VOLUMES DA SÉRIE
TÓPICOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

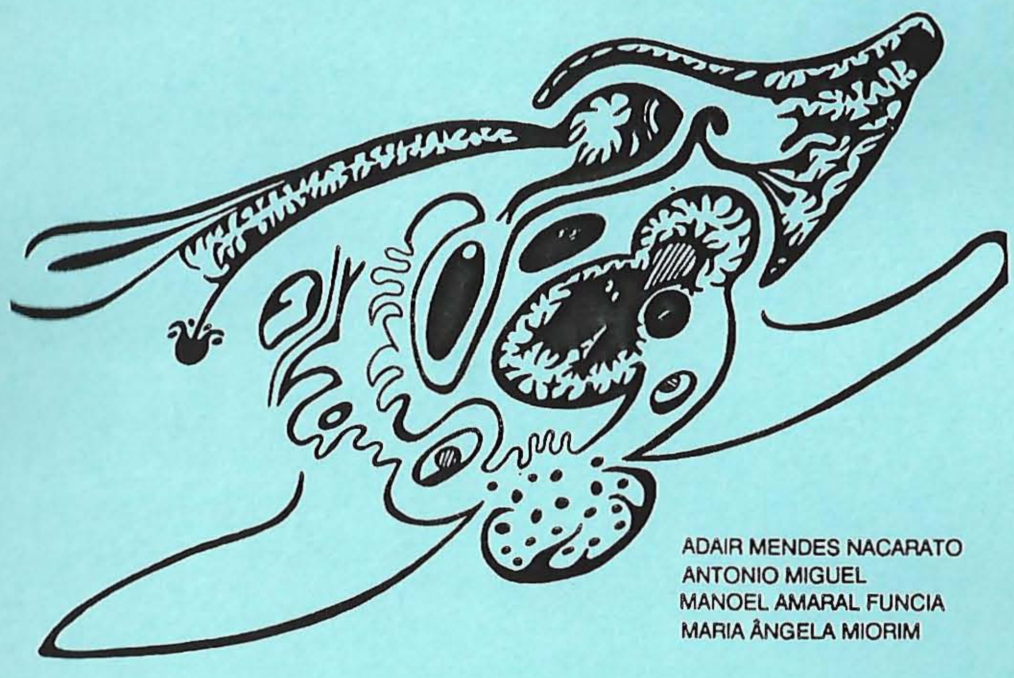
1 – Números Naturais
2 – Geometria I
3 – O Conceito de Fração
4 – Operações com Números Fracionários
5 – O Problema da Medida
6 – Números Decimais
7 – Geometria II
8 – Números Inteiros
9 – Cálculo Literal
10 – Equações de 1º Grau
11 – Sistemas de Equações de 1º Grau
12 – Proporcionalidade
13 – Geometria III
14 – Áreas e Perímetros
15 – Números Irracionais
16 – Equações de 2º Grau

δx DELTA XIS
EDITORA LTDA

Rua: Maria Luiza Missio Mingone, 184
13100 - Campinas - SP.

Tópicos de Ensino de
MATEMÁTICA

8 – Números Inteiros



ADAIR MENDES NACARATO
ANTONIO MIGUEL
MANOEL AMARAL FUNCIA
MARIA ÂNGELA MIORIM

Delta Xis Editora Ltda

APRESENTAÇÃO

Desde 1982, um grupo de professores de Matemática de Campinas, insatisfeitos com os resultados obtidos na sua prática pedagógica, vem se reunindo com o objetivo de elaborar projetos de ensino-aprendizagem que possam, aos poucos, alterar a situação existente.

Esses projetos são aplicados em escolas das redes pública e particular e avaliados periodicamente. A avaliação dos resultados obtidos na prática levanta críticas e sugestões que impõem, frequentemente, aprofundamento teórico e reformulações dos projetos já produzidos, além da produção de novos projetos. Essa é a principal característica desse material: o fato de estar sendo continuamente refeito. Outra característica dele é que, embora englobe o conteúdo de 5ª a 8ª séries, é apresentado em fascículos, permitindo ao professor escolher o momento mais adequado para trabalhar um certo tema junto à seus alunos.

Contamos atualmente com 16 projetos que compõem os volumes da série "Tópicos de Ensino de Matemática". Esses fascículos representam a mais recente versão do trabalho mas, certamente, não a última.

Um trabalho dessa natureza, só foi e continua sendo possível, graças à participação contínua de professores que aplicam os projetos. Queremos registrar, portanto, o nosso agradecimento aos seguintes professores que, durante esses anos, têm contribuído na elaboração e reformulação dos projetos, trazendo críticas e sugestões, participando de reuniões e encontros com o propósito de repensar e aprofundar questões referentes ao ensino da Matemática:

Ana Maria C.Coimbra, Ana Regina P.B.Angi, Aurora S. Santana, Beatriz V.B.de Carvalho, Carmem Lúcia B.Passos, Cláudia V.C.Miguel, Divina A. de Aquino, Eliza A.Mukai, Elizabeth A.Carrara, Gelson J.Jacobucci, Heloisa de Carvalho M.Debiazzi, Jane M.da Silva Vidal, José Amaury Alves, Margali A.de Nadai, Maria Aparecida B.Pinheiro, Maria Clélia F. Jacobucci, Maria Lúcia Negri, Marília B.Pereira, Marisa S.Pinheiro Travaini, Marta I. de Almeida, Neusa B.Ferraz, Regina Celi Ayres, Ronaldo Nicolai, Rosana Fávero, Rosemeire M.R.Silva, Sandra T.Cardoso, Suely M.Gimenis, Susy M.Fadel, Teresa Neide G.Guimarães, Vilma M. M. Silva, Yara P.P.Bueno e Zuleide G. Paulino.

Campinas, fevereiro de 1990

ÍNDICE

- Introdução 01

1 - O Conjunto dos Números Inteiros Relativos 05

2 - Andando sobre a Reta Numerada 08

3 - A Propriedade Distributiva da Multiplicação ... 13

4 - Produto de Números Inteiros Relativos 15

5 - Produto de Três ou mais Números Inteiros 20

6 - Potenciação 21

7 - Divisão Exata de Números Inteiros Relativos ... 23

8 - Expressões Numéricas 25

9 - O que é um número racional 28

INTRODUÇÃO

Desde tempos muito remotos o homem sentiu necessidade de contar. Para efetuar a contagem de pequenas quantidades de animais e de outros objetos, usou os seguintes recursos e, provavelmente, na seguinte ordem: uma das mãos, as duas mãos, as mãos e os pés e pedras. Posteriormente, as pedras foram substituídas por marcas em um bastão ou em pedaços de ossos. No entanto, pela grande dificuldade encontrada em representar quantidades muito grandes, o homem sentiu a necessidade de inventar símbolos mais práticos. Esses símbolos variaram de acordo com a época e com os povos que os usaram. Somente no século XVI é que a maioria dos povos adotou os símbolos que usamos até hoje. Esses símbolos que são chamados indo-arábicos, devido à sua origem ser hindu e sua divulgação ter sido feita pelos árabes, são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. A partir desses algarismos e das regras do sistema de numeração decimal foi criado o conjunto N dos números naturais, ou seja:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \ldots\}$$

No entanto, os números naturais eram suficientes somente para representar quantidades inteiras. Com a necessidade de medir um objeto menor que a unidade de medida utilizada, o homem foi levado a subdividir tal unidade. E para representar a medida dessa parte da unidade, inventou novos números , que são conhecidos atualmente por **números fracionários** ou **números racionais**. Os símbolos usados para representar esses novos números, como também ocorreu com os números naturais, sofreram alterações até chegar aos nossos dias. Atualmente, usa-se a representação do tipo $\frac{a}{b}$, onde **b** representa o número de partes em que a unidade de medida foi dividida e **a** o número de partes que foram utilizadas para fazer a medida.

Ainda assim, com os números naturais e fracionários não era possível resolver questões como: Qual o resultado de 3 - 5 ? Mas, em que situação esse tipo de questão poderia aparecer ? Uma situação seria a de saber que número poderia representar a nova temperatura numa certa cidade quando, em um certo período de tempo essa temperatura, que era de 3ºC sofreu uma queda de 5ºC. De uma maneira geral, os números naturais e fracionários não são suficientes para expressar o resultado de qualquer subtração em que o minuendo é menor que o subtraendo.

Outra situação seria a de saber que número poderia representar o novo saldo da conta bancária de uma certa pessoa , que dispunha de NCz$ 1.000,00 e emitiu um cheque no valor de NCz$ 1.380,00 para comprar um certo objeto.

Para resolver situações como as colocadas anteriormente, foi necessário criar novos números. Quais são esses novos números e como operar com eles, são os objetivos do nosso estudo.

1ª ATIVIDADE : Num certo instante, nas cidades A, B, C, D e E, foram registradas as seguintes temperaturas: 5ºC abaixo de zero, 0ºC, 10ºC acima de zero, 20ºC acima de zero e 15ºC abaixo' de zero.

Considerando estas informações, responda:

1) Onde a temperatura era maior, na cidade C ou na cidade D ?

2) Onde a temperatura era menor, na cidade A ou na cidade B ?

3) Onde a temperatura era maior, na cidade A ou na cidade E ?

4) Onde a temperatura era menor, na cidade B ou na cidade C ?

5) Em qual das cidades a temperatura registrada foi a maior ?

6) Em qual das cidades a temperatura registrada foi a menor ?

7) Indique, no termômetro ao lado, as temperaturas registradas nas cidades A, B,C, D e E.

8) No termômetro ao lado, represente a escala' numérica e diga, para cada caso abaixo,qual foi a variação de temperatura de uma certa' cidade, se ela :

a) Passar de 10ºC acima de zero para 6ºC abaixo de zero ?

b) Passar de 5ºC abaixo de zero para 3ºC abaixo de zero ?

c) Passar de 3ºC abaixo de zero para 1ºC acima de zero ?

d) Passar de 0ºC para 15ºC acima de zero ?

e) Passar de 12ºC abaixo de zero para 0ªC?

9) Você conhece os símbolos que usualmente são utilizados para representar as expressões : **acima de zero** e **abaixo de zero**? Quais são ?

10) Utilizando a resposta do exercício anterior, escreva as temperaturas correspondentes às cidades A, B, C, D e E.

2ª ATIVIDADE : No dia 22 de janeiro de 87 o jornal Folha de São Paulo publicou a tabela abaixo com as previsões das temperaturas mínimas e máximas, para as principais cidades do mundo. Com base nessa tabela, responda as seguintes questões:

NO MUNDO	Min.	Max.
Amsterdã nublado	-5	2
Atenas nublado	6	11
Buenos Aires nublado	23	33
Cairo nublado	13	22
Caracas nublado	14	24
Cidade do México claro	9	26
Frankfurt nublado	-8	-3
Genebra nublado	-4	-2
Johannesburgo chuva	15	20
Lima claro	20	26
Lisboa claro	4	14
Los Angelis claro	6	17
Londres nublado	3	6
Madri nublado	-2	9
Miami nublado	22	27
Montevideu claro	17	28
Moscou claro	-11	-5
Nova York nublado	-3	-1
Paris nublado	-3	-1
Pequim nublado	-6	-2
Roma chuva	6	11
Santiago claro	15	30
Telaviv nublado	10	24
Tóquio claro	0	7
Viena nublado	-12	0

Informações AP e EPE

1) Qual a cidade onde a temperatura mínima prevista é menor: Moscou ou Madri ?

2) Qual a cidade onde a temperatura máxima prevista é maior: Moscou ou Madri ?

3) Qual a cidade onde a temperatura mínima prevista é menor: Tóquio ou Viena ?

4) Qual a cidade onde a temperatura máxima prevista é menor: Tóquio ou Viena ?

5) Quais as cidades que pela previsão tiveram a maior e a menor temperatura mínima ?

6) Quais as cidades que pela previsão tiveram a maior e a menor temperatura máxima ?

7) Coloque em ordem crescente as temperaturas mínimas previstas para as seguintes cidades: Amsterdã, Atenas, Frankfurt, Tóquio e Santiago.

8) Coloque em ordem decrescente as temperaturas máximas previstas para as seguintes cidades: Pequim, Nova York, Viena, Londres e Moscou.

9) Gradue, de 5 em 5^{o} o termômetro ao lado e escreva os nomes das cidades: Amsterdã, Genebra, Lima, Telaviv, Tóquio, e Buenos Aires, ao lado de suas temperaturas mínimas correspondentes.

10) De quantos graus variou a temperatura em Amsterdã, sabendo-se que a temperatura mínima foi de $-5^{o}C$ e a máxima de $2^{o}C$?

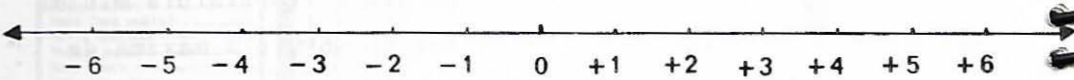
11) De quantos graus variou a temperatura em Pequim, sabendo-se que a temperatura mínima foi de $-6^{o}C$ e a máxima de $-2^{o}C$?

TEXTO Nº 1 : O conjunto dos números inteiros relativos.

Ao resolver as atividades anteriores, você conheceu os números que são chamados de inteiros negativos. Este nome é usado pelo fato desses números serem representados com um sinal de menos à sua esquerda, isto é, -1, -2, -3, -4, -5 ... Esses números são aqueles que você usou para representar as temperaturas abaixo de $0^{o}C$. Por outro lado, para representar as temperaturas acima de zero você utilizou os números 1,2,3,4,..

ou +1, +2, +3, +4, ... que são os chamados números naturais ou números inteiros positivos. Além disso, o zero foi utilizado como ponto de referência, acima do qual só existem temperaturas positivas e abaixo do qual só existem temperaturas negativas. Por essa razão, o número zero não é nem positivo e nem negativo.

De maneira análoga àquela utilizada na representação das temperaturas em um termômetro, podemos representar os números negativos, o zero e os positivos em uma reta. Para isto, escolhemos um ponto qualquer da reta para representar o zero. Em seguida, escolheremos uma unidade de medida qualquer e, a partir do zero, dividimos a reta em partes iguais a essa unidade, tanto para a direita quanto para a esquerda do zero. Feito isso, associamos os números positivos aos pontos assinalados à direita do zero e os negativos aos pontos assinalados à esquerda do zero, como mostra a figura abaixo.



A união dos números negativos, do zero e dos positivos formam um novo conjunto numérico chamado de **Conjunto dos Números Inteiros Relativos** que pode ser representado pela letra Z ou seja,

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3 ...\}$$

3ª ATIVIDADE : Considere a reta abaixo:

0

1) Coloque os números inteiros correspondentes a cada um dos pontos assinalados, na reta.

2) Considerando a reta numerada: a numeração **aumenta** ou **diminui** quando:

a) A partir do número -5 você andar para a direita ?

b) A partir do número zero você andar para a direita?

c) A partir do número 2 ou +2 você andar para a direita ?

d) A partir de um número **qualquer** você andar para a direita?

e) A partir do número 4 ou +4 você andar para a esquerda ?

f) A partir do número zero você andar para a esquerda ?

g) A partir do número -1 você andar para a esquerda ?

h) A partir de um número **qualquer** você andar para a esquerda ?

3) Responda:

a) Quem é maior: -2 ou +3 ? Por quê ?

b) Quem é maior: 0 ou -4 ? Por quê ?

c) Quem é maior: -5 ou -7 ? Por quê ?

d) Quem é menor: -4 ou +2 ? Por quê ?

e) Quem é menor: 0 ou -9 ? Por quê ?

f) Quem é menor: -3 ou -6 ? Por quê ?

g) Quem é maior: +6 ou 0 ? Por quê ?

h) Quem é maior: +8 ou +1 ? Por quê ?

4ª ATIVIDADE : Compare os números inteiros seguintes, escrevendo entre eles um dos símbolos: < (menor) ou > (maior):

1) +9 ___ +2	2) +7 ___ -3	3) +5 ___ 0
4) -5 ___ -1	5) -11 ___ 0	6) +3 ___ -5
7) -31 ___ +6	8) +135 ___ -76	9) -63 ___ -51
10) +42 ___ +50	11) -32 ___ -21	12) 0 ___ -30

5ª ATIVIDADE : Coloque os números abaixo em **ordem crescente**:

1) 0, 7, 3, 5 e 20	6) +4, -7 e -10
2) -2, -5, -8 e -27	7) -10, -8, -12, 0 e -3
3) +6, +3, -9, -11 e -17	8) 0, -6, -7, +5, +1 e +13
4) -13, +4, -7, +21 e -18	9) -2, +6, -13, -5 e +4
5) -5, +3, +2, -8 e -1	10) +5, -8, -9, +21 e -18

TEXTO Nº 2 : Andando sobre a reta numerada

Uma pessoa está sobre o número -4, em uma reta numerada, e deseja andar 5 passos. Como você sabe, ela pode andar tanto para a direita quanto para a esquerda. No caso, resolveu optar por andar para o lado direito e ao registrar esse fato, escolheu, para isso, o sinal +. Assim, escreveu -4 +5. Tendo chegado no nêmero +1 resolveu indicar isso por: -4+5 = +1.

Caso tivesse optado para o lado esquerdo poderia indicar esse fato utilizando o sinal - e escreveria -4-5.

Como, nesse caso, chegaria ao número -9, completaria o registro escrevendo: -4 -5 = -9.

Observe que podemos utilizar essa convenção sempre que quisermos andar sobre uma reta numerada. Assim, quando estivermos sobre um número qualquer e andarmos para a direita, indicaremos esse fato com o sinal + e quando andarmos para a esquerda usaremos o sinal - .

6ª ATIVIDADE : Considerando a convenção adotada no texto nº 2, registre matematicamente as seguintes situações:

1) Uma pessoa está sobre o número +3 e anda 5 passos para a esquerda chegando ao número -2.

2) Uma pessoa está sobre o número +7 e anda 4 passos para a direita chegando ao número +11.

3) Uma pessoa sai do número -5, anda 3 passos para a direita, chegando ao número -2.

4) Uma pessoa sai do número -4, anda 2 passos para a esquerda e a partir daí, 3 passos para a direita, chegando ao número -3.

5) Uma pessoa que estava sobre o número zero andou 9 passos para a direita e chegou ao número +9.

6) Uma pessoa que estava sobre o número -7 andou 7 passos para a direita e chegou ao número zero.

7) Uma pessoa que estava sobre o número +8, anda 1 passo para a direita e 9 para a esquerda, chegando ao número zero.

7ª ATIVIDADE : Complete:

1) Uma pessoa sai do número +7, andou 2 passos para a esquerda e chegou ao número _________.

2) Uma pessoa saiu do número _____, andou 3 passos para a direita e chegou ao número -2.

3) Uma pessoa saiu do número -5, andou ____ passos para a esquerda e chegou ao número -11.

4) -3 +4 = ______

5) -6 ____ = -9

6) _____ +1 = -10

7) -2 +3 -4 = _____

8) +3 +2 +1 = _____

9) -5 -1 ____ = -9

10) -8 +3 ____ = -7

8ª ATIVIDADE : Utilizando ou imaginando a reta numerada, encontre o resultado para cada uma das situações seguintes. Essas situações são conhecidas como **Adições Algébricas**.

1) +3 +5 =

2) +2 +8 =

3) +1 +3 =

4) +7 +4 =

5) +11 +3 =

6) +9 +2 =

7) +20 +18 =

8) +372 +287 =

9) -3 -4 =

10) -5 -2 =

11) -1 -3 =

12)-6 -8 =

13) -10 -4 =

14) -3 -2 =

15) -9 -7 =

16) -209 -128 =

17) +8 -5 =

18) -12 +7 =

19) +9 -4 =

20) -10 +1 =

21) +6 -7 =

22) -5 +7 =

23) +3 -3 =	28) -8 +9 =
24) -327 +528 =	29) +2 -4 =
25) +6 -2 =	30) -20 +20 =
26) -6 +3 =	31) +527 -827 =
27) +2 -5 =	32) -201 +97 =

9ª ATIVIDADE : Baseando-se nos exercícios da 8ª atividade, coloque V ou F nas afirmações abaixo, conforme sejam verdadeiras ou falsas.

a) ( ) A soma algébrica de dois números positivos é sempre um número positivo.

b) ( ) A soma algébrica de dois números negativos é sempre um número negativo.

c) ( ) A soma algébrica de dois números de sinais contrário é sempre um número positivo.

d) ( ) A soma algébrica de dois números de sinais contrários é sempre um número negativo.

e) ( ) A soma algébrica de dois números de sinais contrários ou é um número positivo ou é um número negativo.

f) ( ) A soma algébrica de dois números de sinais contrários ou é um número positivo, ou é um número negativo ou é zero.

g) ( ) Para **somarmos algebricamente** dois números positivos, devemos somar esses números de **maneira usual**.

h) ( ) Para somarmos algebricamente dois números negativos, devemos somar esses números de maneira usual.

i) ( ) Para somarmos algebricamente dois números de sinais contrários, devemos somar esses números de maneira usual.

j) ( ) Para somarmos algebricamente dois números de sinais contrários, devemos subtrair o menor deles do maior de maneira usual.

10ª ATIVIDADE : Efetue as seguintes somas algébricas:

1) +12 +13 =

2) -12 -13 =

3) +20 -25 =

4) - 8 +10 =

5) +2 +3 +1 =

6) -6 -2 -4 =

7) +2 -2 =

8) -90 +90 =

9) +39 +65 =

10) +50 -32 =

11) -18 +6 =

12) -4 -5 -12 =

13) +30 -40 =

14) -12 +1 =

15) +3 +6 +4 =

16) -42 +0 =

17) +18 -0 =

18) -1 -19 -2 =

19) -20 -32 =

20) +73 -55 =

21) +30 +80 =

22) +36 -25 =

23) -50 +22 =

24) -17 +17 =

25) -1 +1 =

26) -800 +650 =

27) 0 -9 =

28) 0 +9 =

29) +20 +30 +5 =

30) -20 -5 -3 =

31) -5 +2 -3 +1 =

32) +2 -4 +6 -1 =

11ª ATIVIDADE : Efetue as seguintes adições algébricas de pelo menos duas maneiras diferentes:

a) 1 -3 +2 -2 -4 +2 =

b) 2 -3 +4 -2 -4 +2 =

c) -6 +4 +2 -3 -1 +3 =

d) -3 +3 -5 +5 =

12ª ATIVIDADE : Considerando as discussões feitas durante a correção da atividade anterior, efetue as seguintes adições algébricas da forma que você julgar mais conveniente.

1) $-2 +3 -8 =$	2) $-4 -1 +6 =$
3) $-1 +3 -2 +4 +9 =$	4) $+3 +4 -1 -6 -8 =$
5) $5 -8 -6 +1 -4 =$	6) $-17 +17 -21 +60 =$
7) $+36 -25 -90 +9 -5 +2 =$	8) $-5 -3 +8 -9 +4 +5 =$
9) $-20 -31 +4 -6 -8 =$	10) $-9 +0 +1 -3 +4 +3 =$

TEXTO Nº 3 : A propriedade Distributiva da multiplicação.

Expressões que envolvem duas operações diferentes, como multiplicação e adição ou multiplicação e subtração podem tanto ser resolvidas de **maneira usual** quanto pela utilização da **propriedade distributiva da multiplicação.**

Temos como exemplo as expressões:

$$2. (3 + 4) \quad e \quad 3. (8 - 6)$$

Note que, na primeira expressão as operações envolvidas são multiplicação e adição e na segunda expressão as operações são multiplicação e subtração.

Resolvendo as expressões acima da maneira usual temos:

$$2. (3 + 4) = 2.7 = 14 \qquad e \qquad 3. (8 - 6) = 3.2 = 6$$

Mas no que consiste a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e em relação à subtração ? Bem, no caso da **propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição** consiste em multiplicar o fator que está fora dos parênteses pelas parcelas da adição indicada dentro do parênte ses e adicionar os produtos obtidos. Assim:

$$2 \;.\; (3 + 4) = 6 + 8 = 14$$

Como você percebe, o resultado continuou sendo o mesmo.

E a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração consiste em multiplicar o fator que está fora' dos parênteses pelo munuendo e subtrair daí o produto do fator que está fora do parênteses pelo subtraendo. Isto é:

$$3 \;.\; (8 - 6) = 3.8 - 3.6 = 24 -28 = 6$$

Note que o resultado da expressão continuou o mesmo.

Outro exemplo:

1º) $4.\ (1 + 2) = 4.3 = 12$

$4.\ (1 + 2) = 4 + 8 = 12$

2º) $8.\ (2 - 1) = 8.1 = 8$

$8.\ (2 - 1) = 16 - 8 = 8$

13ª ATIVIDADE : Resolva as expressões seguintes da maneira usual e utilizando as propriedades distributivas da multiplicação em relação à adição ou em relação à subtração, conforme o caso:

1) $10.\ (2 + 3) =$

$10.\ (2 + 3) =$

2) $4.\ (8 - 6) =$

$4.\ (8 - 6) =$

3) $5.(4 + 3) =$

$5.(4 + 3) =$

4) $3.(9 - 6) =$

$3.(9 - 6) =$

5) $6.(7 - 7) =$

$6.(7 - 7) =$

6) $(2 + 3).9 =$

$(2 + 3).9 =$

7) $(10 - 6).2 =$

$(10 - 6).2 =$

8) $(9 - 4).10 =$

$(9 - 4).10 =$

TEXTO Nº 4 : Produto de Números Inteiros Relativos

Para se determinar o produto de dois números inteiros relativos é necessário saber qual será o sinal desse produto. É isto que você poderá concluir ao executar a atividade seguinte, na qual a propriedade distributiva deverá ser empregada.

14ª ATIVIDADE : 1) O produto $3.(-2) = +6$ ou $3.(-2) = -6$?
Para responder a pergunta acima será dada uma expressão onde aparece o produto cujo sinal desejamos saber. Resolva esta expressão de maneira usual e utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, lembrando que o resultado da expressão deve ser o mesmo.

3. (-2 + 8) =

3. (-2 + 8) =

Resposta: O produto : 3. (-2) = __________

Obs: Para responder as perguntas de 2 a 10, proceda da mesma maneira que na pergunta 1.

2) O produto: 4. (-1) = -4 ou 4. (-1) = +4 ?

4. (-1 + 3) =

4. (-1 + 3) =

Resposta: O produto 4. (-1) = __________

3) O produto 5. (-2) = +10 ou 5. (-2) = -10 ?

5. (-2 + 7) =

5. (-2 + 7) =

Resposta: 5. (-2) = __________

4) O produto 8. (-1) = -8 ou 8. (-1) = +8 ?

8. (-1 + 5) =

8. (-1 + 5) =

Resposta: O produto 8. (-1) = __________

5) O produto 2. (-8) = +16 ou 2. (-8) = -16 ?

2. (-8 + 10) =

2. (-8 + 10) =

Resposta: O produto 2. (-8) = __________

6) O produto (-2) .3 = +6 ou (-2) .3 = -6 ?

(-2 +10) .3 =

(-2 +10) .3 =

Resposta: O produto (-2) .3 = __________

7) O produto (-1) .4 = -4 ou (-1) .4 = +4 ?

$(-1 + 7) .4 =$

$(-1 + 7) .4 =$

Resposta: O produto $(-1) .4 =$ ____________

8) O produto $(-2) .5 = -10$ ou $(-2) .5 = +10$?

$(-2 + 2) .5 =$

$(-2 + 2) .5 =$

Resposta: O produto $(-2) .5 =$ ____________

9) O produto $(-1) .8 = -8$ ou $(-1) .8 = +8$?

$(-1 + 4) .8 =$

$(-1 + 4) .8 =$

Resposta: O produto $(-1) .8 =$ ____________

10) O produto $(-8) .2 = +16$ ou $(-8) .2 = -16$?

$(-8 + 8) .2 =$

$(-8 + 8) .2 =$

Resposta: O produto $(-8) .2 =$ ____________

15ª ATIVIDADE : Transcreva abaixo os resultados obtidos na atividade anterior:

1) $3. (-2) =$	6) $-2 .3 =$
2) $4. (-1) =$	7) $-1 .4 =$
3) $5. (-2) =$	8) $-2 .5 =$
4) $8. (-1) =$	9) $-1 .8 =$
5) $2. (-8) =$	10) $-8 .2 =$

16ª ATIVIDADE : Coloque V ou F nas afirmações seguintes, conforme sejam elas verdadeiras ou falsas:

a) (   ) O produto de dois números de sinais contrários é semum número positivo.

b) ( ) O produto de dois números de sinais contrários pode ser tanto um número positivo como um número negativo.

c) ( ) O produto de dois números de sinais contrários é sempre um número negativo.

17ª ATIVIDADE : Efetue as multiplicações:

1) -5 .4 =	7) (-20) .13 =
2) 3. (-7) =	8) 18. (-7) =
3) -9 .8 =	9) -17 .5 =
4) 10. (-5) =	10) 7. (-25) =
5) (-13) .9 =	11) 12. (-13) =
6) 15. (-8) =	12) -11 .11 =

18ª ATIVIDADE : Para responder as perguntas a seguir, será dada uma expressão onde aparece o produto cujo sinal desejamos ' saber. Resolva essas expressões da maneira usual e utilizando' a propriedade distributiva da multiplicação, lembrando que o resultado da expressão deve permanecer o mesmo.

1) O produto -3. (-2) = -6 ou -3. (-2) = +6 ?

-3. (-2 + 7) =

-3. (-2 + 7) =

Resposta: O produto -3. (-2) = ____________

2) O produto -7. (-3) = +21 ou -7. (-3) = -21 ?

-7. (-3 + 4) =

-7. (-3 + 4) =

Resposta: O produto -7. (-3) = ____________

3) O produto $-6 . (-5) = +30$ ou $-6 . (-5) = -30$?

$-6 . (-5 + 5) =$

$-6 . (-5 + 5) =$

Resposta: O produto $-6 . (-5) =$ ____________

4) O produto $-8 . (-8) = +64$ ou $-8 . (-8) = -64$?

$-8 . (-8 + 9) =$

$-8 . (-8 + 9) =$

Resposta: O produto $-8 . (-8) =$ ____________

5) O produto $-1 . (-5) = +5$ ou $-1 . (-5) = -5$?

$-1 . (-5 + 7) =$

$-1 . (-5 + 7) =$

Resposta: O produto $-1 . (-5) =$ ____________

19ª ATIVIDADE : Transcreva abaixo os resultados obtidos na atividade anterior:

1) $-3 . (-2) =$ 2) $-7 . (-3) =$

3) $-6 . (-5) =$ 4) $-8 . (-8) =$

5) $-1 . (-5) =$

20ª ATIVIDADE : Coloque V ou F nas afirmações seguintes, conforme sejam elas verdadeiras ou falsas:

a) ( ) O produto de dois números negativos é sempre um número negativo.

b) ( ) O produto de dois números negativos pode ser tanto um número positivo como um número negativo.

c) ( ) O produto de dois números negativos é sempre um número negativo.

d) ( ) O produto de dois números de mesmo sinal é sempre um número positivo.

21ª ATIVIDADE : Efetue as multiplicações:

1) -3. (-5) =
2) -9. (-6) =
3) +4. (+5) =
4) -13. (-9) =
5) -12. (-9) =
6) -3. (-7) =
7) +8. (+7) =
8) -2. (-15) =
9) +6. (+4) =
10) -13. (-11) =
11) +20. (+6) =
12) -1. (-5) =

22ª ATIVIDADE : Efetue as multiplicações:

1) +3. (+2) =
2) -9. (-2) =
3) -5. (+3) =
4) -7. (-2) =
5) -11. (-3) =
6) +14. (+2) =
7) -5. (+13) =
8) -8. (-9) =
9) -10. (-3) =
10) -16. (-1) =
11) 11. (-4) =
12) -6. (+5) =
13) -21. 3 =
14) 15. 8 =
15) -12. 0 =

TEXTO Nº 5 : Produto de três ou mais números inteiros.

Para calcular o produto de três ou mais números inteiros como por exemplo: -3. (-5) . (+2), podemos multiplicar os dois primeiros fatores e o produto obtido multiplicamos pelo terceiro fator e assim sucessivamente. Resumindo, temos:

$$\underbrace{-3 .\ (-5)}_{+15} .\ (+2) = +15 .\ (+2) = +30$$

Poderíamos obter o produto, multiplicando-se os fatores e posteriormente aplicando-se a regra de sinais, levando-se em consideração que essas regras devem ser aplicadas de dois em dois fatores. Assim teríamos:

$$-3 . (-5) . (+2) = +30$$

Outros exemplos:

$-9 . 6 . (-3) = +162$

$-5 . (-1) . 4 . (-2) = -40$

$-3 . (-7) . (-2) = -42$

$-2 . (-2) . (-2) . (-2) = +16$

23ª ATIVIDADE : Efetue as multiplicações:

1) $-13 . (+1) =$	11) $(-4) . (-1) . (-6) =$
2) $-22 . (-6) =$	12) $9 . (-1) . 3 =$
3) $20 . (-10) =$	13) $-3 . (-5) . (+10) . (-2) =$
4) $-31 . 4 =$	14) $-10 . 1 . (-1) =$
5) $-1 . (-7) =$	15) $+7 . (-2) . (-4) =$
6) $-15 . 5 =$	16) $(-2) . (-2) . (+2) . 2 =$
7) $(+8) . (+2) . (-5) =$	17) $(-4) . (-4) . (+2) . (-1) =$
8) $(-5) . (+3) . (+7) =$	18) $(+5) . (-5) . (-5) =$
9) $-9 . (-3) . 0 =$	19) $(-1) . (-1) . (-1) . (-1) . (-1) =$
10) $(-2) . (-10) . (-4) =$	20) $-3 . (-3) . 0 . 3 =$

TEXTO Nº 6 : Potenciação.

Inicialmente, vamos lembrar que toda multiplicação de fatores iguais pode ser escrita de forma abreviada através da operação de potenciação. Lembramos também que o fator repetido é a **base** da potenciação e que o número de fatores é o **expoente** da base. Vejamos alguns exemplos:

1º) $2.2.2 = 2^3$

2º) $5.5 = 5^2$

3º) $(-1).(-1).(-1) = (-1)^3$

4º) $(-3).(-3).(-3).(-3) = (-3)^4$

Assim, se quisermos calcular o resultado de uma potenciação devemos transformar essa potenciação numa multiplicação de fatores todos iguais e efetuar essa multiplicação.

Exemplos:

1) $(-3)^2 = (-3).(-3) = +9$

2) $(-4)^3 = (-4).(-4).(-4) = -64$

Note que as regras de sinais de potenciação são as mesmas da multiplicação.

24ª ATIVIDADE : Determine as seguintes potências:

1) $(+5)^2 =$	11) $(-3)^3 =$
2) $(-5)^3 =$	12) $(+5)^3 =$
3) $(-2)^7 =$	13) $(+2)^7 =$
4) $(-3)^4 =$	14) $(-9)^2 =$
5) $(-5)^2 =$	15) $(-4)^3 =$
6) $(-10)^2 =$	16) $-5^2 =$
7) $(+2)^6 =$	17) $-2^3 =$
8) $(-2)^6 =$	18) $10^3 =$
9) $(+3)^4 =$	19) $(+6)^2 =$
10) $(+3)^3 =$	20) $0^4 =$

21) $(-1)^{101} =$

22) $-3^2 =$

23) $(-1)^{102} =$

24) $(-12)^2 =$

25) $(-4)^2 =$

26) $10^1 =$

27) $(+1)^{35} =$

28) $(-2)^8 =$

29) $(-1)^{95} =$

30) $(+1)^{100} =$

25ª ATIVIDADE : Em cada multiplicação abaixo, escreva dentro dos parênteses o número que está faltando afim de obter o produto indicado:

1) ( ).(+3) = +6
2) ( ).(-3) = +6
3) ( ).(+4) = -12
4) ( ).(-6) = -18
5) ( ).(-8) = +16
6) ( ).(+10) = -20
7) ( ).(+9) = -27
8) ( ).(+6) = +36
9) ( ).(-7) = -28
10) ( ).(-2) = +8

__TEXTO Nº 7: Divisão Exata de Números Inteiros Relativos.__

Como você sabe, para determinar o quociente da divisão 10:5 é necessário encontrar qual é o número que multiplicado por 5 resulta 10. Neste caso, o número é o 2. Assim:

10	:	5	=	2	
dividendo		divisor		quociente	pois

2	.	5	=	10
quociente		divisor		dividendo

Resumindo, temos:

10:5 = 2 pois 2.5 = 10

Vejamos agora esta propriedade aplicada à divisão exata de números inteiros relativos. Seja, por exemplo, efetuar a divisão -8 : (-2). Como sabemos, devemos encontrar um número que multiplicado por (-2) dê como resultado o número (-8). O número procurado é o número (+4), pois se multiplicarmos (+4) por (-2) o resultado é (-8). Em resumo, temos:

$$-8 : (-2) = +4, \text{ pois } (+4).(-2) = -8$$

Outros exemplos:

$$-15 : (-5) = +3 \text{ pois } (+3).(-5) = -15$$
$$21 : (+7) = 3 \text{ pois } (+3).(+7) = +21$$
$$-12 : (+3) = -4 \text{ pois } (-4).(+3) = -12$$
$$10 : (-2) = -5 \text{ pois } (-5).(-2) = 10$$

26ª ATIVIDADE : Efetue as seguintes divisões:

1) (+15) : (+5) =
2) (-21) : (+3) =
3) -2 : 2 =
4) 9 : (-3) =
5) (-20) : (-4) =
6) 0 : (+6) =
7) (-5) : (+5) =
8) (21) : (-3) =
9) -10 : (-2) =
10) 36 : (+9) =
11) (-44) : (+11) =
12) 0 : (-1) =
13) (-27) : (-9) =
14) (12) : (+4) =
15) (-60) : (-10) =
16) (+11) : (-11) =
17) (-63) : (-21) =
18) (-39) : (+13) =
19) 81 : 27 =
20) -125 : (-25) =
21) 90 : (-15) =
22) -72 : 9 =
23) 48 : 4 =
24) -27 : (+3) =
25) 81 : (-81) =
26) -144 : (-12) =
27) 55 : 5 =
28) -10 : (+2) =

29) $1000 : (-10) =$

30) $-36 : (-9) =$

27ª ATIVIDADE : Para cada exercício abaixo, efetue a operação' indicada:

1) $-2 + 3 =$

2) $(-2)^3 =$

3) $-2 . 3 =$

4) $-12 : (-12) =$

5) $(-5)^3 =$

6) $6. (-2).(-3) =$

7) $-10 - 8 + 4 =$

8) $(-5).(-3) =$

9) $-7 + 3 + 2 =$

10) $-8 + 10 =$

11) $10 - 8 =$

12) $-9^2 =$

13) $(-9)^2 =$

14) $(-100)^1 =$

15) $-14 -3 -5 =$

16) $+7. (+6) =$

17) $-2. (-5).(-1) =$

18) $10. (-1) =$

19) $10 : 5 =$

20) $(-8)^3 =$

21) $6 - 5 -1 =$

22) $-8 : (-2) =$

23) $-2. (-8) =$

24) $35 : (-7) =$

25) $(-3)^2 =$

26) $-7. (-2) =$

27) $3 +2 +9 =$

28) $-60 : (-15) =$

29) $-5^2 =$

30) $5 . (-13) =$

TEXTO Nº 8 : Expressões Numéricas.

Costuma-se chamar de expressões numéricas ao envolvimento de diversas operações ao mesmo tempo, como por exemplo : $8 + 2 . 5$ que poderia ser resolvida das duas maneiras a seguir:

$$8 + 2 . 5 \;\downarrow\; 10 . 5 = 50$$

ou

$$8 + 2 . 5 \;\downarrow\; 8 + 10 = 18$$

Observe que os resultados obtidos são diferentes. Neste caso, qual seria o resultado correto ? Como toda expressão numérica deve ter um **único resultado**, convencionou-se que as operações que aparecem numa expressão devem ser efetuadas na seguinte ordem :

1º) Potenciação

2º) Multiplicação e Divisão

3º) Soma algébrica

Obedecendo essa ordem de resolução a segunda maneira de resolver a expressão é a correta. Isto é,

$$8 + 2 \cdot 5 =$$

$$= 8 + 10 = 18$$

Exemplos:

1º) $-2 +3 +5 -9 -4 -8 +3 =$

$-2 -9 -4 -8 +3 +5 +3 =$

$-23 + 11 =$

-12

2º) $3 + (+2) - (-5) + (-9) - (+4) =$

Obs: Quando dois sinais aparecem juntos como na expressão acima, podemos considerar que existe aí uma multiplicação , cujo fator pode ser 6 + 1 ou −1, dependendo do sinal que está a esquerda. Desta forma, podemos reescrever a expressão acima da seguinte maneira :

$3 + (+2) - (-5) + (-9) - (+4) =$

$3 + 1.(+2) -1. (-5) +1.(-9) -1.(+4) =$

$3 + 2 + 5 - 9 - 4 =$

$+ 10 - 13 =$

-3

3º) $- (-6) + (-2) - (+5) =$

$-1.(-6) +1.(-2) -1.(+5) =$

$+6 -2 -5 =$

$+6 -7 =$

-1

4º) $-5 + 3.2 - 4. (-3) + 10 : (-2) =$

$-5 +6 +12 -5 =$

$-5 -5 +6 +12 =$

$-10 +18 =$

$+8$

5º) $15 -8. (-2) +4. (-3)^2 -1 =$

$15 -8. (-2) +4. (+9) -1 =$

$15 +16 +36 -1 =$

$67 - 1 =$

66

28ª ATIVIDADE : Resolva as expressões numéricas seguintes:

1) $-7 +3 +5 -4 -2 =$ 2) $9 -6 -5 +2 -8 =$

3) $-7 +(-3)-(+2)-(-6) =$ 4) $-(+10)+(+3)-(-8)+(-2) =$

5) $(-2)^3+(-3)^2-(-1)^6+(+3)^3=$ 6) $25 -(-8).(+2) =$

7) $-12 -(-2).(-3) =$ 8) $20 -(-35):(+5) =$

9) $-2^4 +2^3 -2^2 +2^1 -1 =$ 10) $10 -5.(+4) =$

11) $-4.9 + 16 =$ 12) $-3.(+2) +5.(-4) -6.(+3) =$

13) $-8 +(-36):(-3)^2 =$ 14) $+9 -4.(-3) +25:(-5) =$

15) $-(-3)^2 -6.(+3) +81:(-9)=$ 16) $-3^2 -(-4)^2:(+2)^3 +32: (-2)^3 =$

Observação: Caso numa expressão numérica apareçam operações in dicadas dentro do parênteses, estes deverão ser re solvidos em primeiro lugar, mantendo-se a ordem de resolução das operações estabelecida anteriormente.

Exemplos:

1º) $7 - (1-4) +3 =$
$7 - (-3) +3 =$
$7 + 3 + 3 =$
$+ 13$

2º) $-1 -(7-3.2) + 18:(-2).\ 3 =$
$-1 -(7-6) + 18: (-2).\ 3 =$
$-1 -1.(+1) +18: (-2).\ 3 =$
$-1 -1 -27 =$
$- 29$

29ª ATIVIDADE : Resolva as expressões abaixo:

1) $6-(2-4)+(7-3)-(-2)=$ 2) $-3-(-2+5-1)+(7-2+3)=$

3) $3.4+1-6.(2-3)+(-1)^5=$ 4) $6-(3-5).(2-7)-(+3)=$

5) $4+2^3-5.(2-10)-(-3).(-2)+6=$ 6) $35:(2-7)-3=$

7) $(-3)^4:(-9)^2+(-3+5)=$ 8) $-20+3.(-7+6)-(-2)^4=$

9) $-36:(-3+9)-(-3)^2.(-1)^6=$ 10) $-(-5)^2+2.(-10+6)+(-5+9)^2=$

11) $(21+3.4):(-23+4.5)=$ 12) $(12-5.2)-(9:3-2.5)-(-7).(-3)=$

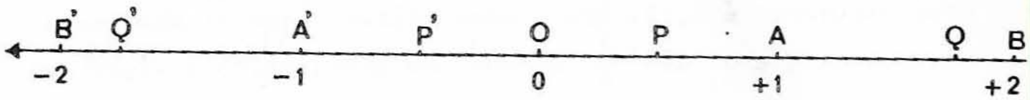
13) $30-(-5^3-6.10)+(15-3-4:2)=$ 14) $3+(2.10-3^2)-(-8:2-3.2)=$

15) $(-5)^2+(-2^4-8:2)-(9-5.2)=$ 16) $16:(-18:3+2)^2-(-3)^2.(-5+4.2)=$

TEXTO Nº 9 : O que é um número racional ?

Assim como existem números inteiros positivos ou nega tivos, existem também números fracionários positivos ou negativos.

Para ilustrar este fato, considere a reta numerada abaixo onde o segmento u foi utilizado como unidade de medida.



Transportamos esta unidade de medida para a direita e para a esquerda do ponto O, assinalando assim os pontos A, B , A' e B' na reta.

Desta maneira, os pontos A e A' distam 1 unidade do ponto O ; os pontos B e B' distam 2 unidades do ponto O. Entretanto, é fácil notar que embora os pontos A e A' estejam a uma mesma distância do ponto O, **eles não ocupam a mesma posição em relação a O.** O ponto A está a direita e A' à esquerda de O. Para representar esta distinção dizemos que o ponto A tem abscissa +1 e que o ponto A' tem abscissa -1. Da mesma forma, o ponto B tem abscissa 2 e o ponto B' tem abscissa -2. Assim, o número representa a distância de um ponto qualquer da reta ao ponto O considerado como origem, ao passo que o sinal à esquerda do número representa a posição de um ponto qualquer em relação à origem.

Na reta numerada acima, os pontos p e P' dividem os segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OA'}$, respectivamente, em duas partes iguais. Neste caso, dizemos que os pontos P e P' distam $\frac{1}{2}$ unidade do ponto O e que suas abscissas são $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$ respectivamente. Como $\frac{1}{2} = 0,5$, poderíamos também dizer que as abcissas dos pontos P e P' são + 0,5 e -0,5 respectivamente.

Na reta numerada da página anterior, os segmentos $\overline{AB}$ e A'B' estão divididos em 4 partes iguais.

Portanto, os pontos Q e Q' distam 1 unidade inteira mais $\frac{3}{4}$ de uma unidade do ponto 0, isto é, distam $\frac{7}{4}$ de unidade do ponto 0. Como $\frac{7}{4} = 1,75$; poderíamos dizer também que essa distância é 1,75. Neste caso, dizemos que as abscissas dos pontos Q e Q' são $\frac{7}{4}$ e $-\frac{7}{4}$ ou então, 1,75 e -1,75 respectivamente.

Mostramos assim, com que significado podemos admitir a existência tanto de números inteiros quanto de números fracionários positivos ou negativos.

Qualquer número inteiro ou fracionário, seja ele positivo, negativo ou nulo é chamado de **número racional.**

O nome **racional** deve-se ao fato de todo número desse tipo poder ser representado por uma **razão** (ou divisão) de 2 números inteiros, isto é, de **poder sempre** ser representado por uma **fração**.

Exemplos:

1) $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{0}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{5}{1}$ são números racionais, pois já estão representados sob a forma de fração.

2) Todos os números inteiros são também racionais pois:

$+1 = \frac{1}{1}$ ou $\frac{2}{2}$ ou $\frac{3}{3}$ ou $\frac{4}{4}$, etc...

$-1 = -\frac{1}{1}$ ou $-\frac{2}{2}$ ou $-\frac{3}{3}$ ou $-\frac{4}{4}$, etc...

$5 = \frac{5}{1}$ ou $\frac{10}{2}$ ou $\frac{15}{3}$ ou $\frac{20}{4}$, etc...

$0 = \frac{0}{1}$ ou $\frac{0}{2}$ ou $\frac{0}{3}$ ou $\frac{0}{4}$, etc...

3) Todos os números decimais que podem ser obtidos através da divisão de dois inteiros são também racionais.

+0,5 , -1,8 , -3,25 são números racionais, pois:

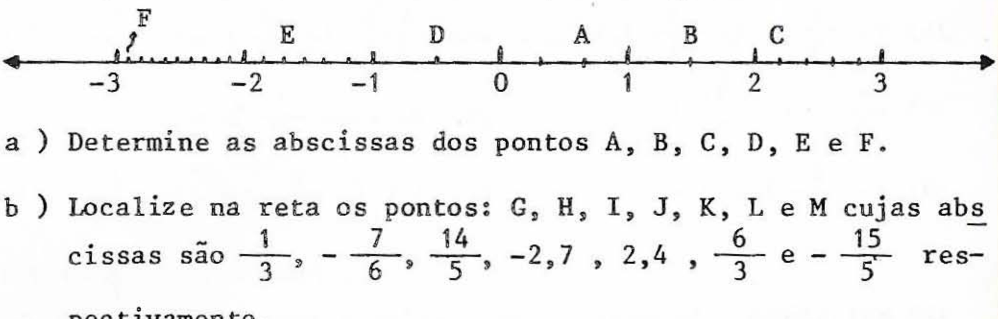
$$+0,5 = \frac{5}{10} = 5 : 10$$

$$-1,8 = -\frac{18}{10} = -18 : 10$$

$$-3,25 = -\frac{325}{100} = -325 : 100$$

O conjunto de todos os números racionais é representado pela letra Q.

30ª ATIVIDADE : Na reta numerada abaixo o segmento u foi tomado como unidade de medida e, sempre que estiver subdividido, esta divisão foi feita em partes iguais:



a) Determine as abscissas dos pontos A, B, C, D, E e F.

b) Localize na reta os pontos: G, H, I, J, K, L e M cujas abscissas são $\frac{1}{3}$, $-\frac{7}{6}$, $\frac{14}{5}$, -2,7 , 2,4 , $\frac{6}{3}$ e $-\frac{15}{5}$ respectivamente.

31ª ATIVIDADE : Efetue as operações abaixo:

1) $-\frac{3}{4} + \frac{5}{4} =$ 2) $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} - \frac{9}{8} =$

3) $-\frac{8}{3} + \frac{1}{4} =$ 4) $\frac{4}{7} - \frac{3}{2} =$

5) $-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{11}{6} =$ 6) $-\frac{5}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$

7) $-1 - \frac{1}{3} =$

8) $-2 - \frac{3}{5} =$

9) $\frac{4}{7} - 3 =$

10) $\frac{3}{8} - 1 \stackrel{+}{-} \frac{3}{4} =$

11) $(- \frac{1}{2}).(- \frac{2}{3}) =$

12) $(- \frac{5}{3}).(- \frac{3}{5}) =$

13) $3 . (- \frac{2}{3}) =$

14) $\frac{4}{3} . (- \frac{9}{2}) =$

15) $-2 . \frac{1}{5} .(- \frac{5}{3}) =$

16) $\frac{3}{7} . (- \frac{1}{2}) . 2 =$

17) $(- \frac{1}{2})^2 =$

18) $(- \frac{1}{2})^3 =$

19) $(- \frac{2}{3})^2 =$

20) $(- \frac{2}{3})^3 =$

21) $(- \frac{1}{10})^3 =$

22) $(- \frac{1}{3})^2 =$

23) $(- \frac{1}{7})^3 =$

24) $(- \frac{1}{3})^1 =$

25) $(- \frac{1}{5}):(- \frac{3}{5}) =$

26) $\frac{4}{3} : (- \frac{8}{9}) =$

27) $\frac{3}{7} : (- \frac{5}{2}) =$

28) $-10 : (- \frac{1}{2}) =$

29) $(- \frac{6}{7}) : 3 =$

30) $3 : (- \frac{6}{7}) =$

32ª ATIVIDADE : Resolva as expressões a seguir, lembrando-se que as operações devem ser efetuadas na seguinte ordem: potenciação, multiplicação e divisão e por último soma algébrica. No caso de aparecerem operações indicadas dentro de parênteses, resolvê-los inicialmente:

1) $- \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

2) $\frac{3}{8} - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) =$

3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{12}\right) =$

4) $- \left(\frac{1}{5} - 2\right) - \left(\frac{4}{5} - 1\right) =$

5) $3 - \left(2 - \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \right) =$

6) $\left(- \frac{1}{2} \right)^3 - \left(- \frac{1}{2} \right)^2 - \left(- \frac{1}{2} \right) =$

7) $- \frac{1}{2} - \frac{1}{2} . \left(- \frac{2}{3}\right) =$

8) $- \frac{2}{3} - \frac{3}{4} . \left(- \frac{2}{3}\right) - \left(- \frac{1}{2}\right)^3 =$

9) $- \left(- \frac{1}{2}\right)^2 . \left(- \frac{1}{2}\right)^3 . \left(- \frac{2}{3} \right) =$

10) $- \left(+ \frac{1}{5} \right)^2 - \left(- \frac{3}{10}\right)^2 . \left(- \frac{10}{3}\right) =$

11) $- \frac{2}{5} - \left(- \frac{2}{5}\right) . \left(- \frac{5}{2}\right) - \frac{5}{2} - \frac{2}{5} =$

12) $- \frac{3}{5} . \left(- \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{5} =$

13) $- \frac{3}{4} . \left(\frac{1}{2} + 2\right) =$

14) $\left(\frac{2}{3} - 1\right) : (-5) =$

15) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) : \left(- \frac{5}{3}\right) =$

16) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 =$

17) $\left(- \frac{3}{4} \right)^2 . \left(- \frac{1}{3} \right)^2 =$

18) $2^3 - \left(- \frac{2}{3} \right)^2 =$

19) $-\frac{3}{5} : (-\frac{3}{10}) - 2 =$

20) $(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}) . (\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) =$

21) $(\frac{3}{6} - \frac{1}{2}) : 2 =$

22) $-\frac{2}{3} : (-\frac{1}{2}) + \frac{3}{10} =$

23) $(2 - \frac{4}{5}) : (\frac{3}{4} - \frac{7}{20}) =$

24) $(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) : (\frac{2}{3} . \frac{3}{8}) =$

25) $-(-\frac{1}{3}) : (-\frac{1}{9}) - (-\frac{3}{4}) : (-\frac{6}{8}) =$

26) $1 - 1 : (1 - \frac{1}{2}) =$

27) $-1 - (-\frac{1}{10})^2 : (-\frac{2}{5}) =$

28) $\frac{3}{2} - (-\frac{5}{6}) + (-\frac{3}{4}) . \frac{1}{6} =$

29) $(-1 + \frac{2}{3})^2 - (-\frac{3}{4}) . \frac{1}{2} =$

30) $(-\frac{3}{4})^2 : (-\frac{1}{2} + \frac{5}{6}) =$

31) $(-\frac{7}{10} : \frac{3}{5}) + (-\frac{8}{10} . \frac{10}{4}) =$

32) $(-2 : \frac{4}{6}) - (\frac{1}{2} : 3) =$

33) $(-\frac{18}{48} : \frac{12}{21}) : \frac{7}{4} =$

34) $(1 + \frac{1}{2} . \frac{5}{4}) - (\frac{2}{3} . \frac{5}{2} - \frac{2}{5}) =$

35) $(-\frac{4}{10} . \frac{5}{2} + 2) - (-\frac{7}{3} . \frac{3}{7}) =$

36) $(-\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{8}) - (-\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}) =$

37) $(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{10}{7} \cdot \frac{7}{5}) : (2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}) =$

38) $(-\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}) + \frac{2}{5} - (-\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{10}) =$

39) $(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8}) + \frac{1}{6} =$

40) $(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}) : (-1 + \frac{1}{2}) =$

41) $(-\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} + 1)^2 - (-\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{12}) =$

42) $(-\frac{3}{4} : \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{5}{6})^2 + (-4 : \frac{8}{10}) =$