

VOLUMES DA SÉRIE
TÓPICOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

- 1 - Números Naturais
- 2 - Geometria I
- 3 - O Conceito de Fração
- 4 - Operações com Números Fracionários
- 5 - O Problema da Medida
- 6 - Números Decimais
- 7 - Geometria II
- 8 - Números Inteiros
- 9 - Cálculo Literal
- 10 - Equações de 1º Grau
- 11 - Sistemas de Equações de 1º Grau
- 12 - Proporcionalidade
- 13 - Geometria III
- 14 - Áreas e Perímetros
- 15 - Números Irracionais
- 16 - Equações de 2º Grau

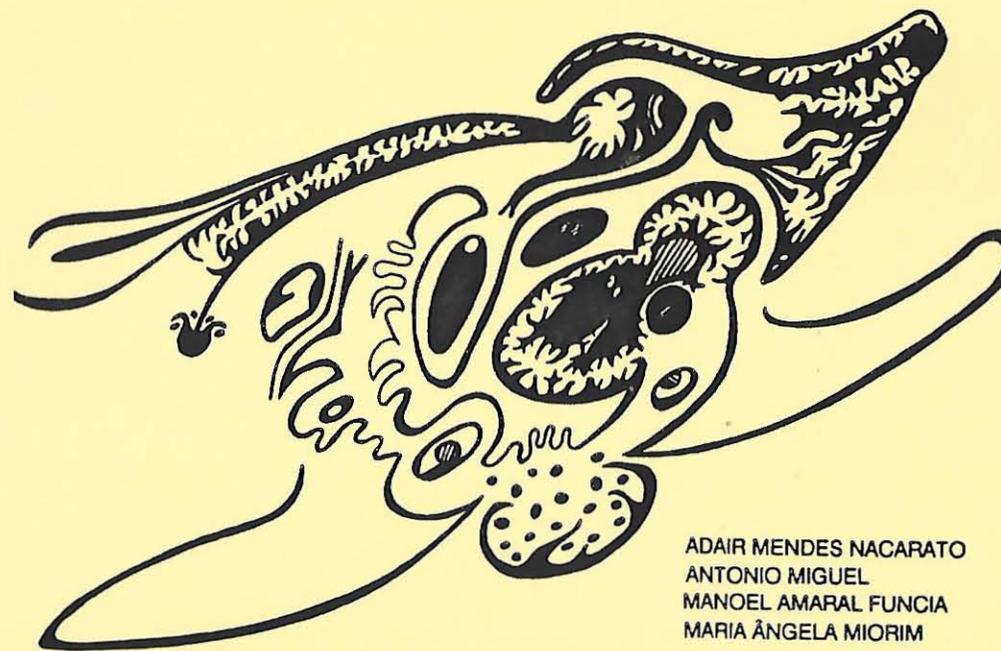
δx DELTA XIS
EDITORA LTDA

Rua: Maria Luiza Missio Mingone, 184
13100 - Campinas - SP

Miguel

Tópicos de Ensino de
MATEMÁTICA

4 - Operações com Números Fracionários



ADAIR MENDES NACARATO
ANTONIO MIGUEL
MANOEL AMARAL FUNCIA
MARIA ÂNGELA MIORIM

Delta Xis Editora Ltda

APRESENTAÇÃO

Desde 1982, um grupo de professores de Matemática de Campinas, insatisfeitos com os resultados obtidos na sua prática pedagógica, vem se reunindo com o objetivo de elaborar projetos de ensino-aprendizagem que possam, aos poucos, alterar a situação existente.

Esses projetos são aplicados em escolas das redes pública e particular e avaliados periodicamente. A avaliação dos resultados obtidos na prática levanta críticas e sugestões que impõem, frequentemente, aprofundamento teórico e reformulações dos projetos já produzidos, além da produção de novos projetos. Essa é a principal característica desse material: o fato de estar sendo continuamente refeito. Outra característica dele é que, embora englobe o conteúdo de 5ª a 8ª séries, é apresentado em fascículos, permitindo ao professor escolher o momento mais adequado para trabalhar um certo tema junto a seus alunos.

Contamos atualmente com 16 projetos que compõem os volumes da série "Tópicos de Ensino de Matemática". Esses fascículos representam a mais recente versão do trabalho mas, certamente, não a última.

Um trabalho dessa natureza, só foi e continua sendo possível, graças à participação contínua de professores que aplicam os projetos. Queremos registrar, portanto, o nosso agradecimento aos seguintes professores que, durante esses anos, têm contribuído na elaboração e reformulação dos projetos, trazendo críticas e sugestões, participando de reuniões e encontros com o propósito de repensar e aprofundar questões referentes ao ensino da Matemática:

Ana Maria C.Coimbra, Ana Regina P.B.Angi, Aurora S. Santana, Beatriz V.B.de Carvalho, Carmem Lúcia B.Passos, Cláudia V.C.Miguel, Divina A. de Aquino, Eliza A.Mukai, Elizabeth A.Carrara, Gelson J.Jacobucci, He-loisa de Carvalho M.Debiazzi, Jane M.da Silva Vidal, José Amaury Alves, Margali A.de Nadai, Maria Aparecida B.Pinheiro, Maria Clélia F. Jacobucci, Maria Lúcia Negri, Marília B.Pereira, Marisa S.Pinheiro Travaini, Marta I. de Almeida, Neusa B.Ferraz, Regina Celi Ayres, Ronaldo Nicolai, Rosana Fávero, Rosemeire M.R.Silva, Sandra T.Cardoso, Suely M.Gimenis, Susy M.Fadel, Teresa Neide G.Guimarães, Vilma M. M. Silva, Yara P.P.Bueno e Zuleide G. Paulino.

Campanas, fevereiro de 1990

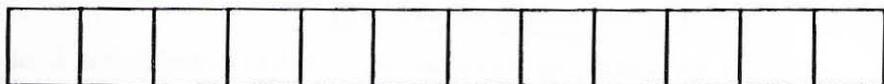
ÍNDICE

1 - Adição e Subtração de frações através da utilização de todos-referência	02
2 - Adição e Subtração de frações com denominadores iguais	04
3 - Adição e Subtração de frações com denominadores diferentes	06
4 - O significado da multiplicação de frações	13
5 - Potenciação de frações	18
6 - O significado da divisão de frações	21

1ª ATIVIDADE : Considere a peça marrom (6 cubinhos) do material semi-simbólico.

- a) Qual é a peça que representa $\frac{1}{2}$ da peça marrom? _____
- b) Qual é a peça que representa $\frac{1}{3}$ da peça marrom? _____
- c) Qual é a peça que representa $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ da peça marrom? _____
- d) Que fração a peça do item anterior é da peça marrom? _____
- e) Qual é a peça que representa $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ da peça marrom? _____
- f) Que fração a peça do item anterior é da peça marrom? _____

2ª ATIVIDADE : Considere a peça de 12 cubinhos reproduzida abaixo:



- a) Utilizando a cor amarela, pinte $\frac{1}{2}$ dessa peça.
- b) Utilizando a cor azul, pinte mais $\frac{1}{3}$ dessa peça.
- c) Que fração irredutível da peça de 12 cubinhos foi pintada?
_____.
- d) Quantos cubinhos deve ter uma peça que represente $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ da peça de 12 cubinhos? _____. Represente-a abaixo.
- e) Que fração a peça do item anterior é da peça de 12 cubinhos?
_____.

3ª ATIVIDADE : Considere a quantia de NCz\$ 900,00.

- a) Se você gastar $\frac{1}{2}$ dessa quantia, quanto você gasta? _____
- b) Se você gastar $\frac{1}{3}$ dessa quantia, quanto você gasta? _____

- c) Se você gastar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ dessa quantia, que **fração irreduzível** dessa quantia foi gasta? _____
- e) Para comprar um objeto **A** foram gastos $\frac{1}{2}$ dos NCz\$ 900,00 e para comprar um objeto **B** foram gastos $\frac{1}{3}$ dos NCz\$ 900,00. Quanto o objeto **A** custou a mais que o objeto **B**? _____
- f) Que **fração irreduzível** dos NCz\$ 900,00 representa a quantia equivalente à diferença de preços entre os objetos **A** e **B**?

TEXTO Nº 1 : Adição e subtração das frações através da utilização de todos-referência.

Ao executar as três primeiras atividades você observou que a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é sempre igual a $\frac{5}{6}$ e que esse resultado **não depende** da quantia de elementos que possui o todo-referência. O mesmo acontece para a diferença $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ que é sempre igual $\frac{1}{6}$ quer utilizemos um todo-referência de 6, de 12 ou de 900 elementos. Entretanto, o número de elementos do todo-referência para o caso da soma ou diferença entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ deve ser um **múltiplo comum** de 2 e 3 pois se isso não ocorresse, não poderíamos dividi-lo em 2 partes iguais e 3 partes iguais ao mesmo tempo. É claro que se quiséssemos somar ou subtrair outras frações com denominadores diferentes dos das anteriores deveríamos **escolher convenientemente o todo-referência** para que isso se torne possível. Isto é, embora tenhamos para cada caso, infinitas escolhas para o todo-referência, essas es

colhas devem sempre ser feitas entre os múltiplos comuns dos denominadores das frações que estão sendo operadas. É o que vo
cê deverá fazer na atividade seguinte.

4ª ATIVIDADE : Utilizando peças coloridas como todo-referência ou desenhos dessas peças para os casos em que o todo-referên-
cia possua mais de 10 cubinhos, efetue as adições e subtrações
abaixo, expressando os resultados na forma irredutível.

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$

13) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} =$

2) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$

14) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$

3) $\frac{8}{9} - \frac{1}{9} =$

15) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

4) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} =$

16) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$

5) $\frac{9}{10} - \frac{4}{10} =$

17) $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} =$

6) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$

18) $1 + \frac{1}{2} =$

7) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$

19) $1 + \frac{1}{3} =$

8) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$

20) $2 - \frac{1}{2} =$

9) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$

21) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} =$

10) $\frac{9}{8} - \frac{1}{8} =$

22) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$

11) $\frac{7}{3} + \frac{5}{3} =$

23) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

12) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} =$

24) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$

TEXTO Nº 2 : Adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Ao executar a atividade anterior, você deve ter chegado à conclusão de que quando as frações que estão sendo somadas ou subtraídas possuem **denominadores diferentes**, então, o todo referência mais simples que pode ser escolhido é aquele cujo número de elementos coincide com o **menor múltiplo-comum** entre os denominadores das frações. Caso as frações tenham o mesmo denominador a escolha do todo-referência é imediata, pois deve possuir o mesmo número de elementos que os denominadores das frações que estão sendo operadas.

Observe novamente os onze primeiros itens da atividade anterior. Neles você somou ou subtraiu frações que possuíam o **mesmo denominador**. Compare, em cada caso, o numerador e o denominador dos resultados respectivamente com os numeradores e denominadores das frações que estão sendo operadas. Escreva no espaço abaixo uma **regra prática** para se somar ou subtrair frações com denominadores iguais, sem que seja necessário recorrer a todos-referência.

Observe agora os demais itens da atividade anterior a partir do 12º. Neles você somou ou subtraiu frações que possuíam denominadores diferentes. Verifique se, para esse caso, a regra prática enunciada acima continua válida.

5ª ATIVIDADE : Utilizando apenas a regra prática do texto nº 2

efetue as adições e subtrações seguintes, colocando as respostas na forma irredutível.

1) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} =$

5) $\frac{1}{100} + \frac{9}{100} - \frac{2}{100} =$

2) $\frac{1}{9} + \frac{8}{9} - \frac{3}{9} =$

6) $\frac{5}{27} - \frac{2}{27} =$

3) $\frac{4}{11} + \frac{5}{11} + \frac{2}{11} =$

7) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12} =$

4) $\frac{7}{10} + \frac{13}{10} =$

8) $\frac{8}{15} - \frac{1}{15} + \frac{2}{15} - \frac{3}{15} =$

6ª ATIVIDADE : Considere a seguinte adição: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

a) Quantos elementos possui o todo-referência **mais simples** em relação ao qual essas frações se aplicam ao mesmo tempo?

b) Qual é a fração que é equivalente a $\frac{1}{2}$ e que possui o denominador igual ao número de elementos desse todo-referência?

c) Qual é a fração que é equivalente a $\frac{2}{3}$ e que possui o denominador igual ao número de elementos desse todo-referência?

d) Transforme a adição $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ numa outra que lhe seja equivalente, isto é, cujas parcelas sejam frações respectivamente equivalentes a $\frac{1}{2}$ e a $\frac{1}{3}$ e cujos denominadores sejam iguais ao número de elementos do todo-referência.

e) Complete: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$

7ª ATIVIDADE : Seguindo os passos da atividade anterior, transforme cada adição ou subtração abaixo, em adições ou subtrações de frações que possuam o mesmo denominador e, em seguida, calcule o resultado de cada uma delas expressando-o na forma irredutível.

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} =$

2) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$

3) $\frac{8}{6} - \frac{1}{2} =$

4) $\frac{7}{8} - \frac{1}{6} =$

TEXTO Nº 3 : Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Ao executar as atividades nº 6 e 7 você aprendeu um **novo método** de efetuar a soma ou subtração de duas ou mais frações que possuem denominadores diferentes. A vantagem desse método baseia-se no fato de que não é mais preciso ter presente o todo-referência (peças coloridas, fichas, etc...) para efetuarmos essas operações. A aplicação desse método obedece aos seguintes passos:

1º Passo: Tomamos o **menor múltiplo comum** ou um múltiplo comum qualquer dos denominadores das frações a serem operadas (número de elementos do **todo-referência imaginá-**

rio).

2º Passo: Transformamos a adição ou subtração dadas numa outra que lhe seja equivalente, isto é, cujos termos sejam frações respectivamente equivalentes às frações dadas e cujos denominadores sejam iguais ao número de elementos do todo-referência (m.m.c. encontrado no passo anterior).

3º Passo: Somamos ou subtraímos as frações equivalentes do passo anterior que agora possuem o mesmo denominador.

8ª ATIVIDADE : Efetue as adições e subtrações abaixo expressando o resultado na forma irredutível.

$$1) \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$10) 2 - \frac{5}{9} =$$

$$2) \frac{5}{6} + \frac{1}{12} =$$

$$11) \frac{5}{12} + 3 =$$

$$3) \frac{9}{10} - \frac{5}{6} =$$

$$12) \frac{5}{7} + 0 =$$

$$4) \frac{7}{9} - \frac{2}{3} =$$

$$13) \frac{5}{3} - 1 =$$

$$5) \frac{5}{6} + \frac{5}{7} =$$

$$14) 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$$

$$6) \frac{4}{6} + \frac{6}{9} =$$

$$15) 3 - \frac{3}{7} + \frac{1}{8} =$$

$$7) 1 + \frac{1}{7} =$$

$$16) \frac{2}{5} + 5 - \frac{5}{12} =$$

$$8) 2 - \frac{1}{3} =$$

$$17) \frac{5}{18} + \frac{5}{12} - \frac{1}{6} =$$

$$9) \frac{3}{5} + 1 =$$

$$18) \frac{3}{4} - \frac{1}{16} + \frac{7}{8} =$$

$$19) \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$$

$$20) \frac{7}{20} + \frac{1}{30} - \frac{3}{50} =$$

9ª ATIVIDADE : Resolva os problemas seguintes:

- 1) As dívidas de uma pessoa equivalem a $\frac{2}{3}$ de seu salário mensal. Que fração do salário dessa pessoa ainda lhe resta após o pagamento dessas dívidas?
- 2) Num dia de chuva faltaram $\frac{3}{5}$ dos alunos de uma classe. Que fração da quantidade total de alunos compareceu nesse dia?
- 3) Numa viagem, um passageiro já percorreu $\frac{5}{6}$ da distância necessária para atingir o seu destino. Que fração do percurso ainda lhe falta percorrer?
- 4) Até o presente momento uma pessoa pagou apenas 5% de uma dívida que contraiu. Que fração da dívida ainda falta ser paga?
- 5) Um ciclista, nos 5 primeiros minutos, percorreu $\frac{5}{12}$ da distância que deveria percorrer. Nos 5 minutos seguintes percorreu mais $\frac{1}{3}$ da distância total. Que fração do percurso ainda lhe resta percorrer?

- 6) Nos 10 primeiros dias do mês, uma pessoa gastou 60% de seu salário. Nos 10 dias seguintes gastou mais $\frac{1}{4}$ de seu salário. Que fração de seu salário ainda lhe resta para passar os 10 últimos dias do mês?
- 7) As dívidas de uma pessoa equivalem a $\frac{2}{3}$ de seu salário mensal. Qual é o salário mensal dessa pessoa, sabendo que o valor de suas dívidas é NCz\$ 9.000,00 ?
- 8) Numa urna existem 20 fichas amarelas e fichas de mais duas cores diferentes. Sabendo que $\frac{2}{5}$ das fichas desta urna são amarelas, quantas fichas de outras cores existem nesta urna ?
- 9) Numa eleição concorreram 3 candidatos, sendo que o primeiro recebeu $\frac{1}{5}$ dos votos e o segundo recebeu $\frac{1}{6}$ dos votos. Quantos eleitores votaram nessa eleição, sabendo que nela não houve votos brancos ou nulos e que o terceiro recebeu 1.900 votos ?
- 10) Um produto sofreu um acréscimo de 30% em seu preço. Sabendo que esse acréscimo foi de NCz\$ 300,00; qual era o preço antigo e qual é o novo preço desse produto ?

- 11) Uma pessoa já pagou 70% de uma dívida que contraiu, faltando ainda pagar NCz\$ 2.100,00 para saldá-la completamente. Qual era o valor da dívida contraída por essa pessoa ?
- 12) Com $\frac{5}{12}$ de seu salário, uma pessoa paga o aluguel e $\frac{7}{15}$ de le ela gasta com alimentação.
- a) Qual é o salário dessa pessoa, sabendo que ainda lhe resta após isso NCz\$ 1.400,00 ?
- b) Quanto gasta essa pessoa com aluguel ?
- c) Quanto gasta essa pessoa com alimentação ?

10ª ATIVIDADE : Trabalhando com as peças coloridas, complete as lacunas abaixo com um **número natural**.

- 1) O dobro do dobro da peça vermelha é igual a _____
peças vermelhas.
- 2) O dobro do dobro da peça verde é igual a _____
peças verdes.
- 3) O dobro do dobro da peça rosa é igual a _____
peças rosas.
- 4) O dobro do dobro da peça dourada é igual a _____
peças douradas.
- 5) O dobro do dobro de uma peça A qualquer é igual a _____
peças A.

- 6) O triplo do dobro da peça vermelha é igual a _____
peças vermelhas.
- 7) O triplo do dobro da peça verde é igual a _____
peças verdes.
- 8) O dobro do triplo da peça rosa é igual a _____
peças rosas.
- 9) O dobro do triplo da peça dourada é igual a _____
peças douradas.
- 10) O dobro do triplo de uma peça **A** qualquer é igual a _____
peças **A**.
- 11) O triplo do triplo da peça vermelha é igual a _____
peças vermelhas.
- 12) O triplo do triplo da peça verde é igual a _____
peças verdes.
- 13) O triplo do triplo de uma peça **A** qualquer é igual a _____
peças **A**.

11ª ATIVIDADE : Complete as lacunas com uma **fração irredutível**.

- 1) A peça que representa a **metade da metade** da peça amarela é
igual a que fração da peça amarela? _____
- 2) A peça que representa a metade da metade da peça cinza é i
gual a que fração da peça cinza ? _____
- 3) A peça que representa a metade da metade de uma peça de 12
cubinhos é igual a que fração da peça de 12 cubinhos? _____
- 4) Gastei a metade da metade da quantia que tinha em minha '
carteira. Logo, gastei _____ da quantia que possuía.
- 5) Se você pintar de azul a metade da metade de um segmento '
de reta de comprimento qualquer, então, a parte que foi '

- pintada representa _____ desse segmento.
- 6) A peça que representa um terço da metade da peça marrom é igual a que fração da peça marrom ? _____
- 7) A peça que representa a metade de um terço da peça marrom, é igual a que fração da peça marrom ? _____
- 8) A peça que representa um terço da metade de uma peça com 12 cubinhos é igual a que fração da peça de 12 cubinhos? _____.
- 9) A peça que representa a metade de um terço de uma peça com 12 cubinhos é igual a que fração da peça de 12 cubinhos ? _____.
- 10) Gastei a metade de um terço da quantia que tinha em minha carteira. Logo, gastei _____ da quantia que possuía.
- 11) Gastei um terço da metade da quantia que tinha em minha carteira. Logo, gastei _____ da quantia que possuía.
- 12) Se você pintar de azul um terço da metade de um segmento de reta de comprimento qualquer, então, a parte que foi pintada representa _____ desse segmento.
- 13) Se você pintar de azul a metade de um terço de um segmento de reta de comprimento qualquer, então, a parte que foi pintada representa _____ desse segmento.
- 14) A peça que representa dois terços de dois nonos de uma peça de 27 cubinhos é igual a que fração da peça de 27 cubinhos? _____
- 15) A peça que representa dois nonos de dois terços de uma peça de 27 cubinhos é igual a que fração da peça de 27 cubinhos ? _____
- 16) Se você pintar de azul dois terços de dois nonos de um segmento de reta de comprimento qualquer, a parte que foi pin

tada representa _____ desse segmento.

- 17) Se você pintar de azul dois nonos de dois terços de um segmento de reta de comprimento qualquer, a parte que foi pintada representa _____ desse segmento.

TEXTO Nº 4 : O significado da multiplicação de frações.

Ao executar a atividade nº 10 você verificou que se temos um todo A e aplicamos sobre esse todo duas operações sucessivas, sendo que a segunda operação incide sobre o resultado da primeira, então, o resultado final dessas aplicações é equivalente à aplicação de uma única operação sobre o todo inicial, operação essa que é idêntica ao produto das duas operações iniciais.

Exemplo: Quando pegamos o dobro de um todo A obtemos um todo B.

Se, em seguida, pegarmos o triplo do todo B, obtemos um todo C que é 6 vezes maior que o todo inicial A.

Logo, o triplo do dobro do todo A = 3.2 vezes o todo A = 6 vezes o todo A.

De forma análoga, quando pegamos a metade de um todo A obtemos um todo B. Se, em seguida, pegarmos um terço do todo B obtemos um todo C ^{menor} 6 vezes maior que o todo inicial A. Logo $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de um todo A = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ do todo A = $\frac{1}{6}$ do todo A.

1ª conclusão: multiplicar duas ou mais frações entre si é o mesmo que aplicá-las sucessivamente sobre um todo A cujo número de elementos seja um múltiplo comum dos denominadores dessas frações, mas não necessariamente o menor múltiplo comum. É cla

ro que uma aplicação sempre deve incidir sobre o resultado da aplicação anterior e que a ordem de aplicação dessas frações sobre o todo não altera o resultado final dessas aplicações.

2ª conclusão: O resultado das aplicações sucessivas de várias frações sobre um todo A pode ser um todo maior, menor ou igual ao todo inicial A.

12ª ATIVIDADE : Escolhendo convenientemente o todo-referência, efetue as multiplicações abaixo:

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$4) \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$2) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$5) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$3) \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$6) \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} =$$

13ª ATIVIDADE : Em cada item da atividade anterior, observe os termos da fração-resposta e das frações que foram multiplicadas entre si. Verifique se é possível chegar diretamente ao resultado da multiplicação de duas ou mais frações, sem a utilização de todo-referência. Se for possível, escreva no espaço a baixo a regra prática que permite multiplicar diretamente duas ou mais frações.

14ª ATIVIDADE : Utilizando a regra prática da atividade anterior, efetue as multiplicações seguintes expressando as respos

tas na forma irredutível.

1) $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{10} =$

13) $\frac{1}{5} \cdot 0 =$

2) $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} =$

14) $5 \cdot \frac{1}{5} =$

3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

15) $3 \cdot \frac{3}{5} =$

4) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} =$

16) $\frac{3}{7} \cdot 7 =$

5) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} =$

17) $6 \cdot \frac{2}{3} =$

6) $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{9} =$

18) $12 \cdot \frac{5}{4} =$

7) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{2}{9} =$

19) $\frac{1}{12} \cdot 6 =$

8) $2 \cdot \frac{1}{2} =$

20) $\frac{7}{6} \cdot \frac{36}{49} \cdot \frac{7}{6} =$

9) $\frac{8}{9} \cdot 3 =$

21) $\frac{5}{3} \cdot \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{4} =$

10) $\frac{1}{2} \cdot 1 =$

22) $\frac{16}{17} \cdot 14 \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{3} =$

11) $1 \cdot \frac{3}{7} =$

23) $\frac{11}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{33} =$

12) $0 \cdot \frac{2}{3} =$

24) $\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot 10 =$

15ª ATIVIDADE : Resolva os problemas seguintes:

- 1) Um reservatório estava com água até o máximo de sua capacidade. Num dia foram gastos $\frac{2}{5}$ da água nele contida e no dia seguinte foram gastos $\frac{2}{3}$ da água que ainda restava nele.

a) Que fração da água contida foi gasta ?

- b) Que porcentagem da água contida foi gasta ?
- c) Que fração restou da água contida inicialmente ?
- d) Que porcentagem restou da água inicialmente ?
- 2) Uma pessoa possuía uma certa quantia depositada em um banco. Num dia precisou retirar 20% dessa quantia e no dia seguinte mais 30% do que restou. Que porcentagem da quantia inicial essa pessoa ainda tem depositada no banco ?
- 3) Um produto A sofreu 2 acréscimos consecutivos no prazo de 2 meses. O primeiro acréscimo foi de 20% e o segundo de 10% sobre o preço anterior. Qual foi a porcentagem de acréscimo que teve o produto A relativamente ao preço inicial nesses dois meses ?
- 4) No Brasil, aproximadamente 60% das crianças que se matriculam na 1ª série do 1º grau, não conseguem passar para a 2ª série. Das que conseguem passar para a 2ª série apenas 60%

conseguem concluir a 4ª série. Qual é a porcentagem de crianças que, matriculadas na 1ª série, conseguem completar a 4ª série no prazo de 4 anos ?

5) Os índices de inflação num país nos 2 primeiros meses de um ano foram respectivamente 10% e 10%. Sabendo que esses índices são sempre calculados em relação ao mês anterior, calcule o índice de inflação acumulado nesses dois primeiros meses.

6) No prazo de 6 meses o salário de um trabalhador que era de NCz\$ 8.000,00 teve 2 reajustes consecutivos, ambos de 20%. Sabendo que o segundo reajuste incidiu sobre o primeiro, determine o salário desse trabalhador após os reajustes.

7) Num dia foram gastos $\frac{3}{7}$ da água contida em um reservatório. No dia seguinte, mais $\frac{2}{3}$ da água restante foram gastos sobrando ainda no reservatório 84 litros de água. Quantos litros de água havia inicialmente no reservatório ?

- 8) Numa pesquisa de opinião, $\frac{3}{5}$ das pessoas consultadas deram seu voto a um candidato A, $\frac{2}{3}$ das pessoas restantes indicaram um candidato B e as 30 pessoas restantes, preferiram não emitir opiniões. Quantas pessoas foram consultadas nessa pesquisa ?

TEXTO Nº 5 : Potenciação de frações.

Como você já sabe, a potenciação nada mais é do que uma multiplicação que possui todos os fatores iguais. Assim, e levar 3 à segunda potência, significa multiplicar 3 por si mesmo duas vezes. Simbolicamente indicamos esse fato do seguinte modo:

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ onde 3 é a base, 2 é o expoente, 9 é a potência e a operação realizada com o 3 e o 2 é chamada de potenciação.

Vamos agora ampliar o estudo dessa operação, considerando o caso em que a base é um número racional sob a forma de fração. Sempre que a base for um número fracionário, costumamos colocá-la entre parênteses para evitar confusões como as que comentaremos a seguir.

Exemplo: $(\frac{2}{5})^2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{4}{25}$

Mas, $(\frac{2}{5})^2 \neq \frac{2^2}{5}$. Isso porque em $\frac{2^2}{5}$ estamos querendo dizer que apenas o numerador da fração está sendo elevado à segunda potência.

$$\text{Logo, } \frac{2^2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$$

Concluimos portanto, que $(\frac{2}{5})^2 \neq \frac{2^2}{5}$ pois $\frac{4}{25} \neq \frac{4}{5}$

Daí, a necessidade de se colocar o parênteses para indicar a potenciação de frações.

16ª ATIVIDADE : Efetue as potenciações abaixo:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$13) \left(\frac{1}{4}\right)^4 =$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$14) \left(\frac{2}{7}\right)^2 =$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$$

$$15) \left(\frac{7}{9}\right)^2 =$$

$$4) \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

$$16) \left(\frac{5}{8}\right)^3 =$$

$$5) \left(\frac{1}{2}\right)^1 =$$

$$17) \left(\frac{1}{10}\right)^2 =$$

$$6) \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$18) \left(\frac{1}{10}\right)^3 =$$

$$7) \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$19) \left(\frac{1}{10}\right)^4 =$$

$$8) \left(\frac{2}{3}\right)^1 =$$

$$20) \left(\frac{1}{10}\right)^1 =$$

$$9) \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$$

$$21) \left(\frac{3}{100}\right)^2 =$$

$$10) \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$$

$$22) \left(\frac{11}{100}\right)^2 =$$

$$11) \left(\frac{2}{9}\right)^3 =$$

$$23) \left(\frac{12}{13}\right)^2 =$$

$$12) \left(\frac{3}{7}\right)^3 =$$

$$24) \left(\frac{11}{20}\right)^2 =$$

17ª ATIVIDADE : Determine o valor das expressões seguintes, colocando o resultado na forma irredutível.

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{3^2}{2} =$$

$$2) \frac{17}{5^2} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$3) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$5) \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 =$$

$$6) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)^3 =$$

$$7) 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$8) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} + 3 =$$

$$9) 2^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{6}{5} =$$

$$10) 3 - \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} =$$

18ª ATIVIDADE :

- 1) Considerando a peça marrom como todo-referência responda :
Quantas vezes a peça que representa $\frac{1}{3}$ desse todo cabe na
peça que representa $\frac{1}{2}$ desse mesmo todo ? $\frac{3}{2}$
- 2) Considerando a peça marrom como todo-referência responda :
Quantas vezes a peça que representa $\frac{1}{2}$ desse todo cabe na
peça que representa $\frac{1}{3}$ desse mesmo todo ?
- 3) Considerando a peça verde como todo-referência responda :

- Quantas vezes a peça que representa $\frac{1}{2}$ desse todo cabe na peça que representa 1 desse mesmo todo ? _____
- 4) Considerando a peça verde como todo-referência responda :
Quantas vezes a peça que representa $\frac{1}{2}$ desse todo cabe na peça que representa 2 desse mesmo todo ? _____
- 5) Considerando a peça verde como todo-referência responda :
Quantas vezes a peça que representa 1 desse todo cabe na peça que representa $\frac{1}{2}$ desse mesmo todo ? _____
- 6) Considerando a peça verde como todo-referência responda :
Quantas vezes a peça que representa 2 desse todo cabe na peça que representa $\frac{1}{2}$ desse mesmo todo ? _____
- 7) Considerando a peça azul-claro como todo-referência responda: Quantas vezes a peça que representa $\frac{1}{5}$ desse todo cabe na peça que representa $\frac{3}{5}$ desse mesmo todo? _____
- 8) Considerando a peça azul-claro como todo-referência responda: Quantas vezes a peça que representa $\frac{3}{5}$ desse todo cabe na peça que representa $\frac{1}{5}$ desse mesmo todo? _____
- 9) Considerando a peça dourada como todo-referência responda: Quantas vezes a peça que representa $\frac{2}{5}$ desse todo cabe na peça que representa $\frac{7}{10}$ desse mesmo todo ? _____
- 10) Considerando a peça dourada como todo-referência responda: Quantas vezes a peça que representa $\frac{7}{10}$ desse todo cabe na peça que representa $\frac{2}{5}$ desse mesmo todo? _____

TEXTO Nº 6 : O significado da divisão de frações.

Ao executar a atividade anterior você verificou que podemos "pegar" duas frações A e B de um todo-referência e com parar uma com a outra.

Dividir a fração A de um todo-referência por uma fração B desse mesmo todo significa determinar quantas vezes a fra ção B cabe na fração A.

Como você verificou, a fração B pode caber um número' inteiro de vezes na fração A. Mas isso nem sempre acontece. Na maior parte das vezes o resultado da divisão de duas frações é uma outra fração, própria ou imprópria.

19ª ATIVIDADE : Escolhendo convenientemente o todo-referência, efetue as divisões abaixo:

$$1) \frac{1}{2} : \frac{2}{3} =$$

$$5) \frac{2}{5} : \frac{1}{1} =$$

$$2) \frac{2}{3} : \frac{1}{2} =$$

$$6) \frac{1}{1} : \frac{2}{5} =$$

$$3) \frac{3}{4} : \frac{1}{3} =$$

$$7) \frac{3}{7} : \frac{2}{1} =$$

$$4) \frac{1}{3} : \frac{3}{4} =$$

$$8) \frac{2}{1} : \frac{3}{7} =$$

20ª ATIVIDADE : Em cada item da atividade anterior observe os termos da fração-resposta e das frações que foram divididas en tre si. Verifique se é possível **chegar** diretamente ao resultado da divisão de duas frações sem a utilização de todo-referência. Se for possível, escreva no espaço abaixo uma **regra** **práti** **ca** que permita **dividir** **diretamente** duas frações.

21ª ATIVIDADE : Utilizando a regra prática da atividade anterior, efetue as divisões abaixo colocando a resposta na forma irredutível.

$$1) \frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$$

$$2) \frac{1}{5} : \frac{2}{7} =$$

$$3) \frac{5}{9} : \frac{7}{2} =$$

$$4) \frac{7}{10} : \frac{3}{4} =$$

$$5) \frac{5}{6} : \frac{2}{7} =$$

$$6) \frac{3}{5} : \frac{9}{10} =$$

$$7) \frac{7}{6} : \frac{15}{36} =$$

$$8) 3 : \frac{4}{5} =$$

$$9) 3 : \frac{9}{7} =$$

$$10) 10 : \frac{5}{3} =$$

$$11) \frac{2}{8} : 8 =$$

$$12) \frac{10}{9} : 10 =$$

$$13) \frac{11}{2} : 22 =$$

$$14) \frac{4}{5} : \frac{12}{10} =$$

$$15) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} =$$

$$16) \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9}} =$$

$$17) \frac{\frac{5}{4}}{\frac{15}{8}} =$$

$$18) \frac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{2}} =$$

$$19) \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{3}} =$$

$$20) \frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{8}} =$$

$$21) \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{2}} =$$

$$22) \frac{\frac{5}{8}}{\frac{8}{4}} =$$

22ª ATIVIDADE : Resolva os seguintes problemas:

1) Numa eleição, um candidato A recebeu $\frac{2}{3}$ dos votos e um candidato B recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos.

a) Dentre os dois, qual foi o candidato mais votado ?

b) Quantas vezes um candidato foi mais votado que o outro ?

2) Um recipiente A tem água até $\frac{4}{5}$ de sua capacidade e um recipiente B tem água até $\frac{1}{3}$ de sua capacidade.

a) Se os recipientes A e B tiverem capacidades diferentes, é possível saber em qual deles há maior quantidade de água ?

b) E se os recipientes A e B tiverem a mesma capacidade ?

c) Suponha que A e B tenham a mesma capacidade. Quantas vezes a quantidade de água existente em um deles cabe no espaço ocupado pela quantidade de água existente no outro ?

23ª ATIVIDADE : Determine o valor de cada expressão a seguir:

$$1) \frac{8}{9} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3} =$$

$$2) \frac{5}{8} + \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{9} =$$

$$3) 4 + \frac{3}{8} - 3 - \frac{1}{7} =$$

$$4) \frac{16}{5} : \frac{8}{15} \cdot \frac{22}{7} =$$

$$5) \frac{7}{3} : \frac{33}{8} \cdot \frac{9}{4} =$$

$$6) \frac{22}{7} \cdot \frac{5}{22} : \frac{3}{7} =$$

$$7) \frac{11}{5} \cdot \frac{20}{33} : \frac{16}{9} =$$

$$8) \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} : \frac{1}{10} + \frac{7}{9} =$$

$$9) \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} : \frac{3}{4} =$$

$$10) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \right) : \frac{7}{8} =$$

$$11) \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{2} : \frac{1}{5} \right) + \frac{3}{5} =$$

$$12) 8 + \left(\frac{2}{3} : \frac{9}{5} \right) + \left(\frac{4}{9} : 2 \right) + \frac{2}{3} =$$

$$13) \left(\frac{10}{3} - \frac{12}{5} \right) : \frac{11}{9} =$$

$$14) \left(\frac{4}{11} : \frac{7}{22} \right) : \left(\frac{3}{7} \cdot 2 \right) + \frac{9}{2} =$$

$$15) \frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{7}} =$$

24ª ATIVIDADE : Resolva os seguintes problemas :

1) Em 1 hora uma torneira enche $\frac{1}{5}$ de um tanque. Quantas horas serão necessárias para o tanque ficar completamente cheio ?

2) Uma máquina executou um trabalho em 8 horas. Que fração do trabalho seria executada em 1 hora se a máquina trabalhar ?

no mesmo ritmo ?

3) Um trem, viajando a uma velocidade constante, cumpriu o percurso entre duas cidades em 6 horas. Que fração do percurso seria percorrido por esse mesmo trem em 4 horas ?

4) Em 1 hora, uma máquina faz $\frac{5}{6}$ do trabalho que deve executar. Em quanto tempo essa mesma máquina executaria o trabalho todo ?

5) Numa viagem, um passageiro adormece exatamente na metade do percurso a ser percorrido. Quando acorda, para chegar ao seu destino falta-lhe ainda a metade da distância que percorrera quando estava dormindo. Durante que fração do percurso dormiu ?

6) Uma torneira enche um tanque em 3 horas e uma outra executada sozinha essa mesma tarefa em 2 horas. Em quanto tempo as duas torneiras juntas encherão esse mesmo tanque ?

- 7) Uma máquina executa o trabalho de rotular 5.000 garrafas ' em 6 horas. Uma outra máquina, mais rápida, executa essa mesma tarefa em 4 horas. Em quanto tempo as duas máquinas, trabalhando juntas rotulariam 10.000 garrafas ?

$$\frac{278 \text{ min}}{48} \quad \frac{60}{4} \quad 46.48'$$

- 8) Duas máquinas, trabalhando juntas, realizam um trabalho em 27 dias. Uma delas, trabalhando sozinha, faria esse mesmo' trabalho em 36 dias. Em quantos dias a outra, trabalhando' sozinha o faria ?

ambas fazem $\frac{1}{27}$ do trabalho em 1 dia
 Uma delas faz $\frac{1}{36}$ do trabalho em 1 dia
 A outra faz $\frac{1}{27} - \frac{1}{36}$ do trabalho em 1 dia = $\frac{9}{22036} = \frac{1}{108}$

- 9) Uma máquina executaria um trabalho em 8 horas. Uma outra o faria em 9 horas. A primeira máquina, depois de trabalhar' ininterruptamente durante 2 horas acabou se quebrando, dei xando o restante do trabalho para a outra concluir. Em ' quanto tempo o trabalho será concluído ?

VOLUMES DA SÉRIE
TÓPICOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

- 1 - Números Naturais
- 2 - Geometria I
- 3 - O Conceito de Fração
- 4 - Operações com Números Fracionários
- 5 - O Problema da Medida
- 6 - Números Decimais
- 7 - Geometria II
- 8 - Números Inteiros
- 9 - Cálculo Literal
- 10 - Equações de 1º Grau
- 11 - Sistemas de Equações de 1º Grau
- 12 - Proporcionalidade
- 13 - Geometria III
- 14 - Áreas e Perímetros
- 15 - Números Irracionais
- 16 - Equações de 2º Grau



Rua: Maria Luiza Missio Mingone, 184
13100 - Campinas - SP