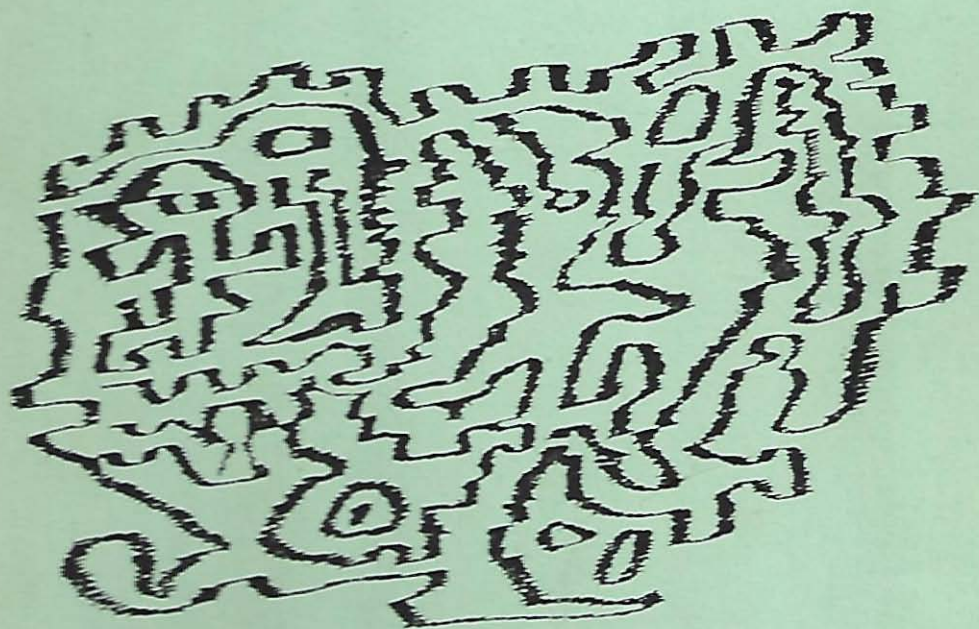


Tópicos de Ensino de
MATEMÁTICA

1 - Números Naturais



ADAIR MENDES NACARATO
ANTONIO MIGUEL
MANOEL AMARAL FUNCIA
MARIA ÂNGELA MIORIM

Delta Xis Editora Ltda

APRESENTAÇÃO

Desde 1982, um grupo de professores de Matemática de Campinas, insatisfeitos com os resultados obtidos na sua prática pedagógica, vem se reunindo com o objetivo de elaborar projetos de ensino-aprendizagem que possam, aos poucos, alterar a situação existente.

Esses projetos são aplicados em escolas das redes pública e particular e avaliados periodicamente. A avaliação dos resultados obtidos na prática levanta críticas e sugestões que impõem, frequentemente, aprofundamento teórico e reformulações dos projetos já produzidos, além da produção de novos projetos. Essa é a principal característica desse material: o fato de estar sendo continuamente refeito. Outra característica dele é que, embora englobe o conteúdo de 5ª a 8ª séries, é apresentado em fascículos, permitindo ao professor escolher o momento mais adequado para trabalhar um certo tema junto a seus alunos.

Contamos atualmente com 16 projetos que compõem os volumes da série "Tópicos de Ensino de Matemática". Esses fascículos representam a mais recente versão do trabalho mas, certamente, não a última.

Um trabalho dessa natureza, só foi e continua sendo possível, graças à participação contínua de professores que aplicam os projetos. Queremos registrar, portanto, o nosso agradecimento aos seguintes professores que, durante esses anos, têm contribuído na elaboração e reformulação dos projetos, trazendo críticas e sugestões, participando de reuniões e encontros com o propósito de repensar e aprofundar questões referentes ao ensino da Matemática:

Ana Maria C.Coimbra, Ana Regina P.B.Angi, Aurora S. Santana, Beatriz V.B.de Carvalho, Carmem Lúcia B.Passos, Cláudia V.C.Miguel, Divina A. de Aquino, Eliza A.Mukai, Elizabeth A.Carrara, Gelson J.Jacobucci, He-loisa de Carvalho M.Debiazzi, Jane M.da Silva Vidal, José Amaury Alves, Margali A.de Nadai, Maria Aparecida B.Pinheiro, Maria Clélia F. Jacobucci, Maria Lúcia Negri, Marília B.Pereira, Marisa S.Pinheiro Travaini, Marta I. de Almeida, Neusa B.Ferraz, Regina Celi Ayres, Ronaldo Nicolai, Rosana Fávero, Rosemeire M.R.Silva, Sandra T.Cardoso, Suely M.Gimenis, Susy M.Fadel, Teresa Neide G.Guimarães, Vilma M. M. Silva, Yara P.P.Bueno e Zuleide G. Paulino.

Campinas, fevereiro de 1990

ÍNDICE

0 - Sistema de Numeração Decimal	2
1 - Problemas que envolvem Raciocínio Combinatório	6
2 - Adição de Números Naturais	7
3 - Subtração de Números Naturais	10
4 - Problemas	11
5 - Divisão de Números Naturais	13
6 - Divisão em partes iguais	15
7 - Múltiplos e Divisores de um Número Natural	19
8 - Critérios de Divisibilidade	23
9 - Números Primos	25
10 - A Operação de Multiplicação	26
11 - A Decomposição de um Número em Fatores Primos	28
12 - Cálculo dos Divisores de um Número	30
13 - Cálculo do Maior Divisor Comum (m.d.c.)	32
14 - Cálculo do menor Múltiplo Comum (m.m.c.)	35
15 - Propriedade Fundamental da Divisão	38
16 - Problemas	42
17 - Relação entre as Operações de Adição, Multiplicação e Potenciação	45
18 - Cálculo de Potências	48
19 - Expressões Numéricas	50

ARITMÉTICA

Aritmética é uma palavra grega que significa ciência dos números. Arithmós, em grego, significa número.

Os primeiros elementos da Aritmética foram conhecidos, certamente, muito cedo, pois o homem teve logo necessidade de saber contar, seja a sua caça, sejam seus rebanhos, colheitas etc... mas, além de saber contar, era preciso, é claro registrar, marcar, escrever estas quantidades.

A forma mais primitiva foi a de marcar com o correspondente número de traços, nós, pedrinhas, pontos etc..., as quantidades desejadas. Aprendiam assim, naturalmente, a idéia de número:

Existem muitas estórias curiosas sobre esses primeiros passos da matemática!

Mais tarde, à medida que o homem e o seu modo de viver evoluía e os cálculos se complicavam, aumentava a necessidade de se estabelecer formas simplificadas e definitivas de representar esses números e de se fazer as quatro operações.

Começaram então a inventar diversos sistemas de contagens, nos quais o homem passou a usar símbolos para escrever os números.

Na Índia, por exemplo, alguns séculos antes de Cristo, todo número recebeu, além do nome próprio, um sinal característico. Reconheceu-se a completa impossibilidade de atribuir-se a cada número desde as unidades até os milhões, um símbolo específico. Estavam nove símbolos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e um conjunto de regras para lê-los e escrevê-los, que constitui o que chamamos de sistema de numeração.

Mas o passo mais revolucionário de toda a história da Matemática foi a invenção hindu do sinal "0" (zero quer dizer "vazio"). Essa invenção possibilitou a descoberta de regras de cálculo mais simples e práticas.

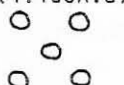





Quando os árabes dominaram os gregos e os hindus, encontraram na cultura matemática, a aritmética e a propagaram,

através de um de seus especialistas, chamado Al-Fhúwarizmi, há aproximadamente 800 anos. Posteriormente foi levada à Europa e reconhecida no mundo inteiro como a solução mais perfeita. E é este o sistema que hoje usamos, de apenas dez símbolos, que são os numerais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 também chamados algarismos indo-arábicos (devido à sua origem).

Desde então, os povos habituaram-se a contar de dez em dez, usando os dedos da mão, daí o nosso sistema ser chamado de sistema de numeração decimal. Mas, antes de verificarmos como funciona o sistema decimal, vamos compreender bem o que é um número e um numeral.

Você já deve ter percebido que os números (quantidades) são representados através de símbolos que recebem o nome de numerais.

Veja, por exemplo, a representação do número cinco, - através dos tempos:

Chineses (1.100A.C)	Egípcios	Babilônios	Gregos	Romanos	Indo-árabe
					

Portanto, um mesmo número pode ser representado de várias maneiras, ou seja, um mesmo número pode ter vários numerais.

Descubra, você mesmo, outras maneiras de representar o número cinco.

Sugestão: Você poderá fazê-lo também através das quatro operações.

Tente!

Retomando o nosso sistema, pergunta-se:

- Quais são as regras que nos permitem representar qualquer número por maior que ele seja, usando somente os dez numerais indo-arábicos chamados algarismos?

Ao representarmos um número qualquer no sistema de numeração decimal, cada algarismo terá diferente valor, de acordo com a sua posição no número, obedecendo ao princípio do valor posicional: "o algarismo escrito imediatamente à esquerda de outro, terá valor dez vezes maior". Por exemplo, quando você escreve o símbolo "4357" o numeral 4 representa 4000, o numeral 3 representa 300, o numeral 5 representa 50 e o numeral 7 representa 7 unidades.

Desta maneira, observamos que cada um desses algarismos, quando está escrito sozinho, representa um único valor, - que é o seu valor absoluto. É somente quando escrevemos um número maior que nove, é que um mesmo algarismo pode representar dois ou mais valores diferentes. Outro exemplo: no numeral "636", um 6 representa seis centos e outro 6 representa seis. O valor que o algarismo assume pela sua posição chamamos de valor relativo.

Todos perceberam como é fácil representar qualquer número natural, através do valor posicional?

Um exemplo de sistema não posicional é o sistema de numeração romana, que utilizava muitas regras e por isso a escrita dos números tornava-se complicada.

É curioso observar que nesse sistema não existia um símbolo para representar o zero.

1a. Atividade: Para cada numeral abaixo, faça o seguinte:

- a) Diga quantos algarismos ele possui;
- b) Escreva a maneira como se lê cada um;
- c) Determine o valor absoluto e o valor relativo de cada algarismo.

1) 2005

3) 2000056

5) 5043208

2) 11354

4) 47320

6) 100101

2a. Atividade: a) Dado o numeral 263, calcule o número de:

- 1) unidades que ele possui;
 - 2) dezenas;
 - 3) centenas.
- b) Escreva todos os números que se representam por três algarismos, usando os algarismos 1, 4 e 5, sem repetir algarismo - num mesmo numeral.
- c) Com os algarismos 2, 0 e 7, escreva todos os números possíveis, com 3 algarismos, sem repetir algarismo num mesmo numeral.
- d) Escreva em ordem crescente, todos os números de dois algarismos, que podemos formar com os algarismos 5, 2 e 3, podendo repetir algarismos num mesmo numeral.

3a. Atividade: a) Um numeral de cinco algarismos é formado pelos algarismos 4, 8, 3, 9 e 1. Descubra qual é esse numeral e indique a sua leitura, sabendo-se que o valor relativo do 4 é 40, do 1 é 10000 do 3 é 300, do 9 é 9000.

- b) Escreva o numeral de dois algarismos significativos iguais correspondente ao menor número possível.
- c) Escreva o numeral de três algarismos distintos correspondente ao maior número possível.

4a. Atividade: Considerando os números: 17, 132, 80, 196, 404, 0, 1001, 12345 e 1000000, responda:

- a) Quais são os números pares?
- b) Quais são os números ímpares?
- c) Quais são os números de três algarismos?

- d) Quais são os números que têm o algarismo zero como dezena?
- e) Quem é o antecessor de 1000 000?
- f) Quem é o sucessor de 1 001?
- g) Escreva os números acima em ordem crescente.

5a. Atividade: Escreva os conjuntos abaixo:

- a) Conjunto dos números naturais
- b) Conjunto dos números naturais sem o zero
- c) Conjunto dos números naturais pares
- d) Conjunto dos números naturais ímpares
- e) Conjunto dos algarismos do sistema decimal

6a. Atividade: Resolva os problemas abaixo:

- a) Três estradas diferentes A, B e C conduzem ao topo de um morro. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode subir e descer este morro?
- b) Suponhamos que no problema anterior a pessoa não queira descer o morro pela estrada que subiu. Quantos caminhos diferentes de ida e volta ela pode efetuar?
- c) Num grupo de 4 rapazes e 3 moças, de quantos modos pode-se escolher um rapaz para presidente e uma moça para secretária de uma agremiação?
- d) Uma moça tem 5 blusas e 4 saias. De quantos modos distintos ela pode se vestir?
- e) Uma sala possui 6 portas. De quantas maneiras uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra diferente?

- f) O lanche de uma certa pessoa consiste de um sanduiche (escolhido dentre 4 espécies), uma bebida (escolhida dentre: café, leite ou chá) e um sorvete (escolhido dentre 3 sabores). Quantos lanches diferentes essa pessoa pode fazer?
- g) Calcule quantos tipos de etiquetas diferentes podem ser manufaturadas, sabendo-se que uma etiqueta pode ser:
- 1) Quanto à forma: circular ou quadrada;
 - 2) Quanto à cor: vermelha, branca, amarela, azul ou verde;
 - 3) Quanto à numeração: impressa com um número desde 1 até 500.
- h) Quantos números de 2 algarismos podem ser formados no sistema decimal?
- i) Quantos números de 2 algarismos distintos podem ser formados no sistema decimal ?
- j) Quantos números de 3 algarismos existem no sistema decimal?

Texto nº 1: ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Depois de ter trabalhado um pouco com os números naturais e resolvido alguns problemas que envolvem raciocínio combinatório vamos estudar agora um primeiro tipo de operação que se pode fazer com os números naturais : a operação de adição. Você, evidentemente, já sabe somar números. Trata-se apenas de uma recordação.

Numa adição, os números que estão sendo somados se chamam parcelas e o resultado da adição se chama SOMA ou TOTAL. É claro que uma adição pode possuir 1, 2, 3, 4 ou mais parcelas, que podem ser escritas na horizontal ou vertical.

Por exemplo: $2 + 3 + 5 + 7 = 17$ é uma adição que está escrita na horizontal, possui 4 parcelas diferentes sendo a soma igual a 17.

Outro exemplo:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 + \\ \hline 2 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{temos à esquerda uma adição escrita na} \\ \text{vertical que possui 3 parcelas iguais} \\ \text{a 2, sendo a soma igual a 6.} \end{array}$$

Da mesma forma como a partir de parcelas obtemos o número que representa a soma dessas parcelas, podemos também, a partir do número que representa a soma querer decompô-lo em parcelas. Utilizamos para isso a palavra "Parcelar" que significa "decompor em parcelas".

É claro que um mesmo número pode ser decomposto em parcelas, ou parcelado, de diferentes maneiras.

Escrevemos abaixo as 6 maneiras possíveis de se parcelar o número 5.

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$5 = 2 + 2 + 1$$

$$5 = 2 + 1 + 1 + 1$$

$$5 = 3 + 2$$

$$5 = 3 + 1 + 1$$

$$5 = 4 + 1$$

7a. Atividade: a) Numa adição de 2 parcelas, a primeira é 198 e a segunda é 976. Qual é a soma?

b) Numa adição de 5 parcelas, todas elas são iguais a 2. Qual é a soma?

c) Numa adição de 2 parcelas uma delas é 100 e a outra zero. Qual é a soma?

d) Numa adição de 3 parcelas iguais, a primeira é zero. Qual é a soma?

e) Decomponha o número 4 em parcelas de todas as maneiras possíveis.

f) Parcele o número 725 de 3 maneiras diferentes.

- g) Parcele o número 1000 de 5 maneiras diferentes.
- h) Decomponha o número 15 em parcelas iguais, de todas as maneiras possíveis.
- i) Decomponha o número 12 em parcelas iguais, de todas as maneiras possíveis.
- j) De quantas maneiras possíveis se pode decompor o número 13 em parcelas iguais?
- k) Cite 5 números que só podem ser decompostos em parcelas iguais de uma única maneira.
- l) Uma pessoa comprou um terreno para pagar em 3 parcelas diferentes: uma de NCZ\$ 123.000,00, outra de NCZ\$ 135.725,00 e outra de NCZ\$ 42.855,00. Quanto essa pessoa pagou pelo terreno?
- m) Como ficará a soma, se numa adição acrescentarmos 5 à 1.ª parcela?
- n) Como ficará a soma, se numa adição de três parcelas acrescentarmos 7 à 1.ª parcela, acrescentarmos 3 à 2.ª parcela e acrescentarmos 8 à 3.ª parcela?
- o) Numa adição de duas parcelas, se dobrarmos ambas as parcelas, a soma deverá:
- () permanecer inalterada
 - () dobrar
 - () quadruplicar
 - () sofrer um acréscimo de 2 unidades
 - () sofrer um acréscimo de 4 unidades
 - () sofrer um acréscimo igual ao valor da 2.ª parcela
 - () sofrer um acréscimo igual a soma dos valores das parcelas.

3a. Atividade: Determine o valor da parcela desconhecida (representada pela letra x) em cada uma das igualdades abaixo:

a) $x + 5 = 16$ b) $28 + x = 78$ c) $x + 109 = 353$

d) $x + 17 + 28 = 67$ e) $37 + 96 + x + 47 = 207$

Texto nº 2: SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS.

Você deve ter notado que, para achar o valor da parcela desconhecida na atividade anterior, algumas delas foram descobertas rapidamente enquanto que, para outras, foi necessário executar uma operação.

Essa operação que você executou mentalmente ou por escrito foi a operação de subtração. Somente através dela é que é possível descobrir o valor das parcelas desconhecidas, pois, se temos o valor da soma de 2 parcelas e o valor de 1 das parcelas, o valor de outra é a quantidade que falta para se atingir a soma das duas. É por isso que a SUBTRAÇÃO é a OPERAÇÃO INVERSA da adição.

Assim, se queremos descobrir o valor de um termo desconhecido numa subtração procedemos da seguinte maneira:

1º Caso: O termo desconhecido é o minuendo:

$$x - 8 = 17$$

Como o valor do minuendo deve ser maior que o do subtraendo e maior que a diferença, então,

$$x = 17 + 8 = 25$$

CONCLUSÃO: O valor do minuendo é igual ao valor da soma entre a diferença e o subtraendo.

2º Caso: O termo desconhecido é o subtraendo:

$$8 - x = 5$$

É claro que o valor do subtraendo deve ser menor que o valor do minuendo, isto é, $x < 8$.

Então, não podemos somar 8 e 5 pois obteríamos 13.

Logo $x = 8 - 5 = 3$

CONCLUSÃO: Para se obter o valor do subtraendo devemos subtrair do minuendo, o valor da diferença.

9a. Atividade: Determine o valor dos termos desconhecidos (representados por letra) das adições e subtrações abaixo:

a) $327 + x = 528$

b) $a - 286 = 728$

c) $b - 37 = 89$

d) $273 - k = 109$

e) $989 - z = 699$

f) $p - 725 = 309$

g) $x + 635 = 1903$

h) $a - 1007 = 2099$

10a. Atividade: a) Numa adição de 2 parcelas, o primeiro é 987 e a soma é 1005. Qual é o valor da segunda parcela ?

b) Comprei uma geladeira por NCZ\$ 32.985,00 para pagar em 2 prestações, sendo o valor da primeira prestação, de NCZ\$ 15.879,00 - Qual é o valor da segunda prestação ?

c) Paulo tem depositado em um banco a quantia de NCZ\$ 1.637,00. Emittiu 2 cheques nos valores de NCZ\$ 589,00 e NCZ\$ 873,00 respectivamente. Que quantia Paulo ainda possui no Banco ?

d) Uma pessoa retirou NCZ\$ 1.228,00 de sua caderneta de poupança, ficando ainda com um saldo de NCZ\$ 1.239,00. Qual era o saldo dessa pessoa antes da retirada do dinheiro ?

e) A diferença entre o número de fichas amarelas e de fichas - vermelhas existentes dentro de uma urna é de 67. Sabendo - que na urna existem 85 fichas amarelas, qual é o número de fichas vermelhas que a urna contém?

f) O salário de uma pessoa passou de NCZ\$ 11.954,00 para NCZ\$... 22.796,00. De quanto foi o aumento salarial dessa pessoa ?

g) Joana e Rita possuem cada uma a quantia de NCZ\$ 100,00. Se - Rita der a Joana a quantia de NCZ\$ 10,00, qual deverá ser a diferença entre as quantias que possuem Rita e Joana?

h) O preço de um quilo de café sofreu um acréscimo de NCZ\$.. 60,00, atingindo o valor de NCZ\$ 80,00. Qual era o preço - antigo do quilo de café ?

- i) A tabela abaixo nos mostra os preços de 3 produtos A, B e C em dezembro/87 e em março/88 e também o acréscimo em cruzados que esses produtos sofreram nesse intervalo de tempo. Complete as lacunas da tabela.

	DEZ-87	MAR-88	Acréscimo
Produto A	Cz\$ 125,00	Cz\$ 366,00	
Produto B	Cz\$ 223,00		Cz\$ 117,00
Produto C		Cz\$ 1.197,00	Cz\$ 587,00

Assinale as afirmações com V ou F:

- j) Numa urna A existem fichas amarelas. Numa urna B existem fichas verdes. As urnas A e B contém a mesma quantidade de fichas. Se Pedro retirar a mesma quantidade de fichas de ambas as urnas, então:
- () As urnas A e B continuarão com quantidade iguais de fichas
 - () A urna B terá mais fichas do que a urna A
 - () A diferença entre as quantidades de fichas contidas nas urnas A e B deverá ser zero.
- k) Numa subtração, se dobramos o valor do minuendo e dobramos também o valor do subtraendo, então, a diferença:
- () Não se altera
 - () Deverá dobrar
 - () Deverá quadruplicar
 - () Deverá cair pela metade
 - () Deverá cair para a quarta parte
- l) Numa subtração, se dobramos o valor do minuendo, deixando o subtraendo inalterado, então, o valor da diferença deverá:
- () Permanecer inalterado
 - () Dobrar
 - () Cair pela metade
 - () Sofrer um acréscimo de 2 unidades
 - () Sofrer um acréscimo igual ao valor do minuendo
 - () Sofrer uma redução igual ao valor do minuendo

m) Numa subtração, se dobrarmos o valor do subtraendo (sempre - que possível) e deixarmos o minuendo inalterado, então o valor da diferença deverá:

- () Permanecer inalterado
- () Dobrar
- () Cair pela metade
- () Sofrer um acréscimo de 2 unidades
- () Sofrer uma redução de 2 unidades
- () Sofrer um acréscimo igual ao valor do subtraendo
- () Sofrer uma redução igual ao valor do subtraendo.

11a. Atividade: Pegue 6 fichas:

a) Complete a tabela com todas as possibilidades de divisão das 6 fichas entre 2 de seus colegas, sem quebrá-las e sem que haja sobra de fichas nas divisões.

1a. Pessoa	2a. Pessoa

- b) De quantas maneiras diferentes você [^] pode dividir todas essas fichas entre 2 pessoas?
- c) Em quantas das maneiras que você [^] achou no ítem a os seus - dois colegas receberam o mesmo número de fichas?
- d) Nas divisões feitas no ítem a sobraram algumas fichas que - não puderam ser divididas?

12a. Atividade: Pegue agora 5 fichas:

a) Complete a tabela seguinte com todas as possibilidades de divisão dessas 5 fichas entre 2 de seus colegas, sem quebrá-las e sem que haja sobra de fichas nas divisões.

1a. Pessoa	2a. Pessoa

- b) De quantas maneiras diferentes você pode dividir todas essas fichas entre 2 pessoas?
- c) Em quantas das maneiras que você achou no item a os seus dois colegas receberam o mesmo número de fichas?
- d) Nas divisões feitas no item a sobraram fichas que não puderam ser divididas?
- e) É sempre possível dividir um certo número de fichas, sem quebrá-las, sem sobrar fichas, entre um certo número de pessoas, de maneira que elas recebam o mesmo número de fichas?

Texto nº 3: DIVISÃO EM PARTES IGUAIS E DESIGUAIS.

Sempre que for possível a divisão de um certo número de objetos entre um certo número de pessoas, sem quebrá-los, de maneira que essas pessoas recebam o mesmo número de objetos, diremos que a divisão foi feita em partes iguais entre as pessoas. - Quando, após a divisão, as pessoas receberam quantidades diferentes de objetos, diremos que a divisão foi feita em partes desiguais entre as pessoas.

13a. Atividade: Coloque nos parênteses abaixo, a letra S quando a divisão puder ser feita em partes iguais e a letra N quando ela só puder ser feita em partes desiguais:

- () Dividir 10 fichas entre 3 pessoas
- () Dividir um baralho com 52 cartas entre 4 jogadores
- () Dividir a quantia de Cz\$ 215,00 entre 4 pessoas
- () Dividir a quantia de Cz\$ 637,00 entre 3 pessoas
- () Dividir 500 laranjas em 3 caixotes.

Texto nº 4: A DIVISÃO EM PARTES IGUAIS.

Você já descobriu que uma divisão nem sempre pode ser feita em partes iguais. O mais comum é a divisão em partes desiguais. A divisão em partes iguais é apenas uma exceção dentre as formas possíveis de se dividir.

É costume na Matemática, valorizarmos bem mais a divisão quando ela é feita em partes iguais. Por isso, vamos tentar compreender melhor a divisão em partes iguais.

14a. Atividade: Pegue 6 fichas e tente dividi-las em partes iguais sem quebrá-las, entre 2 colegas, mesmo que sobre algum resto.

a) Complete a tabela abaixo com todas as possibilidades de divisão e com seus respectivos restos.

1a. Pessoa	2a. Pessoa	Resto

b) De quantas maneiras diferentes você pode fazer essa divisão?

c) Em qual das maneiras do item a o resto da divisão foi o menor possível?

Texto nº 5: O ALGORITMO DA DIVISÃO

Você já está acostumado, desde quando aprendeu a dividir, de colocar um número fora de uma chave e outro dentro dela como no esquema abaixo. Sempre que fazemos isso estamos dizendo que queremos efetuar uma divisão em partes iguais de modo que o resto dessa divisão seja o menor possível. O número que está à esquerda da chave é sempre o número de objetos a serem divididos (dividendo). O número que está dentro da chave (divisor) é sempre o número de pessoas com as quais os objetos serão divididos. O número que está abaixo da chave (quociente) é sempre o número de objetos que cada pessoa deverá receber. O número que está abaixo do dividendo (resto) é sempre o número mínimo de objetos restantes nessa divisão.

Dividendo	6		2	Divisor
Resto	0		3	Quociente

15a. Atividade: Responda:

- a) Qual é o menor resto possível da divisão sem quebra e em partes iguais de 10 fichas entre 3 pessoas?
- b) Qual é o menor resto possível da divisão sem quebra e em partes iguais de 52 cartas de baralho entre 4 jogadores?
- c) Qual é o menor resto possível da divisão sem quebra e em partes iguais de NCZ\$ 700,00 entre 3 pessoas?
- d) Qual é o menor resto possível da divisão sem quebra e em partes iguais de 500 laranjas entre 15 caixotes?
- e) Qual é o menor resto possível da divisão sem quebra e em partes iguais de 5 fichas entre 6 pessoas?

Leia com atenção a Observação Abaixo:

Na Matemática, sempre que utilizamos a palavra dividir, estamos supondo que a divisão está sendo feita em partes iguais e com o menor resto possível. É o que faremos daqui para frente. - Quando quisermos fazer outro tipo de divisão, diremos as condições em que ela deve ser realizada.

16a. Atividade: Responda:

- a) É possível dividir 7 fichas entre 10 pessoas? Por quê?
- b) É possível efetuar uma divisão onde o dividendo é menor que o divisor?
- c) É possível dividir o número a pelo número b se a é menor que b?

Propriedade Nº 1

"Numa divisão, o dividendo nunca pode ser menor que o divisor". Isto porque estamos supondo que a divisão está sendo feita sem quebra dos objetos. Logo, cada pessoa deverá receber pelo menos um objeto inteiro. Mas se existem mais pessoas do que objetos, então, algumas delas receberão um objeto enquanto que outras não receberão nenhum. E se isso acontecer, a divisão não foi feita em partes iguais como estamos supondo desde o início.

17a. Atividade: Responda:

- a) Quando se divide 10 fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja 4? Por quê?
- b) Quando se divide um certo número de fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja 4?
- c) Quando se divide um certo número de fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja 3?
- d) Quando se divide um certo número de fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja 2?
- e) Quando se divide um certo número de fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja 1?
- f) Quando se divide um certo número de fichas entre 3 pessoas é possível que o resto seja zero?
- g) Quais são os possíveis restos da divisão de um número qualquer por 3?
- h) Se você dividir um número natural qualquer por 5, quais são os possíveis restos dessa divisão?
- i) Se você dividir um número natural qualquer por 10, quais são os possíveis restos dessa divisão?
- j) Se você dividir um número natural qualquer por 100, qual é o maior resto dessa divisão?
- l) Se você dividir um número natural qualquer por 1, qual é o maior resto dessa divisão?
- m) Numa divisão, é possível que o resto seja um número maior que o divisor? Por quê?
- n) Numa divisão, é possível que o resto seja um número igual ao divisor? Por quê?
- o) Se você dividir um número natural qualquer por zero, quais são os possíveis restos dessa divisão?

Texto nº 6: OUTRAS PROPRIEDADES DA DIVISÃO EM PARTES IGUAIS.

Você já deve ter descoberto que:

Propriedade 2 : "Numa divisão, o resto tem que ser sempre um número menor que o divisor". Isto porque estamos supondo que a divisão seja feita em partes iguais e com o menor resto possível. Assim, se temos um certo número de objetos e queremos dividi-los entre 4 pessoas, o resto não poderia ser 4 e nem um número maior do que 4 pois se isso acontecesse poderíamos fazer novas distribuições dos objetos entre as pessoas até que o menor resto possível fosse um número menor do que o número de pessoas.

Propriedade 3: "O divisor de uma divisão nunca pode ser zero". Isto porque, se o divisor fosse zero significaria que teríamos um certo número de objetos mas não teríamos nenhuma pessoa com quem pudéssemos dividi-los. Logo, não poderíamos fazer distribuição alguma e o resto dessa divisão seria o próprio número de objetos que pretendíamos dividir. Esse número é, evidentemente, maior do que zero. Logo, o resto seria um número maior do que o divisor. Mas isso é um absurdo, pois, pela propriedade 2, já concluímos que o resto tem que ser sempre um número menor que o divisor. Portanto, é impossível dividir por zero. Em Matemática, é impossível não se dividir com ninguém.

Definição 1: "O resto de uma divisão pode ser zero ou não. Diremos que toda vez que o resto de uma divisão for zero, ela será uma divisão exata e quando não for zero será uma divisão inexata."

13a. Atividade: Em cada divisão abaixo, diga em primeiro lugar, se ela foi feita em partes iguais ou desiguais e em segundo lugar, se ela foi exata ou inexata:

- a) Um pai dividiu a quantia de NCZ\$ 2.500,00 entre dois de seus filhos de modo que cada um recebeu NCZ\$ 1.250,00.
- b) Um feirante dividiu 300 laranjas em 3 caixotes de modo que no primeiro colocou 120 laranjas, no segundo 80 laranjas e no terceiro 100 laranjas.
- c) Uma operária dividiu 825 unidades de fitas adesivas em 26 caixas e em cada caixa colocou o mesmo número de fitas.

d) João pegou 12 fichas e distribuiu-as em 3 urnas de modo que - na primeira colocou 2 fichas, na segunda colocou 7 fichas e na terceira 1 ficha.

19a. Atividade: Efetue as seguintes divisões:

- a) $510 : 5 = 102$
- b) $1440 : 45 = 32$
- c) $120 : 24 = 5$
- d) $180 : 15 = 12$
- e) $936 : 36 = 26$
- f) $288 : 16 = 18$
- g) $756 : 378 = 2$
- h) $61915 : 305 = 203$
- i) $63 : 6 = 10,5$
- j) $75 : 74 = 1$ resto 1
- l) $194 : 13 = 14$ resto 2
- m) $1035 : 17 = 60$ resto 15
- n) $2668 : 13 = 205$ resto 3
- o) $3025 : 17 = 177$ resto 16

20a. Atividade: 1) Na página seguinte, pinte cada peça com as cores indicadas.

2) Trabalhando com as peças coloridas que você recebeu, responda:

- a) De que cores são as peças que cabem um número exato de vezes na peça dourada?
- b) De que cores são as peças que cabem um número exato de vezes na peça azul escuro?
- c) Quais são as peças divisoras da peça cinza?
- d) Quais são as peças divisoras da peça branca?
- e) Quantos cubinhos possui cada peça divisora da peça marrom?
- f) Quantos cubinhos possui cada peça divisora da peça azul claro?
- g) Quantos cubinhos possui cada peça divisora de uma peça de 12 cubinhos?

Texto nº 7: MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL.

Você descobriu na atividade anterior que as peças vermelha (1 cubinho), verde (2 cubinhos), rosa (3 cubinhos) e marrom (6 cubinhos) eram as únicas que dividiam exatamente a peça dourada em partes iguais. Desta observação, chegamos à seguinte conclusão:

"Para que uma peça B seja divisora de uma peça A é necessário que:

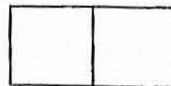
- 1) a peça B seja menor ou igual à peça A
- 2) a peça B caiba um número exato de vezes na peça A"

Baseando-se nisso e considerando uma peça A qualquer, costumamos dizer que:

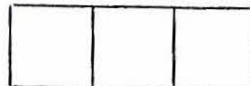
- Conjunto das peças divisoras da peça A: é o conjunto de todas as peças que dividem a peça A exatamente em partes iguais.



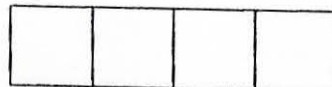
Vermelha



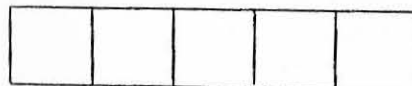
Verde



Rosa



Amarela



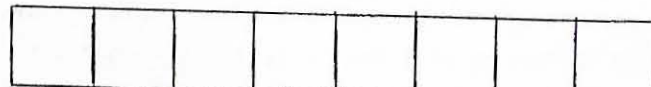
Azul claro



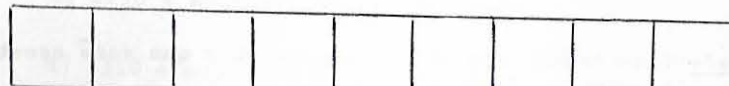
Marrom



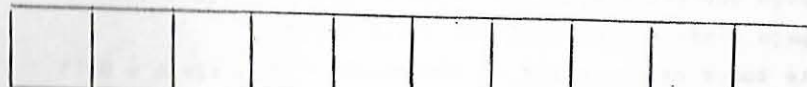
Branca



Cinza



Azul escuro



Dourada

Exemplos:

- . a peça vermelha é divisora da peça marrom
- . a peça rosa é divisora da peça marrom
- . a peça verde é divisora da peça marrom
- . a peça marrom é divisora da peça marrom.

Por outro lado, costumamos dizer que:

- A peça A é múltipla de todas as peças que a dividem exatamente em partes iguais.

Exemplos:

- . a peça marrom é múltipla da peça vermelha
- . a peça marrom é múltipla da peça verde
- . a peça marrom é múltipla da peça rosa
- . a peça marrom é múltipla da peça marrom.

Neste caso, dizemos, também, que a peça A é divisível por todas as peças que a dividem exatamente em partes iguais.

Exemplos:

- . a peça marrom é divisível pela peça vermelha
- . a peça marrom é divisível pela peça verde
- . a peça marrom é divisível pela peça rosa
- . a peça marrom é divisível pela peça marrom.

Esse mesmo raciocínio continua válido se não soubéssemos as cores das peças, mas apenas o número de cubinhos que cada peça contém.

Como a peça marrom é formada por 6 cubinhos, a rosa - por 3, a verde por 2 e a vermelha por 1 cubinho, então, poderíamos dizer que: os divisores de 6 são 1, 2, 3 e 6 ou que o número 6 é divisível por 1, 2, 3 e 6. O número 6, portanto, possui 4 divisores.

21a. Atividade: Trabalhando com as peças coloridas que você recebeu; responda:

- a) A peça dourada é múltipla de quais peças?
- b) A peça cinza é divisível por quais peças?
- c) Cite todos os divisores do número 10.
- d) Cite todos os divisores do número 9.
- e) Cite cinco múltiplos do número 2.
- f) Cite três múltiplos do número 4.

22a. Atividade: Imagine uma peça A com 484 cubinhos; uma peça B com 11 cubinhos e uma peça C com 7 cubinhos.

- a) A peça B é divisora da peça A? Explique o que você fez para chegar à sua conclusão.
- b) A peça A é múltipla da peça B? Explique o que você fez para chegar à sua conclusão.
- c) A peça C é divisora da peça A? Por quê ?
- d) A peça A é múltipla da peça C ? Por quê ?

Definição 2: Dizemos que um número é divisível por um outro número toda vez que a divisão do primeiro número pelo segundo for exata. Se isso acontecer, dizemos também que o primeiro número é múltiplo do segundo ou que o segundo é divisor do primeiro.

23a. Atividade: Coloque V ou F nas afirmações abaixo, conforme sejam elas verdadeiras ou falsas:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| () 5 é divisor de 15 | () 20 é divisível por 10 |
| () 5 é divisor de 100 | () 10 é divisível por 20 |
| () 14 é divisível por 7 | () 20 é divisor de 10 |
| () 14 é divisível por 5 | () 10 é divisor de 20 |
| () 2 é divisor de 11 | () 20 é múltiplo de 10 |
| () 5 é múltiplo de 15 | () 10 é múltiplo de 20 |

24a. Atividade: Responda:

- a) 25 é divisor de 225? Por quê?
- b) 25 é divisor de 245? Por quê?
- c) 2730 é múltiplo de 13? Por quê?
- d) 3310 é múltiplo de 11? Por quê?
- e) 2550 é divisível por 10? Por quê?
- f) 0 é divisor de 5 ? Por quê ?
- g) 0 é múltiplo de 5 ? Por quê ?

Texto nº 8: CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

No trabalho com as peças coloridas, você teve a oportunidade de descobrir quando é que um número A é divisível por um número B. Bastava dividir o número A por B e se a divisão desse exata (resto zero) dizíamos que A é divisível por B.

O objetivo nosso agora é o de descobrir regras que nos permitam dizer com certeza quando é que um número qualquer é divisível por 2, 3, 5 ou 10, sem precisar efetuar a divisão. Se essas regras existirem o nosso trabalho posterior será bastante simplificado e economizaremos tempo e esforço em nosso caminho que leva ao estudo dos números fracionários. É evidente que uma máquina de calcular faria o mesmo efeito. Mas essas máquinas só puderam ser fabricadas porque os homens, através da sua inteligência e do seu trabalho, compreenderam e dominaram as leis que regem os números.

É claro que os números que foram divisíveis por 2, 3, 5, ou 10 deverão pertencer, por maiores que sejam, aos conjuntos dos múltiplos de 2, 3, 5 ou 10 respectivamente. Esses conjuntos são os seguintes:

$$M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, \dots\}$$

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, \dots\}$$

$$M(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, \dots\}$$

$$M(10) = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, \dots\}$$

Não é necessário grande esforço para perceber que no conjunto dos múltiplos de 2 só existem números pares e todos os números pares aí estão.

No conjunto dos múltiplos de 5 só aparecem números que possuem o último algarismo da direita igual a 0 ou 5 e todos os números que terminam em 0 ou 5 aí estão.

No conjunto dos múltiplos de 10 só aparecem os números que possuem o último algarismo igual a zero e todos os números que terminam em zero aí estão.

Entretanto, no conjunto dos múltiplos de 3, as coisas não são assim tão evidentes, pois existem aí, tanto números pares

quanto ímpares, embora nem todos os pares e ímpares aí estejam. O critério de olhar o último algarismo da direita também não funciona pois todos os algarismos de 0 a 9 irão aparecer nesses números. Mas, se observarmos um pouco melhor os números que pertencem a esse conjunto vamos notar um fato surpreendente: é que a soma dos algarismos que compõem cada número é sempre um número igual ou menor que ele, mas que também pertence ao conjunto dos múltiplos de 3. Isso não acontece para os demais conjuntos analisados.

Enunciamos abaixo as 4 regras ou critérios de divisibilidade assim estabelecidos:

1º Critério: Um número é divisível por 2 quando for par.

2º Critério: Um número é divisível por 3 quando a soma de todos os algarismos que o compõe for um múltiplo de 3.

3º Critério: Um número é divisível por 5 quando seu último algarismo da direita for 0 ou 5.

4º Critério: Um número é divisível por 10 quando seu último algarismo da direita for zero.

25a. Atividade: Considere o conjunto S abaixo:

$S = 70, 94, 130, 415, 911, 1001, 3475, 12345, 13200, 111111$

- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 2?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 3?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 5?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 10?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 2 e 5 simultaneamente?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 3 e por 10 simultaneamente?

quanto ímpares, embora nem todos os pares e ímpares aí estejam. O critério de olhar o último algarismo da direita também não funciona pois todos os algarismos de 0 a 9 irão aparecer nesses números. Mas, se observarmos um pouco melhor os números que pertencem a esse conjunto vamos notar um fato surpreendente: é que a soma dos algarismos que compõem cada número é sempre um número igual ou menor que ele, mas que também pertence ao conjunto dos múltiplos de 3. Isso não acontece para os demais conjuntos analisados.

Enunciamos abaixo as 4 regras ou critérios de divisibilidade assim estabelecidos:

1º Critério: Um número é divisível por 2 quando for par.

2º Critério: Um número é divisível por 3 quando a soma de todos os algarismos que o compõe for um múltiplo de 3.

3º Critério: Um número é divisível por 5 quando seu último algarismo da direita for 0 ou 5.

4º Critério: Um número é divisível por 10 quando seu último algarismo da direita for zero.

25a. Atividade: Considere o conjunto S abaixo:

$S = 70, 94, 130, 415, 911, 1001, 3475, 12345, 13200, 111111$

- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 2?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 3?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 5?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 10?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 2 e 5 simultaneamente?
- Quais são os números do conjunto S que são divisíveis por 3 e por 10 simultaneamente?

26a. Atividade: a) Cite três números de quatro algarismos que sejam divisíveis por 2 e 3 simultaneamente.

b) Cite três números de 3 algarismos que sejam divisíveis por 2 e 5 simultaneamente.

c) Cite três números de 5 algarismos que sejam divisíveis por 3 e 5 simultaneamente.

d) Cite três números de 5 algarismos que sejam divisíveis por 2, 3 e 5 simultaneamente.

e) Cite três números de 5 algarismos que sejam divisíveis por 2, 3, 5 e 10 simultaneamente.

27a. Atividade: a) Dê o conjunto formado por todos os números que se escrevem com dois algarismos e são divisíveis por 10.

b) Dado o número $26\square$, qual deve ser o menor valor de \square para que o número seja divisível por 2? e por 3?

c) Escreva no \square o menor algarismo que, acrescido ao numeral, represente um número com as características abaixo:

1) $231\square$ divisível por 2 e 3.

2) $4532\square$ divisível por 2 e 5.

3) $2101\square$ divisível por 3 e 5.

4) $3271\square$ divisível por 3 e 5.

5) $51243\square$ divisível por 2, 3 e 5.

Leia com Atenção o Texto 9: NÚMEROS PRIMOS

No trabalho que você teve de pesquisar todos os divisores de um número pequeno você certamente notou que nem todos os números possuem a mesma quantidade de divisores.

O número 12 possui exatamente 6 divisores (1, 2, 3, 4, 6 e 12) ao passo que o número 7 possui apenas 2 divisores (1 e 7) e o número 1 apenas 1 divisor.

Você poderia estar pensando que quanto maior é um número mais divisores ele possui. Entretanto, isso não é verdade. Basta darmos um contra-exemplo. Já vimos que 12 possui 6 divisores. O número 13 que é maior que 12, possui, entretanto, apenas 2 divisores que são 1 e 13.

O conceito de número primo está relacionado com a quantidade de divisores que um número natural possui.

Dizemos que um número natural é primo quando ele possuir exatamente 2 divisores.

De acordo com essa definição verificamos imediatamente que 12 não é um número primo pois possui mais de 2 divisores; 1 também não é número primo pois possui apenas 1 divisor. Mas 7 e 13 são números primos pois possuem exatamente 2 divisores cada um.

Faça uma lista de números de 1 a 20 e circule aqueles que forem primos.

Se você analisar quais são os divisores de cada um desses números primos deverá notar que:

- 1) o número 1 é divisor de todos eles;
- 2) o outro divisor do número é o próprio número.

Podemos afirmar, portanto, que um número primo só possui 2 divisores: o número 1 e ele mesmo.

28a. Atividade: a) Escreva todos os números primos menores que 60.

b) Cite 6 números primos que sejam ímpares.

c) Todo número ímpar é primo? exemplifique.

d) É possível que um número par seja primo? Exemplifique.

e) A soma de dois números primos é 20. Quais são eles?

Texto 10: A OPERAÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO.

Numa multiplicação os números que estão sendo multiplicados se chamam fatores e o resultado da operação se chama -

produto. Pode-se escrever uma multiplicação tanto horizontalmente quanto verticalmente e o número de fatores que ela possui pode de ser 2, 3, 4, 5 ou mais.

Exemplo: $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ é uma multiplicação que possui 3 fatores diferentes sendo que o produto é igual a 30.

Assim como a partir da multiplicação de certos fatores podemos obter o produto, podemos também, através do caminho inverso, escolher um número qualquer e determinarmos os seus fatores. A palavra que se usa para isso é "fatorar" que significa também "decompor um número em fatores". É lógico que um número pode ser fatorado de diferentes maneiras. Existem, por exemplo, 3 fatorações possíveis do número 12:

$$\begin{array}{l} 12 = 2 \cdot 6 \\ 12 = 3 \cdot 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

A fatoração que está dentro de um retângulo é chamada de fatoração completa pois, dentre as 3 maneiras possíveis de fatorar o número 12, ela representa a única maneira de se decompor o 12 em fatores todos primos.

29a. Atividade: a) Fatore cada número abaixo de todas as maneiras possíveis e sem utilizar o número 1 como fator.

8, 9, 10, 15, 18, 20, 24

b) Escreva qual é a decomposição em fatores primos de cada um dos números do item a.

c) Decomponha o número 16 em fatores todos iguais.

d) Decomponha o número 36 em fatores todos iguais.

e) Decomponha o número 12 em fatores todos iguais.

f) Decomponha o número 11 em fatores, sem utilizar o número 1 como fator.

g) Fatore o número 7, sem utilizar o número 1 como fator.

Texto nº 11: A DECOMPOSIÇÃO DE UM NÚMERO EM FATORES PRIMOS.

Você já notou que nem todos os números podem ser decompostos em fatores. E esses números que não podem ser decompostos são justamente os números primos. Notou também que existem números que podem ser decompostos de uma única maneira: outros, de 2 maneiras, outros de 3 maneiras, etc...

Entretanto, existe apenas uma única maneira de se decompor um número em fatores primos. Além disso, todos os números compostos, isto é, que não forem primos, podem ser decompostos em fatores primos de única maneira. É por isso que a decomposição de um número em fatores primos é como se fosse o "retrato" daquele número, o seu documento de identidade, pois jamais pode acontecer de 2 números diferentes possuírem a mesma decomposição em fatores primos.

Vamos então, explicar uma técnica fácil para descobrir a essência de cada número, isto é, uma técnica para decompor os em fatores primos.

É claro que se queremos decompor um número em fatores primos, os fatores que deverão aparecer na decomposição deverão ser todos números primos, isto é, deverão pertencer ao conjunto 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

Exemplo: A decomposição do nº 12 em fatores primos é:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Aparecem aí, 3 fatores, sendo 2 fatores iguais a 2 e 1 fator igual a 3, e tanto 2 quanto 3 são números primos. Note também que os dois fatores primos que aí aparecem são divisores do número 12. Esse fato é de muita importância: Todos os fatores primos que aparecem na decomposição de um número em fatores primos são necessariamente divisores desse número.

Já temos todos os elementos necessários para compreender o processo de decomposição de um número em fatores primos. Vamos, por exemplo, decompor o número 100 em fatores primos. Como 100 é par, então ele é divisível pelo número primo 2 e encontramos assim o primeiro fator primo de 100. Dividindo 100 por 2

obtemos 50, e, então, 100 pode ser fatorado assim:

$$100 = 2 \cdot 50$$

Nessa decomposição, o número 50 não é primo. Precisamos, então, fatorá-lo. Como é par, é divisível por 2. Dividindo-o por 2 obtemos o número 25. Então o número 100 pode ser re-escrito de nova maneira:

$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 25$$

Mas 25 também não é primo. É necessário decompô-lo. Qual o número primo que divide exatamente o número 25? É o 5. Dividindo 25 por 5 obtemos 5 e o número 100 pode ser re-escrito assim:

$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

O processo terminou, uma vez que, todos os fatores obtidos são números primos.

As etapas desse processo podem ser esquematizadas da seguinte maneira:

100		2	Do lado direito do traço aparecem os - fatores primos de 100 e do lado esquer- do os quocientes das divisões efetua- das.
50		2	
25		5	
5		5	
1			

30a. Atividade: Através do processo que você aprendeu, decomponha cada número abaixo em fatores primos:

- | | | |
|--------|--------|-----------|
| 1) 81 | 5) 60 | 9) 1.200 |
| 2) 120 | 6) 72 | 10) 350 |
| 3) 48 | 7) 121 | 11) 1.024 |
| 4) 36 | 8) 215 | 12) 169 |

- 31a. Atividade: a) Quantos fatores primos possui o número 30? Quais são eles?
b) Quantos divisores primos possui o número 30? Quais são eles?
c) Existem outros divisores de 30, que não sejam primos? Em caso afirmativo, diga quais são eles? Como você os achou?
d) Qual é o maior divisor primo de 30?
e) Quantos são os fatores primos do número 60? Quais são eles?

- f) Quantos divisores primos possui o número 60? Quais são eles?
g) Existem outros divisores de 60, que não sejam primos? Em caso afirmativo, diga quais são eles? Como você os achou?
h) Qual é o maior divisor primo de 60?
i) Quantos fatores primos possui o número 81? Quais são eles?
j) Quantos divisores primos possui o número 81? Quais são eles?
l) Existem outros divisores de 81 que não sejam primos? Em caso afirmativo, diga quais são eles? Como você os achou?

Texto nº 12 - OS DIVISORES DE UM NÚMERO

Consideremos o número 30. Para acharmos todos os divisores primos de 30, basta decompô-lo em fatores primos: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Entretanto, além dos divisores primos, o número 30 - possui outros divisores que não são números primos. Como achá-los? Basta que multipliquemos os divisores primos uns pelos outros de 2 em 2 e depois de 3 em 3. Então, os divisores não - primos de 30, além de 1, são:

$$\begin{aligned}2 \cdot 3 &= 6 \\2 \cdot 5 &= 10 \\3 \cdot 5 &= 15 \\2 \cdot 3 \cdot 5 &= 30\end{aligned}$$

Conclusão: O produto de 2 ou mais divisores primos de um número é sempre um divisor não-primo desse número.

Isso significa que se 3 e 5 são divisores primos de um número A então, $15 = 3 \cdot 5$ será um divisor não-primo de A.

32a. Atividade: Um número A foi decomposto em fatores primos, - obtendo-se a seguinte fatoração:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

- a) Cite todos os divisores primos de A.
b) Quantos divisores primos possui o número A?
c) Cite todos os divisores não-primos de A.
d) Qual é o maior divisor primo de A?
e) Qual é o menor divisor primo de A?

33a. Atividade: Um número B possui 5 fatores primos todos iguais a 2.

a) Cite todos os divisores não-primos de B.

b) Qual é o maior divisor não-primo de B?

34a. Atividade: Determine o conjunto de todos os divisores de :

a) 36 b) 48 c) 18 d) 60 e) 45 f) 40

g) Cite 3 números diferentes que possuem como divisores primos os números 2, 3, e 5 ao mesmo tempo.

h) Cite 3 números diferentes sendo que, cada um deve possuir 2 divisores primos diferentes.

i) Cite 5 números diferentes sendo que, cada um deve possuir apenas o número 2 como divisor primo.

j) Um número A foi decomposto em fatores primos e obteve-se a seguinte fatoração:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11 \quad \text{Determine o número A.}$$

l) Cite um número que possua exatamente 5 divisores primos diferentes.

35a. Atividade: Trabalhando com as peças coloridas quando necessário, responda o que se pede:

1) Quais são as peças divisoras da peça azul escuro e da peça marrom ao mesmo tempo?

2) De que cor é a maior peça divisora das peças azul escuro e marrom ao mesmo tempo?

3) De que cor é a maior peça divisora das peças dourada e azul claro ao mesmo tempo?

4) De que cor é a maior peça divisora das peças rosa e amarela ao mesmo tempo?

5) Escreva todos os divisores de 20.

6) Escreva todos os divisores de 12.

- 7) Escreva todos os divisores comuns de 20 e de 12
- 8) Qual é o maior divisor comum (m.d.c.) entre 20 e 12 ?
- 9) Escreva todos os divisores de 15.
- 10) Escreva todos os divisores de 16.
- 11) Escreva todos os divisores comuns de 15 e 16.
- 12) Quantos divisores possui o número 15 ?
- 13) Quantos divisores possui o número 16?
- 14) Quantos divisores comuns possui os números 15 e 16?
- 15) Qual é o m.d.c. entre 15 e 16?
- 16) Determine:
m.d.c. (9 e 12) =
m.d.c. (16 e 18) =
m.d.c. (6, 7 e 8) =
- 17) Imagine uma peça A com 60 cubinhos e uma peça B com 90 cubinhos.
Quantos cubinhos deve possuir a maior peça que cabe exatamente nas peças A e B ao mesmo tempo?
- 18) Qual é o maior número natural que divide ao mesmo tempo os números 150 e 290?

OBSERVAÇÃO: Talvez você tenha encontrado mais dificuldade ao resolver os dois últimos exercícios acima. A razão disto se deve ao fato de que os números envolvidos nos problemas são relativamente grandes, o que dificulta a determinação do m.d.c pelo método já aprendido. Assim, o objetivo das atividades que se seguem é o de possibilitar a compreensão de um novo método de determinação do m.d.c de uma maneira mais prática.

36a. Atividade: Os números A, B e C foram decompostos em fatores primos obtendo-se as seguintes decomposições:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad B = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \quad C = 7 \cdot 11$$

- a). Cite todos os fatores primos de A.
- .Cite todos os fatores primos de B.
- .Cite todos os fatores primos de C.

- b). Cite todos os fatores primos comuns a A e B.
. Cite todos os fatores primos comuns a A e C .
. Cite todos os fatores primos comuns a B e C .
- c) .Cite todos os fatores comuns a A e B .
.Cite todos os fatores comuns a A e C .
.Cite todos os fatores comuns a B e C .

Atenção: Lembrando que todo fator de um número é também divisor desse número, continue...

- d) .Cite o maior divisor comum entre A e B .
.Cite o maior divisor comum entre A e C .
.Cite o maior divisor comum entre B e C .

Observar que: 1) o m.d.c. (A, B) = 2 . 2 . 3 = 12 (produto dos -
divisores primos comuns)

2) m.d.c. (A, C) = 1 (A e C não possuem divisores primos comuns)

3) m.d.c. (B, C) = 7 (B e C possuem o 7 como único divisor primo comum).

37a. Atividade: Coloque V ou F:

- () Todo número primo que faz parte da decomposição de um número A em fatores primos é necessariamente divisor do número A.
- () Todo número primo que não faz parte da decomposição de um número A em fatores primos não pode ser divisor do número A.
- () Se dois números diferentes ao serem decompostos em fatores primos apresentarem um único divisor primo comum, então esse número primo é o maior divisor comum entre os números dados.
- () Se dois números diferentes, ao serem decompostos em fatores primos, não apresentarem nenhum divisor primo comum, então, o m.d.c. entre eles será 1.
- () O m.d.c. entre dois números decompostos em fatores primos, é sempre igual ao produto dos fatores primos comuns de ambos.

38a. Atividade: São dados os números abaixo, decomposto em fatores primos:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$B = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$C = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$E = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$F = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Determinar o m.d.c. entre cada par de números dados.

Texto nº 13- DETERMINAÇÃO DO M.D.C. ATRAVÉS DA DECOMPOSIÇÃO
SIMULTÂNEA DOS NÚMEROS EM FATORES PRIMOS

Você já sabe a maneira de determinar o m.d.c.

entre 2 ou mais números pequenos. Esse processo, entretanto, é muito demorado quando aplicado a números grandes. Para esses casos, costumamos utilizar o processo de decomposição simultânea - de dois ou mais números. Vamos dar um exemplo: seja calcular o m.d.c. entre 96 e 120.

1º Passo: Decompomos em fatores primos os 2 números ao mesmo tempo, isto é, colocaremos ao lado direito do traço vertical, apenas os divisores primos comuns a 96 e 120.

36, 120		2
48, 60		2
24, 30		2
12, 15		3
4, 5		

2º Passo: Como 96 e 120 possuem como divisores primos comuns os números 2, 2, 2 e 3, então, o maior divisor comum será o produto - desses números, isto é:
M.D.C. (96 e 120) = 24

39a. Atividade: a) Aplicando o processo de decomposição simultânea determine:

1) m.d.c.(8,48)

3) m.d.c.(250,400,500)

2) m.d.c.(36,54)

4) m.d.c.(108,20,84)

b) Uma costureira quer dividir três peças de fita que medem respectivamente 36m, 90m e 108 m em partes iguais e de maior tamanho possível. Determinar o número de partes de cada peça e o comprimento de cada uma.

10) Maria, José e Carlos estavam com um punhado de bolinhas, que eram respectivamente em número de 63, 105 e 42. Quiseram formar montes iguais com o maior número possível de bolas. Que quantidade tinham os montes e quantos montes foram feitos?

d) Num colégio, a 5ª série A tem 48 alunos e a 5ª série B tem 42 alunos. O professor de Matemática organiza uma Olimpíada entre as duas classes e quer formar equipes com o maior número possível de alunos de cada classe, de maneira que cada equipe tenha o mesmo número de alunos. Qual deverá ser o número de alunos por equipe?

40a. Atividade: Trabalhando com as peças coloridas quando necessário, responda o que se pede:

- 1) Qual é a menor peça na qual cabem exatamente as peças rosa e verde?
- 2) Qual é a menor peça múltipla das peças amarela e verde ao mesmo tempo?
- 3) De que cor é a menor peça divisível pelas peças azul claro e dourada ao mesmo tempo?
- 4) Escreva todos os múltiplos de 5.
- 5) Escreva todos os múltiplos de 6.
- 6) Escreva todos os múltiplos comuns de 5 e de 6.
- 7) Quantos múltiplos possui o número 5?
- 8) Quantos múltiplos possui o número 6?
- 9) Quantos múltiplos possuem os números 5 e 6?
- 10) É possível achar o maior múltiplo comum entre 5 e 6? Por quê?
- 11) Com exceção do zero, qual é o menor múltiplo comum (m.m.c.) entre 5 e 6?
- 12) m.m.c. (6 e 7) =
- m.m.c. (10 e 12) =
- m.m.c. (5, 6 e 10) =

- 13) Imagine uma peça A com 16 cubinhos e uma peça B com 18 cubinhos. Quantos cubinhos deve possuir a menor peça na qual as peças A e B cabem exatamente?
- 14) Qual é o menor número natural que é divisível ao mesmo tempo por 25 e por 35?

OBSERVAÇÃO: Talvez você tenha encontrado mais dificuldade ao resolver os dois últimos exercícios acima. A razão disto se deve ao fato de que os números envolvidos nos problemas são relativamente grandes, o que dificulta a determinação do m.m.c. pelo método já aprendido. Assim, o objetivo das atividades que se seguem é o de possibilitar a compreensão de um novo método de determinação do m.m.c. de uma maneira mais prática.

4a. Atividade - Os números A, B e C foram decompostos em fatores primos, obtendo-se as seguintes decomposições:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad B = 2 \cdot 2 \cdot 7 \quad C = 3 \cdot 5$$

a) Determine os múltiplos de A

Determine os múltiplos de B

Determine o m.m.c. (A e B).

Agora, vamos tentar encontrar uma outra maneira de calcular o m.m.c. (A e B), através de seus fatores primos.

Tente, então, obtê-lo e para isso descubra que fatores de A e B você deve utilizar? Quantas vezes um mesmo fator deve aparecer? Portanto, m.m.c. (A e B) =

b) Fazer o mesmo para encontrar o m.m.c. (A, C).

c) Fazer o mesmo para encontrar o m.m.c. (B, C).

Conclusões:

42a. Atividade: São dados os números abaixo, decomposto em fatores primos:

$$A = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$B = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$C = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$E = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$F = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Determinar o m.m.c. entre cada par de números dados.

Texto nº 14 - DETERMINAÇÃO DO M.M.C. ATRAVÉS DA DECOMPOSIÇÃO SIMULTÂNEA DOS NÚMEROS EM FATORES PRIMOS

Seja, agora, calcular o m.m.c. entre 4, 6 e 8

1º Passo: Decompomos em fatores primos os 3 números ao mesmo tempo, só que agora deveremos colocar do lado direito do traço vertical, além dos divisores primos comuns, também os divisores primos não-comuns aos 3 números.

4, 6, 8	2	<u>2º Passo:</u> Como 2, 2, 2, e 3 são os únicos divisores primos que possuem os números 4, 6 e 8 então, o <u>menor múltiplo</u> comum a eles deverá ser o <u>produto</u> entre esses divisores.
2, 3, 4	2	
1, 3, 2	2	
1, 3, 1	3	
1, 1, 1		Logo, m.m.c. (4, 6, 8) = 24

43a. Atividade: a) Aplicando o processo da decomposição simultânea, determine:

1) m.m.c. (15, 20)

3) m.m.c. (15, 20, 30)

2) m.m.c. (24, 32)

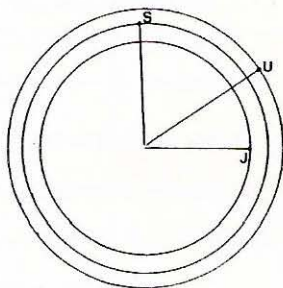
4) m.m.c. (45, 60, 90, 180)

b) Uma pessoa está fazendo um tratamento médico e toma remédios em três períodos diferentes. O remédio A a cada 3 horas, o remédio B a cada 5 horas e o remédio C a cada 7 horas. Ela começou a tomar os 3 remédios às 0:00 h da 2ª. feira. Em que dia e hora da semana essa pessoa tomará novamente os três remédios ao mesmo tempo?

m.m.c. (3, 5, 7) = 105 horas

6ª feira 9 horas
105 / 24 = 4 dias e 9 horas

- c) Saem do porto de Santos, os navios argentinos de 16 em 16 dias e os do Uruguai de 40 em 40 dias. Se num dia saírem dois navios das duas nações, que tempo demorará para saírem juntos outra vez?
- d) Num país, o presidente deve exercer o cargo durante 6 anos, o governador 5 anos e o prefeito 4 anos. Se no ano de 1987 houve eleições para os três cargos, em que ano serão novamente realizadas tais eleições ao mesmo tempo?
- e) Os planetas Júpiter, Saturno e Urano têm períodos de revolução em torno do Sol de aproximadamente 12, 30 e 84 anos respectivamente. Quanto tempo decorrerá, depois de uma observação, para que eles voltem a ocupar simultaneamente as mesmas posições em que se encontravam no momento da observação?



44a. Atividade: Aplicando o processo de decomposição simultânea, determine:

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| 1) m.d.c. (18,24) | 5) m.d.c. (16,40,45) |
| 2) m.m.c. (18,24) | 6) m.m.c. (10,25,50) |
| 3) m.d.c. (15,30) | 7) m.d.c. (105,45,150,300) |
| 4) m.m.c. (36,54) | 8) m.m.c. (6, 21, 7, 33) |

45a. Atividade: Um menino queria saber quantas fichas havia numa caixa. Em vez de contá-las de uma em uma, resolveu dividir as fichas em 7 pilhas com igual número de fichas. Após a divisão sobraram 5 fichas. O menino contou as fichas de uma pilha e verificou que havia 16.

- a) O que o menino deve fazer para calcular exatamente o número de fichas que havia antes da distribuição? Levante um plano.
- b) Calcule você quantas fichas havia na caixa de acordo com seu plano.
- c) Que operação você deve fazer para testar se a sua resposta está correta?

d) Se a sua resposta não estiver correta, refaça os cálculos.

Se estiver correta, responda às perguntas abaixo:

Qual é o número do problema que representa o dividendo - da divisão feita pelo menino?

Qual é o número que representa o divisor ?

Qual é o número que representa o quociente?

Qual é o número que representa o resto?

e) Assinale com um X a forma correta para se determinar - o número de fichas da caixa, ou seja, o valor do dividendo - da divisão:

- () Somar o divisor com o quociente e com o resto
- () Somar o divisor com o quociente e desse resultado subtrair o resto.
- () Multiplicar o divisor pelo quociente
- () Dividir o quociente pelo divisor e somar o resto a esse resultado
- () Multiplicar o divisor pelo quociente e somar o resto a esse resultado

f) Se no mesmo problema acima não tivesse sobrado nenhuma ficha após a distribuição, quantas fichas havia na caixa?

46a. Atividade: Na tabela abaixo existem 5 colunas. Você deve completar as três últimas. Essa tabela diz respeito à divisão de 10 objetos entre um número variável de pessoas. Completando essa tabela, você estará determinando as possíveis quantidades de objetos que cada pessoa pode receber e também, os possíveis restos dessas divisões:

b) Compare a primeira coluna da tabela com a última coluna. Escreva no espaço abaixo, qual é a relação que existe entre o dividendo, o divisor, o resto e o quociente de uma divisão qualquer.

Dividendo (D)	Divisor (d)	Quociente (Q)	Resto (r)	Q . d + r
10	10			
10	9			
10	3			
10	7			
10	6			
10	5			
10	4			
10	3			
10	2			
10	1			

Texto nº 15: PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DA DIVISÃO

Propriedade 4: "Em toda divisão, se multiplicarmos o quociente - pelo divisor e a esse resultado somarmos o resto, obteremos o valor do dividendo".

Se chamarmos o dividendo de D , o divisor de d , o quociente de Q e o resto de r , então, para toda - divisão é válida a seguinte igualdade:

$$D = Q \cdot d + r$$

47a. Atividade: a) Um número A foi dividido por 87 obtendo-se como quociente o número 69 e como resto o número 59. Qual é o número A ?

b) O número 169 é divisível por um número A. Sabendo que o quociente dessa divisão é 13, qual é o número A ?

c) Um número B é divisível por 13. Sabendo que o quociente dessa divisão é 17, qual é o número B ?

- d) Calcule o dividendo de uma divisão sabendo que o quociente é 19, o divisor é 7 e o resto o maior possível.
- e) Numa divisão, calcule o dividendo sabendo que o quociente é 5, o resto é 3 e o divisor é o menor possível.
- f) Numa divisão, o quociente é igual ao divisor e o resto é o maior possível. Se o divisor é 15, qual é o dividendo ?
- g) Qual é o número que, dividido por 13, dá 25 para quociente e o resto é o maior possível ?
- h) Calcule o dividendo sabendo que o quociente é 23, o resto é 11 e o divisor o menor possível.
- i) Numa divisão exata, o divisor é 6 e o quociente é zero. Qual é o dividendo ?
- j) Depois de calcular, preencha o quadro:

D	d	Q	r
17.648	215		
256	12		
	400	1	32
277		18	7
538		35	13

48a. Atividade: Responda:

- a) Qual é o número que multiplicado por 5 dá 20 ?
- b) Qual é o número que dividido por 7 dá 3 ?

- c) Qual é o número que dividido por 7 dá 17 ?
- d) Qual é o número que multiplicado por 5 dá 125 ?
- e) Por quanto se deve dividir o número 18 para obtermos 6 ?
- f) Qual é o número que multiplicado por 13 dá 221 ?
- g) Por quanto se deve dividir o número 738 para obtermos 41 ?

49a. Atividade: Determine o valor de x em cada uma das igualdades abaixo:

- a) $3 \cdot x = 21$ b) $6 \cdot x = 720$ c) $x \cdot 5 = 625$
- d) $x : 7 = 7$ e) $x : 13 = 52$ f) $15 : x = 3$
- g) $246 : x = 6$ h) $x \cdot 32 = 1.024$ i) $100 \cdot x = 3.500$

50a. Atividade: Resolva os problemas abaixo:

1. Uma dona de casa foi ao supermercado e comprou 3 kg. de carne que custava NCZ\$ 170,00 o quilo, 7 kg. de arroz que custava NCZ\$ 35,00 o quilo e 4 kg. de batata por NCZ\$ 19,00 o quilo. Quanto gastou nessa compra?
- 2) Um feirante encaixotou uma certa quantidade de laranjas e para isso teve de utilizar 16 caixotes, colocando em cada um 98 laranjas. Sabendo que ainda ficaram de fora 37 laranjas, qual a quantidade de laranjas que havia antes da distribuição ?
- 3) Se João tivesse o triplo do que tem depositado numa caderneta de poupança, poderia comprar uma bicicleta no valor de NCZ\$ 12.982,00. Quanto João possui na caderneta de poupança ?

- 4) Um ônibus tem um banco de cinco lugares e dezoito bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 56 passageiros. Quantos passageiros estão em pé ?
- 5) Uma fábrica de sabão em pedra embala os produtos em caixas de 4 dúzias. Para embalar 15.600 pedras de sabão, quantas caixas serão usadas ?
- 6) O que sai mais em conta: um vidro de 125 gramas de chocolate em pó à NCZ\$ 21,00 ou uma lata de 500 gramas do mesmo chocolate por NCZ\$ 84,00 ?
- 7) Querendo medir o consumo de seu caminhão, o motorista chegou a um posto e mandou completar o tanque. Enquanto enchiam o tanque, ele tomou nota da quilometragem do veículo; indicava no marcador do painel 25.383 quilômetros. Depois seguiu viagem. Quando o marcador de quilometragem estava indicando 25.667 quilômetros, ele entrou em outro posto e mandou completar o tanque. O encarregado do posto colocou 71 litros de combustível no tanque do caminhão. Agora, responda: Qual foi o consumo do caminhão ? Ou seja, em média, quantos quilômetros o caminhão andou com 1 litro de óleo diesel ?
- 8) Paulo adquiriu uma cartela de passes de 3 páginas, cada uma com 5 filas de 3 passes. Para quantas semanas Paulo tem passes, se ele nunca falta à aula (neste ano letivo não teve problemas de saúde), usa 2 passes na ida e 1 na volta e frequenta a escola de segunda a sexta?
- 9) Quantos alunos possui uma escola de 1º grau com 4 classes de cada série e cada uma com 38 alunos matriculados ?
- 10) Uma máquina produz em 6 horas um total de 900 peças. Quantas peças deverão ser produzidas por 10 máquinas iguais a essa trabalhando num período de 3 horas?

- 11) Maurício e Renato possuem, cada um, quantias iguais em dinheiro. Se Maurício der a Renato a metade do que possui, então:
- () ambos continuarão com quantias iguais
 - () Renato ficará com o dobro da quantia de Maurício
 - () Renato ficará com o triplo da quantia de Maurício
 - () Renato ficará com o quádruplo da quantia de Maurício
 - () Maurício ficará com a terça parte de Renato.
- 12) Num anúncio o preço de uma televisão em cores é de NCZ\$ 9.800,00 à vista. O mesmo aparelho, à prazo, custa NCZ\$ 4.900,00 de entrada mais 3 prestações de NCZ\$ 2.870,00. Qual a diferença entre o valor total da compra à vista ou à prazo?
- 13) Numa gincana o grupo que ficou em 4º lugar obteve 42 pontos, quantos pontos obteve o 1º classificado se a diferença entre eles é 13 pontos ?
- 14) Uma multiplicação possui 2 fatores. Se dobrarmos o primeiro fator e dobrarmos também o segundo fator, então, o produto de verá:
- () permanecer inalterado
 - () dobrar
 - () triplicar
 - () quadruplicar.
- 15) Uma multiplicação possui 3 fatores. Se dobrarmos o primeiro, triplicarmos o segundo e deixarmos o terceiro inalterado, o produto deverá:
- () permanecer inalterado
 - () dobrar
 - () triplicar
 - () quadruplicar
 - () quintuplicar
 - () sextuplicar

16) Numa divisão exata, se multiplicarmos o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de zero, então, o quociente deverá:

- () Ficar multiplicado por esse número
- () Ficar dividido por esse número
- () Dobrar
- () Permanecer inalterado.

Texto nº 16: RELAÇÃO ENTRE AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E POTENCIAÇÃO.

Quando você estudou a operação de adição, você notou - que existem adições com 2, 3, 4 ou mais parcelas. Por exemplo: - $2 + 3 + 5$ é uma adição de 3 parcelas e $1 + 3 + 5 + 7$ é uma adição de 4 parcelas.

Existem, porém, alguns casos particulares de adição - que são de muita importância e que por isso precisam ser destacados: são as adições que possuem todas as parcelas iguais. Exemplificando: $1 + 1 + 1$ é uma adição que possui 3 parcelas iguais, $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ é uma adição que possui 5 parcelas iguais. - Por que essas adições de parcelas iguais são importantes? Simplesmente, porque elas podem ser escritas de forma simplificada e o que permite escrevê-las de forma abreviada é justamente a operação de multiplicação. Por exemplo, uma adição que possua 5 parcelas iguais a 3 poderia ser escrita assim: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3$. A importância desse fato se torna mais visível - se a gente quisesse, por exemplo, escrever uma adição que possuísse mil parcelas iguais a 2.

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{1000 \text{ vezes}} = 1000 \cdot 2$$

Ou, então, uma adição que tivesse um número qualquer (que será representado pela letra n) de parcelas iguais a 2 :

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_n = n \cdot 2$$

n parcelas

Assim, a operação de multiplicação de 2 fatores nada mais é do que uma adição de parcelas iguais. Escrever $4 \cdot 7$ é o mesmo que escrever $7 + 7 + 7 + 7$ e assim podemos relacionar as operações de adição e multiplicação. A multiplicação é um caso particular de adição.

Entretanto, uma operação de multiplicação pode possuir 2, 3, 4 ou mais fatores. Por exemplo: $2 \cdot 3 \cdot 5$ é uma multiplicação de 3 fatores. $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10$ é uma multiplicação de 4 fatores.

Existem, porém, alguns casos particulares de multiplicação que são de muita importância e que por isso precisam ser destacadas, são as multiplicações que possuem todos os fatores iguais. Exemplificando: $2 \cdot 2 \cdot 2$ é uma multiplicação de 3 fatores iguais. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ é uma multiplicação de 4 fatores iguais. Por que essas multiplicações de fatores iguais são importantes? Simplesmente, porque elas também podem ser escritas de forma abreviada. O que permite fazer isso é justamente uma outra operação: a potenciação. Por exemplo, uma multiplicação que possuísse 3 fatores iguais a 2 poderia ser escrita assim: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ - (2 é a base e 3 é o expoente da potenciação) onde a base da potenciação é sempre o fator que se repete na multiplicação e o expoente da potenciação é sempre o número de vezes que o fator se repete na multiplicação.

Uma multiplicação que possuísse um número qualquer (que será representado pela letra n) de fatores iguais a 2 poderia ser assim escrita de forma abreviada:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{n \text{ fatores}} = 2^n$$

Assim, a operação de potenciação nada mais é que uma multiplicação, que possui todos os fatores iguais. Escrever 3^4 é o mesmo que escrever $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Dessa forma, a potenciação é um caso particular da multiplicação e como já havíamos concluído que a multiplicação é um caso particular da adição, atingimos o objetivo do título do texto que era o de mostrar como essas 3 operações estão relacionadas.

Conclusão: 1 - Nem toda adição pode ser transformada numa multiplicação, mas toda multiplicação pode ser transformada numa adição de parcelas iguais.

2 - Nem toda multiplicação pode ser transformada numa potenciação, mas toda potenciação pode ser transformada numa multiplicação de fatores iguais.

Essas duas afirmações nos permitem sempre partir de uma potenciação e chegar numa adição de parcelas iguais. Exemplos:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 3 + 3 + 3$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = (2 + 2) \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2$$

O caminho contrário, entretanto, quase sempre não é verdadeiro.

51a. Atividade: Transforme as adições abaixo em multiplicação e as multiplicações em potenciações:

1) $2 + 2 + 2 + 2 =$

2) $5 + 5 + 5 =$

3) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

4) $5 \cdot 5 \cdot 5 =$

5) $3 + 3 =$

6) $3 \cdot 3 =$

7) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

8) $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

9) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

10) $10 + 10 + 10 =$

11) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

12) $7 + 7 + 7 + 7 + 7 =$

13) $\underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{25 \text{ parcelas}} =$

14) $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{20 \text{ fatores}} =$

15) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{100 \text{ fatores}} =$

16) $\underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3}_{100 \text{ parcelas}} =$

17) $\underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_n \text{ parcelas} =$

18) $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5}_n \text{ fatores} =$

19) $\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10}_x \text{ fatores} =$

20) $\underbrace{10 + 10 + 10 + \dots + 10}_x \text{ parcelas} =$

21) $a + a + a + a =$

32) $k \cdot k =$

22) $x + x + x + x + x =$

33) $k + k =$

23) $a \cdot a \cdot a \cdot a =$

34) $p + p + p + q + q + q + q =$

24) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x =$

35) $t + t + u \cdot u \cdot u =$

25) $a \cdot a =$

36) $x \cdot x + y + y + y + y =$

26) $n + n + n + n + n + n + n =$

37) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b =$

27) $n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n =$

28) $z \cdot z \cdot z =$ 38) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c \cdot c \cdot c =$

29) $p + p + p =$

39) $\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ parcelas}} =$

30) $k + k + k + k =$

40) $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}} =$

31) $k \cdot k \cdot k \cdot k =$

52a. Atividade: Calcule o valor das potências abaixo:

1) $2^1 =$

14) $3^4 =$

2) $2^2 =$

15) $3^5 =$

3) $2^3 =$

16) $4^1 =$

4) $2^4 =$

17) $4^2 =$

5) $2^5 =$

18) $4^3 =$

6) $2^6 =$

19) $4^4 =$

7) $2^7 =$

20) $4^5 =$

8) $2^8 =$

21) $5^1 =$

9) $2^9 =$

22) $5^2 =$

10) $2^{10} =$

23) $5^3 =$

11) $3^1 =$

24) $5^4 =$

12) $3^2 =$

25) $6^1 =$

13) $3^3 =$

26) $6^2 =$

27) $6^3 =$

28) $7^1 =$

29) $7^2 =$

30) $7^3 =$

31) $8^1 =$

32) $8^2 =$

33) $8^3 =$

34) $9^1 =$

35) $9^2 =$

36) $9^3 =$

37) $10^1 =$

38) $10^2 =$

39) $10^3 =$

40) $10^4 =$

41) $10^5 =$

42) $100^2 =$

43) $100^3 =$

44) $11^2 =$

45) $13^2 =$

46) $12^2 =$

47) $20^2 =$

48) $40^2 =$

49) $60^2 =$

50) $50^2 =$

51) $1^1 =$

52) $1^2 =$

53) $1^3 =$

54) $1^4 =$

55) $1^5 =$

56) $1^6 =$

57) $1^7 =$

58) $1^{10} =$

59) $1^{100} =$

60) $1^{351} =$

61) $0^1 =$

62) $0^2 =$

63) $0^3 =$

64) $0^4 =$

65) $0^5 =$

66) $0^{10} =$

67) $0^{100} =$

68) $0^{32} =$

69) $11^3 =$

70) $30^3 =$

53a. Atividade:

a) Numa potenciação, a base é 25 e o expoente é 3.

Qual é a potência?

b) Numa potenciação, o expoente é 2 e a potência é 144.

Qual é o valor da base ?

c) Num potenciação, a base é 3 e a potência é 31.

Qual é o valor do expoente ?

d) Determine o valor das letras nas potenciações abaixo:

1) $x^3 = 27$

6) $9^m = 9$

2) $2^a = 32$

7) $m^{20} = 1$

3) $15^3 = b$

8) $7^x = 343$

4) $3^x = 3$

9) $y^4 = 16$

5) $p^{30} = 0$

10) $4^y = 16$

54a. Atividade: Calcule o valor de cada expressão aritmética - seguinte:

1) $2 + 3 + 5 - 3 =$

6) $35 - 2 \cdot 3 =$

2) $3 + 5 + 1 - 9 =$

7) $45 + 15 : 3 =$

3) $2^3 + 3^2 - 1^3 =$

8) $2 \cdot 8 - 3 \cdot 5 =$

4) $3^3 - 2^2 + 8^3 =$

9) $5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 0 =$

5) $3 + 2 \cdot 8 =$

10) $2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 =$

55a. Atividade: Calcule o valor de cada expressão seguinte:

1) $(2 + 3) - (1 + 2) =$

2) $5 + (3 + 1) - 3 \cdot (2 + 1) =$

3) $1 \cdot (2 - 1) + 1 \cdot (5 - 3) =$

4) $3 \cdot (5 - 0) + 0 \cdot (3 + 1) =$

5) $3 \cdot (2 + 10 - 3) - 2 \cdot (3 + 1) + 10 =$

6) $2 \cdot (3 + 1)^3 - 3 \cdot (2 + 4)^2 =$

PARA VOCÊ CONSULTAR: —————

-TABELA DE TODOS OS NÚMEROS PRIMOS ATÉ 1.000+

2	61	149	238	347	443	553	659	773	887
3	71	157	241	349	449	569	661	737	907
5	71	157	251	353	457	571	673	797	911
7	73	163	257	359	461	577	677	809	919
11	79	167	263	367	463	587	683	811	929
13	83	173	269	373	467	593	691	821	937
17	89	179	271	379	479	599	701	823	941
19	97	181	277	383	487	601	709	827	947
23	101	191	281	389	491	607	719	829	953
29	103	193	283	397	499	613	727	839	967
31	107	197	293	401	503	617	733	853	971
37	109	199	307	409	509	619	739	857	977
41	113	211	311	419	521	631	743	859	983
43	127	223	313	421	523	611	751	863	991
47	131	227	317	431	541	643	757	877	997
53	137	229	331	433	547	647	761	881	
59	139	233	337	439	557	653	769	883	