

MANOEL JAIRO BEZERRA

MEC / INE
SIBE - CIBEG

DIDÁTICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
C.A.D.E.S.

APRESENTAÇÃO

A DIRETORIA DO ENSINO SECUNDÁRIO vem promovendo a 15 de outubro de cada ano, através da CAMPANHA DE APERFEIÇOAMENTO E DIFUSÃO DO ENSINO SECUNDÁRIO (CADES), um concurso de monografias sobre a metodologia de diversas disciplinas do ensino de grau médio.

Associando-se, dessa forma, às homenagens que naquele dia, são prestadas ao magistério nacional, pretende igualmente estimular o estudo e a realização de trabalhos de pesquisa, por parte de nossos professores, no campo de didática especial das matérias que lecionam e às quais se dedicam.

Dando início, com o presente volume, à publicação das monografias premiadas no Concurso realizado a 15 de outubro de 1956, espera a Diretoria do Ensino Secundário que esta iniciativa possa servir ao operoso professorado brasileiro, sempre tão desejoso de se aperfeiçoar no trabalho que vem realizando pela formação cultural de nossa juventude.

INDICE

Págs.

I) A ORGANIZAÇÃO DOS PROGRAMAS OFICIAIS DE MATEMATICA NO BRASIL.....	7 a 12
II) O VALOR E O OBJETIVO DA MATEMATICA NA ESCOLA SE- CUNDARIA BRASILEIRA.....	13 a 21
III) A TAREFA DO PROFESSOR DE MATEMATICA NOS CURSOS DE NIVEL MEDIO DO BRASIL.....	23 a 62
IV) PLANOS DE CURSO PARA CADA UMA DAS SÉRIES DO CURSO SECUNDARIO.....	63 a 76

À MINHA ESPOSA,
VERA ZAREMBA BEZERRA,
GRANDE COLABORADORA DE
TODOS OS MEUS TRABALHOS.
O AUTOR

I) A ORGANIZAÇÃO DOS PROGRAMAS OFICIAIS DE MATEMÁTICA NO BRASIL

1.1 — Preliminares

Acreditamos não ser possível fazer um estudo sobre o ensino da Matemática na escola secundária brasileira sem, inicialmente, examinarmos os problemas decorrentes da organização e aplicação dos programas oficiais.

1.2 — Apreciação geral dos últimos programas de matemática organizados

Não faremos aqui um estudo minucioso de cada um deles, a fim de não fugirmos do objetivo de nosso trabalho. Todavia, temos visto, nesses últimos trinta anos, diferentes mudanças dos programas oficiais de matemática, sempre com uma característica comum, que é a modificação completa do anterior.

Essas reformas totais podem dar a impressão de que todos esses programas tenham sido, inteiramente, mal organizados ou mal elaborados.

Achamos que isso não aconteceu, apesar de, em todos eles, algumas falhas terem sido notadas por diversos professores.

O que tem acontecido, sempre, é que as novas comissões não têm trabalhado com o objetivo de consertar o que está errado ou não está bom, e aproveitar o que todos reconhecem que devia ser aproveitado. É comum em um novo programa de matemática uma série está com a matéria bem dosada e superior a do programa anterior, mas, em compensação ou melhor, para descompensar, a matéria de uma série que estava aprovada por todos, vem completamente modificada e para pior.

A esse defeito comum de cada novo programa — reformar em vez de consertar acrescentamos um outro — não existe um planejamento minucioso para estabelecer o critério a ser adotado na elaboração do novo currículo.

Antes de apresentar uma técnica ou critério que deveria ser adotado, citaremos algumas das falhas apresentadas até hoje, em um só programa ou em vários :

a) Comissões constituídas de técnicos de ensino ou de professores, de reconhecida capacidade, porém afastados do problema ou, quando militantes, não lecionando em todos os ciclos ou séries;

b) Abandono completo das conclusões de congressos ou de outras comissões, oficiais ou não; e não existe o aproveitamento desses congressos ,pelo menos, para apreciação de esquemas previamente elaborados pelas comissões organizadoras dos programas.

Assim, no último programa de matemática, atualmente em vigor, nem foram aproveitadas as conclusões do Primeiro Congresso de Articulação de Ensino, realizado, em 1951, em São José dos Campos, sob o patrocínio do Ministério da Aeronáutica e do Ministério de Educação, nem se planejou, pelo menos, a apresentação de um esquema do programa, para ser examinado naquele congresso pelos seus membros, muitos dos quais indiscutivelmente de grande valor e capacidade.

Atualmente, planeja-se novo programa, e também não se pensou no Primeiro Congresso de Matemática, realizado na Bahia, em setembro de 1955, para apreciar um esquema que a comissão organizadora do programa, deveria previamente apresentar.

c) Instruções metodológicas, que acompanham os programas, não pormenorizadas, o que causa confusões e interpretações diversas entre os professores e às vêzes, entre os próprios autores dos livros didáticos.

d) Não existência de uma lista dos objetivos específicos da matemática na escola secundária, o que prejudica assim a escolha acertada da matéria a ser exigida;

e) Apresentação desses programas, geralmente, às vésperas do início do ano letivo, o que dificulta o planejamento didático dos professores e exigindo dos autores de livros e das editoras uma corrida cujos males se refletem nos livros didáticos;

l) Organização da matéria sem sua perfeita distribuição pelo tempo disponível, o que cria o eterno problema de alunos que não aprenderam toda a matéria de uma série, e as queixas quase sempre justas dos professores, que muitas vezes condenam os programas, apenas, em virtude de não poderem cumpri-los.

A nosso ver, esse é o maior mal, e, estamos certos, o único dos defeitos que apontamos que é comum a todos os programas.

Não afirmamos, mas duvidamos que já se tenha realizado um plano de curso minucioso, a fim de verificar a possibilidade de execução de um determinado programa de matemática.

Aliás essa preocupação, indispensável, tem estado muito ausente de nossas atividades escolares. Já tivemos até programas em que o Ministério da Educação exigia o cumprimento obrigatório de seus 3/4 apenas.

Há, também, os professores que dão toda a matéria, qualquer que seja a duração do ano letivo e a extensão dessa matéria.

Não sabemos qual o mal maior: se a execução tipo 3/4 da matéria ou se a execução defeituosa de toda a matéria. É lógico que o meio termo seria melhor; todavia, esse defeito poderia desaparecer ou ser grandemente corrigido, com a apresentação de programas rigorosa e tecnicamente bem organizados e planejados.

1.3 — Roteiro para elaboração de um programa oficial de matemática

1.3.1 — INDICAÇÃO DA COMISSÃO ORGANIZADORA

Composta de poucos membros, porém, selecionados e dispostos a trabalhar. Entre esses elementos, deve haver um professor que lecionasse em todas as séries do 1.º ciclo e outro do 2.º ciclo, um conhecedor profundo de Pedagogia e Didática, e dois elementos de reconhecida capacidade e de grande experiência.

1.3.2 — DETERMINAÇÃO DOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS

É um problema difícil. Raleigh Schorling, em seu livro "The Teaching of Mathematics", chega a citá-lo como uma das cinco maiores tarefas dos professores de matemática.

Consiste este problema em como "determinar um critério" que responda as seguintes perguntas :

Que fatos específicos da matemática deverão ser ensinados aos alunos da escola secundária, tendo em vista a aquisição de conhecimentos ?

Que atitudes, hábitos e habilidades específicas deverão ser fixados ?

Que conceitos específicos deverão ser considerados como fundamentais ?

Alguns critérios poderiam ser apontados, para resolução do problema, tais como :

1.^a) Um sumário das necessidades sociais.

Pelo qual se precisasse o que seria necessário ao aluno aprender, para ser bem sucedido nos cursos, de qualquer ciência, das faculdades ou dos cursos mais adiantados do seu próprio ciclo; que pudesse determinar os elementos realmente necessários para os próximos cursos de matemática e quais os conhecimentos matemáticos indispensáveis à formação geral de qualquer cidadão.

Este critério peca pelo fato de, até hoje, não existir um adequado sumário que possa servir ao professor secundário.

2.^o) O critério do Sistema de Júri.

Que consiste na determinação desses objetivos, pelo julgamento realizado por competentes e experimentados professores. Para o sucesso de sua aplicação é de especial importância que esses professores-juizes sejam altamente selecionados, poucos e entusiasmados em bem considerar a árdua tarefa de julgar cada um dos muitos itens específicos do currículo.

Os professores-juizes seriam os da própria comissão.

1.3.3 - ESBOÇO DO PROGRAMA - SUA APRECIÇÃO

Baseados os objetivos específicos e na sua capacidade e experiência, a comissão faria um esboço do programa, que poderia ser apresentado, em linhas gerais, em uma sessão para a qual seriam convidados um ou dois professores de Física, Desenho, Química, Ciências e Geografia, a fim de que fossem apontadas pequenas e possíveis mu-

danças necessárias ao bom entrosamento e articulação perfeita dos currículos dessas matérias com a Matemática.

Após essa articulação, seria então feita a distribuição da matéria pelo tempo disponível com os necessários cortes ou acréscimos necessários.

Essa distribuição da matéria pelo tempo disponível deve ser feita de modo metuculoso e com muito cuidado; que além dos feriados a serem descontados nos dias previstos se deixe cerca de 10 % das aulas dadas para feriados eventuais, paredes, greves, doenças do professor e atrasos eventuais dos programas.

Não haverá inconveniente em que se fixe um número maior de aulas. Elas nunca serão de mais para que se faça uma melhor fixação da aprendizagem. Devemos acabar com esse "tabu" de programas que são feitos para dificilmente poderem ser executados. Se não há possibilidades de se aumentar o número de aulas da matéria por semana ou o período escolar que, então, se reduza a matéria a ser dada.

Afirmações de que algumas escolas dão todo o programa não justificam, pois resta saber como são dados; cabe ressaltar, também, que muitos colégios particulares dão atualmente 4 e até 5 aulas semanais, extraordinariamente.

Então, seria elaborado o programa com os respectivos planos de curso de cada série e as respectivas "instruções metodológicas", que deveriam ser minuciosíssimas e claras, a fim de que todos os autores de livros didáticos e professores, principalmente os dos pontos mais afastados da capital do país, pudessem ter certeza do que deveria ser dado e ser exigido, e dos objetivos dessas exigencias-

Concluída essa parte, na capital do país e em outros centros mais adiantados, seriam esses programas distribuídos entre alguns professores ou congregações de algumas escolas e Faculdades de Filosofia, ou apresentados em sessões, reuniões ou congressos que por ventura se realizassem na época, a fim de que as críticas que por ventura tenham de ser feitas, acompanhadas das correspondentes justificações, por escrito, pudessem ser apreciadas pela comissão.

Só, então, após essa última apreciação, seria apresentado oficialmente o programa, com tempo suficiente para que o ano letivo não

se iniciasse sofrendo as conseqüências da apresentação, "em cima da hora", de um novo programa oficial.

1.3.4 — CRÍTICA AO ROTEIRO APRESENTADO

Pode ser alegado que seria necessário muito tempo e que é muito laboriosa sua execução. Sem dúvida, mas essa é uma tarefa que exige muito trabalho e que, feita às pressas, tem trazido, sempre, descontentamentos e essa periódica mudança radical dos programas oficiais.

Melhor um trabalho demorado, porém completo e capaz de trazer estabilidade ao ensino da matemática na nossa escola, secundária.

1.4 — Conclusões

A apreciação feita sobre os programas foi necessária, pois, a nosso ver, são os programas e currículos brasileiros grandes responsáveis pelos maiores problemas com que se defrontam os mestres, para a realização de uma efetiva e proveitosa aprendizagem. Conteúdos desnecessários ou altamente formais, assuntos acima do nível de determinadas séries, tempo exageradamente curto para a apresentação da matéria e sua respectiva fixação, levam os professores, na acomodação de seus planejamentos, à convicção de que não poderão realizar o que desejam e o que era necessário realizar para uma efetiva e real aprendizagem. Sacrificam a fixação e a verificação da aprendizagem e criam uma Didática Especial da Matemática "especial"...

Em conseqüência desse fato, modificamos nossa idéia inicial de apreciar o ensino de cada assunto, e tratamos da questão de um modo mais geral, a fim de atender ao nosso problema, encara ndo-o, apesar de nossas ressalvas, como êle se apresenta realmente entre nós.

Convém aconselhar aos professores secundários a leitura atenta do programa de matemática ora em vigor e o exame do aspecto flexível que êle apresenta, inclusive permitindo às secretarias de educação de cada estado, estabelecer e fixar a extensão e conteúdo de cada assunto e até mesmo a sua ordem.

Aliás o próprio colégio oficial, o Colégio Pedro II, e o Instituto de Educação do Distrito Federal têm lançado mão dessa flexibilidade, como teremos ainda oportunidade de apontar, em outra parte de nosso trabalho.

II) O VALOR E O OBJETIVO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDARIA BRASILEIRA

II.1 — Valor e importancia dos estudos da Matemática na cultura e na vida contemporânea

É incontestável o valor da Matemática.

Quer a examinemos do ponto de vista filosófico ou científico, do ponto de vista estético ou religioso; quer a vejamos como ciência pura ou aplicada; quer a consideremos como sendo um valor para a disciplina mental, como um valor utilitário na vida prática, como urna fonte de verdades eternas, ou como dizia Byron, "o mágico do espirito" — the power of thought, the magic of the mind".

Seu valor filosófico é inegável, pois desde os primórdios da civilização o pensamento matemático se vem desenvolvendo, contornando a evolução das civilizações, porém sempre fiel à lei Contista da "constância na variedade".

como ciência pura, é indiscutível o seu valor, pois constitui a matemática a base do progresso científico.

Para justificar o valor da matemática, como ciência aplicada, basta citar as palavras de Kant : "uma ciência só é exata até ao ponto em que ela aplica a Matemática".

Seu valor na vida prática ninguém poderá negar.

Em nossos dias, simples fórmulas algébricas são encontradas em livros de Mecânica Popular ou de Motores, nos artigos diários sobre rádio ou astronomia, nos manuais sobre planadores para adolescentes, ou em centenas de artigos das enciclopédias populares. Isto para não citar o emprego diário da Aritmética Elementar.

como fontes de verdades eternas, ou de treino mental, ou ainda do ponto de vista estético e religioso, encontramos bem formuladas justificativas em um trabalho do professor David Eugene Smith, registrado nos livros do "National Council of Teachers of Mathematics".

Todos êsses valores, porém, convergem para um mesmo ponto, todos eles visam à educação. Podemos, então, dizer que o "valor educativo da Matemática" é maravilhoso.

II.2 — Contribuição específica da matemática para a consecução dos objetivos dos currículos

É ponderável essa contribuição, quer tenhamos em vista os objetivos dos currículos do ensino primário, secundário ou superior.

Já dissemos do enorme valor educativo da Matemática, façamos agora a distinção entre êsses valores. Vejamos quais os valores educativos diretos e Indiretos, a fim de melhor examinarmos a contribuição intrínseca da Matemática nos objetivos dos Currículos.

Os valores educativos diretos são aquêles provenientes dos conhecimentos matemáticos que tenham utilidade imediata na vida do aluno.

Essa medição da participação, na vida prática, dos estudos matemáticos já realizados, tem sido problema de grande discussão.

Em nossa opinião, na escola secundária, é, ainda, a aritmética que apresenta maior quantidade de conhecimentos, que tem, realmente, valor educativo direto.

Não resta dúvida de que, na Escola Secundária, certos pontos devem ser desprezados em proveito de outros de real valor, mas este problema nao é de fácil solução, pois restaria saber se mesmo êsses assuntos substituíveis nao teriam valor educativo indireto, não seriam elemento base de futuros conhecimentos a serem adquiridos.

Sendo a Matemática uma ciência abstrata, proporciona magnífico campo para o desenvolvimento da cultura formal, mas apresenta também, é inegável, embaraços de ordens diversas. E Judd acentua : "Não há matéria que venha oferecendo maiores dificuldades aos alunos do que a Matemática".

Concorre para isso, de um lado, o problema da maturidade para aquisição desses conhecimentos, que é, segundo Toeustone, uma das funções básicas, e, do outro lado, a falta do real significado vital de certos assuntos.

como estamos vendo, a Matemática não deixa de ser fonte do valores educativos, e se há pontos negativos, cabe aos pedagogos axcluS-

los. Aliás, é grande o número de pesquisas a respeito, realizadas nos Estados Unidos e mesmo entre nós, o que pode ser verificado por um interessante trabalho de Alcino Terra, publicado na Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos n.º 3, sob o título de "A Escola Primária e a Aritmética", onde podemos apreciar os resultados de uma prova, dada a resolver, a médicos, negociantes, advogados e cidadãos notáveis, com o objetivo de verificação dos assuntos de Aritmética de valor vital.

Assunto, como dizimas periódicas, foi, sem exagero, qualificado de "estranho" à comunidade, pois nenhum dos participantes o abordou.

A decomposição em fatores primos, a que, cada ano, centenas de milhares de alunos-hora se entregam, não pode ser apontada por nenhum concorrente, como já tendo sido aplicada, quer na vida profissional, quer na vida comum.

E uma série de conclusões que nos deixam, a nós professores de Matemática, com uma certa responsabilidade ou culpa que, se explicável, talvez não possa ser justificável...

Se fossem possíveis verificações dessa ordem nos diversos currículos dos vários ciclos de ensino, talvez valiosas conclusões e ensinamentos pudessem ser adquiridos.

Examinemos algumas opiniões abalisadas, a fim de podermos fazer nossas considerações finais, sobre o objetivo da Matemática na Escola Secundária.

Se tomarmos em consideração as opiniões de Felix Klein, Euclides Roxo, Delgado de Carvalho e outros, são muitos os pontos da Matemática, na Escola Secundária, que não habitam o educando à resolução de problemas da vida prática, e que poderiam perfeitamente ser dispensados dos estudos posteriores. Essa conclusão nos leva a clamar pela urgência da extinção desses pontos ou da sua substituição por outros de valor educativo real.

Os pedagogos americanos chegaram a exagerar essa opinião, acabada de citar, admitindo a possibilidade de exclusão da Matemática do Currículo Secundário, contra o que se insurgiram Judd e Jacques Hadamard, que mostraram estar apenas a Matemática, no Curso Secundário, com o seu valor educativo direto diminuído, ou sacrificado pelo formalismo de um grande número de professores.

E Henri Lebesgue chega a negar o valor **propedêutico** da Matemática, isto é, o valor na preparação para as Escolas Superiores ou de níveis mais altos.

Pois, diz ainda Lebesgue : "nenhum conhecimento é indispensável ao tornar-se alguém estudante de Engenharia".

como estamos vendo, mesmo pondo de lado os exageros, não podemos deixar de verificar que **não é grande o valor educativo direto da Matemática no Curso Secundário.**

Examinemos agora os valores educativos indiretos da Matemática que, na verdade, são os que justificam a inclusão e importância da Matemática no Currículo do Curso Secundário, e que, segundo as palavras de D. Smith e Jules Tannery no livro de Euclides Roxo "A Matemática na Educação Secundária", colocam a Matemática acima de todas as matérias do Ciclo Secundário, pela sua precisão, dedução, lógica e generalização e a apontam como a base da educação contemporânea.

Em resumo, podemos dizer que, na Escola Secundária, o maior valor da Matemática não está, como se pensa geralmente, na essência de seus conhecimentos, mas, sim, na sua contribuição para a formação de idéia e ideais, hábitos e atitudes, interesses e preferências do educando. O maior valor da Matemática para Escola Secundária está no fato de que aquela preenche suas finalidades, que são : o desenvolvimento do aluno e o seu ajustamento e adaptação.

E, para nós, nesse estudo, interessa mais saber o processo de alcançar essas finalidades, o que vamos fazer, examinando os objetivos mediatos e imediatos da Matemática.

II.3 — Objetivos mediatos e imediatos da Matemática

Preliminares — Os objetivos são classificados em mediatos e imediatos.

Os imediatos se dividem ainda em particulares e específicos.

Os objetivos mediatos são os objetivos gerais de cada matéria e que, evidentemente, não deixam de ser função dos objetivos imediatos, quer os **particulares** — de cada unidade, quer os específicos — de cada matéria e, portanto, uma "integração dos objetivos particulares".

É claro, que os objetivos mediatos de cada matéria devem guardar entre si relações e dependências, e que, no conjunto de tôdas as matérias constituam os elementos básicos das finalidades do Curso Secundário.

II.4 — Objetivos mediatos da Matemática

Devem ser previstos, tendo em conta que, do ponto de vista do conteúdo de ensinamentos, deve haver o cuidado de relacionar o seu ensino com as necessidades, objetivos e programas de outras matérias, como Desenho, Ciências, Geografia, Física e Química, muito especialmente no Curso Secundário.

Da Topografia, Descritiva, Geodesia, Mecânica, Técnica de Tiro, Navegação, etc. nas Escolas Superiores, civis ou militares.

E serão tanto melhores, conforme sejam os objetivos imediatos.

n.5 — Objetivos imediatos da Matemática

Citaremos os principais objetivos específicos, o que é suficiente, pois será fácil de identificar cada um deles ou vários como objetivos particulares de cada unidade.

Os objetivos específicos de cada matéria são :

- a) Hábitos.
- b) Habilidades específicas
- c) Ideais
- d) Atitudes
- e) Interesses
- f) Preferências

Faremos a seguir um exame desses objetivos, tendo em vista aqueles que podem ser obtidos no estudo da matemática. (A relação que apresentaremos poderia e deveria ser melhorada, bastando para isto que uma comissão organizasse essa lista para cada série).

Hábitos de :

como deve estudar, comò fazer uma prova ou trabalho; Precisão, Exatidão, Rigor dos conceitos e definições; Corretismo, Correção de linguagem; Concisão, Ordem, Clareza; Pontualidade, Persistência, Estabelecimento de Princípio; Método, Organização; Imaginação, Raciocínio, Conclusão; Firmeza nas asserções; verificação dos resultados; Pensamento funcional e pensamento lógico.

Habilidades específicas em :

Calcular; Interpretar e construir gráficos; Familiarizar-se com a mensuração; Familiarizar-se com a linguagem algébrica; Familiarizar-se com as figuras geométricas; Formar idéias precisas sobre o aspecto quantitativo do mundo; Consultar tábuas específicas; Distinguir, algebricamente leis e definições; Usar o material de desenho; Conhecer e transformar os diferentes sistemas de medidas monetárias de vários países; Determinar médias e percentagens; Familiarizar-se com cheques, promissórias, letras e diferentes termos do sistema bancário e comercial; Construir escalas e pequenas tábuas de cálculo.

Preferências :

Leituras culturais, coleções, trabalhos mensais úteis, inclusive sobre material didático, filmes educativos; investigações e pesquisas científicas.

Observações

Convém lembrar ainda que não devemos sobrecarregar cada Plano de Curso, Unidade ou Aula, com um número excessivo de objetivos, pois dificilmente poderão ser obtidos, sendo, portanto, melhor aumentar a qualidade e diminuir a quantidade, tendo em vista — que é preferível atingir integralmente, poucos, do que não alcançar, devidamente, muitos.

"Deve o professor ter em mente", diz Raleigh Schorling, catedrático de Matemática na "High School" da Universidade de Mirh'gnn", "os alunos não precisam apenas adquirir habilidades", pois, diz êle ainda" a posse de habilidades é de pequeno valor, sem a compreensão exata dos conceitos básicos e dos princípios fundamentais da Matemática".

E, fazendo uma comparação interessante, conclui o assunto, dizendo :

"If a pupil understands a few basic notions, his battery is charged, and many roads, along which he may travel far, are open to him".

Deve, pois o professor de Matemática nem se deixar levar, entusiasmado pela beleza da matéria que já teve a facilidade de sentir, para o caráter formal que se costuma dar a essa matéria, nem muito menos passar ao largo dos conceitos fundamentais de cada parte da Matemática, impedindo que várias estradas, que podiam ser percorridas por seus alunos, estejam para eles fechadas, pelo fato de não terem sido carregadas suas baterias, por quem, de direito, o deveria fazer.

11.5 — Síntese dos objetivos do programa oficial atualmente em vigor

São objetivos do programa do ensino de grau médio :

- 1) "Desenvolver paulatinamente no aluno a capacidade de julgamento e hábito de concisão e rigor na expressão, a intuição a agilidade de ação e de raciocínio e, também, a atenção e a presteza, para compreender, reter e elaborar.
- 2) Levar o aluno ao domínio racional dos conhecimentos de utilidade prática e imediata.
- 3) Formar no educando hábito de analisar os problemas que se lhe deparam, procurando-os resolver de modo metódico e eficiente.
- 4) Solicitar constantemente o instruendo a fim de não torr-lo "um mero receptor passivo de conhecimentos".
- 5) Dar nos primeiros anos caráter eminentemente prático e intuitivo.
- 6) Procurar, progressivamente, ir despertando no estudante a necessidade da prova, da justificativa da verificação e da demonstração, até introduzir cuidadosamente o método dedutivo.
- 7) Não exagerar a idéia de rigor, nem nos anos mais adiantados, a fim de não tornar a matéria fastidiosa e formal a explana-

ção do assunto, afastando assim o aluno do encadeamento das conceitos.

- 8) Nunca deixar de apelar para a intuição.
- 9) Procurar dar exata explicação dos termos empregados, visando evitar a memorização pura.
- 10) Fazer com que os exercícios e os exemplos acompanhem paralelamente as explanações da matéria.
- 11) Apresentar a matéria na ordem em que se encontra nos programas.
- 12) Não esquecer que "o ensino não depende da disciplina em si, mas, principalmente, do aluno".
- 13) Não colocar em primeiro plano o **ensinar muito**, mas, sim, o **lecionar** bem.

II.7 — O lugar da Matemática na Educação Secundária

Já vimos da importância da Matemática na vida contemporânea; façamos agora a apreciação da função e do lugar dessa disciplina na Escola Secundária.

Nem sempre a Matemática ocupou o lugar que ocupa hoje. A posição atual dessa ciência veio através de um longo e interessante período de evolução.

Desde os primeiros passos da Educação Secundária, os ensaios realizados pelas escolas têm sido influenciados pela mudança de idéias e considerações práticas. O lugar ocupado pela Matemática nos programas tem, em grande parte, refletido esses ideais e condições. Tem havido épocas em que esse "statu quo" tem sido caracterizado por uma relativa estabilidade e proeminência e tem havido outros períodos onde a estabilidade, incerteza e depressão têm sido pronunciadas. É impossível, assim, uma real apreciação sobre a posição atual do ensino da Matemática e de sua exata função, sem traçar primeiro um quadro retratando a evolução dos programas de Matemática.

É óbvio que, nesse quadro, deverá constar uma descrição dos dogmas educacionais predominantes, as considerações práticas que têm estado em evidência diferentes vezes e os seus efeitos sobre a posição e o caráter da instrução matemática.

O desdobramento do programa da Matemática secundária tem sido influenciado profundamente por trabalhos individuais e pelos relatórios de várias comissões. As atitudes desses que trabalham em separado ou dos comités, suas recomendações e os efeitos dessas atitudes e recomendações, os quais podem ser medidos por suas influências, devem, também, fazer parte desse quadro por nós citado.

Infelizmente não nos foi possível colher os dados capazes de poder formar o quadro da evolução dos programas de Matemática, na Escola Secundária Brasileira, e que muito desejaríamos poder apresentar, a fim de que pudéssemos ter uma noção real da posição destacada que nela ocupa atualmente a Matemática, e da sua função valiosa para as finalidades educacionais da mesma.

Poderíamos assim acompanhar o caminho seguido na Escola Secundária pela Matemática. Desde os primeiros passos dados pela Aritmética, com os professores geralmente sem dispor de livros, ditando seus problemas para serem resolvidos e enunciando suas regras sem explicações, demonstrações ou direção especial, até o lugar que ocupa presentemente, onde sendo considerada como a matéria mais difícil de ser estudada, é, inegavelmente, a matéria mais estudada e a que mais desperta, em geral, o interesse dos alunos.

REFERÊNCIAS

- 1) Publicações do Diretório Acadêmico da Faculdade Nacional de Filosofia — Junho de 1949.
- 2) Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos — Setembro de 1944 — p. 388.
- 3) The Teaching of Mathematics — Raleigh Schorling — Chapters 1, 2, 4 e 13.
- 4) A Matemática na Escola Secundária — E. Roxo — p. 100 a 111.
- 5) The Teehinique of Teaching Secondary School Mathematics — E. R. Bresleich — p. 189 a 212.
- 6) The Psychology of Aritmetic — E. Thorndike.
- 7) The Psychology of Algebra — E. Thorndike.
- 8) The Practice of Teaching in Secondary Schools — p. 688.
- 9) The Teaching of Secondary Mathematics — Charles Butler and F. Lywood Wren — p. 3 a 54.
- 10) The Teaching of Mathematics — David R. Davis — Chapter 1.
- 11) The Teaching of Aritmetic — Herbert F. Spitzer — Chapters 1 e 2.
- 12) D. O. 22/2/1952 — pag. 9 — Seção I — Suplemento.

III) A TAREFA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NOS CURSOS DE NÍVEL MÉDIO DO BRASIL

III.1 — Introdução

Indiscutivelmente a ciência está tomando parte, cada vez mais, em nossa vida quotidiana, e daí a necessidade de cada um de nós procura compreender os princípios básicos da ciência, e para tanto, é imperioso o conhecimento dos princípios básicos da Matemática.

É pois, a nosso ver, o ensino desses princípios fundamentais a tarefa primordial de todo professor de Matemática e, muito particularmente, do professor brasileiro atual.

Essa tarefa de primeiro plano tem maior importância, quando se trata dos primeiros passos. Realmente, se o professor não encaminha bem os primeiros passos, se o aluno que principia acha difícil de mais a Matemática, e desiste de dominá-la, usando, todavia, recursos de "cola", memorização de fórmulas ou outro qualquer que lhe possa garantir sua aprovação, êle só terá aprendido pouca ou nenhuma Matemática, como também não saberá de que trata esta matéria ou o que por ela se entende, e, pelo resto de sua vida, esse aluno terá um complexo de inferioridade em relação à ciência dos números, o qual, muitas vezes, poderá fazê-lo descrever de seu valor.

Esta é a principal missão do professor de Matemática: transmitir, de modo preciso e não exagerado, os princípios básicos dessa ciência.

Todavia, poucos entre nós, cumprem a contento essa incumbência, tão difícil de ser levada a bom termo, devido aos nossos programas e ao nosso espírito de formalismo que domina o ensino da Matemática.

O professor Francis D. Murnaghan, catedrático do Matemática do Instituto Tecnológico da Aeronáutica, especialista em Matemática aplicada e autor de um grande número de livros que contém desde a Álgebra Elementar até o cálculo infinitesimal, e a moderna teoria dos grupos, em conferência pronunciada no 1.º Congresso de Articulação de Ensino, disse : "Eu acredito que os programas de nossa instrução matemática das nossas escolas primárias e secundárias são muito longos e muito difíceis e que muito pode ser omitido sem perda' ",

Mais ainda disse êle : "Eu acho que esses programas são governados demais por tradições e não fazem uso suficiente de métodos mais ou menos modernos, que servem para simplificar e unificar as diferentes partes da matéria".

O professor Murnaghan apresentou ilustrações concretas desse ensino moderno, o qual, apesar de revolucionário, não deixou de mostrar a um grande número de professores presentes que, mesmo não sendo aconselhável uma adoção rápida desses processos, não deixava de ser um brado de alerta incitando-os, pelo menos, ao estudo do assunto para poderem então dar uma apreciação segura sobre essa sugestão.

Entretanto, não é só esta a tarefa do professor de Matemática do Curso Secundário.

como todos os professores, é êle alguém de quem muito se espera. Suas obrigações não confinam com as paredes da sala de aula, mas vão muito além promovendo o efetivo funcionamento da Escola Secundária e mantendo a harmonia de relações entre ela e a comunidade.

São também seus afazeres a organização de atividades extra-curriculares e a participação como conselheiro e guia das atividades dos alunos. Tudo isto sem perder de vista que é seu dever "ensinar efetivamente".

O ensino da Matemática na Escola Secundária é uma tarefa que, se seriamente empreendida, exigirá os melhores esforços dos melhores professores. Requer mais do que um perfeito conhecimento da matéria, apesar dessa condição ser "sine qua non". Exige uma ampla perspectiva do campo da Matemática, bem como uma exata compreensão do lugar e da importância que ela ocupa no esquema da formação geral do educando. Demanda habilidade nas técnicas de ensinar cada unidade ou aspecto da matéria, no desenvolvimento de conceitos gerais,

na coordenação e articulação entre generalizações e suas aplicações, no discernimento entre o essencial e o que é indispensável dentro da matéria a ser ensinada, no conhecimento da parte que deve ser acentuada e destacada ou da que deve ser antecipada ou para a qual devem ser previstas dificuldades, na revelação dos problemas que possam aparecer, no sentimento preciso da natureza dessa dificuldades e no saber como ajudar seus alunos a evitá-las ou aplaná-las.

E o seu primeiro passo no sentido de bem cumprir ou realizar tantas e tão importantes tarefas é melhor planejar seu curso, de um modo geral, e suas aulas, em particular.

Sem dúvida alguma, para a maioria dos professores secundários brasileiros o tempo disponível para esse trabalho de planejamento é muito pouco.

Todavia, com boa vontade o problema seria resolvido satisfatoriamente.

III.2 — O Plano de Curso

O planejamento do Curso poderia ser efetuado nas férias, quando, mesmo para os que dão aulas particulares, existe inegavelmente algum tempo. Não seria necessário um plano de curso de bonita apresentação, nem com o rigorismo de técnica com que são ensinados nas faculdades de filosofia, ma, apenas, o que todos podem fazer: distribuir o número de aulas disponíveis pelos itens das unidades do programa, de modo consciencioso, estudado e calculado.

Se possível, acrescentar a este planejamento o uso de algum material didático, que o professor saiba com certeza existir no Colégio ou ser possível realizado pelos alunos ou pelo próprio professor.

Isto já representa alguma coisa, pois, infelizmente, a maioria dos nossos professores nem isto realiza.

Quando os programas forem elaborados como sugerimos (1.3), o próprio Ministério de Educação poderá fazer com que os livros didáticos apresentem essa distribuição, do tempo disponível pelos assuntos dos programas, o que facilitará em muito os professores principiantes, ou de pouca experiência em uma determinada série-

O número de aulas disponíveis é o total de aulas previstas diminuídas, de 5 aulas para provas mensais e de 10 ou 12 aulas para feriados, semana santa, pontos facultativos, paredes, etc., que pode ser tomado como média, por nós verificada, em colégios do Distrito Federal (Pedro II — 3 seções do externato); Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia — não contando os estudos dirigidos; vários colégios da Prefeitura e particulares — (de 3 aulas semanais) e por informações de colegas de São Paulo, Salvador, Recife, Natal, Belém, num total que varia entre 70 e 75. Aconselhamos tomar como base 70 aulas, pois, se, por acaso, houver um pouco mais, elas serão muito necessárias para ajustamentos de programa ou para reforçar a fixação da aprendizagem.

III.3 — O Plano de Aula

Em relação ao plano de aula, já não podemos afirmar sequer que a maioria possa realizá-lo, como é ensinado nas faculdades e nos livros de Didática, ou de maneira aproximada, pois bem sabemos que os professores que dão de 8 a 12 aulas por dia constituem, na Escola Brasileira Secundária, uma maioria considerável.

Contudo, apreciaremos o assunto, inicialmente, sem ter em vista essa dificuldade da maioria.

Plano de aula "é um projeto das atividades educativas selecionadas, que mestre e alunos devem realizar conjugadamente, versando sobre a matéria de ensino, em vista de objetivos próprios, durante o período escolar que denominamos aula".

Muitos são os que levantam objeções a propósito não só do valor didático do plano de aula, mas, também, da sua importância e necessidade.

Há os que condenam o plano de aula, porque consideram a "unidade de trabalho" — a aula, como função exclusiva e total dos alunos que nela tomam parte, e, sendo assim, concluem ser impossível fixar de antemão um plano que corresponda à situação real da classe, no momento da aula.

Outros, talvez por comodismo ou pouco conhecimento dos problemas didáticos, consideram o "plano de aula" como um exagero de especialização.

È outros, ainda, que certamente por não poderem dispor, sem sacrifícios, do tempo suficiente para êsse planejamento, e por estarem se desobrigando de suas aulas, talvez de modo relativamente satisfatório, não querem ver ou crer que o planejamento muito as melhoraria, e, então, proclamam que o preparo científico do professor, aliado a uma certa formação pedagógica, é mais do que suficiente para que „êles possa dar excelentes aulas.

Somos, todavia, dos que acham que até o professor mais experiente e cientificamente bem preparado lucraria com o planejamento da aula, e, que para o pouco experiente, é uma necessidade saber o que tem que fazer e, o que é mais importante, como fazê-lo.

Acreditamos mesmo que muito ensino ineficiente se tem escondido sob o rótulo de "ensino progressivo", que nada mais é do que o nome de batismo do ensino ministrado por aqueles que, combatendo o plano de aula, confiam na inspiração do momento para o desenvolvimento de técnicas didáticas e para a ampliação de métodos ou processos adequados, num procedimento oportunista, muitíssimas vêzes prejudicial ao educando e ao ensino.

Não se compreende que não se planeje a aula.

Acaso tôda a atividade humana, para ser perfeita, não deve ser planejada ? Porque, então, não planejarmos, e de melhor forma, essa atividade humana tão importante — a educação ?

Por que não planejarmos a aula se dela depende tôda a eficiência do ensino ?

; "Planejar uma aula é prever e organizar, antecipadamente, uma série de atividades tendentes a conduzir a aquisição de conhecimentos, atitudes, hábitos e habilidades dos alunos, por rumos desejáveis..."

Isto tudo pode ser obtido facilmente. Basta que o professor responda a lista de perguntas abaixo e terá um arcabouço de um plano diário simples.

- 1) Qual é o assunto da aula ?
- 2) Qual é o trabalho que se pretende executar ?
- 3) Que métodos serão usados ?
- 4) Quais os acessórios de ensino ?
- 5) Que tipos de testes serão dados ?
- 6) Quais as referências ?
- 7) Qual o assunto da próxima aula ?

Essa espécie de planejamento é, com pequenas modificações, em face das circunstâncias, o comumente usado em o nosso ensino primário.

Anotar por escrito aquelas respostas é muito bom.

Essas anotações feitas com certa técnica, tornam as idéias mais claras e contribuem para organizá-las melhor.

A esse respeito, diz Monroe : "Se o plano não fôr escrito, o professor corre o risco de esquecer partes importantes do mesmo, no desenvolvimento da aula".

E não se pense que o planejamento por escrito da aula não permita a iniciativa dos alunos, o aproveitamento de seus interesses ou o emprego da capacidade criadora do professor; muito pelo contrário, o planejamento deve conduzir habilmente essas atividades surgidas, visando melhoria da aula.

O plano de aula não escraviza as atividades do professor. Êle deve possuir grande flexibilidade, principalmente em Matemática, cuja aprendizagem, mais do que em qualquer outra matéria, é função, quase que exclusivamente, da reação do aluno.

Aliás, ainda é Walter Monroe quem diz : "até mesmo o professor que conhece bem a sua classe não pode prever com absoluta certeza tôdas as circunstâncias que se podem apresentar".

Contudo, não devem pequenos acontecimentos ocasionais surgidos durante a aula, à margem do plano, ou mesmo modificações fundamentais no plano traçado, constituir razão suficiente para o abandono ou desvalorização do plano.

Colaborando em nosso ponto de vista, transcreveremos o que diz Harl Douglas, baseado em pesquisas e estatísticas : "as possibilidades de êxito no ensino, para o professor, aumentam de modo definido e concreto sempre que êle tenha adquirido o hábito de planejar cuidadosamente".

Citamos, a seguir, um resumo de princípios relativos à elaboração do plano de aula :

- 1) Não use um plano padrão indiscriminadamente adaptável a tôdas as aulas;
- 2) Elabore um plano para cada aula;
- 3) Só o próprio professor deve elaborar seus planos de aula;

- 4) Organize os planos de aula por escrito;
- 5) É aconselhável a organização de um fichário dos planos de aula, a fim de permitir melhor seleção da matéria, acessórios de ensino, exercícios, problemas e tarefas, como para aperfeiçoamento da técnica didática;
- 6) Varie a **forma do plano** conforme os objetivos e as possibilidades, mas, mantenha inalterada a necessidade **do plano**;
- 7) Esteja certo de que planejar uma aula requer trabalho e tempo, mas não esqueça que os resultados obtidos são compensadores.

Para os professores principiantes, que, geralmente, dão menor número de aulas, o plano de aula, por escrito, minucioso, é necessário e constitui mesmo um auxiliar prestimoso.

Para aqueles que têm muito trabalho, porém são organizados, basta que possua no seu livro texto, de cada série, uma ficha, onde após responder mentalmente às 7 perguntas que citamos, indique pelo menos, numa linha da ficha de cartolina, a matéria de cada dia. Isto obriga o professor a todos os dias prever e portanto preparar as aulas que irá ministrar.

Para os professores que trabalham mais do que podemos imaginar que eles trabalhem, e que usualmente possuem grande experiência e já conhecem bem todo o programa, basta que no dia anterior, na viagem, ou, pelo menos, quando forem de uma sala para a outra rozem, para cada turma, essa oração :

- a) Qual o assunto da aula ?
- b) Que pretendo executar ?
- c) como executarei ?
- d) Precisaréi de exercícios ou de algum material didático ?

Assim, pelo menos, não entrará na sala para saber que aula vai dar.

III.4 — As principais tarefas do professor de Matemática

Segundo Raleigh Schorling, em seu livro "The Teaching of Mathematics", são cinco as principais tarefas do professor de matemática :

- a) Determinar os objetivos específicos;
- b) Ensinar a resolver problemas;
- c) Saber como despertar e manter o interesse pela matemática;
- d) Conhecer bem a nova Psicologia dos exercícios;
- e) Verificar convenientemente a aprendizagem;

Estudemos a seguir, em particular, cada uma dessas partes.

111.4.1 — DETERMINAÇÃO DOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Já tratamos desse assunto anteriormente em 1.2.3 e II. 5

111.4.2 — O ENSINO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

111.4.2.1 — INTRODUÇÃO

Constitui uma das partes essenciais do programa de Matemática.

Deve o professor saber alguma coisa acerca da forma significativa da estrutura de bons problemas padrões e sobre a natureza das dificuldades dos alunos.

E deve adotar técnicas para resolver tais problemas e métodos para bem construí-los.

Nenhum professor está em condições de ensinar matemática, se não estiver preparado para organizar e levar avante um intensivo programa de resolução de problemas, como parte integrante de sua técnica de ensino.

Convém frisar que um real ensino da matemática ocorre através das análises e sínteses usadas nas resoluções de problemas e exercícios.

Pois acaso não é o verdadeiro propósito da Matemática tornar os educandos capazes de resolver os problemas da vida cotidiana? Certamente que é. E é por isto que esses problemas, sempre que possível, devem ser apresentados em aula.

Não deve o professor de Matemática olvidar que, é de ótima técnica didática, fazer sentir aos alunos que seus problemas podem ser expressos e resolvidos pela Matemática.

Para esse capítulo da resolução de problemas deve o professor ter em grande conta a escolha de problemas reais, materiais e a maneira de formulá-los.

Essa escolha deve considerar a importância do problema na vida e o seu grau de agrado em relação ao aluno.

Cada problema deve ser formulado, na medida do possível, de modo a fazer parecer ao aluno que êle próprio está vivendo o problema.

III.4.2.2 — PARTES IMPORTANTES DO ENSINO DA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

1.' PARTE — Interpretação e percepção do problema

Pode acontecer que o aluno tenha trabalho em resolver um problema apenas devido à maneira pela qual êle foi formulado. Cabe, pois, ao professor apresentá-lo de outra forma, procurando desenvolver no aluno esse senso de percepção e interpretação, que, em geral, deve ser desenvolvido nos estudos elementares, mas que, diz Raleigh Schorling, a "experiência mostra ser de grande utilidade nos estudos superiores".

Deve o professor, sempre e de modo particular na 1.' série ginásial (operações fundamentais), 2.' série ginásial (problemas do 1.' grau) e 4.' série ginásial (problemas do 2.' grau), procurar incutir no aluno a necessidade de "ler com atenção" os problemas, a fim de poder resolvê-los. Poderá, para bem mostrar essa necessidade, apresentar, para serem resolvidos, problemas bem simples que, dois a dois, sejam muito semelhantes, porém diferentes.

Exemplos :

- a) Qual o dobro de cinco, mais um ? (Resp. : 11)
- b) Qual o dobro, de cinco mais um ? (Resp. : 12)
- c) Qual o número cujos $\frac{3}{5}$ mais os $\frac{2}{3}$ é 38 ? (Resp. : 30)
- d) Qual o número cujos $\frac{3}{5}$ mais $\frac{2}{3}$ é 38 ? (Resp. : $62 \frac{2}{9}$).

Deve, também, o professor mostrar ao aluno o que significa "entender o problema" ou "ter percepção" dele. Aconselhar sempre ao aluno, para não fazer o que parece absurdo, mas, não é : procurar resolver ou, mesmo, resolver um problema sem saber o que vai fazer, nem o que se pergunta. O professor pode verificar essa falha e, logo, aproveitar a ocasião para apontar o caminho certo, apresentando, logo

após ter resolvido dois problemas de um mesmo tipo, um terceiro problema semelhante (problema dos correios por exemplo), porém, positivamente, "esquecendo" de citar o que se pergunta. Verificará que vários alunos começarão a resolver o problema, e, que se êle deixar, alguns chegarão a achar a resposta...

Poderá fazer uma verificação individual, consultando em voz baixa, e em particular, diversos alunos. Cerca de 70 % não saberá dizer o que vai achar.

O professor deve aproveitar esses fatos para insistir na necessidade da leitura cuidadosa e procurar agir do mesmo modo que i recomenda aos seus alunos.

2.* PARTE — Útil apreciação dos dados do problema

É muito comum o aluno chegar a disparates ,por não apreciar bem esses dados.

É muito comum, e hoje é processo muito usado pelos autores de **livros de exercícios**, apresentar em um problema apenas os dados necessários para a resolução desse problema.

Todavia, há os que discordam desse processo, achando que, de um certo modo, erram os que assim fazem, pois, não fornecendo outros dados, estarão facilitando de mais a tarefa do aluno, e roubando-lhe a prática que o educando deveria ter em poder selecionar, em um problema, os dados necessários, e somente estes.

Nossa opinião permanece no meio termo. Apenas achamos que, algumas vèzes, devemos proporcionar ambas as espécies de dado.^{1?}, não com a finalidade de tornar o problema mais difícil, mas apenas no sentido de dar realidade a um problema que isto exija-

3.* PARTE — Ensinar o aluno a ver e analisar as relações que podem ser empregadas.

É este passo na realidade o raciocínio. É o sucesso do aluno, raciocinando em Matemática, depende enormemente de três fatores :

- a) Vislumbrar claramente as condições do problema;
- b) Usar um plano definido em seu raciocínio;
- c) Julgar racionalmente o resultado encontrado, a fim de não aceitar um resultado absurdo, fruto, geralmente de um erro de cálculo.

É comum : em problemas de idades de pai e filho aparecerem pais mais moços do que os filhos; em problemas de achar os algarismos, aparecerem resultados maiores do que 9 ou números negativos ou fracionários; em problemas de operários, aparecerem respostas fracionárias. Sem contar com as respostas fora da realidade.

Este defeito, alias, vem, em geral, do Curso Primário onde a professora vai perguntando ao Joãozinho, Pedrinho, etc, pela resposta do problema até que apareça a certa, quando, didaticamente aconselhável seria professora parar no primeiro resultado disparatado, exagerar, com habilidade, (para não tirar o interesse daquele aluno pelos problemas) a resposta errada e aproveitar para fazer tãda a turma sentir e viver o problema. Já temos presenciado esse fato, em escolas primárias, dezenas de vêzes, nesses últimos vinte anos. Na escola secundária existe esse pecado, em muito menor escala, todavia, talvez, consequência dos próprios métodos de ensino empregados.

Esse mal, entretanto, não é apenas da escola primária brasileira, pois Frank Me Murry em seu livro "What is the matter with Arithmetic" cita, com minúcias, fatos como esses ocorridos em escolas primárias (turmas adiantadas) do Estado de New York, nos Estados Unidos.

4.* PARTE — Dar ao aluno a habilidade específica de calcular rápido e corretamente

Isto é, preparar bem o aluno no conhecimento das operações, na habilidade de calcular, de resolver equações e sistemas.

Essa necessidade de dar ao aluno a habilidade específica de calcular é, às vêzes, exagerada de tal modo, que muitos interpretam erroneamente a utilidade social da Matemática, como sendo medida pelo uso do cálculo feito pelo povo em seus afazeres cotidianos.

O ensino dos problemas é, realmente, uma das maiores tarefaõ no ensino da Matemática elemental.

Essas partes que acabamos de apresentar podem ser resumidas assim :

Deve o aluno primeiro ler com atenção o problema, a fim de ver o que se pergunta e o que deve ser considerado, para poder achar a resposta aquela pergunta. A seguir, raciocinar através das relações

por êle selecionadas, do fim para o principio do problema, e só então proceder aos cálculos que devem ser realizados do começo para o final.

Creemos que os alunos que possuem, no subconsciente, este método de análise, terão um raciocínio matemático melhor.

tn.4.2.3 — LISTA DE PRINCIPIOS ÚTEIS A RESOLUCAO DE PROBLEMAS

Apresentamos a seguir, para que sirva de confronto com o que acabamos de escrever (III-4.2.2) e pelo que ela contém de utilidade aos professores secundários de Matemática, uma lista de principios baseada na opinião do chefe do Departamento de Matemática da Universidade de Michigan

- 1) Nunca ensine hoje o que você pode ensinar melhor amanhã;
- 2) Dê especial atenção ao ensino da leitura.
- 3) Empregue uma série de passos, tais como o que indicaremos a seguir, a fim de melhor destacar o treino de análise :
 - a) Leia o problema cuidadosamente e esteja certo de que entenderá o sentido de tôdas suas palavras;
 - b) Veja e precise o que pretende achar;
 - c) Note bem os dados do problema e veja se não serão necessários outros elementos desconhecidos e escolha convenientemente a incógnita;
 - d) Decida o que vai fazer e indique as operações que pretende efetuar ou forme as equações ou sistemas de equação;
 - e) Estime o resultado;
 - f) Efetue as operações que decidiu fazer, ou resolva as equações formadas e confronte-as;
 - g) Interprete a resposta.
- 4) Use um critério na seleção de bons problemas, como por exemplo :

Um bom problema

 - a) Deve ser real para o aluno;
 - b) Deve ser expresso em termos tais que todos os alunos possam compreendê-lo;

- c) Será importante, quando alguma vez nos depararmos com êle.
- 5) Esforce-se para fazer, do melhor modo possível, os problemas da vida serem vividos por sua classe.
- 6) Evite dar problemas demasiadamente difíceis para o nível da classe;
- 7) Acentue o reconhecimento da ligação existente entre o ensino dos problemas algébricos e a explicação dessas relações através do simbolismo e das equações;
- 8) Empregue variada e não ordenada lista de problemas para revisão, caso tenha grupado os problemas em tipos;
- 9) Permita ao aluno resolver os problemas, usando métodos diferentes dos seus;
- 10) Dê aos alunos a prática na resolução de problemas, contendo mais elementos do que são necessários para sua solução;
- 11) Apresente provas, consistindo em questões ou problemas, de diferentes graus de dificuldade, e não espere que todos os alunos possam resolver tôdas as questões.

III4.5 — SABER como DESPERTAR E MANTER O INTERESSE DO ALUNO PELA MATEMÁTICA

III4.3.1 — INTRODUÇÃO

É o problema da "motivação", conhecido teoricamente desde Rousseau, porém, na prática, só muito tempo depois foi o seu valor reconhecido.

Devido à variedade de tipos não há, segundo Wheeler, uma definição exata de motivação, todavia, é conhecido de todos que **motivar é despertar o Interesse**.

Existem dois tipos de motivação. Aliás, já Aristóteles reconhecia essa afirmação, dizendo que se podia fazer o homem agir, "ou por coação, ou desenvolvendo-lhe um impulso interior", impulso este que a professora Noemi Rudolfer chama de "motivo".

A motivação negativa é aquela que é conseguida, não por ameaças ou coação, pois não se compreenderia isto atualmente, mas, explorando certos impulsos egoísticos ou maléficos, como o medo, a vaidade e a ambição.

A **motivação positiva** é aquela que consiste em despertar os impulsos dos alunos e o seu interesse, de modo elevado e construtivo.

Apesar de haver quem não lhe reconheça seu justo valor, é a motivação um dos fatores mais importantes para a aprendizagem.

Há muitos professores de nossa Escola Secundária que negam o seu mérito e que com ela não se preocupam, alegando ainda que obtém ótimos resultados com turmas atentas e interessadas.

Isto pode facilmente acontecer, em função da própria personalidade, capacidade e mesmo bom senso do professor ou da qualidade dos alunos, mas, na verdade, não deixou de haver "motivação", embora que, não planejada. Porém afirmamos que, aqueles que, não intencionalmente, motivam suas turmas, caso preparassem essa "motivação", obteriam resultados muito superiores.

Porém, a nossa maior advertência é para aqueles, o não são poucos, que não têm suas turmas interessadas em suas aulas e que têm seus alunos durante as aulas, constantemente entregues à vadiagem mental. Para esses o estudo do problema da motivação seria um auxílio instimável.

Constituem maioria, em nossa escola secundária, os professores que começam suas explicações sem dizer o objetivo do assunto, a finalidade do que ensina, ou a aplicação prática dos problemas ou dos exercícios que realiza.

Esses professores, também, possuem a grande maioria de seus alunos total ou mentalmente afastados das explicações e desinteressados de suas aulas.

Há, também, os que, sem o saber, conseguem manter as turmas quietas e, aparentemente, interessadas, por meio de uma "motivação negativa".

A motivação tem sua técnica de emprego apurada e só o estudo do assunto pode suprir as deficiências daqueles que não conseguem conduzir bem as suas turmas.

A verdade é que, o problema de despertar e manter o interesse dos alunos não é realizado satisfatoriamente entre nós, professores secundários de Matemática, do Brasil, o que muito prejudica o ensino de nossa matéria, pois deixamos de lado um recurso precioso para a obtenção de uma boa aprendizagem.

"Deve ser considerada como axiomática", diz Lynwood Wren, "a afirmação de que os alunos trabalham melhor em tarefas pelas quais estão verdadeiramente interessados".

Porém, criar e manter o interesse dos alunos constitui uma das mais importantes e também das mais difíceis tarefas do professor de Matemática, principalmente do mestre do Curso Primário, cujos alunos se interessam por qualquer coisa nova, mas que também se distraem com qualquer coisa.

Assim, o problema da motivação constará de dois aspectos : **criar e manter o interesse.**

Convém dizer que obter dos alunos a aceitação do objetivo do professor como seu próprio nada mais é do que uma qualidade de motivação, das mais eficazes e proveitosas, a qual exige do professor o uso de uma perfeita técnica na arte de ensinar.

Essa motivação, todavia, não é suficiente; deve o professor procurar elementos motivadores durante toda sua aula, a fim de manter o interesse dos alunos, sem deixar também de motivar sua aula, considerada como um todo.

Essa motivação deve ser indicada pelo mestre, em um plano de aula, completo, logo em seguida ao "objetivo" da aula. É chamada por muitos de "motivação inicial", e por muitos considerada, também, como única motivação de seus planos de aula.

É usada para despertar o interesse pela lição e dela depende muito o êxito da aula.

Deve ser bem escolhida e bem dosado o tempo disponível para essa atividade, a fim de não prejudicar a aula.

Apresentamos, a seguir, algumas indicações que facilitam a apreciação do problema.

III.4.3.2 — FONTES DE MOTIVAÇÃO

- a) **Internas** — "Recursos naturais, inatos ou adquiridos de que dispõe o aluno para aprender".
 - 1) Motivação através da curiosidade intelectual.
 - 2) Motivação através da aplicação de conhecimentos de outras matérias.

- 3) Motivação através a importância dos valores Culturais e Educacionais.
- 4) Motivação mediante a verificação do emprego da Matemática para negócios, indústrias e outras profissões.
- 5) Motivação com auxílio da auto-expressão.
- 6) Motivação através de clubes de matemática e outras diversões desse tipo.
- 7) Motivação com auxílio do jogo e da atividade.
- 8) Motivação através da imitação.
- 9) Motivação através do interesse por aspectos da matéria relacionados com o ambiente doméstico.
- 10) Motivação através da disposição do aluno em adquirir a estima ou reconhecimento de seu valor pessoal, pelos pais, professores e amigos.
- 11) Motivação pela disposição a concorrência.
- 12) Motivação inspirada no gosto pela perfeição dos trabalhos.

b) Externas

- 1) Personalidade e habilidade do educador.
- 2) Atividade da classe tènicamente dirigida.
- 3) Acessórios de ensino.
- 4) O conteúdo da matéria.

Tôdas as fontes de motivação externas dependem, pois, em muito, da personalidade e habilidade do professor.

III.4.S.3 — QUALIDADES QUE DEVE POSSUIR O PROFESSOR
PARA QUE HAJA MOTIVAÇÃO

- 1) Interesses e entusiasmo pela profissão e pela matéria que ensina.
- 2) Facilidade e clareza de expressão, boa dicção, bom timbre e inflexão de voz.
- 3) Senso de justiça, noção de dever e compreensão.
- 4) Ausência de defeitos muito pronunciados que distraem a classe.
- 5) Disposição sadia, dinâmica e equilibrada.

Muitos professores conseguem turmas interessadas, sem auxílio de técnicas e sem possuírem quaisquer cursos de Didática, apenas por

possuírem em alto grau essas qualidades citadas. Lembramos, mesmo a esses mestres, que o conhecimento e uso das técnicas de motivação melhorariam em muito o rendimento de suas aulas.

HI.4.3.4 — TÉCNICAS DE MOTIVAÇÃO ÚTEIS AO ENSINO DA MATEMÁTICA

- 1) Correlação com o real.
- 2) Fracasso Inicial.
- 3) Participação ativa.
- 4) Discussão socializada .
- 5) Objetivos reforçados.
- 6) Competição.
- 7) Entrevistas pessoais.
- 8) Objetivos reforçados por exercícios e tarefas.
- 9) Interesse pelos resultados.
- 10) Motivação negativa.**
- 11) Influência da curiosidade.**
- 12) Aproveitamento de habilidades.
- 13) Emprego adequado do material didático-
- 14) Reforço de técnicas.

Outras técnicas existem, algumas até inexistentes nos compêndios, mas criadas pela habilidade e tirocínio dos mestres.

Assim, consideramos como de utilidade o emprego, durante o transcurso de aulas de Matemática, de recursos de motivação, como :

- a) Cálculos abreviados feitos pelo professor
- b) Emprego de regras práticas
- c) Citação de bons problemas, perguntas interessantes, relacionadas com a matéria ou dela fazendo parte, e que tenham sido formuladas em concursos e provas de habilitação a ciclos imediatamente superiores.

Outros princípios gerais da motivação podem ser encontrados nos trabalhos de Raleigh Schorling "How to secure and maintain interest in Mathematics".

III.4.3.5 — SINTOMAS DE MOTIVAÇÃO DAS CLASSES

- 1) Reclamação de vários alunos, quando alguém fala na ocasião em que estão atentos.
- 2) Participação espontânea (perguntas);
- 3) Decepção porque a aula acabou.
- 4) Alunos achando que o tempo correu depressa.
- 5) Perguntas após a aula.
- 6) Solicitações de informações.
- 7) Pedidos de livros, folhetos ou notas sobre o assunto.
- 8) Emprego de termos técnicos.
- 9) Ambiente alegre e cheio de atenção.
- 10) Pequenos debates entre os alunos sobre determinados pontos do assunto da aula.

III.4.4 — CONHECER BEM A NOVA PSICOLOGIA DOS EXERCÍCIOS

III.4.4.1 — INTRODUÇÃO

Há muita confusão nos livros de Pedagogia sobre a posição dos exercícios na Escola Moderna-

Raleigh Schorling é claro em sua opinião. Acha êle que, em Matemática, devem o sentido, o entendimento e a compreensão estar acima da habilidade, Ainda no seu modo de ver, raramente se justificam os exercícios sobre coisas ou aspectos que não são claramente compreendidos.

Convém que fique acertado que o exercício é uma das fases mais importantes da aprendizagem, especialmente da Matemática; a Álgebra, por exemplo, obriga à automatização de muitas habilidades específicas.

Stuart Rowe, querendo mostrar o valor do exercício, diz : "A formação de hábitos é a ciência do Ensino".

Realmente, se uma habilidade específica deve ser bem fixada (números relativos, operações algébrica, derivação, etc), se um conceito necessita ser bem e completamente desenvolvido e compreendido, ou se certas regras devem ser aprendidas com o fim de se obterem respostas

automáticas, o exercício — tanto quanto for possível — é a solução e a indicação conveniente.

Infelizmente, muitos professores têm uma opinião exagerada de que a repetição é, por si só desagradável e fastidiosa.

Noção falsa, comprovada pela evidência dos fatos, desde os mais simples até os mais elevados.

Acaso o "fan" do futebol não gosta de ouvir pelo rádio ou ler em jornais e revistas a repetição do que êle viu ?

Por ventura, cada peça de música não é composta tendo em vista o princípio da repetição ?

Sem dúvida alguma este problema está contido no estudo da "Fixação da aprendizagem" de que trataremos a seguir, em linhas gerais, por verificarmos a necessidade de sua apresentação neste trabalho.

III.4.4.2 — FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Consiste a **fixação** em estabelecer condições acarretadoras da permanência do aprendido pelo aluno.

Na antigüidade, a fixação tomava metade do tempo escolar do educando.

No século VI, os jesuítas eram acusados de dar pouco tempo para a **fixação**, apesar de 25 % a 35 % do tempo escolar do estudante ser destinado a essa etapa do ensino.

Do fim do século XVII em diante, começou a decrescer a importância da **fixação**, até chegar, com o início da Escola Nova, ao exagero de sua condenação. Aos poucos, todavia, os insucessos desse exagero colocando a fixação em uma situação estável, que persiste em nossos dias, apenas com uma nova técnica e uma nova interpretação de seu verdadeiro valor.

Assim, queremos frisar que não desejamos dar à fixação da aprendizagem a grande importância que se dava na antigüidade, nem adotar os métodos usados na Renascença. Lançamos mão, a nosso favor, das palavras de Martin Sternizand, as quais traduzem bem a posição atual da Fixação da Aprendizagem.

Diz êle : "Estamos voltando à repetição e aos exercícios, os quais, por certa época, foram considerados tão anacrônicos quanto os casti-

gos corporais. A reabilitação da Fixação da Aprendizagem nao significa que adotemos os velhos métodos empíricos".

III.4.4.3 — TÉCNICAS MODERNAS DE FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Sao cinco as fundamentais e que são usadas, no curso secundário no Brasil.

- 1) Exercícios
- 2) Recapitulação
- 3) Estudo dirigido
- 4) Tutorial
- 5) Tarefa ou deveres

III.4.4.8.1 — EXERCÍCIOS

Têm por finalidade a automatização de atividades específicas, criando hábitos e habilidades específicas.

O lugar dos exercícios na Matemática tem sido muito debatido nesses últimos anos. A reação contra o uso excessivo e indiscriminado dos exercícios, principalmente por aqueles que colocavam em posição destacada os conceitos e significados, fez com que alguns professores investissem contra os exercícios, quer valiosos ou deficientes.

Parece-nos, todavia, que a necessidade de automatização de certas operações não podem deixar de colocar em destaque os exercícios. É necessário, porém, que não se faça o que é comum: dar muito valor ao exercício e fazer como alguns professores, principalmente em cursos de preparação, que apenas ensinam exercícios.

Em resumo, o exercício é indispensável em Matemática. Dizem Butler e Wren que "a aquisição de facilidade de cálculo, em várias operações só podem ser asseguradas pelos exercícios".

É de boa técnica ter em vista que:

- a) Segundo Butler e Wren, "os exercícios só produzem resultado satisfatório se forem bem motivados".
- b) É necessário uma análise prévia dos dados do exercício.
- e) O primeiro exercício (modelo) deve ser feito pelo professor.
- d) Deve haver um tempo marcado (ótimo recurso motivador).

- e) Os exercícios devem ser bons e bem apresentados.
- f) Cada exercício, no ginásial, deve ter duração máxima de dez minutos, e no colegial, quinze minutos. Isto, entretanto, não é rígido, como tudo que se faz no Ensino.
- g) A lei do desuso é inimiga de professores e alunos.

Diferentes formas de exercícios

- 1) Escritos em silêncio
- 2) Oralmente
- 3) Ao quadro negro, com participação ativa da classe
- 4) com equipes
- 5) Em forma recreativa
- 6) como exercícios de dados paralelos.

III.4.4.3.2 — RECAPITULAÇÃO

Tem por finalidade a fixação de informações e conhecimentos da matéria.

Antigamente, era feito por meio de interrogatório ou recitação; hoje há diferentes e modernas técnicas para sua realização. Pode ser feita:

a) Em quadros sinóticos, no quadro negro ou em quadros murais, diapositivos ou filmes. Quando no quadro negro, lançar mão dos alunos.

b) Em forma socializada

Quando a recapitulação se processa mediante debates e discussões, que podem ser feitas sob orientação, ou não, do professor e, de preferência, com um aluno no quadro.

c) Em forma de resumos

Lidos em aula por um aluno e sob o controle do professor.

d) Em forma de problemas

Fornecidos, pelo professor, para os alunos discutirem entre si, com um estudo prévio, já realizado em livros indicados pelo professor.

OBSERVAÇÃO : É recomendável também a recapitulação sumária, no fim de cada aula ou no início da seguinte.

III 4.4.3.3 — ESTUDO DIRIGIDO

Dada a grande dificuldade que possuem muitos alunos de ter em casa um bom ambiente para estudar e por causa, mesmo, do afastamento dos livros, por parte do educando, o aproveitamento das salas do colégio para, sob a orientação da pessoa mais bem indicada para esse fim, que é o professor, ser realizado o estudo da matéria, parece-nos ideal.

A esse tipo de estudo, onde o professor deve, mais do que manter a ordem, dar efetiva e real assistência ao aluno chamamos de *estudo dirigido*.

O estudo dirigido é empregado, com ótimos resultados, no Colégio Modelo de Nova Friburgo (da Fundação Getúlio Vargas) e no Colégio de Aplicação (da Faculdade Nacional de Filosofia). Não sabemos de outras escolas do D. Federal que o empreguem, o que é explicável pela dificuldade de acomodação dos horários, já sobrecarregados de aulas.

Entretanto, a obrigatoriedade do emprego do estudo dirigido na Escola Secundária, no futuro é uma questão que deveria ser estudada, por causa de sua importância; e a sua indicação seria um remédio para corrigir a deficiência da aprendizagem em nossa escola secundária.

Em 1951, no Primeiro Congresso de Articulação de Ensino, a conhecida professora e educadora Irene da Silva Mello Carvalho, assistente da Faculdade Nacional de Filosofia e técnica do Departamento de Ensino da Fundação Getúlio Vargas, apresentou um interessante trabalho onde ressaltava a importância do estudo dirigido e mostrava que a crise ou decadência do ensino que se apregoava, naquela época, era causada pelo fato de o aluno não estudar, e sugeria o emprego do estudo dirigido como solução, apontando para isso os resultados práticos que vinha colhendo no Colégio Modelo da Fundação Getúlio Vargas.

Em 1955, no Primeiro Congresso de Matemática, a professora Eleonora Lobo Ribeiro apresentou um brilhante trabalho sobre o estudo dirigido, seu emprego e sua técnica. Esse trabalho foi realizado com a participação de vários professores do Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia e pode servir de fonte de con-

sulta para qualquer estudo ou iniciativa que possa a vir se realizar, sobre o assunto.

No intuito de esclarecer aqueles que não estejam em dia com a sua técnica, apresentaremos, a seguir, ligeiras informações a respeito.

a) *Sugestões para conduzir um estudo dirigido de matemática*

À primeira vista, este título pode dar a entender que o estudo dirigido de matemática necessita pouco ou quase não necessita do professor.

É verdade que a participação do professor é menos destacada do que quando ministra sua aula, mas, sem dúvida alguma, é mais produtiva para o aluno e, portanto, mais importante.

O estudo dirigido não coloca o ensino em um plano individual, mas consegue juntar as vantagens do ensino individual com as vantagens reconhecidas da instrução em grupo.

Para se obter bons resultados com o seu uso, é necessário que o professor esteja continuamente, durante todo o período de sua duração, em contacto com o trabalho de cada aluno.

Requer do professor uma inspeção maior, uma atividade constante, a fim de poder atender as dificuldades dos vários alunos.

Exige, também, rapidez de julgamento, pois terá de avaliar o que é realmente uma necessidade do aluno, e o que é, apenas, aversão ao trabalho por parte do aluno.

Não deve atender ao primeiro sinal de dificuldade do aluno e esclarecer tôdas as suas dificuldades.

E precisa perceber quais os alunos que gostam de ter sempre a assistência do professor, a fim de só ajudá-los nas ocasiões em que estiver convencido da sua real necessidade, e de orientá-los no sentido de se compenetrarem da responsabilidade que devem ter em suas tarefas, exigindo a assistência do professor o menos possível.

Não deve o professor procurar cada aluno, buscando-lhe as dificuldades a fim de o ajudar, pois, assim, dentro em pouco, estará atendendo a tantas dúvidas, que não haverá tempo para atender a todos, e a finalidade do estudo dirigido não será alcançada.

A assistência do professor deve ser a mais rápida possível, o suficiente para esclarecer o ponto nevrálgico da questão. Às vezes, basta uma pequena explicação ou uma só palavra.

O professor deve conhecer bem os seus alunos, para poder saber onde êle costuma errar e ter dúvidas, e até, muitas vezes, descobrir onde se encontra a dificuldade que próprio aluno não sabe precisar.

F. Lynwood Wren, professor de Matemática do George Peabody College for Teachers, apresenta uma lista de sugestões úteis aos professores, que conduzem estudos dirigidos de matemática, as quais resumiremos a seguir:

- 1) Certificar-se, antes de iniciar o estudo dirigido, de que o assunto de que consta o trabalho está bem compreendido por todos.
- 2) Estar certo de que tôdas determinações sobre a tarefa a ser realizada foram fornecidas e que cada aluno sabe claramente o que tem que fazer.
- 3) Verificar, também, se todos os alunos possuem o material necessário à realização do trabalho que vão iniciar. como medida de precaução, trazer um número pequeno de cada parte desse material, para ocasiões de emergência. Em última hipótese, se fôr indispensável haver empréstimos, que se façam por intermédio do professor.
- 4) Assim que se iniciar o estudo dirigido, fazer uma rápida inspeção no trabalho de todos os alunos, procurando notar quais os que parecem necessitar de mais ajuda. Deve evitar interromper essa inspeção para dar assistência individual aos alunos; aquêles que precisarem, realmente, dessa ajuda, poderão recebê-la depois. Essa inspeção visa, principalmente, verificar se há uma certa dificuldade geral que mereça uma explicação coletiva, que deverá ser prestada imediatamente.
- 5) Se não houver necessidade de explicações coletivas, após a inspeção geral, deve atender, individualmente, e inicialmente, aquêles que tiver notado serem incapazes de iniciar a tarefa ou estejam em séria dificuldade.

- 6) Gastar o menor tempo possível com cada aluno. Prestar essa ajuda discretamente. Evitar comentar com um aluno as dificuldades dos outros.
- 7) Estabelecer com o alunos um clima de compreensão que permita ao aluno compreender que, geralmente, o professor sabe melhor quem necessita de ajuda, quando deve ser ajudado e o que deve receber de ajuda e que, portanto, no lugar do aluno ficar parado, esperando pelo professor, deve continuar persistindo em seus esforços, até que o professor possa determinar se êle precisa ou não de ajuda.
- 8) Deve treinar o professor, para tornar-se apto a perceber rapidamente as chaves das dificuldades dos estudantes de matemática, em precisar logo o engano ou o erro cometido. com isso êle economizará, o tempo dele e dos alunos, e aumentará o interesse de ambos, também.
- 9) Tôdas as vêzes, e em qualquer hipótese, uma atmosfera convidativa é recomendada, para quem estuda, e deve ser mantida na sala.
 Pode, contudo, um aluno conferir com um colega um resultado, mas, sempre, dentro dessa atmosfera de silêncio.
- 10) Deve observar com cuidado os alunos, podendo êle mesmo suprir métodos de proceder não produtivos por modos de proceder mais positivos.
 Deve procurar ver os defeitos do seu ensino e procurar ajustar seus pontos de vista com os dos alunos mais moços.
 Em resumo, o estudo dirigido, dentro do ponto de vista que tratamos, é uma das mais valiosas experiências para o professor de matemática.

O professor de nossa escola secundária pode usar este método, dependendo dos diretores de suas escolas ou dos programas que tem a realizar, que, como já vimos, às vêzes cortam a possibilidade de seu emprego.

b) *Algumas sugestões para os alunos estudarem matemática*

É óbvio que os estudantes, geralmente, nao sabem estudar matemática.

Às vêzes, empregam ineficientes processos, às vêzes não sabem como principiar, às vêzes perdem tempo em pôr em ordem as idéias. Se eles precisam adquirir a habilidade de estudar efetiva e independentemente, necessitam também ser instruídos nos hábitos e métodos de estudar. Ninguém melhor que o professor de matemática para dar aos seus alunos essas instruções.

Vejamus uma lista com algumas das instruções que devem ser fornecidas aos alunos:

- 1) Formar o hábito de estudar matemática num determinado horário.
- 2) Formar o hábito de estudar matemática num determinado lugar.
- 3) Formar o hábito de iniciar seus trabalhos de uma vez, sem demoras e molezas.
- 4) Formar o hábito de, quando iniciar um trabalho, concentrar nele tôda sua atenção.
- 5) Procurar evitar interrupções no seu trabalho.
- 6) Iniciada uma tarefa, trabalhar tão ràpidamente quanto fôr possível.
- 7) Procurar fazer todo o trabalho sozinho.
- 8) Planejar seu trabalho antes de seu horário de estudo iniciar-se.
- 9) Ler os problemas e exercícios com cuidado. Procurar guardar, mentalmente, o que foi dado e o que *se* procura.
- 10) Pensar bem num problema, antes de começar a resolvê-lo, e não o iniciar enquanto não estiver certo de que o entendeu.
- 11) Se não souber iniciar um problema ou exercício, consultar seu livro texto ou as explicações dadas pelo professor.
- 12) Experimentar escrever os problemas de modo mais claro e específico
Muitas vêzes a solução aparece mais facilmente.
- 13) Decorar fórmulas e regras, mas certificar-se de que entendeu seu sentido e de que saberá usá-las corretamente.
- 14) É melhor decorar fórmulas e regras por inteiro do que por partes.
- 15) É bom, para decorar fórmulas, regras e enunciadas de teoremas, fazer sua leitura em voz alta.

- 16) Recursos mneumônicos facilitam a memorização de fórmulas.
- 17) — Trabalhar com cuidado. Dá mais trabalho descobrir erros do que evitá-los.
- 18) Lembrar-se de que, nas fórmulas, cada símbolo tem um significado. Adquirir o hábito de ler sempre o sentido dos símbolos das fórmulas que usa.
- 19) Ler com atenção e refletir no que lê. A leitura superficial, em matemática, é, geralmente, perda de tempo.
- 20) Formar o hábito de exprimir regras e propriedades por meio de símbolos.
- 21) Um exercício é usualmente, uma série de partes- Fazer uma parte de cada vez.
- 22) Comparar exercícios de álgebra com exercícios semelhantes de aritmética.
Às vezes, podem surgir conclusões e sugestões interessantes.
- 23) Quando o tempo permitir, verificar as respostas do trabalho.
- 24) Em problemas numéricos, formar o hábito de, preliminarmente, estimar um resultado que servirá para verificar a resposta.
- 25) Quando ouvir uma explicação em aula, prestar a máxima atenção, não acompanhar no livro texto, nem usar lápis, a não ser por indicação do professor.

II.4.4.3.4 — TUTORIAL

Chamamos de tutorial (de *tutor* mais *i*, mais *al*) ao trabalho socializado em que, apresentado o problema, os alunos convenientemente preparados e organizados em grupos, sob a chefia de um deles, procuram, por meio da discussão, chegar a uma conclusão completa e aceita por todos ou pela maioria do grupo.

É empregado, no Brasil, na Escola do Estado Maior do Exército, a Escola de Aeronáutica e, no nível de ensino secundário, foi realizado, em 1952, no 3.º ano da Escola Preparatória de Cadetes da Aeronáutica.

) Finalidades

Provocar o raciocínio reflexo nos alunos; adestrá-los nos trabalhos coletivos, desenvolvendo-lhes o espírito de solidariedade e cooperação;

permitir ao professor um melhor julgamento de seu trabalho, da capacidade de seus alunos, dando-lhe assim maior oportunidade de bem se identificar com seus alunos.

b) *Indicação*

Revisão da matéria dada; esclarecimento de pontos falhos ou duvidosos para os educandos. Tem sua maior oportunidade nas ante-vésperas de uma "prova de verificação". Seria o ideal que, no Curso Secundário, se pudesse realizar um trabalho deste gênero, no fim de cada unidade, antes de cada prova mensal, ou pelo menos antes de cada prova parcial.

Na nossa escola secundária, salvo raríssimas exceções (escolas militares, alguns internatos), acreditamos ser difícil seu emprego; contudo, nas ante-vésperas das provas seria possível e até aconselhável.

Possível, porque, em geral, as escolas e colégios costumam organizar seus horários de modo que sobre dias para os alunos recapitularem! em casa, a matéria dada, o que para os alunos vadios (e não são poucos) constitui o único período em que estudam.

Aconselhável, porque, se o aluno precisa estudar e recapitular ninguém melhor do que o seu professor para o orientar nesse estudo recapitulativo. Muitos professores fazem essa recapitulação quando já completaram o programa, porém o fazem sem obedecer a uma determinada técnica.

Em matemática, o uso do tutorial na escola secundária, especialmente nas ante-vésperas das provas parciais seria útil à aprendizagem.

como exemplo, citaremos a segunda série ginásial. com um programa constituído de assuntos que os alunos esquecem mais facilmente e mui rapidamente, esse estudo, conduzido por quem de fato quer obter boa aprendizagem, produzirá, certamente, resultados compensadores.

Ainda aqui a questão dos programas exequíveis é primordial, a fim de que sobre tempo para a aplicação do tutorial.

c) *Técnica*

O professor ou "tutor chefe", sob cujo tirocínio e fiscalização se desenvolve o exercício, deverá:

- 1) Apresentar aos alunos o assunto a ser recapitulado, fornecendo para isso uma folha de questões, confendo perguntas, testes, teoremas, exercícios e problemas, sobre todo o assunto, e de modo que obrigue o aluno a rever tôda a matéria do trabalho.
- 2) Fornecer, na ocasião da entrega do trabalho, tôda documentação necessária inclusive indicando onde os assuntos do trabalho serão fãcilmente encontrados.
- 3) Levar a efeito uma pequena preparação psicológica, sobre a natureza e finalidade do trabalho, libertando assim os alunos de constrangimentos e receios descabidos.
- 4) Escolher grupos de seis ou mais alunos, de acordo com as possibilidades do local de trabalho, de modo que os grupos embora guardando certa homogeneidade, tenham alunos de capacidade ou experiênciã diversas. Esses grupos devem variar com os trabalhos.
- 5) Indicar, para cada grupo, um pequeno chefe ou "tutor de grupo", que seja o mais identificado com o próprio grupo, sem deixar, entretanto, de ser dos mais capazes.
- 6) Na hora da sessão ou do trabalho socializado, colocados os alunos em seus lugares, lembrar-lhes que cada questão deve ter uma solução ou conclusã do grupo (nã lacônica), e que eles nã devem procurar com os argumentos apresentados vencer as opiniões divergentes, porém, sim, convencer os colegas discordantes.
- 7) Avisar que, enquanto um elemento do grupo explanar uma questão, o "tutor do grupo" nã deve permitir que outros elementos discutam ou consultem livros.
- 8) Planejar um período de duraçã de uma a quatro horas, conforme o nível da turma.
- 9) Intervir quando, por qualquer motivo, a discussã estiver desviada do assunto, quando nã houver resposta satisfatória, ou quando houver discordãnciã entre os elementos do grupo.
- 10) Fazer distribuir, após a realizaçã da sessão, as respostas ou soluções às questões apresentados.

III.4.4.3.5 — TAREFAS OU DEVERES

Técnica

É recomendável:

- 1) Relacionar a tarefa com a aula, planejando-a com critério.
- 2) Calibrar a tarefa quanto ao tempo, dificuldade e realidade.
- 3) Atender, na medida do possível, as diferenças individuais.
- 4) Graduar, quando necessário e possível, as tarefas dos alunos.
- 5) Não dar tarefas livres (planejadas e realizadas pelos alunos).
- 6) Não dar três tarefas seguidas que exijam a mesma atividade do estudante.

Ocasião para inarcar a tarefa

Há três correntes diferentes:

- a) A tarefa deve ser marcada no início da aula.
Vantagens: alunos descansados prestam mais atenção; ótimo elemento motivador.
Desvantagens: Devia ser o complemento da aula; é mais fácil o aluno esquecer.
- b) A tarefa deve ser marcada no fim da aula.
Vantagens: complemento da aula; maior interesse dos alunos por já conhecerem o assunto; esquecem menos.
Desvantagens: dificuldade de, algumas vezes, o professor dar instruções suficientes, pela falta de tempo.
- c) A tarefa deve ser dada no momento psicológico, contanto que não seja nos últimos instantes da aula, pois não haverá tempo para as elucidações necessárias.

Procedimento do professor

- a) Dar ênfase ao momento da marcação da tarefa, que deve ser apresentada procurando-se despertar o interesse dos alunos para sua realização.
- b) Ditar e escrever no quadro negro a tarefa.
- e) Explicar sucintamente como quer que seja feita.
- d) Marcar, com precisão e clareza, o dever.
- e) Marcar o prazo de entrega.
- f) Dizer *onde* quer que faça e *com quê*.
- g) Dar as referências bibliográficas necessárias.

- h) Não deixar de devolver as tarefas corrigidas ou para serem corrigidas no quadro negro.

III.5 — O emprego dos acessórios de ensino em Matemática

III.5.1 — PRELIMINARES

São os acessórios de ensino "atratores de atenção" extremamente úteis para a eficiência do ensino, além de constituírem uma fonte poderosa de elementos e recursos motivadores.

O termo "acessório de ensino", ou "material didático" é usado por uns como todo e qualquer acessório material usado pelo professor (quadro negro, giz, apagador, livro-texto, cadernos, instrumentos ou ferramentas); outros, entretanto, incluem nessa denominação acessórios materiais especiais (filmes, discos, diapositivos e diafilmes, imitações, quadro murais, figuras e modelos).

Estes últimos justificam o uso dos "*acessórios de ensino*" pelas seguintes razões:

a) *Maior aprendizagem*

Estatísticas mostram que os alunos, num mesmo intervalo, aprendem mais 35 %.

b) *Grava-se o assunto por mais tempo*

Ainda as estatísticas mostram que os assuntos, aprendidos com auxílio deste recurso, são lembrados durante um período de tempo 55 % maior.

c) *Maior interesse*

Despertam maior atenção, pois os alunos desejam que as "coisas sejam práticas".

d) *Elevam o moral*

O aluno adquire confiança na sua capacidade de execução.

e) *Padronizam a instrução*

Podem ser obtidos resultados semelhantes em diversas escolas.

f) *Economizam tempo*

Um simples quadro mural, mesmo que apenas com dados históricos, fórmulas ou definições, é suficiente para que essa economia se realize.

São esses os objetivos importantes que o professor terá com o emprego adequado do material didático.

Deve todavia, o professor ter em vista que, mesmo com tão excelentes objetivos, se êle não despertar o interesse dos alunos, trabalho será perdido. É pois, indispensável que o professor não coloque apenas "em posição" o acessório, mas que tenha arte em usá-lo. Inclusive, para não tornar ridícula a sua aula.

Carece, pois, o professor, de grande habilidade para o uso do acessório de ensino, especialmente em turmas de nível mais elevado.

O emprego do material didático deve ser feito à medida que a aula transcorre, quando se tornar oportuno, e não no fim ou início da aula, determinadamente.

Não compreendemos que professores condenem o seu uso em turmas além da segunda série ginásial, ou mesmo que seja no segundo ciclo do curso secundário.

Mesmo argumentando que, em Matemática, o uso dos acessórios de ensino requer grande cuidado, devido ao caráter abstrato da disciplina, não se deve, pensamos nós, baseados em várias fontes de consulta, deixar de usar acessórios, quaisquer que sejam, (desde quadros murais para facilitar a demonstração do teorema do Rouché, o uso de curvas e gráficos que facilitam o entendimento de certos conceitos, ou, até, o uso de um guarda-chuva para provar uma propriedade dos ângulos poliédricos), que venham a facilitar a compreensão dos alunos e economizar o tempo precioso de duração da aula.

O caráter humanístico da escola secundária não poderia obrigar a tais rigores, e, mesmo usando "acessórios de ensino", não faltarão ao professor de matemática oportunidade para criar no aluno o grau de abstração necessário à vida.

E não se deve esquecer que, para os objetivos da Escola Secundária, é muito mais importante e, cremos mesmo, fundamental, que o aluno aprenda bem os conceitos fundamentais.

E não acreditamos que se possa fazer restrições à maneira de bem fazer os alunos aprenderem esses conceitos.

Diz Raleigh Schorling, em seu livro "Teaching in Mathematics", na página S2: "Tendo em vista as largas somas gastas pelas escolas modernas nas secções de atletismo, nos aparatosos laboratórios de

ciências e artes, parece absurdo esperar que os professores de matemática ensinem com nenhum outro "equipamento" que não seja o quadro negro, giz, apagador, e alguns poucos pedaços de cordão e de régua".

No curso ginásial a tarefa é mais fácil, porém, no curso colegial o uso do material didático é possível e, também, necessário. (Poderíamos imaginar o que representaria para a aprendizagem a possibilidade de possuímos material didático adequado para todo o estudo da Geometria da primeira série colegial) .

III.5.2 — MELHOR EMPREGO DOS ACESSÓRIOS DE ENSINO NO ESTUDO DA MATEMÁTICA

É, na Matemática, que o emprego do material didático requer maior cuidado, por causa do caráter abstrato da matéria.

É variadíssimo o número de acessórios de ensino que podem ser usados no estudo dessa matéria. E, dentro das partes dessa disciplina, é a Geometria que fornece maior ensejo para o uso do material didático, principalmente a Geometria intuitiva.

Deve-se, é bem verdade, mesmo usando "atratores de ensino" que forneçam ao aluno uma imagem real das coisas, procurar levar o aluno do concreto para o abstrato, respeitando naturalmente o grau de maturidade do educando.

Veremos, a seguir, uma apreciação resumida das diferentes espécies do material didático usado no ensino da Matemática.

A) *Material didático instrumental, ou de trabalho*

Quadro negro, giz, apagadores, régua, compassos, esquadros, transferidores, vareta para indicação, máquinas de calcular, teodolitos etc. Alguns de uso específico e determinados assuntos, outros mais gerais. Falemos dos mais usados.

O quadro negro, giz apagador, vareta

Sugestões para o seu emprego:

1) Os desenhos (salvo os necessários para elucidações) ou escrita de assuntos vastos ou complexos devem ser feitos antes da chegada da turma. Cobrir o que está escrito com folhas de cartolina é de boa técnica, para que a vantagem obtida com a economia de tempo não seja prejudicada pelo fato de os alunos deixarem de seguir a

exposição do professor, a fim de irem examinando o que já está escrito no quadro.

Assim, o professor vai descobrindo cada parte escrita no quadro de acordo com a matéria que vai apresentando. Convém, no "plano de aula", prever o que deve ser apagado ou o que deve ser recoberto (prevendo uma dúvida do aluno).

Um sumário da matéria pode ir sendo escrito no quadro ou já ter sido escrito e ser, então, descoberto no fim da aula. O emprego de um auxiliar que deve ser convenientemente instruído, será muito útil, quando possível.

2) Todos os desenhos devem ser feitos em escala grande e os títulos escritos com tipos grandes e em cores variadas, a fim de facilitar a visibilidade.

3) O giz deve ser apontado com ponta quadrada, para poder produzir linhas simétricas (muito útil para antes da aula escrever no quadro). Utilizar giz colorido no que deve ser realçado .

Usar o pagador da esquerda para a direita e de baixo para cima.

4) O professor deve colocar-se de um dos lados do desenho ou escrito (ou quadro mural qualquer), de preferência à direita, se dextrômano, de modo que não cubra o que quer mostrar e possa ver toda a classe. Não convém encostar-se no quadro negro nem apontar com o dedo (tolhe a visão de vários alunos e vai apagando o que está escrito.

Deve usar a vareta para apontar, com o que pode dar 100 % de visibilidade ao quadro, além de poder mostrar, às vezes, certas indicações sem baixar o quadro e sem fazer "ginástica". Não faça, entretanto, da vareta um martelo...

B) *Material didático informativo*

Livro-texto, livros didáticos de matemática, revistas informativas sobre a matéria ou assuntos com ela relacionados, formulários, livros de trabalhos (Workbooks), livros com testes, etc.

Os livros textos, diz Lynwood Wren", "como um auxiliar do ensino ocupa um lugar único e cumpre também uma função única). É um fator importante no plano educacional, pois determina o conteúdo e a organização do curso de Matemática.

Em muitos casos, é o livro de Matemática o próprio curso. Assim, a avaliação e a seleção do livro-texto é tarefa extremamente difícil.

Existe uma tabela para escolha do livro didático de A. e D. Binning (tôdas as matérias) e no livro "The Teaching of Secondary Mathematics", escrito por Butler e Wren existe, nas páginas 91 e 92, uma lista do que deve ser considerado para a seleção de um livro-texto de matemática.

C) *Material didático ilustrativo ou descritivo*

Desenhos, esquemas, filmes, modelos, quadros murais, diapositivos, diafilmes, etc.

A nosso ver, são esses acessórios de ensino que podem ser melhor aproveitados no ensino da matemática.

Acentuemos, apenas, o que, no uso de esquemas, modelos e quadro murais, é de grande valor no ensino da matemática.

Os quadros murais podem ser usados não só para explicação ou demonstração, para adaptação de figuras geométricas, mas em qualquer série, para ajudar o professor a ganhar tempo e a seguir o plano de aula elaborado (principalmente por professores principiantes).

O epidiascòpio pode ter aplicações diversas:

Apresentação de quadro sinótico, desenhos ilustrativos, figuras geométricas e até para a resolução de problemas ou ensino de regras úteis ao cálculo.

Naturalmente, o professor deve ficar ao lado da tela, de vareta na mão, pronto a indicar o que fôr necessário e complementando com suas explicações a apresentação. Deve êle, também, entregar ao operador as gravuras dispostas numa certa seqüência (quando possível, numeradas) e dar-lhe as instruções necessárias antes da aula.

D) *Material didático analítico ou de observação*

Modelos de corpos geométricos, ângulos e outras figuras planas.

E) *Material experimental ou demonstrativo*

Diferentes tipos de sólidos, aparelhos simples, de madeira, para explicação das frações e suas operações; jogos aritméticos; o ábaco russo; os tabuleiros de unidades e frações de Pestalozzi; as caixas de cálculo de Tillich; o tabuleiro de Gerbach; aparelhos para geração dos

sólidos; aparelhos para demonstração do teorema de Pitágoras, Thales., Euler e outros; quadro negro esférico, mapa negro quadriculado para traçado de gráficos; material natural e espontâneo como feijões, os dedos da mão, etc.

F) *Material simbólico*

Gráficos, estatísticas, retratos de matemáticos ilustres, ilustração de problemas clássicos, mapas com símbolos convencionais, etc.

III.5.3 - LABORATÓRIOS DE MATEMÁTICA

"Estritamente falando" diz Charles Butler, professor de Matemática de um Colégio para professores, nos Estados Unidos, "a matemática não é uma ciência experimental, ainda que possua um número ilimitado de aplicações nas situações econômicas, comerciais e industriais, e na engenharia e ciências naturais".

"Essas aplicações, diz ainda Butler, "são provavelmente mais interessante, para muitos estudantes, do que o conteúdo abstrato dos livros textos".

E, pensamos nós, se essas aplicações forem bem selecionadas e apresentadas aos alunos, de modo que os princípios matemáticos que devem ser transmitidos aos alunos fiquem bem evidenciados, então, não há dúvida de que essas aplicações são valiosíssimas, mesmo do ponto de vista matemático.

Aliás, é baseado nesta idéia que aplaudimos o uso, pelos americanos, dos laboratórios de matemática (The Mathematics Classroom), equipados com os mais variados e necessários acessórios de ensino.

Pormenores desses laboratórios poderão ser encontrados no "Eighteenth Year Book", publicado pelo "National Council of Mathematics", ou nas gravuras das páginas 81 e 82 do livro de R. Schorling "The Teaching of Mathematics".

Convém que se diga que, aqui no Brasil, existe o Laboratório de Matemática Professor Pereira Caldas, no Instituto de Educação desta Capital, notável realização que, por motivos que não sabemos explicar, não vem sendo empregado como deveria ser.

Nos Estados Unidos não constituem exceção os colégios que os possuem.

III.5.4 — A DIFICULDADE DO EMPREGO DO MATERIAL DIDÁTICO
EM NOSSA ESCOLA SECUNDARIA

Sua instalação é muito útil e não se justificam as restrições ao seu emprego.

De um modo geral, não possuem os colégios particulares, e quase todos os oficiais, acessórios de ensino de matemática, que não sejam sólidos de madeira ou de gesso e alguns quadros murais sobre sistema métrico.

Sabemos da dificuldade de encontrar outros acessórios de ensino da matemática e, principalmente de comprá-los

Entretanto, em muitos colégios, particulares e oficiais, existem professores que possuem uma variedade desses acessórios, alguns feitos por eles próprios, outros feitos pelos alunos, porém, todos, ou quase todos, simples, baratos e, muitas vezes, de fácil execução.

Possuímos, obtidos da maneira acabada de citar, mais de uma dezena de quadros murais e uma quantidade enorme de pequenos aparelhos para demonstrações de teoremas e propriedades ou melhor compreensão de certas regras, material didático este das sete séries do Curso Secundário.

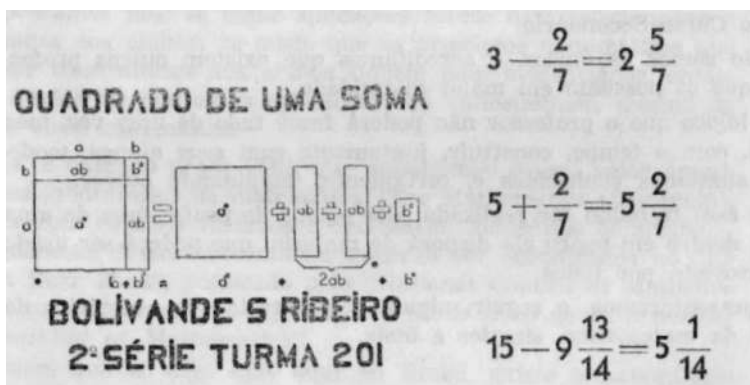
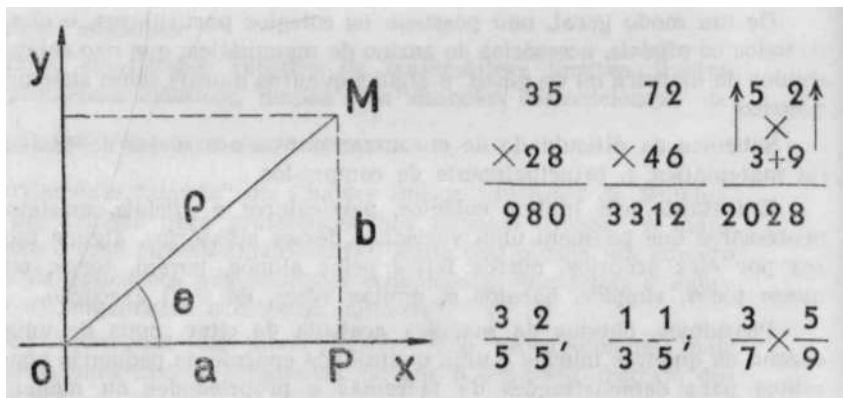
Não somos os únicos, e acreditamos que existem outros professores que os possuam em maior quantidade.

É lógico que o professor não poderá fazer tudo de uma vez, mas poderá, com o tempo, construir, juntamente com seus alunos, modelos e aparelhos conhecidos e, certamente, imaginando outros.

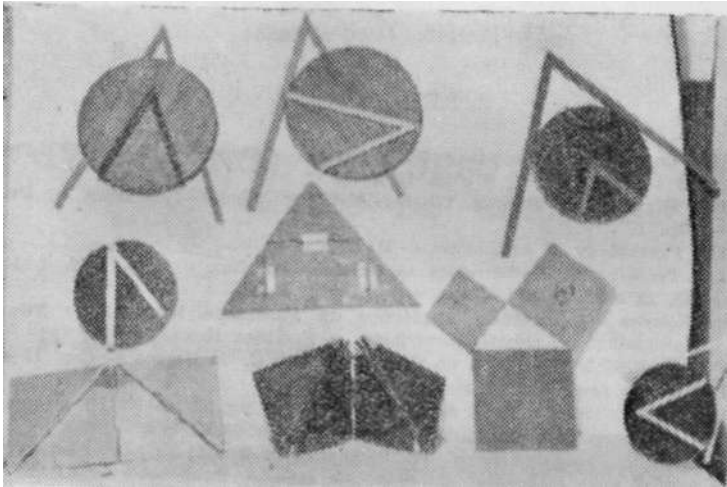
Se esse trabalho fôr realizado pela equipe de professores de uma escola, dentro em pouco ela disporá de material que poderá ser usado com proveito por todos.

Apresentaremos, a seguir, algumas fotografias de acessórios de ensino da matemática, simples e úteis.

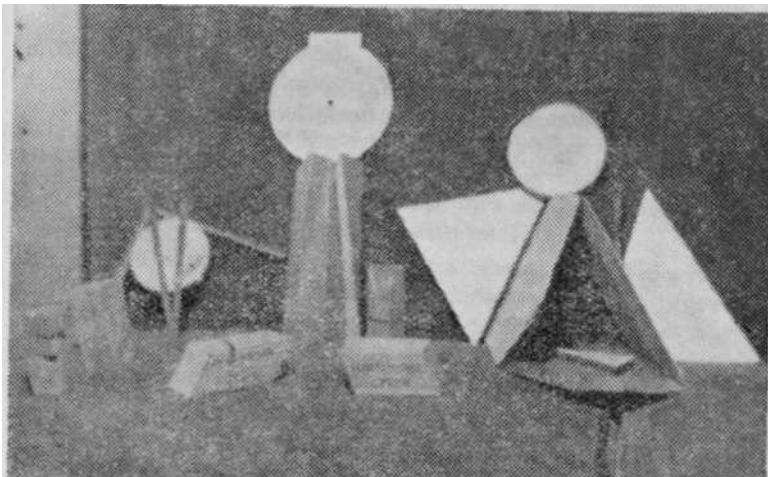
REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA



Quadros Murais : para o ensino da representação geométrica dos números complexos (3.ª série científica); para o ensino do "quadrado de uma soma" (2.ª série ginásial); e para o ensino do cálculo mental abreviado (1.ª série ginásial).



Acessórios de Ensino: utilizadas na demonstração do Teorema Angular de Thales, para demonstrar o Teorema de Pitágoras; e para o estudo de "ângulos no círculo».



Acessórios de Ensino : para o cálculo do valor de "pi"; para demonstrar o Teorema de Euler; para demonstrar que um prisma é equivalente a três tetraedros...; para provar que um prisma obliquo é equivalente a um prisma reto...; para o ensino de regras práticas de frações; para conhecer todos os tipos de ângulos no círculo; e um formulário geométrico.

REFERÊNCIAS

- 1) The Teaching of Secondary Mathematics — Charles Butler and Lynwood Wren — Cap. 3, 5, 7, 9 e de 11 a 18.
- 2) The High School Science Teacher and His Work — Carleton E. Preston — Cap. I.
- 3) The Psychology of Arithmetic — E. L. Thorndike.
- 4) The Teaching of Mathematics — Raleigh Schorling — Cap. 1, 2, 4, 11, 12, 13, 15, 21 e 22.
- 5) Publicações do Diretório Acadêmico da Faculdade Nacional de Filosofia.
- 6) A Matemática na Escola Secundaria — Euclides Roxo.
- 7) Função Didática do Plano no Ensino — Dora C. de Barros — Cap. II e III.
- 8) Manual do Instrutor da Marinha.
- 9) Modern Methods in High School Teaching — pg. 69 — H. R. Douglas.
- 10) The Teaching of Mathematics — D. R. Davis — Cap. 4.
- 11) Planing for Teaching — R. W. Richey — p. 1 a 31.
- 12) Sugestões para elaboração do plano de aula — Publicação do CBAEI.
- 13) EBSA — N.º 80 — Conferência da Prof.ª Noemi S. Rudolfer.
- 14) The Teaching of Junior High School Mathematics — D. Smith and W. Reeve p. 359 a 403.
- 15) More Learning in Less Time — Manual da Marinha dos Estados Unidos.
- 16) Multi Sensory Aids in the Teaching of Mathematics — The School Review — 1951 — p. 54 a 193.
- 17) Multi-Sensory Aids in the Teaching of Mathematics — 18th. Yearbook.
- 18) Psychology in Education — H. Sorenson — p. 310 a 363.
- 19) Faça o seu giz falar — Publicação da D. E. Naval.
- 20) What is the matter with Arithmetic — Frank Mc Murray.
- 21) The Techniinue of Teaching Secondary-School Mathematics — Bre3lich p. 41-44.
- 22) O Tutorial como método de ensino — Publicação da Diretoria do. Ensino do Exército — 1953.

IV) PLANOS DE CURSO PARA CADA uma DAS SERIES DO CURSO SECUNDARIO

IV. 1 — Preliminares

Apresentaremos, a seguir, sete planos de curso, sintéticos, para as quatro séries do ginásial e as três do Científico.

Nesses planos de curso resumidos visamos principalmente auxiliar o professor na distribuição da matéria pelo número de aulas disponíveis (III.2) e mostrar, também sucintamente, as partes principais de cada assunto.

Sabemos que, para determinados assuntos, seria ideal um maior número de aulas, contudo, a fim de que se possa fazer face a toda a matéria da série, necessário se torna, distribuir o tempo disponível de modo a que não fiquem os alunos desconhecendo alguns assuntos que lhes irão fazer falta nos anos seguintes. É lógico que, para os assuntos mais importantes, teremos que dedicar maior número de aulas, porém, sempre com a lembrança de que a maioria dos assuntos são Importantíssimos para os estudos futuros.

com o intuito de realizar uma efetiva e bem dosada distribuição do conteúdo da disciplina pelo número de aulas, procuramos ouvir vários professores de matemática, consultar cadernetas de classe de alguns colégios e analisar nossas fichas com a distribuição da matéria e a conseqüente realização, nos anos de 1952 a 1955.

Procuramos tomar, como coluna vertebral dessa distribuição, o Colégio Pedro II e o Instituto de Educação, onde os programas são obrigatoriamente cumpridos, e com três aulas semanais.

Assim procedendo, não estamos aprovando o programa aluai, do qual fazemos restrições, mas, sim, realizando um planejamento que

possa resolver, em parte, as dificuldades criadas por êle, cobrindo assim as lacunas que citamos em 1.2.

rV.2 — Plano de Curso da Primeira Série Ginásial

IV.2.1 — INSTRUÇÕES

No programa da primeira série, as três primeiras unidades podem ser ensinadas com a orientação de um qualquer dos livros didáticos adotados, com maior ou menor desenvolvimento de acordo com a turma.

Na unidade IV, o programa oficial não esclarece que, para a apresentação das fórmulas das áreas e volumes das diversas figuras geométricas, se tenha que dar a parte conceitual, porém, é claro que se torna necessário fazer com que o aluno identifique bem essas figuras e saiba a nomenclatura de seus elementos fundamentais.

Alguns alegam que o aluno já sabe "isso" do primário, entretanto, mesmo esses otimistas, deveriam fazer uma prova ou um interrogatório diagnosticador capaz de verificar a real situação de seus alunos.

Parece-nos melhor o professor dedicar um pouco do seu tempo para essa parte, tomando cuidado para dar o menor número de definições possíveis e apresentar uma nomenclatura bem resumida. Para isso, achamos ideal o uso dos acessórios de ensino (III.5) a fim de, economizando tempo, obter melhor e maior aprendizagem.

Aconselhamos que não se ensine densidade e velocidade angular e que se dê apenas aos alunos uma noção simples e rápida do que é velocidade.

Não se deve ensinar, nas unidades de ângulo, o radiano.

Nas unidades inglesas e norte-americanas mais conhecidas no Brasil bastaria que se ensinasse a milha, a jarda, o pé e polegada, e achamos oportuno e necessário o ensino do sistema monetário inglês.

Aconselhamos, também, que os números relativos sejam incluídos em tôdas as provas mensais, a fim de que se obtenha uma regular fixação da aprendizagem desse assunto, pois, é de grande importância para a segunda série ginásial. Alguns professores, visando a série seguinte, ensinam os números relativos como último assunto do programa da primeira série.

IV.2.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

Itens	UNIDADE I	N.º de Aulas
1	Numeração	2
2/3	Adição e subtração	4
4	Multiplicação e potenciação	3
5	Divisão e problemas sobre as quatro operações ..	5
6	Números relativos	7
UNIDADE II		
1/2	Múltiplos e divisores — Números primos	6
3/4	M.i.d.c e m.m.c	5
UNIDADE III		
1	Frações	7
2	Números decimais	4
UNIDADE IV		
1	Sistema métrico	10
2/3	Números complexos	7
	Provas mensais	5
	Ajustamentos do programa e verificação da aprendizagem	6
TOTAL		70

IV.3 — Plano de Curso da Segunda Série Ginásial

IV.S.1 — INSTRUÇÕES

O ensino da matéria da segunda série ginásial é difícil, mesmo para o professor competente e experiente, porque a capacidade média da turma não permite que os assuntos sejam abordados com uma certa profundidade; porém, se fôr dada a matéria superficialmente, não poderão os alunos obter o lastro algébrico suficiente para as séries futuras. A determinação do meio termo ideal é, pois, assim, o grande problema do professor.

Além do mais, em virtude da dificuldade de cumprir o programa, não há a necessária fixação na aprendizagem de alguns assuntos. Por

exemplo, com a facilidade com que os alunos aprendem, separadamente, as regras do cálculo dos radicais, com a mesma facilidade as esquecem. como solução de emergência convém incluir, em tôdas as provas mensais, esse assunto.

Aconselhamos que não se ensine o item 4 da unidade 1 (raiz cúbica); aliás já se faz assim, no Colégio Pedro II, desde 1954.

Lembramos que, no estudo de raiz quadrada, o programa oficial só contém aproximação decimal.

Recomendamos o ensino do cálculo dos radicais após o ensino das operações algébricas, inclusive para facilitar a racionalização dos denominadores binômios; aliás, já vem sendo feito assim no "Instituto de Educação" (DF) há bastante tempo.

Após o ensino do cálculo de radicais, é que, então seria aconselhável o ensino das raízes quadradas das frações; além de facilitar a aprendizagem dos alunos, seria ótima oportunidade de lhes mostrar uma aplicação da racionalização.

Não abordar o estudo do binômio linear. E, se o fizer, incluir esse estudo no capítulo de desigualdades, tratando da variação do sinal do binômio como aplicação de inequações do primeiro grau, sucintamente e de modo o mais prático e elementar possível.

Quadros sinóticos dessa variação, usando símbolos do infinito, em vez de facilitar a aprendizagem dificulta-a pois dá a impressão, ao aluno, de assunto complicado e difícil.

A discussão da equação e do sistema do primeiro grau, não deve ser apresentada na segunda série, como o era, antigamente, na quarta série, sob o aspecto clássico porém acima do nível médio das turmas.

Em nossa opinião, melhor será partir de sistemas numéricos para então apresentar a conclusão geral. Ou um outro processo, a escolha do professor, que venha simplificar a aprendizagem.

O ensino dos problemas do primeiro grau é uma fonte precisa de recursos motivadores, e, bem aproveitado, pode despertar nos alunos o interesse pela matemática. É, pois, necessário que o professor selecione bem os problemas a fim de que não sejam apresentados aos alunos, da segunda série, frisamos, problemas muito difíceis capazes de cortar ou fazer diminuir esse interesse.

IV.3.2	—	DISTRIBUIÇÃO	DA	MATÉRIA
Itens .		UNIDADE I		N.º de Aulas
1/2		Potências		6
3		Raiz quadrada		5
5		Cálculo dos radicais		9
		UNIDADE II		
1		Expressões algébricas		4
2		Adição e subtração		2
•3/4		Multiplicação — Divisão — Expressões		8
5		Fatoração.		3
6		Frações literais		6
		UNIDADE III		
1		Equações do 1.º grau		7
2		Desigualdades		3
3		Sistemas de equações		6
4		Problemas do 1.º grau		4
		Provas mensais		6
		Ajustamentos e fixação da aprendizagem		2
		TOTAL		70

IV.4 — Plano de Curso da Terceira Série Ginásial

IV.4.1 — INSTRUÇÕES

O-cumprimento do programa da terceira série ginásial, com três aulas semanais, não é fácil de ser realizado, pois não é conveniente a exclusão de qualquer assunto.

Todavia, pode-se ensinar um único processo para o cálculo dos juros e para a resolução dos problemas de regra de três composta, e pode-se dar ao estudo da Geometria uma feição intuitiva, demonstrando-se apenas os teoremas mais importantes e de fácil compreensão, procurando-se, assim, economizar tempo e facilitar o trabalho do aluno, sem deixar, entretanto, de fazer com que o aluno adquira a idéia do caráter dedutivo da Matemática, que, aliás, é um dos principais objetivos da terceira série ginásial. O uso do material didático para o ensino da Geometria, nesta série, é de grande e real utilidade.

IV.4.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATERIA

Itens	UNIDADE I	N.º de Aulas
1	Razões — Proporções — Médias	6
2	Números proporcionais	2
3	Regra de três	3
4	Porcentagem	2
6	Juros	4
UNIDADE II		
1/2	Figuras geométricas — Ângulos	6
3	Polígonos — Diagonais	2
4	Triângulos	3
6	Perpendiculares	1
6	Paralelas : ângulos	3
7	Soma de ângulos de um polígono	5
8	Quadriláteros	5
9/10	Circunferência e Circulo — Ângulos	7
UNIDADE III		
1	Divisão harmônica	2
2/3	Feixe de paralelas — Linhas proporcionais	4
4	Semelhança	4
UNIDADE IV		
1/2	Relações trigonométricas nos triângulos retângulos — definições — uso das tábuas — aplicações	4
	Ajustamentos do programa — Verificação	2
	Provas mensais	5
	TOTAL	70

IV.5 — Plano de Curso da Quarta Série Ginásial

IV.5.1 — INSTRUÇÕES

O estudo do trinômio do segundo grau, no curso ginásial, tem merecido restrições de vários professores, opinião, aliás, manifestada também no Primeiro Congresso de Matemática, entretanto, esse estudo faz parte do programa e, nessa situação, cabe ao professor a tarefa de procurar diminuir a dificuldade encontrada pelos alunos, apresen-

tando da maneira mais elementar e compreensível, sem deixar, todavia, de tratar de tôdas as partes do item 2 da unidade I.

Ensinar um só método para a dedução da fórmula geral de resolução de equação do segundo grau.

Tratar das construções geométricas, apenas como aplicações e exercícios dados intercorrentemente.

Na discussão dos problemas do segundo grau, visar apenas despertar no aluno o sentido de generalidade; evitar, portanto, a exemplificação com problemas complexos exaustivos ou de pequeno interesse.

A resolução da equação biquadrada deve ser realizada sem uso de fórmula; economiza-se tempo e é mais fácil para o aluno. A discussão da equação biquadrada pode apresentar menor dificuldade para os alunos quando, em vez de dar quadros de resumo da discussão, é mostrar ao aluno como essa discussão recai na da equação resolvente.

Convém ensinar, também, quando do estudo da unidade I; item 1, cisternas simples do segundo grau e, logo a seguir, o item 3 — problemas do segundo grau.

IV.5.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

Itens	UNIDADE I	N.º de Aulas
1	Equação do 2º grau	13
2	Trinômio do 2º grau	9
3	Problemas do 2.º grau	3
4	Equações redutíveis e transformações de radicais duplos	6
UNIDADE II		
1	Relações métricas num triângulo retângulo	6
2/3	Relações métricas num triângulo qualquer — Cálculo de alturas, medianas, etc.	6
4	Relações métricas no círculo	5
6	Polígonos inscritíveis e circunscritíveis	2
6/7	Polígonos regulares	8
8 a 10	Lado do polígono de 2n lados — medida da circunferência Cálculo de pi	3

UNIDADE III

1/2	Areas	6
	Provas mensais	5
	TOTAL	70

IV.6 — Plano de Curso da Primeira Série Científica

IV.6.1 — INSTRUÇÕES

O programa do primeiro ano científico, por causa da parte teórica da geometria, é difícil de ser realizado. Podemos mesmo afirmar que entre uma meia centena de professores que consultamos, nenhum cumpriu, integralmente, o programa oficial. Dentre esses professores, quase a terça parte pertencente ao Colégio Pedro II.

Aliás, desde 1954 que o Departamento de Matemática do Colégio Pedro II estabeleceu que, na unidade I (Erros), do item 2, seria exigido o ensino da adição e da subtração, pois, dizia que "a multiplicação e a divisão ficará a critério do professor, que lecionará ou não conforme a reação da turma". E, este ano (1956), o mesmo departamento recomendou:

1.^a) Tratar os números 1 e 2 da unidade IV, da primeira série do segundo ciclo, com a maior brevidade possível, reduzindo-se às noções essenciais à boa compreensão da geometria na parte que se segue;

2.^o) o item 4 da unidade V será facultativo, não constituindo matéria a ser exigida nas provas parciais e exames".

Tomamos essas citações das instruções fornecidas pelo Departamento de Matemática do Colégio Pedro II aos seus professores, como nossas, em virtude não só de concordarmos com elas, mas também pelo valor e significado dessas instruções.

Para bem cumprir a primeira recomendação que acabamos de citar, sugerimos o uso do material didático, a fim de, além de obter a brevidade reclamada, conseguir de modo intuitivo e interessante a grande quantidade de noções elementares da geometria no Espaço, tão difíceis de serem ensinadas apenas pelo método expositivo.

A parte de Erros, apesar de interessantíssima, é desprezada pela maioria dos professores, talvez por não gostarem do assunto, talvez pela dificuldade em fazer com que seja bem recebida pelos alunos. Sabemos, entretanto, por experiência própria, que, se inicialmente mostrarmos aos alunos o objetivo de seu ensino, as importantes aplicações e algumas regras práticas das operações com números aproximados, despertaremos neles um interesse de tal ordem, que não será difícil obter uma boa aprendizagem do assunto.

Faremos a seguir a distribuição da matéria, em virtude da dificuldade em cumprir integralmente o programa, tendo em vista a opinião do Departamento do Colégio Pedro II, apesar de, particularmente, acharmos que ensinar o cálculo aritmético aproximado, sem ir além da subtração, é deixar de lecionar a parte mais interessante e, ainda em nossa opinião, não vemos o objetivo desse assunto, assim fracionado.

Parece-nos também aconselhável, e esta é também a opinião de vários professores, que é melhor ensinar a parte de Erros após as equações exponenciais.

Geralmente, as três primeiras unidades podem ser dadas no primeiro semestre, o que por várias razões é um objetivo que deve ser alcançado.

Não há inconveniente em apresentar os itens 3 a 8 da unidade IV, como estão no programa oficial; todavia, a apresentação do estudo sucinto das superfícies e só após então o ensino de prismas-cilindros e pirâmides-cones, além de economizar tempo, possibilitam vantagens pedagógicas, fáceis de serem verificadas e aconselhadas por alguns autores italianos.

IV.6.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

Itens	UNIDADE I	N.º de Aulas
1/2	Números aproximados — Erros. Adição e subtração.	6
UNIDADE II		
1/2	Progressões aritméticas e geométricas.	8

UNIDADE HI

1	Logaritmos — propriedades	4
2	Logaritmos decimais — tábuas	9
3	Equações exponenciais	3

UNIDADE IV

1/2	Retas e planos — Ângulos — Poliedros	7
6	Estudo sucinto das superfícies	1
3 e 6	Prismas e cilindros	7
4 e 7	Pirâmides, cones e troncos	9
8	Esfera	8

UNIDADE V

1 a 3	Elipse, hipérbole e parábola	3
	Provas mensais	5

TOTAL 70

IV.7 — Plano de Curso da Segunda Série Científica

IV.7.1 — INSTRUÇÕES

O programa da segunda série científica é daqueles que podem ser executados sem cortes, apenas a parte de exercícios não pode ser dada como deveria ser.

Assuntos como resolução e discussão de sistemas lineares homogêneos e não homogêneos, relações trigonométricas e resolução de triângulos, pela sua importância nos exames vestibulares, principalmente, necessitariam de uma quantidade de exercícios que não pode ser realizada dentro do tempo disponível. Todavia, achamos que seja a série do curso científico em que melhor se pode cumprir o programa.

IV.7.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

Itens	UNIDADE I	n.º	de Aulas
1	Arranjos		1
2	Permutações de objetos distintos		1
3	Permutações com objetos repetidos		1
4	Combinações — Problemas sobre os quatro primeiros itens.		2

UNIDADE II

1	Binômio de Newton	5
3	Soma das potências dos números naturais	1

UNIDADE III

1	Determinantes	9
3	Regra de Cramer	2
3	Sistemas de m equações com n incógnitas	
	Teorema de Rouché	6

UNIDADE IV

1/3	Vetores — Projeções	3
3/4	Trigonometria; noções, linhas e relações	9

UNIDADE V

1	Transformações trigonométricas	7
3	Tábuas trigonométricas	3
3	Equações trigonométricas	4

UNIDADE VI

1/3	Resolução de triângulos retângulos	4
3/4	Resolução de triângulos obliquângulos	5
	Provas mensais	5
	TOTAL	70

rv.8 — Plano de Curso da Terceira Série Científica

IV .8.1 — INSTBUCOES

O programa do terceiro ano científico é, em nossa opinião, o mais difícil de ser bem executado. Alguns professores conseguem cumpri-lo, porém são obrigados a deixar de lado a maioria das demonstrações e a fazer um número insuficiente de exercícios.

Aumentando o problema da existência de muita matéria para pouco tempo, existe ainda o fato de que todos ou quase todos os assuntos são importantíssimos e exigidos constantemente nos exames vestibulares.

Sabemos que é um erro julgar o programa de um curso de formação, dando grande consideração aos exames vestibulares, todavia, é

um erro que temos de cometer, tendo em vista que a terceira série científica não deixa de ser, atualmente, um pré-vestibular, e levando em conta, também, que, no nosso sistema de ensino, o problema da "articulação" não tem merecido a atenção que deveria merecer .

Apesar de sabermos que não deveríamos efetuar cortes ou diminuições no programa, somos obrigados a sugerir essas modificações, a fim de podermos distribuir tôda a matéria pelo tempo disponível.

A parto de funções e limites deve ser dada com o cuidado de bem precisar os conceitos fundamentais, porém, apresentando um número reduzido de exercícios, estudando as sucessões como caso particular das funções, representando geometricamente poucas funções elementares e demonstrando poucos dos teoremas relativos a limites, o que aliás é feito, também, em alguns livros didáticos.

O estudo da Geometria Analítica, por sua importância (inclusive nos vestibulares), por ser fácil de ser apresentada e por encontrar boa receptividade por parte dos alunos, deve ser bem realizado, apenas se fazendo um número de exercícios menor do que o que seria aconselhável e necessário fazer.

Na unidade II, o estudo das derivadas deve ser cuidadoso e completo no que diz respeito a definições, demonstrações e exercícios.

A aplicação das derivadas ao estudo da variação das funções precisa ser feita de modo sucinto e com exemplos simples e fáceis.

Na parte de integração, estudar apenas as primitivas imediatas e suas aplicações ao cálculo de áreas e volumes (apenas exemplos elementares).

Na unidade III, estudar os números complexos de modo elementar, como está no programa oficial, isto é, visando apenas fazer a ampliação do campo dos números e permitir ao aluno a determinação das raízes de uma equação de grau m , dentro, naturalmente, das possibilidades que o programa desta série permite.

O estudo dos polinômios deve ser feito de modo sucinto e tendo sempre em foco o seu objetivo, que é cálculo das raízes inteiras.

Aliás, à medida que os assuntos como o teorema de Bolzano, relações entre os coeficientes e as raízes e as transformações de equações forem ensinados, deve ir o professor mostrando sua aplicação no problema geral da resolução numérica das equações algébricas.

A fórmula de Taylor pode ser apresentada de modo mais simples e mais rápido, com o auxílio das derivadas.

Apresentaremos, a seguir, a distribuição da matéria; **não** resolvendo inteiramente o problema, mas, visando indicar um roteiro, baseado na opinião de vários professores, que permite, da melhor forma possível, cumprir o programa oficial vigente.

IV.8.2 — DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

Itens	UNIDADE I	N.º de Aulas
1	Funções — sucessão2
2	Funções elementares — Classificação — Representação4
3	Limites9
4	Geometria Analítica12
UNIDADE II		
1/2	Derivadas10
3	Aplicações da derivada — Máximos e mínimos ..	6
4/6	Integrais — Aplicações.6
UNIDADE III		
1	Polinômios3
2	Polinômios e equações algébricas — Números complexos.4
3	Relações entre os coeficientes e as raízes2
4	Transformações.2
5	Equações recíprocas2
6	Cálculo das raízes inteiras4
	Provas mensais.5
TOTAL70

IV.9 — Observações

Os planos de curso apresentados são os mais simples e sintéticos que poderíamos realizar; visamos apenas orientar os professores na distribuição dos assuntos dos programas pelo tempo disponível, baseando nossas informações e sugestões em dados colhidos em diversos colégios e em nossa experiência pessoal.

Não foram feitos determinando o que deveria ser dado em cada aula, porque achamos que, sendo uma informação para muitos professores, não seria aconselhável um programa analítico.

A título de esclarecimento, informamos que as escolas preparatórias militares usam êses planos analíticos, visando maior uniformidade no ensino e para facilitar o controle da instrução. No Colégio Pedro II, o Departamento de Matemática além de fornecer instruções dando uma limitação geral da matéria, fixa, também, a matéria que deve ser dada para a primeira prova parcial, e os coordenadores de cada secção e turno controlam sua execução.

O Instituto de Educação, também, determina a matéria que deve ser dada, e os seus coordenadores, um para cada série, orientam sua execução. Este ano (1956) foi feito um plano de curso analítico que foi fornecido a cada professor para ser executado. Não sabemos ainda dos resultados obtidos, mas cremos que, desde que organizados por professores de real capacidade e experiência, a determinação do assunto de cada aula deve ser muito útil a maioria dos professores, além de permitir o cumprimento do programa da melhor maneira possível, padronizar o ensino e permitir um melhor controle por parte do coordenador. Naturalmente que deve haver um número de aulas destinadas a ajustamentos do programa.

As escolas da Prefeitura têm um coordenador por série, como no Instituto de Educação, porém, em geral, como nos colégios particulares que possuem essa coordenação, apenas os professores determinam os teoremas que devem ser dados, ou o que se deve exigir.

No Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia, existe um coordenador geral e cada professor organiza seu plano de curso, que não é analítico, mas que é bastante minucioso o preciso, dele constando, inclusive, os estudos dirigidos.

Esperamos que as nossas informações possam ser úteis a diversos dos nossos colegas e que, na verdade, venham a se constituir numa real contribuição para o ensino da matemática na Escola Secundária Brasileira.