leftrightarrow$ 52 4 76,8 m

5,36 km $\Leftrightarrow$ 5 360 m

18 km $\Leftrightarrow$ 18 000 m

b) Passe para km as medidas em m:

2,78 m $\Leftrightarrow$ 0,00278 km

2353 m $\Leftrightarrow$ 2,353 km

50,2 m $\Leftrightarrow$ 0,0502 km

41,85 m ⟺ 0,041885 km
750 m ⟺ 0,750 km

EXERCÍCIO 5

a) Relação entre o metro (m) e seus submúltiplos:

5 m ⟺ 50 dm
27 m ⟺ 2 700 cm
7,48 m ⟺ 748 cm
25,46 m ⟺ 254,6 dm
477 m ⟺ 477 000 mm

b) Relação entre os submúltiplos e o metro:

28,7 dm ⟺ 2,87 m
125 mm ⟺ 0,125 m
48 cm ⟺ 0,48 m
2,3 dm ⟺ 0,23 m
0,8 cm ⟺ 0,008 m

EXERCÍCIO 6

Trace, com o auxílio de uma régua:

a) Um segmento de reta AB de 3,8 cm: A ———————— B
b) Um segmento de reta CD de 42 mm: C —————————— D
c) Um segmento de reta FE de 2,4 cm: E —————— F
d) Um segmento de reta GH de 18 mm: G ———— H
e) Um segmento de reta IJ de 8 mm: I — J

EXERCÍCIO 7

a) 1,5 km ⟺ 1 500 m
1 500 m + 840 m = 2 340m ou 2,340 km

b) 1,5 dam ⟺ 15 m
(15m + 32m) x 2 = 94m Resposta : 470 metros de arame.
94 m x 5 = 470 m.

c) $C = 2\pi r$
$C = 2 \times 3{,}14 \times 3{,}5 = 21{,}98$ m
Resposta: O perímetro do círculo, isto é, a circunferência mede 21,98m.

d) 1,2 dm ⟺ 12 cm
1,7 dm ⟺ 17 cm
12 cm + 17 cm + 8 cm = 37 cm
Resposta: O perímetro do triângulo mede 37 cm.

e) 840 km ⟺ 8 400 hm
8 400 hm - 928 hm = 7 472 hm
Resposta: A primeira rodovia é 7 472 hm mais longa.

f) 12 756 km - 9 276 km = 3 480 km

Resposta: O diâmetro da Lua é de 3 480 km.

EXERCÍCIO 8

a) 0,385m + 4,79m + 7,634m + 184,5m = 197,309 m

b) (1340m + 2,7 m)- 3,45 = 1 339,25 m

EXERCÍCIO 9

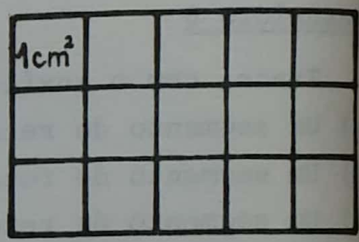
Complete:

a) 1 000 m
b) 5 000 m
c) 500 m
d) 250 m
e) 200 m
f) 750 m
g) 10 m
h) 50 m
i) 5 m
j) 2,5 m
l) 2 m
m) 7,5 m

EXERCÍCIO 10

a) 1 cm cabe 10 vezes em 1 dm.

b) Retângulo com 5 cm de comprimento por 3 cm de largura. E quadrados de 1cm de lado.



c) O quadrado de 1 cm de lado é uma das unidades de superfície e se chama centímetro quadrado.

d) Sua abreviatura é a seguinte: cm2

e) (Construa, em papel à parte, um quadrado de 1dm de lado).

f) O quadrado de 1 dm de lado é uma das unidades de medida de superfície e se chama 1 decímetro quadrado. Abrev. dm2

g) O resultado da medida de uma superfície tem o nome de área.

h) Área de um retângulo de 5cm por 3cm é 15 cm2.

i) (Faça, em papel à parte, um retângulo com 5dm por 3 dm).
- Verifique se o retângulo tem essas medidas.

j) A área de um retângulo de 5 dm por 3 dm é de 15 dm2.

l) A área de um retângulo de 5 metros por 3 metros é de 15 m2.

EXERCÍCIO 11

Cartaz Lugar-Valor.

	km2		hm2		dam2		m2		dm2		cm2		mm2	
a)						8,	4	0	0	8				
b)	2	5	0	0	0	0	2	5						
c)								4,	0	0	3	6		
d)										7				
e)							1	5	0	0				
f)								0,	0	0	1	5		
g)								0,	0	0	0	5		
h)								2,	0	0	0	0	0	6
i)								0,	0	1	3	0		

EXERCÍCIO 12

a) As superfícies são equivalentes.

b) Para A: 16 ladrilhos. Para B: 16 ladrilhos.

c) Comprimento: 10 cm
Largura: 3 cm
Área do retângulo: 30 cm2

d) 12 m2 ⟺ 120 000 cm2
120 000 ÷ 4 cm2 = 30 000 ladrilhos
NOTA: 120 cm2 ÷ 4 = 30 m2 (idéia repartitiva da divisão).
120 cm2 ÷ 4 cm2 = 30 (idéia subtrativa; quantos vezes cabe).
30 é o número de vezes que 4 cm2 cabe em 120 cm2.

Assim são os ladrilhos: 30 000 é o número de ladrilhos (o número de vezes) que 4cm2 cabe em 120 000 cm2 .

e) 0,5 m x 0,5 m = 0,25 m2
0,25 m2 ⟺ 2 500 cm2
2 500 cm2 : 25 cm2 = 100
Resposta: Uma só tábua é suficiente para os 100 quadrados.

EXERCÍCIO 13

a) 5 830 000 dm2 + 458 dm2 + 160 000 dm2 - 5 000 000 dm2 = 990 458dm2

b) 4 500 m2 + 78 600m2 - 68 m2 = 83 032 m2

c) 8 548 m2 - 5 000 m2 = 3 548 m2 Resp. Sobraram 35,48 m2 de chão.

d) Resposta: O campo tem 85 hm2.

EXERCÍCIO 14

a) Quantos m2 de tacos?
- Entrada: 3m x 3,5m = 10,50 m2
- Dormitórios: 7m x 8m = 56 m2
- Sala: 5m x 5m = 25 m2
- Corredor: 4m x 2m = 8 m2
10,50m2 + 56m2 + 25m2 + 8m2 = $\boxed{\text{99,50 m2}}$

b) Quantos m2 de ladrilhos?
- Cozinha : 4m x 3m = 12 m2
- Banheiro: 4m x 2m = 8 m2
12 m2 + 8 m2 = $\boxed{\text{20 m2}}$

c) Quantos tacos são precisos ?
99,50 m2 ⟺ 9 959 dm2
9950 dm2 ÷ 2 dm2 = $\boxed{\text{4 975 tacos}}$

d) Quantos ladrilhos são necessários ?
20 m2 ÷ 2 dm2 =
2 000 dm2 ÷ 2 dm2 = $\boxed{\text{1 000 ladrilhos}}$

EXERCÍCIO 12

a) As superfícies são equivalentes.

b) Para A: 16 ladrilhos. Para B: 16 ladrilhos.

c) Comprimento: 10 cm
Largura: 3 cm
Área do retângulo: 30 cm2

d) 12 m2 ⟺ 120 000 cm2
120 000 ÷ 4 cm2 = 30 000 ladrilhos

NOTA: 120 cm2 ÷ 4 = 30 m2 (idéia repartitiva da divisão).
120 cm2 ÷ 4 cm2 = 30 (idéia subtrativa; quantos vezes cabe).
30 é o número de vezes que 4 cm2 cabe em 120 cm2.

Assim são os ladrilhos: 30 000 é o número de ladrilhos (o número de vezes) que 4cm2 cabe em 120 000 cm2 .

e) 0,5 m x 0,5 m = 0,25 m2
0,25 m2 ⟺ 2 500 cm2
2 500 cm2 : 25 cm2 = 100
Resposta: Uma só tábua é suficiente para os 100 quadrados.

EXERCÍCIO 13

a) 5 830 000 dm2 + 458 dm2 + 160 000 dm2 - 5 000 000 dm2 = 990 458dm2
b) 4 500 m2 + 78 600m2 - 68 m2 = 83 032 m2
c) 8 548 m2 - 5 000 m2 = 3 548 m2 Resp. Sobraram 35,48 m2 de chão.
d) Resposta: O campo tem 85 hm2.

EXERCÍCIO 14

a) Quantos m2 de tacos?
- Entrada: 3m x 3,5m = 10,50 m2
- Dormitórios: 7m x 8m = 56 m2
- Sala: 5m x 5m = 25 m2
- Corredor: 4m x 2m = 8 m2
10,50m2 + 56m2 + 25m2 + 8m2 = $\boxed{\text{99,50 m2}}$

b) Quantos m2 de ladrilhos?
- Cozinha : 4m x 3m = 12 m2
- Banheiro: 4m x 2m = 8 m2
12 m2 + 8 m2 = $\boxed{\text{20 m2}}$

c) Quantos tacos são precisos ?
99,50 m2 ⟺ 9 959 dm2
9950 dm2 ÷ 2 dm2 = $\boxed{\text{4 975 tacos}}$

d) Quantos ladrilhos são necessários ?
20 m2 ÷ 2 dm2 =
2 000 dm2 ÷ 2 dm2 = $\boxed{\text{1 000 ladrilhos}}$

EXERCÍCIO 15

a) 12m x 20m = 240 m2

240m2 x Cr$ 150,00 = Cr$ 36 000,00

- Preço de venda da propriedade: Cr$ 36 000 00

b) 52m x 42,50m= 2 210,00 m2 (área total do imóvel)

2 210,00 m2 ÷ 4 = 552,50 m^2 (Tamanho de cada lote)

c) 18m x 5m = 90 m2 (Área desapropriada)

32m - 5m = 27 m

18m x 27m = 468m2 (Área que resta ao proprietário).

d) 68m x 68m = 4 624 m2

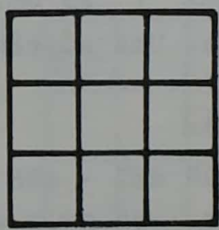
4 624 m^2 ÷ 2 = 2 312m2 (Área de cada lote).

e) Área do trapézio retângulo:

$$\frac{(B + b)\ .\ h}{2} = \frac{(50m + 38,5m) \times 12m}{2} = \frac{88,5m \times 12m}{2} = \frac{1\ 062m2}{2} = 531m2$$

Área do terreno: 531 m2.

EXERCÍCIO 16



a) 2m x 7m = 14m2 (Área do corredor)

b) 3m x 3m = 9m2

9m2 ⟺ 90 000 cm2

15cm x 15cm = 225 cm2

90 000 cm2 ÷ 225 cm2 = 400 ladilhos

c) 3m x 2,40m = 7,20 m2 ⟺ 72000 cm2

20cm x 20cm = 400 cm2

72 000 cm2 ÷ 400 cm2 = 180 ladrilhos

d) 8,10, x 4,20m = 34,02 m2

30 cm x 18 cm = 540 cm2

34,02 m2 ⟺ 340 200 cm2

340 200 cm2 ÷ 540 cm2 = 630

- Número de telhas para o galpão: 3 aproximadamente.

e) 5 cm x 5 cm = 25 cm2

30cm x 20cm = 600 cm2

600 cm2 : 25 cm2 = 24 (Quadrados de papel).

EXERCÍCIO 17

a) $A_o = \pi r2 = 3,14 \times (5cm)^2 = 3,14 \times 25cm2 = 78,50$ cm2

24 cm ÷ 2 = 12 cm

b) $A_o = \pi r2 = 3,14 \times (12cm)^2 = 3,14 \times 144$ cm2 $= 452,16$ cm2

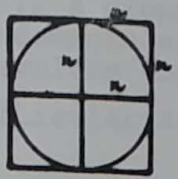
c) Primeiramente, achemos o valor do raio:

$C = 2\pi r$; $\frac{C}{\pi} = d$ Então: $\frac{15,70\ cm}{3,14} = 5$ cm

Se o d = 5cm, o raio é igual a 2,5 cm.

$A_O = \pi r^2 = 3,14 \times (2,5cm)^2 = 3,14 \times 6,25$ cm2 = 19,6250 cm2

A_O = 19,6250 cm2.



Observe:

4 x 6,25 cm2 = 25 cm2

3 x 6,25 cm2 = 18,75 cm2

- A área do círculo é 19,6250 cm2.
- É menor que 4 r2
- É maior que 3 r2

d) A_O = 28,26 cm2

$A_O = \pi$ r2   28,26 cm2 = 3,14 x r2

$$r^2 = \frac{28,26 \text{ cm2}}{3,14} = 9 \text{ cm2}$$

$r = \sqrt{9 \text{ cm2}}$ (se o quadrado é 9, logo o raio é 3 porque : 3 cm x 3 cm = 9 cm2).

r = 3 cm

- O diâmetro é 2 x r = 2 x 3cm = 6cm

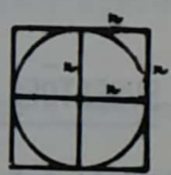
EXERCÍCIO 18

a) O quadrado de um raio é de 36 cm2

3 x 36 cm2 = 108 cm2 (Veja na figura: 3).

4 x 36 cm2 = 144 cm2 (Veja na figura: 4).

(O raio é a medida do lado).



Resposta: É maior que 108 m2

É maior que 144 m2 ? Não.

É menor que 144 m2 ? Sim.

b) Qual é a frigideira de maior superfície ?

1º) $A_O = \pi . (4 \text{ cm})^2 = 3,14 \times 16$ cm2 = 50,24 cm2

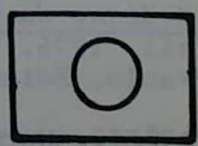
2º) $A_{\square} = (7 \text{ cm})^2$ = 49 cm2

Resposta: A primeira frigideira é maior,

c) Área do retângulo = 30m x 40m = 1 200 m2

Área do círculo = π r2 = 153,86 m2

1 200 m2 - 153,86 = 1 046,14 m2 (Área gramada).



EXERCÍCIO 19

a) Escreva em linguagem corrente:

4,25 ha : Quatro hectares e vinte e cinco ares;

12,05ha : Doze hectares e cinco ares:

0,45 ha : Zero hectares e quarenta e cinco ares;

0,09 ha : Zero hectares e nove ares.

b) Em numerais:

0,12 ha; 79,01 ha;
4,05 ha; 500,05 ha.
50,20 ha;

EXERCÍCIO 20

a) 250m x 700m = 175 000 m2
175 000 m2 $\Longleftrightarrow$ 1750 dam2 $\Longleftrightarrow$ 1750 ares
Resposta: O lavrador poderá plantar em 1750 ares.

b) 47,50 hm2 = 4750 dam2 = 4 750 ares
José tem mais terras que Antônio.

c) 1875 ha $\Longleftrightarrow$ 187 500 a
187 500 a + 1 250a = 188 750 a
Resposta: Paulo ficou com 188 750 ares de terras.

EXERCÍCIO 21

a) 726 ha ÷ 3 = 242 ha
726 ha - 242 ha = 484 ga
484 ha ÷ 2 = 242 ha ou 24 000 a (superfície não cercada).

b) 2 758 ha - 950 ha = 1 080ha (superfície não plantada).

X - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. "*Os Primeiros Passos em Matemática: III Exploração do Espaço e Prática da Medição*. São Paulo, Editora Herder, 1969.

2. FERNANDES, Ary e outros. "*Matemática*", para a 5ª série de 1º Grau. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1974.

3. GRUEMA (Grupo de Ensino de Matemática Atualizada). "*Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º Grau*. 4 e 5. Por Lucilia Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Líberman. São Paulo, Editora Nacional, 1975.

4. NEDEM (Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática). "*Ensino Moderno da Matemática*". Volume 4, 1º Grau. São Paulo, Editora do Brasil, 1976. "*Ensino Moderno da Matemática*", Volume 2º, 1º Grau. São Paulo, Editora do Brasil, 1967.

5. OSÓRIO, Norma Cunha e outros. "*Vamos aprender Matemática*" 4, Guia do Professor. Adaptação do original "*Seeing Through Arithmetic*", de Maurice L. Hartung e outros, publicado pela "Scott, Foresman and Company", dos Estados Unidos. Rio de Janeiro - GB, ao livro Técnico S.A., 1971.

XI - GLOSSÁRIO

ADENTRAR ———— entrar; penetrar, invadir; transpor.

CONSEQÜENTE — que segue naturalmente; que vem em seguida.

DESAPROPRIAR — tirar da posse de; privar da propriedade de; transferir a propriedade individual à administração, com fundamento na necessidade ou utilidade pública, que prevalece contra o direito de propriedade privada.

DETALHE — particularidade; pormenor; minúcia; minuciosidade.

ENUNCIADO — proposição; declaração; exposição; expressão; asserção; expresso; declarado.

IMÓVEL — casa; terreno; terras; etc.

INTERCÂMBIO — troca; relações de comércio ou intelectuais entre nações ou instituições.

MERIDIANO — círculo máximo, imaginário, que passa pelos pólos e divide a Terra em dois hemisférios: oriental e ocidental.

ÓBVIO — claro; evidente; patente; que salta aos olhos.

OFICIALIZAÇÃO — ato, emanado de autoridade, que dá caráter oficial, legal ou obrigatório a.

PADRÃO — modelo oficial de pesos e medidas legais.

PADRONIZAÇÃO — ato que dá caráter de padrão, de modelo a.

PERCURSO — itinerário; trajeto; espaço percorrido; ação de percorrer.

QUADRAGÉSIMO — denominação do ordinal correspondente a quarenta : 40º.

REVESTIR — cobrir; tapar; tampar; vedar; fazer revestimento.

SUBSEQÜENTE — que subsegue ; seguinte; imediato; ulterior.

GABARITO DO PÓS-TESTE

Município: ---------------------------------- Data da correção -------

Cursista: --

Nº do Módulo: 58 Porcentagem: -----------

1. Escreva em linguagem corrente:
Seis quilômetros e quarenta e dois decâmetros.
Zero decâmetros e quatro decímetros.

2. Complete as equivalências:

$245\ km = 245 \times 1\ km \Leftrightarrow 245 \times 1000\ m = 245\ 000\ m$

$0,04\ dam = 0,04 \times 1\ dam \Leftrightarrow 0,04 \times 10\ m = 0,4\ m$

$34\ m = 34 \times 1\ m \Leftrightarrow 34 \times \frac{1}{10}\ dam = \frac{34}{10} = 3,4\ dam$

$2\ dm = 2 \times 1\ dm \Leftrightarrow 2 \times \frac{1}{10}\ dm = \frac{2}{10} = 0,2\ m$

3. Cálculo do perímetro:
Perímetro do trapézio = $5,5cm + 3,5cm + 3,5cm + 3,5cm = 16\ cm$
Perímetro do círculo = $2\pi r = 2 \times 3,14 \times 6,5cm = 40,82\ cm$

4. Área de figuras geométricas:
a) Área do paralelogramo = $7,5cm \times 3,5cm = 26,25\ cm2$
b) Área do triângulo = $\frac{4,5cm \times 4,5\ cm}{2} = \frac{20,25\ cm2}{2} = 10,125\ cm2.$

5. Complete as equivalências:

$1\ dam2 \Longleftrightarrow 100\ m2$

$1\ hm2 \Longleftrightarrow 10\ 000\ m2$

$0,45\ dm2 = 0,45 \times 1\ dm2 \Leftrightarrow 0,45 \times \frac{1}{100}\ m2 = \frac{0,45}{100} = 0,0045\ m2$

$5\ hm2 = 5 \times 1\ hm2 \Leftrightarrow 5 \times \frac{1}{100}\ km2 = \frac{5}{100} = 0,05\ km2$

$2\ km2 = 2 \times 1\ km2 \Leftrightarrow 2 \times 1000000m2 = 2\ 000\ 000\ m2$

6. Efetue as operações com medidas:
a) $45\ ha \Leftrightarrow 4500a$; $340\ ha \Leftrightarrow 34\ 000\ a$
$3a + 4500a + 1200a + 34000a = 39\ 703\ a$
b) $15\ hm2 \Leftrightarrow 15\ ha$; $4a \Leftrightarrow 0,04ha$; $528\ dam2 \Leftrightarrow 5,28hm2 \Leftrightarrow 5,28ha$
$15\ ha - 0,04ha + 5,28\ ha + 2ha = 22,32ha - 0,04ha = 22,28\ ha$

7. Resolva os problemas:

a) 450 km ÷ 50 km = 9 horas

b) Perímetro do retângulo = 2 x 25m + 2 x 45m = 140m

5 fios: 140m x 5 = 700m de arame.

8. 5,85 ha + 7 ha = 12,85 ha ; ou

585 a + 700 a = 1 285 a.

9. 50 km ⟺ 5 000 dam

5 000 dam ÷ 10 dam = 500 árvores.

500 + 1 = 501 árvores.

(Podem ser aceitas as duas respostas: 500 ou 501 árvores).

10. 15cm x 12cm = 180 cm2

90 m2 ⟺ 90 x 1 m2 ⟺ 90 x 10 000 cm2 = 900 000 cm2

900 000 cm2 ÷ 180 cm2 = 5 000 ladrilhos.

GABARITO DO PÓS - TESTE - Nível de Suporte

Município: ______________________________ Data da correção __________

Cursista: ____

Nº do Módulo: 58 Porcentagem: __________

1. Completamento:

	ORDENS						
SÍMBOLO	km2	hm2	dam2	m2	dm2	cm2	mm2
VALORES	1000000 m2	10000 m2	100 m2	1 m2	$\frac{1}{100}$ m2	$\frac{1}{10000}$ m2	$\frac{1 \text{ m2}}{1000000}$
MEDIDAS AGRÁRIAS		ha	a	ca			

2. COMPLETE AS EQUIVALÊNCIAS:

2,4 dam = 2,4 x 1 dam ⟺ 2,4 x 10m = 24 m

52 km = 52 x 1 km ⟺ 52 x 1000m = 52000 m

1250 cm = 1250 x 1 cm ⟺ 1250 x $\frac{1}{100}$ m = $\frac{1250}{100}$ = 12,5m ou 12,50 m

0,48 dm = 0,48 x 1 dm ⟺ 0,48 x $\frac{1}{10}$ m = $\frac{0,48}{10}$ = 0,048 m

3. Calcule o perímetro:

a) Perímetro do losango:

7dm + 7dm + 7dm + 7dm = 28dm ou 4 x 7dm = 28 dm

b) Perímetro do círculo:

$C = 2\pi r$ = 2 x 3,14 x 4,5m = 28,26 m

4. A distância de Curitiba a São Paulo é 400 km.

De São Paulo a Brasília é 1 200 km.

De São Paulo a Brasília fará o percurso em 24 horas.

1 200 km ÷ 50 km = 24 horas.

5. 22,7 km ⟺ 22700 m

22700m - 20 000 m = 2 700 m

6. Calcule a área do triângulo e a do trapézio:

a) Área do triângulo:

$$\frac{5 \text{ m} \times 6 \text{ m}}{2} = \frac{30 \text{ m2}}{2} = 15 \text{ m2}$$

b) Área do trapézio.

$\frac{(6cm + 3,5cm) \cdot 4cm}{2} = \frac{9,5\ cm \cdot 4\ cm}{2} = \frac{38\ cm2}{2} = 19\ cm2$

7. Complete as equivalências:

25 dam2 = 25 x 1 dam2 $\Leftrightarrow$ 25 x 100 m2 = 2 500m2

0,48 m2 = 0,48 x 1 m2 $\Leftrightarrow$ 0,48 x 10000 cm2 = 4 800cm2

12 cm2 = 12 x 1 cm2 $\Leftrightarrow$ 12 x $\frac{1}{10000}$ m2 = $\frac{12}{10000}$ m2 = 0,0012m2

5,48 dm2 = 5,48 x 1 dm2 $\Leftrightarrow$ 5,48 x $\frac{1}{100}$ m2 = $\frac{5,48}{100}$ m2 = 0,0548m2

Resolva os problemas.

a) 4m x 5m = 20 m2

20m2 $\Leftrightarrow$ 2 000 dm2

2 000 dm2 ÷ 1,60 dm2 = 1 250

Resposta. Usaríamos 1 250 ladrilhos

b) 1,2 dam $\Leftrightarrow$ 12 m

12m x 8m = 96m2

Resposta. O salão tem 96 m2.

Escreva em linguagem corrente.

25,82 hm2: Vinte e cinco hectômetros quadrados e oitenta e dois decâmetros quadrados.

0,45 km2: Zero quilômetros quadrados e quarenta e cinco hectômetros quadrados.

470,028 m: Quatrocentos e setenta metros e vinte e oito milímetros.

28,45 ha: Vinte e oito hectares e quarenta e cinco ares.

A afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F) ?

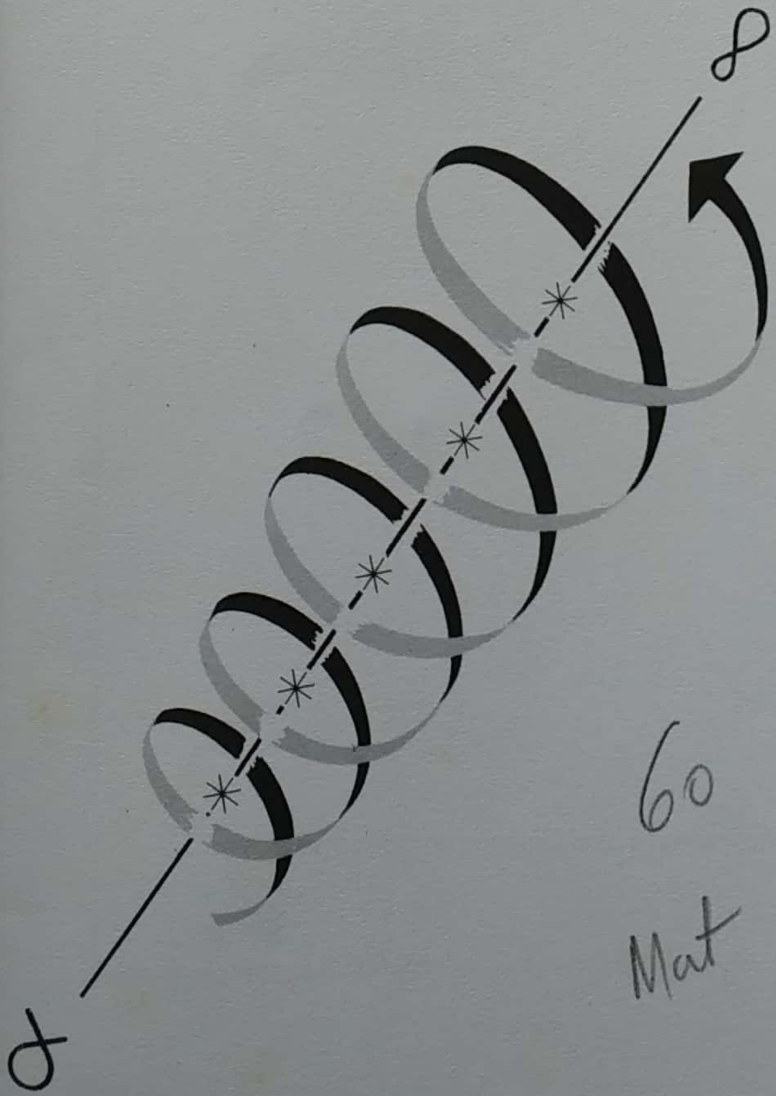
a. (V)
b. (V)
c. (F)
d. (V)
e. (V)
f. (F)

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado

15

MEC – DEF
SEEC – CETEPAR

PROJETO HAPRONT



60

Mat

ESTADO DO PARANÁ

GOVERNO JAYME CANET JUNIOR

SECRETARIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CULTURA

PROFESSOR FRANCISCO BORSARI NETTO

CENTRO DE TREINAMENTO DO MAGISTÉRIO DO ESTADO DO PARANÁ

CETEPAR

Projeto "HAPRONT"

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura tem como um dos seus objetivos prioritários, a implantação de uma política global de desenvolvimento de recursos humanos, através da qual pretende assegurar a melhoria da produtividade dos sistemas de ensino.

Nesse sentido, está promovendo a experimentação de um modelo curricular de habilitação de professores que se constitui em um instrumento de busca de melhores padrões para a formação profissional. Em resposta a uma realidade que desafia os meios do ensino convencionais, esse modelo adota uma metodologia de educação à distância, sendo veiculado por uma série de 250 módulos de ensino. Este é um dos módulos dessa série.

Cada módulo é uma unidade composta de:objetivos, pré-teste, procedimentos e atividades básicas, pós-teste; procedimentos e atividades de suporte, pós-teste;procedimentos e atividades de enriquecimento.

Os módulos são encaminhados aos professores - cursistas para serem estudados em seus locais de trabalho. Por esse processo deverão ser habilitados a nível de 2º grau, professores não titulados em exercício em classes de 1ª e 4ª séries.

SUBPROJETO 13.1 do Plano Setorial de Educação e Cultura 75/79: CAPACITAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS para o Ensino de 1º grau - Código Orçamentário 4502.08.42.217.2.023.

O projeto está sendo executado pela Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Paraná, através do Cetepar, com o nome de Projeto "HAPRONT" (Habilitação de Professores não titulados), em 11 municípios, atingindo 1.100 professores não titulados.

Os resultados alcançados nesta etapa permitirão, num futuro próximo, subsidiar outras U.F. na organização de cursos de habilitação pelo mesmo processo.

CIÊNCIAS

MÓDULO Nº 60

OPERANDO COM NÚMEROS

ELABORAÇÃO: CLÉLIA TAVARES MARTINS

TÍTULO : OPERANDO COM NÚMEROS

I - ASSUNTO : RAZÕES E PROPORÇÕES

II - MATÉRIA : CIÊNCIAS

- DISCIPLINA : MATEMÁTICA

III - PRÉ-REQUISITOS : TER DOMINADO O CONTEÚDO DO MÓDULO 9.4

IV - OBJETIVO GERAL

Valer-se de métodos e processos científicos para a resolução de problemas.

OBJETIVO TERMINAL

Operar com números resolvendo problemas e utilizando as propriedades e técnicas operatórias com precisão.

OBJETIVOS OPERACIONALIZADOS

1. Armar corretamente razões para representar a comparação de quantidade de duas grandezas.
2. Aplicar convenientemente as razões na resolução de problemas de densidade, densidade demográfica, velocidade média, escalas e médias aritméticas.
3. Empregar adequadamente as proporções na resolução de problemas.

V - PRÉ-TESTE

Antes de proceder à leitura do presente módulo, é indispensável que você se submeta a este Pré-teste. Se não souber responder alguma questão, estude-o com todo o interesse e carinho para dominar integralmente o seu conteúdo e tornar-se apto a nova prova. Se acertar todas as questões, leia-o também, não só com o intuito de confirmar como de ampliar seus conhecimentos sobre o assunto aqui explanado.

Preste atenção nas perguntas que seguem e, com calma e desejo de acertar, dê as respostas cabíveis.

Boa sorte!

RESOLVA OS PROBLEMAS E MARQUE COM "X" NOS PARÊNTESES CADA ALTERNATIVA QUE CORRESPONDA COM A SUA RESPOSTA.

1. Um avião voou 1200 km em 3 horas. A velocidade média desenvolvida foi:

( ) a - 400 km/h
( ) b - 1200 km/h
( ) c - 800 km/h
( ) d - 1600 km/h

2. Um automóvel consome 12 litros de gasolina em 100 km. Dê a "razão" do consumo de litros por quilômetros.

( ) a - $\frac{10}{12}$ ℓ/km
( ) b - 1,0 ℓ/km
( ) c - 2,1 ℓ/km
( ) d - 0,12 ℓ/km

3. Calcule a densidade do vidro, sabendo-se que 20 dm3 dessa massa pesam 50 kg.

( ) a - 2,10 kg/dm^3

( ) b - 50,20 kg/dm^3

( ) c - 2,5 kg/dm^3

( ) d - 1,20 kg/dm^3

4. Se a escala de um mapa é 1:16 000 000, a quantos quilômetros correspondem cada 1 cm?

( ) a - 16 km

( ) b - 160 km

( ) c - 1 600

( ) d -16.000 km

5. Uma classe tem 32 alunos. Num dia de chuva faltaram 12 deles. Qual a razão que representa o número de alunos presentes?

( ) a - $\frac{20}{32}$

( ) b - $\frac{32}{20}$

( ) c - $\frac{12}{32}$

( ) d - $\frac{32}{12}$

6. A quarta proporcional de 3;5; e 9 é:

( ) a - 27

( ) b - 15

( ) c - 45

( ) d - 21

7. O valor de X na "proporção" $\frac{7}{x} = \frac{21}{9}$ é:

( ) a - 3

( ) b - 6

( ) c - 9

( ) d - 8

8. Qual é a média aritmética destas notas escolares: 7,5;8,2;9,6;6,7.?

( ) a - 7,8

( ) b - 8,2

( ) c - 8,0

( ) d - 8,4

9. Um satélite artificial dá uma volta em torno da terra em 20 minutos. Quantas voltas dará em 1h 30 min?

( ) a - 3,5

( ) b - 4

( ) c - 4,5

( ) d - 5

10. Calcule a média proporcional de $\frac{18}{x} = \frac{x}{2}$

( ) a - 36

( ) b - 18

( ) c - 6

( ) d - 12

GABARITO DO PRÉ-TESTE

No quadro abaixo estão marcadas com X as respostas às questões do Pré-teste:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	X				X		X			
b				X		X				
c			X					X	X	X
d		X								

VI - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES

ESTUDO DAS RAZÕES E PROPORÇÕES

CONCEITO DE RAZÃO

Sempre que se compara a quantidade de duas grandezas o resultado dessa comparação é chamado razão.

RAZÃO DE DUAS GRANDEZAS É O RESULTADO DA COMPARAÇÃO DAS QUANTIDADES DESSAS MESMAS GRANDEZAS.

Vejamos, nos problemas que seguem, exemplos de razão.

Exemplo I - Quantos ladrilhos de $2\ dm^2$ serão precisos para cobrir uma parede de 5m por 3m?

$$5m \times 3m = 15m^2$$

Reduzindo à mesma unidade para operar, temos:

$$15m^2 \Longleftrightarrow 1500dm^2$$

A razão entre as duas grandezas é:

$$\frac{1500\ dm^2}{2\ dm^2} = 750 \text{ ladrilhos.}$$

O quociente 750 é a razão expressa pela fração $\frac{15\ m^2}{2dm^2}$.

Exemplo II - Um avião venceu uma rota de 1200 km em 3 horas. Que velocidade média desenvolveu?

$$\frac{1200\ km}{3\ h} = 400\ km/h$$

400 km/h é a razão expressa pela fração $\frac{1200\ km}{3\ h}$.

RAZÃO POR QUOCIENTE

Comparando duas grandezas, como nos exemplos dados, procuramos saber quantas vezes uma delas contém a outra. Nesse caso, a razão se diz por quociente.

Os dois números que se comparam são chamados termos da razão.

O primeiro é denominado antecedente e o segundo, conseqüente.

Uma razão por quociente não se altera, multiplicando ou dividindo ambos os termos por um mesmo número.

APRENDIZAGEM DE RAZÃO

A apresentação de razão ao escolar merece especial atenção.

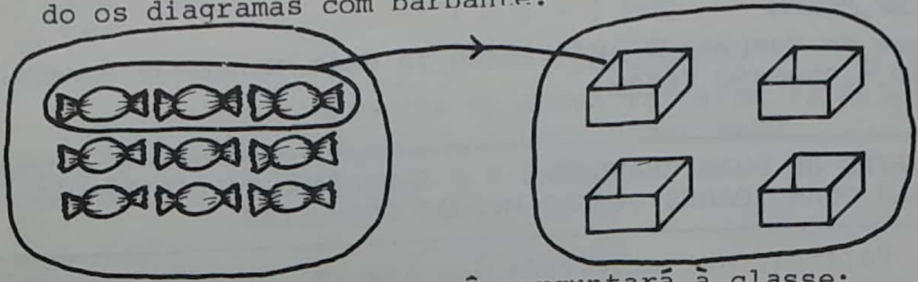
Como a criança não tem o acervo de experiências que você tem sobre contar ou comparar, não lhe é simples a compreensão de razão. Sendo assim, cabe-nos, então, organizar atividades e demonstrações tais que a conduzam de modo lógico a esse entendimento.

Destaquemos neste tópico algumas dessas atividades e demonstrações.

Exemplo I

Material : - Uma dúzia de balas de açúcar.
(Podem ser sementes, grãos, pedrinhas).
- Quatro pequenas caixas vazias.
- Dois pedaços de barbante.

Atividade: - Formar um conjunto de balas e outro de caixas, representando os diagramas com barbante.



Diante desses conjuntos você perguntará à classe:
- QUANTAS BALAS PARA QUANTAS CAIXAS?
- QUANTAS BALAS PARA CADA CAIXA?
- QUANTAS PARA DUAS CAIXAS?
- QUANTAS PARA TRÊS CAIXAS?

Representando em numerais o exercício, resulta:

12 balas ⟶ 4 caixas
3 balas ⟶ 1 caixa
6 balas ⟶ 2 caixas
9 balas ⟶ 3 caixas

Novas atividades você obterá se variar o tanto de balas e caixas, sempre usando um número de elementos divisível pelo de recipientes.

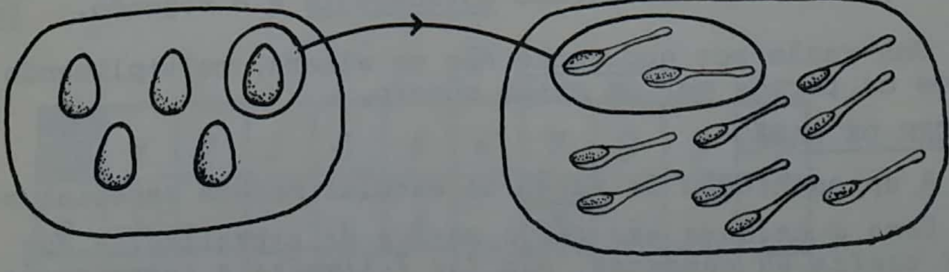
Realizando e compreendendo atividades desse tipo, o aluno é levado a usar intuitivamente as razões, antes mesmo de lhe ser apresentado o novo conhecimento.

Exemplo II

Material : Algumas receitas culinárias.

Atividade : Organizar exercícios com desenhos, formando conjuntos, depois de analisar o conteúdo das receitas, no tocante à quantidade de ingredientes.

Vejamos o texto de uma receita que diga, por exemplo, o seguinte: a) ... para cada ovo, duas colheres de açúcar; ou
b) ... para cada duas colheres de trigo, uma de azeite.



Diante desses conjuntos você perguntará aos alunos:
- PARA 1 OVO QUANTAS COLHERES DE AÇÚCAR?
- PARA 2 OVOS QUANTAS COLHERES DE AÇÚCAR?

(E assim por diante).

Representando em numerais esse exercício, temos:

Ovos	Colheres de açúcar
1 →	2
2 →	4
3 →	6
4 →	8
5 →	10

Em seguida, leve o aluno a observar como são escritas e lidas es-
as relações. Demonstre, por meio da divisão, que o quociente é sempre o
esmo. Denomine esse quociente de <u>razão</u>.

- Escrita das relações: $1:2$ ou $\frac{1}{2}$
- Leitura: Um para dois; um sobre dois; um dividido por dois.
- Demonstrações sobre os quocientes de $1:2$ ou $\frac{1}{2}$; $2:4$ ou $2;3 :6$ ou $\frac{3}{6}$, etc.

$\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{2}{4} = 0,5$ $\frac{3}{6} = 0,5$. O quociente é sempre o mesmo.

- Logo, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ são razões iguais, sendo $\frac{1}{2}$ a razão mais simples.

O aluno irá notar, então, que <u>razão</u> é o resultado de uma compa-
ação de grandezas por divisão.

Pois bem, é por meio de atividades, como as deste exemplo, que
presentamos ao aluno o conhecimento de razões, depois da fase em que ele
s usou intuitivamente.

<u>XERCÍCIO DE APLICAÇÃO</u>

EXERCÍCIO 1

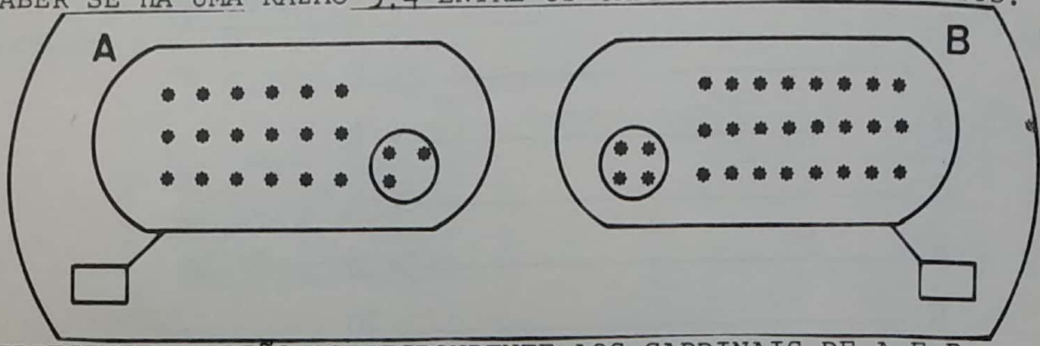
SSINALE COM "V" OU "F" AS ALTERNATIVAS ABAIXO, CONFORME ELAS SEJAM VERDA-
EIRAS OU FALSAS.

- SE VOCÊ OUVISSE ALGUÉM DIZER: "- NA FESTA HAVIA 2 RAPAZES PARA
MOÇAS", poderia afirmar que:

- HAVIA MAIS RAPAZES QUE MOÇAS ( )
- HAVIA MAIS MOÇAS QUE RAPAZES ( )
- PARA 6 MOÇAS HAVIA 4 RAPAZES ( )
- HAVIA APENAS 32 MOÇAS ( )
- PARA CADA 6 RAPAZES HAVIA 9 MOÇAS. ( )

EXERCÍCIO 2

A) CORRESPONDA, "UM A UM", SUBCONJUNTOS DE 3 AOS SUBCONJUNTOS DE 4 PARA SABER SE HÁ UMA RAZÃO 3:4 ENTRE OS CARDINAIS DOS CONJUNTOS.



B) REPRESENTE A RAZÃO CORRESPONDENTE AOS CARDINAIS DE A E B.

C) COMPLETE, DE ACORDO COM OS SUBCONJUNTOS QUE VOCÊ CORRESPONDEU:

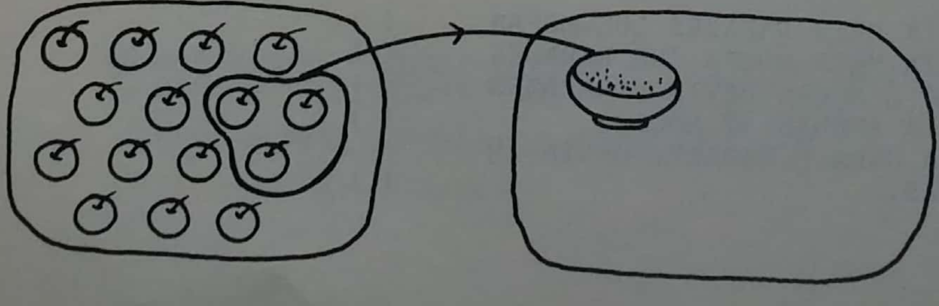
$\frac{3}{4} \Leftrightarrow$ — $\Leftrightarrow$ — $\Leftrightarrow$ — $\Leftrightarrow$ — $\Leftrightarrow$ — $\Leftrightarrow$

EXERCÍCIO 3

A) COMPLETE O QUADRO COLOCANDO COMO RESPOSTA A RAZÃO MAIS SIMPLES.

Número de elementos de A.	Número de elementos de B.	Razão entre os elementos A e B.
10	15	2:3
12	6	—
4	16	—
—	28	1:4
5	—	1:6
—	81	2:9

B) COMPLETE O SEGUNDO CONJUNTO:



Se o aluno conseguir solucionar estes completamentos é sinal de que ele já está à altura de compreender o que é razão e resolver problemas simples sobre a matéria.

EXERCÍCIO 4

UMA COSTUREIRA FEZ 5 CAMISAS PARA CADA DUAS CALÇAS.

a) Qual é a razão entre o número de camisas e calças confeccionadas?
----

b) Qual é a razão entre o número de camisas e peças feitas?
----

c) Quantas camisas e calças ela teria confeccionado ao completar 70 peças?

EXERCÍCIO 5

NO TESTE DE MATEMÁTICA, LÚCIA ACERTOU 29 QUESTÕES E ERROU 25; NO DE COMUNICAÇÃO E EXPRESSÃO ACERTOU 18 DE 25 QUESTÕES DADAS.

a) Qual é a razão que expressa os acertos em Matemática?
----

b) Qual é a razão que indica os acertos em Comunicação e Expressão?
----

c) Em que matéria Lúcia se saiu bem?

EXERCÍCIO 6

NUM COLÉGIO HÁ 600 ALUNAS E 840 ALUNOS MATRICULADOS. A FORMA CONSIDERADA MAIS SIMPLES PARA REPRESENTAR A RAZÃO ENTRE O NÚMERO DE ALUNOS PARA O DE ALUNAS É :

( ) a $\frac{600}{840}$ ( ) c $\frac{840}{600}$ ( ) e $\frac{5}{7}$

( ) b $\frac{300}{420}$ ( ) d $\frac{7}{5}$

NOTA. *Quando o aluno souber armar uma razão é indicação de que ele já está apto a calcular problemas de velocidade média (km/h), densidade demográfica (hab/km²), escalas (1:100), médias, etc.*

VELOCIDADE MÉDIA

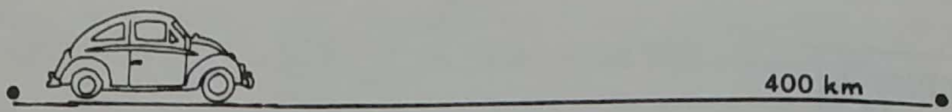
Velocidade é a relação entre um espaço percorrido e o tempo de percurso. Sendo o tempo e o espaço grandezas diferentes, não têm entre si comparação racional. Relacionam-se, pois, os números que medem as partes do espaço percorrido e as partes do tempo gasto em percorrê-lo.

A velocidade é média quando os espaços percorridos não são proporcionais aos tempos gastos em percorrê-los.

Vejamos no problema da página seguinte a velocidade média de um veículo para vencer determinada distância.

Scanned with CamScanner

UM AUTOMÓVEL COBRIU EM 5 HORAS UM TRAJETO DE 400 QUILÔMETROS. QUANTOS QUILÔMETROS POR HORA PERCORREU?



A razão entre a distância em quilômetros e a quantidade de tempo gasto dá-nos a velocidade média.

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância em km}}{\text{tempo em h}} = \frac{400 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$

A representação 80 km/h lê-se: oitenta quilômetros por hora.

EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

EXERCÍCIO 6 A

QUAL É A VELOCIDADE MÉDIA DESENVOLVIDA POR UM TREM QUE PERCORRE 1200 km EM 15 HORAS?

EXERCÍCIO 7

UM ÔNIBUS COBRIU UM PERCURSO DE 800 km EM 18 HORAS, INCLUINDO 3 PARADAS DE 40 MINUTOS. QUAL FOI A VELOCIDADE MÉDIA IMPRIMIDA PELO VEÍCULO?

EXERCÍCIO 8

QUAL É A VELOCIDADE MÉDIA DE UM AVIÃO QUE PARA VOAR UMA ROTA DE 3540 km LEVA 2h E 57min ?

NOTA - 2h 57min $\Longleftrightarrow$ 177min. Como a fórmula é km/h, você tem de usar a fração. $\frac{177}{60}$ h...

DENSIDADE DEMOGRÁFICA

Densidade demográfica é a relação entre a população de um país ou região e a sua superfície; é representada pelo número de habitantes (hab) correspondente a 1km^2. É, portanto, a razão que exprime o número de habitantes por quilômetro quadrado.

Vejamos no problema abaixo a densidade demográfica de determinada região.

SABENDO-SE QUE O ESTADO DO PARANÁ TEM APROXIMADAMENTE UMA SUPERFÍCIE DE 200.000 km^2 e UMA POPULAÇÃO DE 6 000 000 DE HABITANTES, QUAL É A SUA DENSIDADE DEMOGRÁFICA?

A razão entre a população e a superfície dá-nos a densidade demográfica.

$$\boxed{\text{Dens. Demog.} = \frac{\text{População (hab)} \;\; 6\,000\,00}{\text{Superfície (km2)} \;\; 200\,00} = 30 \text{ hab/km}^2}$$

A densidade demográfica do Paraná é de 30 hab/km^2.

A representação 30 hab/km^2 lê-se: trinta habitantes por quilômetro quadrado.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 9

QUANTOS HABITANTES POR QUILÔMETRO QUADRADO TEM UM PAÍS COM UMA ÁREA DE 122 000 km^2 E UMA POPULAÇÃO DE 30 500 000 habitantes?

EXERCÍCIO 10

QUAL É A DENSIDADE DEMOGRÁFICA DE UM MUNICÍPIO COM 12 000 km^2 E UMA POPULAÇÃO DE 156 000 HABITANTES?

EXERCÍCIO 11

O BRASIL TEM, APROXIMADAMENTE, 8 500 000 km^2 E 102 000 000 DE HABITANTES. QUAL É A SUA DENSIDADE DEMOGRÁFICA?

DENSIDADE DE UM CORPO

Um bloco de gelo e um bloco de chumbo de mesmo tamanho (volumes iguais) têm massas diferentes (gelo pesa menos que o chumbo). Dizemos que a densidade do gelo é menor que a do chumbo.

> DENSIDADE OU MASSA ESPECÍFICA É A RAZÃO ENTRE QUANTIDADE DE MASSA DE UM CORPO E A QUANTIDADE DE SEU VOLUME.
> SEGUNDO ISTO, $D = \frac{M}{V}$ OU $\frac{\text{MASSA EM kg}}{\text{VOLUME EM dm}^3}$ OU $\frac{\text{MASSA EM g}}{\text{VOLUME EM cm}^3}$

Vajamos, a seguir, como calcular a densidade de um corpo.

Exemplo I

SE 40 LITROS DE PETRÓLEO PESAM 32kg, QUAL É A DENSIDADE DESSA SUBSTÂNCIA?

$$D = \frac{M}{V} = \frac{32 \text{ km}}{40 \text{ dm}^3} = 0{,}8 \text{ km/dm}^3$$

Exemplo II

QUAL É A DENSIDADE DA ÁGUA DESTILADA, SABENDO-SE QUE 1dm^3 DESSE LÍQUIDO PESA 1kg?

$$D = \frac{M}{V} = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 1 \text{ kg/dm}^3$$

Exemplo III

SE A DENSIDADE DO PETRÓLEO É $0{,}8 \text{ km/dm}^3$ E A DA ÁGUA DESTILADA É 1 kg/dm^3 QUAL DESSES CORPOS É O DE MENOR DENSIDADE?

Resposta: $0{,}8 < 1$. O petróleo tem menor densidade que a água.

DENSIDADE MENOR OU MAIOR

Conforme sua densidade, certos corpos mergulhados na água afundam ou flutuam. Afundam os com densidade maior que 1kg/dm^3 (densidade da água); flutuam os com densidade menor que 1kg/dm^3, como por exemplo o petróleo, cuja densidade, como já vimos, é $0{,}8 \text{km/dm}^3$.

DENSIDADE DE ALGUMAS SUBSTÂNCIAS

PLATINA	$21{,}5 \text{ kg/dm}^3$	FERRO	$7{,}8 \text{ kg/dm}^3$
OURO	$19{,}3 \text{ kg/dm}^3$	ALUMÍNIO	$2{,}7 \text{ kg/dm}^3$
MERCÚRIO	$13{,}6 \text{ kg/dm}^3$	LEITE	$1{,}03 \text{ kg/dm}^3$
CHUMBO	$11{,}4 \text{ kg/dm}^3$	ÁLCOOL	$0{,}8 \text{ kg/dm}^3$
COBRE	$8{,}9 \text{ kg/dm}^3$	PINHO	$0{,}6 \text{ kg/dm}^3$

EXERCÍCIO 12

a) QUAL É A DENSIDADE DE UMA BARRA DE FERRO DE 90 cm X 5 cm X 1 cm QUE PESA 3,510 kg ?

b) UM RECIPIENTE, COM A CAPACIDADE DE 6 LITROS DE AZEITE, CONTÉM 2/3 DESSE ÓLEO. VAZIO, O RECIPIENTE PESA 1,4 kg E COM O ÓLEO, 5 kg. QUAL É A DENSIDADE DO AZEITE?

c) QUAL É A DENSIDADE DA PRATA SE 0,105 kg CORRESPONDEM A 10 cm^3? (Resposta em kg/dm^3).

EXERCÍCIO 13

DAR A DENSIDADE DAS SEGUINTES SUBSTÂNCIAS:

	Substâncias	Massa	Volume
a)	Vidro	50 kg	20 dm^3
b)	Diamante	35 000 g	10 dm^3
c)	Zinco	350 g	50 cm^3
d)	Mercúrio	68 g	5 cm^3

DENSIDADE DO VIDRO: -----------------------

DENSIDADE DO DIAMANTE: --------------------

DENSIDADE DO ZINCO: -----------------------

DENSIDADE DO MERCÚRIO: --------------------

CONCEITO DE ESCALA

ESCALA É A RAZÃO ENTRE A MEDIDA GRÁFICA E A MEDIDA REAL

É usada nos desenhos de mapas geográficos, nas plantas de casas, de pontes, represas, em representações de figuras geométricas, etc.

Você já conhece e usou escalas quando estudou este assunto em módulo anterior.

Vejamos estes exemplos:

a) SE A DISTÂNCIA DE SÃO PAULO A BRASÍLIA É DE 1 200 km E NUM MAPA GEOGRÁFICO VOCÊ A REPRESENTA POR 12cm, A ESCALA É:

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida gráfica}}{\text{medida real}} = \frac{12\text{cm}}{1\,200\text{km}} = \frac{\overset{1}{\cancel{12}}\text{cm}}{\underset{10\,000\,000\text{ cm}}{\cancel{12}0\,000\,000\text{ cm}}} = \frac{1}{10\,000\,000}$$

Escala = 1:10 000 000, que se lê: 1 para cada 10 milhões, o que significa que cada unidade aplicada ao desenho vale, na realidade, 10 milhões dessas unidades.

b) SE NA PLANTA DE UMA CASA UM CORREDOR TEM A MEDIDA DE 3,5cm E A ESCALA É 1:100, ISTO QUER DIZER QUE CADA CENTÍMETRO (cm) DO DESENHO VALE 100cm NA MEDIDA REAL.

Logo, $3{,}5\text{cm} \longrightarrow 3{,}5 \times 100 = 350\text{cm} \Longleftrightarrow 3{,}50\text{m}$.

O corredor tem 3,5m de comprimento.

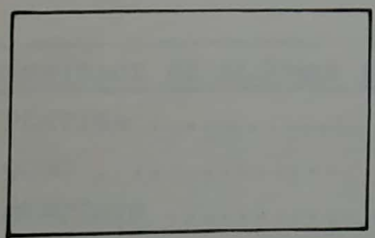
c) UM SEGMENTO DE RETA COM 36mm NUMA ESCALA 1:10 000 VALE:
$36\text{mm} \times 10\,000 = 360\,000\text{mm} = 360\text{m}$.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 14

a) QUAL É A ESCALA EMPREGADA NO DESENHO DE UM MAPA GEGRÁFICO SE 1cm REPRESENTA 200km DE MEDIDA REAL?

b) NA FIGURA ABAIXO, CADA CENTÍMETRO (cm) REPRESENTA 10 METROS. QUAL É O PERÍMETRO DESSE RETÂNGULO? QUAL A ESCALA EMPREGADA PARA O DESENHO?



c) SABENDO-SE QUE NUM MAPA GEOGRÁFICO 5dm REPRESENTAM A DISTÂNCIA DE 25km, QUAL FOI A ESCALA EMPREGADA NESSE DESENHO?

PROPORÇÃO

PROPORÇÃO É A SENTENÇA MATEMÁTICA QUE INDICA A IGUALDADE DE DUAS RAZÕES (POR QUOCIENTE).

Exemplo: 2:3::3:6 ou $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Quando dizemos $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ referimo-nos aos quocientes das divisões, isto é, às razões, que são realmente iguais.

Vejamos:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \hline 20 & 0{,}666... \\ 20 & \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 6 \\ \hline 40 & 0{,}666... \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

Duas razões iguais formam, pois, uma <u>proporção</u>.

Exemplo: $\frac{4}{5} = 0{,}8$ $\qquad \frac{12}{15} = 0{,}8$

$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ $\qquad$ 4:5::12:15

Essa proporção formada lê-se assim: quatro está para cinco, assim como doze está para quinze.

TERMOS DA PROPORÇÃO

Uma proporção tem quatro termos:

a) os extremos; 4:5::12:15

b) os meios.

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL

Numa proporção você pode observar que "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos".

3:7::12:28 $\qquad 3 \times 28 = 84$

$\qquad 7 \times 12 = 84$

Essa característica é chamada "propriedade fundamental das proporções". Trata-se de propriedade indispensável, pois por meio dela você pode verificar se a proporção está correta.

Vejamos:

2 : 6 :: 5 : 15 $\qquad 2 \times 15 = 30$; $6 \times 5 = 30$

4 : 12 :: 6 : 18 $\qquad 4 \times 18 = 72$; $12 \times 6 = 72$

5 : 9 :: 6 : 11 $\qquad 5 \times 11 = 55 \leftarrow$; $9 \times 6 = 54 \leftarrow$

Esta última sentença matemática não é uma igualdade, portanto não é uma proporção.

CÁLCULO DO TERMO DESCONHECIDO

Para calcular o valor do termo desconhecido de uma proporção, aplicamos a "propriedade fundamental" e resolvemos a igualdade resul tante dessa aplicação.

Exemplo I: $\frac{4}{6} = \frac{32}{x}$

Aplicando-se "propriedade fundamental da proporção" (p.f.p.), resulta: $4x = 6 \times 32$

$x = \frac{192}{4}$

$x = 48$ (4º termo da proporção).

Exemplo II: $\frac{2}{x} = \frac{12}{18}$

p.f.p. $12x = 2 \times 18$

$x = \frac{36}{12}$

$x = 3$ (2º termo da proporção).

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 15

COMPLETE, USANDO OS SINAIS $=$ OU $\neq$ ENTRE AS RAZÕES:

a) $\frac{3}{5}\ \frac{12}{20}$ b) $\frac{6}{7}\ \frac{30}{42}$ c) $\frac{3}{2}\ \frac{15}{10}$

EXERCÍCIO 16

COLOQUE O TERMO QUE FALTA PARA FORMAR A PROPORÇÃO:

a) $\frac{2}{3} = \frac{\_\_}{9}$ b) $\frac{12}{15} = \frac{\_\_}{5}$ c) $\frac{\_\_}{8} = \frac{5}{20}$

EXERCÍCIO 17

COMPLETAMENTO E CÁLCULO.

a) Se o termo desconhecido de uma proporção é um dos extremos, determina-lo multiplicando os meios e dividindo pelo _________ conhecido.

b) Se o termo desconhecido de uma proporção é um dos meios determina-lo, multiplicando os extremos e dividindo pelo __________ conhecido.

c) Calcule o valor de X em a e em b:

a) $\frac{3}{5} = \frac{15}{x}$ b) $\frac{2}{x} = \frac{14}{21}$

QUARTA PROPORCIONAL

Sendo dados três números, existe sempre um quarto número que formará, com os números dados, uma proporção.

Exemplo: 5;2 e 20

$\frac{5}{2} = \frac{20}{x}$ p.f.p. $5x = 2 \times 20$

$x = \frac{40}{5}$

$x = 8$

Verificando: 5:2::20:8

$5 \times 8 = 40$

$2 \times 20 = 40$

MÉDIA PROPORCIONAL

Quando os meios de uma proporção são iguais, a proporção toma o nome de média proporcional.

Exemplos: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$; $\frac{8}{12} = \frac{12}{18}$; $\frac{81}{27} = \frac{27}{9}$

Quando os meios de uma proporção são desconhecidos, dizemos que vamos calcular a "média proporcional".

Exemplo I:

$\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$

$x^2 = 4 \times 9$

$x = \sqrt{36}$

$x = 6$

Verificando:

$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

$4 \times 9 = 36$

$6 \times 6 = 36$

Exemplo II:

$\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$

$x^2 = 9 \times 16$

$x = \sqrt{144}$

$x = 12$

Verificando:

$\frac{9}{12} = \frac{12}{16}$

$9 \times 16 = 144$

$12 \times 12 = 144$

TERCEIRA PROPORCIONAL

Quando procuramos o extremo desconhecido de uma "média proporcional", dizemos que buscamos a "terceira proporcional".

Exemplo I:

$\frac{18}{27} = \frac{27}{x}$ $\qquad x = \frac{(27)^2}{18} = \frac{729}{18} = 40{,}5$

$x = 40{,}5$ (40,5 é a terceira proporcional)

Exemplo II:

$\frac{x}{12} = \frac{12}{18}$ $\qquad x = \frac{(12)^2}{18} = \frac{144}{18} = 8$

$x = 8$ (8 é a terceira proporcional)

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

No seu caderno, resolva os exercícios que seguem:

EXERCÍCIO 18

DISPONHA OS NÚMEROS 6,8,4,12, DE MODO A FORMAR UMA PROPORÇÃO EM QUE 6 SEJA O PRIMEIRO TERMO.

EXERCÍCIO 19

ELIMINE A PORPORÇÃO ARMADA ERRONEAMENTE:

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; $\frac{2}{6} = \frac{4}{3}$; $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

EXERCÍCIO 20

QUAL É A 4a. PROPORCIONAL A 2;5 E 6?

EXERCÍCIO 21

CALCULE A MÉDIA PROPORCIONAL ENTRE:

a) 4 e 9

b) 4 e 16

EXERCÍCIO 22

DETERMINE A 3a. PROPORCIONAL A:

a) 2 e 8

b) 4 e 6

EXERCÍCIO 23

CALCULE O VALOR DE X:

a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$ b) $\frac{8}{12} = \frac{x}{6}$ c) $\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$

d) Achar a 4a. proporcional entre:

$4\frac{1}{2}$; $6\frac{3}{4}$; 8

MÉDIA ARITMÉTICA E MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

MÉDIA ARITMÉTICA

A MÉDIA ARITMÉTICA DE VÁRIOS NÚMEROS É IGUAL À SOMA DESSES NÚMEROS DIVIDIDA PELO NÚMERO DE PARCELAS.

EXEMPLOS:

UM AUTOMÓVEL COBRIU UM TRAJETO PERCORRENDO POR HORA A SEGUINTE QUILOMETRAGEM: 30,70,55,80,75 E 20 km/h. QUAL FOI A MÉDIA DAS VELOCIDADES DESENVOLVIDA?

$$m.a. = \frac{30 + 70 + 55 + 80 + 75 + 20}{6} = \frac{330}{6} = 55 \text{ km/h}$$

A velocidade média desenvolvida foi de 55 km/h

UM ESTUDANTE TEVE AS SEGUINTES MÉDIAS NOS BIMESTRES: 8,6 ; 4,8 ; 9,3 ; 7,3. QUAL FOI A SUA MÉDIA ANUAL?

$$m.a. = \frac{8,6 + 4,8 + 9,3 + 7,3}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

A média anual foi 7,5.

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

Na média aritmética ponderada, os vários números a serem somados são multiplicados por valores (pesos) previamente determinados.

Exemplo I

UM PROFESSOR APLICOU UMA PROVA A SEUS ALUNOS, DEPOIS DE SOLICITAR-LHES DOIS TRABALHOS ESCOLARES. PARA O PRIMEIRO TRABALHO DEU PESO (VALOR) 2; AO SEGUNDO, PESO 3; À PROVA DEU PESO 5. QUAL FOI A NOTA MÉDIA DE UM ALUNO QUE TIROU 6,5 NO PRIMEIRO TRABALHO; 7,0, NO SEGUNDO; 5,0 NA PROVA ?

$6,5 \times 2 = 13$; $7 \times 3 = 21$; $5 \times 5 = 25$

O peso 2 indica que a nota 6,5 deve ser tomada duas vezes. O peso 3 indica que a nota 7 deve ser tomada três vezes e a nota 5, tomada 5 vezes. É como se fossem 10 notas:

$6,5 + 6,5 + 7 + 7 + 7 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Assim, $\frac{(6,5 \times 2) + (7 \times 3) + (5 \times 5)}{10}$

$$\frac{13 + 21 + 25}{10} = \frac{59}{10} = 5,9$$

Média aritmética ponderada (m.a.p.): 5,9

Exemplo II

UM PROFESSOR APLICOU EM SUA CLASSE TRÊS PROVAS QUINZENAIS E UMA NO FINAL DO BIMESTRE, FIXANDO O PESO 2 PARA CADA UMA DAS TRÊS PRIMEIRAS, E O PESO 1 PARA A ÚLTIMA. QUE MÉDIA DE BIMESTRE ALCANÇOU UM ALUNO QUE OBTEVE 4,5 ; 5,7 ; 6,4 E 7,5, RESPECTIVAMENTE?

Notas		Pesos		
4,5	x	2	=	9,0
5,7	x	2	=	11,4
6,4	x	2	=	12,8
7,5	x	1	=	7,5
		7		40,7

$$m.a.p. = \frac{40,7}{7} = 5,8$$

Média aritmética ponderada (m.a.p.):5,8

> A MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA É IGUAL À SOMA DOS PRODUTOS DE CADA NÚMERO PELO SEU PESO, DIVIDIDA PELA SOMA DOS PESOS.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

EXERCÍCIO 24

EMPREGUE AS PROPORÇÕES NA RESOLUÇÃO DESTES PROBLEMAS:

a) MÁRCIA TECE NUM MÊS 150 METROS DE RENDA; JACIRA FAZ 80 METROS. PARA CADA 15 METROS QUE A PRIMEIRA TECE, QUANTOS A OUTRA FAZ?

b) LUCIANA PAGOU Cr$ 7,50 POR ALGUMAS FRUTAS QUE SÃO VENDIDAS A Cr$ 2,50 CADA 8 DELAS. QUANTAS FRUTAS ELA COMPROU?

c) MARIA FEZ NUM MÊS 112 ROSETAS DE CROCHÊ E CERES, 48. SE MARIA FEZ 7 ROSETAS POR SEMANA, QUANTAS FEZ CERES NA MESMA PROPORÇÃO?

d) QUANTO PAGAREI POR 9 MAÇÃS SE CUSTA CADA DUAS DELAS Cr$ 4,50?

EXERCÍCIO 25

a) MARIA OBTEVE AS SEGUINTES NOTAS EM MATEMÁTICA: 4,5 ; 6,8 ; 7,5 E 8,6. QUAL FOI A MÉDIA ARITMÉTICA DE SUAS NOTAS?

b) NUM COLÉGIO, A 1a. E 2a. NOTAS DE BIMESTRE TÊM PESO 2 E AS DOS OUTROS BIMESTRES, PESO 3. SE MARCELO OBTEVE 4,5 ;6,7 ;5,9 E 7,3, QUAL FOI A MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA DE SUAS NOTAS?

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

Você deve estar lembrado de que multiplicando ambos os termos de uma fração irredutível pela série dos números naturais ($\neq 0$) obtemos uma classe de equivalência.

Vejamos o que sucede numa classe de equivalência como, por exemplo, a de $\frac{3}{4}$.

$$\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}, \frac{24}{32}, \ldots\right\}$$

Tomemos ao acaso duas dessas frações: $\frac{6}{8}$ e $\frac{15}{20}$: Somando entre si os seus numeradores e denominadores, obtemos fração que pertence à mesma classe de equivalência: $\frac{6+15}{8+20} = \frac{21}{28}$

Façamos o mesmo com duas razões. Somando os antecedentes entre si, bem como os conseqüentes, resulta uma nova razão igual às primeiras.

Exemplo I $\quad \frac{7}{4}; \frac{14}{8} \longrightarrow \frac{7+14}{4+8} = \frac{21}{12}$

Verificando: $\frac{7}{4} = 1,75 \quad \frac{14}{8} = 1,75 \quad \frac{21}{12} = 1,75$

Exemplo II

$\frac{2}{3}; \frac{6}{9} \longrightarrow \frac{2+6}{3+9} = \frac{8}{12}$

$\frac{2}{3} = 0,333\ldots \quad ; \frac{6}{9} = 0,333\ldots \quad ; \frac{8}{12} = 0,333\ldots$

Se você fizer o mesmo, aplicando a subtração, obterá também uma razão igual às primeiras.

Exemplo III

$\frac{18}{24} = \frac{12}{16}; \frac{18-12}{24-16} = \frac{6}{8}; \frac{18}{24} = \frac{12}{16} = \frac{6}{8}$

Daí concebermos as propriedades das proporções.

1a. PROPRIEDADE - A SOMA OU A DIFERENÇA DOS ANTECEDENTES ESTÁ PARA A SOMA OU A DIFERENÇA DOS CONSEQÜENTES, ASSIM COMO QUALQUER ANTECEDENTE ESTÁ PARA O SEU CONSEQÜENTE.

Exemplo:

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{20} \qquad \frac{6+15}{8+20} = \frac{6}{8};\ \frac{21}{28} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{6+15}{8+20} = \frac{15}{20};\ \frac{21}{28} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{6}{8} \qquad \frac{15-6}{20-8} = \frac{6}{8};\ \frac{9}{12} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{15-6}{20-8} = \frac{15}{20};\ \frac{9}{12} = \frac{15}{20}$$

NOTA - Os termos podem ser trocados de lugares: meios com meios; extremos com extremos.

Exemplo:

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{20};\ \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \qquad \frac{6}{8} = \frac{15}{20};\ \frac{20}{8} = \frac{15}{6}$$

Os termos podem ser transpostos:

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{20};\ \frac{15}{20} = \frac{6}{8} \qquad \frac{6}{8} = \frac{15}{20} \qquad \frac{8}{6} = \frac{20}{15}$$

2a. PROPRIEDADE - A SOMA OU A DIFERENÇA DOS DOIS PRIMEIROS TERMOS DE UMA PROPORÇÃO ESTÁ PARA O PRIMEIRO, ASSIM COMO A SOMA OU A DIFERENÇA DOS DOIS ÚLTIMOS ESTÁ PARA O TERCEIRO.

Exemplo:

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{20} \qquad \frac{20}{15} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{6+8}{6} = \frac{15+20}{15} \qquad \frac{20-15}{20} = \frac{8-6}{8}$$

$$\frac{14}{6} = \frac{35}{15} \qquad \frac{5}{20} = \frac{2}{8}$$

3a. PROPRIEDADE - A SOMA OU A DIFERENÇA DOS DOIS PRIMEIROS TERMOS ESTÁ PARA O SEGUNDO, ASSIM COMO A SOMA OU A DIFERENÇA DOS DOIS ÚLTIMOS TERMOS ESTÁ PARA O QUARTO.

Exemplo:

$$\frac{16}{12} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{16+12}{12} = \frac{8+6}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{16-12}{12} = \frac{8-6}{6}$$

$$\frac{28}{12} = \frac{14}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{12} = \frac{2}{6}$$

4a. PROPRIEDADE - O PRODUTO DOS ANTECEDENTES ESTÁ PARA O PRODUTO DOS CONSEQÜENTES, ASSIM COMO O QUADRADO DE QUALQUER ANTECEDENTE ESTÁ PARA O QUADRADO DE SEU CONSEQÜENTE.

Exemplo:

$$\frac{4}{12} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{4 \times 2}{12 \times 6} = \frac{4^2}{12^2}$$

$$\frac{8}{72} = \frac{16}{144}$$

Verificando:

$$\frac{8}{72} = \frac{16}{144}$$

$$8 \times 144 = 72 \times 16$$

$$1152 = 1152$$

APLICAÇÃO DAS PROPRIEDADES

O conhecimento das propriedades das proporções é necessário à resolução de problemas.

Vejamos sua aplicação nos problemas que seguem.

a) ACHE DOIS NÚMEROS CUJA SOMA SEJA 45 E ESTEJAM NA RAZÃO $\frac{2}{3}$.

$$\frac{45}{\square} = \frac{2+3}{3}$$

$$5\square = 3 \times 45$$

$$\square = \frac{3 \times \cancel{45}^{9}}{\cancel{5}_{1}} = 27$$

Os dois = 45

$\square = 27$

Os números são:

27 e 18

Você só poderá resolver este problema aplicando a 1a. ou a 2a. propriedade .

b) ACHE DOIS NÚMEROS CUJA DIFERENÇA SEJA 15 E ESTEJAM NA RAZÃO $\frac{5}{2}$.

$$\frac{15}{\square} = \frac{5-2}{5}$$

$$3\square = 15 \times 5$$

$$\square = \frac{\cancel{15}^{5} \times 5}{\cancel{3}_{1}}$$

$$\square = 25$$

Se o 1º termo é 25;

o 2º é 25 - 15 = 10.

Verificando:

$$\frac{25-10}{25} = \frac{5-2}{5}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

o 1º termo é 25 e o 2º, 10.

VII - PÓS-TESTE

Como você já estudou bastante, este é o momento de verificarmos se já atingiu os objetivos deste módulo. Com seus conhecimentos sobre o assunto aqui explanado e sua experiência como professor, cremos que não lhe será difícil sair-se bem neste Pós-Teste.

Leia com atenção as questões formuladas abaixo, pense bem, reflita, proponha-se a não errar e confiantemente dê as respostas apropriadas.

Boa sorte!

ASSINALE COM UMA CRUZ NO QUADRO DE RESPOSTAS NO FINAL DO PÓS-TESTE, A ALTERNATIVA QUE MELHOR COMPLETA O SENTIDO DA PROPOSIÇÃO.

1. A RAZÃO QUE EXPRIME QUANTOS HABITANTES HÁ POR QUILÔMETRO QUADRADO É CHAMADA:
   a - velocidade média
   b - densidade
   c - densidade demográfica
   d - população relativa

2. UM AUTOMÓVEL PERCORREU 900km EM 15 HORAS. QUAL FOI A VELOCIDADE DESENVOLVIDA POR ESSE CARRO?
   a - 60 km/h
   b - 60 m/s
   c - 80 km/h
   d - 70 m/s

3. SE 1dm³ DE PLATINA TEM A MASSA DE 21,4kg, QUAL É A DENSIDADE DESSE METAL?
   a - 1 kg/dm³
   b - 21,4 kg/dm³
   c - 21,8 kg/dm³
   d - 21 kg

4. A RAZÃO ENTRE UMA MEDIDA NUM DESENHO E A MEDIDA REAL É CHAMADA:
   a - densidade
   b - escala
   c - média
   d - proporção

5. "O PRODUTO DOS MEIOS É IGUAL AO PRODUTO DOS EXTREMOS".
   ESTA PROPRIEDADE É CHAMADA:
   a - comutativa
   b - distributiva
   c - associativa
   d - fundamental

6. UMA INDÚSTRIA PRODUZ 4 FOGÕES DE 3 BOCAS PARA CADA LOTE DE 7 FOGÕES DE 4 BOCAS. QUAL É A RAZÃO ENTRE A PRODUÇÃO DE FOGÕES DE 3 BOCAS E A PRODUÇÃO DE FOGÕES EM GERAL?
   a - $\frac{4}{7}$ b - $\frac{4}{3}$ c - $\frac{4}{11}$ d - $\frac{7}{11}$

7. QUAL É A 4ª PROPORCIONAL DE 5;8 E 15?
   a - 72 b - 2,6 c - 18 d - 24

8. CALCULE O VALOR DE X NA MÉDIA PROPORCIONAL $\frac{9}{x} = \frac{x}{4}$
   a - 36 b - 13 c - 6 d - 3

9. A MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA (M.A.P.) DAS NOTAS DADAS NO QUADRO ABAIXO É:
   a - 6,2
   b - 6,5
   c - 6,8
   d - 7,2

NOTAS	PESOS
4,9	2
5,6	2
7,3	3
8,5	3

10. QUAL É O PREÇO DE 45 BANDEJAS, SABENDO-SE QUE É VENDIDA CADA 3 DELAS A Cr$ 490,00?
   a - Cr$ 735,00
   b - Cr$ 7 350,00
   c - Cr$ 2. 450,00
   d - Cr$ 5.000,00

MARQUE COM X, NO GABARITO ABAIXO, AS RESPOSTAS DADAS ÀS QUESTÕES DO PÓS-TESTE.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a										
b										
c										
d										

VIII - PROCEDIMENTOS E ATIVIDADES - NÍVEL DE SUPORTE

Você já estudou bastante e está familiarizado com "razões e proporções". Contudo, é possível que tenha ainda algumas dúvidas a respeito, precisando, para removê-las, submeter-se a um reexame da matéria.

Passemos, então, à revisão do conteúdo deste módulo para que você venha a dominá-lo, capacitando-se, assim, a responder com segurança as questões do novo teste de conhecimentos.

RAZÕES E PROPORÇÕES

Preliminarmente é preciso saber o que seja uma razão para compreender proporção, uma vez que esta é formada de duas razões iguais.

RAZÃO DE DUAS GRANDEZAS É O RESULTADO DA COMPARAÇÃO DAS QUANTIDADES DESSAS MESMAS GRANDEZAS.

Exemplo: 3 figuras para 1 página;
6 figuras para 2 páginas;
9 figuras para 3 páginas, etc.

Essas razões são escritas deste modo:

$3:1 \; ; \; 6:2 \; ; \; 9:3$ ou $\frac{3}{1}, \frac{6}{2}, \frac{9}{3}$

E lidas assim: Três para um; seis para dois; nove para três.

O resultado da comparação é a razão.

$$\frac{3}{1} = 3 \; ; \; \frac{6}{2} = 3 \; ; \; \frac{9}{3} = 3$$

Três para um, seis para dois e nove para três são a mesma razão: três.

Os dois números que se comparam são chamados termos da razão. O primeiro é denominado antecedente e o segundo, conseqüente.

Para melhor entendimento sobre razões, refaça os exercícios de 1 a 6.

Como dissemos, é preciso ter conhecimento de razão para compreender proporção. Também o conhecimento de razão é, como você sabe, necessário para cálculos e resoluções de problemas sobre velocidade média (km/h), densidade demográfica (hab/km^2), escalas, médias, etc.

VELOCIDADE MÉDIA

VELOCIDADE É A RELAÇÃO ENTRE UM ESPAÇO PERCORRIDO E O TEMPO GASTO EM PERCORRÊ-LO.

Calcula-se a velocidade média dividindo o total do espaço percorrido pelo número de horas gastas no percurso.

A fórmula para esse cálculo é a seguinte:

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância em km}}{\text{tempo em h}}$$

Substituídos os termos da fórmula pelos dados do problema apresentado, você calculará facilmente a velocidade média pedida.

Refaça, para esclarecer-se, os exercícios 6 a, 7,8.

DENSIDADE DEMOGRÁFICA

DENSIDADE DEMOGRÁFICA É A RELAÇÃO ENTRE A POPULAÇÃO DE UM PAÍS OU REGIÃO E A SUA SUPERFÍCIE.

A razão entre a população e a superfície dá-nos, portanto, a densidade demográfica.

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{População (hab)}}{\text{Superfície (km2)}}$$

Efetue, com atenção, os problemas dos exercícios 9,10 e 11.

DENSIDADE DE UM CORPO

Como você já notou, os problemas que estamos apresentando são todos resolvidos por uma razão.

Os problemas sobre densidade ou massa específica dos corpos não fogem a essa regra.

A densidade de qualquer corpo você calculará se substituir os dados do problema pelos termos da fórmula:

$$D = \frac{M}{V} = \frac{\text{Massa em kg}}{\text{Volume em dm3}} \text{ ou } \frac{\text{Massa em g}}{\text{Volume em cm3}}$$

Refaça atentamente os exercícios 12 e 13, e depois confronte os resultados obtidos com os das respostas do final do módulo.

ESCALA

O conhecimento de escala é de muita utilidade, pois leva-nos a interpretar dimensões em mapas geográficos, plantas, etc.

Se você encontrou dificuldades em calcular escalas, talvez tenha sido por falta de domínio na "mudança de unidade", em se tratando de medidas. Se esse for o caso, revise nos módulos 58 e 59 o capítulo referente a "mudança de unidade".

Depois é só usar a fórmula:

$$E = \frac{\text{medida gráfica}}{\text{medida real}}$$

E simplificar ou reduzir os termos da razão à expressão mais simples, sempre que possível

Vejamos este exemplo:

QUAL É A ESCALA EMPREGADA NO DESENHO DE UM MAPA GEOGRÁFICO, SABENDO-SE QUE 4cm REPRESENTA 200km NA MEDIDA REAL?

$$E = \frac{\text{medida gráfica}}{\text{medida real}} \quad \text{ou} \quad \frac{4\ \text{cm}}{200\ \text{km}}$$

Reduzindo à mesma unidade, temos:

$$\frac{4\ \text{cm}}{20\,000\,000\ \text{cm}}$$

Simplificando ou reduzindo os termos da razão à expressão mais simples, resulta:

$$\frac{1\ \text{cm}}{5\,000\,000\ \text{cm}} \quad \text{ou} \quad 1:5\,000\,000$$

A escala empregada no mapa é 1:5 000 000, significando isso que cada centímetro vale cinco mil centímetros ou cinqüenta mil metros.

Refaça, para fixar esse conhecimento, o exercício 14 (a,b,c,)

PROPORÇÃO

CONCEITO E TERMOS

A igualdade de duas razões é indicada pela proporção.

Uma proporção tem quatro termos (extremos e meios) que podem ser escritos assim: $3:7::12:28$ ou seja $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL

" O PRODUTO DOS MEIOS É IGUAL AO PRODUTO DOS EXTREMOS", EIS A PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES.

extremos

Exemplo: $3:7::12:28$ $\quad 3 \times 28 = 7 \times 12$

meios $\quad 84 = 84$

Na resolução de problemas, sempre que um desses termos for desconhecido aplica-se a propriedade fundamental.

Exemplo I: $\frac{2}{3} = \frac{x}{9} \Leftrightarrow 3x = 2 \times 9$

$x = 18 \div 3$

$x = 6$

Exemplo II: $\frac{2}{x} = \frac{14}{21} \Leftrightarrow 14x = 2 \times 21$

$x = 42 \div 14$

$x = 3$

4a. PROPORCIONAL

Quando buscamos o 4º termo de uma proporção, dizemos que procuramos a 4ª proporcional.

Exemplo: $3:7::27:x \Leftrightarrow 3x = 7 \times 27$

$x = 189 \div 3$

$x = 63$

MÉDIA PROPORCIONAL

Quando os meios de uma proporção são iguais, a proporção toma o nome de média proporcional.

Exemplo: $4 : x :: x : 16 \Longleftrightarrow x^2 = 4 \times 16$

$$x^2 = 64$$
$$x = \sqrt{64}$$
$$x = 8$$

3a. PROPORCIONAL

Quando buscamos o extremo desconhecido de uma "média proporcional", dizemos que procuramos a 3a. proporcional.

Exemplo: $3 : 12 :: 12 : x \Longleftrightarrow 3\,x = 12^2$

$$x = 144 \div 3$$
$$x = 48$$

Efetue, para melhor compreensão, os exercícios 19 a 23.

MÉDIA ARITMÉTICA E MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

Cremos que no estudo de média aritmética você não encontrou maiores dificuldades. Portanto, passemos ao reexame de média aritmética ponderada.

A aplicação da média aritmética ponderada não é muito usada na escola. Mas, como é interessante compreendê-la, recomendamos-lhe que, ao calculá-la, adote a maneira empregada no exemplo que segue.

Exemplo:

UM ESCOLAR OBTEVE AS SEGUINTES NOTAS: 7,6;7,0;8,5. QUAL FOI A SUA MÉDIA PONDERADA, SABENDO-SE QUE AS DUAS PRIMEIRAS PROVAS TINHAM PESO 3 E A TERCEIRA, PESO 2?

Notas		Pesos	
7,6	x	3	= 22,8
7,0	x	3	= 21,0
8,5	x	2	= 17,0
		8	60,8

$$\text{m.a.p.} = \frac{60{,}8}{8} = 7{,}6$$

Refaça com atenção os exercícios 24 e 25.

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

O conhecimento das propriedades das proporções é indispensável para a resolução de problemas em que são apresentadas a soma, diferença ou produto de dois termos e dada a razão entre os termos. Não há, porém, necessidade de memorização de tais propriedades, mas sim de saber que elas existem para serem consultadas sempre que for o caso.

Se você quiser mais exemplos de propriedades, além dos encontrados aqui, recorra aos livros editados para a 6a. série do Ensino de 1º Grau. Seja, como tem sido, interessado em aprender mais.

O seu aprimoramento, professor, depende principalmente de você. De nossa parte contribuímos, neste como nos demais módulos, com o que nos propomos dar-lhe: o ensino dos fundamentos de matemática e o entusiasmo necessário para que você prossiga nos estudos, ampliando cada vez mais os seus conhecimentos.

IX - PÓS-TESTE - NÍVEL DE SUPORTE

Esperamos que você tenha estudado com todo o interesse, vencendo as dificuldades que antes encontrou na aprendizagem deste módulo.

Leia atentamente as questões ora propostas, pense nas respos tas e faça o teste com a disposição de se sair bem. Temos certeza de que realizará um trabalho a contento.

Felicidades!

1. QUAL FOI A VELOCIDADE MÉDIA DESENVOLVIDA POR UM AUTOMÓVEL QUE COBRIU UM PERCURSO DE 3 500km EM 50 HORAS?

2. ASSINALE COM X NOS PARÊNTESES AS PROPORÇÕES VERDADEIRAS:

( ) a - 15:3::60:12 ( ) c - 25:5::50:10

( ) b - 25:5::3:7 ( ) d - $2:\frac{1}{2}::8:2$

3. NUMA ESCALA DE 5:100 QUANTO MEDE REALMENTE UM SEGMENTO DE RETA COM 15cm?

4. ACHE A 3ª PROPORCIONAL EM $\frac{9}{x} = \frac{x}{49}$

5. CALCULE O VALOR DO TERMO DESCONHECIDO: $\frac{4{,}5}{1\frac{1}{2}} = \frac{3}{x}$

6. QUAL É A MÉDIA ARITMÉTICA DE 8,5;7,3;9,4 ; 10?

7. SE O PREÇO DE 16 TIGELAS É Cr$ 155,20, QUANTO PAGAREI POR 23 DELAS?

8. CALCULE A MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA DAS SEGUINTES NOTAS ESCOLARES CUJOS PESOS A TABELA INDICA:

NOTAS	PESOS
4	3
5	3
6,2	2
7,1	2

9. DIGA O QUE É "PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES".

----

10. DEFINA ESCALA.

X - ATIVIDADES DE ENRIQUECIMENTO

Você já aprendeu no módulo 9.3, página 45, a operar com a estrutura seguinte:

$$\square = \frac{1\,200}{80} \quad ; \quad 15 = \frac{1\,200}{\square} \quad ; \quad 15 = \frac{\square}{80}$$

ou 1 200 |80 → $\square$ ou 1 200 |$\square$ → 15 ou $\square$ |80 → 15

Note que a primeira igualdade representa o cálculo de uma razão; a segunda e a terceira igualdade representam a busca de um dos termos da razão.

Assim, em:

$\square = \dfrac{1\,200}{80}$, o quociente é o termo desconhecido;

$15 = \dfrac{1\,200}{\square}$, o divisor é o termo desconhecido;

$15 = \dfrac{\square}{80}$, o dividendo é o termo desconhecido;

Você está, pois, diante de uma relação entre os termos da divisão.

Lembre-se:

$$\begin{array}{r|l} 1\,200 & 80 \\ \cline{2-2} 400 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

Quociente X divisor = dividendo

Logo, $\begin{array}{r|l} 1\,200 & 80 \\ \cline{2-2} & 15 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 1200 & 15 \\ \cline{2-2} & 80 \end{array}$

Com esta simples aprendizagem você está em condições de resolver problemas nos quais a razão é conhecida, mas um dos termos (antecedente ou conseqüente) é desconhecido.

Vejamos, nos exemplos abaixo, o que acabamos de nos referir.

Exemplo I

UM AUTOMÓVEL, CORRENDO A VELOCIDADE MÉDIA DE 80km/h, LEVOU 5 HORAS PARA VENCER DETERMINADO PERCURSO. QUE DISTÂNCIA TINHA O TRAJETO?

$$\boxed{\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância em km}}{\text{tempo em h}}}$$

Aplicando na fórmula os valores conhecidos, temos:

$$80 \text{ km/h} = \frac{\square}{5 \text{ h}}$$

$$\square = 80 \text{ km/h} \times 5 \text{ h}$$

Resposta: $\square = 400$ km

Exemplo II

QUANTAS HORAS LEVOU UM AUTOMÓVEL, CORRENDO UMA VELOCIDADE MÉDIA DE 80km/h, PARA VENCER UMA DISTÂNCIA DE 400km?

$$\boxed{\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância em km}}{\text{tempo em h}}}$$

Substituindo os termos da fórmula pelos dados do problema, temos: $80\text{km/h} = \dfrac{400 \text{ km}}{\square}$

$$\square = \frac{400 \text{ km}}{80 \text{ km/h}}$$

$$\square = 5 \text{ horas}$$

Exemplo III.

UM PEDAÇO DE ZINCO, CUJA DENSIDADE é 7 kg/dm3, PESA 350 g. QUAL É O SEU VOLUME EM dm3 ?

$$\boxed{\text{Densidade} = \frac{\text{Massa em kg}}{\text{Volume em dm3}}}$$

Substituindo os termos da fórmula pelos dados do problema, resulta :

$$7 \text{ kg/dm3} = \frac{0{,}350 \text{ kg}}{\square}$$

Logo: $\square = \dfrac{0{,}350 \text{ (kg)}}{7 \text{ (kg/dm3)}}$

$\square = 0{,}050 \text{ dm}^3$

O pedaço de zinco tinha 50 cm3.

Além dos exemplos dados, vejamos mais os seguintes como reforço de aprendizagem.

A) CONHECIDAS A ESCALA E A MEDIDA GRÁFICA, COMO DESCOBRIR A MEDIDA REAL?

Exemplo:

— NA PLANTA DE UMA CASA, A SALA MEDE 5 cm x 3 cm
QUAIS SÃO AS DIMENSÕES REAIS DESSA PEÇA SE A ESCALA É DE 1:100 ?

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida gráfica}}{\text{Medida real}} = \frac{1}{100} = \frac{5 \text{ cm}}{\square}$$

Como neste caso temos uma proporção com um termo desconhecido, vejamos que termo é esse.

$1 \square = 5 \text{ cm} \times 100$ $\quad\quad$ $\square = 500 \text{ cm}$ $\quad\quad$ $\square = 5 \text{ m}$

Medida da sala: 5 m X 3 m

B) CONHECIDAS A ESCALA E A MEDIDA REAL, COMO DESCOBRIR A MEDIDA GRÁFICA ?

Exemplo:

— SE PRETENDO DESENHAR NUMA PLANTA DE CASA UMA SALA DE 5 m X 3 m, USANDO A ESCALA DE 1:100, QUE MEDIDAS DEVO EMPREGAR ?

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida gráfica}}{\text{Medida real}}$$

$$\frac{1}{100} = \frac{\square}{5 \text{ m}}$$

$\square = \dfrac{1 \times 5 \text{ m}}{100}$ $\quad\quad$ $\square = 0{,}05 \text{ m}$

Medida gráfica: $\longrightarrow$ 0,05 m X 0,03 m

ou ainda : $\longrightarrow$ 5 cm X 3 cm

Scanned with CamScanner

XI - SUGESTÕES BIBLIOGRÁFICAS

1. GRUEMA (Grupo de Ensino de Matemática Atualizada - U.S.P.) "*Curso Moderno de Matemática*" - Ensino de 1º grau, 6ª série. POR ANNA AVERBRUCH e outros. Supervisão de L.H. Jaci Monteiro. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1974.

2. SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP - Yale University Press, EUA "*Matemática*" - Curso Ginasial, Vol II. Trad. Lafayette Moraes. São Paulo, Edart Livraria Editora Ltda, 1967.

3. FERNANDES, Ary e outros. "*Matemática - 6*", para 6ª série do ensino de 1º grau. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1974.

4. NEDEM (Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática - Pr)."*Ensino da Matemática, para o ensino de 1º grau*", 2º Vol. POR ALEX OVERCENKO e outros. Supervisão de Osny A. Dacol. São Paulo, Editora do Brasil S.A., 1967.

5. OSÓRIO, Norma Cunha e outros. "*Vamos aprender Matemática*" - 4. Adaptação do original "Seeing Throug Arithmetic, de Maurice L. Hartung e outros, publicado pela "Scott, Foresman and Companhy, USA, 1967".Rio de Janeiro GB, Ao Livro Técnico S.A., 1971.

6. VERA, Francisco. "*Matemática*", Lexicón Kapelusz - 2ª edição. Buenos Aires, Argentina, Editorial Kapelusz S.A., 1967.

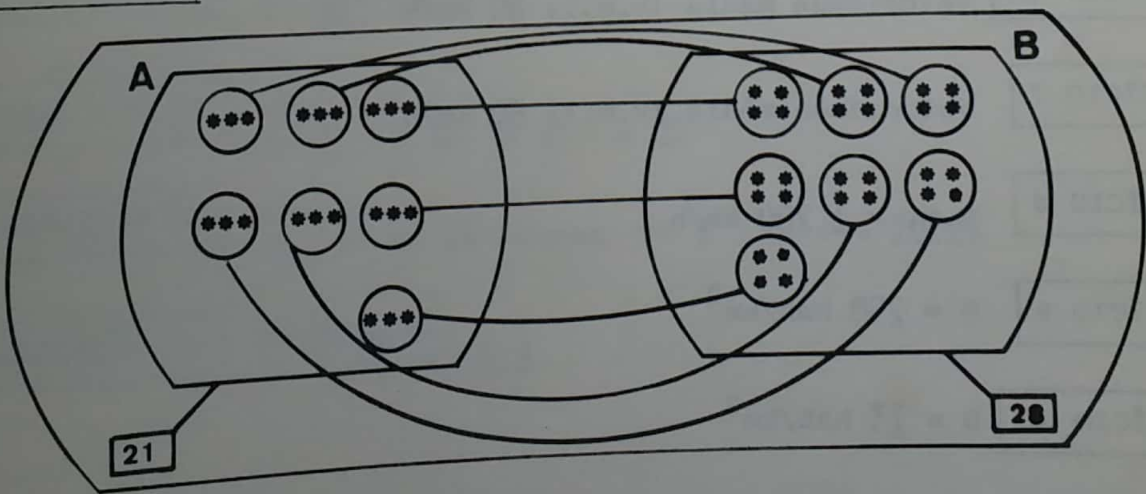
RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

(F) - (V) - (V) - (F) - (V).

EXERCÍCIO 2

a)



b) $\frac{27}{36}$ ou outra razão equivalente.

c) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28}$

EXERCÍCIO 3

a) Completamento:

A	B	Razão
10	15	2:3
12	6	2:1
4	16	1:4
7	28	1:4
5	30	1:6
18	81	2:9

b) Completamento:

Verificar se foram feitas as demais cestas e a correspondência: 1 cesta para cada 3 maçãs.

EXERCÍCIO 4

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{5}{7}$ c) 50 camisas e 20 calças.

EXERCÍCIO 5

a) $\frac{29}{54}$ b) $\frac{18}{25}$ c) Comunicação e Expressão.

EXERCÍCIO 6

Marcar em (X) d

EXERCÍCIO 6A

Velocidade média (v.m.): 80 km/h

EXERCÍCIO 7

Velocidade média (v.m.): 50 km/h

EXERCÍCIO 8

v.m. = 1 200 km/h

EXERCÍCIO 9

D = 250 hab/km^2

EXERCÍCIO 10

D = 13 hab/km^2

EXERCÍCIO 11

D = 12 hab/km^2

EXERCÍCIO 12

a) D = 7,8 kg/dm^3 b) D = 0,9 kg/dm^3 c) D = 10,5 kg/dm^3

EXERCÍCIO 13

a) 2,5 kg/dm^3 b) 3,5 kg/dm^3 c) 7 g/cm^3 d) 13,6 g/cm^3

EXERCÍCIO 14

a) 1:20 000 000   b) $\left\{\begin{array}{l}\text{perímetro} = 16.000\text{m} \quad 16\text{km} \\ 1:1000\end{array}\right.$ c) 1:50 000

EXERCÍCIO 15

a) =   b) ≠   c) =

EXERCÍCIO 16

a) 6   b) 4   c) 2

EXERCÍCIO 17

Completamento.

a)... extremo   b)... meio   c)... 25 e 3

EXERCÍCIO 18

$\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$ ou $\frac{6}{12} = \frac{4}{8}$

EXERCÍCIO 19

$\frac{2}{6} = \frac{4}{3}$ Eliminada

EXERCÍCIO 20

A 4ª proporcional: 15

EXERCÍCIO 21

Média proporcional

a) 6   b) 8

EXERCÍCIO 22

3ª proporcional

a) 32   b) 9

EXERCÍCIO 23

Valor de X.

a) 15   b) 4   c) 12   d) 12

EXERCÍCIO 24

Problemas.

a) 8m   b) 24 frutas   c) 3   d) Cr$ 20,25

EXERCÍCIO 25

Problemas.

a) 6,85   b) 6,2

GABARITO DO PÓS-TESTE

Munic.pio: ______________________________ Data da correção: __________

Cursista: ____

Nº do Módulo: 60 Percentagem: _______________

No quadro abaixo estão marcados com X as respostas às questões do Pós-Teste:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a		X								
b			X	X						X
c	X					X		X	X	
d					X		X			

GABARITO DO PÓS - TESTE - Nível de Suporte

Cursista: ______________________________ Percentagem: _______________

1. Velocidade média: 70 km/h
2. Proporções Verdadeiras (X)a; (X)c; (X)d
3. O segmento de reta mede 300 cm $\Longleftrightarrow$ 3 m
4. 3ª proporcional: x = 21
5. Valor do tempo desconhecido: x = 1
6. Média artimética: 8,8
7. Preço das tigelas: Cr$ 223,10
8. Média aritmética ponderada (m.a.p.): 5,36 ou 5,4 (por aproximação) .
9. Propriedade fundamental das proporções: "O produto dos meios é igual ao porduto dos extremos".
10. Escala é a razão entre a medida gráfica e a medida real.

____
ORIENT. DA APRENDIZAGEM LOCAL

PROJETO HAPRONT:
Habilitação do Professor Não Titulado