Tópicos de Ensino de

MATEMÁTICA

9 – Cálculo Literal

1	2	3	..	n
2	4	8	..	2^n
3	8	13	..	$3+5n$
⋮	⋮	⋮		
n	2^n	$3+5n$		

ANTONIO MIGUEL
MANOEL AMARAL FUNCIA

Delta Xis Editora Ltda

APRESENTAÇÃO

Desde 1982, um grupo de professores de Matemática de Campinas, insatisfeitos com os resultados obtidos na sua prática pedagógica, vem se reunindo com o objetivo de elaborar projetos de ensino-aprendizagem que possam, aos poucos, alterar a situação existente.

Esses projetos são aplicados em escolas das redes pública e particular e avaliados periodicamente. A avaliação dos resultados obtidos na prática levanta críticas e sugestões que impõem, frequentemente, aprofundamento teórico e reformulações dos projetos já produzidos, além da produção de novos projetos. Essa é a principal característica desse material: o fato de estar sendo continuamente refeito. Outra característica' dele é que, embora englobe o conteúdo de 5ª a 8ª série, é apresentado em fascículos, permitindo ao professor escolher o momento mais adequado para trabalhar um certo tema junto a seus alunos.

Contamos atualmente com 16 projetos que compõem os volumes da série "Tópicos de Ensino de Matemática". Esses fascículos representam a mais recente versão do trabalho mas, certamente, não a última.

Um trabalho dessa natureza, só foi e continua sendo possível, graças à participação contínua de professores que aplicam os projetos. Queremos registrar, portanto, o nosso agradecimento aos seguintes professores que, durante esses anos, têm contribuído na elaboração e reformulação, trazendo críticas e sugestões, participando de reuniões e encontros com o propósito de repensar e aprofundar questões referentes ao ensino da Matemática:

Adair Mendes Nacarato, Ana Maria C.Coimbra, Ana Regina P.B.Angi, Aurora S.Santana, Beatriz V.B.de Carvalho, Carmem Lúcia B. Passos, Cláudia V.C.Miguel, Divina A.de Aquino, Eliza A.Mukai, Elizabeth A:Carrara, Gelson J.Jacobuccu, Heloisa de Carbalho M Debiazzi, Jane M.da Silva Vidal, José Amaury Alves, Magali A. sw Nadai, Maria Ângela Miorim, Maria Aparecida B.Pinheiro, Maria Clélia F.Jacobucci, Maria Lúcia Negri, Marília B.Pereira, Marisa S.Pinheiro Travaini, Marta I.de Almeida, Neusa B.Ferraz Regina Celi Ayres, Ronaldo Nicolai, Rosana Fávero, Rosemeire M R.Silva, Sandra T.Cardoso, Suely M.Gimenis, Susy M.Fadel, Teresa Neide G.Guimarães, Vilma M.M. Silva, Yara P.P.Bueno e Zuleide G.Paulino.

Campinas, fevereiro de 1991

Rafael C. Miguel

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Vamos iniciar agora o estudo de uma parte da Matemática chamada CÁLCULO LITERAL. O estudo do cálculo literal se revela importante, pois ele se constitui numa generalização das regras e propriedades que são válidas para os números. Desta forma, compreendendo os mecanismos que são válidos e que não são válidos no cálculo com os números podemos transformar expressões complexas - em expressões mais simples e empregar essa linguagem genérica na resolução de problemas.

O cálculo literal é uma parte da Álgebra. A palavra álgebra vem do árabe "Adschebr" e sua invenção se deve aos hindús e aos árabes que desenvolveram este estudo por volta do século XIII d.c.

Historicamente, esse estudo se desenvolveu devido à necessidade que esses povos tiveram de encontrar regras de calcular mais simples ou algorismos (assim se chamava a aritmética no séc. XIII, devido ao algebrista árabe Al Khwarismi) e também a de resolução de problemas práticos envolvendo o uso de números, isto é, a resolução de equações.

O aparecimento do cálculo literal significou um grande avanço na forma de resolver certos problemas, devido à utilização de uma linguagem simbólica que envolvia a noção de número abstrato (número qualquer) cuja representação era feita através de letras chamadas variáveis. Assim, como o dobro de 3 é igual a 2.3; o dobro de 4 é 2.4, etc... então, para representarmos o dobro de um número qualquer (representado pela variável x) escrevemos: 2.x ou 2x. Desta expressão genérica do dobro de um número podemos - obter o dobro de qualquer número, bastando para isto variar o valor de x. Outros exemplos:

1º) a expressão algébrica de cinco vezes o cubo de um número é - $5 \cdot b^3$;

2º) a expressão algébrica da soma de um número com seu quadrado - é $a + a^2$.

tirar

1ª ATIVIDADE: Escreva em linguagem simbólica o que está como sentença e em sentença o que está em linguagem simbólica:

1) O dobro de um número:

2) O triplo de um número:

3) $4x$

4) O quíntuplo de um número:

5) A metade de um número:

6) A terça parte de um número:

7) $\frac{x}{4}$

8) A quinta parte de um número:

9) O quadrado de um número:

10) x^3

11) O oposto de um número:

12) O inverso de um número:

13) A soma de dois números diferentes:

14) A soma de dois números consecutivos:

15) A metade de um número menos a sua terça parte:

16) $x + 5$

17) A diferença entre um número e o seu dobro:

18) $3x - 8$

19) $x^2 - x^3$

20) $3x + 2x$

21) O produto de dois números diferentes:

22) O produto de dois números consecutivos:

23) O triplo da soma de dois números diferentes:

24) $3xy$

25) $x.(x + 1)$

26) $x + 2x + 3x$

27) A soma dos quadrados de dois números diferentes:

28) O quadrado da soma de dois números diferentes:

29) $x^2 + 2x + 1$

30) $(x - 1)^3$

31) $2x^3 - 1$

32) $\frac{x^2}{3} - 1$

TEXTO Nº 01: ELEMENTOS DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA.

Existem expressões formadas apenas de números. São as chamadas expressões numéricas. Toda expressão numérica pode ser simplificada, encontrando-se um resultado numérico.

Ex.: $2^2 - 4 \cdot 7 + 8 = 4 - 28 + 8 = -16$

Existem expressões onde aparece pelo menos uma letra. São as chamadas expressões algébricas ou expressões literais.

Ex.: $2a - 4$; $3a^2b^3 - 5ab + 2$; $\frac{2}{5}m - 8mn + \frac{1}{3}n^2$

As letras que aparecem numa expressão algébrica são chamadas de variáveis. Uma expressão pode ser construída com uma, duas, três ou mais variáveis.

Ex.: a expressão $5a^2 - 3a + 5$ é construída apenas com a variável a,

a expressão $3x^2y - 7xy + 8$ é uma expressão construída com duas variáveis: x e y.

Toda expressão algébrica é formada de termos. Os termos de uma expressão algébrica são separados pelos sinais + e - e, podem ser constituídos de números e letras, só de letras ou só de números.

Ex.: $7my + y^2 - 5$ é uma expressão algébrica constituída de 3 termos: 1º termo: $7my$; 2º termo: y^2 e 3º termo: -5.

O número de um termo é chamado coeficiente e as letras, juntamente com seus expoentes, constituem a parte literal.

Ex.: $8a^2b^3 - 10ab^2 - a^3b + 5$ é uma expressão algébrica de 4 termos. Os coeficientes são: 8, -10, -1 e 5; as partes literais são: a^2b^3, ab^2, a^3b e o último termo não possui parte literal e, nesse caso, é chamado de termo independente.

Quando dois ou mais termos de uma expressão algébrica possuem a mesma parte literal eles são chamados de termos semelhantes. Os termos independentes também são considerados termos semelhantes.

Ex.: $8ay - 7a^2x^2 + ay - 4 \cdot \frac{3}{5}a^2x^2 + 3$. Nesta expressão os termos semelhantes são: $8ay$ e ay; $-7a^2x^2$ e $\frac{3}{5}a^2x^2$; -4 e 3.

1a

~~2a.~~ **Atividade** - Considere a expressão algébrica abaixo:

$x^2 - 7x - 6x + 12$

1) Quantos termos ela possui ?

2) Qual é o coeficiente de cada um dos termos ?

3) Qual é a parte literal de cada um dos termos ?

4) Quantas variáveis possui esta expressão? _____ Quais ?

5) Qual é o termo independente desta expressão ?

6) Quais são os termos semelhantes desta expressão ?

(1) 2a

~~3a.~~ **Atividade** - Considere a expressão algébrica abaixo:

$5x^2 + 4x + 1 - 6x^2 + 4 + 2x$

fazer resposta no final do módulo

1) Quantos termos possui esta expressão ?

2) Qual é o coeficiente de cada um dos termos ?

3) Qual é a parte literal de cada um dos termos ?

4) Quantas variáveis possui esta expressão ? ______ Quais ?

5) Esta expressão possui termos independentes? ______ Se possuir, quais ?

6) Quais são os termos semelhantes desta expressão ? ________

7) Reescreva a expressão acima, de tal forma que os termos semelhantes fiquem juntos. ____________________________

TEXTO Nº 02 - CLASSIFICAÇÃO, GRAU E ORDENAÇÃO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA.

Uma expressão algébrica pode ser classificada quanto ao número de termos que ela possui em:

1. Monômio - quando possui apenas um termo Ex.: $4x^2$; x; $-y^3$.

2. <u>Binômio</u> - quando possui dois termos Ex.: $x + 2$; $m^2 - 5m$

3. <u>Trinômio</u> - quando possui três termos Ex.: $2a^2 - 4a + 1$; $z^3 + 2z^2 + z$.

4. <u>Polinômio</u> - quando possui quatro ou mais termos.
Ex.: $4y^3 - 2y^2 + 5y - 1$

<u>OBS.</u>: Podemos utilizar o nome genérico de polinômio para uma expressão algébrica com qualquer número de termos.

As variáveis de um polinômio podem aparecer com expoentes diferentes. Se o polinômio possuir apenas <u>uma variável</u> o <u>grau desse polinômio</u> é dado pelo <u>maior expoente</u> que a variável possui. Ex.: 1) o polinômio: $4y^3 - 2y^2 + 5y - 1$ é do 3º grau,
2) o polinômio $2a^2 - 4a + 1$ é do 2º grau,
3) o polinômio $x + 2$ é do 1º grau.

Se o polinômio possuir mais que uma variável pode ocorrer:

1) as variáveis não aparecem juntas num mesmo termo - nesse caso, o grau do polinômio é o <u>maior expoente</u> de qualquer uma das variáveis;
$x^3 + 5z^2 + y$ é um polinômio do 3º grau com três variáveis;
2) as variáveis aparecem juntas num mesmo termo - nesse caso, o grau do polinômio é dado pela <u>maior soma dos expoentes</u> das variáveis em cada um dos termos.
Ex.: $x + xy + 5$ - soma dos expoentes das variáveis no 1º termo $= 1$, soma dos expoentes das variáveis no 2º termo $= 2$. Portanto, este é um polinômio do 2º grau com duas variáveis - $a^2 + 2a^2b + ab + b^2$ - é um polinômio do 3º grau, pois a maior soma dos expoentes, em cada um dos termos, é a do 2º termo.

Os polinômios com apenas uma variável, podem ser ordenados, segundo as potências decrescentes da variável.

Ex.: 1) O polinômio $3x + 5x^2 + 1$ pode ser ordenado da seguinte maneira: $5x^2 + 3x + 1$.
2) O polinômio $y^3 - 5 - 2y + 3y^2$ pode ser ordenado da seguinte maneira: $y^3 + 3y^2 - 2y - 5$.

3ª
4a. Atividade - Considere a expressão algébrica abaixo:

$$5x - 3x^2 - 1 + x^3$$

1) Quantos termos esta expressão possui ?

2) Que nome podemos dar a esta expressão ?

3) Quantas variáveis possui esta expressão ?

4) Qual é o grau desta expressão ?

5) Escreva esse polinômio na forma ordenada.

2
4ª
5a. Atividade - Considere a expressão algébrica abaixo:

$$m^3 + 3m^2n^2 + 3mn + n^3 + 4$$

1) Quantos termos esta expressão possui ?

2) Quantas variáveis ela possui ?

3) Qual é a soma dos expoentes das variáveis em cada um dos termos ?

4) Qual é o grau desse polinômio ?

5ª
6a. Atividade: Considere o polinômio abaixo:

$$\frac{2}{3}x^3 - x^4 + 2 - 5x^2 + \frac{x^5}{2} + x + 3x^2 + 7$$

fazer resposta no final do módulo

1) Quantos termos possui este polinômio ?

2) Qual é o coeficiente de cada termo ?

3) Qual é a parte literal de cada termo ?

4) Qual é a variável deste polinômio ?

5) Qual é o grau deste polinômio ?

6) Quais são os termos independentes ?

7) Quais são os termos semelhantes ?

8) Escreva esse polinômio na forma ordenada.

6ª
7a. Atividade: 1) Construir uma expressão algébrica do 2º grau com apenas uma variável.

2) Construir uma expressão algébrica do 1º grau com apenas uma variável.

3) Construir um trinômio do 1º grau com duas variáveis.

4) Construir uma expressão algébrica que seja um trinômio do 2º grau com apenas uma variável e que possua um termo independente.

5) Construa um polinômio do 5º grau, com apenas uma variável,- sendo que o expoente dessa variável não pode ser o mesmo em nenhum dos termos.

6) Construir um polinômio do 6º grau, com apenas uma variável, sem repetir o expoente e que tenha 5 termos.

TEXTO Nº 03 - VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO LITERAL.

Uma expressão literal só pode ser calculada, quando - atribuímos valores numéricos para as variáveis. Ao substituirmos as variáveis por números conhecidos transformamos a expressão literal numa expressão numérica. Resolvendo a expressão numérica assim obtida, determinamos o valor numérico da expressão literal dada.

Seja, por exemplo, determinar o valor numérico (v.n.) das expressões literais abaixo:

3

Fazer 2 exemplos.

1º) $2x - 3$ para $x = 1$ 2º) $x^2 - 5x + 6$ para $x = 2$

3º) $2x + 2y$ para ~~x = 2 e y = -3~~ $x = \frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{3}$ 4º) $2.\pi.R$ para $\pi = 3,14$ e $R = 5$

7ª ~~8a.~~ Atividade - Determinar o valor numérico das expressões -

fazer resposta no final do Módulo.

1) $5m - 3$ para $m = -2$ 2) $3a^2 - 1$ para $a = 0$

3) $2y + 5$ para $y = 1/5$ 4) $3m^2 - 2m + 1$ para $m = -3$

5) $\frac{2.\pi.R}{6}$ para $\pi = 3,14$ e $R=3$ 6) $a + (n - 1).r$ para $a = 2$, $n = 4$ e $r = -1$

7). $\frac{b.h}{2}$ para b= 3 e h= 5

8) $a.q^{n-1}$ para a= -2, q= 2 e n=5

9) $\frac{(B + b).h}{2}$ para B=6, b=5 e h=4

10) $\frac{n.(n - 3)}{2}$ para n=6

11) $180.(n - 2)$ para n=11

12) $V + F - A - 2$ para V=8, A=12 e F=6

13) $(a + b).(a - b)$ para a= -1/2 e b= -1/3

14) $2p^3 - p^2 + 3p - 1$ para p= 0

15) $2p^3 - p^2 + 3p - 1$ para p= -1

16) $2p^3 - p^2 + 3p - 1$ para p= -2/3

17) $p.(p - a).(p - b)$ para a= 1/2, b= 1/3 e p= 1/4

18) $p.(p - a).(p - b)$ para a= -1/2, b= -1/3 e p= -1/4

19) $\frac{m^2 + 3m + 6}{(m - 1)^2}$ para m= 3

20) $\frac{1}{x}$ para x= -5

21) $\frac{1}{x^2}$ para x= 0

22) $\frac{1}{x}$ para x= 3/5

23) $\frac{1}{x^2 -1}$ para x= -10

24) $\frac{1}{x^2 -1}$ para x= 1

25) $\frac{1}{x^2 -1}$ para x= -1

26) $C.(1 - i)^n$ para C= 1000, i= 0,15 e n= 2

TEXTO Nº 04 - RELAÇÃO ENTRE AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E POTENCIAÇÃO.

A partir de agora, vamos estudar as operações fundamentais com termos literais. Para isso, é necessário que saibamos como as operações de adição, multiplicação e potenciação - estão relacionadas.

Quando você estudou a operação de adição, você notou que existem adições com 2, 3, 4 ou mais parcelas. Por exemplo: $2 + 3 + 5$ é uma adição de 3 parcelas e $1 + 3 + 5 + 7$ é uma adição de 4 parcelas.

Existem, porém, alguns casos particulares de adição que são de muita importância e que por isso precisam ser destacados: são as adições que possuem todas as parcelas iguais. - Exemplificando: $1 + 1 + 1$ é uma adição que possui 3 parcelas - iguais, $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ é uma adição que possui 5 parcelas - iguais. Por que essas adições de parcelas iguais são importantes ? Simplesmente, porque elas podem ser escritas de forma - simplificada e o que permite escrevê-las de forma abreviada é justamente a operação de multiplicação. Por exemplo, uma adição que possuísse 5 parcelas iguais a 3 poderia ser escrita assim: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 . 3$. A importância desse fato se torna - mais visível se a gente quisesse, por exemplo, escrever uma - adição que possuísse mil parcelas iguais a 2.

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + \ldots + 2}_{1000 \text{ vezes}} = 1000 . 2$$

Ou, então, uma adição que tivesse um número qualquer (que será representado pela letra n) de parcelas iguais a 2 :

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + \ldots + 2}_{n \text{ parcelas}} = n . 2$$

Assim, a operação de multiplicação de 2 fatores nada mais é do que uma adição de parcelas iguais. Escrever $4 . 7$ é o mesmo que escrever $7 + 7 + 7 + 7$ e assim podemos relacionar as operações de adição e multiplicação. A multiplicação é um caso particular de adição. Entretanto, uma operação de multiplicação pode possuir 2, 3, 4 ou mais fatores. Por exemplo: - $2 \cdot 3 \cdot 5$ é uma multiplicação de 3 fatores. $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10$ é uma multiplicação de 4 fatores.

Existem, porém, alguns casos particulares de multiplicação que são de muita importância e que por isso precisam ser destacados: são as multiplicações que possuem todos os fatores iguais. Exemplificando: $2 \cdot 2 \cdot 2$ é uma multiplicação de 3 fatores iguais. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ é uma multiplicação de 4 fatores - iguais. Por que essas multiplicações de fatores iguais são importantes ? Simplesmente, porque elas também podem ser escritas de forma abreviada. O que permite fazer isso é justamente uma - outra operação: a potenciação.

Por exemplo, uma multiplicação - que possuísse 3 fatores iguais a 2 poderia ser escrita assim: - $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ (2 é a base e 3 é o expoente da potenciação), - onde a base da potenciação é sempre o fator que se repete na multiplicação e o expoente da potenciação é sempre o número de vezes que o fator se repete na multiplicação.

Uma multiplicação que possuísse um número qualquer - (que será representado pela letra n) de fatores iguais a 2 poderia ser assim escrita de forma abreviada:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{\text{n fatores}} = 2^n$$

Assim, a operação de potenciação nada mais é que uma multiplicação que possui todos os fatores iguais. Escrever 3^4 é o mesmo que escrever $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Dessa forma, a potenciação é um caso particular da multiplicação e como já havíamos concluído que a multiplicação é um caso particular da adição, atingimos o objetivo do título do texto que era o de mostrar como essas 3 operações estão relacionadas.

CONCLUSÃO: 1. Nem toda adição pode ser transformada numa multiplicação, mas toda multiplicação pode ser transformada numa adição de parcelas iguais.

2. Nem toda multiplicação pode ser transformada numa potenciação, mas toda potenciação pode ser transformada numa multiplicação de fatores iguais.

Essas duas afirmações nos permitem sempre partir de uma potenciação e chegar numa adição de parcelas iguais. Exemplos:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 3 + 3 + 3$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot (2 + 2) = 2 + 2 + 2 + 2$$

O caminho contrário, entretanto, quase sempre não é verdadeiro.

Por exemplo: $5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5 = ?$

8a

~~9a.~~ Atividade: Transforme as adições abaixo em multiplicação e as multiplicações em potenciações:

1) $2 + 2 + 2 + 2 =$

2) $5 + 5 + 5 =$

3) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

4) $5 \cdot 5 \cdot 5 =$

5) $3 + 3 =$

6) $3 \cdot 3 =$

7) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

8) $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

9) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

1o) $10 + 10 + 10 =$

11) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

12) $7 + 7 + 7 + 7 + 7 =$

13) $\underbrace{2 + 2 + 2 + \ldots + 2}_{\text{25 parcelas}} =$

14) $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{\text{20 fatores}} =$

15) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 3}_{\text{100 fatores}} =$

16) $\underbrace{3 + 3 + 3 \quad \ldots + 3}_{\text{100 parcelas}} =$

17) $\underbrace{5 + 5 + 5 + \ \ldots + 5}_{\text{n parcelas}} =$

18) $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 5}_{\text{n fatores}} =$

19) $\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10}_{\text{x fatores}} =$

20) $\underbrace{10 + 10 + 10 + \ \ldots + 10}_{\text{m parcelas}} =$

21) $a + a + a + a =$

22) $x + x + x + x + x =$

23) $a \cdot a \cdot a \cdot a =$

24) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x =$

25) $a \cdot a =$

26) $n + n + n + n + n + n + n =$

27) $n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n =$

28) $z \cdot z \cdot z =$

29) $p + p + p =$

30) $k + k + k + k =$

31) $k \cdot k \cdot k \cdot k =$

32) $k \cdot k =$

33) $k + k =$

34) $p + p + p + q + q + q + q =$

35) $t + t + u + u + u =$

36) $x \cdot x + y + y + y + y =$

37) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b =$

38) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c \cdot c \cdot c =$

39) $\underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{\text{n parcelas}} =$

40) $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n fatores}} =$

4 9ª

~~10a.~~ Atividade: Calcule o valor das potências abaixo:

1) $2^3 =$

2) $3^2 =$

3) $4^2 =$

4) $2^4 =$

5) $0^3 =$

6) $10^2 =$

7) $10^3 =$

8) $1^3 =$

9) $3^5 =$

10) $1^{100} =$

11) $(-5)^3 =$

12) $(-5)^2 =$

13) $(-7)^3 =$

14) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

15) $(-1)^{53} =$

16) $(-6)^2 =$

17) $\left(-\frac{5}{3}\right)^3 =$

18) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$

19) $\left(-\frac{2}{9}\right)^2 =$

20) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3 =$

TEXTO Nº 05 - MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIAS DE BASES IGUAIS.

Na Aritmética e no cálculo literal muitas vezes há a necessidade de se multiplicar potências que podem ter bases - iguais ou não. Por exemplo:

1) $2^3 \cdot 2^4$ é uma multiplicação de potências de bases iguais a 2.

2) $2^3 \cdot 3^2$ é uma multiplicação de potências de bases diferentes cujas bases são 2 e 3.

Para multiplicarmos potências que possuem as bases - iguais, basta transformarmos todas as potências em multiplicações de fatores iguais e voltarmos a transformar essa multiplicação em uma única potência, e isso é possível pois todos os fatores da multiplicação são iguais. Exemplificando:

1) $2^3 \cdot 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$

2) $m^3 \cdot m^2 = m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m = m^5$

3) $x^{25} \cdot x^{10} = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{25 fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{10 fatores}} = x^{35}$

No caso de termos uma multiplicação de potências de bases diferentes, também transformamos cada uma das potências - em multiplicação mas não podemos voltar a transformar em uma - única potência, uma vez que nem todos os fatores são iguais. - Exemplificando:

1) $a^2 \cdot b^3 = a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b = ?$

2) $2^3 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 8 \cdot 9 = 72$

10 ~~11a.~~ Atividade - Nos exercícios abaixo, transforme as potências indicadas em multiplicações, em seguida, volte a transformar - essas multiplicações em potenciações:

1) $a^2 \cdot a^3 =$

2) $x^3 \cdot x =$

3) $m^2 \cdot m^2 =$

4) $y^4 \cdot y =$

5) $p^3 \cdot p^4 =$

6) $x \cdot x^2 \cdot x^3 =$

7) $y^2 \cdot y^3 \cdot y^2 =$

8) $x^2 \cdot y^3 =$

9) $a^4 \cdot a^2 \cdot a^3 =$

10) $a^2 \cdot m^4 =$

5 Tirar

12a. Atividade: Diga quantos fatores iguais tem cada uma das multiplicações indicadas abaixo:

1) $x^2 . x^7$

2) $a^{12} . a^{20}$

3) $m^{25} . m^{32}$

4) $p^{50} . p^{70}$

5) $y^{500} . y^{129}$

6) $z^6 . z^{10} . z^5$

11 observando o q. você fez na ativ (10)

13a. Atividade - Calcule, diretamente, as multiplicações de potências de bases iguais, abaixo, expressando o resultado na forma de uma única potência:

fazer resposta no final do módulo

1) $a^4 . a^3 =$

2) $x^7 . x =$

3) $a^9 . a^{13} =$

4) $y^8 . y^7 =$

5) $x^2 . x^5 . x^9 =$

6) $m^6 . m . m^4 =$

7) $p^9 . p^4 . p^3 =$

8) $b^8 . b^7 . b^{10} =$

9) $z^4 . z^{10} . z^7 =$

10) $a^9 . a^2 . a^4 . a^5 =$

TEXTO Nº 06 - ESTUDO DAS PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES E SUAS APLICAÇÕES NO CÁLCULO LITERAL.

O QUE ENTENDEMOS POR PROPRIEDADE DE UMA OPERAÇÃO EM MATEMÁTICA ?

Uma propriedade, nada mais é, do que a possibilidade - que temos de efetuar uma determinada operação, de outra maneira, sem que isto venha a modificar o resultado da operação feita.

A Propriedade Comutativa

Rever

Dizemos que uma operação possui a propriedade comutativa quando ao trocarmos a ordem de seus termos o resultado dessa operação não se altera quaisquer que sejam os números que estiverem sendo operados. Ex: na adição $a+b=b+a$
na multipl. $a.b=b.a$

1) De acordo com essa definição, a adição é comutativa, pois, ao trocarmos a ordem das parcelas, a soma permanece a mesma para qualquer par de números que se utilize.

Confirme esta afirmação, através dos exemplos abaixo:

a) $2 + 3 =$

$3 + 2 =$

b) $5 + 0 =$

$0 + 5 =$

c) $1 + \frac{1}{5} =$

$\frac{1}{5} + 1 =$

d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$

$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} =$

Trocar

2) A <u>multiplicação</u> é comutativa pois ao trocarmos a ordem dos fatores, o produto permanece o mesmo.

Confirme esta afirmação através dos exemplos abaixo:

a) $2 . 3 =$

$3 . 2 =$

b) $5 . 0 =$

$0 . 5 =$

c) $1 . 9 =$

$9 . 1 =$

d) $\frac{1}{3} . \frac{2}{5} =$

$\frac{2}{5} . \frac{1}{3} =$

3) E a subtração, divisão e potenciação são comutativas ?

<u>Lembre-se</u>: para que uma operação possua a propriedade comutativa, é necessário que ao trocarmos a ordem de seus elementos o resultado dessa operação não se altere.

Antes de responder a pergunta acima, resolva as operações seguintes:

a) $5 - 3 =$

$3 - 5 =$

b) $5 - 0 =$

$0 - 5 =$

Trocar

c) $8 : 4 =$

$4 : 8 =$

d) $5 : 1 =$

$1 : 5 =$

e) $2^3 =$

$3^2 =$

f) $1^5 =$

$5^1 =$

Resposta:

O elemento neutro da adiç. é o zero
O " " " mult. é o um

A PROPRIEDADE DO ELEMENTO NEUTRO -

Dizemos que uma operação possui elemento neutro quando:

a) for comutativa;

b) escolhido um número qualquer, sempre existe outro número que - ao ser operado com o primeiro dê como resultado o próprio número escolhido.

De acordo com essa definição é evidente que não precisaremos testar todas as operações para verificar se possuem ou não elemento neutro, mas só aquelas que forem comutativas, isto é, a adição e a multiplicação.

1) Terá a Adição algum elemento neutro ? Para que tenha, é necessário que ao escolhermos um número qualquer, exista um outro - número (o elemento neutro) que somado com o primeiro dê como resultado o próprio número escolhido.

   a) Se escolhermos o número 1,devemos perguntar, 1 mais quanto dá o próprio 1 ? A resposta é ____________ , isto é, _____

   b) Se escolhermos o número 1/2, devemos perguntar, 1/2 mais - quanto dá o próprio 1/2 ? A resposta é ___________ , isto é, _____________ .

CONCLUSÃO:

2) Terá a multiplicação algum elemento neutro ? Caso tenha, será também igual a zero ? Vamos experimentar. Para que a multiplicação possua elemento neutro é necessário que, ao escolhermos um número qualquer, exista um outro número (o elemento neutro) que multiplicado pelo primeiro reproduza o próprio número escolhido.

   a) Se escolhermos o número 5, devemos perguntar, 5 vezes quanto dá o próprio 5 ? A resposta é ____________ , isto é, - _______________

   b) Se escolhermos o número 1/2, devemos perguntar, 1/2 vezes - quanto dá o próprio 1/2 ? A resposta é ___________ , isto é, _____________

CONCLUSÃO:

TEXTO Nº 07 - APLICAÇÃO DAS PROPRIEDADES ESTUDADAS NA MULTIPLICAÇÃO DE MONÔMIOS.

Seja, por exemplo, multiplicar os monômios: $2a \cdot 3a$

a) Podemos escrever essa multiplicação da seguinte maneira: - $2 \cdot a \cdot 3 \cdot a$

b) Aplicando a propriedade comutativa da multiplicação, podemos agrupar os coeficientes e as partes literais da seguinte maneira: $2 \cdot 3 \cdot a \cdot a$

c) multiplicando os coeficientes e as partes literais, temos: $2 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 6a^2$

d) Em resumo, temos:
$2a \cdot 3a = 2 \cdot a \cdot 3 \cdot a = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 6a^2$

Outros exemplos: Multiplicar os monômios abaixo:

1) $3x^2 \cdot 5x^3 =$

2) $5a \cdot 2 =$

3) $\frac{2}{3} m \cdot (-\frac{3}{5} m^2) =$

4) $4y^2 \cdot 2y \cdot 5y^3 =$

5) $x \cdot 2x =$

6) $2a \cdot 3b =$

Vejamos agora, uma maneira prática de multiplicar monômios, dando o resultado direto:

1) $3x^2 \cdot 5x^3 =$

2) $2a^3 \cdot 3a =$

3) $y \cdot 7y =$

4) $\frac{2}{5} m \cdot \frac{3}{4} x =$

<u>14a. Atividade</u>: Efetue, diretamente, as multiplicações abaixo:

1) $3x \cdot 3x =$	2) $3x \cdot (-2y) =$	3) $5x \cdot (-2) =$
4) $2 \cdot (-3x) =$	5) $5y^2 \cdot y =$	6) $2m \cdot (-n) =$
7) $x \cdot 2 =$	8) $x \cdot 3x =$	9) $m \cdot m^2 =$
10) $6x \cdot x^2 =$	11) $3x \cdot y =$	12) $4 \cdot 2x^2 =$
13) $-x \cdot 5x =$	14) $-x \cdot (-x) =$	15) $2x \cdot 3y =$
16) $1 \cdot x =$	17) $-1 \cdot x^2 =$	18) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{5}{7}x =$
19) $-\frac{5}{6}x^2 \cdot \frac{3}{10}x =$	20) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x =$	21) $3xy \cdot 2x^2 =$
22) $2a^2 \cdot 3a \cdot 5a^3 =$	23) $3a^2 \cdot 2ab \cdot 5b^2 =$	24) $\frac{2}{5}am \cdot \frac{3}{4}a^2n =$

<u>TEXTO Nº 08</u> - <u>A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO</u>.

Você já estudou anteriormente, as propriedades: comutativa da adição e da multiplicação e do elemento neutro da adição e da multiplicação. É importante notar que essas propriedades se referem a uma <u>única operação</u>.

Muitas vezes, aparecem expressões que envolvem duas operações diferentes, como a expressão: $2 \cdot (3 + 5)$. Esta expressão pode ser resolvida, da maneira usual, isto é, efetuando-se inicialmente a operação indicada no parênteses e, multiplicando-se o resultado obtido por 2; ou seja: $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$.

No entanto, a expressão acima poderia ser resolvida multiplicando-se o fator que está fora do parênteses por cada uma das parcelas da adição indicada no parênteses, ou seja, $2 \cdot (3 + 5) = 6 + 10 = 16$. Observe que os resultados obtidos são os mesmos.

No caso da expressão: $7 \cdot (9 - 4)$ poderíamos efetuá-la como fizemos na expressão acima ou seja:
$7 \cdot (9 - 4) = 7 \cdot 5 = 35$ ou $7 \cdot (9 - 4) = 63 - 28 = 35$

Esta outra maneira de resolver expressões que envolvam operações de multiplicação e adição ou multiplicação e subtração é chamada de Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição e Propriedade Distributiva da Multiplicação em Relação à Subtração.

15a. Atividade: Resolva as expressões abaixo de maneira usual e através da propriedade distributiva.

1) $5 \cdot (2 + 9) =$

$5 \cdot (2 + 9) =$

2) $2 \cdot (3 + 1) =$

$2 \cdot (3 + 1) =$

3) $7 \cdot (3 - 2) =$

$7 \cdot (3 - 2) =$

4) $3 \cdot (2 - 5) =$

$3 \cdot (2 - 5) =$

5) $- 2 \cdot (3 + 4) =$

$- 2 \cdot (3 + 4) =$

6) $\frac{2}{3} \cdot (\frac{2}{5} + \frac{1}{5}) =$

$\frac{2}{3} \cdot (\frac{2}{5} + \frac{1}{5}) =$

7) $2 \cdot (3 + 4 + 1) =$

$2 \cdot (3 + 4 + 1) =$

8) $- 3 \cdot (4 - 5 + 1) =$

$- 3 \cdot (4 - 5 + 1) =$

9) $(5 + 4) \cdot 2 =$

$(5 + 4) \cdot 2 =$

10) $(3 - 7) \cdot 4 =$

$(3 - 7) \cdot 4 =$

11) $3 \cdot (x + x) =$

$3 \cdot (x + x) =$

12) $2 \cdot (a + b) =$

$2 \cdot (a + b) =$

TEXTO Nº 09 - MULTIPLICAÇÃO DE MONÔMIO POR POLINÔMIO.

Você deve ter percebido que a expressão nº 12 da atividade anterior não pode ser calculada da maneira usual, uma vez que, dentro dos parênteses não tínhamos uma adição de parcelas iguais. A única possibilidade de efetuarmos a multiplicação indicada foi através da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Portanto, expressões que envolvam multiplicação e adição ou multiplicação e subtração, como as da atividade anterior, podem ser calculadas da maneira usual, caso seja possível efetuar a operação indicada no parênteses ou, através do uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou - subtração.

Exemplificando: A expressão: $x \cdot (x^2 + 3x + 1)$ é uma multiplicação de um monômio por um polinômio e a única maneira - de resolvê-la é através da propriedade distributiva, uma vez que não é possível resolver a adição dentro do parênteses. Dessa maneira, efetuando a multiplicação acima, temos:

$$x \cdot (x^2 + 3x + 1) = x^3 + 3x^2 + x$$

<u>16a. Atividade</u>: Aplicando a propriedade distributiva, efetue as multiplicações abaixo:

1) $5 \cdot (7 + 3) =$

2) $2 \cdot (9 - 2) =$

3) $3 \cdot (3 + 5 + 1) =$

4) $-10 \cdot (3 - 8) =$

5) $\frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2} + 1) =$

6) $(8 - 3) \cdot 4 =$

7) $3m \cdot (m + m) =$

8) $2 \cdot (x + x) =$

9) $2 \cdot (3a + b) =$

10) $2x \cdot (3x^2 - 4x + 8) =$

11) $3y \cdot (y - 4) =$

12) $6x \cdot (x^2 + x - 4) =$

13) $a \cdot (a + b - c) =$

14) $1 \cdot (x^2 - 3x - 5) =$

15) $2x \cdot (x - y) =$

16) $-2a \cdot (a^2 - 3a) =$

17) $1 \cdot (x^2 - 5) =$

18) $-1 \cdot (-x^2 + 2x - 3) =$

19) $+ (5m + 2n + p) =$

20) $- (5a^2 - 3a - 4) =$

21) $(a - 2b) \cdot x =$

22) $5x \cdot (\frac{2}{3} x + \frac{1}{5} y) =$

23) $\frac{3}{4} \cdot (x - 1) =$

24) $2 \cdot (x + \frac{1}{3}) =$

25) $2xy \cdot (xy + 4) =$

26) $a^2b\ (a^2b + ab^2 + 1) =$

27) $(2m^2 + m - 3) \cdot 4m =$

28) $- 3xy \cdot (x^2 + xy + y^2) =$

29) $x \cdot (a + b + c) =$

30) $2m \cdot (3 + 4m - m^2) =$

17a. Atividade: Nos exercícios abaixo, foram aplicadas propriedades distributivas da multiplicação em relação às operações de adição e subtração. Faça a "volta" das propriedades aplicadas e, em seguida, efetue as operações indicadas:

1) $3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 =$

2) $4 \cdot 5 - 3 \cdot 5 =$

3) $-2 \cdot 7 + 3 \cdot 7 =$

4) $-4 \cdot 6 - 2 \cdot 6 =$

5) $2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 - 5 \cdot 3 =$

6) $2 \cdot x + 3 \cdot x =$

7) $3 \cdot m - 5 \cdot m =$

8) $5 \cdot m^2 + 3 \cdot m^2 =$

9) $-3 \cdot p^2 - 9 \cdot p^2 =$

10) $-5 \cdot y + 3 \cdot y - 8 \cdot y =$

11) $\frac{2}{3} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot a =$

TEXTO Nº 10 - SOMA ALGÉBRICA DE MONÔMIOS SEMELHANTES

Ao executar a atividade anterior você já efetuou algumas somas algébricas de monômios semelhantes.

Por exemplo, $2x + 3x$ é uma adição de monômios semelhantes, pois têm a mesma parte literal. Para efetuar esta adição você fez a volta da propriedade distributiva e em seguida calculou a soma obtida no parênteses. Ou seja:

$$2x + 3x = (2 + 3) \cdot x = 5 \cdot x = 5x$$

No entanto, podemos deixar de escrever no parênteses a adição dos coeficientes e obtermos diretamente o resultado da soma de monômios indicada. Exemplificando:

1) $2x + 3x = 5x$ (pois $2 + 3 = 5$)

2) $9m + m = 10m$ (pois $9 + 1 = 10$)

3) $-5y + 3y = -2y$ (pois $-5 + 3 = -2$)

4) $3p^2 + 8p^2 = 11p^2$ (pois $3 + 8 = 11$)

5) $8m^3 - 5m^3 - 2m^3 = m^3$ (pois $8 - 5 - 2 = 1$)

<u>18a. Atividade</u>: Efetue, diretamente, as somas algébricas abaixo:

1) $9x + 3x =$

2) $-12x^2 + 10x^2 =$

3) $-6a - 3a =$

4) $2ab - 9ab =$

5) $m^2 + 3m^2 =$

6) $-2p + 2p =$

7) $2x - x =$

8) $x + x =$

9) $2x - 3x =$

10) $5m + \frac{2}{3} m =$

11) $2m + 3m + 4m =$

12) $5x^2 + 3x^2 - 2x^2 =$

13) $3k - 2k + k =$

14) $4m^3 - 2m^3 - 2m^3 =$

15) $8xy - 3xy - 7xy =$

16) $3x^2y + 5x^2y - x^2y =$

17) $-5y + 3y - 8y =$

18) $-4z^2 - 3z^2 + 9z^2 =$

19) $2x^2 - \frac{3}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^2 =$

20) $k^2 + \frac{3k^2}{5} - \frac{3k^2}{2} =$

<u>TEXTO Nº 11</u> - <u>REDUÇÃO DE TERMOS SEMELHANTES DE UM POLINÔMIO</u>.

Ao iniciarmos o estudo de expressões algébricas, vimos que existem polinômios que possuem termos semelhantes. Para efeito de simplificação do polinômio podemos reduzir esses termos semelhantes a um único termo. Exemplificando:

1º) $x^2 - 3x + 2x - 6$. Como os termos $-3x$ e $2x$ são semelhantes, podemos efetuar a soma algébrica: $-3x + 2x$ e reescrevermos o polinômio, ou seja:

$$x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

2º) $5y^3 - 4y^3 + 2y^2 + 4y^2 - 3y - 2y + 4 + 1$. Somando algebricamente os termos semelhantes, temos:

$$5y^3 - 4y^3 + 2y^2 + 4y^2 - 3y - 2y + 4 + 1 = y^3 + 6y^2 - 5y + 5.$$

3º) $5x^2 + 4x + 1 - 6x^2 + 4 + 2x$. Note que os termos semelhantes não aparecem juntos nesse polinômio. Neste caso, devemos primeiramente agrupar os termos semelhantes para depois reduzí-los a um único termo. Ou seja:

$$5x^2 + 4x + 1 - 6x^2 + 4 + 2x = 5x^2 - 6x^2 + 4x + 2x + 1 + 4 =$$
$$= -x^2 + 6x + 5.$$

4º) $$\frac{x^2}{3} + \frac{5}{2}x + 4 + \frac{x^2}{6} + \frac{3x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{6} + \frac{5}{2}x +$$
$$+ \frac{3x}{4} + 4 + \frac{1}{2} = \frac{2x^2 + 1x^2}{6} + \frac{10x + 3x}{4} + \frac{8 + 1}{2} =$$
$$= \frac{3x^2}{6} + \frac{13x}{4} + \frac{9}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{13}{4}x + \frac{9}{2}$$

5º) $a^2 - 3a + 5 + (5a + 3 - 4a^2)$. Neste caso, para reduzirmos os termos semelhantes devemos primeiramente eliminar os parênteses, aplicando a propriedade distributiva, agrupando-os e somando-os.

$$a^2 - 3a + 5 + 1 \,.\, (5a + 3 - 4a^2) = a^2 - 3a + 5 + 5a + 3 -$$
$$- 4a^2 = a^2 - 4a^2 - 3a + 5a + 5 + 3 = -3a^2 + 2a + 8$$

<u>19a. Atividade</u> - Reduza os termos semelhantes das expressões algébricas a seguir:

1) $3a^2 - 10a + 3 + 8a - a^2 + 5 =$
2) $2x^3 + 6x^2 + 5x^3 - 7x + 3 - 1 - 9x^2 - x =$
3) $5x - 3 + 6x^2 - 7x - 1 - 8x^2 =$
4) $3p^4 - 6p^3 - 5p^2 - 6 + 4p^4 - p^2 =$
5) $x^2 - 3x + 6 - 2x =$
6) $p^3 - 5p - 1 - p^3 - 2p =$
7) $8x^3 + 4x^2y + 6xy^2 - 8x^2y - y^3 + 7xy^2 =$
8) $2a^2 + 10a - 15 - 3a =$
9) $\frac{5b^3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{2b}{3} - \frac{1b^3}{2} - b - \frac{1}{12} =$
10) $-3x^2 - 8x + 4 - 9x - 1 =$
11) $5m^3 - m + 5 + 2m^3 + m + 1 =$

12) $m^2 - \frac{mn}{3} + \frac{n^2}{9} - \frac{mn}{3} =$

13) $t^2 + \frac{2}{3}t + 9 + \frac{1}{4}t =$

14) $c^2 - 3c + 8c^4 - 7c^3 - 9c - 2c^2 - 10 =$

15) $-\frac{6y^2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{4y^3}{3} - \frac{2y^2}{3} - \frac{7y^2}{10} - \frac{1}{2} =$

16) $p^4 - 7p^3 + 8 - 6p^2 + 6p^3 - 9p + p^4 =$

17) $pq - 2pq^2 + 7p^2q - 4pq + 2pq^2 =$

18) $2x + 7y - 9xy - 6x - 3xy + 3y =$

19) $a + 2b - 3a + 5 + 4b - 1 =$

20) $x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2xy + x^2 =$

21) $1 + 3p^2 - 7 + 2p^2 + q =$

22) $3k^2 + 5k - 1 - 2k - 3k + 1 - 3k^2 =$

23) $5z^2 + xz - 4xz + z^2 - z =$

24) $10x - 0{,}5x + 3y - 4{,}5y =$

25) $0{,}1m + 0{,}01m - 0{,}001m^2 + 0{,}0001m^3 =$

<u>20a. Atividade</u>: Nos exercícios seguintes você deverá efetuar as somas algébricas e multiplicações indicadas. Antes de iniciar, recorde a maneira mais prática de efetuar cada uma dessas operações:

1) $2x + 3x =$	2) $2x \cdot 3x =$
3) $5m^2 - 8m^2 =$	4) $5m^2 \cdot (-8m^2) =$
5) $-2xy + 9xy =$	6) $-2xy \cdot 9xy =$
7) $2p + 5p =$	8) $2p \cdot 5p =$
9) $-7x^3 + 7x^3 =$	10) $-7x^3 \cdot 7x^3 =$
11) $x + 3y =$	12) $x \cdot 3y =$

<u>21a. Atividade</u>: Elimine os parênteses e reduza os termos semelhantes:

1) $2 \cdot (m - 3n) - 5 \cdot (2n - 7n) =$

2) $(x^2 + 2xy + y^2) - (-2x^2 + 3xy - y^2) =$

3) $2a \cdot (2a + b) - b \cdot (2a + b) =$

4) $3 + 2x \cdot (5x - 1) + 7x^2 =$

5) $6x \cdot (4x^2 - 3x + 8) + (4x^2 - 3x + 8) =$

6) $-(2x^3 + 4x^2 - 7) + (-3x^3 + 2x^2 - 7x + 8) =$

7) $x + 6y + 3z - (2x - y - 2z) - (7y + 8y + 9z) =$

8) $2p + 3 \cdot (p^2 - 2p) - (p - p^2) =$

9) $3x \cdot (4x + 2) + x \cdot (3 - 2x) - (3 - 2x) =$

10) $-3r^2 + (2r^3 - 7r^2 + 5) - 2 \cdot (3 - 2r^2) =$

<u>TEXTO Nº 12</u>: <u>A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA COMPOSTA E A MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS</u>.

Na atividade nº 15 estudamos as propriedades distributivas da multiplicação em relação à adição e da multiplicação em relação à subtração. Agora estudaremos uma outra propriedade distributiva, muito importante para a multiplicação de polinômios, que é a <u>Propriedade Distributiva Composta</u>. Esta é uma propriedade que pode ser aplicada toda vez que tivermos uma multiplicação de duas ou mais somas algébricas, como veremos a seguir.

Expressões como $(3 + 2) \cdot (5 + 1)$ ou $(5 + 3) \cdot (6 - 2)$ devem, evidentemente, ser calculadas efetuando-se as operações indicadas em cada parênteses e multiplicando-se os resultados obtidos. Assim:

$(3 + 2) \cdot (5 + 1) = 5 \cdot 6 = 30$ e $(5 + 3) \cdot (6 - 2) = 8 \cdot 4 = 32$.

Contudo, essas mesmas expressões poderiam ser calculadas utilizando-se a <u>Propriedade Distributiva Composta</u>. Ou seja :

multiplicando-se cada um dos números que fazem parte da operação que está indicada dentro do primeiro parênteses por cada um dos números que fazem parte da operação indicada dentro do segundo - parênteses, isto é:

$$(3 + 2) . (5 + 1) = 15 + 3 + 10 + 2 = 18 + 10 + 2 = 28 + 2$$

$$= 30 \quad e \quad (5 + 3) . (6 - 2) = 30 - 10 + 18 - 6 = 48 - 16 = 32.$$

Note que os resultados obtidos para as duas expressões são os mesmos, independentemente da maneira de calcular cada uma dessas expressões. É certo que, aplicar a propriedade distributiva composta para resolver expressões tão simples como as expressões acima, torna a resolução um pouco complicada e trabalhosa. - No entanto, multiplicações como: $(x + 2) . (x + 3)$ só são possíveis de serem efetuadas com a utilização da propriedade distributiva composta, uma vez que, não podemos efetuar as operações indicadas dentro de cada parênteses. Lembra-se do motivo ? Isso - mesmo, os termos não são semelhantes.

Vamos, então, efetuar a multiplicação indicada em - $(x + 2) . (x + 3)$. Inicialmente multiplicamos cada um dos termos que fazem parte da operação indicada dentro do primeiro parênteses pelos termos que fazem parte da operação indicada dentro do 2º parênteses, isto é:

$$(x + 2) . (x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6.$$

Como $3x$ e $2x$ são termos semelhantes podemos reduzí-los a um único termo, isto é, $3x + 2x = 5x$. Desse modo, o resultado da nossa multiplicação passa a ser $x^2 + 5x + 6$.

Resumindo tudo o que foi feito acima, temos:

$$(x + 2) . (x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

Outro exemplo:

$$(3m - 5) . (2m + 6) = 6m^2 + 18m - 10m - 30 = 6m^2 + 8m - 30$$

<u>22a. Atividade</u>: Efetue cada uma das multiplicações seguintes das duas maneiras estudadas no texto acima, isto é, efetuando as operações indicadas dentro de cada um dos parênteses e multiplicando os resultados obtidos e através da propriedade distributiva - composta.

1) $(4 + 2) . (1 + 8) =$

$(4 + 2) . (1 + 8) =$

2) $(5 + 4) . (2 - 6) =$

$(5 + 4) . (2 - 6) =$

3) $(7 - 5) . (6 + 4) =$

$(7 - 5) . (6 + 4) =$

4) $(3 - 6) . (3 - 6) =$

$(3 - 6) . (3 - 6) =$

5) $(-2 + 4) . (7 - 3) =$

$(-2 + 4) . (7 - 3) =$

<u>23a. Atividade</u>: Utilizando a propriedade distributiva composta - efetue as multiplicações indicadas abaixo.

1) $(a + 3) . (a + 2) =$

2) $(2x + 3) . (2x + 5) =$

3) $(m + 3) . (4m + 1) =$

4) $(5p + 2) . (5p + 2) =$

5) $(x - 1) . (x + 4) =$

6) $(a + 2x) . (a + 3x) =$

7) $(x - 6) . (x - 2) =$

8) $(-2x + 3) . (x + 5) =$

9) $(2a - 3) \cdot (a - 5) =$

10) $(x - 1) \cdot (x - 8) =$

11) $(-4p - 2) \cdot (-p -5) =$

12) $(a - b) \cdot (a - b) =$

13) $(5y - 3) \cdot (y - 3) =$

14) $(x^2 - 5) \cdot (x^2 + 4) =$

15) $(3x - 2) \cdot (x + 4) =$

16) $(7m + 2) \cdot (7m - 2) =$

17) $(x^2 - 1) \cdot (2x - 5) =$

18) $(2xy - 5) \cdot (x + 3) =$

19) $(6x + 1) \cdot (4x^2 - 3x + 8) =$

20) $(a^2 - 1) \cdot (3a^2 - a + 1) =$

21) $(m^3 - m^2 - 2m - 1) \cdot (m - 1) =$

22) $(x + 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 2) =$

23) $(2x - 1) \cdot (2x - 1) - (2x - 1) =$

24) $(x + 2) \cdot (x - 2) \cdot (3x + 4) =$

25) $(2x + \frac{3}{2}) \cdot (x - \frac{1}{5}) =$

TEXTO Nº 13: POTENCIAÇÃO DE EXPRESSÕES LITERAIS.

Vimos, quando estudamos as relações entre as operações, que toda potenciação pode ser transformada numa multiplicação. É importante lembrar, também, que foi essa transformação que nos permitiu calcular o valor de uma certa potência. Assim, quando desejamos efetuar a operação de potenciação devemos, inicialmente, transformar essa potenciação numa multiplicação. Efetuando, a multiplicação obtida encontramos a potência desejada, isto é, encontramos o resultado da potenciação dada.

Vale lembrar também que, o expoente de uma potência é o número que indica a quantidade de vezes que devemos multiplicar a base por ela mesma. Em 4^3, o expoente, que neste caso é 3, nos indica que devemos multiplicar a <u>base</u>, que neste exemplo é 4, três vezes por ela mesma, isto é:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Assim, toda vez que desejarmos efetuar a operação de potenciação, devemos transformar essa potenciação numa multiplicação e efetuar essa multiplicação.

No caso de termos de efetuar potenciação com expressões literais devemos adotar o mesmo procedimento acima. Vejamos, a título de exemplo, como efetuar este tipo de potenciação.

1º) $(2x)^2 = 2x \cdot 2x = 4x^2$

2º) $(-8m)^2 = -8m \cdot (-8m) = 64m^2$

3º) $(10a^3)^2 = 10a^3 \cdot 10a^3 = 100a^6$

4º) $(\frac{2}{5} x^2)^3 = \frac{2}{5} x^2 \cdot \frac{2}{5} x^2 \cdot \frac{2}{5} x^2 = \frac{8}{125} x^6$

5º) $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 =$

$= a^2 + 2ab + b^2$

6º) $(2x - 3)^2 = (2x - 3) \cdot (2x - 3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 =$

$= 4x^2 - 12x + 9$

<u>24a. Atividade</u>: Efetue as potenciações abaixo:

1) $(x^2)^3 =$

2) $(8m)^2 =$

3) $(2p)^3 =$

4) $(-5x)^3 =$

5) $(-5x)^3$

6) $(\frac{2}{3} x)^2 =$

7) $(-\frac{4}{5} x)^2 =$

8) $(-\frac{1}{2} x)^3 =$

9) $(-3x^2)^4 =$

10) $(-3x^2)^3 =$

11) $(2a^2)^2 =$

12) $(\frac{3}{7} x^2)^2 =$

13) $(-m^3)^2 =$

14) $(5xy)^2 =$

15) $(-3x^2y^3)^2 =$

16) $(-\frac{2x}{5})^2 =$

17) $(2m + n)^2 =$

18) $(a + b)^2 =$

19) $(5y - 3)^2 =$

20) $(2x + 3y + z)^2 =$

21) $(-2x + 1)^2 =$

22) $(\frac{x}{3} + 5)^2$

23) $(-5 + 2p)^2 =$

24) $(-1-x)^2 =$

25) $(x^2 - 5)^2 =$

26) $(\frac{2m}{5} - 4)^2 =$

27) $(2k^2 - \frac{1}{2})^2 =$

28) $(x^6)^{100} =$

29) $(p + 3)^3 =$

30) $(-m^8)^{25} =$

31) $(y - 5)^3 =$

32) $(-x^2y^3)^{30} =$

33) $(-2x + 1)^3 =$

introduzir a fatoração

<u>TEXTO Nº 14</u> - <u>DIVISÃO DE POTÊNCIAS DE BASES IGUAIS</u>

Dando continuidade ao nosso estudo com potências, veremos como calcular a divisão de potências que tenham as bases - iguais. Antes disto, vejamos alguns exemplos de divisões de - potências que têm bases iguais e também de divisões de potências que têm bases diferentes:

$3^4 : 3^2$ é uma divisão de potências de <u>bases</u> <u>iguais</u> a 3.

$5^3 : 3^2$ é uma divisão de potências de <u>bases</u> <u>diferentes</u>, cujas bases são 5 e 3.

Para dividir potências que possuem <u>bases</u> <u>iguais</u>, basta transformar todas as potências em multiplicações de fatores - iguais, simplificar todos os fatores que forem possível e voltar a transformar a multiplicação resultante dessa simplificação para a forma de uma única potência. Exemplificando:

1º) $3^4 : 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 9$

$$2º)\ \frac{m^5}{m^3} = \frac{\cancel{m} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{m} \cdot m \cdot m}{\cancel{m} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{m}} = m^2$$

$$3º)\ d^2 : d^2 = \frac{d^2}{d^2} = \frac{\cancel{d} \cdot \cancel{d}}{\cancel{d} \cdot \cancel{d}} = 1$$

Para dividir potências que possuem <u>bases diferentes</u>, - basta transformar cada potência em multiplicação, mas não podemos voltar a transformar, as multiplicações resultantes, em uma única potência, uma vez que os fatores não são iguais.

Exemplificando:

$$1º)\ \frac{a^3}{b^2} = \frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b} = ?$$

$$2º)\ \frac{5^3}{3^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{125}{9}$$

26 <u>25a. Atividade</u>: Nos exercícios abaixo, transforme as potências indicadas em multiplicações, simplifique os fatores iguais e escreva a multiplicação resultante na forma de uma única potência:

1) $\frac{a^5}{a^2} =$

2) $\frac{a^7}{a^5} =$

3) $\frac{b^8}{b^3} =$

4) $\frac{x^4}{x^2} =$

5) $\frac{m^3}{m} =$

6) $\frac{n^3}{n^3} =$

7) $\frac{a^{10}}{a^6} =$

8) $m^8 : m^5 =$

9) $p^9 : p^6 =$

10) $h^5 : h^2 =$

<u>26a. Atividade</u>: **Diga quantos fatores iguais sobram, no numerador, após a simplificação, em cada uma das divisões indicadas abaixo:**

1) $\dfrac{x^7}{x^2}$ 2) $\dfrac{p^{70}}{p^{50}}$

3) $\dfrac{a^{20}}{a^{12}}$ 4) $\dfrac{h^{500}}{h^{200}}$

5) $m^{32} : m^{25}$ 6) $z^{10} : z^5$

<u>27a. Atividade</u>: **Calcule, diretamente, as divisões de potências de bases iguais abaixo, expressando o resultado na forma de uma única potência:**

1) $\dfrac{a^4}{a^3} =$ 2) $\dfrac{x^7}{x} =$ 3) $\dfrac{a^{13}}{a^3} =$

4) $\dfrac{b^9}{b^4}$ 5) $\dfrac{m^{10}}{m^8} =$ 6) $\dfrac{n^5}{n^3} =$

7) $\dfrac{h^5}{h^5} =$ 8) $p^6 : p^4 =$ 9) $y^7 : y^6 =$

<u>TEXTO Nº 15 : DIVISÃO DE MONÔMIOS</u>

Para efetuarmos a divisão entre dois monômios, que podem ou não ser semelhantes, devemos dividir os seus coeficientes e suas partes literais e, em seguida, multiplicar os resultados assim obtidos.

Analise os exemplos abaixo:

1º) $\dfrac{15a^6}{5a^4} = \dfrac{15}{5} \cdot \dfrac{a^6}{a^4} = 3 \cdot a^2 = 3a^2$

2º) $\dfrac{-9m^8}{3m^2} = \dfrac{-9}{3} \cdot \dfrac{m^8}{m^2} = 3 \cdot m^6 = -3m^6$

3º) $\dfrac{2h^3}{4h^2} = \dfrac{2}{4} \cdot \dfrac{h^3}{h^2} = \dfrac{1}{2} \cdot h = \dfrac{1}{2}h$

4ª) $\dfrac{\frac{2}{3}x^5}{\frac{4}{9}x} = \dfrac{2}{3} : \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{x^5}{x} = \dfrac{3}{2} \cdot x^4 = \dfrac{3x^4}{2}$

5ª) $\dfrac{m^3}{2m} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{m^3}{m} = \dfrac{1}{2} \cdot m^2 = \dfrac{1}{2} m^2$

6ª) $\dfrac{-10x^3y^2}{-5x^2y} = \dfrac{-10}{-5} \cdot \dfrac{x^3}{x^2} \cdot \dfrac{y^2}{y} = 2 \cdot x \cdot y = 2xy$

Observação: Nos exemplos acima foram indicadas as divisões dos - coeficientes e também, as divisões das partes literais. No entanto, podemos deixar de indicar essas divisões e obtermos diretamente os resultados. Veja:

7ª) $\dfrac{6x^4}{-3x^3} = -2x$ 8ª) $\dfrac{-5m^7}{-15m^4} = \dfrac{1}{3}m^3$ 9ª) $\dfrac{d^5}{2d^3} = \dfrac{1}{2}d^2$

28a. Atividade: Efetue, diretamente, as divisões seguintes:

1) $\dfrac{9a^3}{3a^2} =$ 2) $\dfrac{-12k^4}{3k} =$ 3) $\dfrac{-5m^8}{-5m^5} =$

4) $\dfrac{26v}{-2v} =$ 5) $\dfrac{3x^2}{3x^2} =$ 6) $\dfrac{3t^3}{5t}$

7) $\dfrac{2v^9}{6v^3} =$ 8) $\dfrac{-2x}{2x}$ 9) $\dfrac{x^5}{3x^2} =$

10) $\dfrac{5x^2y}{-10xy}$ 11) $\dfrac{6x^3}{3} =$ 12) $\dfrac{-9x^2}{9} =$

13) $\dfrac{-x^3}{x^2} =$ 14) $\dfrac{m}{m} =$ 15) $\dfrac{h^2}{h^2} =$

16) $\dfrac{2n^3}{4} =$ 17) $\dfrac{x^2y^3}{xy^2} =$ 18) $\dfrac{-x^{10}}{x^{10}} =$

19) $\dfrac{\frac{3}{5}\, m^5}{\frac{3}{2}\, m^4}$ 20) $\dfrac{\frac{5}{3}\, x^8}{\frac{2}{3}\, x^5} =$ 21) $\dfrac{9\,x^2}{\frac{3}{4}} =$

TEXTO Nº 16: A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA DIVISÃO.

Dentre as expressões que envolvem duas operações diferentes, temos as que envolvem divisão e adição ou divisão e subtração. Tomemos como exemplo a expressão (6 + 8) : 2. Esta expressão pode ser resolvida, da maneira usual, efetuando-se inicialmente a operação indicada nos parênteses e, dividindo-se o resultado obtido por 2; ou seja: (6 + 8) : 2 = 14 : 2 = 7.

No entanto, a expressão acima poderia ser resolvida dividindo-se cada uma das parcelas da adição indicada nos parênteses pelo divisor que está fora do parênteses, ou seja:

(6 + 8) : 2 = 3 + 4 = 7. Note que os resultados são os mesmos.

No caso de expressões como (9 - 6) : 3 também poderíamos calculá-las como fizemos com a expressão acima, ou seja:

(9 - 6) : 3 = 3 : 3 = 1 ou (9 - 6) : 3 = 3 - 2 = 1

Esta outra maneira de resolver expressões, como as dos exemplos acima, é chamada de Propriedade Distributiva da Divisão em Relação à Adição e Propriedade Distributiva da Divisão em Relação à Subtração.

29a. Atividade: Resolva as expressões abaixo da maneira usual e através da propriedade distributiva da divisão:

1) (4 + 6) : 2 = (4 + 6) : 2 =

2) (15 - 9) : 3 = (15 - 9) : 3 =

3) (10 + 8) : (-2) = (10 + 8) : (-2) =

4) (10 - 8) : (-2) = (10 - 8) : (-2) =

5) $\frac{20 + 10}{5} =$ $\frac{20 + 10}{5} =$

6) $\frac{8 - 2}{2} =$ $\frac{8 - 2}{2} =$

7) $(-8 + 20) : 4 =$ $(-8 + 20) : 4 =$

8) $(-6 + 9 + 3) : (-3) =$ $(-6 + 9 + 3) : (-3) =$

9) $(-18 + 9 - 27) : 9 =$ $(-18 + 9 - 27) : 9 =$

10) $(2m + 6p) : 2 =$ $(2m + 6p) : 2 =$

TEXTO Nº 17: A DIVISÃO DE POLINÔMIO POR MONÔMIO.

Você deve ter percebido que a expressão nº 10 da atividade anterior não pode ser resolvida da maneira usual, uma vez - que, não pudemos efetuar a adição indicada dentro dos parênteses. Por isto, a única maneira de resolver aquela equação é através - da propriedade distributiva da divisão em relação à adição.

Portanto, expressões que envolvem divisão e adição ou divisão e subtração, como as da atividade anterior, podem ser resolvidas da maneira usual, caso seja possível efetuar a operação indicada no parênteses ou através da aplicação da propriedade - distributiva da divisão em relação à adição ou subtração.

Exemplificando: A expressão $(6x^3 + 3x^2 + 9x) : 3x$ é uma divisão de um polinômio por um monômio e a única maneira de efetuá-la é através da propriedade distributiva da divisão, uma vez que não é possível resolver a adição dentro do parênteses.

Desta maneira, para efetuarmos a divisão acima, devemos dividir cada um dos termos do polinômio que está dentro do parênteses pelo monômio $3x$, como veremos a seguir:

$$(6x^3 + 3x^2 + 9x) : 3x = \frac{6x^3}{3x} + \frac{3x^2}{3x} + \frac{9x}{3x} = 2x^2 + x + 3.$$

Contudo, podemos omitir a indicação das divisões de cada um dos termos do polinômio pelo monômio dado e obtermos diretamente o resultado. Assim:

$$(6x^3 + 3x^2 + 9x) : 3x = 2x^2 + x + 3.$$

Outros exemplos:

1º) $(10x^5 + 5x^3 - 15x^2) : (-5x^2) = -2x^3 - x + 3$

2º) $\frac{3p^3 - 6p^2 - p}{2p} = \frac{3}{2}p^2 - 3p - \frac{1}{2}$.

<u>30a. Atividade</u>: Aplicando a propriedade distributiva, efetue as divisões indicadas abaixo:

1) $(4x^3 + 6x^2 + 8x) : 2x =$

2) $(-4x^4 + 4x^3 + 8x) : 4x^2 =$

3) $(3x^2 - 12x + x) : x =$

4) $(3x^3 - 18x^2 + 10x) : (-2x) =$

5) $(3y^2 - 12y) : 3y =$

6) $(6h + 3) : 3 =$

7) $(6x^2y^2 - 8x^2y + 2xy^2) : (-2xy) =$

8) $(-8m^3 + 4m^2 - 4) : (-4) =$

9) $(m^2 + m) : m =$

10) $(-y^3 + y^2 - y) : (-y) =$

11) $(-k^9 + k^8 + k^5) : k^5 =$

12) $(-12x^4 + 18x^2) : (-6x) =$

13) $(6x^3 - 9x^2 - 15x + 6) : 3 =$

14) $(3y^4 + 5y^3 - 4y^2) : 6y =$

15) $(n^4 + n^3 + n^2 + n) : n =$

16) $(2p^3 - 5p^2 - 4p + 1) : 2 =$

17) $\left(\frac{2}{3} x^2 - \frac{1}{2} x\right) : \frac{4}{3} x =$

18) $\dfrac{10x^5 - 20x^4 - 15x^3 + 30x^2}{5x^2}$

19) $\dfrac{-12k^4 + 24k^3 - 30 k}{-6k} =$

20) $\dfrac{6x^2y - 18xy + 30xy^3}{-6xy}$

21) $\dfrac{\frac{3}{5} m^5 + \frac{3}{4} m^4 - \frac{1}{2} m^3}{\frac{3}{2} m^2} =$

22) $\dfrac{\frac{1}{2} ab^2 + \frac{1}{3} a^2b + ab}{- \frac{1}{5} ab} =$

31a. Atividade: Efetue as operações indicadas abaixo:

1) $3x^2 - 5x^2 + x^2 =$

2) $3x^2 \cdot (-5x^2) \cdot x^2 =$

3) $(-3m + 5n)^2 =$

4) $15z^3 : (-5z) =$

5) $(m + 2n) \cdot (m - 2n) =$

6) $-3p^2 \cdot (-2p - 1) =$

7) $-5y \cdot (2y^2 - 3) + 5y^3 - 15y =$

8) $2v \cdot (v + 1)^2 =$

9) $(3n - 3)^2 =$

10) $(2x^2 + 3x - 1) - (1 - 3x - x^2) =$

11) $\dfrac{3x^2 + 6x^3 - 7x^4 + 5x^5}{-3x^2} =$

12) $m^2 - \frac{3}{2} m - 5 - \frac{2}{3} m^2 - \frac{3}{2} m - \frac{1}{5} =$

13) $\dfrac{x^5 - 2x^3}{x^2} =$

14) $\dfrac{a + a^2 b}{-a} =$

15) $(y + 2x + 1)^2 =$

16) $(a + b)^2 - (a - b)^2 =$

17) $-4x^2 .(x^2 - x + 3) =$

18) $(-20a^5b^4c) : (-8abc) =$

19) $(2a + 3b).(2a - 3b) =$

20) $6x^2 - 9x - 7y - 6x - 9y - 8x^3 =$

21) $3a.(2a - 5) - 7a.(8a - 7) =$

VOLUMES DA SÉRIE
TÓPICOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

0 – Divisibilidade
1 – Números Naturais
2 – Geometria I
3 – O Conceito de Fração
4 – Operações com Números Fracionários
5 – O Problema da Medida
6 – Números Decimais
7 – Geometria II
8 – Números Inteiros
9 – Cálculo Literal
10 – Equações de 1º Grau
11 – Sistemas de Equações de 1º Grau
12 – Proporcionalidade
13 – Geometria III
14 – Áreas e Perímetros
15 – Números Irracionais
16 – Equações de 2º Grau

δx DELTA XIS
EDITORA LTDA