



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Janaína Esmeraldo Rocha

**Representação da produtividade variável de usinas hidrelétricas no
acoplamento entre os problemas do planejamento da operação energética de
médio e curto prazos**

Florianópolis
2020

Janaína Esmeraldo Rocha

**Representação da produtibilidade variável de usinas hidrelétricas no
acoplamento entre os problemas do planejamento da operação energética de
médio e curto prazos**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.

Florianópolis

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Rocha, Janaína Esmeraldo
Representação da produtibilidade variável de usinas hidrelétricas no acoplamento entre os problemas do planejamento da operação energética de médio e curto prazos / Janaína Esmeraldo Rocha ; orientador, Erlon Cristian Finardi, 2020.
151 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Engenharia Elétrica. 3. Planejamento da Operação Energética. 4. Sistemas hidrotérmicos. 5. Produtibilidade de usinas hidrelétricas. I. Finardi, Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Janaína Esmeraldo Rocha

**Representação da produtividade variável no acoplamento entre os problemas
do planejamento da operação energética de médio e curto prazos**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca
examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. André Luís Marques Marcato, D. Eng.
Universidade Federal de Juiz de Fora

Paulo Vitor Larroyd, D. Eng.
Norus Energy

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi
julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. Telles Brunelli Lazzarin, D. Eng.
Coordenador do Programa

Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.
Orientador

Florianópolis, 2020.

À minha mãe

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, pelo apoio constante, e por me motivar a ser sempre o melhor de mim. Agradeço ao meu pai, pela confiança e interesse na minha formação. À minha prima-irmã Luna, pela ajuda e escuta sempre valiosa, mesmo de uma área totalmente diferente. A toda a minha família, que sempre acreditou em mim e nos voos que eu faço.

Aos professores do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará (UFC), sobretudo Ruth Pastora Leão e Ricardo Thé, por me inspirarem muita dedicação durante a graduação e depois dela. Aos professores da Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) da área de concentração Sistemas de Energia Elétrica, por tantos novos aprendizados que eu sequer imaginava, e aos professores Ivo Barbi e Ricardo Rütther, pelas excelentes disciplinas optativas que fiz.

Ao meu orientador Erlon Finardi, pela confiança, pelos ensinamentos e pela paciência em me orientar presencialmente e a distância, desde antes da pandemia, com contribuições sempre certas e oportunas.

À equipe do Laboratório de Planejamento de Sistemas (LabPlan), meu ambiente de estudos, em especial aos amigos Livia Ribeiro e Yago Lafourcade, pelas risadas e trocas engrandecedoras pessoal e profissionalmente.

Às minhas companheiras de casa nesse período que duraram os meus estudos, pela companhia e partilha, em Florianópolis e em Recife, JuDolores, Havanna, Fernanda, Maria e Alana, que em diferentes momentos do meu mestrado tanto me ouviram e me apoiaram cada uma à sua maneira. Aos meus amigos da escola, da faculdade e da bicicleta, com um agradecimento especial a Cleomon, pelo incentivo sempre carinhoso.

Aos meus colegas do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), pelo aprendizado diário e pela inspiração em prestar o melhor serviço para o Sistema Interligado Nacional.

Ao Ministério da Educação (MEC), que financiou meus estudos por meio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

“(...) fomos nos alienando desse organismo de que somos parte, a Terra, e passamos a pensar que ele é uma coisa e nós, outra: a Terra e a humanidade. Eu não percebo onde tem alguma coisa que não seja natureza. Tudo é natureza.”

(Ailton Krenak, 2019)

RESUMO

O planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos é resolvido com o apoio de vários modelos de otimização, que representam diferentes níveis de modelagem de acordo com os respectivos horizontes de estudo. No problema de médio prazo, cujo horizonte é plurianual, o sistema hidrelétrico é modelado com base no conceito de reservatório equivalente de energia. Por sua vez, no problema de curto prazo, o sistema hidrelétrico é representado por usinas individualizadas em um horizonte de poucos meses. O acoplamento entre os dois problemas de planejamento é feito pela inclusão da função de custo futuro (FCF), obtida no problema de médio prazo, no final do horizonte do problema de curto prazo. Dadas as características distintas de representação do sistema hidrelétrico, a FCF calculada no médio prazo deve ser desagregada para ser incluída no problema de curto prazo. Atualmente, a estratégia utilizada no acoplamento entre os problemas consiste em considerar constante a produtividade das usinas hidrelétricas para a conversão dos parâmetros do modelo equivalente em termos da modelagem individualizada. Neste contexto, este trabalho representa a produtividade em função do volume armazenado, permitindo assim uma melhor representação na desagregação do modelo equivalente. Contudo, a produtividade variável resulta em não linearidades, as quais precisam ser linearizadas no problema de curto prazo. Assim, são testadas duas estratégias, baseadas em envelopes de McCormick e restrições lineares inteiras mistas. Com um sistema teste de 7 usinas hidrelétricas e 7 termelétricas, são analisadas 7 árvores de cenários estocásticos de afluências, comparando as duas representações com a solução atual adotada pelo Setor Elétrico Brasileiro. Os resultados indicam diferenças significativas entre as produtividades resultantes das decisões fornecidas pelo acoplamento proposto e aquelas utilizadas pela atual solução do setor, indicando a necessidade de investigar um problema maior aplicado ao Sistema Interligado Nacional.

Palavras-chave: planejamento da operação energética, sistemas hidrotérmicos, produtividade variável, acoplamento, curto prazo, médio prazo.

ABSTRACT

The generation scheduling problem of hydrothermal power systems is solved by several optimization models, which represent different modeling levels and planning horizons. The medium-term problem uses a composite representation of hydroelectric systems in a multiannual horizon. On the other hand, the short-term problem represents the hydroelectric systems through individual power plants in a few months' horizon. A future cost function (FCF) obtained from the medium-term problem allows coordinating both generation scheduling problems. Hence, the FCF calculated at the medium-term must be disaggregated to be included in the short-term problem due to the different hydroelectric system representations. The current strategy consists of using constant hydropower productivity coefficients to convert the composite representation parameters to individualized modeling. In this sense, this work considers hydropower productivity as a function of stored water volume, which allows a better representation for the equivalent model disaggregation. Nevertheless, the variable hydropower productivity results in nonlinearities, which must be linearized in the short-term problem. Thereby, two approaches are tested based on McCormick envelopes and mixed-integer linear constraints. Seven inflow scenario trees applied to a system of seven hydropower plants and seven thermal power plants allow analyzing the present solution adopted by the Brazilian Power Sector in contrast with both representations. Results attest significant differences between the hydropower coefficients calculated by the proposed coupling and those used by the Brazilian Power Sector, which indicates the necessity of a broader investigation based on the National Interconnected System.

Keywords: energy planning, hydrothermal systems, variable hydropower productivity, coupling, short-term, medium-term.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Consumo de energia primária global por fonte desde 1800	21
Figura 2 – Geração de energia elétrica global por fonte desde 1990	22
Figura 3 – Geração de energia elétrica no Brasil por fonte desde 1990	22
Figura 4 – Diagrama esquemático da cascata de hidrelétricas do sistema teste	42
Figura 5 – Cenários de energia afluyente ao sistema	44
Figura 6 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 1	45
Figura 7 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 3	46
Figura 8 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 4	46
Figura 9 – Energia armazenada ao final de cada mês para cada cenário	47
Figura 10 – Recursões progressiva e regressiva da PDD	49
Figura 11 – Algoritmo da PDD	52
Figura 12 – Aproximações lineares da função de custo futuro	53
Figura 13 – Árvore de cenários	54
Figura 14 – Recursão progressiva da PDDE	55
Figura 15 – Recursão regressiva da PDDE	56
Figura 16 – Algoritmo da PDDE	58
Figura 17 – Cenários de energia afluyente	60
Figura 18 – Limite inferior ao longo das iterações da PDDE	61
Figura 19 – Custo da operação energética dos quatro cenários determinísticos e da PDDE	61
Figura 20 – Geração térmica e custo da operação energética para a PDDE	62
Figura 21 – Energia armazenada ao final de cada mês para cada cenário e para a PDDE	62
Figura 22 – Esquema de uma usina hidrelétrica	63
Figura 23 – Acoplamento entre planejamento de curto e médio prazo	73
Figura 24 – Aproximações lineares da FCF do 1º mês e FCF resultante	76
Figura 25 – Geração térmica e custo da operação energética do curto prazo	77
Figura 26 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana em comparação com o valor de referência	78
Figura 27 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana em comparação com o valor constante	79
Figura 28 – Produtibilidade da UHE Nova Ponte	81

Figura 29 – Produtibilidade da UHE Miranda	81
Figura 30 – Produtibilidade da UHE Corumbá I	82
Figura 31 – Produtibilidade da UHE Emborcação	82
Figura 32 – Produtibilidade da UHE Itumbiara	83
Figura 33 – Produtibilidade da UHE Cachoeira Dourada	83
Figura 34 – Produtibilidade da UHE São Simão.....	84
Figura 35 – Linearização de um termo quadrático	87
Figura 36 – Superfície do termo bilinear w_{12}	87
Figura 37 – Aproximações lineares do termo bilinear w_{12} por envelopes de McCormick	89
Figura 38 – Linearização resultante do termo bilinear w_{12} por envelopes de McCormick	89
Figura 39 – Domínio da função não convexa representado por politopos	91
Figura 40 – Linearização do termo bilinear w_{12} por restrições lineares inteiras mistas	91
Figura 41 – Algoritmo do problema de planejamento com 3 modelos de acoplamento	93
Figura 42 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 1	95
Figura 43 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana do modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante para a Árvore 1	95
Figura 44 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 1 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	96
Figura 45 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 1	97
Figura 46 – Cenários de energia afluyente da Árvore 2.....	99
Figura 47 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 2	100
Figura 48 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 2 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	100
Figura 49 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 2	101
Figura 50 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	102

Figura 51 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	102
Figura 52 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	103
Figura 53 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 2	104
Figura 54 – Cenários de energia afluyente da Árvore 3.....	106
Figura 55 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 3	107
Figura 56 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 3 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	107
Figura 57 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 3	108
Figura 58 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	109
Figura 59 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	109
Figura 60 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	110
Figura 61 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 3	111
Figura 62 – Cenários de energia afluyente da Árvore 4.....	113
Figura 63 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 4	114
Figura 64 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 4 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	114
Figura 65 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 4	115
Figura 66 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	116
Figura 67 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	116
Figura 68 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	117
Figura 69 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 4	118

Figura 70 – Cenários de energia afluyente da Árvore 5.....	120
Figura 71 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 5	121
Figura 72 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 5 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	121
Figura 73 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 5	122
Figura 74 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	123
Figura 75 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	123
Figura 76 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	124
Figura 77 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 5	125
Figura 78 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 5	126
Figura 79 – Cenários de energia afluyente da Árvore 6.....	128
Figura 80 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 6	129
Figura 81 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 6 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	129
Figura 82 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 6	130
Figura 83 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	131
Figura 84 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	131
Figura 85 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	132
Figura 86 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 6	133
Figura 87 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 6	134
Figura 88 – Cenários de energia afluyente da Árvore 7.....	136
Figura 89 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 7	137

Figura 90 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 7 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo.....	137
Figura 91 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 7	138
Figura 92 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante	139
Figura 93 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante	139
Figura 94 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante	140
Figura 95 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 7	141
Figura 96 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 7	142
Figura 97 – Modelos com melhor classificação por tempo de execução e custo	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Capacidade instalada por fonte no Brasil em 2020	25
Tabela 2 – Dados das usinas hidrelétricas.....	42
Tabela 3 – Dados das usinas termelétricas.....	43
Tabela 4 – Operação energética dos quatro cenários.....	47
Tabela 5 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês determinístico	76
Tabela 6 – Produtibilidades das usinas hidrelétricas.....	77
Tabela 7 – Coeficientes da função de cota montante	80
Tabela 8 – Produtibilidade específica, cota do canal de fuga e perdas.....	80
Tabela 9 – Construção das árvores de cenário dos resultados.....	93
Tabela 10 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 1	97
Tabela 11 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 1.....	98
Tabela 12 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 1	98
Tabela 13 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 1.....	98
Tabela 14 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 2	100
Tabela 15 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 2	104
Tabela 16 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 2.....	105
Tabela 17 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 2	105
Tabela 18 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 2.....	105
Tabela 19 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 3	107
Tabela 20 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 3	111
Tabela 21 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 3.....	112

Tabela 22 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 3	112
Tabela 23 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 3.....	112
Tabela 24 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 4	114
Tabela 25 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 4	118
Tabela 26 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 4.....	119
Tabela 27 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 4	119
Tabela 28 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 4.....	119
Tabela 29 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 5	121
Tabela 30 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 5	125
Tabela 31 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 5.....	126
Tabela 32 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 5	127
Tabela 33 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 5.....	127
Tabela 34 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 6	128
Tabela 35 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 6	133
Tabela 36 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 6.....	134
Tabela 37 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 6	135
Tabela 38 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 6.....	135
Tabela 39 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 7	136
Tabela 40 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 7	141

Tabela 41 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 7	142
Tabela 42 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 7	143
Tabela 43 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 7.....	143
Tabela 44 – Classificação dos modelos de acoplamento por tempo de execução e por custo para as sete árvores de cenários.....	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CNPE	Conselho Nacional de Políticas Energéticas
CVU	Custo de Valor Unitário
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FCF	Função de custo futuro
FPH	Função de produção hidrelétrica
MME	Ministério de Minas e Energia
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PAR(p)	Autorregressivo periódico de ordem p
PDD	Programação Dual Dinâmica
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDE	Plano Decenal de Energia
PEN	Plano da Operação Energética
PL	Problema linear
PMO	Programa Mensal da Operação
PNE	Plano Nacional de Energia
SEM	Sistema Elétrico Nacional
SIN	Sistema Interligado Nacional
SISOL	Sistemas Isolados
UHE	Usina hidrelétrica
UHR	Usina hidrelétrica reversível

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	OBJETIVO.....	32
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	33
2	MODELAGEM DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE MÉDIO PRAZO.....	34
2.1	RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES DE ENERGIA	35
2.2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DE MÉDIO PRAZO	39
2.2.1	Função objetivo	40
2.2.2	Restrições	40
2.3	PROBLEMA DETERMINÍSTICO	41
2.3.1	Sistema teste	41
2.3.2	Solução determinística do problema de médio prazo.....	43
2.4	PROGRAMAÇÃO DUAL DINÂMICA.....	48
2.5	PROGRAMAÇÃO DUAL DINÂMICA ESTOCÁSTICA.....	53
2.5.1	Algoritmo	54
2.5.2	Solução estocástica do problema de médio prazo	59
3	MODELAGEM DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICO DE CURTO PRAZO	63
3.1	REPRESENTAÇÃO INDIVIDUALIZADA DE USINAS HIDRELÉTRICAS	64
3.2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DE CURTO PRAZO	70
3.2.1	Função objetivo	71
3.2.2	Restrições	71
3.2.3	Acoplamento entre os problemas de curto e médio prazo.....	72
3.3	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CURTO PRAZO	75
3.4	PRODUTIBILIDADE EM FUNÇÃO DO VOLUME	79

3.5	EQUAÇÃO DE DESAGREGAÇÃO DA ENERGIA ARMAZENADA EM VOLUMES ARMAZENADOS	85
3.5.1	Envelopes de McCormick	88
3.5.2	Restrições lineares inteiras mistas.....	90
4	RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....	92
4.1	ÁRVORE 1	94
4.2	ÁRVORE 2	99
4.3	ÁRVORE 3	106
4.4	ÁRVORE 4	113
4.5	ÁRVORE 5	120
4.6	ÁRVORE 6	127
4.7	ÁRVORE 7	135
4.8	RESUMO.....	143
5	CONCLUSÃO	145
6	BIBLIOGRAFIA.....	148

1 INTRODUÇÃO

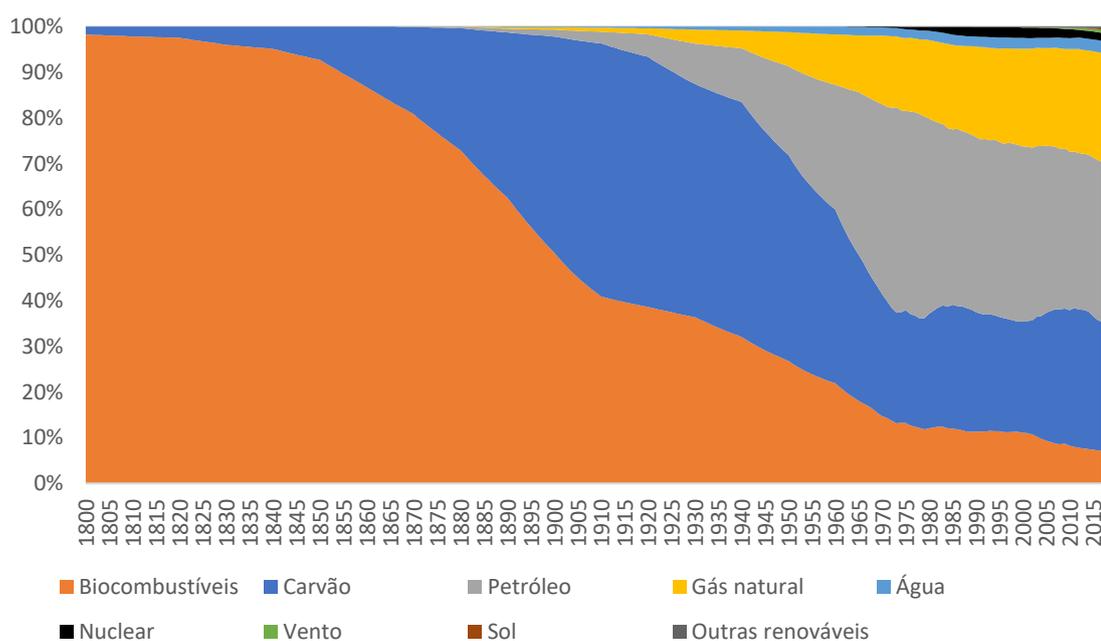
Com o passar dos anos, a energia elétrica se mostra cada vez mais imprescindível ao ser humano, pois sua versatilidade permite que seja transformada em diversos tipos de energia. A eletricidade serve para cozinhar, aquecer, resfriar, comunicar, locomover, produzir, procrastinar e divertir, por exemplo. A sociedade moderna depende de energia elétrica para quase todas as suas atividades, e uma pessoa sem acesso à energia elétrica não viverá as potencialidades das tecnologias modernas. Um bem comum tão fundamental na Era da Informação é tema do objetivo número 7 da Organização das Nações Unidas para o desenvolvimento sustentável: “Assegurar o acesso confiável, sustentável, moderno e a preço acessível à energia para todos”. No Brasil, o acesso à energia elétrica poderá ser definido como um direito social da população na Constituição, caso a PEC 44/2017 seja aprovada, e 99% dos brasileiros têm acesso à eletricidade (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2019).

A energia elétrica não está disponível para uso instantâneo na natureza. Ela é fruto de uma transformação, por ser mais facilmente manuseada para ser utilizada em uma atividade fim. Existem quatro fontes de energia na natureza: sol, marés, geotérmica e nuclear. Da energia do Sol, 43% é absorvida pela superfície, atmosfera e oceanos, determinando as condições climáticas do planeta, 30% é refletida sob a forma de onda curta, 27% é responsável pelo ciclo hidrológico, 0,14% é dissipada nos ventos, nas correntes oceânicas e nas ondas e 0,014% é capturada pela fotossíntese (KLIGERMAN, 1992). A menor parcela de energia, 0,014%, absorvida ao longo de milhões de anos, é armazenada pelas plantas sob a forma de energia química. A matéria orgânica, quando soterrada por fenômenos naturais, sem a presença de oxigênio, se acumula na forma fóssil. Os combustíveis fósseis são, portanto, originários de uma fração minúscula da energia emitida pelo Sol, em um processo de centenas de milhões de anos, e são considerados uma fonte de energia não-renovável. As demais fontes de energia radiante são renováveis, pois estão continuamente disponíveis enquanto houver Sol. Por sua vez, a energia nuclear, proveniente da criação do Universo, pode ser liberada pela fissão de metais pesados, como o urânio ou o tório, ou pela fusão de metais leves, como o deutério e o trítio. Essa energia também é uma fonte não-renovável. A partir dessas fontes, o ser humano desenvolveu tecnologias para capturar cada uma delas e reutilizar na forma

de energia elétrica através de usinas hidrelétricas, termelétricas, eólicas e solares, entre outras.

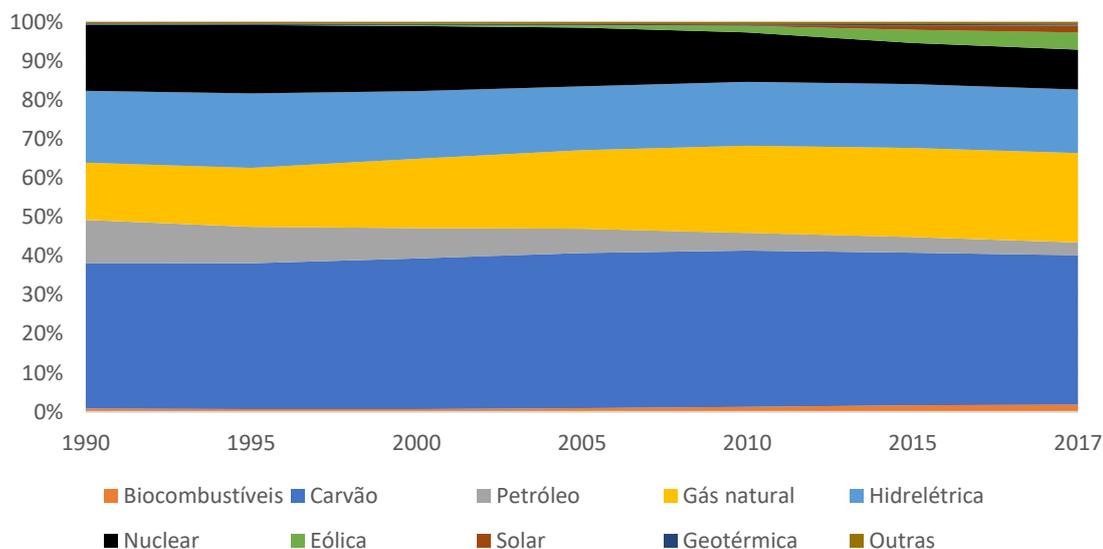
Do consumo de energia global em 2017, 87,1% foi de combustíveis fósseis, como mostra a Figura 1, que ilustra a evolução do consumo de energia global por fonte desde 1800. O consumo de energia elétrica global por fonte desde 1990 está ilustrado na Figura 2. A participação de energias renováveis no consumo de eletricidade em 2017, de 24,7%, é notavelmente maior que no consumo de energia, de 10,8% no mesmo ano. A matriz de energia elétrica brasileira é majoritariamente renovável, como mostra a Figura 3. Em 2017, 63% da eletricidade gerada foi de origem hidrelétrica, e 79% da matriz foi renovável, somando energia hidrelétrica, eólica, solar e biomassa.

Figura 1 – Consumo de energia primária global por fonte desde 1800



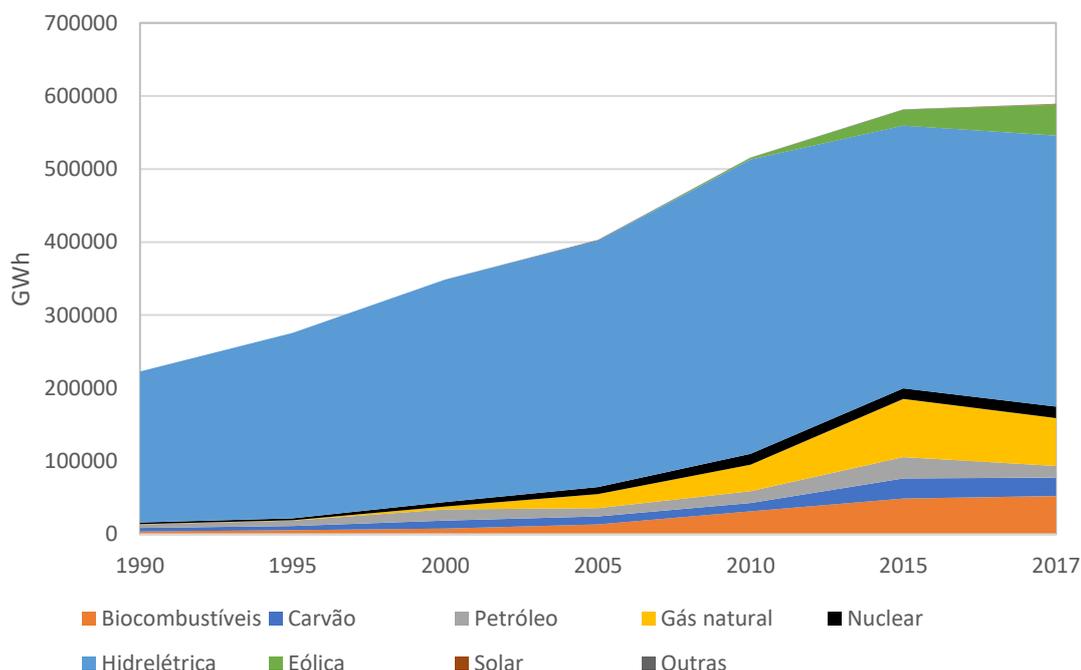
Fonte: Adaptado de Smil (2016) e BP (2019).

Figura 2 – Geração de energia elétrica global por fonte desde 1990



Fonte: (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2019).

Figura 3 – Geração de energia elétrica no Brasil por fonte desde 1990



Fonte: (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2019).

Apesar de sua versatilidade, a energia elétrica é difícil de ser armazenada em larga escala. Para dispositivos portáteis, pilhas e baterias são suficientes, mas se tratando do fornecimento de energia elétrica para um país, não há possibilidade de armazenamento. Tudo o que é gerado está sendo consumido no mesmo instante, dado que a eletricidade viaja na velocidade da luz. Países em transição energética

incluem sistemas de armazenamento na sua agenda e, sintonizado com o mundo, o Brasil tem estudado a utilização de baterias e usinas hidrelétricas reversíveis como tecnologias de armazenamento em larga escala. Uma usina hidrelétrica reversível (UHR) é uma tecnologia que promove flexibilidade de geração de energia e contribui para a segurança sistêmica da rede elétrica. A Empresa de Pesquisa Energética (2019a) apresenta os resultados preliminares de estudos de implantação de UHRs no Brasil, dos pontos de vistas tecnológico, mercadológico e socioambiental. As baterias já são usadas em sistemas isolados, onde há viabilidade econômica e notáveis ganhos, porém há barreiras regulatórias, ambientais e econômicas para seu uso no sistema interligado (EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2019b). Enquanto isso, a energia é armazenada em outras formas, antes de transformá-la em energia elétrica. Através dos combustíveis fósseis (carvão, óleo, gás natural e biomassa), das reservas de urânio e dos reservatórios das hidrelétricas, que armazenam a energia potencial da água.

No Brasil, o acesso à energia elétrica é garantido pelo Sistema Elétrico Nacional (SEN), composto pelo Sistema Interligado Nacional (SIN) e pelos Sistemas Isolados (SISOL). O SIN é composto por uma rede elétrica que atravessa o país inteiro e interliga as regiões de norte a sul, e o SISOL, por comunidades isoladas localizadas principalmente no Norte do país (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2005).

Dada a impossibilidade de armazenamento em larga escala, geração e consumo de energia elétrica devem estar em equilíbrio a todo momento. Os sistemas isolados são responsáveis pela sua própria geração de energia elétrica, feita majoritariamente com uso de combustíveis fósseis. No SIN, todas as usinas conectadas fornecem energia a todos os consumidores conectados, ao mesmo tempo. As conexões entre as regiões do Brasil permitem que o SIN funcione como uma rede única, definida como Rede Básica. Se houver um desequilíbrio entre geração e consumo, isso implica em perda de sincronismo da rede, variações de frequência e nível de tensão, e pode resultar em um blecaute. Assim, é fundamental existirem refinados procedimentos de operação e planejamento para garantir um equilíbrio constante entre carga e geração. O planejamento deve assegurar que nas próximas décadas e nos próximos anos haverá usinas geradoras para atender a carga futura. Um bom planejamento busca utilizar os recursos energéticos de maneira inteligente, procurando atender aos objetivos estratégicos do sistema elétrico, ou seja,

uma matriz energética sustentável, com melhor aproveitamento das fontes renováveis, uso consciente das fontes não-renováveis, ao menor custo.

No Brasil, as atribuições do setor elétrico cabem a diversas instituições. As atividades setoriais (geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica) são segmentadas, e o controle e a operação são feitos de forma centralizada (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2005).

O Ministério de Minas e Energia (MME) é responsável pela formulação de políticas e diretrizes para o setor elétrico, subsidiado pelo Conselho Nacional de Políticas Energéticas (CNPE). A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o agente regulador, é responsável pela normatização das políticas e diretrizes e pela fiscalização dos serviços. Por sua vez, a Empresa de Pesquisa Energética (EPE) realiza os estudos de planejamento da expansão da oferta e infraestrutura de energia. A coordenação e supervisão da operação centralizada do sistema interligado e o planejamento da operação do sistema elétrico nacional é responsabilidade do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). A Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) é responsável pelo exercício da comercialização de energia elétrica.

O planejamento energético do sistema elétrico brasileiro é iniciado por estudos de longo prazo da expansão da capacidade de geração, realizados pela EPE. Esses estudos são feitos no Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE) e no Plano Nacional de Energia (PNE), que apresentam alternativas da expansão da matriz energética, em horizontes de dez a quarenta anos.

O planejamento energético de médio e curto prazo é realizado pelo ONS, em um horizonte de até cinco anos. O planejamento da operação energética de médio prazo é feito através do Plano da Operação Energética (PEN), feito anualmente para um horizonte de cinco anos, com revisões quadrimestrais. O planejamento da operação energética de curto prazo é feito pelo Programa Mensal da Operação (PMO), realizado mensalmente para um horizonte dois meses, com revisões semanais. Após as etapas de planejamento, há a Programação Diária da Operação Energética, realizada diariamente para elaboração do despacho das unidades geradoras para o dia seguinte.

A matriz de energia elétrica brasileira é do tipo hidrotérmica, devido à predominância de usinas hidrelétricas e termelétricas, como pode ser visto na Tabela

1, que apresenta a capacidade instalada de geração de energia elétrica por fonte no Brasil em 2020.

Tabela 1 – Capacidade instalada por fonte no Brasil em 2020

Tipo de usina	Capacidade instalada (GW)	Percentual (%)
Hidrelétrica	109,11	63,18%
Termelétrica	42,96	24,87%
Eólica	15,72	9,10%
Solar	2,93	1,70%
Nuclear	1,99	1,15%
Total	172,71	100%

Fonte: (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2020).

As usinas termelétricas geram energia elétrica a partir da conversão de energia fóssil em energia térmica, que movimenta turbinas conectadas a geradores que convertem em energia elétrica. As usinas movidas a gás natural, óleo e carvão dependem do suprimento de combustível, e as usinas a biomassa dependem da disponibilidade do material orgânico. Uma usina termelétrica possui várias unidades geradoras, estas podendo ou não ter características iguais, e possuem restrições tais como capacidade máxima de geração, rampas de subida e de descida, períodos de inflexibilidade e paradas para manutenção. A geração de uma termelétrica é dita despachável: a usina é capaz de gerar até o valor da sua capacidade máxima, desde que o combustível necessário esteja disponível. A representação das usinas termelétricas em problemas de planejamento de médio e curto prazo é feita pela sua capacidade instalada e pelo seu custo de geração de energia elétrica, o Custo de Valor Unitário (CVU), expresso em R\$/MWh.

As usinas hidrelétricas, por outro lado, produzem energia elétrica a partir da vazão de um rio e da queda d'água entre o sistema de captação e a turbina. Energia potencial é capturada através da queda d'água, a água passa por uma turbina com uma determinada vazão, gerando assim energia cinética, e um gerador acoplado à turbina transforma a energia cinética em energia elétrica. A geração de energia elétrica de uma hidrelétrica depende do regime hídrico da bacia hidrológica em que ela está localizada. As hidrelétricas podem ser classificadas quanto ao seu reservatório. As usinas com reservatório de acumulação, ou simplesmente com reservatório, são capazes de armazenar grande quantidade de água, provendo uma

capacidade de geração de energia independente do ciclo hidrológico do rio, permitindo também regularizar a vazão do rio a jusante da hidrelétrica ao longo do ano, notavelmente em períodos secos. As usinas com reservatório de regularização, também chamadas de usinas hidrelétricas a fio d'água, possuem um reservatório com acumulação suficiente para uma regularização diária ou semanal, gerando energia sobretudo a partir da vazão afluyente à hidrelétrica. As usinas hidrelétricas estão associadas a rios, e é comum que várias sejam instaladas na mesma bacia, em diferentes pontos de aproveitamento da água. Diz-se que estas hidrelétricas estão em cascata, e a operação de cada uma delas afeta as usinas localizadas a jusante. A água armazenada em uma usina a montante é capaz de gerar energia hidrelétrica em todas as demais usinas a jusante da cascata. A coordenação da cascata é assegurada pelo balanço hídrico de cada usina hidrelétrica, que garante o princípio de conservação da água.

As usinas eólicas e solares geram energia a partir da força do vento e da radiação incidente, respectivamente. A força do vento e a radiação solar variam ao longo do tempo por uma série de fatores, e, como não há armazenamento de energia envolvido, a energia elétrica gerada está diretamente relacionada à energia incidente às usinas. A energia elétrica proveniente destas fontes renováveis é dita intermitente.

Deste modo, o planejamento energético deve levar em conta a disponibilidade de três tipos diferentes de usinas: usinas despacháveis termelétricas, usinas despacháveis hidrelétricas e usinas não-despacháveis. As usinas despacháveis termelétricas são capazes de gerar até a sua capacidade instalada. As usinas despacháveis hidrelétricas são capazes de gerar de acordo com a disponibilidade de água. As usinas não-despacháveis geram de acordo com a disponibilidade da fonte de energia intermitente (energia eólica, energia solar e biomassa).

O objetivo do planejamento energético é gerenciar os recursos de geração de maneira a assegurar o fornecimento no longo prazo de maneira econômica e confiável. As usinas hidrelétricas, eólicas e solares possuem combustíveis gratuitos, disponíveis na natureza. As usinas termelétricas possuem combustíveis que devem ser comprados, o que garante que eles estejam disponíveis em ampla demanda, porém a um custo. Embora o custo de combustível das usinas hidrelétricas seja nulo, já que a água está disponível na natureza, o seu despacho é feito de maneira otimizada em conjunto com as usinas termelétricas. A metodologia utilizada estabelece uma estimativa do custo futuro de operação, medido em função da

economia em combustível de termelétricas do futuro e do nível de corte de carga esperado. Se usarmos toda a água dos reservatórios de hidrelétricas para gerar energia e ocorrer uma seca, precisaremos gerar com as usinas termelétricas, e essa água terá saído cara. Caso contrário, se acumularmos água num reservatório e ocorrer uma cheia, implicando em vertimento, aquela água que guardamos não teve nenhum valor futuro.

Em um mundo ideal, o regime hídrico futuro das bacias hidrológicas onde há hidrelétricas seria conhecido, e a geração de energia hidrelétrica seria sincronizada com o regime de afluências. Se há um período chuvoso intenso à vista, é possível gerar energia até secar o reservatório. Se há uma seca a caminho, é prudente guardar água nos reservatórios. Todavia, como o regime não pode ser conhecido precisamente, o problema de otimização do planejamento energético de sistemas hidrotérmicos é estocástico. Ademais, este problema é acoplado no tempo, pois uma decisão presente tem consequências futuras, e é acoplado no espaço, dado que usinas hidrelétricas de uma mesma bacia hidrográfica possuem interdependência de operação.

O regime de afluências futuro é modelado através de séries temporais, com geração de séries sintéticas de afluências aos reservatórios a partir das afluências conhecidas do histórico. Atualmente é utilizado o modelo autorregressivo periódico de ordem p , $PAR(p)$, que captura as características básicas da série de afluências históricas e é capaz de gerar séries sintéticas diferentes do passado, mas igualmente prováveis (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

A representação das usinas hidrelétricas é feita pela sua capacidade instalada, pela configuração do sistema hidrelétrico, pela modelagem da sua função de produção hidrelétrica e pela vazão afluenta ao reservatório. De maneira simples, a produção hidrelétrica é dada por uma produtibilidade constante, ou uma produtibilidade variável em função do volume do reservatório, da vazão turbinada e da vazão vertida. As usinas hidrelétricas também podem ser representadas por meio de reservatórios equivalentes de energia, que agregam hidrelétricas de uma mesma bacia hidrográfica em uma única representação equivalente, conforme Arvanitidis e Rosing (1970), Kligerman (1992) e Marcato (2002). Neste caso, cada reservatório equivalente apresenta uma geração hidrelétrica máxima e uma energia armazenável máxima e as afluências são representadas como energia natural afluenta.

As usinas eólicas, solares e a biomassa são representadas na modelagem atual de maneira simplificada como uma previsão de geração elaborada a partir do histórico e abatida da carga futura. Com o crescimento da participação das usinas eólicas (9,1% da capacidade instalada em 2020), em breve será importante representá-las de maneira mais precisa.

São representados ainda o intercâmbio de energia entre regiões, a interdependência operativa entre usinas hidrelétricas na mesma bacia e os diferentes patamares de carga. O problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é, por conseguinte, um problema de grande porte, e por isso é necessária a divisão em mais de um problema, com diferentes graus de detalhamento para a representação do sistema e diferentes horizontes.

O problema do planejamento da operação de médio prazo é feito para um horizonte de 5 anos, discretizado em etapas mensais, com a representação da incerteza do regime hídrico através de séries sintéticas de afluências. Deste problema surge a função de custo futuro (FCF), uma função que relaciona os níveis de armazenamento das usinas hidrelétricas e o custo futuro do fornecimento de energia elétrica. A FCF estabelece o valor da água utilizada para gerar energia no momento presente considerando os cenários futuros. As hidrelétricas são representadas por reservatórios equivalentes de energia (ou sistemas equivalentes de energia), de maneira a reduzir a quantidade de variáveis do problema. Com isso os volumes de água armazenados em hidrelétricas de um mesmo sistema são representados por um único reservatório equivalente, que possui uma energia armazenada. O PEN é responsável por esta etapa do planejamento, através do modelo NEWAVE, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

No problema do planejamento da operação de curto prazo é feito o planejamento dos próximos 2 meses, em etapas semanais e mensais, com representação individualizada das usinas do sistema. A FCF é herdada do planejamento de médio prazo, realizando um acoplamento entre o final do horizonte do curto prazo e o médio prazo. No primeiro mês, o regime de afluências é representado de maneira determinística, sendo a discretização semanal no primeiro mês e mensal no segundo. Esta etapa do planejamento é realizada no PMO, através do modelo DECOMP, igualmente desenvolvido pelo CEPEL (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2001).

Para resolver o problema de planejamento energético é feito uso da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), que resolve satisfatoriamente o problema desde que ele seja convexo. A FCF é representada através de uma aproximação linear por partes a partir da técnica de Decomposição de Benders (BENDERS, 1962) e não há discretização de estados.

A produção de energia elétrica por uma usina hidrelétrica em determinado período é uma função complexa do volume armazenado no início e no fim do período, dos volumes afluente, defluente, turbinado e evaporado no período e do rendimento e das perdas características do conjunto turbina-gerador (CUNHA, PRADO e COSTA, 1997). A representação da produção de energia hidrelétrica é tradicionalmente feita a partir de curvas de eficiência, chamadas curvas-colina, estabelecendo um valor de rendimento hidráulico da turbina para diferentes valores de queda bruta e vazão defluente. A maneira mais simples de representar a função de produção hidrelétrica é considerar uma produtividade constante, com a geração como uma função linear da vazão turbinada. Esta representação simplista, porém, resulta em decisões muito otimistas ou muito pessimistas. Para os problemas apontados, é fundamental equilibrar uma representação precisa e um esforço computacional aceitável. No planejamento de curto prazo, o modelo DECOMP representa como uma função linear por partes cujas variáveis são o volume armazenado em cada período e o volume defluente da usina hidrelétrica (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2001). Esta metodologia, denominada de função de produção energética, foi inicialmente apresentada em Cunha, Prado e Costa (1997).

Diniz, Maceira e Terry (2004) propõem uma melhoria à metodologia do modelo DECOMP, com uma nova formulação da função de produção energética linearizada por partes, com a separação da variável volume defluente em volume turbinado e volume vertido, e discretização no volume turbinado. Xavier, Diniz, Costa e Maceira (2005) aprimoram a modelagem da função de produção hidrelétrica mantendo a variável volume vertido e discretizando nas variáveis armazenamento e turbinamento. Diniz e Maceira (2008) propõem uma função linear por partes em quatro dimensões baseada na técnica de *Convex Hull* (ANDREW, 1979), representando a geração hidrelétrica como função da vazão turbinada por cada unidade geradora, da vazão turbinada total, do volume armazenado e do volume vertido. O rendimento da turbina é considerado constante. Diniz, Esteves e Sagastizábal (2007), por outro lado, representam o rendimento da turbina através de um polinômio de segunda ordem

dependente da queda bruta e do turbinamento. Esta representação mais detalhada é proposta para a etapa da programação diária, cujos modelos de despacho determinam a geração hidrelétrica em discretização horária.

Fredo (2016) realiza uma aproximação da função de produção hidrelétrica (FPH) e aplica no problema do planejamento de médio prazo, comparando o resultado com o que seria obtido com o uso de uma produtividade constante. Ramos (2015) modela a geração hidráulica das usinas com uma aproximação linear por partes por meio do algoritmo *Convex Hull* para um problema de médio prazo com modelagem híbrida entre sistemas equivalentes de energia e usinas individualizadas. Muhlen (2019) propõe dez métodos de aproximação linear por partes para diferentes modelos de FPH, utilizando a técnica *Convex Hull* e por minimização da soma do erro quadrático em um problema de programação quadrática inteira mista. A modelagem é feita por unidade geradora e por unidade equivalente, sendo aplicada no problema da programação diária da operação.

Tais abordagens detalham a FPH no âmbito do planejamento energético de curto prazo e na programação diária; por outro lado, no problema do planejamento de médio prazo, a representação por reservatório equivalente, que usa valores de produtividade constante. Um reservatório equivalente tem, de maneira simplificada, sua representação dada pela energia armazenável máxima e pela sua energia de vazão mínima, calculadas pelas características individuais das usinas hidrelétricas e suas produtibilidades. As afluições ao sistema são representadas pela energia controlável e pela energia fio d'água, calculadas a partir das vazões afluentes, da configuração do sistema e das produtibilidades. Assim, o modelo a reservatório equivalente trabalha exclusivamente com grandezas em energia. Em vez de um balanço hídrico para cada hidrelétrica, nesta modelagem, é feito um balanço energético para cada reservatório equivalente, assegurando o princípio de conservação de energia.

Uma FCF é construída pela PDDE para cada estágio do problema de planejamento de médio prazo; assim, cada mês do horizonte possui uma FCF que estabelece o valor da energia armazenada naquele período. O planejamento de curto prazo tem um horizonte de dois meses, com o primeiro mês determinístico e o segundo mês estocástico. De maneira a estender o horizonte do problema e conectá-lo ao médio prazo, a partir do final do segundo mês é considerada a FCF. O acoplamento entre os dois problemas é feito com a FCF do segundo mês do médio

prazo inserida como um conjunto de restrições do problema de curto prazo. Como os dois problemas trabalham com representações diferentes e conseqüentemente grandezas diferentes, o acoplamento deve realizar uma transposição de valores em energia para volumes. A FCF do médio prazo estabelece um valor da água para a energia armazenada, e a do curto prazo representa o valor da água por volume armazenado. Atualmente o acoplamento do modelo DECOMP realiza a desagregação da energia armazenada de um reservatório equivalente em volumes armazenados das usinas hidrelétricas ponderando através das produtibilidades constantes de cada usina.

Como não se sabe a priori qual é o armazenamento de cada usina no final do horizonte do curto prazo, a utilização da produtividade constante para realizar a desagregação do valor da água pode gerar imprecisões na transposição da FCF. Diferentes armazenamentos de uma hidrelétrica implicam em valores diferentes de produtividade. Como uma proposta de melhoria ao problema do planejamento de curto prazo, neste trabalho se busca aprimorar esse acoplamento entre médio e curto prazo, utilizando valores de produtividade variável nesta desagregação. Através do polinômio cota-volume e das equações que representam a geração hidrelétrica, é possível expressar a produtividade como função do volume armazenado. Esta representação, inserida no modelo de curto prazo, distribui o volume armazenado entre as usinas de maneira mais precisa de acordo com o ponto de operação da cascata hidrelétrica naquele período.

Este trabalho reproduz os problemas de planejamento energético de médio e curto prazo para um sistema teste de 7 usinas hidrelétricas em cascata, 7 usinas termelétricas e uma carga constante. No médio prazo, é utilizada a representação de reservatórios equivalentes de energia, e no curto prazo a representação individualizada de usinas com produtividade variável conforme Muhlen (2019). Para cada hidrelétrica, é traçada uma curva de produtividade em função do volume, linearizada pelo método dos mínimos quadrados. O acoplamento entre médio e curto prazo é feito pela FCF desagregada com a produtividade como função linear do volume dos reservatórios das usinas hidrelétricas. As restrições de acoplamento obtidas deixam de ser convexas, fazendo-se necessário linearizá-las. Para isso, são utilizados os métodos de envelopes de McCormick (1976) e métodos de restrições lineares inteiras mistas (VIELMA, 2015) (SILVA, 2012). A representação da produtividade variável significa tanto um ganho de precisão como também um maior

esforço computacional, devido a um maior número de restrições no problema final. O ganho de precisão é avaliado em relação ao problema original, com base na produtividade média constante.

1.1 OBJETIVO

Este trabalho inclui no problema de planejamento energético de curto prazo a produtividade como função linear do volume nas restrições que representam a FCF suprida pelo modelo de médio prazo, cuja modelagem é baseada nos conceitos de reservatório equivalente de energia. Neste escopo, os objetivos específicos são:

- a) Implementar os problemas de médio e de curto prazo, o primeiro com modelagem de reservatórios equivalentes de energia e o segundo pela modelagem individualizada de usinas hidrelétricas com produtividade variável;
- b) Calcular as produtibilidades das usinas hidrelétricas do sistema teste como função linear do volume armazenado no reservatório;
- c) Realizar o acoplamento entre ambos os problemas através da FCF representada pelas aproximações lineares dos cortes de Benders;
- d) Nas restrições que modelam a FCF, desagregar a energia armazenada através da produtividade como função linear do volume armazenado das usinas hidrelétricas;
- e) Conforme detalhado adiante, a etapa d) resulta em um modelo não linear e não convexo e, neste sentido, este trabalho apresenta uma linearização através de envelopes de McCormick e de restrições lineares inteiras mistas;
- f) Avaliar o impacto dessa abordagem de desagregação entre o modelo de reservatório equivalente e o modelo de usina individualizada nos resultados do planejamento energético, comparando o uso da produtividade como função linear do volume e o uso da produtividade constante na FCF.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos. Inicialmente, o capítulo 2 apresenta a estrutura do problema de planejamento energético de médio prazo, detalhando a representação de reservatórios equivalentes de energia e a formulação do problema. É apresentado o algoritmo necessário à solução do problema, a PDDE. O sistema teste é resolvido como um problema determinístico e como um problema estocástico. Em seguida, o capítulo 3 apresenta a estrutura do planejamento energético de curto prazo, detalhando a representação de usinas hidrelétricas individualizadas e a formulação do problema. O acoplamento entre os problemas de médio e curto prazo através da FCF é apresentado. O problema de curto prazo é resolvido com a modelagem tradicional do acoplamento. São calculadas as produtibilidades como função linear do volume para as usinas hidrelétricas do sistema teste, e o acoplamento em função do volume é apresentado. O capítulo 4 traz os resultados computacionais do uso do acoplamento em função do volume no acoplamento dos problemas de planejamento de médio e curto prazo. Por fim, o capítulo 5 encerra com as conclusões e sugestões para desenvolvimentos futuros.

2 MODELAGEM DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE MÉDIO PRAZO

O planejamento da operação energética de sistemas elétricos busca assegurar o fornecimento de energia elétrica no futuro de maneira econômica e confiável. O modelo deve representar os elementos do sistema tais como usinas geradoras, com suas restrições físicas e operativas, e o sistema de transmissão, com o atendimento à demanda, os limites de intercâmbio etc. O horizonte é discretizado em períodos, usualmente dados por semanas ou meses.

O planejamento da operação energética de médio prazo, estudo realizado pelo PEN, tem um horizonte de 5 anos à frente, discretizados em meses, o que totaliza 60 meses. O PEN, cujo modelo de otimização é o NEWAVE, é executado anualmente, com revisões quadrimestrais. A seguir, serão apresentados os principais elementos incluídos no planejamento energético de médio prazo e a formulação deste problema por meio de um modelo de otimização. No que tange às usinas geradoras, o sistema é hidrotérmico com representação das usinas hidrelétricas e termelétricas. As usinas termelétricas são representadas individualmente com base na capacidade máxima de geração e no custo de geração, chamado CVU, expresso em R\$/MWh. As usinas hidrelétricas são representadas como uma usina equivalente para um conjunto de usinas presentes na mesma cascata ou região, isto é, um reservatório equivalente de energia (ou sistema equivalente de energia). Cada reservatório equivalente possui uma energia armazenável máxima e uma capacidade de geração máxima.

O sistema elétrico é composto pelas usinas geradoras, pela malha de transmissão e por consumidores. O consumo de energia elétrica, ou a carga, é representada com uma constante em cada período, podendo ser diferenciada por patamares. A previsão é realizada a partir do histórico com base em variáveis meteorológicas, econômicas e fatores temporais. As usinas não-simuladas (eólicas, solares e a biomassa) são abatidas da carga. Para sistemas elétricos malhados, o intercâmbio entre regiões deve respeitar os limites de capacidade das linhas de transmissão. No problema do planejamento energético de médio prazo, as restrições físicas do sistema elétrico não são representadas, apenas as grandezas energéticas.

2.1 RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES DE ENERGIA

Os reservatórios equivalentes de energia transpõem as grandezas de vazão turbinada, vazão vertida e volume de armazenamento para um modelo equivalente em energia. O volume armazenado passa a ser representado pela energia armazenada nos reservatórios das hidrelétricas, e a variável de decisão é a geração hidrelétrica. As afluições passam a ser apresentadas também em termos de energia, como energia afluyente, energia controlável e energia fio d'água. A formulação completa pode ser encontrada em Kligerman (1992), Marcato (2002) e Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (2004), e serão apresentados a seguir os principais atributos da representação por reservatório equivalente de energia, da forma como foi utilizada no contexto deste trabalho.

O sistema equivalente representa uma cascata de hidrelétricas operando de maneira coordenada, e a água armazenada e defluída por uma hidrelétrica gera energia nela própria e pode gerar energia em todas as demais a jusante. Assim, é definido o conceito de produtividade acumulada associada a uma usina hidrelétrica com reservatório, conforme mostrado em (1).

$$\rho_{acu_i} = \rho_i + \sum_{j \in NJ_i} \rho_j \quad (1)$$

em que:

ρ_{acu_i} produtividade acumulada da usina hidrelétrica i (MW/m³/s);

ρ_i produtividade da usina hidrelétrica i (MW/m³/s);

NJ_i conjunto de usinas a jusante da usina hidrelétrica i .

A máxima geração de energia possível é dada pela totalidade de geração hidrelétrica do sistema equivalente (2).

$$g_{Hmáx} = \sum_{i=1}^{n_H} P_{nom_i} \quad (2)$$

em que:

- n_H total de usinas hidrelétricas no sistema;
 P_{nom_i} potência nominal da usina hidrelétrica i (MW).

A máxima capacidade de armazenamento pode ser representada através da energia armazenável máxima, calculada em MWméd (ou MWmês) a partir das produtibilidades acumuladas e dos volumes úteis de cada usina com reservatório de acordo com (3). O volume útil de uma usina hidrelétrica é dado por (4).

$$EA_{máx} = \frac{1}{FATOR} \sum_{i=1}^{n_H} VU_i \cdot \rho_{acu_i} \quad (3)$$

em que:

- $FATOR$ constante para transformar m^3/s em $hm^3/mês$, considerada 2,592 para todos os meses (meses de 30 dias);
 VU_i volume útil da usina hidrelétrica i (hm^3).

$$VU_i = v_{máx_i} - v_{mín_i} \quad (4)$$

em que:

- $v_{máx_i}$ volume máximo do reservatório de uma hidrelétrica i (hm^3);
 $v_{mín_i}$ volume mínimo do reservatório de uma hidrelétrica i (hm^3).

A energia armazenada em determinado período é calculada a partir da parcela de volume útil armazenada, como mostra (5).

$$EA_t = \frac{1}{FATOR} \sum_{i=1}^{n_H} (VA_i^t - v_{mín_i}) \cdot \rho_{acu_i} \quad (5)$$

em que:

- VA_i^t volume armazenado no reservatório da usina hidrelétrica i no mês t (hm^3).

As aflúências são representadas por três conceitos: energia controlável, energia a fio d'água e energia afluente. A energia controlável corresponde à energia que pode ser devidamente produzida por usinas com reservatório a partir da vazão d'água afluente, podendo ser calculada pela vazão natural afluente (6) ou pela vazão afluente incremental, como mostra (7).

$$EC_t = \sum_{i=1}^{n_H} Q_i^t \cdot \left(\rho_i + \sum_{j \in JF_i} \rho_j \right) \quad (6)$$

em que:

EC_t energia controlável associada ao mês t (MWméd);

Q_i^t aflúência natural à usina hidrelétrica i no mês t (m³/s);

JF_i conjunto de usinas a fio d'água a jusante da usina hidrelétrica i até o próximo reservatório exclusive.

$$EC_t = \sum_{i=1}^{n_H} y_i^t \cdot \rho_{acu_i} \quad (7)$$

em que:

y_i^t aflúência incremental à usina hidrelétrica i no mês t (m³/s).

A energia fio d'água corresponde à energia gerada por usinas a fio d'água a partir da vazão afluente incremental a elas, não sendo passível de armazenamento, tal qual (8). Uma usina a fio d'água é capaz de gerar energia a partir da vazão afluente incremental, desde que não ultrapasse sua vazão turbinada máxima.

$$EFIO_t = \sum_{i \in NF} \min \left[\left(q_{máx_i} - \sum_{j \in NM_i} q_{mín_j} \right), y_i^t \right] \cdot \rho_i \quad (8)$$

em que:

$EFIO_t$ energia fio d'água associada ao mês t (MWméd);

NF conjunto de usinas a fio d'água;

- $q_{m\acute{a}x_i}$ vazão turbinada máxima da usina hidrelétrica i (m^3/s);
 $q_{m\acute{i}n_j}$ vazão turbinada mínima da usina hidrelétrica j (m^3/s).

A energia afluyente corresponde à energia associada às vazões afluentes aos aproveitamentos hidrelétricos do sistema, sejam eles de hidrelétricas com reservatório e a fio d'água, e equivale ao somatório da energia controlável e da energia fio d'água.

$$EAF_t = EC_t + EFIO_t \quad (9)$$

em que:

- EAF_t energia afluyente associada ao mês t (MWméd).

A representação por reservatório equivalente trata as grandezas na unidade de energia. O balanço hídrico baseado na conservação da água do sistema é, portanto, um balanço energético, relacionando a energia controlável, a geração hidrelétrica do sistema e as energias armazenada e vertida, como mostra (10), assegurando o princípio de conservação de energia. Neste trabalho foi considerado um único reservatório equivalente em um único sistema, portanto não há a representação de intercâmbio de energia.

$$ea_t - ea_{t-1} + g_H^t + ev_t = EC_t \quad (10)$$

em que:

- ea_t energia armazenada ao final do mês t (MWméd);
 g_H^t geração do reservatório equivalente no mês t (MWméd);
 ev_t energia vertida no mês t (MWméd);
 EC_t energia controlável afluyente ao sistema equivalente no mês t (MWméd).

A representação do sistema elétrico é dada pelo atendimento à demanda de energia, conforme apresentado em (11). Toda a geração de energia elétrica do parque gerador deve ser capaz de garantir o atendimento à carga. Caso o parque gerador não possa suprir a carga em determinado período, há um déficit no atendimento à

demanda. O não atendimento da demanda é representado incluindo-se uma usina termelétrica fictícia com capacidade de geração infinita e custo de operação equivalente ao custo de déficit.

$$g_H^t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t \quad (11)$$

em que:

$g_{T_i}^t$ geração da usina termelétrica i no mês t (MWméd);

L_t carga no mês t (MWméd).

O fornecimento de energia ocorre a um custo, calculado a partir do produto entre a geração termelétrica e o CVU das usinas, conforme (12). O custo (imediato) de geração hidrelétrica é considerado nulo.

$$C_T^t = \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d \quad (12)$$

em que:

C_T^t custo total de geração do mês t ;

n_T total de usinas termelétricas;

A_i custo variável unitário (CVU) de operação da usina termelétrica i (R\$/MWh);

T_d número de horas no mês (h).

2.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DE MÉDIO PRAZO

O planejamento da operação energética é formulado como um problema de otimização, onde se busca minimizar uma função objetivo – o custo esperado de geração de energia, enquanto se atende às restrições do planejamento. As restrições do problema são:

- Equação de atendimento à demanda;
- Equações do balanço hídrico;
- Limites das variáveis.

No problema de planejamento de médio prazo, a representação de usinas hidrelétricas é feita por reservatórios equivalentes de energia e a discretização do horizonte é mensal. A seguir será apresentado uma variante determinística do problema de otimização associado ao planejamento de médio prazo, a partir do que é apresentado em Marcato (2002) e Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (2004).

2.2.1 Função objetivo

A função objetivo é a minimização do somatório do custo de geração termelétrica nos N meses do horizonte de planejamento, como mostra (13).

$$\min \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d \quad (13)$$

em que:

N total de meses.

2.2.2 Restrições

O atendimento à demanda de energia elétrica significa que o somatório das gerações hidrelétrica e termelétrica deve ser igual à previsão de carga para cada mês do horizonte de planejamento. Será considerado um único patamar de carga e um único reservatório equivalente. No problema com reservatório equivalente, a geração hidrelétrica é dada por sistema equivalente, e soma-se também a energia fio d'água, tal qual (14).

$$g_H^t + EFIO_t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t, \quad \text{para } t = 1 \dots N \quad (14)$$

A conservação da água deve ser assegurada para cada reservatório equivalente através das equações do balanço energético. A geração de energia hidrelétrica, somada à energia vertida e à alteração da energia armazenada equivalem à energia controlável, para cada mês de cada sistema, tal qual (15).

$$ea_t - ea_{t-1} + g_H^t + ev_t = EC_t, \quad \text{para } t = 1 \dots N \quad (15)$$

As restrições de limites das variáveis são a capacidade máxima de geração hidrelétrica (16), a capacidade máxima de geração das usinas termelétricas (17) e os limites de energia armazenada (18). Todas as variáveis do problema são positivas.

$$g_H^t \leq g_{H_{m\acute{a}x}} - EFIO_t, \quad \text{para } t = 1 \dots N \quad (16)$$

$$g_{T_i}^t \leq g_{T_{m\acute{a}x_i}} \quad \text{para } i = 1 \dots n_T \text{ e } t = 1 \dots N \quad (17)$$

$$ea_t \leq ea_{m\acute{a}x} \quad \text{para } t = 1 \dots N \quad (18)$$

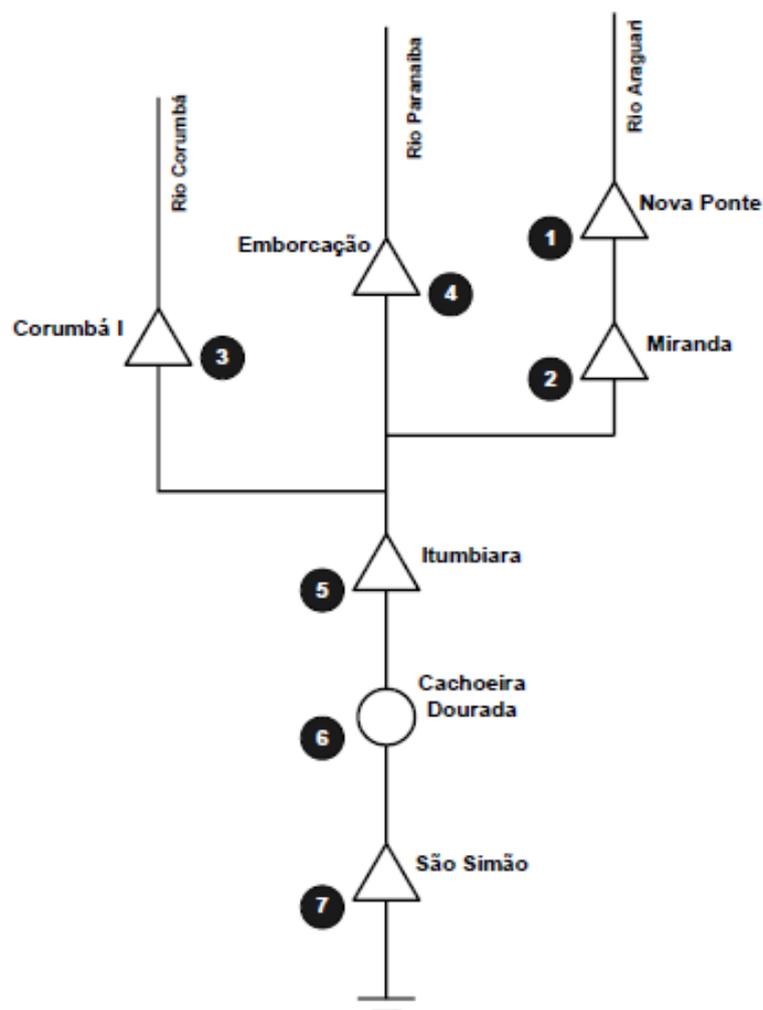
2.3 PROBLEMA DETERMINÍSTICO

Conhecendo a formulação do problema de otimização do planejamento de médio prazo, é possível resolver um problema determinístico com valores de um sistema hidrotérmico teste. O problema será resolvido como um PL único, para um único cenário de energia afluente por vez.

2.3.1 Sistema teste

Seja um sistema teste com 7 usinas hidrelétricas com reservatório em cascata, 7 usinas termelétricas e uma carga constante. As hidrelétricas são retiradas de um trecho da bacia do Paranaíba a partir de Marcato (2002). A Figura 4 apresenta a configuração das usinas hidrelétricas do sistema teste. A Tabela 2 apresenta os dados das hidrelétricas necessários para sua representação no problema de planejamento de médio prazo. A Tabela 3 apresenta os dados das usinas termelétricas. São 6 usinas termelétricas e uma usina com capacidade “infinita” para representar o déficit de atendimento à demanda.

Figura 4 – Diagrama esquemático da cascata de hidrelétricas do sistema teste



Fonte: (MARCATO, 2002).

Tabela 2 – Dados das usinas hidrelétricas

	Usina hidrelétrica	Volume mínimo (hm ³)	Volume máximo (hm ³)	Vazão máxima (m ³ /s)	Potência instalada (MW)	Produtibilidade constante (MW/m ³ /s)
1	Nova Ponte	2412	12792	484,70	510	0,9401900
2	Miranda	974	1120	618,66	408	0,6172800
3	Corumbá I	470	1500	585,98	375	0,5768700
4	Emborcação	4669	17725	980,66	1192	1,0413000
5	Itumbiara	4573	17027	3013,87	2280	0,6456600
6	Cachoeira Dourada ¹	302	523	2106,96	658	0,2633715
7	São Simão	7000	12540	2394,33	1710	0,6094300

Fonte: Adaptado de (MARCATO, 2002) e (FREDO, 2016).

¹ Cachoeira Dourada é uma usina hidrelétrica a fio d'água que, para simplificação, teve seus dados alterados artificialmente para ser considerada como uma usina com reservatório.

Tabela 3 – Dados das usinas termelétricas

Usina termelétrica	CVU (R\$/MWh)	Capacidade Máxima (MW)
T1	50	200
T2	100	350
T3	150	400
T4	200	300
T5	250	500
T6	300	450
Déficit	500	3800

Fonte: Autoria própria.

Para o sistema considerado tem-se abaixo os valores numéricos da energia armazenável máxima (19), energia armazenada inicial para um volume útil inicial de 70% em cada reservatório (20), a geração hidrelétrica máxima (21) e a geração térmica máxima (22). A carga do sistema é de 6.000 MWmês.

$$EA_{m\acute{a}x} = 34.837,37 \text{ MWm\acute{e}s} \quad (19)$$

$$EA_i(70\%) = 24.386,16 \text{ MWm\acute{e}s} \quad (20)$$

$$g_{Hm\acute{a}x} = 7.133 \text{ MWm\acute{e}d} \quad (21)$$

$$g_{Tm\acute{a}x} = 2.200 \text{ MWm\acute{e}d} \quad (22)$$

2.3.2 Solução determinística do problema de médio prazo

O problema do planejamento energético de médio prazo como apresentado anteriormente está dado em (23) na forma de um PL único. Considerando 24 meses de horizonte, o problema é representado por 24 estágios. Considerando um mês de 30 dias, o número de horas no mês T_d é 720. Todas as variáveis do problema são dadas em termos de energia, em MWméd.

$$\begin{aligned} \min & \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d \\ \text{s. a. } & g_H^t + EFIO_t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t, \quad \text{para } t = 1 \dots N \\ & ea_t - ea_{t-1} + g_H^t + ev_t = EC_t, \quad \text{para } t = 1 \dots N \end{aligned} \quad (23)$$

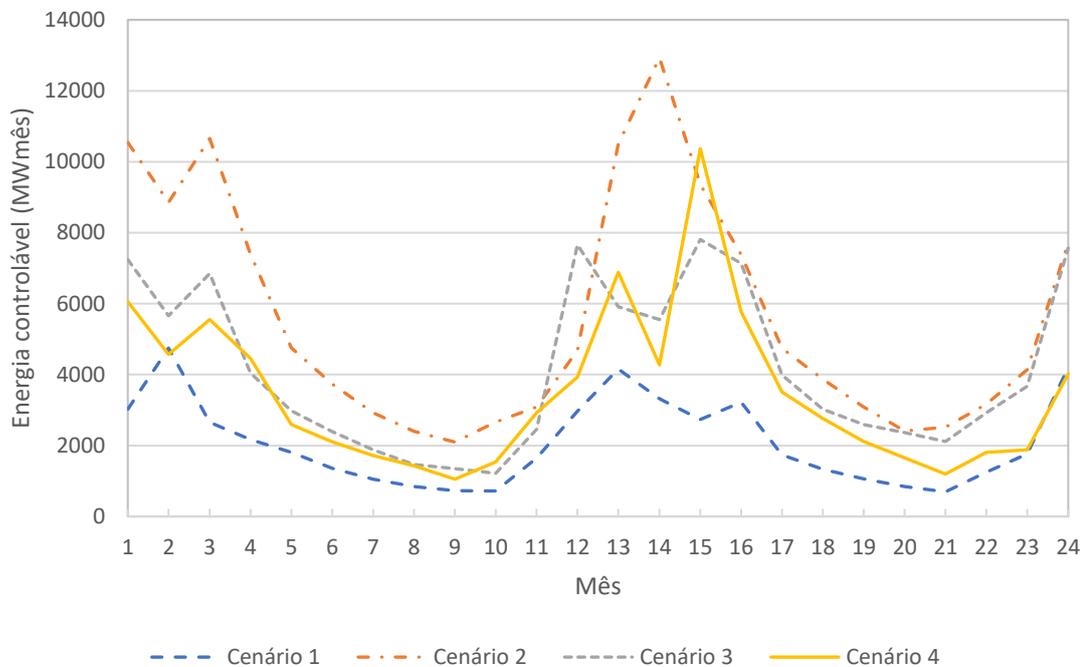
$$g_H^t \leq g_{H_{m\acute{a}x}} - EFIO_t, \quad \text{para } j = 1 \dots N$$

$$g_{T_i}^t \leq g_{T_{m\acute{a}x_i}} \quad \text{para } i = 1 \dots n_T \text{ e } t = 1 \dots N$$

$$ea_t \leq ea_{m\acute{a}x} \quad \text{para } j = 1 \dots N$$

A Figura 5 apresenta quatro cenários de energia afluente ao sistema, extraídos do histórico de afluências a partir dos biênios 1954-55 (Cenário 1), 1982-83 (Cenário 2), 2005-06 (Cenário 3) e 2010-11 (Cenário 4). Há a representação de um cenário mais seco (Cenário 1), um cenário mais úmido (Cenário 2) e dois cenários intermediários (Cenários 3 e 4).

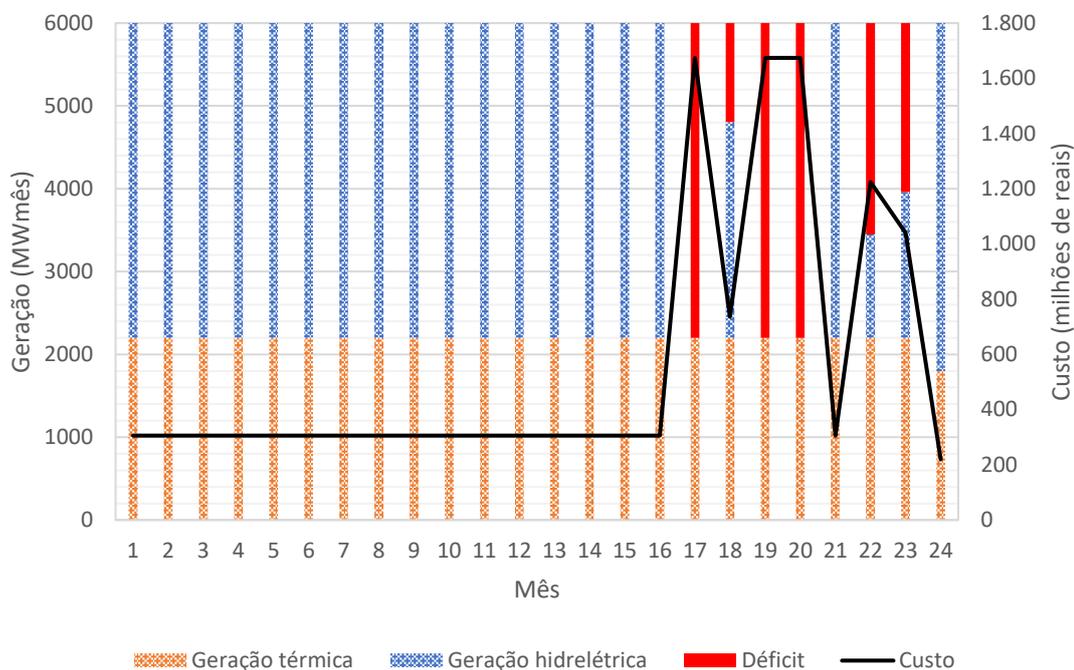
Figura 5 – Cenários de energia afluente ao sistema



Fonte: Autoria própria.

O resultado do planejamento energético para o Cenário 1 está apresentado na Figura 6. A geração térmica é máxima do 1º ao 23º mês, de 2200 MWh/mês. O parque gerador é suficiente para suprir a carga até o 16º mês, e em seguida há déficit de carga em alguns meses. O custo da operação nos meses em que há déficit é notavelmente maior, visto que o custo do déficit é bastante superior ao CVU das usinas térmicas.

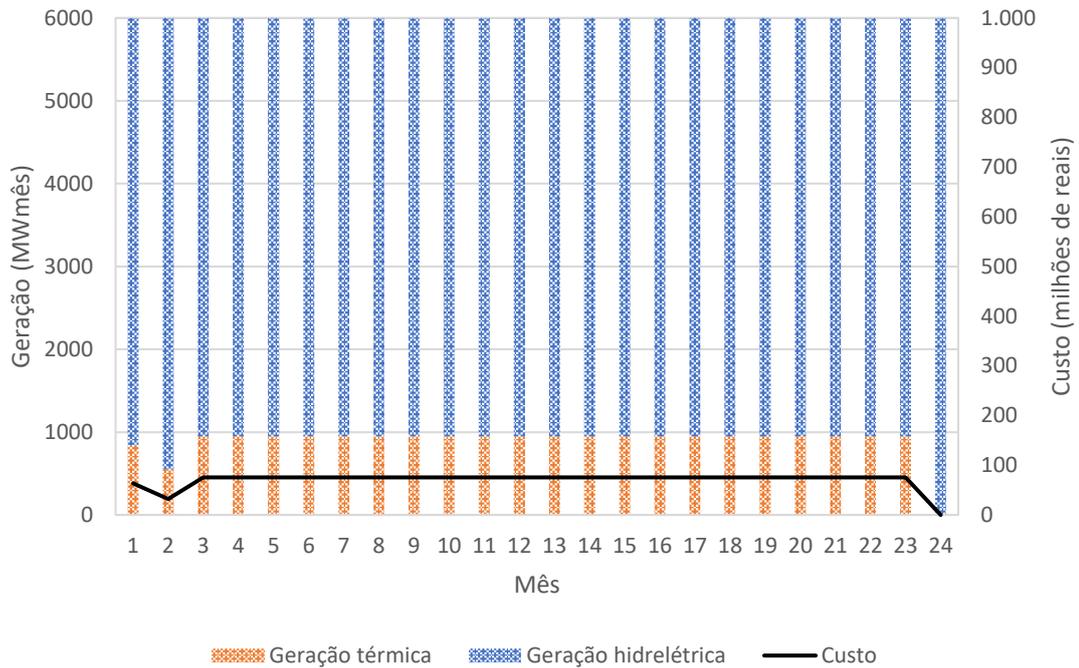
Figura 6 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 1



Fonte: Autoria própria.

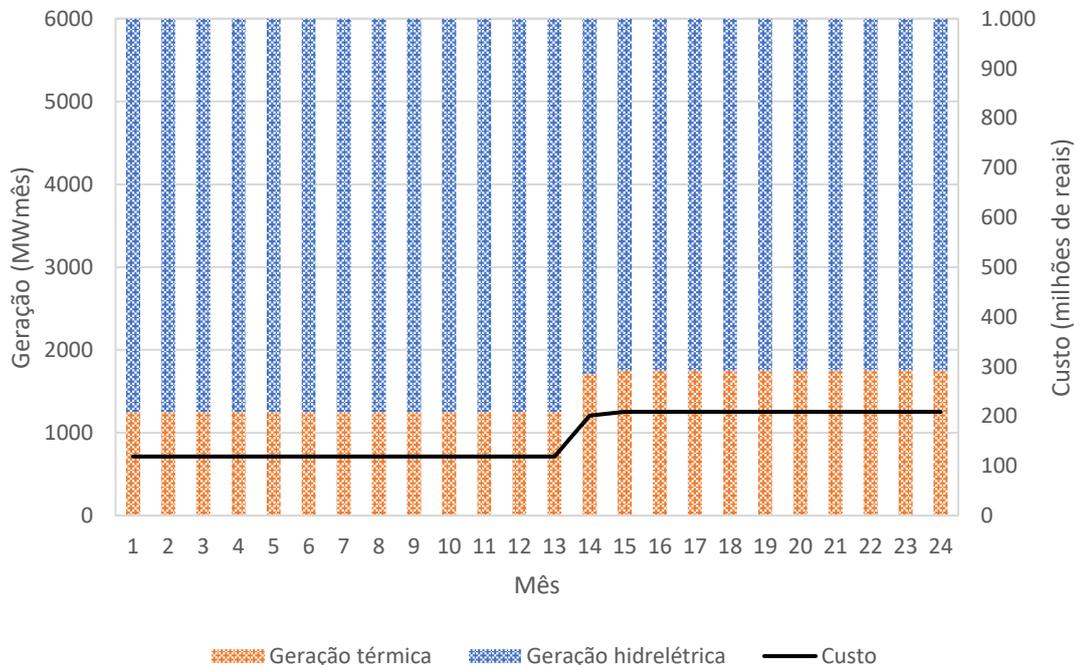
O Cenário 2, o cenário mais úmido, é dado pela operação exclusiva da geração hidrelétrica, sem geração térmica em todo o horizonte. Assim, o custo é nulo para os 24 meses. O resultado do planejamento energético para o Cenário 3 está apresentado na Figura 7. A geração térmica é de 889,23 MWh no período, sendo necessárias apenas as usinas térmicas 1, 2 e 3. Do 3º ao 23º mês, essas três usinas geram o seu máximo, de 950 MWh. A geração hidrelétrica é capaz de suprir o restante da carga em todo o horizonte. O resultado do planejamento energético para o Cenário 4 está apresentado na Figura 8. A geração térmica é de 1477,47 MWh no período, sendo necessárias as usinas térmicas 1, 2, 3, 4 e 5. Do 15º ao 24º mês, essas cinco usinas geram o seu máximo, de 1750 MWh. A geração hidrelétrica é capaz de suprir o restante da carga em todo o horizonte.

Figura 7 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 3



Fonte: Autoria própria.

Figura 8 – Geração térmica e custo da operação energética para o Cenário 4



Fonte: Autoria própria.

O Cenário 1, com menores afluências aos reservatórios, é o que apresenta o maior custo total, como mostra a Tabela 4. O Cenário 2, com maiores afluências,

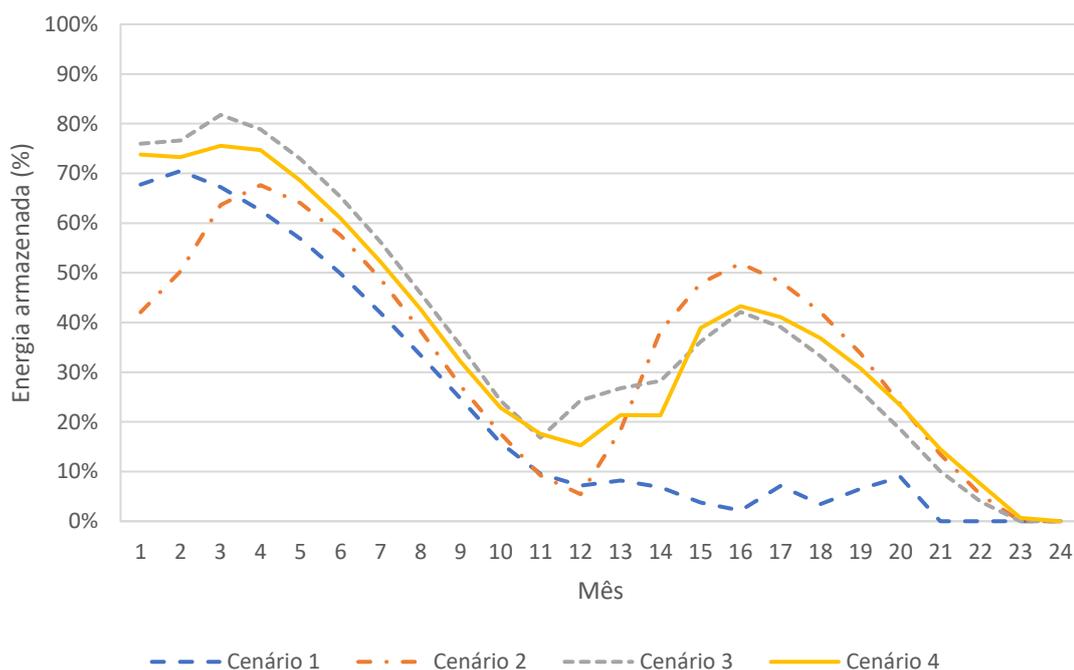
possui custo nulo, e o Cenário 4 é mais caro que o Cenário 3. A Figura 9 apresenta a evolução da energia armazenada ao longo do horizonte para cada cenário, como um percentual da energia armazenável máxima. O Cenário 1 apresenta o maior deplecionamento dos reservatórios, atingindo 0% de energia armazenada no 21º mês. Os Cenários 2 e 3 atingem 0% no 23º mês, e o Cenário 4, no 24º mês. Nos meses subsequentes, as hidrelétricas geram energia exclusivamente a partir da energia afluência, sem armazenamento.

Tabela 4 – Operação energética dos quatro cenários

Cenário	1	2	3	4
Geração térmica (MW _{méd})	2.183,31	0	889,23	1.477,47
Custo (milhões de R\$)	13.443,75	0	1.683,88	3.833,87

Fonte: Autoria própria.

Figura 9 – Energia armazenada ao final de cada mês para cada cenário



Fonte: Autoria própria.

Os quatro cenários apresentam diferentes perfis de afluência aos reservatórios, resultando em diferentes cenários de planejamento da operação energética. Na análise individualizada dos cenários por meio de problemas determinísticos, as decisões obtidas são ótimas para cada um deles. As decisões são bastante distintas entre si, e não há garantia da qualidade delas na ocorrência de um

cenário diferente. Numa realidade em que os cenários de afluências futuros são desconhecidos e estocásticos, o verdadeiro desafio do planejamento é considerar essa diversidade de cenários em uma operação única. Por meio de um planejamento estocástico obtém-se uma decisão ótima para uma gama de cenários possíveis. Nos próximos tópicos, será apresentado como incorporar a incerteza no problema de planejamento de médio prazo.

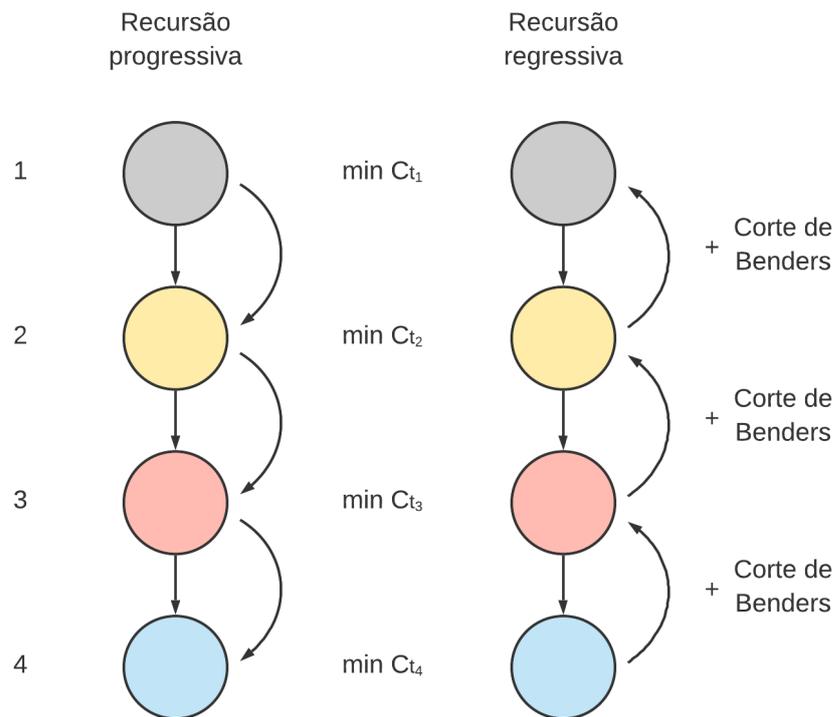
2.4 PROGRAMAÇÃO DUAL DINÂMICA

A Programação Dual Dinâmica (PDD), servindo-se da Programação Dinâmica (BELLMAN, 1957) e da inserção de cortes por meio da Decomposição de Benders (BENDERS, 1962), permite um grande ganho computacional na solução do problema de planejamento energético. O problema de otimização multiestágio é resolvido de maneira iterativa, realizando recursões progressivas e regressivas ao longo dos estágios até alcançar a precisão desejada da solução ótima.

Na PDD, cada estágio é resolvido separadamente, com o objetivo de minimizar o custo tão somente daquele estágio. A variável do custo futuro, α_t , compõe a função objetivo de cada estágio t . Primeiramente é realizada uma recursão progressiva indo do primeiro ao último, resolvendo cada estágio como um PL único. A solução de um estágio alimenta os dados de entrada do estágio seguinte. Na recursão regressiva, realizada do último ao primeiro estágio, é acrescentada ao conjunto de restrições de cada estágio uma restrição que representa uma aproximação linear da FCF, para todos os estágios do penúltimo ao primeiro. O custo futuro do último estágio é considerado nulo, pois ele é o final do horizonte de estudo. A aproximação linear da FCF é feita a partir a construção de um corte de Benders. Após a recursão regressiva, é realizada uma nova recursão progressiva, e assim sucessivamente.

Ao longo das iterações, a FCF vai sendo aproximada por mais e mais cortes, permitindo uma representação mais precisa do valor da água e uma aproximação da solução ótima. O diagrama da Figura 10 apresenta a dinâmica das recursões progressiva e regressiva, também chamadas de simulações *forward* e *backward*.

Figura 10 – Recursões progressiva e regressiva da PDD



Fonte: Autoria própria.

A construção dos cortes de Benders é realizada a partir do problema dual de otimização, e está representada em (24).

$$\alpha_{t-1} \geq w_t^* + \frac{\delta w_t(x_{t-1}^*)}{\delta x_{t-1}} \cdot (x_{t-1} - x_{t-1}^*) \quad (24)$$

em que:

- α_{t-1} variável do custo futuro associado ao estágio $t-1$;
- w_t^* custo ótimo do problema do estágio t ;
- x_{t-1}^* solução ótima do problema do estágio $t-1$;
- x_{t-1} variável do problema do estágio $t-1$.

A sensibilidade da função objetivo com relação à variação na variável de decisão de interesse, dada pela derivada parcial, corresponde aos multiplicadores de Lagrange. A variável em questão é a energia armazenada, assim, os multiplicadores de Lagrange utilizados na construção dos cortes são aqueles associados às restrições

com a variável de decisão energia armazenada. Para o problema de planejamento de médio prazo, é a restrição de balanço energético.

A Figura 11 apresenta o algoritmo da PDD para problemas com N estágios. O algoritmo começa com a resolução do problema de primeiro estágio, na primeira recursão progressiva. A solução do problema resulta em uma solução ótima (x_1^*, α_1^*) . O segundo estágio é resolvido a partir da solução ótima x_1^* , obtendo-se uma solução ótima (x_2^*, α_2^*) e assim sucessivamente até o estágio N. Ao final da recursão progressiva através dos N estágios, é calculado o limite superior do problema (25), dado pela soma dos custos individuais de cada estágio.

$$Z_{\text{sup}} = \text{mín} \left(Z_{\text{sup}}; \sum_{t=1}^N c_t x_t \right) \quad (25)$$

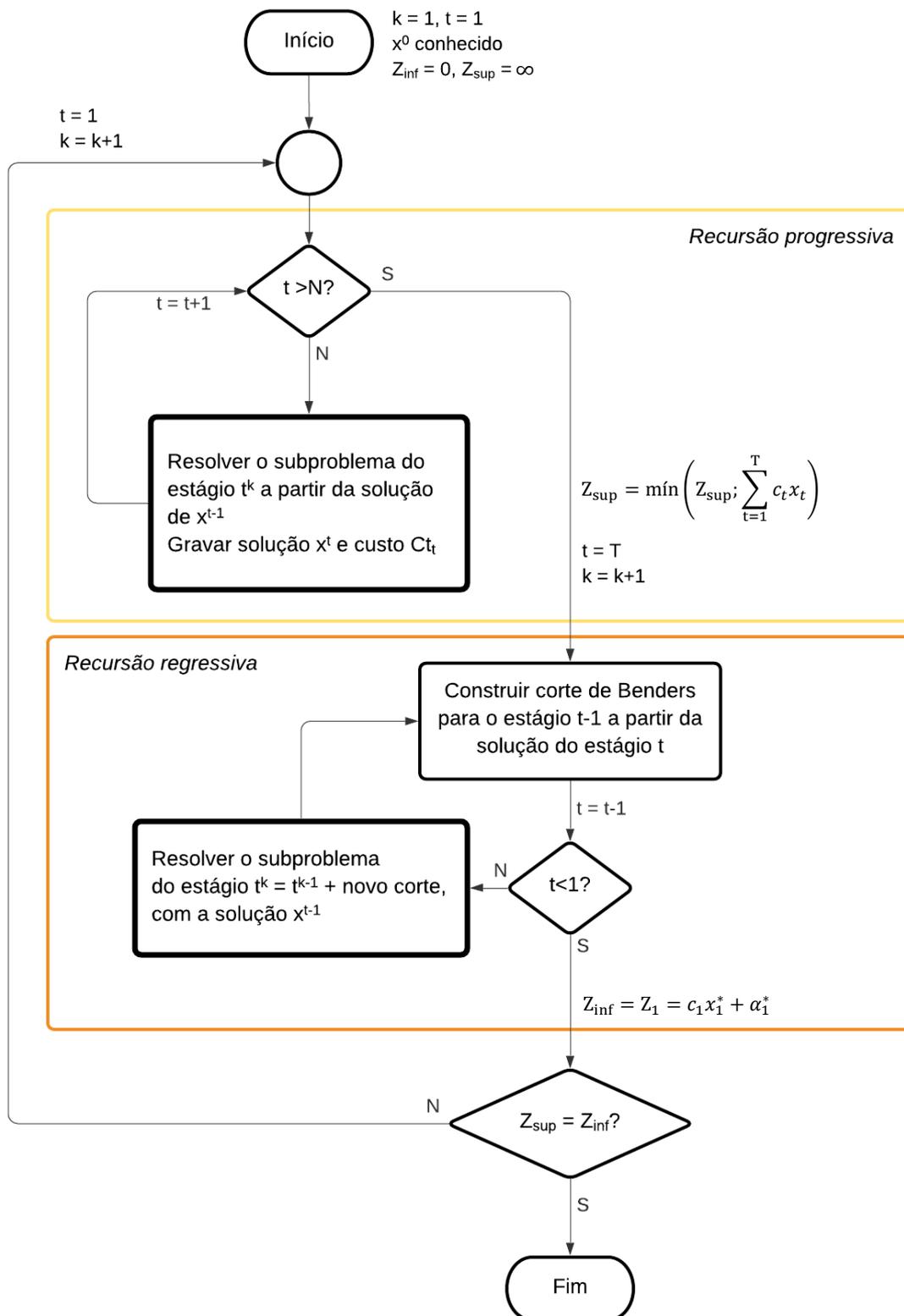
Após serem percorridos os N estágios na recursão progressiva, é iniciada a recursão regressiva no estágio N. A partir dos multiplicadores de Lagrange π_N^* e do custo total w_N^* da solução ótima do estágio N, é construído o corte de Benders que será utilizado para aproximar a FCF do estágio N-1, conforme (24). Essa restrição é acrescida ao problema N-1, que é resolvido. Os dados de entrada são a solução do estágio anterior (N-2) resolvido na recursão progressiva. Em seguida, são construídos os cortes de Benders relativos ao estágio N-1 e acrescidos ao problema N-2, que é resolvido, e assim sucessivamente até a solução do primeiro estágio acrescido dos cortes de Benders.

A solução do problema de primeiro estágio caracteriza o limite inferior do problema, calculado ao final da recursão regressiva conforme (26). Limites superior e inferior são comparados. O custo ótimo do primeiro estágio e a soma dos custos de todos os estágios devem ser iguais. Quando a diferença entre ambos for inferior à tolerância desejada, atinge-se a convergência. Enquanto não, reinicia-se o processo com uma nova recursão progressiva.

$$Z_{\text{inf}} = Z_1 = c_1 x_1^* + \alpha_1^* \quad (26)$$

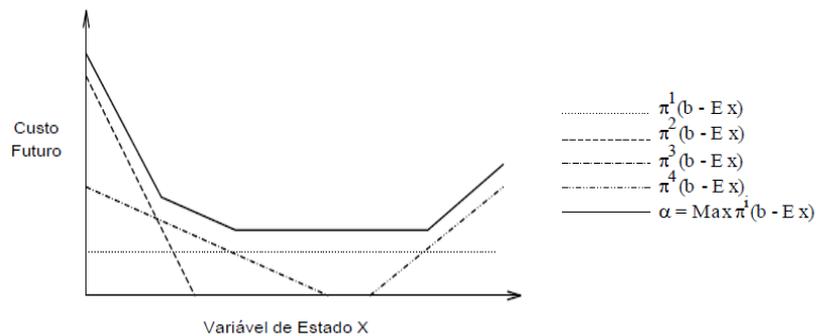
Ao longo das iterações, a aproximação da FCF construída pelos cortes de Benders vai se tornando mais precisa pelo acréscimo de novos cortes, como mostra a Figura 12, e aproxima-se da solução ótima do problema multiestágio como um todo.

Figura 11 – Algoritmo da PDD



Fonte: Adaptado de Santos e Diniz (2009).

Figura 12 – Aproximações lineares da função de custo futuro



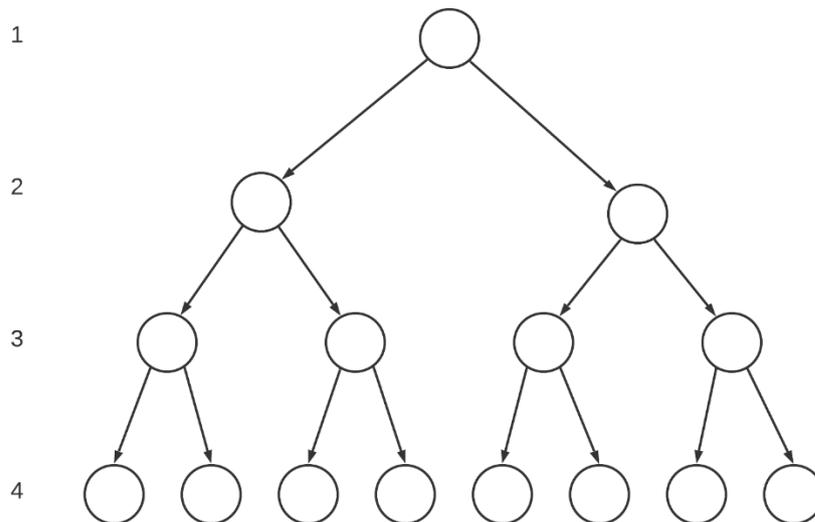
Fonte: (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

2.5 PROGRAMAÇÃO DUAL DINÂMICA ESTOCÁSTICA

A abordagem da Programação Dinâmica permite a solução de problemas de otimização estocástica, fornecendo base para uma outra metodologia denominada Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). A variável aleatória do problema de planejamento energético de sistemas hidrotérmicos é a afluência aos reservatórios das usinas hidrelétricas. Para o primeiro estágio, o valor da variável aleatória é considerado conhecido, e a partir do segundo estágio se desdobram vários cenários possíveis.

Para um problema de quatro estágios, por exemplo, a Figura 13 apresenta uma árvore de cenários com duas realizações por estágio. A árvore representa a evolução no tempo das variáveis aleatórias. Ao todo, são oito cenários possíveis, representados pelos ramos da árvore. A construção de uma boa árvore de cenários é fundamental para a qualidade da solução de um problema estocástico. O número de cenários considerados não deve ser tão pequeno que resulte numa representação pobre das variáveis aleatórias nem tão extenso que o esforço computacional seja impraticável. O ideal é ter um número suficiente de cenários para representar perfeitamente o espaço de probabilidade (FINARDI, DECKER e MATOS, 2013).

Figura 13 – Árvore de cenários



Fonte: Autoria própria.

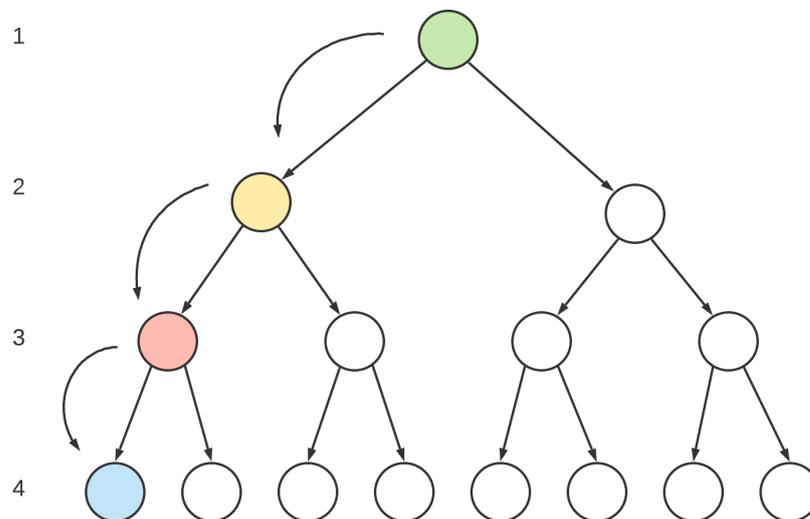
Este tipo de árvore de cenários é conhecido como de amostras comuns, com todos os nós de determinado estágio possuindo os mesmos nós descendentes. Assim, todos os estágios possuem o mesmo número de realizações possíveis da variável aleatória e as mesmas realizações. Assume-se que as afluências em um estágio qualquer independem das afluências anteriores. Esta hipótese pode ser não realista, desprezando a correlação entre as afluências ao longo do tempo e descartando por exemplo a ocorrência de períodos secos. O modelo PAR(p), utilizado para representação dos cenários de afluência em Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (2004), considera a dependência temporal da afluência de um estágio com os p estágios anteriores, trabalhando com vetores aleatórios dependentes. Neste trabalho, a simplificação de uma árvore de cenários com vetores aleatórios independentes é suficiente.

2.5.1 Algoritmo

A abordagem da PDD pode ser estendida para um problema estocástico a partir do reconhecimento da árvore de cenários com técnicas de amostragem de Monte Carlo. Cada estágio possui uma quantidade de realizações possíveis, e devem ser definido quantos cenários serão percorridos por iteração.

Na recursão progressiva, após a solução do problema de primeiro estágio, um número n de realizações da variável aleatória de segundo estágio é sorteado do total de m realizações possíveis. O segundo estágio é resolvido para estas realizações, e em seguida novas n realizações para o terceiro estágio são sorteadas, até chegar ao último estágio, como mostra a Figura 14 com o reconhecimento de um único cenário. Nesta árvore, ao final da recursão progressiva, uma amostra de um cenário terá sido percorrida do conjunto de sequências possíveis do total de 8 cenários. Neste trabalho, foi feita uma única simulação progressiva, com um sorteio de uma única realização da variável aleatória.

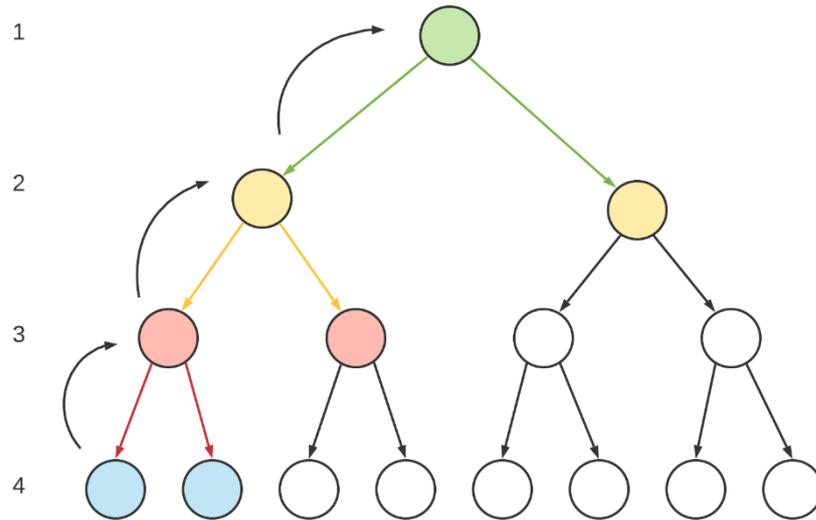
Figura 14 – Recursão progressiva da PDDE



Fonte: Autoria própria.

Na recursão regressiva, iniciada no último estágio, são resolvidos problemas lineares para cada uma das duas realizações possíveis, obtendo então os custos ótimos $w_{N,k}^*$ e multiplicadores de Lagrange $\pi_{N,k}^*$. A Figura 15 ilustra a recursão regressiva. As duas realizações possíveis do último estágio são resolvidas, e o corte de Benders construído para o penúltimo estágio conterá a média das informações de ambas as realizações, tal qual (27). Isso é feito até retornar ao primeiro estágio.

Figura 15 – Recursão regressiva da PDDE



Fonte: Autoria própria.

$$\sum_{k=1}^m \frac{w_{j,k}^*}{m} + \sum_{k=1}^m \frac{\pi_{j,k}^*}{m} (ea_{j-1}^* - ea_{j-1}) - \alpha_{j-1} \leq 0 \quad (27)$$

em que:

- m número de realizações por estágio;
- $w_{j,k}^*$ custo ótimo do estágio j para a realização k ;
- $\pi_{j,k}^*$ multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço energético do estágio j para a realização k ;
- ea_{t-1}^* energia armazenada ótima no sistema ao final do mês $t-1$ obtida ao longo da simulação progressiva (MWméd).

Na recursão progressiva seguinte, um novo cenário de afluências é sorteado, com um percurso da árvore de cenário através de outro ramo, e os cortes de Benders serão construídos ao redor de outros pontos do sistema. Assim, ao longo das iterações e das recursões progressivas e regressivas, a FCF será aproximada para diversos cenários da variável aleatória. O limite inferior é calculado de maneira análoga à PDD, pelo custo ótimo do primeiro estágio (26).

O critério de parada é dado pela estabilização do valor do limite inferior. Quando o limite inferior não variar mais de 0,1% nas últimas 10 iterações, é considerado que o problema convergiu. Após a convergência, o limite superior é

estimado a partir da resolução de uma simulação progressiva de 2000 cenários sorteados aleatoriamente e percorridos um a um, como a média da soma dos custos ótimos (28).

$$Z_{\text{sup}} = \frac{1}{n_{\text{cen}}} \sum_{k=1}^{n_{\text{cen}}} z_k^* \quad (28)$$

em que:

- n_{cen} número de cenários;
- z_k^* custo ótimo da sequência para o cenário k .

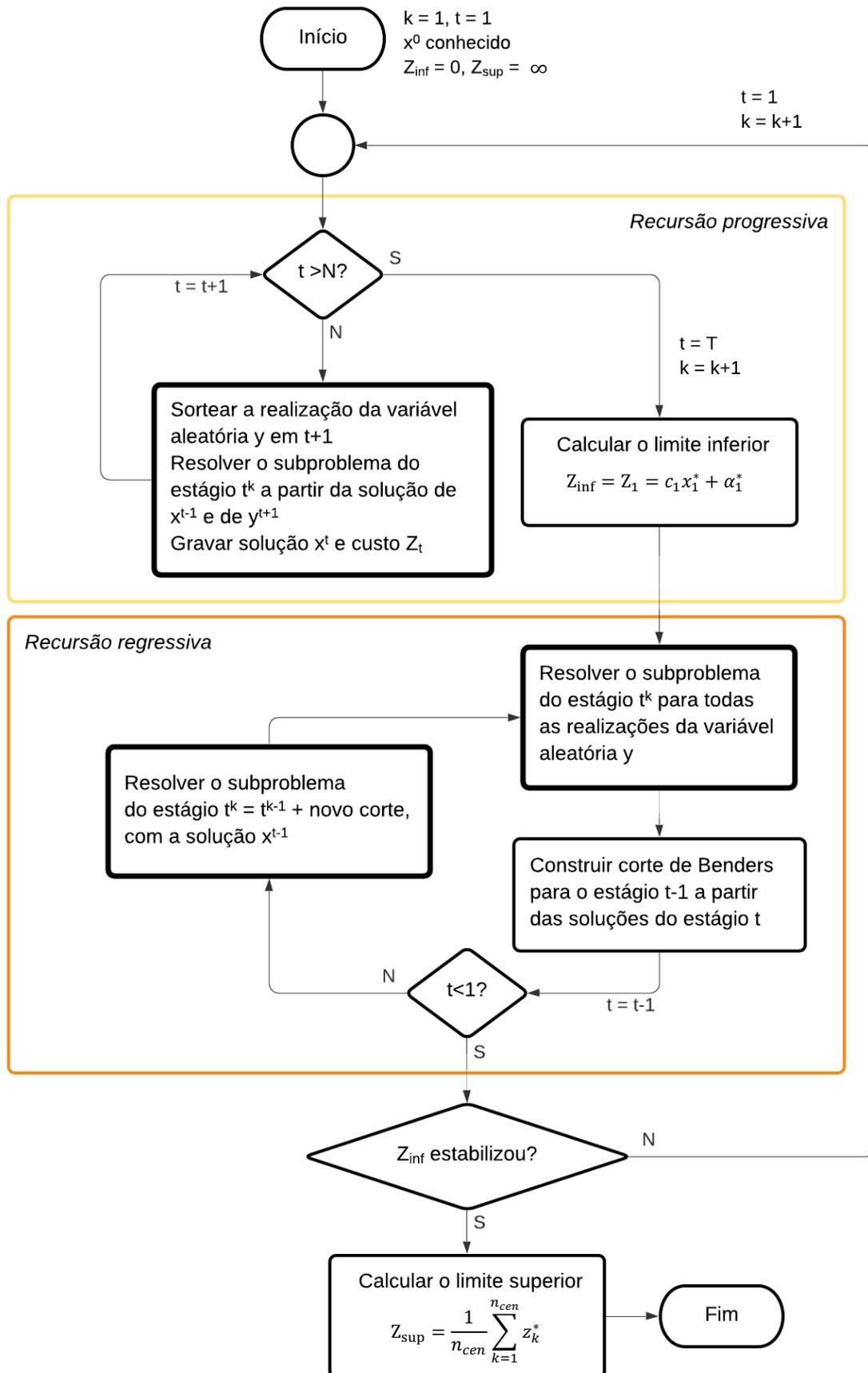
Para cada iteração realizada, é construída uma aproximação linear da FCF para cada estágio pelo corte de Benders (27). Assim, ao atingir a convergência, para cada estágio, haverá tantas aproximações lineares da FCF quantas forem as iterações, como mostra (29). A Figura 16 apresenta o algoritmo da PDDE (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

$$w^{*k} - \pi^k \cdot (ea_{j-1}^{*k} - ea_{j-1}) - \alpha_{j-1} \leq 0 \text{ para } k = 1 \dots n_k \quad (29)$$

em que:

- k número da iteração;
- w^{*k} custo ótimo equivalente para a iteração k ;
- π^k multiplicador de Lagrange equivalente para a iteração k ;
- ea_{t-1}^{*k} energia armazenada ótima no sistema ao final do mês $t-1$ obtida na iteração k (MWméd);
- n_k número total de iterações para a convergência.

Figura 16 – Algoritmo da PDDE



Fonte: Autoria própria.

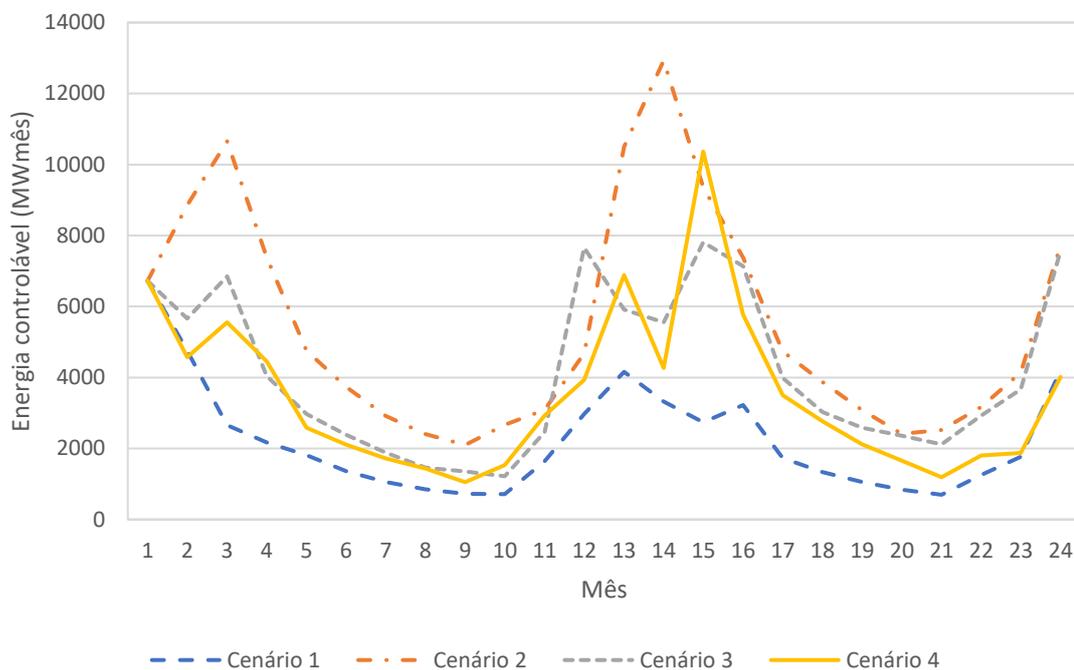
2.5.2 Solução estocástica do problema de médio prazo

Para considerar diversos cenários de afluências, a PDDE representa cada estágio t por um problema de otimização único, tal qual (30). Uma aproximação linear por partes da FCF é incluída a cada iteração, a partir de (27).

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d + \alpha_t \\
 \text{s. a. } & g_H^t + EFIO_t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t \\
 & ea_t - ea_{t-1} + g_H^t + ev_t = EC_t \\
 & g_H^t \leq g_{H_{m\acute{a}x}} - EFIO_t \\
 & g_{T_i}^t \leq g_{T_{m\acute{a}x_i}} \text{ para } i = 1 \dots n_T \\
 & ea_t \leq ea_{m\acute{a}x}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Considerando os quatro cenários apresentados na Figura 5, é possível resolver o problema do planejamento energético de médio prazo de forma estocástica. A árvore de cenários é construída com o primeiro mês determinístico e quatro aberturas por estágio para os demais 23 meses. Os valores das quatro aberturas serão obtidos a partir dos quatro cenários apresentados, com as afluências incrementais transformadas em energia controlável. Para um total de quatro aberturas por estágio, cada iteração percorrerá um único cenário de um total de 4^{23} cenários, até encontrar a convergência. O primeiro estágio é obtido pela média dos quatro cenários anteriores, e a energia controlável é dada por 6719,20 MW_{méd}, como mostra a Figura 17. Para os estágios seguintes, a cada iteração progressiva, para cada mês, é sorteada uma energia controlável entre os quatro cenários.

Figura 17 – Cenários de energia afluente

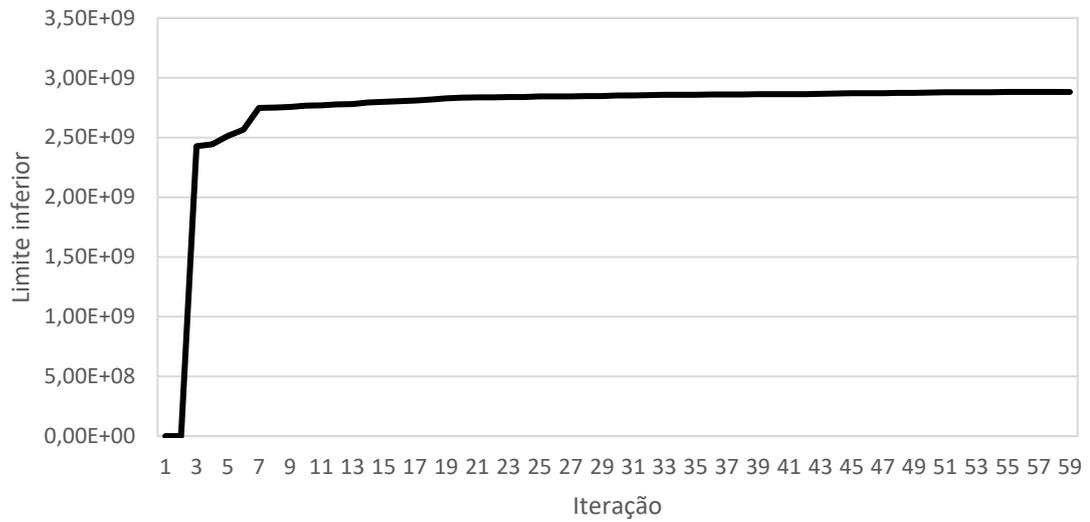


Fonte: Autoria própria.

O problema convergiu em 59 iterações, como mostra a Figura 18, cujo valor resultante do limite inferior é de R\$ 2.880,86 milhões e o limite superior de R\$ 2.936,11 milhões. Assim, o resultado da PDDE fica entre o custo total dos cenários 3 e 4, como mostra a Figura 19, que compara o custo da solução estocástica com o custo dos quatro cenários determinísticos.

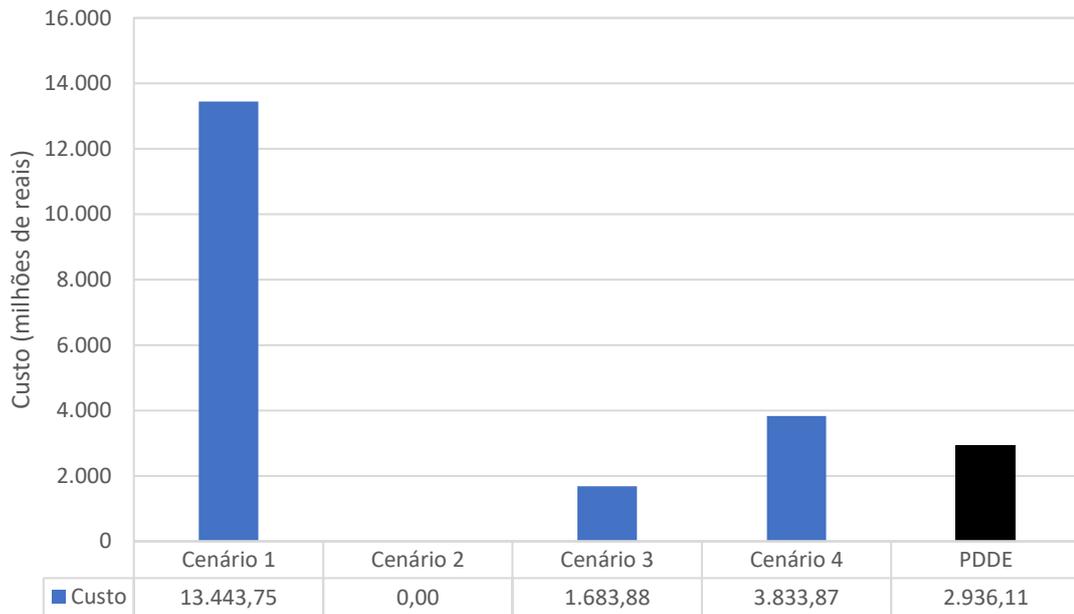
O resultado da PDDE está apresentado na Figura 20, como a média dos 2000 cenários utilizados para cálculo do limite superior. A geração térmica é de 1174,92 MW_{méd} no período, com um custo de déficit de 6,7 MW_{méd}. A Figura 21 apresenta a evolução da energia armazenada ao longo do horizonte para a PDDE em comparação com os quatro cenários. A PDDE apresenta o uso mais cauteloso da água dos reservatórios, com menor deplecionamento, porém também corresponde a um cenário de aflúncias que pondera cenários mais úmidos e cenários mais secos.

Figura 18 – Limite inferior ao longo das iterações da PDDE



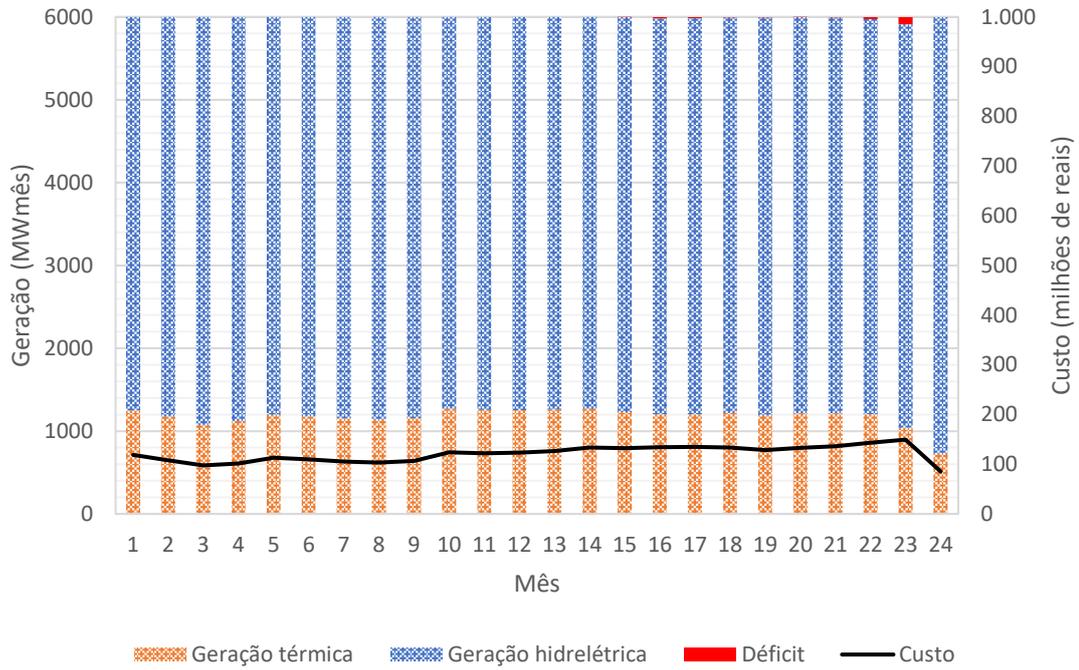
Fonte: Autoria própria.

Figura 19 – Custo da operação energética dos quatro cenários determinísticos e da PDDE



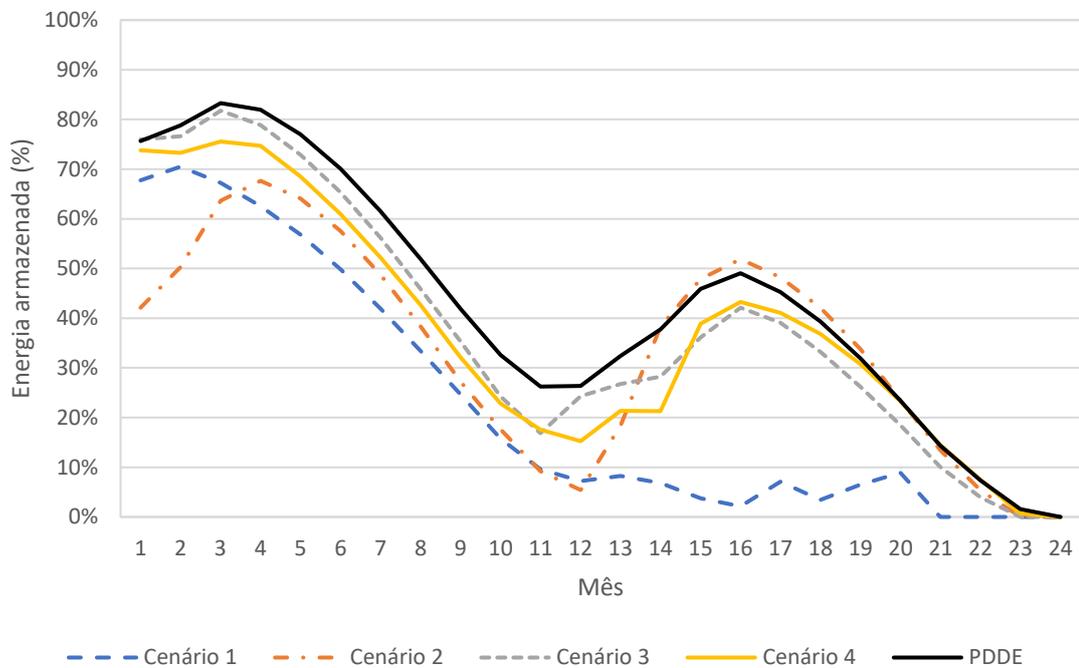
Fonte: Autoria própria.

Figura 20 – Geração térmica e custo da operação energética para a PDDE



Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Energia armazenada ao final de cada mês para cada cenário e para a PDDE



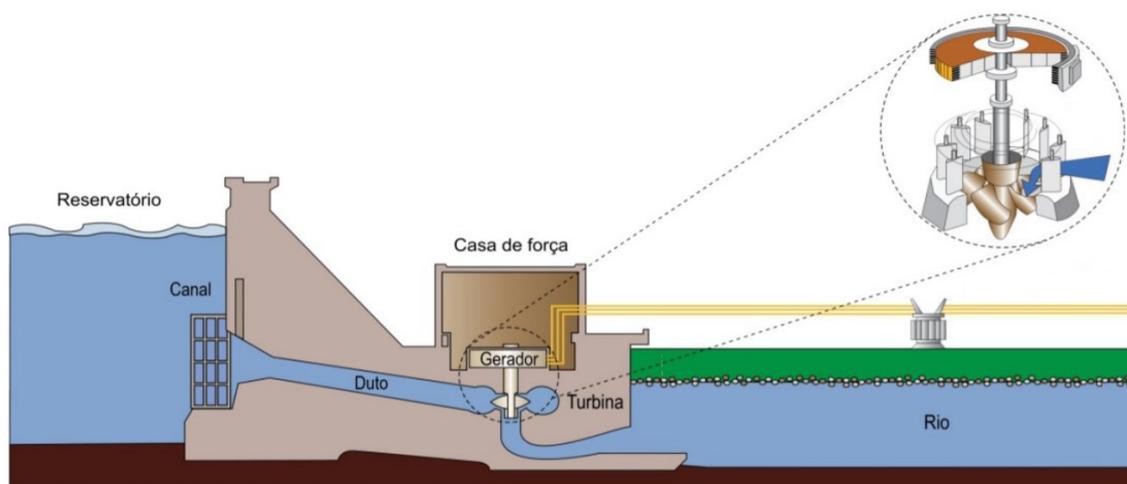
Fonte: Autoria própria.

3 MODELAGEM DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICO DE CURTO PRAZO

O planejamento da operação energética de curto prazo, estudo realizado pelo PMO, tem um horizonte de 2 meses, com o primeiro mês discretizado em semanas, e o segundo mês sendo representado com um único estágio. O PMO, cujo modelo de otimização usado é o DECOMP, é elaborado mensalmente, com revisões semanais. O modelo do planejamento de curto prazo deste trabalho é similar ao de médio prazo no tocante à representação das usinas termelétricas, do sistema elétrico e das restrições de atendimento à demanda. Porém, devido ao horizonte menor, é necessário detalhar a representação das usinas hidrelétricas, realizada individualmente. A seguir são apresentados os conceitos relativos a usinas hidrelétrica de maneira a fundamentar a formulação do planejamento energético de curto prazo por meio de um modelo de otimização.

O esquema de uma usina hidrelétrica está apresentado na Figura 22. A montante, tem-se o reservatório, o qual possui um volume mínimo (ou volume morto) e um volume máximo, sendo o volume útil a sua capacidade de armazenamento, calculada por (4). A água que chega ao reservatório é chamada vazão afluente. O nível de armazenamento pode ser obtido pela cota montante, em metros, por meio da função de cota de montante.

Figura 22 – Esquema de uma usina hidrelétrica



Fonte: Adaptada de (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008).

Através da tomada d'água, uma parcela da água atravessa os condutos forçados e as turbinas, para chegar ao outro lado da barragem. Esta é a vazão turbinada, devidamente aproveitada na geração de eletricidade, sendo expressa em m³/s. Em caso de necessidade, a água também pode atravessar a usina sem gerar energia, através do vertedouro, sendo chamada de vazão vertida. Juntas, a vazão turbinada e a vertida formam a vazão defluente e definem a cota jusante (ou cota do canal de fuga), i.e., o nível da água a jusante da hidrelétrica, expresso em metros.

No processo de conversão de energia, há perdas hidráulicas associadas ao atrito nas grades, no conduto forçado e outras estruturas. Assim, a queda bruta, dada pela diferença entre a cota montante e a de jusante (31), precisa também ser subtraída das perdas hidráulicas em todo o circuito de adução. A queda líquida é, portanto, definida como a diferença entre cota montante e cota jusante, subtraindo-se as perdas hidráulicas, que podem ser representadas em metros (32) ou em percentual da queda bruta (33).

$$hb = h_m - h_j \quad (31)$$

$$H = h_m - h_j - \textit{perdas} \quad (32)$$

$$H = (h_m - h_j) \cdot \left(1 - \frac{\textit{perdas}}{100}\right) \quad (33)$$

em que:

hb	queda bruta (m);
H	queda líquida (m);
h_m	cota montante (m);
h_j	cota jusante (m);
\textit{perdas}	perdas hidráulicas (m ou %).

3.1 REPRESENTAÇÃO INDIVIDUALIZADA DE USINAS HIDRELÉTRICAS

A geração de uma usina hidrelétrica, proveniente da conversão de energia potencial em cinética e em seguida em elétrica, depende, portanto, da queda, da vazão que atravessa as turbinas e das perdas associadas às conversões de energia. As perdas hidráulicas são consideradas por meio da queda líquida, e ao grupo turbina-

gerador associa-se um rendimento. A potência de saída de uma usina hidrelétrica está apresentada em (34) (CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2004).

$$P_H = \eta \cdot \gamma \cdot g \cdot q \cdot H \cdot 10^{-6} \quad (34)$$

em que:

P_H	potência de saída (MW);
η	rendimento dos grupos turbina-gerador;
γ	massa específica da água (kg/m ³);
g	aceleração da gravidade (m/s ²);
q	vazão turbinada pela usina (m ³ /s).

Assim, dado que a massa específica d'água e a aceleração da gravidade podem ser consideradas constantes, a potência é função do rendimento, da vazão turbinada e da queda líquida do reservatório, conforme (35).

$$P_H = fph(\eta, q, H) \quad (35)$$

Com relação ao rendimento, para cada turbina-gerador existe uma curva colina (ou curva de eficiência), uma função não-linear que depende basicamente da vazão e da queda líquida em cada unidade. Na programação diária, uma representação detalhada por unidade geradora é fundamental. Porém, no planejamento de curto prazo, a usina hidrelétrica como um todo é representada como um equivalente de suas unidades geradoras, e o rendimento da usina é representado por um valor médio ponderado baseado na operação histórica das unidades.

A produtibilidade de uma usina, usada para representar a produção de uma usina de maneira simplificada, em MW/(m³/s), depende do rendimento e da queda líquida, conforme apresentada em (36).

$$\rho = \eta\gamma gH \quad (36)$$

A queda líquida, assim com o rendimento, não é conhecida quando o modelo é executado, visto que ambos dependem do ponto de operação. Contudo, em casos

em que H não apresenta uma variação significativa, e o rendimento global tem menor impacto comparativamente a queda, o uso da produtividade constante permite obter uma aproximação para o cálculo da potência de uma dada usina. Outro parâmetro similar é a produtividade específica, dada em $\text{MW}/(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}$, apresentada em (37).

$$p_e = \eta \gamma g \quad (37)$$

Uma maneira de representar a potência da usina (34) é considerar a representação de (38), com a produtividade como um valor constante, a qual deve estar associada a valores de queda líquida e rendimento de referência. Esse modelo é conhecido como FPH a produtividade constante.

$$P_H = \rho \cdot q \quad (38)$$

Por outro lado, é possível representar de maneira mais precisa a FPH, em especial no modelo de curto prazo. Por exemplo, seja a função de cota montante, também chamada de polinômio cota-volume, (39), e a função de cota jusante, definida em função da vazão defluente (soma das vazões turbinada e vertida) da usina hidrelétrica (40).

$$h_m(V) = A_0 + A_1V + A_2V^2 + A_3V^3 + A_4V^4 \quad (39)$$

em que:

- V volume do reservatório da hidrelétrica (hm^3);
- A_k coeficientes do polinômio da função de cota montante do reservatório, com $k = 1, \dots, 4$.

$$h_j(q, s) = B_0 + B_1(q + s) + B_2(q + s)^2 + B_3(q + s)^3 + B_4(q + s)^4 \quad (40)$$

em que:

- s vazão vertida (m^3/s);

B_k coeficientes do polinômio da função de cota jusante do reservatório, com $k = 1, \dots, 4$.

As perdas hidráulicas são consideradas como valores fixos obtidos a partir do histórico, em metros ou em percentual da queda bruta. Deste modo, a queda líquida pode ser calculada substituindo (39) e (40) em (32) e (33), cujo resultado é dado por (41) e (42), de acordo com a representação das perdas.

$$H = h_m(V) - h_j(q + s) - \text{perdas} \quad (41)$$

$$H = [h_m(V) - h_j(q + s)] \cdot \left(1 - \frac{\text{perdas}}{100}\right) \quad (42)$$

Assumindo, por exemplo, as perdas em metros, a produtividade de uma usina hidrelétrica pode ser obtida a partir de (36), substituindo (41). Assim, a potência de uma usina hidrelétrica com perdas em metros é dada por (45).

$$\rho = \eta \cdot \gamma \cdot g \cdot [h_m(V) - h_j(q + s) - \text{perdas}] \quad (43)$$

$$\rho = \eta \cdot \gamma \cdot g \cdot [A_0 + A_1V + A_2V^2 + A_3V^3 + A_4V^4 - B_0 - B_1(q + s) - B_2(q + s)^2 - B_3(q + s)^3 - B_4(q + s)^4 - \text{perdas}] \quad (44)$$

$$P_H = \eta \cdot \gamma \cdot g \cdot [A_0 + A_1V + A_2V^2 + A_3V^3 + A_4V^4 - B_0 - B_1(q + s) - B_2(q + s)^2 - B_3(q + s)^3 - B_4(q + s)^4 - \text{perdas}] \cdot q \quad (45)$$

O balanço hídrico de uma usina hidrelétrica é o resultado do princípio de conservação da água em um intervalo de tempo. Quando existem várias usinas hidrelétricas de uma mesma bacia hidrográfica, as vazões defluídas compõem parte das vazões afluentes às usinas a jusante. Tais usinas hidrelétricas operam em cascata, e devem possuir uma operação coordenada para melhor aproveitamento da água.

A vazão natural afluente a uma usina hidrelétrica é a vazão que se observaria no rio se não houvesse ações antrópicas na bacia. A afluência incremental (ou vazão incremental) a uma hidrelétrica corresponde à vazão lateral captada entre ela e as

hidrelétricas a montante. A vazão afluyente corresponde à vazão natural, caso a hidrelétrica esteja localizada na cabeceira da cascata, conforme (46). Para as demais, a vazão afluyente ao aproveitamento corresponde à aflluência incremental mais a vazão defluente das hidrelétricas a montante, de acordo com (47).

$$va_i = vn_i \quad (46)$$

$$va_i = y_i + \sum_{j \in NM_i} (q_j + s_j) \quad (47)$$

em que:

- va_i vazão afluyente à hidrelétrica i (m^3/s);
- vn_i vazão natural afluyente à hidrelétrica i (m^3/s);
- y_i aflluência incremental à hidrelétrica i (m^3/s);
- NM_i conjunto de usinas a montante da hidrelétrica i .

O balanço hídrico é dado por (48). O volume final armazenado no reservatório equivale ao volume no final do período anterior mais a aflluência incremental e as vazões defluídas pelas hidrelétricas a montante, subtraindo a água defluída pela própria usina. As grandezas vazão turbinada, vazão vertida e aflluência incremental são consideradas na mesma unidade, m^3/s . A grandeza volume armazenado é dada em hm^3 , e deve ser convertida em m^3/s para igualar as unidades da equação, dividindo por uma constante que é a razão entre o número de segundos no período e 10^6 .

$$\frac{v_i^t}{fator} + q_i^t + s_i^t = \frac{v_i^{t-1}}{fator} + y_i^t + \sum_{j \in NM_i} (q_j^t + s_j^t) \quad (48)$$

em que:

- v_i^t volume armazenado na usina i ao final da semana t (hm^3);
- q_i^t vazão turbinada pela usina i na semana t (m^3/s);
- s_i^t vazão vertida pela usina i na semana t (m^3/s);
- y_i^t vazão afluyente incremental à usina i na semana t (m^3/s);
- $fator$ constante igual a 0,648 para transformar $hm^3/semana$ em m^3/s (semanas de 7,5 dias).

Outros fatores que afetam o balanço hídrico são a evaporação da água do lago, os usos consuntivos e o tempo de viagem da água entre dois aproveitamentos hidrelétricos. A evaporação depende da área do reservatório, definida a partir da cota de montante e do polinômio cota-área. O uso consuntivo da água corresponde ao uso da água para atividades como irrigação, criação animal e abastecimentos urbano, rural e industrial. O tempo de viagem corresponde ao tempo que a água defluída por uma usina hidrelétrica demora para chegar às hidrelétricas a jusante. Neste trabalho, evaporação, uso consuntivo e tempo de viagem não são representados.

A produção de energia elétrica de uma usina hidrelétrica, como foi dito anteriormente, é uma função não-linear da vazão defluente, da altura de queda líquida e do rendimento, para cada unidade geradora. A maneira mais simples de representar a FPH seria considerar uma produtividade constante, com a geração como uma função linear da vazão turbinada. Neste trabalho, no tocante ao problema de curto prazo, será considerada a representação da FPH apresentada por Muhlen (2019), modelada em função da queda bruta e da vazão defluente, obtida pelo método de minimização do erro quadrático, com representação agregada das unidades geradoras. O rendimento da turbina é considerado constante, pois no curto prazo não há necessidade de tamanho detalhamento de maneira a preservar o esforço computacional. Dos dez modelos propostos por Muhlen (2019), este é o que apresentou melhor tempo computacional aliado a uma boa estabilidade do erro médio quadrático, em torno de um valor aceitável para um problema de planejamento.

O conjunto de restrições que compõem a FPH agregada está apresentado em (49). A geração hidrelétrica, representada pela variável gh , é composta de um conjunto de hiperplanos CH ao longo das variáveis queda bruta hb e turbinamento q . A queda bruta, como visto em (31), é a diferença entre a função de cota montante a função de cota jusante, sem desconsiderar as perdas hidráulicas. A função de cota montante é representada por um conjunto de planos ao longo do volume armazenado no reservatório, e a função de cota jusante é um plano ao longo das vazões turbinada e vertida. O volume armazenado considerado é o valor médio no período, isto é, a média entre o volume armazenado no início e no final do período.

$$\begin{aligned}
g_{H_i}^t &\leq C_{0_i}^{ch} q_i^t + C_{1_i}^{ch} h b_i^t + C_{2_i}^{ch} \text{ para } ch \in CH_i, i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
h b_i^t &= f c m_i^t - f c j_i^t \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
f c m_i^t &\leq a_{0_i}^k \left(\frac{v_i^t + v_i^{t-1}}{2} \right) + a_{1_i}^k \text{ para } k \in K_i, i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
f c j_i^t &= b_{0_i} (q_i^t + s_i^t) + b_{1_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N
\end{aligned} \tag{49}$$

em que:

- CH_i conjunto de hiperplanos usados para representar a produção da usina hidrelétrica i ;
- ch índice dos hiperplanos;
- C_j^{ch} coeficientes dos hiperplanos;
- $h b_i^t$ queda bruta no reservatório da usina i na semana t (m);
- $f c m_i^t$ cota de montante da usina hidrelétrica i na semana t (m);
- $f c j_i^t$ cota de jusante da usina hidrelétrica i na semana t (m);
- K_i conjunto de planos usados para representar a cota de montante da usina hidrelétrica i (m);
- k índice dos planos;
- a_j^k coeficientes dos planos da cota de nível de montante do reservatório da usina hidrelétrica i ;
- b_j coeficientes do plano da cota de nível de jusante do reservatório da usina hidrelétrica i .

3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DE CURTO PRAZO

A seguir é apresentado o problema de otimização associado ao planejamento de curto prazo. A representação de usinas hidrelétricas é feita de forma individualizada, o horizonte é de um mês e a discretização é semanal. Considera-se que cada semana possui 7,5 dias, e cada mês possui 4 semanas, ou 30 dias.

3.2.1 Função objetivo

A função objetivo é o somatório do custo de geração termelétrica nas N semanas do horizonte de planejamento, como mostra (50).

$$\min \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d + \Theta \quad (50)$$

em que:

- N total de semanas;
- T_d número de horas na semana (h);
- Θ custo futuro do problema de curto prazo.

3.2.2 Restrições

O atendimento à demanda significa que o somatório das gerações hidrelétrica e termelétrica deve ser igual à previsão de carga para cada semana do horizonte de planejamento, tal qual (51).

$$\sum_{i=1}^{n_H} g_{H_i}^t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t \text{ para } t = 1 \dots N \quad (51)$$

em que:

- $g_{H_i}^t$ geração da usina hidrelétrica i na semana t (MWméd);
- $g_{T_i}^t$ geração da usina termelétrica i na semana t (MWméd);
- L_t carga na semana t (MWméd).

A conservação da água deve ser assegurada para cada hidrelétrica através das equações do balanço hídrico. Assim, a água defluente das hidrelétricas a montante somadas à afluência incremental equivalem à diferença no volume armazenado e na água defluente da própria usina, para cada hidrelétrica em cada semana (52).

$$\frac{v_i^t}{fator} + q_i^t + s_i^t - \sum_{j \in NM_i} (q_j^t + s_j^t) = y_i^t + \frac{v_i^{t-1}}{fator} \quad (52)$$

para $i = 1 \dots n_H$ e $t = 1 \dots N$

A maneira mais simples de representar a produção de energia hidrelétrica é por meio de uma produtividade constante, conforme (53). A formulação de produtividade variável de Muhlen (2019) propõe uma função de produção energética agregada por usina que relaciona vazão turbinada, vazão vertida, queda d'água bruta e volume armazenado ao início e ao final de cada período com a geração de energia hidrelétrica para cada usina em cada semana do horizonte, conforme (49).

$$g_{H_i}^j = \rho_i \cdot q_i^j \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } j = 1 \dots N \quad (53)$$

As restrições de limites das variáveis são a capacidade máxima de geração das usinas termelétricas (54), os limites de volume armazenado no reservatório (56) e os limites de vazão turbinada pela usina (57). Para o modelo da produtividade constante, a capacidade máxima de geração das usinas hidrelétricas é dada por (55). Todas as variáveis do problema são positivas.

$$g_{T_i}^t \leq g_{T_{máx_i}} \text{ para } i = 1 \dots n_T \text{ e } t = 1 \dots N \quad (54)$$

$$g_{H_i}^j \leq q_{máx_i} \cdot \rho_i \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } j = 1 \dots N \quad (55)$$

$$v_{mín_i} \leq v_i^t \leq v_{máx_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \quad (56)$$

$$q_{mín_i} \leq q_i^t \leq q_{máx_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \quad (57)$$

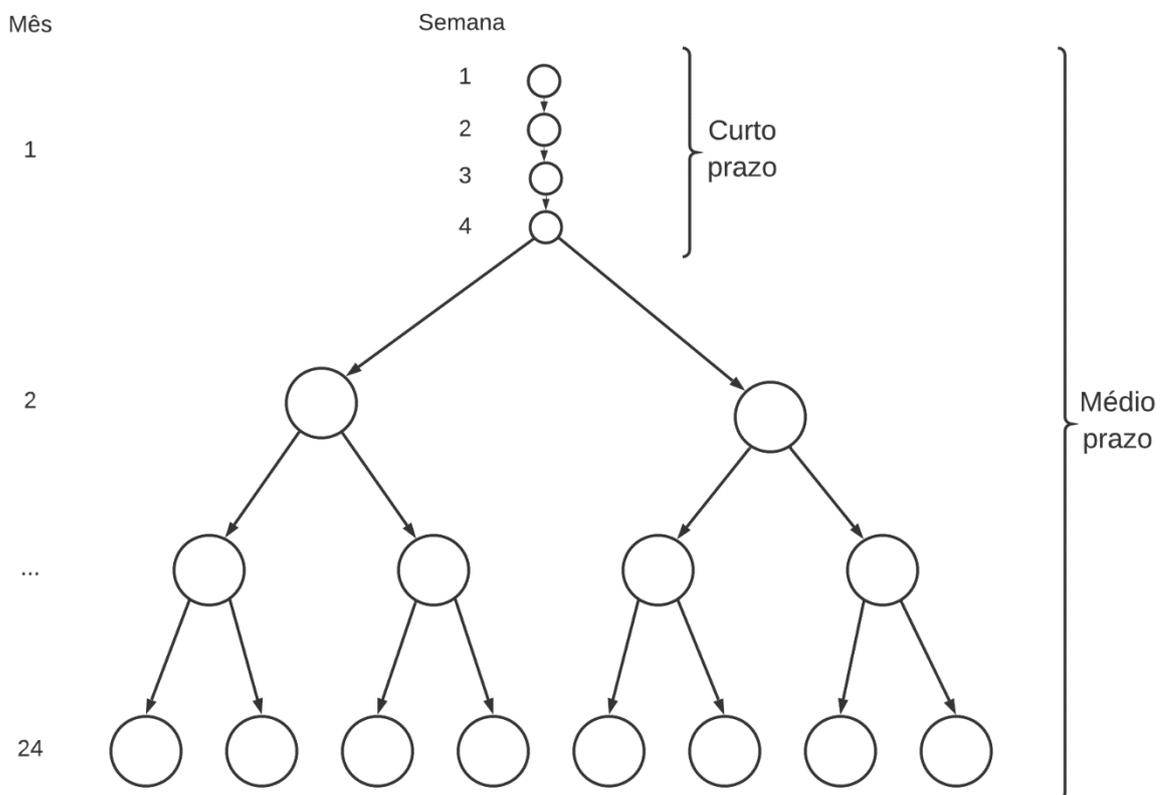
3.2.3 Acoplamento entre os problemas de curto e médio prazo

O planejamento da operação energética de curto e médio prazo são realizados em horizontes diferentes e discretizados em intervalos de tempo diferentes. O cenário de afluências do primeiro mês é representado por métodos de previsão de curto prazo. No planejamento de médio prazo, dado em reservatórios equivalentes de

energia, a variável estocástica é a energia afluenta, então os cenários de afluência dão lugar a cenários de energia afluenta (controlável e fio d'água).

Neste trabalho, o problema do planejamento de curto prazo é encarado como um problema determinístico, e a incerteza é considerada no planejamento de médio prazo. Os dois problemas são acoplados no final do primeiro mês, como mostra a Figura 23, com um problema determinístico representando o horizonte de quatro semanas do curto prazo e os demais meses do horizonte de 2 anos representados pelos cenários estocásticos do planejamento de médio prazo.

Figura 23 – Acoplamento entre planejamento de curto e médio prazo



Fonte: Autoria própria.

O acoplamento entre médio e curto prazo é feito a partir da FCF, que une os dois horizontes de planejamento. A FCF, uma aproximação linear composta pelos cortes de Benders, é representada por tantas restrições quanto houverem sido as iterações da PDDE do planejamento de médio prazo até a convergência. Assim, as aproximações lineares que compõem a FCF de médio prazo formuladas em (29) para o 1º mês do horizonte são utilizadas para compor o custo futuro do curto prazo como um todo.

No médio prazo o problema é representado na grandeza energética, por meio de reservatórios equivalentes de energia, e a variável de estado é a energia armazenada. No curto prazo, a variável de estado é o volume armazenado por usina hidrelétrica. O valor da grandeza é transposto a partir da própria fórmula da energia armazenada (5), com uma desagregação da energia armazenada em volumes armazenados. Assim, as aproximações lineares que compõem a FCF de médio prazo (58) podem representar o custo futuro no curto prazo como (59), transformando a energia armazenada em volumes armazenados, ponderando pela produtividade acumulada de cada uma, construindo a restrição de acoplamento (60). Com o acoplamento, o valor da água a partir do primeiro mês do planejamento de médio prazo é aplicado aos volumes armazenados ao final da quarta semana do planejamento de curto prazo.

$$\beta^k - \pi^k \cdot (ea_{j-1}) - \alpha_{j-1} \leq 0 \text{ para } k = 1 \dots n_k \quad (58)$$

em que:

β^k termo independente da aproximação linear da FCF associado à iteração k .

$$\Theta - \pi^k \cdot ea \geq \beta^k \text{ para } k = 1 \dots n_k \quad (59)$$

$$\Theta - \pi^k \cdot \left(\frac{1}{FATOR} \sum_{i=1}^{n_H} (v_i^A - v_{\min_i}) \cdot \rho_{acu_i} \right) \geq \beta^k \text{ para } k = 1 \dots n_k \quad (60)$$

A produtividade acumulada é representada por seu valor médio, associado a uma queda de referência. Neste trabalho, a produtividade será representada como função do volume armazenado e a restrição (60) tomará uma forma não-linear, a ser linearizada, conforme apresentado no próximo capítulo.

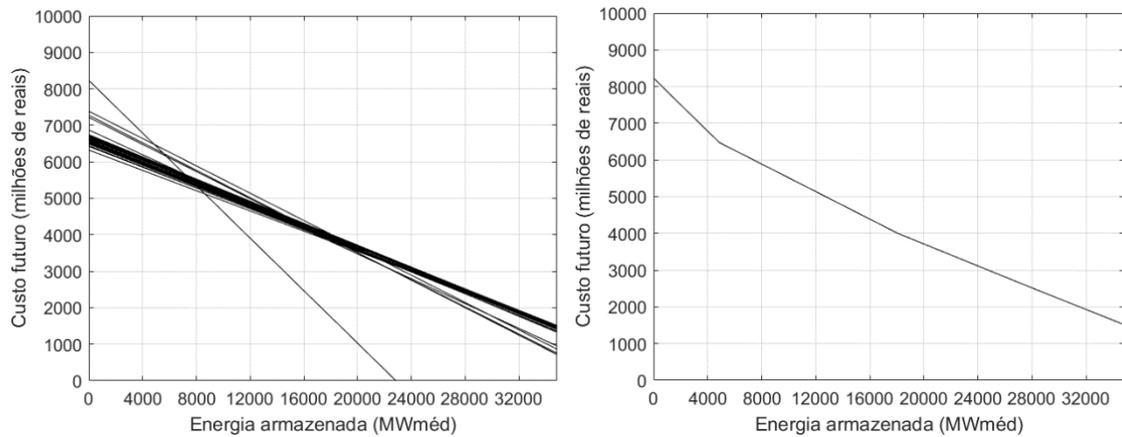
3.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CURTO PRAZO

Seja a formulação do PL único para o problema de planejamento de curto prazo adotando a representação da geração de energia hidrelétrica por meio da FPH agregada e com a FCF construída a partir do problema de médio prazo (61). Este é o problema de planejamento energético da forma como é feito no setor elétrico, com a produtividade acumulada constante nas restrições de acoplamento.

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^{n_T} A_i \cdot g_{T_i}^t \cdot T_d + \Theta \\
 \text{s. a. } & \sum_{i=1}^{n_H} g_{H_i}^t + \sum_{i=1}^{n_T} g_{T_i}^t = L_t \text{ para } t = 1 \dots N \\
 & \frac{v_i^t}{\text{fator}} + q_i^t + s_i^t - \sum_{j \in NM_i} (q_j^t + s_j^t) = y_i^t + \frac{v_i^{t-1}}{\text{fator}} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & g_{H_i}^t \leq \frac{C_{0_i}^{ch}}{\text{fator}} q_i^t + C_{1_i}^{ch} h b_i^t + C_{2_i}^{ch} \text{ para } ch \in CH_i, i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & h b_i^t = f c m_i^t - f c j_i^t \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & f c m_i^t \leq a_{0_i}^k \left(\frac{v_i^t + v_i^{t-1}}{2} \right) + a_{1_i}^k \text{ para } k \in K_i, i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & f c j_i^t = \frac{b_{0_i}}{\text{fator}} (q_i^t + s_i^t) + b_{1_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & g_{T_i}^t \leq g_{T_{\text{máx}_i}} \text{ para } i = 1 \dots n_T \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & v_{\text{mín}_i} \leq v_i^t \leq v_{\text{máx}_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & q_{\text{mín}_i} \leq q_i^t \leq q_{\text{máx}_i} \text{ para } i = 1 \dots n_H \text{ e } t = 1 \dots N \\
 & \Theta - \pi^k \cdot \left(\frac{1}{\text{FATOR}} \sum_{i=1}^{n_H} (v_i^4 - v_{\text{mín}_i}) \cdot \rho_{acu_i} \right) \geq \beta^k \text{ para } k = 1 \dots n_k
 \end{aligned} \tag{61}$$

Recuperando os resultados do problema de planejamento de médio prazo estocástico, o problema de curto prazo (61) pode ser resolvido de maneira determinística como um problema linear acoplando-o com a FCF do 1º mês do horizonte de médio prazo. Como o algoritmo da PDDE do médio prazo convergiu em 59 iterações, isso significa que a FCF é formada por uma aproximação linear por partes de 59 restrições, como mostra a Figura 24.

Figura 24 – Aproximações lineares da FCF do 1º mês e FCF resultante



Fonte: Autoria própria.

As aflúências incrementais às usinas hidrelétricas do problema são as mesmas do primeiro mês do horizonte de médio prazo, e estão apresentadas na Tabela 5. O valor de aflúência incremental mensal é repetido nas quatro semanas. A carga é de 6000 MWsemana. O acoplamento é feito desagregando a FCF pelas produtibilidades acumuladas médias dadas na Tabela 6.

Tabela 5 – Aflúências incrementais às hidrelétricas no 1º mês determinístico

	UHE	Aflúência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	611,21
2	Miranda	93,16
3	Corumbá I	560,73
4	Emborcação	662,90
5	Itumbiara	507,01
6	Cachoeira Dourada	149,78
7	São Simão	1423,99

Fonte: Autoria própria.

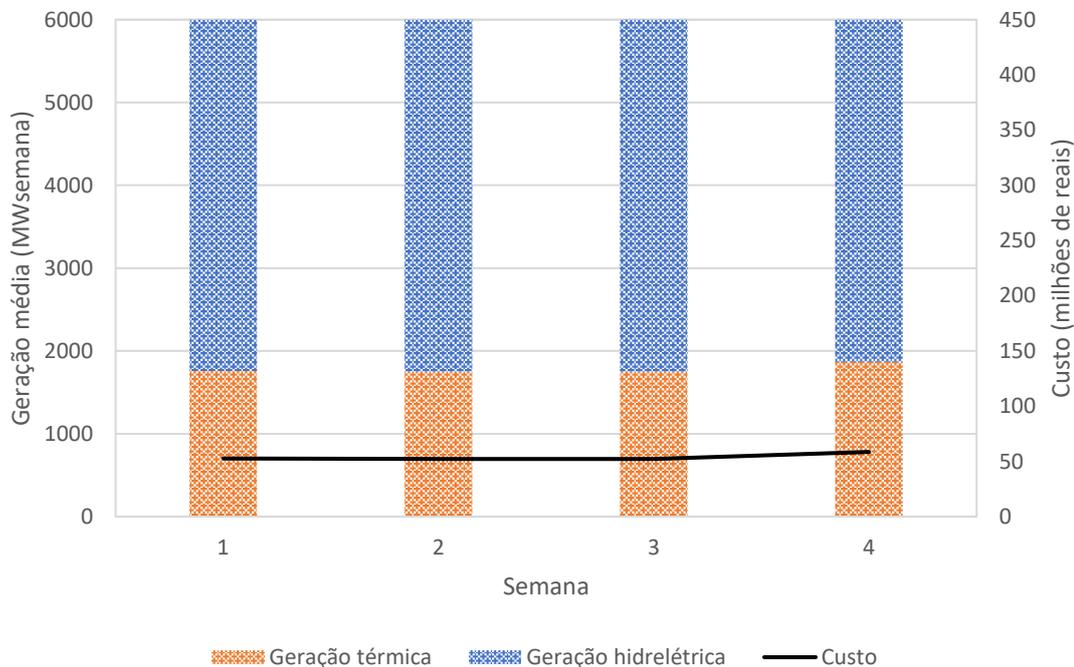
Tabela 6 – Produtibilidades das usinas hidrelétricas

	Usina hidrelétrica	Produtibilidade acumulada média (MW/m³/s)
1	Nova Ponte	3,075930
2	Miranda	2,135740
3	Corumbá I	2,095330
4	Emborcação	2,559760
5	Itumbiara	1,518460
6	Cachoeira Dourada	0,872802
7	São Simão	0,609430

Fonte: (FREDO, 2016).

O problema convergiu com um custo total de R\$ 2.681,52 milhões. O resultado do planejamento energético para o curto prazo está apresentado na Figura 25. A geração térmica é de 1781,46 MW_{méd} nas quatro semanas, sendo necessárias todas as seis usinas, sem déficit. A geração hidrelétrica é capaz de suprir o restante da carga em todo o horizonte.

Figura 25 – Geração térmica e custo da operação energética do curto prazo

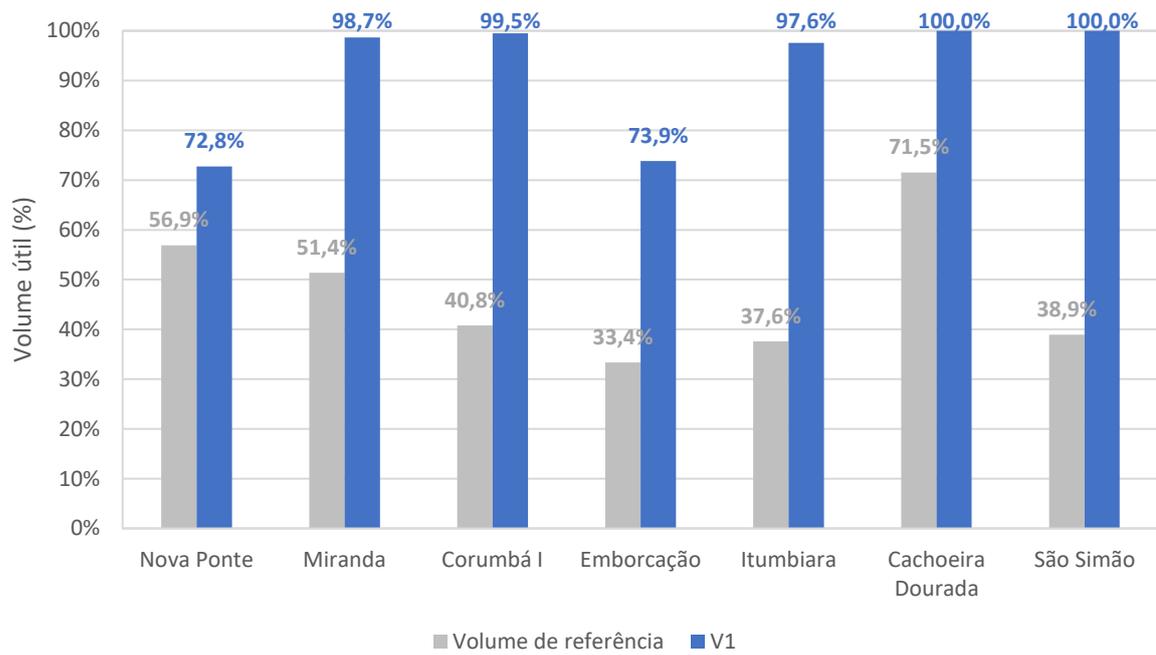


Fonte: Autoria própria.

A Figura 26 apresenta os volumes armazenados finais de cada hidrelétrica no final do horizonte de curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência associado ao valor da produtividade constante na curva de

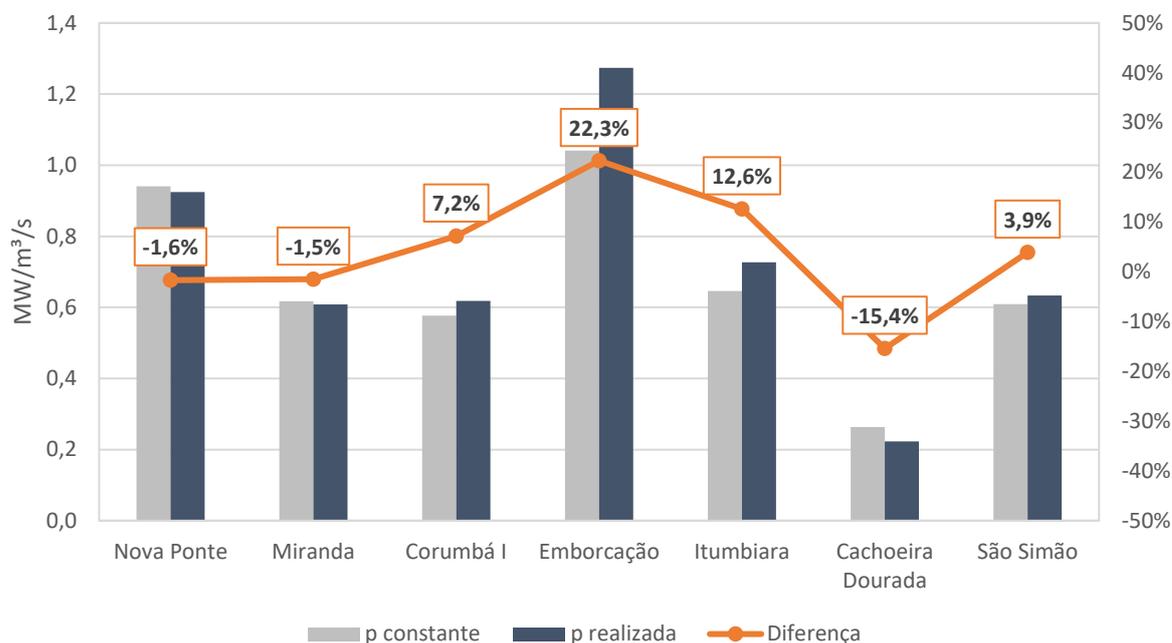
produtibilidade como função do volume. A diferença entre os volumes chega a 61%. A Figura 27 apresenta a produtibilidade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana, isto é, como a razão entre geração hidrelétrica e a vazão turbinada pela usina, conforme (53), em comparação com a produtibilidade constante. A maior diferença entre os valores ocorre em Emborcação, com 22,3%.

Figura 26 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana em comparação com o valor de referência



Fonte: Autoria própria.

Figura 27 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

3.4 PRODUTIBILIDADE EM FUNÇÃO DO VOLUME

Cada hidrelétrica tem sua produtividade calculada a partir das cotas montante e jusante, das perdas e da sua produtividade específica. Essa produtividade pode ser expressa em função do volume armazenado na hidrelétrica, obtendo uma produtividade acumulada em função do volume. A produtividade de uma usina hidrelétrica (43) é função do volume, da vazão defluente e da vazão vertida. Para representá-la como função do volume, a função de cota montante é representada por (39) e a função de cota jusante é considerada constante e representada pela cota do canal de fuga média, como mostra (62) e (63).

$$\rho = \eta \gamma g [h_m(V) - h_{fuga} - perdas] \quad (62)$$

$$\rho = \rho_e (A_0 + A_1 V + A_2 V^2 + A_3 V^3 + A_4 V^4 - h_{fuga} - perdas) \quad (63)$$

As Tabelas 7 e 8 apresentam os dados necessários para calcular a produtividade a partir da queda líquida como função do volume armazenado no

reservatório, obtendo uma curva de produtividade em função do volume para cada usina hidrelétrica. Essa curva é aproximada por uma reta pelo método dos mínimos quadrados para obter uma função linear para cada hidrelétrica, conforme apresentadas em (64)-(70). As Figuras 29 a 35 apresentam a curva de produtividade em função do volume, a produtividade média e a aproximação linear para cada hidrelétrica.

Tabela 7 – Coeficientes da função de cota montante

Usina hidrelétrica	Polinômio da função de cota montante				
	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
1	752,150	0,012284	$-1,26 \cdot 10^{-6}$	$7,85 \cdot 10^{-11}$	$-1,98 \cdot 10^{-15}$
2	684,703	-0,004020	$-7,94 \cdot 10^{-7}$	$2,79 \cdot 10^{-8}$	$-1,42 \cdot 10^{-11}$
3	545,893	0,064709	$-3,24 \cdot 10^{-5}$	$7,39 \cdot 10^{-9}$	0
4	568,090	0,014506	$-1,20 \cdot 10^{-6}$	$5,83 \cdot 10^{-11}$	$-1,12 \cdot 10^{-15}$
5	471,165	0,007281	$-5,61 \cdot 10^{-7}$	$2,60 \cdot 10^{-11}$	$-4,85 \cdot 10^{-16}$
6	419,891	0,037497	$-4,57 \cdot 10^{-5}$	$4,04 \cdot 10^{-8}$	$-1,64 \cdot 10^{-11}$
7	358,329	0,008617	$-8,84 \cdot 10^{-7}$	$5,29 \cdot 10^{-11}$	$-1,24 \cdot 10^{-15}$

Fonte: (MARCATO, 2002) e (OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO, 2019).

Tabela 8 – Produtibilidade específica, cota do canal de fuga e perdas

Usina hidrelétrica	Produtibilidade específica (MW/(m ³ /s)/m)	Cota média do canal de fuga (m)	Perdas (m)
1	0,00897827	696,487	1,64324135
2	0,00887305	624,331	0,73151623
3	0,00883988	517,082	0,70627919
4	0,00909606	521,116	1,09539821
5	0,00901369	435,155	0,75590163
6	0,00853636	399,017	0,61452252
7	0,00910073	327,138	0,90589041

Fonte: (OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO, 2019).

$$\rho_1 = 0,6622 + 3,1894 \cdot 10^{-5} \cdot V \quad (64)$$

$$\rho_2 = 0,4237 + 1,8436 \cdot 10^{-4} \cdot V \quad (65)$$

$$\rho_3 = 0,3829 + 2,0835 \cdot 10^{-4} \cdot V \quad (66)$$

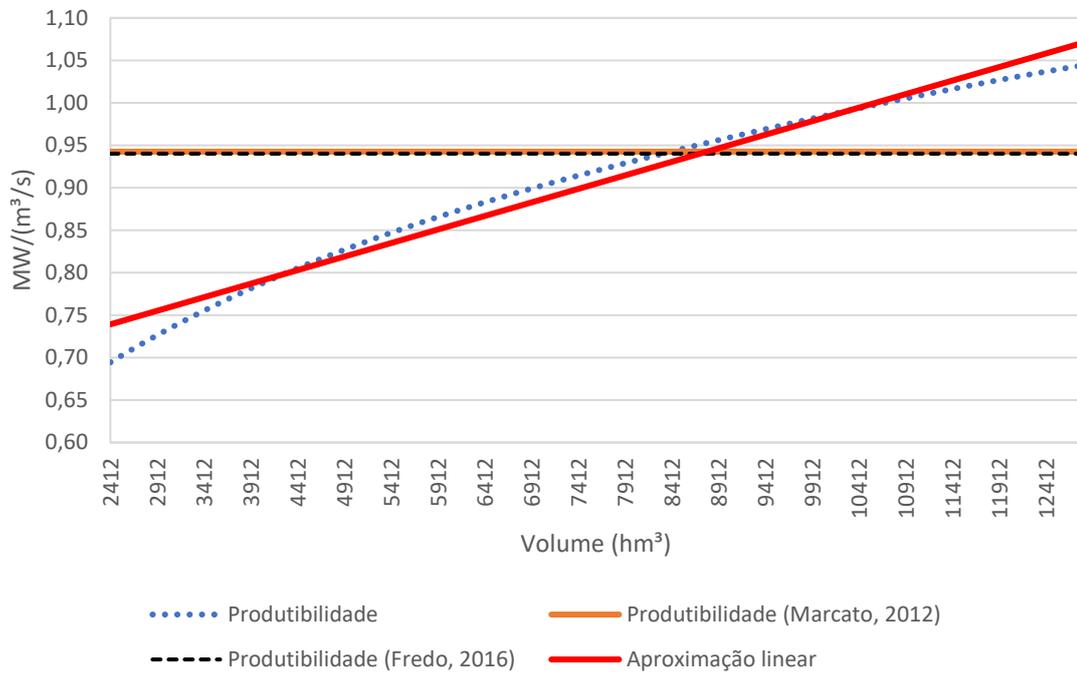
$$\rho_4 = 0,7415 + 3,1654 \cdot 10^{-5} \cdot V \quad (67)$$

$$\rho_5 = 0,4761 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot V \quad (68)$$

$$\rho_6 = 0,2023 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot V \quad (69)$$

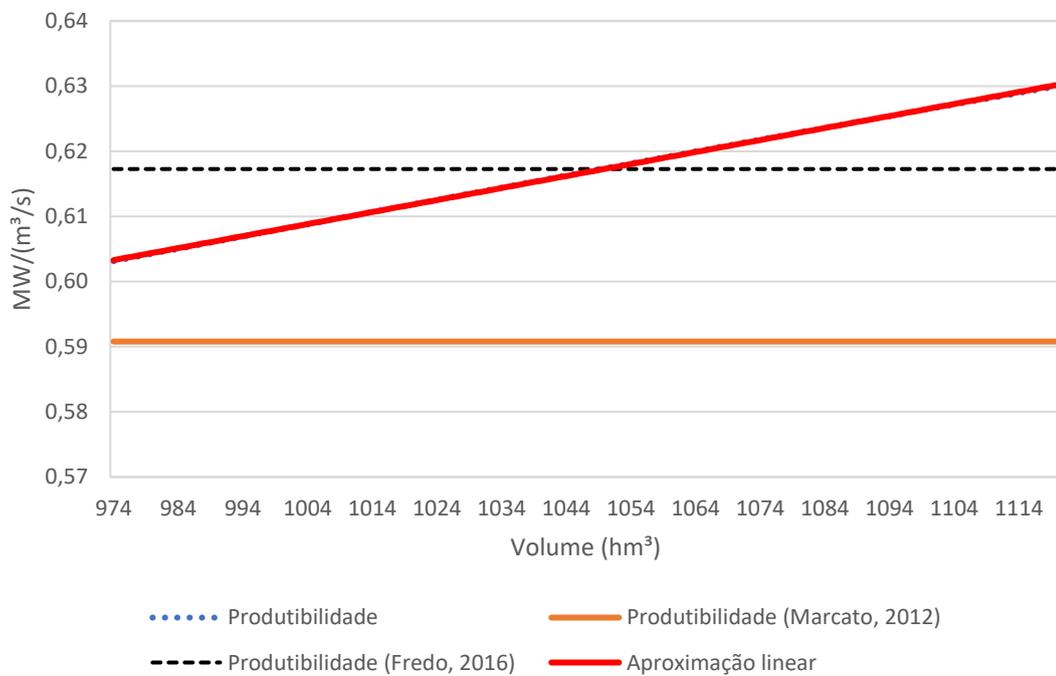
$$\rho_7 = 0,4511 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot V \quad (70)$$

Figura 28 – Produtibilidade da UHE Nova Ponte



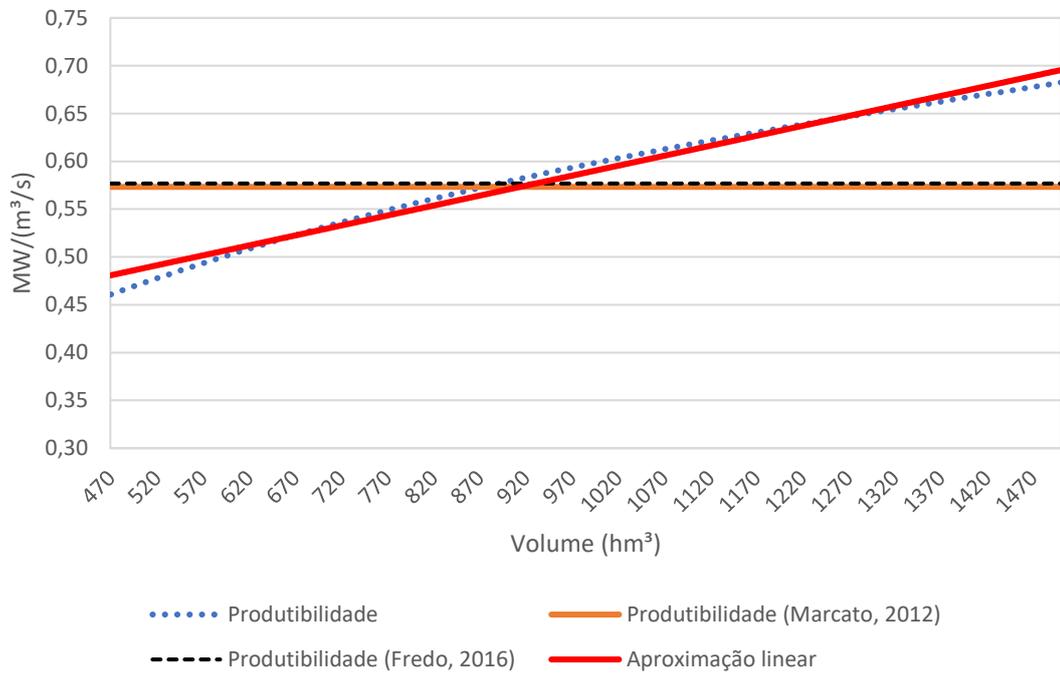
Fonte: Autoria própria.

Figura 29 – Produtibilidade da UHE Miranda



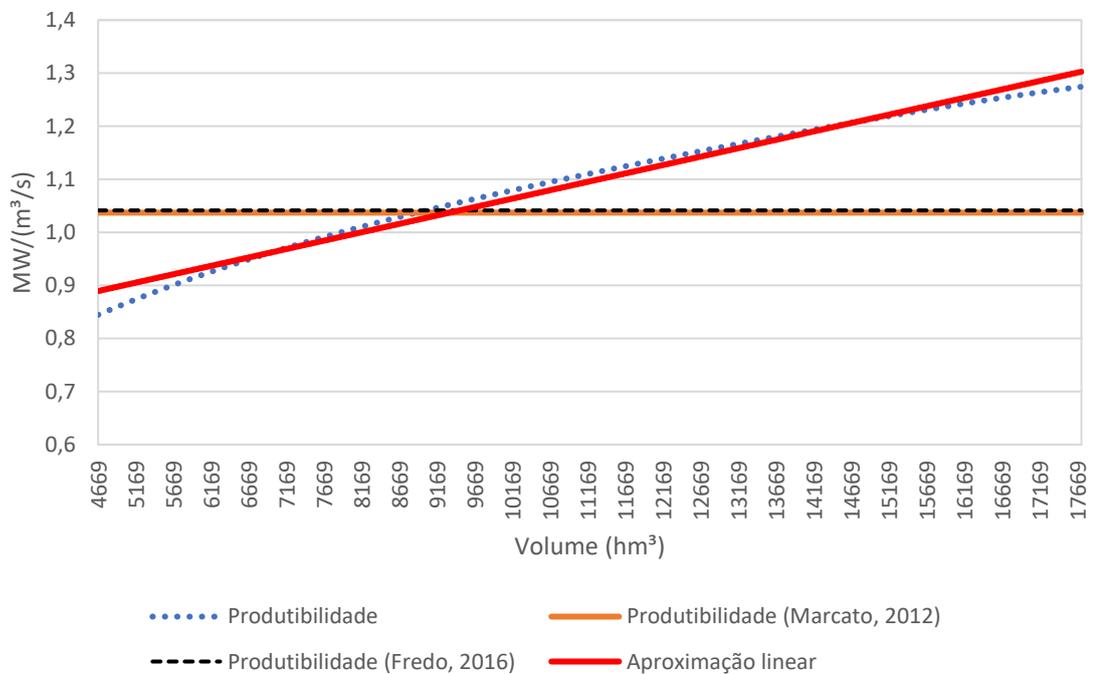
Fonte: Autoria própria.

Figura 30 – Produtibilidade da UHE Corumbá I



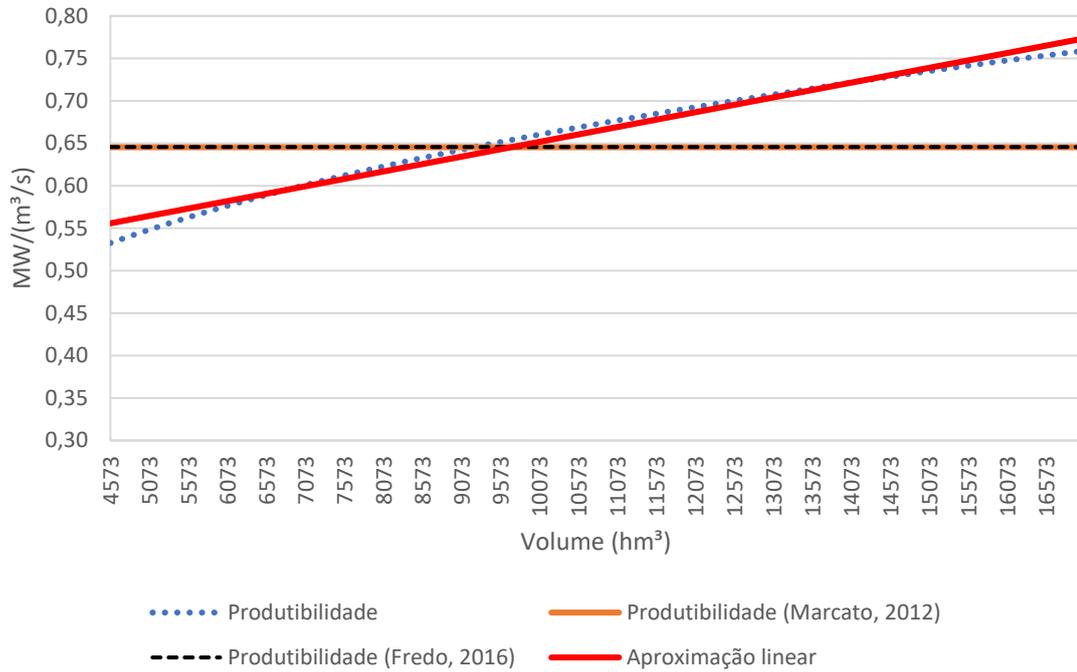
Fonte: Autoria própria.

Figura 31 – Produtibilidade da UHE Emborcação



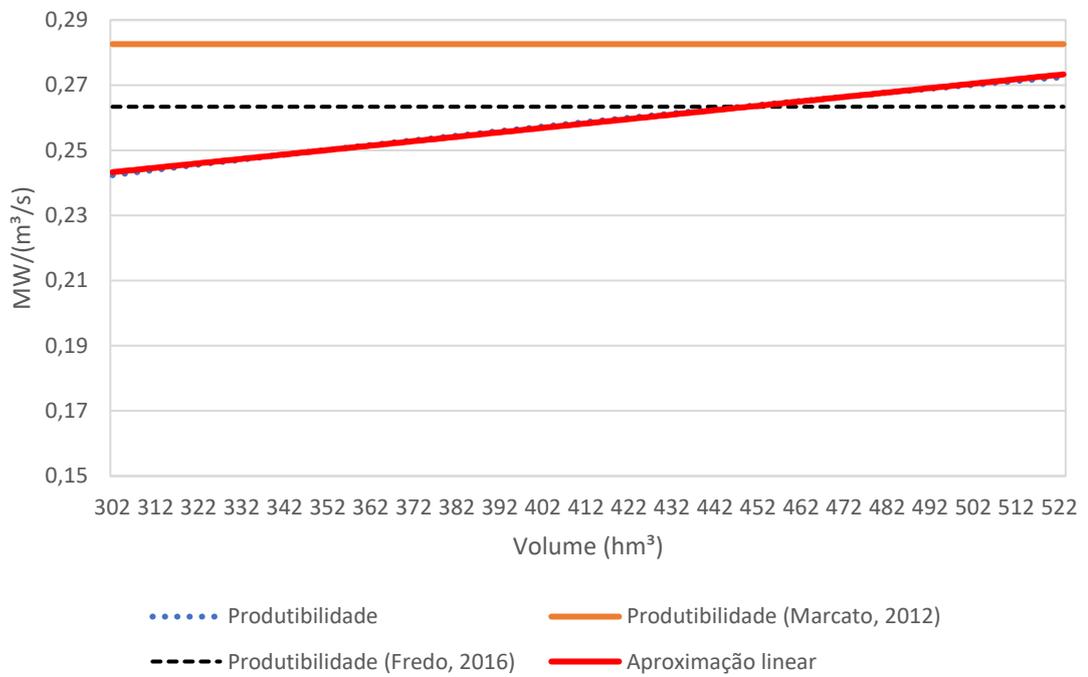
Fonte: Autoria própria.

Figura 32 – Produtibilidade da UHE Itumbiara



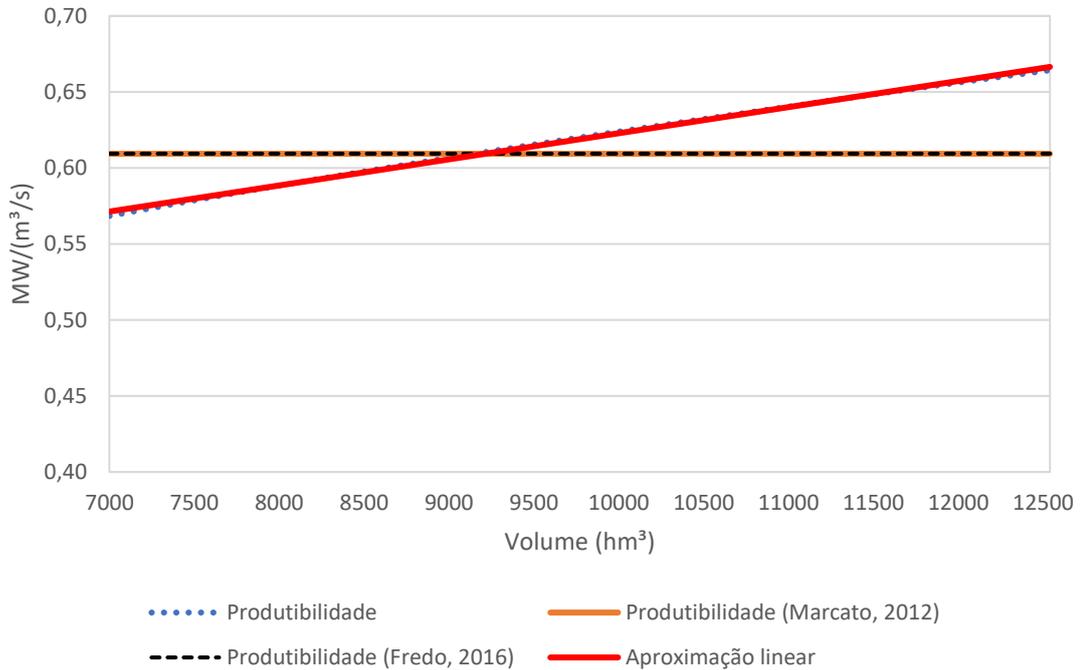
Fonte: Autoria própria.

Figura 33 – Produtibilidade da UHE Cachoeira Dourada



Fonte: Autoria própria.

Figura 34 – Produtibilidade da UHE São Simão



Fonte: Autoria própria.

A produtividade acumulada pode utilizar as retas de produtividade em função do volume de cada uma das usinas hidrelétricas no lugar dos valores de produtividade acumulada média. As equações para a produtividade acumulada em função do volume para cada hidrelétrica estão apresentadas em (71)-(77). Substituindo as retas de produtividade em função do volume de cada hidrelétrica apresentadas em (64)-(70), obtém-se as expressões (78)-(84).

$$\rho_{acu_1}(v) = \rho_1(v_1) + \sum_{j \in \{2,5,6,7\}} \rho_j(v_j) \quad (71)$$

$$\rho_{acu_2}(v) = \rho_2(v_2) + \sum_{j \in \{5,6,7\}} \rho_j(v_j) \quad (72)$$

$$\rho_{acu_3}(v) = \rho_3(v_3) + \sum_{j \in \{5,6,7\}} \rho_j(v_j) \quad (73)$$

$$\rho_{acu_4}(v) = \rho_4(v_4) + \sum_{j \in \{5,6,7\}} \rho_j(v_j) \quad (74)$$

$$\rho_{acu_5}(v) = \rho_5(v_5) + \sum_{j \in \{6,7\}} \rho_j(v_j) \quad (75)$$

$$\rho_{acu_6}(v) = \rho_6(v_6) + \sum_{j \in \{7\}} \rho_j(v_j) \quad (76)$$

$$\rho_{acu_7}(v) = \rho_7(v_7) \quad (77)$$

$$\rho_{acu_1}(v) = 2,2154 + 3,1894 \cdot 10^{-5} \cdot v_1 + 1,8436 \cdot 10^{-4} \cdot v_2 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (78)$$

$$\rho_{acu_2}(v) = 1,5531 + 1,8436 \cdot 10^{-4} \cdot v_2 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (79)$$

$$\rho_{acu_3}(v) = 1,5123 + 2,0835 \cdot 10^{-4} \cdot v_3 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (80)$$

$$\rho_{acu_4}(v) = 1,8710 + 3,1654 \cdot 10^{-5} \cdot v_4 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (81)$$

$$\rho_{acu_5}(v) = 1,1294 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (82)$$

$$\rho_{acu_6}(v) = 0,6534 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (83)$$

$$\rho_{acu_7}(v) = 0,4511 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7 \quad (84)$$

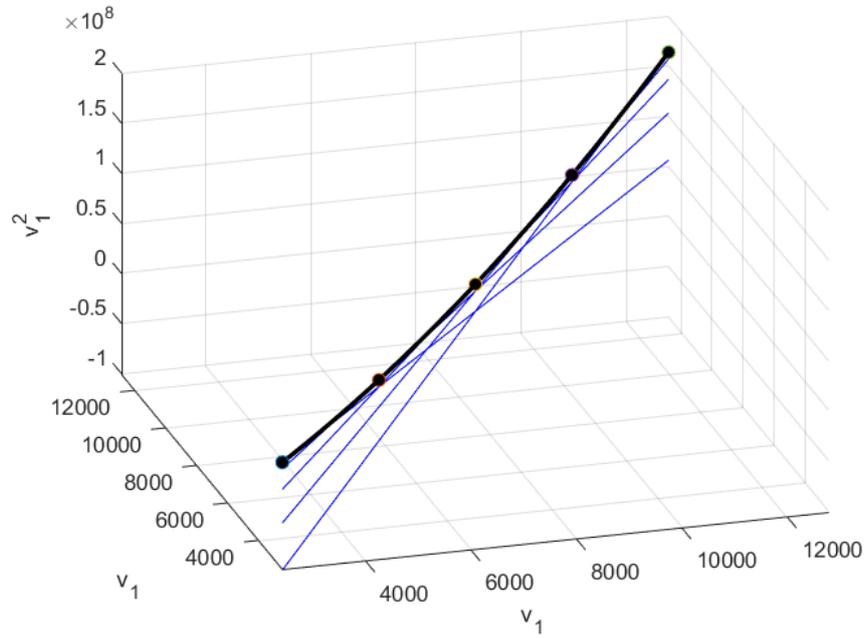
3.5 EQUAÇÃO DE DESAGREGAÇÃO DA ENERGIA ARMAZENADA EM VOLUMES ARMAZENADOS

Conhecendo as produtibilidades acumuladas em função do volume de cada usina hidrelétrica (78)-(84), pode-se calcular a energia armazenada do sistema associada ao estágio de acoplamento também em função do volume armazenado. A partir de (59), tem-se a restrição de acoplamento em função da energia armazenada. Transpondo a energia armazenada em volumes armazenados nas hidrelétricas pelas produtibilidades acumuladas em função do volume, temos a equação não-linear dada por (85), que relaciona a energia armazenada no final do 1º mês do problema de médio prazo com os volumes finais da quarta semana do problema de curto prazo.

$$\begin{aligned}
ea(v_i^4) &= \frac{1}{FATOR} \cdot \sum_{i=1}^{n_H} \rho_{acu_i}(v) \cdot (v_i^4 - v_{i_{min}}) \\
&= \frac{1}{2,592} \\
&\cdot [(2,2154 + 3,1894 \cdot 10^{-5} \cdot v_1^4 + 1,8436 \cdot 10^{-4} \cdot v_2^4 + 1,7437 \\
&\cdot 10^{-5} \cdot v_5^4 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \\
&\cdot (v_1^4 - 2412) \\
&+ (1,5531 + 1,8436 \cdot 10^{-4} \cdot v_2^4 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5^4 + 1,3585 \\
&\cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \cdot (v_2^4 - 974) \\
&+ (1,5123 + 2,0835 \cdot 10^{-4} \cdot v_3^4 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5^4 + 1,3585 \\
&\cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \cdot (v_3^4 - 470) \\
&+ (1,8710 + 3,1654 \cdot 10^{-5} \cdot v_4^4 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5^4 + 1,3585 \\
&\cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \cdot (v_4^4 - 4669) \\
&+ (1,1294 + 1,7437 \cdot 10^{-5} \cdot v_5^4 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \\
&\cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \cdot (v_5^4 - 4573) \\
&+ (0,6534 + 1,3585 \cdot 10^{-4} \cdot v_6^4 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7^4) \cdot (v_6^4 - 302) \\
&+ (0,4511 + 1,7174 \cdot 10^{-5} \cdot v_7) \cdot (v_7^4 - 7000)]
\end{aligned} \tag{85}$$

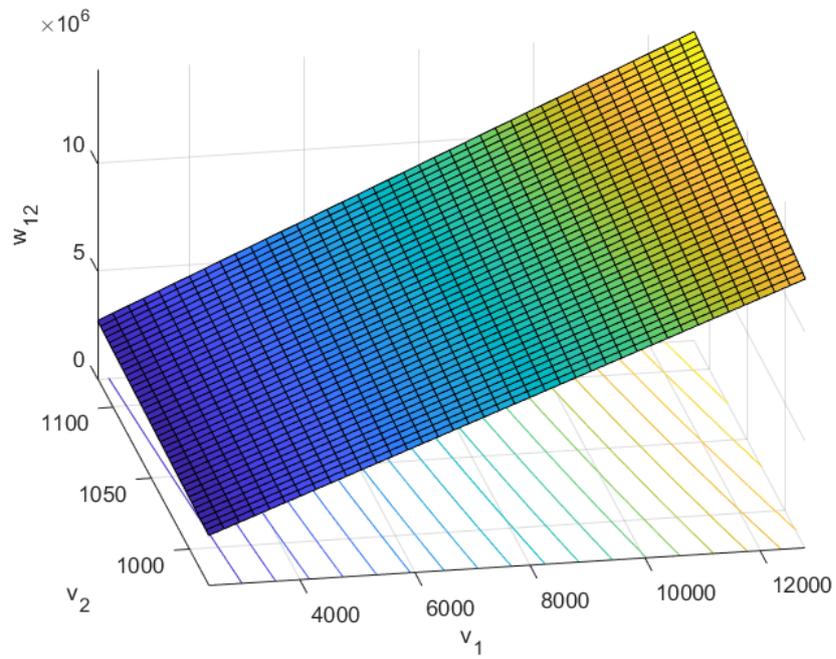
Conforme pode ser visto, ao todo são 23 termos não-lineares, com 7 termos quadráticos e 16 termos bilineares. Para os termos quadráticos, a linearização é feita através de aproximações lineares por partes, com a curva quadrática linearizada em torno de cinco pontos igualmente espaçados, resultando em cinco restrições de desigualdade para cada termo quadrático. A Figura 35 ilustra a linearização do termo quadrático v_1^2 por meio de cinco retas. Para os termos bilineares, por outro lado, é necessário linearizar uma superfície, conforme apresentada na Figura 36. Neste trabalho, a linearização é feita através de duas técnicas: envelopes de McCormick (MCCORMICK, 1976) e restrições lineares inteiras mistas (VIELMA, 2015), que estão apresentadas a seguir.

Figura 35 – Linearização de um termo quadrático



Fonte: Autoria própria.

Figura 36 – Superfície do termo bilinear w_{12}



Fonte: Autoria própria.

3.5.1 Envelopes de McCormick

Sejam as variáveis reais e contínuas x e y que formam um termo bilinear xy , tem-se o conjunto \mathcal{P} dado por (86). Uma maneira de linearizar este termo é através do uso de envelopes convexos e côncavos que formam respectivamente limites inferiores e limites superiores para a função bilinear. São os chamados envelopes (ou desigualdades) de McCormick. Para o conjunto \mathcal{P} , o resultado é o conjunto \mathcal{M} , dado por (87) (MCCORMICK, 1976).

$$\mathcal{P} := \{(x, y, w) \in \mathcal{R}^3 \mid w = xy, x^L \leq x \leq x^U, y^L \leq y \leq y^U\} \quad (86)$$

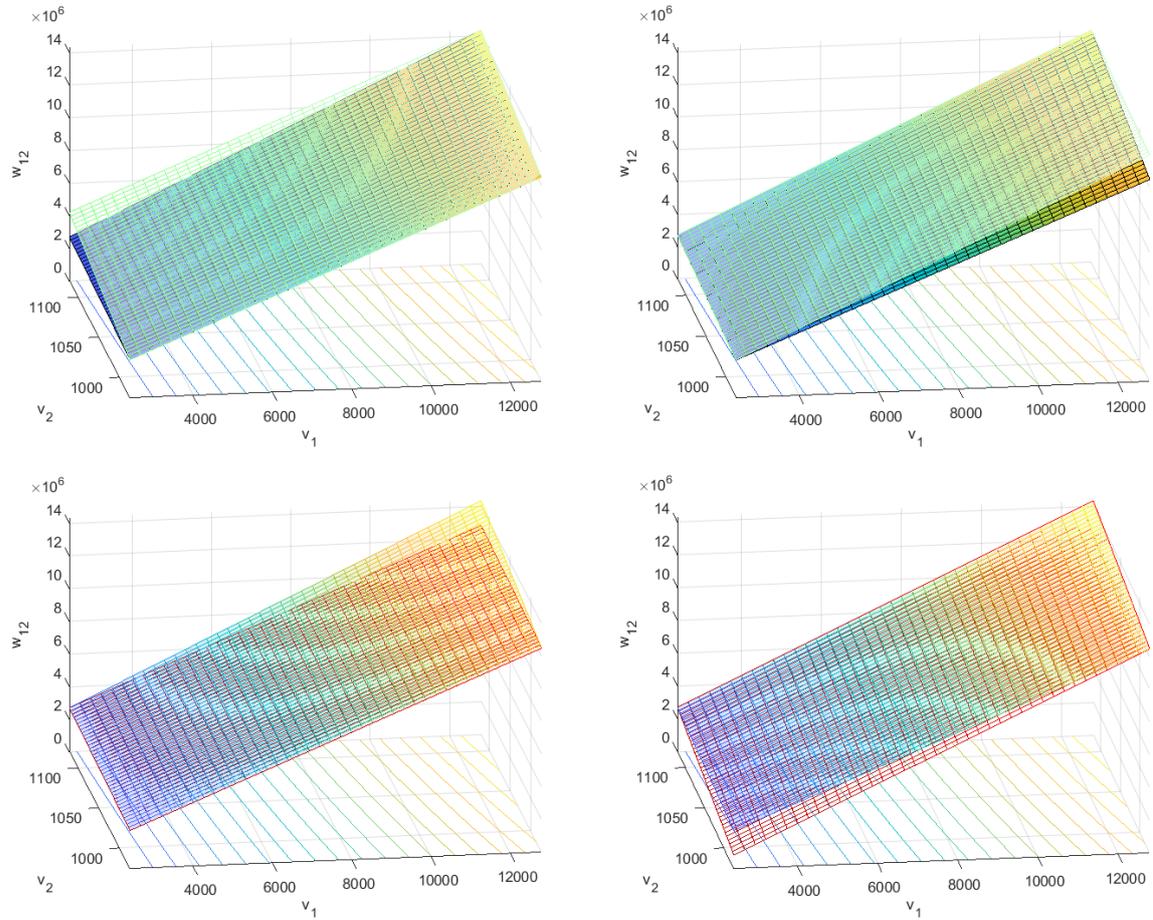
$$\begin{aligned} \mathcal{M} := \{(x, y, w) \in \mathcal{R}^3 \mid w \geq x^L y + x y^L - x^L y^L, \\ w \geq x^U y + x y^U - x^U y^U, \\ w \leq x^U y + x y^L - x^U y^L, \\ w \leq x y^U + x^L y - x^L y^U, \\ x^L \leq x \leq x^U, y^L \leq y \leq y^U\} \end{aligned} \quad (87)$$

Para cada termo bilinear que equivale ao produto de dois volumes armazenados de hidrelétricas diferentes, uma nova variável w é inserida no problema, como mostra (88). Para cada variável w , quatro desigualdades são acrescentadas ao conjunto de restrições, sendo duas para a construção do limite inferior e duas para o limite superior do termo bilinear.

$$w_{ij} = v_i \cdot v_j \text{ para } i, j = 1, \dots, n_h, i \neq j \quad (88)$$

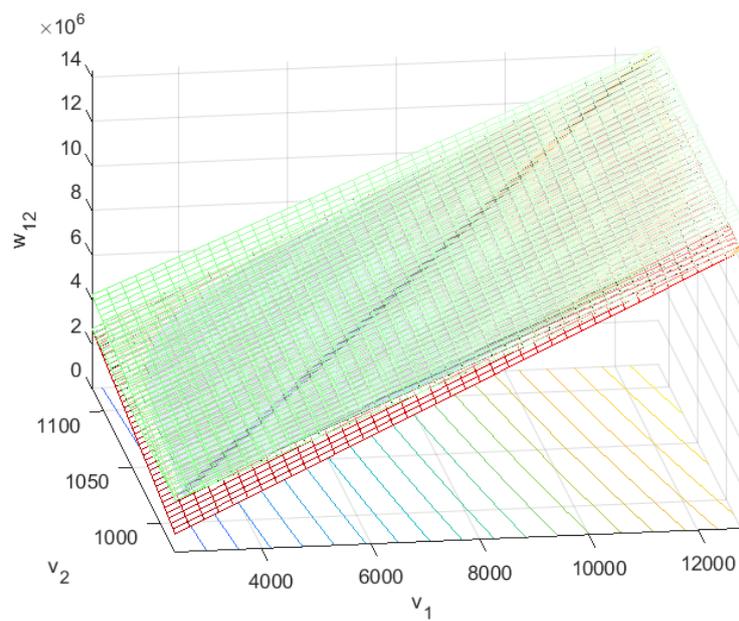
Tomando como exemplo o termo bilinear w_{12} , produto dos volumes armazenados v_1 e v_2 , o resultado da linearização via envelopes de McCormick está apresentado na Figura 37. As duas aproximações lineares superiores estão dadas em verde, e as duas aproximações lineares inferiores, em vermelho. A Figura 38 apresenta a linearização resultante para o termo bilinear w_{12} . Isso é feito para os 16 termos bilineares w_{ij} , totalizando 64 aproximações lineares.

Figura 37 – Aproximações lineares do termo bilinear w_{12} por envelopes de McCormick



Fonte: Autoria própria.

Figura 38 – Linearização resultante do termo bilinear w_{12} por envelopes de McCormick



Fonte: Autoria própria.

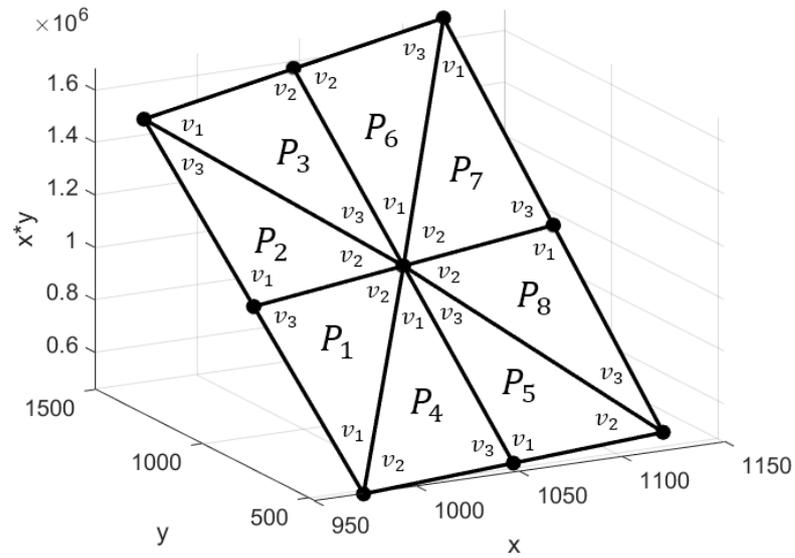
3.5.2 Restrições lineares inteiras mistas

As restrições lineares inteiras mistas aproximam a função não convexa em sua região viável através formulações lineares por partes. Vielma (2015) e Silva (2012) apresentam diversas formulações existentes. Na formulação do método de combinação convexa desagregada básica (DCC), uma função não convexa tem seu domínio dividido em um conjunto de politopos \mathcal{P} . Cada politopo $P \in \mathcal{P}$ possui um conjunto de vértices $V(P)$, e associamos a cada vértice $v \in V(P)$ uma variável contínua $z_{P,v}$. A representação de uma imagem da função é dada pela combinação convexa dos vértices de cada politopo segundo (89).

$$\begin{aligned}
 \sum_{P \in \mathcal{P}} \sum_{v \in V(P)} z_{P,v} \cdot v &= x \\
 \sum_{P \in \mathcal{P}} \sum_{v \in V(P)} z_{P,v} \cdot f(v) &= f(x) \\
 z_{P,v} &\geq 0 \\
 \sum_{v \in V(P)} z_{P,v} &= y_P \\
 \sum_{P \in \mathcal{P}} y_P &= 1, y_P \in \{0,1\}
 \end{aligned} \tag{89}$$

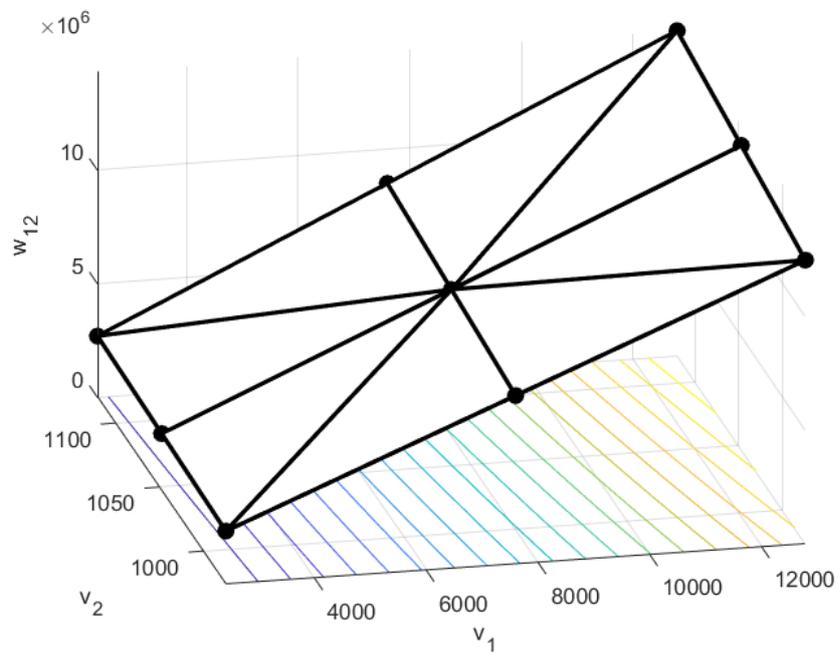
A Figura 39 mostra a função representada por um conjunto de oito politopos, cada um com três vértices, totalizando 24 vértices. Para o termo bilinear w_{12} representado pela superfície da Figura 36, assim, os politopos utilizados para a linearização por restrições lineares inteiras mistas estão apresentados na Figura 40.

Figura 39 – Domínio da função não convexa representado por politopos



Fonte: Adaptado de (BRITO, FINARDI e TAKIGAWA, 2020).

Figura 40 – Linearização do termo bilinear w_{12} por restrições lineares inteiras mistas



Fonte: Autoria própria.

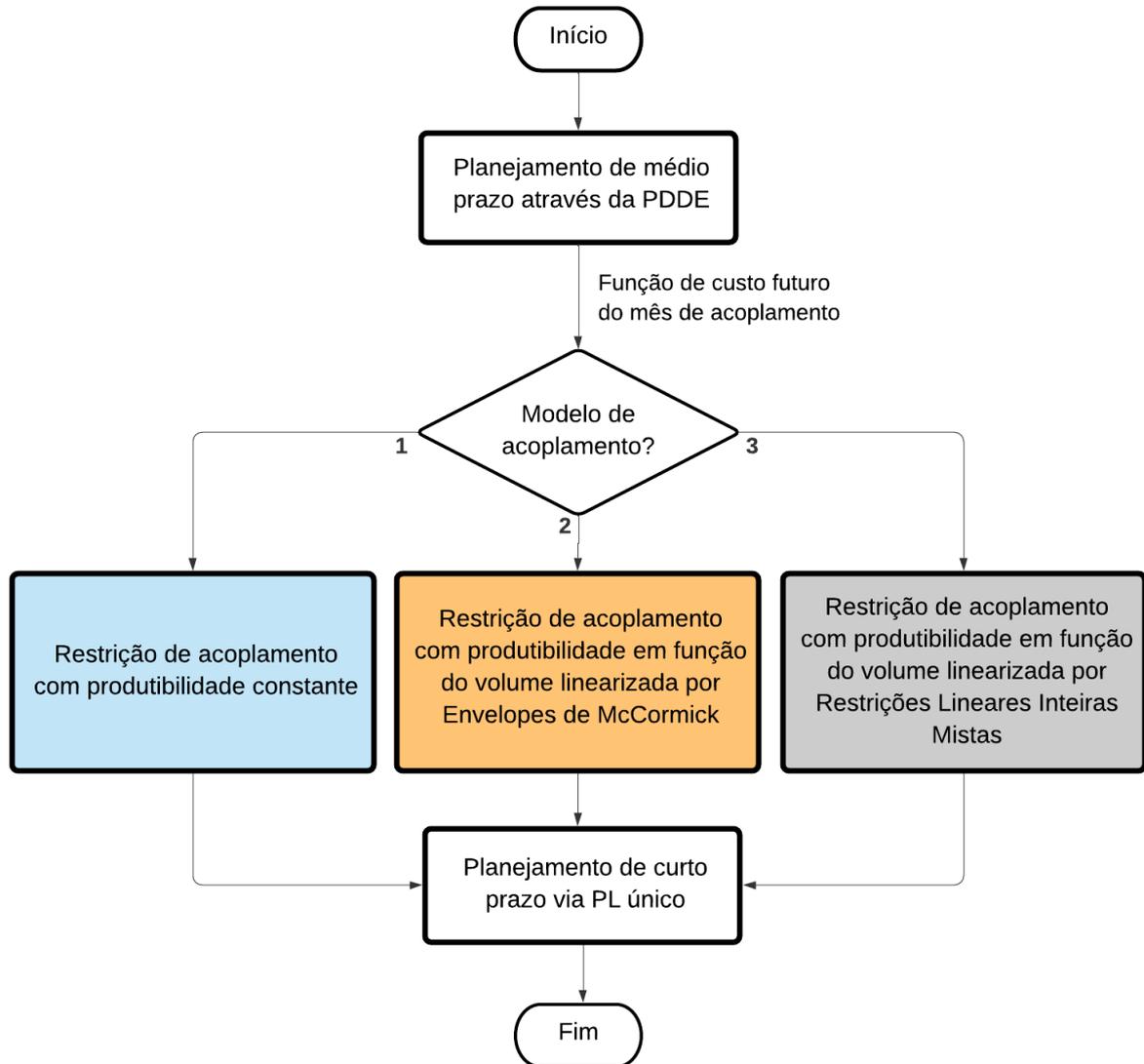
4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste trabalho, cujo intuito principal é acessar o acoplamento pela FCF, os problemas de planejamento de curto e médio prazos são resolvidos de maneira encadeada. Inicialmente, o problema de médio prazo é resolvido pela PDDE para obter uma FCF em termos de energia armazenada. Na sequência, o problema de curto prazo recebe essa FCF, sendo resolvido via um PL (ou PL inteiro-misto) único. Conforme apresentado no capítulo anterior, o acoplamento (i.e., a modelagem da FCF) entre os dois problemas é feito com base em três possibilidades:

- **Acoplamento 1:** desagregação usada no setor elétrico, em que os parâmetros da FCF calculados em termos de energia são desagregados para volumes com base na produtividade média das usinas;
- **Acoplamento 2:** acoplamento da FCF calculada em termos de energia via restrição de acoplamento que considera a produtividade em função do volume. Dado que esta restrição é não linear, ela é linearizada por meio de envelopes de McCormick;
- **Acoplamento 3:** idem ao acoplamento anterior, sendo que a linearização se dá por meio de restrições lineares inteiro-mistas.

A Figura 41 apresenta o algoritmo para obtenção dos resultados e comparação entre os três modelos de acoplamento. Os resultados são analisados para sete árvores de cenários distintas, cada uma com um horizonte de planejamento de 24 estágios mensais. Todas as árvores são de amostras comuns, cujas afluições são consideradas variáveis aleatórias independentes no tempo. A primeira árvore foi apresentada nos exemplos dos capítulos anteriores, com 4 realizações por estágio. Por sua vez, as Árvores 2 e 3 possuem 10 realizações por estágio, diferentes entre si. As Árvores 4, 5, 6 e 7 possuem 20 realizações por estágio. A Tabela 9 apresenta o detalhamento da construção das árvores de cenários utilizadas nos resultados, com as realizações por estágio e o total de cenários de cada uma, os anos do histórico de afluições incrementais utilizados para compor os cenários e o mês selecionado para obtenção dos valores do primeiro estágio determinístico. A plataforma utilizada é o ambiente de desenvolvimento integrado Spyder, em linguagem de programação Python e suporte da biblioteca de otimização Gurobi e das bibliotecas *numpy* e *random*.

Figura 41 – Algoritmo do problema de planejamento com 3 modelos de acoplamento



Fonte: Autoria própria.

Tabela 9 – Construção das árvores de cenário dos resultados

	Árvore 1	Árvore 2	Árvore 3	Árvore 4	Árvore 5	Árvore 6	Árvore 7
Realizações por estágio	4	10	10	20	20	20	20
Total de cenários	4^{23}	10^{23}	10^{23}	20^{23}	20^{23}	20^{23}	20^{23}
Anos do histórico	1954, 1982, 2005, 2010	2004 a 2014	1974 a 1983	1954 a 1974	1954 a 1975	1954 a 1975	1954 a 1975
1º mês determinístico	média dos janeiros	jan/2007	jan/1979	jan/1954	abr/1954	jul/1954	out/1956

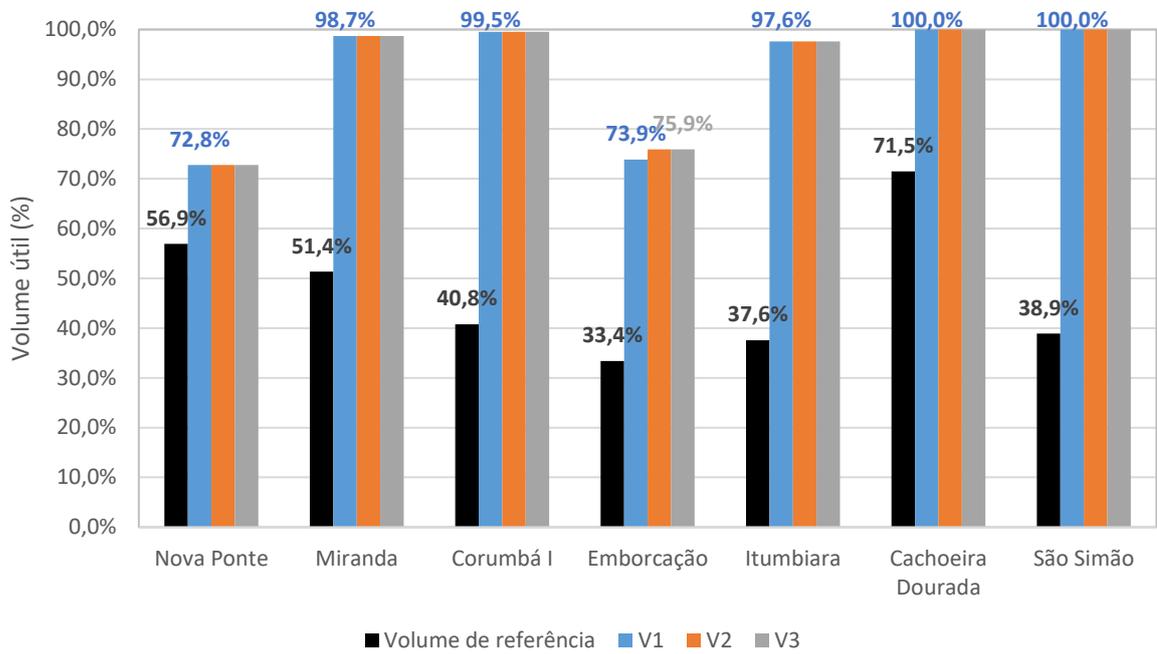
Fonte: Autoria própria.

4.1 ÁRVORE 1

A Árvore 1, já apresentada nos capítulos anteriores, possui 4 realizações por estágio e séries de energia controlável apresentadas na Figura 17. O primeiro mês é determinístico, com energia controlável conhecida e, a cada iteração progressiva, uma realização de energia controlável é sorteada para os demais 23 meses, construindo um cenário único. Para o modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, é o caso apresentado nos capítulos anteriores. O custo total é de R\$ 2.681,52 milhões e o tempo de execução do algoritmo de otimização, englobando os problemas de médio e curto prazos, foi de 34,38s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1781,46 MW_{méd}. Os volumes armazenados finais e a produtividade realizada foram apresentados nas Figuras 27 e 28. A Figura 42 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

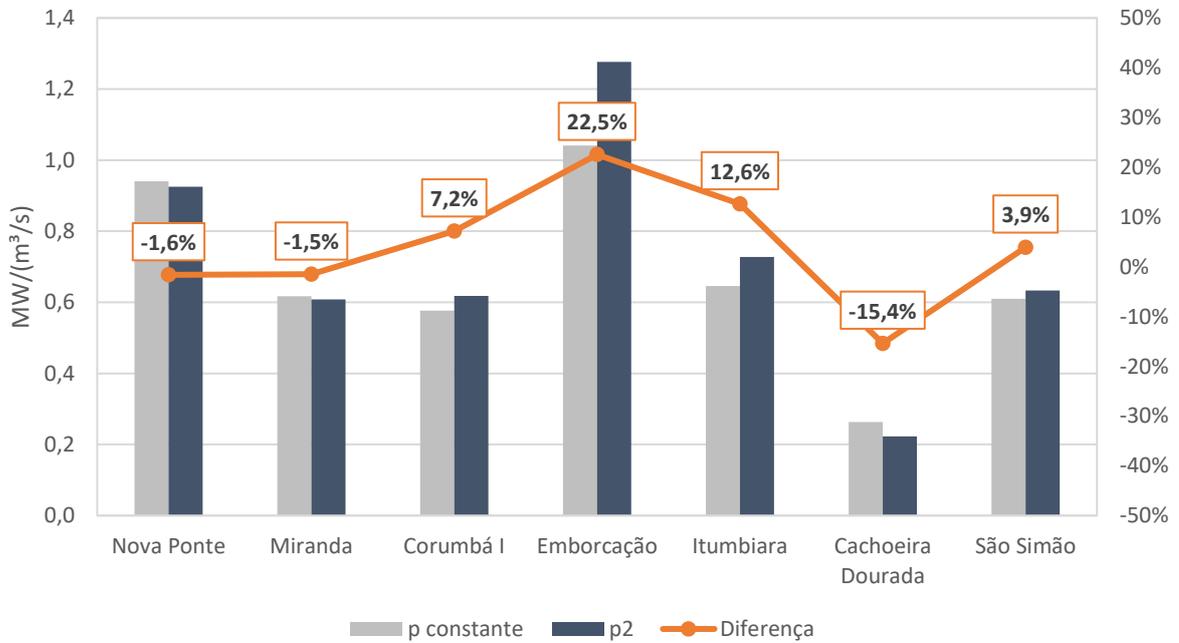
O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 2.675,21 milhões e tempo de execução de 34,44s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1963,05 MW_{méd}. A Figura 43 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana, isto é, como a razão entre geração hidrelétrica e a vazão turbinada pela usina, em comparação com a produtividade constante. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 22,5%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 42 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 1



Fonte: Autoria própria.

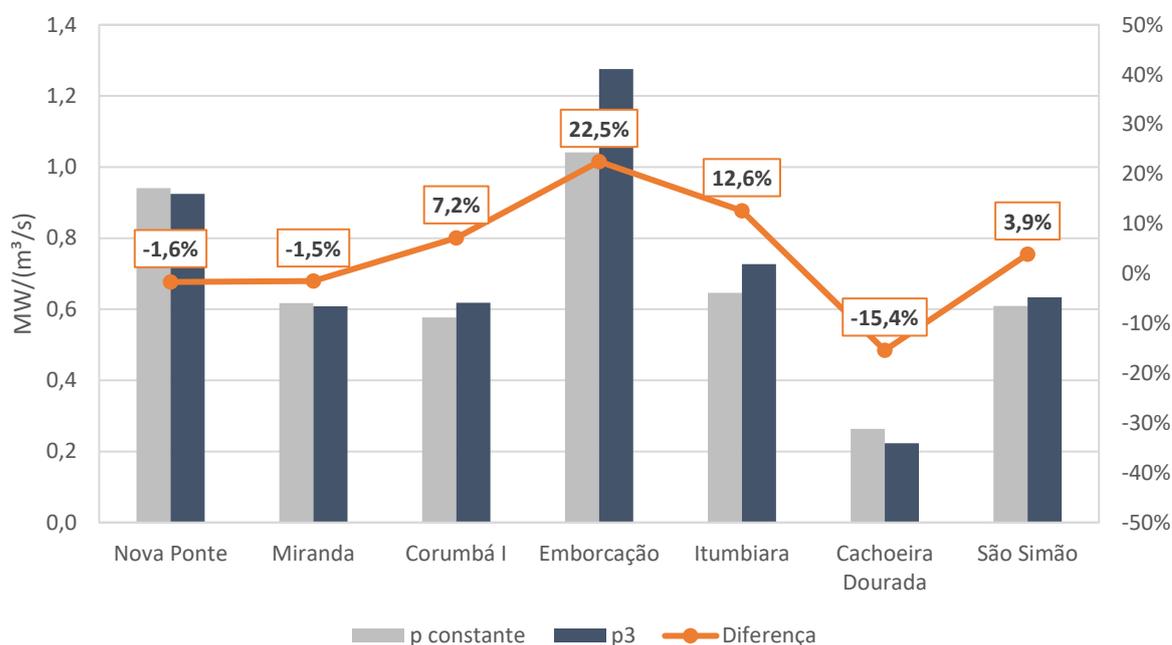
Figura 43 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana do modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante para a Árvore 1



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 apresentou também um custo total de R\$ 2.675,21 milhões com um tempo de execução de 34,47s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1963,05 MW_{méd}. A Figura 44 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 22,5%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 44 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 1 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 10 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 1 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,2% mais caro que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada 0,9% que os modelos 2 e 3. A Figura 45 apresenta a geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. A Tabela 11 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. Os modelos 2 e 3 apresentaram os mesmos resultados. A Tabela 12 traz

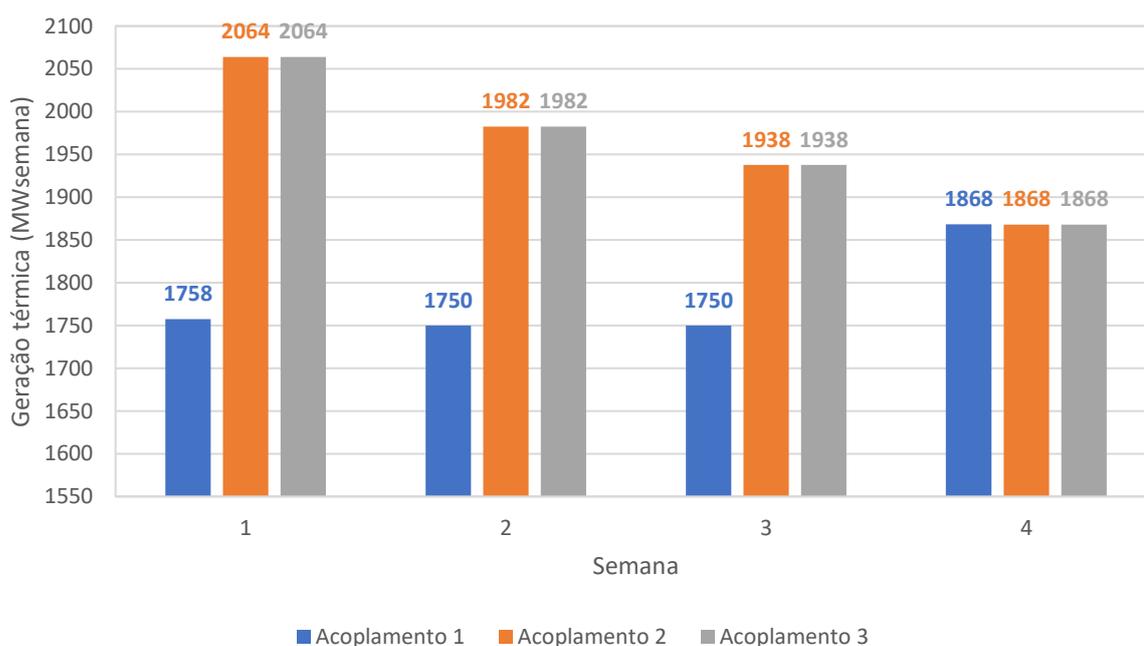
os resultados de produtividade realizada por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. A produtividade realizada no curto prazo foi calculada para o ponto de operação da 4ª semana, isto é, como a razão entre a geração hidrelétrica e a vazão turbinada pela usina. Por último, a Tabela 13 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os modelos de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos resultados. O modelo de acoplamento 1 apresenta um volume armazenado 2,04% menor na UHE Emborcação e uma produtividade 0,16% menor.

Tabela 10 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 1

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	34,38	34,44	34,47
Diferença (%)	-0,26	-0,10	-
Custo total (R\$ milhões)	2681,52	2675,21	2675,21
Diferença (%)	0,24	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	28347,6	28609,9	28609,9
Diferença (%)	-0,92	0,00	-

Fonte: Autoria própria.

Figura 45 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 1



Fonte: Autoria própria.

Tabela 11 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 1

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	72,8	72,8	72,8
2	51,4	98,7	98,7	98,7
3	40,8	99,5	99,5	99,5
4	33,4	73,9	75,9	75,9
5	37,6	97,6	97,6	97,6
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 12 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 1

UHE	Produtibilidade (MW/(m ³ /s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,92471	0,92471	0,92471
2	0,61728	0,60797	0,60797	0,60797
3	0,57687	0,61816	0,61816	0,61816
4	1,04130	1,27382	1,27592	1,27592
5	0,64566	0,72717	0,72717	0,72717
6	0,26337	0,22280	0,22280	0,22280
7	0,60943	0,63329	0,63329	0,63329

Fonte: Autoria própria.

Tabela 13 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 1

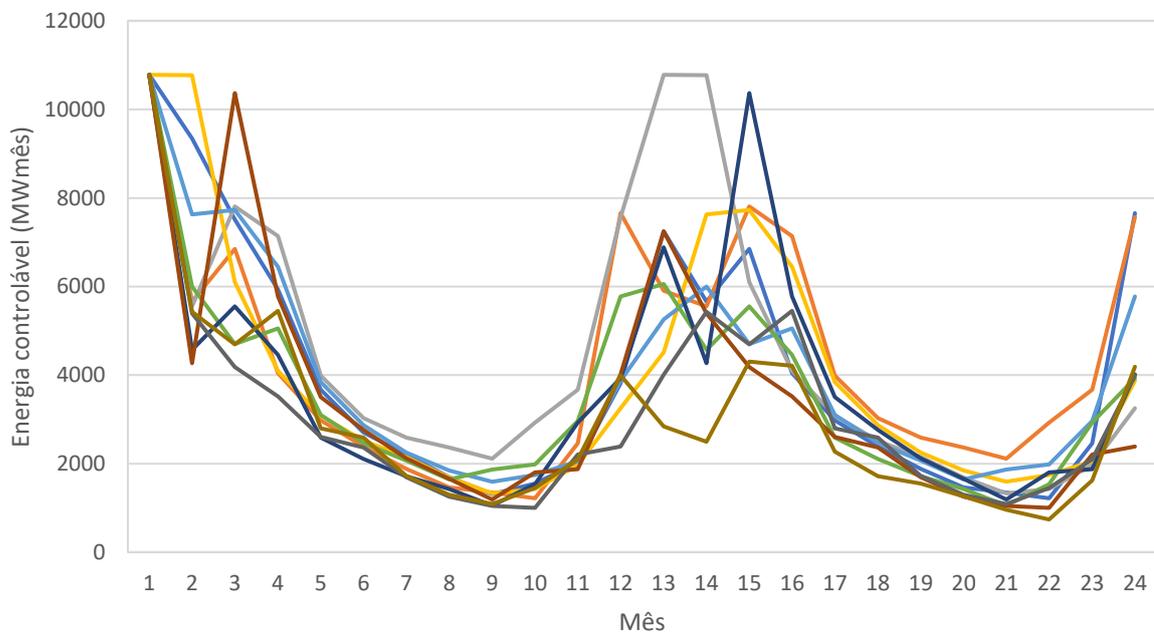
UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	-0,16%	0,00%	-2,04%	0,00%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Autoria própria.

4.2 ÁRVORE 2

A árvore de cenários 2 é construída com o primeiro mês determinístico e dez realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 46, totalizando 10^{23} cenários. As aflúências incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 2004 a 2014 e correspondem a 10 biênios consecutivos. As aflúências incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de janeiro/2007, e estão apresentadas na Tabela 14. A energia controlável resultante do 1º mês é de 10781,90 MW_{méd}. A PDDE convergiu em 34 iterações, como mostra a Figura 47, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 2.958,43 milhões e o limite superior de R\$ 3.007,24 milhões. A Figura 48 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura 49 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 46 – Cenários de energia afluente da Árvore 2



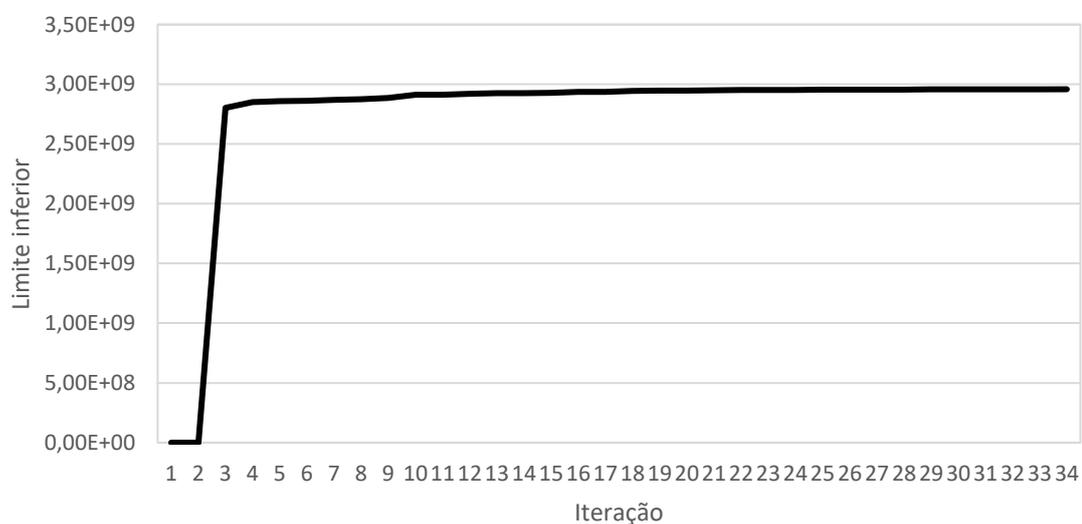
Fonte: Autoria própria.

Tabela 14 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 2

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	980,66
2	Miranda	150,08
3	Corumbá I	899,66
4	Emborcação	1063,58
5	Itumbiara	813,47
6	Cachoeira Dourada	240,32
7	São Simão	2284,72

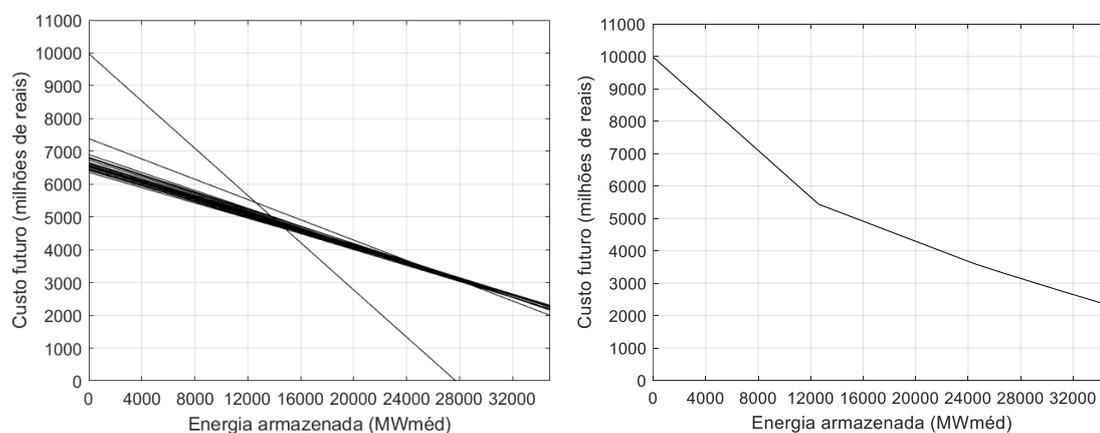
Fonte: Autoria própria.

Figura 47 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 2



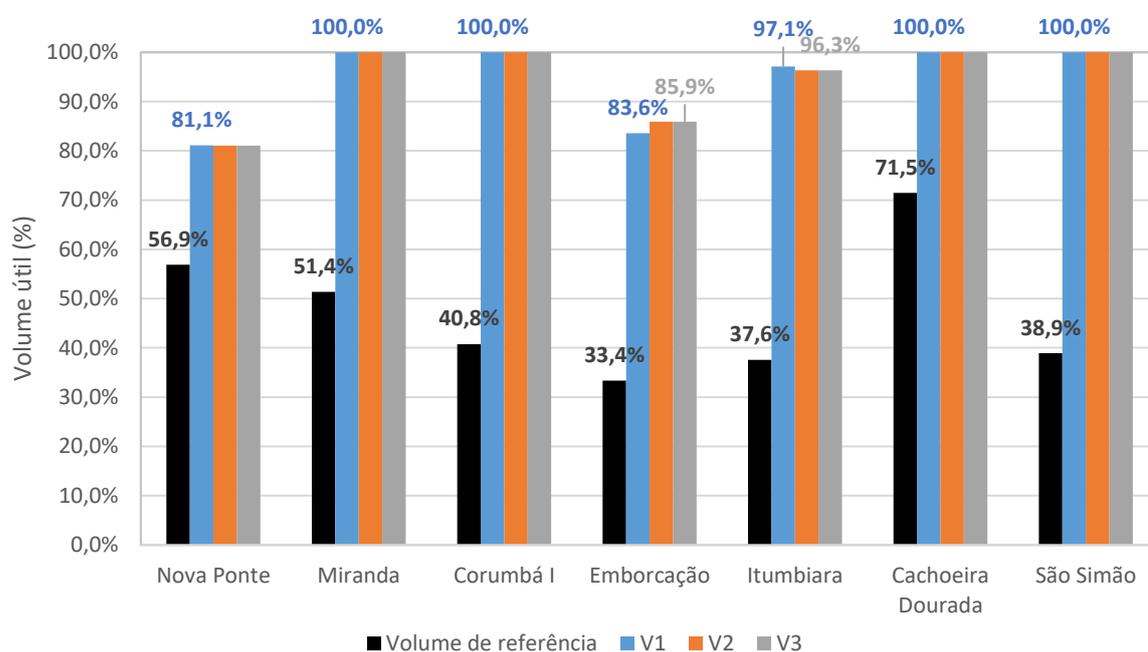
Fonte: Autoria própria.

Figura 48 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 2 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

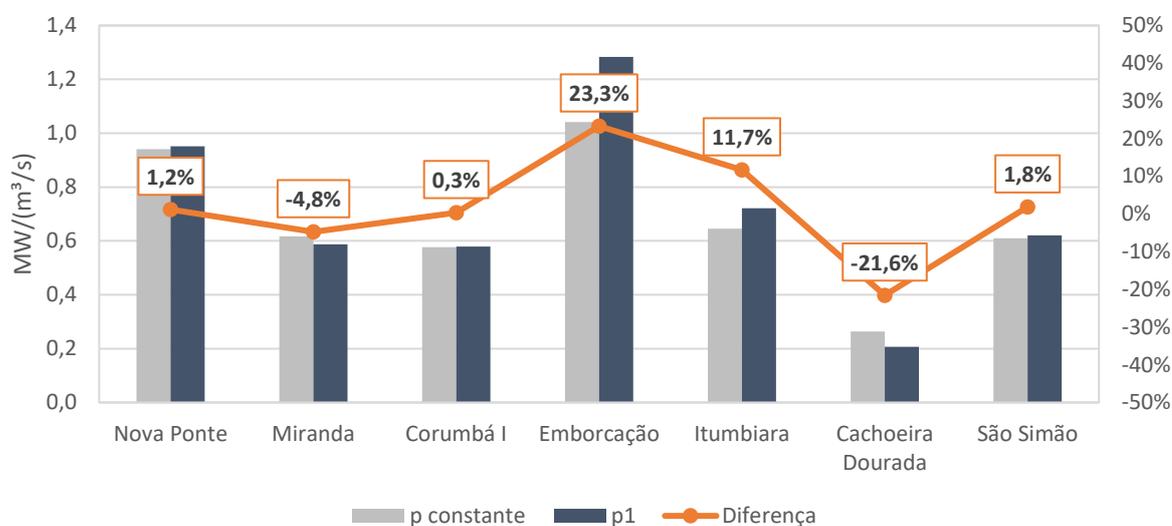
Figura 49 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 2



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 2.957,00 milhões e tempo de execução de 28,19s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1548,68 MW_{méd}. A Figura 50 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação novamente, com 23,3%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

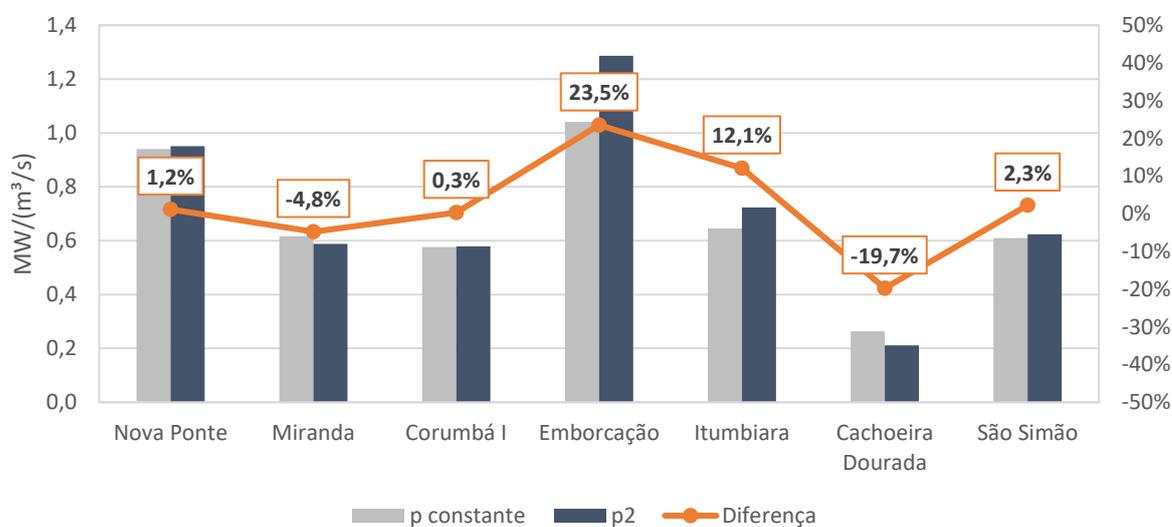
Figura 50 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 2.948,86 milhões e tempo de execução de 28,16s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1750 MW_{méd}. A Figura 51 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 23,5%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

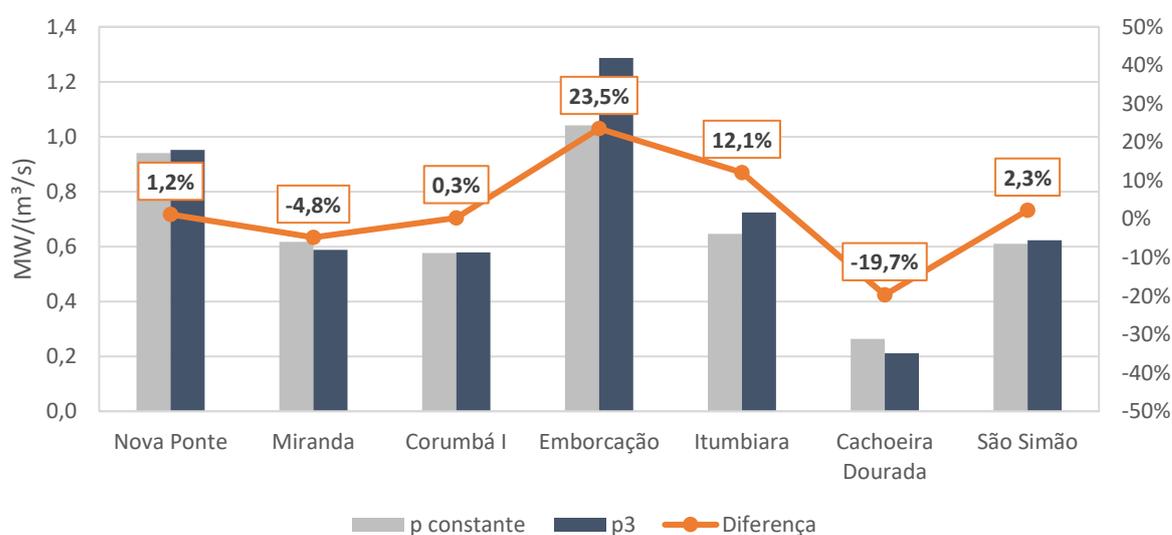
Figura 51 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 também resultou num custo total de R\$ 2.948,86 milhões e tempo de execução de 28,19s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1750 MW_{méd}. A Figura 52 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 23,5%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 52 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 2 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 15 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 2 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,28% mais caro que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada 0,94% menor que os modelos 2 e 3. A Figura 53 apresenta a geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. A Tabela 16 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. Os modelos 2 e 3 apresentaram novamente os mesmos resultados. A Tabela 17 traz os resultados de produtividade realizada na 4ª semana por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. Por

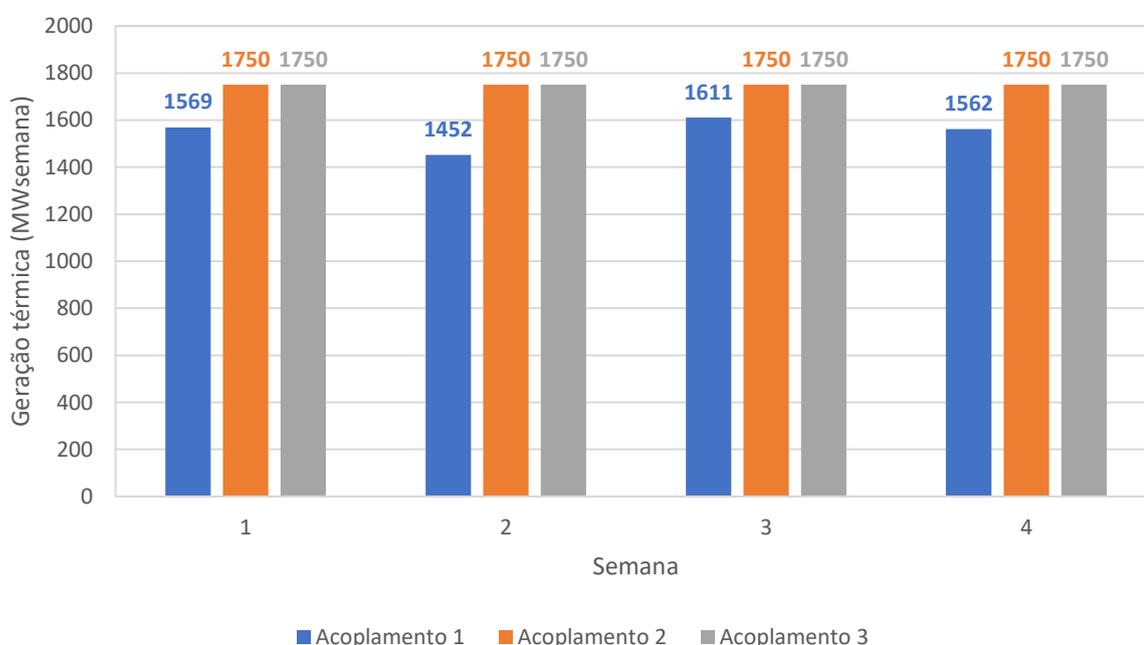
último, a Tabela 18 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os modelos de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos resultados. O modelo de acoplamento 1 apresenta produtividades ligeiramente inferiores, e diferentes valores de volume armazenado. Como destaque, a UHE Emborcação encerrou com um volume armazenado 2,31% menor.

Tabela 15 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 2

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	28,19	28,16	28,19
Diferença (%)	0,00	-0,11	-
Custo total (R\$ milhões)	2957,00	2948,86	2948,86
Diferença (%)	0,28	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	30905,5	31199,9	31199,9
Diferença (%)	-0,94	0,00	-

Fonte: Autoria própria.

Figura 53 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 2



Fonte: Autoria própria.

Tabela 16 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 2

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	81,1	81,1	81,1
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	100,0	100,0	100,0
4	33,4	83,6	85,9	85,9
5	37,6	97,1	96,3	96,3
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 17 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 2

UHE	Produtibilidade (MW/(m ³ /s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,95154	0,95149	0,95149
2	0,61728	0,58793	0,58793	0,58793
3	0,57687	0,57875	0,57875	0,57875
4	1,04130	1,28388	1,28627	1,28627
5	0,64566	0,72094	0,72389	0,72389
6	0,26337	0,20659	0,21140	0,21140
7	0,60943	0,62060	0,62330	0,62330

Fonte: Autoria própria.

Tabela 18 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 2

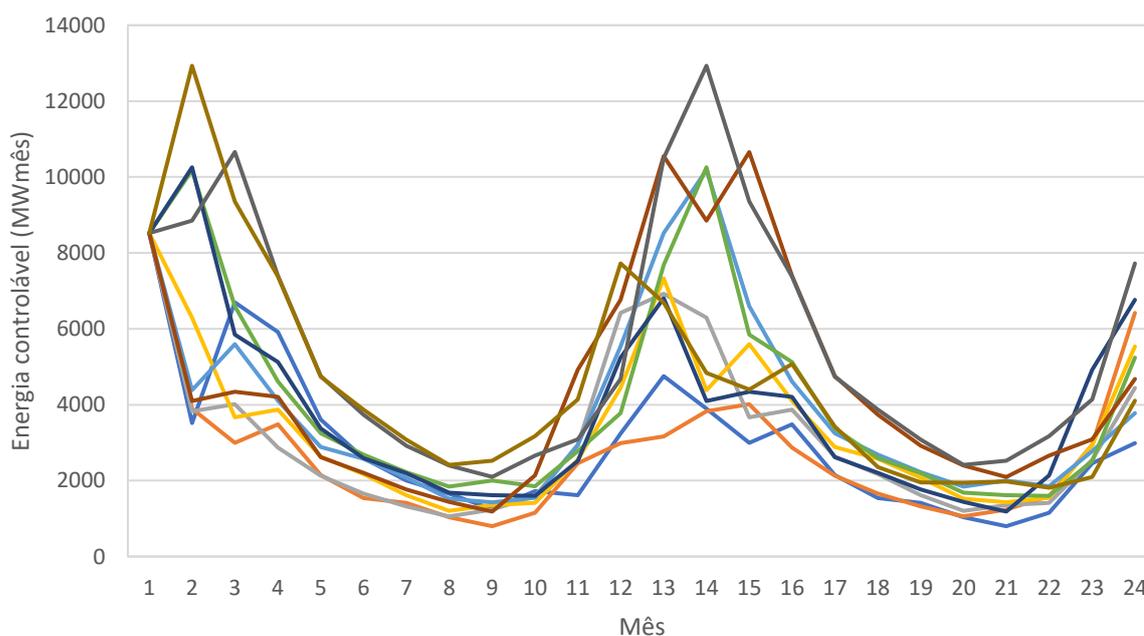
UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,01%	0,00%	0,03%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	-0,19%	0,00%	-2,31%	0,00%
5	-0,41%	0,00%	0,75%	0,00%
6	-2,27%	0,00%	0,00%	0,00%
7	-0,43%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Autoria própria.

4.3 ÁRVORE 3

A árvore de cenários 3 é construída com o primeiro mês determinístico e dez realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 54, totalizando 10^{23} cenários. As afluições incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 1974 a 1984 e correspondem a 10 biênios consecutivos. As afluições incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de janeiro/1979, e estão apresentadas na Tabela 19. A energia controlável do 1º mês é de 8.521,86 MWméd. A PDDE convergiu em 61 iterações, como mostra a Figura 55, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 2.643,86 milhões e o limite superior de R\$ 2.696,56 milhões. A Figura 56 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura 57 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 54 – Cenários de energia afluente da Árvore 3



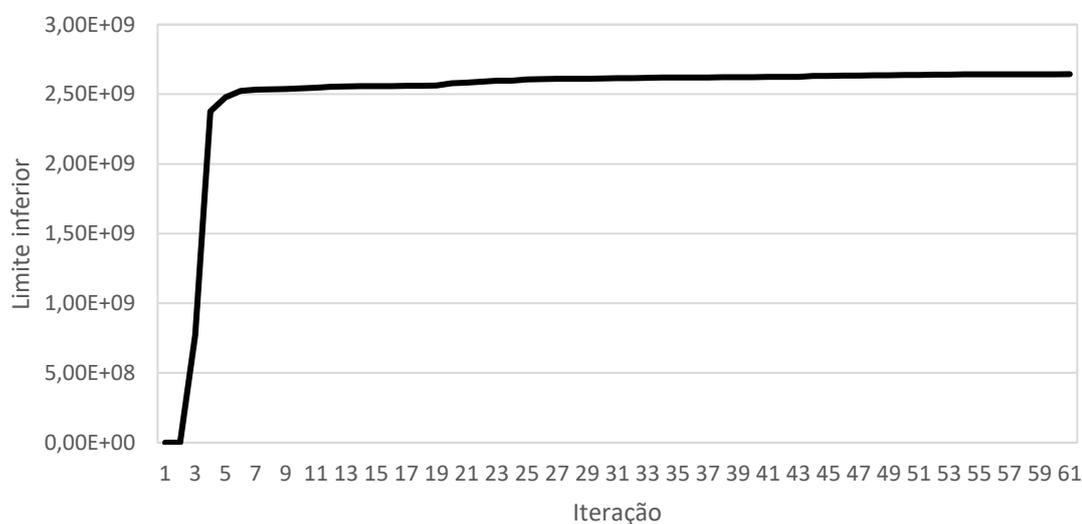
Fonte: Autoria própria.

Tabela 19 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 3

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	775,14
2	Miranda	118,42
3	Corumbá I	711,11
4	Emborcação	840,68
5	Itumbiara	642,99
6	Cachoeira Dourada	189,95
7	São Simão	1805,91

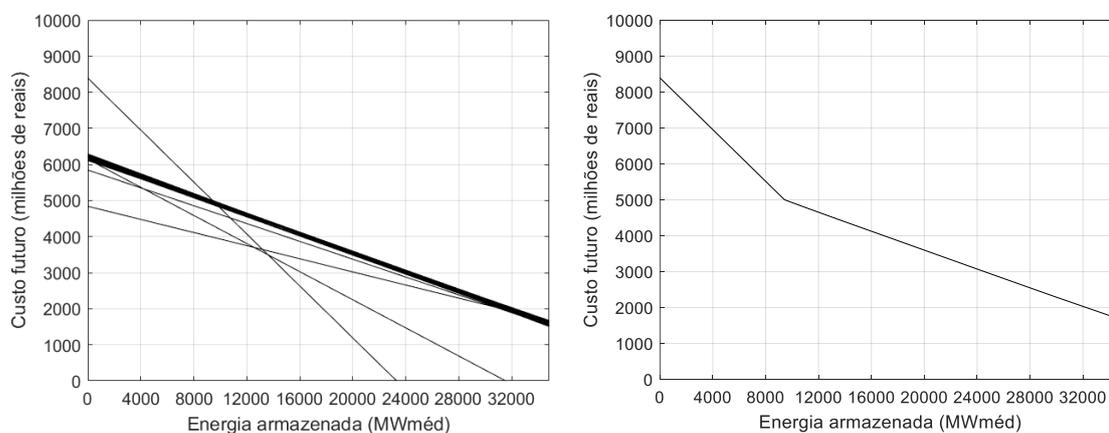
Fonte: Autoria própria.

Figura 55 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 3



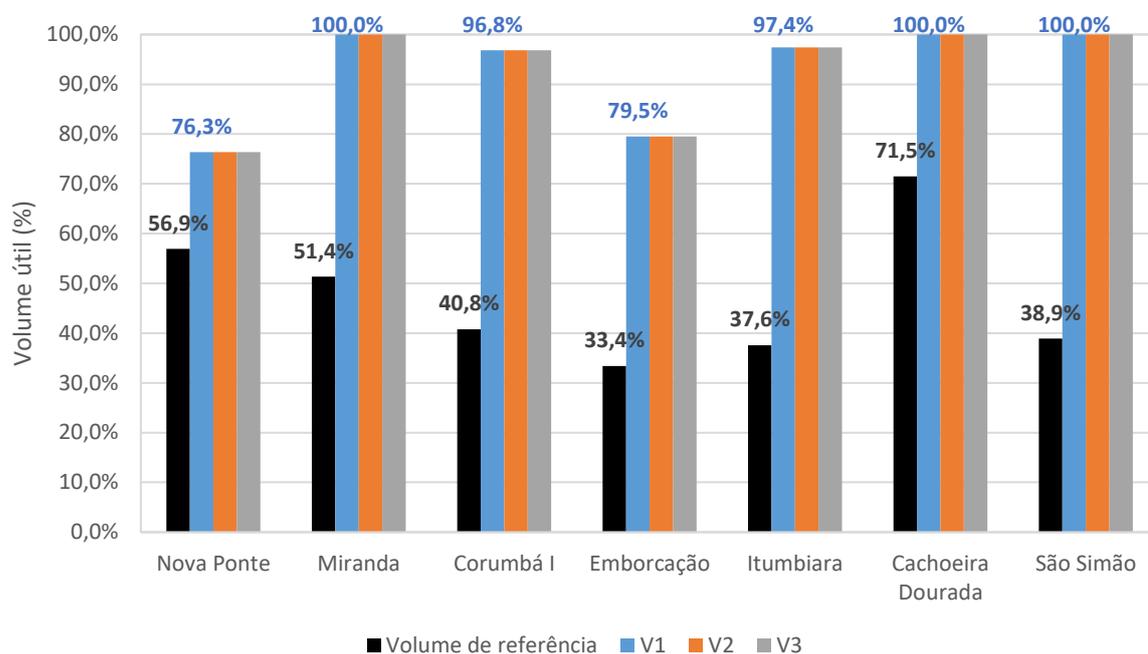
Fonte: Autoria própria.

Figura 56 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 3 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

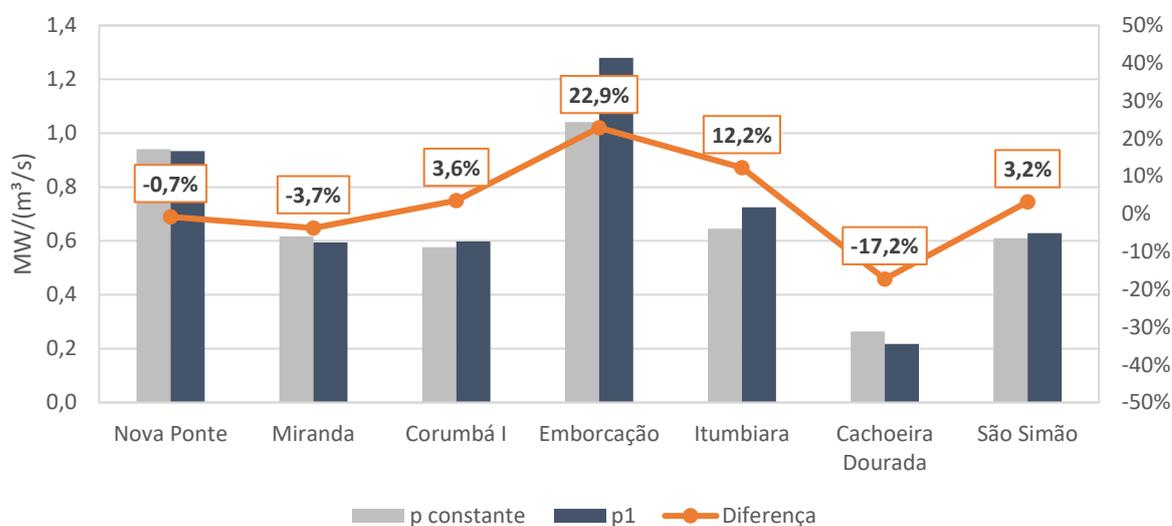
Figura 57 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 3



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 2.544,52 milhões e tempo de execução de 41,26s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1750 MWméd. A Figura 58 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação novamente, com 22,9%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

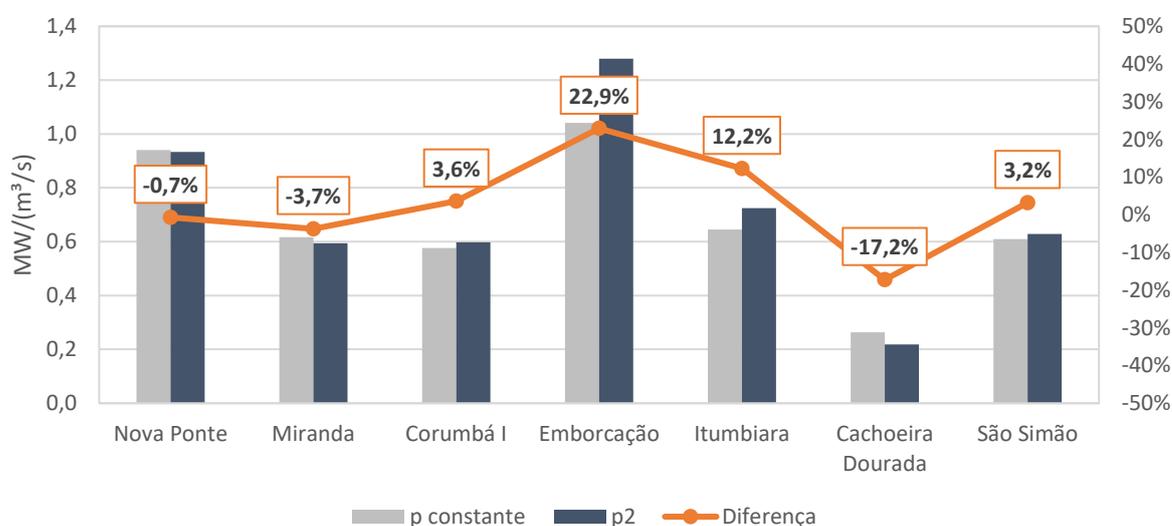
Figura 58 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 2.537,55 milhões e tempo de execução de 41,25s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1750 MW_{méd}. A Figura 59 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 22,9%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

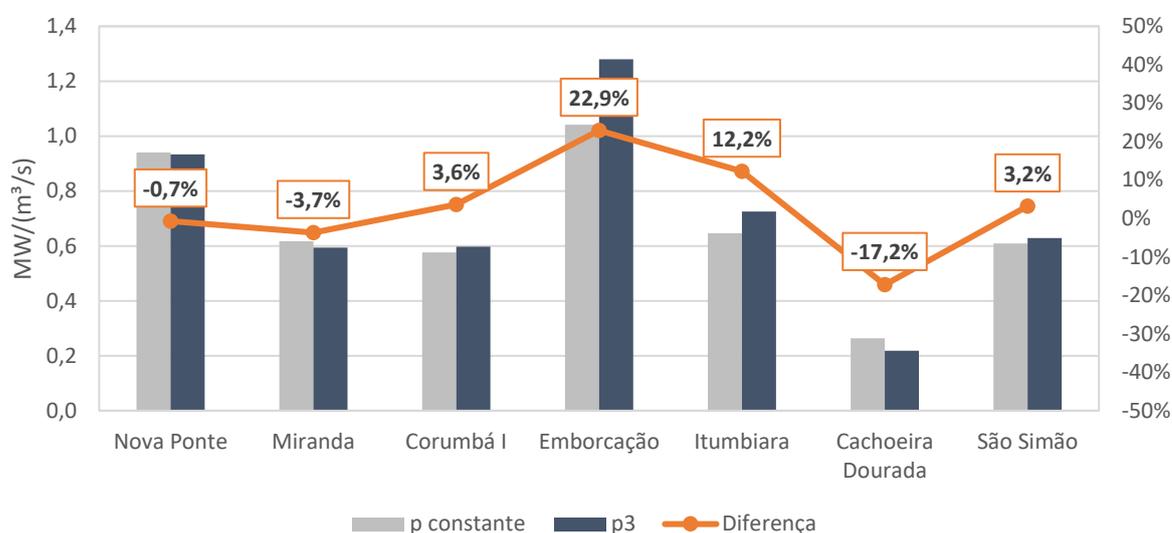
Figura 59 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 também resultou num custo total de R\$ 2.537,55 milhões e tempo de execução de 41,28s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 1750 MW_{méd}. A Figura 60 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Emborcação, com 22,9%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 60 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 3 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 20 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 2 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,27% mais caro que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada igual aos modelos 2 e 3. A Figura 61 apresenta a geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. Todos os modelos apresentaram geração constante de 1750 MW_{méd} em todo o horizonte de curto prazo. A Tabela 21 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em

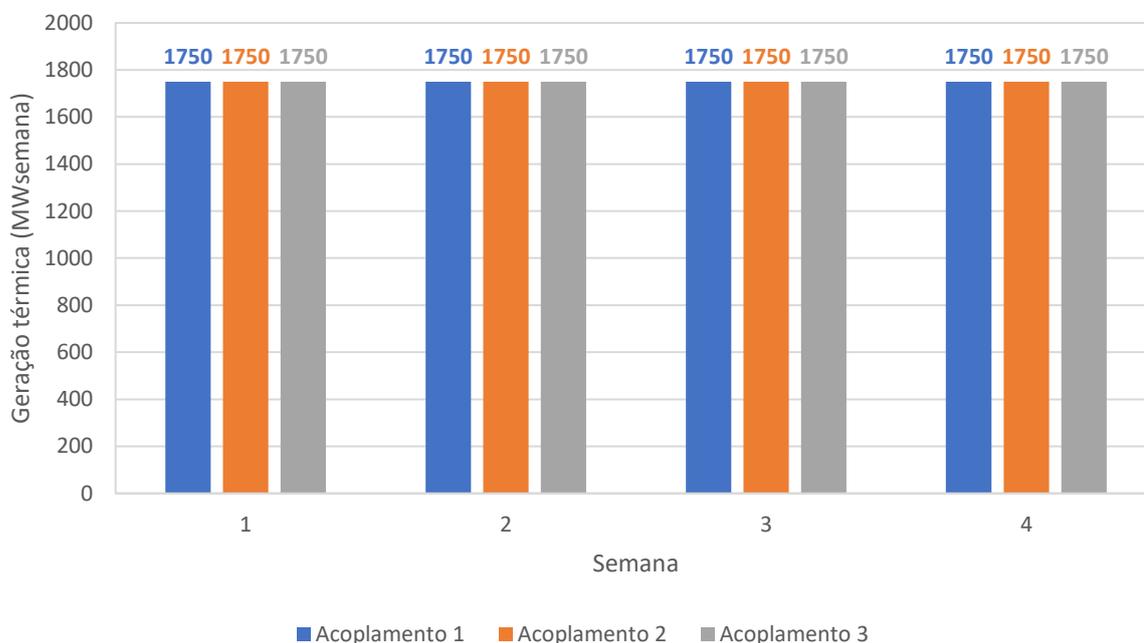
comparação com os volumes de referência. A Tabela 22 traz os resultados de produtividade realizada na 4ª semana por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. Por último, a Tabela 23 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os três modelos apresentaram os mesmos resultados.

Tabela 20 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 3

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	41,26	41,25	41,28
Diferença (%)	-0,04	-0,06	-
Custo total (R\$ milhões)	2544,52	2537,55	2537,55
Diferença (%)	0,27	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	29639,6	29639,6	29639,6
Diferença (%)	0,00	0,00	-

Fonte: Autoria própria.

Figura 61 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 3



Fonte: Autoria própria.

Tabela 21 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 3

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	76,3	76,3	76,3
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	96,8	96,8	96,8
4	33,4	79,5	79,5	79,5
5	37,6	97,4	97,4	97,4
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 22 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 3

UHE	Produtibilidade (MW/(m³/s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,93338	0,93338	0,93338
2	0,61728	0,59438	0,59438	0,59438
3	0,57687	0,59758	0,59758	0,59758
4	1,04130	1,27968	1,27968	1,27968
5	0,64566	0,72475	0,72475	0,72475
6	0,26337	0,21796	0,21796	0,21796
7	0,60943	0,62898	0,62898	0,62898

Fonte: Autoria própria.

Tabela 23 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 3

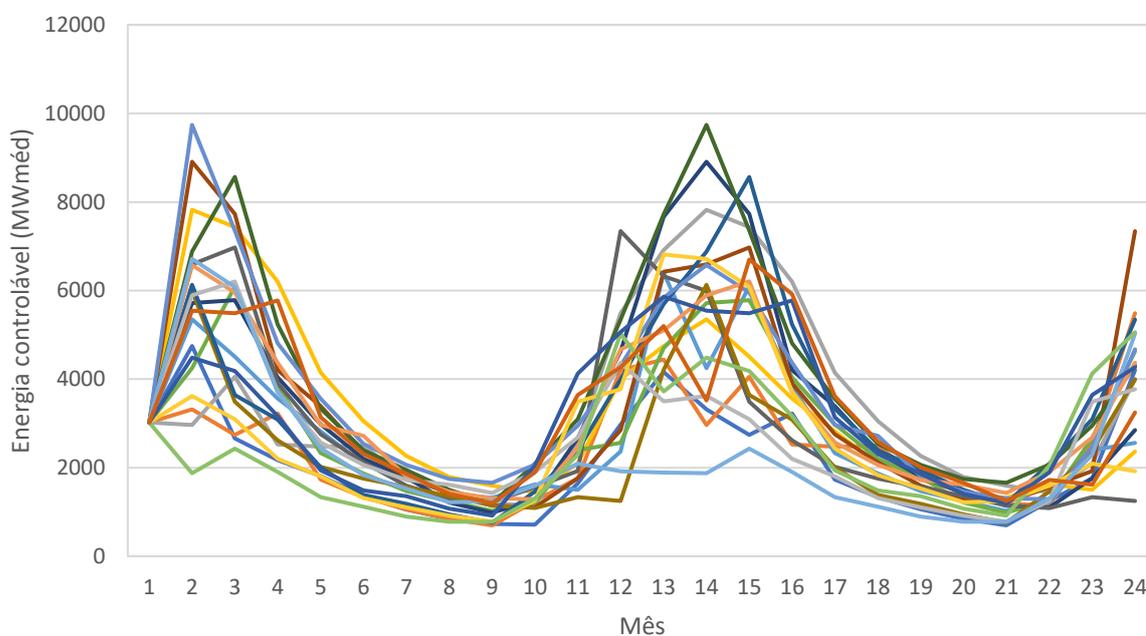
UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Autoria própria.

4.4 ÁRVORE 4

A árvore de cenários 4 é construída com o primeiro mês determinístico e vinte realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 62, totalizando 20^{23} cenários. As aflúncias incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 1954 a 1974 e correspondem a 20 biênios consecutivos. As aflúncias incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de janeiro/1954, e estão apresentadas na Tabela 24. A energia controlável do 1º mês é de 3.020,10 MWméd. A PDDE convergiu em 25 iterações, como mostra a Figura 63, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 6.594,54 milhões e o limite superior de R\$ 6.640,16 milhões. A Figura 64 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura 65 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 62 – Cenários de energia afluyente da Árvore 4



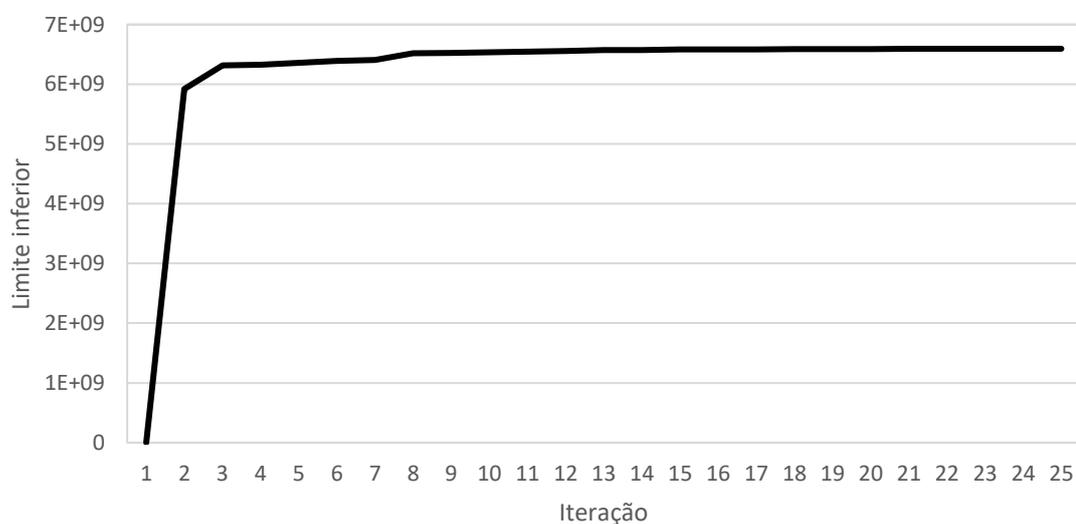
Fonte: Autoria própria.

Tabela 24 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 4

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	274,83
2	Miranda	41,34
3	Corumbá I	252,13
4	Emborcação	298,07
5	Itumbiara	227,98
6	Cachoeira Dourada	67,35
7	São Simão	640,30

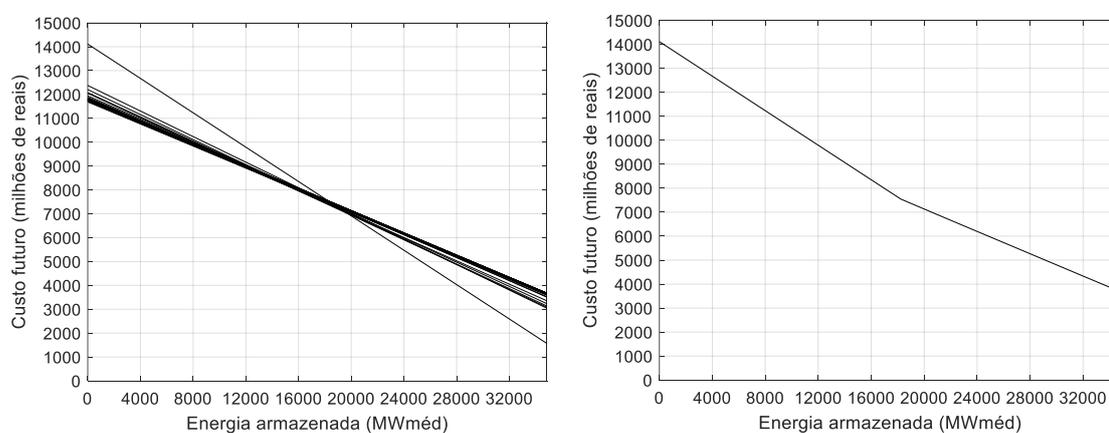
Fonte: Autoria própria.

Figura 63 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 4



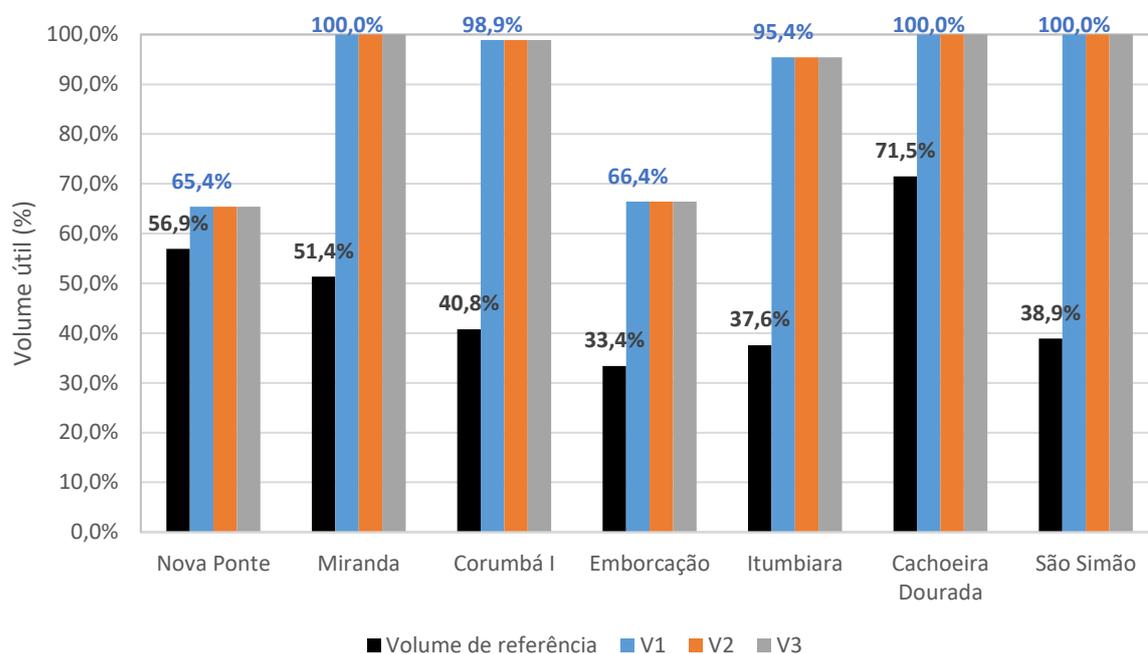
Fonte: Autoria própria.

Figura 64 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 4 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

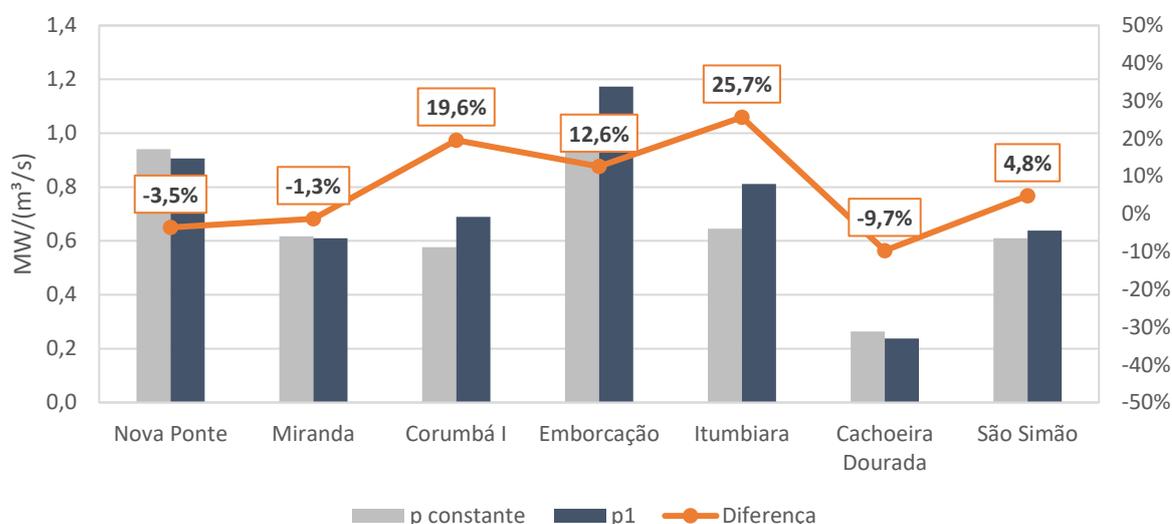
Figura 65 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 4



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 6.019,13 milhões e tempo de execução de 28,70s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd}. A Figura 66 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

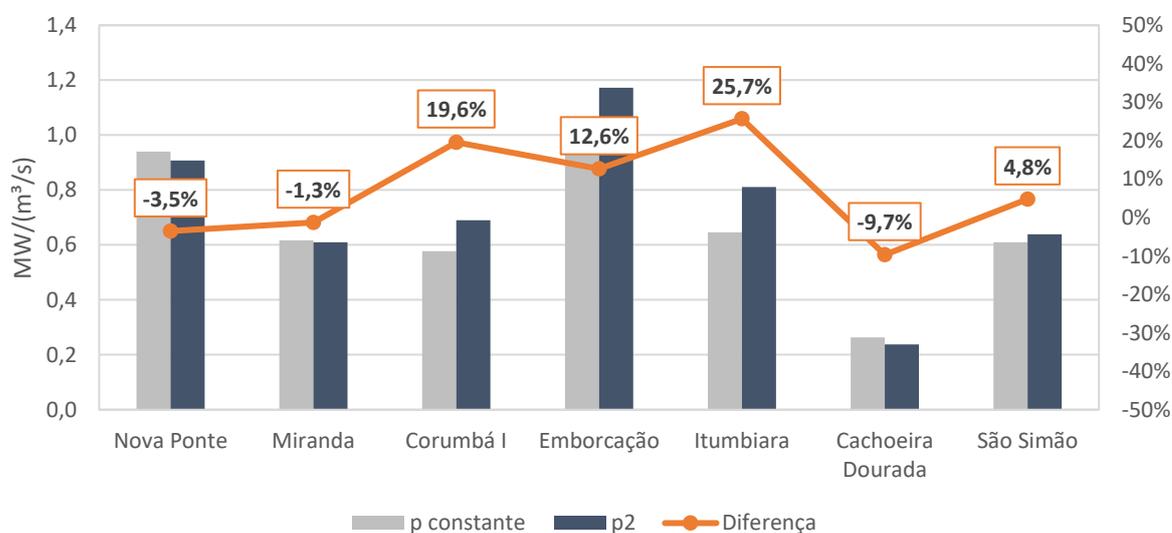
Figura 66 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 6.015,15 milhões e tempo de execução de 28,67s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd}. A Figura 67 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre novamente em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

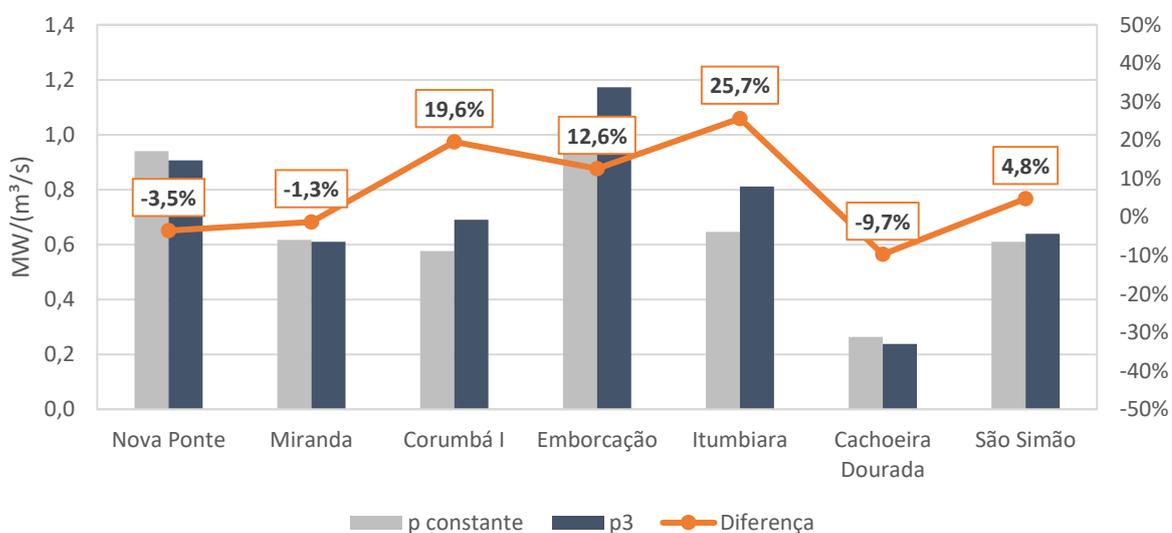
Figura 67 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 também resultou num custo total de R\$ 6.015,15 milhões e tempo de execução de 28,80s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd}. A Figura 68 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 68 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 4 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 25 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 2 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,07% mais caro que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada igual aos modelos 2 e 3. A Figura 69 apresenta a geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. Todos os modelos apresentaram geração constante de 2200 MW_{méd} em todo o horizonte de curto prazo. A Tabela 26 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. A Tabela 27 traz os resultados de produtividade realizada na 4ª semana por modelo de acoplamento em comparação

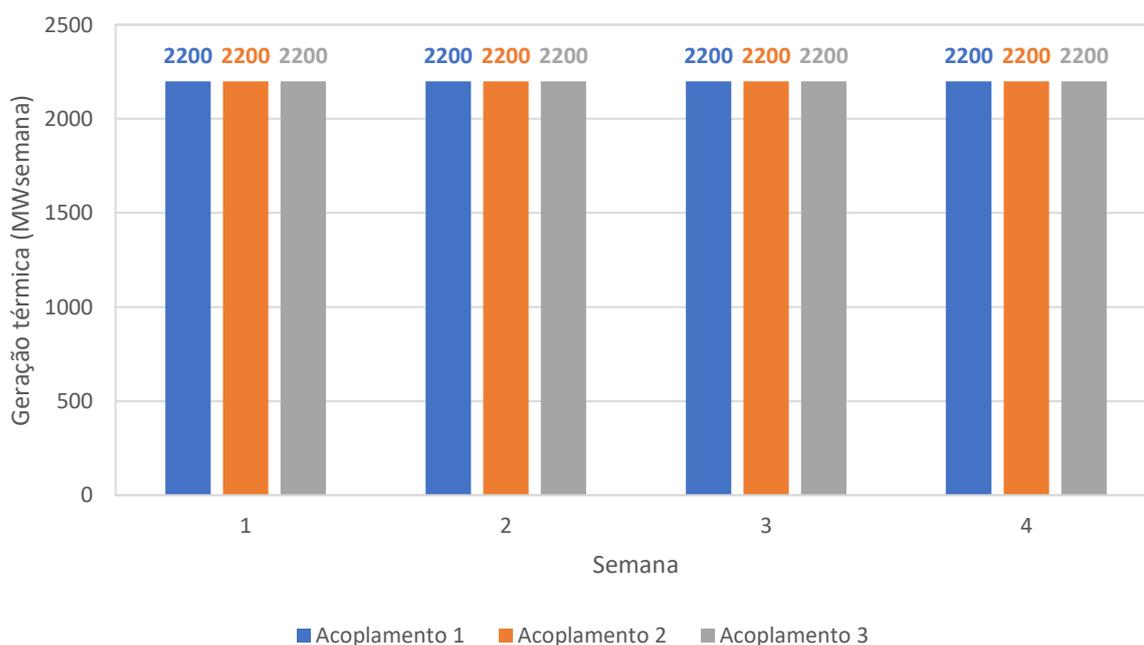
com a produtividade constante. Por último, a Tabela 28 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os três modelos apresentaram os mesmos resultados.

Tabela 25 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 4

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	28,70	28,67	28,80
Diferença (%)	-0,34	-0,45	-
Custo total (R\$ milhões)	6019,13	6015,15	6015,15
Diferença (%)	0,07	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	26081,5	26081,5	26081,5
Diferença (%)	0,00	0,00	-

Fonte: Autoria própria.

Figura 69 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 4



Fonte: Autoria própria.

Tabela 26 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 4

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	65,4	65,4	65,4
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	98,9	98,9	98,9
4	33,4	66,4	66,4	66,4
5	37,6	95,4	95,4	95,4
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 27 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 4

UHE	Produtibilidade (MW/(m³/s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,90691	0,90691	0,90691
2	0,61728	0,60946	0,60946	0,60946
3	0,57687	0,68987	0,68987	0,68987
4	1,04130	1,17281	1,17281	1,17281
5	0,64566	0,81134	0,81134	0,81134
6	0,26337	0,23781	0,23781	0,23781
7	0,60943	0,63860	0,63860	0,63860

Fonte: Autoria própria.

Tabela 28 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 4

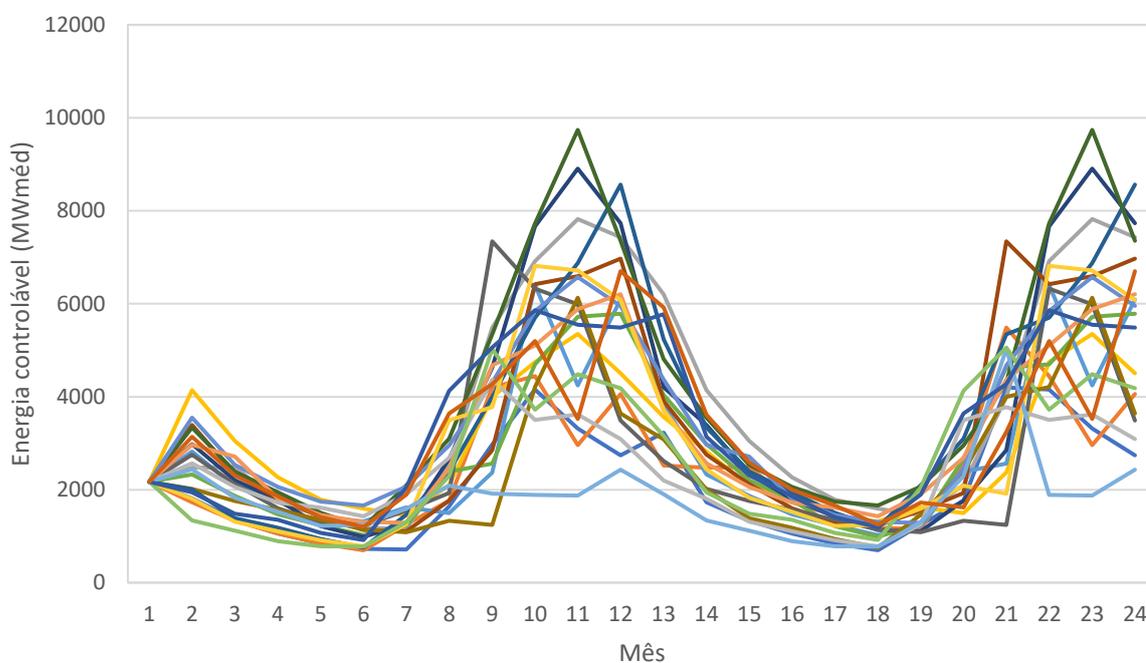
UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Autoria própria.

4.5 ÁRVORE 5

A árvore de cenários 5 é construída com o primeiro mês determinístico e vinte realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 70, totalizando 20^{23} cenários. As afluências incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 1954 a 1975 e correspondem a 20 biênios consecutivos, começando no mês de abril/1954. As afluências incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de abril/1954, e estão apresentadas na Tabela 29. A energia controlável do 1º mês é de 2.169,49 MWméd. A PDDE convergiu em 36 iterações, como mostra a Figura 71, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 7.036,63 milhões e o limite superior de R\$ 7.052,36 milhões. A Figura 72 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura 73 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 70 – Cenários de energia afluente da Árvore 5



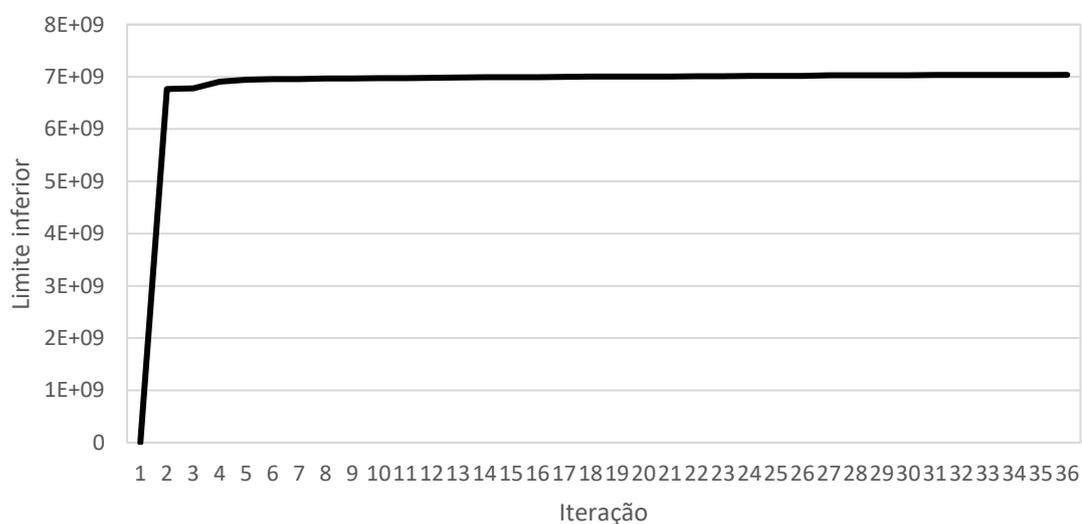
Fonte: Autoria própria.

Tabela 29 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 5

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	186,71
2	Miranda	30,84
3	Corumbá I	205,71
4	Emborcação	191,13
5	Itumbiara	159,33
6	Cachoeira Dourada	54,42
7	São Simão	524,45

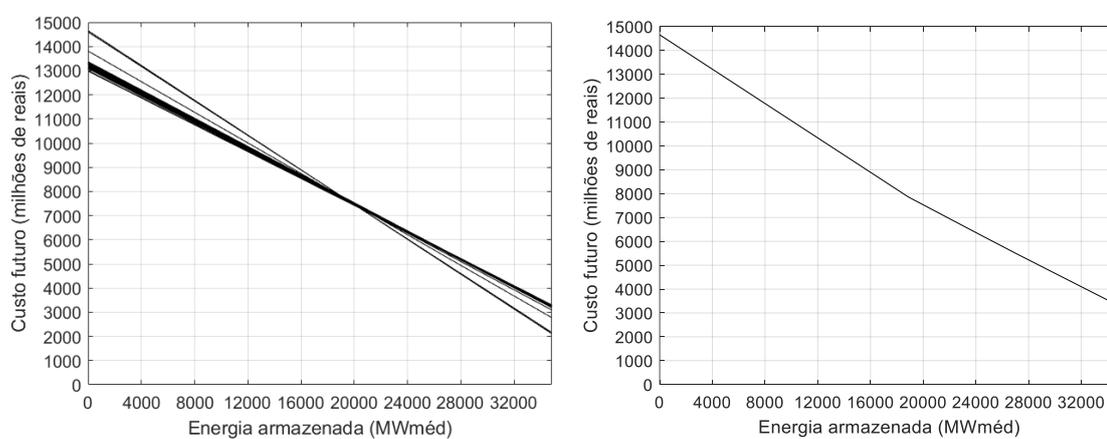
Fonte: Autoria própria.

Figura 71 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 5



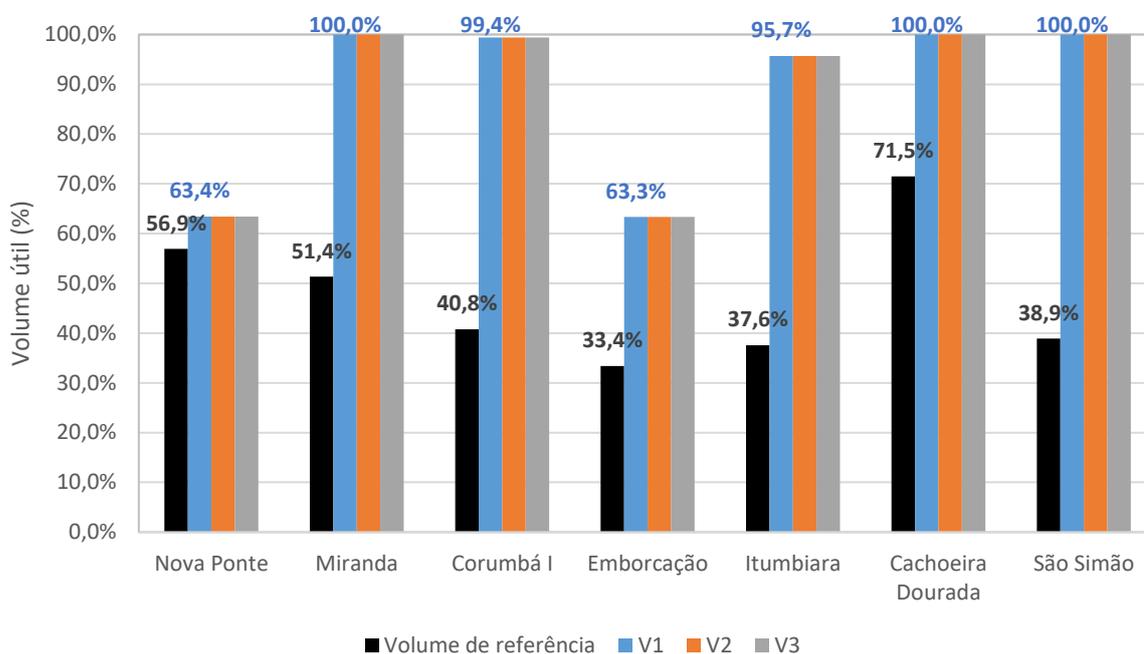
Fonte: Autoria própria.

Figura 72 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 5 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

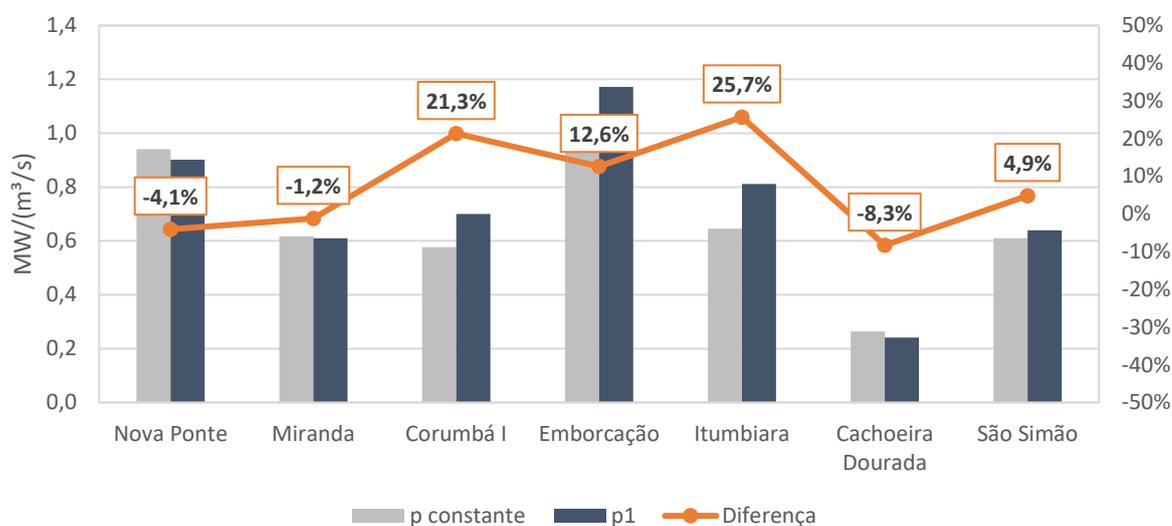
Figura 73 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 5



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 6.284,15 milhões e tempo de execução de 32,43s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 12,71 MW_{méd}. A Figura 74 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

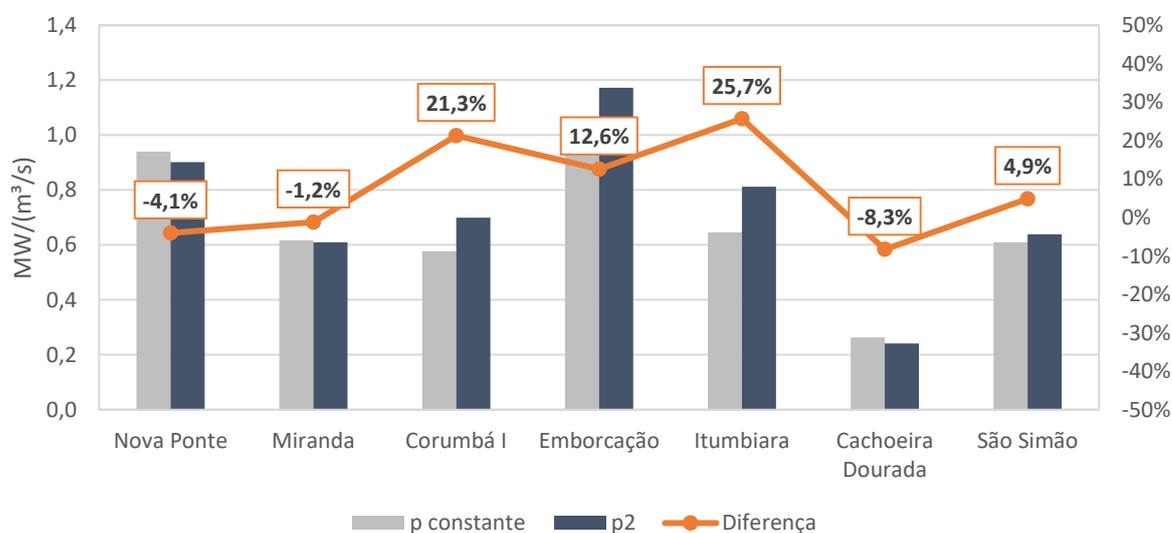
Figura 74 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 6.281,43 milhões e tempo de execução de 32,46s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 12,71 MW_{méd}. A Figura 75 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

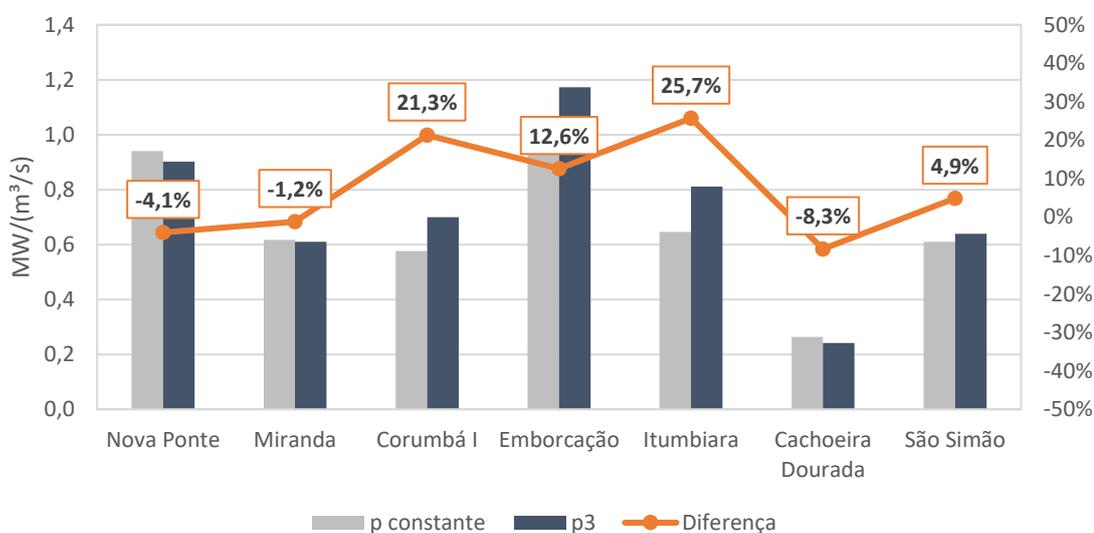
Figura 75 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 também resultou num custo total de R\$ 6.281,43 milhões e tempo de execução de 32,53s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 12,71 MW_{méd}. A Figura 76 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Itumbiara, com 25,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 76 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 5 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 30 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 1 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,04% mais caro que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada igual aos modelos 2 e 3. A Figura 77 apresenta a geração termelétrica e a Figura 78 o déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. Todos os modelos apresentaram geração constante de 2200 MW_{méd} em todo o horizonte de curto prazo e déficit de carga médio de 12,71 MW_{méd}. A Tabela 31 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. A Tabela 32 traz os resultados de produtividade realizada na

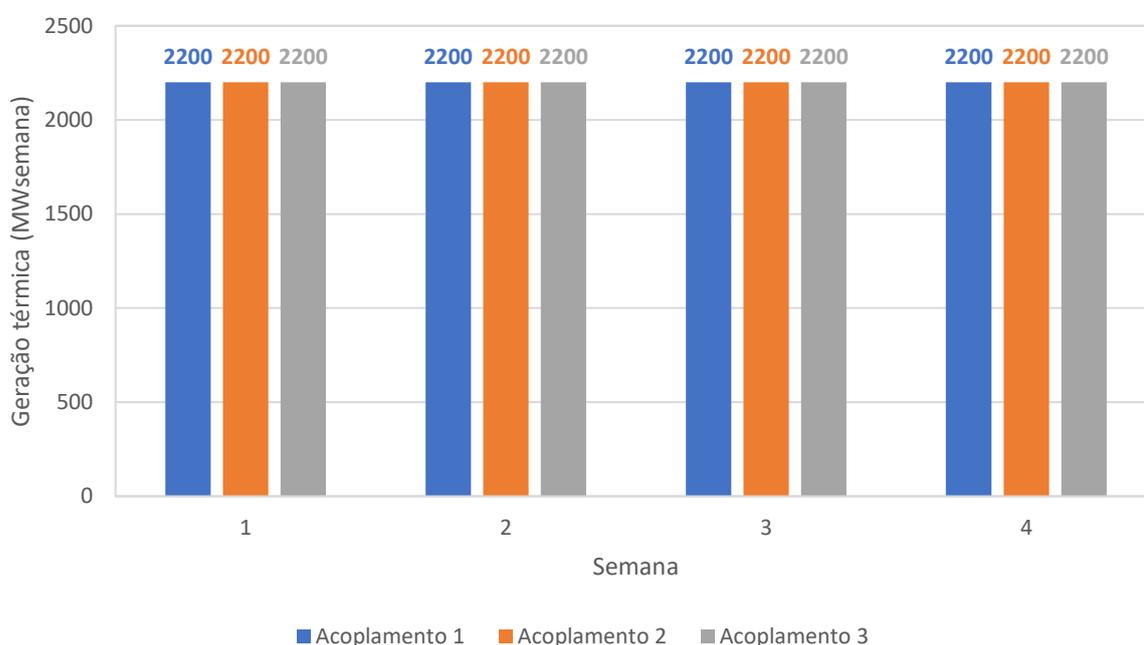
4ª semana por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. Por último, a Tabela 33 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os três modelos apresentaram os mesmos resultados.

Tabela 30 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 5

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	32,43	32,46	32,53
Diferença (%)	-0,32	-0,22	-
Custo total (R\$ milhões)	6284,15	6281,43	6281,43
Diferença (%)	0,04	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	25373,3	25373,3	25373,3
Diferença (%)	0,00	0,00	-

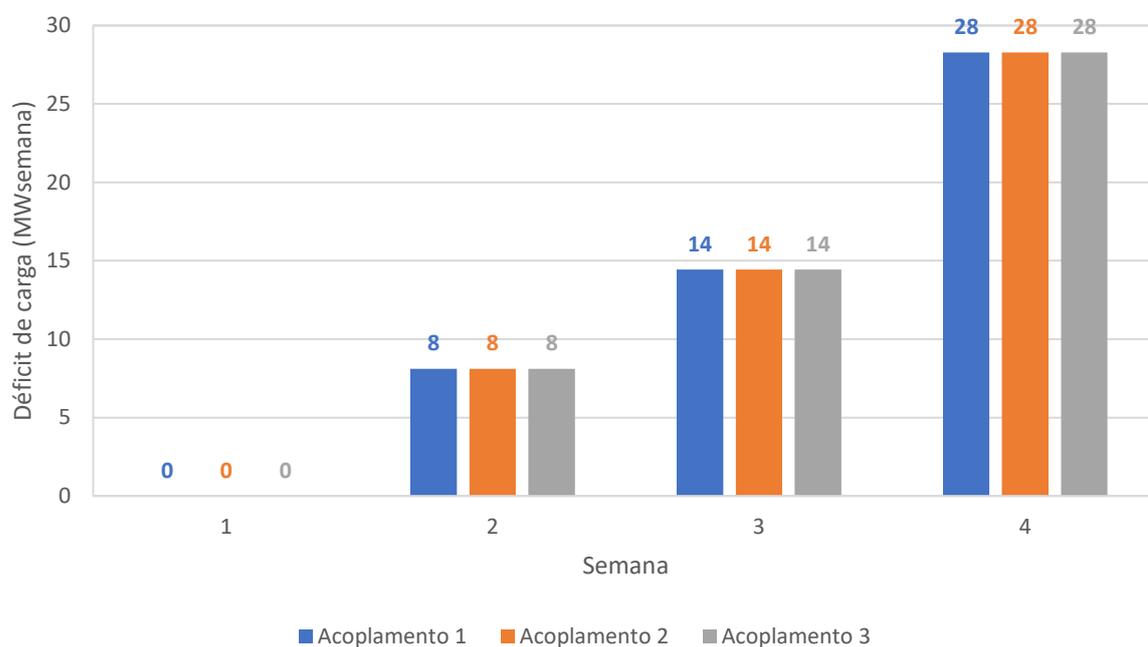
Fonte: Autoria própria.

Figura 77 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 5



Fonte: Autoria própria.

Figura 78 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 5



Fonte: Autoria própria.

Tabela 31 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 5

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	63,4	63,4	63,4
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	99,4	99,4	99,4
4	33,4	63,3	63,3	63,3
5	37,6	95,7	95,7	95,7
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 32 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 5

UHE	Produtibilidade (MW/(m³/s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,90210	0,90210	0,90210
2	0,61728	0,60980	0,60980	0,60980
3	0,57687	0,69976	0,69976	0,69976
4	1,04130	1,17230	1,17230	1,17230
5	0,64566	0,81155	0,81155	0,81155
6	0,26337	0,24151	0,24151	0,24151
7	0,60943	0,63901	0,63901	0,63901

Fonte: Autoria própria.

Tabela 33 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 5

UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

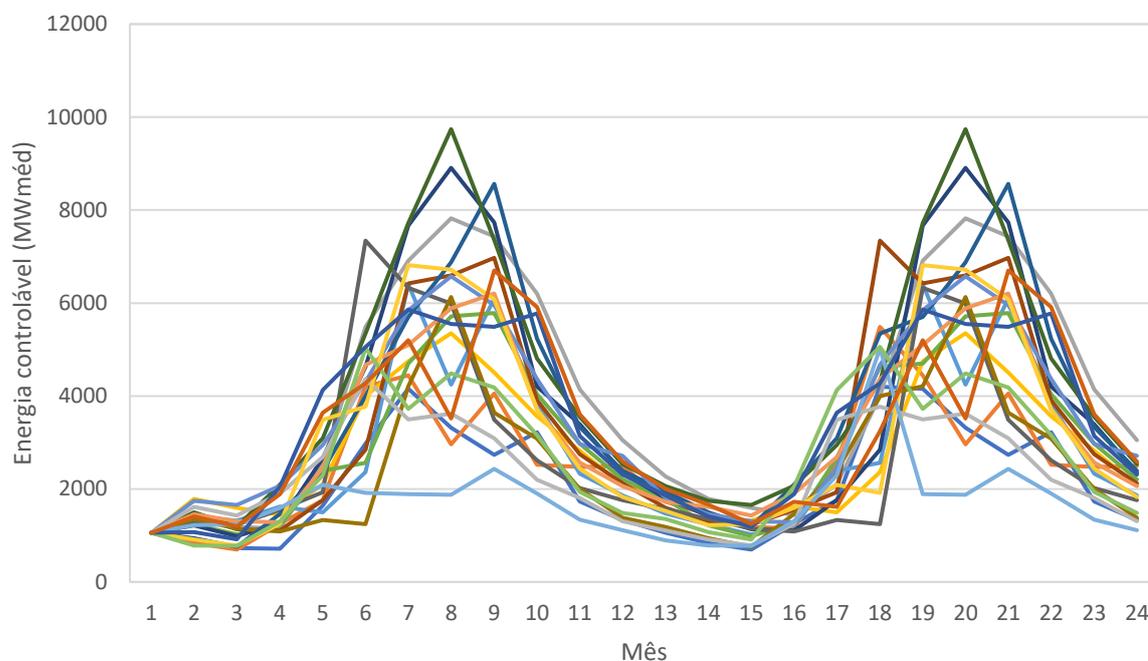
Fonte: Autoria própria.

4.6 ÁRVORE 6

A árvore de cenários 6 é construída com o primeiro mês determinístico e vinte realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 79, totalizando 20^{23} cenários. As afluências incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 1954 a 1975 e correspondem a 20 biênios consecutivos, começando no mês de julho/1954. As afluências incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de julho/1954, e estão apresentadas na Tabela 34. A energia controlável do 1º mês é de 1.054,80 MWméd. A PDDE convergiu em 34 iterações, como mostra a Figura 80, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 6.135,54 milhões e o limite superior de R\$ 6.200,96 milhões. A Figura 81 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura

82 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 79 – Cenários de energia afluente da Árvore 6



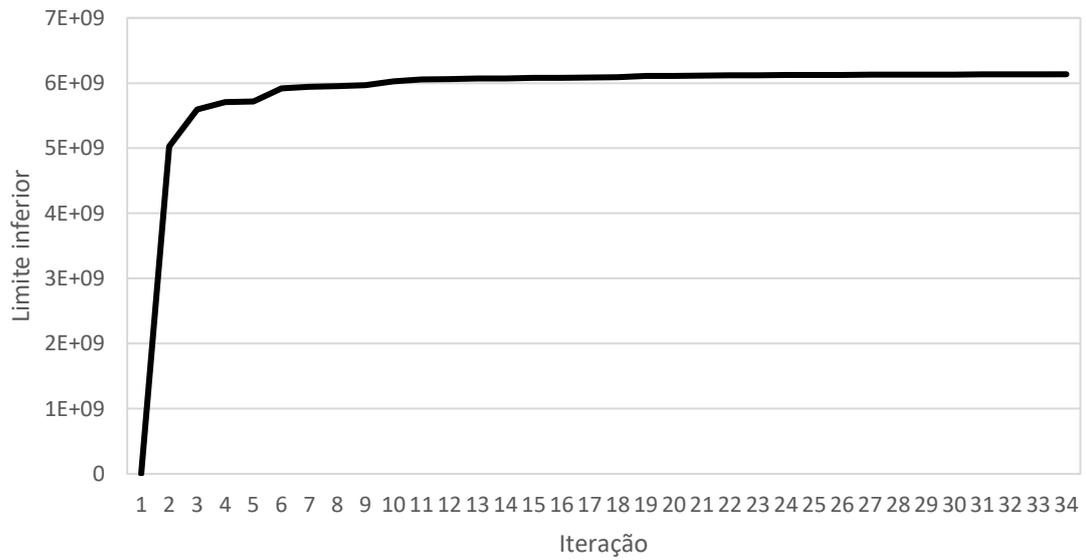
Fonte: Autoria própria.

Tabela 34 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 6

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	97,69
2	Miranda	16,55
3	Corumbá I	89,68
4	Emborcação	89,84
5	Itumbiara	75,33
6	Cachoeira Dourada	28,15
7	São Simão	266,06

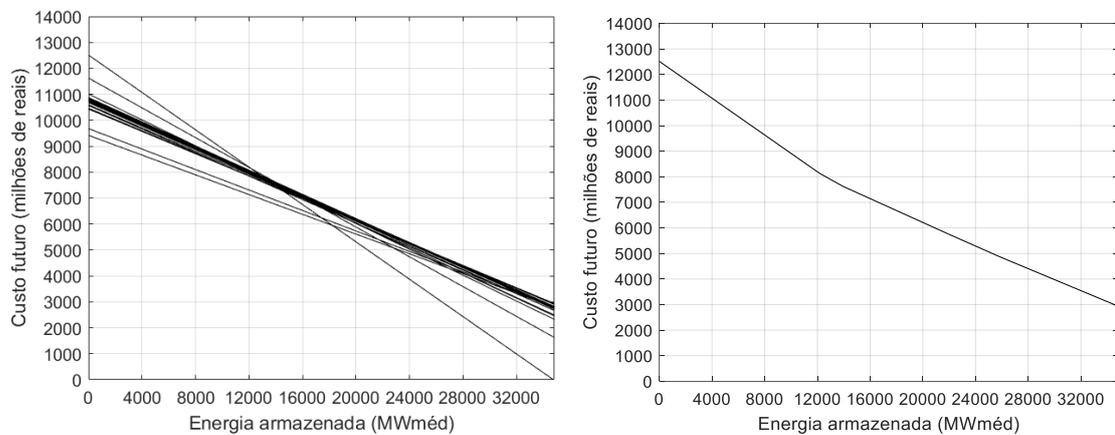
Fonte: Autoria própria.

Figura 80 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 6



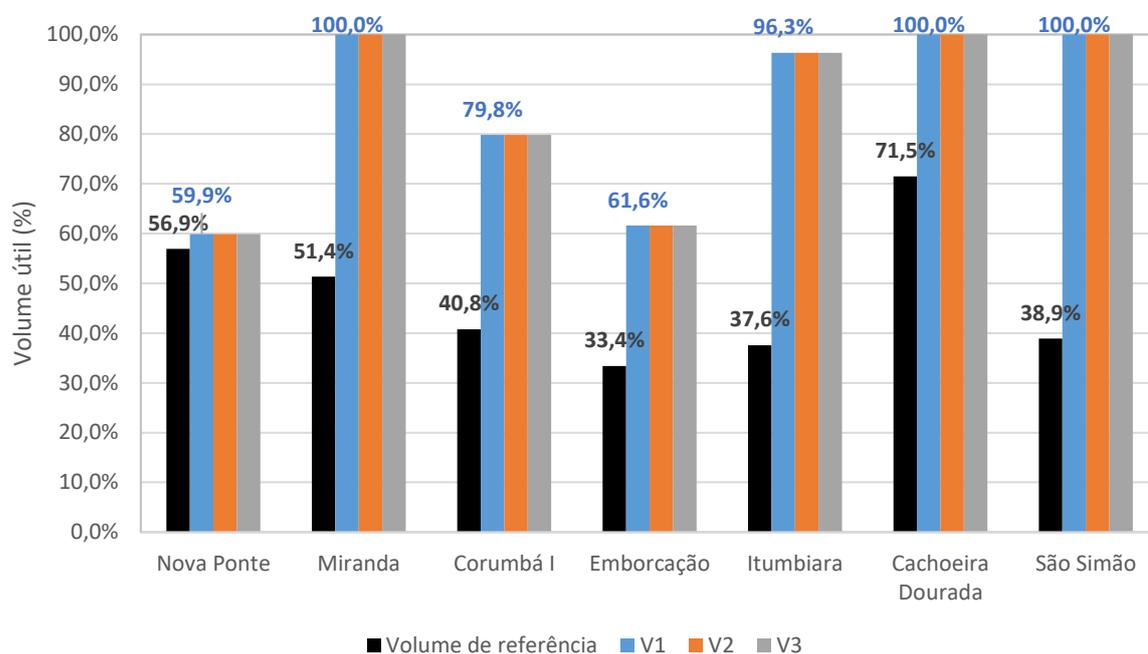
Fonte: Autoria própria.

Figura 81 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 6 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

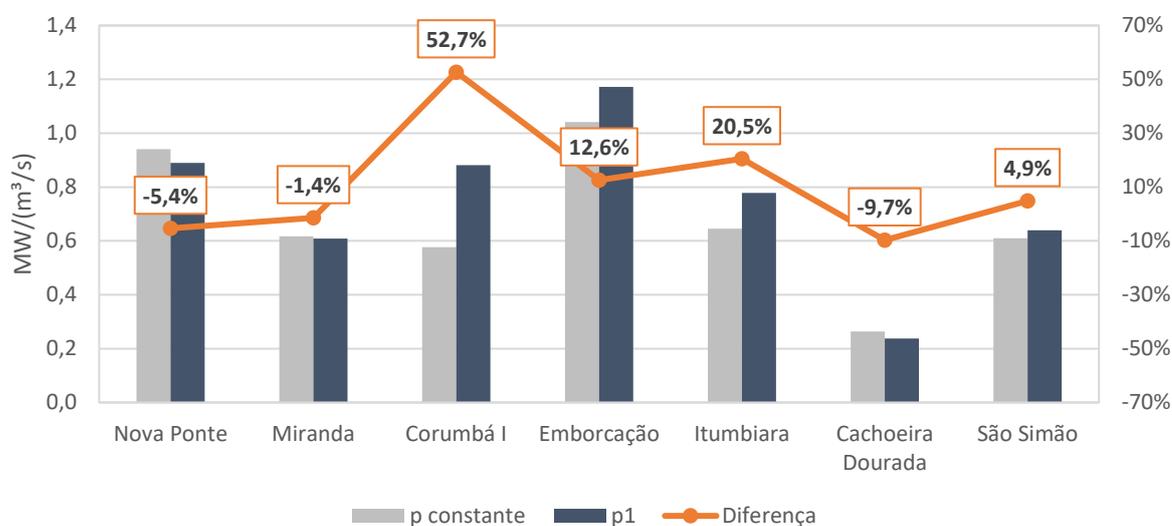
Figura 82 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 6



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 5.491,43 milhões e tempo de execução de 30,16s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 4,66 MW_{méd}. A Figura 83 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Corumbá I, com 52,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

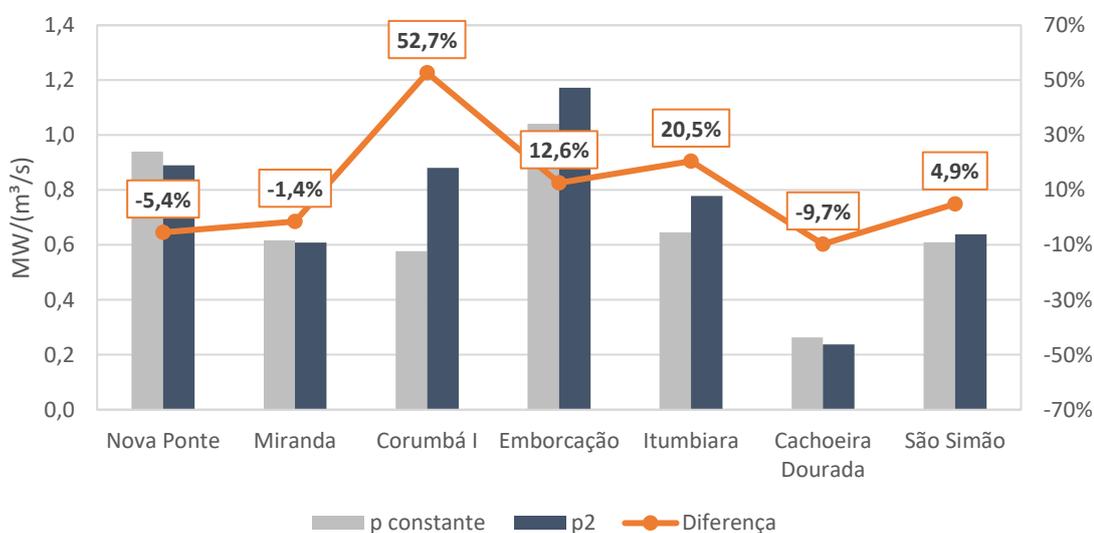
Figura 83 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 5.492,12 milhões e tempo de execução de 30,19s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 4,66 MW_{méd}. A Figura 84 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre novamente em Corumbá I, com 52,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

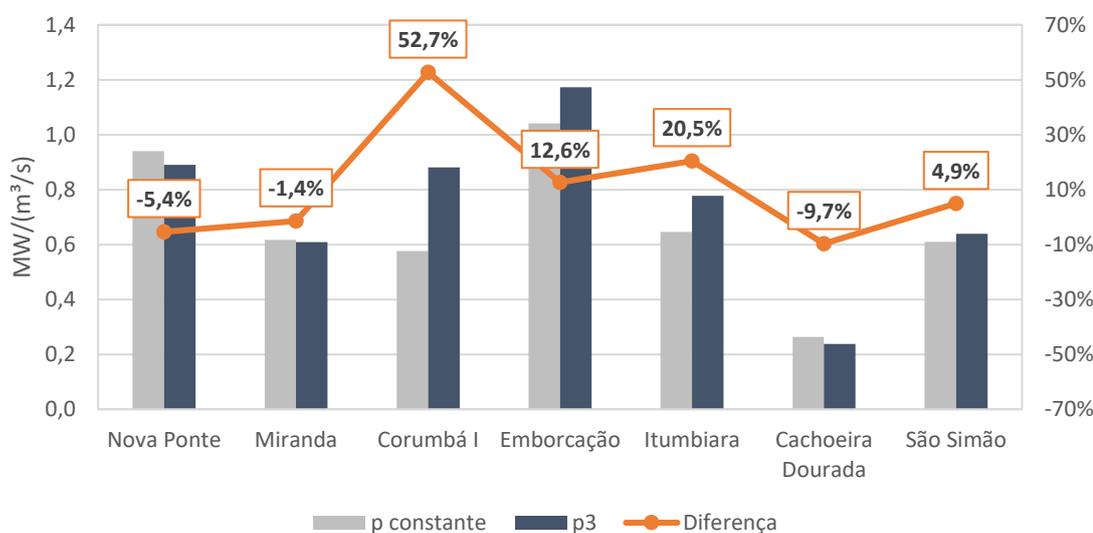
Figura 84 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 também resultou num custo total de R\$ 5.492,12 milhões e tempo de execução de 30,22s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 4,66 MW_{méd}. A Figura 85 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Corumbá I, com 52,7%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 85 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 6 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 35 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 1 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,01% mais barato que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada igual aos modelos 2 e 3. A Figura 86 apresenta a geração termelétrica e a Figura 87 o déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. Todos os modelos apresentaram geração constante de 2200 MW_{méd} em todo o horizonte de curto prazo e déficit de carga médio de 4,66 MW_{méd}. A Tabela 36 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. A Tabela 37 traz os resultados de produtividade realizada na

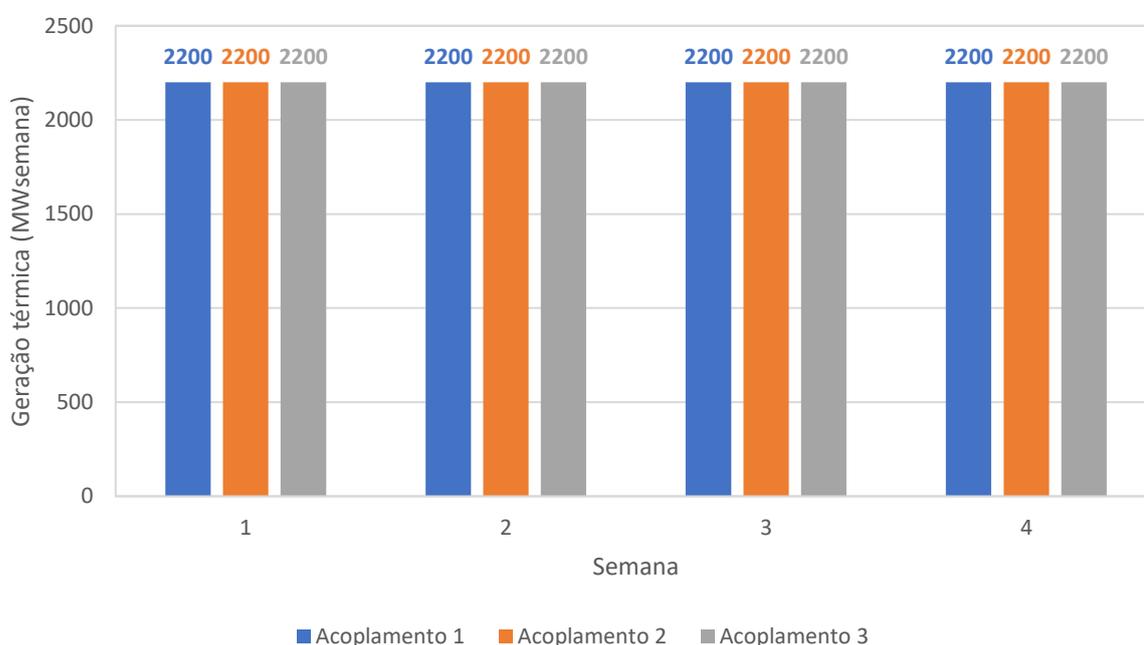
4ª semana por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. Por último, a Tabela 38 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os três modelos apresentaram os mesmos resultados.

Tabela 35 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 6

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	30,16	30,19	30,22
Diferença (%)	-0,19	-0,09	-
Custo total (R\$ milhões)	5491,43	5492,12	5492,12
Diferença (%)	-0,01	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	24467,1	24467,1	24467,1
Diferença (%)	0,00	0,00	-

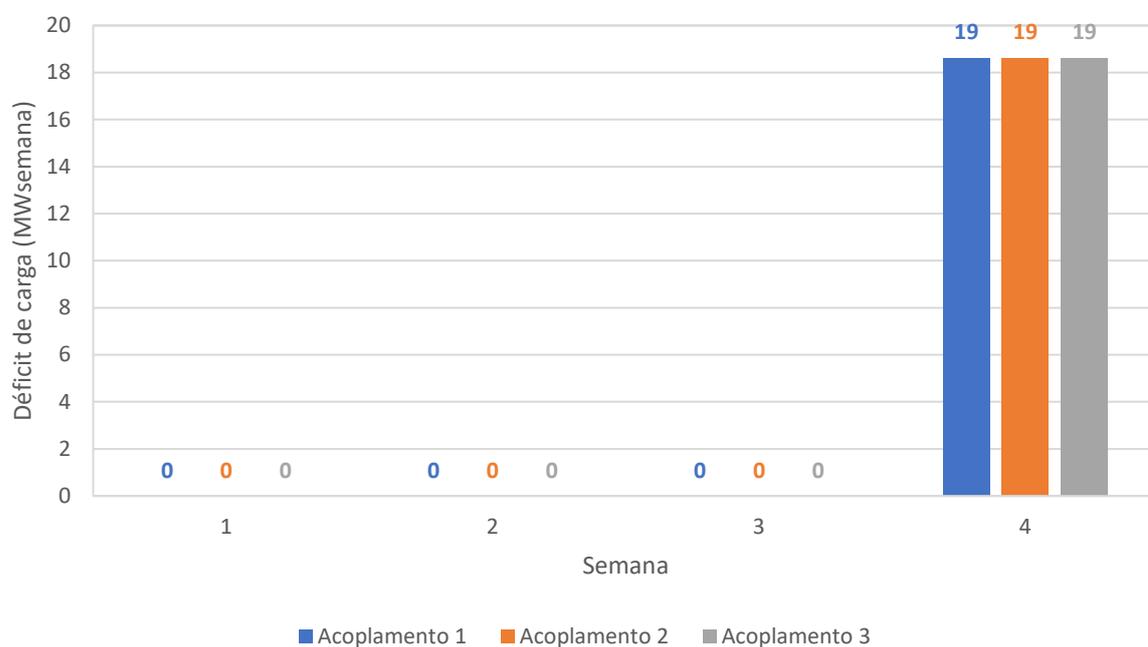
Fonte: Autoria própria.

Figura 86 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 6



Fonte: Autoria própria.

Figura 87 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 6



Fonte: Autoria própria.

Tabela 36 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 6

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	59,9	59,9	59,9
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	79,8	79,8	79,8
4	33,4	61,6	61,6	61,6
5	37,6	96,3	96,3	96,3
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 37 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 6

UHE	Produtibilidade (MW/(m³/s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,88979	0,88979	0,88979
2	0,61728	0,60837	0,60837	0,60837
3	0,57687	0,88091	0,88091	0,88091
4	1,04130	1,17230	1,17230	1,17230
5	0,64566	0,77785	0,77785	0,77785
6	0,26337	0,23781	0,23781	0,23781
7	0,60943	0,63927	0,63927	0,63927

Fonte: Autoria própria.

Tabela 38 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 6

UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

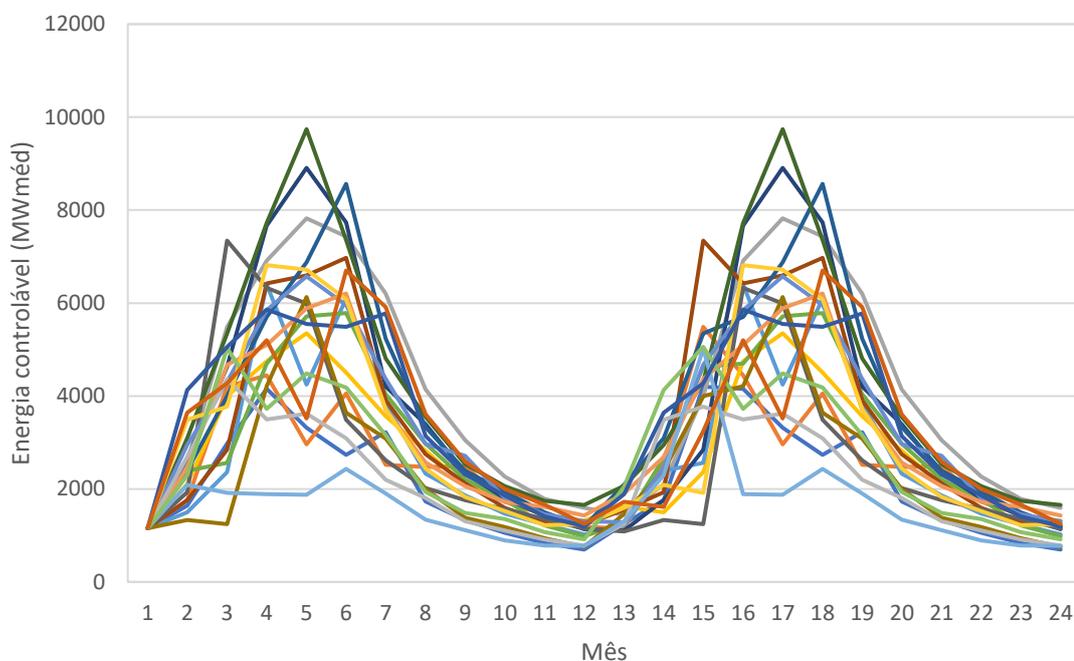
Fonte: Autoria própria.

4.7 ÁRVORE 7

A árvore de cenários 7 é construída com o primeiro mês determinístico e vinte realizações por estágio para os demais 23 meses, cujas séries de energia controlável estão apresentadas na Figura 88, totalizando 20^{23} cenários. As afluências incrementais foram extraídas do histórico a partir dos anos de 1954 a 1975 e correspondem a 20 biênios consecutivos, começando no mês de outubro/1956. As afluências incrementais às usinas hidrelétricas do problema de curto prazo foram extraídas de outubro/1956, e estão apresentadas na Tabela 39. A energia controlável do 1º mês é de 1.156,07 MW_{méd}. A PDDE convergiu em 36 iterações, como mostra a Figura 89, e o valor resultante do limite inferior é de R\$ 5.937,07 milhões e o limite superior de R\$ 5.966,67 milhões. A Figura 90 apresenta as aproximações lineares da FCF encontradas para o 1º mês, e a aproximação linear por partes resultante. A Figura

91 apresenta os volumes armazenados nas hidrelétricas ao final do curto prazo, em termos de volume útil, comparando com o valor do volume de referência da produtividade constante, para os três modelos de acoplamento.

Figura 88 – Cenários de energia afluente da Árvore 7



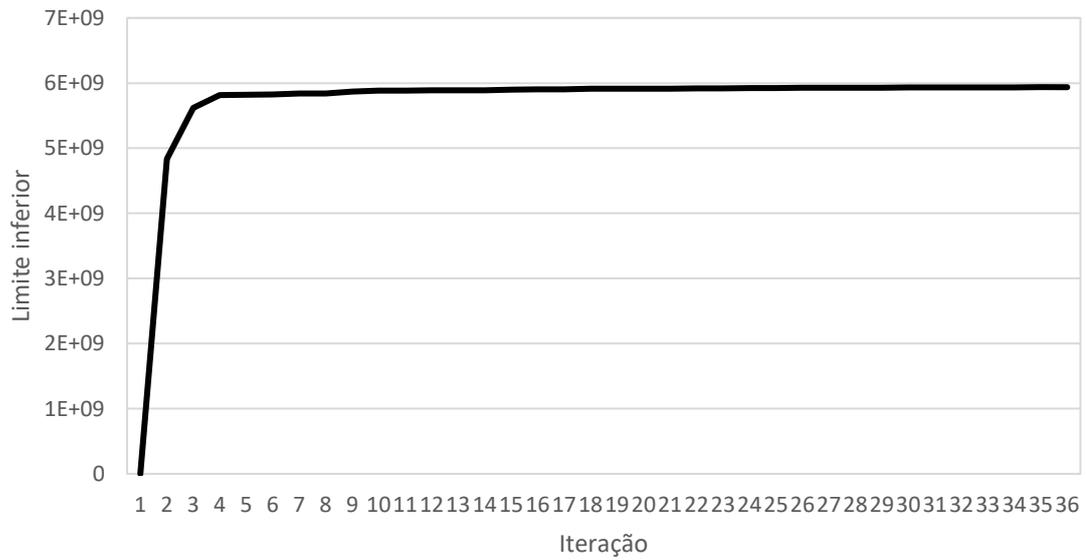
Fonte: Autoria própria.

Tabela 39 – Afluências incrementais às hidrelétricas no 1º mês da Árvore 7

	Usina hidrelétrica	Afluência incremental (m³/s)
1	Nova Ponte	110,81
2	Miranda	20,42
3	Corumbá I	93,50
4	Emborcação	97,12
5	Itumbiara	78,46
6	Cachoeira Dourada	27,54
7	São Simão	301,80

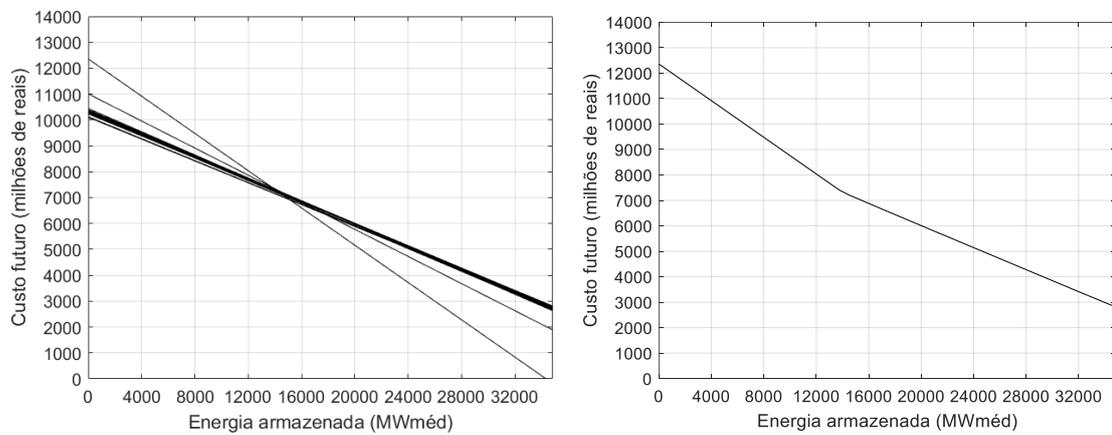
Fonte: Autoria própria.

Figura 89 – Limite inferior ao longo das iterações para a Árvore 7



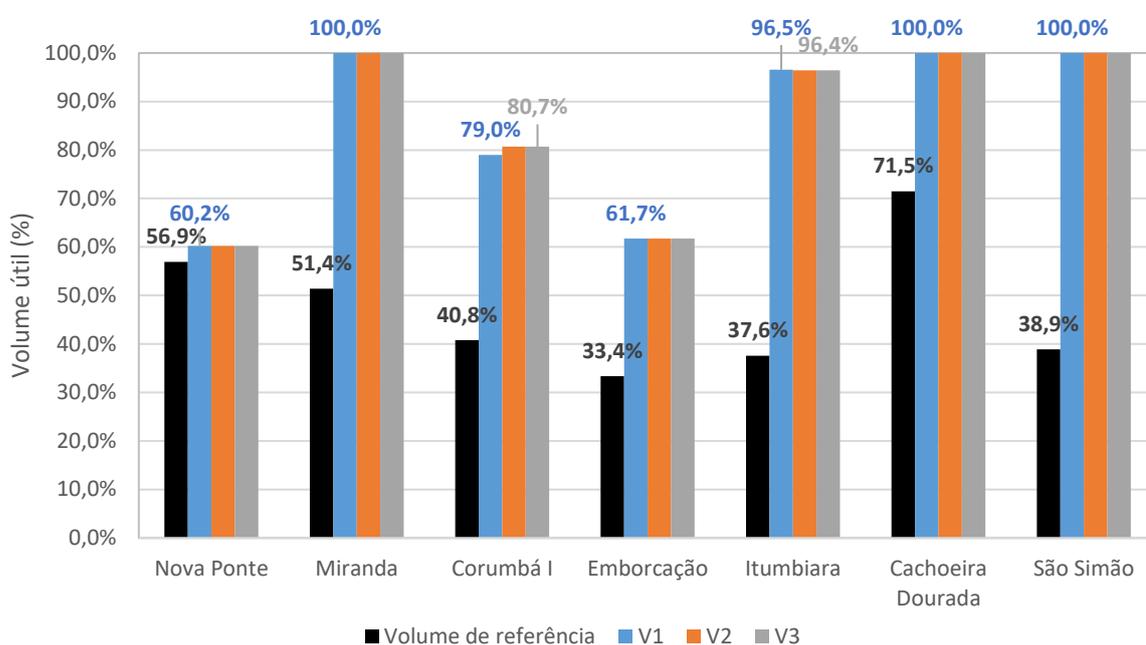
Fonte: Autoria própria.

Figura 90 – Aproximações lineares da FCF e FCF resultante da Árvore 7 para o final do primeiro estágio do horizonte de médio prazo



Fonte: Autoria própria.

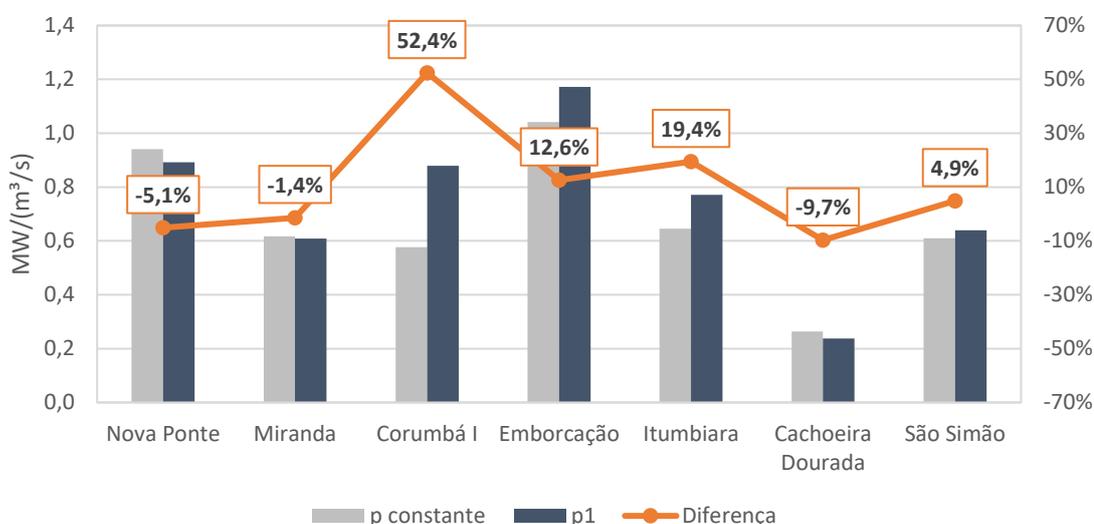
Figura 91 – Volumes armazenados das UHEs na 4ª semana dos três modelos de acoplamento em comparação com o valor de referência para a Árvore 7



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 1, por produtividade constante, resultou num custo total de R\$ 5.333,20 milhões e tempo de execução de 34,57s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{med} sem déficit de carga. A Figura 92 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Corumbá I, com 52,4%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

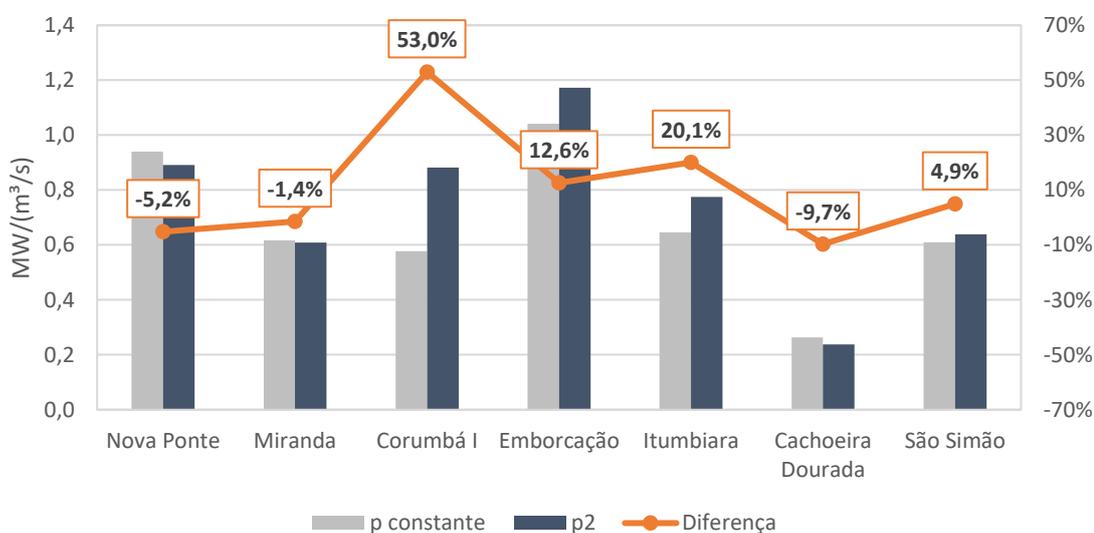
Figura 92 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 1 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 2 resultou num custo total de R\$ 5.333,73 milhões e tempo de execução de 34,60s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 2,61 MW_{méd}. A Figura 93 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre novamente em Corumbá I, com 53,0%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

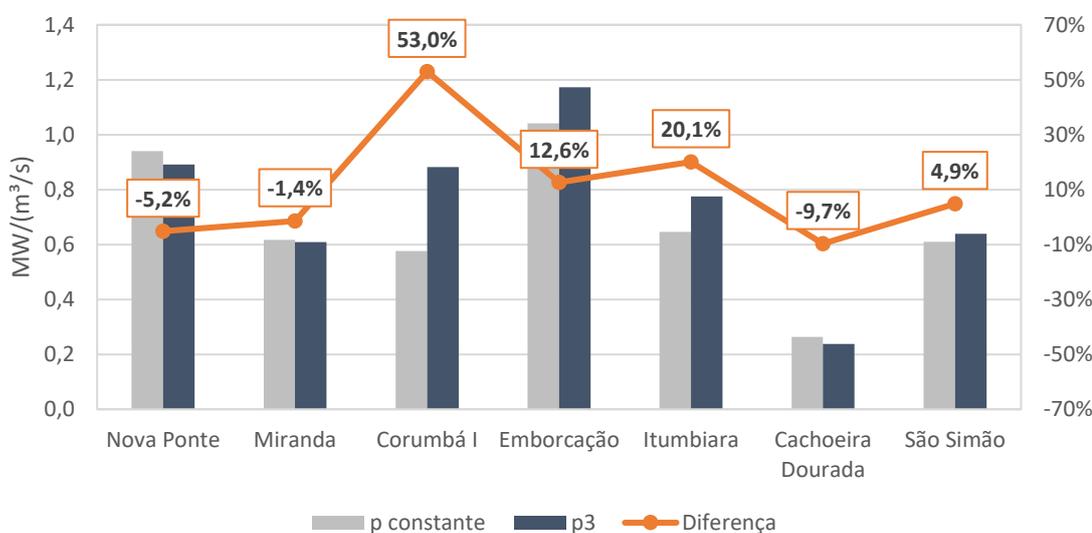
Figura 93 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 2 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

O modelo de acoplamento 3 resultou num custo total de R\$ 5.333,73 milhões e tempo de execução de 34,68s. A geração termelétrica no curto prazo foi de 2200 MW_{méd} e houve um déficit de carga de 2,61 MW_{méd}. A Figura 94 apresenta a produtividade realizada calculada para o ponto de operação da 4ª semana. A maior diferença entre os valores de produtividade ocorre em Corumbá I, com 53,0%. A diferença entre os volumes chega a 61,1%, em São Simão.

Figura 94 – Produtibilidades das UHEs na 4ª semana para a Árvore 7 e modelo de acoplamento 3 em comparação com o valor constante



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 40 apresenta os principais resultados da otimização dos três modelos: tempo de execução, custo total e energia armazenada ao final do curto prazo, e a diferença entre os modelos em comparação com o modelo 3. O modelo de acoplamento 1 foi o mais rápido. Os modelos de acoplamento de acoplamento 2 e 3 apresentaram os mesmos valores de custo, e o modelo de acoplamento 1 foi 0,01% mais barato que eles. O modelo de acoplamento 1 terminou o curto prazo com uma energia armazenada igual aos modelos 2 e 3. A Figura 95 apresenta a geração termelétrica e a Figura 96 o déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento. Todos os modelos apresentaram geração constante de 2200 MW_{méd} em todo o horizonte de curto prazo, e os modelos 2 e 3 apresentaram déficit de carga médio de 2,61 MW_{méd}. A Tabela 41 apresenta os resultados de volumes armazenados finais das hidrelétricas no curto prazo por modelo de acoplamento em comparação com os volumes de referência. A Tabela 42 traz os

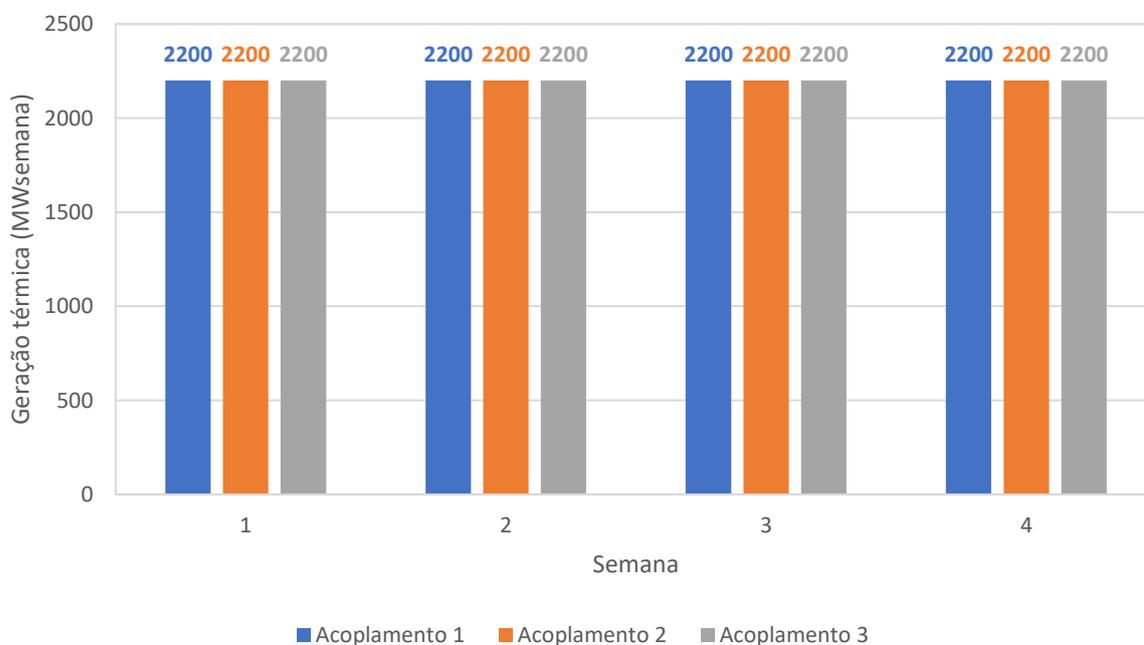
resultados de produtividade realizada na 4ª semana por modelo de acoplamento em comparação com a produtividade constante. Por último, a Tabela 43 traz as diferenças entre os valores volume armazenado e produtividade dos modelos 1 e 2 em relação ao modelo 3. Os modelos 2 e 3 apresentaram os mesmos resultados. O modelo de acoplamento 1 apresenta um volume armazenado 1,66% menor na UHE Corumbá I e uma produtividade 0,35% menor.

Tabela 40 – Tempo de execução, custo total e energia armazenada por modelo de acoplamento para a Árvore 7

	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
Tempo de execução (s)	33,57	33,60	33,68
Diferença (%)	-0,31	-0,23	-
Custo total (R\$ milhões)	5333,20	5333,73	5333,73
Diferença (%)	-0,01	0,00	-
Energia armazenada (MWméd)	24538,3	24542,4	24542,4
Diferença (%)	-0,02	0,00	-

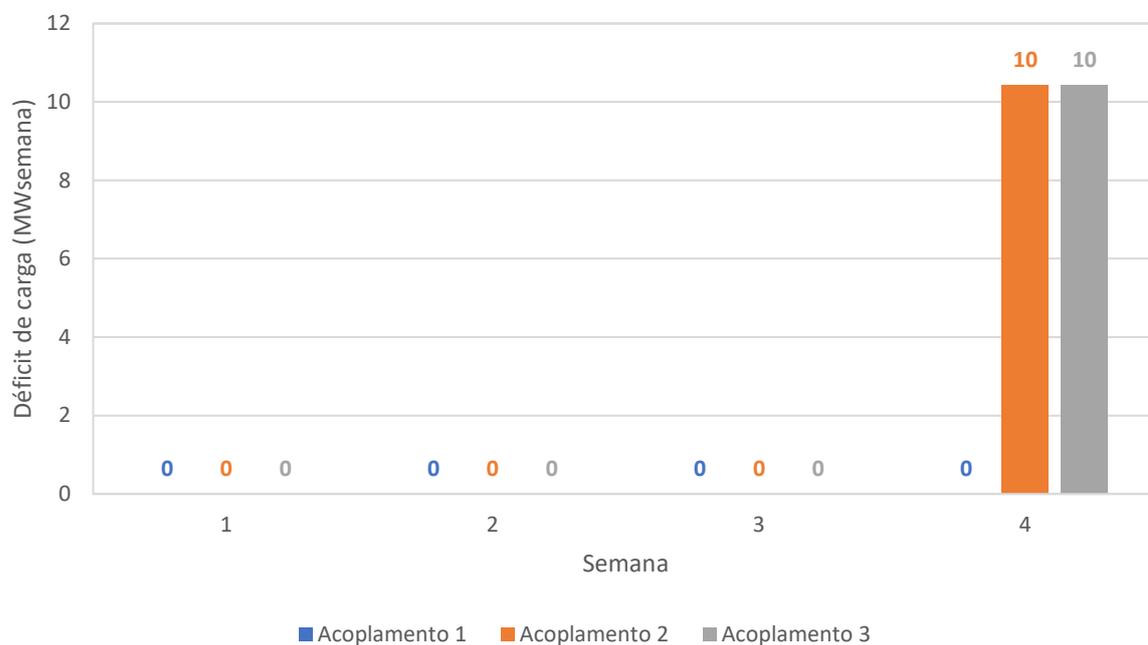
Fonte: Autoria própria.

Figura 95 – Geração termelétrica ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 7



Fonte: Autoria própria.

Figura 96 – Déficit de carga ao longo das quatro semanas para os três modelos de acoplamento para a Árvore 7



Fonte: Autoria própria.

Tabela 41 – Volumes de referência e volumes armazenados das hidrelétricas para cada modelo de acoplamento para a Árvore 7

UHE	Volume armazenado (%)			
	Referência	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	56,9	60,2	60,2	60,2
2	51,4	100,0	100,0	100,0
3	40,8	79,0	80,7	80,7
4	33,4	61,7	61,7	61,7
5	37,6	96,5	96,4	96,4
6	71,5	100,0	100,0	100,0
7	38,9	100,0	100,0	100,0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 42 – Produtibilidades constante e realizadas das hidrelétricas por modelo de acoplamento para a Árvore 7

UHE	Produtibilidade (MW/(m³/s))			
	Constante	Acoplamento 1	Acoplamento 2	Acoplamento 3
1	0,94019	0,89197	0,89113	0,89113
2	0,61728	0,60887	0,60851	0,60851
3	0,57687	0,87940	0,88245	0,88245
4	1,04130	1,17230	1,17230	1,17230
5	0,64566	0,77114	0,77527	0,77527
6	0,26337	0,23781	0,23781	0,23781
7	0,60943	0,63920	0,63920	0,63920

Fonte: Autoria própria.

Tabela 43 – Diferenças de produtividade e volume armazenado dos modelos de acoplamento 1 e 2 em relação ao 3 para a Árvore 7

UHE	Produtibilidade		Volume armazenado	
	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2	Diferença Acoplamento 1	Diferença Acoplamento 2
1	0,09%	0,00%	0,04%	0,00%
2	0,06%	0,00%	0,00%	0,00%
3	-0,35%	0,00%	-1,66%	0,00%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	-0,53%	0,00%	0,13%	0,00%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Autoria própria.

4.8 RESUMO

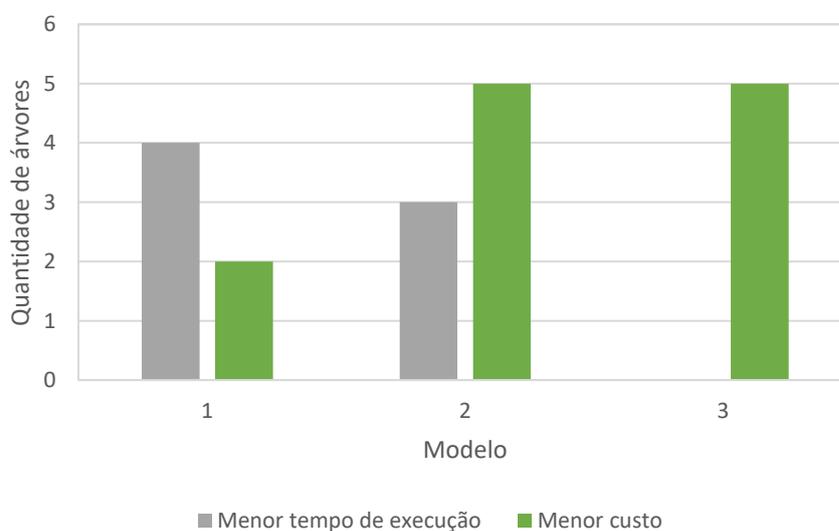
A Tabela 44 apresenta o resumo dos resultados das sete árvores de cenários, ordenando os três modelos de acoplamento por tempo de execução e por custo de operação, do menor para o maior. A Figura 97 apresenta a quantidade de árvores em que cada modelo apresentou o melhor resultado, por tempo de execução e por custo. O modelo de acoplamento 2 apresentou os melhores resultados considerando ambos os critérios, sendo o mais rápido em 3 das 7 árvores e o de menor custo em 5 das 7 árvores. O modelo de acoplamento 1 apresentou o menor tempo de execução na maior quantidade de árvores, o que é esperado visto que este é o modelo mais simples. Contudo, apresentou o menor custo em apenas duas árvores, com uma diferença de apenas 0,01% dos modelos de acoplamento 2 e 3.

Tabela 44 – Classificação dos modelos de acoplamento por tempo de execução e por custo para as sete árvores de cenários

Critério	Classificação	Árvore 1	Árvore 2	Árvore 3	Árvore 4	Árvore 5	Árvore 6	Árvore 7
Tempo de execução	1º	1	2	2	2	1	1	1
	2º	2	3	1	1	2	2	2
	3º	3	1	3	3	3	3	3
Custo	1º	2 e 3	2 e 3	2 e 3	2 e 3	2 e 3	1	1
	2º	1	1	1	1	1	2 e 3	2 e 3

Fonte: Autoria própria.

Figura 97 – Modelos com melhor classificação por tempo de execução e custo



Fonte: Autoria própria.

5 CONCLUSÃO

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é um problema de grande porte, que para ser resolvido é repartido em mais de um problema de otimização, com diferentes graus de horizontes e diferentes representações. O problema de planejamento de médio prazo, realizado nesse trabalho para um horizonte de 2 anos discretizados em 24 meses, é resolvido pela PDDE, com cenários estocásticos de energia afluyente e representação das usinas hidrelétricas através de reservatórios equivalentes de energia. O problema de planejamento de curto prazo, realizado para um horizonte de 1 mês discretizado em 4 semanas, é resolvido como um PL único, com um cenário determinístico de vazões incrementais afluentes e representação individualizada das usinas hidrelétricas.

O acoplamento entre os dois problemas, de médio e curto prazos, é feito através da FCF, que retrata o custo futuro da água armazenada nos reservatórios das hidrelétricas no momento presente. Assim, a FCF do 1º mês do médio prazo é acoplada à quarta semana do curto prazo, representando o valor da água nos demais 23 meses do horizonte. A FCF é representada por aproximações lineares por partes, construídas por Cortes de Benders ao longo das iterações da PDDE. Como o problema de médio prazo representa a água em termos de energia armazenada, no acoplamento é necessário desagregar essa energia em termos de volumes armazenados. Tradicionalmente essa desagregação é feita com valores constantes de produtividade. Nesse trabalho, foi utilizada uma representação da produtividade como função linear do volume armazenado em cada hidrelétrica. Essa produtividade foi construída a partir da função de produção hidrelétrica, considerando algumas variáveis constantes, e linearizando-a pelo método dos mínimos quadrados. Quando inserida na restrição de acoplamento, esta se torna não-linear, e dois métodos de linearização foram utilizados: envelopes de McCormick e restrições lineares inteiras mistas. Assim sendo, o acoplamento entre médio e curto prazo é feito por três modelos: (1) produtividade constante; (2) produtividade em função do volume linearizada por envelopes de McCormick; e (3) produtividade em função do volume linearizada por restrições lineares inteiras mistas.

Um sistema de 7 hidrelétricas em cascata e 6 termelétricas foi utilizado para testar o desempenho dos modelos, com uma carga constante e uma usina para representar o déficit de carga. Sete árvores de cenários de afluência incremental

foram utilizadas para avaliar os modelos de acoplamento, sendo elas uma árvore de 4 realizações por estágio, duas árvores de 10 realizações por estágio e quatro árvores de 20 realizações por estágio. Os cenários foram construídos a partir das vazões históricas, e o primeiro estágio é considerado conhecido.

O modelo de acoplamento 1 traz a situação presente no estado da arte do planejamento energético. Sendo o modelo com menor complexidade matemática, o modelo 1 foi o mais rápido em quatro das sete árvores. Para cinco árvores de cenários este modelo apresentou o maior custo de operação, com o maior valor de custo futuro. Nas outras duas, a diferença foi de apenas 0,01%. A energia armazenada ao final do curto prazo foi inferior no modelo 1 nas Árvores 1 e 2, ou seja, o modelo se mostrou menos conservador que os demais, exigindo um custo maior de operação (até 0,28% superior). Nas Árvores 3, 4, 5 e 6, os três modelos apresentaram operação idêntica, com igual energia armazenada ao final do curto prazo. Na Árvore 7, a energia armazenada foi inferior no modelo 1, e o custo de operação foi 0,01% inferior.

As duas estratégias de linearização da restrição de acoplamento (modelos de acoplamento 2 e 3) apresentaram resultados de otimização idênticos em todas as árvores de cenários. Deste modo, valida-se a linearização da restrição de acoplamento em função do volume armazenado nas hidrelétricas. Os resultados são mais conservadores, com maior energia armazenada nas Árvores 1 e 2, apresentando no entanto menor custo total de operação. Nas únicas duas árvores (6 e 7) em que os modelos 2 e 3 não foram os mais baratos, a diferença é de apenas 0,01%. Visto que esses resultados partem de uma representação mais detalhada da restrição de acoplamento, isso é bastante positivo para o planejamento. O modelo de acoplamento 2 foi o mais rápido entre os dois, e foi o mais rápido dentre os três modelos para as Árvores 2, 3 e 4.

A análise do ponto de operação ao final do curto prazo para os três modelos mostra que, ao longo da variedade de cenários, cada árvore resulta em um diferente estado do sistema. Comparando os pontos de operação dos três modelos e os valores de referência associados à produtividade constante, as diferenças chegam a 61,1% na variável volume armazenado e 52,7% na produtividade. Comparando os pontos de operação dos modelos 2 e 3 com os do modelo 1, as diferenças chegam a 2,31% de volume armazenado e 2,27% de produtividade. Assim, embora a estrutura do problema de planejamento de curto prazo tenha sido a mesma para os três modelos, identifica-se uma pequena diferença no ponto de operação pela representação do

acoplamento. Em comparação com os valores de referência, o ganho de representação nos valores de produtividade é significativo, e a inclusão dessa representação na restrição de acoplamento implica em igual ganho, com menor ou igual custo total e maior detalhamento do problema. A diferença no tempo de execução dos modelos de acoplamento com representação da produtividade em função do volume é pequena, quando não negativa. Dos dois modelos propostos, o modelo de acoplamento 2, por envelopes de McCormick, se mostra o mais indicado para uso em maior escala. Pela representação mais precisa, temos um valor de custo total menor, maior segurança no planejamento e um tempo de execução que não onera o processo de planejamento.

Como sugestões de trabalhos futuros, tem-se a implementação do acoplamento com produtividade em função do volume em sistemas maiores, para entender as consequências computacionais e avaliar o desempenho dos modelos de acoplamentos em sistemas com mais e outras hidrelétricas; a representação da produtividade em função de mais variáveis, como vazões turbinada e vertida, para avaliar o uso de outras variáveis no acoplamento; e a adoção de outras estratégias de linearização da restrição de acoplamento a título comparativo.

6 BIBLIOGRAFIA

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 2^a. ed. Brasília: ANEEL, 2005.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 3^a. ed. Brasília: ANEEL, 2008.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Sistema de Informações de Geração da ANEEL - SIGA. **ANEEL**, 2020. Disponível em: <https://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/Combustivel.cfm>. Acesso em: 24 jun. 2020.

ANDREW, A. M. Another Efficient Algorithm for Convex Hulls in Two Dimensions. **Information Processing Letters**, v. 9, n. 15, 1979. p. 216-219.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J. Optimal operation of multireservoir systems using a composito representation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, 1970. p. 327-335.

BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Princeton: Princeton University Press, 1957.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. **Numerische Mathematik**, v. 4, n. 1, p. 238-252, 1962.

BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. **Introduction to Stochastic Programming**. 2^a. ed. Nova Iorque: Springer, 2011.

BP. Statistical Review of World Energy, 2019. Disponível em: <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/statistical-review-of-world-energy.html>. Acesso em: 6 out. 2019.

BRITO, B. H.; FINARDI, E. C.; TAKIGAWA, F. Y. K. Mixed-integer nonseparable piecewise linear models for the hydropower production function in the Unit Commitment problem. **Electric Power Systems Research**, v. 182, 2020.

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA. **Modelo DECOMP - Manual de Referência**. CEPEL. Rio de Janeiro, 40 p. 2001.

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA. **Modelo NEWAVE - Manual de Referência**. CEPEL. Rio de Janeiro, 106 p. 2004.

CUNHA, S. H. F.; PRADO, S.; COSTA, J. P. D. Modelagem da produtividade variável da usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética. *In*: Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, XII, 1997, Vitória. **Anais...** Vitória: ABRH. 1997. p. 391-397.

DINIZ, A. L.; ESTEVES, P. P. I.; SAGASTIZÁBAL, C. A. A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric Units. *In*: IEEE Power Engineering

Society General Meeting, 2007, Tampa. **Proceedings...** Tampa, FL, USA: IEEE. 2007. p. 1-7.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 3, 2008. p. 1298-1308.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A. Modelagem da Função de Produção Energética das Usinas Hidroelétricas no Modelos de Otimização do Planejamento a Curto Prazo e da Programação do Despacho de Sistemas Hidrotérmicos Interligados. *In*: Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, IX, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IX SEPOPE. 2004.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Estudo de inventário de Usinas Hidrelétricas Reversíveis**. EPE. Rio de Janeiro, 66 p. 2019a.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Sistemas de Armazenamento em Baterias - Aplicações e Questões Relevantes para o Planejamento**. EPE. Rio de Janeiro, 36 p. 2019b.

FINARDI, E. C.; DECKER, B. U.; MATOS, V. L. D. An Introductory Tutorial on Stochastic Programming Using a Long-term Hydrothermal Scheduling Problem. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 24, n. 3, p. 361-376, 2013.

FREDO, G. L. M. **Análise de Diferentes Representações da Função de Produção Hidrelétrica no Problema de Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 158 p. 2016.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Indicador 7.1.1 - Percentagem da população com acesso à eletricidade. **IBGE**, 2019. Disponível em: <https://indicadoresods.ibge.gov.br/objetivo7/indicador711>. Acesso em: 28 set. 2019.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **Electricity Information 2019**. IEA. Paris, 703 p. 2019.

KLIGERMAN, A. S. **Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados Utilizando Programação Dinâmica Estocástica Dual**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 73 p. 1992.

MARCATO, A. L. M. **Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 221 p. 2002.

MCCORMICK, G. P. Computability of Global Solutions to Factorable Nonconvex Programs: Part I - Convex Underestimating Problems. **Mathematical Programming**, v. 10, p. 147-175, 1976.

MUHLEN, G. V. **Impacto da Modelagem da Função de Produção Hidrelétrica no Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 113 p. 2019.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. Dados Cadastrais Revistos pelo GTDP. **Sintegre**, 2019. Disponível em: <https://sintegre.ons.org.br/Paginas/noticias/Dados-cadastrais-de-UHEs-revistas-pelo-GTDP.aspx>. Acesso em: 30 ago. 2020.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach, v. 21, n. 6, p. 779-792, 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, North Holand, v. 52, p. 359-375, 1991.

RAMOS, T. P. **Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 145 p. 2015.

SANTOS, T. N. D.; DINIZ, A. L. A New Multiperiod Stage Definition for the Multistage Benders Decomposition Approach Applied to Hydrothermal Scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 3, p. 1383-1392, 2009.

SILVA, T. L. **Formulações inteiras mistas para modelos lineares por partes multidimensionais: Aplicações na otimização da produção de petróleo sob restrições de pressão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Automação e Sistemas). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 146 p. 2012.

SMIL, V. **Energy Transitions: Global and National Perspectives**. 2^a. ed. Santa Barbara: Praeger, 2016.

VIELMA, J. P. Mixed Integer Linear Programming Formulation Techniques. **SIAM Review**, v. 57, n. 1, p. 3-57, 2015.

XAVIER, L. N. R. et al. Aprimoramento da Modelagem da Função de Produção Energética das Usinas Hidrelétricas no Modelo DECOMP: Metodologia e Resultados. *In*: Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, XVIII, 2005, Curitiba. **Anais...** Curitiba: XVIII SNPTEE. 2005.