

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

MAIRON DE SOUZA WOLNIEWICZ

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO PARA VEÍCULO AÉREO
NÃO TRIPULADO

Joinville
2020

MAIRON DE SOUZA WOLNIEWICZ

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO PARA VEÍCULO AÉREO
NÃO TRIPULADO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de bacharel em Engenharia
Aeroespacial do Centro Tecnológico de Joinville
da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Alexandro Garro Brito

Joinville
2020

MAIRON DE SOUZA WOLNIEWICZ

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO PARA VEÍCULO AÉREO
NÃO TRIPULADO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 24 de novembro de 2020.

Banca Examinadora:

Orientador: Dr. Alexandro Garro Brito
Orientador
Presidente

Prof. Dr. Maurício de Campos Porath
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Anderson Wedderhoff Spengler
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por todo o carinho e incentivo ao longo dos anos. Ao meu pai Paulo, por ter me ensinado a olhar para o céu com curiosidade e entusiasmo; à minha mãe Sueli, por ser um exemplo de pessoa determinada e incansável; à minha irmã Aléxia, que me acompanha desde seus primeiros passos e foi fundamental na execução desse trabalho. Amo-os.

Sou muito grato aos amigos e pessoas incríveis que conheci durante a graduação. Em especial a todos os membros da Caverna Social, um grupo de indivíduos tão singulares e unidos que me honro de ter tomado como família na universidade. Os carrego para sempre.

Obrigado Zilli pela boa amizade e até certa rivalidade ao longo do curso, que se iniciou logo nos primeiros minutos da nossa vida acadêmica. Obrigado Zeca por me mostrar que o mundo é maior lá fora e obrigado a ambos por toparem construir a Torre onde vivíamos.

Agradeço ao professor Alexandro Garro Brito por me adotar no Laboratório de Automação e Sistemas de Controle, por me orientar por tantos anos e por confiar no meu trabalho com todas as ferramentas necessárias. Devo lembrar também do professor Gary B. Hughes, pela oportunidade de participar de um projeto para o NIAC e pelo quadricóptero utilizado nesse trabalho. À todos os colegas do LASC que de alguma forma contribuíram com minha pesquisa e formação, obrigado.

Destaco meus amigos Jesuíno, por ter emprestado seu ESP32 e Leonardo, por ter lido o texto integralmente. Vocês são inspiradores. Também agradeço a meu primo Lucas pelo equipamento de filmagem utilizado nos testes experimentais.

Devo agradecer à equipe Nisus Aerodesign, que me permitiu, ao final da graduação, aplicar de forma prática meus conhecimentos teóricos de aeronáutica.

Agradeço à todos os professores que me impulsionaram até aqui, ensinando e me desafiando a buscar cada vez o melhor. Seus bons exemplos serão seguidos e passados adiante.

E, por fim, se há uma força maior no Universo me ouvindo, trilhando meu caminho e me ajudando a realizar meus sonhos, muito obrigado, pois está fazendo um ótimo trabalho.

There is an art, it says, or rather, a knack to flying. The knack lies in learning how to throw yourself at the ground and miss. Clearly, it is this second part, the missing, which presents the difficulties.

- Douglas Adams.

RESUMO

Aeronaves possuem uma dinâmica definida em seis graus de liberdade: três translações e três rotações. A composição de sinais de múltiplos sensores como acelerômetros, giroscópios, magnetômetros e GNSS deve ser utilizada para determinar a atitude e o deslocamento de um veículo aéreo. Este trabalho pretende resolver o problema de navegação aeroespacial usando métodos de fusão de dados como proposto por Madgwick e Kalman em sensores de baixo custo. O sistema é embarcado em um quadricóptero para testes e avaliação da eficiência dos algoritmos em voo. A atitude determinada pelo filtro de Madgwick teve desempenho suficiente, enquanto o filtro de Kalman exige melhorias para uma estimativa adequada do deslocamento.

Palavras-chave: Navegação Inercial. GNSS. Veículo Aéreo Não Tripulado. Fusão de sensores.

ABSTRACT

Aircraft has six degree of freedom dynamics: three translations and three rotations. The composition of signals from multiple sensors such as accelerometers, gyroscopes, magnetometers and GNSS must be used to determine attitude and displacement of an aerial vehicle. This work aims to solve the problem of aerospace navigation using methods of data fusion such as proposed by Madgwick and Kalman with low cost sensors. The system is embedded in a quadcopter for in flight testing and evaluation of algorithm efficiency. The attitude determined by the Madgwick filter performed well enough, while the Kalman filter requires improvements for an adequate displacement estimate.

Keywords: Inertial Navigation. GNSS. Unmanned Aerial Vehicle. Sensor Fusion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Os três sistemas de coordenadas relativos à Terra. O sistema inercial i é representado em azul, o fixado na Terra e é representado em vermelho e o de navegação n está no meridiano ilustrado pela curva pontilhada, com o norte tangente à superfície e a direção para baixo apontando ao centro da esfera.	21
Figura 2 – O sistema de referência no corpo do veículo com os respectivos ângulos de rotação: rolagem ϕ , arfagem θ e guinada ψ	21
Figura 3 – Demonstração gráfica da rotação exercida pelo quatérnio. Quando uma rotação α é aplicada em torno do vetor unitário ${}^A\hat{r}$ representado no referencial A , o sistema de referência será transformado de A para B	23
Figura 4 – O formato da Terra de acordo com o modelo esferoidal WGS-84 e a comparação ilustrativa com o modelo geoide. Informações de altitude são definidas com referência no esferoide.	25
Figura 5 – Navegação sobre a Terra. Os arcos que contêm os lados a , b e c do triângulo são círculos máximos e traçam as menores distâncias entre os pontos 1, 2 e 3. Se o terceiro ponto está no norte, o ângulo B é o chamado <i>bearing</i> de 1 a 2. As coordenadas dos pontos são definidas pelos ângulos de latitude φ e longitude λ	26
Figura 6 – Como exemplo, o ângulo de <i>bearing</i> de um trajeto de 1 à 2 é 100° enquanto para o trajeto inverso, é de 280°	27
Figura 7 – Bússola sofrendo efeito de declinação magnética. Apesar de apontar para o norte, o observador está defasado um ângulo δ à oeste do norte geográfico.	28
Figura 8 – Declinação magnética sobre a América do Sul de acordo com o Modelo Magnético Mundial de 2020. Declinações positivas apontam à leste do norte geográfico enquanto as negativas apontam para oeste. As linhas marcam separações de 2°	29
Figura 9 – Funcionamento básico do acelerômetro. Quando uma força F é aplicada na estrutura do sensor, a massa interna m possui deslocamento relativo tal que uma aceleração a é gerada no sentido oposto da força.	31
Figura 10 – Aceleração de Coriolis gerada pela rotação ω e velocidade induzida v	32
Figura 11 – O modelo de giroscópio MEMS mais convencional possui formato de diapásão. Duas hastes são excitadas na direção de v . Quando o sistema rotaciona na direção ω , a força de Coriolis surge na direção ortogonal. A aceleração a_c é medida e convertida em velocidade angular.	32

Figura 12 – Efeito Hall. Um campo magnético em uma placa condutora gera uma força ortogonal com a corrente elétrica. O efeito pode ser medido através da tensão de Hall V_H	33
Figura 13 – Funcionamento do GNSS. O alcance dos satélites A e B terá intersecção em todo o domínio do plano π . Com o satélite C a intersecção estará apenas nos pontos 1 e 2. Supondo que 2 esteja no espaço, a única solução possível para localização é o ponto 1, onde um quarto satélite teria intersecção comum.	35
Figura 14 – Distribuição gaussiana de uma variável aleatória X	37
Figura 15 – Diagrama representando a sequência do filtro de Kalman Linear.	39
Figura 16 – O módulo DOIT Esp32 DevKit V1 utilizado no sistema integra o microcontrolador ESP-WROOM-32.	43
Figura 17 – Módulo MPU-9250.	44
Figura 18 – Eixos de referência dos sensores na placa: a) referência utilizada pelo MPU-6500; b) referência utilizada pelo AK8963.	44
Figura 19 – Modificação do valor de aceleração ao longo do processo de calibração. O primeiro gráfico apresenta valores de menor bit significativo lidos diretamente do sensor; o segundo gráfico ajusta as unidades de acordo com a Equação 68; no último gráfico o desvio do valor real é corrigido com a Equação 70.	46
Figura 20 – Modificação do valor de velocidade angular ao longo do processo de calibração. O primeiro gráfico apresenta valores de menor bit significativo lidos diretamente do sensor; o segundo gráfico ajusta as unidades de acordo com a Equação 71; no último gráfico o desvio do valor real é corrigido com a Equação 73.	47
Figura 21 – Medições realizadas pelo magnetômetro antes da calibração em unidades de μT em três planos diferentes.	48
Figura 22 – Correções de dois erros no magnetômetro individualmente. A primeira figura apresenta a correção para <i>soft iron</i> . A segunda apresenta a correção para <i>hard iron</i>	49
Figura 23 – Medições do magnetômetro corrigidas em <i>soft iron</i> e <i>hard iron</i> simultaneamente.	50
Figura 24 – Comparação entre leituras puras de campo magnético no plano sxy quando os motores do quadricóptero estão ativos e inativos.	51
Figura 25 – Eixos de rotação de interesse: rolagem e guinada no referencial do veículo, arfagem em relação ao norte terrestre.	53
Figura 26 – GPS u-blox NEO-6M.	54
Figura 27 – Projecção do deslocamento nas direções norte e leste.	55
Figura 28 – Projecção da velocidade no referencial de navegação. O GPS fornece apenas a velocidade de solo v_g . B é o ângulo de bearing e $A = \arctan(v_g/\dot{D})$	55

Figura 29 – Trajetória simulada sem ruídos. Os dados do GPS são periódicos a cada 1 segundo.	60
Figura 30 – Sinais simulados sem ruídos na direção norte N_{gps} e leste E_{gps} . As linhas contínuas representam os estados estimados pelo filtro de Kalman, N_{est} e E_{est}	60
Figura 31 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro, referentes ao valor real.	61
Figura 32 – Trajetória simulada com perda de sinal do GPS por 4 segundos.	61
Figura 33 – Sinais simulados sem ruídos, porém com perda de sinal do GPS durante 4 segundos.	62
Figura 34 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro com perda do sinal de GPS.	63
Figura 35 – Trajetória simulada com incerteza do sinal dos sensores.	63
Figura 36 – Sinais simulados com ruído gaussiano aplicado aos sensores.	64
Figura 37 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro quando há ruído nos sensores.	64
Figura 38 – Quadricóptero Syma X8HG.	65
Figura 39 – Conexão de hardware do sistema.	65
Figura 40 – Circuito impresso para integrar os dispositivos.	66
Figura 41 – Conexão detalhada entre dispositivos e microcontrolador.	66
Figura 42 – Dispositivos no suporte para câmera.	67
Figura 43 – Diagrama de blocos completo do sistema.	68
Figura 44 – Interface de navegação em tempo real.	69
Figura 45 – Ilustração do campo de testes para deslocamento e velocidade. O quadricóptero decola do ponto O e as trajetórias tem como referências os pontos de A a D	70
Figura 46 – Sobreposição de três quadros durante o teste experimental de rolagem.	72
Figura 47 – Rolagem ao longo do tempo durante o teste experimental.	72
Figura 48 – Sobreposição de quatro quadros durante o teste experimental de arfagem.	73
Figura 49 – Arfagem ao longo do tempo durante o teste experimental.	73
Figura 50 – Composição de quadros do teste experimental de guinada.	74
Figura 51 – Guinada ao longo do tempo durante o teste experimental.	74
Figura 52 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória retangular. De forma aproximada o veículo percorre os quatro vértices do quadrado $ABCD$ demarcado no campo. A seta vermelha indica o sentido de decolagem.	76
Figura 53 – Voo com o quadricóptero em trajetória retangular. De forma aproximada o veículo percorre os quatro vértices do quadrado $ABCD$ demarcado no campo.	76
Figura 54 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo retangular com as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman.	77
Figura 55 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória circular e guinada fixa.	78

Figura 56 – Voo com o quadricóptero em trajetória circular. Durante o percurso o veículo aponta para uma mesma direção aproximada, como na trajetória retangular.	78
Figura 57 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo circular sem alteração de guinada e as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman. . . .	79
Figura 58 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória circular e guinada livre.	80
Figura 59 – Voo com o quadricóptero em trajetória circular. Neste percurso a direção segue a curva da trajetória.	80
Figura 60 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo circular com direcionamento por alteração de guinada e as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Parâmetros do acelerômetro fornecidos pela fabricante.	44
Tabela 2	– Parâmetros do giroscópio fornecidos pela fabricante.	45
Tabela 3	– Parâmetros do magnetômetro fornecidos pela fabricante.	45
Tabela 4	– Informações oficiais sobre o campo magnético local durante os experimentos com o magnetômetro (Dezembro de 2019, Otacílio Costa - Santa Catarina). A intensidade horizontal é o valor da intensidade resultante entre as componentes norte N e leste E , enquanto a intensidade total inclui a componente vertical D	50
Tabela 5	– Comparação dos valores de atitude medidos pelos sensores (SD) e estimados utilizando o programa GeoGebra (Geo).	75
Tabela 6	– Porcentagem de amostras em que a estimativa prediz o comportamento do GPS nos três testes experimentais.	81

LISTA DE SIGLAS

- DoD – Departamento de Defesa dos Estados Unidos
- GLONASS – Sistema russo de navegação global por satélite
- GNSS – Global Navigation Satellite System
- GPS – Global Positioning System
- IMU – Inertial Measurement Unit
- INS – Inertial Navigation System
- LSB – Least Significant Bit
- MARG – Magnetic, Angular Rate and Gravity
- MEMS – Micro-Electro-Mechanical Systems
- NAVSTAR – Navigation Satellite with Time And Ranging
- NED – North-East-Down. Referencial de navegação.
- NMEA – National Marine Electronic Association
- PPS – Serviço de Posicionamento Preciso
- SPS – Serviço de Posicionamento Padrão
- VANTs – Veículos Aéreos Não-Tripulados
- WGS-84 – World Geodetic System de 1984

LISTA DE SÍMBOLOS

i	Referencial inercial	
e	Referencial centrado e fixo na Terra	
n	Referencial de navegação (NED)	
b	Referencial do corpo	
s	Referencial do sensor	
N	Direção norte	
E	Direção leste	
D	Direção para baixo	
ϕ	Rolagem	[°]
θ	Arfagem	[°]
ψ	Guinada	[°]
${}^b_n\mathbf{R}$	Rotação entre o referencial do corpo e o referencial de navegação	
${}^A\hat{\mathbf{r}}$	Vetor unitário no referencial A	
${}^A_B\mathbf{q}$	Quatérnion de rotação entre o referencial A e B	
q_0, q_1, q_2, q_3	Componentes do quatérnion	
\mathbf{q}^*	Conjugado do quatérnion	
R_\oplus	Raio da Terra	[m]
$\widehat{12}$	Distância angular entre os pontos 1 e 2	[°]
φ	Latitude	[°]
λ	Longitude	[°]
d	Distância entre duas coordenadas	[m]
B	Ângulo de bearing	[°]
δ	Declinação magnética	[°]

\mathbf{F}	Vetor força	[N]
m	Massa	[kg]
\mathbf{a}	Vetor aceleração	[m/s ² ou g]
\mathbf{f}	Vetor força específica	[m/s ² ou g]
\mathbf{g}	Vetor aceleração da gravidade	[m/s ² ou g]
ω	Velocidade angular	[°/s ou rad/s]
v	Velocidade de excitação do giroscópio	[m/s]
\mathbf{a}_c	Aceleração centrípeta	[m/s ²]
\mathbf{b}	Fluxo do campo magnético	[μT]
\mathbf{I}	Corrente elétrica	[A]
q	Carga elétrica	[C]
t	Espessura do material condutor	[m]
w	Largura do material condutor	[m]
\mathbf{J}	Densidade de corrente	[A/m ²]
v	Velocidade do fluxo de cargas	[m/s]
n	Densidade de elétrons livres	[1/m ³]
\mathbf{F}_m	Componente magnética da força de Lorentz	[N]
\mathbf{F}_e	Componente elétrica da força de Lorentz	[N]
\mathbf{E}_H	Campo elétrico de Hall	[N/C]
R_H	Coefficiente de Hall	[Ω]
V_H	Tensão de Hall	[V]
$\mathbb{E}(X)$ ou μ_X	Valor esperado de X	
σ_X^2	Variância de X	
σ_X	Desvio padrão de X	
σ_{XY}	Covariância de X e Y	
\mathbf{x}	Estado no filtro de Kalman	

P	Matriz covariância incerteza de estimativa	
A	Matriz de estados	
$\mathbf{x}_{est,i}$	Estado estimado na iteração i	
\mathbf{u}	Sinal de controle	
B	Matriz escala de controle	
Q	Matriz covariância do ruído do processo	
z	Vetor de observação	
y	Fator de inovação	
H	Matriz escala de medições	
K	Matriz ganho de Kalman	
R	Matriz covariância das medições	
I	Matriz identidade	
Δt	Passo de tempo entre cada iteração	[s]
\dot{q}	Taxa de variação do quatérnion	[1/s]
$\mathbf{q}_{est,t}$	Orientação estimada no tempo t	
$\mathbf{q}_{\omega,t}$	Orientação fornecida pelo giroscópio no tempo t	
${}^n \hat{\mathbf{d}}$	Campo de forças genérico na Terra	
${}^s \hat{\mathbf{s}}$	Campo de forças genérico medido por um sensor	
β	Ganho do filtro de Madgwick	
$\dot{\mathbf{q}}_{\epsilon}$	Direção do erro da estimativa de variação angular	
$\tilde{\omega}_{\beta}$	Erro estimado do giroscópio	[rad/s]
\mathbf{a}_{raw}	Valor informado pelo acelerômetro	[LSB]
\mathbf{a}_{scl}	Dado do acelerômetro com correção de unidade	[g]
\mathbf{a}_{bias}	Desvio do valor real de aceleração	[g]
ω_{raw}	Valor informado pelo giroscópio	[LSB]
ω_{scl}	Dado do giroscópio com correção de unidade	[°/s]

ω_{bias}	Desvio do valor real de velocidade angular	[°/s]
b_{raw}	Valor informado pelo magnetômetro	[μT]
b_{scale}	Fator de escala para correção soft iron	
b_{soft}	Campo magnético com correção soft iron	[μT]
b_{hard}	Campo magnético com correção hard iron	[μT]
a_{lin}	Aceleração linear	[m/s ² ou g]
h	Altitude	[m]
v_g	Velocidade de solo	[m/s]
${}^n v$	Velocidade no referencial de navegação	[m/s]
X	Deslocamento em direção qualquer	[m]
\dot{X}	Velocidade em direção qualquer	[m/s]
\ddot{X}	Aceleração em direção qualquer	[m/s ²]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Objetivo geral	19
1.2	Objetivos específicos	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Sistemas de referência	20
2.2	Atitude	22
2.2.1	Ângulos de Euler	22
2.2.2	Quatérnions	23
2.3	Geodésia	24
2.4	Instrumentos de navegação	29
2.4.1	Acelerômetro	30
2.4.2	Giroscópio	31
2.4.3	Magnetômetro	32
2.4.4	Navegação baseada em satélite	34
2.5	Fusão de sensores	36
2.5.1	Noções de estatística	36
2.5.2	Filtro de Kalman	37
2.5.3	Filtro de Madgwick	40
3	METODOLOGIA	43
3.1	Determinação de atitude	43
3.1.1	Calibração	45
3.1.2	Aplicação do filtro de Madgwick	51
3.2	Determinação de posição e velocidade	54
3.2.1	Implementação do filtro de Kalman	55
3.2.2	Simulação do filtro de Kalman	58
3.3	Experimento embarcado	65
3.3.1	Campo de testes	70
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	71
4.1	Determinação de atitude	71
4.2	Determinação de posição e velocidade	75
5	CONCLUSÕES	83
	REFERÊNCIAS	85

1 INTRODUÇÃO

Em fundamento, navegação é o nome dado ao conjunto de métodos capazes de estimar, para um veículo no espaço, posição, velocidade e direção, tal como avaliar a exatidão de tais estimativas (KABAMBA; GIRARD, 2014). O arranjo de múltiplos sensores, algoritmos para tratamento de dados e uma interface com o usuário, compõem um sistema de navegação.

Apesar de bem consolidada na superfície terrestre, a conquista dos ares trouxe novos desafios para a navegação. Veículos aéreos e espaciais possuem maior velocidade e alcance, nem sempre possuem referências visíveis e têm na altitude uma dimensão importante (NEBYLOV, 2012). Tais atributos motivaram o uso de novas tecnologias de instrumentação baseadas em rádio, laser, pressão, câmeras e computadores digitais.

As duas mais importantes evoluções tecnológicas para navegação vieram junto com a exploração do espaço. Quando o Departamento de Defesa americano colocou em órbita a primeira constelação de satélites NAVSTAR GPS, foi possível determinar a posição e a velocidade instantânea de um receptor em qualquer ponto da Terra com erros máximos de alguns metros em uso civil - uma revolução comparável à invenção da bússola (NEBYLOV, 2012). Contudo, as condições de navegação não permitem que um veículo espacial fique totalmente dependente de uma estrutura externa, o que impulsionou as pesquisas em tecnologias de sistemas de navegação inercial (INS).

Giroscópios e acelerômetros, em teoria, são capazes de auxiliar na determinação da posição e da velocidade de si próprios em um espaço tridimensional, permitindo a navegação autônoma sem sofrer o mesmo problema de baixa exatidão e bloqueio de sinal dos sistemas baseados em satélite. Por outro lado, a modelagem matemática dependente da integração das medidas de cada sensor gera o acúmulo de erros numéricos, que afetam os resultados com o tempo. Uma solução é combinar as características complementares dos dois sistemas de navegação tal que o erro do INS seja compensado pela acurácia do sistema de navegação por satélite (GNSS) e medidas sejam tomadas mesmo em períodos sem sinal de satélite.

Entre o ar e o espaço as mais diversas missões podem ser estabelecidas. Aviões, satélites, foguetes, helicópteros, VANTs, todos são categorizados como veículos aeroespaciais e compartilham entre si a característica de buscar melhor desempenho através da redução de peso. Valorizando a carga útil da missão, o controle de peso ocorre desde o projeto do veículo, que pode exigir menor ou nenhuma tripulação, assim como redução na massa estrutural, incluindo quantidade e tamanho dos componentes.

A solução desse problema, recentemente, é ditada pela ascensão dos sistemas microeletromecânicos (MEMS), dispositivos de silício com dimensões micrométricas capazes de transmitir informação eletrônica gerada por sistemas mecânicos internos. Devido à característica compacta, de baixo custo e baixo consumo de energia, os MEMS mostram valor

no campo da navegação aeroespacial (AGGARWAL et al., 2010).

Quando a direção sobre a Terra é importante, apenas o uso de sensores inerciais não permite a solução completa da orientação, tornando o ângulo em relação ao norte geográfico uma dimensão indeterminada. É papel do magnetômetro usar o campo magnético do planeta para obter esse valor, assim como auxiliar na determinação de orientação nas demais dimensões.

Tanto a integração dos sensores inerciais com o magnetômetro quanto a integração com o GNSS vem sendo pesquisada há décadas. A ferramenta matemática mais difundida em sistemas de navegação integrados é o filtro de Kalman (1960), que teve fundamental importância na determinação da trajetória das missões Apollo até a Lua (KABAMBA; GIRARD, 2014). O filtro de Kalman se baseia na previsão de um estado buscando diminuir o erro médio quadrático de uma estimativa. Apesar de ser bastante utilizado para determinação de atitude, é custoso computacionalmente por lidar com muitas matrizes, o que incentivou pesquisadores à buscarem alternativas.

Com foco em capturar o movimento do corpo humano, Madgwick (2010) desenvolveu um algoritmo capaz de reduzir o custo computacional e obter resultados ainda melhores que o filtro de Kalman, utilizando um processo de otimização para calcular orientação em termos de quatérnions - vetores complexos de direção com quatro dimensões. A integração entre os dois algoritmos de fusão de sensores torna possível a determinação satisfatória do estado de um veículo com movimentos em espaço tridimensional.

O objetivo, portanto, é projetar o sistema completo de navegação com sensores de baixo custo embarcados em um quadricóptero comercial, permitindo conhecer a localização e a orientação do veículo em tempo real. Com o sistema em pleno funcionamento, será possível utilizá-lo no desenvolvimento de um controle de voo autônomo.

O sistema que será embarcado em um drone Syma X8HG é composto pelo microcontrolador ESP32, um sensor magnético inercial MPU-9250 e um GPS u-blox NEO-6M. A atitude será determinada aplicando o filtro de Madgwick com as informações do sensor magnético-inercial, enquanto o filtro de Kalman irá utilizar esse resultado com o GPS para determinar posição e velocidade. Todos os experimentos serão realizados com o apoio do Laboratório de Automação e Sistemas de Controle da UFSC em Joinville.

1.1 OBJETIVO GERAL

Determinar a atitude e o deslocamento de um quadricóptero aplicando filtros de fusão em sensores de baixo custo.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Conhecer características dos sensores e filtros de fusão disponíveis;
- Implementar algoritmos para compor a lógica do sistema embarcado;
- Validar os resultados de forma experimental identificando as fontes de erro.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão introduzidos conceitos essenciais para a compreensão da navegação aeroespacial. São apresentados os sistemas de referência adotados, tal como as formas que a orientação de um veículo é determinada em relação à tais sistemas. Também é explicado o funcionamento básico dos instrumentos utilizados e os algoritmos matemáticos que relacionam seus dados em termos de posição, velocidade e aceleração.

2.1 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Ao tratar de navegação em espaço tridimensional, diversos sistemas de referência podem ser considerados. Cada sensor de movimento realiza medidas no próprio referencial, que nem sempre coincide com o referencial do veículo. A posição do veículo, por sua vez, pode ser expressa em relação ao sistema de referência do planeta ou das próprias estrelas fixas na galáxia.

Do ponto de vista físico, um sistema de referência inercial é definido como um sistema de coordenadas em que as leis da física se aplicam na sua forma mais simples. Isaac Newton usava a aproximação de que um referencial inercial é estacionário relativo às estrelas, o que é válido para os astros da Via Láctea (NEBYLOV; WATSON, 2016).

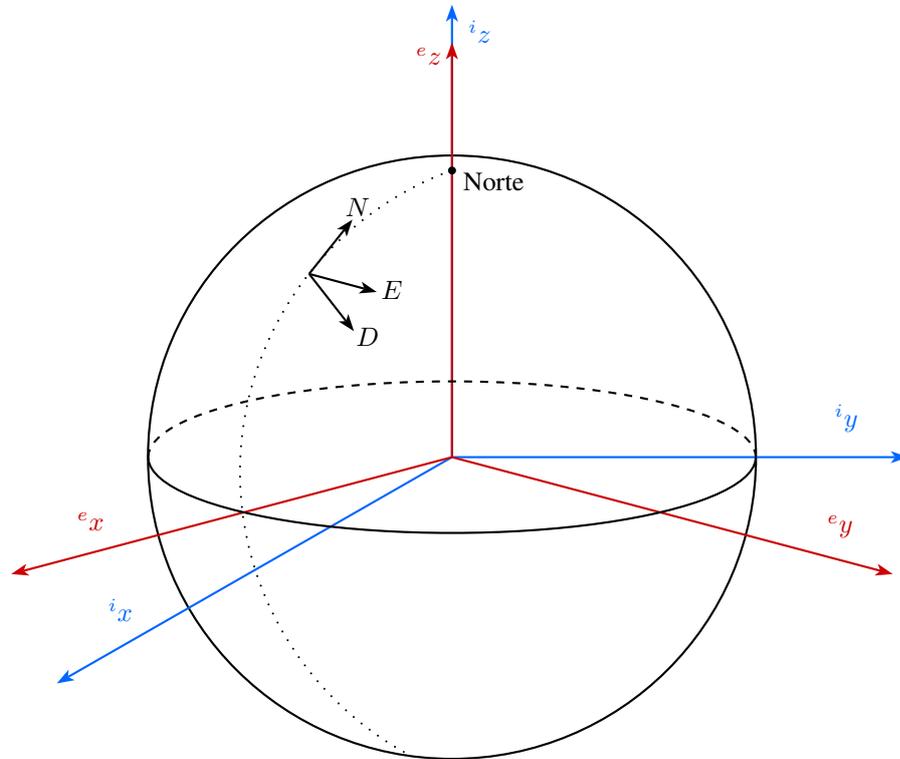
Para navegação terrestre, é válido considerar como referencial inercial um sistema de coordenadas centrado na Terra, mas que não sofre o efeito da rotação junto com o planeta. Apesar de teoricamente estar fixo em relação as estrelas, o sistema sofre aceleração da translação da Terra em torno do Sol, efeito esse que é negligenciado.

O sistema de coordenadas fixo na Terra rotaciona junto com o planeta. Dois eixos formam o plano equatorial enquanto o terceiro aponta para o polo de rotação. A escolha das posições é arbitrária, mas o eixo x desse sistema normalmente está no plano do meridiano de Greenwich. É nesse referencial em que estão definidas as longitudes e latitudes do planeta.

Apesar de centrado no veículo, o referencial de navegação não rotaciona com ele. Por padrão, é definido pelo plano horizontal do observador, com direções norte, leste e baixo. O referencial NED (*North, East, Down*) considera a Terra como um plano. Esse é o sistema adotado para as correções de posição do veículo e é apresentado com os demais sistemas na Figura 1.

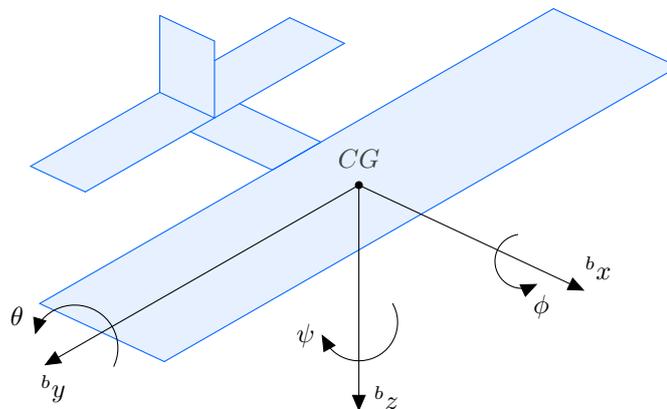
O referencial que rotaciona com o veículo coincide com os eixos principais do corpo e define a orientação espacial em reação ao referencial NED. As rotações nesse sistema são definidas pelos ângulos rolagem ϕ , arfagem θ e guinada ψ , como apresentado na Figura 2. Por simplificação, os eixos dos sensores estão acoplados nesse referencial, apesar de não estarem fisicamente apontando nas mesmas direções.

Figura 1 – Os três sistemas de coordenadas relativos à Terra. O sistema inercial i é representado em azul, o fixado na Terra e é representado em vermelho e o de navegação n está no meridiano ilustrado pela curva pontilhada, com o norte tangente à superfície e a direção para baixo apontando ao centro da esfera.



Fonte: adaptado de Nebylov e Watson (2016, p. 4).

Figura 2 – O sistema de referência no corpo do veículo com os respectivos ângulos de rotação: rolagem ϕ , arfagem θ e guinada ψ .



Fonte: adaptado de Nebylov e Watson (2016, p. 4).

2.2 ATITUDE

A atitude de um veículo é a orientação do próprio corpo em relação a um dado referencial de interesse. No caso de aeronaves, a referência pode ser o sistema NED ou o referencial do corpo. A orientação é calculada através de matrizes de rotação, que trocam os sistemas de referência do objeto.

2.2.1 Ângulos de Euler

A forma mais convencional de representar a orientação de um corpo no espaço é utilizando ângulos de Euler, capazes de relacionar quaisquer sistemas de referência através de uma sequência de três rotações. Leonard Euler usou sequências de ângulos para determinar relações entre órbitas (KUIPERS, 1999), que também se aplicam, em ordem específica, à veículos num espaço tridimensional.

Chamada de sequência aeroespacial, as rotações de Euler associadas ao movimento de uma aeronave no céu são dadas na ordem $z - y - x$ dos eixos do referencial do corpo. Por exemplo, a transformação entre uma orientação \mathbf{X} no referencial do corpo para o referencial NED é dada através da matriz de rotação \mathbf{R} na forma:

$${}^n\mathbf{X} = {}^b_n\mathbf{R} \cdot {}^b\mathbf{X} \quad (1)$$

Em que a rotação decomposta nos três eixos é:

$${}^b_n\mathbf{R} = \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\theta \cdot \mathbf{R}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

O produto dessas matrizes gera uma única matriz de rotação. Dessa forma, as rotações de Euler podem ser compostas como uma rotação de um dado eixo no referencial do corpo. Contudo, ângulos de Euler possuem singularidade quando os valores se aproximam de $\pm\pi/2$. Por exemplo, quando $\theta = \pi/2$, a matriz resultante da Equação 2 pode ser escrita na forma:

$${}^b_n\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(\psi - \phi) & \cos(\psi - \phi) & 0 \\ \cos(\psi - \phi) & \sin(\psi - \phi) & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Tal que diferentes combinações de valores de rolagem e guinada resultam em uma mesma rotação final.

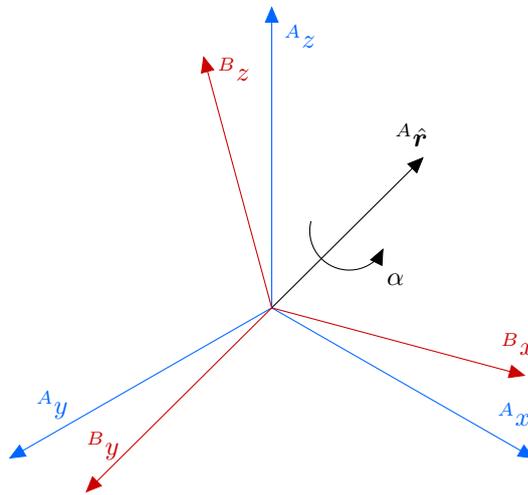
Chamado de *gimbal lock*, esse problema afeta diretamente o processo de obter a orientação ${}^b\mathbf{X}$ no referencial do corpo dado seu valor no referencial de navegação ${}^n\mathbf{X}$, pois a inversa da matriz ${}^b_n\mathbf{R}$ é escrita em termos de $\tan \theta$, permitindo que valores tendam ao infinito e sejam mal interpretados pelo computador, o que deve ser contornado.

2.2.2 Quatérnions

Uma das ferramentas que superam os problemas dos ângulos de Euler são os quatérnions: vetores complexos de quatro dimensões que podem ser usados para representar orientação em um espaço tridimensional. Foram desenvolvidos em 1843 pelo matemático, físico e astrônomo William Rowan Hamilton (KUIPERS, 1999).

Supondo uma coordenada em um sistema de referências ortogonal A qualquer, essa posição pode ser representada em um sistema de referências ortogonal B com a mesma origem do sistema A mas com eixos em diferentes direções, como na Figura 3.

Figura 3 – Demonstração gráfica da rotação exercida pelo quatérnion. Quando uma rotação α é aplicada em torno do vetor unitário ${}^A\hat{r}$ representado no referencial A , o sistema de referência será transformado de A para B .



Fonte: adaptado de Madgwick (2010).

A transformação do sistema de coordenadas A para um sistema B ocorre através de uma única rotação α de um vetor unitário ${}^A\hat{r}$ definido no sistema A (MADGWICK, 2010). O quatérnion que realiza essa rotação tem a forma:

$${}^A_B\mathbf{q} = \left\{ q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \right\} = \left\{ \cos \frac{\alpha}{2} \quad -r_x \sin \frac{\alpha}{2} \quad -r_y \sin \frac{\alpha}{2} \quad -r_z \sin \frac{\alpha}{2} \right\} \quad (4)$$

Com r_x , r_y e r_z sendo as componentes unitárias das direções de ${}^A\hat{r}$, as componentes q_1 , q_2 e q_3 representam a parte vetorial do quatérnion, enquanto q_0 é um valor escalar. Se ${}^A_B\mathbf{q}$ define a transformação de A para B , a operação inversa é dada pelo conjugado do quatérnion, denotado por (*):

$${}^A_B\mathbf{q}^* = {}^B_A\mathbf{q} = \left\{ q_0 \quad -q_1 \quad -q_2 \quad -q_3 \right\} \quad (5)$$

Uma composição de orientações pode ocorrer através do produto entre quatérnions \otimes :

$${}^A_C\mathbf{q} = {}^B_C\mathbf{q} \otimes {}^A_B\mathbf{q} \quad (6)$$

O produto entre dois quatérnions \mathbf{a} e \mathbf{b} não é uma operação comutativa, tal que $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} \neq \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}$.

$$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \left\{ \begin{matrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \right\} \otimes \left\{ \begin{matrix} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 \\ a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_0 b_2 - a_1 b_3 + a_2 b_0 + a_3 b_1 \\ a_0 b_3 + a_1 b_2 - a_2 b_1 + a_3 b_0 \end{matrix} \right\}^T \quad (7)$$

Um vetor tridimensional \mathbf{v} pode ser rotacionado de um sistema de coordenadas A para um referencial B com uso de quatérnions na forma:

$${}^B \mathbf{v} = {}^A_B \mathbf{q} \otimes {}^A \mathbf{v} \otimes {}^A_B \mathbf{q}^* \quad (8)$$

As operações são realizadas considerando o vetor tridimensional como um quatérnion com valor q_0 nulo:

$${}^A \mathbf{v} = \left\{ \begin{matrix} 0 & A_x & A_y & A_z \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

Segundo Kuipers (1999), a relação entre quatérnions e ângulos de Euler é:

$$\phi = \arctan \left(\frac{2q_2 q_3 + 2q_0 q_1}{1 - 2q_1^2 + 2q_2^2} \right) \quad (10)$$

$$\theta = \arcsin(2q_0 q_2 - 2q_1 q_3) \quad (11)$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{2q_1 q_2 + 2q_0 q_3}{1 - 2q_2^2 + 2q_3^2} \right) \quad (12)$$

Devido ao benefício computacional, a orientação é calculada utilizando quatérnions, mas expressa ao usuário no formato de ângulos de Euler, que possui interpretação geométrica mais clara.

2.3 GEODÉSIA

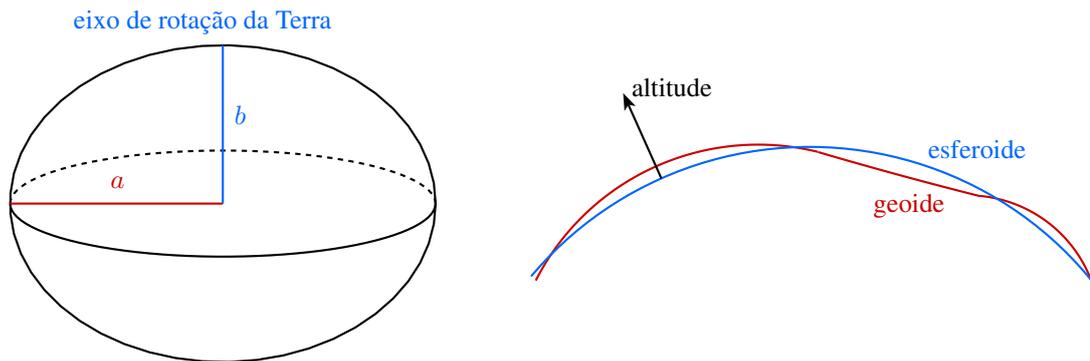
O formato e a área da Terra são objetos de estudo da geodésia, fundamental para estabelecer parâmetros de missões aeroespaciais em torno do planeta (JOHNSON; LEWIS; STEVENS, 2015).

Ignorando as irregularidades do formato, o planeta pode ser aproximado por um esferoide achatado com raio médio R_{\oplus} . A fim de evitar divergências quanto aos valores dessa aproximação, o Departamento de Defesa dos Estados Unidos (DoD) instaurou em 1984 o *World Geodetic System* WGS-84, norma que define um modelo para a Terra com semi eixo maior $a = 6378,137$ km e semieixo menor $b = 6356,752$ km, como apresentado na Figura 4.

A superfície projetada pelo campo gravitacional terrestre que coincide com o nível do mar é chamado de geoide. Segundo Johnson, Lewis e Stevens (2015), o geoide não é perfeitamente circular e o vetor normal de um observador na superfície nem sempre coincide com o centro do esferoide, com inclinação normalmente menor que 10 segundos de arco. O erro

médio quadrático entre os dois modelos é cerca de apenas 30 metros, o que justifica o uso do esferoide.

Figura 4 – O formato da Terra de acordo com o modelo esferoidal WGS-84 e a comparação ilustrativa com o modelo geóide. Informações de altitude são definidas com referência no esferoide.



Fonte: adaptado de Johnson, Lewis e Stevens (2015, p. 24).

Contornando a superfície da Terra, a menor distância entre dois pontos está exatamente acima da linha reta que os conecta através do planeta. Ao imaginar um plano que contém os dois pontos cortando o planeta ao meio, um arco seria desenhado na superfície. Esse arco é chamado de círculo máximo, ou grande círculo.

Apenas planos que cortam o centro de uma esfera geram círculos máximos. Outros planos podem conectar dois pontos, mas não irão conter o arco com a menor distância entre ambos. Por exemplo, os meridianos são círculos máximos, mas as linhas de latitude, com exceção do Equador, não são.

Conhecendo as coordenadas de dois pontos 1 e 2 em uma esfera em termos de latitude φ e longitude λ , a menor distância percorrida entre os pontos é calculada utilizando a função trigonométrica de *haversine*, definida como:

$$\text{hav}(\theta) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{2} \quad (13)$$

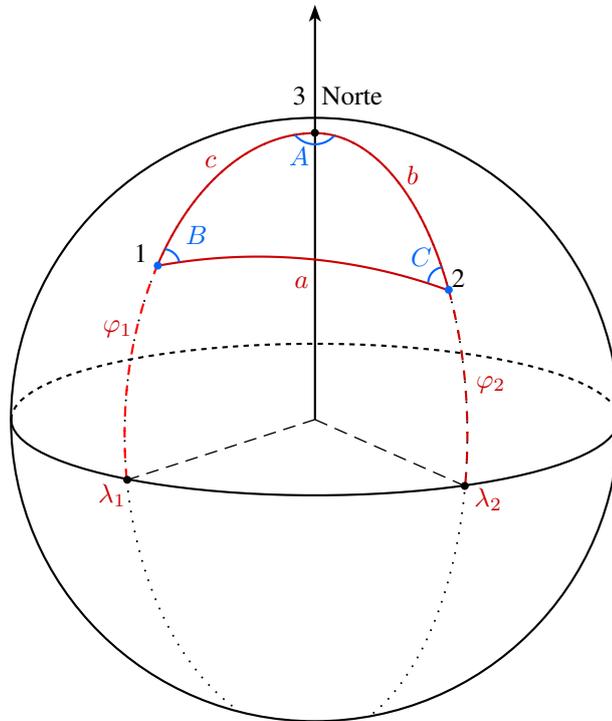
Tal que:

$$\cos \theta = 1 - 2 \text{hav}(\theta) \quad (14)$$

Kells (1940) define a lei dos haversines dado um triângulo numa superfície esférica, com três grandes círculos conectando os pontos 1, 2 e 3 como na Figura 5. As distâncias angulares são $a = \widehat{12}$, $b = \widehat{23}$ e $c = \widehat{13}$, enquanto A é o ângulo oposto a a . Aplicando a lei esférica dos cossenos:

$$\cos a = \cos c \cos b + \sin c \sin b \cos A \quad (15)$$

Figura 5 – Navegação sobre a Terra. Os arcos que contêm os lados a , b e c do triângulo são círculos máximos e traçam as menores distâncias entre os pontos 1, 2 e 3. Se o terceiro ponto está no norte, o ângulo B é o chamado *bearing* de 1 a 2. As coordenadas dos pontos são definidas pelos ângulos de latitude φ e longitude λ .



Fonte: autor (2020).

Conhecendo a seguinte identidade trigonométrica:

$$\cos(c - b) = \cos c \cos b + \sin c \sin b \quad (16)$$

E substituindo na Equação 15:

$$\cos a = \cos(c - b) + \sin c \sin b (\cos A - 1) \quad (17)$$

Escrevendo os cossenos em função da lei de haversine de acordo com a Equação 14:

$$\text{hav } a = \text{hav}(c - b) + \sin c \sin b \text{hav } A \quad (18)$$

A Equação 18 é chamada lei dos haversines. Aplicando na Terra, é possível posicionar o ponto 3 no polo norte, enquanto 1 e 2 são os pontos de interesse com distância d entre si. Os ângulos c e b definem as co-latitudes:

$$c, b = \frac{\pi}{2} - \varphi_{1,2} \quad (19)$$

A longitude de separação entre os dois pontos é $A = \lambda_2 - \lambda_1$, enquanto $a = d/R_{\oplus}$. Substituindo na Equação 18:

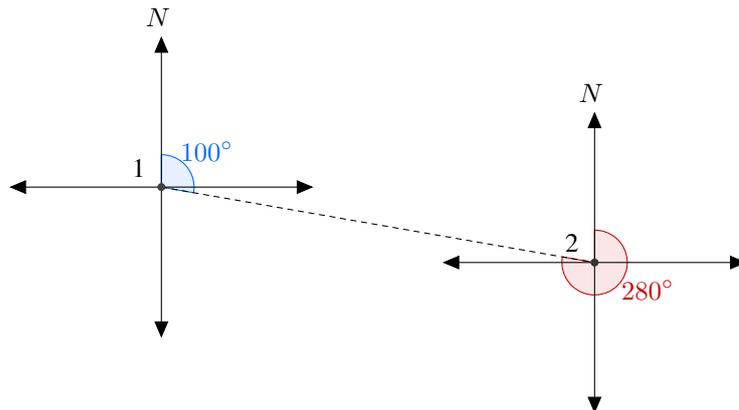
$$\text{hav}\left(\frac{d}{R_{\oplus}}\right) = \text{hav}(\varphi_2 - \varphi_1) + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \text{hav}(\lambda_2 - \lambda_1) \quad (20)$$

A distância entre quaisquer dois pontos 1 e 2 dados suas latitudes φ e longitudes λ é encontrada resolvendo para d :

$$d = R_{\oplus} \text{hav}^{-1}(\text{hav}(\varphi_2 - \varphi_1) + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \text{hav}(\lambda_2 - \lambda_1)) \quad (21)$$

Usado para definir a direção relativa entre duas coordenadas, o *bearing* é o ângulo formado no sentido horário a partir do meridiano de um ponto, na direção norte, até a linha que o conecta com um segundo ponto na superfície da Terra (KELLS, 1940). A versão planificada do *bearing* é representada na Figura 6.

Figura 6 – Como exemplo, o ângulo de *bearing* de um trajeto de 1 à 2 é 100° enquanto para o trajeto inverso, é de 280° .



Fonte: autor (2020).

Com o mesmo triângulo de círculos máximos ilustrado na Figura 5, em que o ponto 3 é posicionado no polo norte, o ângulo de *bearing* é justamente o ângulo B que conecta a e c . Aplicando a lei esférica dos cossenos para encontrar B :

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \quad (22)$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos c \cos a}{\sin c \sin a} \quad (23)$$

Das relações 15 e 19, com $A = \lambda_2 - \lambda_1$, e sabendo que $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$ e $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$:

$$\cos a = \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) \quad (24)$$

Sendo a lei esférica dos senos:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} \quad (25)$$

$$\sin B = \sin b \frac{\sin A}{\sin a} \quad (26)$$

Dividindo a Equação 26 pela Equação 23:

$$\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\sin b \sin c \sin A}{\cos b - \cos c \cos a} \quad (27)$$

Substituindo 24 em 27 e escrevendo b , c e A em termos de latitude e longitude:

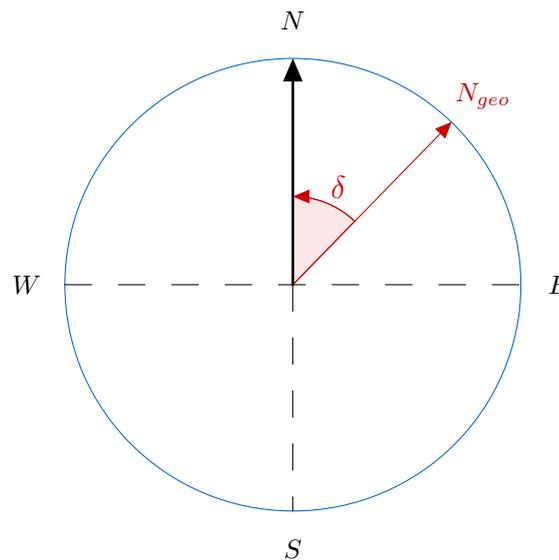
$$\tan B = \frac{\cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\sin \varphi_2 (1 - \sin^2 \varphi_1) - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (28)$$

Dividindo tudo por $\cos \varphi_1$, o ângulo de *bearing* é resolvido como:

$$B = \arctan \frac{\cos \varphi_2 \sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (29)$$

É necessário, contudo, o conhecimento da trajetória em coordenadas geográficas para determinar uma direção utilizando o ângulo de *bearing*. Para identificar direção instantânea, instrumentos como a bússola apontam para o norte magnético do planeta, que difere do norte usado como referência de *bearing* devido ao efeito da declinação magnética. A Figura 7 exemplifica a declinação como o desvio δ entre a direção do norte geográfico e do norte magnético.

Figura 7 – Bússola sofrendo efeito de declinação magnética. Apesar de apontar para o norte, o observador está defasado um ângulo δ à oeste do norte geográfico.

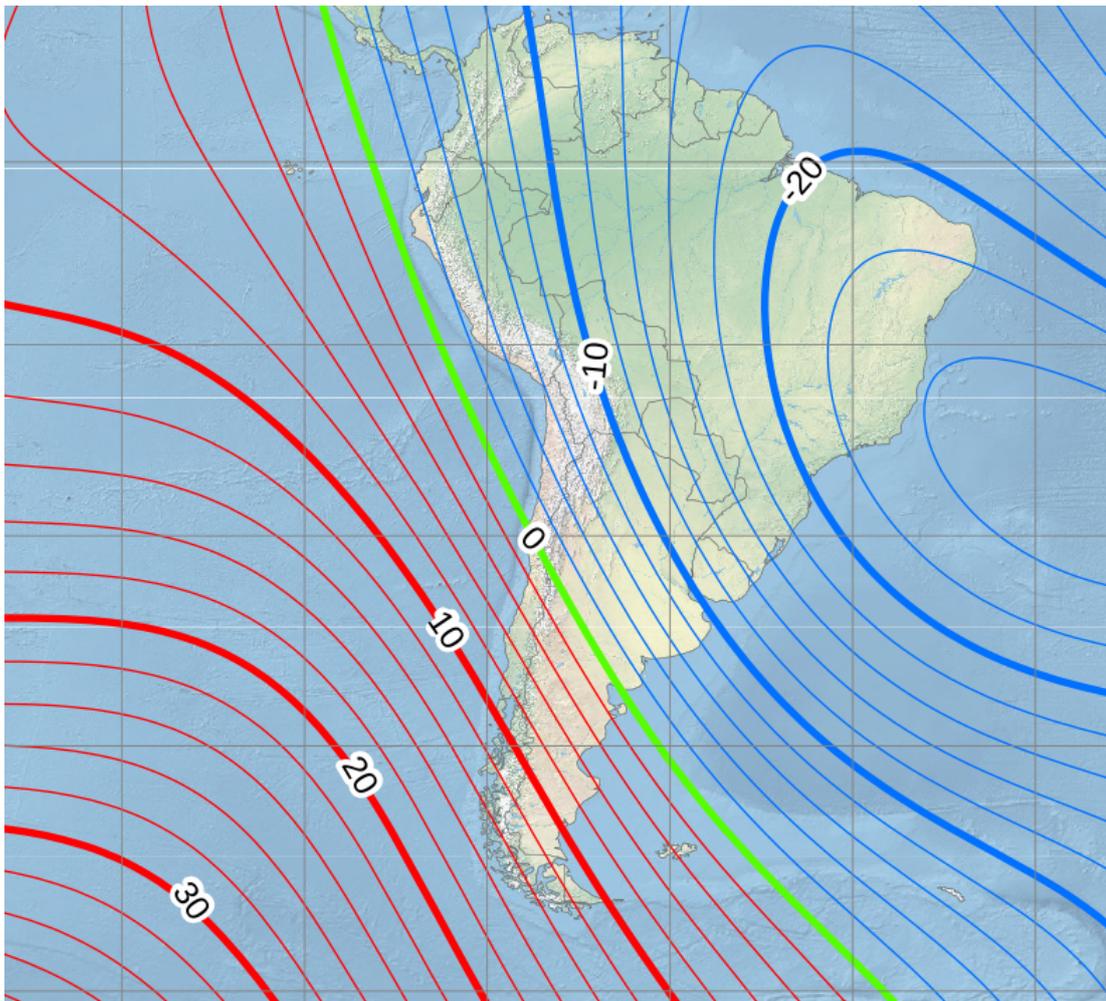


Fonte: autor (2020).

A declinação magnética varia sobre a superfície terrestre. A Figura 8 apresenta as declinações magnéticas sobre a América do Sul, Oceanos Pacífico e Atlântico de acordo com o *World Magnetic Model* de 2020 publicado pela Associação Oceânica e Atmosférica Nacional

dos Estados Unidos - NOAA (2019). Devido a variação ao longo do tempo, esse modelo é atualizado periodicamente com as novas declinações em torno do globo.

Figura 8 – Declinação magnética sobre a América do Sul de acordo com o Modelo Magnético Mundial de 2020. Declinações positivas apontam à leste do norte geográfico enquanto as negativas apontam para oeste. As linhas marcam separações de 2°.



Fonte: NOAA (2019).

Conhecendo a posição geográfica do veículo no planeta é possível obter o valor da declinação magnética e corrigir a direção instantânea medida, que não necessariamente coincide com o ângulo de *bearing*.

2.4 INSTRUMENTOS DE NAVEGAÇÃO

Sistemas de navegação inercial são implementações modernas da navegação estimada (*dead-reckoning*) (NEBYLOV; WATSON, 2016). A ideia é iniciar um trajeto em uma posição conhecida no espaço, sabendo a direção e a velocidade do deslocamento, e descobrir através de cinemática básica a posição futura em determinado instante de tempo.

O termo inercial não tem relação direta com o sistema de coordenadas inercial, mas sim com o princípio de inércia. Um corpo em repouso só sairá deste estado caso uma força externa atue no sistema. Conhecendo a força aplicada e sua direção, é possível encontrar a aceleração e então integrar para determinar a velocidade e a posição final do corpo.

Há duas categorias de INS: gimbal ou amarrado (*strapdown*). No sistema com gimbal, os sensores de aceleração são montados em uma plataforma isolada do veículo em termos de rotação, não exigindo um sensor de variação angular para determinar deslocamento. No sistema amarrado, os sensores são presos ao veículo, o que é mais simples mecanicamente, mas exige computações para lidar com a variação contínua de orientação. Isso, contudo, não é problema para os computadores embarcados atuais. Em ambos os casos, o acoplamento dos sensores inerciais em um único dispositivo é chamado de unidade de medição inercial (IMU).

Quando em conjunto com um instrumento de medição de campo magnético, o IMU compõe o que é chamado de sensor MARG (*Magnetic, Angular Rate and Gravity*), capaz de determinar orientação do veículo em três dimensões.

2.4.1 Acelerômetro

Segundo Nebylov e Watson (2016), o acelerômetro, dispositivo ilustrado na Figura 9, mede a força específica aplicada em si. Da segunda lei de Newton, a força específica é definida por:

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \mathbf{a} \quad (30)$$

Contudo, devido a existência do campo gravitacional terrestre, a força medida não é a mesma prevista por Newton, que leva em conta o referencial inercial. Acelerômetros medem, portanto, a combinação da aceleração newtoniana com a força específica de reação à gravidade:

$$\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{g} \quad (31)$$

A Equação 31 é chamada de sensibilidade do acelerômetro. Para determinar a aceleração aplicada, o campo gravitacional deve ser constantemente medido e usado para corrigir a força específica, de acordo com a Equação 32. Se o sensor está em queda livre no vácuo, $\mathbf{f} = 0$, pois $\mathbf{a} = \mathbf{g}$.

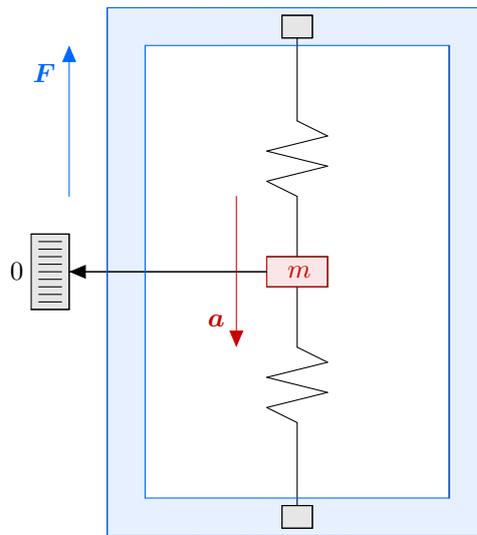
$$\mathbf{a} = \mathbf{f} + \mathbf{g} \quad (32)$$

Acelerômetros MEMS são compostos por pelo menos três componentes básicos: um corpo de prova, uma suspensão para o corpo e um ponto de coleta que relacionará o deslocamento do corpo à uma tensão de saída (AGGARWAL et al., 2010). A posição de equilíbrio da massa é calibrada como aceleração zero. O deslocamento gerado pela força aplicada é medido e então passa por um processo de amplificação para indicar aceleração.

Há algumas categorias de acelerômetros MEMS de acordo com a transdução utilizada internamente. Os principais são: piezo-resistivo, capacitivo, piezoelétrico e por tunelamento. O mais usual é o acelerômetro capacitivo, em que capacitores diferenciais usam o corpo de

prova como contato comum dos eletrodos de polaridade oposta. As vantagens desse tipo de acelerômetro são alta sensibilidade, baixo efeito da temperatura, saída linear e baixa dissipação de potência. Quanto maior o capacitor, melhor a resposta, o que limita a eficiência de sensores muito pequenos.

Figura 9 – Funcionamento básico do acelerômetro. Quando uma força F é aplicada na estrutura do sensor, a massa interna m possui deslocamento relativo tal que uma aceleração a é gerada no sentido oposto da força.



Fonte: adaptado de Aggarwal et al. (2010, p. 18).

2.4.2 Giroscópio

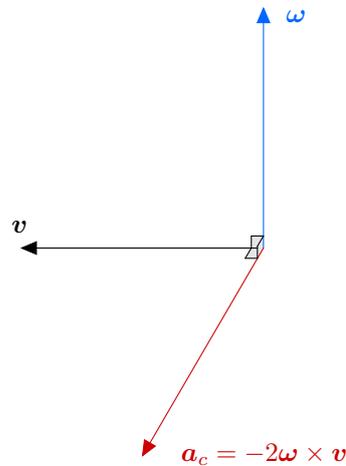
O instrumento que determina a variação na orientação de um veículo é o giroscópio. Esse dispositivo normalmente mede a taxa de variação de ângulo em torno de um eixo específico, mas algumas variantes conseguem medir diretamente o deslocamento angular, poupando esforço computacional para integração do resultado.

Os giroscópios MEMS usam corpos de prova ao invés de elementos rotativos; se baseiam no princípio de transferência de energia entre dois modos de vibração de uma estrutura devido à força de Coriolis (AGGARWAL et al., 2010). Para uma dada velocidade angular, a magnitude da aceleração de Coriolis é relacionada à velocidade do corpo pela relação:

$$a_c = -2\omega \times v \quad (33)$$

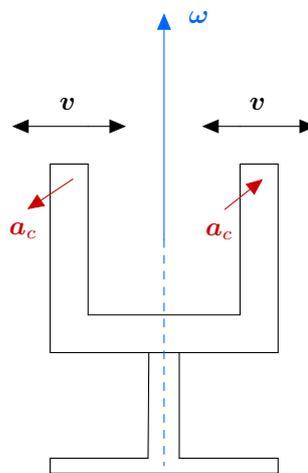
Tal que a aceleração na Equação 33 é ortogonal à velocidade v de excitação e à direção da velocidade angular ω , como nas Figuras 10 e 11.

Figura 10 – Aceleração de Coriolis gerada pela rotação ω e velocidade induzida v .



Fonte: adaptado de Titterton e Weston (2004, p. 193).

Figura 11 – O modelo de giroscópio MEMS mais convencional possui formato de diapasão. Duas hastes são excitadas na direção de v . Quando o sistema rotaciona na direção ω , a força de Coriolis surge na direção ortogonal. A aceleração a_c é medida e convertida em velocidade angular.



Fonte: adaptado de Aggarwal et al. (2010, p. 23).

2.4.3 Magnetômetro

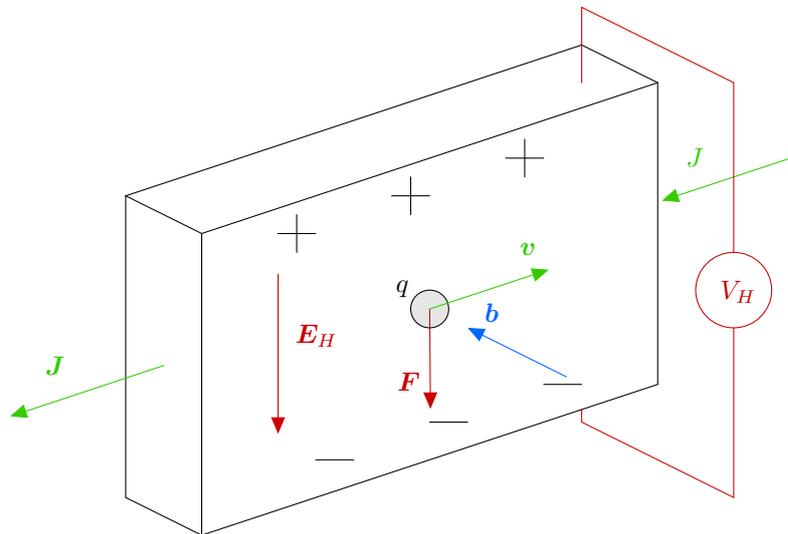
Desenvolvida pelos chineses há mais de 2 mil anos (NEBYLOV, 2012), a bússola é capaz de apontar para o polo norte magnético da Terra, próximo o suficiente do polo norte geográfico para ser tomado como referência ao definir direções no plano horizontal do observador. Atualmente, dispositivos que medem o campo magnético em aplicações aeroespaciais são os magnetômetros eletrônicos.

Quando um acelerômetro e um giroscópio estão alinhados com o referencial de

navegação, a componente da gravidade que age sobre os sensores ajuda a determinar orientação nas direções perpendiculares ao campo gravitacional. A rotação de guinada, contudo, possui referencial indeterminado. Para isso, o magnetômetro indica uma segunda referência: a direção do fluxo magnético terrestre, definindo para onde a nave aponta em relação ao norte geográfico.

Os sensores magnéticos mais comuns são baseados no efeito Hall, desenvolvido em 1879 por Edwin Herbert Hall. Quando um campo magnético com densidade de fluxo \mathbf{b} é aplicado perpendicular ao sentido de uma corrente \mathbf{I} em material condutor, as cargas q sofrem o efeito de uma força \mathbf{F} gerada na direção ortogonal, chamada força de Lorentz. (RIPKA; TIPEK, 2007).

Figura 12 – Efeito Hall. Um campo magnético em uma placa condutora gera uma força ortogonal com a corrente elétrica. O efeito pode ser medido através da tensão de Hall V_H .



Fonte: adaptado de Ripka e Tipek (2007, p. 175).

Em uma placa condutora como na Figura 12, de espessura t e largura w , a corrente elétrica que atravessa a placa é dada em função da densidade de corrente \mathbf{J} na forma:

$$\mathbf{I} = \mathbf{J}tw \quad (34)$$

A densidade de corrente pode ser expressa em função da velocidade \mathbf{v} de deslocamento das cargas, da densidade de elétrons livres n e da carga elétrica q :

$$\mathbf{J} = qn\mathbf{v} \quad (35)$$

A existência do campo magnético na placa gera a componente magnética da força de Lorentz:

$$\mathbf{F}_m = q(\mathbf{v} \times \mathbf{b}) \quad (36)$$

Essa força envia os elétrons para o polo negativo da placa, gerando diferença de densidade e consequentemente de tensão. O campo elétrico resultante desse efeito é o campo elétrico de

Hall \mathbf{E}_H , que age nos elétrons com força:

$$\mathbf{F}_e = -q\mathbf{E}_H \quad (37)$$

Em regime permanente ambas as forças \mathbf{F}_m e \mathbf{F}_e se equilibram. Assim:

$$\mathbf{E}_H = \mathbf{v} \times \mathbf{b} \quad (38)$$

Substituindo as Equações 34 e 35 em 38:

$$\mathbf{E}_H = \frac{\mathbf{I} \times \mathbf{b}}{qntw} \quad (39)$$

Definindo o coeficiente de Hall $R_H = (qn)^{-1}$, o campo elétrico pode ser medido entre os dois polos da placa através da tensão de Hall V_H :

$$V_H = |\mathbf{E}_H|w = R_H \frac{Ib}{t} \quad (40)$$

A tensão de Hall é o valor medido pelos magnetômetros. Ao posicionar três sensores iguais ortogonais entre si, cada um será capaz de determinar a densidade do fluxo b do campo magnético em uma direção.

2.4.4 Navegação baseada em satélite

Diferente dos sistemas de navegação inercial, que dependem apenas do próprio sensor para realizar medidas, os sistemas de satélite para navegação global são um conjunto de ferramentas que determinam a posição de um objeto sobre a Terra. Como exemplo de constelações de satélites com finalidade de navegação em órbita terrestre, há o americano GPS, o russo GLONASS e o europeu Galileo.

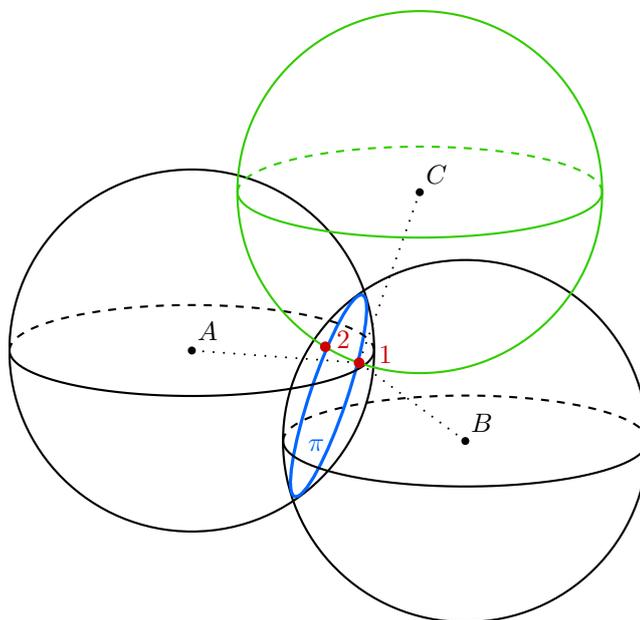
Os GNSS são compostos por um segmento espacial, que contém as constelações de satélites transmitindo a informação de alcance e velocidade através de ondas de rádio; um segmento de usuário, definido pelo receptor que interpreta as informações enviadas e um segmento de controle, que são as estações terrestres responsáveis por monitorar os sinais do satélite e realizar correções de órbita e contagem de tempo quando necessário (NEBYLOV; WATSON, 2016).

O princípio básico de um GNSS é a multilateração de sinais. De acordo com a Figura 13, dois satélites sincronizados no mesmo referencial de tempo enviam sinais; o tempo que os sinais levam do satélite à uma antena pode ser convertido em alcance. No caso tridimensional cada alcance é representado por uma esfera e as possíveis posições da antena receptora estão descritas na circunferência π de intersecção das esferas.

Ao adicionar um terceiro satélite, sua esfera de alcance irá interseccionar a circunferência obtida pelos dois outros satélites em dois pontos. Essa redundância na solução é quebrada ao considerar que em um dos pontos está a Terra e no outro está o espaço. Conhecendo a posição dos satélites, a posição do observador estará sempre abaixo do plano formado

pela constelação (NETO, 2019). Isso, contudo, não resolve todo o problema, pois há quatro incógnitas a serem determinadas: latitude, longitude, altitude e tempo. Um quarto satélite com o relógio sincronizado com os demais é então necessário para resolver o sistema completo de equações, gerando apenas um ponto comum no plano de intersecção.

Figura 13 – Funcionamento do GNSS. O alcance dos satélites A e B terá intersecção em todo o domínio do plano π . Com o satélite C a intersecção estará apenas nos pontos 1 e 2. Supondo que 2 esteja no espaço, a única solução possível para localização é o ponto 1, onde um quarto satélite teria intersecção comum.



Fonte: adaptado de Neto (2019, p. 70).

Desenvolvido pelo Departamento de Defesa americano em 1973, o Navstar GPS determina a posição 3D, a velocidade e o tempo de qualquer observador com um receptor. De acordo com Nebylov e Watson (2016), o GPS foi projetado para fornecer dois tipos de sinais: Serviço de Posicionamento Preciso (PPS) e o Serviço de Posicionamento Padrão (SPS). O PPS, funcionando apenas em equipamentos militares americanos, possui acurácia de alguns decímetros, enquanto o SPS, com erro induzido no sinal, tem essa variação em metros.

A constelação de satélites é composta por 24 unidades operativas e 3 reservas. Os 24 ativos estão divididos em seis órbitas, com 4 satélites em cada. As órbitas estão inclinadas 55° do plano equatorial e espaçadas 60° entre si, com altitude de cerca de 20200 km da superfície da Terra e período de 11 horas e 58 minutos.

Apesar de fornecer dados de navegação que não desviam com o tempo, o GPS pode sofrer interferência de sinal, gerando perda temporária de informação. Fusão com outros

sensores é sugerida para superar esse problema.

2.5 FUSÃO DE SENSORES

A fim de corrigir medições imprecisas ou prever estados com medidas indiretas, algoritmos como o filtro de Kalman utilizam relações estatísticas entre as informações dos instrumentos para determinar a posição correta de um veículo no espaço. Na função de determinar atitude, alternativas como o filtro de Madgwick podem ser ainda mais eficientes.

2.5.1 Noções de estatística

Antes de introduzir a lógica por trás do filtro de Kalman, é necessário definir alguns conceitos estatísticos como variância, covariância e valor esperado.

O valor esperado $\mathbb{E}(X)$ de um conjunto discreto de n valores X é a própria média μ_X do conjunto:

$$\mathbb{E}(X) = \mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (41)$$

Variância mede o quão espalhada uma distribuição de valores está em relação à média. Segundo Wasserman (2004), a variância de uma variável aleatória X com média μ_X pode ser denotada por σ_X^2 e é definida como:

$$\sigma_X^2 = \mathbb{E}(X - \mu_X)^2 = \mathbb{E}(X^2) - \mu_X^2 \quad (42)$$

O desvio padrão é a raiz da variância: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$. Caso duas variáveis aleatórias X e Y sejam dependentes entre si, é possível definir a covariância σ_{XY} como a medida da intensidade entre essa relação. Matematicamente:

$$\sigma_{XY} = \sigma_{YX} = \mathbb{E}((X - \mu_X)(Y - \mu_Y)) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y) \quad (43)$$

Com variáveis independentes, $\sigma_{XY} = 0$.

No caso de múltiplas variáveis, a covariância pode ser organizada em forma matricial. Supondo um vetor bidimensional \mathbf{X} dado por:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

A matriz covariância pode ser escrita como:

$$\sigma_{\mathbf{X}}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \sigma_{X_1 X_2} \\ \sigma_{X_2 X_1} & \sigma_{X_2}^2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

O que é equivalente à:

$$\sigma_{\mathbf{X}}^2 = \mathbb{E}((\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_X)(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_X)^T) \quad (46)$$

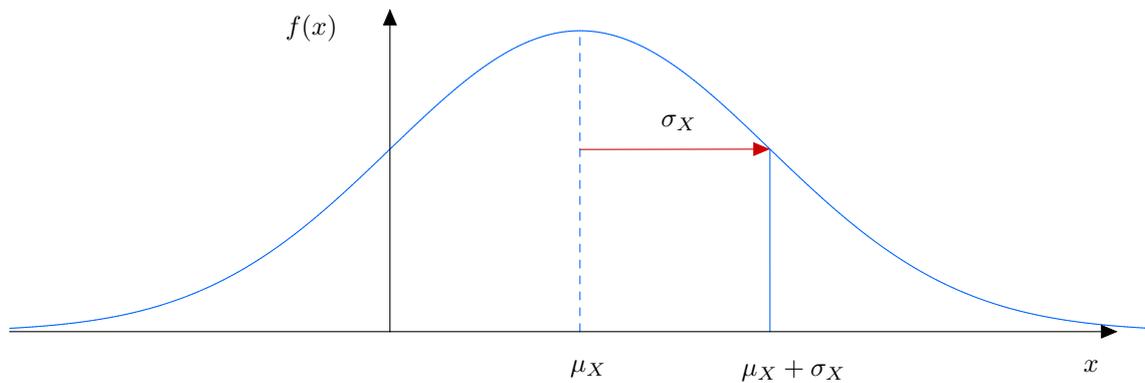
A diferença entre a variável aleatória e seu valor esperado pode ser descrita como um erro. Independente da fonte de erro, a Equação 46 é válida e fundamental para o funcionamento do filtro de Kalman. O filtro, contudo, assume que os desvios do valor real possuem distribuição gaussiana.

Wasserman (2004) define que uma variável aleatória X possui distribuição gaussiana ou normal caso sua função densidade de probabilidade seja dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - \mu_X)^2}{2\sigma_X^2} \right\} \quad (47)$$

Em que x é um valor particular da variável X e $f(x)$ é representada graficamente na Figura 14, juntamente com o desvio padrão σ_X e a média μ_X .

Figura 14 – Distribuição gaussiana de uma variável aleatória X .



Fonte: autor (2020).

Se os ruídos dos sensores forem gaussianos e de média zero, o filtro de Kalman é capaz de removê-los do sinal observado.

2.5.2 Filtro de Kalman

De acordo com Vaseghi (2000), filtros adaptativos são uma classe de métodos de estimativa recursiva de sinais com aplicações como equalização de canais, cancelamento de eco, redução de ruído, rastreamento de posição e velocidade. Funcionam no princípio de estimar um sinal ruidoso minimizando uma função de erro entre o valor que sai do filtro e o valor esperado.

Rudolf E. Kalman (1960) propôs uma solução recursiva para o problema de filtrar dados discretos. Sua eficiência foi comprovada a nível suficiente para o filtro ser utilizado no sistema de navegação das missões Apollo, em que as trajetórias entre a Terra e a Lua deviam ser bem determinadas para o sistema de controle trabalhar de acordo (GREWAL; ANDREWS, 2010).

No filtro de Kalman, uma equação de estado modela a dinâmica da geração de sinais, enquanto uma equação de observação modela a distorção e o ruído aplicado no sinal limpo. O

filtro assume que os parâmetros estatísticos são conhecidos e disponíveis para uso, porém na prática, esses valores precisam ser estimados a cada iteração.

O filtro é dividido em três etapas: inicialização, predição e correção. A inicialização ocorre apenas quando o filtro é acionado, nela são definidos valores iniciais para o estado \mathbf{x} analisado, assim como incerteza é associada à essa primeira estimativa por uma matriz covariância \mathbf{P} , em que cada posição na diagonal principal representa a incerteza do estado correspondente no vetor \mathbf{x} .

A predição e a correção ocorrem a cada iteração do filtro. Na etapa preditiva, uma matriz de estados \mathbf{A} relaciona o valor de estado estimado na iteração anterior $\mathbf{x}_{est,i-1}$ com a nova estimativa $\mathbf{x}_{est,i}$. Contudo, tratando de um sistema dinâmico, o resultado é sujeito a ações externas que podem alterar a saída do filtro. Isso é levado em conta pelo termo sinal de controle \mathbf{u} , que contém os efeitos externos ao sistema, junto com a matriz escala de controle \mathbf{B} , que faz o sinal externo corresponder à alteração no estado estimado final. Em termos matemáticos:

$$\mathbf{x}_{est,i} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_{est,i-1} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_i \quad (48)$$

Junto com a predição do estado, é necessário predizer o erro associado. A atualização da matriz incerteza de estimativa é dada por:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{i-1} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (49)$$

Onde \mathbf{Q} é a matriz covariância do ruído processual que contém as variâncias geradas pelo sinal de controle e alteram o comportamento limpo do sistema.

Se um sensor mede um estado, os valores dessas medições são representadas pelo vetor \mathbf{z} , chamado vetor de observação. A diferença entre a medição e o valor estimado é dado pelo fator de inovação \mathbf{y} :

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{z}_i - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{est,i} \quad (50)$$

\mathbf{H} é a matriz escala de medições, com função de normalizar as unidades dos valores medidos com os valores estimados. Caso todos os valores entrem no filtro com unidades compatíveis, a matriz \mathbf{H} pode ser representada por uma matriz identidade ou até omitida já que não causa efeito nas multiplicações.

Na etapa de correção surge \mathbf{K} , o ganho de Kalman. Ele define o quanto a observação ou a estimativa afetam o novo estado calculado a cada iteração. Caso $\mathbf{K}_i = 0$ então $\mathbf{x}_{est,i} = \mathbf{x}_{est,i-1}$. Caso $\mathbf{K}_i = 1$ então $\mathbf{x}_{est,i} = \mathbf{z}_i$. A correção da estimativa é dada por:

$$\mathbf{x}_{est,i} \leftarrow \mathbf{x}_{est,i} + \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{y}_i \quad (51)$$

Com \mathbf{K}_i definido como:

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{H}^T \cdot (\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (52)$$

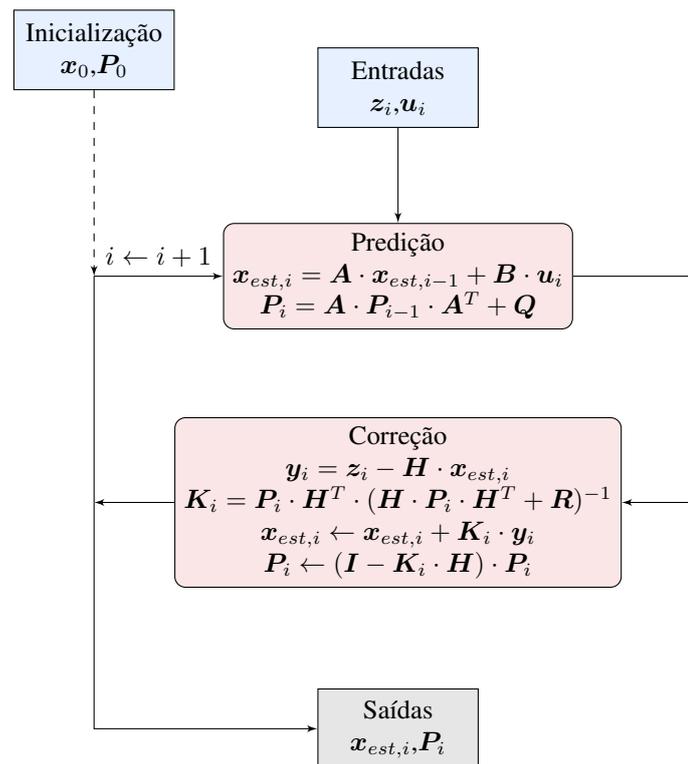
Em que \mathbf{R} é a matriz covariância das medidas, definindo o erro associado ao instrumento de medição. Para \mathbf{K} tender a zero, o erro da predição deve ser muito menor que o erro da medição, o que explica a constatação anterior.

Por fim, basta corrigir a matriz incerteza de estimativa, que após manipulações matemáticas, com I sendo uma matriz identidade, é expressa na forma:

$$P_i \leftarrow (I - K_i \cdot H) \cdot P_i \quad (53)$$

Todo esse processo se repete a cada atualização de tempo do sistema dinâmico, como apresentado na Figura 15, convergindo rapidamente com o efeito do ganho de Kalman.

Figura 15 – Diagrama representando a sequência do filtro de Kalman Linear.



Fonte: autor (2020).

Na literatura, os passos descritos compõem a implementação mais simples do filtro, conhecido como filtro de Kalman Linear. Esse formato possui dificuldade de estimar com fidelidade o comportamento de sistemas não lineares. Como alternativa, a linearização das equações antes da obtenção das estimativas ocorre no chamado de filtro de Kalman Estendido. A dificuldade de implementação desse modelo e sua eficiência apenas em intervalos de tempo em que o estado estimado seja quase linear motivou pesquisadores como Julier e Uhlmann (1997) a desenvolver o chamado *Unscented Kalman Filter*, com desempenho superior aos demais filtros.

Este trabalho, contudo, limitou-se em implementar o filtro de Kalman na sua forma menos rebuscada, considerando que o filtro de Madgwick lida com a parte não linear do problema, restando apenas as equações de movimento retilíneo para as matrizes de Kalman a cada passo de tempo.

2.5.3 Filtro de Madgwick

O objetivo do filtro de Madgwick (2010) é fornecer orientação estimada pela fusão dos sinais do giroscópio, acelerômetro e magnetômetro. Apesar da solução já existir com o uso do filtro de Kalman, há os problemas da alta taxa de amostragem exigida pelos sensores, a complexidade de implementação e o grande consumo de memória para armazenar as matrizes que operam o filtro. Como alternativa, Sebastian O. H. Madgwick desenvolveu e publicou um algoritmo que reduz os problemas associados ao esforço computacional, baseado em quatérnions, e provado por autores como Ludwig e Burnham (2018) ter desempenho comparável ao filtro de Kalman para determinação de atitude.

O giroscópio fornece a taxa de variação angular em torno de cada eixo no sistema de referência do sensor: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. Escrevendo no formato de quatérnions, o vetor que contém esses sinais é:

$${}^s\boldsymbol{\omega} = \left\{ 0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z \right\} \quad (54)$$

A orientação, contudo, é desejada no sistema de referência de navegação. Como passo intermediário, é possível determinar a taxa de variação angular da Terra relativo ao referencial do sensor:

$${}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{\omega} = \frac{1}{2} {}^s_n\mathbf{q} \otimes {}^s\boldsymbol{\omega} \quad (55)$$

Integrando a variação angular do referencial de navegação relativo ao referencial do sensor no intervalo de tempo Δt , com ${}^s_n\mathbf{q}_{est,t-1}$ sendo a última orientação estimada pelo filtro, é possível obter a orientação do referencial NED em relação ao referencial do giroscópio:

$${}^s_n\mathbf{q}_{\omega,t} = {}^s_n\mathbf{q}_{est,t-1} + {}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t}\Delta t \quad (56)$$

Apesar do acelerômetro medir a força específica imposta sobre si no referencial do sensor, para determinação de atitude é assumido como sua única medida a intensidade e consequentemente a direção do campo gravitacional. O magnetômetro mede o campo magnético da Terra mas também recebe influência do fluxo magnético local, gerando interferências. Para o filtro, será usado apenas o campo magnético do planeta.

Se a direção de um campo terrestre é conhecido no referencial de navegação, a direção no referencial do sensor irá permitir determinar a orientação relativa à Terra. Conhecendo apenas um dos campos, é possível definir a orientação com dois ângulos de Euler e uma incógnita na mesma direção do campo. Em algumas aplicações isso é suficiente, mas a solução completa com quatérnions pode ser obtida utilizando dois campos.

Um campo de forças genérico na Terra possui direção ${}^n\hat{\mathbf{d}}$, enquanto esse mesmo campo, medido relativo ao sensor, possui direção ${}^s\hat{\mathbf{s}}$. A atitude do sensor relativo à navegação é dada pela orientação ${}^s_n\mathbf{q}$ que alinha as direções ${}^n\hat{\mathbf{d}}$ e ${}^s\hat{\mathbf{s}}$. Isso acontece quando a diferença entre os dois vetores é mínima, e pode ser solucionada com um algoritmo de otimização. O autor utiliza o método de gradiente descendente.

$$\min_{{}^s_n\mathbf{q} \in \mathbb{R}^4} f({}^s_n\mathbf{q}, {}^n\hat{\mathbf{d}}, {}^s\hat{\mathbf{s}}) \quad (57)$$

$$\mathbf{f}({}^s_n\mathbf{q}, {}^n\hat{\mathbf{d}}, {}^s\hat{\mathbf{s}}) = {}^s_n\mathbf{q}^* \otimes {}^n\hat{\mathbf{d}} \otimes {}^s_n\mathbf{q} - {}^s\hat{\mathbf{s}} \quad (58)$$

O algoritmo genérico pode servir para resolver o problema usando os campos gravitacional e magnético da Terra. No referencial NED, a gravidade tem valor unitário na direção z tal que:

$${}^n\hat{\mathbf{g}} = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \right\} \quad (59)$$

Enquanto o sensor mede a aceleração no próprio referencial na forma:

$${}^s\mathbf{a} = \left\{ 0 \quad {}^s a_x \quad {}^s a_y \quad {}^s a_z \right\} \quad (60)$$

As orientações do sensor que diminuem a diferença entre a gravidade medida nele e a gravidade na Terra são dadas pela solução:

$$\min_{{}^s_n\mathbf{q} \in \mathbb{R}^4} \mathbf{f}({}^s_n\mathbf{q}, {}^n\hat{\mathbf{g}}, {}^s\hat{\mathbf{a}}) \quad (61)$$

O campo magnético da Terra, por sua vez, é simplificado possuindo duas componentes, uma no eixo horizontal e outra no eixo vertical:

$${}^n\hat{\mathbf{b}} = \left\{ 0 \quad {}^n b_x \quad 0 \quad {}^n b_z \right\} \quad (62)$$

Enquanto o magnetômetro mede em todas as direções do seu referencial:

$${}^s\hat{\mathbf{b}} = \left\{ 0 \quad {}^s b_x \quad {}^s b_y \quad {}^s b_z \right\} \quad (63)$$

As soluções são dadas de forma independente, para orientações devido a cada campo, por uma linha de possibilidades.

$$\min_{{}^s_n\mathbf{q} \in \mathbb{R}^4} \mathbf{f}({}^s_n\mathbf{q}, {}^n\hat{\mathbf{b}}, {}^s\hat{\mathbf{b}}) \quad (64)$$

Combinando ambas soluções, é encontrado um resultado único que define a orientação do sensor que satisfaz tanto o campo gravitacional quanto o magnético.

Para aumentar a acurácia da orientação estimada, é realizada a fusão das orientações obtidas pelo giroscópio com as orientações do acelerômetro e magnetômetro a cada passo de tempo.

A orientação estimada, em termos de um ganho β é dada por:

$${}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{est,t} = {}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} - \beta {}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{\epsilon,t} \quad (65)$$

$${}^s_n\mathbf{q}_{est,t} = {}^s_n\mathbf{q}_{est,t-1} + {}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{est,t}\Delta t \quad (66)$$

Em que ${}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{\epsilon,t}$ é a direção do erro de ${}^s_n\dot{\mathbf{q}}_{est,t}$ estimado pelo acelerômetro e pelo magnetômetro.

O ganho β define quanto a estimativa calculada pelo giroscópio é priorizada em relação à estimativa pelo acelerômetro e magnetômetro. Definido em termos da média $\tilde{\omega}_\beta$ dos erros estimados em cada eixo do giroscópio, o ganho é:

$$\beta = \left\| \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}} \otimes \{0 \quad \tilde{\omega}_\beta \quad \tilde{\omega}_\beta \quad \tilde{\omega}_\beta\} \right\| = \sqrt{\frac{3}{4}} \tilde{\omega}_\beta \quad (67)$$

O autor do filtro obteve valores ótimos de β como 0,033 no filtro sem magnetômetro e 0,041 com os três sensores.

O filtro de Madgwick pode ser implementado tal como proposto originalmente pois possui aplicação única em determinação de orientação. Por outro lado, o filtro de Kalman deve ser moldado para estimar deslocamento e velocidade levando em conta as características dos dados de entrada.

3 METODOLOGIA

Considerando as características de cada sensor, do microcontrolador e dos filtros de fusão de dados, neste capítulo serão abordadas as etapas de implementação de um sistema de navegação. Os algoritmos de fusão de sensores irão determinar atitude, deslocamento e velocidade de um quadricóptero buscando minimizar os erros de medição em casos simulados e experimentais.

3.1 DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

Acoplado em um só módulo sensores para os três mensurandos, o IvenSense MPU-9250 é capaz de medir e informar força específica f , taxa de variação angular ω e campo magnético b . Para definir a orientação do veículo relativo ao referencial de navegação, o sensor envia os dados ao microcontrolador Espressif ESP-WROOM-32 apresentado na Figura 16. Esse microcontrolador possui dois núcleos de processamento, o que permite que algoritmos operem em paralelo sem perda de desempenho, além de módulos de comunicação Bluetooth e Wi-Fi, úteis para monitoramento em tempo real do sistema embarcado.

Figura 16 – O módulo DOIT Esp32 DevKit V1 utilizado no sistema integra o microcontrolador ESP-WROOM-32.



Fonte: autor (2020).

Internamente o módulo MPU-9250 apresentado na Figura 17 possui dois dispositivos. O primeiro é um MPU-6500, composto de três acelerômetros e três giroscópios com disposição ortogonal. O outro é o sensor AK8963, que mede intensidade do campo magnético. A orientação dos dispositivos é ilustrada na Figura 18. Algumas características dos sensores são informadas na especificação da fabricante, como apresentado nas Tabelas 1, 2 e 3.

O giroscópio e o acelerômetro possuem quatro modos de operação distintos, em que o aumento da faixa de medição compromete a sensibilidade. Conhecendo a aplicação do sensor, é possível determinar qual o melhor modo a ser escolhido. Por exemplo, assumindo que um

quadricóptero comercial não deve alcançar uma aceleração de 2 g, um acelerômetro embarcado no veículo terá melhor desempenho no modo 0 conforme Tabela 1, o que foi selecionado para os testes experimentais.

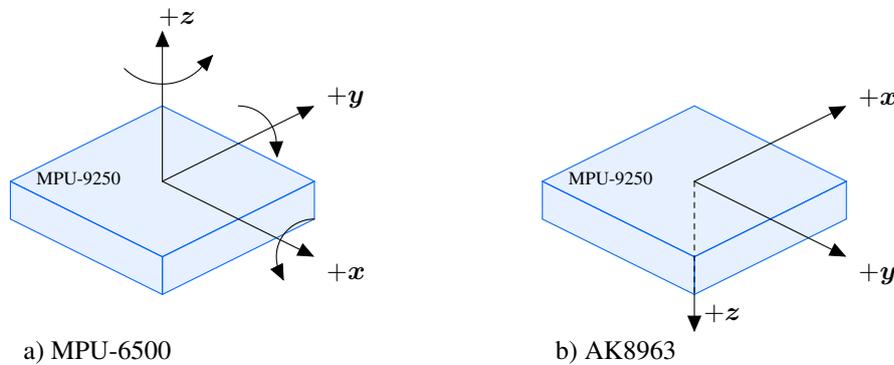
O magnetômetro possui dois modos de operação, um com informação armazenada em 14 bits e outro em 16 bits. O aumento de resolução é proporcional à sensibilidade, o que justifica utilizá-lo no modo 1, conforme Tabela 3.

Figura 17 – Módulo MPU-9250.



Fonte: TKD IvenSense (2016).

Figura 18 – Eixos de referência dos sensores na placa: a) referência utilizada pelo MPU-6500; b) referência utilizada pelo AK8963.



Fonte: adaptado de IvenSense Inc. (2014, p. 38).

Tabela 1 – Parâmetros do acelerômetro fornecidos pela fabricante.

Modo	Resolução	Sensibilidade	Faixa de Medição
0	16 bits	16384 LSB/g	± 2 g
1	16 bits	8192 LSB/g	± 4 g
2	16 bits	4096 LSB/g	± 8 g
3	16 bits	2048 LSB/g	± 16 g

Fonte: IvenSense Inc. (2014).

Tabela 2 – Parâmetros do giroscópio fornecidos pela fabricante.

Modo	Resolução	Sensibilidade	Faixa de Medição
0	16 bits	131 LSB/(°/s)	±250 °/s
1	16 bits	65,5 LSB/(°/s)	±500 °/s
2	16 bits	32,8 LSB/(°/s)	±1000 °/s
3	16 bits	16,4 LSB/(°/s)	±2000 °/s

Fonte: IvenSense Inc. (2014).

Tabela 3 – Parâmetros do magnetômetro fornecidos pela fabricante.

Modo	Resolução	Sensibilidade	Faixa de Medição
0	14 bits	0,6 µT/LSB	±4800 µT
1	16 bits	0,15 µT/LSB	±4800 µT

Fonte: IvenSense Inc. (2014).

Os dados enviados pelos sensores estão em unidades de bit menos significativo (LSB), devendo passar por uma correção de unidade e então redução de desvios. Isso ocorre através do processo de calibração.

3.1.1 Calibração

Tanto o acelerômetro quanto o giroscópio são calibrados com o referencial zero. Quando não está em movimento, é esperado que o giroscópio informe velocidade angular nula nas três direções. O acelerômetro, se perfeitamente perpendicular à direção da gravidade, deve mostrar aceleração nula em $^s x$ e $^s y$ e aceleração de 1 g na direção $^s z$.

Nos testes realizados, o acelerômetro foi configurado no modo 0, com faixa de medição de até 2 g. Para esse modo, a informação pura (*raw*) enviada pelo sensor em LSB deve ser convertida para unidades de gravidade através do fator de escala 16384 LSB/g na forma:

$$\mathbf{a}_{scl} [g] = \frac{\mathbf{a}_{raw} [LSB]}{16384 [LSB/g]} \quad (68)$$

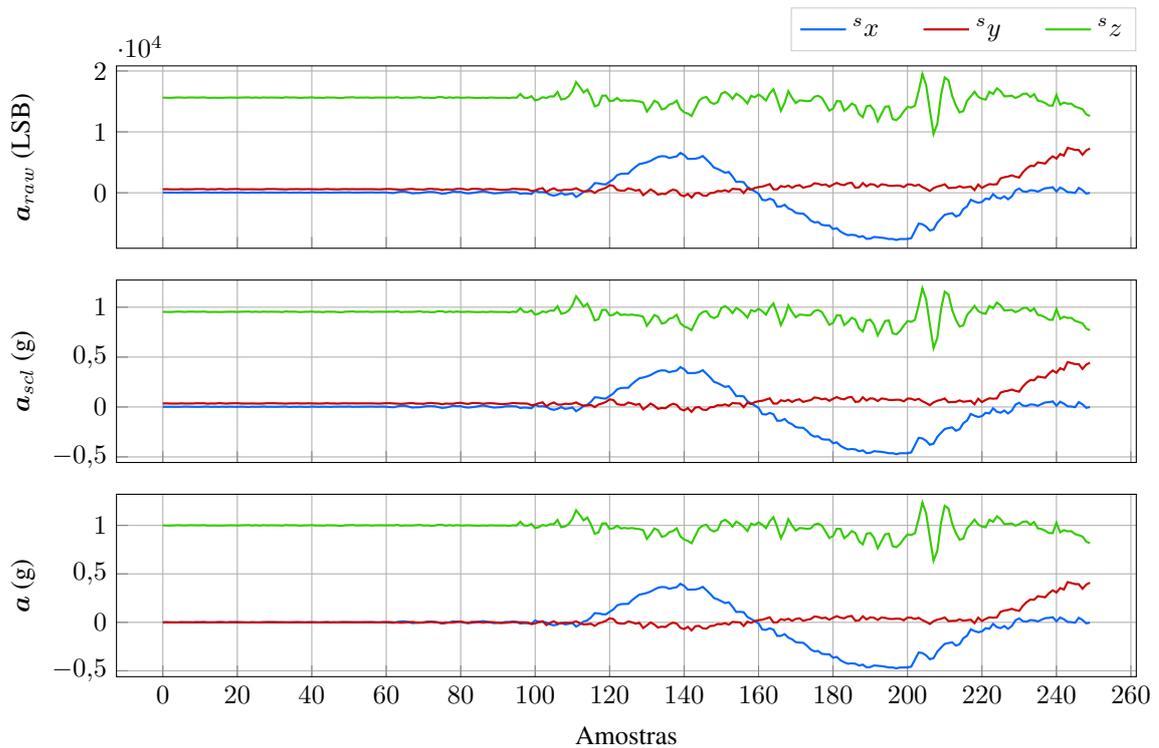
Os valores corrigidos em escala são usados no processo de calibração. Com o acelerômetro em repouso em uma superfície plana, 100 amostras das três direções são coletadas. Uma entrada espúria nesse processo é a inclinação da superfície, que pode desalinhar o eixo $^s z$ e a gravidade. Considerando que o sensor está adequadamente posicionado em uma superfície perpendicular à gravidade, é correto afirmar que:

$$\mathbf{a}_{bias} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \mathbf{a}_{scl,i} - \left\{ 0 \ 0 \ 1 \right\} \quad (69)$$

Como apresentado na Figura 19, o desvio médio de cada componente da aceleração é removido das novas medições:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{scl} - \mathbf{a}_{bias} \quad (70)$$

Figura 19 – Modificação do valor de aceleração ao longo do processo de calibração. O primeiro gráfico apresenta valores de menor bit significativo lidos diretamente do sensor; o segundo gráfico ajusta as unidades de acordo com a Equação 68; no último gráfico o desvio do valor real é corrigido com a Equação 70.



Fonte: autor (2020).

O giroscópio também foi configurado no modo 0, conforme Tabela 2, medindo até $250^\circ/s$ com sensibilidade $131 \text{ LSB}/(^\circ/s)$. Assim, a informação de variação angular do sensor deve ser corrigida como:

$$\omega_{scl} [^\circ/s] = \frac{\omega_{raw} [\text{LSB}]}{131 [\text{LSB}/(^\circ/s)]} \quad (71)$$

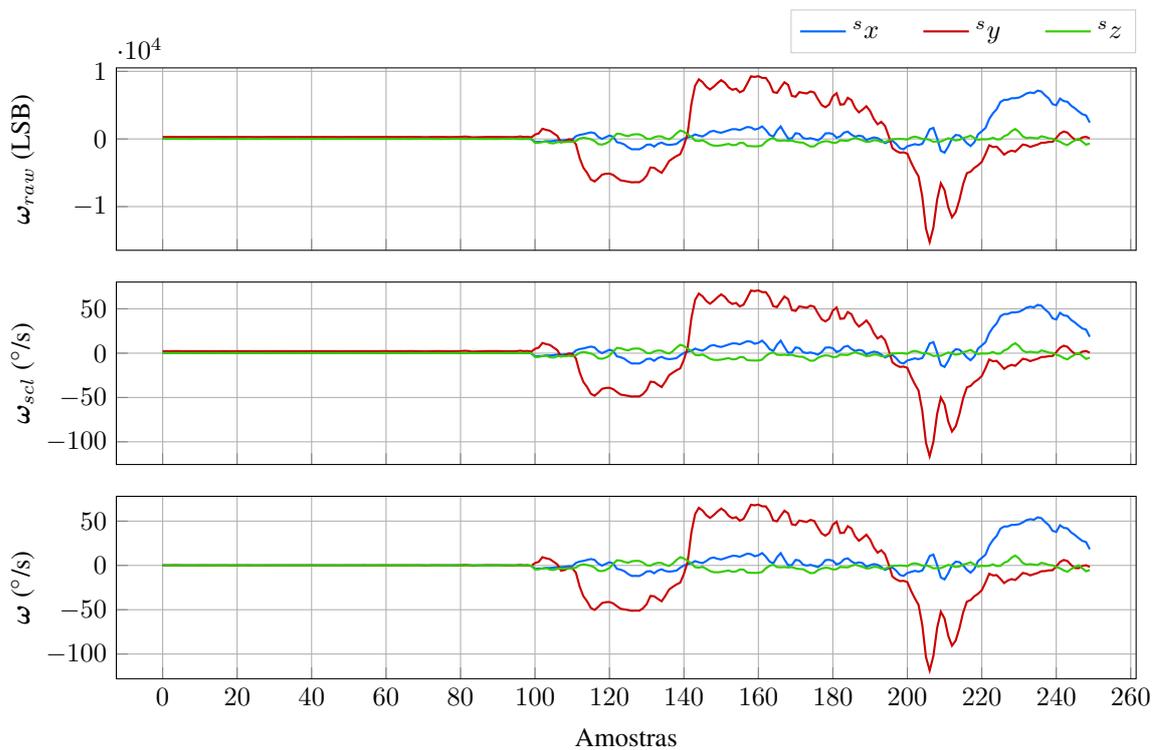
Da mesma forma que com o acelerômetro, o giroscópio tem sinal calibrado com a remoção do desvio de zero calculado pela média de 100 amostras. O valor esperado em repouso é $\omega = \{0, 0, 0\}$ e, diferente do caso anterior, não possui entrada espúria devido à inclinação da superfície de calibração. Portanto, o desvio do giroscópio é dado pela própria média das medidas em repouso:

$$\omega_{bias} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \omega_{scl,i} \quad (72)$$

Os desvios do giroscópio são removidos de acordo com a Equação 73 e os resultados são apresentados na Figura 20.

$$\omega = \omega_{scl} - \omega_{bias} \quad (73)$$

Figura 20 – Modificação do valor de velocidade angular ao longo do processo de calibração. O primeiro gráfico apresenta valores de menor bit significativo lidos diretamente do sensor; o segundo gráfico ajusta as unidades de acordo com a Equação 71; no último gráfico o desvio do valor real é corrigido com a Equação 73.



Fonte: autor (2020).

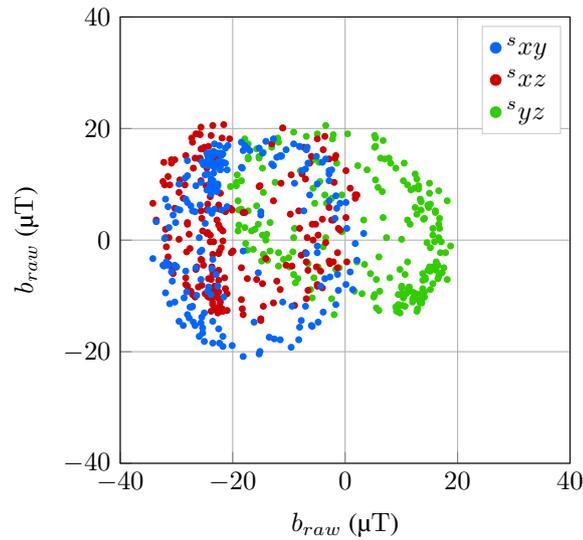
A calibração do magnetômetro é realizada de forma diferente dos outros sensores. Por não possuir valor estático conhecido, todo o campo de medições deve ser avaliado antes de aplicar os fatores de correção. O ajuste de unidades ocorre baseando-se na Tabela 3, com fator de escala de $0,15 \mu T/LSB$.

Os três sensores internos do magnetômetro devem ser capazes de medir a mesma densidade de fluxo de campo magnético ao apontar em uma mesma direção, tal que ao posicionar o dispositivo em todas as orientações possíveis, o resultado tridimensional esperado das medições compõe uma esfera. Um sensor de campo magnético, porém, sofre os efeitos chamados *soft iron* e *hard iron*. O resultado b_{raw} do sensor com correção de escala em três planos pode ser observado na Figura 21.

De acordo com Stanley e Lee (2018), *soft iron* é o efeito gerado pela distorção não

permanente do campo magnético local por materiais que geram impedância para o fluxo magnético, como baterias, fios e placas de circuito. Esse efeito é responsável pelo achatamento da esfera de campo magnético em cada plano, resultando em um elipsoide.

Figura 21 – Medições realizadas pelo magnetômetro antes da calibração em unidades de μT em três planos diferentes.



Fonte: autor (2020).

Para corrigir o *soft iron* existem algoritmos matemáticos complexos, como os baseados em estimadores de mínimos quadrados como proposto por Gebre-Egziabher et al. (2001) e Gebre-Egziabher (2007) ou baseados em máxima verossimilhança, como proposto por Vasconcelos et al. (2011). Em ambiente com pouca distorção magnética, contudo, uma abordagem simplista é suficiente. Para tornar o elipsoide mais esférico, é possível aplicar um fator de escala em cada direção de tal forma que o alcance médio dos resultados será o mesmo para todas. No início é necessário calcular o raio médio das direções na forma:

$$\begin{aligned} R_x &= (\max(b_x) - \min(b_x))/2 \\ R_y &= (\max(b_y) - \min(b_y))/2 \\ R_z &= (\max(b_z) - \min(b_z))/2 \end{aligned} \quad (74)$$

Onde os valores máximos e mínimos são retirados de uma primeira amostragem. O raio médio total \bar{R} é dado pela Equação 75 e é assumido como o raio esperado pela esfera final.

$$\bar{R} = (R_x + R_y + R_z)/3 \quad (75)$$

As escalas em cada direção são dadas então por:

$$\begin{aligned} b_{scale,x} &= \bar{R}/R_x \\ b_{scale,y} &= \bar{R}/R_y \\ b_{scale,z} &= \bar{R}/R_z \end{aligned} \quad (76)$$

tal que o resultado corrigido para *soft iron* é dado pela Equação 77 e apresentado na primeira Figura 22. Por estar medido em um campo com poucas interferências, não houve grande efeito de correção.

$$\mathbf{b}_{soft} = \mathbf{b}_{raw} \cdot \mathbf{b}_{scale} \quad (77)$$

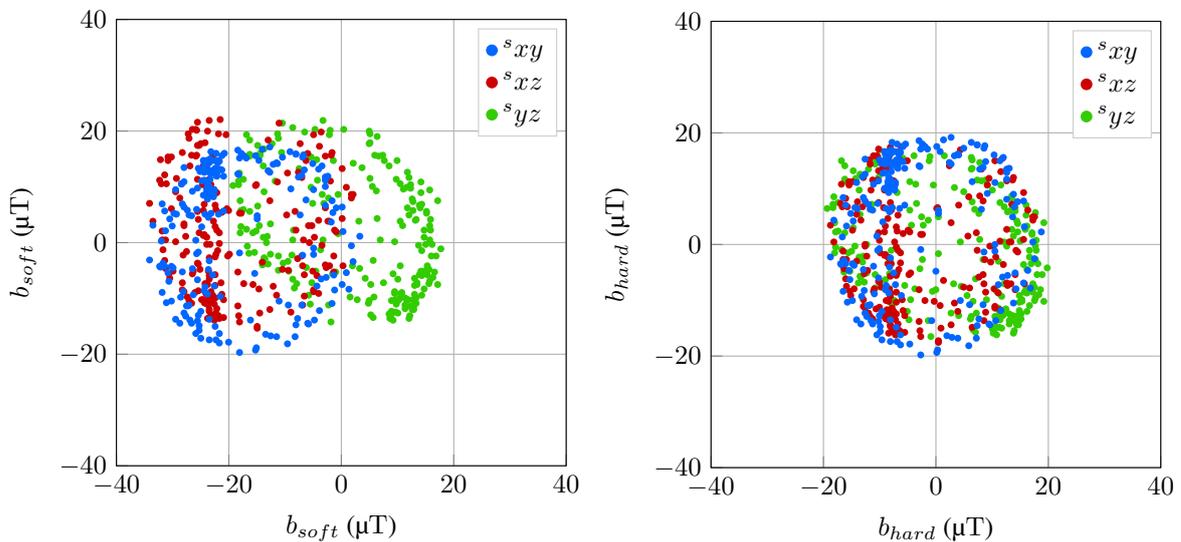
Hard iron é o efeito de distorção constante devido a componentes que geram o próprio campo magnético próximo do sensor. Diferente do *soft iron*, que é gerado pelo ambiente, o *hard iron* é um efeito do dispositivo que desloca a esfera de campo magnético do centro do gráfico, modificando a faixa de medição. Para correção, basta conhecer a posição do centro da esfera. Calculando a média da faixa de medição nas três direções:

$$\begin{aligned} b_{bias,x} &= (\max(b_x) + \min(b_x))/2 \\ b_{bias,y} &= (\max(b_y) + \min(b_y))/2 \\ b_{bias,z} &= (\max(b_z) + \min(b_z))/2 \end{aligned} \quad (78)$$

Basta subtrair esse desvio de zero da medida original como na Equação 79, com resultado apresentado na segunda Figura 22.

$$\mathbf{b}_{hard} = \mathbf{b}_{raw} - \mathbf{b}_{bias} \quad (79)$$

Figura 22 – Correções de dois erros no magnetômetro individualmente. A primeira figura apresenta a correção para *soft iron*. A segunda apresenta a correção para *hard iron*.

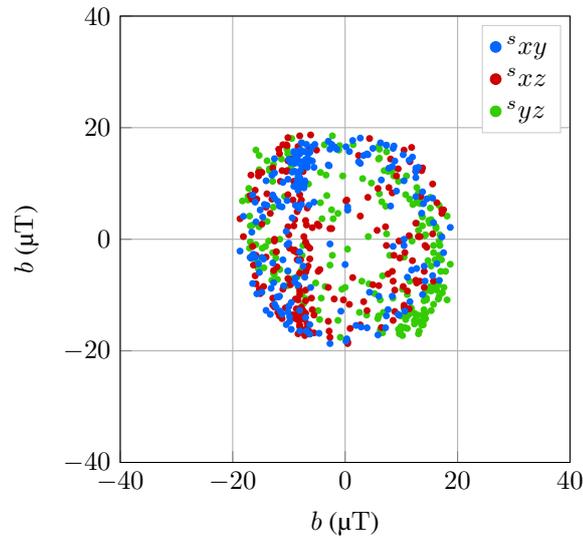


Fonte: autor (2020).

Ao aplicar ambas as correções no resultado do magnetômetro como na Equação 80, a medição se comportará como na Figura 23. Se os dados usados na calibração forem adequados, os valores de \mathbf{b}_{scale} e \mathbf{b}_{bias} não precisarão ser alterados e todas as novas medidas após a correção estarão de acordo com a esfera esperada.

$$\mathbf{b} = (\mathbf{b}_{raw} - \mathbf{b}_{bias}) \cdot \mathbf{b}_{scale} \quad (80)$$

Figura 23 – Medições do magnetômetro corrigidas em *soft iron* e *hard iron* simultaneamente.



Fonte: autor (2020).

É possível notar a coerência da calibração pelo raio final da esfera. De acordo com o World Magnetic Model 2020 (NOAA, 2019), o campo magnético na superfície terrestre possui intensidade aproximadamente entre 25 μT e 65 μT . O sul do Brasil, contudo, está sobre influência da Anomalia do Atlântico Sul, que reduz a intensidade para menos de 23 μT .

O valor da intensidade não deixa explícita a direção do fluxo magnético. Utilizando a ferramenta *Single Point Calculator* fornecida pela NOAA (2019), são calculadas as componentes do campo magnético terrestre para a data e posição geográfica do experimento, como apresentado na Tabela 4. Mesmo que os testes tenham sido realizados no referencial do sensor, os valores da Figura 23 estão de acordo com a tabela quanto à intensidade horizontal.

Tabela 4 – Informações oficiais sobre o campo magnético local durante os experimentos com o magnetômetro (Dezembro de 2019, Otacílio Costa - Santa Catarina). A intensidade horizontal é o valor da intensidade resultante entre as componentes norte N e leste E , enquanto a intensidade total inclui a componente vertical D .

Intensidade	Valor
Componente N	16,5 μT
Componente E	-5,6 μT
Componente D	-14,3 μT
Horizontal	17,4 μT
Total	22,5 μT

Fonte: NOAA (2019).

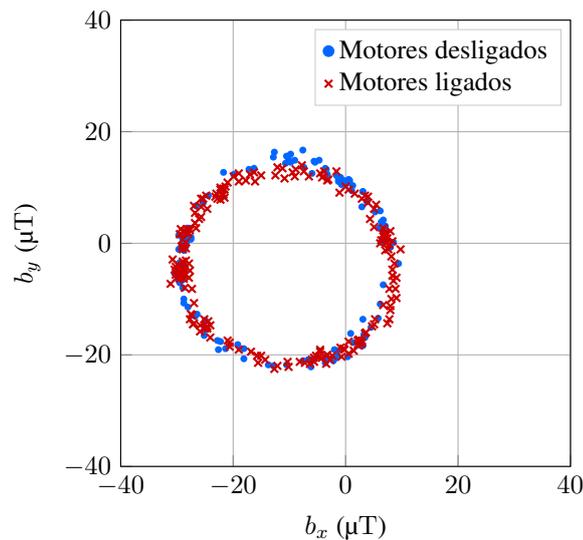
Com os erros determinados pela calibração dos sensores, a cada leitura a informação passa pelo processo de escala e então de correção de desvio. A partir desse ponto os dados estão prontos para alimentar o filtro de Madgwick.

3.1.2 Aplicação do filtro de Madgwick

Há duas maneiras de utilizar o filtro de Madgwick. Como o objetivo é determinar orientação relativa ao referencial de navegação, o funcionamento do algoritmo completo exige a presença de sinais do magnetômetro. Contudo, o autor do filtro permitiu que, caso não haja um valor de campo magnético disponível, a posição inicial do sensor será usada como referência. Isso é útil em ambientes com distorção magnética em que a calibração é impraticável, por exemplo, no sistema embarcado em um quadricóptero com os motores ligados.

A influência dos motores foi testada e pode ser visualizada na Figura 24, que mostra como o campo magnético gerado não altera significativamente as medições do magnetômetro no plano xy . Nesse teste os efeitos de *soft* e *hard iron* não foram corrigidos, o que explica a descentralização do gráfico.

Figura 24 – Comparação entre leituras puras de campo magnético no plano xy quando os motores do quadricóptero estão ativos e inativos.



Fonte: autor (2020).

Um campo magnético distorcido pode ser mais prejudicial à determinação de direção do que sua ausência. Mesmo que os motores não atrapalhem a leitura durante o voo, não é possível garantir que nenhum efeito externo alterará a orientação definida pelo sensor magnético. A solução é calibrar o sensor em um ambiente com campo bem determinado e utilizar o filtro de Madgwick completo até a convergência da direção norte. Após essa etapa, o magnetômetro é desativado e o filtro passa a operar apenas com o acelerômetro e o giroscópio.

De acordo com a Figura 18, os referenciais do MPU-6500 e do AK8963 não são os mesmos. Para que o sensor responda no referencial de navegação sem alteração no algoritmo

de Madgwick, os eixos do magnetômetro serão trocados de acordo com as relações:

$$\begin{aligned} {}^s\boldsymbol{\omega} &= \{ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z \} \\ {}^s\mathbf{a} &= \{ a_x \ a_y \ a_z \} \\ {}^s\mathbf{b} &= \{ b_y \ b_x \ -b_z \} \end{aligned} \quad (81)$$

Apesar do acelerômetro e do magnetômetro terem sinais normalizados dentro do filtro, não exigindo unidades de medidas específicas, os valores são inseridos em m/s^2 e μT respectivamente. Os dados do giroscópio devem estar em rad/s .

Com os sensores parados, o filtro de Madgwick utilizando magnetômetro converge para a direção do norte magnético. Conhecendo a declinação magnética local δ , é possível corrigir o quatérnio de saída ${}^s_n\mathbf{q}$ com uma rotação em torno do eixo ${}^n z$ que subtrai o desvio do norte geográfico. De acordo com Kuipers (1999), essa rotação pode ser expressa como:

$${}^n\mathbf{q}_\delta = \left\{ \cos \frac{-\delta}{2} \quad 0 \quad 0 \quad \sin \frac{-\delta}{2} \right\} \quad (82)$$

O quatérnio é então corrigido por:

$${}^s_n\mathbf{q} \leftarrow {}^s_n\mathbf{q} \otimes {}^n\mathbf{q}_\delta \quad (83)$$

O algoritmo fornece como resposta a orientação do sensor relativo ao referencial de navegação em forma de quatérnio. Esse resultado é útil para determinar a direção da gravidade relativa ao sensor pela equação:

$${}^s\hat{\mathbf{g}} = {}^s_n\mathbf{q}^* \otimes {}^n\mathbf{g} \otimes {}^s_n\mathbf{q} \quad (84)$$

Como a gravidade no referencial de navegação é:

$${}^n\mathbf{g} = \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \} \quad (85)$$

as componentes da gravidade relativas ao sensor serão:

$$\begin{aligned} {}^s g_x &= 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ {}^s g_y &= 2(q_0 q_1 + q_2 q_3) \\ {}^s g_z &= q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{aligned} \quad (86)$$

A aceleração medida pelo sensor pode se tornar independente do campo gravitacional da Terra. Chamada aceleração linear, é dada pela Equação 87, em que ${}^s\mathbf{g}$ é a gravidade no referencial do sensor e deve estar em unidades de m/s^2 .

$${}^s\mathbf{a}_{lin} = {}^s\mathbf{a} - {}^s\mathbf{g} \quad (87)$$

No referencial de navegação, a aceleração linear será:

$${}^n\mathbf{a} = {}^s_n\mathbf{q} \otimes {}^s\mathbf{a}_{lin} \otimes {}^s_n\mathbf{q}^* = \{\ddot{N}, \ddot{E}, \ddot{D}\} \quad (88)$$

e pode ser usada para determinar posição e velocidade junto com as informações do GPS.

O quatérnio também permite calcular a orientação em termos de ângulos de Euler segundo as Equações 10, 11 e 12. Contudo, resolvendo esses ângulos com o quatérnio ${}^s_n\mathbf{q}$, a atitude será referente ao sistema de navegação. Para determinar rolagem e arfagem do veículo de forma adequada, é necessário rotacionar o quatérnio para o sistema do corpo/sensor.

A direção de guinada do veículo referente ao sistema de navegação é calculada como:

$$\psi = \arctan\left(\frac{2q_1q_2 + 2q_0q_3}{1 - 2q_2^2 + 2q_3^2}\right) \quad (89)$$

Da mesma forma que ocorreu para declinação magnética, essa rotação apenas em torno do eixo nz pode ser expressa em termos de quatérnios:

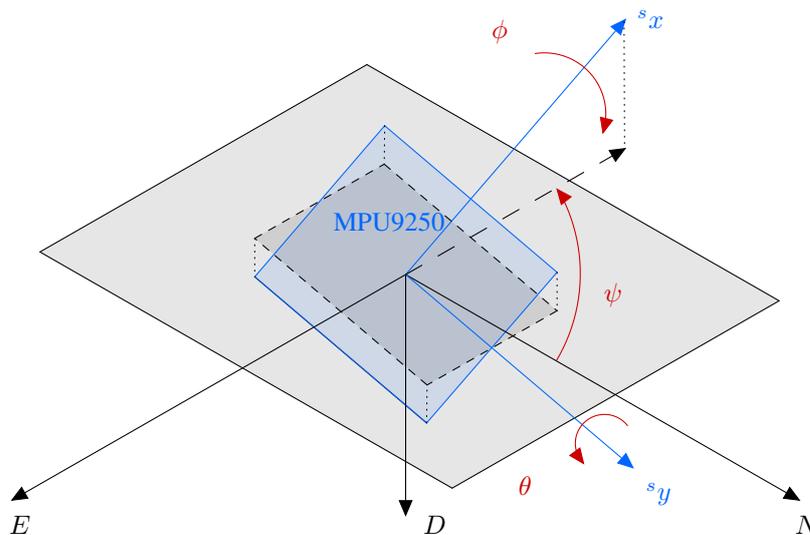
$${}^n\mathbf{q}_\psi = \left\{ \cos\frac{-\psi}{2} \quad 0 \quad 0 \quad \sin\frac{-\psi}{2} \right\} \quad (90)$$

Sendo assim possível rotacionar todo o sistema de referência de volta para o referencial do corpo:

$${}^s\mathbf{q} = {}^s_n\mathbf{q}^* \otimes {}^n\mathbf{q}_\psi \quad (91)$$

A Equação 91 define um referencial fixo no eixo z de rotação, tal que qualquer alteração de direção no plano xy não é percebida pelo quatérnio. Esse referencial, contudo, está livre para rotacionar nos eixos x e y , o que permite encontrar os ângulos de rolagem e guinada pelas Equações 10 e 11 respectivamente. O ângulo ψ continua sendo determinado pelo quatérnio do referencial de navegação, como na Figura 25.

Figura 25 – Eixos de rotação de interesse: rolagem e guinada no referencial do veículo, arfagem em relação ao norte terrestre.



Fonte: autor (2020).

3.2 DETERMINAÇÃO DE POSIÇÃO E VELOCIDADE

O módulo de GPS u-blox NEO-6M transmite como informação mensagens no padrão NMEA (*National Marine Electronics Association*), que devem ser interpretadas para determinar as coordenadas globais e a velocidade de solo do receptor. Esse processo, contudo, é custoso computacionalmente, levando em conta o número de caracteres que precisam ser lidos até que a informação correta seja encontrada pelo microcontrolador.

Figura 26 – GPS u-blox NEO-6M.



Fonte: u-blox (2011).

Escrita originalmente para Arduino mas funcionando no ESP32, a Tiny GPS++ é uma biblioteca de código aberto bem estabelecida. Capaz de ler as mensagens NMEA e devolver ao usuário de forma efetiva dados como a posição do observador, a direção da sua trajetória e a velocidade com que se desloca. Utilizando-a, não é necessário implementar nenhum algoritmo de baixo nível para coleta de informações do GPS.

De acordo com a Seção 2.3, dadas as informações de coordenadas, a distância d entre cada medição do GPS é calculada pela Equação 21, enquanto a direção desse deslocamento é dado pelo ângulo de bearing B apresentado pela Equação 29. A altitude h já é fornecida nativamente em metros. O deslocamento é decomposto no referencial de navegação como ilustrado pela Figura 27 e a posição absoluta é dada pela soma das variações de deslocamento:

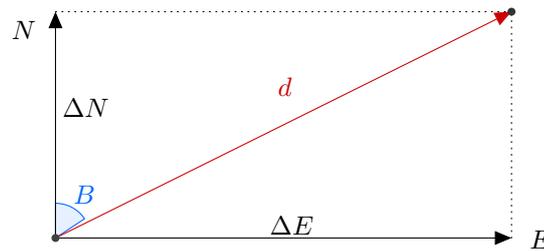
$$\begin{aligned} N &= \sum \Delta N = \sum d \cos B \\ E &= \sum \Delta E = \sum d \sin B \\ D &= \sum \Delta D = h \end{aligned} \quad (92)$$

O GPS também fornece o módulo da velocidade de solo v_g do veículo, que pode ser decomposta como na Figura 28. A velocidade está na mesma direção do deslocamento, assim:

$$\begin{aligned} \dot{N} &= v_g \cos B \\ \dot{E} &= v_g \sin B \\ \dot{D} &= \Delta D / \Delta t \end{aligned} \quad (93)$$

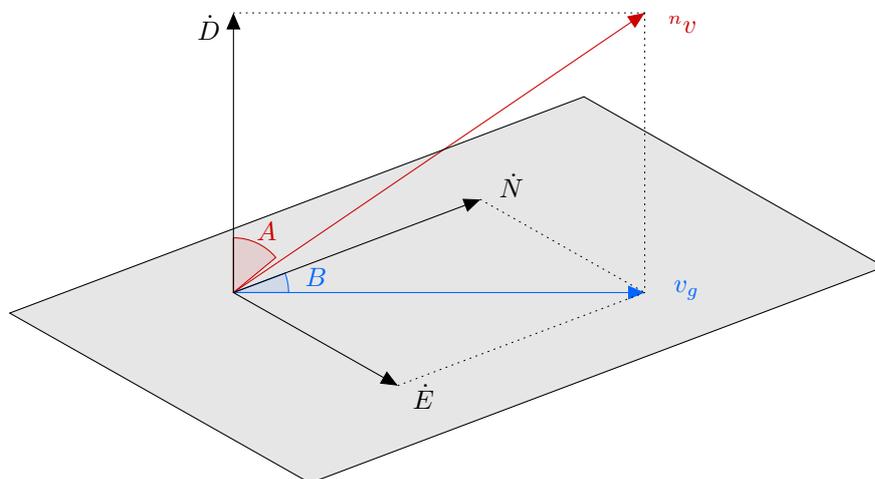
Em que a velocidade na direção D independe da velocidade de solo, mas da variação de posição ΔD e do passo de tempo Δt entre as medições do GPS.

Figura 27 – Projeção do deslocamento nas direções norte e leste.



Fonte: autor (2020).

Figura 28 – Projeção da velocidade no referencial de navegação. O GPS fornece apenas a velocidade de solo v_g . B é o ângulo de bearing e $A = \arctan(v_g/\dot{D})$.



Fonte: autor (2020).

Os dados de deslocamento do GPS são atualizados em uma taxa de 1 Hz, o que é lento para a tomada de decisão de um sistema de controle embarcado em um veículo autônomo como o proposto. A solução, dadas as informações de posição, velocidade e aceleração no referencial de navegação, é inserir esses dados em um filtro de Kalman para estimar, no intervalo em que o GPS não é atualizado, a posição real do veículo.

3.2.1 Implementação do filtro de Kalman

No filtro de Kalman é possível realizar a fusão dos sensores com matrizes que englobam todas as direções NED simultaneamente, contudo, por simplicidade de compreensão o filtro será aplicado à uma direção de cada vez.

O GPS fornece deslocamento X e velocidade \dot{X} em uma dada direção do referencial

de navegação. Sem aceleração, as equações do movimento são:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \dot{X}_0 \Delta t \\ \dot{X} &= \dot{X}_0 \end{aligned} \quad (94)$$

Na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_0 \\ \dot{X}_0 \end{Bmatrix} \quad (95)$$

Que está escrita no formato da Equação 48, tal que a matriz dinâmica de estados é:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (96)$$

E o vetor de estados a ser estimado é composto pela posição e velocidade:

$$\mathbf{x}_{est} = \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix} \quad (97)$$

Com o sinal de aceleração alterando o resultado do sistema, o valor da aceleração na mesma direção dos dados do GPS é o sinal de controle:

$$\mathbf{u} = \left\{ \ddot{X}_{imu} \right\} = \left\{ \ddot{X} \right\} \quad (98)$$

De acordo com as equações de movimento uniformemente variado, a aceleração afeta o deslocamento na forma:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \dot{X}_0 \Delta t + \ddot{X}_0 \frac{\Delta t^2}{2} \\ \dot{X} &= \dot{X}_0 + \ddot{X}_0 \Delta t \end{aligned} \quad (99)$$

Tal que a matriz escala de controle é dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \Delta t^2 / 2 \\ \Delta t \end{Bmatrix} \quad (100)$$

Apesar da aceleração ser medida e inserida no filtro diretamente, a posição e a velocidade precisam de um vetor de observação diferente do vetor de estados:

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} X_{gps} \\ \dot{X}_{gps} \end{Bmatrix} \quad (101)$$

Os valores medidos pelo GPS estão sujeitos a erros. Supondo que a variância dos resultados seja conhecida e que o valor da posição não influencia o erro de velocidade diretamente, de acordo com a Equação 45 a matriz covariância será:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_{gps}}^2 & \sigma_{X_{gps}\dot{X}_{gps}} \\ \sigma_{\dot{X}_{gps}X_{gps}} & \sigma_{\dot{X}_{gps}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_{gps}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{X}_{gps}}^2 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Para Becker (2018), definir a matriz covariância do ruído do processo exige determinar se o ruído será discreto ou contínuo durante o período amostral. No caso discreto, o ruído é constante e é o único responsável por alterar o estado a cada passo de tempo. Supondo velocidade \dot{X} constante, a aceleração \ddot{X} é nula mas pode sofrer variação aleatória $\sigma_{\ddot{X}}^2$.

De forma semelhante à matriz \mathbf{R} , a matriz covariância do ruído do processo é dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{\dot{X}}^2 & \sigma_{X\dot{X}} \\ \sigma_{\dot{X}X} & \sigma_{\ddot{X}}^2 \end{bmatrix} \quad (103)$$

Com as variâncias podendo ser escritas em termos da variação aleatória da aceleração, de acordo com as Equações 42 e 43:

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{X}}^2 &= \mathbb{E}(X^2) - \mu_{\dot{X}}^2 \\ &= \mathbb{E}\left(\left(\ddot{X}\frac{\Delta t^2}{2}\right)^2\right) - \left(\mu_{\ddot{X}}\frac{\Delta t^2}{2}\right)^2 \\ &= \frac{\Delta t^4}{4} \left[\mathbb{E}(\ddot{X}^2) - \mu_{\ddot{X}}^2\right] \\ &= \frac{\Delta t^2}{4} \sigma_{\ddot{X}}^2 \end{aligned} \quad (104)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\ddot{X}}^2 &= \mathbb{E}(\dot{X}^2) - \mu_{\dot{X}}^2 \\ &= \mathbb{E}\left(\left(\ddot{X}\Delta t\right)^2\right) - \left(\mu_{\ddot{X}}\Delta t\right)^2 \\ &= \Delta t^2 \left[\mathbb{E}(\ddot{X}^2) - \mu_{\ddot{X}}^2\right] \\ &= \Delta t^2 \sigma_{\ddot{X}}^2 \end{aligned} \quad (105)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{X\dot{X}} = \sigma_{\dot{X}X} &= \mathbb{E}(X\dot{X}) - \mu_X\mu_{\dot{X}} \\ &= \mathbb{E}\left(\ddot{X}\frac{\Delta t^2}{2}\ddot{X}\Delta t\right) - \left(\mu_{\ddot{X}}\frac{\Delta t^2}{2}\mu_{\ddot{X}}\Delta t\right) \\ &= \frac{\Delta t^3}{2} \left[\mathbb{E}(\ddot{X}^2) - \mu_{\ddot{X}}^2\right] \\ &= \frac{\Delta t^3}{2} \sigma_{\ddot{X}}^2 \end{aligned} \quad (106)$$

Substituindo as Equações 104, 105 e 106 em 103, a matriz covariância do ruído do processo é, portanto:

$$\mathbf{Q} = \sigma_{\ddot{X}}^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^4}{4} & \frac{\Delta t^3}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{2} & \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (107)$$

Como as medidas são obtidas nas mesmas unidades em que o filtro processa os sinais, a matriz \mathbf{H} será a identidade:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (108)$$

Por fim, a matriz incerteza da estimativa, mesmo que atualizada a cada iteração, deve ter um valor ao início do algoritmo de acordo com o chute inicial para posição e velocidade. É suficiente iniciá-la como uma identidade e permitir que convirja para valores mais adequados dentro do filtro. Assim, no início:

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Substituindo as matrizes corretamente nas etapas preditivas e corretivas apresentadas na Seção 2.5.2 os estados podem ser estimados para valores coerentes.

3.2.2 Simulação do filtro de Kalman

Antes de embarcar o algoritmo no microcontrolador, o filtro de Kalman é testado com dados simulados. Três testes são realizados: i) sem ruído, mas com atraso induzido do GPS; ii) sem ruído, mas com perda do sinal de GPS durante um período de 4 segundos; iii) com ruído em todos os sinais.

Seguindo os passos do filtro de Kalman desenvolvido na Seção 3.2.1, o início é dado pela entrada de valores medidos pelos sensores. O filtro é aplicado apenas em duas dimensões, sem considerar a altitude, tal que:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_N &= \{N_{gps}, \dot{N}_{gps}\} \\ \mathbf{z}_E &= \{E_{gps}, \dot{E}_{gps}\} \end{aligned} \quad (110)$$

Enquanto o sinal de controle é dado pela aceleração linear:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_N &= \{\ddot{N}_{mpu}\} \\ \mathbf{u}_E &= \{\ddot{E}_{mpu}\} \end{aligned} \quad (111)$$

As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são dadas pelas Equações 96 e 100 respectivamente, onde Δt é o tempo que o microcontrolador leva para finalizar um ciclo de processamento. Para a simulação, novos dados entrarão no filtro de Kalman a cada 0,04 segundos, que é o tempo médio de escrita no cartão de memória utilizado nos testes experimentais.

O erro das medidas do GPS é informado pelo fabricante u-blox (2011). A posição do observador pode variar em até 2,5 m da posição real, enquanto a velocidade varia em até 0,1 m/s. O erro esperado pelo MPU-9250 está na ficha técnica, contudo, a variância da aceleração deve ser recalculada após a aplicação do filtro de Madgwick. Calibrando o sensor, com os motores do quadricóptero ligados, o erro associado à aceleração é da ordem de 0,3 m/s². Os erros esperados

são então usados para preencher as matrizes covariância da medição R e ruído do processo Q em cada direção, como apresentado nas Equações 112 e 113 respectivamente.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{X_{gps}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{X}_{gps}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5^2 & 0 \\ 0 & 0,1^2 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$Q = \sigma_{\ddot{X}}^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^4}{4} & \frac{\Delta t^3}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{2} & \Delta t^2 \end{bmatrix} = 0,3^2 \begin{bmatrix} \frac{0,04^4}{4} & \frac{0,04^3}{2} \\ \frac{0,04^3}{2} & 0,04^2 \end{bmatrix} \quad (113)$$

Supondo que a navegação terá como referência sempre o ponto de partida do veículo, a primeira estimativa para posição e velocidade são valores nulos e a matriz incerteza de estimativa P é inicializada como uma matriz identidade.

A trajetória escolhida para a simulação é dada pelas equações:

$$\begin{aligned} N(t) &= 15 \cos(0,125t) \\ \dot{N}(t) &= -1,875 \sin(0,125t) \\ \ddot{N}(t) &= -0,234375 \cos(0,125t) \\ E(t) &= 15 \sin(0,25t) \\ \dot{E}(t) &= 3,75 \cos(0,25t) \\ \ddot{E}(t) &= -0,9375 \sin(0,25t) \end{aligned} \quad (114)$$

Ao percorrer por um período de 16π segundos (aproximadamente 50,27 s), o trajeto aparente tem a forma de um "8". Esse percurso, apresentado na Figura 29 foi escolhido por possuir tanto caminhos retilíneos quanto curvas acentuadas, o que abre espaço para análises.

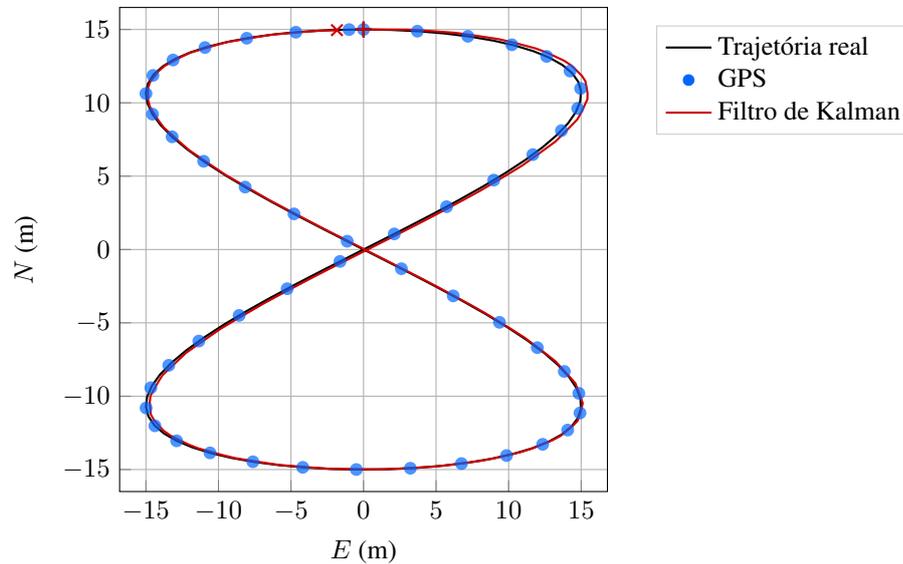
Decompondo os sinais em suas respectivas direções ao longo do tempo, a Figura 30 apresenta o comportamento do filtro para posição e velocidade, com a aceleração considerada correta. O fato de o erro na direção norte ser menor que na direção leste é explicado pela magnitude da variação de posição e velocidade. Com o atraso do GPS, os sinais norte continuam semelhantes ao sinal real, enquanto a direção leste possui divergência nítida entre esses valores.

A Figura 31 compara o erro da observação e do filtro. Sem ruído, periodicamente o sinal simulado das medidas coincide com a posição real. Contudo, até o sinal ser atualizado, o veículo avança na trajetória, aumentando o erro e explicando o comportamento de serra do gráfico. Ao comparar o módulo dos erros apresentados, o erro da estimativa é menor ou igual que o do GPS durante 51,8% do tempo para posição e 61,3% para velocidade.

Para o caminho simulado na Figura 29, o erro de posição é máximo nos trajetos lineares e mínimo durante as curvas acentuadas - definidas pelos picos e vales da direção leste na Figura 30. Isso é causado pois durante o trajeto retilíneo há um maior deslocamento do veículo, tal que no intervalo de 1 segundo para o GPS atualizar, o valor real está mais distante do valor observado do que nas curvas. O inverso ocorre avaliando o erro da velocidade, que é maior nas curvas, devido à aceleração. Isso, contudo, não é uma regra para qualquer deslocamento, mas

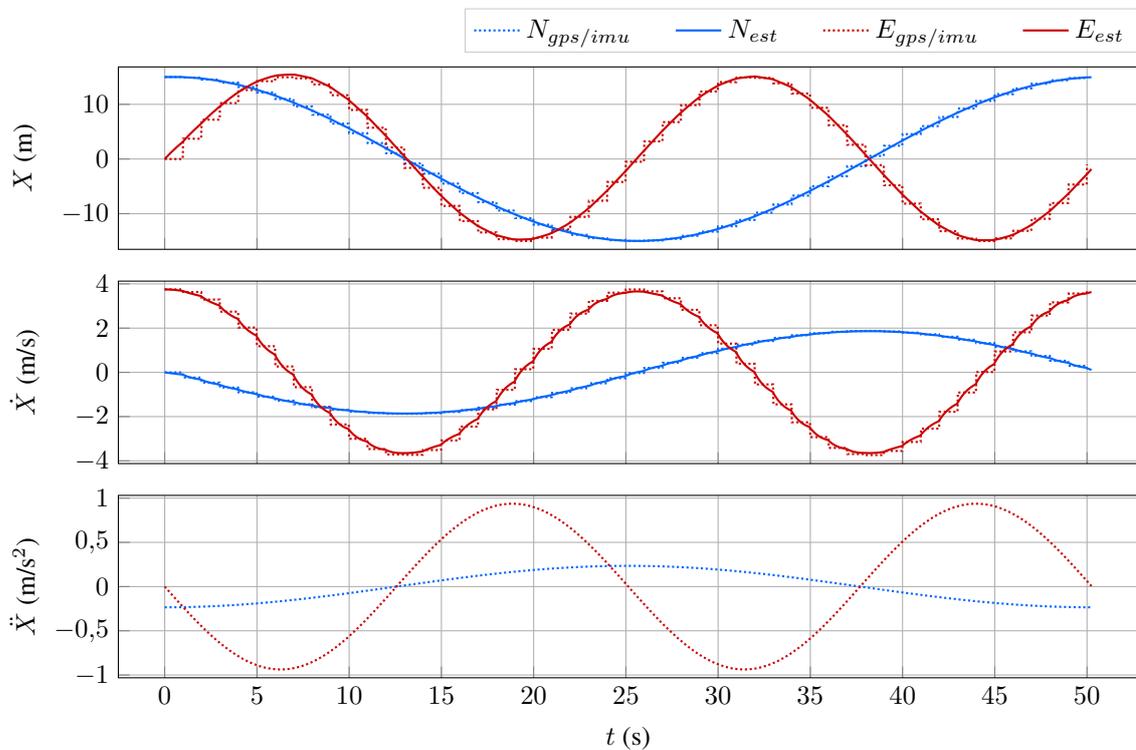
vale para demonstrar como a intensidade da variação do estado afeta a estimativa caso não haja aumento na taxa de atualização da observação.

Figura 29 – Trajetória simulada sem ruídos. Os dados do GPS são periódicos a cada 1 segundo.



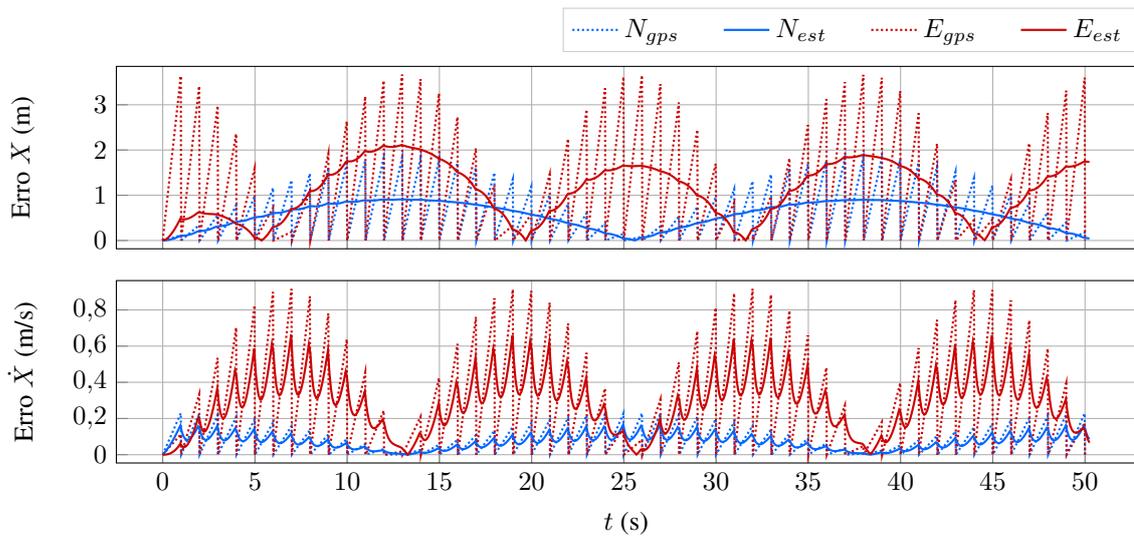
Fonte: autor (2020).

Figura 30 – Sinais simulados sem ruídos na direção norte N_{gps} e leste E_{gps} . As linhas contínuas representam os estados estimados pelo filtro de Kalman, N_{est} e E_{est} .



Fonte: autor (2020).

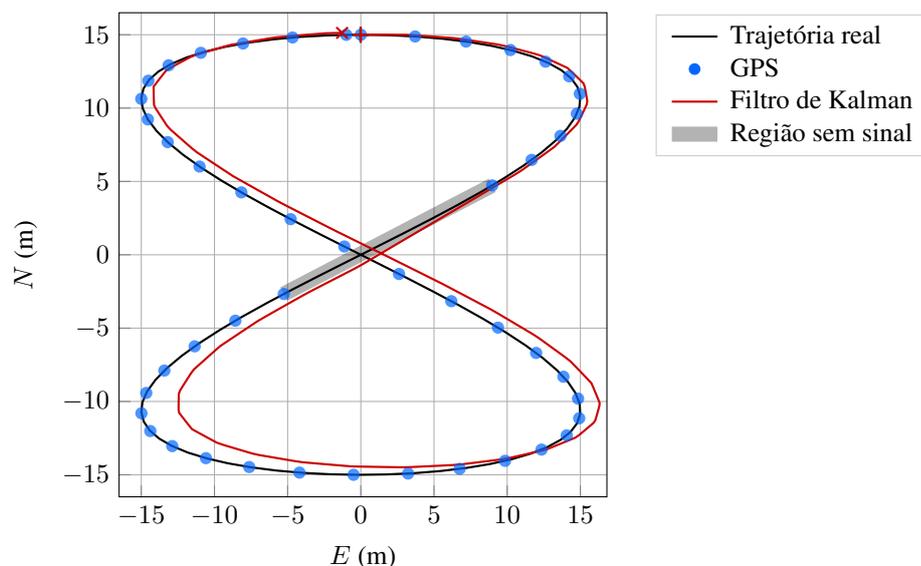
Figura 31 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro, referentes ao valor real.



Fonte: autor (2020).

Mesmo sem ruído, uma das propostas é que o filtro seja capaz de estimar a posição do veículo caso haja perda temporária do sinal de GPS. Sozinha, a aceleração não consegue definir o estado completo por muito tempo, mas consegue assegurar um comportamento coerente com base nos últimos dados de posição e velocidade recebidos.

Figura 32 – Trajetória simulada com perda de sinal do GPS por 4 segundos.



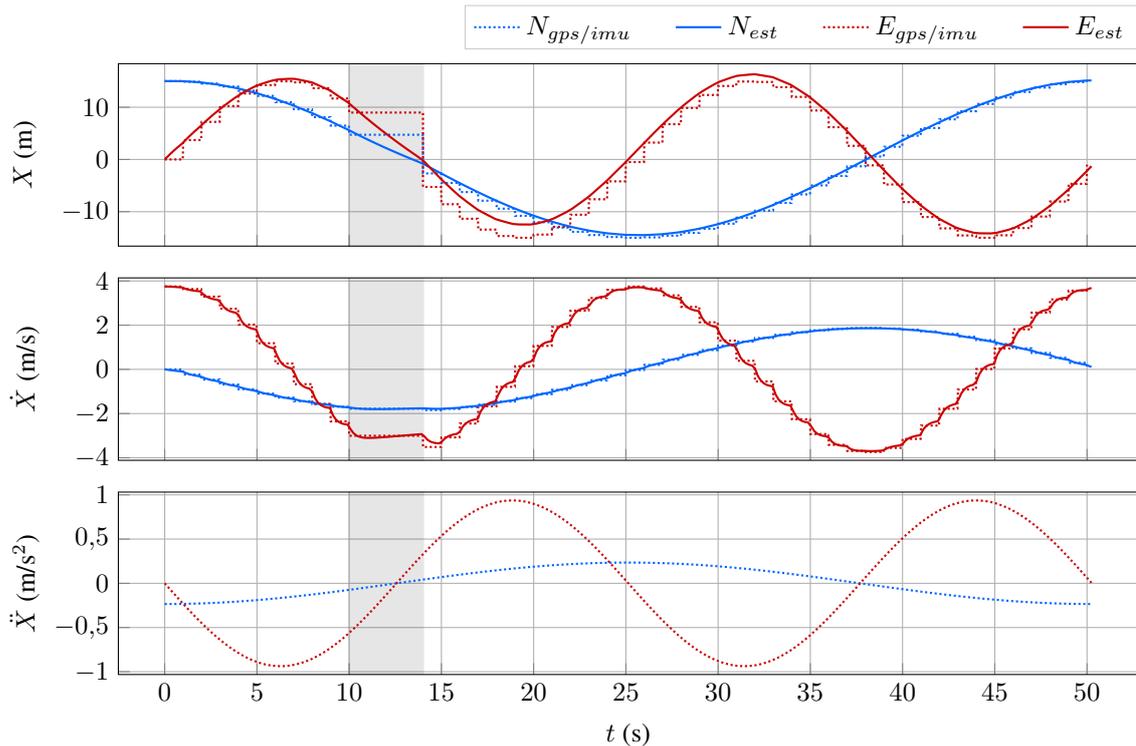
Fonte: autor (2020).

A Figura 32 simula que o GPS perde sinal aos 10 segundos da trajetória e volta a receber informações após 4 segundos. Nesse intervalo, o filtro tende a manter o comportamento linear da última iteração, explicando o desvio do valor real que resulta numa divergência lateral

maior que no caso com todos os dados.

Analisando a variação dos dados no tempo pela Figura 33, é possível notar que após a perda de sinal, a posição na coordenada leste ficou atrasada quando o veículo se desloca em sentido oeste (posição negativa) e adiantada em sentido contrário. Esse efeito não é aparente na velocidade pois a perda de sinal ocorre durante um período de menor aceleração.

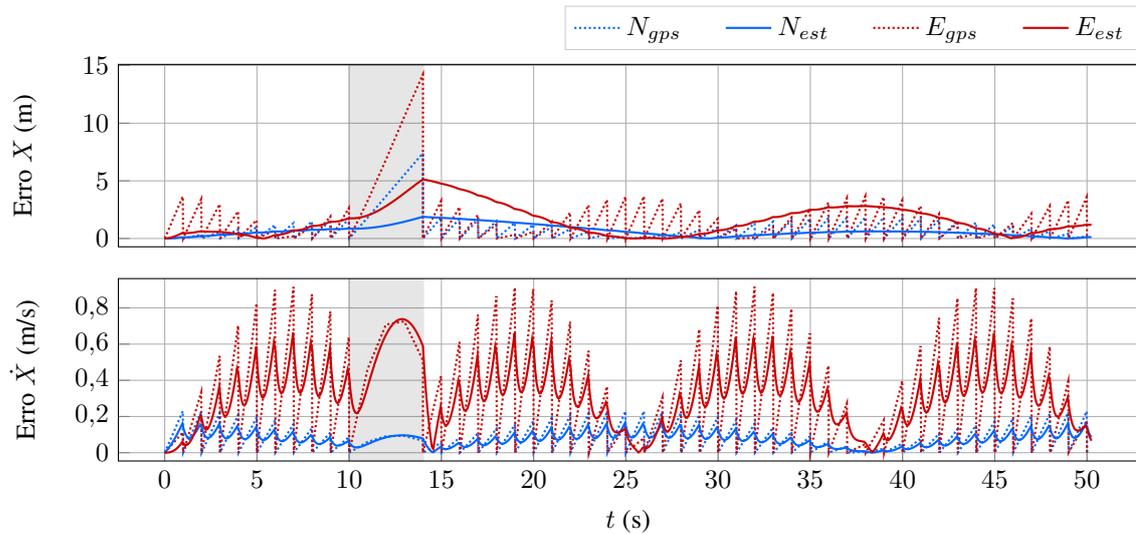
Figura 33 – Sinais simulados sem ruídos, porém com perda de sinal do GPS durante 4 segundos.



Fonte: autor (2020).

O gráfico de erros da Figura 34 mostra o quanto o sinal estagnado diverge do valor verdadeiro tornando a estimativa menos realista, mas ainda assim, mais próxima do valor real que a observação. Após o retorno dos dados do GPS, o filtro inicia sua convergência, garantindo que a posição pelo filtro supere os valores do GPS em 47% do período total. O erro de velocidade estimada se mantém menor que o erro de observação durante 62% do tempo.

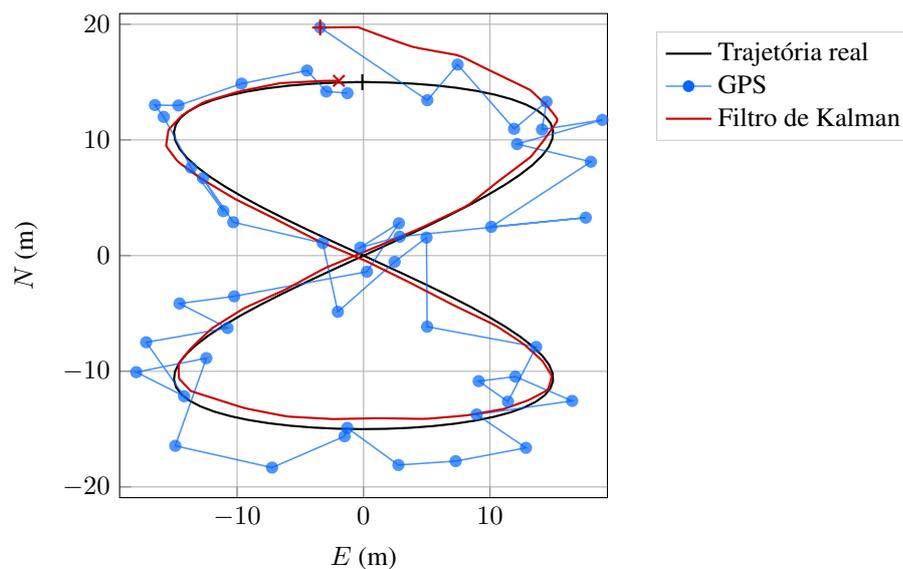
Figura 34 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro com perda do sinal de GPS.



Fonte: autor (2020).

O último teste avalia o comportamento do filtro de Kalman ao receber dados com ruído gaussiano sobre o valor real. Apesar de erros exagerados, pois o GPS não demonstra tanta variação em um veículo em movimento, a Figura 35 simula um desvio padrão de 2,5 metros em cada direção medida. Como resultado, o percurso já inicia defasado da origem real, o que não impede o filtro de estimar a posição correta após algumas iterações.

Figura 35 – Trajetória simulada com incerteza do sinal dos sensores.

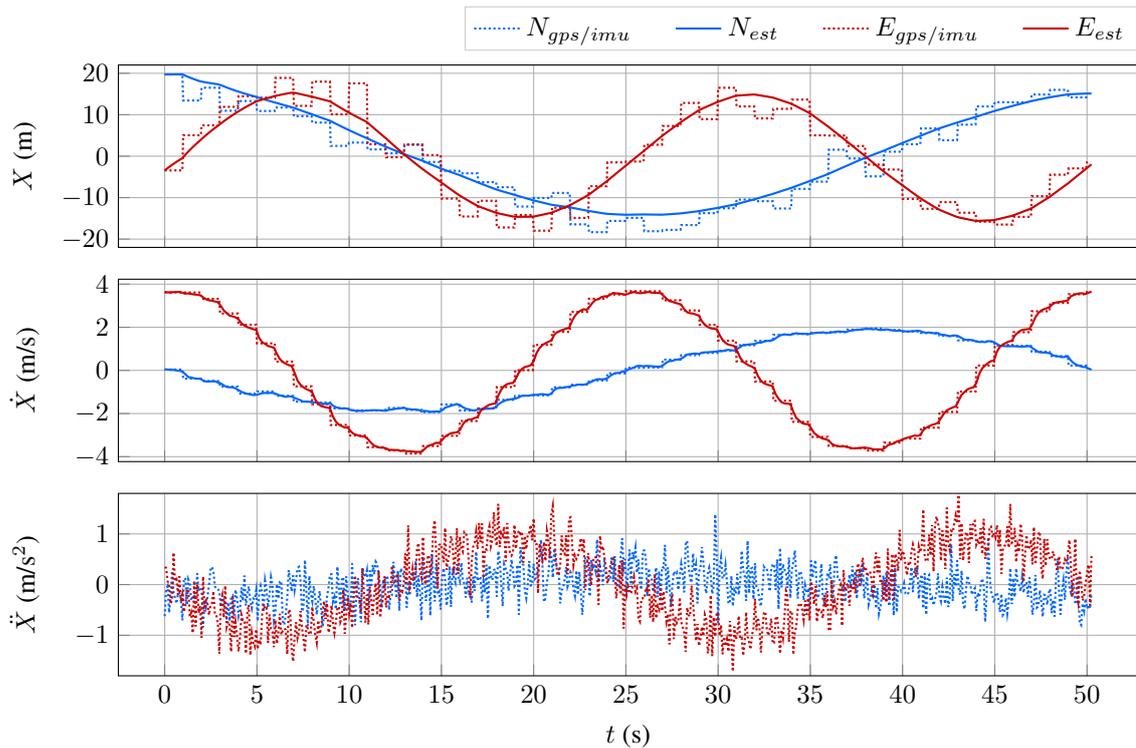


Fonte: autor (2020).

Na análise com o tempo da Figura 36 é possível perceber como o filtro de Kalman estima um valor médio próximo ao valor real mesmo com uma observação ruidosa. Sendo um

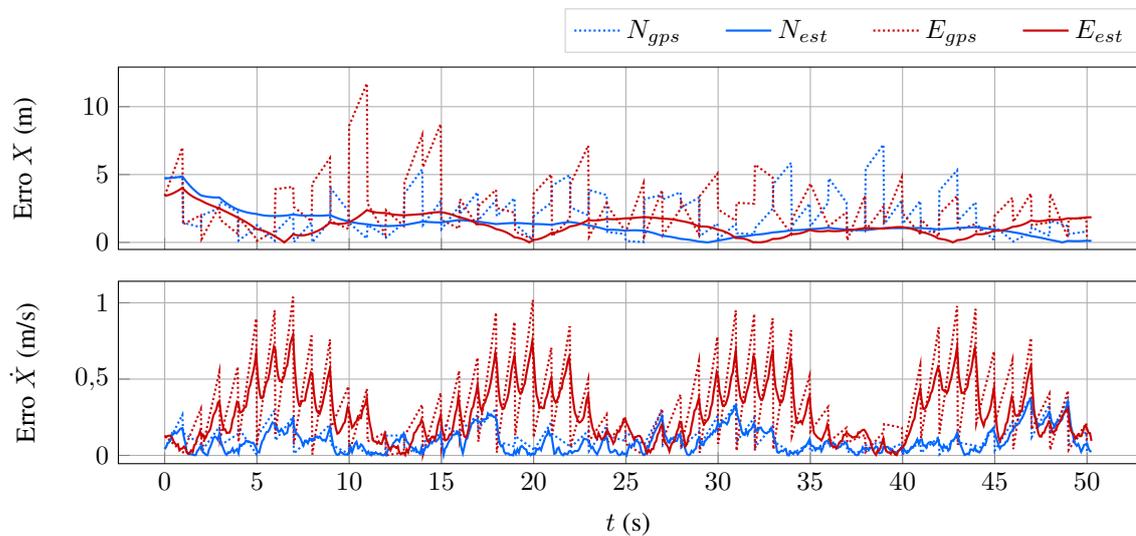
caso mais próximo do experimental, essa simulação não tem um perfil periódico de erro de posição, como apresentado pela Figura 37. Mesmo com sinais aleatórios vindo de todos os sensores, a posição estimada manteve valores mais coerentes que as medições durante 72,6% do tempo, enquanto a velocidade estimada se manteve superior durante 65,9% do período.

Figura 36 – Sinais simulados com ruído gaussiano aplicado aos sensores.



Fonte: autor (2020).

Figura 37 – Erros absolutos dos sinais simulados e do filtro quando há ruído nos sensores.



Fonte: autor (2020).

Quando as covariâncias são bem definidas, o filtro de Kalman mostra sua eficiência para corrigir ruídos com distribuição normal. O desempenho do filtro nesse caso é superior ao caso com bloqueio de sinal, em que a estimativa acompanha o erro inesperado do sensor e depende do retorno dos dados de observação para uma convergência coerente. Aplicando o filtro e reconhecendo suas limitações, é possível coletar os dados de navegação de uma trajetória real e avaliar sua eficiência em um sistema embarcado.

3.3 EXPERIMENTO EMBARCADO

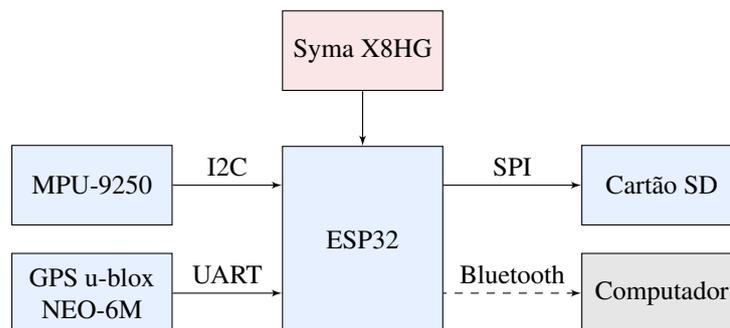
A fim de realizar testes em voo, o sistema é embarcado em um quadricóptero Syma X8HG. O veículo foi escolhido devido à capacidade de manter estabilidade de orientação e altitude para voo nivelado, garantindo maior segurança e confiabilidade no controle pelo piloto. Além disso, possui suporte para o uso de câmeras de ação, com a possibilidade de compartilhar a própria bateria para alimentação de um dispositivo externo com conexão micro USB.

Figura 38 – Quadricóptero Syma X8HG.



Fonte: Syma (2016).

Figura 39 – Conexão de hardware do sistema.



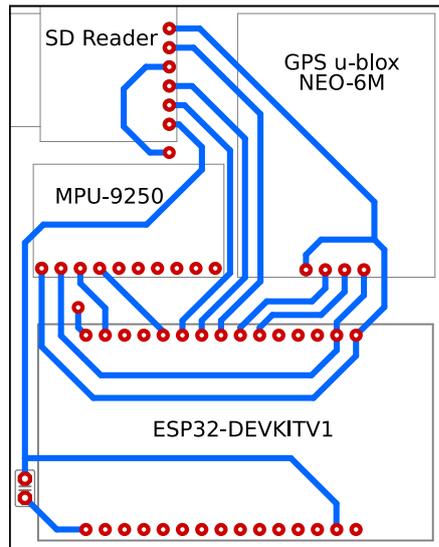
Fonte: autor (2020).

O sistema embarcado é composto pelo microcontrolador ESP32, pelo sensor magnético-inercial MPU-9250, pelo GPS u-blox NEO-6M e por um módulo leitor de cartão de memória. Como apresentado na Figura 39, o quadricóptero alimenta o microcontrolador, que processa os dados dos sensores e armazena o resultado num cartão micro SD enquanto os

envia para um computador para visualização em tempo real da navegação.

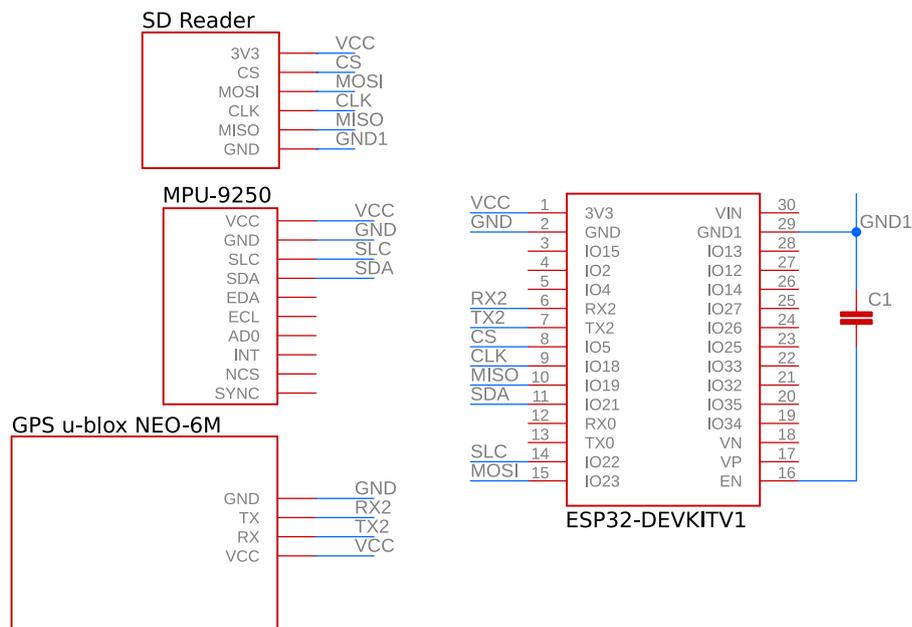
Para realizar a conexão de forma compacta, o circuito apresentado na Figura 40 foi projetado utilizando o programa Autodesk Eagle. A fabricação ocorreu sobre uma placa de fenolite com a metodologia de corrosão de cobre por perclorato de ferro. A Figura 41 mostra um esquemático da conexão detalhada entre os dispositivos.

Figura 40 – Circuito impresso para integrar os dispositivos.



Fonte: autor (2020).

Figura 41 – Conexão detalhada entre dispositivos e microcontrolador.



Fonte: autor (2020).

Aproveitando o suporte para câmeras já existente no quadricóptero, a placa de circuito foi projetada para ser encaixada como apresentado na Figura 42. O anel de borracha na base do suporte ajuda a diminuir o ruído sentido pelos sensores inerciais devido aos motores do quadricóptero.

Figura 42 – Dispositivos no suporte para câmera.



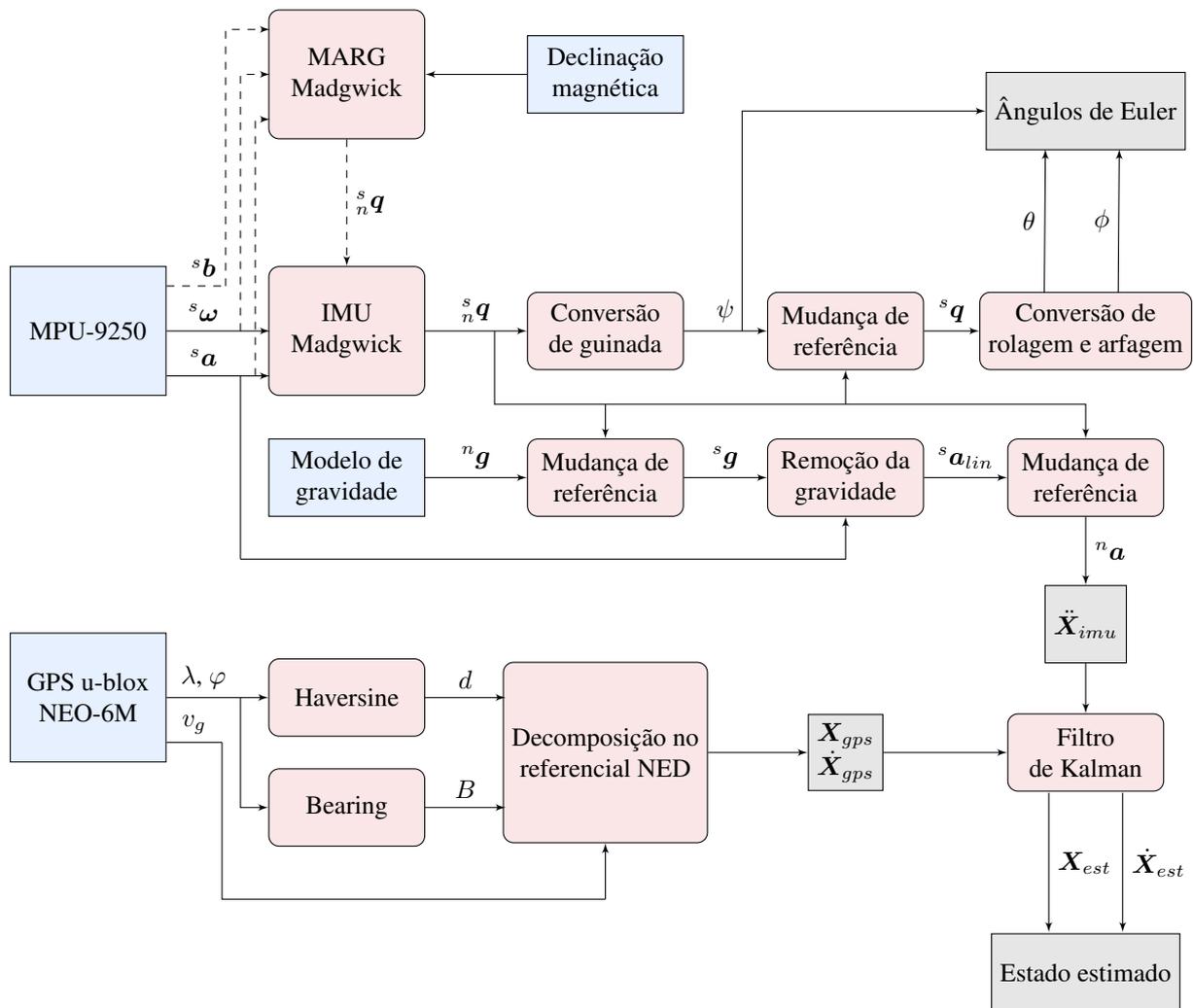
Fonte: autor (2020).

Com o sistema acoplado, o primeiro passo do processamento de dados é o pré-alinhamento. Como citado na Seção 3.1.2, para evitar interferência no campo magnético lido pelo magnetômetro durante vôo.

Para que os dados de aceleração estejam decompostos no sistema de referência de navegação duas abordagens podem ser adotadas: a primeira é posicionar o veículo de forma bruta apontando para a direção norte antes do voo; a segunda é usar o filtro de Madgwick em sua versão MARG com o veículo em repouso. Assim que o filtro converge, define a direção de referência como sendo o norte e o magnetômetro pode ser desativado. A partir desse ponto o filtro de Madgwick trabalha na versão puramente inercial e os motores do quadricóptero podem ser ativados. Como critério de convergência arbitrário, a variação da diferença de guinada foi assumida $\Delta\psi < 0,001^\circ$ para desativar o sensor magnético.

O algoritmo completo é dividido em um bloco de determinação de atitude e outro de determinação de posição e velocidade, como apresentado na Figura 43. Ambos são processados sequencialmente no mesmo núcleo do microcontrolador ESP32, enquanto o outro núcleo é responsável por escrever os dados no cartão de memória.

Figura 43 – Diagrama de blocos completo do sistema.



Fonte: autor (2020).

Madgwick (2010) avalia a performance de seu filtro variando a taxa amostral e conclui que o desempenho pouco se altera a partir de 50 Hz. Como o filtro é acionado a cada ciclo de processamento, a frequência alcançada se mantém em torno de 166 Hz, permitindo erro no comportamento dinâmico menor que $0,8^\circ$ do valor real.

O filtro de Kalman é realizado no microcontrolador sempre após a determinação de atitude pelo filtro de Madgwick. Com atualizações a cada 0,006 segundos o filtro experimental é 85% mais rápido que o simulado na Seção 3.2.2, o que garante a convergência baseado no estudo anterior.

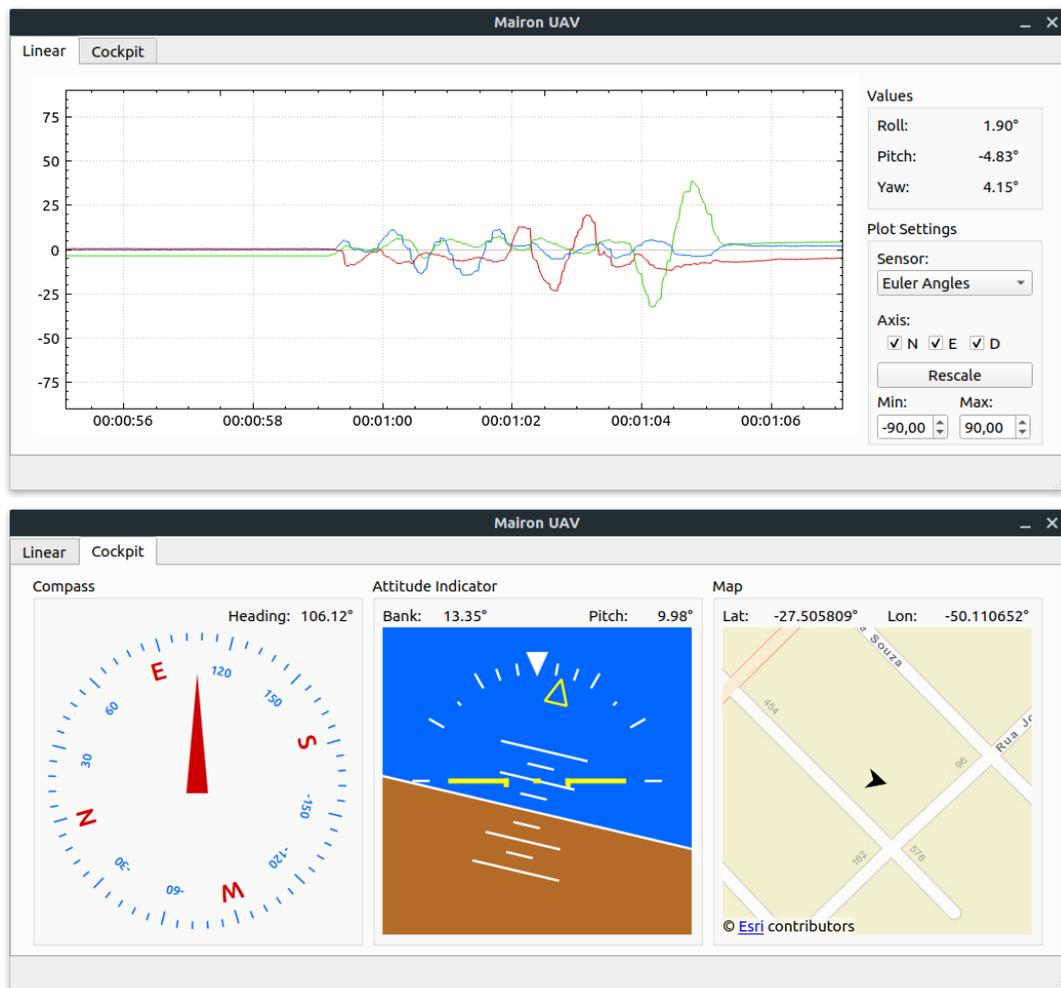
Para verificar a integridade dos dados durante o voo assim como para auxiliar nos testes de mesa dos sensores, foi desenvolvido um programa com interface gráfica que simula visores básicos de um painel aeronáutico. O projeto foi realizado utilizando a plataforma de desenvolvimento Qt Creator, em linguagem C++ e é apresentado na Figura 44.

Se configuradas de maneira coerente no microcontrolador, as saídas de dados podem

ser visualizadas ao longo do tempo utilizando o modo Linear da interface. É possível selecionar entre dados de posição, velocidade, aceleração e ângulos de Euler, assim como visualizar apenas o eixo de interesse.

No modo *Cockpit*, a orientação do veículo é apresentada por uma bússola e por um indicador de atitude. É tomado cuidado para que o horizonte artificial tenha as mesmas características dos dispositivos convencionais, com a metade azul representando o céu, a metade marrom representando o chão e as divisões separadas em 10°, 20°, 30°, 45° e 60° (FAA, 2020); para arfagem, a escala varia entre -20° e 20°. Apesar de menos intuitivo em solo, é selecionado o modelo ocidental do indicador de atitude, em que o veículo fica nivelado e o horizonte rotaciona; no modelo soviético, o horizonte é fixo e o veículo que muda orientação na tela.

Figura 44 – Interface de navegação em tempo real.



Fonte: autor (2020).

O mapa atua diretamente com os dados do GPS. Como a interface é apenas uma ferramenta para acompanhar o voo, posição e velocidade estimadas pelo filtro de Kalman não são visualizadas em tempo real. O indicador do veículo na tela altera a direção juntamente com

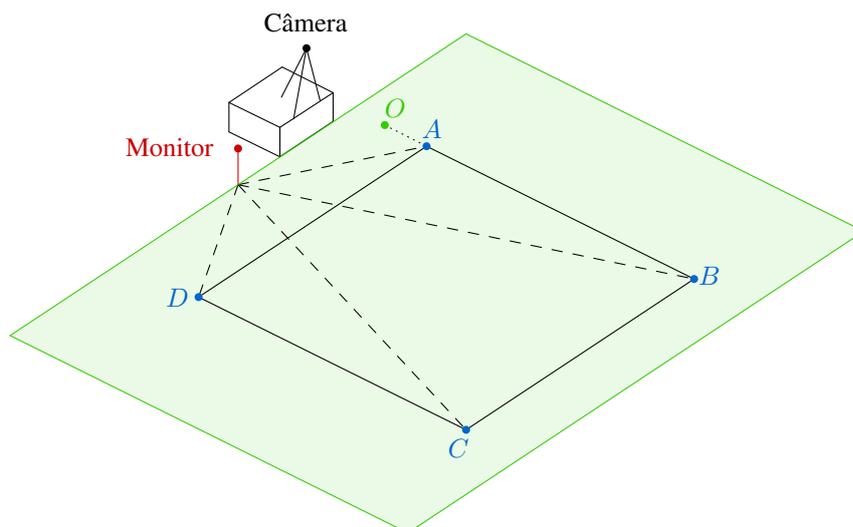
a bússola enquanto a posição é atualizada na mesma taxa de 1 segundo que o GPS informa novas coordenadas.

O programa é capaz de receber informações tanto através de comunicação USB quanto Bluetooth. A comunicação sem fio sem antena adicional entre o ESP32 e o computador utilizado nos testes é funcional em um raio de até 40 metros. Em voos mais longos o sinal se perde, mas todos os dados continuam sendo armazenados.

3.3.1 Campo de testes

Para avaliar a funcionalidade do algoritmo, uma série de baterias de testes foram realizadas em um campo de futebol. A Figura 45 apresenta a configuração padrão do campo para testes de posição, com um quadrado de 15 metros de lado demarcado no chão como referência.

Figura 45 – Ilustração do campo de testes para deslocamento e velocidade. O quadricóptero decola do ponto O e as trajetórias tem como referências os pontos de A a D .



Fonte: autor (2020).

Durante os voos um computador com o programa de interface de navegação é conectado por Bluetooth ao microcontrolador e captura o comportamento dos sensores no modo *Cockpit*. Simultaneamente uma câmera de ação com amplo campo de visão é posicionada para filmar a trajetória do voo do alto. Após os testes os quadros dos vídeos são sobrepostos e é avaliada a coerência da trajetória armazenada no cartão de memória.

Para os testes de rolagem e de arfagem um percurso linear de 10 metros foi demarcado no campo com uma câmera fixa na lateral para capturar o trajeto. A referência para a orientação é o limite do campo atuando como horizonte visível. Nos testes de guinada a câmera é posicionada para filmagem superior do voo e a referência é a posição inicial do veículo em solo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e analisados os resultados dos testes de voo experimentais. Baterias de testes foram realizadas para avaliar o desempenho do filtro de Madgwick em determinar a orientação do veículo, assim como voos lineares e curvilíneos foram realizados para verificar a eficiência do filtro de Kalman.

4.1 DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

Madgwick (2010) determinou o desempenho de seu filtro utilizando um conjunto de oito câmeras infravermelho e um objeto com eixos bem delimitados para comparar os algoritmos com a informação real de ângulo. O objetivo de testar o filtro de Madgwick de forma experimental utilizando o quadricóptero, portanto, não é dimensionar o erro do algoritmo, mas sim verificar se a implementação no microcontrolador fornece resultados coerentes.

As figuras contendo a sobreposição de quadros dos voos de rolagem e arfagem são inseridas no programa GeoGebra, em que o horizonte é definido por uma reta e os ângulos aparentes do veículo são calculados em relação a ele. Nesse processo há algumas fontes de erro, como o posicionamento da linha do horizonte, o posicionamento dos pontos que definem a inclinação do quadricóptero e a orientação do veículo variar em mais de uma direção ao longo do trajeto, dificultando a determinação exata com apenas uma câmera para referência.

Para o teste de rolagem, a Figura 46 é composta pela captura de quadros durante o voo. Nesse experimento o quadricóptero é posicionado fora do limite esquerdo do campo, onde decola e realiza um voo lateral até o limite direito, para então retornar e pousar na origem da trajetória. Como comparação, a Figura 47 apresenta, para o mesmo percurso, os dados de rolagem armazenados no cartão de memória.

Aos 4 segundos o ruído no gráfico indica que os motores do quadricóptero foram ligados para então decolar pouco após 10 segundos da coleta de dados. A partir desse ponto há uma oscilação de rolagem enquanto o veículo sai do chão e aos 15 segundos é iniciado o voo lateral. O esperado pela dinâmica do veículo é um deslocamento na direção de inclinação devido à decomposição do vetor tração dos motores, tal que o ponto *a*) indica a máxima inclinação de rolagem em módulo com o quadricóptero indo do limite esquerdo para o direito.

Valores negativos de rolagem neste experimento representam uma tendência do veículo à acelerar para a direita, tal que no ponto *b*) a aceleração do quadricóptero muda de direção. O deslocamento, contudo, não cessa até o pico aos 19 segundos, quando há o maior ângulo de rolagem positivo, permitindo que o veículo inicie o retorno para a esquerda. Nesse quadro o quadricóptero está fora do alcance da câmera, então como referência de ângulo positivo foi escolhido o instante *c*).

O pouso é registrado pelo degrau aos 30 segundos. Vale destacar que a aceleração

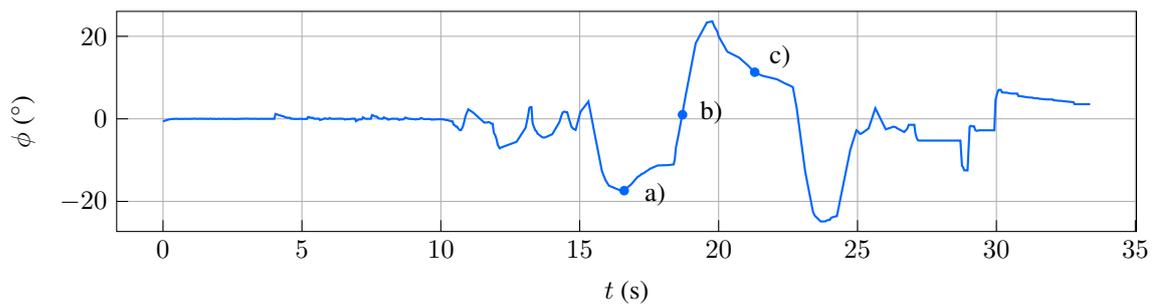
durante essa parte da manobra pode ser alta o suficiente para gerar erro instantâneo no filtro de Madgwick, que volta a convergir para o valor real.

Figura 46 – Sobreposição de três quadros durante o teste experimental de rolagem.



Fonte: autor (2020).

Figura 47 – Rolagem ao longo do tempo durante o teste experimental.



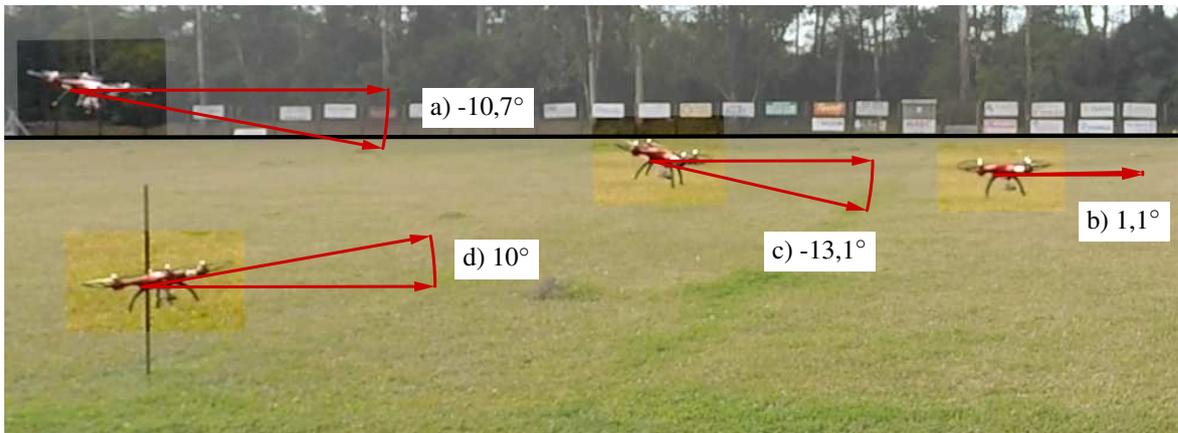
Fonte: autor (2020).

O teste de arfagem ocorreu da mesma forma que o de rolagem, da esquerda para direita e então retornando ao limite esquerdo, com a diferença de um voo frontal ao invés de lateral. A Figura 48 apresenta a composição de quadros do voo de arfagem, capturada pela câmera na mesma posição do teste anterior, com um recorte na região de interesse para melhor observação do veículo.

De acordo com a Figura 49 a decolagem ocorre em torno de 12 segundos da coleta de dados e a maior aceleração da esquerda para direita ocorre no ponto *a*). Retornando da direita para a esquerda, o veículo é freado, com nivelamento em torno do instante *b*) e máximo ângulo negativo no ponto *c*), quando então é livre para concluir o trajeto, acelerando para à esquerda até o ponto *d*), próximo do pouso.

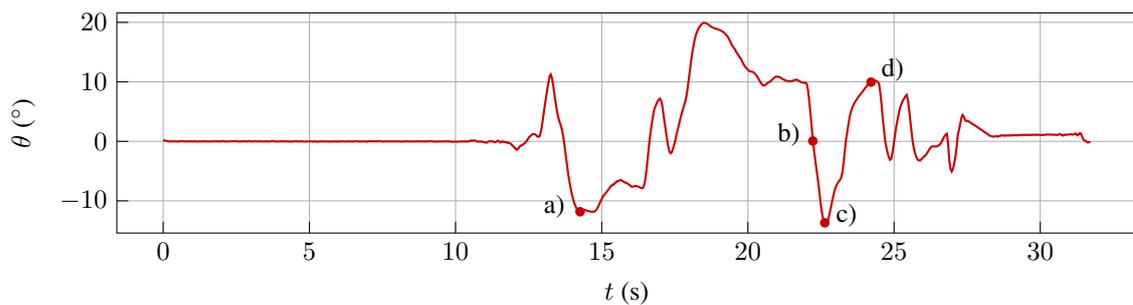
Diferente do teste de rolagem, é possível notar a convergência do filtro de Madgwick após o pouso, que ocorre ao 27 segundos e leva cerca de 1 segundo para estabilizar para um valor de 1° , que está próximo do erro de $0,8^\circ$ estipulado por Madgwick (2010) e também se deve em parte pelo terreno com gramado, levemente acidentado.

Figura 48 – Sobreposição de quatro quadros durante o teste experimental de arfagem.



Fonte: autor (2020).

Figura 49 – Arfagem ao longo do tempo durante o teste experimental.

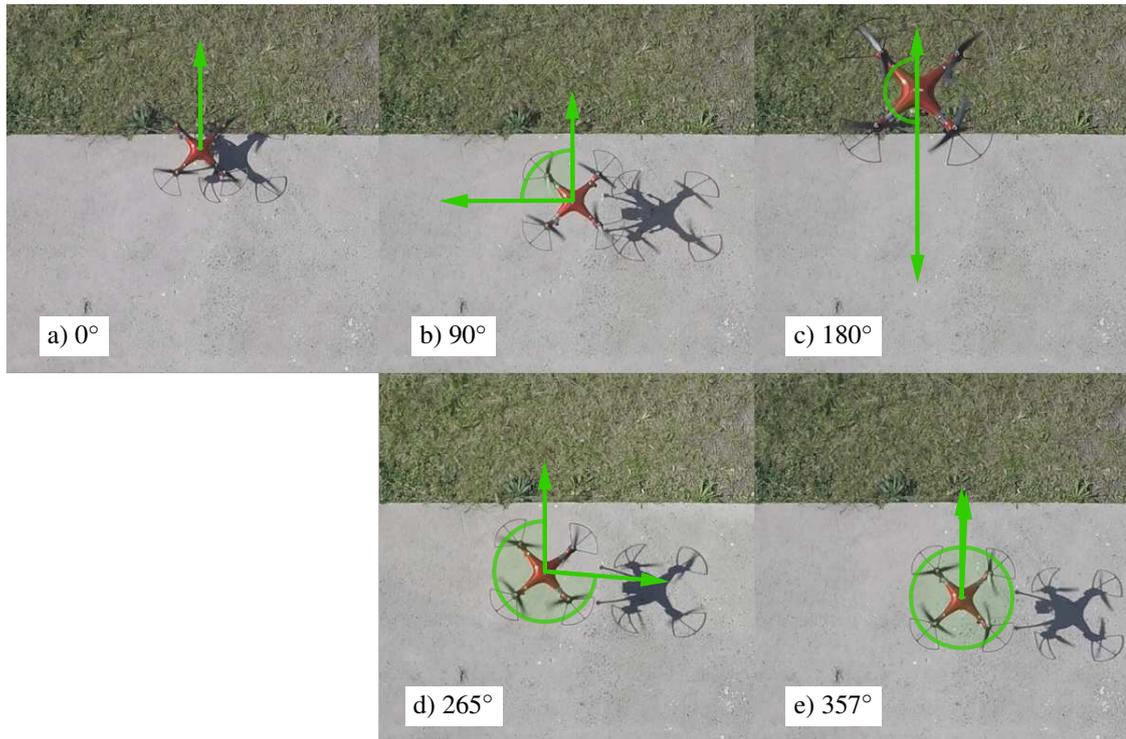


Fonte: autor (2020).

Para determinação de guinada o filtro de Madgwick foi acionado sem magnetômetro, tal que a referência do veículo é a posição inicial do sensor e não o norte geográfico. Nos testes, uma câmera foi posicionada sobre o quadricóptero, que decolou e realizou uma rotação completa com intervalos de cerca de 5 segundos entre cada mudança de orientação.

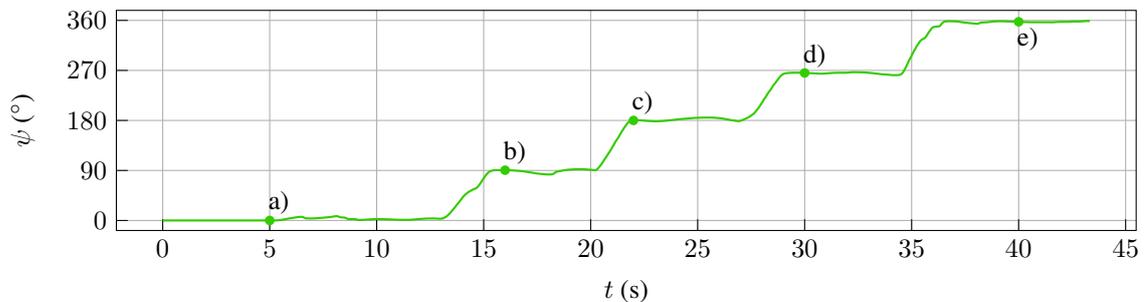
A Figura 50 apresenta a posição *a*), pouco antes da decolagem, como referência. Os demais ângulos foram determinados de forma aproximada pelo programa GeoGebra. Como comparação, os instantes em que os quadros foram capturados do vídeo de voo estão na Figura 51. Apesar de calculado em um intervalo de $\pm 180^\circ$ e na interface de navegação projetada a bússola indicar ângulo positivo no sentido horário, para melhor visualização desse experimento os ângulos foram definidos em um intervalo de 0 a 360° com a convenção matemática crescente no sentido anti-horário.

Figura 50 – Composição de quadros do teste experimental de guinada.



Fonte: autor (2020).

Figura 51 – Guinada ao longo do tempo durante o teste experimental.



Fonte: autor (2020).

Os valores medidos dos três testes, comparados com o valor aproximado pela câmera através do GeoGebra, são apresentados na Tabela 5. Mesmo com erro associado ao posicionamento de pontos na figura para estimar os ângulos, é possível verificar coerência nas duas análises, com o maior erro encontrado de $1,9^\circ$.

Tabela 5 – Comparação dos valores de atitude medidos pelos sensores (SD) e estimados utilizando o programa GeoGebra (Geo).

	ϕ (°)		θ (°)		ψ (°)	
	Geo	SD	Geo	SD	Geo	SD
a	-17,4	-17,5	-10,7	-11,8	0,0	0,0
b	1,6	1,4	1,1	0,1	90,1	90,4
c	13,2	11,3	-13,1	-13,7	180,0	180,0
d			10,0	10,0	265,1	265,4
e					357,4	357,4

Fonte: autor (2020).

Os testes comprovam a devida implementação do filtro de Madgwick para determinação de orientação pelo microcontrolador em diversas condições de voo. Essa informação é fundamental para decomposição do sinal de aceleração que será inserida no filtro de Kalman para estimativa de posição e velocidade.

4.2 DETERMINAÇÃO DE POSIÇÃO E VELOCIDADE

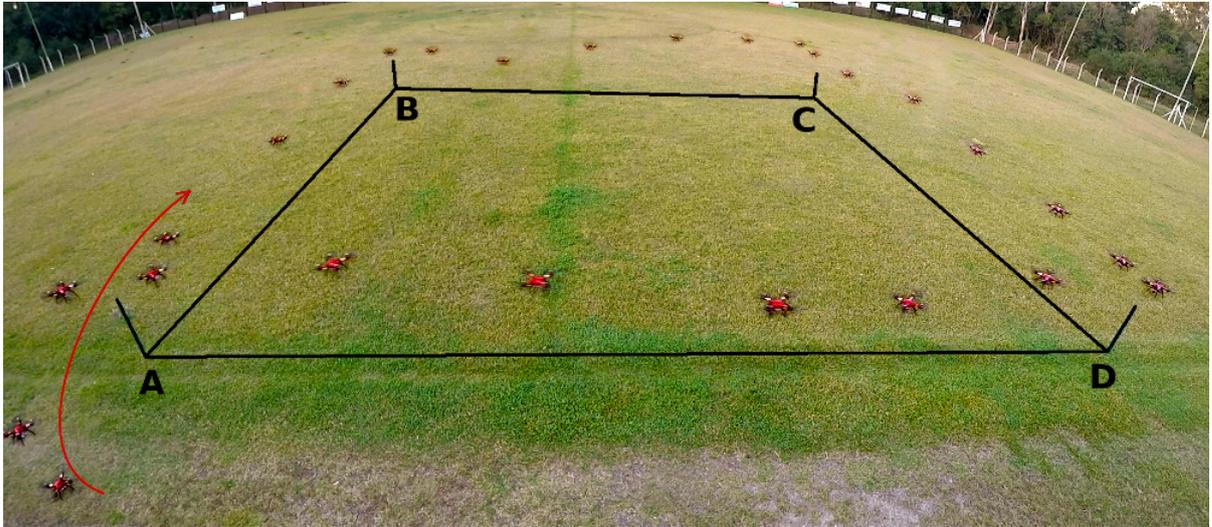
Com o filtro de Kalman validado na Seção 3.2.2 os mesmos parâmetros de desvio padrão utilizados na simulação são inseridos no microcontrolador para obter estimativas de posição e velocidade em tempo real. Diferente da simulação, contudo, não há comparação detalhada com a trajetória real do veículo pois erro de controle do piloto está induzido no resultado.

A análise, portanto, é sobre a capacidade do filtro de Kalman linear de prever a posição do veículo considerando que o GPS indique o valor correto a cada segundo e se é útil em ignorar extrapolações indevidas do posicionamento baseado em satélite.

Para avaliar tanto o comportamento linear quanto o não linear do algoritmo, são propostas três trajetórias para análise: i) quadrada; ii) circular sem alteração de guinada; iii) circular com alteração de guinada. Trajetórias mais complexas, como o formato de "8" usado na simulação, foram experimentadas mas descartadas devido à dificuldade de execução.

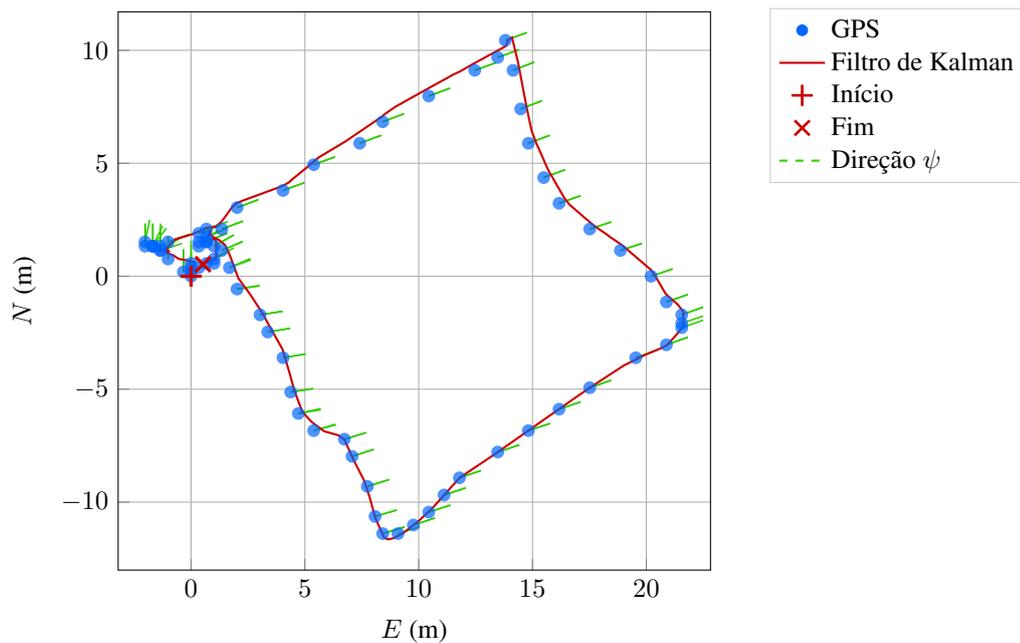
Para verificar os resultados em percursos retilíneos, a primeira trajetória é a quadrada, tentando acompanhar a demarcação do campo como proposto na Seção 3.3.1. Formada pela sobreposição de quadros a cada 2 segundos do instante de decolagem até o fechamento do circuito novamente no ponto A, a Figura 52 é usada como referência para a análise dos dados armazenados. A Figura 53 mostra o deslocamento em metros a partir da origem informado pelo GPS e a estimativa pelo filtro de Kalman realizado em tempo real dentro do microcontrolador.

Figura 52 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória retangular. De forma aproximada o veículo percorre os quatro vértices do quadrado $ABCD$ demarcado no campo. A seta vermelha indica o sentido de decolagem.



Fonte: autor (2020).

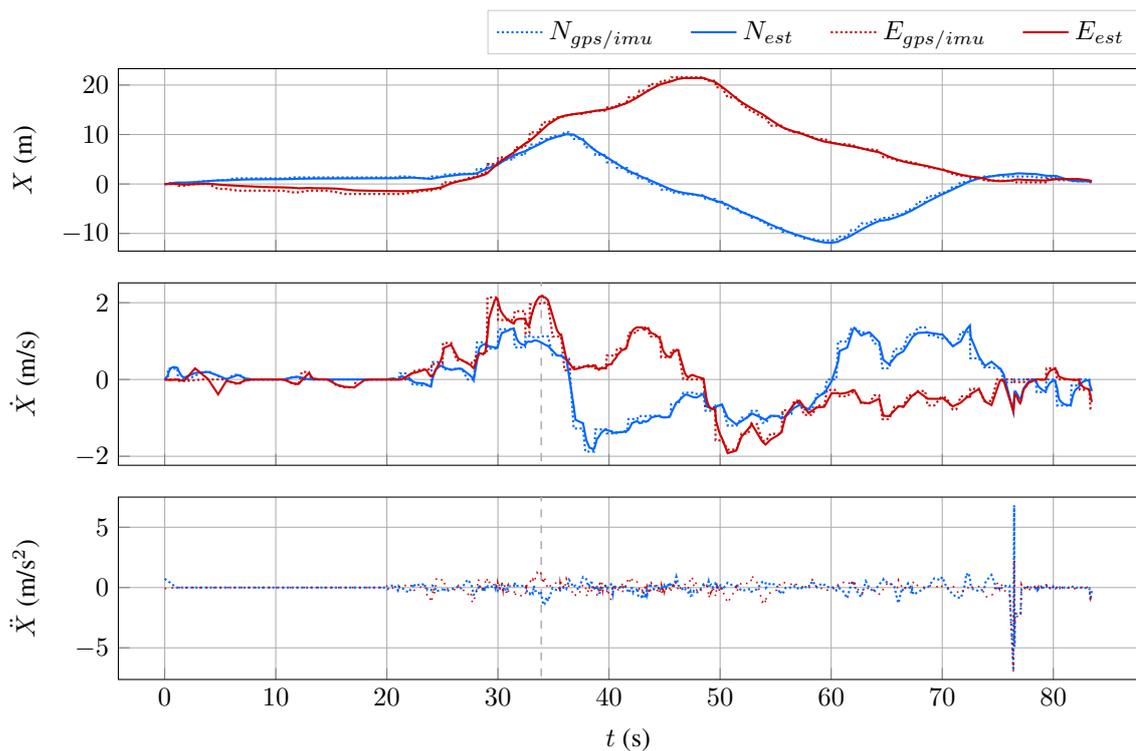
Figura 53 – Voo com o quadricóptero em trajetória retangular. De forma aproximada o veículo percorre os quatro vértices do quadrado $ABCD$ demarcado no campo.



Fonte: autor (2020).

O resultado apresentado demonstra que o filtro de Kalman consegue, como esperado, gerar uma trajetória estimada coerente com o comportamento dos dados coletados pelo GPS. A Figura 54 indica que durante diversos períodos o filtro de Kalman subprediz a posição real. Nesse caso, o sinal do GPS está sempre à frente do sinal estimado - abaixo em inclinações negativas da curva e acima em inclinações positivas.

Figura 54 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo retangular com as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman.



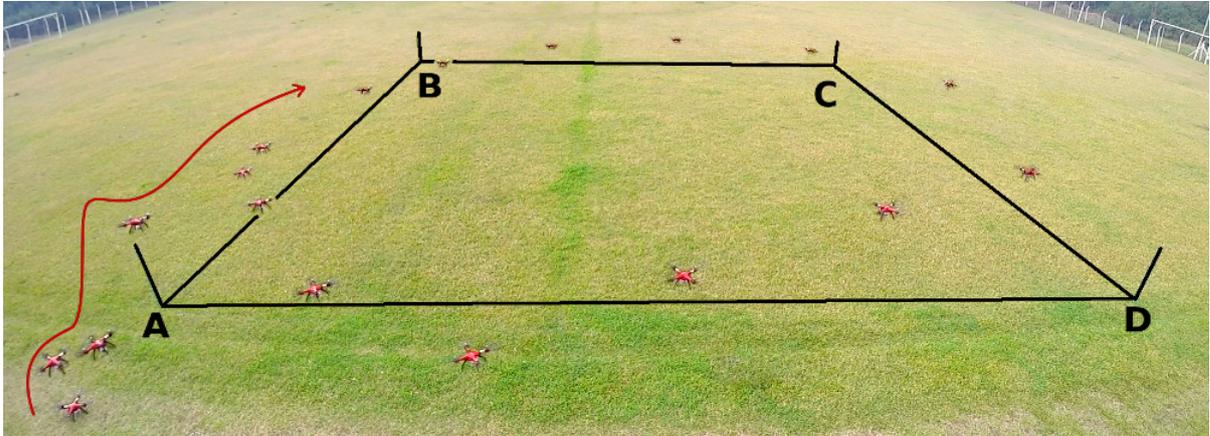
Fonte: autor (2020).

Ao analisar a velocidade estimada, é esperado pouca discrepância entre os valores observados e estimados pois o desvio padrão para velocidade inserido no filtro é de apenas 0,1 m/s. O acelerômetro, ainda assim, exerce efeito sobre o resultado, com picos deslocando a velocidade, como ocorre aos 34 segundos na velocidade leste.

Por fim, vale perceber o comportamento do quadricóptero pelo gráfico de aceleração. Os motores são ligados e o veículo decola a partir dos 20 segundos. Aos 76 segundos o pico de aceleração representa o pouso pouco suave, e é o único ponto durante todo o trajeto em que o sensor mede aceleração maior que 5 m/s^2 , confirmando a escolha correta do limite de medições do sensor para um máximo de 2 g na Seção 3.1.

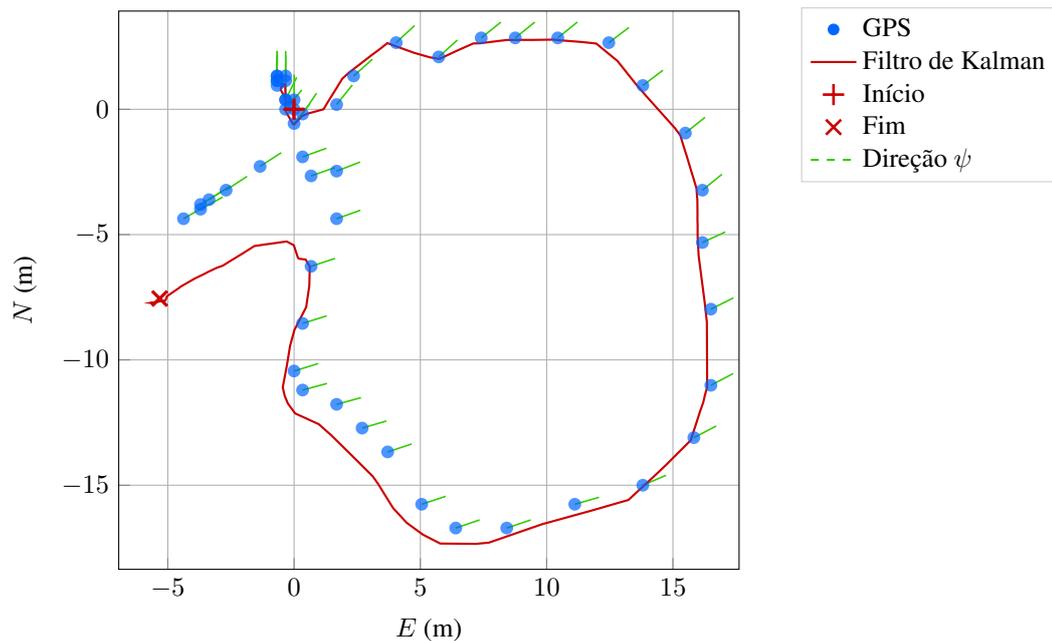
A próxima análise inclui redução na linearidade do problema. Mesmo que apontando sempre na mesma direção aproximada de guinada, é realizado um trajeto circular dentro dos limites demarcados no campo. A sobreposição de quadros desse voo é visualizada na Figura 55.

Figura 55 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória circular e guinada fixa.



Fonte: autor (2020).

Figura 56 – Voo com o quadricóptero em trajetória circular. Durante o percurso o veículo aponta para uma mesma direção aproximada, como na trajetória retangular.

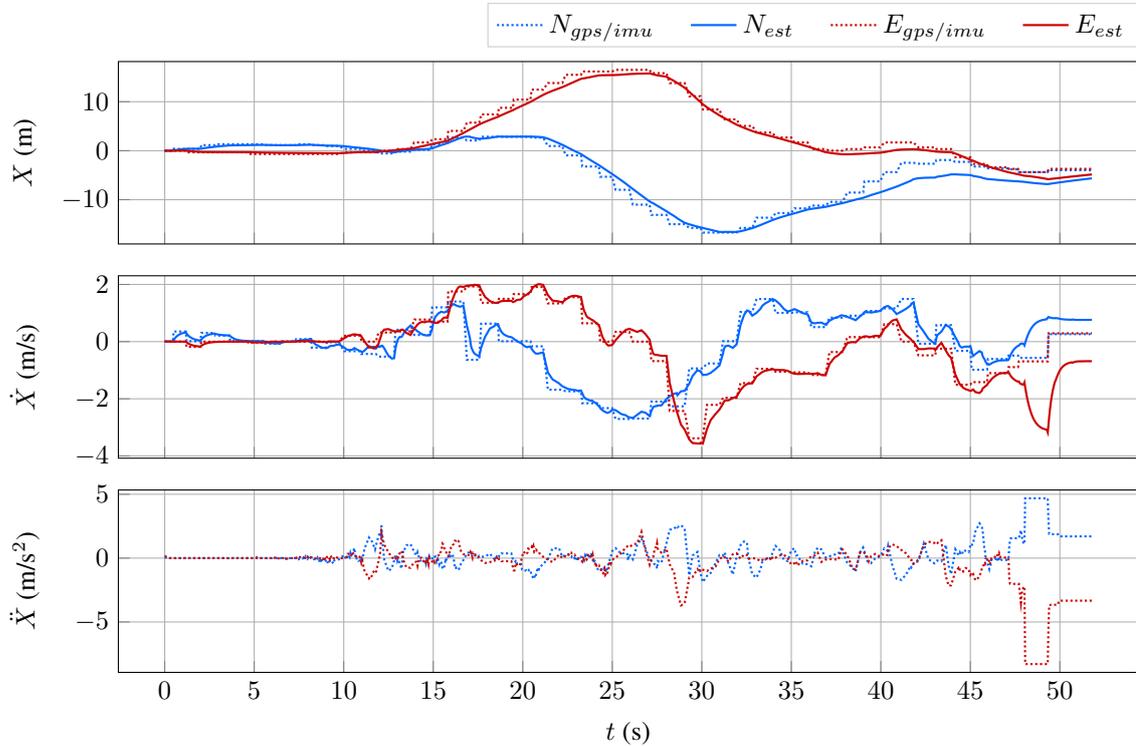


Fonte: autor (2020).

O trajeto armazenado no cartão de memória é apresentado na Figura 56, que tem como destaque a grande distorção do resultado estimado próximo do pouso. Apesar do filtro se comportar de maneira adequada durante boa parte do trajeto, a cada curva a estimativa se torna menos realista e, próximo do final do circuito, onde foi realizada uma freada abrupta, a diferença entre o sinal do GPS e o estimado chega a até 4,7 metros. Esse resultado demonstra que o filtro utilizado não lida bem com variações intensas de dinâmica, seja para grandes acelerações como

para mudanças de direção. O comportamento dos dados ao longo do tempo é apresentado na Figura 57.

Figura 57 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo circular sem alteração de guinada e as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman.



Fonte: autor (2020).

Quanto a velocidade, o comportamento é semelhante ao previsto pela análise do experimento retangular com a diferença no alcance dos valores. Enquanto a trajetória retangular teve poucos instantes próximos de 2 m/s, a circular se manteve na faixa de valores por mais tempo e alcançou um pico de quase 4 m/s aos 29 segundos da coleta de dados.

A aceleração também manteve valores mais altos que no caso retangular, com destaque para o comportamento após o pouso forçado aos 48 segundos, que bloqueou a gravação de dados por pouco mais de 1 segundo e tornou inválida a próxima leitura do acelerômetro.

Por fim, as Figuras 58 e 59 apresentam o teste experimental de quando o voo é realizado variando o ângulo de guinada, gerando mais um grau de liberdade significativo na dinâmica do quadricóptero e um círculo mais convincente que no caso anterior.

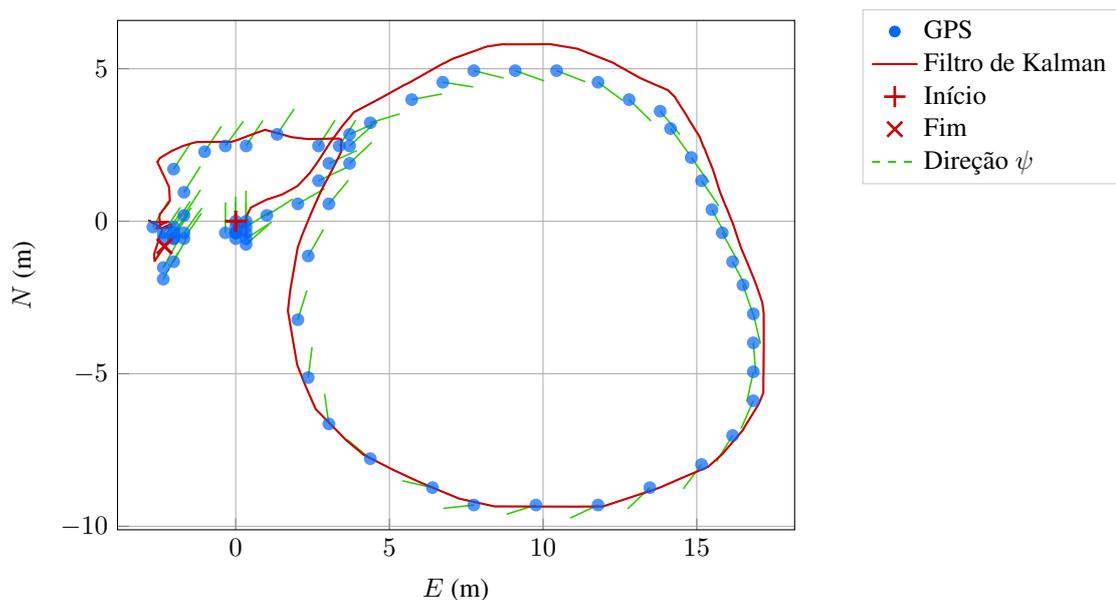
A variação na guinada permitiu um voo mais suave e lento que no caso fixo ao tentar reproduzir um círculo com diâmetro aproximado de 15 metros. Isso, contudo, não foi capaz de manter a estimativa correta desde o início, que convergiu para o valor do GPS na segunda metade do circuito.

Figura 58 – Sobreposição de quadros a cada 2 segundos do voo com o quadricóptero em trajetória circular e guinada livre.



Fonte: autor (2020).

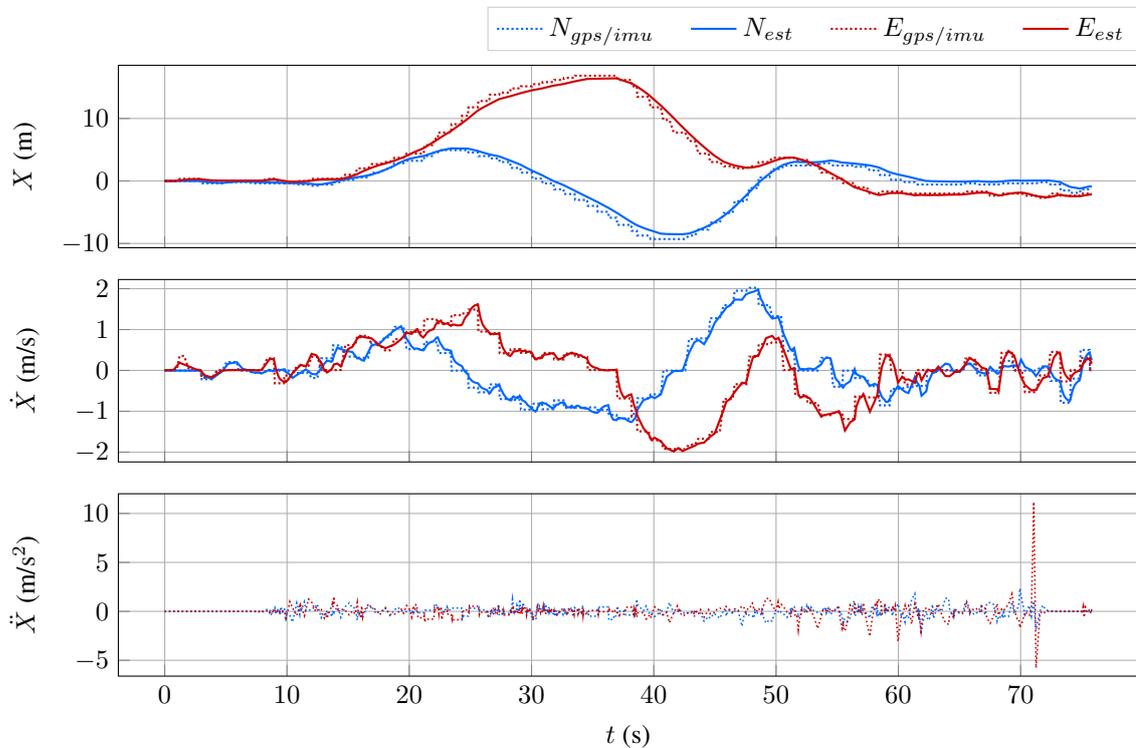
Figura 59 – Voo com o quadricóptero em trajetória circular. Neste percurso a direção segue a curva da trajetória.



Fonte: autor (2020).

Analisando o comportamento ao longo do tempo apresentado na Figura 60 é possível comprovar que houve convergência da estimativa para o valor do GPS. A velocidade se manteve na mesma faixa de 2 m/s do experimento retangular e a aceleração do pouso, apesar de ter sido maior que no caso circular sem guinada, não comprometeu a leitura dos dados do acelerômetro, que mediram o valor nulo esperado com uma pequena vibração ao clicar no botão para reiniciar o sistema embarcado.

Figura 60 – Sinais de posição, velocidade e aceleração durante o voo circular com direcionamento por alteração de guinada e as respectivas estimativas pelo filtro de Kalman.



Fonte: autor (2020).

Na Tabela 6 são comparadas as frações de tempo em que o filtro de Kalman prediz o sinal do GPS. Os resultados apresentam que para os dois primeiros testes a posição estimada está atrás da medição em mais de 70% das amostras. No caso circular com guinada variável esse valor diminui para quase 50% na direção leste. Isso pode ser explicado pela dinâmica mais uniforme do último teste, com curvas mais suaves - como o filtro implementado não possui uma janela móvel, todo o histórico de amostras age sobre a estimativa, o que danifica o filtro durante mudanças abruptas de direção e sentido.

Tabela 6 – Porcentagem de amostras em que a estimativa prediz o comportamento do GPS nos três testes experimentais.

Caso	N	E	\dot{N}	\dot{E}
Retangular	21,5%	27,5%	45,7%	28,0%
Circular 1	28,8%	24,8%	31,2%	24,1%
Circular 2	32,1%	49,0%	31,4%	33,4%

Fonte: autor (2020).

Esse conjunto de experimentos demonstra que, mesmo em casos não lineares, como curvas, o filtro consegue estimar de forma aproximada o deslocamento do veículo em duas dimensões. O caso mais crítico ocorre com mudanças abruptas de comportamento, em que o resultado estimado para de alcançar o valor medido pelo GPS. Em todos os testes, contudo, a maior parte das estimativas não consegue prever a posição do veículo, mas espera a atualização das medições de posição e velocidade para então percorrer o intervalo entre as medidas.

5 CONCLUSÕES

Com o objetivo de projetar um sistema de navegação para um veículo aéreo não tripulado, capaz de determinar orientação e deslocamento, este trabalho utilizou as técnicas de filtro de Madgwick e filtro de Kalman linear para realizar fusão dos dados coletados por sensores de baixo custo.

Mesmo com qualidade inferior aos sensores utilizados em grandes projetos de engenharia, os dispositivos escolhidos foram suficientes para a coleta de dados. Isso exigiu a calibração baseada no conhecimento da dinâmica de voo do quadricóptero utilizado, seus limites de aceleração, ruídos e efeitos do ambiente externo, como distorções magnéticas. Para o uso correto do GPS, foi necessário compreender as informações recebidas através de mensagens NMEA e aplicar métodos de conversão de coordenadas geográficas para deslocamento em metros.

Diferente do filtro de Madgwick, que foi validado pelo próprio autor e não teve o algoritmo severamente modificado para se encaixar as necessidades deste trabalho, o filtro de Kalman é genérico e precisa de cuidado especial a cada aplicação. Antes de ser implementado em caso experimental, a simulação de uma trajetória com dados ruidosos foi fundamental para regular os parâmetros do filtro e garantir funcionamento, comprovando que não houve erro de implementação para estimar posição e velocidade.

O trabalho prático foi dividido em etapas, como subsistemas, que ao final foram conectadas para compor o sistema de navegação.

Para embarcar os dispositivos ao quadricóptero, uma placa de circuito impresso foi projetada tal que os sensores, o microcontrolador e o leitor de cartão de memória pudessem fazer parte dos voos. A capacidade do drone de alimentar um dispositivo externo através de uma porta micro USB poupou o trabalho de converter a energia da bateria para o sistema embarcado.

Um programa com interface gráfica capaz de apresentar dados em tempo real no formato de bússola, indicador de atitude e mapa foi desenvolvido com a capacidade de realizar comunicação Bluetooth com o microcontrolador. Sua função foi observar se os dados estavam sendo coletados de forma adequada e auxiliar na sincronização entre as informações armazenadas no cartão de memória e cada voo, que foram filmados externamente.

Após a coleta de dados de voo em diferentes circunstâncias observou-se que o filtro de Madgwick, na frequência em que foi configurado, atua como esperado para determinação de orientação. Sua fonte de erro mais proeminente é o sinal do acelerômetro quando forma algum degrau, por exemplo durante o pouso. O desvio do valor real de ângulo com o tempo devido ao erro do giroscópio não foi observado e o alinhamento com a direção norte é correta se o magnetômetro está bem calibrado.

A estimativa de posição e velocidade, por sua vez, não foi eficiente em prever o estado

futuro. Mesmo que o filtro de Kalman linear fosse capaz de filtrar informações incorretas medidas pelos sensores tal que não alterassem a resposta de maneira considerável, há melhores escolhas para essa tarefa. Observou-se que erro é gerado devido a mudanças abruptas na dinâmica do veículo, como freadas e alteração de direção.

Outro ponto importante é o ajuste do filtro, dado pela escolha dos valores de covariância de cada sensor. Neste trabalho, para o GPS, os valores foram retirados diretamente do manual do dispositivo e inseridos no algoritmo, o que pode não gerar os melhores resultados.

Concluiu-se que o sistema de navegação desenvolvido é capaz de realizar todas as tarefas propostas, exceto prever a informação de posição e velocidade o tempo todo. A identificação das possíveis fontes de erro permite que o sistema possa estar presente em aplicações de maior precisão, considerando que o projeto base está devidamente implementado. Devido ao baixo custo do projeto, uma possibilidade para a versão atual do algoritmo é o uso adaptado para telemetria em veículos de equipes de competição como a SAE AeroDesign, Fórmula SAE e até em foguetemodelismo.

A capacidade de servir como sistema de navegação de um veículo autônomo exige que o sistema apresente melhorias. Como sugestão de trabalho futuro, pode-se verificar o desempenho dos filtros de Kalman Estendido e *Unscented* para substituir o filtro linear utilizado. Para determinar os parâmetros de covariância, deve-se buscar técnicas de otimização que tornem o filtro escolhido mais eficiente.

Para visualizar a posição estimada sobre um mapa, os dados devem ser convertidos de metros para coordenadas geográficas latitude e longitude, o que pode ser alcançado pelos mesmos princípios matemáticos de *haversine* e *bearing* apresentados. Por fim, este trabalho resolveu o problema de navegação em apenas duas dimensões - o uso de um barômetro de baixo custo pode ser útil para determinar a posição vertical do veículo ao realizar fusão de sensores com o acelerômetro e o dado de altitude do GPS.

REFERÊNCIAS

- AGGARWAL, P. et al. **MEMS-based integrated navigation**. United States of America: Artech House Publishers, 2010.
- BECKER, A. **Kalman Filter Tutorial: Covariance Extrapolation**. 2018. Acessado em: 15 jul. 2019. Disponível em: <https://www.kalmanfilter.net/covextrap.html>.
- FAA. **Instrument Flying Handbook: FAA-H-8083-15B (FAA Handbooks series)**. United States of America: United States Department of Transportation, 2020.
- GEBRE-EGZIABHER, D. **Magnetometer Autocalibration Leveraging Measurement Locus Constraints**. Journal of Aircraft, United States of America, v. 44, p. 1361–1368, jul. 2007.
- GEBRE-EGZIABHER, D. et al. **A non-linear, two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers**. International St. Petersburg Conference on Navigation Systems, Russia, v. 8, p. 28–30, mai. 2001.
- GREWAL, M.; ANDREWS, A. **Applications of kalman filtering in aerospace 1960 to the present [historical perspectives]**. Control Systems, IEEE, v. 30, p. 69–78, jul. 2010.
- IVENSENSE INC. **MPU-9250 Product Specification**. United States of America, 2014.
- JOHNSON, E. N.; LEWIS, F. L.; STEVENS, B. L. **Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems**. 3rd. ed. United States of America: Wiley-Blackwell, 2015.
- JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. **A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems**. Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls, United States of America, 1997.
- KABAMBA, P. T.; GIRARD, A. R. **Fundamentals of aerospace navigation and guidance**. United States of America: Cambridge University Press, 2014.
- KALMAN, R. E. **A new approach to linear filtering and prediction problems**. Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering, v. 82, n. Series D, p. 35–45, 1960.
- KELLS, L. M. **Plane and Spherical Trigonometry**. United States of America: McGraw-Hill Book Company, Inc, 1940.
- KUIPERS, J. B. **Quaternions and rotation sequences: a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality**. United States of America: Princeton University Press, 1999.
- LUDWIG, S. A.; BURNHAM, K. D. **Comparison of Euler Estimate using Extended Kalman Filter, Madgwick and Mahony on Quadcopter Flight Data**. 2018 International Conference of Unmanned Aircraft Systems, United States of America, p. 1236–1241, 2018.
- MADGWICK, S. O. H. **An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays**. Report x-io and University of Bristol, United Kingdom, v. 25, p. 113–118, 2010.

- NEBYLOV, A. **Aerospace sensors**. United States of America: Momentum Press, 2012.
- NEBYLOV, A. V.; WATSON, J. **Aerospace navigation systems**. United Kingdom: John Wiley and Sons, 2016.
- NETO, G. B. L. **Astronomia de posição**. Brasil: Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, 2019.
- NOAA. **World Magnetic Model**. 2019. Acessado em: 31 mar. 2020. Disponível em: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>.
- RIPKA, P.; TIPEK, A. **Modern sensors handbook**. United Kingdom: ISTE USA, 2007.
- STANLEY, M.; LEE, J. **Sensor Analysis for the Internet of Things**. United States of America: Morgan and Claypool, 2018.
- TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. **Strapdown inertial navigation technology**. 2nd. ed. United Kingdom: Institution of Engineering and Technology, 2004.
- U-BLOX. **u-blox 6 GPS Modules Data Sheet**. Switzerland, 2011.
- VASCONCELOS, J. F. et al. **Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame**. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, United States of America, v. 47, p. 1293–1306, 2011.
- VASEGHI, S. V. **Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction**. United Kingdom: John Wiley, 2000.
- WASSERMAN, L. **All of Statistics A Concise Course in Statistical Inference**. United States of America: Springer, 2004.