



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO - CTC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

Matheus Lapolli Brighenti

REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS EM LAJES NERVURADAS

FLORIANÓPOLIS
2019

Matheus Lapolli Brighenti

Redistribuição de esforços em lajes nervuradas

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil.
Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio.

Florianópolis

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Brighenti, Matheus Lapolli
Redistribuição de esforços em lajes nervuradas / Matheus
Lapolli Brighenti ; orientador, Daniel Domingues Loriggio,
2019.
182 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Florianópolis, 2019.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. laje nervurada. 3. análise com
redistribuição. 4. dutilidade. I. Loriggio, Daniel
Domingues. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Matheus Lapolli Brighenti

Redistribuição de esforços em lajes nervuradas

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Narbal Ataliba Marcellino, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Leandro Mouta Trautwein, Dr.
Universidade Estadual de Campinas

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em engenharia civil.

┌

_____┐

Prof.^a Poliana Dias de Moraes, Dr.
Coordenadora do Curso

┌

_____┐

Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr.
Orientador

Florianópolis, 09 de agosto de 2019

Este trabalho é dedicado aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Daniel Domingues Loriggio pela orientação, pela amizade, pela parceria e pelo grande conhecimento compartilhado nas disciplinas lecionadas durante curso de mestrado e na orientação do trabalho, que mesmo após a aposentadoria não mediu esforços em auxiliar da melhor forma o desenvolvimento do trabalho. Foi uma honra tê-lo como orientador.

Aos professores Narbal Ataliba Marcelino, Leandro Mouta Trautwein e Roberto Caldas de Andrade Pinto, membros da banca examinadora por suas valiosas contribuições para o resultado final da dissertação.

A todos os professores e funcionários do PPGEC que auxiliaram de forma direta ou indireta no desenvolvimento do trabalho, em especial a Priscila, que se não fosse ela eu teria perdido todos os prazos.

À UDESC que me formou engenheiro e a UFSC pelo mestrado.

À CAPES pelo auxílio financeiro ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFSC.

Aos meus avós Luiz e Alzani (*in memorian*) por terem me recebido com todo o carinho e de braços abertos em sua casa quando me mudei para Floripa, desempregado e sem dinheiro, com o objetivo de fazer o mestrado.

Aos meus pais Lauro e Denise por tudo o que fizeram e ainda fazem por mim.

Ao meu irmão Lucas e meu praticamente irmão João Guilherme pela amizade e por estarem sempre ao meu lado, além das grandes ciladas de bicicleta.

À minha namorada Letícia, por me aturar em momentos que nem eu me aguentava, e também pelo amor, apoio, incentivo, passeios de bicicleta, elaboração de slides, leitura da dissertação e por me ajudar incansavelmente a treinar a apresentação.

Aos meus colegas do setor de estrutura da Toposolo Gil, Nascimento, Karla, Pablo, Camilla, Welinton, Tiago e Paulo pelo conhecimento compartilhado e em especial aos grandes amigos que fiz por lá Vicente e Vinícius, que agora também é parceiro de pedal e logo vai acompanhar nas ciladas.

Ao Tribunal de Contas de Santa Catarina e meus colegas da Coordenadoria de Engenharia.

RESUMO

Lajes nervuradas vêm ganhando grande espaço na construção civil por apresentarem algumas vantagens em relação às lajes maciças tradicionais. Por apresentarem comportamento similar a um conjunto de vigas à flexão, promovem grande rigidez com considerável redução de peso. Isso é uma importante vantagem quando se trata de seções trabalhando na flexão de momentos positivos, porém o mesmo não ocorre nas continuidades, onde atuam momentos negativos. Devido à reduzida área de concreto resistente à compressão na alma das nervuras, a capacidade resistente da seção sofre uma redução considerável, justamente nos pontos que em geral a análise elástica-linear apresenta momentos fletores maiores. Ao considerar os momentos fletores negativos obtidos da análise linear, podem aparecer problemas no dimensionamento das seções sobre os apoios. Nesse sentido, pode ocorrer que os momentos nas continuidades sejam desprezados, gerando a redistribuição total desses momentos negativos. Esta prática não apresenta amparo na norma brasileira, que admite a redistribuição de até 25% desses momentos sem verificações de ductilidade. O presente trabalho busca aplicar redistribuições além dos 25%, levando-as ao limite, procurando uma solução mais atrativa do ponto de vista de projeto do que as soluções convencionais, mas que respeite os parâmetros de abertura de fissuras, deformações excessivas e ductilidade exigidos pela norma brasileira, analisando-os por meio dos modelos simplificados admitidos pela norma e por modelos não lineares, com o objetivo de verificar sua validade e as limitações.

Palavras-chave: laje nervurada, laje contínua, análise com redistribuição, não linearidade física, fissuração, ductilidade.

ABSTRACT

Ribbed slabs have been gaining a great deal of space in civil construction because they have some advantages over traditional solid slabs. Because they exhibit similar behavior to a set of flexural beams, they promote high rigidity with considerable weight reduction. This is an important advantage when it comes to sections working in positive moments' flexion, but the same does not occur in continuities, when negative moments occur. Due to the reduced area of compressive concrete in the web, the strength of the section is considerably reduced, at points where the linear-elastic analysis generally presents larger bending moments. When considering the negative bending moments obtained from linear analysis, problems may arise in the dimensioning of the sections on the supports. In this sense, it may occur that we neglect the moments in the continuities, thus generating the total redistribution of these negative moments. This practice is not supported by the Brazilian standard, which allows the redistribution of up to 25% of these moments without verification of ductility. The present work seeks to apply redistributions beyond 25%, taking them to the limit, in order to obtain a more attractive solution from the point of view of design than conventional solutions, but that respects the parameters of cracking, excessive deformation and ductility required by the Brazilian standard, analyzing them through simplified models accepted by the standard and non-linear models, in order to verify their validity and limitations.

Key words: ribbed slab, continuous slab, redistribution analysis, physical nonlinearity, cracking, ductility.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Laje nervurada com enchimento em tijolo cerâmico.	20
Figura 1.2 – Montagem das cubetas plásticas.	21
Figura 1.3 – Vigotas pré-moldadas disponíveis no mercado brasileiro.	22
Figura 2.1 – Seção no estádio I.....	31
Figura 2.2 – Seção no estádio II.....	32
Figura 2.3 – Seção no estádio III.....	33
Figura 2.4 – Viga fletida e elemento infinitesimal.	33
Figura 2.5 – Diagrama momento-curvatura.....	34
Figura 2.6 - Seção transversal no estádio I.	35
Figura 2.7 - Seção transversal no estádio I seção T.	36
Figura 2.8 – Resposta nas tensões do concreto fissurado submetido a esforço de tração: (a) tensão na armadura; (b) tensão na interface entre o concreto e o aço; (c) tensão no concreto.	38
Figura 2.9 – Comportamento da barra de aço isolada com a peça de concreto armado sujeita ao efeito do <i>tension stiffening</i> com o aumento da carga solicitada. ...	39
Figura 2.10 – Resultantes das tensões na seção no estádio II para os momentos positivos.	41
Figura 2.11 – Resultantes das tensões na seção no estádio II para os momentos negativos.	42
Figura 2.12 – Distribuição das tensões de compressão na fibra mais comprimida de uma viga T.....	45
Figura 2.13 – a) distribuição normal de tensões; b) distribuição média de tensões ao longo da largura efetiva.	45
Figura 2.14 – Largura de mesa colaborante.	46
Figura 2.15 – Formação das fissuras primárias.	50
Figura 2.16 – Região de envolvimento do concreto com armadura conforme a norma brasileira.....	52
Figura 2.17 – Região de envolvimento do concreto com armadura conforme o código modelo. a) vigas; b) lajes.....	52
Figura 2.18 – Braço de alavanca.....	53
Figura 2.19- Grande redistribuição de momentos	57

Figura 2.20 – Modelo de rótula plástica em vigas submetidas a flexão.	60
Figura 2.21 – Viga equivalente na região da continuidade.....	61
Figura 2.22 – Curvaturas na zona de plastificação.	62
Figura 2.23 – momentos fletores e zona plastificada.	63
Figura 2.24 – Capacidade de rotação de rótulas plásticas.....	64
Figura 2.25 – Fluxograma simplificado da análise não linear.....	65
Figura 2.26 – Diagrama bi-linear.....	66
Figura 2.27 – Exemplo de diagrama momento-curvatura utilizando a rigidez equivalente proposta por Branson para uma viga com dimensões: $b=15\text{cm}$; $h=40\text{cm}$; $d=0,9h$; $\rho=0,04\%$; aço CA-50 e $f_{ck}=25\text{MPa}$	67
Figura 3.1 – Modelo da laje para o estudo.	69
Figura 3.2 – a) Seção transversal da laje nervurada em estudo; b) simplificação para uma viga de seção T.	70
Figura 3.3 – Seção transversal da laje do Exemplo 1.	71
Figura 3.4 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seção transversal da laje do Exemplo 1.	72
Figura 3.5 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seção transversal da laje do Exemplo 2.	72
Figura 3.6 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seções transversais da laje do Exemplo 3.....	73
Figura 3.7 – Modelo para o dimensionamento da seção através da análise elástica- linear.	74
Figura 3.8 – Aplicação da rótula plástica e redistribuição dos esforços.	75
Figura 3.9 – Fluxograma do trabalho proposto.....	77
Figura 3.10 – Tela de entrada de dados.	79
Figura 3.11 – Janelas abertas ao apertar o botão “Adicionar”. a) Adicionar nó ou restrição; b) Adicionar rótula; c) Adicionar carga pontual; d) Adicionar carga distribuída.....	80
Figura 3.12 – Janela de visualização dos momentos de inércia ao longo da viga	81
Figura 3.13 – Janela de visualização dos carregamentos.....	82
Figura 3.14 – Janela “Momento Curvatura”.....	82
Figura 3.15 – Escolha da análise a ser efetuada pelo programa.	83
Figura 3.16 – a) esquema de carregamento de cada barra no sistema local; b) deslocamentos de cada barra no sistema local.....	84

Figura 3.17 – Janela de apresentação dos diagramas de momento fletor.	88
Figura 3.18 – Imagem exportada do software com o diagrama de momento fletor com as respectivas seções dimensionadas	89
Figura 3.19 – Janela para visualização dos resultados de esforços e deslocamentos obtidos pela análise matricial de estruturas.....	90
Figura 3.20 – Janela de visualização dos momentos dos materiais de cada barra discretizada da análise matricial da viga. O menu suspenso no topo permite variar os resultados para cada caso estudado.....	91
Figura 3.21 – Janela de exibição dos resultados referentes a abertura de fissuras. .	92
Figura 3.22 – Janela de apresentação das deformações máximas.	93
Figura 3.23 – Janela Rotação Plástica.....	94
Figura 4.1 – Dimensionamento da laje do Exemplo 1 no ELU sem redistribuição. ...	95
Figura 4.2 – Exemplo 1: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).	97
Figura 4.3 – Área crítica de envolvimento da armadura na continuidade.....	98
Figura 4.4 – Diagrama momento x curvatura da continuidade da laje utilizado para obtenção dos resultados sem redistribuição, redistribuição de 25% e redistribuição de 50%.	102
Figura 4.5 – Resumo dos resultados da estimativa de abertura de fissura da laje.	106
Figura 4.6 – Exemplo 1: Carregamento de serviço para deformação (ELS-DEF)...	108
Figura 4.7 – Formação da rótula plástica em serviço para redistribuição de 55%. .	109
Figura 4.8 – Distribuição da rigidez não linear, obtida pelo diagrama bi linear, ao longo do comprimento da laje para redistribuições de 25 e 50%.	114
Figura 4.9 – Deslocamentos obtidos pela análise matricial de estruturas.....	116
Figura 4.10 - Dimensionamento da laje no Exemplo 2 no ELU sem redistribuição.	120
Figura 4.11 – Exemplo 2: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).	121
Figura 4.12 - Dimensionamento da laje no Exemplo 3 no ELU sem redistribuição.	125
Figura 4.13 – Exemplo 3: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).	126
Figura 5.1 – Modelo adotado para redistribuição dos momentos na continuidade e as respectivas seções transversais.....	133
Figura 5.2 – Seções retangulares estudadas para a avaliação da ductilidade.	134
Figura 5.3 – Resultados Estudo 1.	135
Figura 5.4 – Resultados do Estudo 2.	137
Figura 5.5 – Resultados do Estudo 3.	138
Figura 5.6 – Diagrama momento x curvatura para os momentos negativos da viga	

com altura de 40 cm com 0, 25 e 50% de redistribuição na continuidade.....	139
Figura 5.7 – Seções T estudadas para a avaliação da ductilidade.	140
Figura 5.8 – Resultados do estudo 1 seção T.....	140
Figura 5.9 – Resultados para o estudo 2, seção T.....	142
Figura 5.10 – Resultados para o estudo 3, seção T.....	143
Figura 5.11 – Momentos de serviço para o estudo 1 em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.	144
Figura 5.12 – Estudo 1: Viga 15x50 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	145
Figura 5.13 – Momentos de serviço para os estudos 2 e 3 em função da redistribuição do M_{du} nas continuidades.....	146
Figura 5.14 – Estudo 2: Viga 15x45 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	146
Figura 5.15 – Estudo 3: Viga 15x40 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	147
Figura 5.16 – Momentos de serviço para o estudo 1 seção T em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.	148
Figura 5.17 – Estudo 1: Viga 15x50 Seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	149
Figura 5.18 – Diagrama momento curvatura seção retangular x seção T, para a viga do estudo 1.....	150
Figura 5.19 – Momentos de serviço para os estudos 2 e 3 seção T em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.	150
Figura 5.20 – Estudo 2: Viga 15x45 seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	151
Figura 5.21 – Estudo 3: Viga 15x40 Seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.	151
Figura 5.22 – Laje maciça $h=8$ cm. Carregamento para as hipóteses do ELU.	153
Figura 5.23 – Laje maciça $h=8$. Diagramas de momento curvatura.	154
Figura 5.24 – Laje maciça $h=10$ cm. Carregamento para as hipóteses do ELU.	156
Figura 6.1 – Fluxo principal do programa.....	169
Figura 6.2 – Fluxo da análise estrutural	170

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Limites máximo de abertura de fissuras.....	51
Tabela 3.1 – Dados das lajes estudadas.	70
Tabela 3.2 – Características gerais das lajes estudadas	70
Tabela 3.3 – Carregamentos Exemplo 1.....	71
Tabela 3.4 – Carregamentos Exemplo 3.....	73
Tabela 3.5 – Matriz de armazenamento dos dados dos modelos de cálculo utilizados para análise.....	87
Tabela 4.1 – Dimensionamento das seções nas continuidades para os momentos negativos.....	96
Tabela 4.2 – Dimensionamento das seções no vão para os momentos positivos. ...	96
Tabela 4.3 – Região de envolvimento da barra com a área crítica.	98
Tabela 4.4 – Fissuração no Modelo a) Rigidez bruta da seção.....	99
Tabela 4.5 – Resultados refinados para fissuração no Modelo a).....	99
Tabela 4.6 – Fissuração no Modelo b) Rigidez bruta da seção desprezando a mesa tracionada.....	100
Tabela 4.7 – Fissuração no Modelo c) Rigidez bruta da seção no estágio II puro. .	100
Tabela 4.8 – Fissuração nos Modelos Não Lineares d) Diagrama bi linear e e) Branson.....	101
Tabela 4.9 – Momento de fissuração e momento de início de plastificação obtidos para a construção dos diagramas momento curvatura.	102
Tabela 4.10 – Fissuração para o estudo com redução no número de barras armadas na continuidade.....	104
Tabela 4.11 – Fissuração para o estudo com o aumento do número de barras armadas na continuidade.....	105
Tabela 4.12 – Estimativa de abertura de fissuras no momento máximo positivo....	107
Tabela 4.13 – Deformações máximas nos vãos obtidas para o Exemplo 1.....	108
Tabela 4.14 – Resultados obtidos para a rotação plástica da seção crítica.....	110
Tabela 4.15 – Rótulas plásticas obtidas com a limitação do x/d	112
Tabela 4.16 – Resultados obtidos com a utilização da armadura dupla na continuidade.....	113
Tabela 4.17 – Valores de M_r adotados para o estudo para cada nível de	

redistribuição.....	114
Tabela 4.18 – Rotações obtidas com diferentes considerações do M_r . Valores em mrad.	115
Tabela 4.19 – Rotações plásticas obtidas para a laje em estudo com aumento de espessura da seção para 25 cm	117
Tabela 4.20 – Dimensionamento das seções para os níveis de redistribuição.	120
Tabela 4.21 – Resultado para a fissuração.....	121
Tabela 4.22 – Resultados para fissuração no vão 2.	122
Tabela 4.23 – Deformações máximas nos vãos para o Exemplo 2.....	122
Tabela 4.24 -Rotações plásticas obtidas pelo lado da Seção 2.	123
Tabela 4.25 – Rotações Plásticas obtidas pelo lado da Seção 3.	124
Tabela 4.26 – Dimensionamento das seções para os níveis de redistribuição.	125
Tabela 4.27 – Resultado para a fissuração pelo lado da Seção 2 (espessura 13 cm).	126
Tabela 4.28 – Resultado para a fissuração pelo lado da Seção 3 (espessura 20 cm).	127
Tabela 4.29 – Resultados para fissuração no momento positivo do vão 1.	128
Tabela 4.30 – Resultados para fissuração no momento positivo do vão 2.	128
Tabela 4.31 – Deformação máxima nos vãos para o Exemplo 3.	129
Tabela 4.32 -Rotações plásticas obtidas pelo lado da Seção 2 (espessura 13 cm).	129
Tabela 4.33 – Rotações Plásticas obtidas pelo lado da Seção 3 (espessura 20 cm).	130
Tabela 5.1 – Estudo 1: Relação x/d da seção x limite estabelecido pela NBR 6118 (2014).	136
Tabela 5.2 – Estudo 2: Relação x/d da seção x limite estabelecido pela NBR 6118 (2014).	138
Tabela 5.3 – Laje maciça $h=8$ cm. Resultados das rotações plásticas	153
Tabela 5.4 – Laje maciça $h=8$. Resultados para0 fissuração.	155
Tabela 5.5 – Laje maciça $h=10$ cm. Resultados das rotações plásticas.	156
Tabela 5.6 – Laje maciça $h=10$. Resultados para fissuração.	157
Tabela 5.7 – Momentos de serviço x momento de fissuração.....	158

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 JUSTIFICATIVA.....	23
1.2 OBJETIVOS.....	27
1.2.1 Objetivo geral	27
1.2.2 Objetivos específicos	27
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E DAS TEORIAS UTILIZADAS	29
2.1 VISÃO GERAL.....	29
2.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES NERVURADAS	29
2.3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO ARMADO.....	31
2.3.1 Comportamento da seção no estágio I e momento de fissuração	34
2.3.2 Comportamento no estágio II e momento de início de plastificação	38
2.3.2.1 Momento de Inércia da seção para momentos positivos	40
2.3.2.2 Momento de Inércia da seção para momentos negativos: ..	42
2.3.2.3 Momento de Início de Plastificação.....	44
2.3.3 Considerações sobre a seção T	44
2.4 CRITÉRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES NERVURADAS SEGUNDO A NBR 6118 (2014)	47
2.4.1 Dimensionamento para o Estado Limite Último (ELU)	47
2.4.2 Verificação do estado limite de serviço	49
2.4.2.1 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	50
2.4.2.2 Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF).....	53
2.5 REDISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS.....	55
2.5.1 Análise elástica linear	55
2.5.2 Análise linear com redistribuição	56

2.5.3	Ductilidade da seção e verificação da capacidade de rotação da rótula plástica.....	60
2.6	NÃO LINEARIDADE FÍSICA DOS MATERIAIS.....	64
2.6.1	Diagrama momento curvatura bi-linear	66
2.6.2	Diagrama momento curvatura baseado no momento de inércia efetivo de Branson.....	66
2.6.3	Convergência dos modelos não lineares	67
3	MATERIAIS E MÉTODOS	69
3.1	EXEMPLO ESTUDADO.....	69
3.1.1	Exemplo 1	71
3.1.2	Exemplo 2	72
3.1.3	Exemplo 3	72
3.1.4	Estudos adicionais	73
3.2	METODOLOGIA	74
3.3	SOFTWARE DESENVOLVIDO PARA OBTENÇÃO DOS RESULTADOS.....	77
3.3.1	Entrada de Dados.....	79
3.3.2	Módulo Análise Estrutural.....	83
3.3.2.1	Análise matricial de estruturas	83
3.3.2.2	Implementação no software	86
3.3.3	Módulo Diagramas	88
3.3.4	Módulo Estado Limite de Abertura de Fissuras	91
3.3.5	Módulo Deformação Excessiva	92
3.3.6	Módulo Rotações Plásticas.....	93
3.3.7	Outras considerações sobre o software	94
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	95
4.1	EXEMPLO 1	95
4.1.1	Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W) .	96
4.1.1.1	Considerações	96
4.1.1.2	Região de envolvimento da armadura.....	97
4.1.1.3	Modelo a) Rigidez bruta da seção.....	98

4.1.1.4	Modelo b) Rigidez bruta da seção desprezando a mesa tracionada na continuidade	99
4.1.1.5	Modelo c) Rigidez no estádio II puro	100
4.1.1.6	Modelos não lineares	101
4.1.1.7	Considerações sobre a alteração na quantidade de barras	103
4.1.1.8	Conclusões sobre a fissuração	105
4.1.2	Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas.....	107
4.1.3	Verificação da rotação plástica.....	109
4.1.3.1	Resultados obtidos.....	109
4.1.3.2	Efeito do aumento da ductilidade da seção com a utilização da armadura dupla	111
4.1.3.3	Efeito do M_r nas rotações obtidas pelas análises não lineares	113
4.1.3.4	Efeito do aumento da espessura da seção em sua ductilidade	117
4.1.3.5	Conclusões sobre a rotação plástica.....	118
4.2	EXEMPLO 2	119
4.2.1	Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras	120
4.2.2	Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas.....	121
4.2.3	Verificação da rotação plástica.....	122
4.3	EXEMPLO 3	124
4.3.1	Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras	125
4.3.2	Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas.....	127
4.3.3	Verificação da rotação plástica.....	129
5	ESTUDOS ADICIONAIS.....	133
5.1	VIGA CONTÍNUA	133

5.1.1 Estudo da capacidade de rotação plástica de vigas com seção retangular.....	134
5.1.1.1 Estudo 1 – Viga de 50 cm de altura	134
5.1.1.2 Estudo 2 – Viga de 45 cm de altura	136
5.1.1.3 Estudo 3 – Viga de 40 cm de altura	138
5.1.2 Estudo da capacidade de rotação plástica em vigas com seção T	139
5.1.2.1 Estudo 1 Viga T de 50 cm de altura	140
5.1.2.2 Estudo 2 Viga T de 45 cm de altura	141
5.1.2.3 Estudo 3 Viga T de 40 cm de altura.	142
5.1.3 Verificação da abertura de fissuras.....	143
5.1.3.1 Vigas com seção retangular	143
5.1.3.2 Vigas com seção T.....	147
5.1.4 Conclusões sobre vigas	151
5.2 LAJE MACIÇA	152
5.2.1 Laje maciça com espessura de 8 cm	153
5.2.1.1 - Verificação da capacidade de rotação plástica	153
5.2.1.2 Verificação da abertura de fissuras	155
5.2.2 Laje maciça com espessura de 10 cm	155
5.2.2.1 Verificação da capacidade de rotação plástica	156
5.2.2.2 Verificação da abertura de fissuras	157
6 CONCLUSÃO	159
REFERÊNCIAS.....	165
APÊNDICE A – Fluxograma do Software desenvolvido	169
APÊNDICE B – Resultados obtidos para o Capítulo 5.	171

1 INTRODUÇÃO

O custo de uma obra geralmente é o balizador do sistema estrutural adotado, onde existe uma busca constante por soluções estruturais que ofereçam a melhor relação custo-benefício tanto para os projetos simples e econômicos como para os projetos mais sofisticados. As lajes maciças convencionais são soluções versáteis, que possuem inúmeras vantagens, como simplicidade na execução e boa capacidade de redistribuir os esforços. Em geral são econômicas para obras com significativas repetições de pavimentos e vãos convencionais, em torno de 4 metros, devido principalmente ao aproveitamento das formas. À medida que os vãos aumentam, as seções passam a exigir maior rigidez, elevando consideravelmente o custo da obra com o alto consumo de concreto e conseqüente aumento no peso próprio da edificação, aumentando também as solicitações nos pilares e nas fundações. Segundo França e Fusco (1997), nos casos dos edifícios de múltiplos pavimentos, o consumo de concreto das lajes maciças pode chegar a quase dois terços do volume total da estrutura.

Neste sentido, as lajes nervuradas, amplamente difundidas no mercado da construção civil no país, surgem como alternativa ao sistema convencional. São formadas por um conjunto de nervuras, solidarizadas com uma capa de concreto, onde o peso e o consumo de concreto são consideravelmente reduzidos em relação às lajes maciças.

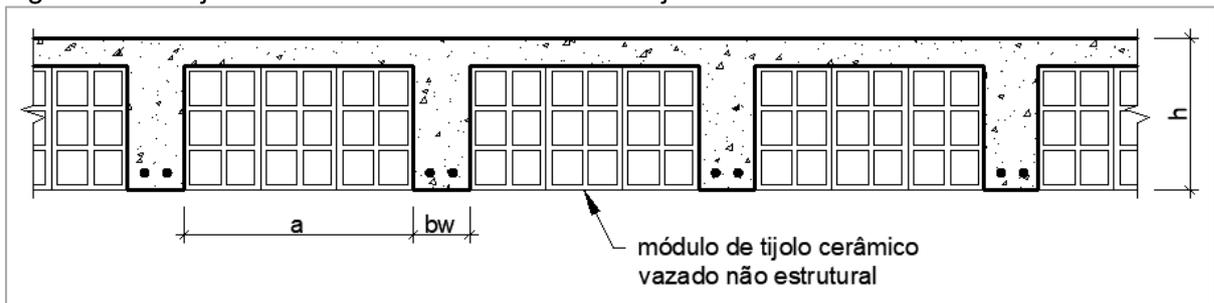
Segundo a NBR6118/2014, lajes nervuradas são lajes moldadas in loco, ou com nervuras pré-moldadas, onde a zona tracionada dos momentos positivos está localizada na nervura. As lajes nervuradas podem ser consideradas uma evolução da laje maciça, onde parte do material abaixo da linha neutra pode ser retirado ou substituído por material inerte, com o objetivo de aliviar o peso próprio da estrutura e aproveitar melhor materiais concreto e aço (FRANÇA; FUSCO, 1997).

Apresentam consumo de concreto menor do que as lajes maciças com rigidez equivalente, possibilitando vencer vãos maiores, geralmente com melhor relação custo-benefício. Nervuras pré-fabricadas não necessitam de formas, diminuindo assim este custo, bem como o acúmulo de entulhos.

As principais maneiras de se executar os enchimentos das lajes nervuradas são com a utilização de tijolos cerâmicos, blocos de EPS e formas em cubetas plásticas.

Os enchimentos de tijolo cerâmico são executados com tijolos cerâmicos convencionais, não estruturais, agrupados em módulos. Esses módulos são posicionados sobre uma forma, com suas distâncias estabelecidas no projeto, formando nervuras em uma ou duas direções, sendo o mais usual a utilização de nervuras nas duas direções. Como vantagem, pode-se citar a facilidade de execução de reboco inferior, facilidade no posicionamento dos módulos sem que se desloquem com a movimentação dos trabalhadores sobre a laje e a facilidade de obtenção da matéria prima, por se tratar da mesma alvenaria utilizada para a vedação. Porém como desvantagem existe a utilização de formas para a concretagem, como nas lajes maciças, e peso maior comparado às lajes com enchimentos em blocos de EPS e cubetas plásticas.

Figura 1.1 – Laje nervurada com enchimento em tijolo cerâmico.



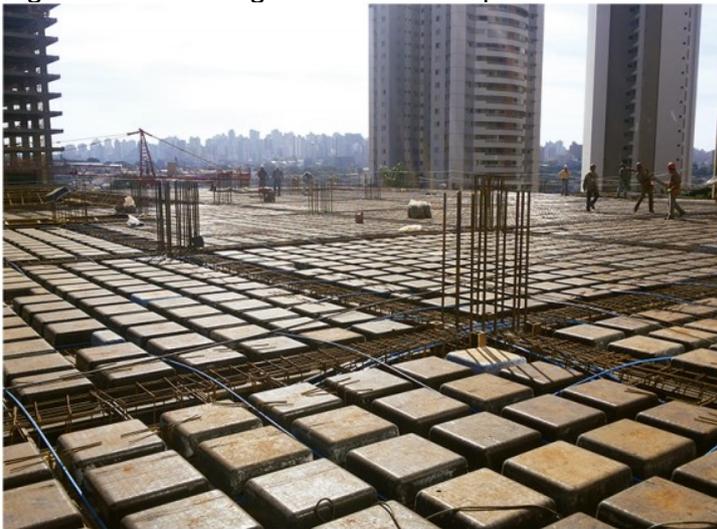
Fonte: Bocchi Júnior e Giongo (2007), adaptado.

As lajes com enchimento em EPS são compostas por blocos de poliestireno expandido, que apresentam grande flexibilidade em suas dimensões. Os blocos são posicionados sobre uma forma, da mesma maneira que os enchimentos em módulos de tijolos cerâmicos. A diferença entre os dois sistemas é o menor peso da estrutura, pois o peso do EPS pode ser desprezado. Porém, este alívio de peso traz como consequência a necessidade de fixá-los entre si, ou nas formas, a fim de evitar sua movimentação pelo trânsito de trabalhadores durante execução, ou com o vento, trazendo certa dificuldade construtiva. Outra desvantagem é a dificuldade de ancoragem do reboco com o bloco de EPS, necessitando de tratamentos especiais. Para as obras em funcionamento, existe também a dificuldade em fixar elementos com peso no teto por conta da baixa resistência do bloco de EPS para ancoragem de chumbadores.

Nas lajes com cubetas plásticas não existe material de enchimento: as nervuras são executadas por meio de moldes em polipropileno no formato dos enchimentos, chamados de cubetas.

Uma das vantagens deste método é possuir um sistema de escoramento que aproveita as próprias cubetas como forma da laje, dispensando o uso de painéis em madeira. Entre as desvantagens, a principal é o custo do aluguel ou aquisição das cubetas, que geralmente inviabiliza a adoção para obras de pequeno porte, ou obras com poucas repetições de pavimentos. Por dependerem de aluguel ou aquisição, o ideal é que se adote dimensões dos blocos padronizados para otimizar sua utilização. Devido ao fato de geralmente ficarem aparentes, faz-se necessário um alto grau de compatibilização entre os projetos das lajes com os projetos de arquitetura e instalações.

Figura 1.2 – Montagem das cubetas plásticas.

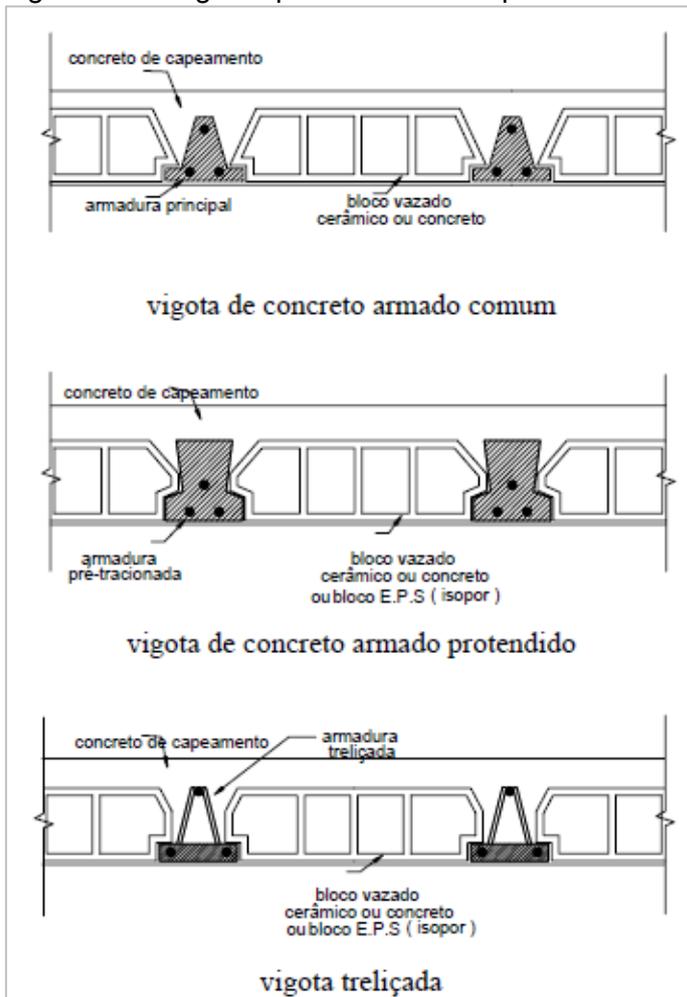


Fonte: Atex.

As lajes pré-moldadas são as mais usuais em edificações convencionais e de pequeno porte. São compostas por vigotas pré-moldadas, armadas geralmente em uma direção, posicionadas entre os blocos de enchimento, solidarizadas pela capa de concreto. Apresentam baixo custo quando comparado às moldadas *in loco*, desde que sejam respeitadas suas limitações de vão e flecha, pois evitam o uso de formas e são de fácil execução. Podem ter o enchimento em lajota cerâmica ou blocos de EPS, sendo que as vantagens e desvantagens dos dois tipos de enchimento são os

mesmos das lajes moldadas no local. As nervuras pré-fabricadas mais comuns são: vigotas de concreto armado, concreto protendido e vigotas treliçadas.

Figura 1.3 – Vigotas pré-moldadas disponíveis no mercado brasileiro.



Fonte: Magalhães (2002), adaptado.

As lajes treliçadas em especial apresentam a vantagem da possibilidade de se utilizar armadura adicional sobre as nervuras e a adoção de nervuras transversais para torná-las armadas nas duas direções. Isto se deve por serem fabricadas apenas uma "sapata" em concreto de aproximadamente 3 centímetros solidarizadas à treliça armada sobrando espaços para o posicionamento de armaduras. As treliças utilizadas em sua armação também contribuem para a resistência ao cisalhamento da nervura.

Em relação ao comportamento estrutural das lajes nervuradas, apesar do excelente desempenho na flexão, onde atuam os momentos positivos, decorrente principalmente da seção T, o mesmo não ocorre nas continuidades, já que a região comprimida da seção apresenta pouca área de concreto resistente para equilibrar a

resultante de tração, comprometendo a resistência da seção (CARVALHO & PINHEIRO, 2009).

A análise elástica-linear geralmente resulta em momentos fletores nas continuidades superiores aos momentos fletores nos vãos, comprometendo a eficiência da seção T. Assim, das muitas soluções utilizadas pelos profissionais de projeto, é comum observar na prática a adoção da redistribuição desses momentos fletores para reduzir o momento de dimensionamento das armaduras nesta região problemática. Porém, em certos casos esta redistribuição ocorre de forma indiscriminada, podendo chegar à sua totalidade, ou seja, desprezando completamente o momento na continuidade.

A redistribuição total dos momentos nas continuidades não apresenta amparo na norma brasileira NBR 6118 (2014), e contraria o próprio conceito do concreto armado, que exige o posicionamento de armaduras para resistir às tensões de tração. Além disso, estes momentos desprezados podem gerar fissuras que, por falta de armadura, não podem ser estimadas.

Por outro lado, a NBR 6118 (2014) permite o dimensionamento de lajes contínuas com redistribuição dos momentos negativos na continuidade. Para momentos negativos redistribuído em até 25%, basta que sejam respeitados critérios simplificados de ductilidade. Para redistribuições maiores, são necessárias análises mais sofisticadas com a verificação da capacidade de rotação da seção.

Considerando que o dimensionamento das seções com redistribuições dos esforços nas continuidades em até 25% ainda apresentam momentos negativos elevados e momentos positivos baixos, não aproveitando totalmente o potencial da seção T nestes momentos, o presente trabalho busca encontrar as máximas redistribuições dos momentos negativos nas lajes nervuradas contínuas onde as diretrizes da norma brasileira ainda são respeitadas, trazendo soluções que apresentem o melhor aproveitamento da seção T e armações negativas econômicas em suas continuidades.

1.1 JUSTIFICATIVA

A análise elástica linear de lajes contínuas geralmente apresenta momentos negativos nas continuidades superiores aos momentos positivos no vão, demandando

armações elevadas naquela região, impondo dificuldades técnicas em sua execução, a exemplo do posicionamento correto destas armaduras em relação ao especificado em projeto, que, aliados à grande dimensão das lajes e a constante movimentação dos trabalhadores sobre elas, acabam por desloca-las involuntariamente no decorrer do serviço. Outra dificuldade nestas armações ocorre por elas normalmente não disporem de estribos que ajudem a manter as armaduras nas posições desejadas, ao contrário do que acontece nas vigas, necessitando de calços ou espaçadores auxiliares que nem sempre permanecem fixos a ponto de garantir o correto posicionamento das barras durante a armação e concretagem.

Quando se trata de lajes nervuradas, além das dificuldades construtivas relacionadas à armação das continuidades, o dimensionamento da seção para o momento fletor negativo obtido da análise elástica linear é prejudicado devido à pouca área de concreto disponível para compressão dos altos momentos fletores negativos obtidos por esta análise.

Com estas dificuldades, uma prática encontrada no meio profissional é ignorar os momentos das continuidades com base num errôneo conceito de que os esforços podem ser redistribuídos indiscriminadamente, sendo absorvidos pelo restante da estrutura.

Assim, torna-se comum nos projetos, e conseqüentemente na execução de obras, a ausência de armações negativas nas continuidades das lajes, resultando em redistribuição total do momento negativo, agredindo profundamente o conceito de concreto armado, que exige o posicionamento de armaduras para combater as tensões de tração. Redistribuições neste nível seriam possíveis somente com a execução de descontinuidade física entre as lajes por meio de juntas de movimentação, zerando na prática o momento negativo nas continuidades.

Ao desprezar a atuação dos momentos negativos nas continuidades, as redistribuições extrapolam os limites permitidos pela norma, podendo ocasionar problemas em relação ao Estado Limite de Serviço, como flechas excessivas com desconforto sensorial, fissuras nas paredes de alvenaria decorrente dessas flechas, fissuras excessivas nas lajes e conseqüente potencialização da corrosão das armaduras nestas áreas. Fissuras formadas pela ausência de armadura tendem a reduzir a biela de compressão, comprometendo também o mecanismo resistente ao

cisalhamento, podendo até, em casos mais severos, causar a ruptura da seção pelo esforço cortante.

A norma brasileira, NBR 6118 (2014) exalta a importância do posicionamento de armaduras em regiões tracionadas na exigência de armadura mínima de tração e na exigência de armaduras de bordos nas lajes sem continuidades, onde teoricamente não atuam momentos negativos. Considerando que a norma brasileira prevê armadura nos casos em que momento fletor pode ser desprezado, entende-se que não existe sentido em desprezar as armaduras nas continuidades onde o momento negativo efetivamente atua, reforçando o conceito de que a utilização de redistribuições totais dos momentos negativos nas continuidades não apresenta amparo na norma brasileira.

Como a principal dificuldade envolvendo o dimensionamento da seção de lajes nervuradas nas continuidades decorre da ausência de área de concreto resistente à compressão, algumas soluções abordadas na teoria incluem a utilização de faixas maciças ou mesa inferior nessas regiões. Tais soluções podem ser eficientes do ponto de vista teórico, pois aumentam a rigidez da seção próxima aos apoios e reduzem a profundidade da linha neutra, o que é desejável em peças fletidas. Porém, do ponto de vista prático, são soluções de difícil execução. Quando se fala em utilização de faixa maciça, dependendo do tamanho da laje, o consumo de concreto aumenta substancialmente; já a utilização de mesa inferior esbarra na dificuldade de execução com o posicionamento do material inerte no meio da seção, dificultando também o adensamento do concreto, que terá dificuldade em preencher todos os vazios entre a nervura, material inerte e forma.

A utilização de armadura dupla, por sua vez, mostra-se uma solução viável, pois caso seja adotado o traspasse suficiente nas barras entre os panos de laje, a mesma armadura positiva dimensionada para o meio do vão pode servir de armadura dupla na continuidade, aumentando a rigidez do elemento estrutural e o momento resistente da seção. Porém, demanda a necessidade de alinhamento entre as nervuras adjacentes.

Outra forma de resolver o problema encontra-se na boa capacidade de adaptação dos esforços que o concreto armado possui, utilizando a análise linear com redistribuição. A própria NBR 6118 (2014) discorre, em seu Item 14.7.3.2, que as lajes podem ter seus momentos negativos redistribuídos no Estado Limite Último em até

25% ($\delta = 0,75$) sem verificações adicionais, desde que os critérios de ductilidade da seção sejam respeitados.

Acredita-se, porém, que as lajes em geral apresentam capacidade de redistribuição muito além dos 25% normativos. Nos casos das nervuradas, o aumento da redistribuição dos momentos nas continuidades tende a gerar efeitos favoráveis para a eficiência da seção, pois ocorre a redução do momento fletor justamente na região mais desfavorável para este tipo de seção, onde os esforços de compressão são resistidos pelas nervuras, que em geral apresentam pouca área de concreto resistente. Por sua vez, os momentos positivos no vão aumentam, favorecendo a eficiência da seção T. Como consequência, a abertura de fissuras nas continuidades tende a aumentar, pois a análise com redistribuição está restrita apenas ao Estado Limite Último, sendo que a norma brasileira não recomenda que ocorra plastificação da seção em serviço.

A norma permite redistribuições maiores do que 25%, entretanto vincula a exigência de análises mais sofisticadas, como a análise não linear, ou análise plástica com a verificação explícita da capacidade de rotação das rótulas plásticas, sempre satisfazendo também as verificações em serviço de flechas e abertura de fissuras.

As análises mais sofisticadas, como o caso da análise não linear, permitem o estudo do comportamento da estrutura mais próximo da realidade, podendo ser aplicado inclusive para as verificações em serviço, tornando-se ferramentas poderosas para análise de fissuras, flechas e verificação da ductilidade da seção, porém demandam um custo computacional elevado devido às inúmeras iterações matemáticas envolvidas no processo.

Neste sentido, o presente trabalho pretende levar os níveis de redistribuição nas continuidades das lajes ao limite, por meio de modelos simplificados e modelos não lineares, estudando os efeitos desta redistribuição ao longo da laje, bem como as verificações normativas de modo a buscar soluções mais atrativas aos projetistas e construtores, aproveitando ao máximo a eficiência da seção resistente aos momentos positivos.

Tendo em vista o grande número de conceitos e teorias para a análise e verificação de todo o processo, o desenvolvimento de ferramentas computacionais será de grande contribuição para o presente trabalho, mostrando a implementação computacional destas teorias utilizadas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral consiste em apresentar um estudo sobre a continuidade em lajes nervuradas unidirecionais, buscando encontrar o maior nível de redistribuição dos momentos negativos nas continuidades respeitando os parâmetros normativos.

1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar análises com diferentes níveis de redistribuição dos momentos negativos nas continuidades
- Encontrar o maior nível de redistribuição dos momentos negativos em que os parâmetros normativos são respeitados;
- Estudar o comportamento das lajes utilizando análises com diferentes considerações de rigidez e análises não-lineares;
- Avaliar o comportamento da continuidade da laje em relação ao Estado Limite de Serviço para a abertura de fissuras (ELS-W);
- Avaliar o comportamento da laje para o Estado Limite de Serviço para deformações excessivas (ELS-DEF);
- Estudar a ductilidade da seção;
- Desenvolver ferramenta computacional que resolva de forma completa o dimensionamento com redistribuição, a verificação da fissuração, da flecha e da ductilidade da seção que sofreu redistribuição.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Os capítulos apresentam a seguinte estruturação:

- *Capítulo 2: Revisão bibliográfica* – Apresenta uma abordagem geral das teorias utilizadas no trabalho nas principais bibliografias sobre o tema proposto;

- Capítulo 3: *Materiais e métodos*: Apresenta os recursos utilizados para o desenvolvimento do trabalho proposto e a metodologia adotada para obtenção dos resultados;
- Capítulo 4: *Resultados e discussão* – Mostra os resultados obtidos no presente trabalho e suas considerações, recomendações e limitações encontradas;
- Capítulo 5: *Estudos adicionais* – Apresenta resultados da aplicação das teorias implementadas para lajes nervuradas estudadas no Capítulo 4, em problemas envolvendo vigas contínuas e lajes maciças;
- Capítulo 6: *Conclusão* – Apresenta a conclusão gerada a partir das discussões e sugestões de trabalhos futuros sobre o tema.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E DAS TEORIAS UTILIZADAS

2.1 VISÃO GERAL

O presente trabalho envolve várias etapas de análise, dimensionamento e verificação de lajes nervuradas com seção T. Assim, foi necessário efetuar uma revisão bibliográfica das teorias de análise estrutural, análise matricial de estruturas, comportamento do concreto armado, critérios de dimensionamento de elementos sujeitos a flexão, comportamento da estrutura em serviço, redistribuição de esforços, ductilidade e as análises não lineares.

Por se tratar de diversos temas, a revisão dos trabalhos acadêmicos realizados na área foi abordada nos itens específicos deste capítulo, para cada tema.

2.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES NERVURADAS

As lajes nervuradas são constituídas de nervuras, cujo comportamento estrutural se assemelha com viga na flexão, solidarizadas por uma mesa de concreto (BOCCHI JUNIOR; GIONGO, 2007), apresentando comportamento semelhante a uma placa, mas com a eficiência das vigas na flexão, devido à grande inércia com relativo peso próprio baixo (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

A análise estrutural pode ser obtida pelos mesmos métodos utilizados para lajes maciças convencionais, desde que os seguintes critérios estabelecidos na NBR6118/2014 sejam respeitados:

- Espaçamento entre eixos das nervuras menores ou iguais a 110 cm;
- Nervuras maiores ou iguais a 1/15 da distância entre faces das nervuras, porém nunca inferiores a 4 cm;
- Nervuras com espessuras menores que 8 cm não podem ter armadura de compressão;
- Para lajes com espaçamento entre nervuras maiores que 65 cm, deverá ser feita a verificação da flexão na mesa, e as nervuras deverão ser verificadas como vigas para o cisalhamento.

Estas limitações impostas pela norma têm por objetivo eliminar os casos em que as lajes nervuradas devem necessariamente trabalhar como grelha plana (COELHO,

2000). Com isso, a norma brasileira permite a utilização de modelos simplificados de dimensionamento baseados na teoria das placas elásticas para a obtenção dos esforços solicitantes.

O Código modelo CEB-FIB (1990) apresenta um entendimento similar ao da NBR 6118 considerando que as lajes nervuradas podem ser calculadas como lajes maciças, desde que seu comportamento possa ser simulado como tal, principalmente em relação à rigidez. Já sua atualização em 2010 não aborda esta possibilidade.

Por outro lado, a utilização de modelos simplificados é questionada por alguns autores devido à rigidez à torção em barras de grelhas planas ser naturalmente inferior à rigidez à torção em lajes maciças de mesma espessura, devido à própria geometria dos elementos, tanto que Leonhardt (1978) por exemplo sugere que a rigidez a torção seja desprezada. Süssekind (1987) por sua vez diz que a rigidez dos elementos de concreto armado sujeitos à torção equivale a aproximadamente 20% da seção do concreto não fissurado (seção bruta). A norma brasileira admite de forma aproximada a rigidez à torção como 15% da rigidez elástica da seção.

Em contraponto aos métodos simplificados, Coelho (2000) verificou que o método de analogia de grelhas traz resultados satisfatórios para a análise de lajes retangulares, inclusive para as continuidades. Stramandinoli (2003) estudou, em sua dissertação de mestrado, o comportamento elástico-linear especificamente das lajes nervuradas pelo modelo de analogia de grelhas, avaliando, entre outros aspectos, o efeito da variação da rigidez à torção das nervuras e suas consequências nos esforços e deslocamentos. Entre alguns pontos relacionados à rigidez à torção, concluiu que é possível desprezá-la nos casos de dimensionamento elástico para o Estado Limite Último, pois apesar de gerar momentos fletores maiores, evita o dimensionamento da seção à torção e a adoção de estribos que dificultariam a execução da laje. Porém para a verificação em serviço das flechas, verificou que o valor sugerido pela norma brasileira despreza a capacidade da contribuição da mesa na rigidez a torção da seção.

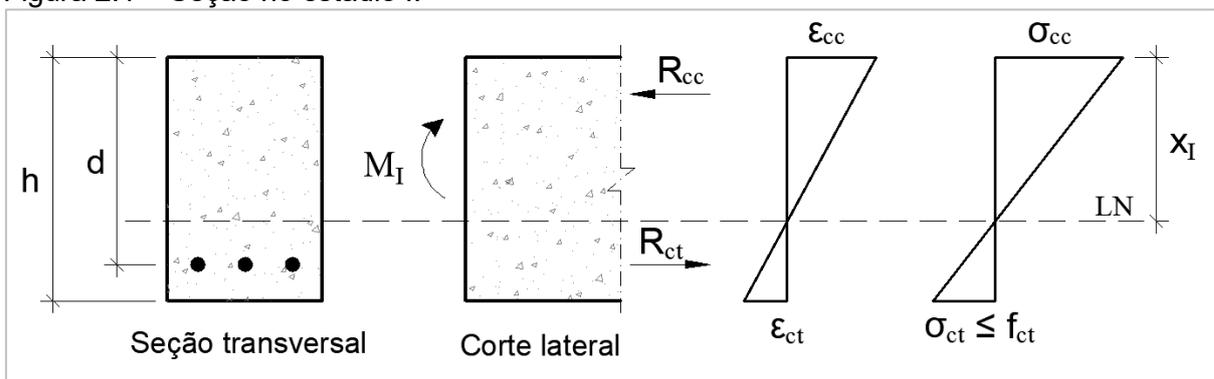
Ainda, Stramandinoli (2003) verificou que as diferenças entre o modelo de analogia de grelhas e os modelos simplificados baseados na teoria das placas elásticas, modelo permitido pela norma para obtenção de esforços, tendem a diminuir com o aumento da relação entre os lados da laje, devido à diminuição da atuação dos momentos torsões.

Nos casos em que a relação entre a maior e a menor dimensão são grandes o suficiente para que os efeitos da grelha sejam desprezados (usualmente maior que 2), as lajes devem ser calculadas como vigas, desprezando o efeito da rigidez transversal e rigidez à torção (PARK; GAMBLE, 1999). Essa hipótese também é válida para as lajes que possuem nervuras unidirecionais, que geralmente são pré-moldadas. No caso, este será o modelo adotado neste trabalho devido à sua simplicidade e facilidade de compreensão dos resultados e da ordem de grandeza.

2.3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO ARMADO

O concreto armado possui um comportamento complexo devido à sua composição pelo concreto e aço, formando um material composto que tem comportamento não linear. Seu comportamento na flexão pode ser definido em três etapas. A primeira, apresentada pela Figura 2.1, correspondente ao estágio I, onde tanto o concreto quanto o aço apresentam comportamento que pode ser considerado elástico-linear, porém o concreto ainda resiste às tensões de tração, podendo assim considerar a rigidez da seção como não fissurada. O estágio I encerra quando as tensões de tração atuantes no concreto tracionado superam as tensões de tração resistente, iniciando assim o estágio II. O momento fletor em que esta situação ocorre é chamado de Momento de Fissuração (M_r).

Figura 2.1 – Seção no estágio I.

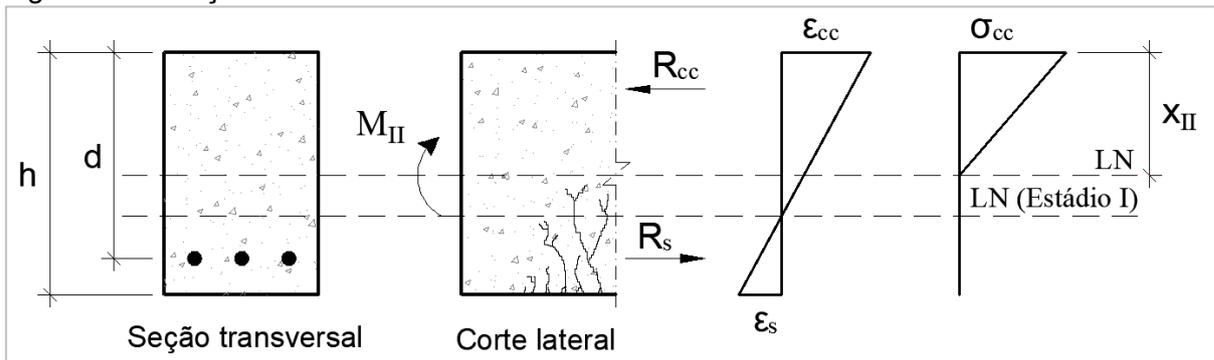


Fonte: Pinheiro et al. (2003) adaptado.

A segunda etapa, apresentada pela Figura 2.2, correspondente ao estágio II, onde o concreto tracionado encontra-se fissurado e as tensões de tração são resistidas pela armadura. Nesta etapa o aço tracionado e o concreto comprimido ainda

podem ser estudados com comportamento elástico linear. A rigidez do elemento estrutural cai e as deformações na flexão aumentam consideravelmente em relação ao estágio I. O limite superior do estágio II é considerado pelo início da plastificação da seção. A partir desse momento, começa o comportamento da seção no estágio III. Neste ponto o momento fletor em que a seção começa a plastificar é chamado de Momento de Início de Plastificação (M_{ip}).

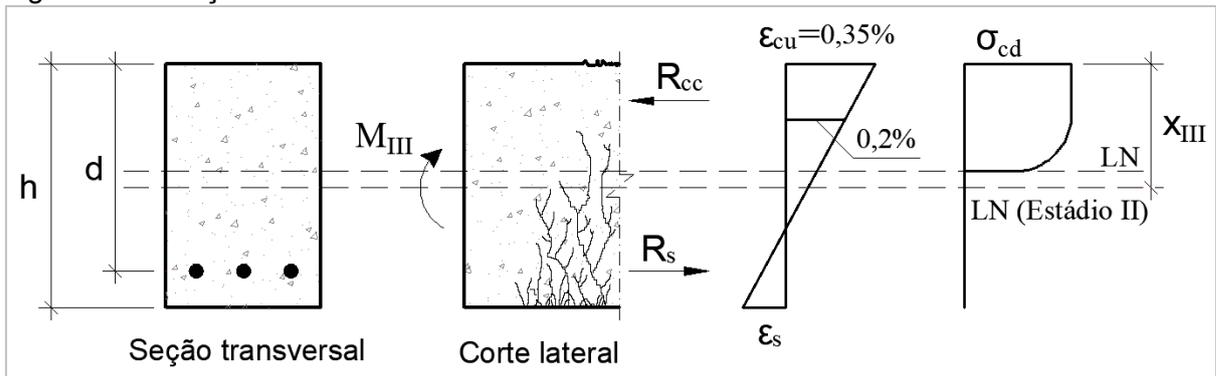
Figura 2.2 – Seção no estágio II.



Fonte: Pinheiro et al. (2003) adaptado.

A terceira etapa, apresentada pela Figura 2.3, correspondente ao estágio III, onde o concreto apresenta fissuras na parte tracionada, plastificação na parte comprimida e o aço tracionado atinge a tensão de escoamento. Nesta etapa, tanto o aço quanto o concreto encontram-se plastificados, gerando deformações maiores ainda que no estágio II. Ao atingir o Momento de Plastificação (M_p), o momento permanece praticamente constante com o aumento das deformações, que aumentam até atingir a deformação última e a ruptura do elemento estrutural. O momento de ruptura é chamado de Momento Último (M_u) e pode ser considerado o limite superior do estágio III.

Figura 2.3 – Seção no estágio III.



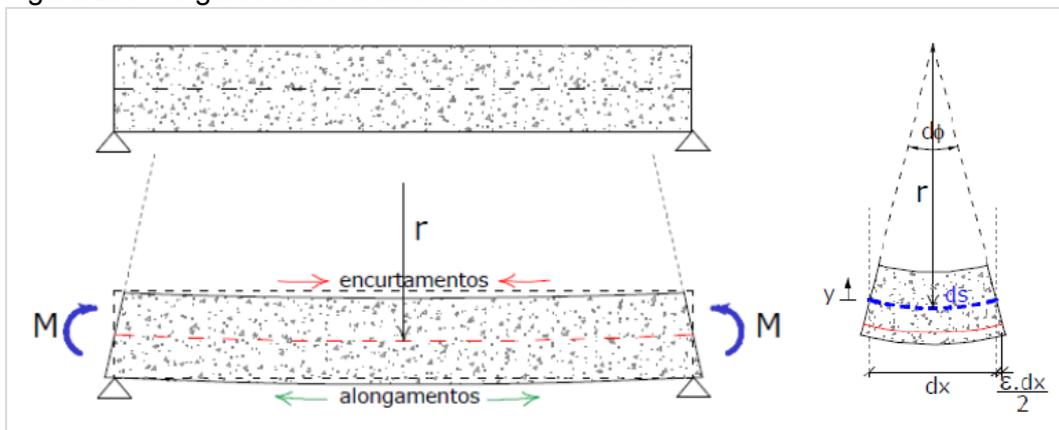
Fonte: Pinheiro et al. (2003) adaptado.

Em geral, nas análises de Estado Limite de Serviço, o comportamento das seções ao longo do elemento fletido possui características do estágio I e II; já nas análises efetuadas no Estado Limite Último, o comportamento das seções possui características do estágio III, principalmente nas seções próximas às regiões em que os momentos são críticos.

Os 3 estádios do concreto podem ser representados pela relação momento-curvatura da seção, que para vigas podem ser consideradas as seguintes aproximações:

- Deformação por cisalhamento desprezada;
- Hipótese de Navier, onde as seções planas permanecem planas após a aplicação do carregamento;
- Eixo da viga com a forma de um arco de raio r após a aplicação das cargas.

Figura 2.4 – Viga fletida e elemento infinitesimal.



Fonte: Pereira (2009), adaptado.

A relação momento-curvatura pode ser dada pela expressão:

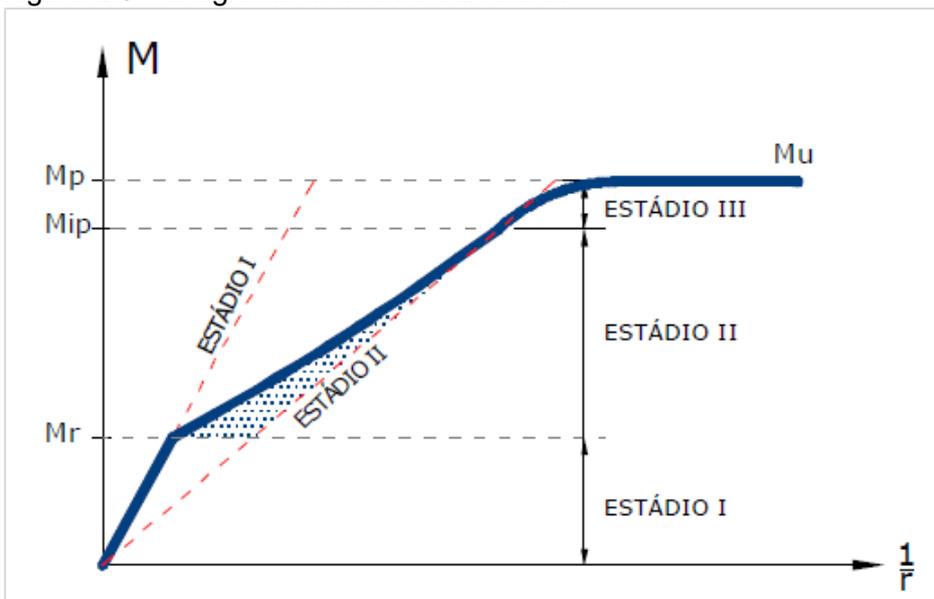
$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (2.1)$$

A curvatura $\frac{1}{r}$ também pode ser dada pela variável análoga θ , que apresenta uma ordem de grandeza mais adequada, obtida pela seguinte relação:

$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{1}{r} \quad (2.2)$$

A Figura 2.5 mostra o diagrama momento-curvatura de elementos submetidos a flexão simples:

Figura 2.5 – Diagrama momento-curvatura.



Fonte: Pereira (2009), adaptado.

A diferença entre o momento de início de plastificação (M_{ip}) para o momento de plastificação (M_p) geralmente é pequena, ainda mais quando se trata de seções com baixa relação x/d . No presente trabalho, todas as verificações que envolveram o diagrama momento-curvatura da seção foram realizadas considerando o valor de $M_{ip} = M_p$.

2.3.1 Comportamento da seção no estágio I e momento de fissuração

No estágio I, pode ser considerada uma relação linear entre a tensão e a deformação. O concreto nesta etapa é considerado não fissurado, sendo que nenhuma fibra do concreto tracionado apresenta tensões superiores à resistência à tração do concreto, que na falta de ensaios pode ser utilizado o valor médio ou característico, conforme sugere a NBR 6118 (2014):

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \text{ para concretos até classe C50.}$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \text{ para concretos até classe C55 a C90.}$$

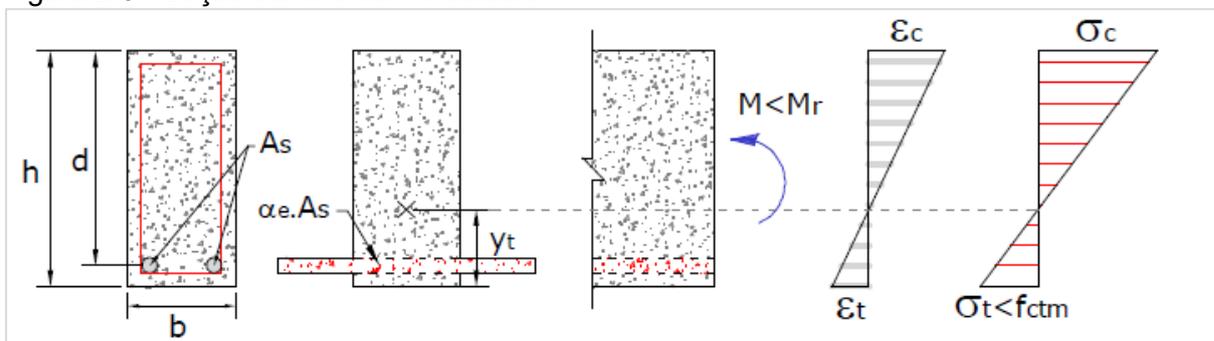
Os valores característicos podem ser obtidos por meio das seguintes relações, podendo utilizar como base o valor médio:

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m}$$

Neste caso, a rigidez da seção pode ser dada pela seção bruta da peça, podendo ou não considerar a contribuição da armadura para seu cálculo. O momento de inércia no estágio I é obtido diretamente pelas fórmulas da Resistência dos Materiais com base nas propriedades geométricas da seção. No presente trabalho foi adotado o momento inércia da seção homogeneizada para a rigidez da seção no estágio I de acordo com a Figura 2.6.

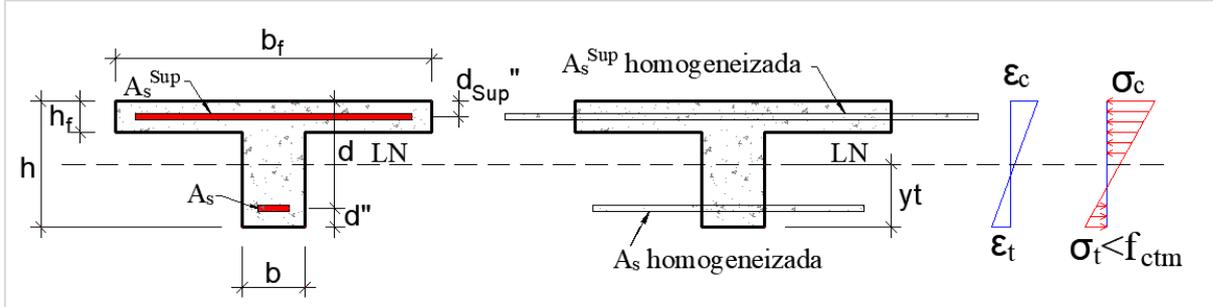
Figura 2.6 - Seção transversal no estágio I.



Fonte: Pereira (2009) pg. 13, adaptado.

Como o objeto de estudo deste trabalho trata de lajes nervuradas com comportamento de seção T, a formulação mais adequada para a obtenção do momento de inércia da seção homogeneizada é dada conforme segue:

Figura 2.7 - Seção transversal no estágio I seção T.



Fonte: Autor.

$$I_t = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - y_t \right)^2 + \frac{(b_f - b) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b) \cdot h_f \cdot (h - y_t - h_f)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (h - d'')^2 + A_s^{Sup} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (h - y_t - d_{Sup}'')^2 \quad (2.3)$$

$$y_t = \frac{S_t}{\left[b \cdot h + (b_f - b) \cdot h_f + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s + A_s^{Sup}) \right]} \quad (2.4)$$

$$S_t = \frac{b \cdot h^2}{2} + (b_f - b) \cdot h_f \cdot \left(\frac{h - h_f}{2} \right) + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'' + A_s^{Sup} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (h - d_{Sup}'') \quad (2.5)$$

Onde:

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$ é a relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto;

$E_{cs} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci}$ é o módulo de elasticidade secante do concreto;

$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$ é o módulo de elasticidade inicial do concreto;

α_E é o parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade, que para o presente trabalho será considerado 1, correspondente a granito e gnaiss;

S_t é o momento estático da seção em relação a fibra mais tracionada.

A formulação acima foi desenvolvida para ser utilizada tanto para o momento positivo quanto para o momento negativo atuando na seção, bastando considerar o valor de y_t para cada caso.

Com o momento de inércia no estágio I calculado, o momento de Fissuração é obtido pela seguinte expressão:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_l}{y_t} \quad (2.6)$$

Onde:

M_r é o momento de fissuração da seção;

α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. Conforme a NBR 6118 (2014), utiliza-se os valores de 1,2 para seção T ou duplo T, 1,3 para seções I ou T invertido e 1,5 para seções retangulares;

I_l é o momento de inércia da seção homogeneizada no estágio I obtido em (2.3)

Em relação à resistência à tração do concreto (f_{ct}), a norma brasileira diz que o quantil apropriado deve ser avaliado para cada caso, sendo que o valor mais adequado para o estado limite de formação de fissuras é dado pelo $f_{ctk,inf}$. Já para o estado limite de deformação excessiva, o valor apropriado é o $f_{ct,m}$.

Para os casos em que as verificações ocorrem no estado limite último da seção, a norma é omissa em relação à resistência à tração a ser considerada. No caso da verificação da capacidade de rotação da rótula plástica, o valor de cálculo (f_{ctd}) pode trazer resultados mais seguros, porém afastados da realidade por se tratar de uma verificação e não de dimensionamento. Os valores característicos no quantil médio ou inferior devem trazer resultados mais satisfatórios, sendo que Buchaim (2013) adotou em seu trabalho o valor característico inferior ($f_{ctk,inf}$), adotado também nos Comentários Técnicos do Ibracon sobre a NBR 6118 (2014).

A curvatura adimensional correspondente ao momento de fissuração é dada pela seguinte relação:

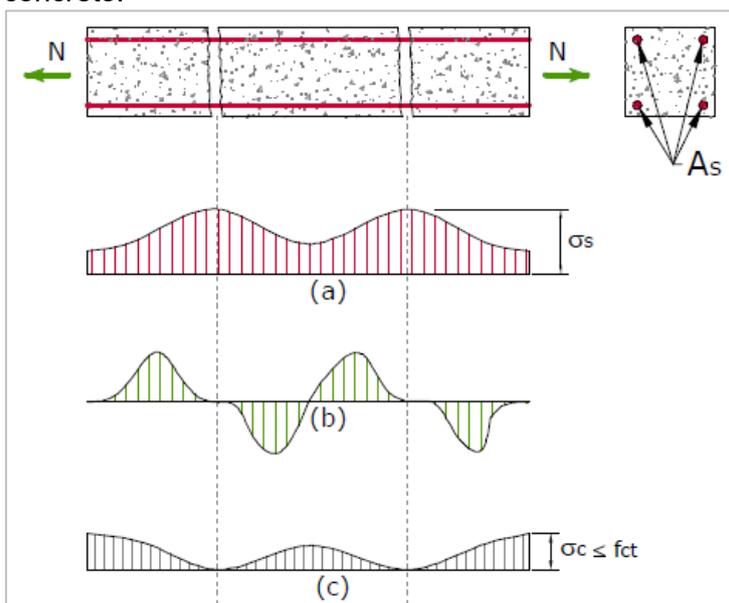
$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{M_r}{E_c \cdot I_I} \quad (2.7)$$

2.3.2 Comportamento no estágio II e momento de início de plastificação

Quando a seção atinge o momento de fissuração (M_r), as fissuras na zona tracionada da seção começam a se formar, iniciando assim o comportamento no estágio II. Nesta etapa a rigidez da seção é reduzida consideravelmente por conta da diminuição da contribuição do concreto tracionado à medida que os esforços solicitantes aumentam até atingir o momento de início de plastificação (M_{ip}).

No estágio II aparece o efeito de determinado aumento da rigidez da peça em relação à redução causada pela fissura na seção, o que é chamado de *tension stiffening* pois as regiões de concreto entre fissuras contribuem para a resistência do elemento estrutural, de acordo com a Figura 2.8 a seguir.

Figura 2.8 – Resposta nas tensões do concreto fissurado submetido a esforço de tração: (a) tensão na armadura; (b) tensão na interface entre o concreto e o aço; (c) tensão no concreto.

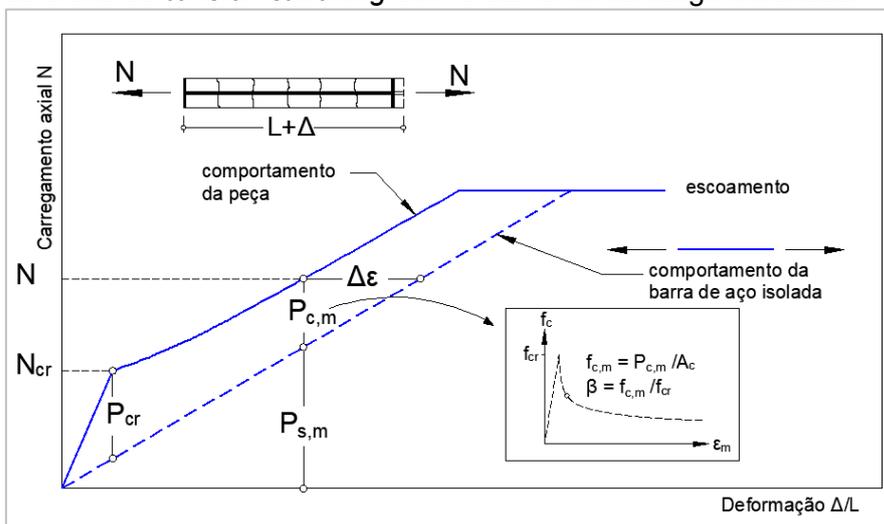


Fonte: Pereira 2009, apud Ghali e Favre (1993), adaptado.

As tensões da barra de armadura fissurada variam de um valor máximo na região das fissuras para um valor mínimo, sendo que o inverso ocorre com as deformações. Nas regiões entre fissuras, o comportamento do material está no meio termo entre o estágio I e II (PEREIRA, 2009).

O efeito do *tension stiffening* diminui à medida que as fissuras se formam com o aumento das solicitações, sendo que próximo à tensão de plastificação da seção a contribuição do concreto é praticamente nula, e a tensão atuante na seção atinge valores próximos à tensão do aço puro (COLLINS; MITCHELL, 1997).

Figura 2.9 – Comportamento da barra de aço isolada com a peça de concreto armado sujeita ao efeito do *tension stiffening* com o aumento da carga solicitada.



Fonte: Fields & Bischoff (2004) adaptado.

No caso de seções submetidas à flexão simples, quando os momentos solicitantes apresentam valores próximos ao momento de fissuração (M_r), o efeito da contribuição do concreto é próximo ao máximo, tornando-se praticamente nulo ao atingir o momento de início de plastificação (M_{ip}), em consonância com a Figura 2.8.

O cálculo do momento de início de plastificação (M_{ip}) pode ser obtido adotando as hipóteses de uma seção trabalhando no estágio II puro:

- Concreto comprimido trabalhando no regime elástico-linear, admitindo uma distribuição triangular das tensões na seção;
- Esforços à tração resistidos apenas pela armadura posicionada na zona tracionada da seção, admitindo fissura até a altura da linha neutra da seção.

As hipóteses adotadas para o cálculo do momento de inércia no estágio II são válidas para os casos em que a plastificação inicia pelo escoamento da armadura, ou seja, seções dimensionadas nos domínios dois e três, que são os casos típicos de peças dimensionadas à flexão. Para os casos em que a plastificação da seção se dá início pelo concreto comprimido e a armadura não atinge o limite de escoamento, no caso domínio 4, as hipóteses acima não são válidas.

Como o trabalho proposto baseia-se em seção T, foi desenvolvida a formulação para as duas situações: a) Seção T com atuação do momento positivo; b) Seção T com atuação dos momentos negativos. Neste último caso, conforme será demonstrado a seguir, em geral a mesa da seção T não contribui para a rigidez no estágio II por estar na zona tracionada.

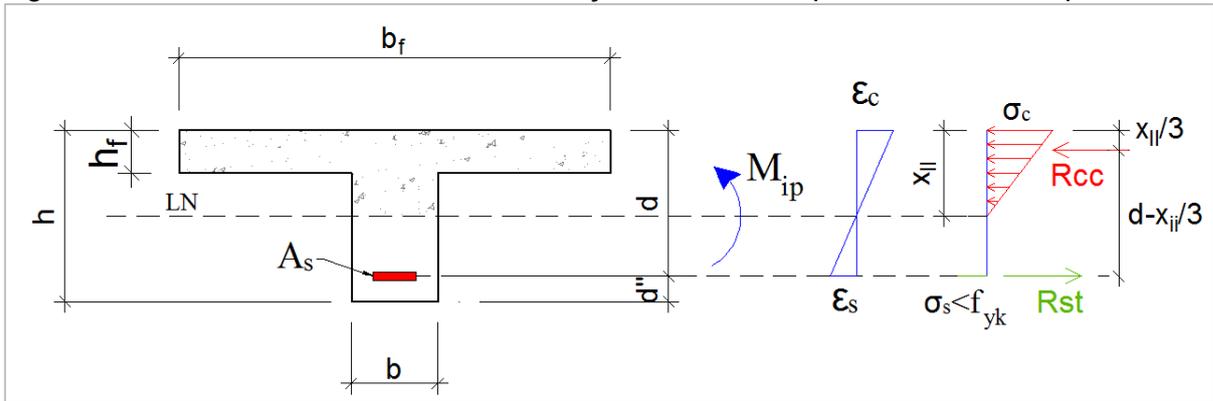
Pelas hipóteses adotadas para a seção no estágio II puro, a posição da linha neutra no estágio II (x_{II}) pode ser considerada constante. Utilizando os conceitos clássicos da Resistência dos Materiais tem-se que o momento estático da seção na acima da linha neutra (S_t^{Sup}) deve ser igual ao momento estático da seção abaixo da linha neutra (S_t^{Inf}):

$$S_t^{Sup}{}_{II} = S_t^{Inf}{}_{II} \quad (2.8)$$

2.3.2.1 Momento de Inércia da seção para momentos positivos

Para os momentos positivos, todo o concreto localizado abaixo da linha neutra é desprezado no cálculo da rigidez, sendo toda a tensão resistida pela armadura de aço que deve ser homogeneizada pela relação $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$. A Figura 2.10 mostra a relação tensão deformação utilizada para se obter o equilíbrio das resultantes necessárias para obtenção da linha neutra.

Figura 2.10 – Resultantes das tensões na seção no estágio II para os momentos positivos.



Fonte: Autor.

Tem-se que o momento estático inferior é dado por:

$$S_{tII}^{Inf} = A_s \cdot \alpha_e \cdot (h - x_{II} - d'') \quad (2.9)$$

Para o cálculo do momento estático superior S_t^{Sup} a seção foi dividida entre a parte retangular de seção $b \times x_{II}$ e a contribuição da mesa com largura $(b_f - b)$ e altura h_f . O momento estático superior é dado pela soma das duas parcelas:

$$S_{tII}^{Sup} = S_t^{Ret} + S_t^{Mesa} \quad (2.10)$$

$$S_{tII}^{Sup} = \left[(x_{II} \cdot b) \cdot \frac{x_{II}}{2} \right] + \left[(b_f - b) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right) \right] \quad (2.11)$$

Ou:

$$S_{tII}^{Sup} = \frac{x_{II}^2 \cdot b}{2} + (b_f - b) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right) \quad (2.12)$$

Para obter a posição da linha neutra basta substituir (2.9) e (2.12) em (2.8) e resolver a equação de segundo grau resultante:

$$\frac{x_{II}^2 \cdot b}{2} + (b_f - b) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right) - A_s \cdot \alpha_e \cdot (h - x_{II} - d'') = 0 \quad (2.13)$$

Após a obtenção do valor de x_{II} é necessário verificar se este valor é maior que h_f . Caso $x_{II} \geq h_f$ o valor de x_{II} encontrado pela resolução da equação acima é válido. Caso $x_{II} < h_f$, o concreto comprimido estará totalmente contido na mesa da viga. O cálculo deve ser refeito utilizando as seguintes equações:

$$S_{tII}^{Sup} = \frac{x_{II}^2 \cdot b_f}{2} + A_s^{Sup} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_{II} - d_{Sup}'') \quad (2.14)$$

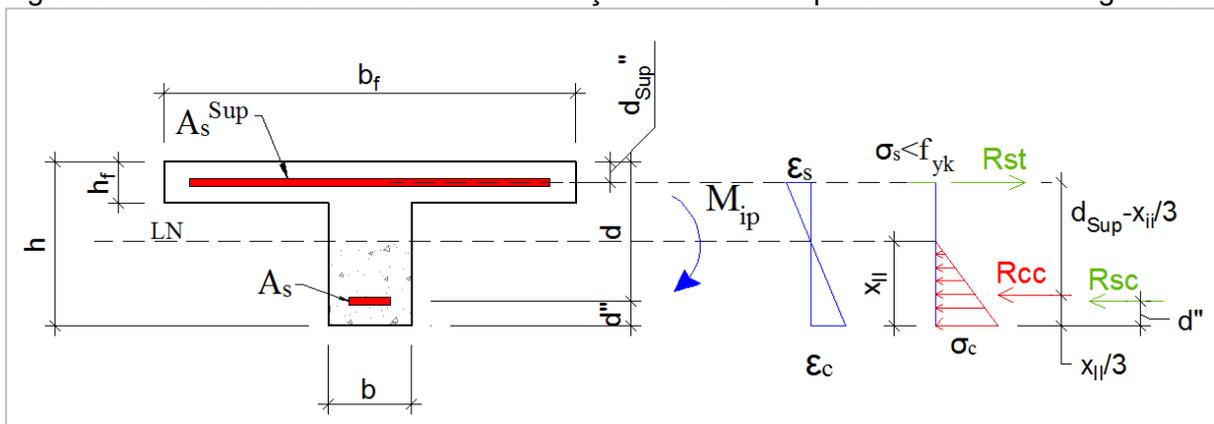
$$S_{tII}^{Inf} = A_s \cdot \alpha_e \cdot (h - x_{II} - d'') \quad (2.15)$$

Com o resultado da linha neutra para o estágio II (x_{II}), obtém-se o momento de inércia no estágio II para a seção com momentos positivos atuantes pela seguinte equação:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \frac{(bf - b) \cdot h_f^3}{12} + (bf - b) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x_{II})^2 \quad (2.16)$$

2.3.2.2 Momento de Inércia da seção para momentos negativos:

Figura 2.11 – Resultantes das tensões na seção no estágio II para os momentos negativos.



Fonte: Autor.

Da mesma forma que para os momentos positivos, a linha neutra da seção com atuação dos momentos negativos é obtida igualando os momentos estáticos da seção superior e inferior de acordo com a equação (2.8). Porém neste caso a contribuição da mesa pode ser desprezada, já que em projetos usuais de laje nervurada a

espessura da mesa dificilmente ultrapassa os 10 cm, tornando a ocorrência da linha neutra na mesa um evento raro. A diferença neste caso ocorre já que na região comprimida da seção, além do momento estático da área de concreto, deve ser considerado também o momento estático da armadura, com a seção homogeneizada pela relação $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$. Por se tratar de uma região nas lajes em que geralmente ocorrem emendas de barras, esta consideração deve ser feita apenas nos casos em que seja garantido o traspasse das armaduras preconizados na norma brasileira.

Neste caso tem-se:

$$S_{tII}^{Sup} = A_s \cdot \alpha_e \cdot (h - x_{II} - d_{sup}) \quad (2.17)$$

$$S_{tII}^{Inf} = \frac{x_{II}^2 \cdot b}{2} + A_s \cdot \alpha_e \cdot (x_{II} - d'') - A_s \cdot (x_{II} - d'') \quad (2.18)$$

Ou

$$S_{tII}^{Inf} = \frac{x_{II}^2 \cdot b}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_{II} - d'') \quad (2.19)$$

Substituindo (2.17) e (2.19) em (2.8) obtém-se por meio da resolução da equação de segundo grau a posição da linha neutra (x_{II}):

$$\frac{x_{II}^2 \cdot b}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_{II} - d'') - A_s \cdot \alpha_e \cdot (h - x_{II} - d_{sup}) = 0 \quad (2.20)$$

O momento de inércia é obtido da mesma forma que o item anterior, desprezando a rigidez do concreto tracionado de acordo com a seguinte equação:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x_{II} - d'')^2 + A_s^{Sup} \cdot \alpha_e \cdot (h - d_{sup} - x_{II})^2 \quad (2.21)$$

Nos casos em que as condições de ancoragem e traspasse das barras não puderem ser garantidas, a armadura positiva deverá ser ignorada conforme segue:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + A_s^{Sup} \cdot \alpha_e \cdot (h - d_{Sup} - x_{II})^2 \quad (2.22)$$

2.3.2.3 Momento de Início de Plastificação

O momento de início de plastificação é obtido pela seguinte equação com o somatório dos momentos da resultante de compressão representado na Figura 2.10 e Figura 2.11:

$$M_{ip} = R_{st} \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3} \right) \quad (2.23)$$

$$M_{ip} = A_s \cdot f_{yk} \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3} \right) \quad (2.24)$$

Onde:

R_{st} é a força resultante na armadura;

f_{yk} é o valor característico da resistência ao escoamento do aço;

x_{II} é a posição da linha neutra para a seção no estágio II.

A curvatura correspondente ao momento de início de plastificação, utilizando o momento de inércia no estágio II puro, pode ser dada por:

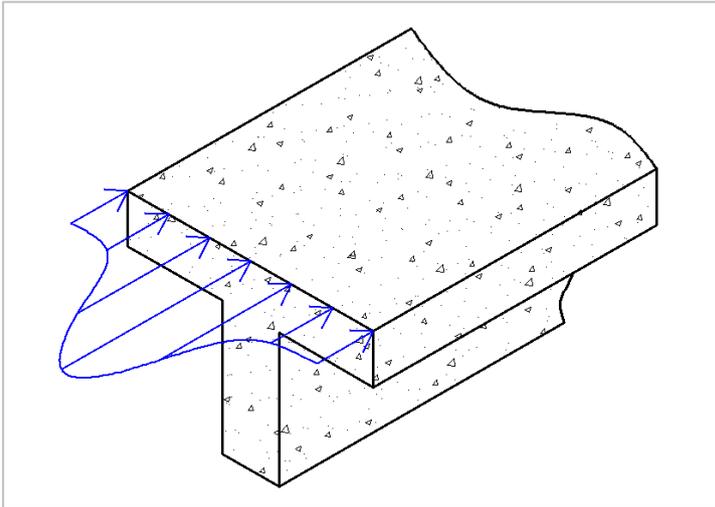
$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{M_{ip}}{E_c \cdot I_{II}} \quad (2.25)$$

2.3.3 Considerações sobre a seção T

A principal vantagem de vigas e lajes com seção T se encontra na contribuição da mesa na resistência à compressão das peças fletidas. Segundo Carvalho (2014) a influência da mesa não colabora ao longo de toda a largura, já que ocorre uma

distribuição não uniforme das tensões, onde na alma essa distribuição é maior do que nas regiões mais afastadas da mesa, conforme representado na Figura 2.12.

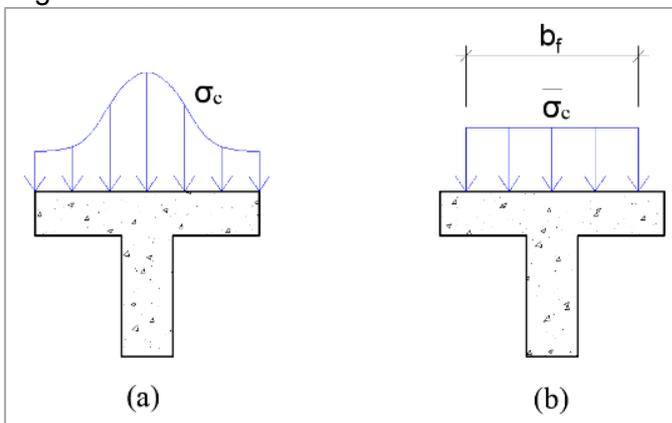
Figura 2.12 – Distribuição das tensões de compressão na fibra mais comprimida de uma viga T.



Fonte: Autor.

Assim, surge o conceito de largura colaborante ou efetiva, que é obtida pela resultante da distribuição de tensões entre os pontos sucessivos de tensão nula, igualada à resultante obtida pela tensão média atuando na largura efetiva b_f conforme mostra a Figura 2.13. Trata-se de um procedimento complexo para se obter o valor de b_f onde as normas adotam procedimentos simplificados favoráveis à segurança (CARVALHO, 2014).

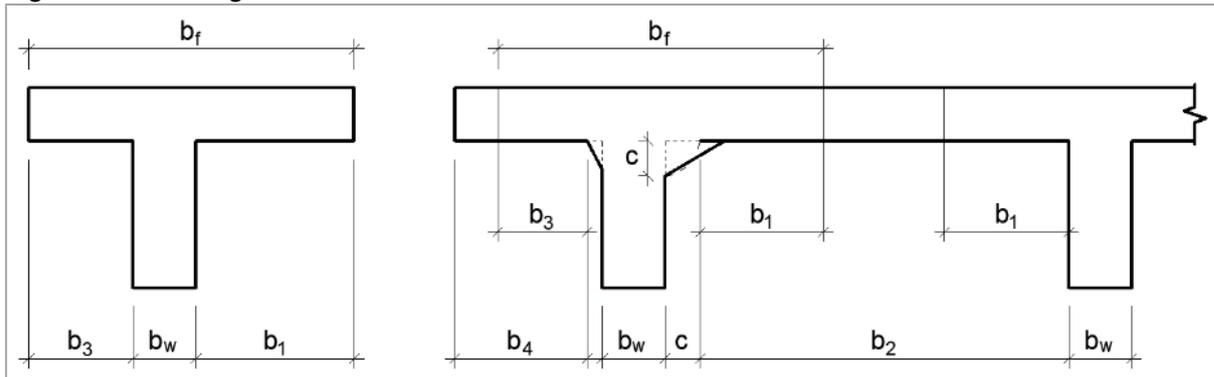
Figura 2.13 – a) distribuição normal de tensões; b) distribuição média de tensões ao longo da largura efetiva.



Fonte: Autor.

A NBR6118 (2014) dispõe que a largura colaborante (b_f) é dada pela largura da viga — ou nervura da laje — (b_w) acrescida no máximo 10% da distância entre pontos de momento nulo do comprimento da viga (ou laje) para cada lado e deve respeitar os seguintes limites:

Figura 2.14 – Largura de mesa colaborante.



Fonte: NBR 6118 (2014) adaptado.

$$b_1 \leq 0,5b_2$$

$$b_3 \leq b_4$$

Além desses limites, nos casos em que houver aberturas na mesa a largura efetiva deve respeitar as limitações impostas por ela.

A NBR 6118 (2014) é mais rigorosa que o Código Modelo (2010) já que este admite até 20% da distância entre momentos nulos do comprimento da viga (ou laje).

Nos casos de lajes nervuradas utilizadas neste trabalho, que respeitam os critérios expostos no Item 2.2 deste trabalho, a largura efetiva se enquadra basicamente no critério $b_1 \leq 0,5b_2$.

Entretanto, estas considerações levam em conta apenas situações em que mesa está solicitada à compressão. Para as continuidades onde a mesa encontra-se tracionada, é de comum conhecimento que a contribuição do concreto deve ser desprezada no dimensionamento da armadura. Porém, quando se trata de análise não linear e verificações em serviço, a literatura apresenta uma grande lacuna em relação à consideração da colaboração da mesa, principalmente em termos de rigidez.

A NBR 6118 (2014) apresenta no cálculo do momento de fissuração o coeficiente α , que leva em consideração a geometria da seção (Item 2.3.1 deste trabalho). Trata-

se de um coeficiente que faz uma correlação entre a resistência à tração na flexão com a tração direta, podendo se tratar de uma tentativa da norma de trazer uma solução para esta situação.

Neste trabalho serão apresentados estudos sobre a influência da mesa submetida à tração na rigidez da seção para as análises não lineares.

2.4 CRITÉRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES NERVURADAS SEGUNDO A NBR 6118 (2014)

O dimensionamento das lajes deve seguir as prescrições da NBR6118 (2014) para o estado limite último (ELU) e verificação do comportamento da estrutura no estado limite de serviço (ELS).

O dimensionamento deve ser iniciado pelo cálculo da armadura longitudinal, já que todas as outras verificações dependerão de taxa mecânica de armadura obtida (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

O Estado Limite Último (ELU) consiste em garantir a segurança adequada, com a probabilidade de ruína suficientemente pequena. Para isso acontecer, as peças estruturais deverão apresentar uma ductilidade mínima para que uma eventual ruína ocorra de forma avisada, com deformações e fissurações excessivas alertando os usuários, além de permitir pequenas redistribuições de esforços que podem ser necessárias para que as seções desenvolvam todos os seus momentos resistentes.

O Estado Limite de Serviço (ELS) consiste na verificação do desempenho da estrutura em serviço. Esta verificação é efetuada com modelos diferentes do ELU, pois as cargas de serviço são menores, e a rigidez da seção é diferente devido ao estágio de fissuração da peça. As estruturas devem usualmente respeitar os limites de flechas, abertura de fissuras e vibrações excessivas.

2.4.1 Dimensionamento para o Estado Limite Último (ELU)

Nas hipóteses de cálculo para o dimensionamento no ELU, a resistência dos materiais aço e concreto são minoradas nas combinações normais em 1,4 e 1,15 respectivamente (NBR 6118/2014). Os esforços por sua vez devem ser calculados utilizando uma série de combinações de carregamentos que visam majorar as

solicitações dos elementos de modo a minimizar a probabilidade de ruína da estrutura. Estas combinações levam em conta as características dos carregamentos sendo divididas principalmente entre cargas permanentes e acidentais. Neste trabalho, por se tratar de análise de lajes isoladas, a combinação última será dada pela seguinte expressão:

$$q_d = \gamma_{g1}q_{g1k} + \gamma_{g2}q_{g2k} + \gamma_q q_{qk} \quad (2.26)$$

Onde:
$$\gamma_{g1} = \gamma_{g2} = \gamma_q = 1,4 \quad (2.27)$$

Segundo a norma, as armaduras de vigas obtidas para o ELU devem ainda respeitar uma taxa de armadura mínima (ρ_{min}), que deve ser dimensionada para um momento fletor mínimo, respeitando a taxa mínima de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (2.28)$$

Onde:

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta do concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração.

Para as lajes, pode-se adotar o mesmo critério para a taxa de armadura mínima, porém podem ser feitas as seguintes ponderações:

$\rho_s = \rho_{min}$ para armaduras negativas;

$\rho_s = 0,67\rho_{min}$ para armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções;

$\rho_s = \rho_{min}$ para armaduras positivas principais de lajes armadas em uma direção.

O maior dos seguintes valores para armaduras positivas secundárias de lajes armadas em uma direção:

$A_s / s \geq 20\%$ da armadura principal;

$A_s / s \geq 0,9 \text{ cm}^2 / \text{m}$;

$\rho_s = 0,5 \rho_{\min}$.

Para este trabalho será considerado apenas $\rho_s = \rho_{\min}$.

2.4.2 Verificação do estado limite de serviço

Os esforços para verificações no ELS também utilizam critérios de combinações de carregamentos, onde também são levados em conta as características dos carregamentos acidentais e permanentes. As ponderações dos esforços também possuem diferenças entre verificações de flecha e de fissuras, como será visto adiante.

Em linha geral, os carregamentos permanentes não sofrem redução nem majoração e os carregamentos acidentais sofrem redução, variando entre carregamentos principais e secundários. Neste trabalho, o carregamento de serviço foi obtido pela seguinte combinação:

$$q_{d, \text{serv}} = q_{g1k} + q_{g2k} + \gamma_f q_{qk} \quad (2.29)$$

Em que:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (2.30)$$

Nos cálculos para verificações de abertura de fissuras, a norma estabelece que deve ser adotada a combinação frequente de carregamentos, em que o coeficiente γ_{f2} mais adequado para edificações residenciais é dado por:

$$\gamma_{f2} = \Psi_1 = 0,4 \quad (2.31)$$

Já nos casos em que as verificações envolvem deformações excessivas, a norma estabelece que a combinação mais adequada é a quase permanente, em que o coeficiente γ_{f2} para edificações residenciais é dado por:

$$\gamma_{f2} = \Psi_2 = 0,3 \quad (2.32)$$

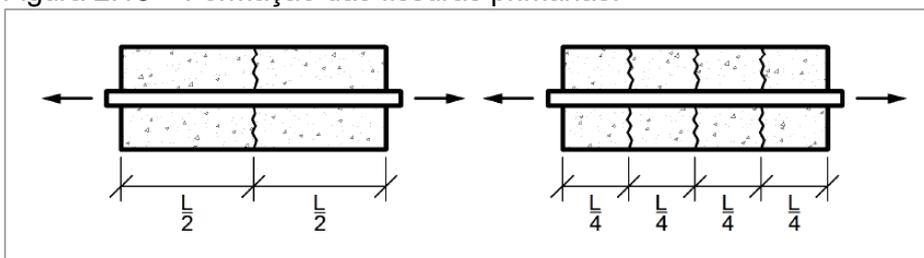
Em termos de ordem de grandeza, os esforços para o ELS apresentam valores em torno de 50% do ELU.

Pelo objetivo deste trabalho envolver grandes redistribuições de esforços em lajes contínuas, a verificação de abertura de fissuras tende a ser preponderante em relação às flechas nas verificações de serviço.

2.4.2.1 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

As fissuras surgem no concreto armado quando a tensão de resistência à tração do concreto é superada pela tensão atuante, provocando assim as denominadas fissuras primárias, normalmente perpendiculares ao plano de tração. A partir da peça fissurada, entre duas fissuras primárias o concreto ainda se apresenta íntegro. Com o aumento das tensões, as fissuras primárias aumentam continuamente, surgindo uma nova fissura primária no meio do comprimento das fissuras primárias anteriores, e assim sucessivamente (SILVA NETO, 2015). Esse comportamento decorre das suposições adotadas pela teoria clássica de fissuração de Saliger (EWANG, 1999).

Figura 2.15 – Formação das fissuras primárias.



Fonte: Silva Neto (2015), adaptado.

Devido à resistência à tração do concreto ser muito baixa, cerca de 10% da resistência à compressão, não é economicamente viável dimensionar uma estrutura sem fissuras. Sendo assim, a Norma Brasileira estabelece limites para abertura de fissuras para garantir o bom desempenho das estruturas em serviço e principalmente a proteção da armadura contra a corrosão. Para concreto armado, os limites estabelecidos são:

Tabela 2.1 – Limites máximo de abertura de fissuras.

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Abertura máxima de fissuras (ELS-W)
CAA I	$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$
CAA II e CAA III	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$
CAA IV	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$

Fonte: NBR 6118 (2014), pg. 80

A Norma Brasileira apresenta dois procedimentos para a previsão da abertura de fissuras em elementos lineares: formação sistemática de fissuras e formação não sistemática de fissuras. Ambas as abordagens da norma derivam da teoria clássica, porém abordadas de forma bem simplificada, não fornecendo nenhuma base para os parâmetros adotados (EWANG, 1999).

A abertura estimada de fissuras (w_k) pode ser obtida para cada região de envolvimento da armadura, pelo menor valor das seguintes expressões:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (2.33)$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (2.34)$$

Onde:

ϕ_i é o diâmetro da armadura que protege a área de envolvimento considerada;

σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II;

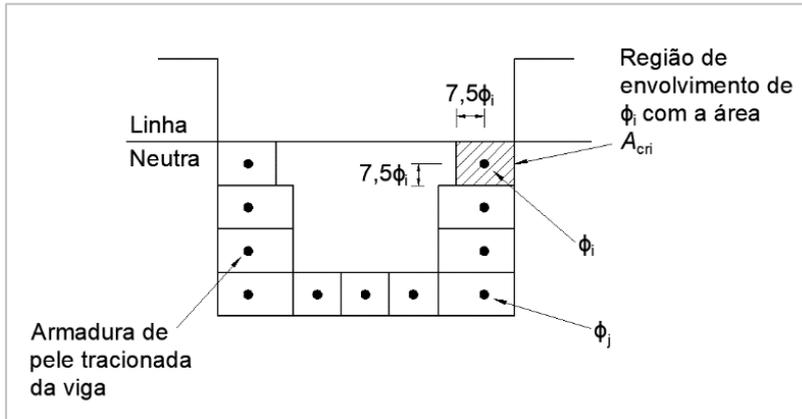
$\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}}$ é a taxa de armadura passiva em relação a área da região de envolvimento (A_{cri});

η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, sendo considerada 2,25 para barras nervuradas;

E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada.

A norma brasileira considera a região de envolvimento de concreto para cada barra ou grupo de barras da armadura conforme mostra a Figura 2.16.

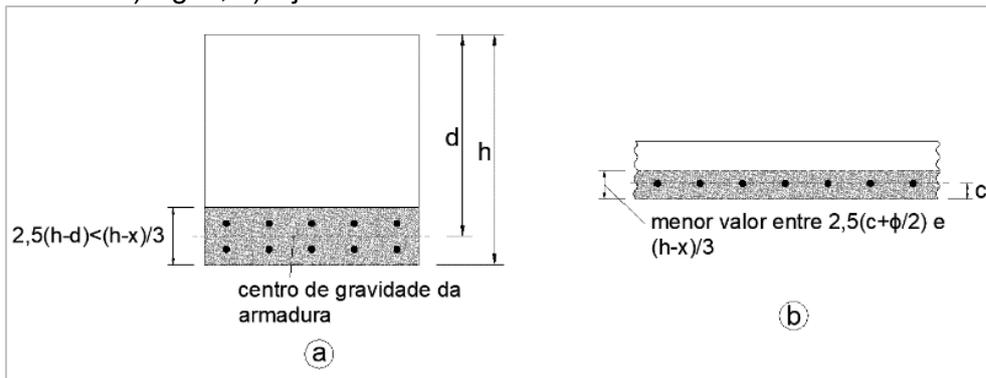
Figura 2.16 – Região de envolvimento do concreto com armadura conforme a norma brasileira.



Fonte NBR 6118 (2014), adaptado.

Verifica-se, entretanto, que a norma brasileira não segue o código modelo em relação à área de envolvimento da armadura, que por sua vez considera uma área retangular obtida a partir do centro de gravidade da armadura como mostra a Figura 2.17

Figura 2.17 – Região de envolvimento do concreto com armadura conforme o código modelo. a) vigas; b) lajes.



Fonte: Fib Model Code (2010), adaptado.

Para o presente trabalho, a região crítica proposta pela norma brasileira mostra-se ainda mais adequado, visto que uma laje nervurada apresenta grande largura no momento negativo, com possibilidade de espaçamento entre barras superior $7,5\phi$.

Para obter o valor de σ_{si} , Pinheiro (2007), pg. 14.9 apresenta dois procedimentos. O cálculo refinado calcula exatamente a tensão no centro de gravidade da armadura da seção no estágio II pela seguinte relação:

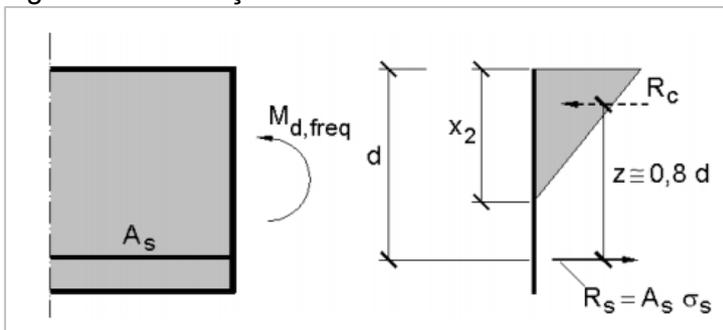
$$\sigma_{cs} = \frac{\sigma_s}{\alpha_e} = \frac{M_d}{I_2} \cdot (d - x_2) \quad (2.35)$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot M_d \cdot (d - x_2)}{I_2} \quad (2.36)$$

Com os valores de I_2 e x_2 obtidos pelas equações apresentadas no Item 2.3.2.

O cálculo aproximado considera o braço de alavanca entre a resultante de compressão e o centro de gravidade da armadura um valor fixo $z = 0,8d$ pela relação apresentada na Figura 2.18.

Figura 2.18 – Braço de alavanca.



Fonte: Pinheiro (2007), adaptado.

$$\sigma_s = \frac{M_d}{0,80 \cdot d \cdot A_s} \quad (2.37)$$

Neste trabalho será adotado o cálculo refinado definido pela equação (2.36).

2.4.2.2 Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF)

O comportamento complexo do concreto devido ao conjunto concreto e aço exposto no item 2.3 reflete também nas deformações, já que a seção de concreto apresenta comportamento distinto para cada nível de solicitação. Os elementos

sujeitos à flexão variam entre o estágio I, nos trechos em que o momento atuante é inferior ao momento de fissuração (M_r), e estágio II, quando as fissuras formadas reduzem a rigidez da peça evidenciando um comportamento não linear entre as ações e os deslocamentos. As deformações em elementos sujeitos à flexão no concreto armado ainda possuem uma outra etapa devido à não linearidade decorrente da fluência do concreto, que é uma deformação que ocorre ao longo do tempo devido a cargas de longa duração (CARVALHO, 2014).

Para a obtenção da flecha imediata, Branson em 1963 propôs um modelo de momento de inércia efetivo que permite a consideração gradual da seção não fissurada (estádio I) para a seção totalmente fissurada (estádio II puro) à medida que a relação momento de fissuração pelo momento atuante aumenta (M_r/M_a) (BISCHOFF; SCANLON, 2007). O momento de inércia efetivo pode ser dado pela seguinte expressão:

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m \cdot I_I + \left(1 - \frac{M_r}{M_a} \right)^m \cdot I_{II} \right\} \leq I_I \quad (2.38)$$

Onde:

I_{eq} é o momento de inércia efetivo da seção;

I_I é o momento de inércia da seção não fissurada (estádio I), podendo ser considerado o momento de inércia da seção bruta;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada (estádio II puro) calculado conforme 2.3.2;

M_r é o momento de fissuração da seção;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado.

Inúmeras normas adotaram esta formulação para o cálculo de deformações imediatas em vigas de concreto armado utilizando o coeficiente $m=3$ (PATEL et al., 2015), inclusive a norma brasileira. Entretanto, o coeficiente $m=3$ é adequado para situações em que se adote o momento de inércia efetivo único ao longo de todo o comprimento do elemento estrutural. Quando se trata de trechos discretizados, o valor mais adequado é $m=4$ (BRANSON, 1965).

A fórmula de Branson adaptada para a NBR 6118 (2014), onde adota o nome o termo rigidez equivalente, é dada pela seguinte equação:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_I + \left(1 - \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (2.39)$$

A flecha diferida ao longo do tempo em função da fluência pode ser dada de forma aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f :

$$\alpha_f = \frac{\xi(t) - \xi(t_0)}{1 + 50\rho'} \quad (2.40)$$

Onde:

ξ é um coeficiente em função do tempo;

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t) t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses;}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses;}$$

t é o tempo em meses que se deseja obter a flecha diferida

t_0 é a idade em meses relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

2.5 REDISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS

A norma brasileira traz a possibilidade de efetuar a análise estrutural pelos seguintes métodos: análise elástica linear; análise elástica linear com redistribuição; análise plástica e análise não linear.

Neste trabalho foram utilizados os métodos de análise linear, análise linear com redistribuição e modelos simplificados de análise não linear.

2.5.1 Análise elástica linear

A análise elástica linear é obtida pela rigidez da seção bruta do concreto, e nas análises locais para a verificação dos deslocamentos as fissurações devem ser consideradas. É a principal forma de analisar uma estrutura, sendo que a utilização de qualquer outro método precede deste tipo de análise.

A ductilidade de uma estrutura é uma das condições a serem satisfeitas para garantir a segurança dos elementos de concreto armado sujeitos à flexão, e está diretamente ligada à capacidade da estrutura em redistribuir os esforços em situações de ruína. Quanto maior for a sua ductilidade, maior sua capacidade de redistribuir os esforços e permitir uma ruptura com grandes deformações, ou seja, uma ruptura que ocorra de forma avisada. No caso das estruturas de concreto armado sujeitas à flexão, a ductilidade da seção pode ser representada pela profundidade da linha neutra, também chamada de relação (x/d), sendo que quanto menor esta relação, mais dúctil ela é. Neste sentido, a norma brasileira impõe as seguintes restrições da posição da linha neutra (x/d) no ELU:

- a) $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- b) $x/d \leq 0,35$, para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa.

Estas restrições visam garantir a ductilidade aceitável da seção, pois sua capacidade de rotação é proporcional à relação x/d , ou seja, quanto menor x/d , maior a capacidade de rotação da seção.

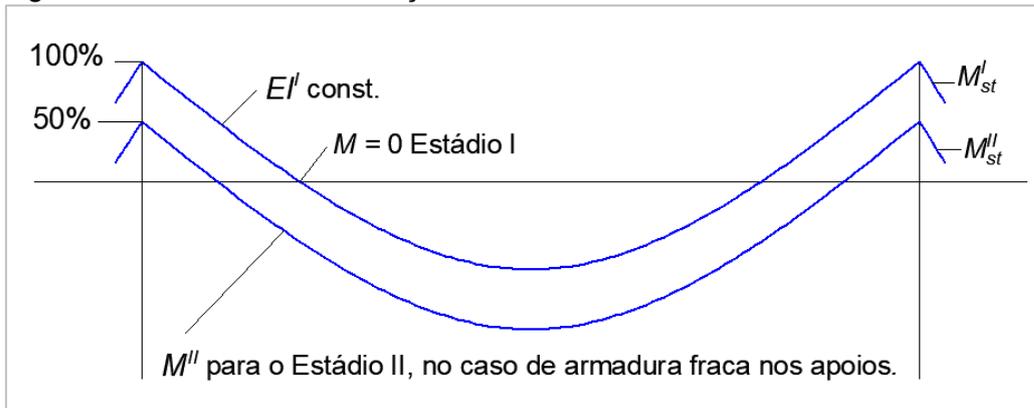
2.5.2 Análise linear com redistribuição

Nas estruturas hiperestáticas de concreto com distribuições não uniformes de tensões, existe uma divergência entre os resultados obtidos pela análise elástica linear e os resultados obtidos pelo equilíbrio interno da seção. Por se tratar de um material de comportamento não linear, as estruturas de concreto armado naturalmente sofrem adaptações dos esforços para as regiões que possuem maior rigidez (BAGGE et al., 2014), principalmente devido a fissuração da seção, que passa do comportamento do estágio I para o estágio II assim que as primeiras fissuras aparecem (FONTES; PINHEIRO, 2005).

A redistribuição dos momentos negativos visa reduzir o momento fletor negativo nos apoios redistribuindo para os momentos positivos no vão. A consideração no cálculo de uma redistribuição dos momentos negativos é vantajosa, já que uma redução nesses momentos diminui a armadura na região dos negativos, aproveitando melhor a capacidade da seção (LEONHARDT; MÖNNING, 2007), onde no caso das

vigas de seção T é potencializada devido à contribuição da mesa nas resultantes de compressão. A Figura 2.19 mostra um exemplo de viga com grades redistribuições nos momentos negativos e seus efeitos no momento positivo no meio do vão.

Figura 2.19- Grande redistribuição de momentos



Fonte: Leonhardt & Mönning, (2007) adaptado.

Assim, a norma brasileira permite redistribuir os momentos negativos até os seguintes limites sem verificações por análise plástica:

- $\delta \geq 0,90$ para estruturas de nós móveis;
- $\delta \geq 0,75$ para estruturas de nós fixos.

Onde δ é o coeficiente utilizado para reduzir um momento fletor de M para δM .

Quando os momentos negativos são redistribuídos, a um fator δ , a limitação da profundidade da linha neutra (x/d) deve ser limitada a:

- a) $x/d \leq (\delta - 0,44) / 1,25$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- b) $x/d \leq (\delta - 0,56) / 1,25$, para concretos com 50 MPa $< f_{ck} \leq 90$ MPa.

Assim, os momentos nas continuidades de vigas e lajes pode ser redistribuído em até 25% sem verificações adicionais, desde que a ductilidade da seção seja garantida.

Verifica-se que a norma brasileira segue a mesma linha do Código Modelo FIB 2010. No caso das restrições da profundidade da linha neutra, existe pouca alteração entre as duas normativas, visto que o código modelo apresenta as seguintes restrições:

$$\text{a) } x/d \leq \frac{(\delta - 0,44)}{(0,6 + 0,0014 / \varepsilon_{cu2})}, \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa};$$

$$\text{b) } x/d \leq \frac{(\delta - 0,54)}{(0,6 + 0,0014 / \varepsilon_{cu2})}, \text{ para concretos com } f_{ck} > 50 \text{ MPa};$$

Para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa, a restrição da profundidade da linha mostra-se igual nas duas normas, pois o valor de ε_{cu2} (deformação específica última no concreto) é igual a 0,35%; já para concretos $f_{ck} > 50$ MPa, pode apresentar pequenas diferenças já que o Código Modelo considera valores diferentes no valor de ε_{cu2} para estes concretos.

O Código Modelo permite uma redistribuição um pouco maior, porém estes valores não estão relacionados à estabilidade da estrutura como na norma brasileira, mas sim à classe de ductilidade dos aços utilizados. No caso dos aços de alta ductilidade, $\varepsilon_{uk} > 5\%$, pode-se adotar a redistribuição de:

$$\delta \geq 0,70$$

Para aços com baixa ductilidade, $\varepsilon_{uk} < 2,5\%$, o valor da redistribuição deve se limitar a:

$$\delta \geq 0,80$$

A NBR 7480 (2007) que regulamenta os aços destinados à armadura de estruturas de concreto armado, não apresenta especificação para aços de baixa ductilidade, apenas para alta ductilidade nos casos dos aços CA25 e CA50, que devem apresentar $\varepsilon_{uk} > 8\%$ e os aços de ductilidade normal, nos casos de aço CA60, que devem apresentar $\varepsilon_{uk} > 5\%$.

Para os casos em que a relação $x/d \leq 0,25$, à verificação explícita da capacidade de rotação plástica é dispensada em concretos $f_{ck} \leq 50$ MPa. Para os concretos com $f_{ck} > 50$ MPa, a dispensa desta verificação ocorre para $x/d \leq 0,15$.

Ressalta-se que de acordo com a norma brasileira as hipóteses de redistribuição de esforços são válidas apenas para o ELU, pois a plastificação da seção em serviço não é recomendável.

A redistribuição de esforços em vigas contínuas com seção T foi estudada por Sveison e Dilger (1991) por meio de modelos com aproximadamente 4 metros de vão, para redistribuições de 0%, 30% e 40% com base na norma canadense vigente à época. Verificou-se que, para a viga estudada, o escoamento do aço se deu com 30% de redistribuição, concluindo que as vigas estudadas apresentam grande capacidade de redistribuição dos momentos negativos, inclusive maior do que o admitido pela norma brasileira.

Calavera et. al. (1988) estudou comportamento de lajes contínuas com nervuras pré-moldadas protendidas, utilizando um critério de redistribuição de esforços para o dimensionamento que iguala o momento positivo no vão com o momento no apoio. No trabalho foram ensaiadas lajes contínuas dimensionadas para os carregamentos de 5, 7,5 e 10 kN/m² aproximados. Para todos os três modelos ensaiados, verificou-se que o comportamento em serviço das lajes ensaiadas até o esforço projetado se assemelha com o modelo obtido pela análise linear com rigidez constante. À medida que o carregamento supera o projetado, o comportamento da seção crítica permanece dúctil, com ruína por cargas acima do projetado. As rupturas ocorrem por flexão no vão com carga de ruptura aproximadamente 1,9 vezes superior à de dimensionamento, demonstrando grande redistribuição e adaptação dos momentos nos apoios (CALAVERA et al., 1988).

Gonzales e Peiretti (1989) efetuaram ensaios similares ao de Calavera et al. (1988) com os mesmos carregamentos e critérios de redistribuição, porém aplicado a lajes com vigotas pré-moldadas treliçadas em concreto armado. As conclusões obtidas foram semelhantes à de Calavera et al. (1988).

Magalhães (2001), em sua dissertação de mestrado, estudou por meio de modelos teóricos e experimentais o comportamento de lajes nervuradas pré-fabricadas contínuas, concluindo que este tipo de laje apresenta o melhor comportamento no ELU e ELS com redistribuições entre 15 e 40%. Neste caso, verificou experimentalmente que quanto maior o nível de redistribuição dos esforços nos apoios, a responsabilidade da segurança da estrutura no ELU da armadura negativa diminui, o que é vantajoso já que a armadura negativa apresenta maior dificuldade de posicionamento durante a execução. Verificou também que em lajes unidirecionais o modelo de não linearidade física proposto pelo código modelo CEB-90, em conjunto com a técnica chamada de carregamento incremental, que consiste

em considerar o carregamento total de uma estrutura por meio de um somatório de etapas de cargas, representam de forma adequada o comportamento da estrutura.

2.5.3 Ductilidade da seção e verificação da capacidade de rotação da rótula plástica

A norma brasileira permite redistribuições nos momentos negativos maiores que as estabelecidas, desde que sejam calculada através de análise não linear ou análise plástica com verificação explícita da capacidade de rotação das rótulas plásticas.

A rótula plástica forma quando o momento fletor na seção for grande ao ponto de superar o limite de escoamento do aço no banzo tracionado, ou seja, o momento solicitante atinge o momento de plastificação da seção (M_{ip}). À medida que o momento solicitante aumenta, a curvatura da seção aumenta rapidamente, mantendo o momento quase constante na seção (LEONHARDT; MÖNNING, 2007). Nas vigas de concreto armado a rótula plástica é dada pelo somatório das rotações plásticas ocorridas pelo alongamento do aço de cada fissura na região que ocorre a seção crítica (BACHMANN, 1971) como mostra a Figura 2.20.

Figura 2.20 – Modelo de rótula plástica em vigas submetidas a flexão.



Fonte: Bachmann (1971), adaptado.

A equação (2.41) a seguir representa a rotação plástica da seção crítica com base na Figura 2.20 desprezando a contribuição do concreto entre as fissuras:

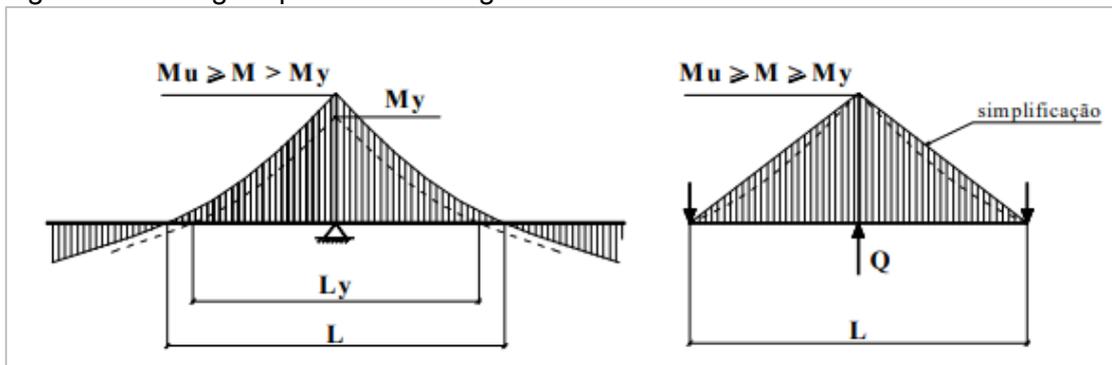
$$\theta_{pl} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{d - c_0} = \frac{1}{d - c_0} \sum_{i=1}^n w_i \quad (2.41)$$

De forma mais simples, a rotação plástica é a diferença entre a rotação total ocorrida na seção após atingir o momento de plastificação e a rotação elástica da seção, ocorrida antes da plastificação.

Segundo Eligehausen e Langer (1987) a capacidade de rotação plástica depende da altura da seção, do comportamento do aço e do concreto e também da ductilidade do aço utilizado para as armaduras, principalmente nos casos de seções com baixa porcentagem de armadura.

Uma das formas de se obter a capacidade de rotação plástica da seção crítica proposta por Buchaim (2001) é através da rotação plástica da viga equivalente da Figura 2.21, baseado no estudo realizado por Langer em 1987. A viga equivalente corresponde ao trecho entre momentos nulos numa viga contínua junto ao seu apoio que contém a seção crítica que ocorrem as deformações plásticas (BUCHAIM, 2001).

Figura 2.21 – Viga equivalente na região da continuidade



Fonte: Buchaim (2001), adaptado.

A capacidade de rotação plástica é dada pelo somatório da diferença entre a curvatura obtida do carregamento último da seção e a curvatura obtida pelo carregamento que leva a armadura de aço ao escoamento, que aplicado à viga equivalente poder ser representada pela seguinte integração (CARMO; VALENÇA; DIAS-DA-COSTA, 2013):

$$\theta_{pl} = \int_{l_{pl}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_y} \right) dl \quad (2.42)$$

Onde:

θ_{pl} é a capacidade de rotação plástica;

l_{pl} é o comprimento da zona plastificada;

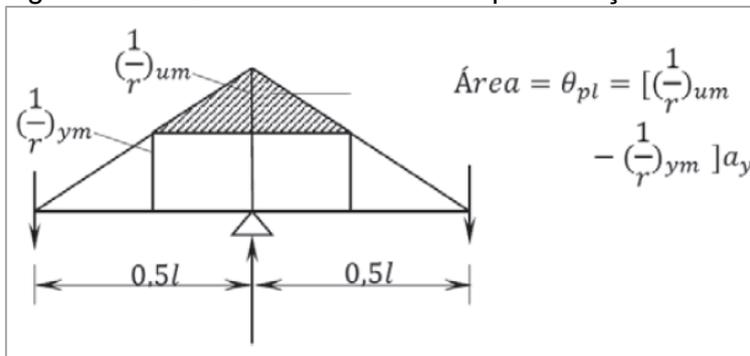
$\frac{1}{r_y}$ é a curvatura no momento fletor que ocorre a plastificação da armadura

(Momento de início de plastificação - M_{ip});

$\frac{1}{r}$ é a curvatura na seção superior a curvatura de plastificação da armadura.

A integral da equação (2.42) pode ser simplificada conforme Figura 2.22:

Figura 2.22 – Curvaturas na zona de plastificação.



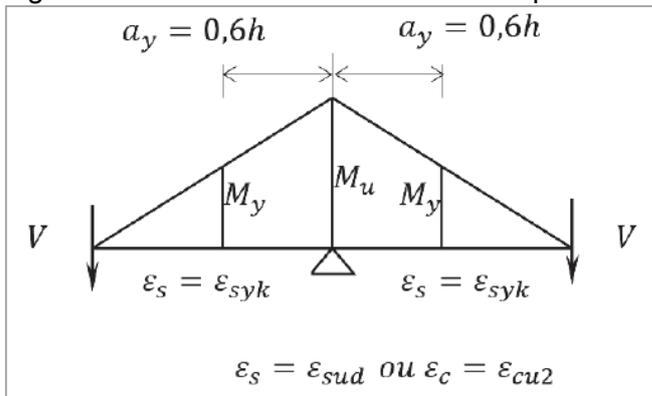
Fonte: Buchaim (2013), adaptado.

Onde:

L é a distância entre os momentos nulos sucessivos da viga equivalente.

Segundo Buchaim (2015) as múltiplas influências que envolvem a rotação plástica na viga equivalente dificultam a adoção de uma função genérica e segura para determinar a capacidade de rotação plástica para as vigas de concreto armado. Neste caso, supõe-se uma viga equivalente com comprimento $L=6d$ com uma zona plastificada $2a_y=1,2h$ em que $a_y=0,6h$ para cada lado do apoio da viga equivalente conforme a Figura 2.23 a seguir, de modo a reduzir a análise desta viga equivalente para uma análise de seção transversal.

Figura 2.23 – momentos fletores e zona plastificada.

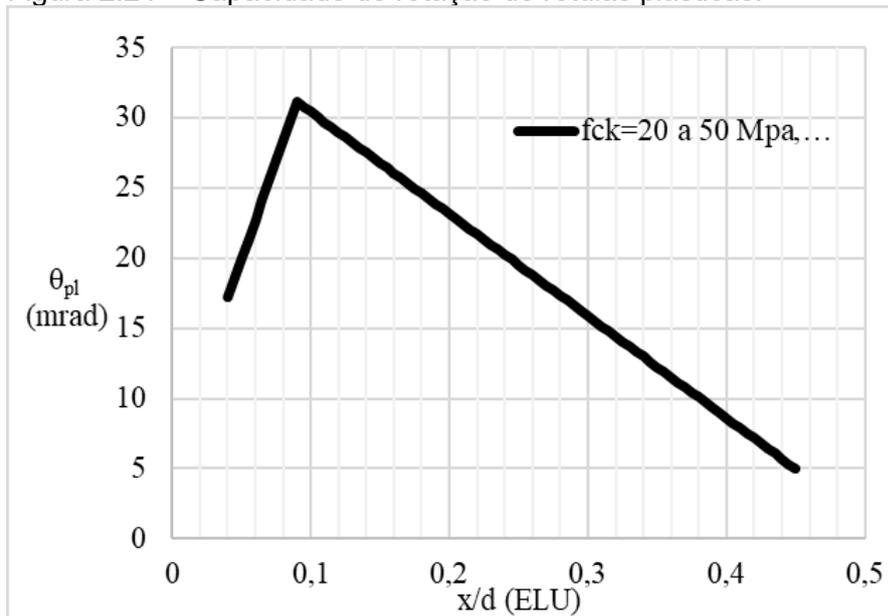


Fonte: Buchaim (2013), adaptado.

O valor aproximado $a_y=0,6h$ também é adotado pelo Código Modelo – fib de 2010 onde apresenta um procedimento simplificado por gráficos para obtenção da capacidade de rotação plástica através da profundidade da linha neutra no ELU similar ao da norma brasileira. Os gráficos levam em consideração uma viga padrão onde a zona plastificada é dada por $a_y=0,6h$ e utiliza um fator de correção para as vigas que apresentam outras configurações de zona plastificada.

O método utilizado pela norma brasileira é similar ao do Código Modelo, onde a principal alteração se encontra na atualização para os aços de acordo com a NBR 7480 (2007) e as classes de concreto utilizados no Brasil. A Figura 2.24 a seguir mostra o gráfico para a obtenção da capacidade de rotação plástica adotado pela NBR 6118 (2014) para o aço CA-50 e concreto $f_{ck}=20$ a 50 MPa.

Figura 2.24 – Capacidade de rotação de rótulas plásticas.



Fonte: NBR6118 (2014), adaptado.

Também são apresentados na norma brasileira os gráficos para seções de concreto armado utilizando aço CA-60, que apresenta menor ductilidade em relação ao aço CA-50, e gráficos para concretos com f_{ck} maiores que 50MPa que não foram utilizados neste trabalho.

Os gráficos da NBR 6118 (2014) fornecem a capacidade de rotação plástica para uma relação $a/d = 3$, onde $a = M_{Sd} / V_{Sd}$, sendo que M_{Sd} é o momento fletor solicitante e V_{Sd} é o esforço cortante solicitante na seção. Para outras relações de a/d , os valores obtidos no gráfico devem ser multiplicados pelo fator $\sqrt{(a/d)/3}$.

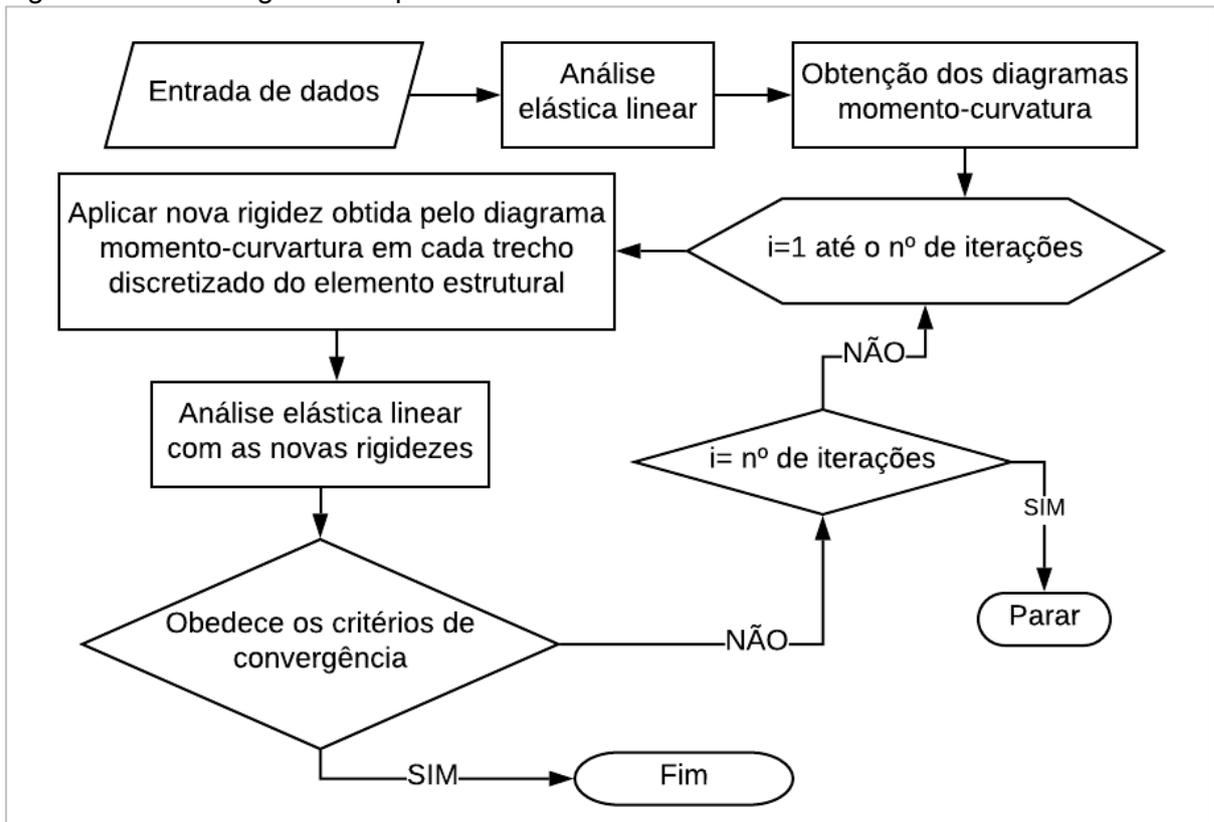
No presente trabalho será adotado o método indicado pela NBR 6118 (2014) para obtenção da capacidade de rotação plástica nas continuidades, com base no trabalho de Buchaim (2015) publicado nos Comentários Técnicos do Ibracon.

2.6 NÃO LINEARIDADE FÍSICA DOS MATERIAIS

Para vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, pode-se obter a não linearidade da seção através do seu diagrama momento-curvatura apresentado no Item 2.3. É um processo iterativo que necessariamente exige que o elemento estrutural seja discretizado em quantos trechos forem necessários, e deve ser precedido de uma análise elástica linear.

Após a obtenção dos momentos fletores por meio da análise elástica linear prévia, para cada trecho do elemento discretizado se obtém a curvatura correspondente ao momento fletor atuante. Com a curvatura, obtém-se a rigidez (EI) por meio da equação (2.7) que é atribuída ao elemento. Aplicada a nova rigidez a todos os trechos se efetua novamente o cálculo da estrutura. Esta operação é repetida até o processo atingir os critérios de convergência estipulados.

Figura 2.25 – Fluxograma simplificado da análise não linear.



Fonte: Autor.

Pereira (2009), estudou a aplicação de modelos não lineares para a obtenção de esforços em serviço em lajes de barragem, desenvolvendo um procedimento não linear para considerar a contribuição do concreto entre as fissuras (*tension stiffening*) utilizando diagramas momento-curvatura. Um deles foi o modelo sugerido por Branson, adotado pela NBR 6118 (2014), o outro pelo método adotado pelo código modelo do CEB-FIB (1990) e por fim por um diagrama bi-linear simplificado. Os modelos foram adotados com o intuito de verificar a existência de redistribuições em serviço em vigas contínuas comparando-os com os valores obtidos pela análise linear. Concluiu, portanto, que o modelo adotado por Branson apresenta o efeito do *tension*

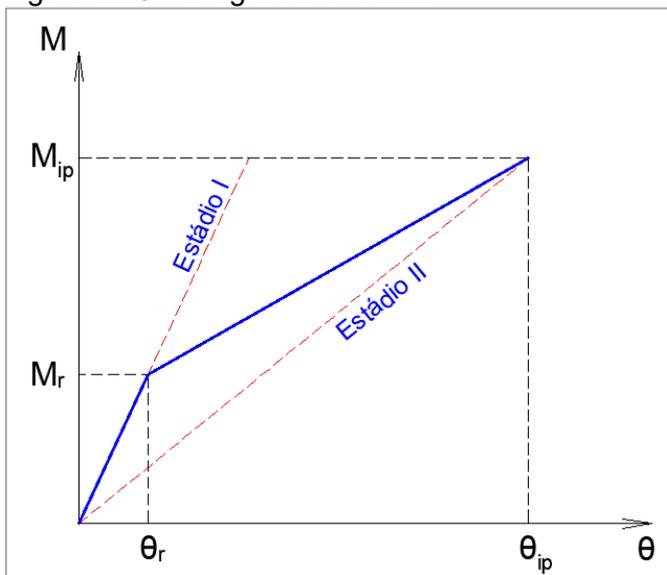
stiffening mais acentuado, principalmente em vigas com pequena taxa de armadura. Já o diagrama proposto pelo código modelo apresenta valores mais conservadores gerando valores de rigidez mais baixos, e por fim o modelo bi-linear apresenta resultados satisfatórios quando comparado aos outros dois, considerando sua simplicidade na obtenção dos valores de rigidez.

No presente trabalho foram adotados o modelo simplificado bi-linear e o modelo de Branson para as verificações em serviço quanto para as verificações do estado limite último.

2.6.1 Diagrama momento curvatura bi-linear

O diagrama bi-linear adotado por Pereira (2009) é uma simplificação do diagrama momento-curvatura da Figura 2.5, que consiste na representação do trecho do diagrama pós-fissuração em uma reta em que o ponto inicial é dado pelo momento de fissuração (M_r) e sua respectiva curvatura e o ponto final é dado pelo momento de início de plastificação (M_{ip}) e sua respectiva curvatura conforme Figura 2.26.

Figura 2.26 – Diagrama bi-linear.



Fonte: Pereira (2009), adaptado.

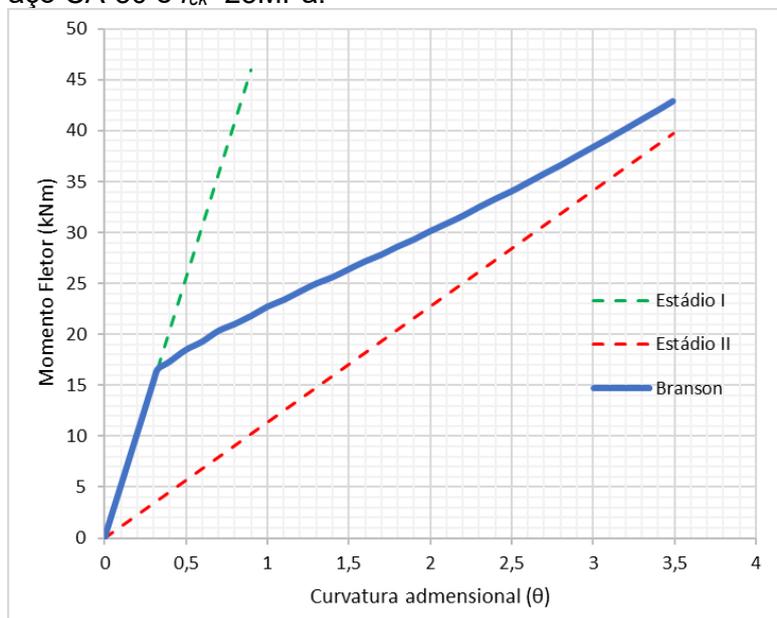
2.6.2 Diagrama momento curvatura baseado no momento de inércia efetivo de Branson

O modelo de momento de inércia efetivo proposto por Branson, apresentado na equação (2.38), pode ser utilizado na elaboração de um diagrama momento curvatura da seção para a utilização na análise não linear, utilizando o coeficiente $m=4$ conforme exposto no Item 2.4.2.2.

$$I_{eq} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^4 \cdot I_I + \left(1 - \frac{M_r}{M_a} \right)^4 \cdot I_{II} \right\} \leq I_I \quad (2.43)$$

O diagrama momento-curvatura é obtido atribuindo inicialmente valor de $M_a = 0$ com incremento sucessivo até atingir o valor de M_{ip} obtendo para cada etapa incremental a respectiva curvatura adimensional (θ) calculado conforme equação (2.2). A Figura 2.27 a seguir mostra o exemplo de um diagrama momento-curvatura obtido pela equação de Branson:

Figura 2.27 – Exemplo de diagrama momento-curvatura utilizando a rigidez equivalente proposta por Branson para uma viga com dimensões: $b=15\text{cm}$; $h=40\text{cm}$; $d=0,9h$; $\rho=0,04\%$; aço CA-50 e $f_{ck}=25\text{MPa}$.



Fonte: Autor.

2.6.3 Convergência dos modelos não lineares

Durante a obtenção dos resultados, foram verificadas dificuldades na convergência dos modelos não lineares, principalmente nas verificações em serviço.

A provável causa é a mudança brusca no diagrama momento curvatura da função que rege o estágio I para a função que rege o estágio II. Quando o momento atuante apresenta valores próximos ao M_r , a rigidez alterna entre as duas curvas, gerando iterações infinitas sem convergência.

Uma das formas de contornar este problema é adotar o método do carregamento incremental, onde o carregamento atuante na viga é dividido em n incrementos de carga e aplicado de forma incremental até atingir o carregamento previsto.

Este método foi estudado por Pereira (2009), utilizando 200, 400 e 1000 incrementos de carga. Nos casos em que a rigidez era aplicada livremente nas barras da viga o problema de falta de convergência se mantinha. Assim, para a aplicação do método a rigidez foi limitada a rigidez do incremento anterior, partindo do pressuposto que quando a viga de concreto fissura, a rigidez dela num acréscimo de carga não pode aumentar.

Neste trabalho foi adotado o carregamento incremental para os casos em que o número de iterações do método tradicional ultrapassarem um valor estabelecido, devido ao alto custo computacional do procedimento de incremento de carga.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

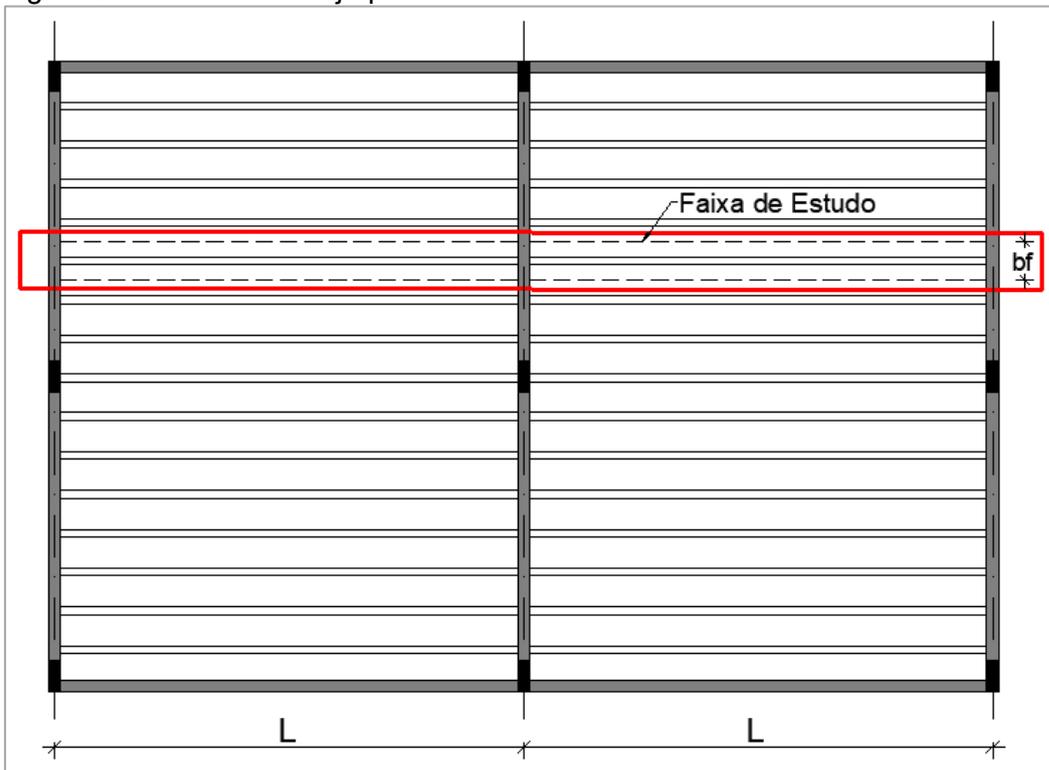
3.1 EXEMPLO ESTUDADO

Conforme apresentado no Item 2.2, as lajes nervuradas são elementos estruturais sujeitos basicamente à flexão simples, onde a rigidez à torção é muito inferior à rigidez à flexão, podendo em alguns casos ser até desprezada.

Neste sentido, optou-se pela adoção de modelos unidirecionais analisados como vigas contínuas, ao invés de modelos com grelhas planas, devido à facilidade de compreensão, avaliação e obtenção da ordem de grandeza dos resultados, sem prejuízo para a análise. Além do mais, existem poucos trabalhos com este tema, considerando que os resultados obtidos por modelos simples tendem a esclarecer de forma mais adequada o problema proposto.

Para o presente trabalho, foram estudados 3 exemplos de lajes nervuradas unidirecionais, adotando a faixa referente a uma nervura para as análises conforme mostra a Figura 3.1.

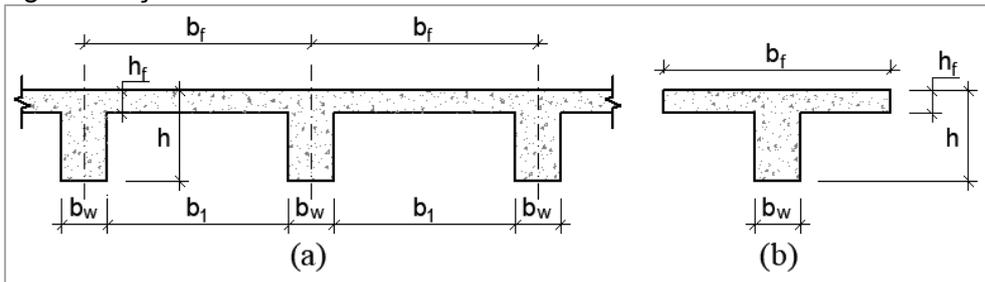
Figura 3.1 – Modelo da laje para o estudo.



Fonte: Autor.

A seção transversal da laje conforme mostra a Figura 3.2a) foi reduzida à análise de uma viga contínua de seção T com área de influência de uma nervura de acordo com a Figura 3.2b). Na redução da análise para uma viga T, fez-se necessário compatibilizar o carregamento obtido por área, para a faixa de estudo correspondente à distância entre nervuras mostrada na Figura 3.2b).

Figura 3.2 – a) Seção transversal da laje nervurada em estudo; b) simplificação para uma viga de seção T.



Fonte: Autor.

Os materiais e carregamentos adotados encontram-se dispostos na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1 – Dados das lajes estudadas.

Descrição	Valor
Característica do concreto	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Característica do aço	CA50
Sobrecarga	$q_{qk} = 1,5 \text{ KN/m}^2$
Revestimento	$q_{g2k} = 1,0 \text{ KN/m}^2$
Peso próprio	$q_{g1k} = 2,0 \text{ KN/m}^2$

Fonte: Autor.

As características de cobertura da armadura, limites para abertura de fissuras e deformações foram adotadas para este trabalho conforme a Tabela 3.2 a seguir:

Tabela 3.2 – Características gerais das lajes estudadas

Descrição	Valor
Classe de agressividade ambiental	CAA II
Limite de abertura de fissuras (ELS-W)	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$
Limite de deformação (ELS-DEF)	$\Delta_{max} \leq L/250$

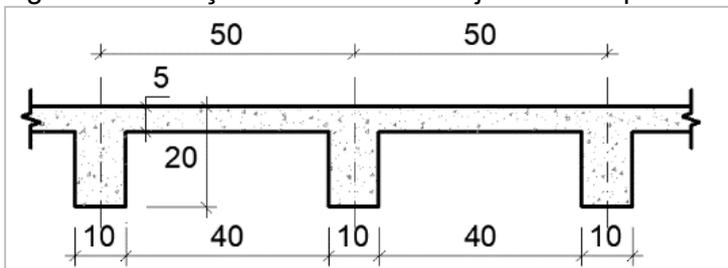
Fonte: Autor.

As características dos 3 exemplos estudados serão apresentadas nos itens a seguir.

3.1.1 Exemplo 1

A laje estudada no Exemplo 1 possui 2 vãos adjacentes de 6 metros cada, com características geométricas da seção conforme a Figura 3.3 a seguir:

Figura 3.3 – Seção transversal da laje do Exemplo 1.



Fonte: Autor.

A Tabela 3.3 mostra os carregamentos característicos por área adotados para a análise e sua equivalência para a faixa de estudo de 50 centímetros, correspondente à distância entre nervuras (b_f).

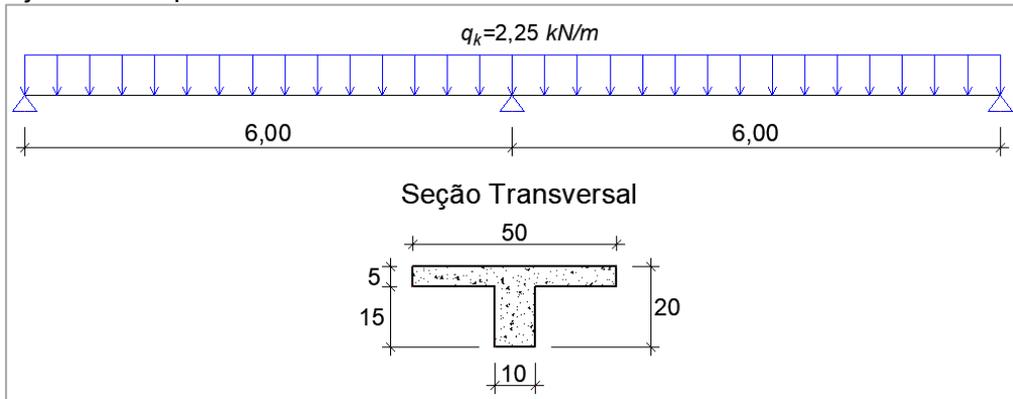
Tabela 3.3 – Carregamentos Exemplo 1.

Descrição	Valor	Valor para a faixa de estudo (50 cm)
Sobrecarga	$q_{qk} = 1,5 \text{ KN/m}^2$	$q_{qk} = 0,75 \text{ KN/m}^2$
Revestimento	$q_{g2k} = 1,0 \text{ KN/m}^2$	$q_{g2k} = 0,5 \text{ KN/m}^2$
Peso próprio	$q_{g1k} = 2,0 \text{ KN/m}^2$	$q_{g1k} = 1,0 \text{ KN/m}^2$

Fonte: Autor.

A Figura 3.4 a seguir representa o esquema estático com os carregamentos característicos e a seção transversal da laje do Exemplo 1.

Figura 3.4 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seção transversal da laje do Exemplo 1.

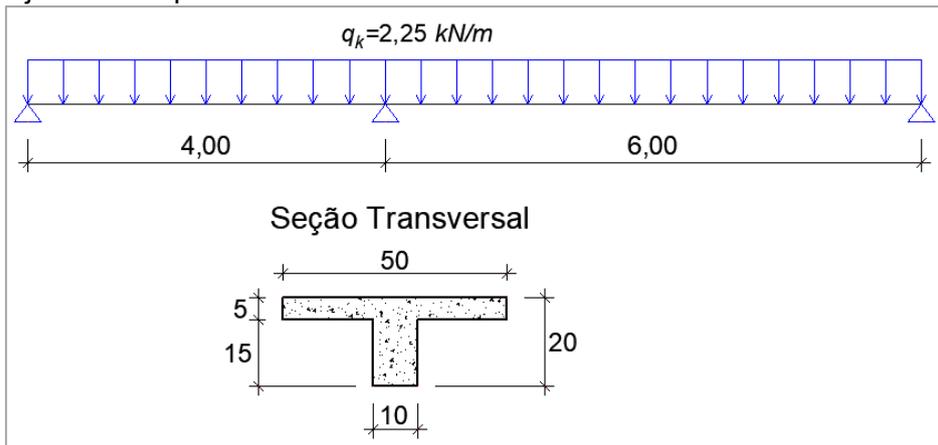


Fonte: Autor.

3.1.2 Exemplo 2

A laje estudada no exemplo 2 possui os mesmos carregamentos mostrados na Tabela 3.3 e as mesmas características geométricas da laje do Exemplo 1, mostrada na Figura 3.3. Porém, neste exemplo foram estudadas lajes contínuas com vãos adjacentes de 4 e 6 metros de comprimento, respectivamente, de acordo com a Figura 3.5.

Figura 3.5 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seção transversal da laje do Exemplo 2.



Fonte: Autor.

3.1.3 Exemplo 3

No exemplo 3, foi estudada a mesma laje do Exemplo 2, porém neste caso foi adotada a espessura de 13 centímetros para a laje com vão de 4 metros, tornando

sua espessura compatível com as solicitações do respectivo vão. A seção correspondente ao vão de 6 metros foi mantida com a mesma espessura dos exemplos anteriores.

Com a redução da espessura, houve uma pequena redução no peso próprio da estrutura, como mostra a Tabela 3.4 a seguir.

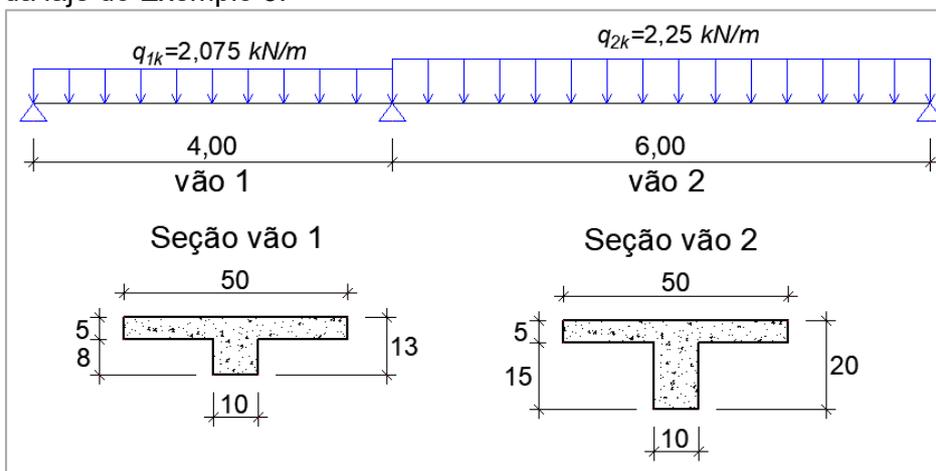
Tabela 3.4 – Carregamentos Exemplo 3.

Descrição	Valor	Valor para a faixa de estudo (50cm)
Sobrecarga	$q_{qk} = 1,5 \text{ KN/m}^2$	$q_{qk} = 0,75 \text{ KN/m}^2$
Revestimento	$q_{g2k} = 1,0 \text{ KN/m}^2$	$q_{g2k} = 0,5 \text{ KN/m}^2$
Peso próprio vão 1	$q_{g1k} = 1,65 \text{ KN/m}^2$	$q_{g1k} = 0,825 \text{ KN/m}^2$
Peso próprio vão 2	$q_{g1k} = 2,0 \text{ KN/m}^2$	$q_{g1k} = 1,0 \text{ KN/m}^2$

Fonte: Autor.

O esquema estático da laje estudada no exemplo 3 está representado na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Esquema estático com os carregamentos característicos e seções transversais da laje do Exemplo 3.



Fonte: Autor.

3.1.4 Estudos adicionais

Para aproveitar o potencial do software desenvolvido, também foram feitos estudos sobre a capacidade de redistribuição dos momentos na continuidade em vigas contínuas de seção retangular, seção T e em lajes maciças, que serão apresentadas no Capítulo 5.

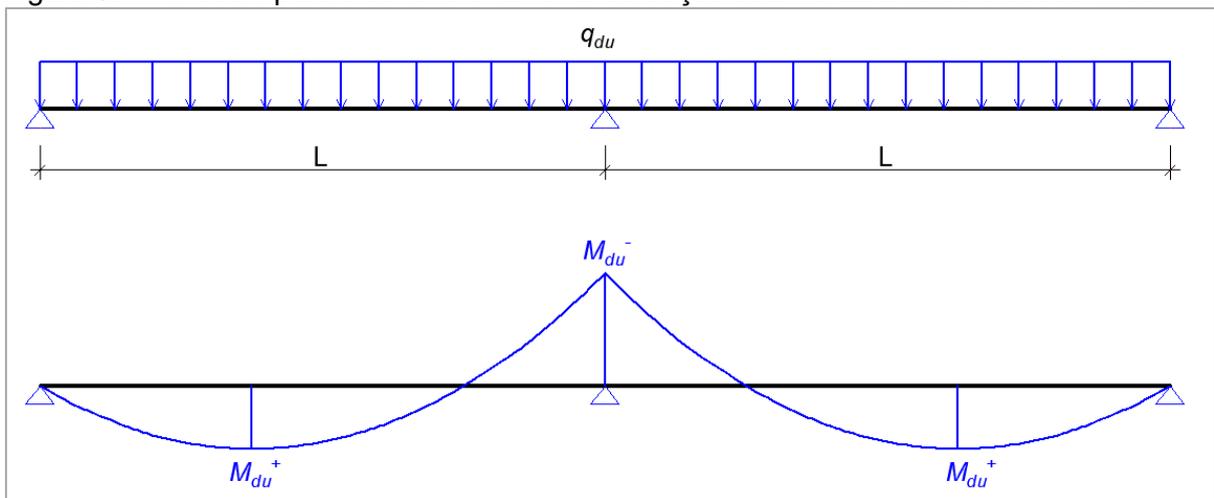
3.2 METODOLOGIA

De acordo com o exposto nos objetivos do trabalho, as lajes analisadas por modelos de vigas contínuas tiveram seus momentos nas continuidades redistribuídos até o limite em que os parâmetros normativos não foram mais satisfeitos, onde foram estudados os efeitos gerados por estas redistribuições nos estados limites de utilização e ductilidade da rótula plástica para cada nível de redistribuição analisado.

O procedimento para obtenção dos resultados consiste nas seguintes etapas:

- Efetua-se o dimensionamento prévio das lajes para o ELU com os carregamentos últimos de dimensionamento conforme as equações (2.26) e (2.27), a exemplo da Figura 3.7:

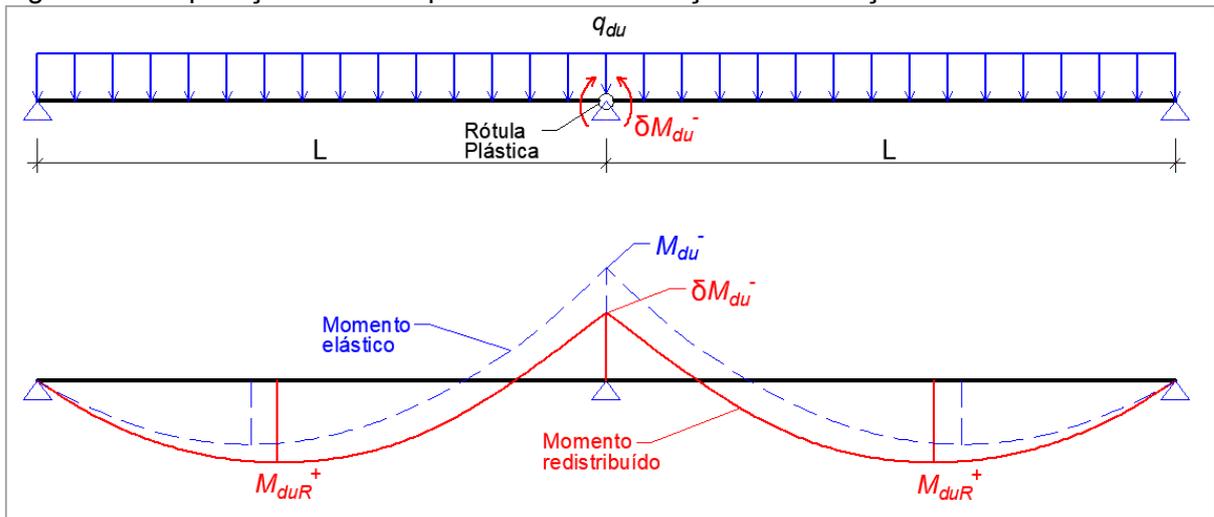
Figura 3.7 – Modelo para o dimensionamento da seção através da análise elástica-linear.



Fonte: Autor.

- Após a obtenção dos resultados da análise elástica, procede-se para a análise com redistribuição do momento negativo, aplicando uma rótula plástica com o valor do momento redistribuído, calculando novamente a armadura para os novos momentos encontrados (Figura 3.8).

Figura 3.8 – Aplicação da rótula plástica e redistribuição dos esforços.



Fonte: Autor.

- Com as armaduras dimensionadas, procede-se para a verificação da viga em serviço para abertura de fissuras (ELS-W), deformação excessiva (ELS-DEF) e verificação da ductilidade da rótula plástica formada;
- Repete-se o processo reduzindo o valor de δ até encontrar o valor limite em que a estrutura não apresente mais desempenho satisfatório em serviço ou ductilidade da rótula plástica, de modo a encontrar a maior redistribuição possível em que os limites normativos são respeitados.

As análises de serviço e ductilidade foram realizadas para as seguintes considerações de rigidez da seção transversal ao longo da viga:

- a) Comportamento elástico-linear considerando a seção bruta do concreto ao longo de toda a extensão, análise simplificada que pode ser utilizada para o dimensionamento da seção e verificações de fissuração segundo a NBR 6118;
- b) Comportamento elástico-linear desconsiderando a contribuição da mesa na rigidez da seção onde atuam os momentos negativos. Ou seja, considerando a seção T para o cálculo do momento de inércia da seção onde atuam os momentos positivos da viga e seção retangular para o cálculo do momento de inércia da seção onde atuam os momentos negativos da viga. Esta análise surgiu porque nos momentos negativos a mesa da seção T encontra-se

majoritariamente submetida à tração, situação em que o concreto se apresenta fissurado, contribuindo pouco para a rigidez seção. Trata-se de um modelo que tenta simplificadamente avaliar os efeitos da fissuração da região da mesa na obtenção dos esforços e terá validade apenas após ser verificado pelos modelos não lineares;

- c) Comportamento considerando o momento de inércia no estágio II puro para toda a extensão da viga. Este modelo pode ser considerado uma análise simplificada do comportamento não linear da seção, principalmente para a obtenção do momento fletor de serviço, por levar em consideração a armadura dimensionada da seção e desprezar a resistência do concreto tracionado no cálculo da rigidez da seção. Para a verificação das rotações plásticas é considerada pelo IBRACON (2015) como um modelo favorável à segurança;
- d) Comportamento considerando a não linearidade física da seção para o modelo bi linear apresentado no Item 2.6.
- e) Comportamento considerando a não linearidade física da seção para o modelo Branson apresentado no Item 2.6.
- f) Comportamento considerando a rigidez equivalente de forma simplificada de acordo com a NBR 6118 (2014), com ponderação nos locais em que atuam momentos positivos e negativos.

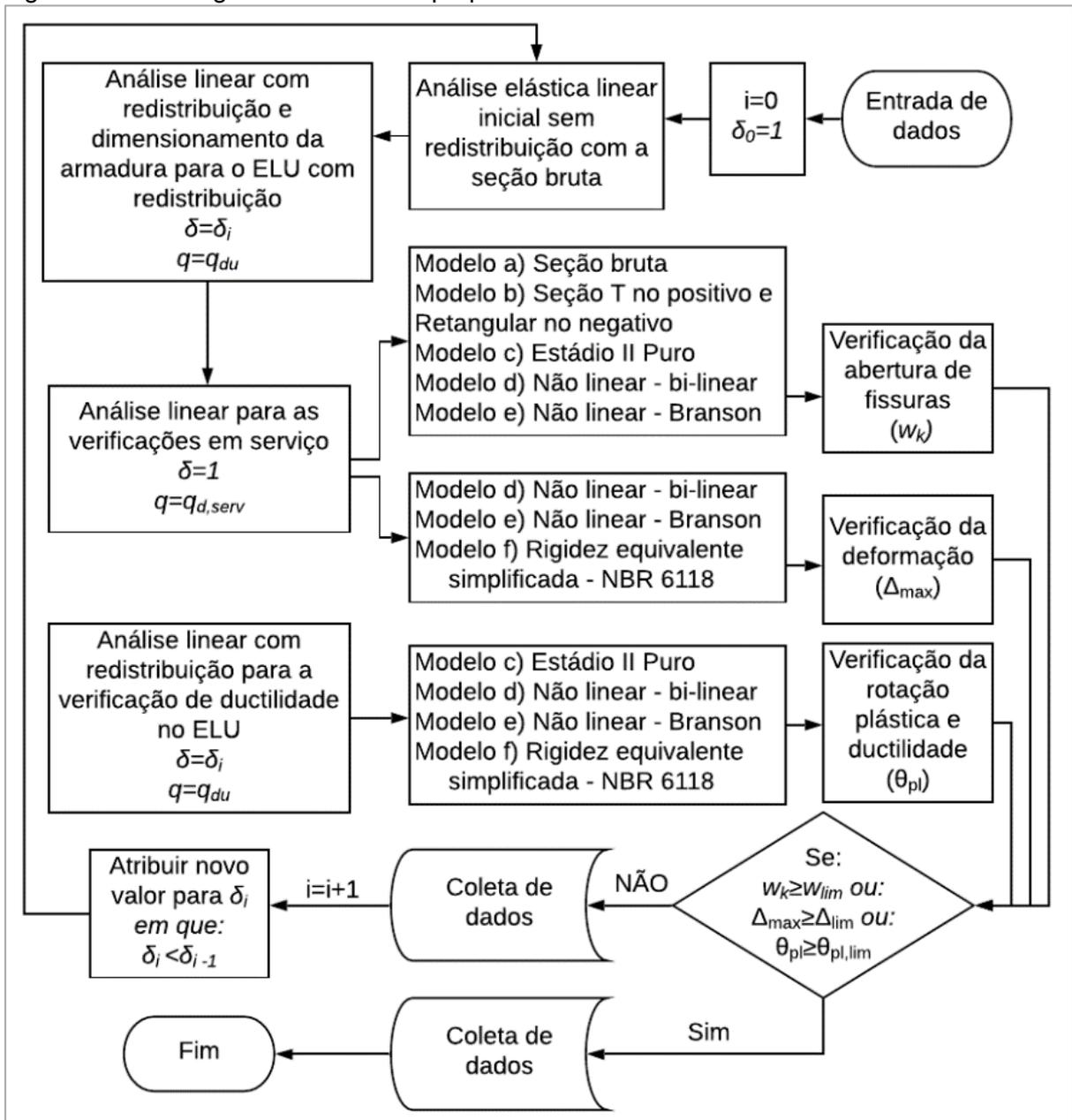
Nas verificações em serviço relacionadas a abertura de fissuras (ELS-W), foram utilizados os modelos acima com exceção do caso f).

Para o estudo da capacidade de rotação plástica foram utilizados os modelos dos casos c), d), e) e f). Por se tratar de uma verificação no Estado Limite Último, a rigidez adotada tem que ser compatível com o modelo do ELU, onde a fissuração da seção deve ser considerada, portanto não admite análises com rigidez bruta. Em relação ao modelo f), foi estudada a sua viabilidade em análises para a verificação da rotação plástica.

As deformações foram avaliadas adotando a rigidez equivalente sugerida pela NBR 6118 (2014) do modelo f) e os modelos não lineares utilizados nas outras análises com a consideração aproximada da fluência.

O processo de obtenção dos resultados pode ser resumido no fluxograma a seguir:

Figura 3.9 – Fluxograma do trabalho proposto.



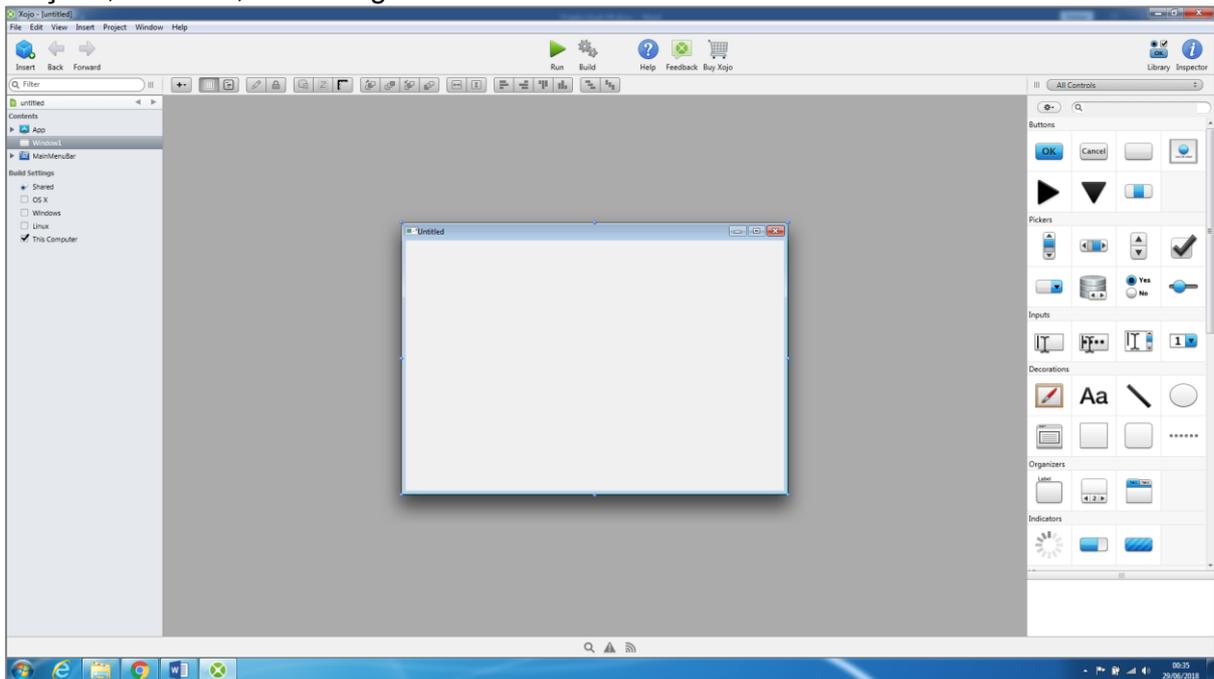
Fonte: Autor.

3.3 SOFTWARE DESENVOLVIDO PARA OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

Para auxiliar no cumprimento dos objetivos do trabalho com base no fluxograma exposto na Figura 3.9, foi desenvolvido o software S-vigas pelo autor para o cálculo, dimensionamento para o ELU e verificações para o ELS utilizando o software Xoyo

como linguagem de programação. O Xojo é uma linguagem orientada-objeto para criação de aplicativos para *desktops* e celulares. Apresenta um rico conjunto de objetos de interface gráfica para o desenvolvimento dos aplicativos, um depurador e um compilador multi-plataforma.

Figura 3.1 – Janela de trabalho do Xojo. No canto direito aparece a biblioteca de elementos de entrada gráfica. No canto esquerdo o painel de navegação do programa: janelas; funções; métodos; variáveis globais e etc.



Fonte: Autor.

Quando comparado com softwares comumente utilizados para programação de modelos matemáticos, como por exemplo o Matlab, o Xojo apresenta vantagem para o usuário no que se refere à entrada gráfica e a apresentação de resultados por conta de sua rica biblioteca de elementos gráficos, que torna o aplicativo desenvolvido atrativo visualmente. Entretanto, para aplicativos de engenharia existem algumas desvantagens em relação ao Matlab, sendo a principal a ausência de funções matemáticas mais abrangentes predefinidas, como por exemplo operações com matrizes. Neste sentido, as operações mais básicas entre vetores e matrizes devem ser programadas pelo usuário. Outra dificuldade encontrada foi a apresentação de gráficos. Existem funções básicas de plotagem de linhas, arcos e outros elementos, entretanto os eixos coordenados, linhas de grade, linhas tracejadas entre outras também devem ser programadas.

Para suprir o fluxo de dados apresentado na Figura 3.9, o software foi dividido em módulos: Entrada de Dados, Análise Estrutural, diagramas, Abertura de Fissuras, Deformações Excessivas e Rotação Plástica.

3.3.1 Entrada de Dados

O Módulo de Entrada de Dados apresenta ferramentas para as etapas de cálculo e dimensionamento de uma viga com seção T ou seção retangular de múltiplos vãos. Também apresenta ferramentas para calcular vigas com seções variáveis ao longo dos vãos, e permite o número de apoios que o usuário desejar, podendo ser apoios fixos, móveis ou engaste, além de permitir redistribuições no momento negativo (que é o principal objetivo deste trabalho). A tela inicial deste módulo é apresentada na Figura 3.10.

Figura 3.10 – Tela de entrada de dados.

The screenshot shows the 'S-Vigas' software interface. The main window contains several input panels:

- Seções (Sections):** A table with 3 columns for section properties. Below the table are checkboxes for 'Considerar As dupla para rigidez nos momentos positivos' and 'Considerar As dupla para rigidez nos momentos negativo', and buttons for 'Dimensionar Armadura e Seções' and 'Visualizar Inércia'.
- Materiais (Materials):** Input fields for f_{ck} (25 MPa), f_{yk} (500 MPa), E_s (210000 MPa), and E_{cs} (24150 MPa).
- Carregamento Distribuído (Distributed Loading):** Input fields for 'Revestimento (kN/m²): 1', 'Sobrecarga (kN/m²): 1,5', and 'Largura de atuação da carga (m): 0,5'. Includes a checked box for 'Considerar Peso Próprio' and a 'Momento Curvatura' button.
- Nós (Nodes):** A table with columns: x (m), Restrição y, Restrição R..., and Redistribuiç... The data is: (0, 1, 0, 0), (6, 1, 0, 20), (12, 1, 0, 0). Buttons: 'Adicionar', 'Remover'.
- Rótulas (Joints):** A field for 'x (m)' and 'Momento (kNm)'. Buttons: 'Adicionar', 'Remover'.
- Cargas Concentradas (kN) (Concentrated Loads):** A table with columns: x (m), Fy (kN), M (kNm), and Natureza. Buttons: 'Adicionar', 'Remover'.
- Carregamento Distribuído Extra (kN/m) (Extra Distributed Loading):** A table with columns: xi (m), xf (m), q(kN/m), and Natureza. Buttons: 'Adicionar', 'Remover'.

A prominent blue button labeled 'Calcular Viga' is located in the lower right area. At the bottom of the window, there are three buttons: 'Robô Rotula PL', 'Robô Fissura', and 'Robô Deformação'.

Fonte: Autor.

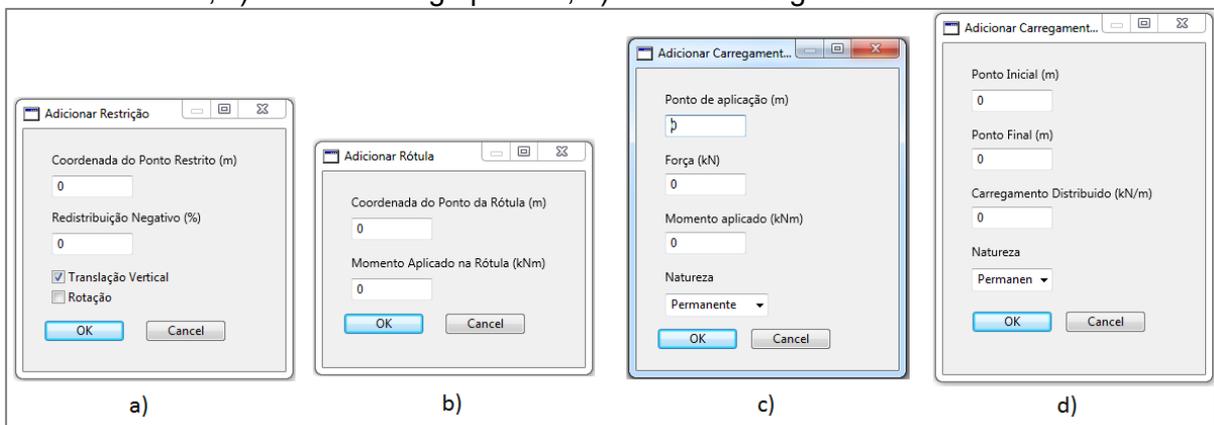
No campo “Nós” o usuário entra com os dados referentes aos nós da viga. Trata-se do campo em que o usuário caracteriza a quantidade de apoios, balanços (se

houver) e suas coordenadas. Quanto aos apoios, tem-se a opção de restringir o movimento vertical e rotação (engaste), bem como atribuir uma redistribuição em porcentagem para o momento negativo no caso dos engastes e apoios centrais. A redistribuição em porcentagem corresponde ao percentual do momento negativo redistribuído, sendo o parâmetro adotado para obter o valor de δ pela seguinte relação:

$$\delta = 1 - \frac{\text{Redistribuição}}{100} \quad (3.1)$$

Neste software a redistribuição será aplicada apenas nos diagramas do Estado Limite Último. No campo “Rótulas”, o usuário pode inserir rótulas na viga, com ou sem momento aplicado. No campo “Cargas Concentradas” o usuário entra com as cargas pontuais verticais e de momento, suas coordenadas e natureza, podendo ser acidentais ou permanentes. Como o estudo em questão se trata de uma laje unidirecional calculada com o modelo de viga contínua, foi implementado o campo “Carregamento Distribuído” para aplicar diretamente o carregamento da laje em sua faixa de atuação sem a necessidade do cálculo manual deste carregamento. Caso o usuário deseje inserir um carregamento distribuído diferente do proveniente do carregamento de laje, a entrada apresenta o campo “Carregamento Distribuído Extra”. Os botões “Adicionar” dos campos supracitados levam o usuário à uma nova janela para que entre com as características dos dados a serem inseridos.

Figura 3.11 – Janelas abertas ao apertar o botão “Adicionar”. a) Adicionar nó ou restrição; b) Adicionar rótula; c) Adicionar carga pontual; d) Adicionar carga distribuída.



Fonte: Autor.

A janela de entrada de dados apresenta em seu canto inferior esquerdo o campo para definição dos materiais a serem utilizados. O campo “Seções” é o responsável pela caracterização das seções ao longo da viga. Nele o usuário pode definir quantas seções quiser e atribuir manualmente suas propriedades elencadas no próprio campo. O botão “Dimensionar Seção” efetua o dimensionamento prévio automático das armaduras superiores e inferiores, definindo também o ponto de início e de fim de cada seção de acordo com o diagrama de momento fletor elástico-linear. Nesta rotina o programa efetua um cálculo matricial da estrutura para obter os momentos no ELU e dimensiona as armaduras para flexão consonante com a norma brasileira. Este dimensionamento é opcional, dando liberdade de alterar qualquer propriedade após a obtenção do resultado, antes de efetuar o cálculo da viga.

Como o software apresenta várias possibilidades de entrada de dados, foram implementados botões para validação de dados.

O botão “Visualizar Inércia” mostra o resultado do momento de inércia da seção para cada uma das hipóteses estudadas: Momento de inércia da seção bruta; Momento de inércia no estágio I (Item 2.3.1); Momento de inércia no estágio II para os momentos positivos e negativos (item 2.3.2).

Figura 3.12 – Janela de visualização dos momentos de inércia ao longo da viga

Coord Ini	Coord Fin	Ib x10 ⁵	xd(cm)
0	4.2	12.70833	13.75
4.2	7.8	12.70833	13.75
7.8	12	12.70833	13.75

Coord Ini	Coord Fin	I2 Pos x...	xII (cm)
0	4.2	2.269175	2.366
4.2	7.8	2.269175	2.366
7.8	12	2.269175	2.366

Coord Ini	Coord Fin	I1 x10 ⁵	xI (cm)
0	4.2	13.66632	13.527
4.2	7.8	13.99013	13.704
7.8	12	13.66632	13.527

Coord Ini	Coord Fin	I2 Neg x...	xII(cm)
0	4.2	0	0
4.2	7.8	3.433205	6.592
7.8	12	0	0

Fonte: Autor.

Com o botão “Visualizar Carregamento”, também implementado para validação de dados, o usuário pode verificar os carregamentos e o local onde estão sendo aplicados, bem como sua natureza. Pode-se alternar entre as combinações do ELU e ELS.

Figura 3.13 – Janela de visualização dos carregamentos.

Visualizar Carregamento

ELU lb

Carregamento Distribuído

xi (m)	xf (m)	Pp (kN/m)	Rev (kN/m)	Sc (kN/m)	Extra Sc (k...)	Extra Perm...	q (kN/m)
0	4.2	1	0.5	0.75	0	0	-3.15
4.2	7.8	1	0.5	0.75	0	0	-3.15
7.8	12	1	0.5	0.75	0	0	-3.15

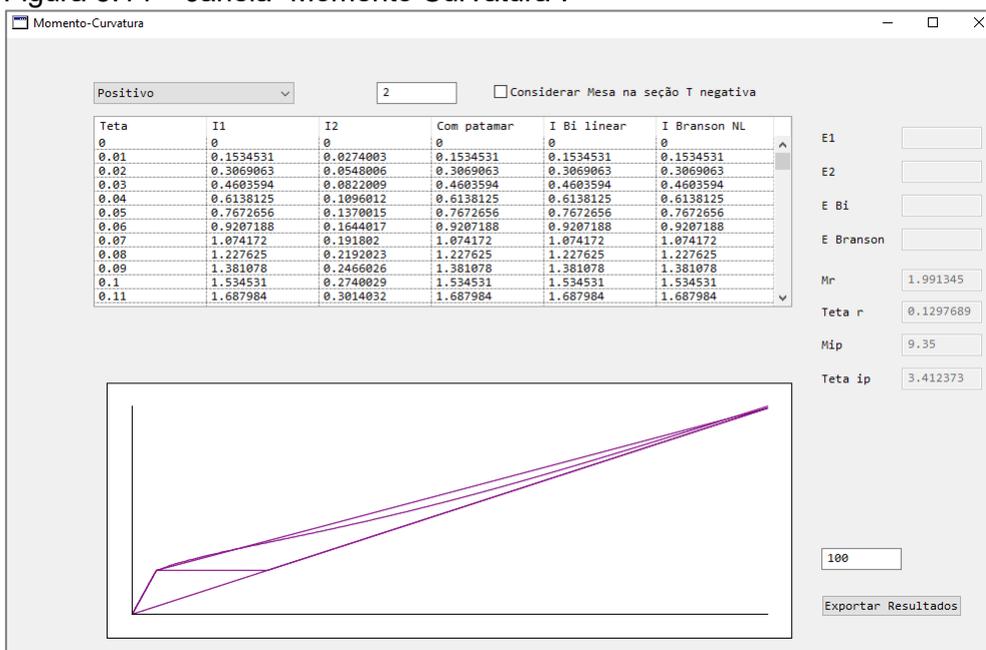
Carregamento Concentrado

x (m)	Fy (kN)	M (kNm)
0	0	0

Fonte: Autor.

O botão “Momento Curvatura” mostra os diagramas de momento curvatura obtidos conforme Item 2.6 utilizados para as análises não lineares.

Figura 3.14 – Janela “Momento Curvatura”.



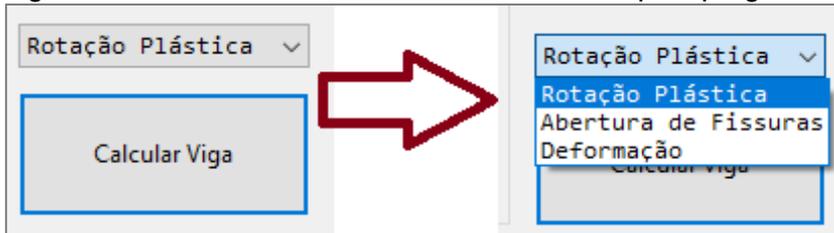
Fonte: Autor.

Nesta tela, pode-se alterar os diagramas para os momentos positivos e negativos, bem como considerar ou não a contribuição da mesa para os diagramas de momento curvatura para momentos negativos. Ao lado as caixas de texto mostram a rigidez para cada modelo de não linearidade, referente à rotação selecionada na lista. Os resultados podem ser exportados em formato TXT. Esta janela auxilia na

validação dos dados, contribuindo para a interpretação dos resultados obtidos nas próximas etapas do programa.

O tipo de análise a ser realizada é definido através do menu de seleção localizado acima do botão “Calcular Viga”.

Figura 3.15 – Escolha da análise a ser efetuada pelo programa.



Fonte: Autor.

Ainda na tela inicial, foram implementados, no canto inferior direito, robôs para efetuar automaticamente a aplicação das redistribuições dos momentos das continuidades. Estes robôs têm a finalidade de substituir o trabalho manual na aplicação das redistribuições e coleta de dados e são programados para cada modelo de viga a ser estudada. Seu funcionamento consiste em acessar os botões e módulos necessários para obter os resultados de cada etapa de redistribuição e armazenar numa matriz a ser exportada no formato TXT ao final da análise.

3.3.2 Módulo Análise Estrutural

O Módulo Análise Estrutural é acessado pelo botão “Calcular Viga” e efetua por meio da análise matricial de estruturas o cálculo e a obtenção dos diagramas de solicitações para todas as hipóteses de cálculo definidas no Item 3.2. A seguir será apresentada a análise matricial adotada e sua implementação computacional.

3.3.2.1 Análise matricial de estruturas

A análise matricial foi implementada no software pelo método dos deslocamentos, ou método da rigidez. Trata-se de um método de análise de estruturas reticuladas que utiliza a rigidez dos elementos para formar um sistema de equações que relaciona os deslocamentos com as cargas atuantes na estrutura.

A relação entre a carga e o deslocamento é dada pela seguinte relação:

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{F\} \quad (3.2)$$

Onde:

$\{F\}$ é o vetor das cargas atuantes na estrutura;

$[K]$ é a matriz de rigidez da estrutura;

$\{\delta\}$ é o vetor deslocamentos.

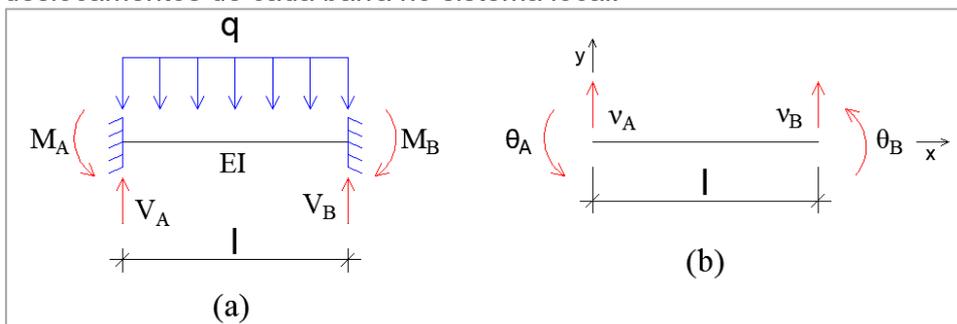
Para a aplicação do método dos deslocamentos na análise matricial de estruturas, a viga deverá ser dividida em n partes. Assim, surgem os conceitos de sistema de coordenadas globais e sistema de coordenadas locais.

Resumidamente, o sistema de coordenadas globais representa a viga como um todo e é usado para descrever uma configuração deformada da estrutura ou um grupo de forças aplicados à estrutura. Neste sentido, os esforços ($\{F\}$) e os deslocamentos ($\{\delta\}$) são dados em cada nó da estrutura definido a partir da subdivisão inicial. No sistema global, todas as barras e nós deverão ser identificadas, com suas conectividades definidas.

Cada barra obtida pela subdivisão em n partes terá um ponto inicial e um ponto final, uma conectividade com outra barra, apoio, ou até mesmo um nó livre, comprimento, material definido, cargas e etc. Essas características são aplicadas em cada barra no sistema local. Sendo assim, cada barra terá uma matriz de rigidez local ($[k_L]$), um vetor deslocamento local ($\{\delta_L\}$) e um vetor de esforços local ($\{F_L\}$).

As deslocabilidades de cada nó das barras são denominadas graus de liberdade, que no caso das vigas são 2: translação vertical (v) e rotação (θ).

Figura 3.16 – a) esquema de carregamento de cada barra no sistema local; b) deslocamentos de cada barra no sistema local.



Fonte: Autor.

A matriz de rigidez de cada barra no sistema local, obtida pelo princípio dos trabalhos virtuais aplicando deslocamentos unitários em cada nó, é dada pelas seguintes relações:

Barras bi-engastadas:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{12 \cdot EI}{l^3} & \frac{6 \cdot EI}{l^2} & -\frac{12 \cdot EI}{l^3} & \frac{6 \cdot EI}{l^2} \\ \frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{4 \cdot EI}{l} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{2 \cdot EI}{l} \\ -\frac{12 \cdot EI}{l^3} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{12 \cdot EI}{l^3} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} \\ \frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{2 \cdot EI}{l} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{4 \cdot EI}{l} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Barras engastada-rotulada:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{3 \cdot EI}{l^3} & \frac{3 \cdot EI}{l^2} & -\frac{3 \cdot EI}{l^3} & 0 \\ \frac{3 \cdot EI}{l^2} & \frac{3 \cdot EI}{l} & -\frac{3 \cdot EI}{l^2} & 0 \\ -\frac{3 \cdot EI}{l^3} & -\frac{3 \cdot EI}{l^2} & \frac{3 \cdot EI}{l^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

A equação (3.2) no sistema local pode ser apresentada da seguinte maneira para barras bi-engastadas e de forma análoga para as barras engastadas-rotuladas:

$$\begin{bmatrix} \frac{12 \cdot EI}{l^3} & \frac{6 \cdot EI}{l^2} & -\frac{12 \cdot EI}{l^3} & \frac{6 \cdot EI}{l^2} \\ \frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{4 \cdot EI}{l} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{2 \cdot EI}{l} \\ -\frac{12 \cdot EI}{l^3} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{12 \cdot EI}{l^3} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} \\ \frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{2 \cdot EI}{l} & -\frac{6 \cdot EI}{l^2} & \frac{4 \cdot EI}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} v_A \\ \theta_A \\ v_B \\ \theta_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_A \\ M_A \\ V_B \\ M_B \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

As matrizes e vetores locais deverão ser sobrepostos no sistema global considerando as conectividades de cada barra. No método dos deslocamentos a incógnita é o vetor deslocamento, no entanto, nesta etapa o sistema apresentado é indeterminado, sendo necessário aplicar as condições de contorno, que para o caso de estruturas são as coordenadas globais que apresentam deslocamentos impedidos por vínculos. Sendo “i” o índice da coordenada com movimento restringido, a aplicação das condições de contorno consiste em zerar o termo “i” do vetor de forças $\{F\}$, zerar as linhas e colunas de índice “i” na matriz de rigidez global e fazer o termo $[K_{i,i}]=1$.

O vetor deslocamento é obtido reescrevendo a equação (3.2):

$$\{\delta\} = [K]^{-1} \{F\} \quad (3.6)$$

Após a obtenção dos deslocamentos, os esforços de extremidade e reações podem ser obtidos pela seguinte relação:

$$\{S\} = [K] \cdot \{d\} \quad (3.7)$$

Onde:

$\{S\}$ é o vetor dos esforços internos nas extremidades das barras;

$\{d\}$ é o vetor dos deslocamentos correspondente.

Com as reações e deslocamentos obtidos, os esforços internos são calculados pela equação (3.7), para cada barra no sistema local. É necessário para este procedimento passar os deslocamentos e os esforços externos do sistema global para o sistema local.

3.3.2.2 Implementação no software

Inicialmente, são lidos todos os dados lançados na tela de entrada de dados. Os modelos de cálculo (*casos*) elencados no Item 3.2 são armazenados em matrizes onde cada linha é um modelo e as colunas representam suas características conforme a Tabela 3.5 a seguir:

Tabela 3.5 – Matriz de armazenamento dos dados dos modelos de cálculo utilizados para análise.

Tipo	Hipótese	Rigidez	Contribuição da mesa na tração (Vigas T)
ELU Dimensionamento	ELU	I _b	Sim
ELS-W Caso a)	ELS-W	I _b	Sim
ELS-W Caso b)	ELS-W	I _b	Não
ELS-W Caso c)	ELS-W	I ₂	Independente
ELS-W Caso d)	ELS-W	INL1	Sim
ELS-W Caso e)	ELS-W	INL2	Sim
ELS-DEF Caso d)	ELS-DEF	INL1	Sim
ELS-DEF Caso e)	ELS-DEF	INL2	Sim
ELS-DEF Caso f)	ELS-DEF	I _{eq}	Sim
Rotação Plástica Caso c)	ELU	I ₂	Independente
Rotação Plástica Caso d)	ELU	INL1	Sim
Rotação Plástica Caso e)	ELU	INL2	Sim
Rotação Plástica Caso f)	ELU	I _{eq}	Sim

Fonte: Autor.

Onde:

I_b = Momento de inércia bruta da seção;

I₂ = Momento de inércia no estágio II puro;

I_{eq} = Momento de inércia equivalente NBR 6118/2014;

INL1 = Momento de inércia não linear pelo diagrama bi linear;

INL2 = Momento de inércia não linear pela fórmula de Branson.

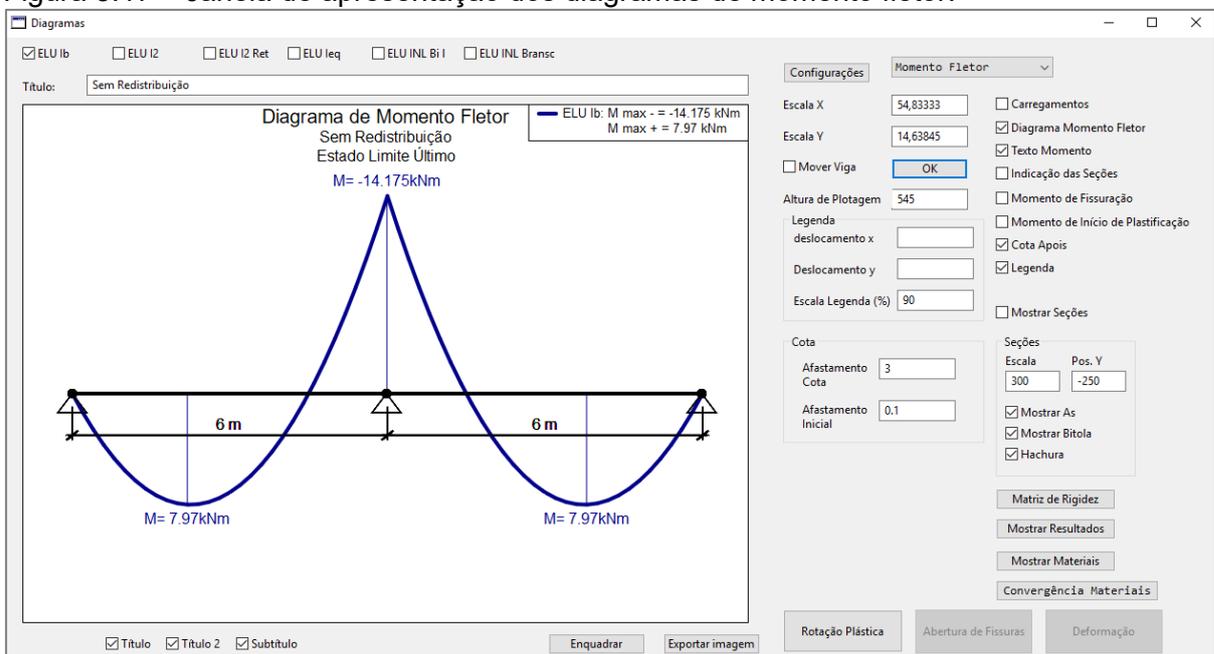
Logo após, é executada a função de discretização da viga, responsável por dividi-la em n partes, onde são atribuídas à cada barra todas as características necessárias para a análise matricial. Em seguida, inicia-se a rotina para a obtenção dos esforços solicitantes para cada modelo de cálculo adotado na Tabela 3.5, onde cada etapa é precedida de uma análise elástica linear inicial com seção bruta sem redistribuição, necessária para obter os esforços preliminares. Com os esforços solicitantes preliminares obtidos, procede-se para a aplicação da nova rigidez nas barras de acordo com as características mostradas na Tabela 3.5. Na maioria dos casos a viga deverá ser calculada iterativamente até os momentos fletores da viga atual convergirem com os momentos fletores da viga anteriormente calculada,

respeitando um critério de erro pré-estabelecido. Trata-se da etapa mais computacionalmente custosa, devido ao grande número de processos iterativos.

3.3.3 Módulo Diagramas

Efetuada o cálculo da viga pelo Módulo Análise Estrutural, o software direciona para o Módulo Diagramas para a apresentação dos resultados gráficos e numéricos das análises efetuadas para os casos definidos no Item 3.2.

Figura 3.17 – Janela de apresentação dos diagramas de momento fletor.

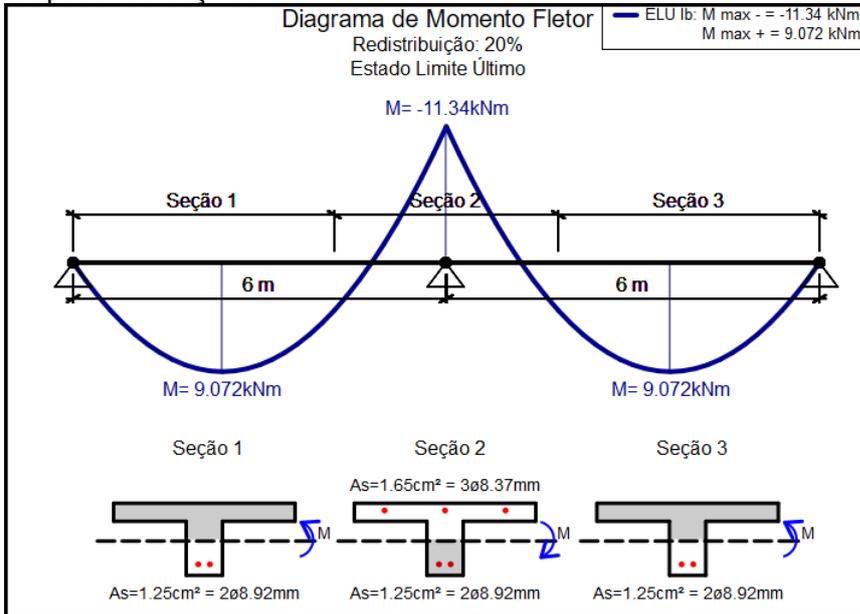


Fonte: Autor.

Nesta tela o usuário pode alternar entre os casos estudados ou sobrepor os diagramas para possíveis análises comparativas. Além dos diagramas, também é possível visualizar o carregamento, as seções, o momento de fissuração e o momento de início de plastificação.

Esta janela foi desenvolvida para a saída gráfica dos resultados, apresentando todas as ferramentas necessárias para gerar um desenho final didático com os resultados, com escala, movimentação da tela, alteração de posição das seções, ligar e desligar as camadas que se deseja visualizar, legendas, entre outras, além da possibilidade de exportar os gráficos no formato imagem.

Figura 3.18 – Imagem exportada do software com o diagrama de momento fletor com as respectivas seções dimensionadas

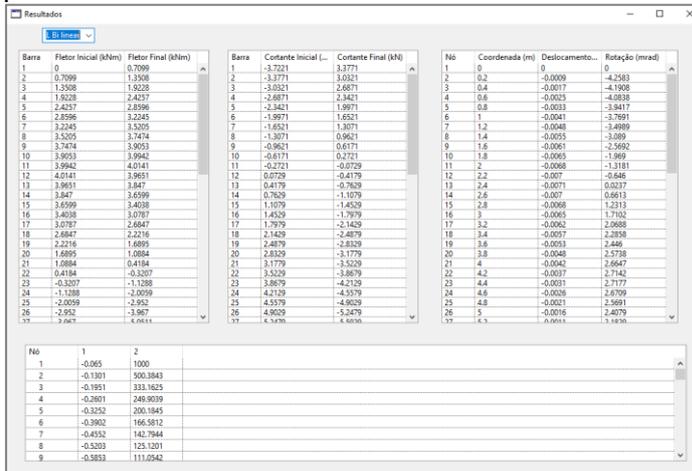


Fonte: Autor.

Para permitir a validação dos resultados na etapa da análise estrutural, foram implementados no canto inferior direito da janela botões para visualização de etapas intermediárias à plotagem dos diagramas. Neste caso é possível visualizar a matriz de rigidez obtida da análise matricial, resultados numéricos de esforços e deslocamentos e materiais (Figura 3.20), ambos para cada barra da viga discretizada.

Na janela de resultados numéricos (Figura 3.19) é possível verificar os momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos para cada barra discretizada da viga. Abaixo dos resultados há uma lista mostrando a convergência do momento crítico adotado para as análises não lineares.

Figura 3.19 – Janela para visualização dos resultados de esforços e deslocamentos obtidos pela análise matricial de estruturas.



Fonte: Autor.

Como complemento para a visualização da convergência dos resultados das análises não lineares, o módulo apresenta a janela “Materiais”, Figura 3.20, onde mostra a rigidez para cada barra da viga em cada iteração. Como apoio, apresenta a lista com os momentos fletores atuantes nas barras. O objetivo dessa janela é validar a aplicação da rigidez nas barras para os processos iterativos. Utilizando em conjunto com a janela “Momento Curvatura” Figura 3.14, o usuário pode avaliar o ponto a ponto o momento fletor e a rigidez adotada na barra.

Figura 3.20 – Janela de visualização dos momentos dos materiais de cada barra discretizada da análise matricial da viga. O menu suspenso no topo permite variar os resultados para cada caso estudado.

Barra	1	2	3	4
1	0,7245	0,7245	0,6608	0,6572
2	2,1105	2,1105	1,9193	1,9085
3	3,3705	3,3705	3,0918	3,0398
4	4,5045	4,5045	4,0583	4,0331
5	5,5125	5,5125	4,9388	4,9065
6	6,3945	6,3945	5,6933	5,6538
7	7,1505	7,1505	6,3218	6,2751
8	7,7805	7,7805	6,8243	6,7704
9	8,2845	8,2845	7,2008	7,1398
10	8,6625	8,6625	7,4513	7,3831
11	8,9145	8,9145	7,5758	7,5004
12	9,0405	9,0405	7,5743	7,4917
13	9,0405	9,0405	7,4468	7,3571
14	8,9145	8,9145	7,1933	7,0964
15	8,6625	8,6625	6,8138	6,7097
16	8,2845	8,2845	6,3083	6,197
17	7,7805	7,7805	5,6768	5,5584
18	7,1505	7,1505	4,9193	4,7937
19	6,3945	6,3945	4,0358	3,903
20	5,5125	5,5125	3,0263	2,8864
21	4,5045	4,5045	1,8908	1,7437
22	3,3705	3,3705	0,6293	0,475
23	2,1105	2,1105	-0,7582	-0,9197
24	0,7245	0,7245	-2,2717	-2,4403
25	-0,7875	-0,7875	-3,9112	-4,087
26	-2,4255	-2,4255	-5,6767	-5,8597
27	-4,1895	-4,1895	-7,5682	-7,7584
28	-6,0795	-6,0795	-9,5857	-9,783
29	-8,0955	-8,0955	-11,7292	-11,9337
30	-10,2375	-10,2375	-13,9987	-14,2104
31	-10,2375	-10,2375	-13,9987	-14,2104
32	-8,0955	-8,0955	-11,7292	-11,9337
33	-6,0795	-6,0795	-9,5857	-9,783
34	-4,1895	-4,1895	-7,5682	-7,7584
35	-2,4255	-2,4255	-5,6767	-5,8597
36	-0,7875	-0,7875	-3,9112	-4,087
37	0,7245	0,7245	-2,2717	-2,4403
38	2,1105	2,1105	-0,7582	-0,9197
39	3,3705	3,3705	0,6293	0,475
40	4,5045	4,5045	1,8908	1,7437
41	5,5125	5,5125	3,0263	2,8864
42	6,3945	6,3945	4,0358	3,903
43	7,1505	7,1505	4,9193	4,7937
44	7,7805	7,7805	5,6768	5,5584

Fonte: Autor.

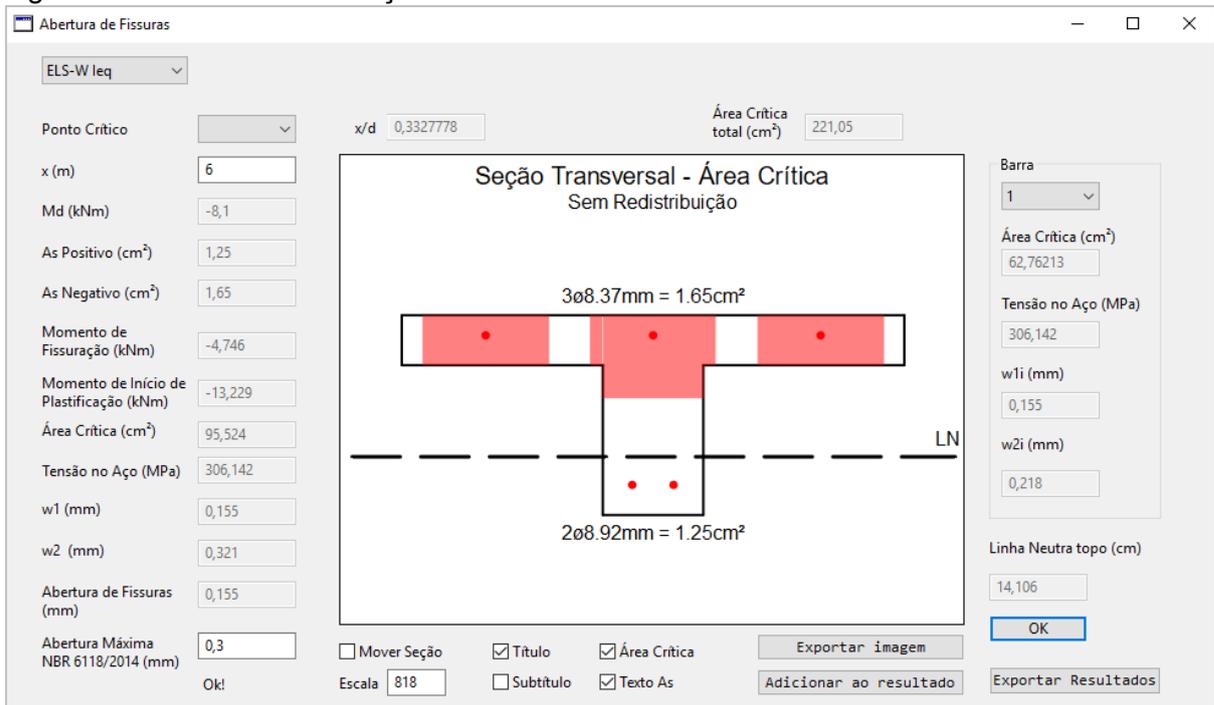
3.3.4 Módulo Estado Limite de Abertura de Fissuras

O Módulo Estado Limite de Abertura de Fissuras leva a uma das verificações que fazem parte dos objetivos do presente trabalho, onde são apresentados os resultados obtidos para as verificações no Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W).

Para o cálculo da abertura de fissuras, foram adotados diâmetros teóricos de armaduras com base na quantidade de barras escolhidas na tela inicial e a área de aço calculada. Tal prática foi adotada para facilitar a compreensão dos resultados e torná-los mais sensíveis à pequenas variações de momentos fletores. Na utilização de bitolas comerciais, estas pequenas variações seriam absorvidas pela diferença de diâmetro entre bitolas.

A abertura de fissuras foi calculada conforme apresentado no Item 2.4.2.1.

Figura 3.21 – Janela de exibição dos resultados referentes a abertura de fissuras.



Fonte: Autor.

A janela de abertura de fissuras apresenta todos os resultados parciais e intermediários utilizados para obtenção do resultado final para facilitar a validação dos resultados. No canto esquerdo da janela, é possível verificar o resultado barra a barra da abertura de fissuras para os momentos negativos. O resultado da barra mais crítica foi adotado como resultado final. No caso dos momentos positivos foi adotado um modelo mais simplificado, onde foi considerada a área crítica total da armadura.

Os resultados podem ser exportados no formato de texto, e a área da seção crítica pode ser exportada como imagem.

3.3.5 Módulo Deformação Excessiva

Diferente do módulo de abertura de fissuras, o Módulo de Deformações Excessivas apresenta as deformações máximas em todos os vãos da viga e para todos os casos estudados em apenas uma lista.

Figura 3.22 – Janela de apresentação das deformações máximas.

Redistribuição: 20%

Caso	Vão	L (m)	Flecha Imediata (mm)	Flecha Diferida (mm)	Flecha Máxima (mm)
ELS-DEF I2	1	6	-19.081	-25.239	24
ELS-DEF I2	2	6	-19.081	-25.239	24
ELS-DEF Ieq	1	6	-7.199	-9.522	24
ELS-DEF Ieq	2	6	-7.199	-9.522	24
ELS-DEF-INL Bi linear	1	6	-7.098	-9.389	24
ELS-DEF-INL Bi linear	2	6	-7.098	-9.389	24
ELS-DEF-INL Branson	1	6	-5.073	-6.71	24
ELS-DEF-INL Branson	2	6	-5.073	-6.71	24

Adicionar ao resultado

Exportar Resultados

Fonte: Autor.

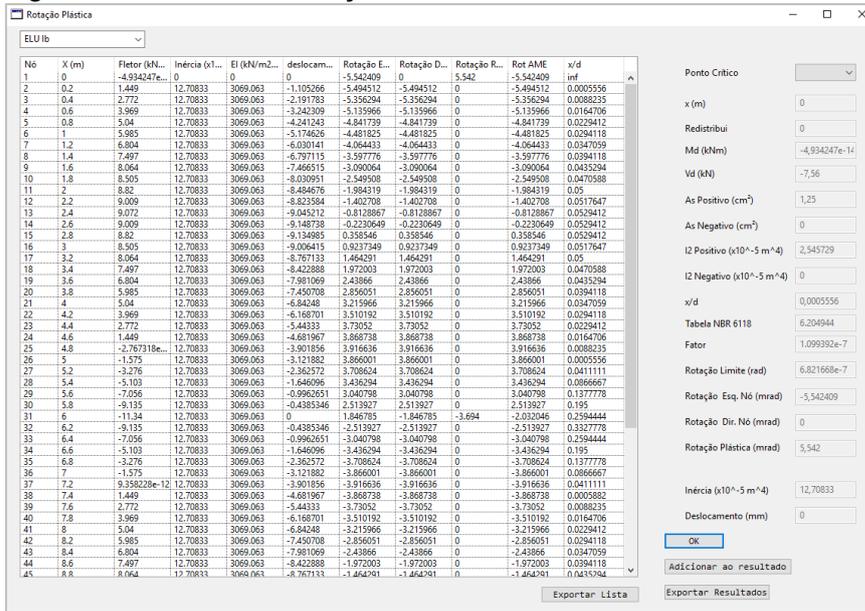
A lista de resultados apresenta o caso adotado para a rigidez da seção, o vão, a flecha imediata, obtida pela análise estrutural, a flecha diferida, conforme Item 2.4.2.2 e o limite máximo admitido pela norma para o tipo de estrutura estudada.

Apesar de no presente trabalho ser utilizado apenas o modelo de rigidez equivalente simplificado sugerido pela NBR 6118 (2014), no software foram implementados os modelos utilizados na verificação de abertura de fissuras. Esses modelos servem de apoio para mostrar que a deformação não deve ser o fator limitante para as análises deste trabalho.

3.3.6 Módulo Rotações Plásticas

No Módulo Rotações Plásticas, são apresentados os resultados obtidos para a verificação da capacidade de rotação da rótula plástica na continuidade onde o momento fletor é redistribuído.

Figura 3.23 – Janela Rotação Plástica.



Fonte: Autor.

Esta tela apresenta as rotações obtidas pela análise elástica, bem como a rotação plástica relativa em cada nó, que só apresenta resultados nos nós que possuem rótula. Ao lado são apresentados os cálculos das rotações máximas admitidas pela NBR 6118 (2014) conforme apresentado no Item 2.5.3.

3.3.7 Outras considerações sobre o software

Conforme apresentado, em todas as etapas de cálculo houve a preocupação em mostrar todos os resultados intermediários necessários para a validação dos resultados, com o objetivo de aumentar a segurança nos dados coletados, bem como auxiliar a correção de possíveis desvios identificados na etapa de obtenção dos resultados.

A intenção do autor foi elaborar um programa bastante completo para o estudo proposto, com transparência em todas as etapas de cálculo para aumentar a compreensão sobre os temas tratados.

Possui ferramentas que permitem o estudo de uma ampla gama de modelos de vigas, pois podem ser considerados inúmeras possibilidades de vãos e apoios, variando carregamentos e rigidez ao longo do comprimento da viga.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

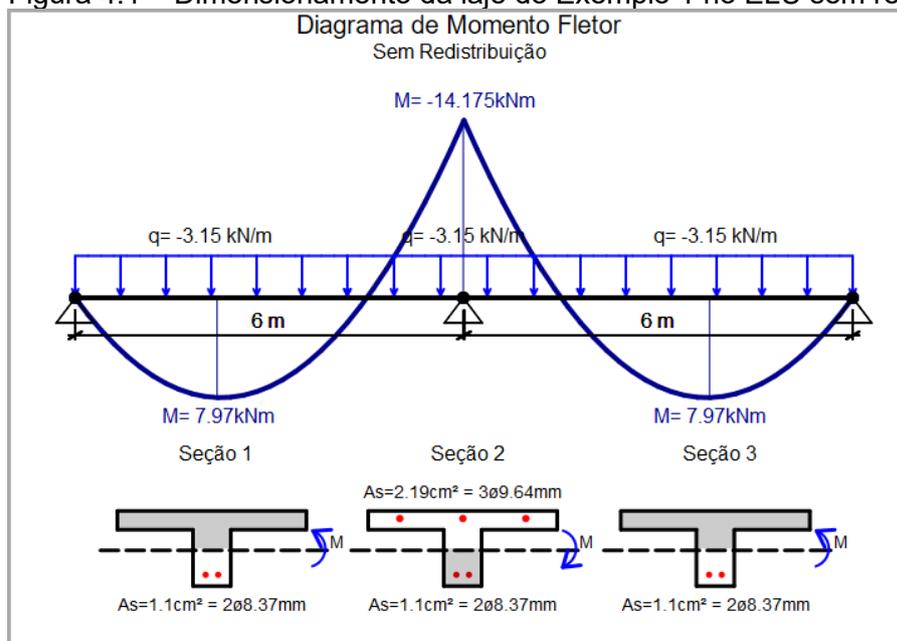
Os materiais e sobrecargas utilizados, bem como os limites de flechas e fissuração, são comuns aos 3 exemplos estudados e foram apresentados no Item 3.1.

Por serem elementos com altura da seção pequena em relação às vigas, o valor de $d=0,9h$ não é adequado, pois a laje deve respeitar os requisitos mínimos de cobrimento da armadura. Assim, para os exemplos estudados neste capítulo, adotou-se o cobrimento de 25mm para as armaduras inferiores e 15 mm para as armaduras superiores, em conformidade com a NBR 6118 (2014). Para o cálculo do valor de d , foram consideradas barras de 10 mm para todos os casos.

4.1 EXEMPLO 1

Conforme exposto no Item 3.1.1, a laje estudada no Exemplo 1 possui 2 vãos adjacentes de 6 metros cada, com carregamentos iguais. O carregamento, diagrama de momento fletor e dimensionamento para o ELU sem redistribuição obtido pelo software S-vigas é mostrado na Figura 4.1 a seguir:

Figura 4.1 – Dimensionamento da laje do Exemplo 1 no ELU sem redistribuição.



Fonte: Autor.

A partir do dimensionamento obtido para o momento elástico, a viga sofreu redistribuições sucessivas no momento negativo, variando 5% em cada etapa onde foram realizadas as verificações de serviço e de ductilidade da seção.

Os dimensionamentos das seções nas continuidades para os momentos negativos estão mostrados na Tabela 4.1 a seguir:

Tabela 4.1 – Dimensionamento das seções nas continuidades para os momentos negativos.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%
M_d último (kNm)	-14,175	-10,631	-9,923	-8,505	-7,796	-7,08/	-6,379	-5,67
A_s Neg (cm²)	2,19	1,55	1,43	1,2	1,09	0,98	0,88	0,77
x/d ELU	0,437	0,308	0,285	0,239	0,217	0,196	0,174	0,154

Fonte: Autor.

A Tabela 4.2 mostra o dimensionamento da seção no vão para os momentos positivos.

Tabela 4.2 – Dimensionamento das seções no vão para os momentos positivos.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%
M_d último (kNm)	7,970	9,356	9,639	10,238	10,545	10,852	11,159	11,466
A_s Pos (cm²)	1,1	1,29	1,33	1,42	1,46	1,51	1,55	1,59
x/d ELU	0,046	0,055	0,056	0,06	0,062	0,064	0,066	0,068

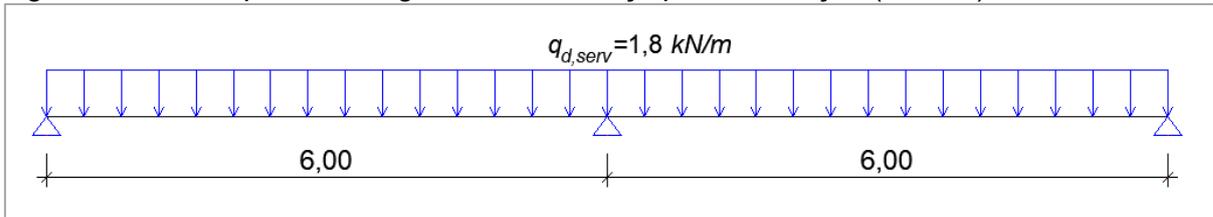
Fonte: Autor.

4.1.1 Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

4.1.1.1 Considerações

A Figura 4.2 mostra o carregamento de serviço utilizando as hipóteses para o estado limite de abertura de fissuras (ELS-W) obtido com base no que foi apresentado no Item 2.4.2.1.

Figura 4.2 – Exemplo 1: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).



Fonte: Autor.

Para o dimensionamento no ELU, as redistribuições dos momentos negativos foram simuladas com rótulas aplicadas ao modelo elástico com momento redistribuído aplicado. No ELS este modelo não é válido, já que a norma diz que não é desejável ter redistribuições em serviços. Embora exista esta recomendação na norma, verifica-se que as redistribuições em serviço existem, porém dependem diretamente da geometria e armadura adotadas, atuando apenas nos modelos não lineares, pois os modelos elásticos mais simples consideram apenas as propriedades geométricas para o cálculo da rigidez.

Para a verificação do ELS-W, foram adotados os seguintes critérios de aceitabilidade dos resultados:

$$W_k \leq W_{k,lim}$$

$$\sigma_s \leq f_{yk}$$

Além da plastificação do aço em serviço não ser desejável, a formulação utilizada para obtenção da formação de fissuras não é válida para aço com tensões superiores à tensão de escoamento do material.

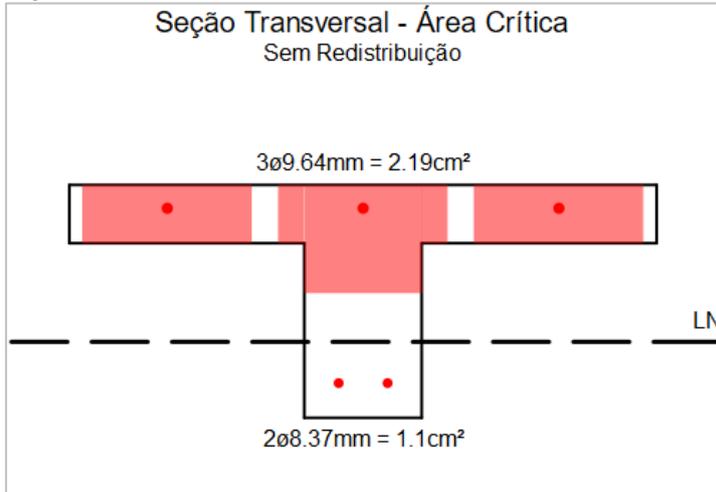
Conforme exposto no Item 2.4.2.1, a tensão na armadura (σ_s) foi obtida utilizando a equação (2.36) no mesmo Item. Já a estimativa de abertura de fissuras (w_k) foi obtida pelo menor valor entre as equações (2.33) e (2.34), mostradas no item mencionado acima, conforme estabelece a norma brasileira.

4.1.1.2 Região de envolvimento da armadura

Um dos parâmetros importantes para a estimativa da abertura de fissuras é a área de envolvimento da armadura. Esta área foi obtida pelo software S-vigas

considerando ainda a particularidade das barras posicionadas sobre a mesa conforme mostra a figura a seguir:

Figura 4.3 – Área crítica de envolvimento da armadura na continuidade.



Fonte: Autor.

Conforme exposto no Capítulo 3 foram adotados diâmetros teóricos para as barras para um melhor entendimento sobre os efeitos causados pela sua variação. Os resultados obtidos pelo software estão apresentados na tabela a seguir:

Tabela 4.3 – Região de envolvimento da barra com a área crítica.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%
A_s Neg (cm²)	2,19	1,55	1,43	1,2	1,09	0,98	0,88	0,77
nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3
Diâmetro fictício da barra (mm)	9,64	8,06	7,76	7,14	6,80	6,45	6,11	5,72
A_{cr} (cm²)	114,61	90,87	86,45	77,05	72,02	66,14	60,35	53,92

Fonte: Autor.

4.1.1.3 Modelo a) Rigidez bruta da seção

Sobre a laje analisada utilizando o Modelo a), onde foi considerada a rigidez bruta da seção, a Tabela 4.4 mostra que abertura de fissuras superou o limite estabelecido pela norma em redistribuições superiores a 45%. Com 50% de redistribuição a abertura de fissuras ultrapassa o limite normativo, estabelecido no Item 3.1 deste trabalho, e a tensão no aço ultrapassa a tensão de escoamento, tornando inválidas as hipóteses do estágio II adotadas para a estimativa de fissuras.

Tabela 4.4 – Fissuração no Modelo a) Rigidez bruta da seção.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%
M_d Serviço (kNm)	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1
σ_s (MPa)	234,05	328,943	353,172	414,736	454,692	503,489
Abertura de Fissura (mm)	0,105	0,173	0,192	0,243	0,278	0,319

Fonte: Autor.

Refinando o cálculo nas redistribuições entre 45 e 50% o limite para esta análise fica em torno de 48%.

Tabela 4.5 – Resultados refinados para fissuração no Modelo a).

Redistribuição Negativo		46%	47%	48%	49%
ELU	M_d último (kNm)	-7,655	-7,513	-7,371	-7,229
	A_s Pos (cm ²)	1,47	1,48	1,49	1,5
	A_s Neg (cm ²)	1,07	1,05	1,03	1
	x/d ELU	0,213	0,208	0,204	0,2
ELS-W	M_d Serviço (kNm)	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1
	σ_s (MPa)	462,83	471,27	480,03	493,83
	w_k (mm)	0,286	0,294	0,302	0,315

Fonte: Autor.

O modelo com a rigidez bruta da seção transversal é um tipo de análise permitido para a obtenção do momento de serviço negativo, não levando em conta redistribuições de esforços durante a fase de serviço. Portanto o resultado de uma redistribuição possível da ordem de **48%** está de acordo com a NBR 6118 em termos de verificação da fissuração.

É importante verificar que esse modelo linear despreza qualquer redistribuição de esforços em serviço pelas acomodações das rigidezes da laje, fornecendo um M_d serviço constante independente do índice de redistribuição adotado para o dimensionamento da laje.

4.1.1.4 Modelo b) Rigidez bruta da seção desprezando a mesa tracionada na continuidade

Na laje analisada pelo Modelo b), em 60% de redistribuição a tensão na armadura superou o f_{yk} do aço com fissuras dentro do limite.

Tabela 4.6 – Fissuração no Modelo b) Rigidez bruta da seção desprezando a mesa tracionada.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%
M_d Serviço (kNm)	-6,605	-6,605	-6,605	-6,605	-6,605	-6,605	-6,605	-6,605
σ_s (MPa)	190,844	268,22	287,977	338,176	370,756	410,545	455,229	517,61
w_k (mm)	0,07	0,115	0,127	0,162	0,185	0,215	0,251	0,283

Fonte: Autor.

Era esperada uma diminuição na abertura de fissuras, já que a diminuição da rigidez na continuidade gera uma redistribuição dos momentos fletores.

A ideia por trás desse modelo é que a seção T submetida a momentos negativos poderia ter uma rigidez menor do que quando submetida a momentos positivos. Entretanto a validade desse modelo só poderá ser analisada com os resultados de análises não lineares.

4.1.1.5 Modelo c) Rigidez no estágio II puro

Adotando a rigidez no estágio II puro a tensão da armadura limita as redistribuições no ELU próximas a 60% conforme mostra a Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Fissuração no Modelo c) Rigidez bruta da seção no estágio II puro.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	50%	55%	60%
M_d Serviço (kNm)	-9,19	-8,111	-7,897	-7,434	-6,94	-6,705	-6,438
σ_s (MPa)	265,555	329,399	344,322	380,615	431,414	462,125	504,579
w_k (mm)	0,135	0,173	0,182	0,205	0,238	0,258	0,283

Fonte: Autor.

Neste modelo, diferente dos anteriores, é possível verificar a ocorrência de redistribuições dos momentos de serviço. Isto ocorre porque a rigidez no estágio II puro é obtida desprezando a rigidez do concreto tracionado, considerando apenas a armadura dimensionada da seção resistindo à tração. Com a variação da armadura dimensionada e a inversão da contribuição da mesa nas continuidades, a rigidez da peça sofre sensível alteração gerando estas redistribuições.

Estas redistribuições decorrem da acomodação da rigidez da laje ao longo de seu comprimento, que neste caso apresenta apenas dois trechos diferentes nos vãos:

rigidez I_{II} puro para os trechos de momentos positivos e rigidez no I_{II} puro para os trechos de momentos negativos. Esta redistribuição não pode ser confundida com a redistribuição de dimensionamento.

Trata-se de uma análise simplificada do comportamento não linear da seção, porém a validade deste modelo só poderá ser avaliada com os resultados de análises não lineares.

4.1.1.6 Modelos não lineares

Ao utilizar os modelos não lineares propostos para este trabalho, a determinação do momento de serviço na seção do apoio leva em conta a variação de rigidezes ao longo da viga. Os resultados dessa análise são apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Fissuração nos Modelos Não Lineares d) Diagrama bi linear e e) Branson.

		Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%
Diagrama bi linear	M_d Serviço (kNm)		-9,489	-8,761	-8,609	-8,282	-8,049	-7,771	-7,493
	σ_s (MPa)		274,20	355,78	375,37	424,05	451,82	483,07	516,48
	w_k (mm)		0,144	0,202	0,217	0,254	0,275	0,298	0,303
Branson	M_d Serviço (kNm)		-9,462	-9,129	-9,066	-8,942	-8,877	-8,037	-7,891
	σ_s (MPa)		273,40	370,73	395,29	457,84	498,31	499,58	543,87
	w_k (mm)		0,143	0,219	0,24	0,296	0,334	0,319	0,303

Fonte: Autor.

Verifica-se que existe uma variação do momento M_d serviço, tanto em relação à análise linear quanto em relação ao índice de redistribuição.

Em relação à análise linear houve um aumento dos momentos para redistribuições baixas e uma diminuição dos momentos para grandes.

Como era de se esperar, essa variação não foi muito grande, sendo menor que os valores adotados para redistribuição. Porém, para redistribuições baixas as aberturas de fissuras aumentaram em relação à análise linear e diminuíram para grandes redistribuições.

Outro ponto importante é que não houve uma diminuição do M_d serviço como era esperado com o modelo b). Percebe-se, entretanto, que os resultados da análise

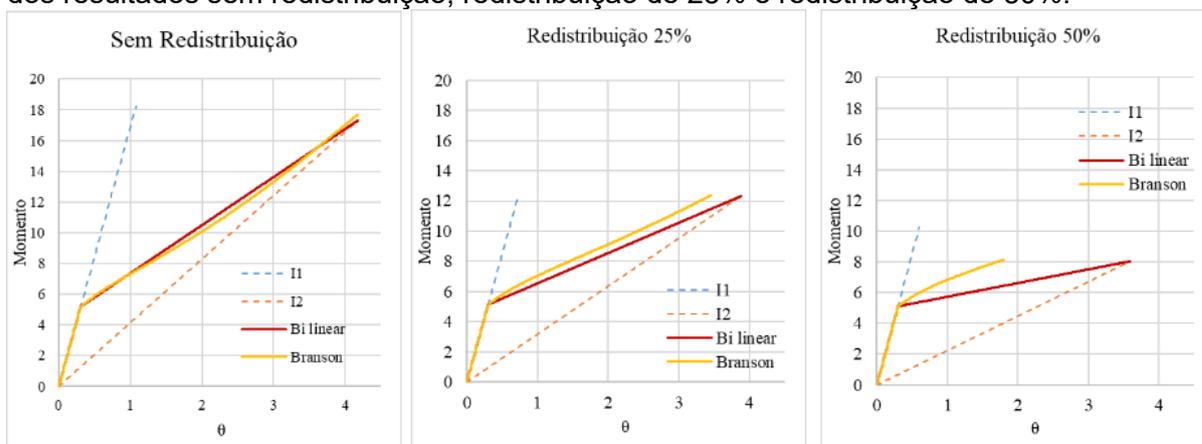
são bastante sensíveis ao valor de M_r , principalmente porque os momentos em serviço são próximos do M_r . Uma análise dessa influência será mostrada mais adiante.

Já o modelo c), apesar de subestimar as rigidezes das seções, pelo fato de considerar rigidezes diferentes ao longo da viga, conseguiu alterar os valores de M_d em serviço, no sentido indicado pelas outras análises não lineares. Porém, subestima a fissuração para grandes redistribuições.

Analisando os resultados dos dois modelos na Tabela 4.8 é possível verificar que no Modelo d) as fissuras ocorrem em redistribuições no ELU próximas a 55%, já no Modelo e), em 45% as fissuras já superam o limite estabelecido pela norma.

A discrepância entre os resultados ocorridos nos dois modelos possui relação com os diagramas momento curvatura utilizados para obter as rigidezes não lineares, conforme mostrados na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Diagrama momento x curvatura da continuidade da laje utilizado para obtenção dos resultados sem redistribuição, redistribuição de 25% e redistribuição de 50%.



Fonte: Autor.

Verifica-se que quanto maior a redistribuição, mais próximo o M_r e M_{ip} conforme mostra a tabela a seguir:

Tabela 4.9 – Momento de fissuração e momento de início de plastificação obtidos para a construção dos diagramas momento curvatura.

Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%
M_r (kNm)	-5,187	-5,141	-5,134	-5,122	-5,115	-5,11	-5,104
M_{ip} (kNm)	-17,304	-12,312	-11,467	-9,765	-8,907	-8,044	-7,254

Fonte: Autor.

De acordo com a Figura 4.4, o modelo usando a formulação de Branson tende a considerar uma contribuição maior do concreto entre as fissuras do que o modelo bi linear, porém o momento de início de plastificação ocorre em rotações menores. Este modelo acaba por gerar rigidez maior na continuidade, justificando as aberturas em redistribuições menores do que o modelo bi linear.

O modelo de Branson, portanto, descola do modelo bi linear, apresentando resultados muito diferentes de curvaturas, principalmente quando M_{ip} e M_r são próximos. Entre a redistribuição de 45 e 50% é possível verificar a falta de coerência ocorrida pela redução na fissuração decorrente da deficiência do modelo para tais redistribuições.

Os resultados deste modelo continuarão a ser apresentados, mas os resultados do modelo bi linear foram considerados mais adequados e servirão de base para comparações futuras.

4.1.1.7 Considerações sobre a alteração na quantidade de barras

No Exemplo 1 foram consideradas 3 barras de armadura na continuidade, que para as características da seção estudada correspondem a um espaçamento de aproximadamente 15 centímetros entre barras.

Porém, a fissuração de vigas e lajes é sensível à alteração no diâmetro das barras e sua quantidade, pois a região de envolvimento da armadura depende diretamente desses parâmetros.

A tabela a seguir apresenta um resumo dos resultados utilizando 2 barras de armadura na continuidade, obtidos pelo Modelo a) e pelo modelo d) considerados mais relevantes para o caso.

Tabela 4.10 – Fissuração para o estudo com redução no número de barras armadas na continuidade.

Redistribuição Negativo		0%	25%	30%	40%	45%	50%	55%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-14,175	-10,631	-9,923	-8,505	-7,796	-7,088	-6,379
	A _s Neg (cm ²)	2,19	1,55	1,43	1,2	1,09	0,98	0,88
	nº de barras	2	2	2	2	2	2	2
	Diâmetro fictício da barra (mm)	11,81	9,87	9,51	8,74	8,33	7,90	7,48
	x/d ELU	0,437	0,308	0,285	0,239	0,217	0,196	0,174
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	96,50	74,02	71,31	65,55	62,48	59,24	56,14
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1
	σ _s (MPa)	234,05	328,94	353,17	414,74	454,69	503,49	558,29
	w _k (mm)	0,128	0,211	0,235	0,296	0,323	0,353	0,352
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	-9,489	-8,761	-8,609	-8,282	-8,049	-7,771	-7,493
	σ _s (MPa)	274,20	355,78	375,37	424,05	451,82	483,07	516,48
	w _k (mm)	0,176	0,247	0,265	0,302	0,321	0,341	0,352

Fonte: Autor.

Com a utilização de 2 armaduras para uma mesa de 50 cm de largura, o espaçamento das barras passa para cerca de 25 cm. De acordo com a Tabela 4.10 é possível verificar que a abertura de fissuras limita a redistribuição dos momentos negativos para aproximadamente 40%.

A tabela seguinte mostra o reflexo do aumento na quantidade de armaduras para 4 barras na mesa da laje estudada, diminuindo o espaçamento para 12,5 cm entre barras.

Tabela 4.11 – Fissuração para o estudo com o aumento do número de barras armadas na continuidade.

		Redistribuição Negativo	0%	25%	30%	40%	50%	55%
ELU	M _d último (kNm)		-14,175	-10,631	-9,923	-8,505	-7,088	-6,379
	A _s Neg (cm ²)		2,19	1,55	1,43	1,2	0,98	0,88
	nº de barras		4	4	4	4	4	4
	Diâmetro fictício da barra (mm)		8,35	6,98	6,72	6,18	5,59	5,29
	x/d ELU		0,437	0,308	0,285	0,239	0,196	0,174
ELS-W	A _{cr} (cm ²)		78,81	61,24	58,168	51,889	45,383	42,331
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)		-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1	-8,1
	σ _s (MPa)		234,05	328,943	353,172	414,736	503,489	558,29
	w _k (mm)		0,091	0,15	0,166	0,211	0,277	0,262
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)		-9,489	-8,761	-8,609	-8,282	-7,771	-7,493
	σ _s (MPa)		274,199	355,775	375,373	424,054	483,065	516,476
	w _k (mm)		0,124	0,175	0,188	0,22	0,258	0,262

Fonte: Autor.

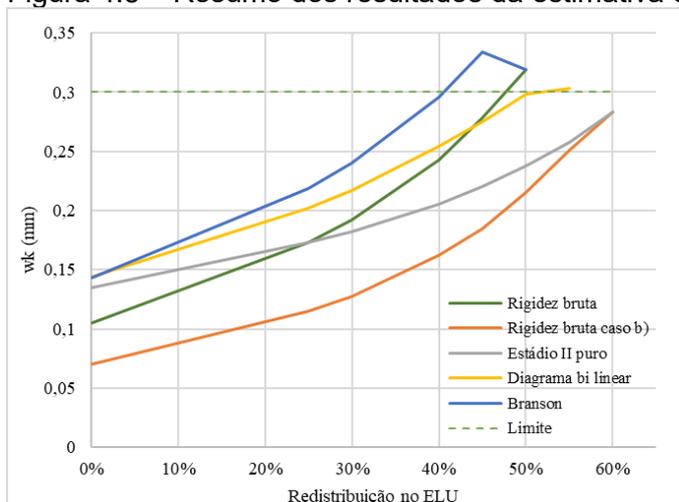
Com o aumento do número de barras na continuidade, verifica-se que não houve ganho em relação à fissuração, isso porque com 3 barras os modelos estudados foram limitados pela tensão na armadura, e não pela abertura de fissuras.

Neste ponto, é possível perceber que enquanto a tensão do aço não superar o limite de escoamento a fissuração pode ser combatida com mudanças no detalhamento.

4.1.1.8 Conclusões sobre a fissuração

A estimativa de abertura de fissuras de todos os modelos utilizados pode ser resumida no gráfico da Figura 4.5.

Figura 4.5 – Resumo dos resultados da estimativa de abertura de fissura da laje.



Fonte: Autor

Os modelos simplificados b) com a rigidez bruta desprezando a contribuição da mesa na continuidade e c) rigidez no estágio II puro geram estimativa de abertura de fissuras menores, onde o limite é dado pela plastificação do aço em serviço. Estes modelos devem ser analisados com cuidado, pois a redução na rigidez da seção na continuidade imposta pela simplificação dos métodos mostrou resultados muito diferentes do modelo não linear obtido pelo diagrama bi linear, podendo subestimar o momento de serviço real na continuidade, principalmente em grandes redistribuições no ELU. Nas redistribuições de até 25%, permitidas pela norma sem verificações adicionais, o modelo de rigidez no estágio II puro apresenta valores coerentes com o Modelo a), onde é considerada a seção bruta.

Chama atenção que os modelos não lineares são os que geram valores maiores de estimativa de abertura de fissuras, decorrentes principalmente da grande rigidez da seção T no estágio I nas regiões próximas ao apoio. Porém o modelo não linear usando Branson apresenta limitações para grandes redistribuições, já que não existe uma compatibilidade entre a curvatura no início da plastificação e o momento no início da plastificação da seção.

O modelo bi linear gerou momentos de serviço aproximadamente 17% maiores que o obtido pelo modelo elástico linear com rigidez bruta, porém tende a diminuir com o aumento da redistribuição do M_{du} na continuidade. Isso mostra que quando se trata de seção T, talvez o modelo simplificado apresente limitações para a obtenção de momentos de serviço.

Para esta laje em análise os momentos negativos podem ser redistribuídos na ordem de 50% sem limitações em relação a abertura de fissuras.

Com a redução do número de barras, existe uma perda na capacidade de redistribuir os negativos, limitando na faixa de 40%. Já o aumento do número de barras não oferece ganhos pois com a quantidade de 3 barras a limitação fica por conta do escoamento da armadura em serviço.

4.1.2 Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas

Conforme se verifica na Tabela 4.12 que fissuração no momento positivo não é um fator limitantes para redistribuições dos momentos na continuidade da laje em análise. O aumento da armadura positiva decorrente do aumento das redistribuições na continuidade gera um efeito positivo.

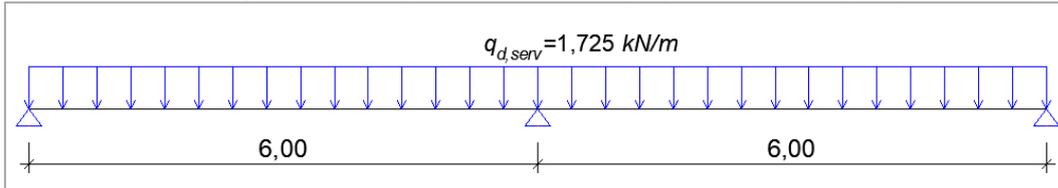
Tabela 4.12 – Estimativa de abertura de fissuras no momento máximo positivo.

Redistribuição Negativo		0%	25%	30%	40%	50%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	7,970	9,356	9,639	10,238	10,852	11,466
	A _s Pos (cm ²)	1,1	1,29	1,33	1,42	1,51	1,59
	x/d ELU	0,046	0,055	0,056	0,06	0,064	0,068
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	92,76	97,97	99,01	101,31	103,53	105,46
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	4,554	4,554	4,554	4,554	4,554	4,554
	σ _s (MPa)	272,83	233,70	226,87	212,92	200,61	190,83
	w _k (mm)	0,108	0,086	0,082	0,075	0,068	0,063
Rigidez bruta caso b)	M _d Serviço (kNm)	5,134	5,134	5,134	5,134	5,134	5,134
	σ _s (MPa)	307,58	263,47	255,77	240,04	226,16	215,14
	w _k (mm)	0,137	0,109	0,104	0,095	0,087	0,08
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	4,154	4,550	4,628	4,803	5,000	5,201
	σ _s (MPa)	248,88	233,49	230,58	224,54	220,25	217,93
	w _k (mm)	0,09	0,086	0,085	0,083	0,082	0,083
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	4,058	4,328	4,382	4,501	4,656	4,912
	σ _s (MPa)	243,12	222,08	218,33	210,42	205,11	205,85
	w _k (mm)	0,086	0,077	0,076	0,073	0,071	0,074
Branson	M _d Serviço (kNm)	4,071	4,190	4,217	4,230	4,828	4,707
	σ _s (MPa)	243,87	215,01	210,07	197,78	212,68	197,25
	w _k (mm)	0,086	0,073	0,07	0,064	0,077	0,068

Fonte: Autor.

Para a verificação de flechas, os carregamentos de serviço obtidos com base no que foi apresentado no Item 2.4.2 estão dispostos na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Exemplo 1: Carregamento de serviço para deformação (ELS-DEF).



Fonte: Autor.

As flechas obtidas pelo Software S-vigas, de acordo com o Item 3.2, estão apresentadas na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 – Deformações máximas nos vãos obtidas para o Exemplo 1.

Caso	0%	25%	30%	40%	50%	55%	60%
I equivalente (mm)	-7,854	-7,534	-7,47	-7,329	-7,195	-7,137	-7,08
Diagrama bi linear (mm)	-7,96	-7,731	-7,706	-7,702	-7,967	-12,715	-13,176
Branson (mm)	-7,043	-5,19	-6,793	-5,085	-5,039	-13,111	-13,665
Deformação Limite (mm)	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24

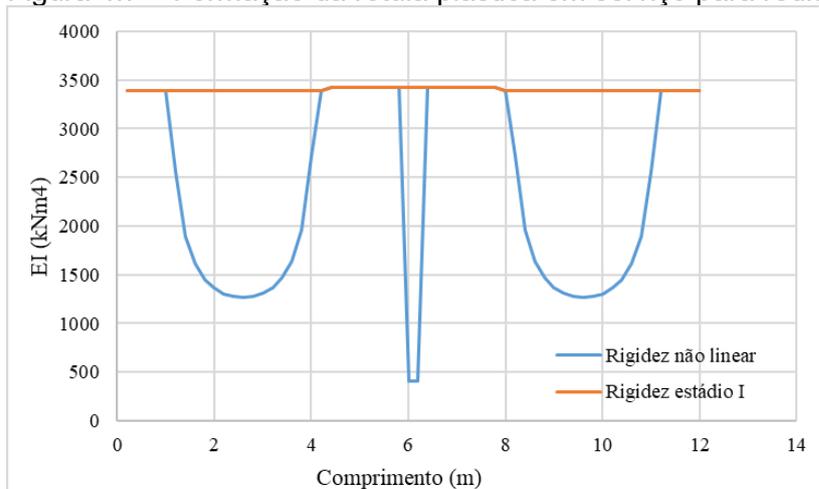
Fonte: Autor.

Apesar da flecha não superar o estabelecido pela norma, verifica-se que nos modelos não lineares, a partir de 55% de redistribuição, ocorre um grande acréscimo na flecha em relação ao cálculo anterior.

Isto ocorre porque na verificação de flechas a resistência à tração do concreto é adotada no seu valor médio, enquanto na verificação de fissuras é utilizado o valor inferior. Com isso, o M_r supera o valor M_{ip} , tornando possível apenas o comportamento da seção no estágio I. Atingindo este limite, ocorre plastificação na seção e um grande acréscimo da deformação da armadura e do concreto.

Para 55% de redistribuição os valores são $M_r=7,29\text{kNm}$ e $M_{ip}=7,25 \text{ kNm}$. O gráfico da Figura 4.7 mostra a formação da rótula plástica através da distribuição da rigidez da seção ao longo da viga:

Figura 4.7 – Formação da rótula plástica em serviço para redistribuição de 55%.



Fonte: Autor.

Assim, apesar do modelo simplificado da NBR 6118 (2014) não apresentar limitações para flechas em redistribuições superiores a 55%, os modelos não lineares mostram que a partir desta redistribuição ocorre plastificação da seção em serviço.

4.1.3 Verificação da rotação plástica

4.1.3.1 Resultados obtidos

A verificação da ductilidade da seção crítica pode ser feita através da comparação da rotação plástica existente no apoio ou, de modo simplificado, pela verificação da relação x/d . Neste trabalho as duas abordagens foram utilizadas.

Os resultados da seção crítica na continuidade para as redistribuições dos momentos negativos propostas está apresenta na Tabela 4.14 a seguir:

Tabela 4.14 – Resultados obtidos para a rotação plástica da seção crítica.

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
A_s Negativo (cm²)	2,19	1,67	1,55	1,43	1,31	1,2	1,09	0,98
M_{Sd} (kNm)	-14,175	-11,340	-10,631	-9,922	-9,214	-8,505	-7,796	-7,087
V_{Sd} (kNm)	-11,812	-11,340	-11,222	-11,104	-10,986	-10,868	-10,749	-10,631
x/d ELU	0,437	0,333	0,308	0,285	0,262	0,239	0,217	0,196
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico (mrad)	5,954	13,507	15,284	16,98	18,677	20,292	21,908	23,483
Fator	1,491	1,361	1,325	1,286	1,246	1,204	1,159	1,111
θ_{PI} limite (mrad)	8,9	18,4	20,2	21,8	23,3	24,4	25,4	26,1
θ_{PI} l_{II} (mrad)	11,063	20,261	22,644	25,063	27,24	29,832	32,399	34,767
Diferença percentual	-24,6%	-10,2%	-11,9%	-14,7%	-17,0%	-22,1%	-27,6%	-33,2%
θ_{PI} l_{eq} (mrad)	0	15,569	18,915	22,355	24,894	26,955	29,359	29,87
Diferença percentual	100%	15,3%	6,6%	-2,3%	-7,0%	-10,3%	-15,6%	-14,5%
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	13,037	22,35	24,932	27,374	29,493	32,262	34,819	37,051
Diferença percentual	-46,9%	-21,6%	-23,2%	-25,3%	-26,7%	-32,1%	-37,1%	-42,0%
θ_{PI} Não Linear - Branson (mrad)	13,487	24,913	27,904	30,801	33,369	36,234	38,797	41,015
Diferença percentual	-51,9%	-35,5%	-37,8%	-41,0%	-43,4%	-48,3%	-52,8%	-57,2%

Fonte: Autor.

É interessante notar que como as análises não lineares fornecem momentos na continuidade um pouco maiores do que análise elástica linear usada para o dimensionamento, aparecem pequenas rotações plásticas, mesmo para redistribuições nulas. Só no caso do uso de l_{eq} a rotação para redistribuição nula também é nula.

Este resultado mostra que as recentes mudanças ocorridas nas NBR 6118/2004 e NBR 6118 / 2014, exigindo uma ductilidade mínima de seções transversais, mesmo dimensionadas sem redistribuição, é acertada.

As duas abordagens para a verificação da ductilidade fornecem conclusões diferentes. Enquanto a limitação do x/d em 0,25 permite redistribuições elevadas (por exemplo até 50%), a verificação explícita da rotação plástica depende muito do tipo modelo adotado, sendo que as análises não lineares não permitiriam redistribuições em nenhum nível.

Verifica-se que o modelo não linear utilizando o diagrama bi linear apresenta resultados mais favoráveis do que o modelo utilizando a fórmula de Branson. Porém, as considerações levantadas sobre o modelo não linear de Branson no Item 4.1.1.6 também são válidas para este caso, pois o modelo apresenta limitações nos casos em que o M_{ip} tem valores próximos ao M_r , que ocorre nas grandes redistribuições. Do mesmo modo que nos estudos de fissuração, os resultados do modelo não linear de Branson continuarão aparecendo no trabalho, entretanto a referência utilizada será através do modelo não linear com o diagrama bi linear.

Chama atenção nos resultados que o modelo que considera a rigidez no estágio II puro apresenta rotações menores que o modelo não linear bi linear, onde se esperava se tratar de um modelo favorável a segurança, conforme está mencionado nos Comentários Técnicos do Ibracon (IBRACON, 2015).

Já os resultados utilizando o modelo de I_{eq} simplificado apresentam rotações menores que o modelo bi linear. Neste caso, a utilização de uma rigidez única onde é feita a ponderação entre as rigidezes dos momentos negativos e positivos pode não ser um modelo adequado para o cálculo de rotações.

4.1.3.2 Efeito do aumento da ductilidade da seção com a utilização da armadura dupla

Percebe-se também que nas baixas redistribuições relação x/d é maior que o limite estabelecido pela norma para o dimensionamento da seção. A rigor, este dimensionamento deveria ser limitado à relação x/d limite com a utilização de armadura dupla, que neste caso seria ínfima devido à proximidade dos valores de x/d calculados com o limite, ou com o aumento de seção.

A Tabela 4.15, a seguir, mostra os resultados da rotação plástica da seção com a limitação do valor de x/d para o limite estabelecido na norma brasileira, com a adoção da armadura dupla ínfima estabelecida pela norma nos casos exigidos (20 a 35%).

Tabela 4.15 – Rótulas plásticas obtidas com a limitação do x/d .

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
A_s Negativo (cm²)	2,19	1,65	1,53	1,42	1,31	1,2	1,09	0,98
x/d ELU	0,437	0,288	0,25	0,25	0,25	0,239	0,217	0,196
Fator	1,491	1,361	1,325	1,286	1,246	1,204	1,159	1,111
Tabela	5,93	16,76	19,53	19,53	19,53	20,32	21,92	23,45
Rotação Limite	8,9	22,8	25,9	25,1	24,3	24,4	25,4	26,1
$\theta_{PI\ II}$ (mrad)	11,063	20,101	22,481	24,98	27,24	29,832	32,399	34,767
Diferença percentual	-24,6%	11,9%	13,1%	0,5%	-11,9%	-22,1%	-27,6%	-33,2%
$\theta_{PI\ I_{eq}}$ (mrad)	0	15,594	18,946	22,37	24,894	26,955	29,359	29,87
Diferença percentual	100%	31,6%	26,7%	10,9%	-2,3%	-10,3%	-15,6%	-14,5%
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	13,037	22,226	24,812	27,314	29,493	32,262	34,819	37,051
Diferença percentual	-46,9%	2,6%	4,1%	-8,8%	-21,2%	-32,1%	-37,1%	-42,0%
θ_{PI} Não Linear – Branson (mrad)	13,487	24,876	27,85	30,785	33,369	36,234	38,797	41,015
Diferença percentual	-51,9%	-9,1%	-7,7%	-22,6%	-37,1%	-48,3%	-52,8%	-57,2%

Fonte: Autor.

É possível verificar que as rotações plásticas apresentam uma mínima redução nos casos em que houve limitação da relação x/d . Porém, verifica-se um grande ganho com o aumento da capacidade de rotação plástica da seção, permitindo redistribuições de até 30% com o modelo do estádio II puro e 25% para os modelos com o I_{eq} e o bi linear. Nota-se que um ínfimo aumento na ductilidade da seção proporciona um considerável ganho na sua capacidade de rotação plástica.

Como as armaduras positivas precisam necessariamente ser ancoradas no apoio, a utilização da armadura dupla na continuidade, aproveitando as armaduras positivas já posicionadas na seção, pode ser uma solução prática para aumentar a capacidade de rotação plástica da seção, porém requer a garantia de ancoragem da armadura na viga do vão adjacente e que as nervuras estejam alinhadas nos dois vãos.

A Tabela 4.16, a seguir, mostra os resultados com a consideração de que toda a armadura positiva esteja devidamente ancorada, podendo ser considerada como armadura de compressão na seção do apoio:

Tabela 4.16 – Resultados obtidos com a utilização da armadura dupla na continuidade.

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
A_s Positivo (cm²)	1,1	1,25	1,29	1,33	1,38	1,42	1,46	1,51
A_s Negativo (cm²)	2,19	1,65	1,53	1,42	1,31	1,2	1,09	0,98
M_{Sd} (kNm)	-14,175	-11,340	-10,631	-9,922	-9,214	-8,505	-7,796	-7,087
V_{Sd} (kNm)	-11,812	-11,340	-11,222	-11,104	-10,986	-10,868	-10,749	-10,631
x/d ELU	0,122	0,125	0,126	0,127	0,127	0,128	0,129	0,129
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	28,9	28,6	28,6	28,5	28,5	28,4	28,3	28,3
Fator	1,491	1,361	1,325	1,286	1,246	1,204	1,159	1,111
θ_{PI} limite (mrad)	43,0	38,9	37,8	36,7	35,5	34,2	32,8	31,4
θ_{PI} I_{II} (mrad)	11,669	20,541	22,875	25,329	27,545	30,089	32,613	34,937
Diferença percentual	72,9%	47,2%	39,6%	30,9%	22,3%	12,0%	0,7%	-11,2%
θ_{PI} I_{eq} (mrad)	0,01	15,53	18,88	22,32	24,85	26,92	29,34	29,86
Diferença percentual	100,0%	60,1%	50,1%	39,1%	29,9%	21,3%	10,6%	5,0%
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	13,4	22,474	25,007	27,474	29,618	32,361	34,898	37,109
Diferença percentual	68,8%	42,3%	33,9%	25,0%	16,5%	5,4%	-6,3%	-18,1%
θ_{PI} Não Linear – Branson (mrad)	13,785	24,99	27,947	30,84	33,375	36,26	38,833	41,049
Diferença percentual	0%	35,8%	26,2%	15,9%	5,9%	-6,0%	-18,3%	-30,6%

Fonte: Autor.

Com a consideração da armadura dupla ocorre um grande ganho na ductilidade da seção, que pode ser notado tanto pelas relações x/d quanto pela rotação plástica limite, apesar de um pequeno acréscimo nas rotações plásticas em relação ao modelo que não a considera. Assim, capacidade de rotação plástica pode chegar a redistribuições de até 40% para o modelo bi linear utilizado como referência.

4.1.3.3 Efeito do M_r nas rotações obtidas pelas análises não lineares

Devido à grande sensibilidade das rotações em função das rigidezes adotadas, neste item será mostrado o estudo realizado para avaliar o efeito da variação do M_r nas análises não lineares para a obtenção destas rotações na laje em análise.

Foram adotadas as seguintes considerações sobre a contribuição da mesa tracionada no cálculo do M_r :

- considerando a largura efetiva (seção T bruta);

- considerando apenas a seção da alma (seção retangular onde atua o momento negativo);
- adotando arbitrariamente o valor médio entre as duas considerações anteriores.

Os valores de M_r adotados para este estudo estão mostrados na Tabela 4.17 a seguir:

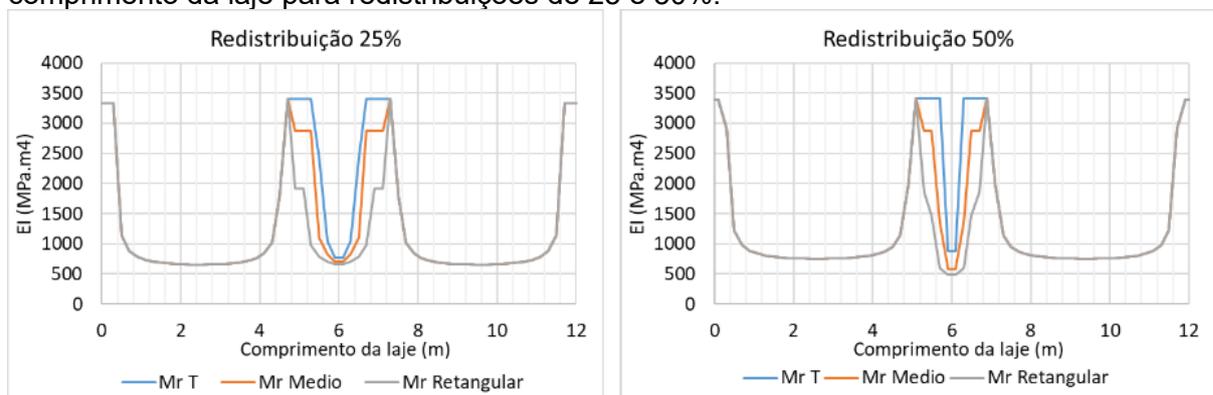
Tabela 4.17 – Valores de M_r adotados para o estudo para cada nível de redistribuição.

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Mr Bi linear T (kNm)	5,187	5,151	5,143	5,135	5,129	5,122	5,115	5,11
Mr Não Linear - Bi linear Médio (kNm)	3,722	3,666	3,654	3,641	3,629	3,618	3,606	3,596
Mr Não Linear - Bi linear Retangular (kNm)	2,267	2,177	2,156	2,136	2,115	2,096	2,077	2,058

Fonte: Autor.

Nos modelos não lineares, o valor do M_r considerado influencia diretamente na rigidez da laje, já que a obtenção do diagrama momento x curvatura depende diretamente desse valor. A Figura 4.8 a seguir mostra o comportamento da rigidez não linear da seção ao longo da laje para o modelo não linear - bi linear nas redistribuições de 25 e 50% nas continuidades.

Figura 4.8 – Distribuição da rigidez não linear, obtida pelo diagrama bi linear, ao longo do comprimento da laje para redistribuições de 25 e 50%.



Fonte: Autor.

Os gráficos da figura Figura 4.8 mostram que, nas regiões mais próximas ao apoio, a rigidez da seção é baixa, pois o momento fletor nesses trechos é mais alto,

superando o valor de M_r nos 3 modelos. À medida que se afasta do apoio central, os modelos em que são considerados os valores de M_r da seção T apresentam um trecho maior em que a rigidez da seção apresenta as características do estágio I (não fissurada), tornando estas regiões mais rígidas. Nos modelos em que o M_r é reduzido, a influência dos trechos com características não fissuradas naturalmente diminui.

Também é possível perceber na Figura 4.8 que quando a redistribuição do momento é aumentada para 50%, os trechos da continuidade onde as rigidezes apresentam características mais próximas do estágio I é maior na proporção dos trechos em que está atuando o momento negativo, chegando a pontos mais próximos do apoio, em função da redução do momento negativo no apoio.

O reflexo da alteração da rigidez devido às considerações de M_r no cálculo das rotações plásticas é mostrado na Tabela 4.18 a seguir:

Tabela 4.18 – Rotações obtidas com diferentes considerações do M_r . Valores em mrad.

Redistribuição	0,00%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
θ_{PI} limite	8,876	18,381	20,244	21,843	23,276	24,429	25,39	26,092
θ_{PI} II	11,063	20,261	22,644	25,063	27,24	29,832	32,399	34,767
θ_{PI} Não Linear - Bi linear T	13,037	22,35	24,932	27,374	29,493	32,262	34,819	37,051
θ_{PI} Não Linear - Bi linear Médio	10,756	20,074	22,653	24,993	27,208	29,964	32,376	34,87
θ_{PI} Não Linear - Bi linear Retangular	8,308	17,605	20,086	22,476	24,735	27,349	29,873	32,415
θ_{PI} Não Linear - Branson M_r T	13,487	24,913	27,904	30,801	33,369	36,234	38,797	41,015
θ_{PI} Não Linear - Branson M_r Médio	10,223	21,173	24,099	26,951	29,709	32,84	35,793	38,666
θ_{PI} Não Linear - Branson M_r Retangular	7,827	18,028	20,687	23,334	25,876	28,723	31,561	34,43

Fonte: Autor.

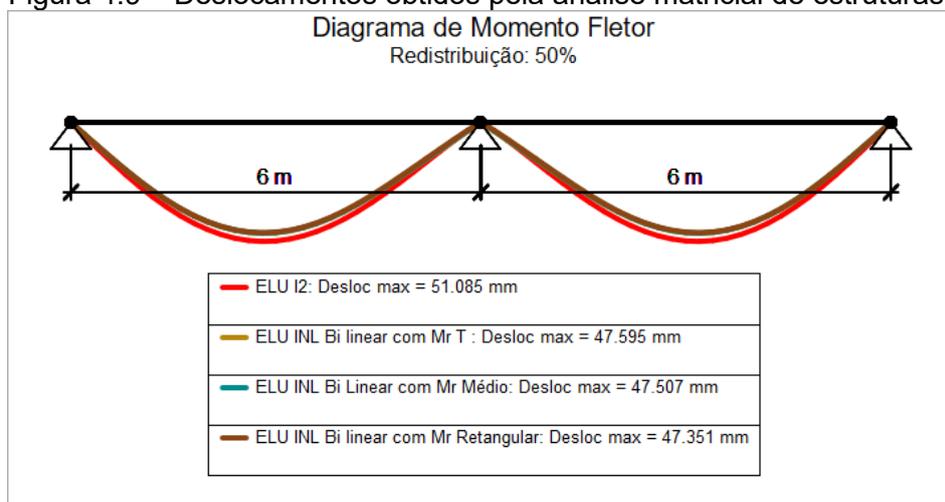
Com base nos resultados obtidos pode-se tirar as seguintes conclusões:

- Existe uma grande sensibilidade na obtenção da rotação plástica com a alteração do M_r considerado;
- Para ambos os modelos não lineares, a consideração da rigidez bruta da seção T no M_r traz rotações plásticas maiores que os outros modelos, inclusive sobre a rigidez no estágio II puro;

- Ao considerar o valor médio da mesa no M_r , os resultados do modelo bi linear apresentam resultados próximos ao modelo I_{II} ;
- O modelo não linear de Branson tende a trazer resultados mais próximo do modelo bi linear com a diminuição do M_r , devido ao seu afastamento do valor do M_{ip} .

O efeito da diminuição da rigidez nas regiões próximas ao apoio é importante para entender por que as rotações obtidas para o modelo do estádio II puro são menores do que o modelo não linear utilizando o M_r da seção T. Para ajudar a entender este efeito, a Figura 4.9 mostra os deslocamentos obtidos pela análise matricial da estrutura para os modelos não lineares – bi linear e o modelo no estádio II puro. Estes deslocamentos foram obtidos pelas hipóteses do ELU e não servem para verificações de flechas estudada no Item 4.1.2.

Figura 4.9 – Deslocamentos obtidos pela análise matricial de estruturas.



Fonte: Autor.

Na Figura 4.9 é possível verificar que mesmo com rotações menores no apoio no modelo I_{II} , os deslocamentos são maiores no meio do vão do que nos modelos não lineares. Já ao comparar os deslocamentos obtidos pela análise não linear – bi linear a variação do M_r considerado entre si, ocorre o inverso, a diminuição da rotação no apoio gera uma redução praticamente insignificante nos deslocamentos.

Isto significa que o comportamento dos ângulos de um elemento linear não é tão simples e apresenta uma grande sensibilidade para cada consideração adotada na rigidez da laje, principalmente nas regiões próximas ao apoio.

Sem resultados experimentais, é difícil determinar qual dos modelos se aproxima com a realidade. Porém, para o estudo das rotações plásticas é evidente que quando se trata de seções T com a mesa tracionada, os modelos que consideram a rigidez no estágio II puro podem não trazer o resultado mais seguro como é esperado.

4.1.3.4 Efeito do aumento da espessura da seção em sua ductilidade

Nos itens anteriores foi possível verificar que a seção estudada apresenta problemas em relação à ductilidade e que o seu aumento proporciona grandes ganhos em relação à capacidade de rotação plástica da seção.

Neste item, avaliou-se o exemplo estudado com o aumento da espessura da seção em 5 cm, totalizando $h=25$ cm. Os resultados obtidos no software estão apresentados na Tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Rotações plásticas obtidas para a laje em estudo com aumento de espessura da seção para 25 cm

Redistribuição	0,00%	20%	25%	30%	40%	45%	50%
A_s Positivo (cm²)	0,89	1,01	1,05	1,08	1,15	1,18	1,22
A_s Negativo (cm²)	1,67	1,3	1,21	1,13	0,95	0,87	0,79
M_{Sd} (kNm)	-14,962	-11,97	-11,222	-10,474	-8,978	-8,229	-7,481
V_{Sd} (kNm)	-12,469	-11,97	-11,845	-11,721	-11,471	-11,347	-11,222
x/d ELU	0,26	0,203	0,189	0,176	0,149	0,136	0,123
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	18,798	22,939	23,95	24,93	26,89	27,838	28,786
Fator	1,319	1,204	1,172	1,138	1,065	1,025	0,983
θ_{PI} limite (mrad)	24,789	27,615	28,064	28,371	28,639	28,54	28,295
θ_{PI} I_{II} (mrad)	8,316	15,17	16,715	18,628	22,137	24,114	25,893
Diferença percentual	66,5%	45,1%	40,4%	34,3%	22,7%	15,5%	8,5%
θ_{PI} I_{eq} (mrad)	0,003	8,266	9,734	11,476	12,562	14,511	15,974
Diferença percentual	100,0%	70,1%	65,3%	59,6%	56,1%	49,2%	43,5%
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	9,808	16,831	18,558	20,419	24,095	26,064	27,163
Diferença percentual	60,4%	39,1%	33,9%	28,0%	15,9%	8,7%	4,0%
θ_{PI} Não Linear - Branson (mrad)	9,162	17,791	19,651	21,51	24,861	26,47	27,818
Diferença percentual	63,0%	35,6%	30,0%	24,2%	13,2%	7,3%	1,7%

Fonte: Autor.

Ao utilizar o critério do x/d todos os valores para as redistribuições até 50% ficaram abaixo de 0,25 para as continuidades em que houve redistribuição de esforços. Apenas na redistribuição nula o valor ficou 0,26, que está muito próximo.

No critério da rotação plástica limite, todos os modelos analisados apresentam rotações plásticas menores que o limite nas redistribuições até 50%, inclusive no modelo bi linear, utilizado como referência.

Assim, com esse aumento, a laje estudada poderia ter os momentos na continuidade redistribuídos até 50% respeitando ambos os critérios da norma para a ductilidade.

4.1.3.5 Conclusões sobre a rotação plástica

A norma apresenta dois critérios para a verificação da ductilidade da seção: um método simplificado, no qual dispensa a verificação da rótula plástica para seções com baixa relação x/d , e a análise com a verificação explícita da rotação plástica solicitante.

Ambos os métodos foram avaliados neste item e trouxeram resultados bastante diferentes. O resultado obtido pelo método simplificado para o exemplo estudado apresentou problemas em redistribuições baixas, mas permitiu redistribuições acima de 25%, quando a limitação do x/d passa a ser constante em 0,25, chegando até 50%, onde a análise foi interrompida.

No método em que foi efetuado o cálculo explícito das rotações plásticas, verificou-se que na laje em análise a rotação plástica é um fator limitante para a redistribuição dos momentos negativos, onde a rotação ficou acima do limite para as análises não lineares e a análise com o modelo simplificado I_{II} . O modelo não linear de Branson apresenta as mesmas limitações estudadas no item 4.1.1.6 por conta da proximidade dos valores do M_r e M_{ip} principalmente para grandes redistribuições. O modelo simplificado I_{eq} mostrou-se inadequado devido à complexidade do comportamento das rotações nas lajes com seção T, principalmente pela grande variação de rigidez nos trechos de momento positivo e negativo, na qual a consideração de uma rigidez ponderada entre os trechos apresenta rotações bastante afastadas do modelo bi-linear.

A adoção de um procedimento relativamente simples, que consiste na consideração da armadura dupla, já presente no apoio, aumenta consideravelmente a capacidade de rotação plástica da seção. A dificuldade desta solução se encontra na ancoragem das barras na laje adjacente, que deve possuir as alinhamento entre as nervuras adjacentes.

Já com o aumento da seção para 25 cm, o ganho foi maior ainda que na utilização de armadura dupla, pois as rotações diminuíram consideravelmente, bem como a capacidade da seção aumentou. Trata-se de uma solução que pode envolver maior custo, porém do ponto de vista prático é muito mais simples de executar.

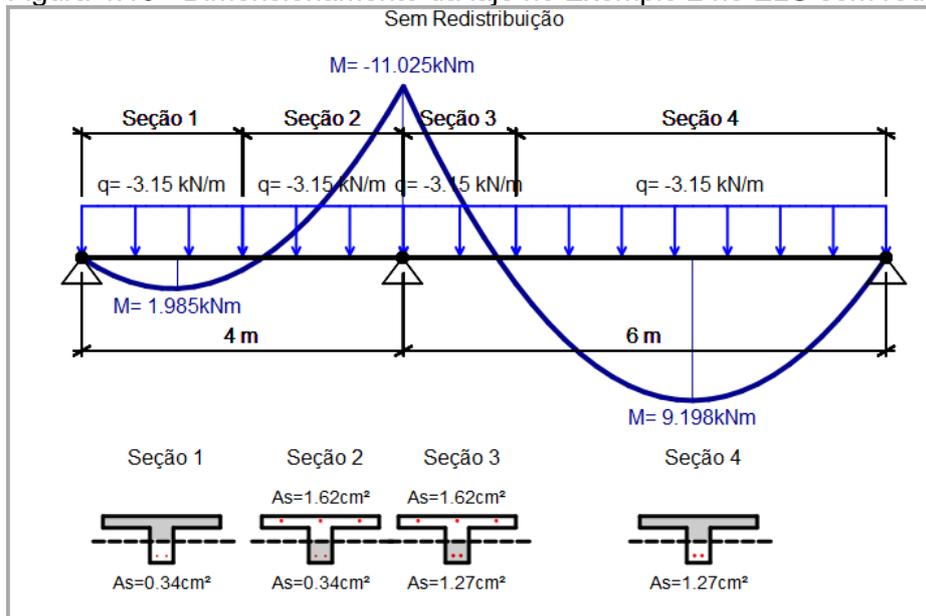
As rotações nas seções T são bastante sensíveis às variações das rigidezes nas regiões próximas ao apoio, e o seu aumento não traz necessariamente rotações menores. Inclusive, no exemplo estudado o aumento na rigidez do apoio com a consideração do M_r para seção T apresenta rotações maiores que as rigidezes menores obtidas com a redução do M_r considerado nos modelos não lineares.

O estudo dos ângulos em lajes com seção T apresenta um comportamento bastante complexo com relação à variação da rigidez, recomendando-se um estudo mais aprofundado sobre o tema.

4.2 EXEMPLO 2

Conforme mostrado no Item 3.1.2, no Exemplo 2 será estuda uma laje com as mesmas características da laje do Exemplo 1, porém com vãos assimétricos e a disposição conforme Figura 4.10 a seguir:

Figura 4.10 - Dimensionamento da laje no Exemplo 2 no ELU sem redistribuição.



Fonte: Autor.

Os dimensionamentos obtidos para todos os níveis de redistribuições encontram-se na Tabela 4.20.

Tabela 4.20 – Dimensionamento das seções para os níveis de redistribuição.

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_d Negativo (kNm)	-11,025	-8,82	-8,269	-7,718	-7,166	-6,615	-6,064	-5,513
A_s Neg (cm²)	1,62	1,25	1,16	1,08	0,99	0,91	0,83	0,75
M_d Pos Vão 1 (kNm)	1,985	2,646	2,839	3,032	3,225	3,623	3,623	3,843
A_s Pos Vão 1 (cm²)	0,34	0,36	0,39	0,41	0,44	0,47	0,49	0,52
M_d Pos Vão 2 (kNm)	9,198	10,101	10,34	10,579	10,818	11,057	11,295	11,540
A_s Pos Vão 2 (cm²)	1,27	1,4	1,43	1,47	1,5	1,54	1,57	1,6

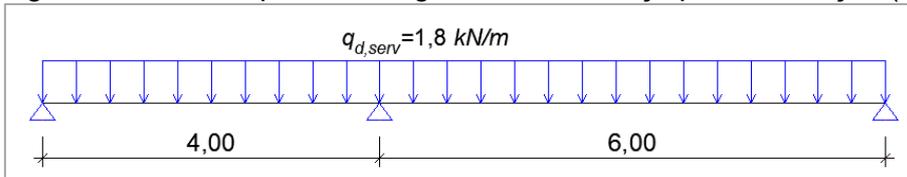
Fonte: Autor.

4.2.1 Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras

Neste exemplo foram adotados apenas os modelos a) e d), com a rigidez bruta e a rigidez não linear bi linear, que se mostraram mais adequadas para a verificação de abertura de fissuras no Exemplo 1.

O carregamento de serviço mostrado na Figura 4.11 é o mesmo utilizado no Exemplo 1 pois não houve alteração nas características da seção.

Figura 4.11 – Exemplo 2: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).



Fonte: Autor.

Os resultados para fissuração estão apresentados na Tabela 4.21.

Tabela 4.21 – Resultado para a fissuração.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M_d último (kNm)	-11,025	-8,820	-8,269	-7,718	-7,166	-6,615	-6,064	-5,513
	A_s Neg (cm ²)	1,62	1,25	1,16	1,08	0,99	0,91	0,83	0,75
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro barra (mm)	8,29	7,28	7,02	6,77	6,48	6,21	5,94	5,64
	x/d ELU	0,322	0,249	0,232	0,215	0,198	0,182	0,166	0,149
ELS-W	A_{cr} (cm ²)	94,38	79,25	75,25	71,55	66,72	62,09	57,44	52,74
Rigidez Bruta	M_d Serviço (kNm)	-6,3	-6,3	-6,3	-6,3	-6,3	-6,3	-6,3	-6,3
	σ_s (MPa)	242,3	310,23	333,2	356,78	387,81	420,47	459,34	506,4
	w_k (mm)	0,096	0,139	0,154	0,171	0,193	0,218	0,248	0,279
Diagrama bi linear	M_d Serviço (kNm)	-7,608	-7,241	-7,131	-7,015	-6,864	-6,658	-6,513	-6,305
	σ_s (MPa)	292,59	356,55	377,16	397,28	422,55	444,34	474,89	506,8
	w_k (mm)	0,141	0,183	0,198	0,212	0,229	0,243	0,265	0,279

Fonte: Autor.

Da mesma forma que no Exemplo 1, verifica-se que a fissuração apresenta problema apenas em redistribuições próximas a 50%. Nesse caso, é possível verificar uma considerável redução tanto nos momentos últimos quanto nos momentos de serviço em relação ao Exemplo 1, ocasionado pelo equilíbrio entre os dois tramos.

4.2.2 Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas

No vão 2, mais crítico, a fissuração está mostrada na Tabela 4.22, a seguir.

Tabela 4.22 – Resultados para fissuração no vão 2.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M _d último (kNm)	9,198	10,101	10,340	10,579	10,818	11,057	11,295	11,540
	A _s Pos (cm ²)	1,27	1,4	1,43	1,47	1,5	1,54	1,57	1,6
	x/d ELU	0,054	0,059	0,06	0,062	0,064	0,065	0,066	0,067
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	97,44	100,81	101,56	102,55	103,29	104,26	104,98	105,69
Rigidez Bruta	M _d Serviço (kNm)	5,256	5,256	5,256	5,256	5,256	5,256	5,256	5,256
	σ _s (MPa)	273,84	249,14	244,07	237,63	233,03	227,17	222,96	218,92
	w _k (mm)	0,117	0,101	0,098	0,094	0,092	0,088	0,086	0,084
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	4,735	4,880	4,924	4,970	5,030	5,113	5,171	5,254
	σ _s (MPa)	246,68	231,31	228,63	224,7	223,02	220,98	219,34	218,83
	w _k (mm)	0,095	0,087	0,086	0,084	0,084	0,084	0,083	0,084

Fonte: Autor.

A Tabela 4.23 mostra os resultados para as flechas diferidas máximas.

Tabela 4.23 – Deformações máximas nos vãos para o Exemplo 2.

Caso	Vão	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Rigidez equivalente (mm)	1	0,694	0,684	0,681	0,678	0,675	0,672	0,67	0,667
	2	-10,762	-10,481	-10,416	-10,331	-10,269	-10,186	-10,126	-10,066
Não linear bi linear (mm)	1	1,02	0,961	0,95	0,936	0,928	0,914	0,9	0,892
	2	-11,278	-10,682	-10,573	-10,434	-10,362	-10,22	-10,089	-10
Não linear Branson (mm)	1	0,964	0,933	0,932	0,924	0,916	0,909	0,897	0,892
	2	-10,764	-10,445	-10,426	-10,341	-10,271	-10,203	-10,091	-10,032
Limite normativo (mm)	1	-16							
	2	-24							

Fonte: Autor.

Neste Exemplo, os momentos positivos também não mostraram problemas ao longo das redistribuições. Inclusive, o aumento da armadura positiva gerou flechas e abertura de fissuras menores à medida que as redistribuições aumentam, para os 3 modelos de rigidezes adotados.

4.2.3 Verificação da rotação plástica

Um dos fatores utilizados para o cálculo da rotação limite é o esforço cortante na seção conforme visto no Item 2.5.3. No caso de vãos assimétricos, o esforço cortante é diferente quando analisado a esquerda do apoio e a direita.

Neste ponto, a norma brasileira não apresenta maiores detalhes sobre o cálculo das rotações em vãos assimétricos gerando várias possíveis interpretações para o tema. A interpretação dada para este estudo foi a utilização da rotação plástica total obtida para ambos os tramos e sua capacidade foi avaliada pela situação mais desfavorável.

Assim, avaliou-se a capacidade de rotação da seção no apoio central pelos dois lados, ou seja, no lado da seção 2 e no lado da seção 3 mostradas na Figura 4.10.

As rotações plásticas neste Item foram obtidas apenas pelos modelos c), rigidez no estágio II puro e d) rigidez não linear bi linear, que se mostraram mais adequados para o cálculo de rotações em seção T no Exemplo 1.

A Tabela 4.24 mostra os resultados das rotações plásticas no apoio para a Seção 2.

Tabela 4.24 -Rotações plásticas obtidas pelo lado da Seção 2.

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_{Sd} (kNm)	-11,025	-8,82	-8,269	-7,718	-7,166	-6,615	-6,064	-5,513
V_{Sd} (kNm)	-9,056	-8,505	-8,367	-8,229	-8,092	-7,954	-7,816	-7,678
x/d ELU	0,264	0,198	0,183	0,167	0,152	0,137	0,122	0,108
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	18,515	23,281	24,412	25,543	26,633	27,724	28,814	29,865
Fator	1,501	1,386	1,353	1,318	1,281	1,241	1,199	1,153
θ_{PI} limite (mrad)	27,801	32,263	33,025	33,663	34,107	34,406	34,538	34,437
θ_{PI} III (mrad)	4,416	13,108	15,011	17,172	19,194	21,279	23,689	25,961
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	5,744	14,174	16,405	18,582	20,809	22,936	25,706	27,947

Fonte: Autor.

A Tabela 4.25 mostra os resultados das rotações plásticas no apoio para a Seção 3.

Tabela 4.25 – Rotações Plásticas obtidas pelo lado da Seção 3.

Redistribuição	0,00%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_{sd} (kNm)	-11,025	-8,82	-8,269	-7,718	-7,166	-6,615	-6,064	-5,513
V_{sd} (kNm)	-11,287	-10,92	-10,828	-10,736	-10,644	-10,553	-10,461	-10,369
x/d ELU	0,322	0,249	0,232	0,215	0,198	0,182	0,166	0,149
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	14,315	19,565	20,858	22,069	23,281	24,493	25,664	26,835
Fator	1,345	1,223	1,189	1,154	1,117	1,077	1,036	0,992
θ_{PI} limite (mrad)	19,253	23,928	24,804	25,464	25,995	26,389	26,59	26,628
θ_{PI} I_{II} (mrad)	4,416	13,108	15,011	17,172	19,194	21,279	23,689	25,961
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	5,744	14,174	16,405	18,582	20,809	22,936	25,706	27,947

Fonte: Autor.

Os resultados de rotação plástica para este exemplo mostram que a mesma laje do Exemplo 1 quando adjacente à uma laje de comprimento menor possibilita redistribuições muito superiores. Enquanto no Exemplo 1 as rotações plásticas já apresentavam problemas desde a redistribuição nula. Já neste Exemplo, as redistribuições chegam facilmente a valores próximos a 50%. Neste exemplo, o modelo I_{II} ainda apresenta rotações menores que o modelo não linear.

Em relação à rotação limite, verifica-se que o lado da Seção 3, que apresenta vão maior, possui uma capacidade menor de rotação plástica. Isto se deve ao do esforço cortante maior atuando nesta seção.

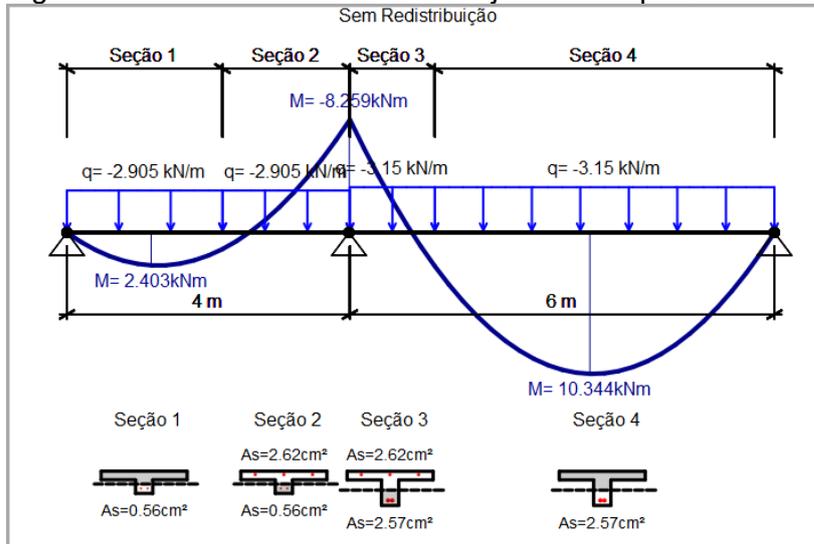
As redistribuições foram encerradas em 50% pois o limite foi dado pela abertura de fissuras.

4.3 EXEMPLO 3

No item anterior verificou-se que a mesma laje abordada no Exemplo 1, quando adjacente a uma laje de menor vão, apresenta uma capacidade muito superior de redistribuição de esforços na continuidade. Porém, para o vão de 4 m, a espessura adotada pode não ser econômica, onde na prática seria possível adotar espessuras menores.

Conforme mostrado no Item 3.1.3, neste exemplo foi estudada a mesma laje do Exemplo 2, porém adotando a espessura de 13 cm para a laje no vão de 4 m, conforme a Figura 4.12.

Figura 4.12 - Dimensionamento da laje no Exemplo 3 no ELU sem redistribuição.



Fonte: Autor.

Os dimensionamentos obtidos para todos os níveis de redistribuições encontram-se na Tabela 4.26.

Tabela 4.26 – Dimensionamento das seções para os níveis de redistribuição.

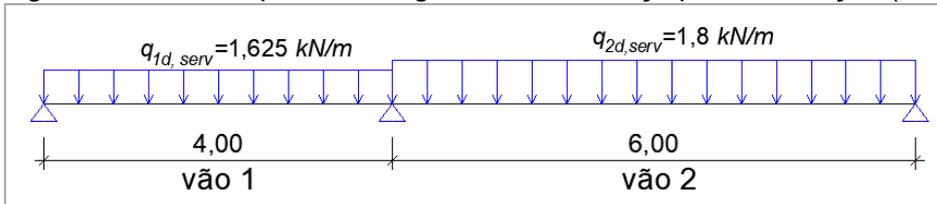
Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_d Negativo (kNm)	-8,259	-6,608	-6,195	-5,782	-5,369	-4,956	-4,543	-4,13
A_s Negativo (cm²)	2,62	1,81	1,65	1,5	1,37	1,23	1,11	0,99
M_d Pos vão 1 (kNm)	2,403	2,974	3,119	3,265	3,430	3,595	3,761	3,926
A_s Pos vão 1 (cm²)	0,56	0,7	0,73	0,77	0,81	0,85	0,89	0,93
M_d pos vão 2 (kNm)	10,344	11,060	11,239	11,418	11,607	11,799	11,992	12,185
A_s Pos vão 2 (cm²)	2,57	2,76	2,81	2,86	2,91	2,97	3,02	3,07

Fonte: Autor.

4.3.1 Verificação do Estado Limite de Abertura de Fissuras

Os carregamentos de serviço para fissuração estão mostrados na Figura 4.13 a seguir.

Figura 4.13 – Exemplo 3: Carregamento de serviço para fissuração (ELS-W).



Fonte: Autor.

Neste exemplo, como os dois vãos apresentam seções diferentes, a fissuração deve ser verificada para cada seção, ou seja, pelos dois lados do apoio central. Os resultados obtidos para a fissuração no apoio do lado da Seção 2 estão apresentados na Tabela 4.27.

Tabela 4.27 – Resultado para a fissuração pelo lado da Seção 2 (espessura 13 cm).

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M_d último (kNm)	-8,259	-6,608	-6,195	-5,782	-5,369	-4,956	-4,543	-4,130
	A_s Neg (cm ²)	2,62	1,81	1,65	1,5	1,37	1,23	1,11	0,99
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro da barra (mm)	10,54	8,76	8,37	7,98	7,63	7,23	6,86	6,48
	x/d ELU	0,232	0,181	0,169	0,157	0,145	0,133	0,122	0,11
ELS-W	A_{cr} (cm ²)	107,5	100,56	99,12	97,75	96,54	95,21	72,95	66,72
Rigidez Bruta	M_d Serviço (kNm)	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67
	σ_s (MPa)	192,07	271,77	296,52	324,42	353,44	391,4	431,42	480,96
	w_k (mm)	0,077	0,128	0,146	0,166	0,189	0,219	0,253	0,297
Diagrama bilinear	M_d Serviço (kNm)	-5,05	-4,726	-4,633	-4,549	-4,451	-4,36	-4,245	-4,13
	σ_s (MPa)	207,68	275	294,19	316,04	336,83	365,38	392,18	425,3
	w_k (mm)	0,09	0,131	0,143	0,158	0,171	0,191	0,209	0,232

Fonte: Autor.

A Tabela 4.28 mostra os resultados da fissuração para a Seção 3.

Tabela 4.28 – Resultado para a fissuração pelo lado da Seção 3 (espessura 20 cm).

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M _d último (kNm)	-8,259	-6,608	-6,195	-5,782	-5,369	-4,956	-4,543	-4,130
	A _s Neg (cm ²)	2,62	1,81	1,65	1,5	1,37	1,23	1,11	0,99
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro da barra (mm)	10,54	8,76	8,37	7,98	7,63	7,23	6,86	6,48
	x/d ELU	0,232	0,181	0,169	0,157	0,145	0,133	0,122	0,11
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	128,17	101,47	95,52	89,68	84,38	78,38	72,95	66,72
Rigidez Bruta	M _d Serviço (kNm)	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67	-4,67
	σ _s (MPa)	113,92	161,65	176,51	193,27	210,71	233,55	257,64	287,48
	w _k (mm)	0,027	0,045	0,052	0,059	0,067	0,078	0,09	0,106
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	-5,05	-4,726	-4,633	-4,549	-4,451	-4,36	-4,245	-4,13
	σ _s (MPa)	123,18	163,58	175,12	188,27	200,81	218,02	234,21	254,21
	w _k (mm)	0,032	0,046	0,051	0,056	0,061	0,068	0,075	0,083

Fonte: Autor.

Verifica-se que mesmo com a considerável redução da seção não houve prejuízo na abertura de fissuras. A redução do momento na continuidade gerou inclusive fissuras menores do que no exemplo anterior, permitindo redistribuições superiores a 50% sem que a seção atinja plastificação no aço ou abertura excessiva de fissuras.

4.3.2 Verificação do Estado Limite de Serviço nos momentos positivos e flechas

Os resultados de flecha para os dois vão da laje estão mostrados na Tabela 4.29 para o vão 1 (4m) e Tabela 4.30 para o vão 2 (6 m).

Tabela 4.29 – Resultados para fissuração no momento positivo do vão 1.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M _d último (kNm)	2,403	2,974	003,119	3,265	3,430	3,595	3,761	3,926
	A _s Pos (cm ²)	0,56	0,7	0,73	0,77	0,81	0,85	0,89	0,93
	x/d ELU	0,041	0,05	0,053	0,055	0,058	0,061	0,064	0,067
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	74,78	80,07	81,13	82,51	83,86	85,17	86,45	87,71
Rigidez Bruta	M _d Serviço (kNm)	1,329	1,329	1,329	1,329	1,329	1,329	1,329	1,329
	σ _s (MPa)	276,59	222,75	213,88	203,13	193,42	184,62	176,61	169,28
	w _k (mm)	0,073	0,053	0,049	0,046	0,043	0,04	0,037	0,035
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	1,215	1,312	1,340	1,365	1,400	1,432	1,472	1,512
	σ _s (MPa)	252,9	219,96	215,66	208,66	203,72	198,88	195,56	192,6
	w _k (mm)	0,061	0,051	0,05	0,048	0,047	0,046	0,046	0,045

Fonte: Autor.

Tabela 4.30 – Resultados para fissuração no momento positivo do vão 2.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M _d último (kNm)	10,344	11,060	11,239	11,418	11,607	11,799	11,992	12,185
	A _s Pos (cm ²)	2,57	2,76	2,81	2,86	2,91	2,97	3,02	3,07
	x/d ELU	0,06	0,065	0,066	0,067	0,068	0,069	0,07	0,071
ELS-W	A _{cr} (cm ²)	125,93	129,42	130,31	131,2	132,08	133,13	133,99	134,85
Rigidez Bruta	M _d Serviço (kNm)	5,932	5,932	5,932	5,932	5,932	5,932	5,932	5,932
	σ _s (MPa)	156,49	146,14	143,65	141,24	138,92	136,23	134,07	131,98
	w _k (mm)	0,054	0,049	0,047	0,046	0,045	0,044	0,043	0,042
Diagrama bi linear	M _d Serviço (kNm)	5,768	5,908	5,948	5,985	6,027	6,067	6,116	6,166
	σ _s (MPa)	152,15	145,55	144,04	142,49	141,15	139,32	138,23	137,19
	w _k (mm)	0,051	0,048	0,048	0,047	0,046	0,046	0,045	0,045

Fonte: Autor.

Mesmo com um acomodamento maior dos momentos positivos, as fissuras apresentam valores muito baixos nesta região.

A Tabela 4.31 mostra as flechas máximas diferidas para os dois vãos.

Tabela 4.31 – Deformação máxima nos vãos para o Exemplo 3.

Caso	Vão	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
Rigidez equivalente (mm)	1	-1,388	-1,473	-1,494	-1,512	-1,528	-1,547	-1,563	-1,579
	2	-11,856	-11,549	-11,47	-11,389	-11,309	-11,214	-11,136	-11,06
Não linear bi linear (mm)	1	-1,199	-1,378	-1,429	-1,489	-1,564	-1,65	-1,799	-2,009
	2	-11,83	-11,555	-11,487	-11,443	-11,382	-11,335	-11,309	-11,367
Não linear Branson (mm)	1	-1,078	-1,184	-1,207	-1,23	-1,262	-1,274	-1,29	-1,314
	2	-13,636	-13,334	-13,135	-13,063	-12,96	-12,823	-12,714	-12,621
Limite normativo (mm)	1	-16							
	2	-24							

Fonte: Autor.

Nas flechas, é possível verificar um pequeno aumento em relação ao Exemplo 2, que inclusive apresentava flechas positivas no vão menor. Porém, este pequeno aumento não foi suficiente para atingir os limites normativos.

4.3.3 Verificação da rotação plástica

Do mesmo modo que no exemplo 2, as rotações plásticas foram analisadas pelos dois lados no apoio central. A Tabela 4.32 mostra os resultados das rotações plásticas no apoio para a Seção 2 (13 cm de espessura).

Tabela 4.32 -Rotações plásticas obtidas pelo lado da Seção 2 (espessura 13 cm).

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_{Sd} (kNm)	-8,259	-6,608	-6,195	-5,782	-5,369	-4,956	-4,543	-4,13
V_{Sd} (kNm)	-7,875	-7,462	-7,359	-7,255	-7,152	-7,049	-6,946	-6,842
x/d ELU	0,606	0,425	0,385	0,347	0,311	0,276	0,243	0,21
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	-6,383	6,836	9,744	12,453	15,097	17,608	20,054	22,433
Fator	1,783	1,638	1,597	1,554	1,508	1,46	1,408	1,352
θ_{PI} limite (mrad)	-11,378	11,198	15,562	19,353	22,77	25,702	28,232	30,34
θ_{PI} I_{II} (mrad)	7,814	14,824	16,956	18,995	21,174	23,323	25,683	28,04
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	8,133	15,813	17,851	19,929	22,134	24,096	26,368	28,748

Fonte: Autor.

A Tabela 4.33 mostra os resultados das rotações plásticas no apoio para a Seção 3.

Tabela 4.33 – Rotações Plásticas obtidas pelo lado da Seção 3 (espessura 20 cm).

Redistribuição	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_{Sd} (kNm)	-8,259	-6,608	-6,195	-5,782	-5,369	-4,956	-4,543	-4,13
V_{Sd} (kNm)	-10,827	-10,551	-10,482	-10,414	-10,345	-10,276	-10,207	-10,138
x/d ELU	0,232	0,181	0,169	0,157	0,145	0,133	0,122	0,11
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	20,858	24,533	25,422	26,27	27,159	28,007	28,855	29,703
Fator	1,189	1,077	1,046	1,014	0,98	0,945	0,908	0,869
θ_{PI} limite (mrad)	24,79	26,421	26,595	26,637	26,625	26,468	26,197	25,799
θ_{PI I_{II}} (mrad)	7,814	14,824	16,956	18,995	21,174	23,323	25,683	28,04
θ_{PI Não Linear - Bi linear} (mrad)	8,133	15,813	17,851	19,929	22,134	24,096	26,368	28,748

Fonte: Autor.

A redução da seção no vão menor trouxe um resultado bastante interessante. Ao analisar a rotação pelo lado da seção menor, é possível verificar que, nas redistribuições baixas, a ductilidade da seção apresenta valores superiores ao limite pelos dois critérios da norma.

O x/d só irá apresentar resultados menores do que o limite em redistribuições superiores a 40%. Já o cálculo explícito da rotação chama ainda mais a atenção por apresentar valores abaixo do limite apenas nas redistribuições acima de 30% no modelo I_{II} e 35% no modelo não linear, apresentando resultados bem diferentes do Estudo 2, que não teve um acréscimo tão acentuado na rotação limite com o aumento das redistribuições.

Por outro lado, ao verificar pela seção de maior espessura, o cálculo explícito da rotação apresenta limitações em redistribuições próximas a 45% para ambos os modelos. O método simplificado não apresenta limites até 50% de redistribuição.

Verifica-se ainda que o modelo I_{II} apresenta rotações menores que o modelo não linear.

Neste caso, em que as lajes adjacentes apresentam seções diferentes, a redistribuição dos momentos nas continuidades se mostrou de certa forma necessária, já que em baixas redistribuições as rotações superavam em muito a rotação limite.

Porém, este resultado reflete uma interpretação da norma pela seção mais desfavorável. Recomenda-se ampliar os estudos de modo a avaliar a influência da

rotação plástica de modo mais completo para cada lado do apoio, pois o modelo da norma obtido por um conjunto de simplificações dos trechos de momento nulo por uma viga equivalente (Item 2.5.3 deste Trabalho), pode não representar adequadamente as diferenças de seções e esforços apresentadas.

5 ESTUDOS ADICIONAIS

Os recursos computacionais desenvolvidos podem ser usados tanto em lajes nervuradas como em lajes maciças e vigas retangulares e com seção T.

Portanto, para aproveitar o potencial dos mesmos, neste capítulo serão apresentados alguns resultados relativos a vigas contínuas e a lajes maciças onde serão feitas comparações com os resultados das lajes nervuradas.

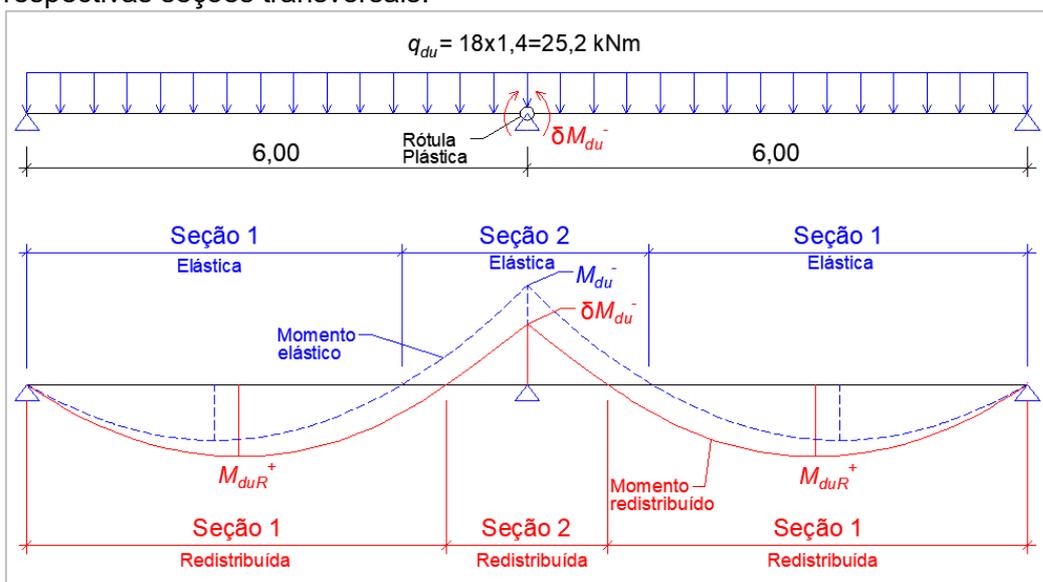
O foco principal neste capítulo será a verificação da capacidade de rotação plástica, o ponto que mostrou que merece maiores estudos.

5.1 VIGA CONTÍNUA

Nesta análise foram utilizadas vigas contínuas com vãos de 6 metros entre apoios, com a seção definida em cada estudo, com $d = 0,9h$. O carregamento atuante característico considerado é de 18 kN , equivalente a uma laje de 5 metros de vão descarregando sobre a viga e aproximadamente 3 metros de parede, onde 14 kN são carregamentos permanentes e 4 kN são acidentais.

A distribuição das seções foi adotada conforme a Figura 5.1 a seguir.

Figura 5.1 – Modelo adotado para redistribuição dos momentos na continuidade e as respectivas seções transversais.



Fonte: Autor.

Onde o valor de δ é dado pela equação (3.1), em que a redistribuição do momento fletor negativo na continuidade varia de 0 até o limite onde a rotação plástica da seção crítica supere a rotação plástica limite em todos os modelos de análise adotados.

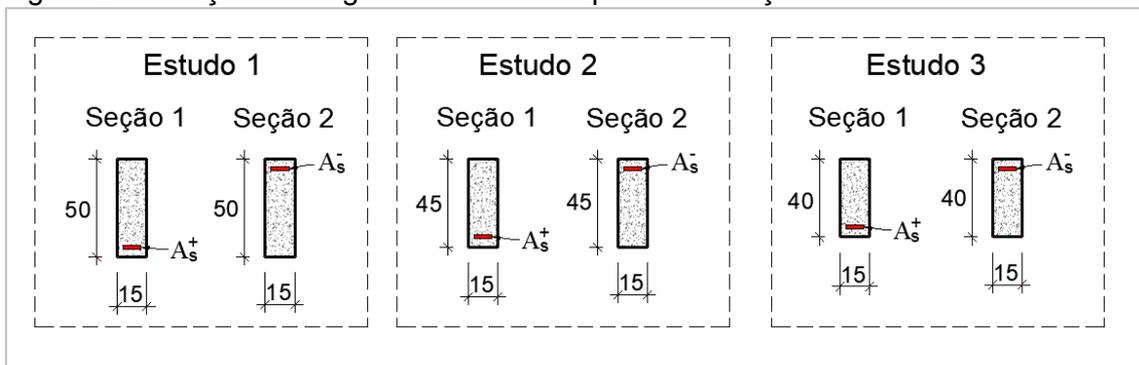
As seções foram dimensionadas utilizando concreto C-25 com aço CA-50.

Os resultados desse Item serão apresentados em gráficos com o objetivo de efetuar uma análise qualitativa dos resultados obtidos. Os resultados numéricos obtidos pelo software estão dispostos no Apêndice B.

5.1.1 Estudo da capacidade de rotação plástica de vigas com seção retangular

Para este estudo foram adotadas seções acima do limite do pré-dimensionamento usual de 1/10 a 1/12 do vão para explorar seu comportamento no limite. A Figura 5.2 mostra as seções adotadas para análise.

Figura 5.2 – Seções retangulares estudadas para a avaliação da ductilidade.

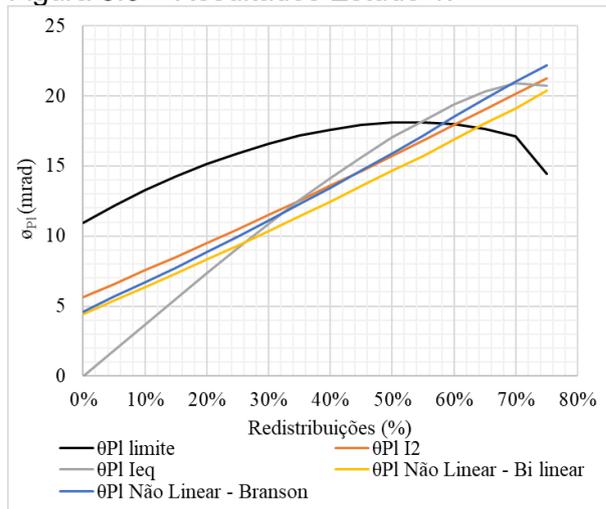


Fonte: Autor.

5.1.1.1 Estudo 1 – Viga de 50 cm de altura

Os resultados do Estudo 1 podem ser visualizados no gráfico da Figura 5.3, que apresenta a evolução da rotação plástica à medida que a redistribuição dos momentos aumenta, para os diversos modelos de análise. Esses resultados também podem ser comparados com o limite permitido por norma (θ_{PI} limite).

Figura 5.3 – Resultados Estudo 1.



Fonte: Autor.

Considerando a capacidade de rotação plástica limite representada pela linha preta, é possível verificar que:

- Para o modelo em que é considerada a rigidez equivalente, a rotação plástica limite da seção ocorre aproximadamente em 54% de redistribuição. Esse modelo, que é bastante adequado na verificação da flecha, mostrou diferenças significativas em relação à análise não linear, em função de não modelar a variação de rigidez ao longo do tramo. Esse modelo forneceu menores rotações plásticas para redistribuições baixas, mas foi conservador no caso de grandes redistribuições;
- Com 60% de redistribuição, o modelo que considera a rigidez no estágio II puro apresenta rotação de 17,9 *mrad*, muito próximo à rotação limite para esta redistribuição (18 *mrad*). O uso do I_{II} forneceu resultados próximos ao modelo bi linear, mostrando que o comportamento das rotações é complexo e o fato das rigidezes serem maiores no modelo bi linear não afetou tanto a rotação plástica;
- O modelo não linear utilizando o diagrama bi linear apresenta a maior capacidade de redistribuição dos momentos na continuidade, admitindo redistribuições próximas a 63% dentro da capacidade de rotação plástica da seção;
- O modelo utilizando a rigidez não linear com base na formulação proposta por Branson apresenta rotações plásticas similares ao modelo bi linear em baixos níveis de redistribuição, porém quando atinge níveis elevados,

superiores a 50%, as rotações plásticas superam até o modelo que considera o estágio II puro. Isso ocorre porque formulação de Branson pode não fornecer bons resultados em alguns casos, como foi explicado em 4.1.1.6.

Conforme já foi visto no capítulo anterior, existe outra abordagem simplificada para a verificação da ductilidade da seção, baseada na relação x/d . O comportamento da profundidade da linha neutra está representado na Tabela 5.1 a seguir:

Tabela 5.1 – Estudo 1: Relação x/d da seção x limite estabelecido pela NBR 6118 (2014).

Redistribuição	0%	10%	20%	25%	30%	40%	50%	55%	60%	65%
x/d ELU	0,359	0,317	0,277	0,257	0,238	0,201	0,165	0,147	0,130	0,113
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,368	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

Fonte: Autor.

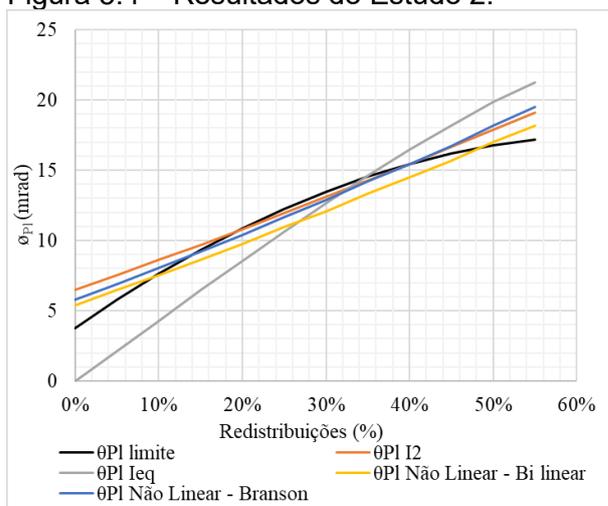
Verifica-se que, apesar da relação x/d da viga apresentar valores próximos ao limite, principalmente nas redistribuições entre 20 e 30%, a seção crítica apresenta bastante ductilidade em todos os níveis de redistribuições.

Verifica-se que mesmo com a viga no limite inferior do pré-dimensionamento (1/12), quando se trata da verificação de ductilidade a viga apresenta grande capacidade de redistribuição na continuidade, podendo chegar a redistribuições superiores à 50%.

5.1.1.2 Estudo 2 – Viga de 45 cm de altura

Reduzindo a altura da viga para 45 cm para o Estudo 2, o aumento na rotação plástica da viga apresenta uma considerável redução na sua capacidade conforme mostra o gráfico da Figura 5.4.

Figura 5.4 – Resultados do Estudo 2.



Fonte: Autor.

As seguintes conclusões podem ser obtidas:

- Para o modelo que considera a rigidez no estágio II puro a capacidade de rotação plástica da continuidade se esgota com redistribuições próximas a 40%;
- Utilizando o modelo com a rigidez equivalente, a capacidade de rotação plástica da seção fica entre 30 e 35%;
- O modelo não linear utilizando o diagrama bi linear continua com maior capacidade de rotação plástica da seção crítica, permitindo redistribuições próximas a 50%;
- O comportamento do modelo utilizando a rigidez não linear com base na formulação proposta por Branson continua similar ao estudo anterior, apresentando resultados próximos ao modelo não linear bi linear nas redistribuições menores e valores próximos ao estágio II puro para redistribuições maiores;
- É interessante notar que os modelos que calculam a rotação plástica apresentaram problemas com pequenas redistribuições, de modo similar ao que foi mostrado em 4.1.3.1.

A grande redução da capacidade de rotação plástica da seção se deve à diminuição da profundidade da linha neutra. Com esta nova altura de viga a posição da linha neutra fica acima do limite estabelecido pela norma, para dispensa da verificação da ductilidade, conforme mostra a tabela a seguir:

Tabela 5.2 – Estudo 2: Relação x/d da seção x limite estabelecido pela NBR 6118 (2014).

Redistribuição	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
x/d ELU	0,467	0,437	0,408	0,381	0,354	0,328	0,302	0,278	0,254	0,23	0,207
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,408	0,368	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

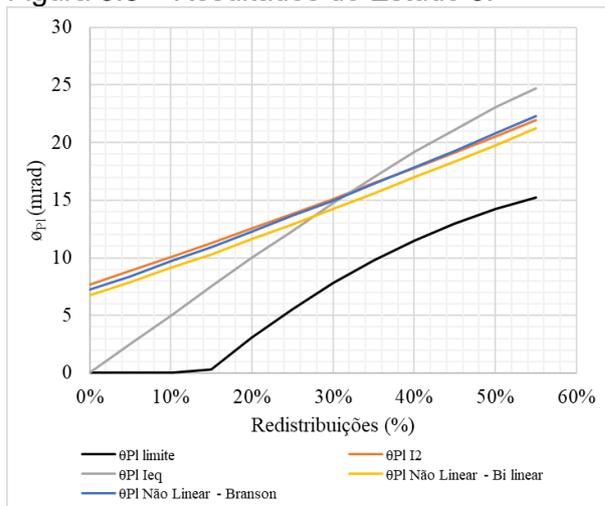
Fonte: Autor.

Utilizando o critério do x/d , verifica-se que rotação plástica só permite redistribuições acima de 45%. É interessante notar que, por este critério, quanto maior a redistribuição, mais favorável é a capacidade de rotação plástica da seção. Do mesmo modo que no estudo das lajes, a linha neutra deveria ser fixada no limite com a adoção de armadura dupla para aumentar a ductilidade da seção.

5.1.1.3 Estudo 3 – Viga de 40 cm de altura

No Estudo 3, continuando a redução da altura da seção dos estudos anteriores, a situação chega ao ponto em que a capacidade de rotação plástica da seção crítica é superada em todos os níveis de redistribuição conforme mostra a Figura 5.5.

Figura 5.5 – Resultados do Estudo 3.



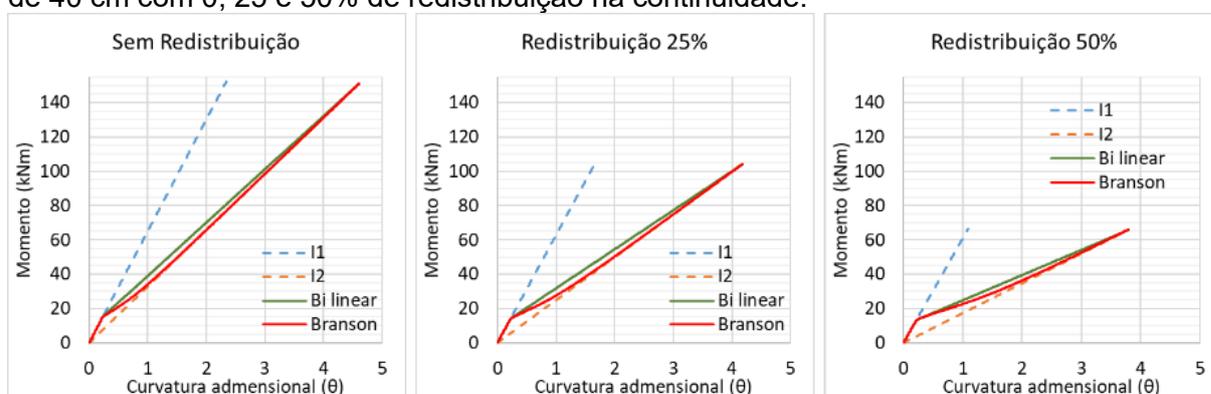
Fonte: Autor.

Verifica-se no gráfico que as rótulas plásticas apresentam um comportamento similar aos modelos anteriores, onde o modelo não linear que utiliza o diagrama bi

linear apresenta rotações mais baixas que os demais modelos. Neste caso, o modelo não linear utilizando a rigidez efetiva de Branson apresenta resultados próximos ao do modelo do estágio II puro.

Diferente das lajes com seção T, o modelo não linear de Branson apresenta resultados coerentes com o modelo bi linear. No caso de vigas retangulares, os valores de M_{ip} é consideravelmente maior que o valor de M_r , apresentado diagramas momento curvatura com um comportamento parecido, mesmo para grandes redistribuições, como mostra a Figura 5.6, a seguir.

Figura 5.6 – Diagrama momento x curvatura para os momentos negativos da viga com altura de 40 cm com 0, 25 e 50% de redistribuição na continuidade.



Fonte: Autor.

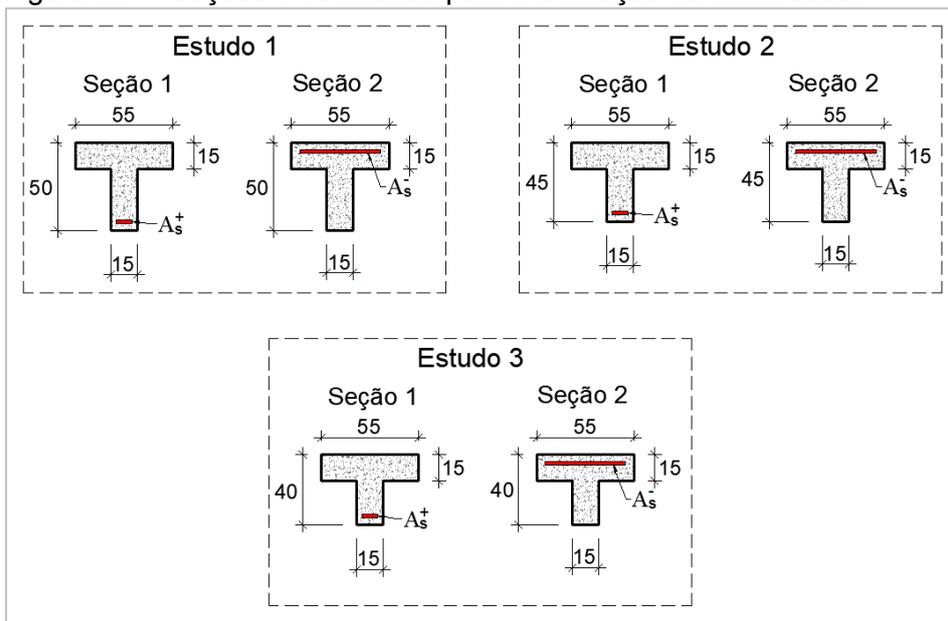
Percebe-se inclusive que neste caso o diagrama momento x curvatura de Branson apresenta sua curva interna à curva do diagrama bi linear, aproximando-se mais da reta que representa o estágio II puro, o que explica os resultados de rotações mais próximos entre estes dois modelos

O modelo utilizando a rigidez equivalente simplificada proposta pela NBR 6118 (2014) apresenta o resultado divergente dos demais casos em todos os 3 estudos efetuados. Da mesma forma que na laje, isso se deve à simplicidade em sua aplicação, que considera uma rigidez única para todo o vão, formada pela ponderação entre a rigidez nos momentos positivos e momentos negativos, não sendo um modelo adequado para o cálculo de rotações.

5.1.2 Estudo da capacidade de rotação plástica em vigas com seção T

Neste item, as mesmas vigas analisadas no Item 5.1.1 foram avaliadas com a consideração da seção T conforme as seções mostradas na Figura 5.7.

Figura 5.7 – Seções T estudadas para a avaliação da ductilidade.

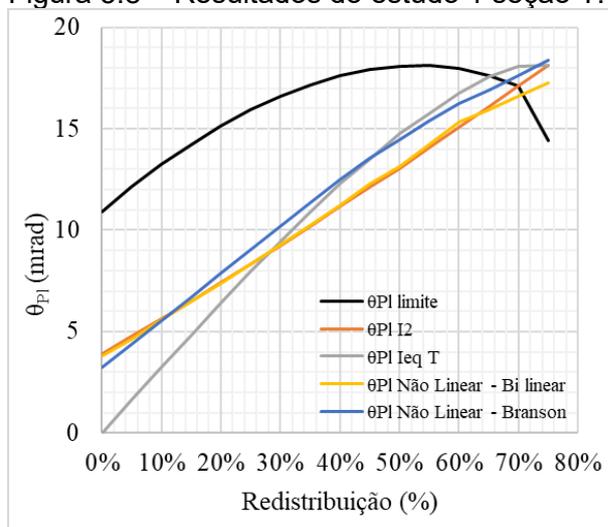


Fonte: Autor.

5.1.2.1 Estudo 1 Viga T de 50 cm de altura

Os resultados obtidos para o estudo 1 com seção T podem ser resumidos no gráfico da Figura 5.8, a seguir:

Figura 5.8 – Resultados do estudo 1 seção T.



Fonte: Autor.

Em relação à rotação plástica na continuidade, verifica-se uma considerável redução no seu valor em relação às vigas de seção retangular. Enquanto na seção retangular em redistribuições de 50% os valores de θ_{pl} se encontravam na faixa de 15 *mrad* para o modelo bi linear e 16 *mrad* para os modelos de Branson e I_{II} , ao adotar a seção T, as rotações baixaram pra 13 *mrad* nos modelos bi linear e I_{II} e 15 *mrad* no modelo de Branson.

Enquanto os modelos bi linear e I_{II} apresentam resultados parecidos para a seção T, o modelo de Branson se afasta, da mesma forma que a laje estudada no Item 4.1.3.1, principalmente quando as redistribuições são maiores.

Os resultados mostram que a rotação plástica no apoio também apresenta grande sensibilidade à rigidez da viga como um todo, o que era de se esperar, pois com o aumento da rigidez, principalmente nos momentos positivos, as deformações diminuiram, reduzindo conseqüentemente a rotação nos apoios, que também mostraram grande sensibilidade ao modelo de rigidez adotado nas regiões próximas ao apoio (como foi mostrado no Item 4.1.3.3).

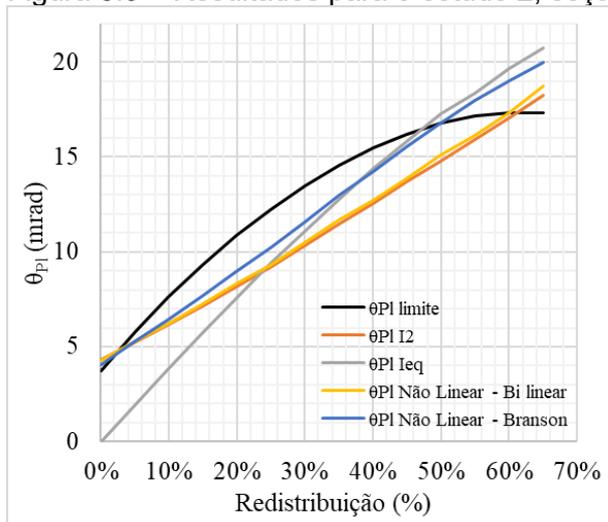
Por outro lado, a rotação limite não apresenta ganhos, ficando na faixa de 18 *mrad*. Isto ocorre porque seu cálculo é obtido pela relação x/d no ELU, que não apresenta alterações ao considerar a contribuição da mesa nos momentos negativos, por estar tracionada.

Por se tratar duas seções com características tão diferentes, a questão da rotação limite pode ser estudada de modo mais completo a fim de verificar sua validade para modelos em seção T.

5.1.2.2 Estudo 2 Viga T de 45 cm de altura

Os resultados do estudo 2 com seção T são mostrados no gráfico da Figura 5.9, a seguir:

Figura 5.9 – Resultados para o estudo 2, seção T.



Fonte: Autor.

Em relação à viga retangular com a mesma altura, as rotações diminuem. Enquanto na viga retangular as rotações ficaram 17 e 18 *mrad* para os modelos bi linear e I_{II} , respectivamente, na seção T os dois modelos apresentaram resultados na faixa de 15 *mrad* para redistribuição de 50% na continuidade. Em relação à rotação limite, ocorreu o mesmo que na viga T com 50 cm de altura.

Na seção retangular, as redistribuições ficaram abaixo do limite nas redistribuições entre 5% e 60% para os dois modelos mencionados acima. Um resultado interessante é que com redistribuição nula a rotação plástica é maior que o limite, porém com uma redistribuição de 5% a seção não apresenta problemas em relação a esta verificação.

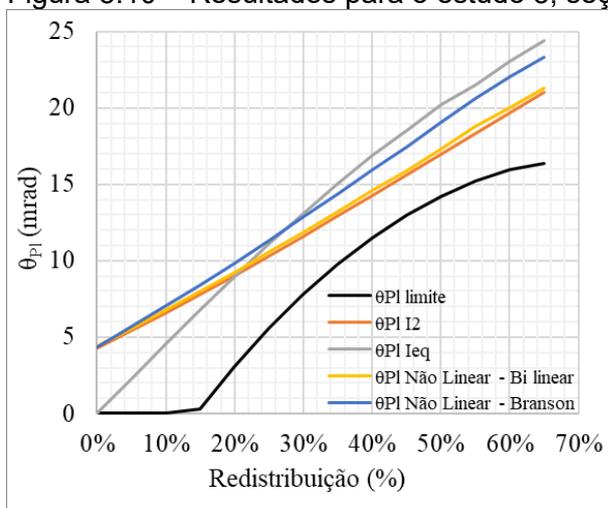
Tanto o modelo simplificado com I_{eq} e o modelo de Branson divergiram muito do modelo bi linear utilizado como referência, apresentando diferenças maiores que na viga com altura de 50cm.

Nota-se que com a redução da altura o modelo I_{II} puro apresenta rotações menores que o modelo bi linear, assemelhando-se com o comportamento da laje estudada no Item 4.1.3.

5.1.2.3 Estudo 3 Viga T de 40 cm de altura.

Os resultados do estudo 3 com seção T são mostrados no gráfico da Figura 5.10 a seguir:

Figura 5.10 – Resultados para o estudo 3, seção T.



Fonte: Autor.

Com esta seção, todos os resultados ficam acima da rotação limite. Apesar das rotações diminuírem em relação à viga retangular, a rigidez da viga aumentada com a contribuição da mesa não é suficiente para garantir o comportamento da rótula plástica com valores aceitáveis.

Trata-se de uma viga com altura muito pequena para as condições de vão e carregamento, o que se reflete em seu dimensionamento, que exige altas taxas de armaduras para compensar a falta de altura da seção.

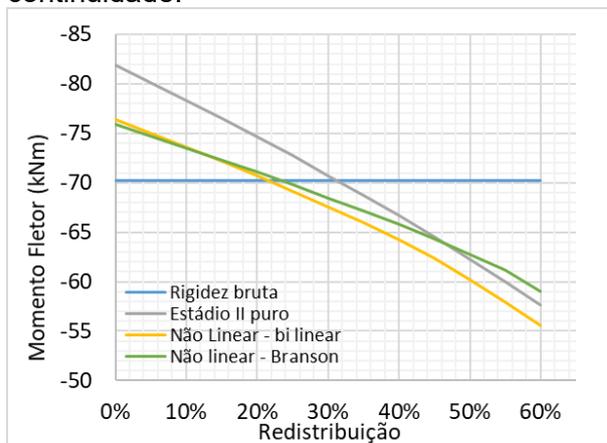
5.1.3 Verificação da abertura de fissuras

5.1.3.1 Vigas com seção retangular

Para as vigas estudadas no Item 5.1.1 com seção retangular, os resultados obtidos para a abertura de fissuras estão representados nos gráficos a seguir, conforme os modelos utilizados para a consideração da rigidez da viga propostos no Item 3.2, com exceção do modelo b), que despreza a contribuição da mesa na continuidade, por não fazer sentido em vigas retangulares.

Os momentos de serviço obtidos podem ser representados no gráfico da Figura 5.11, a seguir.

Figura 5.11 – Momentos de serviço para o estudo 1 em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.



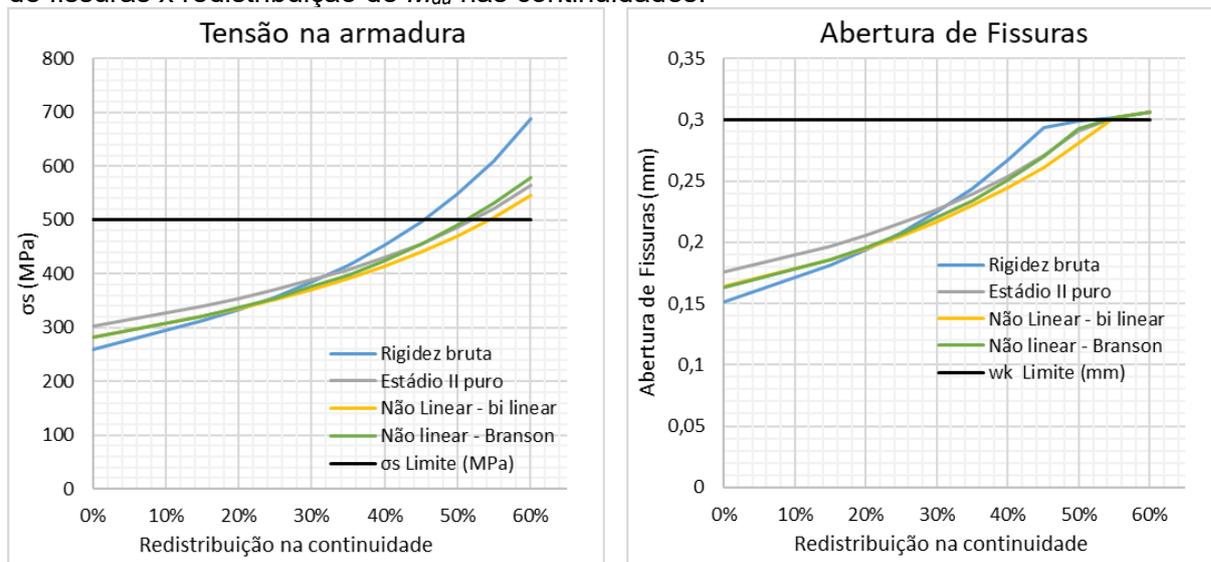
Fonte: Autor.

Verifica-se que o modelo simplificado apresenta momentos menores do que os modelos não lineares em baixas redistribuições. Esta diferença ficou na ordem de 8% para a viga estudada, diminuindo com o aumento das redistribuições. A partir dos 20%, os resultados obtidos pelo modelo simplificado trazem momentos maiores do que os modelos não lineares.

O modelo I_{II} apresenta momentos de serviço consideravelmente maiores do que o modelo simplificado e os modelos não lineares, principalmente em baixas redistribuições. Esse aumento se deve ao fato de que a rigidez no estágio II puro depende diretamente da armadura dimensionada, que é alta em baixas redistribuições.

Os resultados da tensão na armadura e da abertura de fissuras estão mostrados nos gráficos da Figura 5.12.

Figura 5.12 – Estudo 1: Viga 15x50 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.

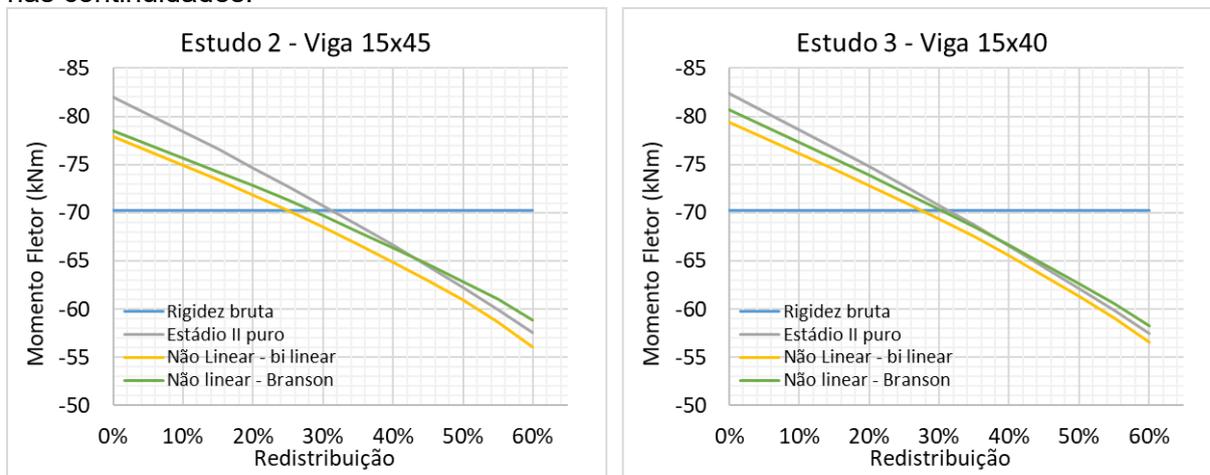


Fonte: Autor.

Na Figura 5.12, o limite para fissuração é considerado ultrapassado quando a tensão atuante na armadura supera a tensão de escoamento do aço, ocorrendo plastificação da armadura em serviço quando os momentos nas continuidades são redistribuídos entre 45 e 55% dependendo da rigidez utilizada. Apesar da abertura de fissuras não chegar a atingir o limite antes da plastificação da armadura, as fórmulas adotadas pela NBR 6118 (2014) não são válidas com a armadura escoando, sendo uma situação a ser evitada em serviço.

Ao diminuir a seção da viga para 45 cm e 40 cm, conforme os estudos 2 e 3, a viga apresenta os momentos de serviço da figura 5.13:

Figura 5.13 – Momentos de serviço para os estudos 2 e 3 em função da redistribuição do M_{du} nas continuidades.

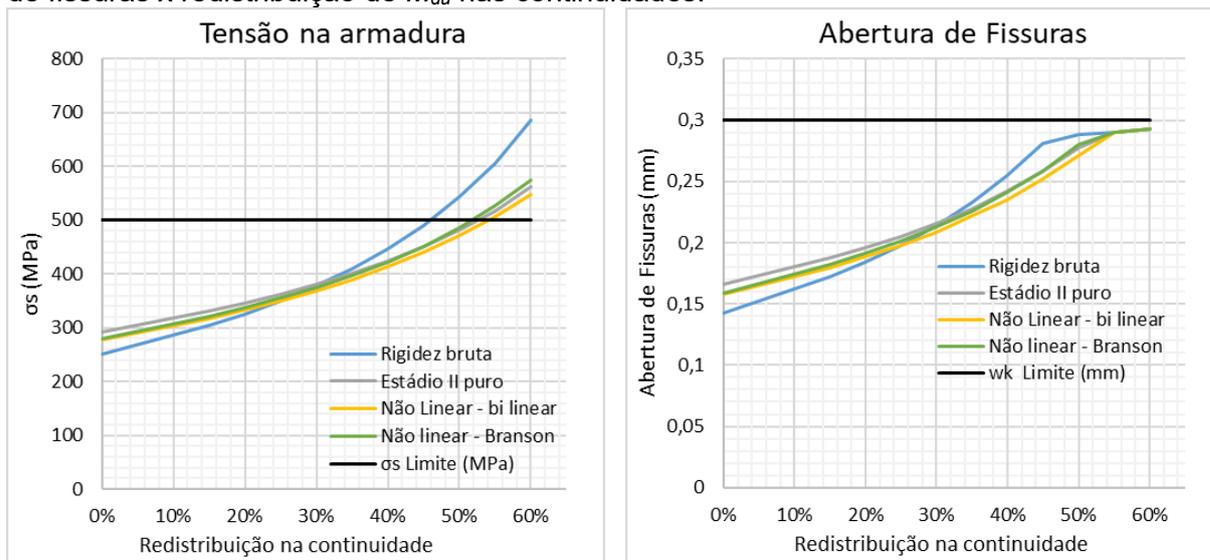


Fonte: Autor.

Verifica-se que ocorre um leve aumento nos momentos de serviço dos modelos não lineares à medida que a altura da viga é reduzida. Esta diferença decorre de “acomodações” das rigidezes adotadas em cada modelo e para este caso são pequenas.

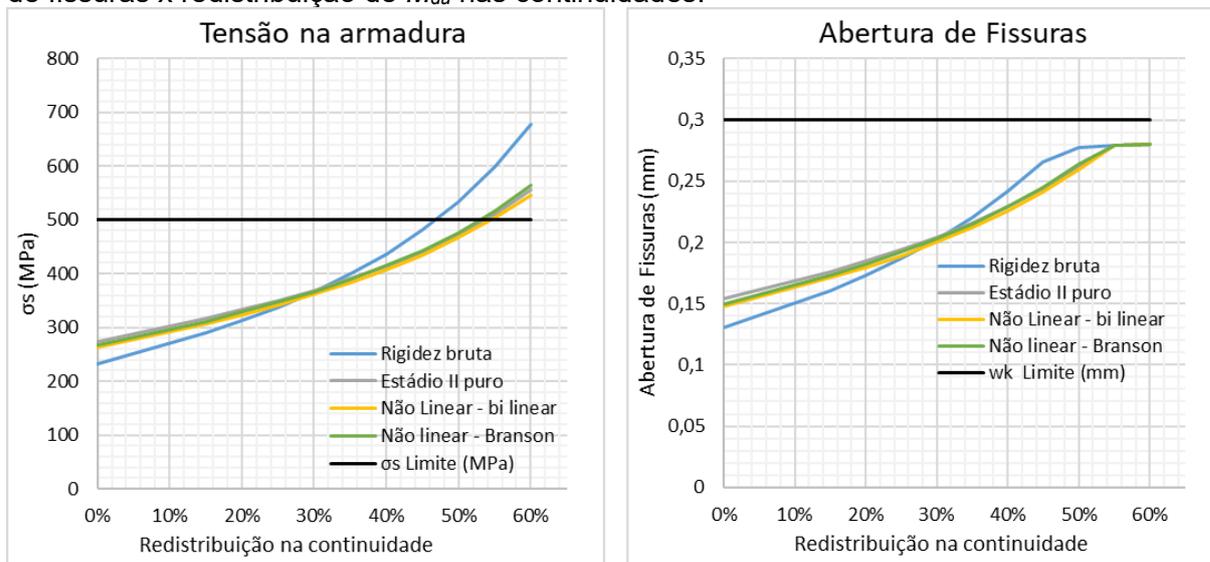
Os resultados da tensão na armadura e fissuração são mostrados na Figura 5.14 e na Figura 5.15, a seguir.

Figura 5.14 – Estudo 2: Viga 15x45 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.



Fonte: Autor.

Figura 5.15 – Estudo 3: Viga 15x40 retangular. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.



Fonte: Autor.

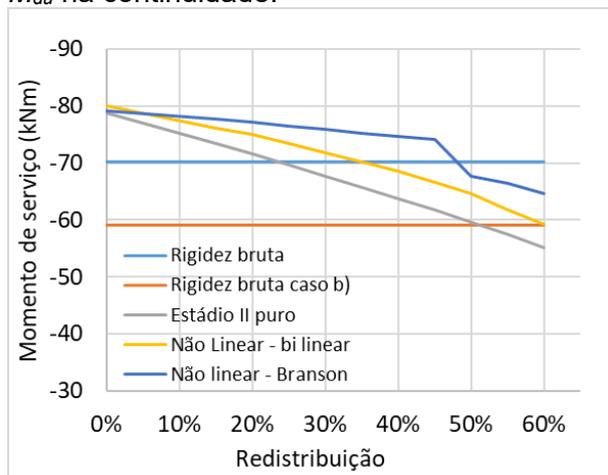
A Figura 5.14 e a Figura 5.15 mostram que com a redução da altura da viga para 45 cm no estudo 2 e 40 cm no estudo 3, os resultados para a estimativa de abertura de fissuras apresentam poucas alterações em relação aos resultados obtidos no estudo 1. O aumento da área de aço compensa a perda de rigidez da seção, mantendo a tensão no aço praticamente constante nas armaduras. Como a região de envolvimento da armadura apresenta poucas variações devido as particularidades da seção, a tendência é que a estimativa de abertura de fissuras apresente poucas alterações com a redução da altura da seção.

5.1.3.2 Vigas com seção T

Neste Item foram avaliadas as aberturas de fissuras nas vigas do Item 5.1.2. Como a abertura de fissuras depende diretamente da disposição das armaduras, neste estudo as armações negativas foram fixadas em 6 barras distribuídas igualmente na mesa da viga.

Os momentos de serviço do estudo 1 estão dispostos na Figura 5.16:

Figura 5.16 – Momentos de serviço para o estudo 1 seção T em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.



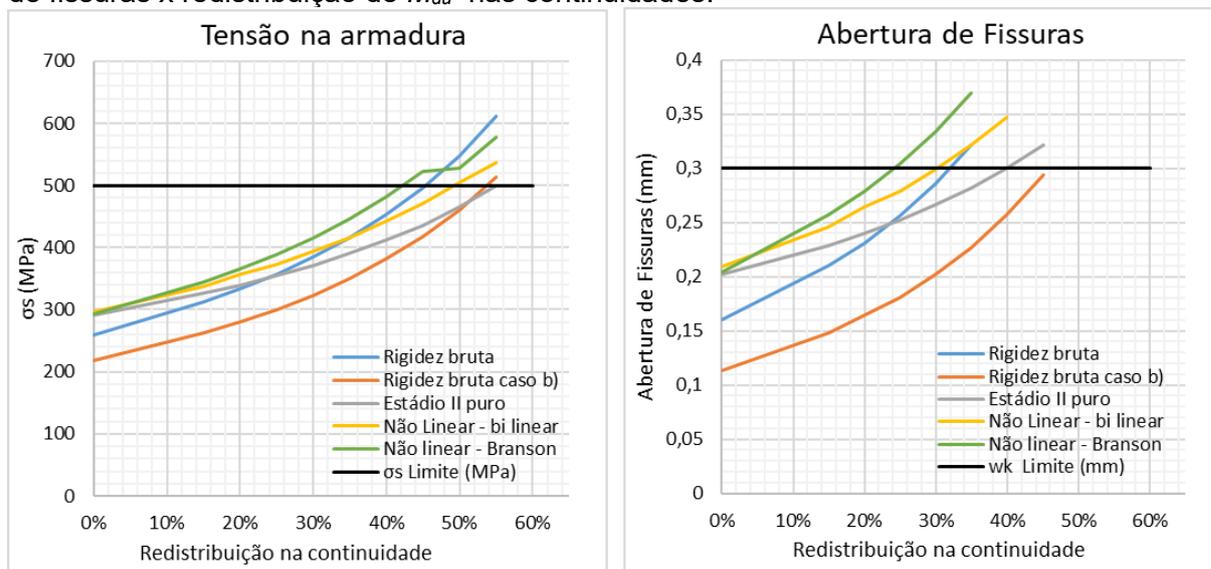
Fonte: Autor.

No caso da seção T, é possível verificar um comportamento dos momentos de serviço devido à acomodação das rigidezes da viga diferente da viga de seção retangular. Porém, conforme foi verificado nos estudos anteriores, o modelo não linear de Branson apresenta limitações para vigas de seção T e o modelo simplificado que despreza a contribuição da mesa na tração (caso b) apresenta resultados muito distintos, contra a segurança, quando comparado com modelo bi linear, não sendo adequado para o cálculo de abertura de fissuras.

Em relação ao modelo bi linear, a contribuição da mesa tracionada gera momentos maiores que o modelo simplificado na ordem de 15% quando não há redistribuição na continuidade, que cai de forma mais suave com o aumento das redistribuições do que na viga retangular.

A Figura 5.17 apresenta os resultados de abertura de fissuras e tensão na armadura para a viga do estudo 1.

Figura 5.17 – Estudo 1: Viga 15x50 Seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.



Fonte: Autor.

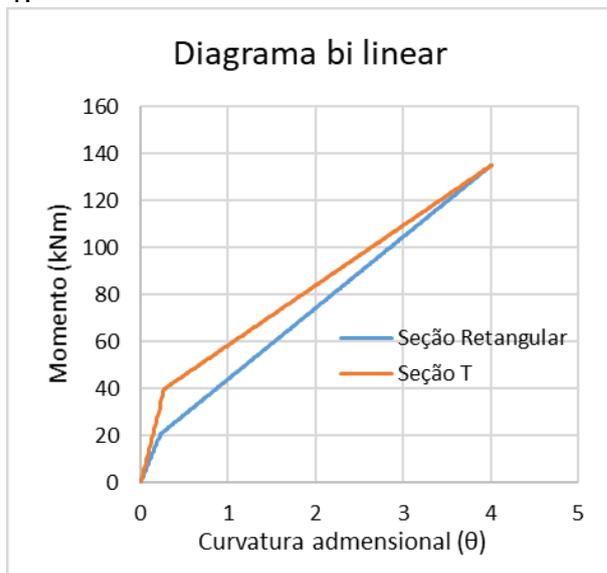
Utilizando 6 barras distribuídas igualmente, a abertura de fissuras permite redistribuições na ordem de 30%, considerando o modelo de rigidez bruta (modelo que a norma permite) e o modelo bi linear. Porém a tensão de escoamento da armadura ocorre em redistribuições de 45 e 50% para o modelo de rigidez bruta e o modelo bi linear respectivamente.

Assim, o limite gerado pela fissuração pode ser ampliado para redistribuições próximas ao limite gerado pelo escoamento das armaduras em serviço com mudança no detalhamento, de modo a diminuir a área de envolvimento crítica. Uma das formas de se fazer isso é aumentar a quantidade de barras, diminuindo seu diâmetro e espaçamento entre si.

É possível perceber também que a fissuração apresenta uma situação mais crítica nas seções T do que nas seções retangulares. Isso se deve pela disposição das armaduras, que nas vigas retangulares se encontram mais próximas entre si, e pelo momento de serviço maior nas vigas de seção T, puxadas pelo aumento da rigidez do diagrama momento curvatura, principalmente nos negativos que têm grande influência do M_r considerado, conforme visto no Item 4.1.3.3.

Os diagrama de momento curvatura da seção retangular e seção T, para a viga do estudo 1, é mostrado na Figura 5.18:

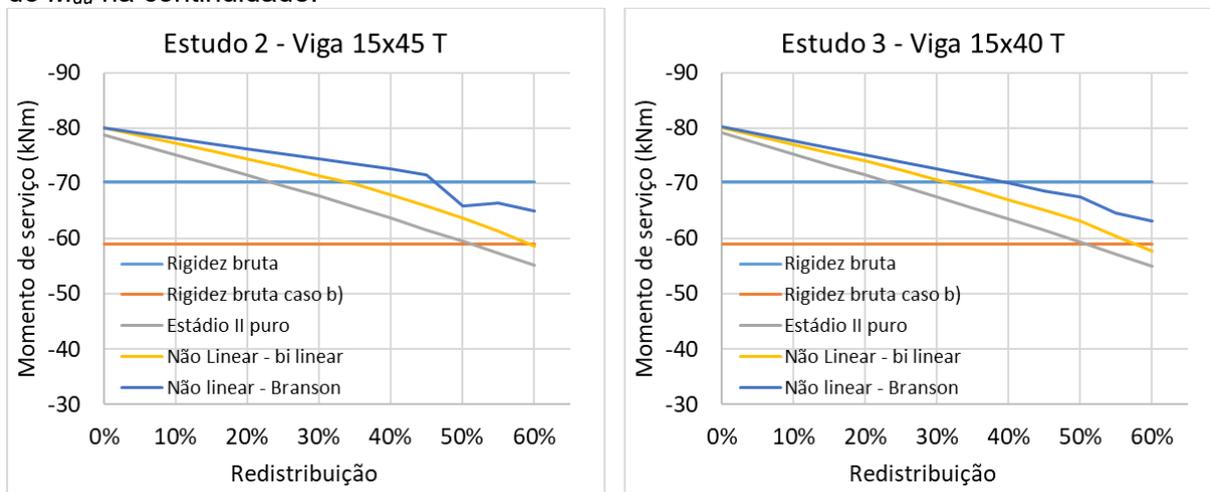
Figura 5.18 – Diagrama momento curvatura seção retangular x seção T, para a viga do estudo 1.



Fonte: Autor.

Os momentos de serviço para os estudos 2 e 3 estão apresentados na Figura 5.19, a seguir.

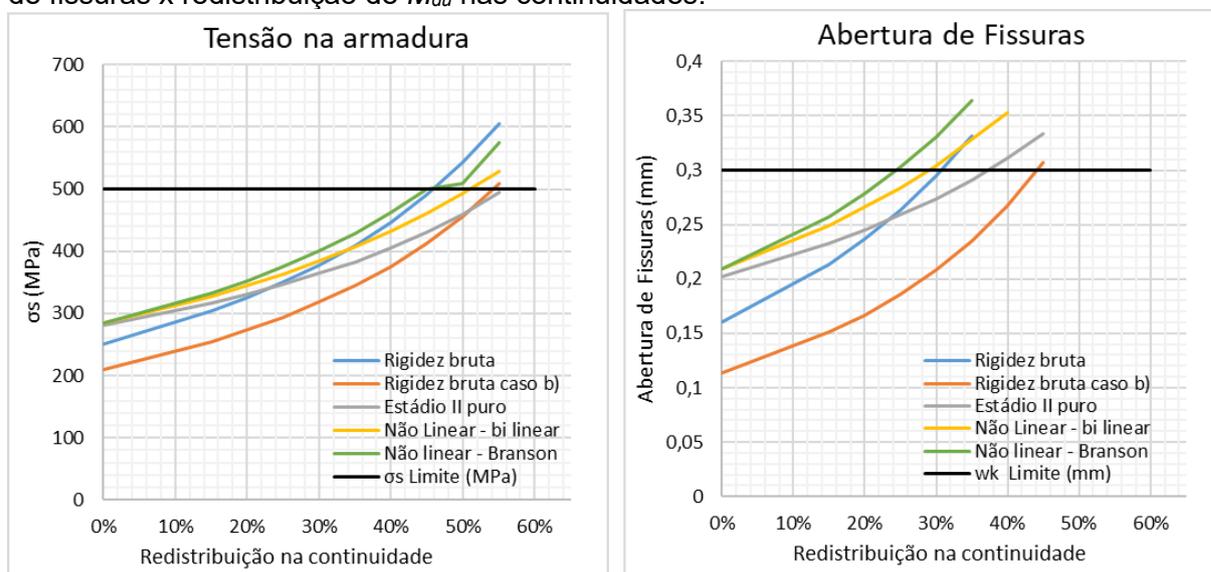
Figura 5.19 – Momentos de serviço para os estudos 2 e 3 seção T em função da redistribuição do M_{du} na continuidade.



Fonte: Autor.

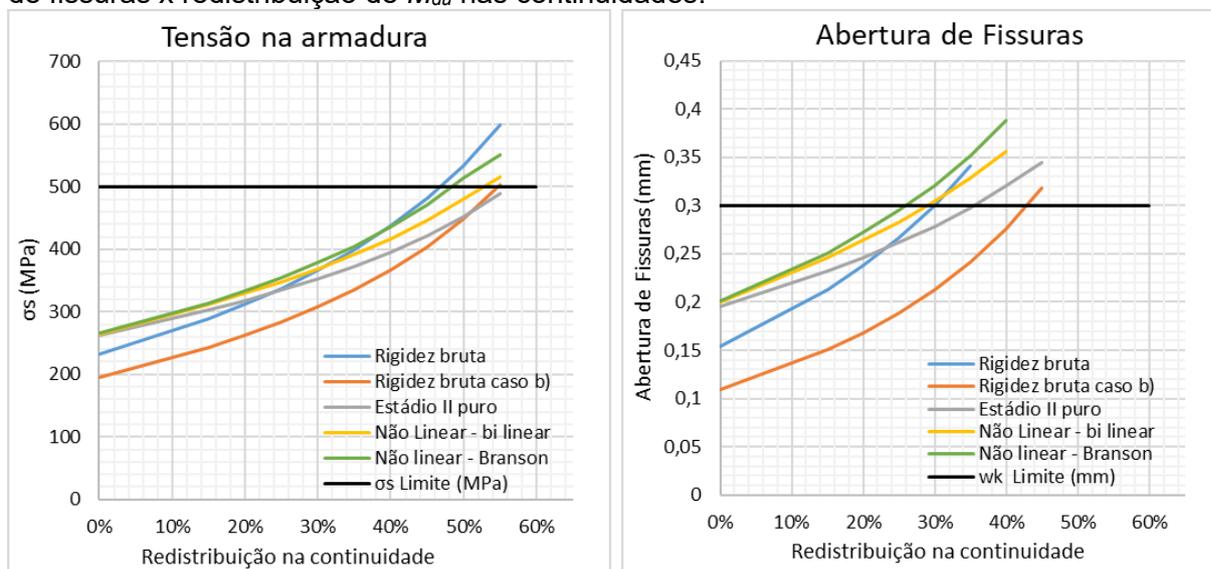
Verifica-se que nas vigas de seção T o comportamento dos momentos de serviço com a redução da altura da viga também apresenta poucas alterações. Os resultados de abertura de fissuras e tensão na armadura, mostrados na Figura 5.20 e Figura 5.21, também apresentam poucas alterações, com a particularidade de dependerem diretamente do detalhamento da armadura envolvida.

Figura 5.20 – Estudo 2: Viga 15x45 seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.



Fonte: Autor.

Figura 5.21 – Estudo 3: Viga 15x40 Seção T. Resultados da tensão na armadura e abertura de fissuras x redistribuição de M_{du} nas continuidades.



Fonte: Autor.

5.1.4 Conclusões sobre vigas

Na viga de seção retangular com altura de 50 cm, mesmo estando no limite de pré-dimensionamento, apresentou grande ductilidade, permitindo redistribuições superiores a 50% limitadas pela abertura de fissuras, diferente da laje estudada no Capítulo 4. Quando se adotou a seção T, as mesmas limitações dos modelos

encontradas no estudo da laje nervuradas foram presentes, principalmente no modelo de não linear de Branson e na sensibilidade das rotações ao modelo de rigidez adotado.

Apesar do comportamento complexo das rotações em seções T, verificou-se que a adoção de uma mesa contribuinte favoreceu as rotações da viga, onde mesmo com a redução de altura para 45 cm possibilitou redistribuições superiores a 50%. Porém, neste caso, a fissuração limitou a redistribuição dos momentos na continuidade em cerca de 45% no modelo simplificado e 50% no modelo bi linear.

Em relação aos momentos de serviço, verificou-se que, para a verificação de fissuração em vigas retangulares, a diferença entre o momento obtido pelo diagrama bi linear e o momento obtido pela rigidez bruta apresentam diferenças menores que 10%, que tendem a diminuir com o aumento da redistribuição do M_{du} na continuidade. Já para vigas com seção T, essa diferença foi em torno de 15% para redistribuição nula, o que pode demandar a utilização de modelos mais sofisticados para esta verificação. Porém também essa diferença tende a diminuir com o aumento da redistribuição do M_{du} .

O presente estudo envolveu apenas a verificação da rotação plástica e fissuração. Outros parâmetros normativos como cisalhamento, espaçamento entre barras, centro de gravidade da armadura e etc. devem ser verificados nos casos de dimensionamento.

As vigas contínuas não levaram em consideração pilares com continuidade no apoio intermediário, que pode interferir nos resultados de rotação, podendo ser um assunto a ser desenvolvido em trabalhos futuros.

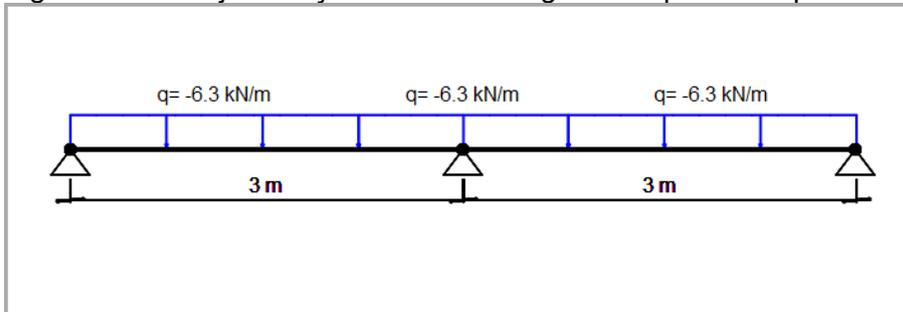
5.2 LAJE MACIÇA

Neste item será apresentado o estudo simplificado das rotações plásticas de uma laje maciça contínua com 3 metros de vão, unidirecional, com os carregamentos e características da laje estudada no Item 4.1. Para efeito de cálculo foi considerada uma faixa de 1 metro de largura. As redistribuições nos momentos da continuidade foram efetuadas com o incremento de 5%, a partir de 20% até 50%.

5.2.1 Laje maciça com espessura de 8 cm

A laje estudada apresenta a seguinte condição de carregamento:

Figura 5.22 – Laje maciça $h=8$ cm. Carregamento para as hipóteses do ELU.



Fonte: Autor.

5.2.1.1 - Verificação da capacidade de rotação plástica

Os resultados obtidos no software estão apresentados na Tabela 5.3 a seguir. Nesta análise foram adotados apenas os modelos I_{II} e bi linear, que se mostraram mais adequados para o cálculo de rotações neste trabalho.

Tabela 5.3 – Laje maciça $h=8$ cm. Resultados das rotações plásticas

Redistribuição	0,00%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
A_s Negativo (cm²)	2,92	2,3	2,15	2	1,85	1,7	1,55	1,41
M_{Sd} (kNm)	-7,087	-5,67	-5,316	-4,961	-4,607	-4,253	-3,898	-3,544
V_{Sd} (kNm)	-11,812	-11,34	-11,222	-11,104	-10,986	-10,868	-10,749	-10,631
x/d ELU	0,175	0,138	0,128	0,12	0,112	0,102	0,093	0,085
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	24,978	27,643	28,37	28,976	29,582	30,309	30,915	29,757
Fator	1,826	1,667	1,622	1,575	1,526	1,474	1,419	1,361
θ_{PI} limite (mrad)	45,602	46,072	46,024	45,651	45,152	44,69	43,88	40,495
θ_{PI} I₂ (mrad)	32,238	47,234	51,334	55,233	59,546	63,764	68,005	72,424
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	6,289	22,925	27,406	31,597	36,104	41,056	47,503	50,81

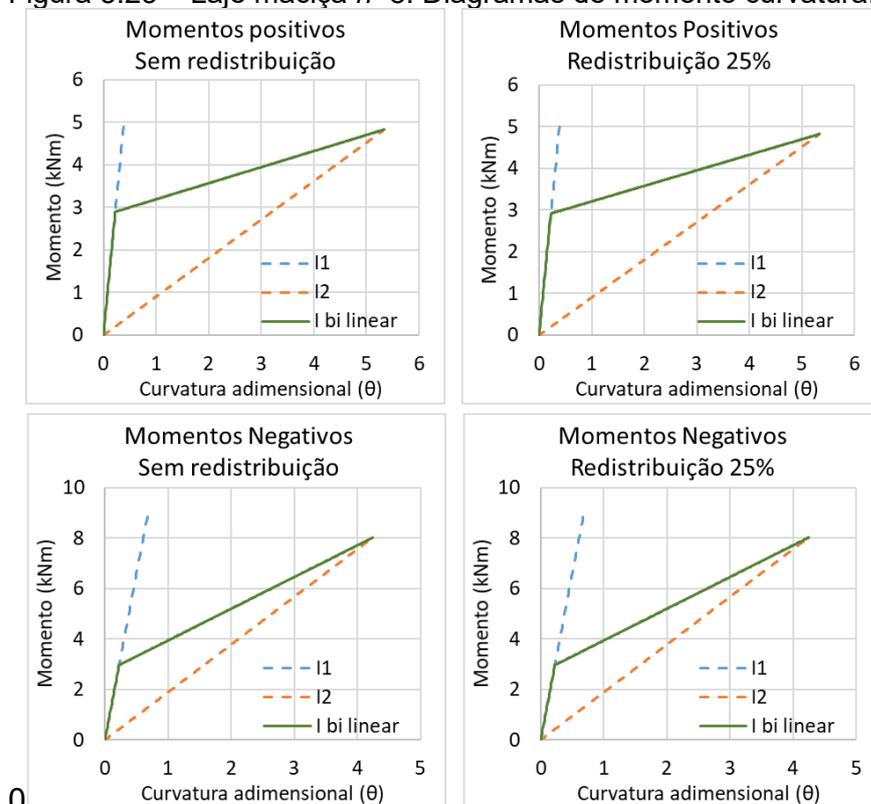
Fonte: Autor.

De acordo com os resultados obtidos, é possível verificar que pelo método do x/d a laje não tem restrições para redistribuições.

Considerando o cálculo explícito da rotação plástica, ao utilizar a rigidez no estágio II puro apenas a redistribuição nula apresenta ductilidade. Já o modelo bi linear permite redistribuições até 40% sem estourar a capacidade de rotação plástica da seção.

O que chama a atenção neste caso é a grande diferença entre as rotações obtidas pelo modelo I_{II} e pelo modelo bi linear. Para entender esta situação, a Figura 5.23 mostra o diagrama momento x curvatura dos trechos em que atuam os momentos positivos e negativos da laje.

Figura 5.23 – Laje maciça $h=8$. Diagramas de momento curvatura.



Fonte: Autor.

É possível verificar, principalmente nos trechos que atua o momento positivo, que ocorre um grande ganho de rigidez na laje ao considerar o diagrama bi linear, que reflete diretamente na rotação do apoio. Como foi verificado neste trabalho, a rotação apresenta grande sensibilidade à alteração no modelo, bem como na rigidez de todo o conjunto. Isso explica a grande diferença entre o modelo simplificado e o modelo bi linear.

5.2.1.2 Verificação da abertura de fissuras

A verificação da abertura de fissuras foi feita pelo modelo de rigidez bruta e bi linear que se mostraram mais adequados neste trabalho para a obtenção dos resultados. Os resultados estão apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Laje maciça $h=8$. Resultados para 0 fissuração.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M_d último (kNm)	-7,088	-5,670	-5,316	-4,961	-4,607	-4,253	-3,898	-3,544
	A_s Neg (cm ²)	2,92	2,3	2,15	2	1,85	1,7	1,55	1,41
	nº de barras	6	6	6	6	6	6	6	6
	Diâmetro fictício da barra (mm)	7,87	6,99	6,75	6,51	6,27	6,01	5,74	5,47
	x/d ELU	76,63	69,56	67,66	65,66	63,55	61,33	58,98	56,64
ELS-W	A_{cr} (cm ²)	0,175	0,138	0,128	0,12	0,112	0,102	0,093	0,085
ELS Rigidez bruta	M_d Serviço (kNm)	-4,05	-4,05	-4,05	-4,05	-4,05	-4,05	-4,05	-4,05
	σ_s (MPa)	252,33	317,5	338,85	363,36	391,81	425,22	465,04	509,78
	w_k (mm)	0,099	0,139	0,154	0,17	0,19	0,215	0,246	0,271
ELS Bi linear	M_d Serviço (kNm)	-3,768	-3,706	-3,7	-3,673	-3,666	-3,618	-3,589	-3,602
	σ_s (MPa)	234,77	290,51	309,53	329,52	354,67	379,85	412,16	453,45
	w_k (mm)	0,086	0,117	0,128	0,14	0,156	0,172	0,193	0,223

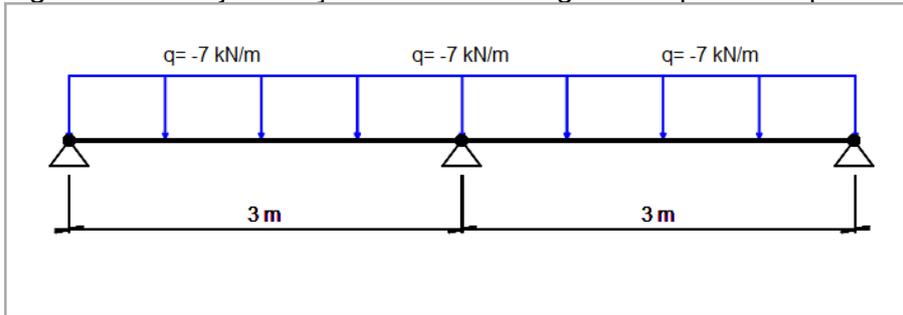
Fonte: Autor.

Verifica-se que pela abertura de fissuras as redistribuições podem chegar a 45% de redistribuição para o modelo simplificado e 50% para o modelo bi linear. Da mesma forma que a laje estudada no 4.1, a fissuração não foi limitante para as redistribuições do M_{du} .

5.2.2 Laje maciça com espessura de 10 cm

Neste item foi estudada uma laje com as mesmas características da laje anterior, com um aumento de 2 cm na sua espessura, totalizando $h=10$ cm. As condições de carregamento estão dispostas na Figura 5.24.

Figura 5.24 – Laje maciça $h=10$ cm. Carregamento para as hipóteses do ELU.



Fonte: Autor.

5.2.2.1 Verificação da capacidade de rotação plástica

Os resultados obtidos no software estão apresentados na Tabela 5.5 a seguir.

Tabela 5.5 – Laje maciça $h=10$ cm. Resultados das rotações plásticas.

Redistribuição	0,00%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
A_s Positivo (cm²)	1,51	1,72	1,77	1,83	1,88	1,94	2	2,06
A_s Negativo (cm²)	2,36	1,87	1,75	1,63	1,51	1,39	1,27	1,16
M_{Sd} (kNm)	-7,875	-6,3	-5,906	-5,512	-5,119	-4,725	-4,331	-3,937
V_{Sd} (kNm)	-13,125	-12,6	-12,469	-12,337	-12,206	-12,075	-11,944	-11,812
x/d ELU	0,106	0,085	0,079	0,074	0,069	0,063	0,057	0,052
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,448	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	29,976	29,757	28,013	26,619	25,224	23,481	22,087	20,692
Fator	1,581	1,443	1,405	1,364	1,322	1,277	1,229	1,178
θ_{PI} limite (mrad)	47,396	42,95	39,354	36,319	33,344	29,983	27,148	24,385
θ_{PI} I₂ (mrad)	20,121	30,621	33,45	36,086	39,064	41,888	44,735	47,734
θ_{PI} Não Linear - Bi linear (mrad)	6,111	4,136	8,414	11,378	14,178	16,407	18,417	21,185

Fonte: Autor.

Com o aumento da seção em apenas 2 cm ocorre um grande ganho na ductilidade, similar ao que foi verificado no Item 4.1.3.4. O modelo I_{II} , que apresentava rotações menores que o limite apenas na redistribuição nula, agora chega a 30% com rotações abaixo do limite. Já no modelo bi linear, as redistribuições podem chegar a 50% sem passar do limite. Porém, conforme foi visto no item anterior, o modelo I_{II} subestima a rigidez da laje, já que o diagrama momento curvatura mostra uma rigidez bem maior do que no estágio II puro.

O método simplificado do x/d limite continua não apresentando restrições.

5.2.2.2 Verificação da abertura de fissuras

A verificação da abertura de fissuras foi feita pelo modelo de rigidez bruta e bi linear que se mostraram mais adequados neste trabalho para a obtenção dos resultados. Os resultados estão apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Laje maciça $h=10$. Resultados para fissuração.

Redistribuição Negativo		0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
ELU	M_d último (kNm)	-7,875	-6,3	-5,906	-5,512	-5,118	-4,725	-4,331	-3,937
	A_s Neg (cm ²)	2,36	1,87	1,75	1,63	1,51	1,39	1,27	1,16
	nº de barras	6	6	6	6	6	6	6	6
	Diâmetro da barra (mm)	7,08	6,3	6,09	5,88	5,66	5,43	5,19	4,96
	x/d ELU	0,106	0,085	0,079	0,074	0,069	0,063	0,057	0,052
ELS-W	A_{cr} (cm ²)	88,97	80,71	60,06	56,56	53,03	49,48	45,89	42,58
ELS Rigidez bruta	M_d Serviço (kNm)	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612
	σ_s (MPa)	261,97	328,27	350,12	375,15	404,12	438,07	478,37	522,59
	w_k (mm)	0,096	0,134	0,148	0,164	0,183	0,206	0,235	0,246
ELS Bi linear	M_d Serviço (kNm)	-4,64	-4,634	-4,634	-4,632	-4,631	-4,629	-4,628	-4,626
	σ_s (MPa)	263,52	329,82	351,71	376,69	405,72	439,66	479,96	524,13
	w_k (mm)	0,097	0,136	0,149	0,165	0,185	0,208	0,237	0,246

Fonte: Autor.

Neste caso, a abertura de fissuras acaba por limitar as redistribuições do M_{du} na continuidade em 45% para os 2 modelos, diferente das vigas estudadas no 5.1 que não apresentavam grandes mudanças no cálculo da fissuração com a mudança na espessura da seção.

Isso ocorre porque neste caso houve um acréscimo considerável no momento de serviço, principalmente no modelo bi linear. Esse acréscimo se deu pelo aumento do peso próprio, que se trata de carga permanente e principalmente pelo fato de que a laje está trabalhando praticamente no estágio I, ao contrário da laje de 8 cm.

A Tabela 5.7 a seguir mostra a relação entre o momento máximo positivo e negativo para cada redistribuição do M_{du} com o momento de fissuração.

Tabela 5.7 – Momentos de serviço x momento de fissuração.

Redistribuição Negativo	0%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
M_r Negativo (kNm)	-4,629	-4,602	-4,595	-4,588	-4,581	-4,494	-4,568	-4,562
M_{dserv} Negativo I_{II}	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612	-4,612
M_{dserv} Negativo Bi linear	-4,640	-4,634	-4,634	-4,632	-4,631	-4,629	-4,628	-4,626
M_r Positivo (kNm)	4,534	4,541	4,542	4,544	4,545	-4,494	4,549	4,551
M_{dserv} Positivo I_{II} (kNm)	2,583	2,583	2,583	2,583	2,583	2,583	2,583	2,583
M_{dserv} Positivo Bi linear	2,572	2,574	2,575	2,575	2,576	2,576	2,577	2,578

Fonte: Autor.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve por objetivo encontrar o maior valor de redistribuição dos momentos negativos nas continuidades de lajes nervuradas unidirecionais, de modo que os parâmetros de fissuração, flechas e ductilidade fossem respeitados pelos critérios da NBR 6118 (2014).

Para atingir o objetivo, foi implementado um software de análise de vigas contínuas capaz de dimensionar e analisar diferentes tipos de lajes e vigas, por meio de análises elásticas lineares, análises elásticas com redistribuição e análises não lineares, com as verificações dos 3 parâmetros normativos mencionados.

De acordo com os resultados apresentados, verificou-se que, para a laje estudada no Exemplo 1, considerando a abertura de fissuras a redistribuição dos momentos na continuidade pode chegar a 48% sem ultrapassar os limites estabelecidos pela norma brasileira.

As análises não lineares forneceram resultados um pouco diferentes da análise elástica linear nas seções T nas verificações de serviço, principalmente em baixas redistribuições, chegando no Exemplo 1 a uma diferença de 17% entre o modelo elástico linear com rigidez bruto e o modelo não linear pelo diagrama bi linear, na redistribuição nula. Esta diferença tende a diminuir com o aumento das redistribuições.

A utilização de um número maior de barras de armadura na laje para diminuir a fissuração não contribuiu com seu objetivo, pois, em níveis maiores de redistribuição, a plastificação da armadura em serviço é o fator limitante.

Em relação à fissuração nos momentos positivos, o aumento da redistribuição na continuidade gerou efeito favorável, não se tratando de um fator limitante para seções que atendem às condições de ductilidade e dimensionamento impostas pela norma.

Nas verificações de flechas pode ocorrer plastificação em serviço para grandes redistribuições no momento negativo devido à diminuição da área de aço armada na continuidade. Deve se ter atenção nos casos em as continuidades das lajes apresentam baixas armaduras dimensionadas pelos momentos redistribuídos, onde o momento de início de plastificação apresenta valores próximos ao momento de fissuração, pois há uma perda muito grande de rigidez na seção com pouco acréscimo de carga, e conseqüente aumento significativo na deformação.

Enquanto as verificações em serviço apresentam poucas limitações na redistribuição dos momentos negativos na continuidade, a verificação da capacidade de rotação plástica da seção no Estado Limite Último apresentou limitações maiores.

No Exemplo 1, enquanto pela fissuração os momentos podem ser redistribuídos em até 48%, na verificação da ductilidade apenas o método simplificado utilizando o x/d limite permitia redistribuições, porém, apenas quando maiores que 40%. Utilizando o cálculo explícito das rotações plásticas, nenhuma redistribuição seria possível. Essa grande diferença de resultados entre os dois critérios mostra alguma incoerência entre os métodos utilizados pela norma brasileira, o que demanda um estudo mais aprofundado sobre o tema, principalmente nas lajes e nas seções T, onde o comportamento das rotações se mostrou bastante complexo.

Do ponto de vista prático, a utilização da armadura dupla na continuidade aumenta consideravelmente a ductilidade da seção, permitindo redistribuições próximas aos limites impostos pela fissuração, chegando a 50% no modelo não linear bi linear sem superar a rotação limite. Esta solução demanda que as nervuras estejam alinhadas e que o traspasse mínimo para armaduras comprimidas seja respeitado.

Uma solução que chamou a atenção foi o aumento da espessura da laje em 5 cm. Este mínimo aumento apresentou grandes ganhos tanto no aumento da capacidade de rotação plástica seção como na diminuição das rotações, permitindo redistribuições de 50%. Esta solução mostra o quanto é importante que a seção seja dimensionada com a espessura adequada para o vão, pois os ganhos vão muito além da redução da deformação e da redução da armadura, como é de comum conhecimento. Trata-se também de uma solução que não demanda dificuldades técnicas, pois ocorre apenas um acréscimo de concreto e de material de enchimento, e parte do custo pode ser compensado pela redução da armadura.

Outro estudo que chamou a atenção foi nas lajes contínuas com vãos assimétricos. No Exemplo 2, onde 1 dos vãos foi reduzido de 6 para 4 metros, verificou-se que a mesma seção que apresentou tantos problemas na ductilidade do Exemplo 1, permitiu facilmente redistribuições próximas a 50%, limitadas pela fissuração, não mais pela ductilidade.

Já no Exemplo 3, ao efetuar a análise da mesma laje do Exemplo 2, porém com uma altura menor para o vão menor, tornando-a compatível com as solicitações para este vão, a redistribuição se mostrou necessária, pois mesmo pelo cálculo explícito

da rotação plástica, as rotações iniciais superavam o limite. Porém a sua capacidade aumentou consideravelmente à medida que as redistribuições aumentavam, apresentando resultados favoráveis na faixa de 30 e 50% a depender do modelo.

Nos estudos de vigas retangulares, verificou-se que foi possível efetuar grandes redistribuições do M_{du} na continuidade, que mesmo para uma viga com altura relativamente baixa para o vão, possibilitou redistribuições de até 50%, limitadas pela abertura de fissura, diferente das lajes.

Ao utilizar seção T nas vigas, as rotações plásticas diminuíram consideravelmente, permitindo redistribuições superiores a 50% para a viga de 50 cm de altura e 45% para a viga de 45 cm de altura, ambas limitadas pela fissuração. Neste ponto, a fissuração mostrou ser crítica, e com resultados muito sensíveis ao detalhamento da armadura.

As lajes maciças mostraram bastante capacidade de redistribuição dos esforços, permitindo redistribuições de 40% na laje com 8 cm de espessura, limitada pela rotação plástica e 45% quando aumentada para 10 cm, limitada pela fissuração. Essa inversão ocorreu porque ao aumentar a espessura, grande parte da laje passou a trabalhar no estágio I, aumentando consideravelmente o momento de serviço, evidenciado no modelo não linear.

De forma resumida, pode-se concluir em relação aos objetivos do trabalho que:

- Para as lajes estudadas foi possível efetuar redistribuições próximas à 50%;
- A fissuração na continuidade não se mostrou um fator limitante para a redistribuição dos momentos fletores negativos na continuidade;
- Flechas e fissuras nos momentos positivos em geral tiveram efeito favorável com o aumento das redistribuições;
- As rotações plásticas foram os fatores limitantes para a redistribuição dos momentos nas continuidades;
- A norma brasileira apresenta 2 critérios para verificação da ductilidade da seção onde ocorre a formação da rótula plástica, que apresentam resultados bastante distintos;
- O comportamento de rotações em lajes de seção T se mostrou bastante complexo e apresenta grande sensibilidade ao modelo de rigidez adotado;

- A utilização de armadura dupla aumenta consideravelmente a capacidade de rotação da seção, resolvendo os problemas apresentados pela verificação da rotação plástica em redistribuições de até 50%;
- Um pequeno aumento na altura da laje aumenta consideravelmente a capacidade de rotação, mesmo em grandes redistribuições;

Em relação aos modelos de rigidezes estudados neste trabalho, conclui-se que:

- Modelo a) Comportamento elástico-linear considerando a seção bruta: Mostrou-se eficiente para a obtenção dos esforços de serviços em vigas retangulares, e vigas T com redistribuição no M_{du} . Nas vigas T, principalmente em baixas redistribuições apresentou grande diferença entre os momentos de serviço obtidos pelo diagrama bi linear;
- Modelo b) Comportamento elástico linear desconsiderando a contribuição da mesa tracionada: Não se mostrou eficiente para as análises consideradas, por subestimar a rigidez da mesa, principalmente em redistribuições baixas.
- Modelo c) Comportamento com a rigidez no estágio II puro: Nos casos de verificação de fissuração das lajes, apresentou momentos de serviço próximos ao modelo bi linear nas redistribuições iniciais, porém se distancia com o aumento das redistribuições, trazendo momentos de serviço menores. Nas vigas, apresentou momentos de serviço maiores que o bi linear tanto em seções retangulares como em seções T. Nas verificações de rotações, mostrou resultados coerentes com o modelo não linear bi linear. Porém, nas lajes e vigas de seção T, principalmente com alturas pequenas para o vão, apresentou resultados menos favoráveis a segurança que o modelo bi linear. Já nas vigas de seção retangular mostrou resultados favoráveis a segurança;
- Modelo d) Não linear pelo diagrama bi linear: Foi o modelo utilizado como referência por representar bem a rigidezes não lineares tanto em seções T como em seções retangulares. Também se mostrou eficiente para situações em que o M_r e o M_{ip} apresentam valores próximos;
- Modelo e) Não linear utilizando a equação de Branson: Tanto para a fissuração como para a verificação das rotações plásticas apresentou

problemas nos casos em que os valores de M_r e o M_{ip} são próximos, afetando diretamente as vigas e lajes com seção T. Nas vigas retangulares mostrou-se coerente com o modelo bi linear para as duas verificações. Nas flechas não apresentou problemas;

- Modelo f) Modelo simplificado da NBR 6118 (2014) considerando I_{eq} : Mostrou-se efetivo apenas para flechas. Não se mostrou adequado para a obtenção das rotações plásticas devido à grande sensibilidade de sua obtenção em relação à variação da rigidez da seção ao longo da laje.

Sugestões de trabalhos futuros:

Mesmo com as importantes considerações sobre redistribuições de esforços em lajes nervuradas trazidas pelo presente trabalho, muitas das teorias utilizadas merecem estudos mais aprofundados, apresentando um grande potencial de estudos a serem realizados de modo a ampliar a contribuição científica e profissional sobre os temas abordados, preenchendo inclusive algumas lacunas deixadas pela norma brasileira. Dentre os vários estudos possíveis, pode-se destacar os seguintes:

- Estudo comparativo entre as duas abordagens da NBR 6118 (2014) de verificação da ductilidade;
- Realização de ensaios para verificar o comportamento da mesa tracionada das lajes T, e seu efeito no momento de fissuração;
- Realização de modelos não lineares tridimensionais para a verificação do comportamento da mesa tracionada das lajes T;
- Estudo de lajes bidimensionais com modelos de grelhas ou elementos finitos;
- Utilização de outros modelos não lineares e de *tension stiffening* para os estudos realizados;
- Estudo da rotação plástica limite em vigas e lajes com seção T;
- Estudo da capacidade explícita das rotações plásticas em vigas e lajes com diferentes seções e comprimentos nos vãos adjacentes;

- Estudo de modelos experimentais ou tridimensionais para avaliar o comportamento da transferência de esforços de compressão nos casos em que as nervuras não se encontram alinhadas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480:2007 Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação**. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014 Projeto de Estrutura de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ATEX. **Catálogo de Dados Técnicos**, [s.d.]. Disponível em: <http://www.atex.com.br/upload/PDFCalculista/folder-dados-tecnicos-site_636481789564006068.pdf>. Acesso em: 7 jul. 2018

BACHMANN, H. Influence of Shear and Bond on Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. In: BACHMANN, H. (Ed.). **Influence of Shear and Band on Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1971. p. 11–28.

BAGGE, N. et al. Moment redistribution in RC beams—A study of the influence of longitudinal and transverse reinforcement ratios and concrete strength. **Engineering structures**, v. 80, p. 11–23, 2014.

BISCHOFF, P. H.; SCANLON, A. Effective Moment of Inertia for Calculating Deflections of Concrete Members Containing Steel Reinforcement and Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement. **ACI Structural Journal; Farmington Hills**, v. 104, n. 1, p. 68–75, fev. 2007.

BOCCHI JUNIOR, C. F.; GIONGO, J. S. **Projeto e construção de lajes nervuradas**. São Carlos: [s.n.].

BRANSON, D. E. **Instantaneous and Time-dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams**. [s.l.] State of Alabama Highway Department, Bureau of Research and Development, 1965.

BUCHAIM, R. **A influência da não-linearidade física do concreto armado na rigidez à flexão e na capacidade de rotação plástica**. text—[s.l.] Universidade de São Paulo, 18 jul. 2001.

BUCHAIM, R. Determinação da capacidade de rotação plástica para concretos C20 a C90 e aços CA-50 e CA-60. **ABECE Informa**, p. 12–18, out. 2013.

BUCHAIM, R. Rigidez e rotação plástica de peças fletidas. **ABNT NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação**, n. 1, p. 228–243, 2015.

CALAVERA, J. R. et al. Behaviour up to failure of statically determined and indetermined slabs with prestressed joists. **ACHE**, v. 39, n. 168, p. 53–66, 1988.

CARMO, R. N. F. DO; VALENÇA, J.; DIAS-DA-COSTA, D. Plastic rotation and tension stiffening effect analysis in beams using photogrammetry. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 6, p. 475–498, 2013.

CARVALHO, R. C. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado. Segundo a Nbr 6118-2014 - Volume 1**. Edição: 4 ed. [s.l.] EdUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: Pini, 2009. v. 1

CEB-FIP Model code 1990: . [s.l: s.n.].

COELHO, J. D. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha**. Dissertação de Mestrado—Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2000.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. **Prestressed Concrete Structures**. Toronto, Ontario: Response Publications, 1997.

ELIGEHAUSEN, R.; LANGER, P. Rotation capacity of plastic hinges and allowable degree of moment redistribution. 1987.

EWANG, B. E. **Estudo de fissuração em concreto armado com fibras e armadura convencional**. Dissertação de Mestrado—São Paulo: Universidade de São Paulo, USP, 30 abr. 1999.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **Model Code 2010 - Final draft, Volume 1**. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2012a. v. 1

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **Model Code 2010 - Final draft, Volume 2**. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2012b. v. 2

FIELDS, K.; BISCHOFF, P. H. Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members. **Structural Journal**, v. 101, n. 4, p. 447–456, 2004.

FONTES, F. F.; PINHEIRO, L. M. Análise Linear com Redistribuição e Análise Plástica de Vigas de Edifícios. **Anais do 47º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2005**, v. XII, p. 72–85, set. 2005.

FRANÇA, A. B. M. DA; FUSCO, P. B. **As lajes nervuradas na moderna construção civil**. São Paulo: AFALA & ABRAPEX, 1997.

LEONHARDT, F. **Construções em concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. **Construções de Concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 2007. v. 3

MAGALHÃES, F. L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada**. [s.l: s.n.].

PARK, R.; GAMBLE, W. L. **Reinforced Concrete Slabs, 2nd Edition**. 2 edition ed. New York: Wiley, 1999.

PATEL, K. A. et al. Explicit expression for effective moment of inertia of RC beams. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 12, n. 3, p. 542–560, 2015.

PEREIRA, J. DA S. **Modelo não linear de viga para a obtenção de esforços em serviço aplicado a lajes de barragem de enrocamento com face de concreto**. Dissertação de Mestrado —Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2009.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **Fundamentos do Concreto e Projetos. Bases para Cálculo – Capítulo 6**. [s.l: s.n.].

SILVA NETO, C. P. **Modelagem da fratura do concreto armado por meio de interfaces coesivas**. Dissertação de Mestrado—Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRS, 2015.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuição à análise de lajes nervuradas por analogia de grelhas**. Dissertação de Mestrado—Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2003.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. São Paulo: Globo, 1991. v. 2

SVEINSON, T.; DILGER, W. H. Moment Redistribution in Reinforced Concrete Structures. **Progress in Structural Engineering**, v. 10, p. 51–70, 1991.

APÊNDICE A – Fluxograma do Software desenvolvido

Neste Apêndice estão apresentados os fluxogramas do software S-vigas desenvolvido para a análise dos resultados.

Figura 6.1 – Fluxo principal do programa.

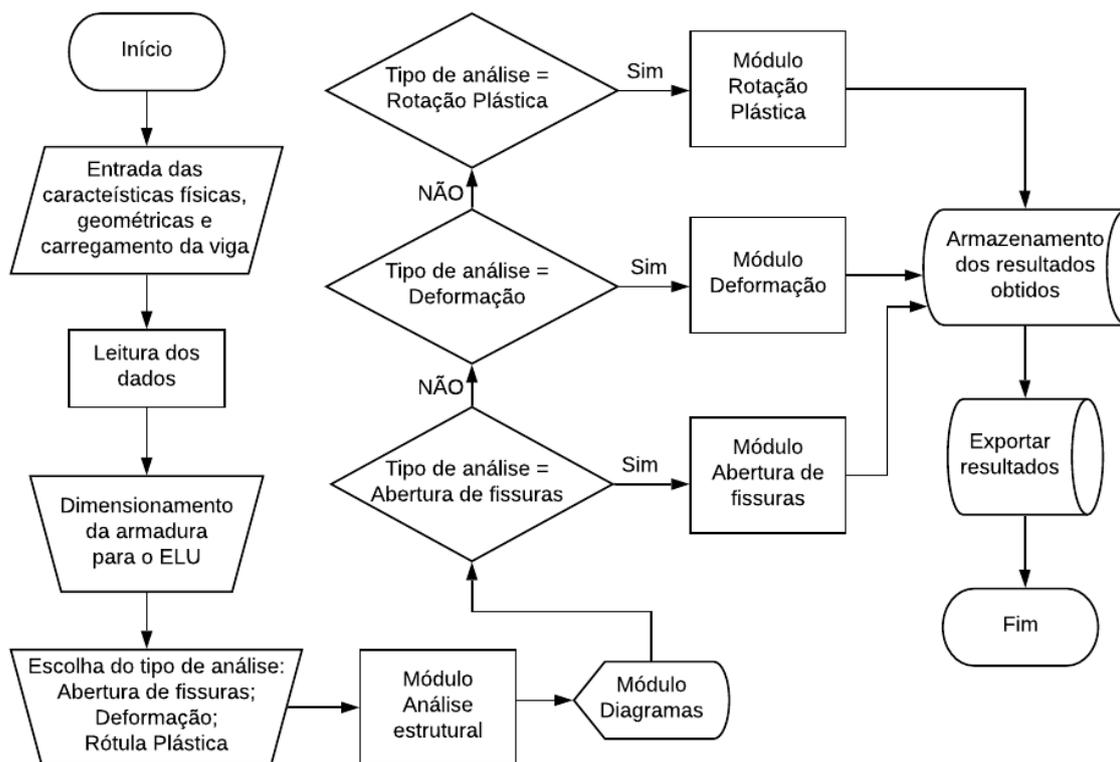
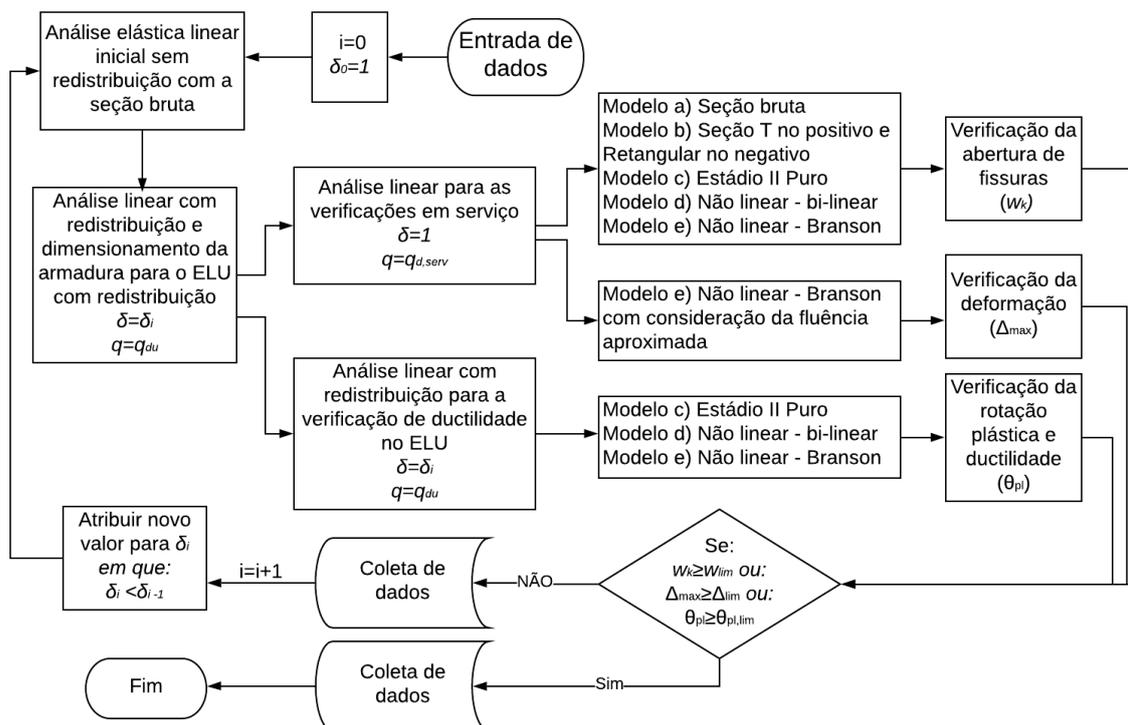


Figura 6.2 – Fluxo da análise estrutural



APÊNDICE B – Resultados obtidos para o Capítulo 5.

No presente Apêndice encontram-se os resultados obtidos no software S-vigas para o Capítulo 5.

B.1 Rotação Plástica

Tabela B.1 – Resultados para o Estudo 1.

Redistribuição	0%	5%	15%	20%	25%	30%	40%	50%	55%	60%	65%
A _s Positivo (cm ²)	3,52	3,65	3,92	4,06	4,2	4,34	4,64	4,96	5,12	5,28	5,45
A _s Negativo (cm ²)	6,77	6,37	5,59	5,21	4,83	4,48	3,78	3,1	2,77	2,45	2,12
M _{Sd} (kNm)	-113,4	-107,73	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-68,04	-56,7	-51,03	-45,36	-39,69
V _{Sd} (kNm)	-94,5	-93,555	-91,665	-90,72	-89,775	-88,83	-86,94	-85,05	-84,105	-83,16	-82,215
x/d ELU	0,359	0,338	0,297	0,277	0,257	0,238	0,201	0,165	0,147	0,130	0,113
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,408	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ _{PI} lido no gráfico	11,593	13,144	16,132	17,586	19,008	20,397	23,112	25,729	27,005	28,265	29,493
Fator	0,943	0,924	0,883	0,861	0,838	0,814	0,761	0,703	0,67	0,636	0,598
θ _{PI} limite	10,93	12,139	14,238	15,136	15,923	16,595	17,597	18,08	18,104	17,967	17,637
θ _{PI} l _{II}	5,639	6,587	8,489	9,47	10,461	11,507	13,594	15,703	16,808	17,915	19,04
θ _{PI} l _{eq}	0	1,836	5,54	7,342	9,122	10,883	14,168	17,052	18,251	19,405	20,297
θ _{PI} Não Linear - Bi linear	4,438	5,417	7,324	8,332	9,302	10,386	12,485	14,664	15,732	16,899	18,052
θ _{PI} Não Linear - Branson	4,612	5,672	7,746	8,857	9,927	11,128	13,468	15,923	17,198	18,508	19,801

Fonte: Autor.

Tabela B.2 – Resultados para o Estudo 2.

Redistribuição	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%
A _s Positivo (cm ²)	4	4,14	4,3	4,46	4,63	4,79	4,96	5,13	5,32	5,51	5,69	5,89
A _s Negativo (cm ²)	7,92	7,41	6,93	6,46	6	5,56	5,13	4,71	4,3	3,9	3,51	3,13
M _{Sd} (kNm)	-113,4	-107,7	-102,1	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03
V _{Sd} (kNm)	-94,5	-93,56	-92,61	-91,665	-90,72	-89,775	-88,83	-87,885	-86,94	-85,995	-85,05	-84,105
x/d ELU	0,467	0,437	0,408	0,381	0,354	0,328	0,302	0,278	0,254	0,23	0,207	0,184
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,408	0,368	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ _{PI} lido no gráfico	3,755	5,927	8,01	10,02	11,977	13,88	15,71	17,524	19,265	20,97	22,657	24,291
Fator	0,994	0,974	0,952	0,93	0,907	0,883	0,858	0,831	0,803	0,773	0,741	0,707
θ _{PI} limite	3,732	5,77	7,628	9,322	10,866	12,256	13,473	14,559	15,461	16,202	16,783	17,166
θ _{PI} l ₂	6,463	7,557	8,614	9,7	10,794	11,948	13,107	14,295	15,459	16,639	17,891	19,122

Redistribuição	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%
$\theta_{PI} l_{eq}$	0,003	2,146	4,279	6,458	8,544	10,609	12,645	14,595	16,459	18,148	19,859	21,227
θ_{PI} Não Linear - Bi linear	5,396	6,474	7,557	8,647	9,735	10,939	12,077	13,317	14,487	15,648	16,997	18,187
θ_{PI} Não Linear - Branson	5,781	6,916	8,044	9,201	10,365	11,637	12,861	14,188	15,448	16,714	18,184	19,5

Fonte: Autor.

Tabela B.3 – Resultados Estudo 3.

Redistribuição	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
A_s Positivo (cm ²)	4,65	4,82	5,01	5,21	5,41	5,62	5,83	6,04	6,28	6,52	6,76	7	7,26
A_s Negativo (cm ²)	9,78	9,06	8,39	7,75	7,15	6,58	6,04	5,52	5,01	4,53	4,06	3,6	3,16
M_{Sd} (kNm)	-113,4	-107,7	-102,1	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
V_{Sd} (kNm)	-94,5	-93,56	-92,61	-91,665	-90,72	-89,775	-88,83	-87,885	-86,94	-85,995	-85,05	-84,105	-83,16
x/d ELU	0,649	0,601	0,556	0,514	0,474	0,437	0,401	0,366	0,333	0,301	0,269	0,239	0,21
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,408	0,368	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	-9,474	-5,981	-2,729	0,32	3,208	5,954	8,58	11,104	13,527	15,85	18,111	20,313	22,433
Fator	1,054	1,033	1,01	0,987	0,962	0,937	0,91	0,881	0,851	0,819	0,786	0,75	0,711
θ_{PI} limite	0	0	0	0,316	3,087	5,577	7,804	9,785	11,515	12,988	14,23	15,225	15,942
$\theta_{PI} l_2$	7,685	8,897	10,081	11,276	12,537	13,804	15,127	16,487	17,802	19,15	20,546	21,983	23,372
$\theta_{PI} l_{eq}$	0,003	2,501	4,99	7,535	9,976	12,37	14,74	17,011	19,182	21,132	23,11	24,72	26,423
θ_{PI} Não Linear - Bi linear	6,722	7,9	9,146	10,319	11,602	12,925	14,219	15,614	16,98	18,315	19,739	21,224	22,607
θ_{PI} Não Linear - Branson	7,225	8,41	9,721	10,926	12,251	13,654	14,955	16,437	17,874	19,259	20,797	22,341	23,855

Fonte: Autor.

Tabela B.4 – Resultados para o Estudo 1 com seção T.

Redistribuição	0%	5%	25%	30%	40%	50%	55%	60%	65%	70%	75%
A_s Positivo (cm ²)	3,32	3,43	3,91	4,04	4,29	4,56	4,69	4,82	4,97	5,11	5,25
A_s Negativo (cm ²)	6,77	6,37	4,83	4,48	3,78	3,1	2,77	2,45	2,12	1,81	1,5
M_{Sd} (kNm)	-113,4	-107,7	-85,05	-79,38	-68,04	-56,7	-51,03	-45,36	-39,69	-34,02	-28,35
V_{Sd} (kNm)	-94,5	-93,56	-89,775	-88,83	-86,94	-85,05	-84,105	-83,16	-82,215	-81,27	-80,325

Redistribuição	0%	5%	25%	30%	40%	50%	55%	60%	65%	70%	75%
x/d ELU	0,359	0,338	0,257	0,238	0,201	0,165	0,147	0,130	0,113	0,096	0,08
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,408	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	11,593	13,144	19,008	20,397	23,112	25,729	27,005	28,265	29,493	30,721	28,238
Fator	0,943	0,924	0,838	0,814	0,761	0,703	0,67	0,636	0,598	0,557	0,511
θ_{PI} limite	10,93	12,139	15,923	16,595	17,597	18,08	18,104	17,967	17,637	17,107	14,438
θ_{PI} II	3,905	4,783	8,313	9,232	11,154	13,064	14,082	15,09	16,081	17,095	18,118
θ_{PI} I _{eq}	0	1,61	7,961	9,432	12,3	14,748	15,742	16,772	17,565	18,077	18,106
θ_{PI} Não Linear - Bi linear	3,795	4,637	8,321	9,281	11,2	13,125	14,2	15,352	15,949	16,617	17,285
θ_{PI} Não Linear - Branson	3,244	4,368	9,053	10,209	12,471	14,47	15,382	16,221	16,904	17,633	18,36

Fonte: Autor.

Tabela B.5 – Resultados para o Estudo 2 com seção T.

Redistribuição	0%	15%	20%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%	65%
A_s Positivo (cm ²)	3,71	4,1	4,24	4,37	4,51	4,8	4,95	5,1	5,25	5,4	5,56
A_s Negativo (cm ²)	7,83	6,28	5,82	5,38	5,02	4,29	3,9	3,51	3,13	2,75	2,39
M_{Sd} (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36	-39,69
V_{Sd} (kNm)	-94,5	-91,665	-90,72	-89,775	-88,83	-86,94	-85,995	-85,05	-84,105	-83,16	-82,215
x/d ELU	0,467	0,381	0,354	0,328	0,302	0,254	0,23	0,207	0,184	0,162	0,141
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ_{PI} Lido no gráfico	3,755	10,02	11,977	13,88	15,71	19,265	20,97	22,657	24,291	25,888	27,45
Fator	0,994	0,93	0,907	0,883	0,858	0,803	0,773	0,741	0,707	0,67	0,63
θ_{PI} limite	3,732	9,322	10,866	12,256	13,473	15,461	16,202	16,783	17,166	17,346	17,303
θ_{PI} II	4,309	7,153	8,145	9,203	10,325	12,583	13,668	14,786	15,936	17,06	18,242
θ_{PI} I _{eq}	0	5,727	7,57	9,394	11,1	14,39	15,786	17,246	18,379	19,639	20,737
θ_{PI} Não Linear - Bi linear	4,27	7,227	8,304	9,325	10,478	12,743	13,865	15,099	16,133	17,3	18,738
θ_{PI} Não Linear - Branson	4,072	7,673	8,958	10,232	11,6	14,249	15,554	16,808	17,962	19,03	19,987

Fonte: Autor.

Tabela B.6 – Resultados do Estudo 3 com seção T.

Redistribuição	0%	15%	20%	25%	30%	40%	45%	50%	55%	60%
A _s Positivo (cm ²)	4,2	4,65	4,8	4,96	5,12	5,45	5,62	5,79	5,96	6,13
A _s Negativo (cm ²)	8,67	7,04	6,54	6,07	5,66	4,84	4,44	4,03	3,6	3,16
M _{Sd} (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
V _{Sd} (kNm)	-94,5	-91,665	-90,72	-89,775	-88,83	-86,94	-85,995	-85,05	-84,105	-83,16
x/d ELU	0,649	0,514	0,474	0,437	0,401	0,333	0,301	0,269	0,239	0,21
x/d limite (Item 14.6.4.3 NBR 6118/2014)	0,45	0,328	0,288	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
θ _{PI} Lido no gráfico	-9,474	0,32	3,208	5,954	8,58	13,527	15,85	18,111	20,313	22,433
Fator	1,054	0,987	0,962	0,937	0,91	0,851	0,819	0,786	0,75	0,711
θ _{PI} limite	0	0,316	3,087	5,577	7,804	11,515	12,988	14,23	15,225	15,942
θ _{PI} II	4,269	7,777	9,016	10,269	11,599	14,29	15,625	16,988	18,352	19,673
θ _{PI} I _{eq}	0	6,789	8,963	11,075	13,055	16,893	18,495	20,202	21,518	23,038
θ _{PI} Não Linear - Bi linear	4,415	7,993	9,208	10,551	11,865	14,623	15,904	17,287	18,771	20,001
θ _{PI} Não Linear - Branson	4,381	8,424	9,822	11,338	12,839	15,98	17,46	19,05	20,618	22,012

Fonte: Autor.

B.2 Fissuração

Tabela B.7 – Fissuração viga retangular 15x50

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	6,77	5,59	5,21	4,83	4,48	4,13	3,78	3,44	3,1	2,77	2,45
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro fictício da barra (mm)	16,95	15,4	14,87	14,32	13,79	13,24	12,67	12,08	11,47	10,84	10,2
	A _{cr} (cm ²)	88,57	82,76	80,76	78,69	76,71	74,65	72,5	70,31	68,01	65,66	63,24
	x/d ELU	0,359	0,297	0,277	0,257	0,238	0,219	0,201	0,182	0,165	0,147	0,13
	M _r (kNm)	-20,712	-20,23	-20,076	-19,92	-19,778	-19,637	-19,496	-19,36	-19,223	-19,091	-18,963
	M _{ip} (kNm)	-135,09	-112,599	-105,293	-97,953	-91,16	-84,335	-77,476	-70,778	-64,042	-57,467	-51,052
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	259,83	311,72	333,36	356,93	385,04	416,2	453,04	495,92	548,07	610,79	687,53
	w _k (mm)	0,151	0,181	0,194	0,208	0,225	0,244	0,267	0,294	0,299	0,302	0,306
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-81,865	-76,507	-74,618	-72,738	-70,757	-68,744	-66,66	-64,508	-62,273	-59,997	-57,678
	σ _s (MPa)	303	339,73	354,33	369,83	388,09	407,56	430,2	455,71	486,18	522,01	564,9
	w _k (mm)	0,176	0,197	0,206	0,216	0,227	0,239	0,254	0,271	0,291	0,302	0,306
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-76,381	-72,151	-70,661	-69,13	-67,599	-65,982	-64,248	-62,311	-60,216	-57,986	-55,629
	σ _s (MPa)	282,7	320,39	335,55	351,49	370,77	391,19	414,63	440,19	470,13	504,51	544,83
	w _k (mm)	0,164	0,186	0,195	0,205	0,217	0,23	0,245	0,261	0,281	0,302	0,306
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-75,907	-72,325	-71,089	-69,802	-68,49	-67,164	-65,835	-64,336	-62,754	-61,156	-59,057
	σ _s (MPa)	280,95	321,16	337,58	354,9	375,66	398,2	424,88	454,5	489,94	532,09	578,4
	w _k (mm)	0,163	0,186	0,196	0,207	0,22	0,234	0,251	0,27	0,293	0,302	0,306

Fonte: Autor.

Tabela B.8 – Fissuração viga retangular 15x45

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	7,92	6,46	6	5,56	5,13	4,71	4,3	3,9	3,51	3,13	2,75
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro fictício da barra (mm)	18,33	16,56	15,96	15,36	14,76	14,14	13,51	12,87	12,21	11,53	10,8
	A _{cr} (cm ²)	91,25	84,59	82,34	80,11	77,83	75,52	73,16	70,75	68,27	65,72	63,01
	x/d ELU	0,467	0,381	0,354	0,328	0,302	0,278	0,254	0,23	0,207	0,184	0,162
	M _r (kNm)	-17,703	-17,16	-16,991	-16,827	-16,669	-16,514	-16,365	-16,22	-16,076	-15,939	-15,799
	M _{ip} (kNm)	-140,273	-115,667	-107,837	-100,309	-92,914	-85,652	-78,522	-71,526	-64,664	-57,934	-51,159
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	250,23	303,46	325,49	349,92	377,77	409,8	447,01	490,73	542,81	605,86	686,1
	w _k (mm)	0,142	0,172	0,184	0,198	0,214	0,233	0,255	0,281	0,288	0,29	0,293
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-81,973	-76,573	-74,646	-72,748	-70,773	-68,757	-66,634	-64,469	-62,284	-59,995	-57,62
	σ _s (MPa)	292,19	331,01	346,11	362,62	380,85	401,38	424,3	450,67	481,6	517,78	563,15
	w _k (mm)	0,166	0,188	0,196	0,205	0,216	0,228	0,242	0,258	0,277	0,29	0,293
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-77,881	-73,416	-71,859	-70,234	-68,551	-66,773	-64,888	-62,954	-60,983	-58,648	-56,045
	σ _s (MPa)	277,61	317,36	333,18	350,09	368,9	389,79	413,18	440,07	471,54	506,16	547,76
	w _k (mm)	0,158	0,18	0,189	0,198	0,209	0,222	0,235	0,252	0,271	0,29	0,293
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-7854%	-74,241	-72,798	-71,307	-69,739	-68,09	-66,388	-64,625	-62,884	-61,059	-58,829
	σ _s (MPa)	279,97	320,93	337,54	355,44	375,29	397,48	422,73	451,76	486,24	526,97	574,97
	w _k (mm)	0,159	0,182	0,191	0,201	0,213	0,226	0,241	0,258	0,28	0,29	0,293

Fonte: Autor.

Tabela B.9 – Fissuração viga retangular 15x40

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	9,78	7,75	7,15	6,58	6,04	5,52	5,01	4,53	4,06	3,6	3,16
	nº de barras	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	Diâmetro fictício da barra (mm)	20,37	18,14	17,42	16,71	16,01	15,31	14,58	13,87	13,13	12,36	11,58
	A _{cr} (cm ²)	96,4	88,01	85,32	82,67	80,04	77,4	74,68	72	69,23	66,35	63,43
	x/d ELU	0,649	0,514	0,474	0,437	0,401	0,366	0,333	0,301	0,269	0,239	0,21
	M _r (kNm)	-15,201	-14,517	-14,316	-14,127	-13,948	-13,775	-13,608	-13,452	-13,298	-13,147	-13,004
	M _{ip} (kNm)	-151,077	-121,358	-112,469	-103,974	-95,877	-88,032	-80,289	-72,953	-65,721	-58,591	-51,72
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	232,33	289,23	312,09	337,59	366,09	398,72	437,17	481,13	534,07	599,06	678,66
	w _k (mm)	0,131	0,161	0,173	0,187	0,202	0,22	0,242	0,266	0,277	0,279	0,28
Rigidez bruta caso b)	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	232,33	289,23	312,09	337,59	366,09	398,72	437,17	481,13	534,07	599,06	678,66
	w _k (mm)	0,131	0,161	0,173	0,187	0,202	0,22	0,242	0,266	0,277	0,279	0,28
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-82,418	-76,737	-74,782	-72,783	-70,777	-68,74	-66,566	-64,399	-62,172	-59,876	-57,509
	σ _s (MPa)	272,77	316,16	332,46	350,01	369,1	390,43	414,54	441,37	473	510,96	555,97
	w _k (mm)	0,154	0,176	0,185	0,194	0,204	0,216	0,229	0,244	0,262	0,279	0,28
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-79,437	-74,508	-72,816	-71,085	-69,298	-67,493	-65,519	-63,479	-61,318	-59,037	-56,565
	σ _s (MPa)	262,9	306,98	323,71	341,84	361,39	383,34	408,02	435,07	466,5	503,8	546,84
	w _k (mm)	0,148	0,171	0,18	0,189	0,2	0,212	0,226	0,241	0,259	0,279	0,28
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-80,701	-75,629	-73,9	-72,129	-70,363	-68,586	-66,619	-64,664	-62,657	-60,566	-58,321
	σ _s (MPa)	267,09	311,6	328,53	346,86	366,94	389,55	414,87	443,18	476,69	516,85	563,82
	w _k (mm)	0,15	0,173	0,182	0,192	0,203	0,215	0,229	0,245	0,264	0,279	0,28

Tabela B.10 – Fissuração viga T 15x50

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	6,77	5,59	5,21	4,85	4,48	4,13	3,78	3,44	3,1	2,77	2,45
	n ^o de barras	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	Diâmetro fictício da barra (mm)	11,99	10,89	10,51	10,14	9,75	9,36	8,96	8,54	8,11	7,67	7,21
	A _{cr} (cm ²)	128,24	120,71	118,12	115,58	112,87	110,19	107,41	104,57	101,59	98,54	95,41
	x/d ELU	0,359	0,297	0,277	0,257	0,238	0,219	0,201	0,182	0,165	0,147	0,13
	M _r (kNm)	-40,144	-39,932	-39,866	-39,806	-39,746	-39,687	-39,633	-39,58	-39,531	-39,481	-39,433
	M _{ip} (kNm)	-135,09	-112,599	-105,293	-98,34	-91,16	-84,335	-77,476	-70,778	-64,042	-57,467	-51,052
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	259,83	311,72	333,36	356,93	385,04	416,2	453,04	495,92	548,07	610,79	687,53
	w _k (mm)	0,16	0,21	0,231	0,256	0,286	0,321	0,364	0,416	0,402	0,38	0,357
Rigidez bruta caso b)	M _d Serviço (kNm)	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038	-59,038
	σ _s (MPa)	218,52	262,16	280,35	300,18	323,82	350,02	381,01	417,07	460,93	513,67	578,22
	w _k (mm)	0,113	0,148	0,164	0,181	0,202	0,227	0,257	0,294	0,341	0,38	0,357
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-78,83	-73,432	-71,558	-69,702	-67,708	-65,782	-63,751	-61,701	-59,546	-57,403	-55,233
	σ _s (MPa)	291,77	326,07	339,81	354,39	371,37	390	411,42	435,88	464,89	499,44	540,95
	w _k (mm)	0,202	0,229	0,24	0,252	0,266	0,282	0,3	0,321	0,347	0,379	0,357
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-80,108	-76,107	-74,998	-73,35	-71,77	-70,23	-68,519	-66,618	-64,659	-61,79	-59,26
	σ _s (MPa)	296,5	337,95	356,14	372,94	393,65	416,37	442,2	470,61	504,81	537,61	580,39
	w _k (mm)	0,209	0,246	0,264	0,279	0,299	0,321	0,347	0,375	0,402	0,38	0,357
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-79,113	-77,756	-77,1	-76,5	-75,859	-75,231	-74,586	-74,063	-67,617	-66,344	-64,63
	σ _s (MPa)	292,82	345,28	366,12	388,96	416,08	446,03	481,35	523,21	527,9	577,24	632,98
	w _k (mm)	0,204	0,257	0,279	0,304	0,334	0,369	0,411	0,423	0,402	0,38	0,357

Tabela B.11 – Fissuração viga T 15x45

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	7,92	6,46	6	5,56	5,13	4,71	4,3	3,9	3,51	3,13	2,75
	nº de barras	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	Diâmetro fictício da barra (mm)	12,96	11,71	11,28	10,86	10,43	10	9,55	9,1	8,63	8,15	7,64
	A _{cr} (cm ²)	130,38	121,74	118,83	115,93	112,98	109,98	106,92	103,79	100,58	97,28	93,77
	x/d ELU	0,467	0,381	0,354	0,328	0,302	0,278	0,254	0,23	0,207	0,184	0,162
	M _r (kNm)	-33,458	-33,219	-33,149	-33,079	-33,016	-32,955	-32,899	-32,846	-32,794	-32,745	-32,694
	M _{ip} (kNm)	-140,273	-115,667	-107,837	-100,309	-92,914	-85,652	-78,522	-71,526	-64,664	-57,934	-51,159
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	250,23	303,46	325,49	349,92	377,77	409,8	447,01	490,73	542,81	605,86	686,1
	w _k (mm)	0,161	0,214	0,237	0,263	0,295	0,332	0,378	0,434	0,427	0,403	0,378
Rigidez bruta caso b)	M _d Serviço (kNm)	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029	-59,029
	σ _s (MPa)	210,41	255,17	273,7	294,24	317,66	344,59	375,87	412,64	456,43	509,45	576,92
	w _k (mm)	0,114	0,151	0,167	0,186	0,208	0,235	0,267	0,307	0,356	0,403	0,378
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-78,77	-73,332	-71,426	-69,564	-67,629	-65,663	-63,627	-61,561	-59,462	-57,327	-55,103
	σ _s (MPa)	280,77	317	331,18	346,75	363,93	383,31	405,15	430,34	459,78	494,76	538,54
	w _k (mm)	0,202	0,233	0,245	0,259	0,274	0,291	0,311	0,334	0,361	0,395	0,378
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-80,035	-75,844	-74,392	-72,912	-71,302	-69,797	-67,819	-65,914	-63,66	-61,338	-58,652
	σ _s (MPa)	285,28	327,86	344,93	363,44	383,7	407,45	431,85	460,77	492,24	529,37	573,23
	w _k (mm)	0,209	0,249	0,266	0,284	0,304	0,329	0,353	0,382	0,414	0,403	0,378
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-7999%	-77,072	-76,145	-75,307	-74,393	-73,472	-72,629	-71,479	-65,835	-66,518	-64,893
	σ _s (MPa)	285,11	333,17	353,06	375,38	400,33	428,9	462,47	499,67	509,05	574,08	634,23
	w _k (mm)	0,209	0,257	0,279	0,303	0,331	0,364	0,405	0,45	0,427	0,403	0,378

Tabela B.12 – Fissuração viga T 15x40

	Redistribuição Negativo	0%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	55%	60%
ELU Ib	M _d último (kNm)	-113,4	-96,39	-90,72	-85,05	-79,38	-73,71	-68,04	-62,37	-56,7	-51,03	-45,36
	A _s Neg (cm ²)	9,78	7,75	7,15	6,58	6,04	5,52	5,01	4,53	4,06	3,6	3,16
	nº de barras	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	Diâmetro fictício da barra (mm)	14,41	12,82	12,32	11,82	11,32	10,82	10,31	9,8	9,28	8,74	8,19
	A _{cr} (cm ²)	135,71	124,83	121,35	117,91	114,5	111,08	107,55	104,07	100,48	96,76	92,97
	x/d ELU	0,649	0,514	0,474	0,437	0,401	0,366	0,333	0,301	0,269	0,239	0,21
	M _r (kNm)	-27,4	-27,085	-26,995	-26,915	-26,842	-26,772	-26,708	-26,649	-26,592	-26,537	-26,485
	M _{ip} (kNm)	-151,077	-121,358	-112,469	-103,974	-95,877	-88,032	-80,289	-72,953	-65,721	-58,591	-51,72
Rigidez bruta	M _d Serviço (kNm)	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2	-70,2
	σ _s (MPa)	232,33	289,23	312,09	337,59	366,09	398,72	437,17	481,13	534,07	599,06	678,66
	w _k (mm)	0,154	0,212	0,238	0,267	0,3	0,341	0,39	0,449	0,46	0,433	0,405
Rigidez bruta caso b)	M _d Serviço (kNm)	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025	-59,025
	σ _s (MPa)	195,35	243,19	262,41	283,85	307,82	335,25	367,58	404,54	449,06	503,7	570,63
	w _k (mm)	0,109	0,15	0,168	0,189	0,212	0,241	0,276	0,318	0,371	0,433	0,405
Estádio II puro	M _d Serviço (kNm)	-79,09	-73,377	-71,471	-69,517	-67,565	-65,591	-63,534	-61,489	-59,395	-57,244	-55,07
	σ _s (MPa)	261,75	302,32	317,74	334,3	352,35	372,54	395,66	421,43	451,87	488,5	532,39
	w _k (mm)	0,195	0,232	0,246	0,262	0,278	0,297	0,32	0,345	0,375	0,413	0,405
Não Linear - bi linear	M _d Serviço (kNm)	-80,089	-75,573	-74,06	-72,351	-70,66	-68,894	-67,003	-65,08	-63,079	-60,392	-57,684
	σ _s (MPa)	265,06	311,37	329,25	347,93	368,49	391,3	417,26	446,04	479,9	515,37	557,66
	w _k (mm)	0,2	0,246	0,264	0,283	0,304	0,328	0,356	0,386	0,423	0,433	0,405
Não linear - Branson	M _d Serviço (kNm)	-80,146	-76,365	-75,133	-73,861	-72,611	-71,298	-69,991	-68,686	-67,442	-64,638	-63,175
	σ _s (MPa)	265,25	314,63	334,02	355,19	378,67	404,95	435,87	470,75	513,1	551,6	610,75
	w _k (mm)	0,201	0,251	0,272	0,295	0,321	0,351	0,388	0,43	0,46	0,433	0,405