



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Nicodemos Monteiro de Farias

**REAPROVEITAMENTO DE AR COMPRIMIDO EM SISTEMAS DISCRETOS DE  
ATUAÇÃO PNEUMÁTICA EMPREGANDO RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO**

Florianópolis

2020

Nicodemos Monteiro de Farias

**REAPROVEITAMENTO DE AR COMPRIMIDO EM SISTEMAS DISCRETOS DE  
ATUAÇÃO PNEUMÁTICA EMPREGANDO RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Victor Juliano De Negri

Florianópolis

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Farias, Nicodemos Monteiro de  
Reaproveitamento de ar comprimido em sistemas discretos  
de atuação pneumática empregando reservatório intermediário  
/ Nicodemos Monteiro de Farias ; orientador, Victor  
Juliano De Negri, 2020.  
106 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Sistemas de atuação  
pneumáticos. 3. Circuitos com reaproveitamento de energia.  
4. Reutilização de ar comprimido. I. De Negri, Victor  
Juliano. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

Nicodemos Monteiro de Farias

**REAPROVEITAMENTO DE AR COMPRIMIDO EM SISTEMAS DISCRETOS DE  
ATUAÇÃO PNEUMÁTICA EMPREGANDO RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Antonio Carlos Valdiero, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rodrigo Bastos Fernandes, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

---

Prof. Dr. Jonny Carlos da Silva  
Coordenador do Programa

---

Prof. Dr. Victor Juliano De Negri  
Orientador

Florianópolis, 30 de março de 2020.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, pois sem Ele este trabalho não seria possível.

A todos da minha família, a quem devo imensamente pela dedicação e confiança compartilhadas. Especialmente à minha esposa, pelo amor e companheirismo que me ajudaram a vencer desafios e perceber que a vida é mais bela quando estamos juntos.

Ao professor Victor pelos valiosos ensinamentos.

Aos meus colegas de laboratório, Ivan, Andrei, Artur, Thales, Marcos, Diego, Gregori, Nelson, Talles pela amizade e momentos de descontração. Em especial ao Vinicius pela contribuição valiosa na construção desse trabalho por meio de discussões e auxílio no dimensionamento do sistema adotado como estudo de caso.

Aos amigos que fiz em Florianópolis, Cláudio, Dulce, Tiago, Danielle, Renato, Doris, Daniel, Josana, Eduardo, Josi entre outros, pelo apoio dedicado a mim e minha esposa, nos momentos em que mais precisamos.

## RESUMO

Em sistemas de atuação pneumáticos com atuação discreta, o ar pressurizado é geralmente eliminado para o ambiente após a realização de trabalho mecânico. No cenário atual, onde as exigências por redução de consumo de energia representam grande impacto na escolha de uma solução tecnológica, é de fundamental importância o desenvolvimento de técnicas que possam, de forma parcial, reaproveitar essa energia potencial que é descartada. Esse reaproveitamento é um tema bastante amplo e diferentes soluções podem ser aplicadas. No entanto, este trabalho trata apenas do armazenamento da energia pneumática das câmaras de cilindros empregando reservatórios intermediários para posterior reutilização em outros sistemas de atuação que exijam baixos níveis de pressão. Para isso, primeiro, é proposta uma configuração de circuito a partir da identificação dos critérios já adotados nos exemplos da literatura científica. Segundo, apresenta-se um estudo analítico sobre recuperação e reutilização de ar comprimido para o sistema proposto, que emprega uma válvula direcional 3/2 vias e um reservatório intermediário entre o atuador e a válvula principal em sistemas convencionais de atuação (conjunto válvula-atuador). O ponto de partida desse estudo concentra-se na determinação do tempo de equalização de pressões entre o reservatório e a câmara do atuador (implementado no controle discreto da válvula auxiliar) por meio de modelos obtidos da equação da continuidade sob certas hipóteses simplificadoras. É avaliada também uma forma de dimensionar o reservatório intermediário a partir dos parâmetros do sistema de atuação, empregando a equação de estado dos gases, da qual estima-se as pressões de equilíbrio durante o processo de reaproveitamento. Além disso, um modelo matemático do sistema estudado foi desenvolvido em ambiente *MATLAB®/Simulink®* para realizar simulações e compará-las com a resposta dos modelos simplificados. Por fim, aplicou-se a proposta de reaproveitamento de energia em um estudo de caso (sistema de elevação de embalagens), verificando-se, através de simulação computacional, os efeitos na dinâmica do sistema e a eficiência energética. Os resultados das simulações mostraram que, com essa configuração, até 34% de ar comprimido pode ser economizado.

**Palavras-chave:** Sistema pneumático. Reutilização de ar comprimido. Eficiência energética.

## ABSTRACT

In pneumatic actuation systems with on/off control action, pressurized air is generally eliminated into the environment after mechanical work has been performed. Nowadays, where the demands for energy consumption reduction have a great impact on the choice of a technological solution, it is of fundamental importance the development of techniques that can partially reuse this potential energy that is lost. This reuse is a very broad topic and different solutions can be applied. However, this work deals only with the storage of pneumatic energy from cylinder chambers using intermediate reservoirs for later reuse in other actuation systems that require low pressure levels. For that purpose, first, a circuit configuration is proposed based on identification of the criteria already adopted in examples from scientific literature. Second, an analytical study on recovery and reuse of compressed air is presented taking the proposed system that employs a 3/2 way directional valve and an auxiliary reservoir between the actuator and the main valve in conventional actuation systems (valve-actuator system). The starting point of this study focuses on determining the pressure equalization time between the reservoir and the actuator chamber (implemented on discrete valve control) through an analysis of the continuity equation under certain simplifying assumptions. A way to perform the auxiliary reservoir sizing from the parameters of the actuation system is also evaluated, using the gas state equation, from which the equilibrium pressures are estimated during the reuse process. Furthermore, a mathematical model of the system under study was developed in *MATLAB®/Simulink®* software to perform simulations and compare them to the response from the simplified models. Then the proposal for reusing energy was applied for a case study (packaging lifting system), verifying, through computer simulation, the effects on the dynamics of the system and energy efficiency. The simulation results showed that, around 34% of compressed air can be saved.

**Keywords:** Pneumatic system. Compressed air reuse. Energy efficiency.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Sistema de atuação convencional .....	19
Figura 2.2 - Esquema simplificado das parcelas de energias nos sistemas de atuação pneumáticos sem reaproveitamento e com reaproveitamento de ar comprimido .....	20
Figura 2.3 - Exemplos de circuitos com recuperação.....	22
Figura 2.4 - Circuito pneumático com reservatório.....	23
Figura 2.5 - Exemplos de circuitos com recuperação e reutilização .....	24
Figura 3.1 - Sistemas com possibilidade de recuperação de energia empregando válvula e reservatório auxiliares: a) entre atuador e válvula principal e b) conectado à porta de escape da válvula principal .....	26
Figura 3.2 - Modelo geral do um sistema com possibilidade de reaproveitamento de energia	27
Figura 3.3 - Parâmetros para análise de recuperação .....	29
Figura 3.4 - Dinâmicas de pressão para diferentes correlações de volumes .....	30
Figura 3.5 - Expressão analítica e simulação numérica para a condição $VR \ll VH$ .....	33
Figura 3.6 - Vazão mássica versus razão de pressão para a condição $VR \ll VH$ .....	34
Figura 3.7 - Expressão analítica e simulação numérica para a condição $VR \gg VH$ .....	35
Figura 3.8 - Vazão mássica versus razão de pressão para a condição $VR \gg VH$ .....	36
Figura 3.9 - Dinâmica de pressão no reservatório .....	37
Figura 3.10 - Parâmetros para análise de reutilização .....	38
Figura 3.11 - Pontos de observação para o cálculo de exergia.....	40
Figura 4.1 - Simbologia das válvulas direcionais do sistema (as setas indicam o sentido positivo da vazão adotados no modelo matemático).....	43
Figura 4.2 - Vazão mássica através de uma válvula em função da razão de pressões .....	44
Figura 4.3 - Vazões mássicas no cilindro pneumático .....	47
Figura 4.4 - Forças atuantes no pistão incluindo os batentes de fim de curso .....	52
Figura 4.5 - Representação da interface de atrito do modelo de LuGre .....	54
Figura 4.6 - Combinação das características de atrito em regime permanente para o modelo de LuGre.....	56
Figura 4.7 - Vazões mássicas no reservatório .....	57
Figura 5.1 - Esquema do sistema para elevação de embalagens .....	59
Figura 5.2 - Diagrama de circuito pneumático do sistema de elevação de embalagens com possibilidade de reaproveitamento de ar comprimido.....	60
Figura 5.3 - Acionamento dos atuadores para o sistema de elevação de embalagens.....	63



Figura 5.4 - Sistema de atuação 1: deslocamento e pressões no cilindro e no reservatório .....	64
Figura 5.5 - Sistema de atuação 2: deslocamento e pressões no cilindro e no reservatório .....	65
Figura 5.6 - Dinâmica de pressão no reservatório para quatro ciclos .....	66
Figura 5.7 - Consumo de ar comprimido para o sistema de atuação 2 com e sem reaproveitamento de ar comprimido.....	67

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Critérios para reaproveitamento de ar comprimido identificados na literatura.....	25
Tabela 4.1 - Parâmetros nas condições de referência.....	44
Tabela 5.1 - Parâmetros obtidos do dimensionamento.....	60
Tabela 5.2 - Parâmetros do atrito nos cilindros pneumáticos.....	61

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

LASHIP – Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos

MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

pSEA – Pneumatic Strain Energy Accumulator

## LISTA DE SÍMBOLOS

### ALFABETO GREGO

$\alpha$	Coeficiente da curva de <i>Stribeck</i>	[1]
$\gamma$	Razão de calores específicos	[1]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_0$	Massa específica nas condições de referência	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_A$	Massa específica na câmara A	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_B$	Massa específica na câmara B	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_0$	Coeficiente de rigidez das cerdas	[N/m]
$\sigma_1$	Coeficiente de amortecimento das cerdas	[N s/m]
$\sigma_2$	Coeficiente de atrito viscoso	[N s/m]
$\lambda$	Coeficiente de transferência de calor	[W/K m <sup>2</sup> ]
$\eta$	Coeficiente de atrito do atuador	[1]
$\eta_{sis}$	Eficiência energética do sistema de atuação	[1]
$\mu$	Coeficiente de atrito estático entre duas superfícies	[1]

### ALFABETO LATINO

$A_A$	Área na câmara A	[m <sup>2</sup> ]
$A_B$	Área na câmara B	[m <sup>2</sup> ]
$A_h$	Área da haste do cilindro	[m <sup>2</sup> ]
$A_s$	Área da superfície de troca de calor	[m <sup>2</sup> ]
$b$	Razão de pressões crítica	[1]
$B_b$	Coeficiente de amortecimento dos batentes de fim de curso	[N s/m]
$C$	Condutância sônica	[m <sup>5</sup> /N s]
$C_1$	Constante de integração	[1]
$C_2$	Constante de integração	[1]
$c_p$	Calor específico à pressão constante	[J/kg K]
$c_v$	Calor específico a volume constante	[J/kg K]
$D_e$	Diâmetro do êmbolo	[m]
$D_h$	Diâmetro da haste	[m]
$E$	Energia	[J]
$e$	Energia específica	[J/kg]

$E_{mec}$	Energia mecânica	[J]
$F_{atm}$	Força devido a atuação da pressão atmosférica na haste do pistão	[N]
$F_{atr}$	Força de atrito	[N]
$F_C$	Força de atrito de <i>Coulomb</i>	[N]
$F_{ext}$	Força externa	[N]
$F_{imp}$	Força de impacto nos batentes de fim de curso	[N]
$F_S$	Força de atrito estático	[N]
$g$	Aceleração devido a gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$h$	Entalpia específica	[J/kg]
$k_b$	Constante de rigidez dos batentes de fim de curso	[N/m]
$L$	Curso do cilindro	[m]
$m_A$	Massa de ar na câmara A	[kg]
$m_B$	Massa de ar na câmara B	[kg]
$m_T$	Massa do conjunto êmbolo-haste	[kg]
$n$	Coefficiente politrópico para o ar	[1]
$p_0$	Pressão nas condições de referência	[Pa]
$p_1$	Pressão a montante	[Pa]
$p_2$	Pressão a jusante	[Pa]
$p_{atm}$	Pressão ambiente	[Pa]
$p_A$	Pressão na câmara A	[Pa]
$p_B$	Pressão na câmara B	[Pa]
$p_{eq}$	Pressão de equilíbrio entre câmara do cilindro e reservatório	[Pa]
$p_{eq}^{Rec}$	Pressão de equilíbrio após o processo de recuperação	[Pa]
$p_{eq}^{Reu}$	Pressão de equilíbrio após o processo de reutilização	[Pa]
$p_{R,min}$	Pressão mínima no reservatório para o processo de reutilização	[Pa]
$p_s$	Pressão de suprimento	[Pa]
$Q$	Fluxo de calor	[J]
$q_m$	Vazão mássica	[kg/s]
$q_{me}$	Vazão mássica que entra no volume de controle	[kg/s]
$q_{ms}$	Vazão mássica que sai do volume de controle	[kg/s]
$R$	Constante universal dos gases	[J/kg K]
$r_A$	Razão de áreas do atuador	[1]

$t$	Tempo	[s]
$t_{eq}$	Tempo para equalização de pressões entre câmara e reservatório	[s]
$T_0$	Temperatura nas condições de referência	[K]
$T_{atm}$	Temperatura ambiente	[K]
$T_A$	Temperatura na câmara A	[K]
$T_B$	Temperatura na câmara B	[K]
$T_H$	Temperatura na câmara do cilindro da qual pretende-se recuperar	[K]
$T_{int}$	Temperatura no interior da câmara do cilindro	[K]
$T_L$	Temperatura na câmara do cilindro na qual pretende-se reutilizar	[K]
$T_R$	Temperatura no reservatório	[K]
$T_s$	Temperatura de suprimento	[K]
$T_{SC}$	Temperatura na superfície de controle da câmara do cilindro	[K]
$v$	Velocidade	[m/s]
$v_S$	Velocidade de <i>Stribeck</i>	[m/s]
$V_A$	Volume na câmara A	[m <sup>3</sup> ]
$V_B$	Volume na câmara B	[m <sup>3</sup> ]
$V_{A0}$	Volume morto na câmara A	[m <sup>3</sup> ]
$V_{B0}$	Volume morto na câmara B	[m <sup>3</sup> ]
$V_H$	Volume da câmara do cilindro da qual pretende-se recuperar	[m <sup>3</sup> ]
$V_L$	Volume da câmara do cilindro na qual pretende-se reutilizar	[m <sup>3</sup> ]
$V_R$	Volume do reservatório	[m <sup>3</sup> ]
$W$	Trabalho	[J]
$x$	Posição	[m]
$X_{fluido}$	Exergia de uma corrente de fluido numa dada tubulação	[J]
$z$	Deflexão média das cerdas	[m]

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	15
1.2	OBJETIVOS .....	16
1.3	JUSTIFICATIVA .....	17
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO TEÓRICA</b> .....	<b>19</b>
2.1	REAPROVEITAMENTO COM USO DE RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO	19
2.2	CONFIGURAÇÕES DE CIRCUITOS NA LITERATURA .....	21
<b>3</b>	<b>CONFIGURAÇÃO DE CIRCUITO PROPOSTA</b> .....	<b>26</b>
3.1	OPÇÕES DE CONFIGURAÇÃO.....	26
3.2	CRITÉRIO DE REAPROVEITAMENTO .....	28
3.3	MODELOS PARA DINÂMICA DE PRESSÃO DURANTE A RECUPERAÇÃO	28
<b>3.3.1</b>	<b>Simplificações</b> .....	<b>28</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Expressão analítica para <math>VR \ll VH</math></b> .....	<b>32</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Expressão analítica para <math>VR \gg VH</math></b> .....	<b>34</b>
3.4	DIMENSIONAMENTO DO RESERVATÓRIO .....	36
3.5	ANÁLISE DE EFICIÊNCIA .....	39
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DOS COMPONENTES PNEUMÁTICOS</b> .....	<b>42</b>
4.1	VÁLVULAS DIRECIONAIS .....	42
<b>4.1.1</b>	<b>Equação da vazão para escoamento compressível</b> .....	<b>43</b>
4.2	CILINDRO PNEUMÁTICO .....	46
<b>4.2.1</b>	<b>Equação da continuidade</b> .....	<b>47</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Primeira lei da Termodinâmica</b> .....	<b>49</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Equação do movimento</b> .....	<b>52</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Atrito</b> .....	<b>53</b>
4.3	RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO E TUBULAÇÕES .....	57

<b>4.3.1</b>	<b>Equação da continuidade.....</b>	<b>57</b>
<b>5</b>	<b>ESTUDO DE CASO.....</b>	<b>59</b>
5.1	SISTEMA DE ATUAÇÃO.....	59
5.2	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO.....	62
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>68</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE A – PARÂMETROS DO MODELO.....</b>	<b>73</b>
	<b>APÊNDICE B – MODELO EM DIAGRAMA DE BLOCOS.....</b>	<b>76</b>
	<b>APÊNDICE C – EXPRESSÕES ANALÍTICAS.....</b>	<b>86</b>
	<b>ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS DE ATUAÇÃO.....</b>	<b>101</b>



# 1 INTRODUÇÃO

Como forma de situar o trabalho no contexto do uso racional de energia em sistemas pneumáticos, apresenta-se a seguir os problemas os quais se busca solucionar, os objetivos, a motivação da pesquisa e a organização da dissertação.

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A temática dessa dissertação está diretamente relacionada à diminuição do consumo de energia em sistemas pneumáticos - tecnologia de acionamento que utiliza ar comprimido como fonte de energia para realizar trabalho mecânico.

Sistemas pneumáticos são largamente utilizados no ramo industrial, envolvendo a automação da manufatura, o controle de máquinas e processos, a integração de linhas de montagem e a manipulação de peças. Dentre as principais vantagens dos sistemas pneumáticos pode-se destacar versatilidade, confiabilidade, baixo preço dos componentes e fácil manutenção do sistema (SHI *et al.*, 2019).

No entanto, as perdas energéticas nesses sistemas fazem com que a sua eficiência seja reduzida quando comparada a outras tecnologias de acionamento (LESZCZYNSKI e GRYBOS, 2019; FOJTASEK *et al.*, 2019). Da energia gerada pelo compressor uma parte é transformada em trabalho útil, outra parte é dissipada em diferentes formas durante a distribuição e consumo do ar comprimido.

Com a preocupação por parte das indústrias em processos mais sustentáveis em termos de emissão de poluentes e rentáveis economicamente, é imprescindível o investimento em esforços para reduzir tais desperdícios (HARRIS *et al.*, 2014). Contudo, a otimização energética dos sistemas pneumáticos não é uma tarefa fácil. Segundo Kosturkov *et al.* (2019) é difícil encontrar uma única solução que atenda aos requisitos de redução de consumo da indústria devido à diversidade de componentes e às características heterogêneas dos ciclos de operações das máquinas. O mesmo autor também destaca que na maioria dos casos, iniciativas para redução de consumo bem sucedidas requerem interação efetiva entre engenheiros projetistas, operadores e profissionais de manutenção para criar soluções eficientes.

Dentre os fenômenos indesejáveis que essas soluções precisam prever e minimizar destaca-se aqui aquele que será o foco das discussões neste trabalho: a eliminação para

atmosfera do ar pressurizado em atuadores lineares, que representa a maior parcela associada a perda energética nesses componentes.

Para minimização das perdas associadas à liberação de ar comprimido para atmosfera é necessário modificar o circuito para o reaproveitamento dessa energia. Muitas pesquisas vêm mostrando a viabilidade dessa alternativa. Por exemplo, Fojtasek *et al.* (2019) comparam três possibilidades de redução de consumo de ar comprimido em atuadores lineares, sendo que dentre as três a maior redução de consumo foi alcançada para o sistema que opera com o reaproveitamento do ar comprimido em reservatório intermediário. Shi *et al.* (2019) destaca a importância da reutilização da energia de expansão em cilindros pneumáticos como chave para atingir economia em sistemas de atuação.

Seguindo nessa mesma linha de pesquisa, o presente trabalho pretende contribuir nessa temática por meio de um estudo sobre redução de perda energética mediante o reaproveitamento de ar comprimido em sistemas pneumáticos com atuação discreta.

## 1.2 OBJETIVOS

Diante da problemática apresentada, o objetivo geral deste trabalho é propor e avaliar uma arquitetura de circuito e um critério de reaproveitamento de ar comprimido para sistemas pneumáticos com atuação discreta. Com a finalidade de atingir o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Revisar arquiteturas de circuitos com reaproveitamento de energia já propostos na literatura;
- Propor um circuito pneumático que propicie a reutilização de ar comprimido;
- Propor um critério de reaproveitamento baseado no tempo em que a câmara do atuador e o reservatório mantem-se conectados;
- Construir os modelos matemáticos necessários para realizar as simulações do sistema pneumático proposto;
- Estudar o efeito do processo de reaproveitamento na dinâmica do sistema por meio de um estudo de caso.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

O principal objetivo de um circuito com reaproveitamento de ar comprimido é aumentar a eficiência do sistema, porém, a modificação de circuitos tradicionais vem com o acréscimo de componentes, de forma que nem sempre se justifica pela complexidade ou investimento adicional. Assim, é necessário a realização de estudos para avaliar e definir novos critérios de reaproveitamento com um balanço entre complexidade e custo de implementação.

No que se refere a circuitos que empregam reservatórios intermediários, apesar de encontrar vários exemplos na literatura, poucos são aqueles que apresentam métodos ou procedimentos para o dimensionamento. Restringindo-se apenas para aplicações específicas, ou seja, métodos que não podem ser generalizados. Leszczynski, e Grybos (2019) destacam que as ideias da literatura para reutilizar a energia de expansão nos atuadores não levam em conta a aplicação em máquinas pneumáticas que operam com vários atuadores, dificultando a aceitação no meio industrial.

Em vista ao apresentado, busca-se neste trabalho contribuir com uma nova arquitetura de circuito para melhorar a eficiência dos sistemas pneumáticos a partir de um critério de reaproveitamento que possa ser sistematizado e aplicado em diferentes sistemas. Entretanto, antes faz-se necessário a identificação dos circuitos com reaproveitamento de energia já existentes, como traz o próximo capítulo.

### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está dividida em seis capítulos, os quais apresentam os seguintes conteúdos:

Capítulo 1: introduz a contextualização do trabalho bem como os objetivos, as justificativas e contribuições.

Capítulo 2: trata da revisão da literatura no contexto de reaproveitamento de ar comprimido em sistemas de atuação utilizando reservatório intermediário.

Capítulo 3: apresenta-se algumas discussões acerca da concepção de circuito adotada e um estudo analítico a partir das soluções da equação da continuidade e da equação de estado dos gases durante o processo de reaproveitamento de ar comprimido.

Capítulo 4: é detalhada a descrição do modelo matemático dos componentes do sistema pneumático, bem como as hipóteses e simplificações assumidas.

Capítulo 5: é apresentado um estudo de caso para a arquitetura proposta de reutilização de ar comprimido, com a finalidade de verificação da metodologia proposta.

Capítulo 6: apresenta-se as conclusões, as considerações finais dos estudos realizados, e algumas recomendações para trabalhos futuros.

Por fim, os apêndices A, B e C contém, respectivamente, os parâmetros dos componentes do sistema pneumático, os modelos em diagrama de blocos do sistema pneumático em ambiente *MATLAB*®/*Simulink*® e a solução analítica da dinâmica de pressão durante a recuperação.

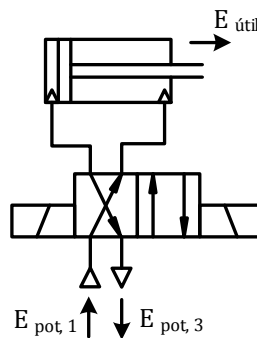
## 2 REVISÃO TEÓRICA

Apresenta-se neste capítulo os resultados prévios de arquiteturas de circuitos correlatas a temática de reaproveitamento de ar comprimido destacando os principais resultados e os desafios encontrados.

### 2.1 REAPROVEITAMENTO COM USO DE RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO

Como apresentado no capítulo anterior, a principal forma de perda energética em sistemas de atuação é a expansão livre durante a eliminação do ar comprimido das câmaras do cilindro. Em um sistema de atuação convencional (Figura 2.1), durante o movimento de avanço uma das câmaras é preenchida com ar a alta pressão. No movimento de retorno, a energia da câmara é liberada para atmosfera, o que representa eliminação de potencial para realização de trabalho, já que para um fluido altamente compressível, quanto maior a pressão, maior o potencial para realização de trabalho útil.

Figura 2.1 - Sistema de atuação convencional



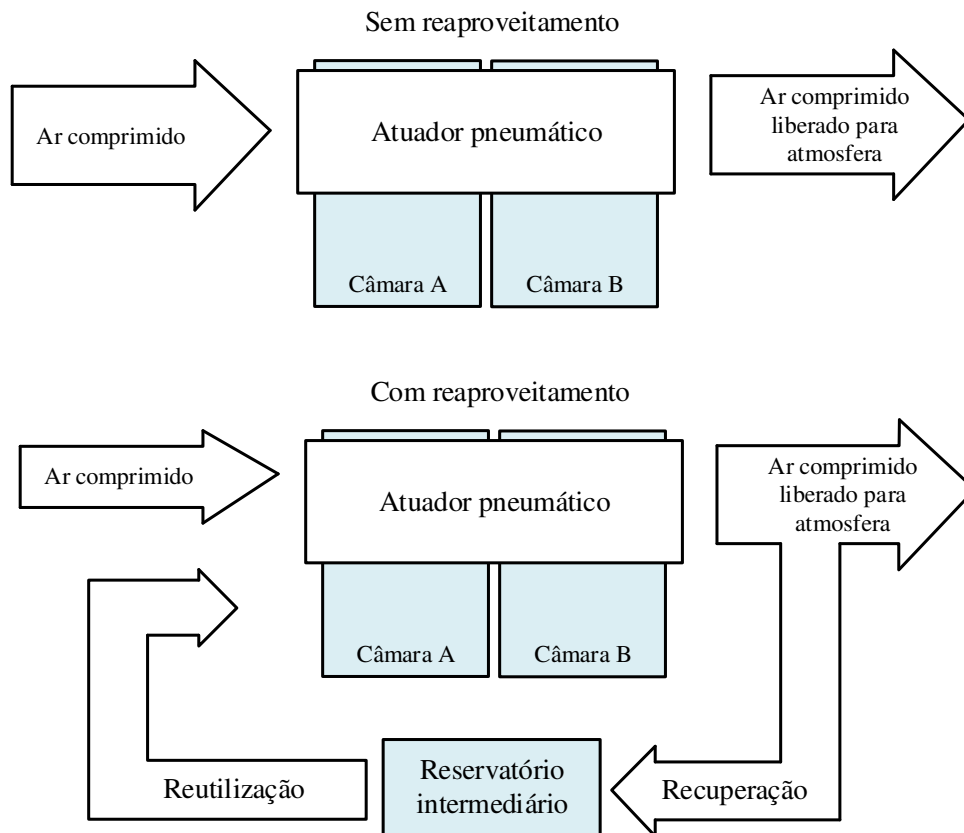
Fonte: Elaborada pelo autor.

No exemplo da Figura 2.1, a energia potencial na porta 3 não é convertida em energia útil, ou seja, é simplesmente perdida na forma de expansão para a atmosfera. A recuperação parcial dessa energia de expansão é um tema bastante amplo e diferentes soluções podem ser aplicadas, como: curto circuito entre as câmaras do cilindro (SHEN e GOLDFARB, 2007; DU *et al.*, 2020), redirecionamento do ar para o compressor (SIMINIATI, 2010; WANG e REN, 2016; WANG, SONG e ZHU, 2018) ou armazenamento em um reservatório auxiliar (SHI *et*

*al.*, 2005; NOVAKOVIC *et al.*, 2015). Durante a revisão da literatura, deu-se ênfase para trabalhos que abordaram o reaproveitamento de ar comprimido de atuadores lineares empregando reservatórios intermediários.

O esquema da Figura 2.2 ilustra simplificadaamente as parcelas de energia em um atuador pneumático com e sem reaproveitamento de energia.

Figura 2.2 - Esquema simplificado das parcelas de energias em sistemas de atuação pneumáticos sem reaproveitamento e com reaproveitamento de ar comprimido



Fonte: Adaptado de BLAGOJEVIC e JANKOVIC, 2016.

O reaproveitamento pode ser caracterizado por meio do direcionamento da energia em forma de ar comprimido que seria liberada para atmosfera em um reservatório intermediário. Dessa forma, parte da energia armazenada pode novamente executar trabalho útil no mesmo atuador ou em outro, reduzindo assim o consumo de ar requerido para a aplicação.

Neste trabalho, os termos recuperação e reutilização referem-se ao potencial de reaproveitamento de energia sob forma de ar comprimido por meio da adição de um reservatório auxiliar em um sistema de atuação. A forma mais comum de realizar a conexão entre o reservatório e as câmaras do atuador por um intervalo de tempo controlado é por meio de uma

válvula auxiliar, como detalhado nos exemplos da literatura mais a diante. A recuperação ocorre quando o diferencial de pressão entre a câmara do atuador e o reservatório produz uma vazão mássica no sentido do primeiro para o segundo, nesse caso parte da energia potencial no interior da câmara é armazenada no reservatório. Já a reutilização ocorre quando tal diferencial resulta em vazão mássica do segundo para o primeiro, nesse caso parte da energia potencial do reservatório é transferida para a câmara, produzindo assim energia mecânica para movimento do pistão.

Ambos os termos serão extensamente utilizados para detalhar o processo de reaproveitamento tanto na revisão dos exemplos da literatura na próxima seção, como no sistema proposto nos próximos capítulos.

## 2.2 CONFIGURAÇÕES DE CIRCUITOS NA LITERATURA

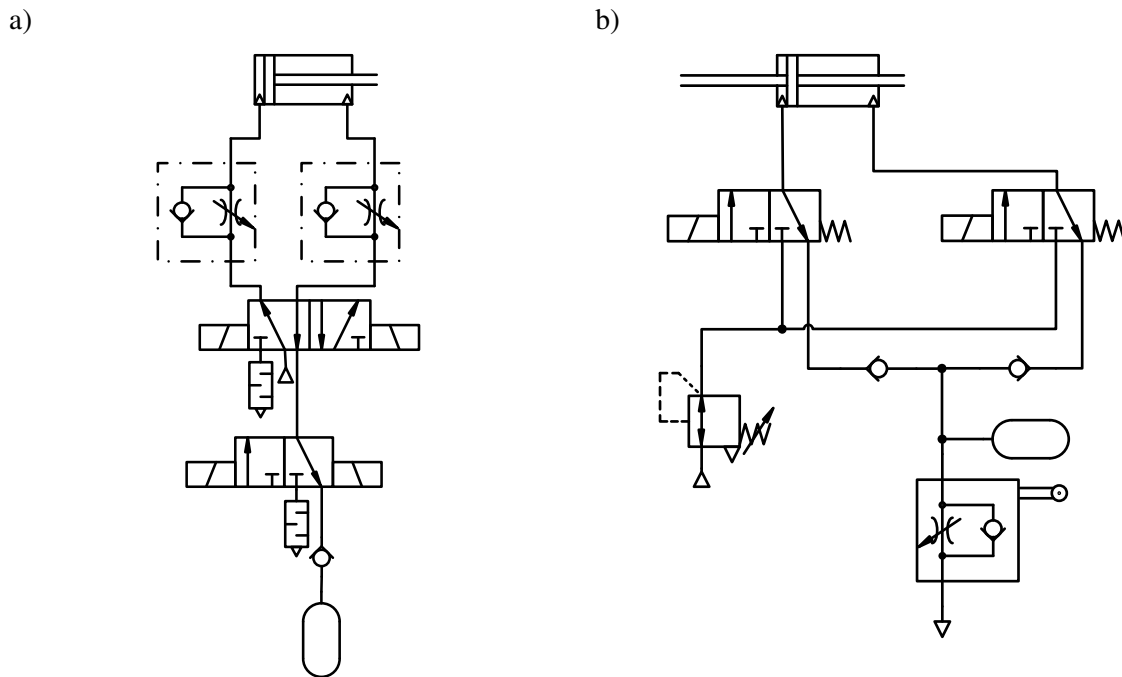
Há muito tempo é estudada a recuperação do ar comprimido para um reservatório auxiliar para posterior reutilização em aplicações que exijam baixos níveis de pressão como atuadores com movimento sem carga, pilotagem de válvulas ou acionamento de ventosas. Estudos publicados sobre essa temática remontam a década de 80, quando Sanville (1986 apud SHEN e GOLDFARB, 2007) propôs o uso de um reservatório secundário em um sistema de atuação discreto para coletar o ar de exaustão em vez de liberá-lo para atmosfera, para posterior reutilização no movimento de retorno. Outras pesquisas relevantes que contribuíram com estudos acerca desse tipo de solução são descritas em mais detalhes nos próximos parágrafos.

Dentre os exemplos apresentados a seguir alguns tratam tanto da etapa de recuperação quanto de reutilização, e outros apenas da recuperação. Os que abordam apenas recuperação não trazem resultados em termos de aumento de eficiência, mas serão apresentados por sua importância na compreensão da temática.

Shi *et al.* (2005) apresentam um estudo teórico e experimental sobre recuperação de ar comprimido, mais precisamente voltado para a determinação de um ponto de interrupção expresso em termos do diferencial de pressão entre o reservatório auxiliar e a câmara de exaustão. Segundo os autores, o perfil de velocidade do atuador não é afetado negativamente caso o ponto de interrupção seja corretamente identificado. No sistema testado (Figura 2.3-a), para um movimento de retorno sem carga, foi verificado que caso a velocidade do pistão fosse menor que 50 mm/s poderia ocorrer o fenômeno adere-desliza devido a maior influência da

força de atrito. Dessa forma, os autores realizaram uma análise em regime permanente adotando como variável de restrição a velocidade citada com o intuito de obter o menor valor teórico do diferencial de pressão.

Figura 2.3 - Exemplos de circuitos com recuperação



Fonte: Shi *et al.* (2005) e Novakovic *et al.* (2015).

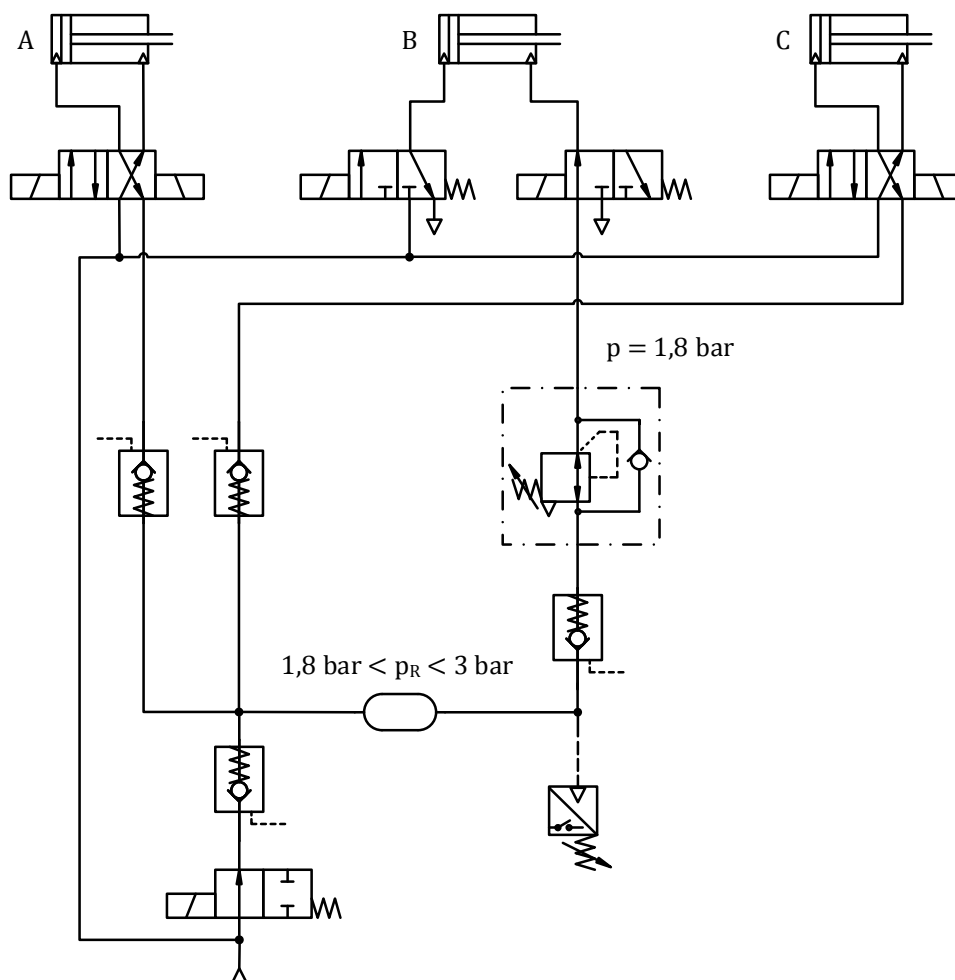
Novakovic *et al.* (2015) apresentaram um estudo experimental do impacto do processo de recuperação de ar comprimido na dinâmica de um atuador pneumático (Figura 2.3-b) com o objetivo de estimar um limite de recuperação. Tal estudo foi dividido em dois grupos de experimentos: um com sucessivos deslocamentos de avanço e retorno mantendo sempre a câmara de exaustão conectada ao reservatório auxiliar inicialmente a pressão atmosférica; e outro com um deslocamento de avanço para diferentes níveis de pressão inicial no reservatório. Os autores observaram, para ambos os grupos de experimentos, que a velocidade máxima do atuador reduz consideravelmente quando a pressão inicial no reservatório é aproximadamente igual à metade da pressão de suprimento, sendo este valor sugerido como limite de recuperação. No entanto, essa conclusão não foi generalizada, de forma que a determinação do limite deve ser realizada caso a caso.

Seslija *et al.* (2013) discutem uma forma de reduzir o consumo de ar comprimido em um sistema de manipulação de componentes entre duas linhas de montagem automatizadas. Nesse sistema (Figura 2.4) o valor superior da pressão no reservatório é adotado de acordo com



o trabalho de Novakovic *et al.* (2015), descrito no parágrafo anterior. Dessa forma a pressão no reservatório é mantida entre o intervalo de  $1,8 \times 10^5$  e  $3 \times 10^5$  Pa. Se a pressão no reservatório reduzir abaixo de  $1,8 \times 10^5$  Pa, a linha de suprimento deve ser ligada para elevar essa pressão para o limite superior, isto é, metade da pressão de suprimento. Nesse caso, o reservatório adicional armazena o ar comprimido que seria liberado para atmosfera durante os movimentos dos cilindros A e C, essa energia pode ser então reutilizada para fazer o movimento de retorno do cilindro B, resultando em uma economia de ar comprimido de aproximadamente 31%.

Figura 2.4 - Circuito pneumático com reservatório intermediário

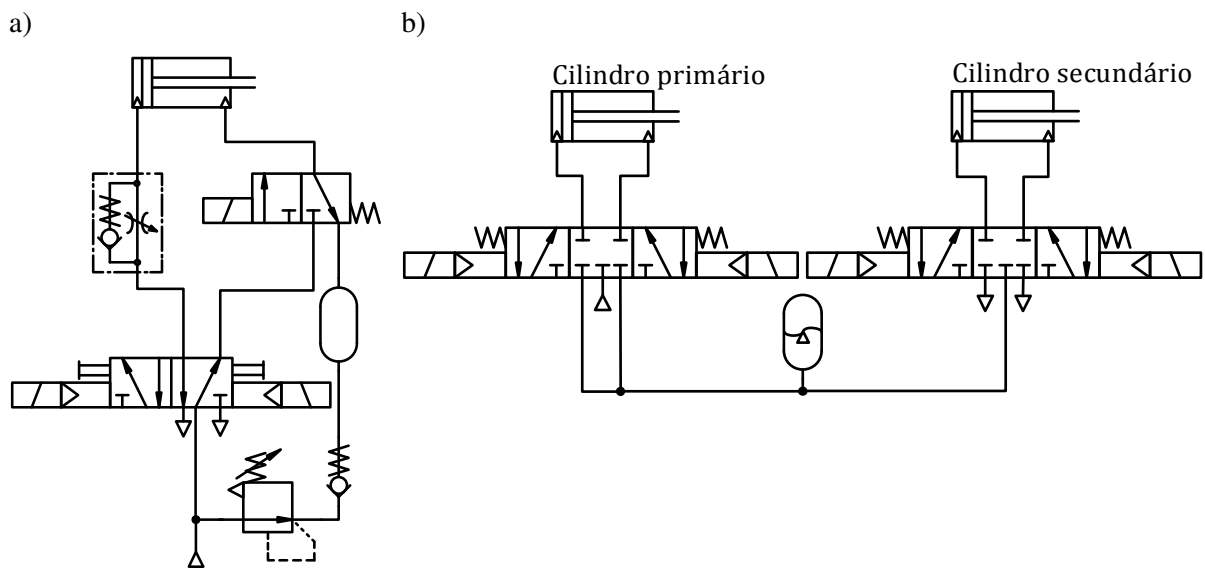


Fonte: Adaptada de Seslija *et al.* (2013).

Hepke e Weber (2013) propuseram uma solução de economia de energia com dois enfoques: modificação do circuito para recuperação de ar comprimido e dimensionamento por meio de um método de otimização de parâmetros. Na Figura 2.5-a, a pressão inicial no

reservatório é regulada de forma a garantir que quando o cilindro avance, o ar da câmara de exaustão seja direcionado para o reservatório auxiliar permitindo que o fim de curso seja atingido de forma segura. Então, a energia recuperada é reutilizada no movimento de retorno. O volume do reservatório foi determinado por meio de uma aproximação que leva em conta que a pressão na câmara de exaustão após a recuperação não deva exceder dois terços da pressão de suprimento. Como resultado, foi obtida uma redução de 43% no consumo de ar comprimido.

Figura 2.5 - Exemplos de circuitos com recuperação e reutilização



Fonte: Hepke e Weber (2103) e Cummins *et al.* (2017).

Cummins *et al.* (2017) analisaram o desempenho de um acumulador pneumático (pSEA - pneumatic Strain Energy Accumulator) que funciona por intermédio da expansão de uma bexiga de material elastomérico dentro de um recipiente rígido. A bexiga expande quando o ar entra no acumulador e se contrai quando o ar é eliminado, fazendo com que a energia seja armazenada sob duas formas: energia de pressão do ar e energia de tensão do material da bexiga devido ao seu comportamento hiperelástico. Para avaliar essa capacidade de armazenamento de energia vários experimentos foram realizados. Na Figura 2.5-b o ar de exaustão de um cilindro é recuperado para posterior reutilização no outro cilindro. Para cilindros cujos volumes são aproximadamente iguais, o ciclo avaliado consiste em um único avanço e retorno do cilindro primário e um único avanço e retorno do cilindro secundário. Nos casos em que os cilindros possuem volumes significativamente diferentes, múltiplos avanços e retornos de um devem ser realizados antes que o outro complete um único avanço e retorno. O número de múltiplos

avanços e retornos é necessário para garantir que o cilindro secundário complete o curso com segurança.

Apesar do número de trabalhos que abordam o tema de reaproveitamento de energia pneumática ser grande, é possível, com os exemplos da literatura apresentados, entender/identificar as principais dificuldades e soluções já exploradas nesse campo de pesquisa. A Tabela 2.1 resume os critérios para reaproveitamento de ar comprimido identificados nos trabalhos revisados da literatura.

Tabela 2.1 - Critérios para reaproveitamento de ar comprimido identificados na literatura

<b>Autor</b>	<b>Critério</b>	<b>Aplicação</b>
Shi <i>et al.</i> (2005)	Diferencial de pressão entre a câmara do atuador e o reservatório	Recuperação
Novakovic <i>et al.</i> (2015) Seslija <i>et al.</i> (2013)	Pressão limite no reservatório	Recuperação e reutilização
Hepke e Weber (2013)	Pressão limite na câmara do atuador	Recuperação e reutilização
Cummins <i>et al.</i> (2015)	Razão de volumes dos atuadores	Recuperação e reutilização

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se na literatura que o processo de recuperação ocorre simultaneamente ao processo de atuação. Isso conduziu alguns autores a avaliarem a alteração das características dinâmicas do atuador (quando o processo de recuperação/reutilização induz oscilação de movimento) apontando estratégias para evitar tal ocorrência. Dessa avaliação, cada autor estimou os limites do processo por meio de diferentes variáveis.

Isso poderia ser evitado caso os processos de recuperação e atuação ocorressem em momentos diferentes. Tal abordagem dá indícios para uma possível arquitetura de circuito e critério de reaproveitamento, cujos detalhes são discutidos no próximo capítulo.

### 3 CONFIGURAÇÃO DE CIRCUITO PROPOSTA

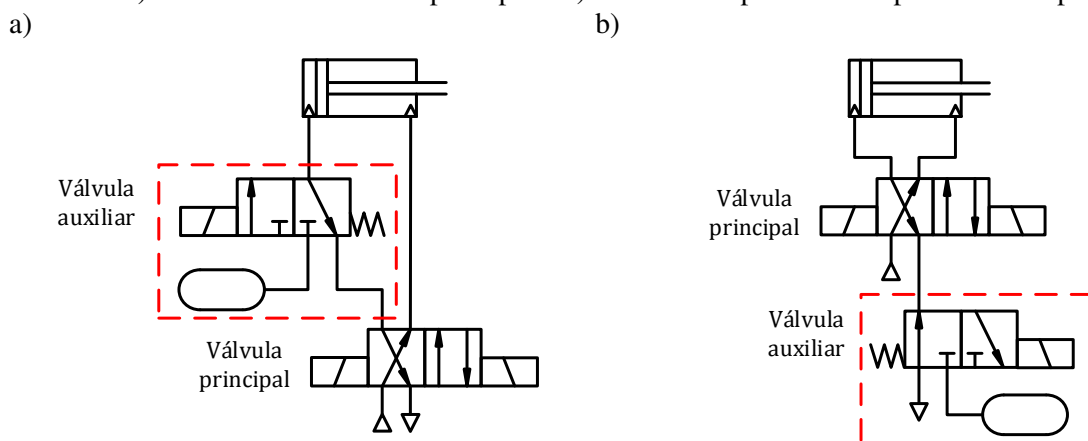
A proposta deste trabalho se baseia na adição de uma válvula 3/2 vias (chamada aqui de válvula auxiliar) e um reservatório (intermediário ou auxiliar) em um sistema convencional composto por válvula direcional e atuador linear. Entretanto, antes de apresentar a configuração de circuito proposta e o procedimento para dimensionamento do sistema, faz-se necessário alguns comentários acerca das possibilidades possíveis.

#### 3.1 OPÇÕES DE CONFIGURAÇÃO

Como visto nos exemplos da literatura é possível reutilizar ar comprimido por meio de diferentes arquiteturas de circuitos, cada uma com suas particularidades. Neste tópico é tratado as possibilidades de arranjo dos componentes para reaproveitamento de tal forma que os processos de recuperação e atuação ocorram em momentos diferentes.

A válvula auxiliar pode ser empregada de duas formas. Empregando-se a válvula auxiliar como na Figura 3.1-a, é possível recuperar e reutilizar ar comprimido de uma das câmaras do atuador. Além disso, por meio dessa configuração é possível recuperar energia da câmara mantendo o cilindro em repouso. Já, empregando-se a válvula auxiliar como na Figura 3.1-b, é possível recuperar das duas câmaras do atuador. No entanto, fica impossibilitado a reutilização já que a válvula auxiliar está conectada na porta de escape da válvula principal. Somado a isso, a recuperação de energia só pode ocorrer simultaneamente ao processo de atuação do cilindro.

Figura 3.1 - Sistemas com possibilidade de recuperação de energia empregando válvula e reservatório auxiliares: a) entre atuador e válvula principal e b) conectado à porta de escape da válvula principal



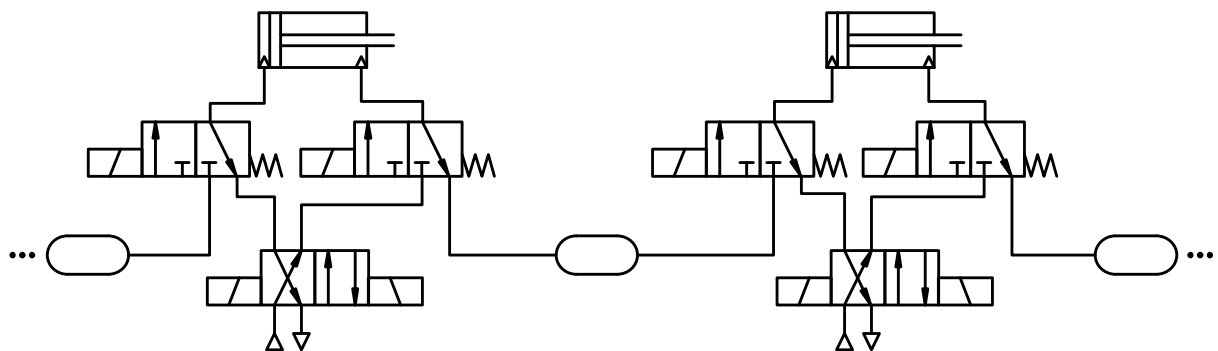
Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste trabalho é adotada a configuração da Figura 3.1-a. Com essa configuração é possível armazenar parte da energia na câmara do atuador antes de realizar o próximo deslocamento de avanço ou retorno e, por conseguinte, é possível afirmar que a energia recuperada provém apenas do potencial inicialmente presente na câmara, e não do processo de compressão que ocorre durante o deslocamento do pistão.

Um outro ponto a ser discutido diz respeito a reutilização da energia armazenada no reservatório. É possível reutilizar essa energia no mesmo atuador da qual a mesma provém ou em outro atuador que compõe o sistema. Essa escolha está intrinsicamente ligada ao tipo de aplicação (ciclo de operação, carregamento, número de atuadores do sistema), de forma que ambas podem ser aplicadas com sucesso. No entanto, neste trabalho explora-se apenas a reutilização em outro atuador que requer um nível de pressão compatível com a quantidade de energia armazenada.

Dependendo da aplicação ambas as câmaras do cilindro podem ser beneficiadas pelo processo de reaproveitamento de energia. Logo, é possível generalizar uma configuração como mostra na Figura 3.2: são empregados reservatórios e válvulas auxiliares entre todos os atuadores que compõe o sistema. Os três pontos ao lado dos reservatórios significam a continuidade da cadeia de sistemas de atuação, ou seja, esse modelo não se restringe apenas a equipamentos que operam com dois atuadores.

Figura 3.2 - Modelo geral do um sistema com possibilidade de reaproveitamento de energia



Fonte: Elaborada pelo autor.

Não necessariamente o sistema precisa conter válvulas auxiliares em ambas as câmaras do atuador e ao longo de todos os atuadores da máquina. Essa escolha depende principalmente do tamanho dos atuadores interconectados e do carregamento externo.

A melhoria de eficiência ocorre porque a energia de suprimento é utilizada tanto para mover o cilindro como para armazenar ar comprimido para outro trabalho mecânico. Para definir de forma mais clara esse mecanismo de reaproveitamento é necessário estabelecer um critério para o acionamento das válvulas auxiliares conforme exposto nas próximas seções.

### 3.2 CRITÉRIO DE REAPROVEITAMENTO

Quanto ao gerenciamento do sistema, é necessário implementar um método capaz de controlar o reaproveitamento de energia por meio de um critério para operação das válvulas. Uma das soluções possíveis para tal controle é estimar o volume do reservatório e o tempo mínimo em que a válvula auxiliar mantém conectados reservatório e câmara do atuador, de forma que a energia armazenada durante um ciclo de recuperação seja suficiente para ser reutilizada no ciclo seguinte de reutilização, já que este é realizado de forma a não necessitar da pressão de suprimento.

O ponto inicial para determinar essas estimativas é a solução analítica da equação da continuidade no reservatório para uma série de simplificações, que permite obter a dinâmica de pressão em função dos parâmetros do sistema, como apresentado na próxima seção.

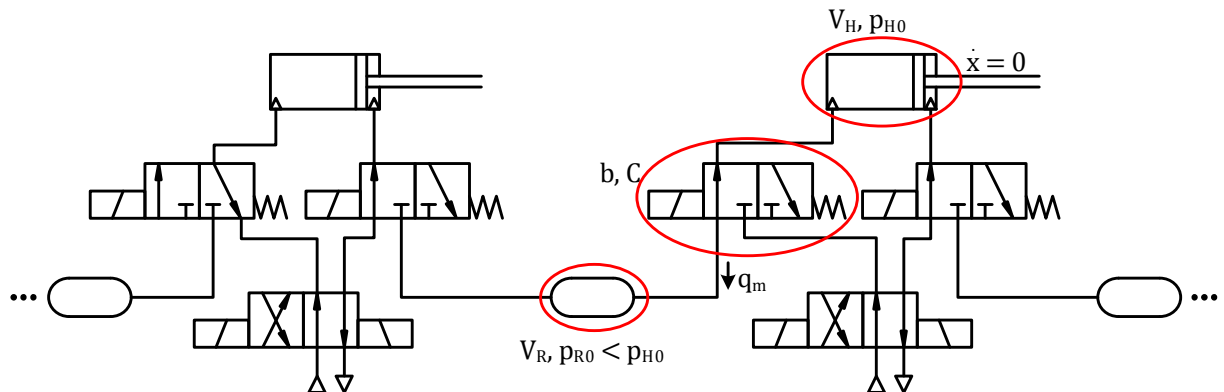
### 3.3 MODELOS PARA DINÂMICA DE PRESSÃO DURANTE A RECUPERAÇÃO

O processo de recuperação é estudado de forma analítica por meio da solução da equação da continuidade sob certas hipóteses simplificadoras, com o intuito de estimar o tempo para equalização das pressões entre o reservatório auxiliar e a câmara do atuador. Esse estudo é fundamental para o correto dimensionamento do reservatório a partir dos parâmetros dos sistemas de atuação.

#### 3.3.1 Simplificações

Os principais parâmetros para análise da recuperação são apresentados na Figura 3.3, na qual destaca-se a válvula auxiliar acionada, a câmara e o reservatório auxiliar. O índice  $H$  designa a câmara do atuador da qual pretende-se recuperar energia, e o índice  $R$  designa o reservatório auxiliar.

Figura 3.3 - Parâmetros para análise de recuperação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Diferentemente dos exemplos da literatura apresentados no Capítulo 2, aqui a recuperação será abordada levando-se em conta que o êmbolo do cilindro permaneça em repouso enquanto a câmara do atuador e o reservatório estejam conectados. O fechamento da válvula auxiliar e o movimento do êmbolo do cilindro só devem ocorrer após um dado intervalo de tempo.

Isto posto, o processo de recuperação pode ser visto como dois volumes fixos conectados por meio de um orifício. Intuitivamente é possível antever que quando a câmara e o reservatório são conectados, existe a tendência de ocorrer a equalização das pressões nas câmaras para um intervalo de tempo suficientemente grande. O nível de pressão alcançado depende dos volumes e das condições iniciais em cada um, já o tempo para tal equalização depende, além dos parâmetros citados, das características construtivas do orifício.

Aqui o maior interesse é determinar o tempo para o qual as pressões nas câmaras se igualam, já que nesse instante não existe mais potencial de recuperação de ar comprimido. Uma forma de encontrar o tempo de equalização analiticamente é através da solução da equação da continuidade no reservatório ou na câmara.

A Equação 3.1 é aplicável para descrever a dinâmica de pressão no reservatório e na câmara do atuador<sup>1</sup>, já que o êmbolo permanece em repouso durante o processo de recuperação:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RTn}{V} q_m \quad (3.1)$$

<sup>1</sup> Considerando processo isotérmico na câmara do cilindro e no reservatório.

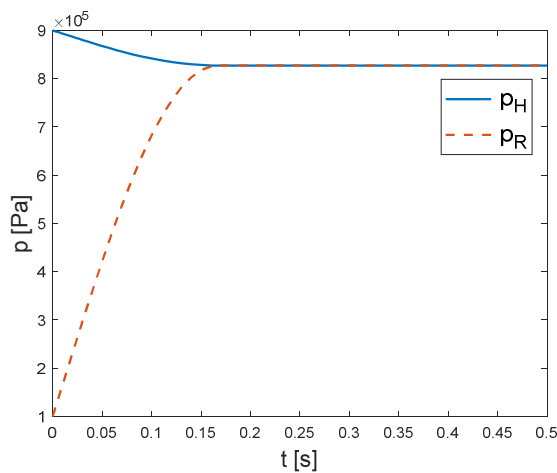
No entanto, existem dois problemas que dificultam a solução analítica dessa equação: a não linearidade associada à saturação da vazão mássica e o número de variáveis dependentes maior que um (pressão e temperatura a montante e pressão a jusante).

Por meio da avaliação via simulação numérica para diferentes correlações de volumes observou-se que é possível simplificar essa equação para algumas hipóteses. A seguir é apresentado alguns detalhes dessa avaliação.

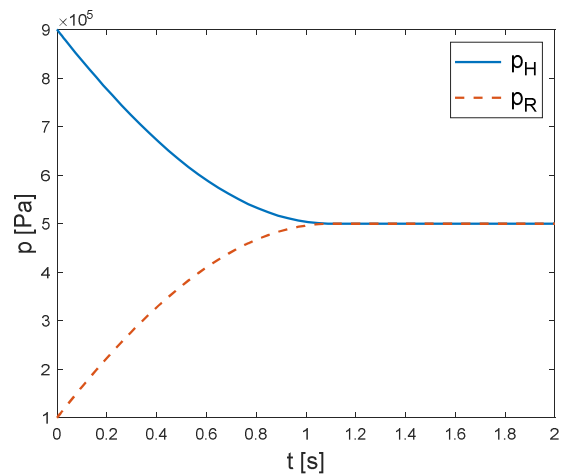
Assumindo-se que inicialmente, o reservatório encontra-se à pressão atmosférica, a câmara do cilindro encontra-se à pressão de suprimento e os parâmetros  $b$  e  $C$  da válvula são conhecidos, é possível avaliar como a relação entre os volumes das câmaras influenciam nessa dinâmica (Figura 3.4). Utilizou-se os parâmetros  $C = 1,47 \times 10^{-9} \text{ m}^5/\text{Ns}$ ,  $b = 0,26$  e  $n = 1$ .

Figura 3.4 - Dinâmicas de pressão para diferentes correlações de volumes entre câmara e reservatório

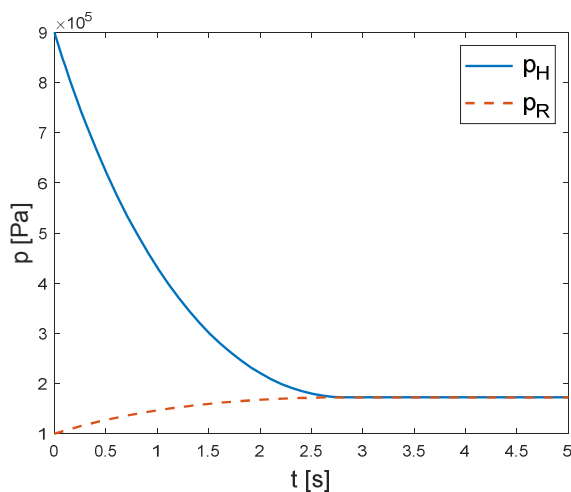
a)  $V_H = 200 \text{ ml}$  e  $V_R = 20 \text{ ml}$



b)  $V_H = 200 \text{ ml}$  e  $V_R = 200 \text{ ml}$



c)  $V_H = 200 \text{ ml}$  e  $V_R = 2000 \text{ ml}$



Fonte: Elaborada pelo autor.



É possível constatar da Figura 3.4 uma característica comum para os casos (a) e (c): a variação de pressão em uma das câmaras é pequena quando comparada à variação de pressão da outra. Se o reservatório for muito menor que a câmara do cilindro a pressão na câmara varia pouco e se assemelha a uma fonte a alta pressão (a). Já, se o reservatório for muito maior que a câmara do cilindro a pressão no reservatório varia pouco e se assemelha a uma fonte a baixa pressão (c).

Para esses dois casos é possível fazer a hipótese de que uma das câmaras se comporta, aproximadamente, como uma fonte de pressão. Para o caso (a) é possível aplicar a equação da continuidade no reservatório e fazer as seguintes considerações:

- O processo é isotérmico;
- Não ocorre saturação da vazão;
- A pressão na câmara do atuador se mantém constante e igual à pressão de equilíbrio alcançada no final da recuperação.

Consequentemente, chega-se à seguinte equação diferencial não linear de primeira ordem:

$$\frac{dp_R}{dt} = \frac{R T_R n p_{eq}^{Rec} C \rho_0}{V_R} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_R}{p_{eq}^{Rec}} - b}{1 - b} \right)^2} \quad (3.2)$$

Para o caso (c) é possível aplicar a equação da continuidade na câmara e fazer as seguintes considerações:

- O processo é isotérmico;
- Não ocorre saturação da vazão;
- A pressão no reservatório se mantém constante e igual à pressão de equilíbrio alcançada no final da recuperação.

Logo, chega-se à seguinte equação diferencial não linear de primeira ordem:

$$\frac{dp_H}{dt} = - \frac{R T_H n C \rho_0}{V_H} p_H \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_{eq}^{Rec}}{p_H} - b}{1 - b} \right)^2} \quad (3.3)$$

Essas equações diferenciais com apenas uma variável,  $p_H$  ou  $p_R$ , podem ser resolvidas analiticamente para a obtenção do tempo de equalização (dependendo da correlação entre volumes) calculando o instante no qual a pressão no volume adotado se iguala à pressão de equilíbrio ( $p_{eq}^{Rec}$ ). Os detalhes da solução dessas equações são apresentados no Apêndice C.

A pressão de equilíbrio acima citada pode ser obtida por meio da equação de estado dos gases, levando-se em conta que na condição final o volume é dado pela soma dos volumes da câmara e do reservatório e a massa é dada pela soma das massas iniciais na câmara e no reservatório ( $m_{H0}$  e  $m_{R0}$ ), ou seja:

$$p_{eq}^{Rec} = \frac{(m_{H0} + m_{R0})RT_R}{V_H + V_R} \quad (3.4)$$

onde,

$$m_{H0} = \frac{P_{H0}V_H}{RT_H} \quad (3.5)$$

$$m_{R0} = \frac{P_{R0}V_R}{RT_R} \quad (3.6)$$

A seguir é apresentada comparações entre a solução analítica das Equações 3.2 e 3.3 e a solução obtida via simulação numérica do modelo dinâmico desenvolvido no capítulo 4 como forma de verificar a adequação do modelo analítico.

### 3.3.2 Expressão analítica para $V_R \ll V_H$

A variação da pressão no reservatório para a correlação  $V_R \ll V_H$  é dada pela Equação 3.7, cuja obtenção é detalhada no Apêndice C.

$$p_R = \begin{cases} p_{eq}^{Rec} \left( (1 - b) \text{sen} \left( \frac{k_1 t + C_1}{p_{eq}^{Rec} (1 - b)} \right) + b \right) & \text{se } t < t_{eq,1} \\ p_{eq}^{Rec} & \text{se } t \geq t_{eq,1} \end{cases} \quad (3.7)$$

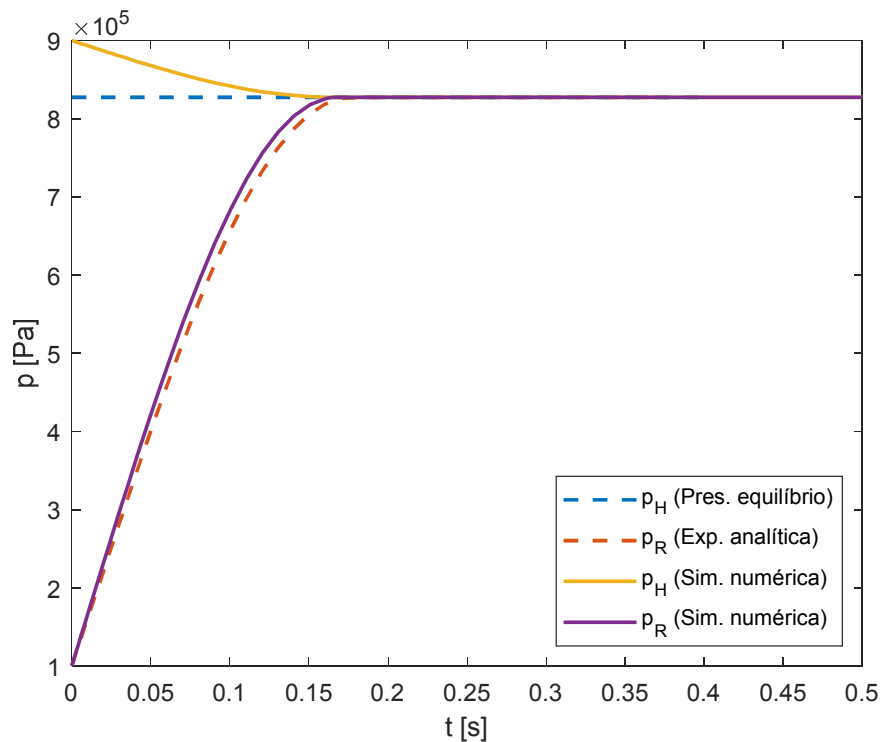
onde o tempo de equilíbrio é:

$$t_{eq,1} = \frac{1}{k_1} \left( p_{eq}(1-b) \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{\frac{p_R^{Rec}}{p_{eq}} - b}{1-b} \right) - C_1 \right) \quad (3.8)$$

Os fatores  $k_1$  e  $C_1$  dependem dos parâmetros do sistema e das condições iniciais conforme apresentado no Apêndice C.

A Figura 3.5 apresenta comparações gráficas entre as dinâmicas de pressão da expressão analítica e da simulação numérica para  $V_H = 200$  ml,  $V_R = 20$  ml,  $C = 1,47 \times 10^{-9}$  m<sup>5</sup>/Ns,  $b = 0,26$  e  $n = 1$ .

Figura 3.5 - Expressão analítica e simulação numérica para a condição  $V_R \ll V_H$

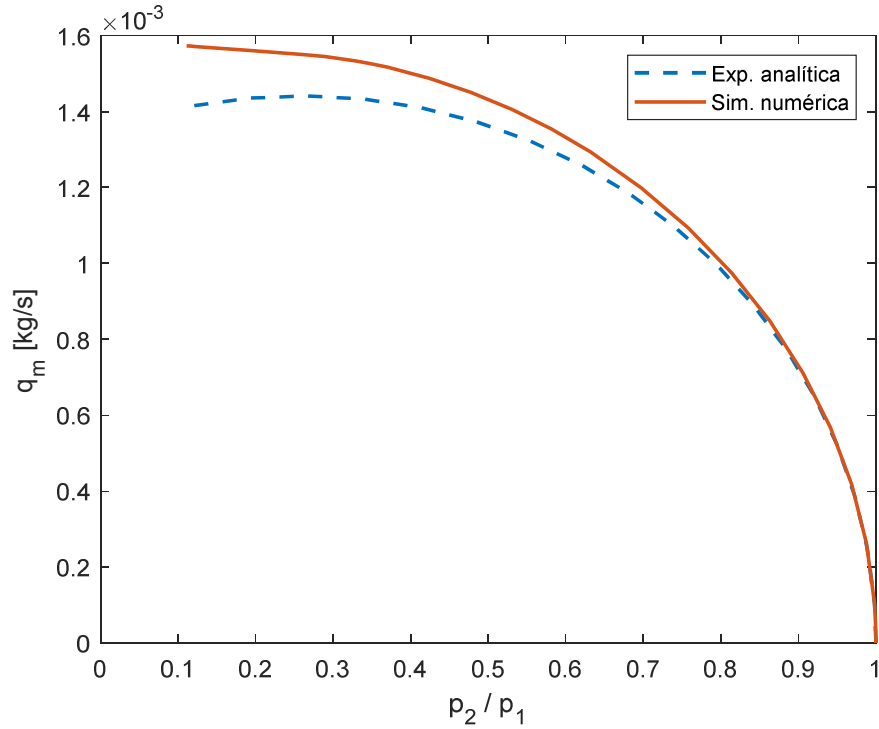


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pelo gráfico da Figura 3.5, vê-se que o resultado obtido de forma analítica se assemelha àquele obtido por simulação numérica. Além disso, é importante destacar que o resultado analítico vem de uma função periódica, cujo ponto de máximo ocorre em  $t = t_{eq}$ .

A Figura 3.6 expõe a característica de vazão para o modelo analítico e a simulação numérica para as mesmas condições anteriores.

Figura 3.6 - Vazão mássica versus razão de pressão para a condição  $V_R \ll V_H$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse caso a característica de vazão da expressão analítica se assemelha à da simulação numérica apenas para elevados valores de razão de pressão, ou seja, o erro associado ao modelo analítico se deve ao cálculo de uma vazão mássica menor para baixas razões de pressões.

### 3.3.3 Expressão analítica para $V_R \gg V_H$

A dinâmica de pressão na câmara do atuador para a correlação  $V_R \gg V_H$  (Equação 3.9) é obtida de forma análoga ao caso anterior, e sua obtenção é detalhada no Apêndice C.

$$p_H = \begin{cases} p_{eq}^{Rec} \frac{1}{(1-b) \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-a^2} \operatorname{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1}{a} \right) \right) + b} & \text{se } t < t_{eq,2} \\ p_{eq}^{Rec} & \text{se } t \geq t_{eq,2} \end{cases} \quad (3.9)$$

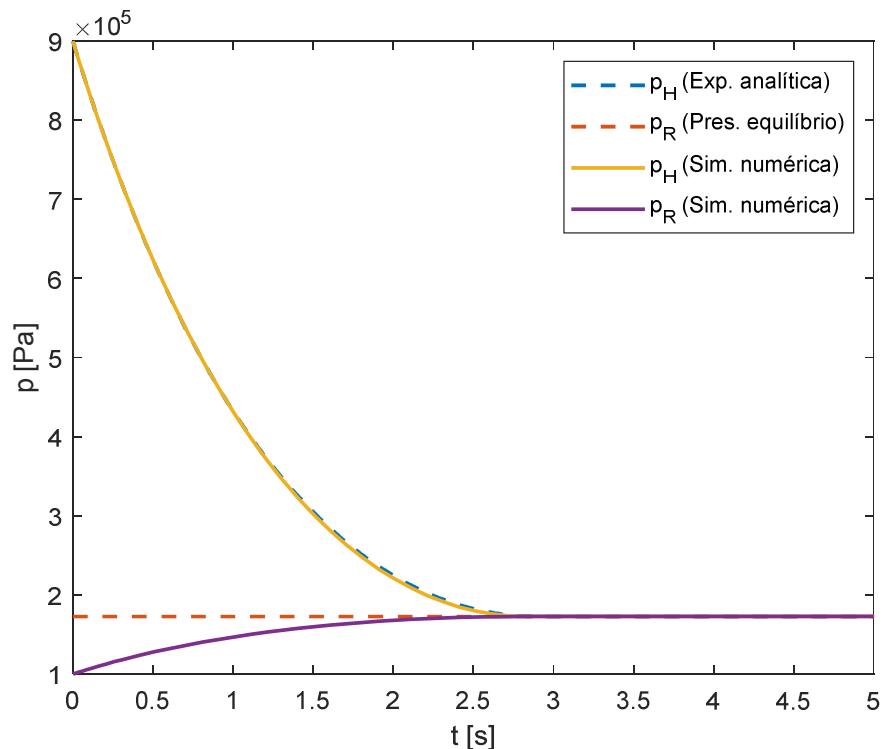
O tempo de equilíbrio é dado por:

$$t_{eq,2} = \frac{1}{k_2} \left( -A \operatorname{tgh}^{-1} \left( \frac{1 + a \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{p_{eq}^{Rec} / p_H - b}{1 - b} \right) \right)}{\sqrt{1 - a^2}} \right) + C_2 \right) \quad (3.10)$$

Os fatores  $k_2$ ,  $C_2$ ,  $a$  e  $A$  dependem dos parâmetros do sistema e das condições iniciais conforme apresentado no Apêndice C.

A Figura 3.7 apresenta comparações gráficas entre as dinâmicas de pressão da expressão analítica e da simulação numérica para  $V_H = 200$  ml,  $V_R = 2000$  ml,  $C = 1,47 \times 10^{-9}$  m<sup>5</sup>/N s,  $b = 0,26$  e  $n = 1$ .

Figura 3.7 - Expressão analítica e simulação numérica para a condição  $V_R \gg V_H$

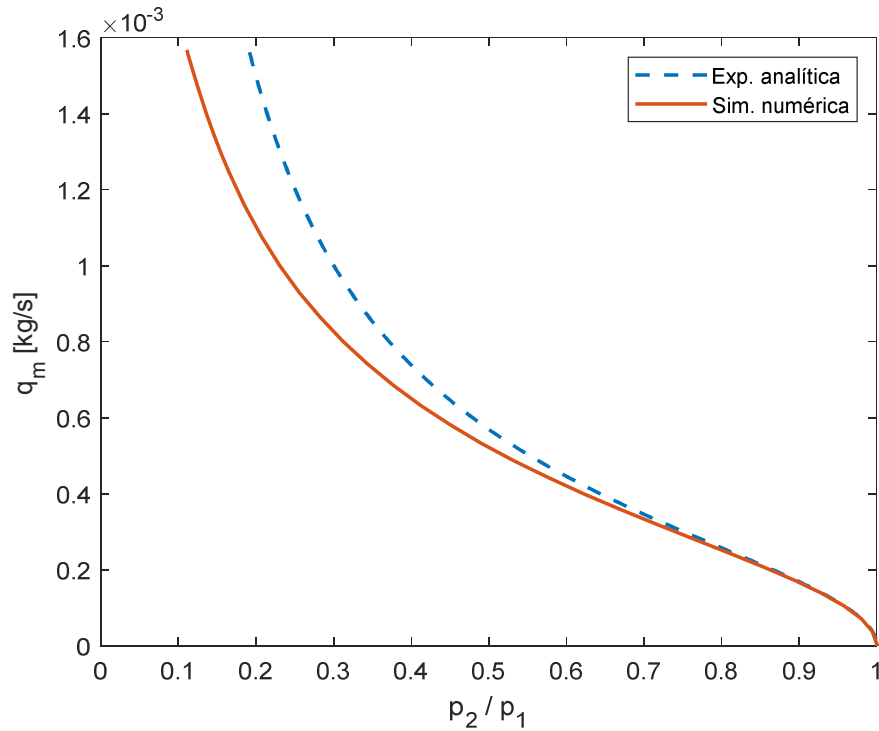


Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo semelhante ao caso anterior, vê-se que a resposta obtida de forma analítica se assemelha a resposta obtida por simulação numérica.

A Figura 3.8 mostra a característica de vazão para o modelo analítico e a simulação numérica para as mesmas condições anteriores.

Figura 3.8 - Vazão mássica versus razão de pressão para a condição  $V_R \gg V_H$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse caso a característica de vazão da expressão analítica também se assemelha à da simulação numérica apenas para elevados valores de razão de pressão, em outras palavras, o erro associado ao modelo analítico é devido ao cálculo de uma vazão mássica maior para baixas razões de pressões.

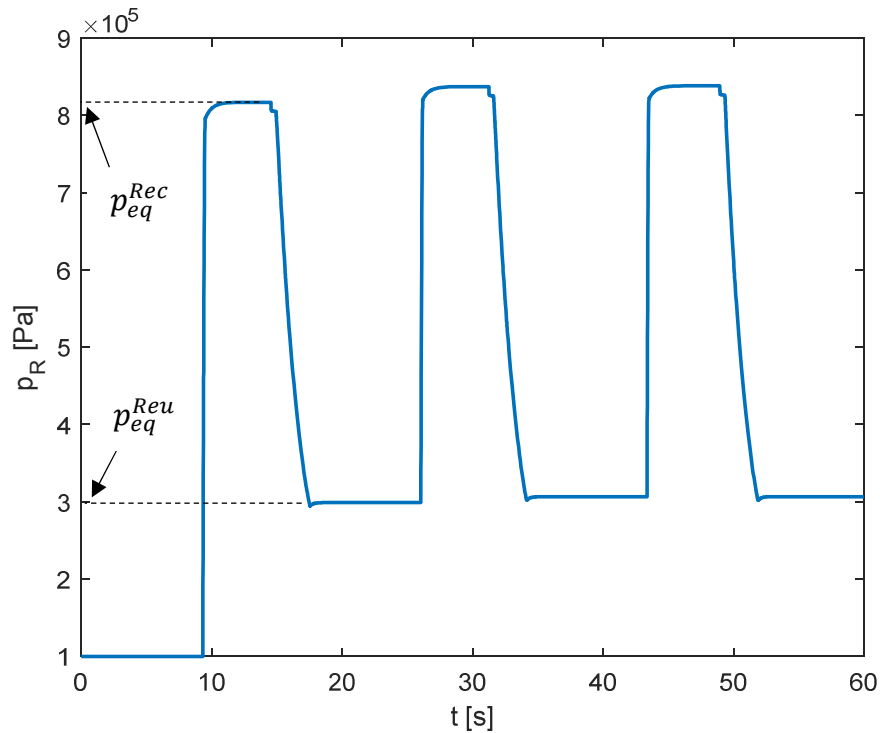
### 3.4 DIMENSIONAMENTO DO RESERVATÓRIO

Além da dinâmica de pressão, outro aspecto a ser tratado no processo de recuperação é o correto dimensionamento do reservatório intermediário.

Levando-se em conta que a pressão mínima necessária para a atuação do sistema que opera reutilizando ar comprimido é conhecida ( $p_{R,min}$ ), é possível estimar o volume do reservatório de forma que a pressão final durante a reutilização seja próxima a essa pressão conhecida. Para isso, é necessário entender um aspecto importante relacionado à dinâmica de pressão no reservatório.

A Figura 3.9 mostra um exemplo das pressões de equilíbrio alcançadas para três ciclos de recuperação-reutilização a partir de um nível de pressão atmosférica no reservatório para o sistema dimensionado (Anexo A) e controle de acionamento das válvulas conforme Figura 5.3 considerando um tempo de recuperação suficientemente grande.

Figura 3.9 - Dinâmica de pressão no reservatório

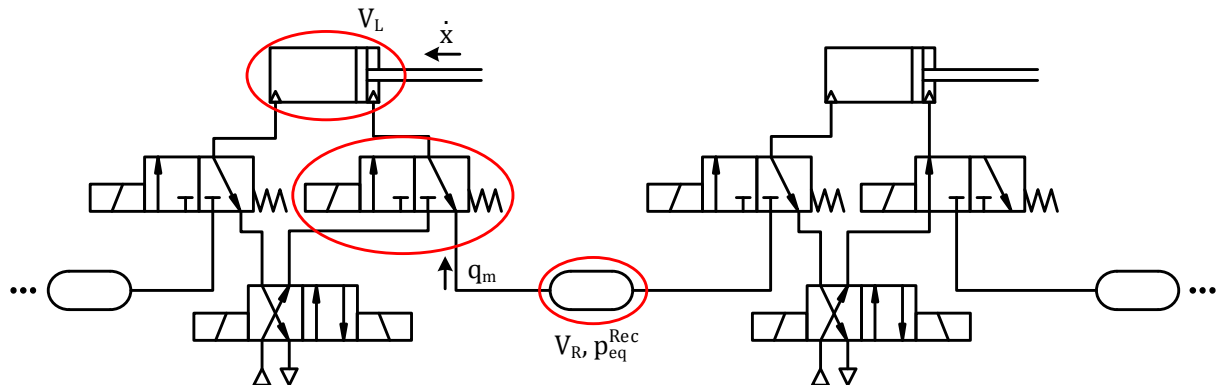


Fonte: Elaborada pelo autor.

Como se pode visualizar na Figura 3.9, é dado tempo suficiente para que ocorra a pressão de equalização entre câmara e reservatório; ademais, após o primeiro ciclo de reaproveitamento já é possível ter uma estimativa da menor pressão que o reservatório vai operar. Baseado nesse fato, é detalhado a seguir um procedimento para o dimensionamento do reservatório.

Após a recuperação, a pressão de equilíbrio é dada pelas Equações 3.4, 3.5 e 3.6. De forma análoga, a pressão de equilíbrio após a reutilização ( $p_{eq}^{Reu}$ ) também pode ser obtida por meio da equação de estado dos gases, para o equilíbrio de pressões entre a câmara do atuador e o reservatório. A Figura 3.10 mostra os principais parâmetros para esse cálculo realçando a válvula auxiliar, o atuador e o reservatório auxiliar.

Figura 3.10 - Parâmetros para análise de reutilização



Fonte: Elaborada pelo autor.

Levando em conta que na condição final o volume é dado pela soma dos volumes da câmara e do reservatório e a massa é igual a massa de ar no reservatório após a recuperação<sup>2</sup> ( $m_R^{Rec}$ ), a pressão de equilíbrio após a reutilização é dada por:

$$p_{eq}^{Reu} = \frac{m_R^{Rec} RT_R}{V_R + V_L} \quad (3.11)$$

onde,

$$m_R^{Rec} = \frac{p_{eq}^{Rec} V_R}{RT_R} \quad (3.12)$$

O índice  $L$  refere-se à câmara do atuador para a qual pretende-se reutilizar ar comprimido. Unindo as Equações 3.4, 3.5, 3.6, 3.11 e 3.12, e isolando  $p_{eq}^{Reu}$  obtém-se:

$$p_{eq}^{Reu} = \frac{(p_{H0}V_H + p_{R0}V_R) V_R}{(V_R + V_L)(V_R + V_H)} \quad (3.13)$$

onde  $V_H$  é o volume da câmara do sistema de recuperação e  $V_L$  é o volume da câmara do sistema de reutilização.

<sup>2</sup> No cálculo da pressão no final do processo de reutilização (Equação 4.11), a massa de ar inicial na câmara do cilindro não é contabilizada porque o cilindro está avançado (Figura 3.10). Também é importante ressaltar que o parâmetro  $V_L$  corresponde ao volume da câmara quando o cilindro está totalmente recuado.



Resolvendo a Equação 3.13 para  $V_R$  com  $p_{eq}^{Reu} = p_{R,min}$ ,  $p_{H0} = p_S$  e  $p_{R0} = p_{atm}$  obtém-se duas raízes para a equação do segundo grau:

$$V_R = \frac{p_{R,min}(V_H + V_L) - p_S V_H \pm \sqrt{(p_{R,min}(V_H + V_L) - p_S V_H)^2 + 4V_H V_L p_{R,min}(p_{atm} - p_{R,min})}}{2(p_{atm} - p_{R,min})} \quad (3.14)$$

Conhecendo-se as dimensões dos atuadores, a condutância sônica da válvula auxiliar e a pressão de suprimento dos sistemas de atuação é possível estabelecer um procedimento simples para determinar o volume do reservatório e, conseqüentemente, o instante de acionamento da válvula auxiliar durante a recuperação por meio das equações desenvolvidas neste capítulo. As etapas do procedimento são:

1. Estimar limite mínimo de pressão no reservatório para a atuação do sistema que opera reutilizando;
2. Determinar o volume do reservatório de forma que a pressão mínima ao final do processo de reutilização seja igual à pressão estimada no passo 1 por meio da Equação 3.14;
3. Estimar o tempo de equilíbrio durante a recuperação para a condição de pressão mínima no reservatório do passo 1 por meio da Equação 3.8 ou 3.10, dependendo da razão de volumes entre o atuador e a câmara. Esse tempo deve então ser implementado no controle da válvula auxiliar.

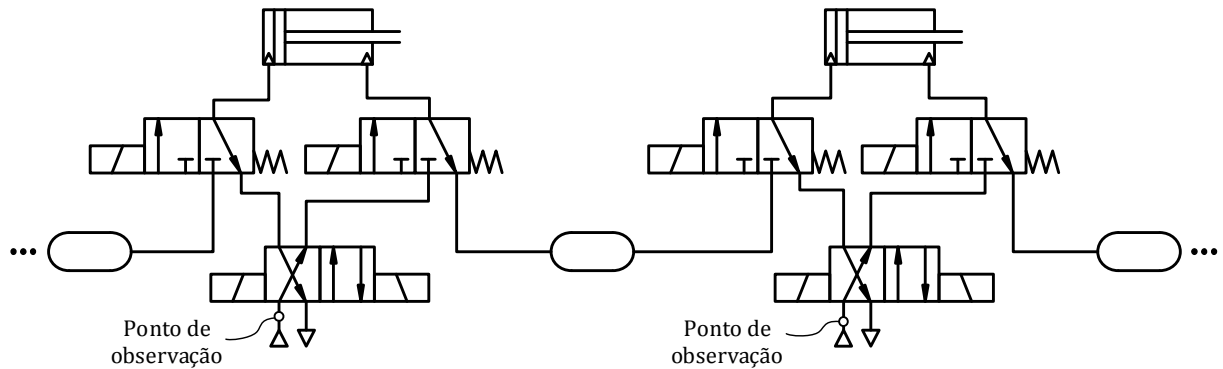
### 3.5 ANÁLISE DE EFICIÊNCIA

Para o cálculo da eficiência energética é necessário definir dois pontos de observação<sup>3</sup> (Figura 3.11) nas linhas de suprimento dos sistemas de atuação, onde calcula-se a quantidade total de energia fornecida aos sistemas.

---

<sup>3</sup> Pontos onde se deseja estimar a quantidade de energia útil disponível de uma corrente de fluido.

Figura 3.11 - Pontos de observação para o cálculo de exergia



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para cada ponto de observação é possível definir a exergia para uma corrente de fluido por meio do seguinte equacionamento, que é oriundo da primeira e segunda lei da termodinâmica (VIGOLO, 2018):

$$X_{fluido} = \int_0^t q_m c_p (T - T_0) - q_m T_0 \left( c_p \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - R \ln \left( \frac{p}{p_0} \right) \right) dt \quad (3.15)$$

onde,  $p_0$  e  $T_0$  são a pressão e a temperatura nas condições de referência;  $q_m$ ,  $p$  e  $T$  são, respectivamente, a vazão mássica, a pressão e a temperatura no ponto de observação;  $R$  é a constante universal dos gases.

Já a energia mecânica para o movimento do pistão (parcela de energia útil) é dada por:

$$E_{mec} = \int_0^t (p_A A_A - p_B A_B) v dt \quad (3.16)$$

onde  $p_A$  e  $p_B$  são as pressões nas câmaras A e B, respectivamente,  $A_A$  e  $A_B$  são as áreas úteis das câmaras A e B, respectivamente, e  $v$  é a velocidade do atuador.

A eficiência energética do sistema pode ser então calculada pela razão entre a soma das energias mecânicas dividida pela soma das energias de suprimento de cada sistema de atuação para um ciclo completo de operação, sendo  $i$  o índice de cada sistema de atuação.

$$\eta_{sis} = \frac{E_{mec,1} + E_{mec,2} + \dots + E_{mec,i}}{X_{fluido,1} + X_{fluido,2} + \dots + X_{fluido,i}} \quad (3.17)$$

Após a descrição detalhada do sistema proposto, será realizado um estudo de caso no capítulo 5 para esclarecer quantitativamente o seu potencial de redução de consumo. Mas antes é necessário desenvolver um modelo matemático do sistema, já que esse estudo de caso será baseado em simulação numérica.

## 4 MODELAGEM DOS COMPONENTES PNEUMÁTICOS

Apresenta-se nesse capítulo a representação matemática dos componentes pneumáticos que compõem a configuração de circuito proposta no capítulo anterior: atuador linear, válvula direcional (3/2 vias e 4/2 vias) e reservatório auxiliar. Tal representação, baseada na equação do movimento, equação da continuidade, primeira lei da termodinâmica e equação da vazão para escoamento compressível, servirá para a avaliação de um estudo de caso com a arquitetura de circuito proposta.

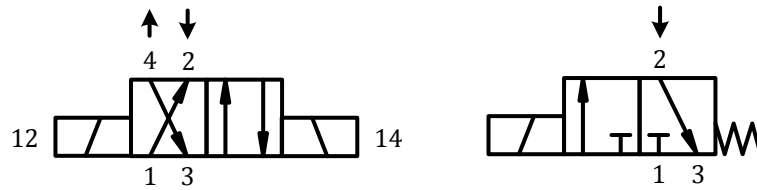
As simplificações adotadas para o sistema a ser modelado são:

- Os efeitos da força de gravidade sobre o ar e sua energia cinética são considerados desprezíveis;
- O ar se comporta como um gás perfeito (a equação de estado dos gases é válida);
- Os calores específicos do ar à pressão e volume constante não se alteram ao longo dos processos;
- Não existem vazamentos internos nas válvulas e no cilindro;
- A condutância sônica ( $C$ ) e a razão de pressões crítica ( $b$ ) das válvulas são as mesmas para todos os orifícios;
- As temperaturas e as pressões nas câmaras do cilindro e no reservatório assumem valores homogêneos em todo o volume de controle;
- A dinâmica do carretel da válvula é desconsiderada por ser mais rápida que a dinâmica do atuador pneumático;
- Os processos termodinâmicos dentro do reservatório e da tubulação entre as válvulas são isentrópicos. Já para as câmaras do cilindro é empregado um modelo baseado no princípio da conservação de energia para obter a equação que descreve a dinâmica de temperatura ao longo do processo.

### 4.1 VÁLVULAS DIRECIONAIS

A Figura 4.1 mostra as duas válvulas usadas no sistema com destaque para a descrição das portas, onde 1 representa a porta de suprimento, 3 a porta de escape para atmosfera e 2 e 4 as portas de trabalho. Essa nomenclatura é usada na descrição das variáveis no modelo em diagrama de blocos.

Figura 4.1 - Simbologia das válvulas direcionais do sistema (as setas indicam o sentido positivo da vazão adotados no modelo matemático)



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.1 Equação da vazão para escoamento compressível

A descrição matemática da vazão mássica através das válvulas direcionais para uma condição de abertura máxima do orifício de controle é dada pela Equação 4.1, em concordância com o modelo adotado pela norma ISO 6358<sup>4</sup> (2006).

$$q_m = \begin{cases} p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_2 - b}{p_1 - b}\right)^2} & \text{se } \frac{p_2}{p_1} > b \\ p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} & \text{se } \frac{p_2}{p_1} \leq b \end{cases} \quad (4.1)$$

tal que

$$b = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{cr} \quad (4.2)$$

Nesse modelo, a vazão mássica é descrita por uma elipse caracterizada pelos coeficientes  $b$  e  $C$ , sendo  $q_m$  a vazão mássica;  $C$  a condutância sônica da válvula;  $p_1$  a pressão<sup>5</sup> a montante;  $p_2$  a pressão a jusante;  $\rho_0$  a massa específica nas condições de referência;  $T_0$  a temperatura absoluta do ar nas condições de referência;  $T_1$  a temperatura do ar a montante e  $b$

<sup>4</sup> O modelo adotado pela norma ISO 6358 foi inicialmente proposto por Sanville (1971).

<sup>5</sup> As pressões utilizadas neste trabalho são absolutas.

a razão de pressões crítica que define se o regime de escoamento é subsônico ( $p_2/p_1 > b$ ) ou sônico saturado  $0 < p_2/p_1 < b$ .

Na norma ISO 6358, as condições de referência são as definidas na Tabela 4.1.

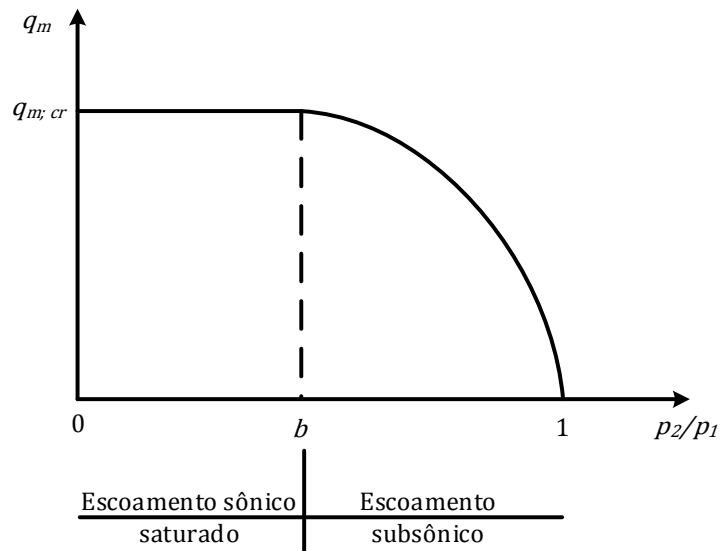
Tabela 4.1 - Parâmetros nas condições de referência

Características do ar nas CNTP	Valor
Temperatura absoluta	293,15 K
Pressão absoluta	100 kPa
Massa específica	1,185 kg/m <sup>3</sup>
Humidade relativa	65%
Constante universal dos gases	288 J/kg K

Fonte: ISO 6358 (2006).

A Figura 4.2 representa simplificada o comportamento da vazão mássica em função da razão de pressões modelada a partir da Equação 4.1.

Figura 4.2 - Vazão mássica através de uma válvula em função da razão de pressões



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os parâmetros  $b$  e  $C$  dependem das características construtivas da válvula e devem ser determinados experimentalmente quando não são informados nos catálogos dos fabricantes.

Em vista ao apresentado, as equações que definem a vazão mássica e o fluxo de energia<sup>6</sup> nas portas 2 e 4 da válvula 4/2 vias são:

- Para  $u_{12} > 0$  ( $1 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3$ ):

$$q_{m4} = - \begin{cases} p_4 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_4}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_3 - b}{1 - b}\right)^2} & \text{se } \frac{p_3}{p_4} > b \\ p_4 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_4}} & \text{se } \frac{p_3}{p_4} \leq b \end{cases} \quad (4.3)$$

$$e_4 = c_p T_4 q_{m4} \quad (4.4)$$

$$q_{m2} = - \begin{cases} p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_2 - b}{1 - b}\right)^2} & \text{se } \frac{p_2}{p_1} > b \\ p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} & \text{se } \frac{p_2}{p_1} \leq b \end{cases} \quad (4.5)$$

$$e_2 = c_p T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} q_{m2} \quad (4.6)$$

---

<sup>6</sup> O fluxo de energia devido ao escoamento do fluido é uma das parcelas necessária para a determinação da dinâmica de temperatura nas câmaras do atuador e foi abordada neste tópico pois depende da temperatura a montante e a jusante da válvula. Mais detalhes são apresentados na seção 4.2.2.

- Para  $u_{14} > 0$  (1→4, 2→3):

$$q_{m4} = + \begin{cases} p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_4 - b}{1 - b}\right)^2} & \text{se } \frac{p_4}{p_1} > b \\ p_1 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} & \text{se } \frac{p_4}{p_1} \leq b \end{cases} \quad (4.7)$$

$$e_4 = c_p T_1 \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} q_{m4} \quad (4.8)$$

$$q_{m2} = + \begin{cases} p_2 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_2}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_3 - b}{1 - b}\right)^2} & \text{se } \frac{p_3}{p_2} > b \\ p_2 C \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_2}} & \text{se } \frac{p_3}{p_2} \leq b \end{cases} \quad (4.9)$$

$$e_2 = c_p T_2 q_{m2} \quad (4.10)$$

Os sinais no início das equações da vazão refletem o sentido do escoamento de acordo com os sentidos positivos adotados na Figura 4.1. Cabe ressaltar também que a válvula 3/2 vias tem modelagem semelhante à válvula 4/2 vias, sendo preciso definir vazão apenas na porta 2.

## 4.2 CILINDRO PNEUMÁTICO

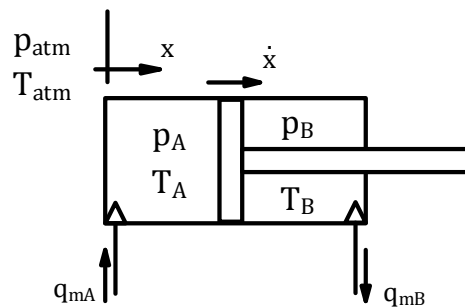
O cilindro pneumático de duplo efeito assimétrico tem sua dinâmica descrita por meio das equações que representam a conservação de massa e energia nos volumes de controle de suas câmaras.



### 4.2.1 Equação da continuidade

Para a aplicação das equações fundamentais é importante reconhecer as principais variáveis que atuam no cilindro e adotar um referencial adequado. Dessa maneira, para a obtenção dos modelos matemáticos da pressão e da temperatura nas câmaras leva-se em consideração o referencial descrito da Figura 4.3.

Figura 4.3 - Vazões mássicas no cilindro pneumático



Fonte: Elaborada pelo autor.

A dinâmica de pressão é obtida por meio da aplicação da equação da continuidade (conservação de massa) em um volume de controle, a qual estabelece que “o fluxo líquido de massa através de uma superfície de controle é igual à variação de massa no interior do volume de controle” (VON LINSINGEN, 2016).

$$\int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV = 0 \quad (4.11)$$

onde  $A$  é a área de passagem do fluido na superfície de controle das câmaras do cilindro,  $\rho$  é a massa específica do fluido no volume  $V$ , e  $v$  é a velocidade do fluido em  $A$ .

Aplicando a equação da continuidade nas câmaras A e B do atuador e assumindo que a massa específica é uniformemente distribuída pelo volume de controle resulta nas Equações 4.12 e 4.13 que determinam que “a vazão que sai ou entra no volume de controle é igual à taxa de variação do volume com o tempo que ocorre no volume de controle, adicionada da parcela correspondente à expansão ou compressão no volume de controle” (DE NEGRI, 2001).

$$q_{mA} = \rho_A \frac{dV_A}{dt} + V_A \frac{d\rho_A}{dt} \quad (4.12)$$

$$-q_{mB} = \rho_B \frac{dV_B}{dt} + V_B \frac{d\rho_B}{dt} \quad (4.13)$$

A taxa de variação da massa específica com o tempo é determinada por meio da derivação com relação ao tempo da equação de estado dos gases ideais ( $pV = mRT$ ):

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{1}{RT} - \frac{p}{RT^2} \frac{dT}{dt} \quad (4.14)$$

Os volumes nas câmaras  $V_A$  e  $V_B$  são variáveis em função da posição ( $x$ ) e do curso do pistão ( $L$ ):

$$V_A = A_A x + V_{A0} \quad (4.15)$$

$$V_B = A_B(L - x) + V_{B0} \quad (4.16)$$

onde  $A_A$  e  $A_B$  são as áreas das câmaras A e B do atuador; os volumes  $V_{A0}$  é o volume morto da câmara A e  $V_{B0}$  é o volume morto da câmara B do cilindro (volumes mínimos que permanecem em cada câmara quando o êmbolo do cilindro está totalmente recuado ou avançado).

A taxa de variação do volume nas câmaras é determinada através da derivação com relação ao tempo das Equações 4.15 e 4.16:

$$\frac{dV_A}{dt} = A_A \frac{dx}{dt} \quad (4.17)$$

$$\frac{dV_B}{dt} = -A_B \frac{dx}{dt} \quad (4.18)$$

Substituindo as Equações 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 nas Equações 4.12 e 4.13 e deixando em evidência os termos derivativos das pressões nas câmaras, têm-se:

$$\frac{dp_A}{dt} = \frac{p_A}{T_A} \frac{dT_A}{dt} + \frac{1}{A_A x + V_{0A}} \left( q_{mA} R T_A - p_A A_A \frac{dx}{dt} \right) \quad (4.19)$$

$$\frac{dp_B}{dt} = \frac{p_B}{T_B} \frac{dT_B}{dt} + \frac{1}{A_B(L-x) + V_{0B}} \left( -q_{mB} R T_B + p_B A_B \frac{dx}{dt} \right) \quad (4.20)$$

#### 4.2.2 Primeira lei da Termodinâmica

Os termos da variação da temperatura com o tempo ( $dT_A/dt$  e  $dT_B/dt$ ) nas Equações 4.19 e 4.20 são determinados por meio da aplicação da primeira lei da termodinâmica (conservação de energia) nos volumes de controle das câmaras A e B. A formulação dessas equações é baseada nos trabalhos de De las Heras (2003) e Vigolo (2018), nos quais podem ser encontrados mais detalhes sobre o desenvolvimento das equações.

A primeira lei da termodinâmica estabelece que a relação entre a energia fornecida, retirada e acumulada em um sistema é dada por:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} \quad (4.21)$$

O termo  $dE/dt$  corresponde a variação de energia armazenada no volume de controle e é dado por:

$$\frac{dE}{dt} = \int_{SC} e(\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e(\rho dV) \quad (4.22)$$

onde  $e$  representa a energia armazenada por unidade de massa e é composta pela soma de três parcelas: energia cinética ( $v^2/2$ ), energia potencial ( $gy$ ) e energia interna ( $u$ ). Desprezando-se os efeitos das energias cinética e potencial e ressaltando que a energia interna para gases ideais é uma função que depende unicamente da temperatura ( $u = c_v T$ ), a Equação 4.22 pode ser escrita para cada câmara como:

$$\frac{dE_A}{dt} = u_A q_{mA} + c_v T_A q_{mA} + m_A c_v \frac{dT_A}{dt} \quad (4.23)$$

$$\frac{dE_B}{dt} = u_B q_{mB} + c_v T_B q_{mB} + m_B c_v \frac{dT_B}{dt} \quad (4.24)$$

onde  $c_v$  é calor específico a volume constante do ar.

O termo  $dQ/dt$  corresponde a variação do calor adicionado ou removido do volume de controle e é obtido por meio da lei de resfriamento de Newton, que corresponde a um modelo de transferência de calor por convecção entre o ar e a parede do cilindro:

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda A_s (T_{atm} - T_{int}) \quad (4.25)$$

onde  $\lambda$  é o coeficiente global de transferência de calor,  $A_s$  é a área da superfície de troca de calor,  $T_{int}$  é a temperatura do ar no interior da câmara;  $T_{atm}$  é a temperatura ambiente, que é igual temperatura da parede do cilindro. Substituindo-se as áreas de troca de calor para as câmaras A e B do cilindro assimétrico, que correspondem à área da camisa mais a área da tampa do cilindro, tem-se:

$$\frac{dQ_A}{dt} = \lambda \left( \pi D_e x + \frac{\pi}{4} D_e^2 \right) (T_{atm} - T_A) \quad (4.26)$$

$$\frac{dQ_B}{dt} = \lambda \left( \pi D_e (L - x) + \frac{\pi}{4} D_e^2 \right) (T_{atm} - T_B) \quad (4.27)$$

A variação do trabalho realizado ou sofrido pelo volume de controle ( $dW/dt$ ) é dado pela soma de duas parcelas:

$$\frac{dW}{dt} = F \frac{dx}{dt} + \int_{SC} \left( p \frac{1}{\rho} \right) (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) \quad (4.28)$$

sendo a primeira parcela o trabalho associado ao movimento da haste e a segunda parcela o trabalho de escoamento do fluido.

Reescrevendo a Equação 4.28 para as câmaras A e B levando em conta o sentido da vazão e o sentido de movimento do cilindro adotados, tem-se:

$$\frac{dW_A}{dt} = p_A A_A \frac{dx}{dt} - \left( p_A \frac{1}{\rho_A} \right) q_{m_A} \quad (4.29)$$

$$\frac{dW_B}{dt} = p_B A_B \frac{dx}{dt} + \left( p_B \frac{1}{\rho_B} \right) q_{m_B} \quad (4.30)$$

Reescrevendo a Equação 4.21 para cada câmara com os termos desenvolvidos anteriormente e colocando-se em evidência os termos derivativos das temperaturas resulta em:

$$\frac{dT_A}{dt} = \frac{h_0 \left( \pi D_e x + \frac{\pi}{4} D_e^2 \right) (T_{atm} - T_A) - p_A A_A \frac{dx}{dt} + c_p T_{SC,A} q_{m_A} - c_v T_A q_{m_A}}{m_A c_v} \quad (4.31)$$

$$\frac{dT_B}{dt} = \frac{h_0 \left( \pi D_e (L - x) + \frac{\pi}{4} D_e^2 \right) (T_{atm} - T_B) + p_B A_B \frac{dx}{dt} - c_p T_{SC,B} q_{m_B} + c_v T_B q_{m_B}}{m_B c_v} \quad (4.32)$$

Durante o desenvolvimento das equações é importante observar que a soma da energia interna com o produto da pressão pelo volume específico ( $1/\rho$ ) resulta em entalpia específica ( $h$ ). Além disso, a entalpia é uma função apenas da temperatura para gases ideais ( $h = c_p T$ ), onde  $c_p$  é o calor específico à pressão constante do ar.

As massas de ar presentes nas câmaras A e B em um dado instante,  $m_A$  e  $m_B$ , podem ser obtidas a partir da variação das vazões mássicas e das massas iniciais presentes em cada câmara ( $m_{A0}$  e  $m_{B0}$ ).

$$m_A = \int_0^t q_{m_A} dt + m_{A0} \quad (4.33)$$

$$m_B = \int_0^t -q_{m_B} dt + m_{B0} \quad (4.34)$$

As variáveis  $T_{SC,A}$  e  $T_{SC,B}$  representam as temperaturas na superfície de controle das câmaras A e B, respectivamente, e seus valores dependem do sentido do escoamento do fluido. Vigolo (2018) sugere a caracterização dessas variáveis da seguinte forma: se o ar estiver saindo da câmara, esta temperatura será igual à própria temperatura interna da câmara; já se o ar estiver

entrando na câmara, esta temperatura será igual a temperatura na saída da válvula, cujo processo de expansão pode ser considerado isentrópico, ou seja:

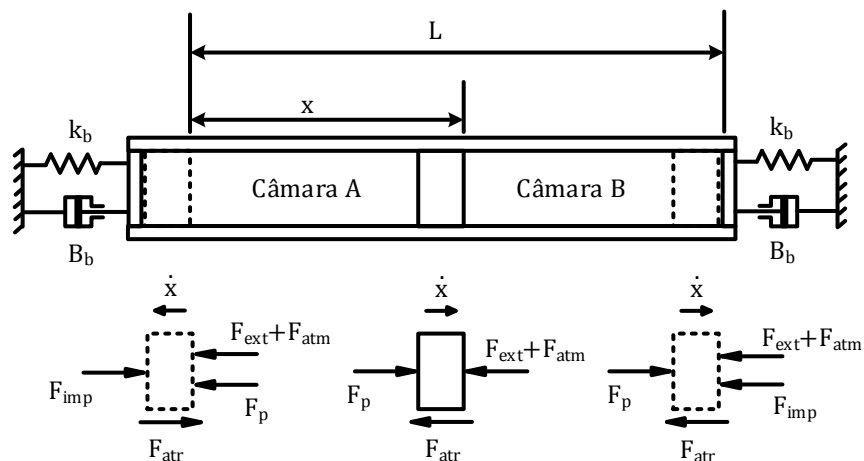
$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.35)$$

onde o subíndice 1 representa as variáveis a montante da válvula, o subíndice 2 representa as variáveis a jusante da válvula e  $\gamma$  é a razão de calores específicos do ar.

### 4.2.3 Equação do movimento

Além de representar o comportamento da pressão e da temperatura nas câmaras, é necessário descrever a dinâmica de posição do cilindro pneumático, ou seja, o movimento do conjunto êmbolo-haste. Para tanto, é necessário identificar as parcelas de forças que atuam no cilindro. Na Figura 4.4 tem-se representadas essas parcelas para duas condições: quando o pistão se encontra entre as extremidades ou em contato com uma de suas extremidades.

Figura 4.4 - Forças atuantes no pistão incluindo os batentes de fim de curso



Fonte: Adaptada de Bacca (2010).

Quando o pistão se encontra entre as extremidades atuam no sistema a força devido ao diferencial de pressão nas câmaras ( $F_p$ ); a força devido à ação da pressão atmosférica na ponta da haste ( $F_{atm}$ ); a força de atrito ( $F_{atr}$ ) e a força externa ( $F_{ext}$ ) que representa a carga a ser

movida. Já quando o pistão atinge uma de suas extremidades, além das parcelas já citadas no caso anterior, tem-se a força de impacto nos fins de curso do cilindro ( $F_{imp}$ ).

A força de impacto surge devido ao choque do êmbolo contra as paredes rígidas dos batentes de fim de curso do cilindro e é importante modelar seu efeito com uma dinâmica que represente a elevada desaceleração do êmbolo quando os batentes mecânicos são atingidos (OLIVEIRA, 2009). Para esse propósito, Bacca (2010) assumiu um comportamento do tipo massa-mola-amortecedor como esquematizado na Figura 4.4.

Dessa forma, a dinâmica do pistão pode ser descrita pela equação do movimento que se baseia na segunda lei de Newton:

$$p_A A_A - p_B A_B - p_{atm} A_h - F_{atr} - F_{ext} - F_{imp} = m_T \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (4.36)$$

onde  $m_T$  é a massa do conjunto êmbolo-haste,  $A_h$  é a área da haste do cilindro e  $F_{atr}$  é a força de atrito.

A força de impacto é dada pela seguinte expressão, que representa as componentes da rigidez das partes internas do atuador por meio de um modelo dinâmico simplificado:

$$F_{imp} = \begin{cases} k_b x + B_b \frac{dx}{dt} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x \leq L \\ k_b (x - L) + B_b \frac{dx}{dt} & \text{se } x > L \end{cases} \quad (4.37)$$

sendo  $k_b$  e  $B_b$ , respectivamente, a constante de rigidez e o coeficiente de amortecimento equivalentes dos batentes de fim de curso.

#### 4.2.4 Atrito

Para completar a descrição da dinâmica do cilindro é necessário escolher um modelo que represente a resultante das forças de atrito devido ao movimento relativo entre os componentes internos do cilindro, principalmente nas vedações no êmbolo e na haste.

O comportamento do atrito pode ser distinguido em dois regimes operacionais: pré-deslizamento e deslizamento. No primeiro prevalece a força de atrito estático desenvolvida na

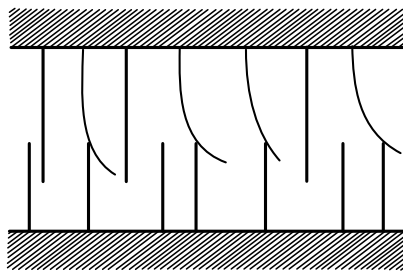
interface de contato quando ainda não foram quebradas as ligações existentes entre as rugosidades das superfícies. No segundo, as ligações entre as superfícies se quebram devido ao aumento do deslocamento e se inicia o movimento relativo dos corpos (PEREIRA, 2013).

A escolha do modelo de atrito depende do propósito do estudo dinâmico do sistema e pode ser simples, capaz de fornecer uma caracterização qualitativa para uma análise global do fenômeno de atrito; ou com maior grau de complexidade, que descreva de forma mais precisa as não linearidades do fenômeno.

Para o propósito do presente trabalho, faz-se necessário um modelo capaz de prever a ocorrência do efeito adere-desliza em baixas velocidades. À vista disso, adotou-se o modelo de atrito de LuGre, devido à grande aceitação acadêmica em trabalhos de sistemas hidráulicos e pneumáticos e a capacidade de descrever as características não lineares do atrito com um custo computacional não muito elevado.

No modelo de LuGre as superfícies em contato são analisadas em nível microscópico, sendo cada superfície considerada um corpo rígido composto por cerdas elásticas, como mostra na Figura 4.5. A medida em que uma força tangencial é aplicada, as cerdas flexionam-se como molas durante o regime de pré-deslizamento. Quando a força atinge um valor suficientemente grande, as cerdas cedem e entram em regime de deslizamento (CANUDAS DE WIT *et al.*, 1995).

Figura 4.5 - Representação da interface de atrito do modelo de LuGre



Fonte: Canudas de Wit *et al.* (1995).

A força de atrito proposto pelo modelo é obtida por:

$$F_{atr} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (4.38)$$



onde  $\sigma_0$  representa o coeficiente de rigidez associado à deformação das cerdas  $z$  e  $\sigma_1$  é o coeficiente de amortecimento associado à variação de  $z$ . Esses parâmetros conseguem capturar o comportamento do tipo mola evidenciado para pequenos deslocamentos durante o movimento de pré-deslizamento (OLSSON *et al.*, 1998). O termo  $\sigma_2 v$  permite a inclusão da força de atrito viscoso por meio de sua parametrização linear relativo à velocidade, onde  $\sigma_2$  é o coeficiente de atrito viscoso.

De acordo com esse modelo o comportamento do atrito também é influenciado por uma variável que representa o estado interno do atrito, também chamado de deflexão média das cerdas,  $z$ . Essa variável representa o comportamento médio de todas as cerdas em contato e é descrita por:

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \quad (4.39)$$

onde  $v$  representa a velocidade relativa entre as superfícies e  $\sigma_0$  é um parâmetro de rigidez das cerdas.

A função  $g(v)$  é uma função positiva e sua escolha permite incluir no modelo características estáticas como o atrito de *Coulomb* e o efeito de *Stribeck* (que reflete a inversão da relação força-velocidade) (CANUDAS DE WIT *et al.*, 1995). A parametrização normalmente utilizada na literatura é a apresentada na Equação 4.40:

$$g(v) = F_C + (F_S - F_C) e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)^\alpha} \quad (4.40)$$

onde  $F_C$  é a força de atrito de Coulomb,  $F_S$  é a força de atrito estático máxima,  $v_s$  é a velocidade de *Stribeck* e corresponde à velocidade para a qual a força de atrito é mínima; e  $\alpha$  é um parâmetro empírico para definição da região de *Stribeck*.

Analisando a formulação do modelo apresentado (Equações 4.38 e 4.39) em regime permanente ( $dz/dt = 0$ ) e mantendo a velocidade constante é possível obter a seguinte relação:

$$F_{atr,RP} = \text{sgn}(v) g(v) + \sigma_2 v \quad (4.41)$$

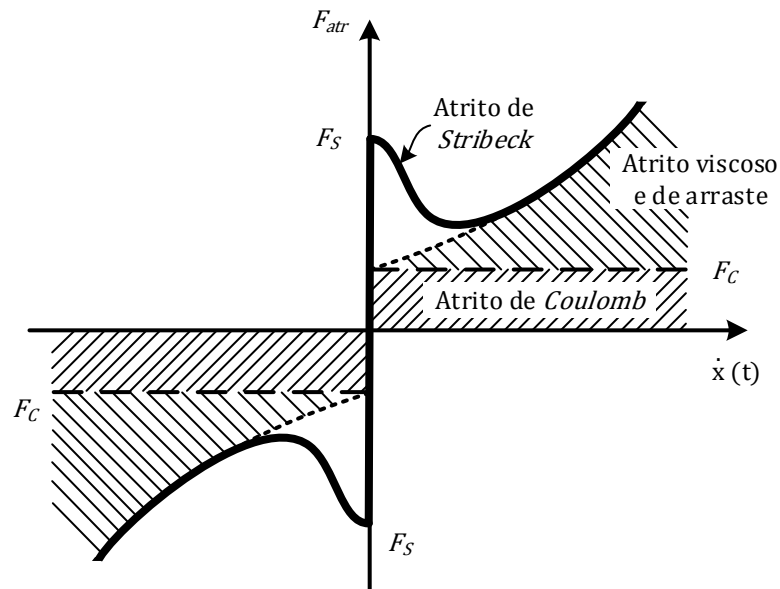
O termo  $sgn(v)$  na Equação 4.41 tem a função de inverter o sinal dos parâmetros da função  $g(v)$ , e é válido para os casos nos quais esses parâmetros são iguais em módulo para velocidades positivas e negativas. No entanto, essa hipótese não é válida para sistemas pneumáticos por conta de fatores como a ocorrência de diferentes perfis de carregamento no avanço e no retorno ou a presença ou não da haste em ambos os lados do atuador. Por isso, é necessário a estimativa dos parâmetros para velocidades positivas e negativas, de forma que a Equação 4.41 fica:

$$F_{atr,RP} = \begin{cases} F_{CP} + (F_{SP} - F_{CP})e^{-\left(\frac{v}{v_{sP}}\right)^{\alpha_P}} + \sigma_{2P}v, & v > 0 \\ F_{CN} + (F_{SN} - F_{CN})e^{-\left(\frac{v}{v_{sN}}\right)^{\alpha_N}} + \sigma_{2N}v, & v < 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

onde os subíndices  $P$  e  $N$  se referem aos parâmetros para velocidades positivas e negativas, respectivamente.

Na Figura 4.6 é apresentado a curva de atrito em regime permanente e os principais parâmetros envolvidos.

Figura 4.6 - Combinação das características de atrito em regime permanente para o modelo de LuGre



Fonte: Valdiero (2010).

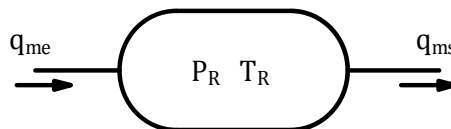
### 4.3 RESERVATÓRIO INTERMEDIÁRIO E TUBULAÇÕES

O reservatório intermediário e as tubulações (apenas aquelas entre a válvula principal e a auxiliar) são componentes com dinâmicas similares que podem ser obtidas por meio da aplicação da conservação de massa e algumas simplificações relacionadas ao tipo de processo termodinâmico.

#### 4.3.1 Equação da continuidade

Esses componentes são modelados como volumes de controle rígidos com duas portas como mostrado na Figura 4.7.

Figura 4.7 - Vazões mássicas no reservatório



Fonte: Elaborada pelo autor.

Aplicando a equação da continuidade no volume de controle, fazendo igual a zero o termo derivativo do volume e obtendo a massa específica a partir da equação de estado para gases ideais, obtém-se:

$$q_{ms} - q_{me} = V \frac{d}{dt} \left( \frac{P}{RT} \right) \quad (4.43)$$

onde  $q_{me}$  é a vazão mássica que entra no volume de controle e  $q_{ms}$  é a vazão mássica que sai do volume de controle.

A equação da continuidade pode ser avaliada para duas hipóteses: processo isotérmico e processo isentrópico (adiabático e reversível). Para um processo isotérmico a temperatura não varia com o tempo, logo a equação da continuidade fica:

$$\frac{dp}{dt} = (q_{me} - q_{ms}) \frac{RT}{V} \quad (4.44)$$

Para um processo isentrópico, no entanto, a temperatura não é constante e sua variação pode ser obtida considerando as seguintes relações (SHAMES, 1973):

$$c_p dT = \frac{V}{m} dp \quad (4.45)$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (4.46)$$

onde  $c_p$  é o calor específico à pressão constante,  $T$  é a temperatura absoluta,  $m$  é a massa do fluido e  $\gamma$  é a razão de calores específicos.

Inserindo as Equações 4.45 e 4.46 na Equação 4.43 e colocando em evidência o termo derivativo da pressão tem-se:

$$\frac{dp}{dt} = (q_{me} - q_{ms}) \frac{RT\gamma}{V} \quad (4.47)$$

Adotando-se a hipótese de processo de compressão e expansão politrópica é possível reescrever as Equações 4.44 e 4.47 em função do índice politrópico  $n$ , que pode variar de 1, para o caso isotérmico, até  $\gamma$ , para o caso isentrópico.

$$\frac{dp}{dt} = (q_{me} - q_{ms}) \frac{RTn}{V} \quad (4.48)$$

Processos lentos podem ser aproximados como isotérmicos e processos rápidos podem ser aproximados como adiabáticos. Dessa forma, para o reservatório é adotado  $n = 1$ ; já para a tubulação é adotado  $n = \gamma$ .

Por fim, o modelo dinâmico do sistema pneumático é completamente descrito pelas equações apresentadas neste capítulo, cuja representação em diagrama de blocos pode ser consultada no Apêndice B. De posse desse modelo, realiza-se no próximo capítulo um estudo de caso para avaliar o potencial de economia de energia do sistema de reaproveitamento de ar comprimido proposto.

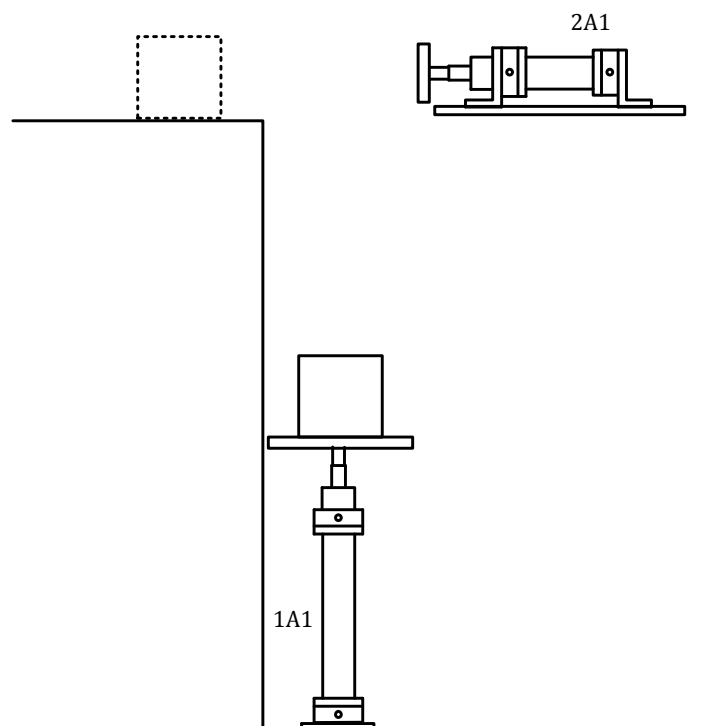
## 5 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo apresenta-se um estudo de caso baseado nas equações desenvolvidas nos capítulos anteriores para um sistema pneumático com reaproveitando ar comprimido empregando reservatório intermediário.

### 5.1 SISTEMA DE ATUAÇÃO

O estudo de caso consiste em um sistema cuja função é elevar embalagens a uma determinada altura. A elevação da caixa é executada pelo sistema de atuação 1 (que opera recuperando ar comprimido) e a expulsão é executada pelo sistema de atuação 2 (que opera reutilizando ar comprimido). O esquema do sistema de elevação pode ser visualizado na Figura 5.1.

Figura 5.1 - Esquema do sistema para elevação de embalagens

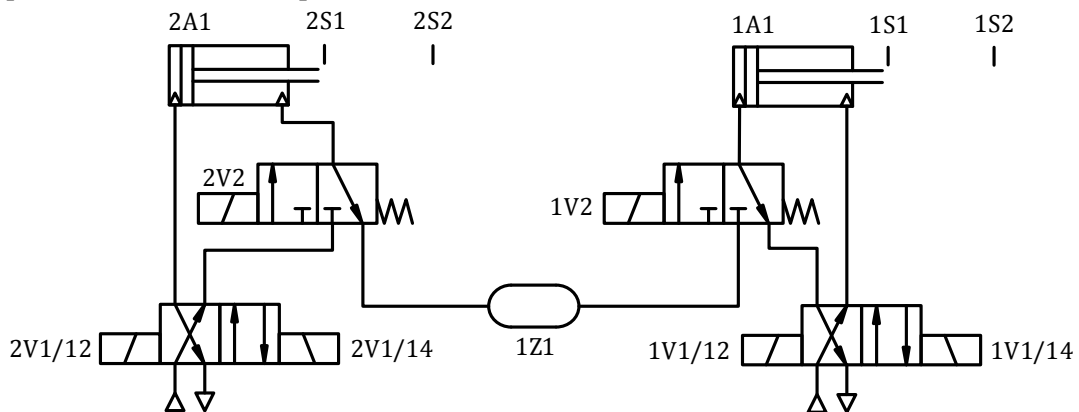


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesse sistema a recuperação ocorre da câmara sem haste antes dos movimentos de retorno de um cilindro assimétrico (1A1) e a reutilização ocorre na câmara com haste nos

movimentos de retorno de outro atuador assimétrico (2A1) para a configuração mostrada na Figura 5.2. A possibilidade de reaproveitamento de energia entre as câmaras dos atuadores e o reservatório auxiliar (1Z1) se dá por meio de válvulas direcionais 3/2 vias acionadas por solenoide e com retorno por mola (1V2 e 2V2). O diagrama de circuito pneumático com os componentes descritos é dado na Figura 5.2.

Figura 5.2 - Diagrama de circuito pneumático do sistema de elevação de embalagens com possibilidade de reaproveitamento de ar comprimido



Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante notar que esse sistema pode ser visto como um caso do modelo geral apresentado no Capítulo 3 (Figura 3.2), no qual apenas uma das câmaras de cada atuador está ligada ao sistema de reaproveitamento de energia.

Uma vez determinada a configuração do sistema, parte-se para o dimensionamento dos componentes. Os requisitos para a função desejada e a metodologia de dimensionamento dos cilindros e das válvulas direcionais são apresentados no Anexo A. A Tabela 5.1 destaca os principais parâmetros obtidos por meio do dimensionamento com valores para os cilindros dentro do padrão ISO 6432 (2015).

Tabela 5.1 - Parâmetros obtidos do dimensionamento

Parâmetros	Sistema de atuação 1	Sistema de atuação 2
Pressão de suprimento [Pa]	$9 \times 10^5$	$9 \times 10^5$
Diâmetro do êmbolo [m]	0,025	0,020
Diâmetro da haste [m]	0,010	0,008
Condutância sônica [ $m^5/N s$ ]	$1,47 \times 10^{-9}$	$0,424 \times 10^{-9}$

Fonte: Vinicius Vigolo.

Além desses parâmetros é importante destacar que a condutância sônica da válvula auxiliar é considerada igual à da válvula principal correspondente; o coeficiente de convecção e os parâmetros de atrito do modelo de LuGre dos atuadores (Tabela 5.2) foram estimados a partir de exemplos da literatura (CARNEIRO e DE ALMEIDA, 2006; VIGOLO, 2018).

Tabela 5.2 - Parâmetros do atrito nos cilindros pneumáticos

Parâmetro	Atuador 1A1		Atuador 1A2	
	$\dot{x} < 0$	$\dot{x} > 0$	$\dot{x} < 0$	$\dot{x} > 0$
Força de atrito de Coulomb [N]	-19,25	48	-12,32	31,81
Força de atrito estático [N]	-57,71	81,11	-36,95	51,93
Coeficiente de atrito viscoso [N s/m]	864,47	620,92	553,44	397,51
Velocidade de Stribeck [m/s]	-0,0003	0,0005	-0,0002	0,0003
Coeficiente de Stribeck [1]	1,5	2	1,5	2
Coeficiente de rigidez das cerdas [N/m]	$6 \times 10^7$	$6 \times 10^7$	$6 \times 10^7$	$6 \times 10^7$
Coeficiente de amortecimento das cerdas [N s/m]	41070	41070	41070	41070

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o dimensionamento do reservatório intermediário, parte-se do procedimento com três etapas apresentado no capítulo 3:

### Etapa 1: Estimar limite mínimo de pressão no reservatório

Para que a atuação do sistema que reutiliza ar comprimido ocorra de forma satisfatória é necessário estimar a menor pressão admissível no reservatório no início do processo de reutilização. Para este estudo de caso adota-se uma pressão mínima de  $3 \times 10^5$  Pa, que corresponde a um terço da pressão de suprimento:

$$p_{R,min} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

### Etapa 2: Dimensionar o reservatório

Para a determinação do volume do reservatório são usados os seguintes dados:

- $p_{R,min} = 3 \times 10^5$  Pa
- $V_H = 1,96 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>

- $V_L = 3,95 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
- $p_{H0} = p_S = 9 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $p_{R0} = p_{atm} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

Aplicando os dados na Equação 3.14 obtém-se as raízes  $2,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  e  $5,05 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ . Dentre esses volumes, seleciona-se o menor, visto que o modelo para estimativa do tempo de equilíbrio do Capítulo 3 se adequa melhor para uma correlação de volumes em que  $V_R \ll V_H$  (nesse caso é possível armazenar ar comprimido a um nível maior de pressão):

$$V_R = 2,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

### **Etapa 3: Estimar o tempo de equalização de pressões entre câmara e reservatório**

Para a determinação do tempo de equalização utilizou-se os dados a seguir:

- $n = 1$
- $C = 1,47 \times 10^{-9} \text{ m}^5/\text{N s}$
- $b = 0,26$
- $p_{H0} = p_S = 9 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $p_{R0} = p_{R,min} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $V_H = 1,96 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
- $V_R = 2,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$

Como o volume do reservatório é muito menor que o volume da câmara do atuador, o tempo de equilíbrio foi estimado pela Equação 3.8:

$$t_{eq} = 0,16 \text{ s}$$

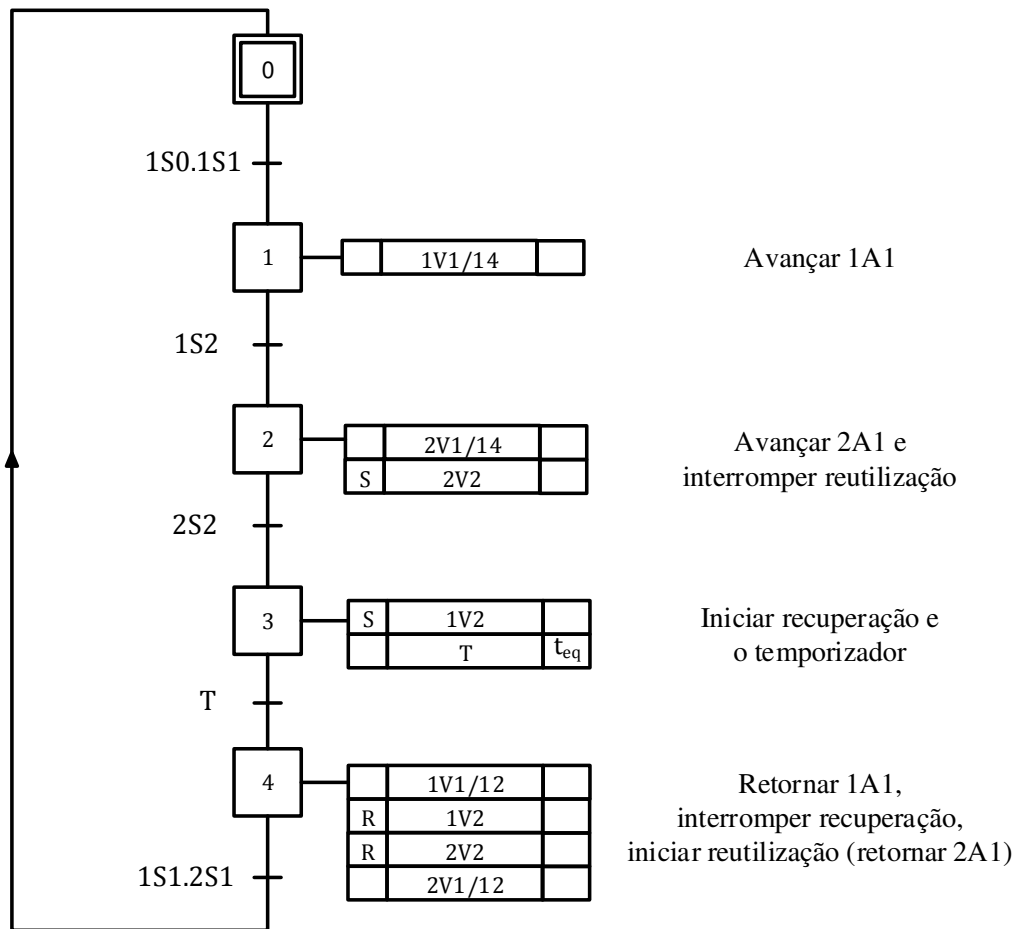
## **5.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO**

Definido os parâmetros dos componentes, deve-se então programar os acionamentos das válvulas com um temporizador para o retorno do cilindro do sistema de atuação 1. O Diagrama da Figura 5.3 representa esse controle por meio da linguagem Grafset, que é amplamente empregada para modelagem do comportamento a estado discreto de sistemas com comandos sequenciais. Basicamente, ocorre o avanço do cilindro 1A1 para elevação da



embalagem, em seguida o cilindro 2A1 avança para expulsão da embalagem, inicia-se o temporizador para o armazenamento de ar comprimido, e por fim, ambos retornam simultaneamente para início de um novo ciclo.

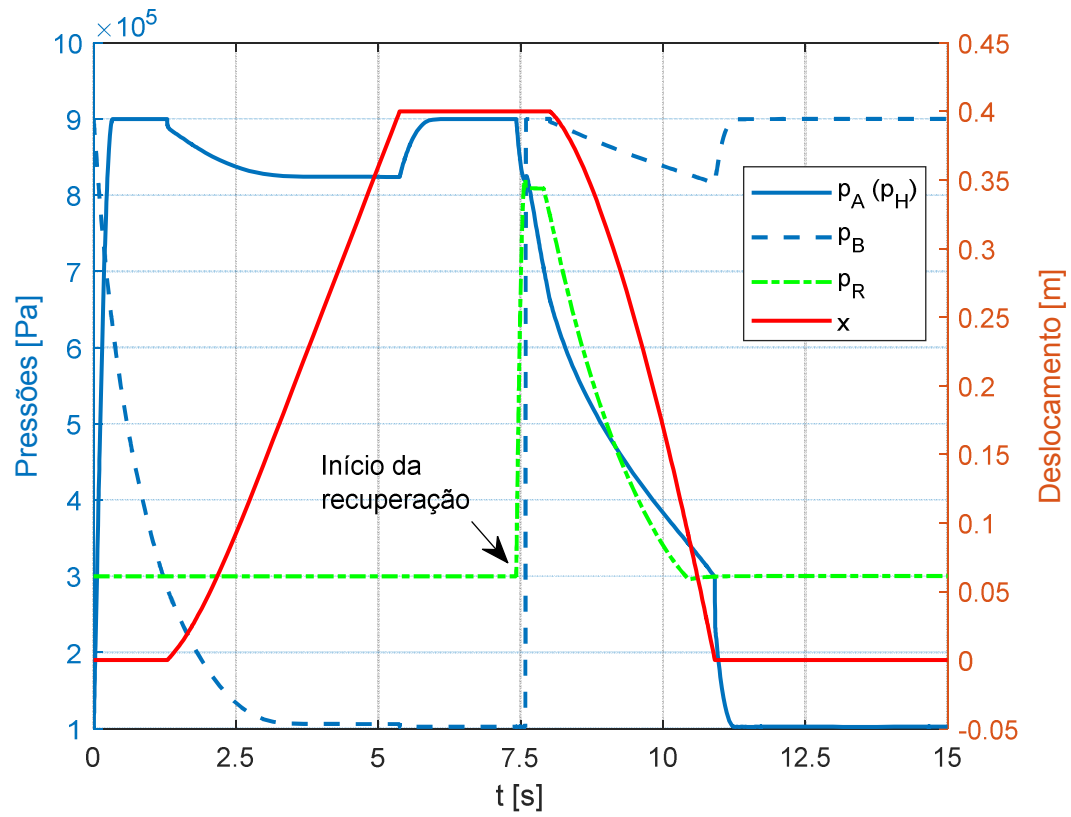
Figura 5.3 - Acionamento dos atuadores para o sistema de elevação de embalagens



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados da implementação desse controle no modelo dinâmico desenvolvido no capítulo anterior são apresentados a seguir: as dinâmicas de deslocamento e pressão para um ciclo completo do sistema para uma condição na qual a pressão inicial no reservatório já se encontra à pressão de equilíbrio.

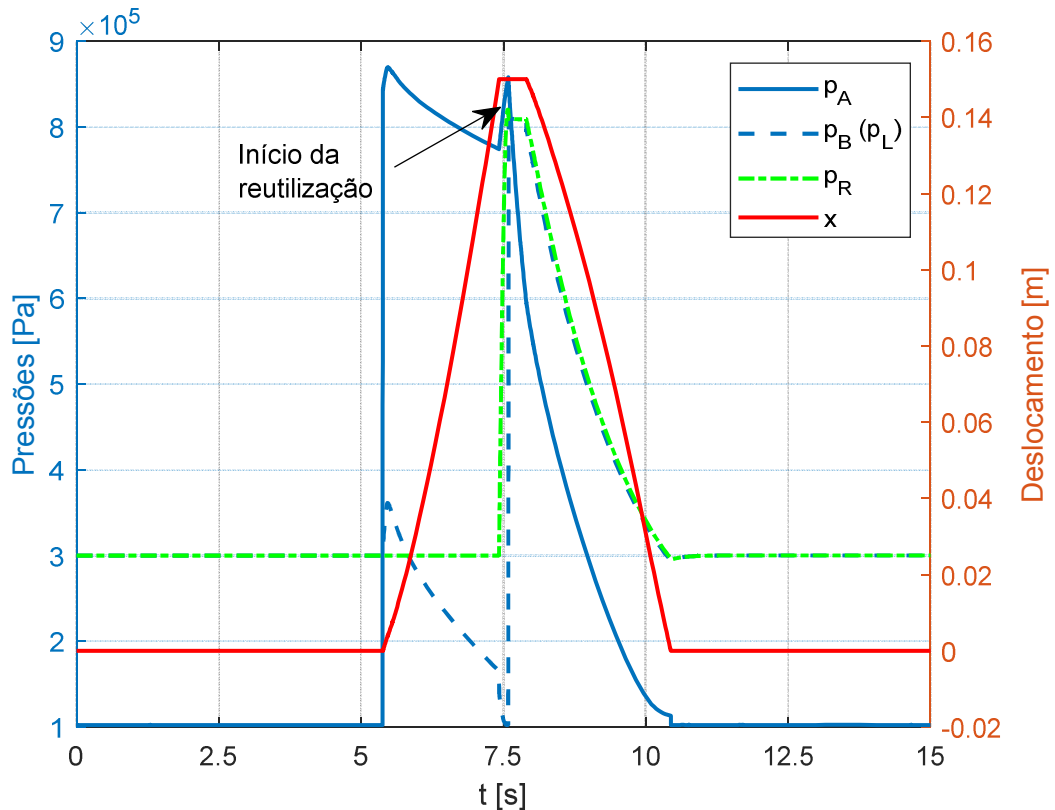
Figura 5.4 - Sistema de atuação 1: deslocamento e pressões no cilindro e no reservatório



Fonte: Elaborada pelo autor.

A influência do processo de recuperação na dinâmica do atuador do sistema de atuação 1 é afetada principalmente pelo fato de que durante o retorno, a câmara A inicia a uma pressão menor que a pressão de suprimento (igual a pressão de equilíbrio do processo de recuperação).

Figura 5.5 - Sistema de atuação 2: deslocamento e pressões no cilindro e no reservatório



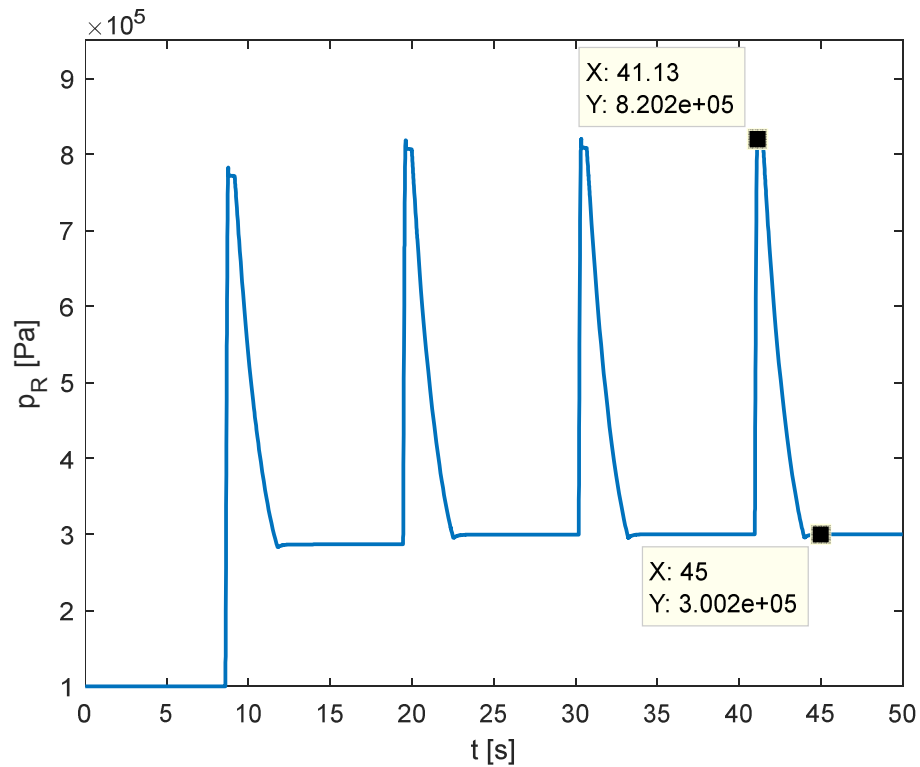
Fonte: Elaborada pelo autor.

Dois pontos podem ser destacados nesse caso. O primeiro é que, no início do movimento de retorno, durante um pequeno intervalo de tempo o atuador permanece em repouso devido a pressão na câmara A ser maior que na câmara B, mas esse atraso é pequeno quando comparado com o tempo de deslocamento do cilindro. O segundo é que a pressão na câmara B permanece aproximadamente igual a pressão no reservatório ao longo do movimento de retorno até a pressão de equilíbrio, quando se atinge o fim de curso.

Do ponto de vista de economia de energia, essa solução é simples e bastante eficaz, já que realiza o retorno do sistema de atuação 2 sem consumir energia da fonte principal. Isso porque para um retorno sem carga é possível utilizar uma fonte de energia a uma pressão menor que a pressão de suprimento.

A Figura 5.6 mostra a dinâmica de pressão no reservatório para 4 ciclos de reaproveitamento com o reservatório inicialmente a  $1 \times 10^5$  Pa.

Figura 5.6 - Dinâmica de pressão no reservatório para quatro ciclos

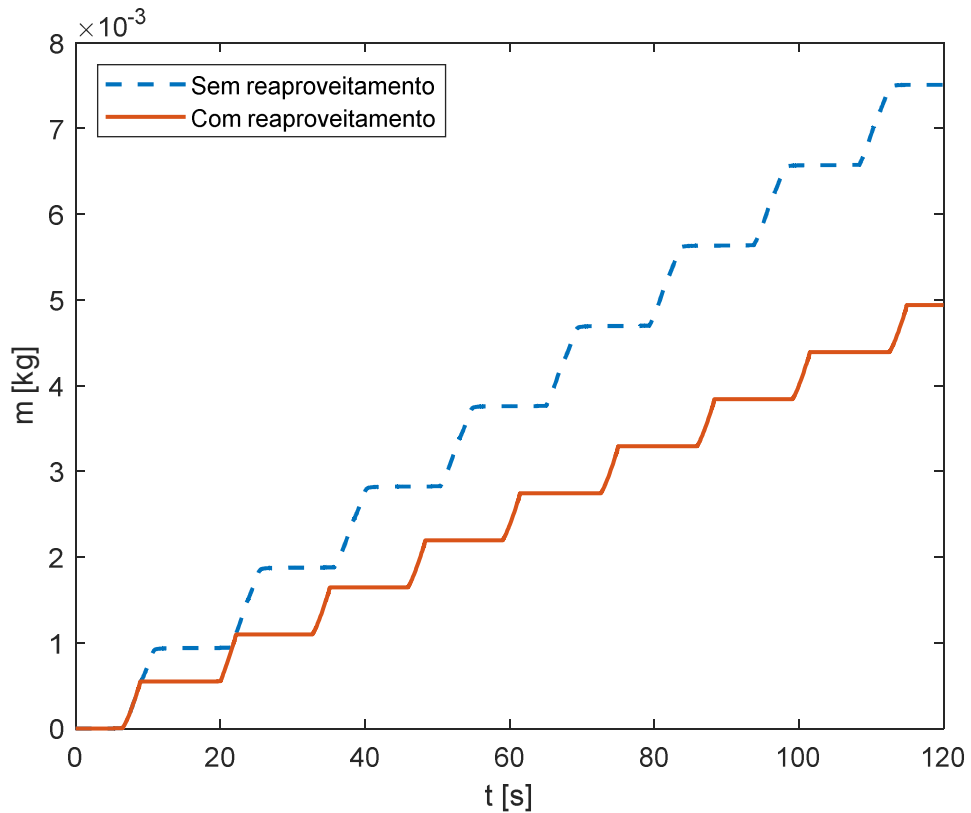


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode ser verificado na Figura 5.6 que o reservatório opera próximo a pressão mínima de projeto, como esperado, variando de aproximadamente  $8,2 \times 10^5$  a  $3 \times 10^5$  Pa durante o retorno dos atuadores.

Da Equação 3.7 obtém-se uma eficiência global do sistema para um ciclo completo de 26,53%. Já a redução de consumo de ar comprimido é avaliada por meio de simulação numérica do modelo dinâmico (Figura 5.7). Nesse caso, apenas o consumo do sistema de atuação 2 é avaliado já que o consumo do sistema de atuação 1 não é afetado significativamente.

Figura 5.7 - Consumo de ar comprimido para o sistema de atuação 2 com e sem reaproveitamento de ar comprimido



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 5.7 traz o consumo de massa de ar comprimido relativo a 9 ciclos de operação do sistema de atuação 2 com e sem reaproveitamento. Obteve-se nesse caso uma economia de ar comprimido de aproximadamente 34%.

A simulação sem reaproveitamento é realizada com o mesmo sistema, porém com as válvulas auxiliares mantidas em uma posição de forma a bloquear a ligação entre reservatório e câmaras dos cilindros ao longo de todo o processo.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho realizou-se a análise dos aspectos fundamentais para um modelo de reaproveitamento de energia em sistemas pneumáticos, perpassando aspectos relacionados à configuração do sistema; à dinâmica de pressão durante a recuperação; e ao dimensionamento do reservatório auxiliar.

A partir da revisão da literatura, foi possível identificar os tipos de configurações de circuitos já existentes, critérios de reaproveitamento empregados e resultados até então alcançados. Foi também possível levantar pontos a serem estudados e a possibilidade da implementação de uma nova concepção de circuito com reaproveitamento de ar comprimido utilizando uma válvula direcional 3/2 vias e um reservatório intermediário.

O uso de válvula e reservatório auxiliares tem sido encontrado em algumas pesquisas na literatura, porém, o diferencial da abordagem deste trabalho reside em realizar o armazenamento de parte da energia na câmara do atuador antes de realizar o próximo movimento de avanço ou retorno. Por conseguinte, é possível garantir que a energia recuperada provém apenas do potencial inicialmente presente na câmara, e não do processo de compressão que ocorre ao longo do deslocamento do pistão, facilitando assim a estimativa do tempo de recuperação a ser implementado no controle da válvula.

Além disso, partindo de algumas hipóteses simplificadoras aplicadas na equação da continuidade e na equação de estado dos gases para o sistema de recuperação de energia pneumática, derivou-se equações analíticas para os cálculos das pressões de equilíbrio e do tempo de equilíbrio. Em seguida, comparou-se os valores com a simulação numérica do modelo dinâmico desenvolvido na plataforma MATLAB®/Simulink®, obtendo-se uma resposta positiva quanto à adequação do modelo analítico.

Com esse conjunto de equações foi proposto um procedimento para dimensionar o sistema de reaproveitamento de energia. Para avaliar essa metodologia mostrou-se os resultados de simulação computacional da aplicação da reutilização de energia pneumática num estudo de caso para um sistema de elevação de embalagem com dois sistemas de atuação.

Como principal resultado da implementação da nova arquitetura de circuito e do procedimento de dimensionamento no estudo de caso verificou-se a possibilidade de realizar o movimento de um dos atuadores do conjunto apenas com a energia em forma de ar comprimido recuperada da câmara de outro atuador (que normalmente seria liberada para o ambiente). Dessa

maneira, ocorre economia de energia e, conseqüentemente, aumento da eficiência, não sendo consumido ar comprimido da fonte de suprimento em um movimento de retorno.

Em resumo, foi possível contribuir com um novo critério para aplicações que empregam reaproveitamento de ar comprimido, baseado em estimativas de parâmetros associados à recuperação e à reutilização. A estimativa do tempo de equilíbrio entre as pressões na câmara e no reservatório é importante para garantir tanto o correto armazenamento de energia no reservatório como uma menor influência no tempo de operação da máquina. Já o dimensionamento do reservatório é importante para assegurar que a atuação do sistema que opera reutilizando energia ocorra de forma satisfatória.

Uma vez que esse estudo não incluiu experimentos, estes precisam ser realizados em trabalhos futuros para validar os resultados obtidos por meio de simulação numérica. Como sugestões para outros trabalhos propõe-se:

- Propor uma metodologia para determinação da pressão mínima no reservatório para acionamento do atuador que reutiliza energia;
- Estudar a redução de consumo e retorno do investimento em sistemas que empregam reaproveitamento de ar comprimido;
- Estudar o reuso de ar comprimido em outras aplicações, como acionamento de ventosas e garras pneumáticas.

## REFERÊNCIAS

- BACCA, G. A.; DE NEGRI, V. J.; ASSAF, Y. *Modelo matemático no-linear para um servossistema pneumático de posicionamento preciso*. Revista Tecno Lógicas, n. 24, julho de 2010. p. 11-37. ISSN 0123-7799.
- BLAGOJEVIC, V. A.; JANKOVIC, P. L. Advantages of restoring energy in the execution part of pneumatic system with semi-rotatory actuator. *Thermal science*, p. S1599-S1609, 2016.
- CANUDAS DE WIT, C.; OLSSON, H.; ASTROM, K. J.; LISCHINSKY, P. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 40, n. 3, p. 419-425, Mar. 1995.
- CARNEIRO, J. F.; DE ALMEIDA, F. G. Heat transfer evaluation of industrial pneumatic cylinders. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers – Part I – Journal of System and Control Engineering*, v. 221, p. 119-128, 2006.
- CUMMINS, J.; NASH, C. J.; THOMAS, S.; JUSTICE, A.; MAHADEVAN, S.; ADAMS, D. E.; BARTH, E. J. Energy conservation in industrial pneumatics: A state model for predicting energetic savings using a novel pneumatic strain energy accumulator. *Journal of Applied Energy*, p. 239-249, 2017.
- DE LAS HERAS, S. Improving gas dynamic models for pneumatic systems. *International Journal of Fluid Power*, v. 4, n. 3, p. 47-56, 2003.
- DE NEGRI, V. J. *Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos para Automação e Controle: Parte III – Sistemas Hidráulicos para Controle*. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil. 2001.
- DU, H.; HU, C.; XIONG, W.; JIANG, Z.; WANG, L. Energy optimization of pneumatic actuating systems using expansion energy and exhaust recycling, *Journal of Cleaner Production*, p. 1-11, 2020.
- FOJTÁSEK, K.; DORAZIL, A.; HOMA, D. Reduction and comparison of compressed air consumption in linear pneumatic motors, *EPJ Web of Conference*, p. 1-6, 2019.
- HARRIS, P.; NOLAN, S.; O'DONNELL, G. E. Energy optimization of pneumatic actuator system in manufacturing. *Journal of Cleaner Production*, p. 35-45, 2014.
- HEPKE, J.; WEBER, J. Energy saving measures on pneumatic drive systems. *Scandinavian International Conference on Fluid Power*, Linkoping, Suécia, p. 475-483, 2013.
- ISO 6258 Standard, Pneumatic Fluid Power. Determination of flow rate characteristics of components using compressible fluids – Part 1: General rules and test methods for steady-state flow, 2013.
- ISO 6432 Standard, Pneumatic Fluid Power. Single rod cylinders, 1000 kPa (10 bar) series, bores from 8 mm to 25 mm – Basic and mounting dimensions, 2015.



KOSTURKOV, R.; NACHEV, V.; TITOVA, T. System analysis and opportunities for optimization of pneumatic systems in manufacturing plants, *TEM Journal*, v. 8, n. 3, p. 749-763, Agosto 2019.

LESZCZYNSKI, J. S.; GRYBOS, D. Compensation for the complexity and over-scaling in industrial pneumatic systems by the accumulation and reuse of exhaust air, *Applied Energy*, p. 1130-1141, 2019.

NOVAKOVIC, M.; SESLIJA, D.; CAJETINAC, S.; TODOROVIC, M. Impact of capturing used air on the dynamics of actuator drive. *Fluid Power Journal*, v. 17, p. 82-89, 2015.

OLIVEIRA, L. G. *Determinação de pontos de operação para conjuntos válvula-cilindro pneumáticos*. 2009. 225 p. Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

OLSSON, H.; ÅSTRÖM, K. J.; CANUDAS DE WIT, C.; GÄFVERT, M.; LISCHINSKY, P. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, p. 176-195, 1998.

PEREIRA, P. R. *Modelação da força de atrito de um servomecanismo pneumático utilizando o modelo de LuGre*. 2013. 93 p. Dissertação, Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

SANVILLE, F. E. A new method of specifying the flow capacity of pneumatic fluid power valves. *Second Fluid Power Symposium*, Guildford, p. D3-37-D3-47, 1971.

SHAMES, I. H. *Mecânica dos fluidos: Princípios básicos*. São Paulo: Edgard Blucher, 1973.

SESLIJA, D.; SULC, J.; RELJIC, V. Energy efficient pneumatic control scheme with recirculation of the used air. *II Regional Conference Mechatronics in Practice and Education*, p. 71-74. 2013.

SHEN, X.; GOLDFARB, M. Energy saving in pneumatic servo control utilizing interchamber cross-flow. *Journal of Dynamic Systems*, v. 129, p. 303-210, Maio 2007.

SHI, Y.; LI, X.; TENG, Y. Research on pneumatic cylinder's exhausted-air reclaiming control device. *Proceedings of the 6th JFPS International Symposium on Fluid Power*, Tsukuba, Japão, p. 558-563, 2005.

SIMINIATI, D. Energy saving with closed circuit pneumatic system. *Engineering Review*, v. 30, n. 2, p. 111-116, 2010.

VALDIERO, A. C. *Controle de robôs hidráulicos com compensação de atrito*. 2005. 157 p. Tese, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

VIGOLO, V. *Estudo teórico-experimental para auxílio no dimensionamento de sistemas de atuação pneumáticos*. 2018. 170 p. Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

VON LINSINGEN, I. *Fundamentos de Sistemas Hidráulicos*. 5ed. Editora UFSC, 2016. 398 p.

WANG, T.; REN, H. Reduction of power consumption for fluidic soft robots using energy recovery technique. *Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation*, Ningbo, China, p. 1403-1408, 2016.

WANG, T.; SONG, W.; ZHU, S. Analytical research on energy harvesting systems for fluidic soft actuators. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, p. 1-11, 2018.

SHI, Y.; CAI, M.; XU, W.; WANG, Y. Methods to evaluate and measure power of pneumatic system and their applications, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, p. 1-11, 2019.

## APÊNDICE A – PARÂMETROS DO MODELO

```

clc
clear all
close all

%Constantes físicas do ar nas CNTP
Cv = 717; %Calor específico a volume constate [J/(kg.K)]
Cp = 1004; %Calor específico à pressão constate [J/(kg.K)]
G = Cp/Cv; %Razão de calores específicos
R = Cp-Cv; %Constante universal dos gases [J/(kg.K)]
po = 1e5; %Pressão [Pa]
To = 293.15; %Temperatura [K]

%Condição atmosférica
pt = 1.025e5; %Pressão [Pa]
Tt = 293; %Temperatura [K]

%Condição na linha de suprimento
ps = 9e5; %Pressão [Pa]
Ts = 293; %Temperatura [K]

%SISTEMA DE ATUAÇÃO 1
%Dimensões e coeficiente de convecção do atuador
De = 0.025; %Diâmetro do êmbolo [m]
Dh = 0.010; %Diâmetro da haste [m]
L = 0.400; %Curso [m]
Ah = (pi/4)*(Dh^2); %Área da haste [m^2]
Aa = (pi/4)*(De^2); %Área da câmara A [m^2]
Ab = (pi/4)*(De^2)-Ah; %Área da câmara B [m^2]
VAo = 0.0196e-4; %Volume morto da câmara A [m^3]
VBo = 0.0196e-4; %Volume morto da câmara B [m^3]
h0 = 90; %Coeficiente global de transferência de calor [W/K.m^2]

%Parâmetros do modelo de atrito de LuGre
FcP = 48; %Força de atrito de Coulomb (v>0) [N]
FcN = -19.25; %Força de atrito de Coulomb (v<0) [N]
s2P = 620.92; %Coeficiente de atrito viscoso (v>0) [N.s/m]
s2N = 864.47; %Coeficiente de atrito viscoso (v<0) [N.s/m]
FsP = 81.11; %Força de atrito estático (v>0) [N]
FsN = -57.71; %Força de atrito estático (v<0) [N]
vsP = 0.0005; %Velocidade de Stribeck (v>0) [m/s]
vsN = -0.00038; %Velocidade de Stribeck (v<0) [m/s]
aP = 2; %Coeficiente de Stribeck (v>0)
aN = 1.5; %Coeficiente de Stribeck (v<0)
s0 = 6e7; %Coeficiente de rigidez das cerdas [N/m]
s1 = 41070; %Coeficiente de amortecimento das cerdas [N.s/m]

%Massa do conjunto êmbolo-haste
RhoS = 8000; %Massa específica do pistão [kg/m^3]
eE = 0.025; %Espessura do êmbolo [m]
VolT = (pi/4)*(De^2)*eE+Ah*L; %Volume do pistão [m^3]

```

```

mC = VolT*RhoS; %Massa do pistão [kg]
mL = 0; %Massa da carga sendo movida [kg]
mT = mC+mL; %Massa do conjunto pistão-carga [kg]

%Condições iniciais do atuador
xo = 0; %Posição [m]
dxo = 0; %Velocidade [m/s]
pAo = pt; %Pressão na câmara A [Pa]
pBo = ps; %Pressão na câmara B [Pa]
TAo = 293; %Temperatura na câmara A [K]
TBo = 293; %Temperatura na câmara B [K]
mAo = (pAo*(VAo+Aa*xo))/(R*TAo); %Massa de ar na câmara A [kg]
mBo = (pBo*(VBo+Ab*(L-xo)))/(R*TBo); %Massa de ar na câmara B [kg]

%Válvula 1V1
b_1V1 = 0.26; %Razão de pressões crítica
C_1V1 = 1.47e-9; %Condutância sônica [m^5/N.s]

%Válvula 1V2
b_1V2 = b_1V1; %Razão de pressões crítica
C_1V2 = C_1V1; %Condutância sônica [m^5/N.s]

%Tubulação
Vt = 0.00005; %Volume [m^3]
pTo = 1e5; %Pressão inicial [Pa]

%SISTEMA DE ATUAÇÃO 2
%Dimensões e coeficiente de convecção do atuador
De_ = 0.020; %Diâmetro do êmbolo [m]
Dh_ = 0.008; %Diâmetro da haste [m]
L_ = 0.150; %Curso [m]
Ah_ = (pi/4)*(Dh_^2); %Área da haste [m^2]
Aa_ = (pi/4)*(De_^2); %Área da câmara A [m^2]
Ab_ = (pi/4)*(De_^2)-Ah_; %Área da câmara B [m^2]
VAo_ = 0.0395e-5; %Volume morto da câmara A [m^3]
VBo_ = 0.0395e-5; %Volume morto da câmara B [m^3]
h0_ = 50; %Coeficiente global de transferência de calor [W/K.m^2]

%Parâmetros do modelo de atrito de LuGre
FcP_ = 30.81; %Força de atrito de Coulomb (v>0) [N]
FcN_ = -12.32; %Força de atrito de Coulomb (v<0) [N]
s2P_ = 397.51; %Coeficiente de atrito viscoso (v>0) [N.s/m]
s2N_ = 553.44; %Coeficiente de atrito viscoso (v<0) [N.s/m]
FsP_ = 51.93; %Força de atrito estático (v>0) [N]
FsN_ = -36.95; %Força de atrito estático (v<0) [N]
vsP_ = 0.00032; %Velocidade de Stribeck (v>0) [m/s]
vsN_ = -0.00024; %Velocidade de Stribeck (v<0) [m/s]
aP_ = 2; %Coeficiente de Stribeck (v>0)
aN_ = 1.5; %Coeficiente de Stribeck (v<0)
s0_ = 6e7; %Coeficiente de rigidez das cerdas [N/m]
s1_ = 41070; %Coeficiente de amortecimento das cerdas [N.s/m]

%Massa do conjunto êmbolo-haste
eE_ = 0.025; %Espessura do êmbolo [m]
RhoS_ = 8000; %Massa específica do pistão [kg/m^3]

```

```

mL_ = 0; %Massa da carga sendo movida [kg]
VolT_ = (pi/4)*(De_^2)*eE_+Ah_*L_; %Volume do pistão [m^3]
mC_ = VolT_*RhoS_; %Massa do conjunto êmbolo-haste [kg]
mT_ = mC_+mL_; %Massa do conjunto pistão-carga [kg]

%Condições iniciais do atuador
xo_ = 0; %Posição [m]
dxo_ = 0; %Velocidade [m/s]
pAo_ = pt; %Pressão na câmara A [Pa]
pBo_ = ps; %Pressão na câmara B [Pa]
TAo_ = 293; %Temperatura na câmara A [K]
TBo_ = 293; %Temperatura na câmara B [K]
mAo_ = (pAo_*(VAo_+Aa_*xo_))/(R*TAo_); %Massa de ar na câmara A [kg]
mBo_ = (pBo_*(VBo_+Ab_*(L_-xo_)))/(R*TBo_); %Massa de ar na câmara B
[kg]

%Parâmetros dos batentes de fim de curso
Ke = 9800000000; %Constante de rigidez [N/m]
Be = 500000; %Coeficiente de amortecimento [N/(m/s)]

%Válvula 2V1
b_2V1 = 0.26; %Razão de pressões crítica
C_2V1 = 4.24e-10; %Condutância sônica [m^5/N.s]

%Válvula 2V2
b_2V2 = b_2V1; %Razão de pressões crítica
C_2V2 = C_2V1; %Condutância sônica [m^5/N.s]

%Tubulação
Vt_ = 0.00001; %Volume [m^3]
pTo_ = ps; %Pressão inicial [Pa]

%Reservatório
Vr = 0.000023; %Volume [m^3]
pRo = 1e5; %Pressão inicial [Pa]

```

## APÊNDICE B – MODELO EM DIAGRAMA DE BLOCOS

O sistema do estudo de caso é composto por dois sistemas de atuação semelhantes (1 e 2), dessa forma, será apresentado a modelagem matemática dos componentes apenas para o sistema de atuação 1. Deve ser ressaltado ainda que foi utilizado o método de integração com passo variável ode15s com tolerância relativa de  $10^{-4}$  e os outros parâmetros/opções com a configuração padrão do Simulink®.

Figura B.1 – Modelo geral do sistema

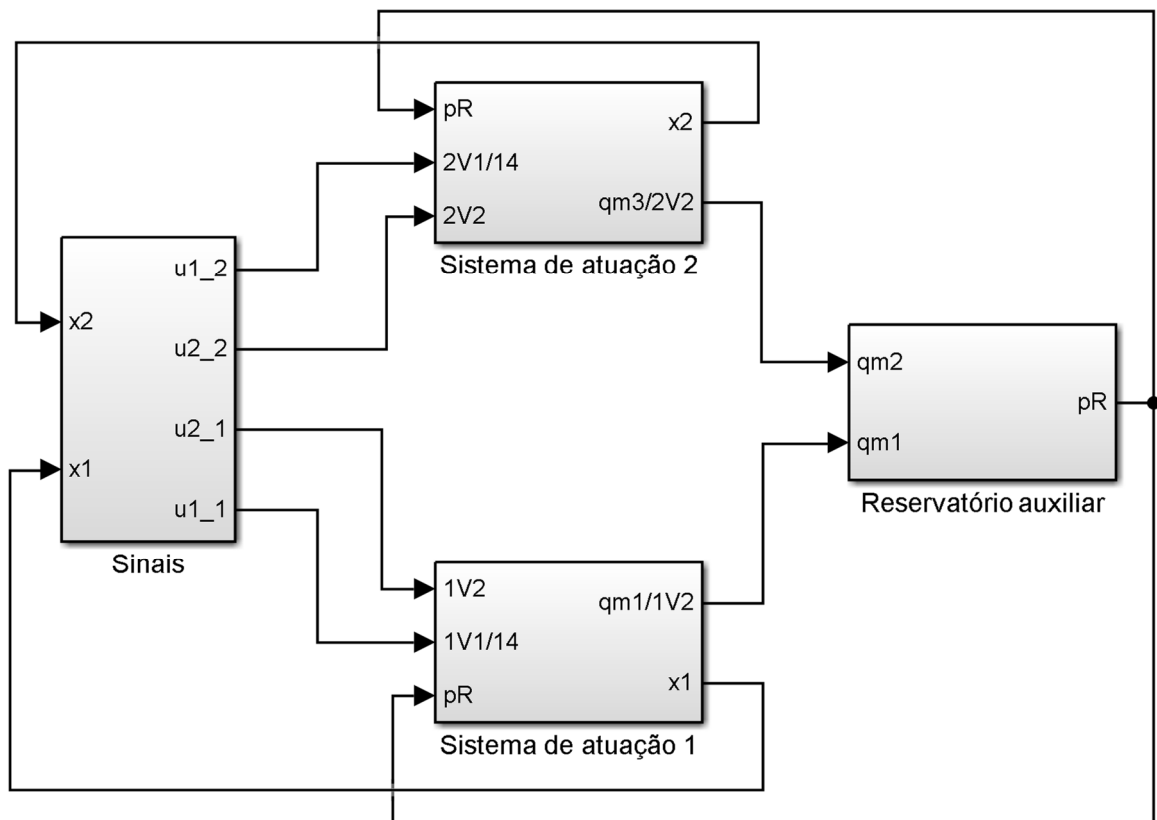


Figura B.2 - Equação da continuidade no reservatório

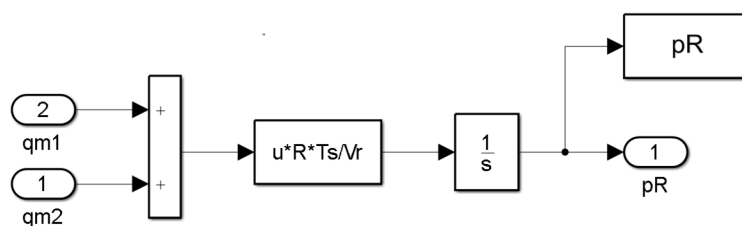


Figura B.3 – Modelo do sistema de atuação 1

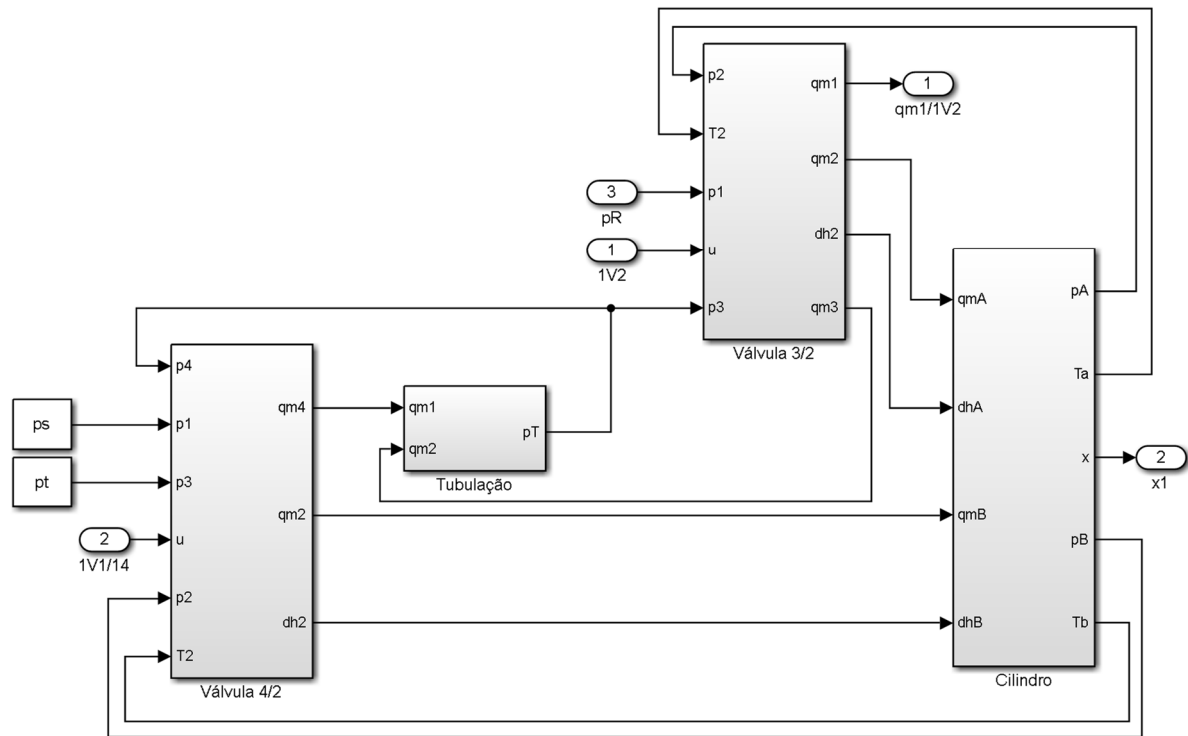


Figura B.4 - Equação da continuidade na tubulação

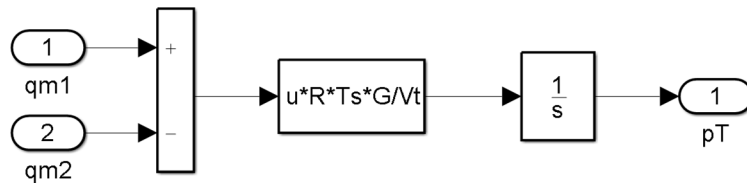


Figura B.5 - Modelo do atuador linear assimétrico

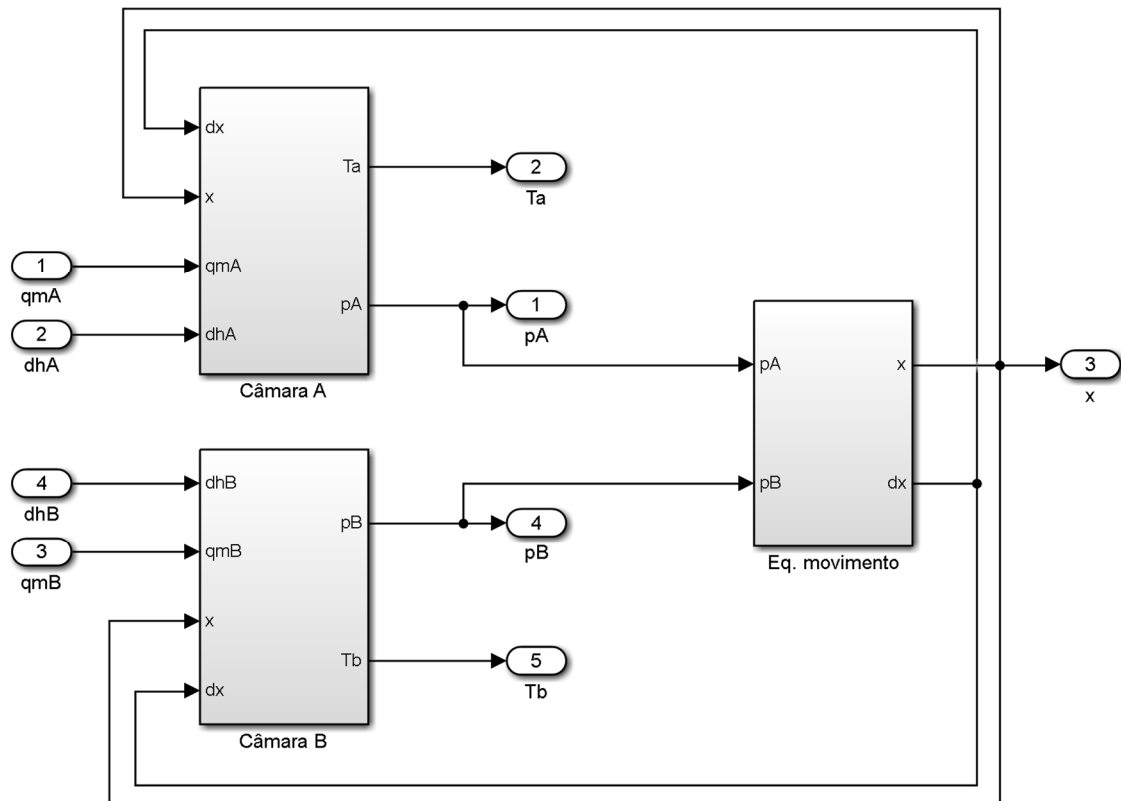


Figura B.6 – Equação do movimento

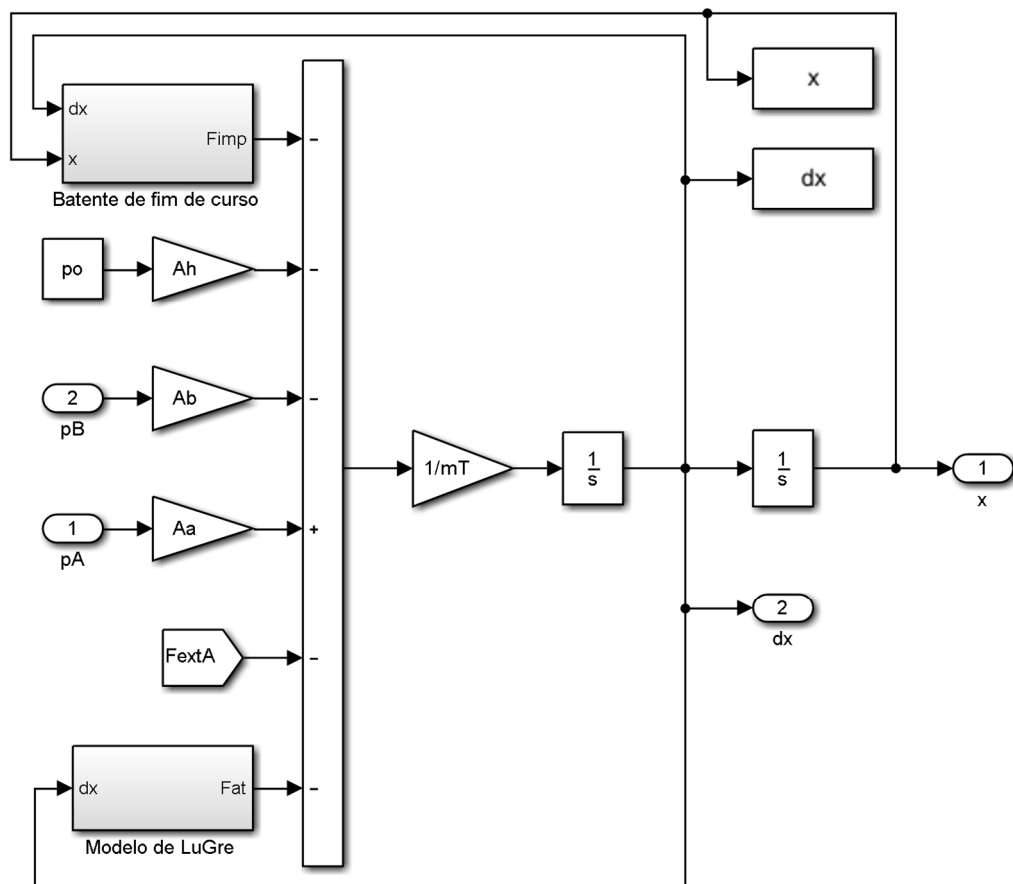




Figura B.7 – Modelo do batente de fim de curso

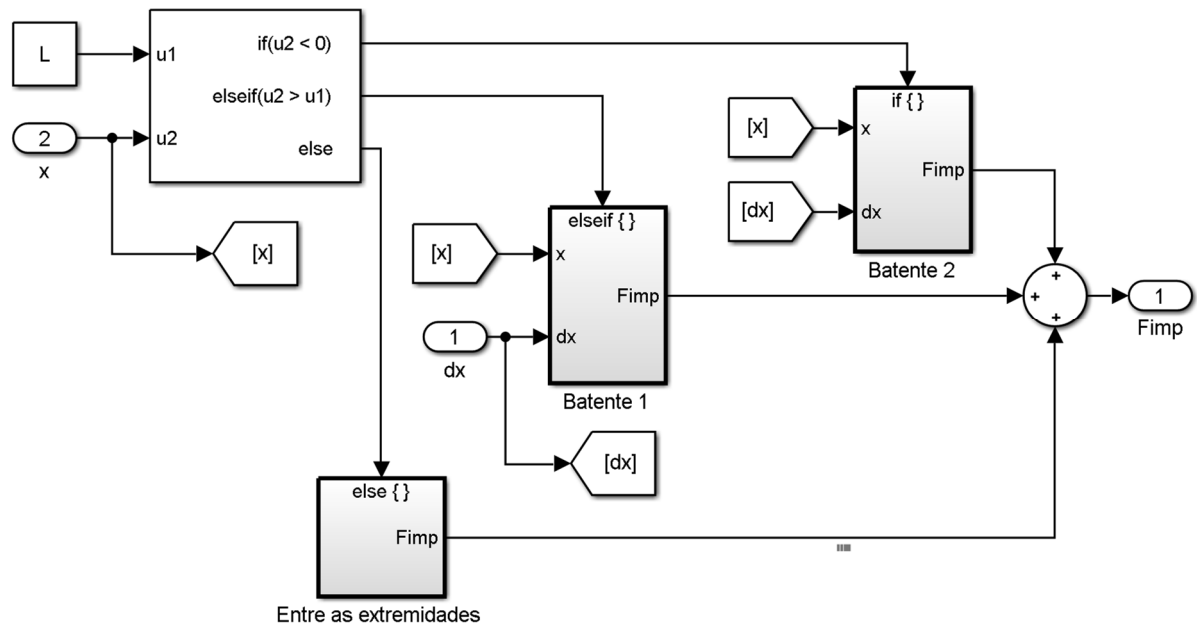


Figura B.8 – Modelo de atrito de LuGre

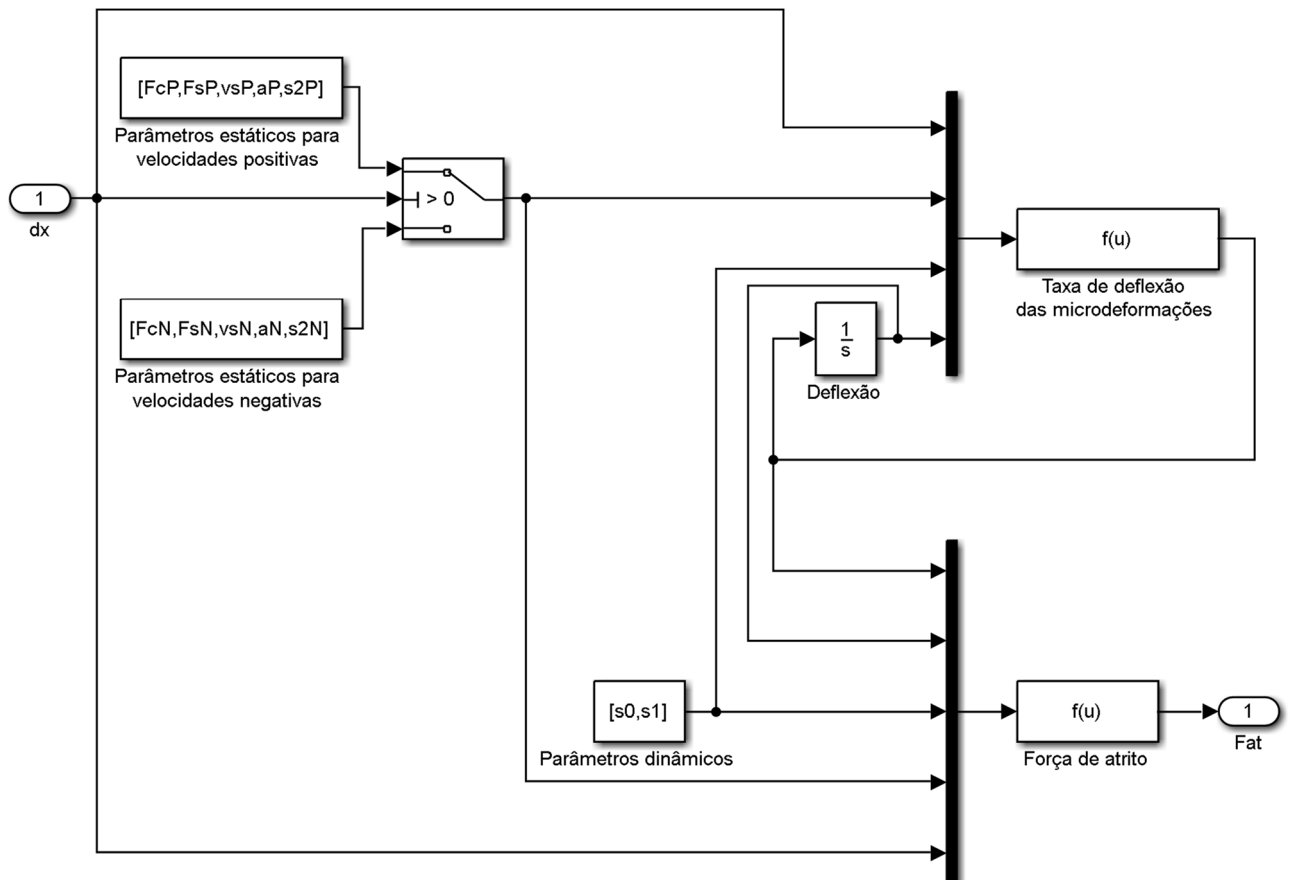


Figura B.9 – Modelo da câmara A

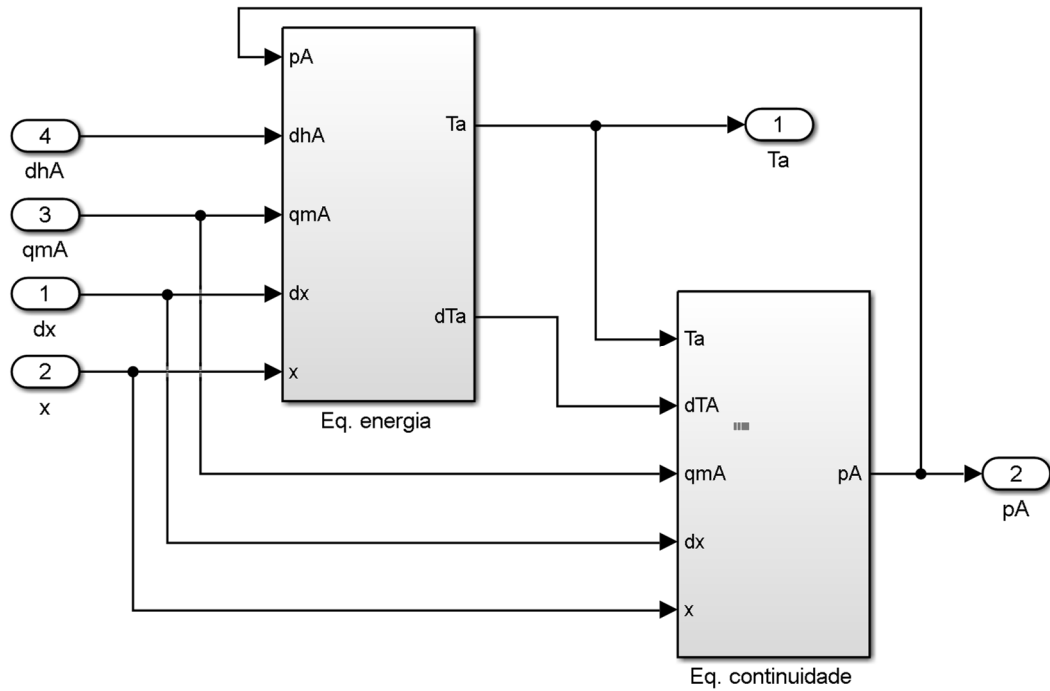


Figura B.10 – Equação da continuidade na câmara A

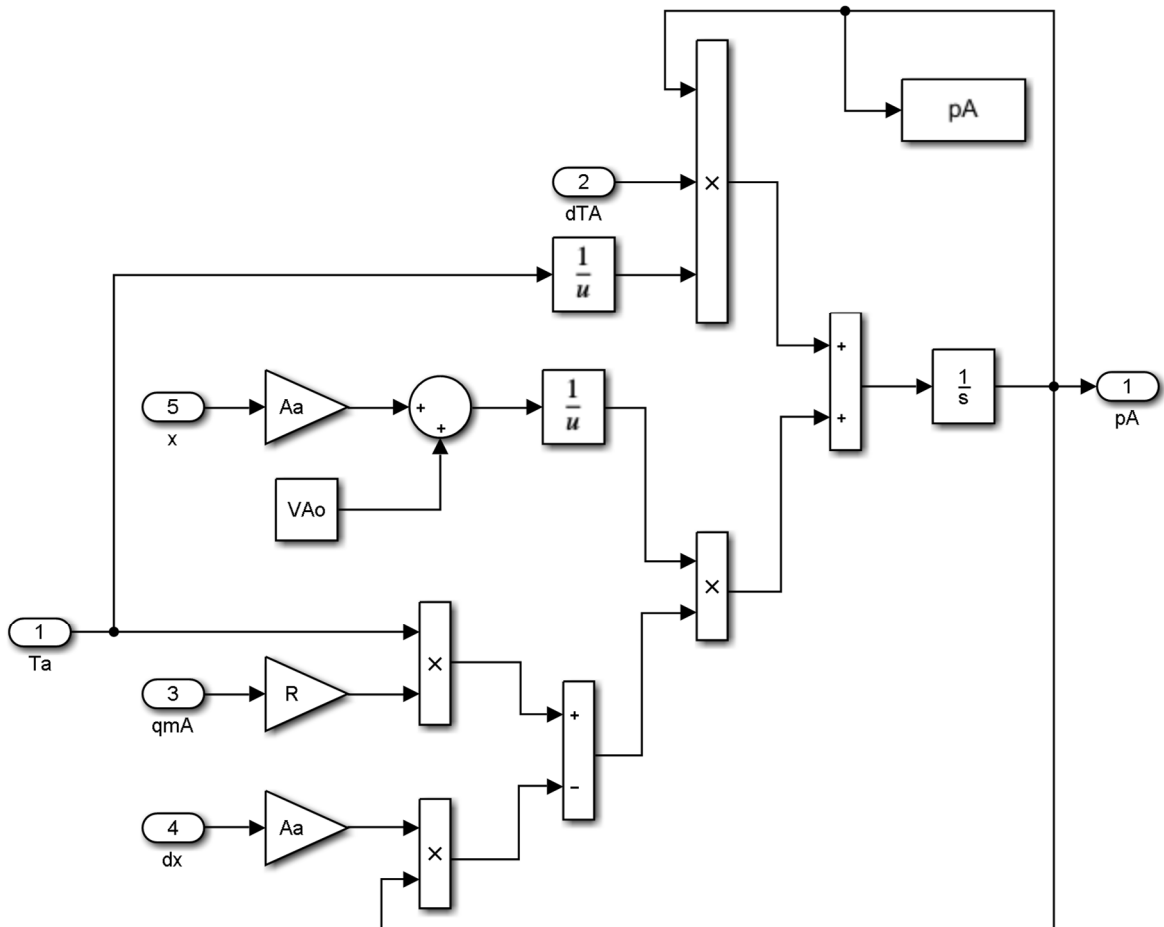


Figura B.11 – Equação da energia na câmara A

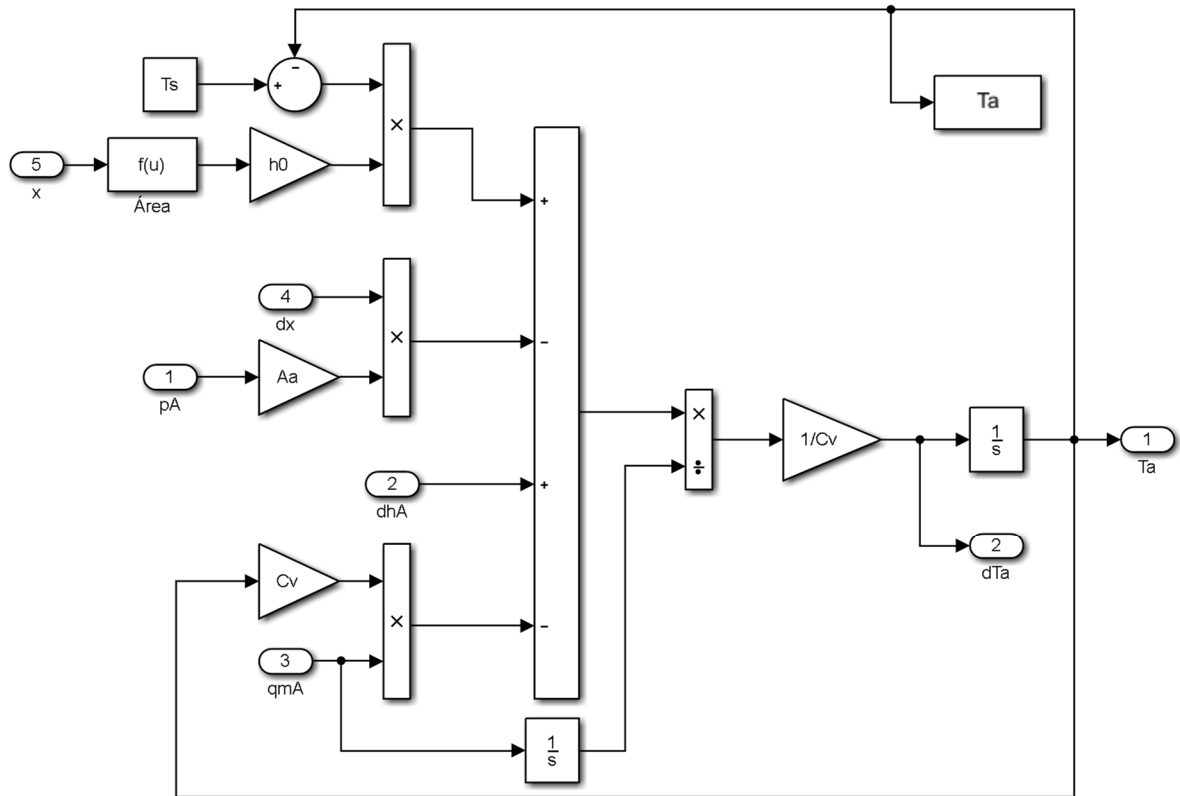


Figura B.12 – Modelo da câmara B

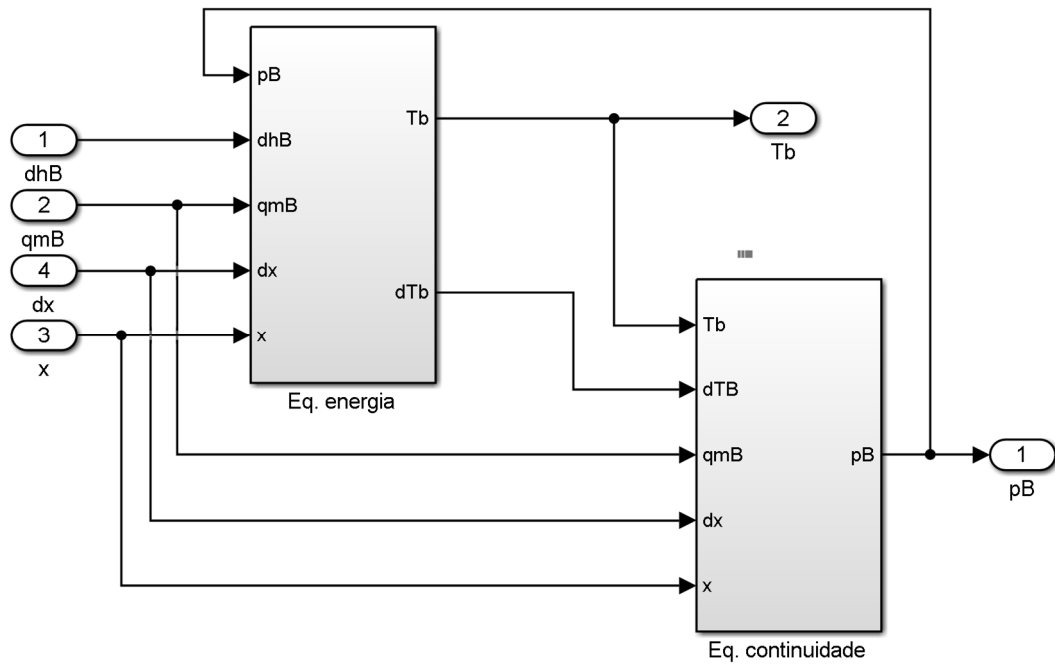


Figura B.13 - Equação da continuidade na câmara B

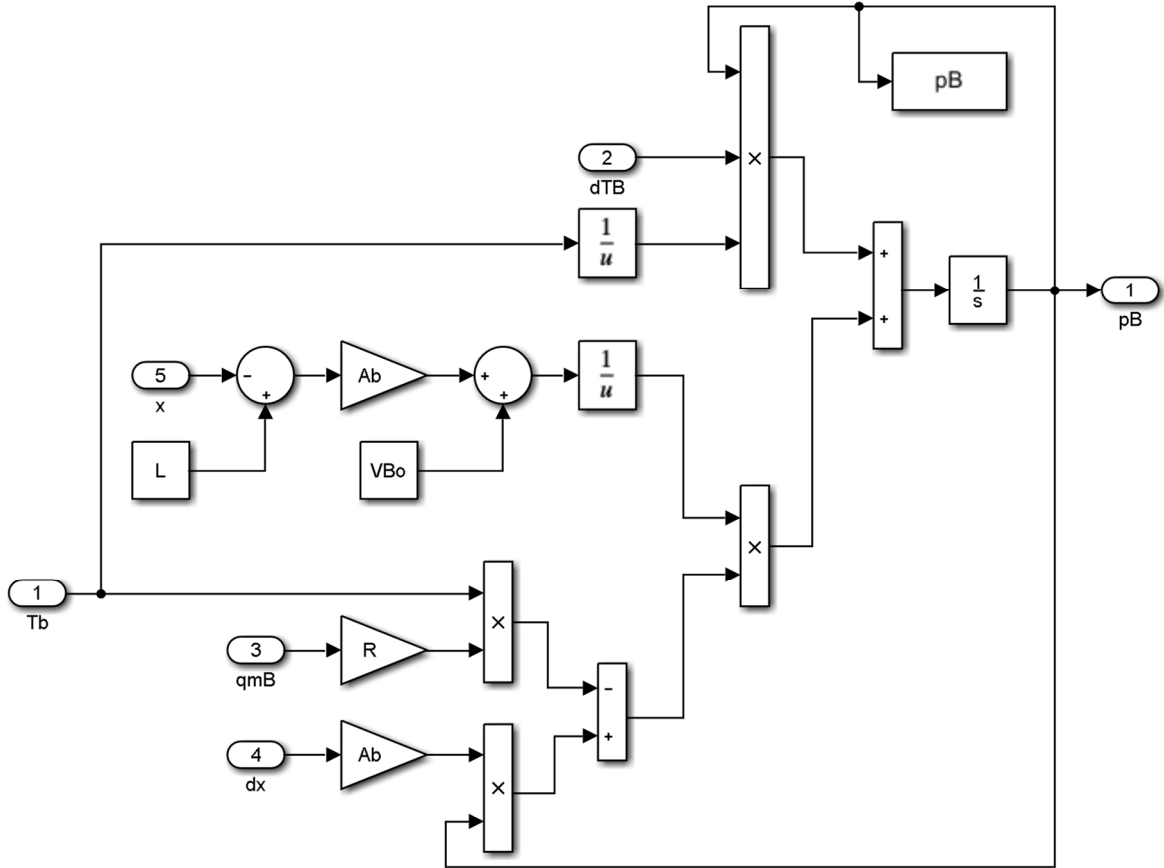


Figura B.14 - Equação da energia na câmara B

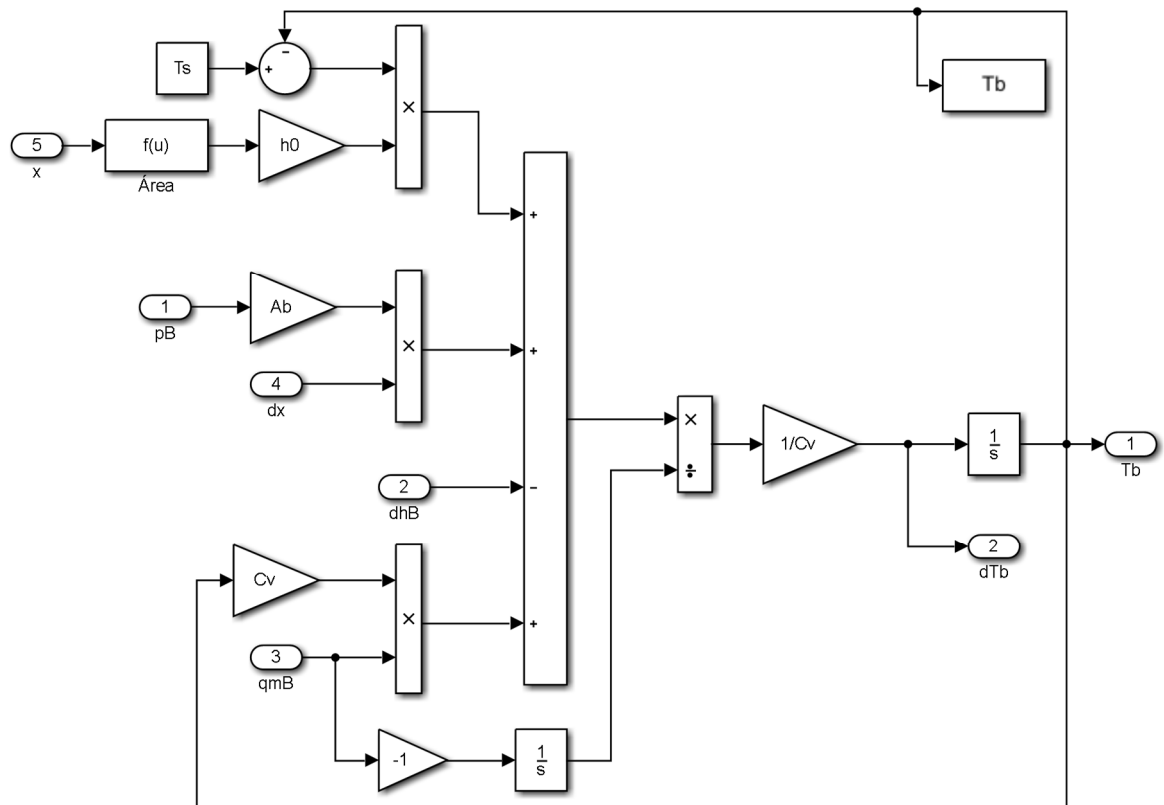


Figura B.15 – Modelo da válvula 3/2 vias

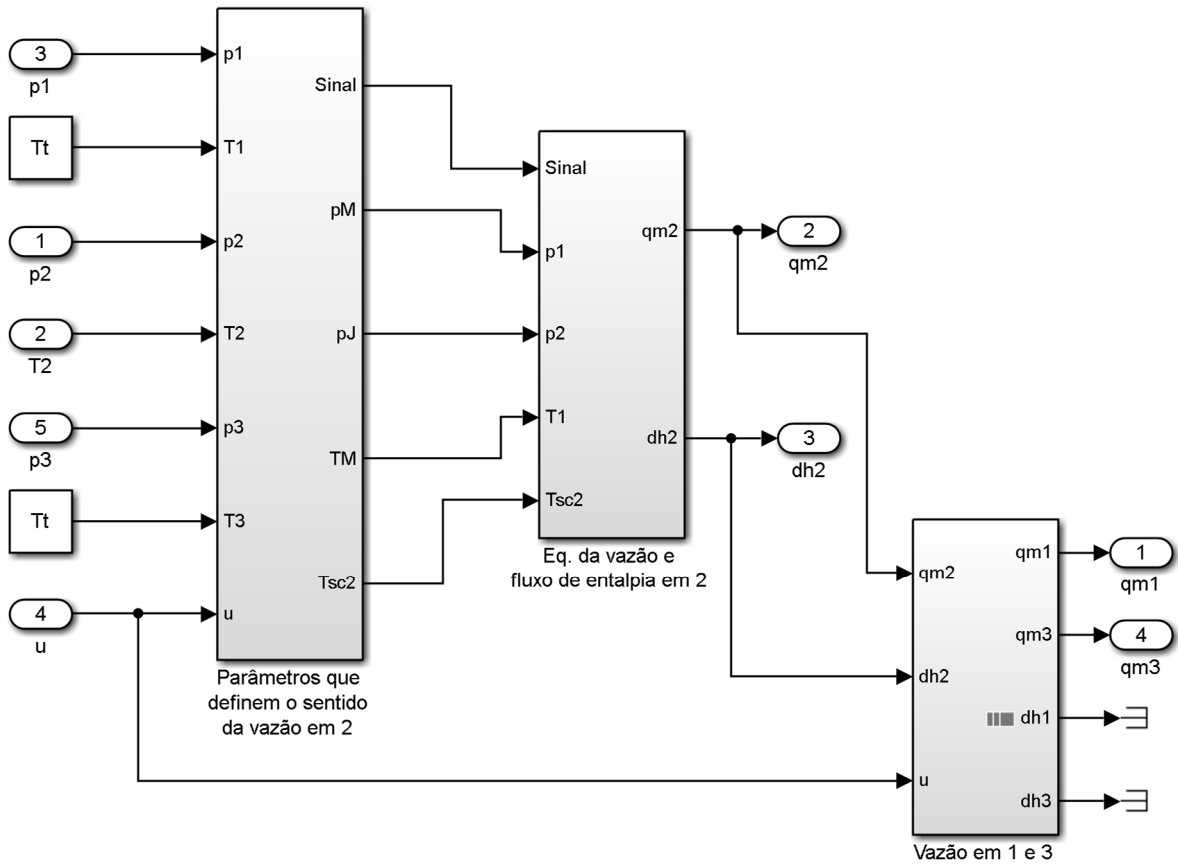


Figura B.16 - Equação da vazão na porta 2 da válvula 3/2 vias

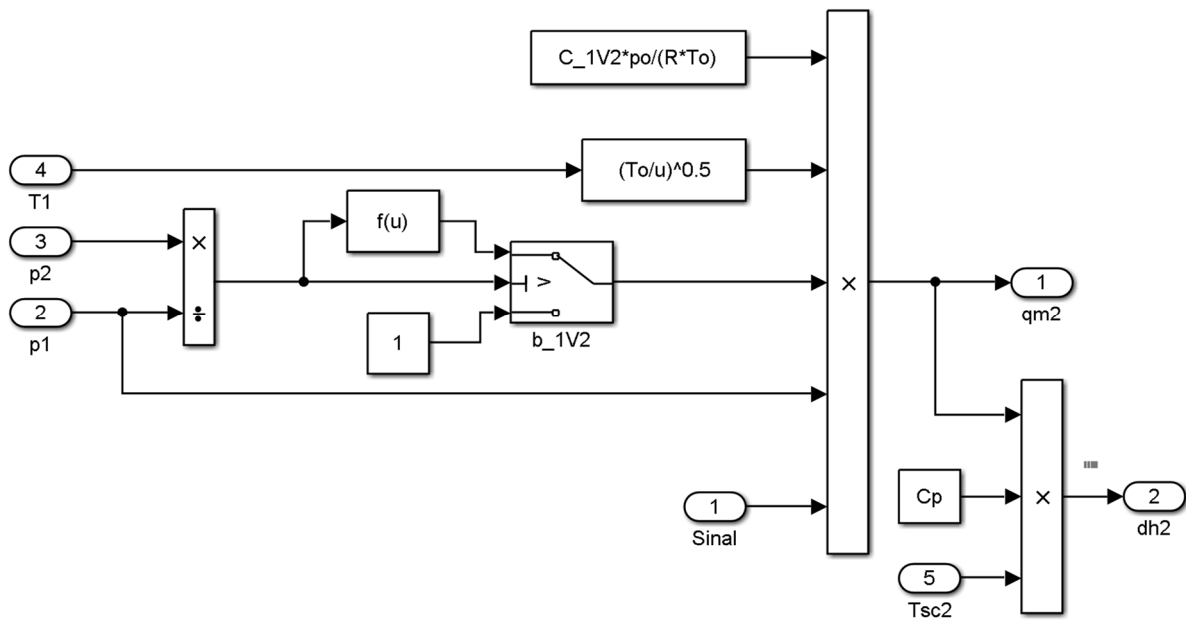


Figura B.17 – Modelo da válvula 4/2 vias

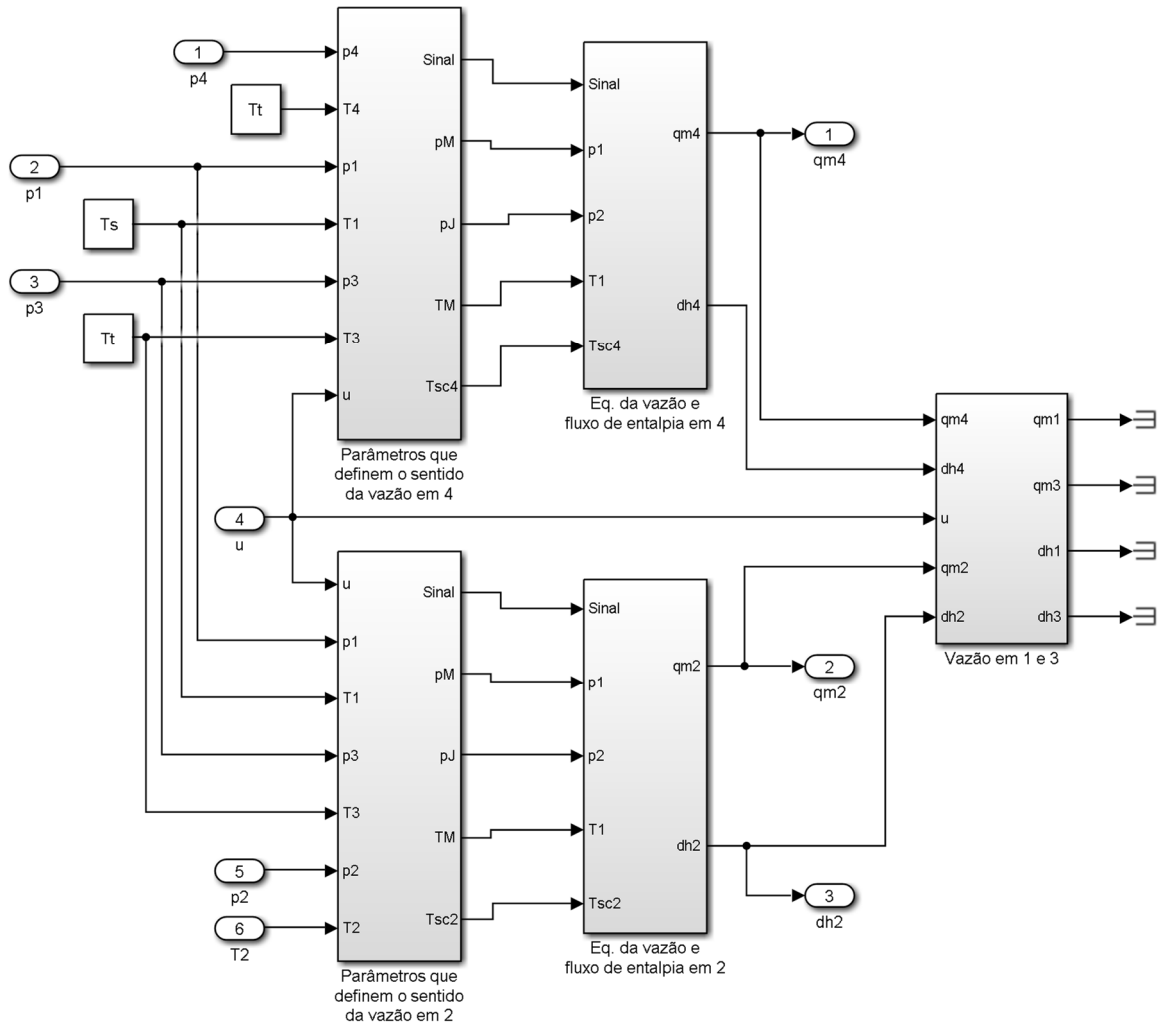


Figura B.18 - Equação da vazão na porta 4 da válvula 4/2 vias

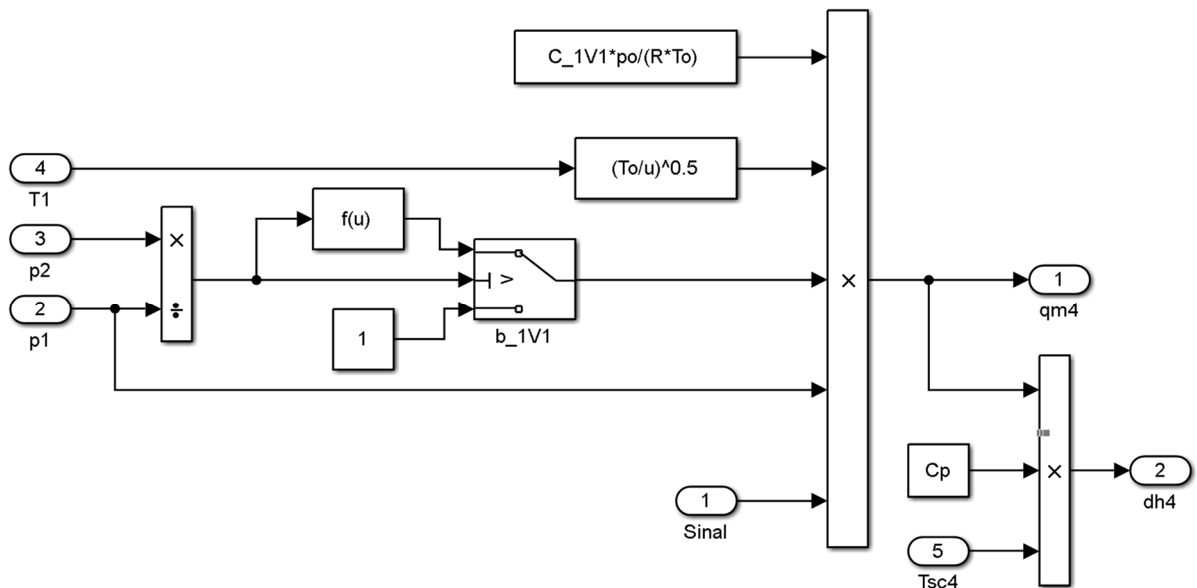
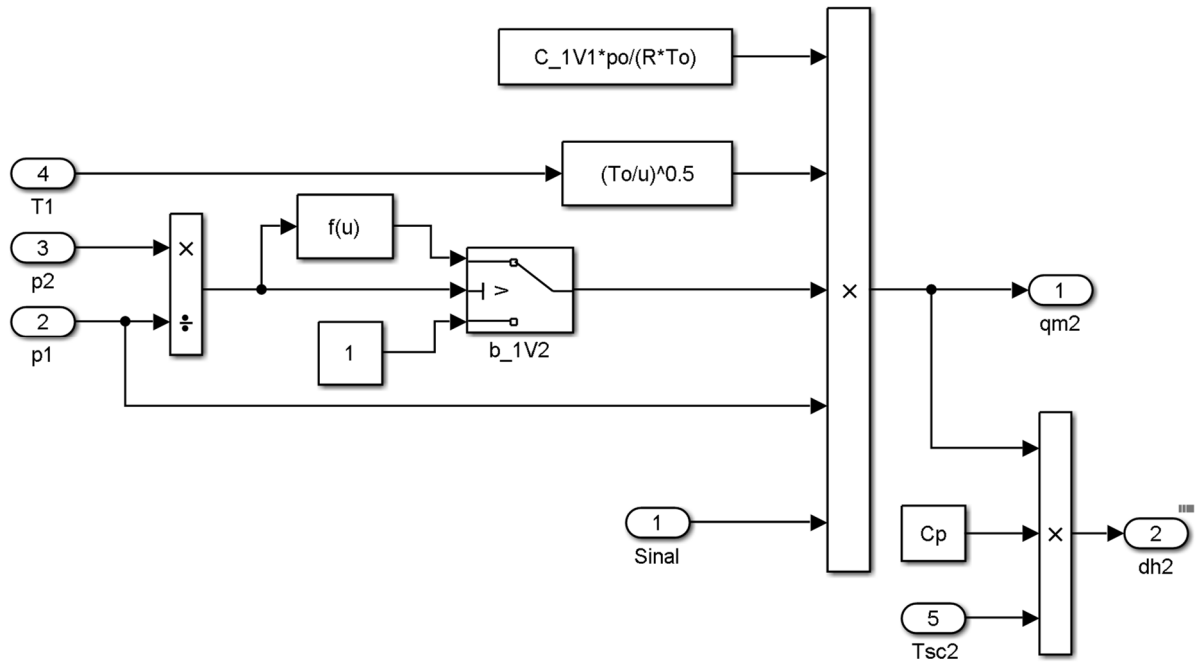


Figura B.19 - Equação da vazão na porta 2 da válvula 4/2 vias



## APÊNDICE C – EXPRESSÕES ANALÍTICAS

Neste tópico mostra-se detalhadamente os passos para a resolução das Equações 3.2 e 3.3 empregando o método da substituição de variáveis. Essas soluções equivalem às dinâmicas de pressão para dois casos de correlação de volumes entre atuador e câmara do cilindro durante o processo de recuperação de ar comprimido.

Além disso, por simplificação adota-se nesta seção o termo para pressão de equilíbrio após a recuperação sem o índice indicativo da etapa de reaproveitamento, ou seja,  $p_{eq} = p_{eq}^{Rec}$ .

### C.1 EXPRESSÃO ANALÍTICA PARA $V_R \ll V_H$

Das hipóteses adotadas no capítulo 3, a pressão no reservatório para a correlação de volumes  $V_R \ll V_H$  é dada pela seguinte equação diferencial (Equação 3.2):

$$\frac{dp_R}{dt} = \frac{R T_R n p_{eq} C \rho_0}{V_R} \sqrt{1 - \left( \frac{p_R - b}{p_{eq} - b} \right)^2} \quad (C.1)$$

Tomando o fator que multiplica a raiz quadrada igual a uma constante  $k_1$  para simplificar as manipulações algébricas, tem-se:

$$k_1 = \frac{R T_R n p_{eq} C \rho_0}{V_R} \quad (C.2)$$

Separando-se as variáveis e integrando implicitamente ambos os lados da equação:

$$\int \frac{dp_R}{\sqrt{1 - \left( \frac{p_R - b}{p_{eq} - b} \right)^2}} = \int k_1 dt \quad (C.3)$$



A seguir é apresentada a solução da integral do lado esquerdo da Equação C.3 por meio do método da substituição.

Fazendo  $u = \left(\frac{p_R}{p_{eq}} - b\right)/(1 - b)$ , segue que

$$dp_R = p_{eq}(1 - b)du \quad (C.4)$$

Com essa mudança de variáveis, a integral é reescrita

$$\int \frac{dp_R}{\sqrt{1 - \left(\frac{\frac{p_R}{p_{eq}} - b}{1 - b}\right)^2}} = p_{eq}(1 - b) \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} \quad (C.5)$$

Fazendo  $u = \text{sen}(v)$ , temos

$$du = \cos(v) dv \quad (C.6)$$

Assim,

$$\begin{aligned} p_{eq}(1 - b) \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} &= p_{eq}(1 - b) \int \frac{\cos(v)}{\sqrt{1 - \text{sen}^2(v)}} dv \\ &= p_{eq}(1 - b) \int dv \\ &= p_{eq}(1 - b)v \\ &= p_{eq}(1 - b)\text{sen}^{-1}(u) \\ &= p_{eq}(1 - b)\text{sen}^{-1}\left(\frac{\frac{p_R}{p_{eq}} - b}{1 - b}\right) \end{aligned} \quad (C.7)$$

Logo, a solução da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_R}{dt} &= k_1 \sqrt{1 - \left(\frac{p_R - b}{p_{eq}}\right)^2} \Rightarrow \int \frac{dp_R}{\sqrt{1 - \left(\frac{p_R - b}{p_{eq}}\right)^2}} = \int k_1 dt \\
 &\Rightarrow p_{eq}(1 - b) \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{p_R - b}{p_{eq}} \right) = k_1 t + C_1 \\
 &\Rightarrow \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{p_R - b}{p_{eq}} \right) = \frac{k_1 t + C_1}{p_{eq}(1 - b)} \\
 &\Rightarrow \frac{p_R - b}{p_{eq}} = \operatorname{sen} \left( \frac{k_1 t + C_1}{p_{eq}(1 - b)} \right) \\
 &\Rightarrow p_R = p_{eq} \left( (1 - b) \operatorname{sen} \left( \frac{k_1 t + C_1}{p_{eq}(1 - b)} \right) + b \right) \quad (C.8)
 \end{aligned}$$

A constante de integração é obtida da Equação C.8 para  $p_R(0) = p_{R0}$ :

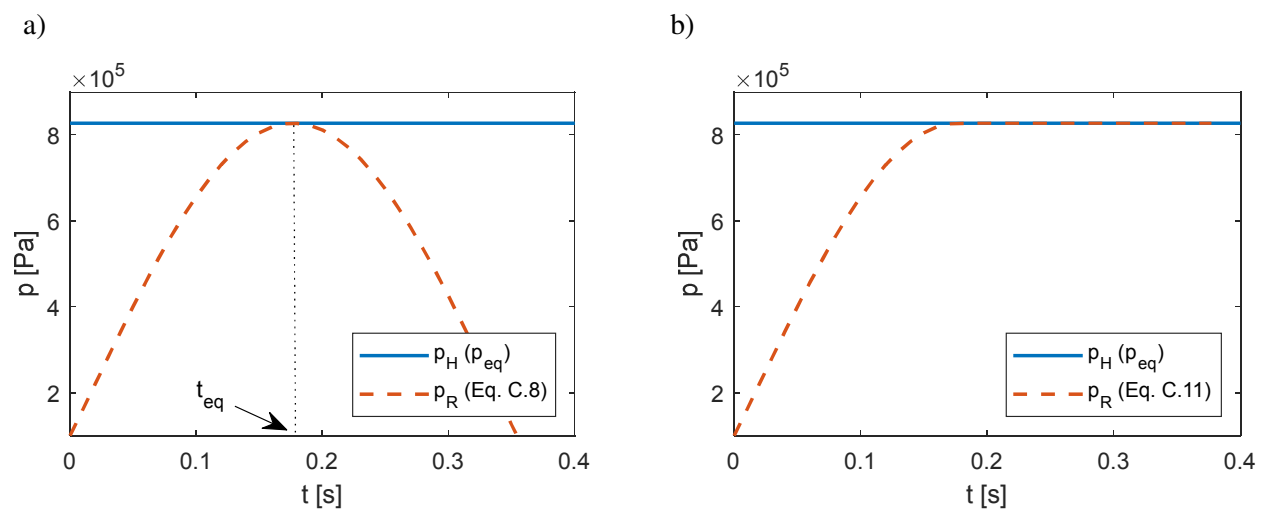
$$C_1 = p_{eq}(1 - b) \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{p_{R0} - b}{p_{eq}} \right) \quad (C.9)$$

Para verificar a adequação da expressão analítica encontrada com o que se espera de um sistema real apresenta-se a seguir gráficos com a dinâmica de pressão no reservatório e na câmara do cilindro para os dados da Tabela C.1.

Tabela C.1 – Parâmetros e condições iniciais para análise das pressões com  $V_R \ll V_H$ 

Parâmetro	Valor
Constante universal dos gases [J/kg K]	288
Massa específica do ar [kg/m <sup>3</sup> ]	1,185
Temperatura no reservatório [K]	293,15
Coefficiente politrópico [1]	1
Razão de pressões crítica [1]	0,26
Condutância sônica da válvula auxiliar [m <sup>5</sup> /N s]	$1,47 \times 10^{-9}$
Volume da câmara do cilindro [m <sup>3</sup> ]	0,0002
Volume do reservatório [m <sup>3</sup> ]	0,00002
Pressão inicial na câmara do cilindro (Pressão de equilíbrio) [Pa]	$8,27 \times 10^5$
Pressão inicial no reservatório [Pa]	$1 \times 10^5$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura C.1 – Dinâmica das pressões para o caso  $V_R \ll V_H$ : a) Equação C.8; b) Equação C.11

Fonte: Elaborada pelo autor.

Da Figura C.1-a é possível observar um instante no qual as pressões na câmara e no reservatório se igualam. Esse tempo de equalização entre as pressões é obtido isolando  $t$  na Equação C.8 e fazendo  $p_R = p_{eq}$ :

$$t_{eq,1} = \frac{1}{k_1} \left( p_{eq}(1-b) \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{\frac{p_R}{p_{eq}} - b}{1-b} \right) - C_1 \right) \quad (\text{C.10})$$

Ainda na Figura C.1-a, após a pressão no reservatório igualar-se à pressão de equilíbrio, observa-se a diminuição da pressão. Isso ocorre devido à natureza periódica da função e como tal comportamento não é observado na prática é necessário utilizar um operador condicional para modelar a pressão no reservatório após o tempo de equilíbrio, conforme a Equação C.11 (Figura C.1-b).

$$p_R = \begin{cases} p_{eq} \left( (1-b) \operatorname{sen} \left( \frac{k_1 t + C_1}{p_{eq}(1-b)} \right) + b \right) & \text{se } t < t_{eq,1} \\ p_{eq} & \text{se } t \geq t_{eq,1} \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

## C.2 EXPRESSÃO ANALÍTICA PARA $V_R \gg V_H$

A partir das hipóteses adotadas no capítulo 3, obtém-se a equação diferencial que descreve a dinâmica de pressão na câmara do atuador (Equação 3.3):

$$\frac{dp_H}{dt} = - \frac{R T_H n C \rho_0}{V_H} p_H \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{p_{eq}}{p_H} - b}{1-b} \right)^2} \quad (\text{C.12})$$

Tomando o fator constante fora da raiz quadrada igual a uma constante  $k_2$  para facilitar as manipulações algébricas, tem-se

$$k_2 = - \frac{R T_H n C \rho_0}{V_H} \quad (\text{C.13})$$

Separando-se as variáveis e integrando implicitamente ambos os lados da equação:

$$\int \frac{dp_H}{p_H \sqrt{1 - \left(\frac{p_{eq} - b}{1 - b}\right)^2}} = \int k_2 dt \quad (C.14)$$

A seguir é apresentada a solução da integral do lado esquerdo da Equação C.14 através do método da substituição.

Fazemos a mudança  $u = \left(\frac{p_{eq}}{p_H} - b\right)/(1 - b)$ . Segue que

$$\begin{aligned} (1 - b)u &= \frac{p_{eq}}{p_H} - b \Rightarrow (1 - b)du = -\frac{p_{eq}}{p_H^2} dp_H \\ &\Rightarrow \frac{dp_H}{p_H} = -(1 - b) \frac{p_H}{p_{eq}} du \\ &\Rightarrow \frac{dp_H}{p_H} = -(1 - b) \frac{1}{(1 - b)u + b} du \\ &\Rightarrow \frac{dp_H}{p_H} = \frac{-du}{u + \frac{b}{1 - b}} \end{aligned} \quad (C.15)$$

Assim,

$$\begin{aligned} \int \frac{dp_H}{p_H \sqrt{1 - \left(\frac{p_{eq} - b}{1 - b}\right)^2}} &= - \int \frac{du}{\left(u + \frac{b}{1 - b}\right) \sqrt{1 - u^2}} \\ &= - \int \frac{du}{(u + a) \sqrt{1 - u^2}} \end{aligned} \quad (C.16)$$

Desse ponto em diante faz-se  $b/(1 - b) = a$  para facilitar as manipulações algébricas.

É razoável tentarmos a mudança  $u = \text{sen}(v)$ , com

$$du = \cos(v)dv \quad (\text{C.17})$$

Então,

$$\begin{aligned} - \int \frac{du}{(u+a)\sqrt{1-u^2}} &= - \int \frac{dv}{(\text{sen}(v)+a)\sqrt{1-\text{sen}^2(v)}} \cos(v) \\ &= - \int \frac{dv}{\text{sen}(v)+a} \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

Fazendo

$$s = \text{tg}\left(\frac{v}{2}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \frac{v}{2} < \frac{\pi}{2} \quad (\text{C.19})$$

temos

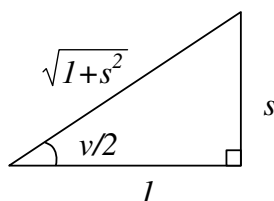
$$v = 2\text{tg}^{-1}(s) \Rightarrow dv = \frac{2}{1+s^2} ds \quad (\text{C.20})$$

Para implementar essa substituição é preciso expressar  $\text{sen}(v)$  em termos de  $u$ . Para isso, usa-se a seguinte identidade

$$\text{sen}(v) = 2\text{sen}\left(\frac{v}{2}\right)\cos\left(\frac{v}{2}\right) \quad (\text{C.21})$$

e as relações trigonométricas obtidas da Figura C.2:

Figura C.2 – Triângulo retângulo equivalente



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\operatorname{sen}\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{s}{\sqrt{1+s^2}} \quad (\text{C.22})$$

$$\operatorname{cos}\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \quad (\text{C.23})$$

Substituindo-se as Equações C.22 e C.23 na Equação C.21, obtém-se

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(v) &= 2\operatorname{sen}\left(\frac{v}{2}\right)\operatorname{cos}\left(\frac{v}{2}\right) \\ &= 2\frac{s}{\sqrt{1+s^2}}\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \\ &= \frac{2s}{1+s^2} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

Então,

$$\begin{aligned} -\int \frac{dv}{\operatorname{sen}(v) + a} &= -2\int \frac{ds}{\left(\frac{2s}{s^2+1} + a\right)(s^2+1)} \\ &= -2\int \frac{ds}{\frac{2s^3}{s^2+1} + \frac{2s}{s^2+1} + as^2 + a} \\ &= -2\int \frac{ds}{as^2 + a + \frac{2s(s^2+1)}{s^2+1}} \\ &= -2\int \frac{ds}{as^2 + a + 2s} \\ &= -2\int \frac{ds}{a\left(s^2 + \frac{2s}{a} + 1\right)} \\ &= -2\int \frac{ds}{a\left(s^2 + 2s\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{a}\right)^2\right)} \\ &= -2\int \frac{ds}{a\left(\left(s + \frac{1}{a}\right)^2 + 1 - \frac{1}{a^2}\right)} \end{aligned}$$

$$= -2 \int \frac{ds}{a \left(s + \frac{1}{a}\right)^2 + a - \frac{1}{a}} \quad (\text{C.25})$$

O procedimento destacado em vermelho acima é o método de completar quadrados, que auxilia na obtenção da função linear  $s + (1/a)$  no integrando.

Veja que a forma desse integrando sugere usarmos a mudança  $w = s + (1/a)$ . Segue que

$$dw = ds \quad (\text{C.26})$$

Reescrevendo a integral

$$\begin{aligned} -2 \int \frac{ds}{a \left(s + \frac{1}{a}\right)^2 + a - \frac{1}{a}} &= -2 \int \frac{dw}{aw^2 + a - \frac{1}{a}} \\ &= -2 \int \frac{dw}{\left(a - \frac{1}{a}\right) \left(\frac{aw^2}{a - \frac{1}{a}} + \frac{a - \frac{1}{a}}{a - \frac{1}{a}}\right)} \\ &= -\frac{2}{\left(a - \frac{1}{a}\right)} \int \frac{dw}{\left(\frac{a^2 w^2}{a^2 - 1} + 1\right)} \\ &= -\frac{2}{\left(a - \frac{1}{a}\right)} \int \frac{dw}{\frac{a^2 w^2}{a^2 - 1} + 1} \\ &= -\frac{2}{a - \frac{1}{a}} \int \frac{dw}{\left(\frac{aw}{\sqrt{a^2 - 1}}\right)^2 + 1} \\ &= -\left(\frac{1}{-1}\right) \frac{2}{a - \frac{1}{a}} \int \left(\frac{1}{-1}\right) \frac{dw}{\left(\frac{a^2 w^2}{a^2 - 1} + 1\right)} \\ &= -\frac{2}{\frac{1}{a} - a} \int \frac{dw}{\left(\frac{a^2 w^2}{1 - a^2} - 1\right)} \\ &= -\frac{2}{\frac{1}{a} - a} \int \frac{dw}{\left(\frac{aw}{\sqrt{1 - a^2}}\right)^2 - 1} \quad (\text{C.27}) \end{aligned}$$



O primeiro destaque em vermelho é um procedimento para chegar à função linear  $aw/\sqrt{1-a^2}$  no integrando. O segundo destaque é outra manipulação para evitar a raiz quadrada de um número negativo ( $a^2 - 1 < 0$ ).

Uma possibilidade para a próxima substituição é fazer  $m = aw/\sqrt{1-a^2}$ . E, neste caso,

$$dw = \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} dm \quad (\text{C.28})$$

Assim,

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\frac{1}{a}-a} \int \frac{dw}{\left(\frac{aw}{\sqrt{1-a^2}}\right)^2 - 1} &= -\frac{2}{\frac{1}{a}-a} \int \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} \frac{dm}{m^2-1} \\ &= -\frac{2\sqrt{1-a^2}}{a\left(\frac{1}{a}-a\right)} \int \frac{dm}{m^2-1} \\ &= -(-1) \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \int \left(\frac{1}{-1}\right) \frac{dm}{m^2-1} \\ &= \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \int \frac{dm}{1-m^2} \\ &= \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \int \left(\frac{\frac{1}{2}}{1+m} + \frac{\frac{1}{2}}{1-m}\right) dm \\ &= \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{1+m} + \frac{1}{1-m}\right) dm \\ &= \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \frac{1}{2} \left(\int \frac{dm}{1+m} + \int \frac{dm}{1-m}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

O procedimento destacado em vermelho visa a obtenção de uma integral de mais fácil solução, como é mostrado nos seguintes passos.

A seguinte simplificação é tomada a partir deste ponto:

$$A = \frac{2\sqrt{1-a^2}}{1-a^2} \quad (\text{C.30})$$

Fazendo as mudanças de variáveis  $z = 1 + m$  para a primeira integral e  $r = 1 - m$  para a segunda, segue que

$$dm = dz \quad (\text{C.31})$$

$$dm = -dr \quad (\text{C.32})$$

Reescrevendo a integral

$$\begin{aligned} A \frac{1}{2} \left( \int \frac{dm}{1+m} + \int \frac{dm}{1-m} \right) &= A \frac{1}{2} \left( \int \frac{1}{z} dz - \int \frac{1}{r} dr \right) \\ &= A \frac{1}{2} (\ln|z| - \ln|r|) \\ &= A \frac{1}{2} (\ln|1+m| - \ln|1-m|) \\ &= A \frac{1}{2} \left( \ln \left| \frac{1+m}{1-m} \right| \right) \\ &= A \left( \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+m}{1-m} \right| \right) \end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

A expressão entre parênteses na Equação C.33 equivale à função tangente hiperbólica inversa da variável  $m$ , ou seja,

$$\text{tgh}^{-1}m = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+m}{1-m} \right) \quad (\text{C.34})$$

Reescrevendo a expressão como função da variável  $u$  obtemos a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 A \operatorname{tgh}^{-1}(m) &= A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{aw}{\sqrt{1-a^2}}\right) \\
 &= A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{a\left(\frac{1}{a} + s\right)}{\sqrt{1-a^2}}\right) \\
 &= A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{1+as}{\sqrt{1-a^2}}\right) \\
 &= A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{1+a \operatorname{tg}\left(\frac{v}{2}\right)}{\sqrt{1-a^2}}\right) \\
 &= A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{1+a \operatorname{tg}\left(\frac{\operatorname{sen}^{-1}(u)}{2}\right)}{\sqrt{1-a^2}}\right)
 \end{aligned} \tag{C.35}$$

Logo, a solução da equação diferencial é:

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_H}{dt} &= k_2 p_H \sqrt{1 - \left(\frac{p_{eq} - b}{p_H - b}\right)^2} \Rightarrow \int \frac{dp_H}{p_H \sqrt{1 - \left(\frac{p_{eq} - b}{p_H - b}\right)^2}} = \int k_2 dt \\
 &\Rightarrow A \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{1+a \operatorname{tg}\left(\frac{\operatorname{sen}^{-1}(u)}{2}\right)}{\sqrt{1-a^2}}\right) = k_2 t + C_2 \\
 &\Rightarrow \operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{1+a \operatorname{tg}\left(\frac{\operatorname{sen}^{-1}(u)}{2}\right)}{\sqrt{1-a^2}}\right) = \frac{k_2 t + C_2}{A} \\
 &\Rightarrow \frac{1+a \operatorname{tg}\left(\frac{\operatorname{sen}^{-1}(u)}{2}\right)}{\sqrt{1-a^2}} = \operatorname{tgh}\left(\frac{k_2 t + C_2}{A}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{\text{sen}^{-1}(u)}{2} &= \text{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-a^2} \text{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1}{a} \right) \\
\Rightarrow u &= \text{sen} \left( 2 \text{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-a^2} \text{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1}{a} \right) \right) \\
\Rightarrow \frac{p_{eq} - b}{p_H - b} &= \text{sen} \left( 2 \text{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-a^2} \text{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1}{a} \right) \right) \\
\Rightarrow p_H &= \frac{p_{eq}}{(1-b) \text{sen} \left( 2 \text{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-a^2} \text{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1}{a} \right) \right) + b}
\end{aligned} \tag{C.36}$$

A constante de integração é obtida da Equação C.36 com condição inicial  $p_H(0) = p_{H0}$ :

$$C_2 = A \text{tgh}^{-1} \left( \frac{1 + a \text{tg} \left( \frac{1}{2} \text{sen}^{-1} \left( \frac{p_{eq}/p_{H0} - b}{1-b} \right) \right)}{\sqrt{1-a^2}} \right) \tag{C.37}$$

Para verificar a adequação da expressão analítica encontrada com o que se espera de um sistema real apresenta-se a seguir gráficos com a dinâmica de pressão<sup>7</sup> na câmara do cilindro e no reservatório para os dados da Tabela C.2.

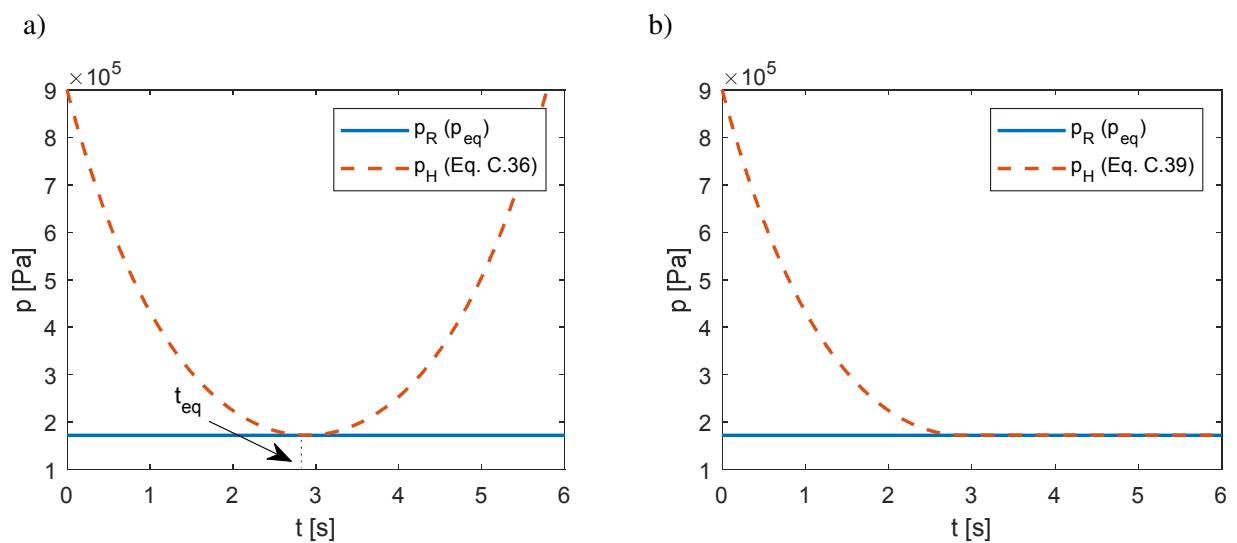
---

<sup>7</sup> A constante de integração (Equação C.37) envolve a função tangente hiperbólica inversa de um número maior que 1, resultando em um número complexo. Dessa forma, a pressão na câmara do cilindro (Equação C.36) também é um número com parte real e imaginária. No entanto, a parte imaginária da pressão na câmara é muito pequena podendo ser desconsiderada na descrição da dinâmica (Figura C.3).

Tabela C.2 – Parâmetros e condições iniciais para análise das pressões com  $V_R \gg V_H$ 

Parâmetro	Valor
Constante universal dos gases [J/kg K]	288
Massa específica do ar [kg/m <sup>3</sup> ]	1,185
Temperatura na câmara do cilindro [K]	293,15
Coeficiente politrópico [1]	1
Razão de pressões crítica [1]	0,26
Condutância sônica da válvula auxiliar [m <sup>5</sup> /N s]	$1,47 \times 10^{-9}$
Volume da câmara do cilindro [m <sup>3</sup> ]	0,0002
Volume do reservatório [m <sup>3</sup> ]	0,002
Pressão inicial na câmara do cilindro [Pa]	$9 \times 10^5$
Pressão inicial no reservatório (Pressão de equilíbrio) [Pa]	$1,72 \times 10^5$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura C.3 - Dinâmica das pressões para o caso  $V_R \gg V_H$ : a) Equação C.36; b) Equação C.39

Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim como o caso anterior, da Figura C.3-a é possível observar um instante no qual as pressões na câmara e no reservatório se igualam. Esse tempo de equalização entre as pressões é obtido isolando-se  $t$  na Equação C.36 e fazendo  $p_H = p_{eq}$ :

$$t_{eq,2} = \frac{1}{k_2} \left( -A \operatorname{tgh}^{-1} \left( \frac{1 + a \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{p_{eq}/p_H - b}{1 - b} \right) \right)}{\sqrt{1 - a^2}} \right) + C_2 \right) \quad (\text{C.38})$$

Ainda na Figura C.3-a, após a pressão na câmara se igualar à pressão de equilíbrio, nota-se o aumento da pressão. Isso ocorre por causa da natureza periódica e inversa da função e como tal comportamento não é observado na prática é necessário utilizar um operador condicional para modelar a pressão na câmara após o tempo de equilíbrio, conforme a Equação C.39 (Figura C.3-b).

$$p_H = \begin{cases} \frac{1}{(1 - b) \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - a^2} \operatorname{tgh} \left( \frac{k_2 t + C_2}{A} \right) - 1 \right)} \right) + b} & \text{se } t < t_{eq,2} \\ p_{eq} & \text{se } t \geq t_{eq,2} \end{cases} \quad (\text{C.39})$$

## ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS DE ATUAÇÃO

### A.1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento<sup>8</sup> apresentado nesta seção foi realizado por Vinicius Vigolo e tem como base o seu trabalho de dissertação (VIGOLO, 2018), que trata de uma metodologia para dimensionamento de sistemas pneumáticos - linha de pesquisa atualmente desenvolvida no LASHIP (Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos).

A influência da válvula auxiliar é desconsiderada a nível de dimensionamento e os requisitos de projeto do sistema de elevação de embalagens (Figura 5.1 e 5.2) são listados abaixo:

- Massa da embalagem = 25 kg
- Altura de elevação = 0,40 m
- Tempo de elevação = 3 s
- Deslocamento para expulsão = 0,15 m
- Tempo de expulsão = 2 s

### A.2 VISÃO GERAL DO MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO

Primeiramente, é necessário quantificar as forças externas. Para o atuador vertical, assume-se um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) para considerar o efeito da aceleração, além disso, considera-se a força devido à gravidade. Para o atuador horizontal também foi assumido um movimento MRUV e uma força de atrito estática (que é a maior das componentes de atrito) entre duas superfícies (metal e madeira).

Depois de encontrar a força externa  $F_{ext}$ , deve-se estimar alguns parâmetros do sistema, como  $p_s$ ,  $b$ ,  $r_A$  (razão de áreas do atuador) e  $\eta$  (coeficiente de atrito do atuador). Foi considerada uma pressão de suprimento de  $9 \times 10^5$  Pa. O dimensionamento é baseado no ponto de máximo da curva  $v/C$ :

---

<sup>8</sup> As dimensões dos atuadores foram escolhidas em conformidade com a norma ISO 6432 (2015), que padroniza os diâmetros do êmbolo e da haste para cilindros com diâmetros de êmbolo entre 8 mm e 25 mm.

$$\frac{v_{e.ss}}{C} = \frac{p_s p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{p_A - b}{1 - b}\right)^2} \left( \frac{p_A}{p_s} - \frac{p_0}{p_s} (1 - r_A) - \mu - \left( \frac{\frac{p_0}{p_s}}{\frac{b}{r_A} + \sqrt{\frac{b - 2b + 1}{r_A^2} + 1 + \left(\frac{p_s}{p_A}\right) \left(-2b \left(\frac{p_s}{p_A}\right) (2b - 1)\right)}} \right) \right)}{\left(\frac{p_A}{p_s}\right) F_{ext}} \quad (A.1)$$

No ponto de máximo dessa curva, é encontrado um valor correspondente de  $p_A/p_s$ , o qual é utilizado para calcular a razão  $p_0/p_B$  de acordo com a Equação A.2.

$$\frac{p_0}{p_B} = b + \sqrt{b^2 - 2b + 1 + r_A^2 + (2b r_A^2 - r_A^2) \left(\frac{p_s}{p_A}\right)^2 - 2b r_A^2 \left(\frac{p_s}{p_A}\right)} \quad (A.2)$$

Com os valores das razões de pressão, estima-se um valor de área pela equação do movimento:

$$A_A = \frac{F_{ext}}{p_s \left(\frac{p_A}{p_s} - \left(\frac{p_B}{p_0}\right) \left(\frac{p_0}{p_s}\right) r_A - \frac{p_0}{p_s} (1 - r_A) - \eta\right)} \quad (A.3)$$

onde o  $F_{ext}$  é a força de carga e  $\eta$  é coeficiente de atrito do atuador.

Depois de dimensionar a área, deve-se escolher um valor comercial menor do que o obtido com o método. Porém, as vezes o atuador menor é muito pequeno, por isso, deve-se ajustar a pressão de suprimento.

Para dimensionar a válvula, usa-se o valor de  $v/C$  resultante do cilindro comercial escolhido (é importante notar que não é o valor de  $v/C$  máximo, e sim o do cilindro comercial, que usualmente é menor) e dividido pelo valor da velocidade máxima esperada, que foi estimada assumindo um movimento com aceleração constante.



### A.3 DIMENSIONAMENTO DO CILINDRO 1A1

A aceleração é estimada pela Equação A.4.

$$a = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 0,4}{3^2} \Rightarrow a = 0,08889 \text{ m/s}^2 \quad (\text{A.4})$$

A força de carga é determinada pela Equação A.5.

$$F_{ext} = m a + m g \Rightarrow F_{ext} = 25 \cdot 0,0889 + 25 \cdot 9,81 \Rightarrow F_{ext} = 247,47 \text{ N} \quad (\text{A.5})$$

No dimensionamento pelo ponto de operação deve-se encontrar o diâmetro para velocidade máxima com os seguintes dados:  $p_s = 9 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $p_0 = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $b = 0,3$ ,  $r_A = 0,84$  e  $\eta = 0,1$ .

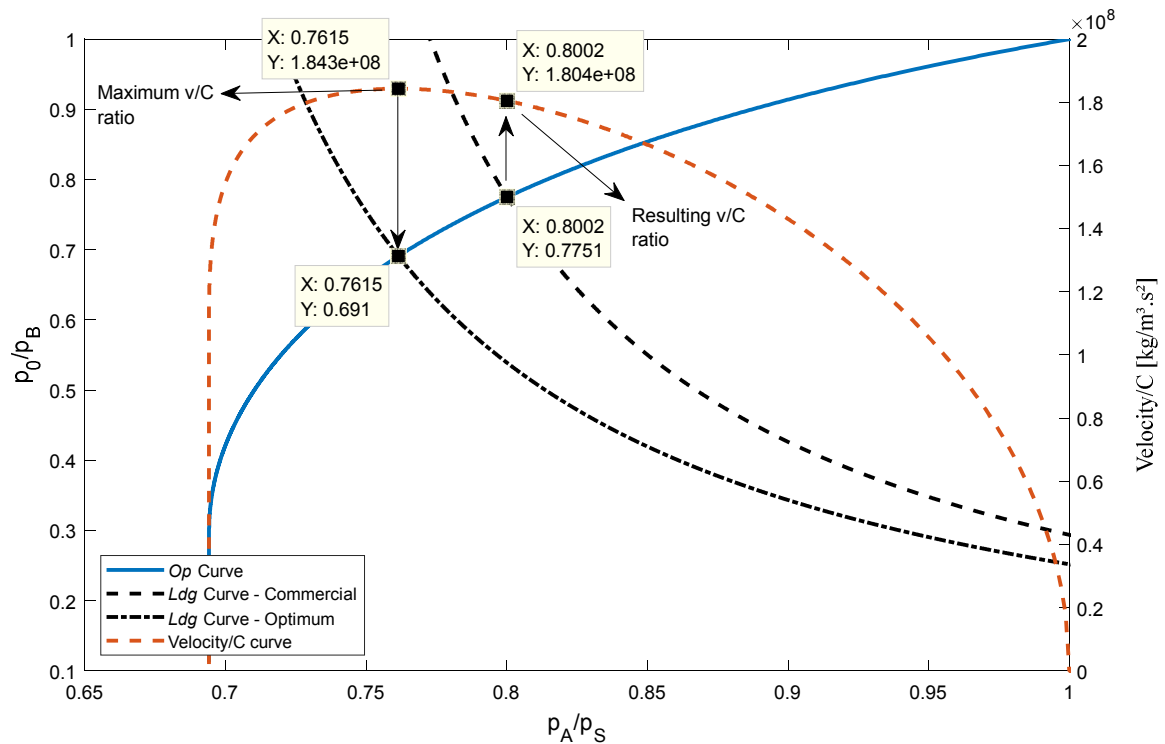
O ponto  $p_A/p_s$  na curva  $v/C$  (Figura A.1) que resulta em velocidade máxima é 0,7615. Este valor corresponde a uma razão de pressão  $p_0/p_B$  de 0,6910 (ambas razões de pressão em regime permanente). O valor da área correspondente a essas condições é  $5,4273 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , que corresponde a um diâmetro de 26,3 mm. Dessa forma, é escolhido um atuador de 25 mm com haste de 10 mm (diâmetros padronizados).

### A.4 DIMENSIONAMENTO DA VÁLVULA 1V1

A velocidade final também pode ser estimada sob hipótese de aceleração constante:

$$v^2 = 2 a x \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0,08889 \cdot 0,4 \Rightarrow v = 0,2666 \text{ m/s} \quad (\text{A.6})$$

Para calcular a condutância sônica, deve-se recalculer as razões de pressão para as dimensões do cilindro comercial escolhido. Neste caso,  $p_A/p_s = 0,80$  e  $p_0/p_B = 0,775$ . Pela curva  $v/C$  (Figura A.1), a razão de velocidade por condutância sônica para este par de razões de pressão é  $1,804 \times 10^8$ . Logo, o valor da condutância sônica é de  $1,47 \times 10^{-9} \text{ m}^5/\text{Ns}$ , que corresponde a uma válvula de  $\pm 40 \text{ NL/min}$ .

Figura A.1 – Razão de pressões versus razão  $v/C$  (sistema de atuação 1)

Fonte: Vinicius Vigolo.

## A.5 DIMENSIONAMENTO DO CILINDRO 2A1

A aceleração é estimada pela Equação A.7.

$$a = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 0,15}{2^2} \Rightarrow a = 0,075 \text{ m/s}^2 \quad (\text{A.7})$$

A força de carga (considerando coeficiente de atrito estático  $\mu$  entre metal e madeira) é determinada pela Equação A.8.

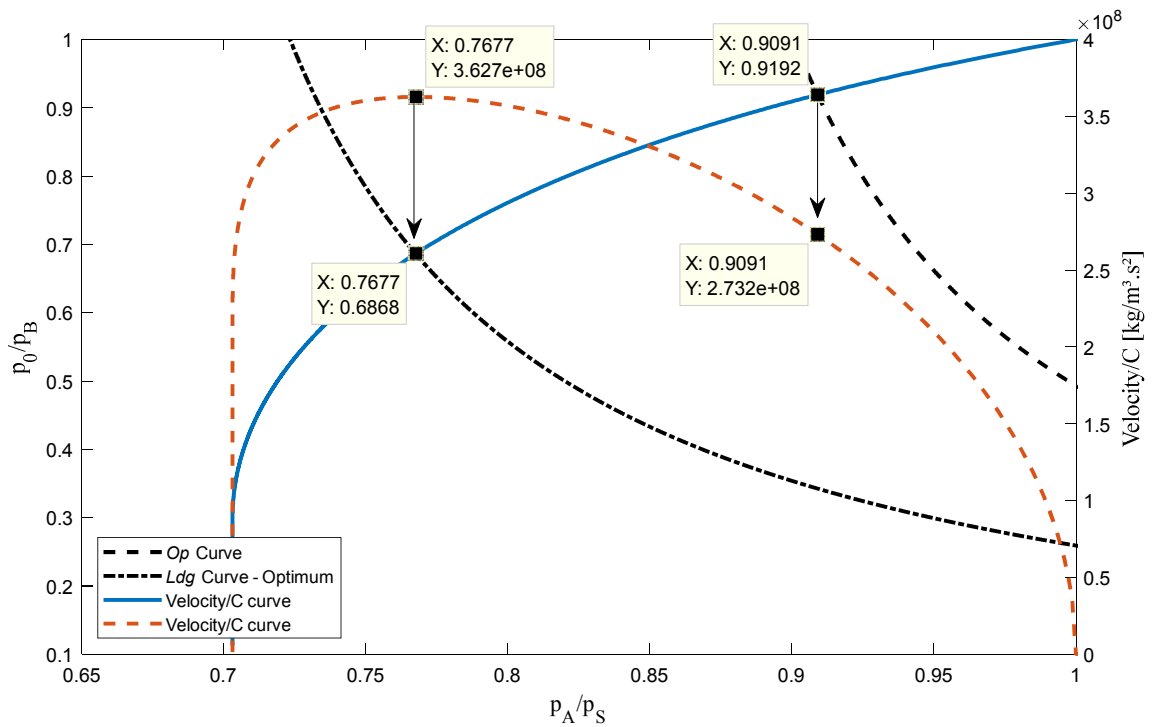
$$F_t = m a + m g \mu \Rightarrow F = 25 \cdot 0,075 + 25 \cdot 9,81 \cdot 0,5 \Rightarrow F = 124,5 \text{ N} \quad (\text{A.8})$$

No dimensionamento pelo ponto de operação deve-se encontrar o diâmetro para velocidade máxima com os seguintes dados:  $p_S = 9 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $p_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $b = 0,3$ ,  $r_A = 0,86$  e  $\eta = 0,1$ .

De acordo com a curva  $v/C$  (Figura A.2), o ponto  $p_A/p_S$  que resulta em velocidade máxima é 0,7677. Esse valor corresponde à uma razão de pressão  $p_0/p_B$  de 0,6868 (ambas

razões de pressão em regime permanente). O valor da área correspondente a essas condições é  $2,7071 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , que corresponde a um diâmetro de 18,6 mm. Dessa forma, é escolhido um atuador de 16 mm com haste de 6 mm (diâmetros padronizados).

Figura A.2 - Razão de pressões versus razão  $v/C$  (sistema de atuação 2)



Fonte: Vinicius Vigolo.

Observa-se pela Figura A.2 que a curva do carregamento (*Ldg curve*) do atuador de 16 mm ficou localizada no canto superior direito do gráfico. Isso ocorre quando o atuador está subdimensionado. Pode-se verificar, também, que a razão  $v/C$  está consideravelmente menor que o valor ótimo. Desta forma, para evitar que o sistema fique subdimensionado, um atuador de 20 mm com 8 mm de haste foi selecionado.

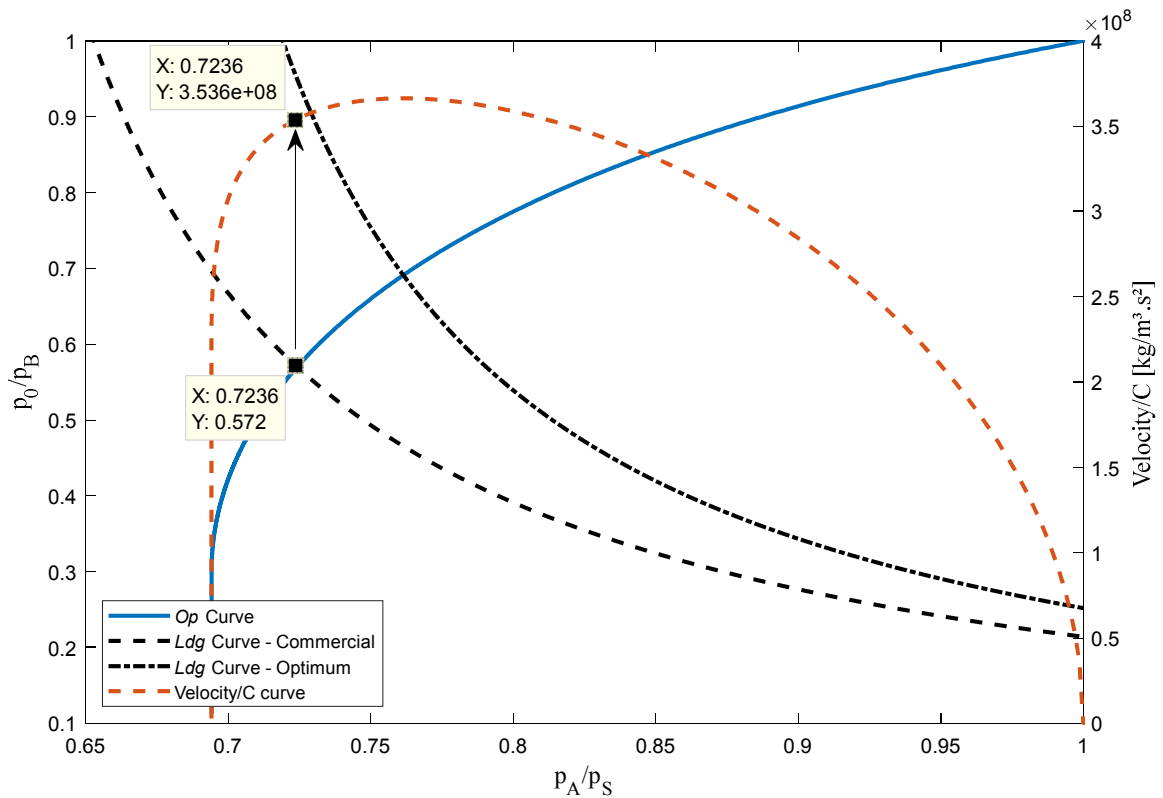
## A.6 DIMENSIONAMENTO DA VÁLVULA 2V1

A velocidade final também pode ser estimada sob hipótese de aceleração constante:

$$v^2 = 2 a x \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0,075 \cdot 0,15 \Rightarrow v = 0,15 \text{ m/s} \quad (\text{A.9})$$

Para calcular a condutância sônica, deve-se recalculer as razões de pressão para as dimensões do cilindro comercial escolhido. Neste caso,  $p_A/p_s = 0,7236$  e  $p_0/p_B = 0,572$ . Pela curva  $v/C$  (Figura A.3), a razão de velocidade por condutância sônica para este par de razões de pressão é  $3,536 \times 10^8$ , logo, o valor da condutância sônica é de  $0,424 \times 10^{-9} \text{ m}^5/\text{Ns}$ , que corresponde a uma válvula de  $\pm 1 \text{ NL}/\text{min}$ .

Figura A.3 – Razão de pressões versus razão  $v/C$  recalculado (sistema de atuação 2)



Fonte: Vinicius Vigolo.