

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Alexandre Deichmann

Otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de linhas de transmissão de energia

Florianópolis

2019

Alexandre Deichmann

Otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de linhas de transmissão de energia

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Leandro Fleck Fadel Miguel, Dr.

Coorientador: Prof. André Jacomel Torii, Dr.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Deichmann, Alexandre Otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de linhas de transmissão de energia / Alexandre Deichmann ; orientador, Leandro Fleck Fadel Miguel, coorientador, André Jacomel Torii, 2019. 132 p.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2019. Inclui referências.
1. Engenharia Civil. 2. Otimização. 3. Torre de linhas de transmissão. 4. Família de torres. I. Fleck Fadel Miguel, Leandro. II. Jacomel Torii, André. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. IV. Título. Alexandre Deichmann

Otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de linhas de transmissão de energia

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

> Prof. Luiz Carlos Marcos Vieira Junior, Dr. Universidade Estadual de Campinas

Prof. Rafael Holdorf Lopez, Dr. Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr. Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil.

Profa. Poliana Dias de Moraes, Dra. Coordenadora do PPGEC

Prof. Leandro Fleck Fadel Miguel, Dr. Orientador

Florianópolis, 20 de setembro de 2019.

Agradecimentos

À minha família, por ser a base de tudo.

À Maria Eduarda, pelo amor e companheirismo.

Aos meus colegas de projeto e do grupo de pesquisa CORE/UFSC.

Ao professor Leandro, pelas constantes orientações e trocas de conhecimento.

Ao CNPq pela concessão de bolsa de pesquisa para conclusão deste mestrado.

À COPEL por financiar o projeto de P&D do qual esta dissertação faz parte.

Aos meus amigos de infância e de curso.

Aos demais professores da UFSC.

E aos meus professores do Colégio Cônsul Carlos Renaux.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

As torres de linhas de transmissão (LTs) fazem parte das linhas áreas de transmissão de energia, sendo responsáveis pela suspensão dos cabos condutores e para-raios a fim de obedecer a critérios normativos de segurança quanto às suas distâncias elétricas mínimas. Devido ao grande número de estruturas em uma linha, a sua otimização pode gerar uma redução de custo significativa no orçamento global de uma LT. Entretanto, para evitar o projeto de torres únicas em cada local de montagem, é prática industrial adotar o conceito de família de suportes. Nesta lógica, torres de LTs de uma mesma família compartilham de um mesmo corpo básico, atingindo diferentes alturas em função de composições distintas de extensões de corpo e pernas. Com isso, adapta-se facilmente o suporte à topografia do terreno em cada ponto de instalação na LT, enquanto minimiza-se as etapas de projeto e fabricação das estruturas. Este trabalho objetiva abordar o conceito de famílias em um esquema simultâneo de otimização dimensional, de forma e topológica de torres de LTs. A metodologia desenvolvida é baseada na extensão do procedimento proposto por Souza et al. (2016). São avaliadas duas famílias de torres de suspensão do tipo tronco-piramidal de 230 kV, sendo uma de circuito simples composta por três tipos de extensão e dois de pernas, e outra de circuito duplo com quatro extensões e duas pernas. Também incorpora-se ao modelo o cálculo da quantidade de parafusos nas ligações e o dimensionamento de barras redundantes. As soluções ótimas obtidas para cada exemplo mostram-se em torno de 10% mais leves que o projeto original, mostrando a eficiência do esquema proposto. Por fim, com o propósito de comparar os esforços internos obtidos pelos modelos elásticos lineares usados na otimização, as soluções ótimas são também avaliadas por meio de análises não lineares geométricas. Esta dissertação faz parte do projeto P&D ANEEL/COPEL 06491-0311/2013 atualmente em desenvolvimento no grupo de pesquisa CORE/UFSC.

Palavras-chave: otimização estrutural. torre de linhas de transmissão. família de torres de linhas de transmissão. análise não linear geométrica. computação paralela.

Abstract

Transmission line towers are part of the overhead transmission lines (TL), being responsible to support the conductor cables and ground wires in order to comply with normative safety criteria regarding their minimum electrical clearances. Because of the large number of structures in a transmission line, optimization procedures can result in a significant cost reduction at the TL's overall budget. However, with the purpose of avoiding designing single structure at each tower site, it is a industrial practice to adopt the concept of tower family. Towers from the same family share the same basic tower body, reaching different heights due to distinct compositions of body and leg extensions. Thus, it easily adapts the structural support to the terrain topography at each installation point in a TL, while minimizing the design and manufacturing processes. This work aims to approach the concept of tower families in a simultaneous scheme of dimensional, shape and topological optimization of TL towers. The developed methodology is based on the extension of the procedure proposed by Souza et al. (2016). Two families of 230 kV suspension towers are evaluated, one of which is a double circuit composed of four body extension types and two legs, and the other is a single circuit with three body extensions and two legs. The determination of the number of bolts necessary in each connection and the dimensioning of redundant members were also incorporated into the model. The optimal solutions for both examples are around 10% lighter than the original designs, showing the efficiency of the proposed scheme. Finally, in order to compare the internal stresses obtained by the linear elastic models used in the optimization procedures, the optimal solutions are also evaluated by nonlinear geometric analysis. This work is part of the R&D ANEEL/COPEL 06491-0311/2013 project currently under development by the CORE/UFSC search group.

Key-words: structural optimization. transmission line tower. tower family. geometric nonlinear analysis. parallel computing.

Lista de figuras

Figura 1 –	Esquema simplificado das etapas de um sistema elétrico	25
Figura 2 –	Rede brasileira de transmissão atual (2019)	26
Figura 3 –	Subestruturas de uma família	27
Figura 4 –	Componentes de uma LT	33
Figura 5 –	Torres de diferentes formatos	35
Figura 6 –	Padrões de treliçamento: (a) contínuo; (b) defasado	36
Figura 7 –	Tipos de barras em uma torre de LTs	37
Figura 8 –	Subestruturas compartilhadas entre torres de uma família $\ .\ .\ .\ .$	38
Figura 9 $-$	Vão gravante	40
Figura 10 –	Componente transversal da tração devido à ação mecânica dos cabos $% \mathcal{A}$.	42
Figura 11 –	Deformação de uma viga	46
Figura 12 –	Referencial Lagrangeano atualizado	50
Figura 13 –	Método de Newton-Raphson	51
Figura 14 –	Barras fictícias	52
Figura 15 –	Rotação dos eixos locais das barras montantes	52
Figura 16 –	Tipos de otimização estrutural	56
Figura 17 –	Caracterização de uma função convexa	57
Figura 18 –	Mínimos e máximos local e global	58
Figura 19 –	Fluxograma das etapas da função objetivo	61
Figura 20 –	Fluxograma das etapas da otimização indireta de uma família $\ .\ .\ .$	63
Figura 21 –	Estratégia de criação de <i>templates</i> para o corpo básico inferior	65
Figura 22 –	Detalhamento da família de dez torres - vistas transversal (esquerda) e	
	longitudinal (direita)	70
Figura 23 –	Demais elementos do detalhamento da família de dez torres $\ \ . \ . \ .$	71
Figura 24 –	Torres da família: (a) EXT0 P1, (b) EXT0 P9, (c) EXT6 P1, (d) EXT6	
	P9, (e) EXT12 P1, (f) EXT12 P9, (g) EXT18 P1, (h) EXT18 P9, (i)	
	EXT24 P1 e (j) EXT24 P9 \ldots	72
Figura 25 –	Combinações de ações consideradas para a família de dez torres, em kN $$	74
Figura 26 –	Restrição de ângulo de 13° nas pernas $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	75
Figura 27 –	Controle de ângulos das camadas do corpo básico inferior: (a) camadas	
	irregulares e (b) camadas visualmente comportadas \hdots	76
Figura 28 –	Variáveis de forma da otimização da família de dez torres	78
Figura 29 –	Distâncias elétricas do projeto da família de dez torres, em m m $\ \ .\ .\ .$	79
Figura 30 –	Templates do corpo básico inferior para a família de dez torres	80
Figura 31 –	Templates das extensões para a família de dez torres	81
Figura 32 –	Vistas e cortes das <i>templates</i> das extensões para a família de dez torres	82

Figura 33 – Curvas de convergência da otimização da maior estrutura da família de
dez torres $\ldots \ldots \ldots$
Figura 34 – Curvas de convergência da otimização da família de dez torres $\ .\ .\ .\ .\ 84$
Figura 35 – Detalhamento da família de dez torres otimizada - vistas transversal
(esquerda) e longitudinal (direita)
Figura 36 $-$ Demais elementos do detalhamento da família de dez torres otimizada . $$ 86 $$
Figura 37 – Barras penalizadas após análise não linear geométrica da solução ótima
da maior estrutura da família de dez torres
Figura 38 $-$ Deformada da solução ótima da maior estrutura da família de dez torres
para a combinação de ação de vento à 90°
Figura 39 – Detalhamento da família de oito torres, em mm - vistas transversal
(esquerda) e longitudinal (direita) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 90$
Figura 40 $-$ Demais elementos do detalhamento da família de oito torres, em mm $~~.~~91$
Figura 41 – Torres da família: (a) EXT0 P1, (b) EXT0 P7, (c) EXT6 P1, (d) EXT6
P7, (e) EXT12 P1, (f) EXT12 P7, (g) EXT18 P1 e (h) EXT18 P7 92
Figura 42 – Combinações de ações consideradas para a família de oito torres, em
kN (1)
Figura 43 – Combinações de ações consideradas para a família de oito torres, em
kN (2)
Figura 44 – Variáveis geométrica da família de oito torres $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ .$ 97
Figura 45 – Distâncias elétricas do projeto da família de oito torres, em m m $\ .$ 97
Figura 46 – $Templates$ do corpo básico inferior para a família de oito torres $\ \ldots \ 99$
Figura 47 – Templates das extensões para a família de oito torres \ldots 100
Figura 48 – Vistas e cortes das $templates$ das extensões para a família de oito torres 100
Figura 49 – Curvas de convergência da otimização da maior estrutura da família de
oito torres \ldots
Figura 50 – Curvas de convergência da otimização da família de oito torres 103
Figura 51 – Detalhamento da família de oito torres otimizada - vistas transversal
(esquerda) e longitudinal (direita)
Figura 52 $-$ Demais elementos do detalhamento da família de oito torres otimizada $\ 105$
Figura 53 – Barras penalizadas após análise não linear geométrica da solução ótima
da maior estrutura da família de oito torres $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ 107$
Figura 54 – Deformada da solução ótima da maior estrutura da família de oito torres
para a combinação de ação de vento à 90°
Figura 55 – Coeficientes de arrasto $C_{xt1,2}$ para suportes treliçados compostos por
membros de faces planas $\ldots \ldots 117$
Figura 56 – Fator combinado de vento ${\cal G}_t$ aplicável a suportes e cadeias de isoladores 118
Figura 57 – Fator combinado de vento G_C para condutores para diversas categorias
de terrenos e alturas acima do solo

Figura 58 – Fator de vão G_L	120
Figura 59 – Vão de vento \ldots	120
Figura 60 – Estrutura do comando <i>parfor</i> do MATLAB	122
Figura 61 – Estrutura do comando $spmd$ do MATLAB	123

Lista de tabelas

Tabela 1 –	Pseudocódigo do BSA	66
Tabela 2 –	Avaliação de \mathbf{P}_{hist}	67
Tabela 3 –	Criação da matriz \mathbf{M}	68
Tabela 4 –	Altura de cada estrutura que compõe a família de dez torres, em m	69
Tabela 5 –	Perfis considerados na otimização da família de dez torres	73
Tabela 6 –	Variáveis de forma e topológicas da melhor solução encontrada na	
	otimização dimensional, de forma e topológica da família de dez torres	83
Tabela 7 –	Resultados finais de massa, em kg, na otimização da família de dez torres	83
Tabela 8 –	Comparativo entre as massas, em kg, de cada componente das soluções	
	ótimas encontradas para a família de dez torres \hdots	87
Tabela 9 –	Altura de cada estrutura que compõe a família de oito torres, em m	89
Tabela 10 –	Perfis considerados na otimização da família de oito torres	93
Tabela 11 –	Variáveis de forma e topológicas da melhor solução encontrada na	
	otimização dimensional, de forma e topológica da família de oito torres $\ 1$	02
Tabela 12 –	Resultados finais de massa, em kg, na otimização da família de oito torres1	02
Tabela 13 –	Comparativo entre as massas, em kg, de cada componente das soluções	
	ótimas encontradas para a família de oito torres	06
Tabela 14 –	Classificação de terrenos em categorias	18
Tabela 15 –	Tabela de perfis e parafusos da melhor solução da otimização dimensio-	
	nal da família de dez torres	25
Tabela 16 –	Variáveis dimensionais da melhor solução encontrada na otimização	
	dimensional, de forma e topológica da família de dez torres 1	27
Tabela 17 –	Tabela de perfis e parafusos da melhor solução da otimização dimensio-	
	nal da família de oito torres \hdots	29
Tabela 18 –	Variáveis dimensionais da melhor solução encontrada na otimização	
	dimensional, de forma e topológica da família de oito torres $\ \ .\ .\ .\ .\ 1$	30

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ASCE	American Society of Civil Engineers
BSA	Backtracking Search Algorithm
COPEL	Companhia Paranaense de Energia Elétrica
GDL	Grau de liberdade
EDS	Every Day Stress
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
IEC	International Electrotechnical Commission
LT	Linha de transmissão
MEF	Método dos Elementos Finitos
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico

Lista de símbolos

S_d	Solicitação de cálculo
R_d	Resistência de cálculo
Н	Altura total da torre de linhas de transmissão
F_V	Força vertical aplicada no ponto de fixação do cabo
P_c	Peso do condutor ou para-raios por unidade de comprimento
n_{cf}	Número de cabos por fase
L_{gr}	Vão gravante, vertical ou de peso
P_{cf}	Peso das cadeias de isoladores e ferragens
γ_V	Coeficiente de ponderação das cargas verticais
P_t	Peso da torre de linhas de transmissão
m	Número de barras de uma torre
ρ	Massa específica
l	Comprimento
g	Aceleração da gravidade
F_T	Força transversal aplicada no ponto de fixação do cabo
A_c	Esforço de vento atuante no cabo
A_i	Esforço de vento atuante nos isoladores
γ_{T1}	Coeficiente de ponderação das cargas transversais devido ao vento
T_0	Tração mecânica máxima do cabo
β	ângulo de mudança de direção da linha de transmissão em relação à torre
γ_{T2}	Coeficiente de ponderação das cargas transversais devido à componente transversal da tração dos cabos
F_L	Força longitudinal aplicada no ponto de fixação do cabo

z	Coeficiente de minoração da tração dos cabos
γ_L	Coeficiente de ponderação das cargas longitudinais
δ	Operador variacional
W_i	Energia interna de deformação
W_e	Trabalho externo das forças aplicadas
V	Volume
c	Campo de deslocamentos
b	Vetor de forças de campo
р	Vetor de forças de superfície
ε	Tensor de deformações
σ	Tensor de tensões
Κ	Matriz de rigidez
d	Vetor de deslocamentos nodais
f	Vetor de forças aplicadas
K _T	Matriz de rigidez tangente
$\Delta { m d}$	Vetor de deslocamentos incrementais
$\Delta { m f}$	Vetor de incremento de forças
K_L	Matriz de rigidez linear elástica
K_G	Matriz de rigidez geométrica
$F_{x,y,z}$	Forças nodais na direção dos eixos x, y e z locais
$M_{x,y,z}$	Momentos fletores nodais em torno dos eixos x, y e z locais
$ heta_{x,y,z}$	Rotações nodais em torno dos eixos x, y e z locais
w	Função objetivo
x	Vetor de variáveis de projeto
x	Variável de projeto
E	Espaço de busca

S	Subespaço de E
x *	Vetor de solução ótima
a	Vetor de variáveis dimensionais
ξ	Vetor de variáveis de forma
τ	Vetor de variáveis topológicas
a	Variável dimensional
ξ	Variável de forma
Τ	Variável topológica
m	Número de áreas das seções transversais tomadas como variáveis
q	Número de coordenadas nodais tomadas como variáveis
S	Número de topologias tomadas como variáveis
np	Número de pernas da família de torres
ne	Número de extensões da família de torres
nt	Número de torres da família
W_t	Somatório de massas das torres da família
W	Massa de uma torre de linhas de transmissão
n	Número de torres de linhas de transmissão
λ	Índice de esbeltez
w_f	Largura da aba do perfil cantoneira
t_f	Espessura da aba do perfil cantoneira
P_t	Fator de penalização
σ	Tensão axial
Ζ	Massa penalizada
Р	População inicial
t_{pop}	Tamanho da população
n_v	Dimensão do problema de otimização

\mathbf{P}_{pert}	População experimental
\mathbf{P}_{hist}	População histórica
α	Parâmetro aleatório
Μ	Matriz mapa
N	Variável aleatória de padrão normal
m_r	Índice de mistura
A_t	Esforço de vento atuante na torres de linhas de transmissão
θ	Ângulo da direção de incidência do vento em relação à face transversal da torre
S_t	Área total projetada normalmente à face transversal ou longitudinal
χ	Taxa de solidez de um painel
C_x	Coeficiente de arrasto
G_t	Fator combinado de vento para a torre
q_0	Pressão dinâmica do vento de referência
τ	Fator de correção da densidade
μ	Densidade do ar
K_R	Fator de rugosidade do terreno
V_{RB}	Velocidade básica do vento de referência
G_C	Fator combinado de vento para o condutor
G_L	Fator de vão
d	Diâmetro do condutor
L	Vão horizontal ou de vento
Ω	Ângulo entre as direções da linha de transmissão e do vento
S_i	Área do isolador projetada

Sumário

Lis	sta d	e figura	as
Lis	sta d	e tabel	as
1	Intr	odução	9
	1.1	Estade	o da arte
	1.2	Objeti	ivos
		1.2.1	Objetivo geral
		1.2.2	Objetivos específicos
	1.3	Organ	ização do trabalho $\ldots \ldots 31$
2	Tori	res de l	inhas de transmissão
	2.1	Classi	ficação das torres de LTs
	2.2	Agrup	pamento de barras
	2.3	Famíli	a de torres de LTs $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 37$
	2.4	Estade	os Limites para dimensionamento de torres de LTs
		2.4.1	Estado Limite Último
		2.4.2	Estado Limite de Serviço
	2.5	Ações	em torres de LTs de suspensão
		2.5.1	Ações devido ao peso próprio
		2.5.2	Ações devido à atuação do vento
		2.5.3	Ações devido à tração no cabo
		2.5.4	Demais considerações quanto às ações
	2.6	Comb	inações de ações $\ldots \ldots 43$
	2.7	Métod	lo dos Elementos Finitos para análise de torres de LT s $\ .\ .\ .\ .\ .\ 44$
		2.7.1	Generalidades do MEF
		2.7.2	Elemento finito de pórtico
		2.7.3	Análise estrutural de torres de LTs
		2.7.4	Considerações quanto ao modelo mecânico $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 52$
3	Otir	nização	o de famílias de torres de linhas de transmissão 55
	3.1	Conce	itos gerais de otimização
	3.2	Formu	lação básica de otimização de famílias de torres
	3.3	Tratar	mento de restrições $\ldots \ldots 61$
	3.4	Propo	sta de otimização indireta de famílias
	3.5	Metod	lologia de otimização topológica de torres de LTs $\ldots \ldots \ldots \ldots 63$
	3.6	Algori	tmos de otimização $\ldots \ldots 65$
		3.6.1	Algoritmos heurísticos
		3.6.2	Backtracking Search Algorithm
4	Estı	udos de	e caso

4.1	Família de dez torres69	
	4.1.1	Otimização dimensional
	4.1.2	Otimização dimensional, de forma e topológica
	4.1.3	Análise não linear geométrica $\dots \dots \dots$
4.2	Família	a de oito torres \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 89
	4.2.1	Otimização dimensional $\dots \dots 95$
	4.2.2	Otimização dimensional, de forma e topológica 96
	4.2.3	Análise não linear geométrica \hdots
5 Conclusão 109 5.1 Recomendações para trabalhos futuros 110 Referências 111		
Apêndices 115		
APENL		60826 (2003) 117
APÊNI	DICE F	$\begin{array}{c} \text{Computação paralela} \\ 121 \end{array}$
		C Resultados das variáveis dimensionais para as soluções ótimas 125

1 Introdução

O Brasil ocupa atualmente o posto de oitavo maior produtor de energia elétrica do mundo, segundo dados fornecidos pela Enerdata. Esta posição foi conquistada devido principalmente ao seu grande potencial hidrelétrico, responsável por mais de 60% da eletricidade produzida no país, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Para que a energia possa ser aproveitada ela deve percorrer um sistema elétrico (Figura 1), composto pelos procedimentos de geração, transmissão e distribuição. A primeira etapa deste sistema ocorre nas usinas geradoras, responsáveis pela produção de energia. Na etapa seguinte, as linhas de transmissão (LTs) são encarregadas de conduzir a energia elétrica aos centros consumidores. Por último ocorre a sua distribuição ao consumidor final.



Figura 1 – Esquema simplificado das etapas de um sistema elétrico Fonte: adaptado de http://www.hk-phy.org/energy/power/elect_is03_e.html

O conjunto de sistemas elétricos dá origem à rede de transmissão. A crescente demanda de energia elétrica reflete em uma constante ampliação da rede. Segundo o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), a rede brasileira atual, apresentada na Figura 2, possui mais de 130 mil quilômetros de linhas construídas, sendo que há a previsão de instalação de mais 6,8 mil quilômetros de novas LTs no período de 2019 a 2023.

Em geral as LTs são capazes de percorrer centenas de quilômetros de distância. Isto ocorre pelo fato de que a grande maioria das usinas geradores está instalada em locais afastados dos principais centros de consumo de energia. Por serem estruturas mais leves e de fácil montagem em comparação a outras soluções estruturais, as torres treliçadas metálicas são usualmente empregadas como suporte dessas linhas. Estes elementos de sustentação são denominados de torres de linhas de transmissão, ou torres de LTs.



Figura 2 – Rede brasileira de transmissão atual (2019) Fonte: ONS (2019)

As grandes distâncias percorridas pelas linhas de transmissão estão sujeitas a constantes variações de nível do terreno e a irregularidades da superfície do solo. A fim de evitar estas características do relevo, poderiam ser projetadas torres para diferentes vãos de utilização. Neste caso para cada consideração de vão as estruturas estariam submetidas a diferentes carregamentos. Desta maneira, haveria a necessidade de se dimensionar torres de configurações únicas para cada local de montagem, o que inviabilizaria o projeto das linhas.

Diante disso, adota-se usualmente em projetos o conceito de família de torres, as quais são dimensionadas para o mesmo vão e, portanto, estão submetidas aos mesmos valores de cargas. Esta prática tem o objetivo de minimizar os custos e simplificar as etapas de projeto e de fabricação das estruturas de suporte. Segundo Gontijo (1994), entende-se por uma família de torres de LTs um projeto de torres compostas por subestruturas idênticas ou de características similares, denominadas de corpo básico, extensão e pernas. Estas



torres de LTs, portanto, são formadas pela combinação dessas subestruturas, conforme Figura 3, que apresenta a divisão de uma torre em seus principais componentes.

Face transversal

Figura 3 – Subestruturas de uma família

Fonte: adaptado de Souza (2016)

O corpo básico é a parte da estrutura que se mantém idêntica em todos os suportes da família e é subdivido em cabeça e corpo básico inferior. As extensões são usadas para que as torres de LTs alcancem diferentes alturas de acordo com a sua posição na linha e o respectivo nível do terreno. Já as pernas fazem a transmissão dos esforços às fundações e são empregadas com o objetivo de adequar a torre às imperfeições do solo. Assim como as extensões, estas subestruturas também fornecem a altura desejada ao suporte. É comum que em uma mesma família geralmente sejam definidas mais de uma extensão e pernas de acordo com as características da LT. Sendo assim, diferentes combinações entre essas componentes e o corpo básico resultam nas torres que constituem a família. Diante da grande quantidade de torres em uma linha, a qual depende da composição da família, é interessante que seja avaliado o emprego de técnicas que otimizem essas estruturas para a obtenção de torres mais leves que a solução originalmente proposta. Uma vez que o dimensionamento de estruturas singulares ao longo da LT é inviável, a associação do conceito de família ao procedimento de otimização de torres de LTs torna-se essencial. Neste caso, a economia potencialmente gerada é diretamente proporcional ao quantitativo de torres da família instaladas em uma mesma linha.

1.1 Estado da arte

A otimização de torres treliçadas tem sido foco de estudo de diversos pesquisadores nas últimas décadas. Podem ser destacados alguns dos principais trabalhos com foco acadêmico que obtiveram grandes avanços nessa área, como o de Natarajan & Santhakumar (1995), que apresentaram a otimização baseada em confiabilidade de torres de LTs. A pesquisa abrangeu a otimização dimensional e de forma de torres de 110 kV e 220 kV de circuito duplo. Os exemplos consideraram diferentes combinações de ações e restrições normativas.

Gomes & Beck (2013) estudaram a otimização dimensional e de forma de torres treliçadas bidimensionais acoplada à consideração de incertezas de carregamento e de propriedades do material. Foram incorporadas as não linearidades física e geométrica aos modelos de análise.

Taniwaki & Ohkubo (2004) apresentaram a otimização dimensional e de forma de uma torre de LTs sob carregamentos estáticos e sísmicos. No estudo também foram otimizadas as propriedades dos materiais de todos os elementos da torre. Foi adotado como objetivo a minimização dos custos do material e do terreno. Restrições de esforços, deslocamentos e flambagem foram consideradas.

Mathakari *et al.* (2007) estudaram a otimização dimensional, de forma e topológica baseada em confiabilidade multi-objetiva de uma torre treliçada. As áreas das seções transversais de cada elemento foram tomadas como variáveis da otimização dimensional. A geometria da torre é modificada ao alterar as larguras da base e do topo. O número de camadas, a distância de cada camada ao solo e a presença de barras horizontais variam na otimização topológica. Todas as variáveis de projeto são tomadas como discretas. O carregamento de vento que atua na estrutura é variável. A torre foi analisada sob restrições normativas de esforços e deslocamentos.

Kaveh, Gholipour & Rahami (2008) realizaram estudos sobre a otimização de forma e dimensional de torres treliçadas. As áreas das seções transversais dos elementos foram tomadas como variáveis contínuas. Foram estudados quatro exemplos sujeitos a diferentes quantidades de casos de carregamento. Um dos exemplos se trata de uma torre de LTs sujeita a dois casos de carregamento. As estruturas são avaliadas segundo restrições de esforços, deslocamentos e flambagem.

Noilublao & Bureerat (2011) apresentaram a otimização dimensional, de forma e topológica multi-objetivo de estruturas treliçadas. As áreas das seções transversais dos elementos são tomadas como variáveis discretas. Foram considerados vários casos de carregamento. A otimização foi realizada com restrições de esforços e flambagem.

Jalili & Kashan (2018) estudaram a otimização dimensional de estruturas treliçadas. As áreas das seções transversais foram tomadas como variáveis discretas. As estruturas foram otimizadas sob restrição de esforços e deslocamentos e para múltiplos casos de carregamento.

Grande parte desses trabalhos obtiveram avanços significativos no estudo de otimização de estruturas treliçadas. Por outro lado, possuem limitações quanto à aplicabilidade em escala industrial. Dentro deste cenário existem também na literatura trabalhos que atentaram para aspectos práticos na otimização de torres, como o de Shea & Smith (2006), que realizaram um estudo sobre a otimização de forma e topológica de uma torre de LTs do tipo tronco-piramidal. A estrutura é analisada sob diversos casos de carregamento e restrições de norma. A torre analisada não possui extensão e o conceito de família não foi abordado. Embora os resultados indicam ganhos significativos de massa, a estrutura otimizada não corresponde a um modelo de torre comumente aceite em projetos de torres de LTs.

París *et al.* (2010) apresentaram a otimização de forma de uma torre de LTs de alta tensão do tipo tronco-piramidal. Diversos casos de carregamento foram consideradas na análise, bem como restrições de esforços e flambagem. Uma vez que o tipo de algoritmo usado não lida com variáveis discretas, o resultado da otimização não garante que a seção transversal ótima das barras sejam perfis comercialmente disponíveis. O estudo também faz menção à família de torres e, portanto, não permite assumir que a estrutura otimizada é o caso crítico do projeto.

Guo & Li (2011) estudaram a otimização dimensional, de forma e topológica de uma torre de LTs de alta voltagem do tipo delta. A estrutura é sujeita a um caso de carregamento de vento e analisada sob restrições de esforços e flambagem. A torre em estudo possui extensão, porém não são apontadas as outras combinações de extensões e pernas disponíveis dentro da família a qual pertence.

París *et al.* (2012) analisaram a otimização dimensional e de forma de uma torre de LTs de alta tensão. O problema considerou as áreas das seções transversais como variáveis discretas. A estrutura foi otimizada sob múltiplos casos de carregamento e restrições normativas. Foi adotada uma estratégia de otimização em que a torre foi dividida em blocos. Dessa forma, a solução ótima apresentou variações na inclinação dos montantes entre cada bloco. Essa configuração final torna inviável sua aplicação em projeto. Adicionalmente, o conceito de família não foi abordado no estudo.

Souza *et al.* (2016) desenvolveram uma metodologia para a otimização topológica de torres de LTs. Nesse método, a estrutura é dividida em partes principais e para cada uma delas são fornecidas configurações possíveis, denominadas de *templates*. As variáveis dimensionais e de forma são tomadas como discretas. A torre analisada é do tipo troncopiramidal e submetida a quatro casos de carregamentos. Restrições normativas quanto aos esforços e à esbeltez foram aplicadas. O exemplo estudado não incorpora as diferentes possíveis composições de extensões e pernas do projeto.

Couceiro *et al.* (2016) apresentaram a otimização dimensional e de forma de uma torre de LTs de 230 kV do tipo tronco-piramidal. Foram considerados múltiplos casos de carregamento e restrições de norma. As áreas das seções transversais foram tomadas como variáveis discretas. Os autores consideraram a inclinação dos montantes independente entre as camadas. Essas barras apresentam diferentes angulações na solução final, o que inviabiliza a aplicação de tal configuração da torre em um projeto real. Também não foram tratadas diferentes combinações de extensões e pernas.

Tort, Şahin & Hasançebi (2017) realizaram a otimização dimensional e de forma de duas torres de LTs por meio da combinação do método de recozimento simulado com o *software* comercial PLS-TOWER. Nos dois exemplos foram considerados diversos casos de carregamento e restrições normativas. As áreas das seções transversais foram tomadas como variáveis discretas, enquanto que as variáveis relacionadas à otimização de forma se caracterizaram como contínuas. As duas estruturas combinam uma configuração de extensão com pernas, porém a ausência de uma análise sobre as outras possíveis estruturas dentro das famílias as quais pertencem impede apontar qual o caso crítico de projeto.

Esses trabalhos aplicam a otimização em exemplos de torres reais, com determinadas características de projeto, como casos de carregamento e restrições normativas. Contudo, a aplicação desses estudos em uma linha de transmissão é limitada a somente uma estrutura com determinada configuração de extensão e pernas. A relevância deste trabalho se deve principalmente à incorporação do conceito de família na otimização de torres de LTs, introduzindo outras possibilidades de combinações de extensões e pernas de acordo com o projeto real.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O principal objetivo desta dissertação é o desenvolvimento de uma estratégia eficiente para a otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de

linhas de transmissão de energia, de modo a aproximar o estudo de buscas por soluções ótimas de torres de LTs a práticas comuns de projeto.

1.2.2 Objetivos específicos

- Implementação de configurações variadas de extensões e pernas de modo que seja permitido representar diferentes famílias;
- Aplicação do método de otimização de famílias em diferentes projetos de torres de LTs;
- Inclusão do dimensionamento das barras redundantes;
- Desenvolvimento de alternativas de avaliação da envoltória de esforços entre as torres de uma família para redução do custo computacional envolvido no processo de otimização;
- Elaboração de um procedimento de otimização indireta de famílias para ganho computacional;
- Incorporação de técnicas de paralelização também para diminuição do tempo de processamento;
- Avaliação da influência da não linearidade geométrica na determinação dos esforços internos das barras para as soluções ótimas, obtidas a partir de análises lineares elásticas.

1.3 Organização do trabalho

Esta dissertação está divida em cinco capítulos. O atual capítulo introduz o tema desta dissertação e apresenta os objetivos geral e específicos. No Capítulo 2 é feita uma introdução às torres de LTs, na qual são apresentados os principais componentes de uma torre, sua classificação quanto a diversos aspectos, as ações e combinações de ações básicas comumente adotadas em projeto e as considerações realizadas na etapa de análise estrutural. No Capítulo 3 são descritos os conceitos gerais de otimização estrutural e a formulação desenvolvida para a otimização de famílias de torres. Além disso, é proposta um processo alternativo de otimização dimensional, de forma e topológica de uma família. O Capítulo 4 demonstra a aplicação da otimização de famílias de torres a dois projetos reais de torres de LTs autoportantes de suspensão. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões finais sobre os resultados obtidos e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 Torres de linhas de transmissão

As torres de LTs são um dos principais componentes das LTs. Em geral são estruturas treliçadas, constituídas por perfis cantoneira, e têm o objetivo de suspender os cabos a fim de obedecer às exigências normativas quanto às distâncias elétricas. Como consequência, essas torres são responsáveis também por suportar os carregamentos dos cabos, isoladores e demais acessórios, tanto devido ao peso próprio quanto ao vento. Segundo Kaminski-Jr (2007), as linhas são compostas basicamente por suportes, cabos, interfaces e fundações, os quais estão indicados na Figura 4 e definidos a seguir.



Figura 4 – Componentes de uma LT

Fonte: Roman (2019)

- Suportes: estruturas que servem de suspensão aos cabos e evitam que estes toquem em objetos não pertencentes à rede. Podem ser constituídos de madeira, concreto ou metal, ou fabricados com soluções mistas. Segundo Labegalini *et al.* (1992), estruturas em aço permitem que sejam projetadas de diferentes tipos e formas. Como exemplos de suporte podem ser citados os postes e as torres;
- Cabos: compõem esse grupo os cabos condutores, para-raios e fios terra. Eles são responsáveis por conduzir a corrente elétrica ou proteger a estrutura contra a

incidência de raios;

- Fundações: estruturas que transferem os carregamentos do suporte ao solo. De acordo com Kaminski-Jr (2007), os tipos de fundações mais usuais são as grelhas metálicas, blocos, sapatas, tubulões, fundações ancoradas em rochas e estacas;
- Interfaces: são compostas por isoladores, conectores e ferragens. Essas peças conectam os cabos ao suporte e isolam a corrente elétrica.

2.1 Classificação das torres de LTs

Neste trabalho será dada ênfase às torres metálicas treliçadas. Estas estruturas podem ser classificadas quanto à função que desempenham na LT, característica estrutural, formato, padrão de treliçamento, tensão elétrica na LT, número de circuitos e disposição dos cabos, conforme propõem Gontijo (1994), Kaminski-Jr (2007) e Singh (2009). Estas divisões estão descritas a seguir.

- 1. Quanto à função que desempenham na linha:
 - Estrutura de suspensão (ou tangente): são as estruturas que mais se repetem em uma LT e têm por finalidade suspender os cabos condutores e para-raios. Devem garantir que as distâncias desses cabos entre si e em relação ao solo satisfaçam às normas de segurança. São dispostas em alinhamento ou, segundo Kaminski-Jr (2007), com pequeno ângulo, em geral igual ou inferior a 5°. De acordo com Labegalini *et al.* (1992), são os suportes menos reforçados em toda a LT;
 - Estrutura de ancoragem (ou amarração): têm o objetivo de manter os cabos tensionados e evitar o efeito cascata, que é o colapso de torres em sequência. Quando forem empregadas nas extremidades da linha são denominadas de terminal ou de ancoragem total. Quando posicionadas entre estruturas de suspensão em intervalos que variam de 5 a 10 km, conforme Gontijo (1994), são classificadas como de ancoragem intermediária;
 - Estrutura em ângulo: estas torres são empregadas em pontos de mudança de direção da LT;
 - Estrutura de derivação: são os suportes utilizados quando há a necessidade de derivar a LT para a alimentação de um ramal;
 - Estrutura de transposição: são estruturas destinadas a garantir o equilíbrio eletromagnético das linhas por meio da transposição de fases.
- 2. Quanto à característica estrutural:
- Torres autoportantes: estruturas cuja estabilidade é assegurada por barras montantes, as quais transferem os esforços ao solo por meio das fundações. São usualmente empregadas em regiões urbanizadas e com considerada quantidade de obstáculos;
- Torres estaiadas: construídas em grande escala em regiões planas e com poucos obstáculos. Estas torres são compostas por uma estrutura rígida, que pode ser um mastro central único ou uma configuração treliçada mais complexa, e de estais, responsáveis por aumentar a rigidez da torre quanto aos carregamentos laterais e transferi-los até às fundações. Esses estais suportam apenas esforços de tração e possuem comportamento estrutural altamente não linear.
- 3. Quanto ao formato: o formato das torres pode ser tronco-piramidal, delta, cara de gato, raquete ou estaiada em "V", conforme Figura 5;



Fonte: adaptado de Kaminski-Jr (2007)

4. Quanto ao padrão de treliçamento: o padrão de treliçamento das torres pode ser contínuo ou defasado, conforme Figura 6;



Figura 6 – Padrões de treliçamento: (a) contínuo; (b) defasado

- 5. Quanto à tensão elétrica na linha: as voltagens mais usadas no Brasil são de 69 kV, 138 kV, 230 kV, 345 kV, 460 kV, 500 kV e 765 kV;
- 6. Quanto ao número de circuitos: as linhas nas torres podem ser de circuito simples ou duplo;
- 7. Quanto à disposição dos cabos: esses componentes podem estar dispostos de maneira triangular, horizontal ou vertical.

2.2 Agrupamento de barras

Definidas as diferentes classificações quanto às torres, pode-se realizar também a categorização das barras que compõem uma estrutura de suporte. Elas podem ser divididas em membros principais e redundantes, como apontado na Figura 7. As barras principais suportam os esforços que atuam na estrutura e são classificadas de acordo com a sua posição em montantes, diagonais e horizontais. Dentre estes, os montantes se destacam por serem responsáveis em suportar os maiores esforços. Por outro lado, as barras redundantes são elementos descarregados, usados para o travamento das barras principais e, assim, diminuem os comprimentos de flambagem dessas barras e aumentam suas capacidades resistentes face aos esforços de compressão.

Nos projetos de torres de LTs as barras são usualmente agrupadas de acordo com o seu tipo e posicionamento, de maneira que compartilhem de certas propriedades. Durante a etapa de dimensionamento, na qual a capacidade resistente das barras é verificada quanto às solicitações, os esforços predominantes de tração e compressão são determinados para cada grupo. Neste caso, as barras de um mesmo grupo serão verificadas para as mesmas solicitações. Em outras palavras, realiza-se uma envoltória de esforços entre as barras que compõem um mesmo agrupamento, as quais serão dimensionadas para a mesma seção transversal. Portanto, a definição adequada desses grupos é uma etapa fundamental do projeto estrutural de torres.



Figura 7 – Tipos de barras em uma torre de LTs

2.3 Família de torres de LTs

A definição de agrupamento de barras está diretamente relacionada ao conceito de família. Conforme apresentado no capítulo introdutório, o dimensionamento de estruturas singulares em uma linha de transmissão pode ser evitado por meio do projeto de uma família de torres. De acordo com a definição das subestruturas apresentada na Figura 3, a Figura 8 mostra uma composição de diferentes torres de uma mesma família, sendo que na cor preta está indicado o corpo básico, em vermelho as extensões e em azul as pernas. Neste exemplo todos os suportes possuem necessariamente o mesmo corpo básico. Por outro lado, as estruturas (a) e (b) compartilham de uma mesma extensão, enquanto que para (a) e (c) são definidas as mesmas pernas.

O conceito de agrupamento de barras é aplicado para cada subestrutura separadamente. Sendo assim, barras pertencentes ao corpo básico, por exemplo, não são agrupadas com as barras de uma extensão. Isto se deve ao fato de que cada torre de uma família será composta por uma diferente combinação de subestruturas. Outra particularidade presente em uma família de torres diz respeito ao dimensionamento dos grupos de barras de cada subestrutura. Neste contexto, um agrupamento de uma determinada subestrutura será dimensionado por meio da envoltória de esforços entre as torres que a contém. Como exemplo, os grupos de barras do corpo básico, existente em todas as torres da família, serão verificados para todas as suas solicitações axiais predominantes determinadas para cada estrutura.



Figura 8 – Subestruturas compartilhadas entre torres de uma família

2.4 Estados Limites para dimensionamento de torres de LTs

As torres de LTs são dimensionadas e verificadas para os Estados Limites, a partir dos quais as condições para o qual o suporte foi projetado não são mais satisfeitas. As estruturas devem ser analisadas tanto para o Estado Limite Último (ELU) quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS).

2.4.1 Estado Limite Último

O ELU corresponde ao estado de ruína de toda a estrutura ou parte dela. Em estruturas de aço pode ser originado, por exemplo, pela perda de equilíbrio total ou em parte, ruptura de uma ligação ou seção crítica, instabilidade total ou parcial, flambagem global ou local, ou por colapso progressivo, denominado de efeito cascata em LTs. Os elementos que compõem a torre devem resistir às cargas de projeto, combinadas entre si por meio das combinações de ações. Resumidamente, a verificação dos elementos da torre deve satisfazer à equação de estado limite:

$$S_d \le R_d \tag{2.1}$$

onde $S_d \in R_d$ são a solicitação e a resistência de cálculo, respectivamente.

2.4.2 Estado Limite de Serviço

As estruturas também devem ser verificadas ao ELS. Neste caso, devem apresentar desempenho satisfatório durante toda a vida útil da LT, sem danos ou defeitos que possam comprometer o seu desempenho, durabilidade ou impacto visual, de acordo com o projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003). Esse Estado Limite pode ser originado por deslocamentos excessivos, deformações permanentes inaceitáveis ou vibrações prejudiciais aos componentes da torre, por exemplo.

Para a verificação da estrutura ao ELS, deve-se determinar o deslocamento máximo lateral para a torre sujeita ao carregamento permanente. Este carregamento é geralmente originado da condição EDS (*Every Day Stress*), proveniente do peso próprio da torre e dos cabos, da componente transversal dos cabos em torres angulares ou das forças longitudinais em torres de ancoragem. Segundo o projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003), o deslocamento deve ser inferior a H/100, sendo H a altura total do suporte.

2.5 Ações em torres de LTs de suspensão

As torres de LTs devem ser analisadas sob a influência de todas as ações que podem produzir efeitos significativos para a sua segurança, considerando-se todos os Estados Limites. As ações podem ser classificadas em permanentes, devido ao vento e especiais. As cargas permanentes, que praticamente não variam durante a vida útil da linha, se referem aos carregamentos de peso próprio da estrutura, dos cabos e demais componentes, como também ao esforço transversal devido aos cabos em torres de suspensão com pequena angulação, de mudança de direção da linha ou de ancoragem. Quanto ao vento, deve-se considerar a sua atuação na estrutura, nos cabos e nas cadeias de isoladores. Por fim, como exemplo de cargas especiais pode-se citar aquelas que ocorrem especificamente tanto durante a construção e montagem dos cabos, quanto na consideração da ruptura de cabos.

2.5.1 Ações devido ao peso próprio

As ações verticais surgem por conta do peso próprio da torre, dos cabos condutor e para-raios, da cadeia de isoladores e demais acessórios. Em torres de LTs o peso do cabo que atua sobre uma torre corresponde ao vão gravante, vertical ou vão de peso. Considera-se esse vão como a distância horizontal entre os pontos cujas tangentes com as catenárias dos vãos adjacentes são horizontais (CHAVES, 2004), como na Figura 9. Para a determinação dessas cargas pode ser utilizada a seguinte expressão, conforme sugerida por Gontijo (1994):

$$F_V = \left(P_c \, n_{cf} \, L_{qr} \, + P_{cf}\right) \, \gamma_V \tag{2.2}$$

sendo F_V a força vertical aplicada no ponto de fixação do cabo, P_c o peso do condutor ou para-raios por unidade de comprimento, n_{cf} o número de cabos por fase, L_{gr} o vão gravante ou vão de peso da estrutura, P_{cf} o peso das cadeias de isoladores e das ferragens e γ_V o coeficiente de ponderação das cargas verticais. Recomenda-se utilizar coeficiente de 1,15 em hipóteses que utilizam o vão gravante máximo e 1 quando empregado o vão gravante mínimo, nos casos de carga vertical reduzida.



Figura 9 – Vão gravante

Fonte: adaptado de Fang, Roy & Kramer (1999)

Já o peso da torre corresponde ao somatório do peso de cada barra. Neste caso, para cada elemento, seu peso é resultante da multiplicação do seu comprimento, da sua área, da massa específica do material que o constitui e da aceleração da gravidade. Sendo assim, esta consideração é expressa por:

$$P_t = \left(\sum_{j=1}^m \rho_j \, l_j \, a_j\right) g \tag{2.3}$$

na qual P_t é o peso da torre, m é o número de barras que a compõe, ρ_j e l_j são a massa específica do material e o comprimento correspondente a cada barra, e g é a aceleração da gravidade.

2.5.2 Ações devido à atuação do vento

Considerações sobre o cálculo das ações devido ao vento podem ser encontradas nas normas brasileiras ABNT NBR 6123 (1988) e ABNT NBR 5422 (1985). A primeira, porém, não é específica para o projeto de LTs. Já na segunda é utilizada velocidade de vento para tempo de integração de 10 minutos e não aplica qualquer fator de amplificação dinâmica adicional, o que conduz para valores de esforços subestimados. Sendo assim, usualmente se adota em projetos de linhas de transmissão dados regionalizados de velocidades de vento junto a recomendações internacionais, como as da norma IEC 60826 (2003). Os aspectos normativos da IEC, que foram adotados neste trabalho, são abordados no Apêndice A.

O esforço de vento atuante nos cabos e isoladores deve ser aplicado na torre nos pontos de fixação de cabos condutor e para-raios. A consideração dessa ação pode ser feita por:

$$F_T = (A_c \, n_{cf} + A_i) \, \gamma_{T1} \tag{2.4}$$

em que F_T é a força transversal aplicada no ponto de fixação do cabo, A_c é o esforço de vento atuante no cabo, A_i é o esforço de vento atuante nos isoladores e γ_{T1} é o coeficiente de ponderação das cargas transversais devido ao vento. Quando usada a norma IEC para cálculo do vento adota-se coeficiente igual a 1.

2.5.3 Ações devido à tração no cabo

Estas ações surgem do lançamento e flechamento dos cabos. Durante estas etapas, os cabos são tracionados de maneira a alcançar uma flecha pré-determinada em projeto. A tração nesses elementos também é influenciada pela temperatura, sendo que os cabos estão mais tensionados quando sujeitos a uma menor temperatura. A ação mecânica dos cabos é capaz de gerar esforços adicionais à torre, que podem ser classificados em transversais e longitudinais, como abordado por Chaves (2004).

Em estruturas de suspensão com pequena mudança na direção ou em ângulo o esforço de tração devido à ação mecânica dos cabos pode gerar uma componente transversal (Figura 10), que pode ser determinada por:

$$F_T = 2 T_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right) \gamma_{T2} \tag{2.5}$$

em que T_0 é a tração mecânica máxima (horizontal) do cabo, β é o ângulo de mudança de direção da linha em relação à torre e γ_{T2} é o coeficiente de ponderação das cargas transversais devido à componente transversal da tração dos cabos. A norma ABNT NBR 5422 (1985) indica que o valor de γ_{T2} para cargas transversais originadas da tração mecânica dos cabos seja 1,10. Por outro lado, as cargas longitudinais originárias de vãos adjacentes para uma mesma torre em geral são equilibradas entre si. Porém, as situações de desiquilíbrio longitudinal podem ocasionar uma assimetria entre esses esforços. Este desequilíbrio pode ser causado por diferentes considerações quanto ao vento em vãos adjacentes, por conta da desigualdade entre estes vãos, ou por extremos de temperatura em vãos consecutivos de diferentes comprimentos. Segundo Kaminski-Jr (2007), essas cargas adicionais surgem principalmente em torres terminais e em ângulo devido à diferença de tensão nos cabos entre seus vãos adjacentes.



Figura 10 – Componente transversal da tração devido à ação mecânica dos cabos Fonte: adaptado de Chaves (2004)

As cargas longitudinais são máximas, porém, na condição de rompimento de cabo. Este esforço merece atenção especial, pois quando não considerado, ou calculado inadequadamente, pode provocar o efeito cascata de torres (KAMINSKI-JR, 2007). Este efeito pode ser minimizado ao se considerar ações longitudinais mais intensas em algumas torres que compõem a LT. O nível de confiabilidade que se deseja alcançar em projeto de uma LT é determinante para se definir a quantidade de torres dimensionadas para suportar esse efeito. A consideração do esforço de tração na longitudinal por conta da ruptura de cabo pode ser feita por:

$$F_L = z \, T_0 \, \gamma_L \tag{2.6}$$

onde F_L é a força longitudinal aplicada no ponto de fixação do cabo, z corresponde ao coeficiente de minoração da tração e γ_L é o coeficiente de ponderação das cargas longitudinais, igual a 1. No caso de rompimento do cabo condutor em torres de suspensão, o valor de z é igual a 0,7. Este valor representa a redução da tração no cabo provocada pela rotação da cadeia de isoladores na direção do cabo condutor (GONTIJO, 1994). Por outro lado, z é igual a 1 nos casos de rompimento do cabo para-raios em torres de suspensão e ancoragem, de rompimento do cabo condutor em torres de ancoragem e de tração dos cabos em torres terminais.

2.5.4 Demais considerações quanto às ações

Em algumas situações específicas, outras ações devem ser consideradas para o projeto adequado de torres. Em regiões de frio intenso, por exemplo, pode ocorrer o depósito de gelo nos cabos das linhas de transmissão. Neste caso, deve-se considerar um acréscimo na ação de peso próprio dos cabos devido à camada de gelo. Além disso, no cálculo do esforço de vento nos cabos também há a necessidade de considerar a espessura da capa de gelo na determinação do diâmetro dos condutores e para-raios.

Já em regiões de incidência de terremotos a estrutura é submetida a ações devido ao movimento horizontal do solo. Segundo ASCE (2010), tem-se observado que as torres de LTs possuem comportamento satisfatório frente a esses esforços. Em geral, a consideração das ações de vento e de eventual ruptura de cabo são suficientes para fornecer à estrutura rigidez necessária para resistir à grande maioria dos terremotos. Neste caso, as torres não precisam ser projetadas especificamente para os efeitos da vibração do solo (ASCE, 2010).

2.6 Combinações de ações

As combinações têm o objetivo de representar a atuação das ações na estrutura para possíveis condições de solicitação. São diversas as combinações a serem consideradas em projetos de torres de LTs. Gontijo (1994) aponta algumas condições básicas de ações, as quais também servem de apoio para a construção das demais hipóteses:

- Hipótese de combinação de vento máximo: para esta hipótese deve-se considerar a atuação do vento com velocidade máxima. Em geral, considera-se a sua incidência na torre nas direções transversal, longitudinal e inclinada, para ângulos de 45°, 60° e 75° por exemplo em relação a uma determinada face da torre. Os cabos são considerados intactos;
- Hipótese de combinação de ruptura de cabo para-raios: neste caso a principal ação se refere à carga devido ao rompimento do cabo e o esforço de vento é considerado como secundário. Portanto, na montagem deste caso deve-se adotar a atuação do vento com velocidade reduzida. Esta hipótese deve ser verificada para todos os pontos de fixação de cabos para-raios;
- Hipótese de combinação de ruptura de cabo condutor: nesta hipótese a atuação do vento também deve ser considerada como reduzida. Como para cabos para-raios, o número de hipóteses depende da quantidade de pontos de fixação de cabos condutores;
- Hipótese de combinação de construção e montagem: estas cargas surgem nas etapas de lançamento e flechamento dos cabos condutores e para-raios. O esforço de

vento não é considerado nesta hipótese. Todas as possibilidades de montagem de cada um dos cabos devem ser consideradas.

2.7 Método dos Elementos Finitos para análise de torres de LTs

Em problemas complexos de engenharia, como no caso de torres de LTs, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é comumente aplicado para modelagem e simulação do comportamento estrutural. Neste método uma região complexa que define um contínuo é discretizada em formas geométricas mais simples, denominadas de elementos finitos (CHANDRUPATLA; BELEGUNDU, 2002). Esta solução discretizada deve simular o comportamento de uma estrutura como uma montagem de elementos de tamanho finito, conectados entre si nos pontos discretos. O campo de deslocamentos de um elemento finito pode ser aproximado por funções de interpolação. Estas funções devem satisfazer às condições nos pontos nodais e a aproximação dos deslocamentos é feita nas regiões ao longo do elemento.

2.7.1 Generalidades do MEF

A formulação de um elemento finito pode ser obtida a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). Por sua definição, considera-se inicialmente um corpo em configuração deformada provocada por forças de superfície e de campo, em equilíbrio estático. Este corpo é sujeito, então, a um campo de deslocamentos virtuais, compatíveis com as condições de contorno, e assume uma nova configuração deformada. O PTV estabelece que o trabalho realizado pelas tensões internas na deformação virtual do corpo é igual ao trabalho exercido pelas forças externas nos deslocamentos virtuais dos seus pontos de aplicação (AZEVEDO, 2003). Este princípio pode ser representado por:

$$\delta W_i = \delta W_e \tag{2.7}$$

sendo que δ é o operador variacional, W_i é a energia interna de deformação e W_e é o trabalho externo das forças aplicadas. O trabalho virtual externo se deve às forças nodais, de superfície e de campo, e pode ser compreendido como:

$$\delta W_e = \int_V \delta \mathbf{c}^T \, \mathbf{b} \, dV + \int_S \delta \mathbf{c}^T \, \mathbf{p} \, dA + \delta \mathbf{d}^T \, \mathbf{f}$$
(2.8)

na qual **c** é o campo de deslocamentos, dado por **c** = {u(x, y, z) v(x, y, z) w(x, y, z)}^T, **d** é o vetor de deslocamentos nodais, **b** é o vetor de forças de campo, **p** é o vetor de forças de superfície e \mathbf{f} é o vetor de forças nodais. Quanto à energia virtual de deformação, considerando somente a análise estática ao problema, pode ser expressa por:

$$\delta W_i = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \, \boldsymbol{\sigma} \, dV \tag{2.9}$$

em que $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações e $\boldsymbol{\sigma}$ corresponde ao tensor de tensões.

2.7.2 Elemento finito de pórtico

A variação da energia de deformação de um elemento de pórtico, no qual somente a deformação em x é de interesse, pode ser escrita a partir da Equação 2.9 como:

$$\delta W_i = \int_V \delta \varepsilon_x \, \sigma_x \, dV \tag{2.10}$$

Em um modelo de viga de Euler-Bernoulli, a hipótese cinemática consiste na suposição de que as seções transversais permanecem planas, indeformadas e ortogonais ao eixo longitudinal da viga, desprezando-se as deformações por cisalhamento. Sendo assim, permite-se escrever os deslocamentos de toda a viga em relação ao deslocamento transversal da linha centroidal. O campo de deslocamentos definido por u(x, y) e v(x, y) que se refere aos deslocamentos u e v da linha centroidal, respectivamente, pode ser determinado por (Figura 11):

$$u(x,y) = u_0(x) - y \operatorname{sen} \theta \tag{2.11}$$

$$v(x,y) = v_0(x) + y \cos \theta - y = v(x) - y (1 - \cos \theta)$$
(2.12)

Ao se aplicar a consideração de rotações moderadas, tem-se as seguintes simplificações:

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta \approx \frac{dv}{dx}$$
(2.13)

$$\cos\theta \approx 1 \tag{2.14}$$

Portanto, o campo de deslocamento das Equações 2.11 e 2.12 passa a ser definido neste problema como:

$$u(x,y) = u_0(x) - y \frac{dv}{dx}$$
(2.15)

$$v(x,y) = v_0(x)$$
 (2.16)



Figura 11 – Deformação de uma viga

Fonte: Stramandinoli (2007)

Em um caso geral, admite-se que o elemento está sujeito a grandes deslocamentos, rotações e deformações. As relações deformação-deslocamento da elasticidade não linear (deformações de Green) devem ser usadas para descrever o problema de maneira geral. Em um problema plano, e adotando-se que o modelo de Euler-Bernoulli considera apenas a componente ε_x como de interesse, a relação deformação-deslocamento é escrita por:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]$$
(2.17)

Acoplando-se as Equações 2.15 e 2.16 à Equação 2.17 e negligenciando os termos de maior ordem obtém-se:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - y\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]$$
(2.18)

Os termos quadráticos representam a parcela da não linearidade geométrica, enquanto que os demais termos fazem referência ao comportamento linear do elemento. Substituindo-se ε_x obtido pela Equação 2.18 e sabendo que $F_x = \int_A \sigma_x dA = E A u'$ e $M=\int_A \sigma_x \, y \, dA=E \, I \, v'',$ pode-se reescrever a energia virtual de deformação como:

$$\delta W_{i} = \int_{0}^{L} \delta\left(\frac{du}{dx}\right) EA\left(\frac{du}{dx}\right) dx - \int_{0}^{L} \delta\left(\frac{d^{2}v}{dx^{2}}\right) EI\left(\frac{d^{2}v}{dx^{2}}\right) dx + \int_{0}^{L} \left[\left(\frac{du}{dx}\right) \delta\left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dx}\right) \delta\left(\frac{dv}{dx}\right)\right] F_{x} dx$$
(2.19)

Em seguida as funções de interpolação para o elemento são escolhidas, as quais devem estar relacionadas ao número de graus de liberdade do problema. Ao deslocamento $u \, e \, v$ são associados dois e quatro GDLs, respectivamente. Portanto, é apropriado adotar um polinômio linear para u(x) e outro cúbico para descrever v(x):

$$u(x) = a_1 + a_2 x \tag{2.20}$$

$$v(x) = a_3 + a_4 x + a_5 x^2 + a_6 x^3$$
(2.21)

Estes deslocamentos podem ser determinados em qualquer ponto x dentro do elemento em função dos deslocamentos nodais por meio de funções de forma, como $u(x) = \mathbf{N_1} \cdot [u_1 \ u_2]^T e v(x) = \mathbf{N_2} \cdot [v_1 \ v'_1 \ v_2 \ v'_2]^T$, em que $\mathbf{N_1} e \mathbf{N_2}$ são matrizes dessas funções de interpolação. Essas funções podem ser definidas por meio dos polinômios:

$$u(x) = \begin{bmatrix} (1 - \frac{x}{L}) & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
(2.22)

$$v(x) = \left[\left(1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}\right) \quad x\left(1 - 2\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) \quad \left(3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3}\right) \quad x\left(-\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) \right] \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_1' \\ v_2 \\ v_2' \end{bmatrix}$$
(2.23)

Ao substituir as expressões de deslocamento por funções de forma na Equação 2.19, tem-se que a energia virtual de deformação é:

$$\delta W_{i} = \delta \mathbf{u}^{T} \left[E A \int_{0}^{1} N_{1}^{T} N_{1}^{\prime} dx \right] \mathbf{u} - \delta \mathbf{v}^{T} \left[\frac{EI}{L^{2}} \int_{0}^{1} N_{2}^{\prime T} N_{2}^{\prime \prime} dx \right] \mathbf{v} + \delta \mathbf{u}^{T} \left[F_{x} \int_{0}^{1} N_{1}^{\prime T} N_{1}^{\prime} dx \right] \mathbf{u} + \delta \mathbf{v}^{T} \left[F_{x} \int_{0}^{1} N_{2}^{\prime T} N_{2}^{\prime} dx \right] \mathbf{v}$$

$$(2.24)$$

A aplicação dos polinômios adotados nas Equações 2.23 na Equação 2.24 resulta na obtenção das matrizes de rigidez linear elástica \mathbf{K}_e e geométrica \mathbf{K}_g do elemento de

pórtico bidimensional:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{g}} = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -A & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} & 0 & -\frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 4I & 0 & -\frac{6I}{L} & 2I \\ -A & 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{L^2} & -\frac{6I}{L} & 0 & \frac{12I}{L^2} & -\frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 2I & 0 & -\frac{6I}{L} & 4I \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{g}} = \frac{F_x}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

$$(2.26)$$

A equação final de equilíbrio pode então ser definida por:

$$\mathbf{f} = [\mathbf{K}_{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_{\mathbf{g}}] \mathbf{d} \tag{2.27}$$

Para a dedução das matrizes de rigidezes linear elástica e geométrica de um elemento de pórtico espacial, deve-se fazer um procedimento análogo ao demonstrado para o caso plano. A matriz de rigidez geométrica para um elemento de pórtico espacial que considera os efeitos axiais, de torção e de flexão é apresentada por McGuire, Gallagher & Ziemian (1999), a qual é utilizada neste trabalho.

2.7.3 Análise estrutural de torres de LTs

Em geral, os deslocamentos e as tensões internas do modelo estrutural de uma torre de LTs podem ser obtidos por meio de uma análise linear elástica, na qual são assumidos deslocamentos pequenos e deformações infinitesimais (negligenciáveis), comportamento linear elástico do material e condições de contorno inalteradas durante o procedimento de análise. A equação de equilíbrio do sistema pode ser representada por:

$$\mathbf{Kd} = \mathbf{f} \tag{2.28}$$

onde \mathbf{K} é a matriz de rigidez da estrutura. Em contraste com a prática usual de projeto que consideram modelos lineares elásticos de torres, uma solução estrutural otimizada, em geral, caracteriza-se por ser mais esbelta em comparação ao modelo inicialmente adotado. Esta característica está geralmente associada à diminuição das áreas das seções transversais dos seus elementos estruturais, ao estreitamento da base da torre e à escolha de um padrão estrutural com menos barras. Uma vez que as torres de LTs estão submetidas a carregamentos laterais importantes, como os esforços devido ao vento e de ruptura de cabo, e são capazes de atingir dezenas de metros de altura, os deslocamentos nessas estruturas serão mais significativos que na configuração não otimizada. Neste caso, é importante avaliar a influência dos efeitos da não linearidade geométrica global na determinação dos esforços internos na torre. Em uma análise não linear deve-se considerar os efeitos dos deslocamentos e das deformações finitas do sistema para a formulação das equações de equilíbrio, que devem ser obtidas para cada configuração deformada da estrutura (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 1999). A avaliação do comportamento não linear pode ser realizada de forma incremental, sendo que um incremento de forças é responsável por gerar um incremento de deslocamentos. Neste caso, a equação de equilíbrio pode ser escrita como:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{T}} \Delta \mathbf{d} = \Delta \mathbf{f} \tag{2.29}$$

onde $\mathbf{K_T}$ é a matriz de rigidez tangente da estrutura, $\Delta \mathbf{d}$ é o vetor de deslocamentos incrementais e $\Delta \mathbf{f}$ é o vetor de incremento de forças. A matriz $\mathbf{K_T}$ é constituída por uma componente linear elástica e por outras componentes que consideram os efeitos da não linearidade.

Dentre esses efeitos a não linearidade geométrica pode surgir em estruturas que apresentam grandes deslocamentos, como em torres esbeltas sujeitas a carregamentos laterais expressivos. Este efeito deve ser contabilizado por meio da atualização da geometria em cada incremento de força e da consideração da parcela não linear do tensor de deformações. A Equação 2.29 deve então ser reformulada em cada mudança de forma da estrutura, sendo que as relações força por deslocamento tornam-se não lineares neste caso. Nessa equação, além da componente linear elástica, considera-se a matriz de rigidez geométrica. Neste caso, a Equação 2.29 pode ser entendida como:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{f} = {}^{t}\mathbf{f} + [\mathbf{K}_{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_{\mathbf{g}}] \ \Delta \mathbf{d} \tag{2.30}$$

sendo que ${}^{t}\mathbf{f}$ e ${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}$ correspondem aos vetores de forças nodais referentes às configurações no incremento $t e t + \Delta t$, respectivamente, enquanto que $\Delta \mathbf{d}$ é o vetor de incrementos de deslocamento.

A descrição do movimento de um corpo deformado pode ser formulada com base nos denominados referenciais Lagrangeanos. De acordo com estes referenciais, após certo carregamento os deslocamentos são determinados em relação a uma configuração de referência do sistema. No que se refere a uma análise não linear incremental, podem ser utilizados tanto o referencial Lagrangeano total (RLT) quanto o referencial Lagrangeano atualizado (RLA). No RLT a determinação dos deslocamentos é feita com referência na configuração indeformada da estrutura, que se refere ao estado original do sistema. Por outro lado, no RLA calculam-se os deslocamentos em relação à última configuração de equilíbrio obtida no processo incremental, ou seja, em relação a um referencial que é atualizado a cada incremento de carga (ROMAN, 2019). Este referencial está apresentado na Figura 12, em que Δu^l e Δv^l são os incrementos de deslocamentos nodais nas direções x e y da última configuração de equilíbrio, respectivamente.



Figura 12 – Referencial Lagrangeano atualizado Fonte: Roman (2019)

Existem diversos métodos numéricos iterativos conhecidos para a resolução da Equação 2.30. O procedimento de análise não linear empregado neste trabalho consiste em um método incremental-iterativo. Dentre estes métodos, um dos mais empregado é denominado de método de Newton-Raphson, ou método de controle de carga (Figura 13). O método de Newton-Raphson clássico atualiza a matriz de rigidez tangente a cada iteração, enquanto que no método de Newton-Raphson modificado esta matriz é atualizada somente na primeira iteração e mantida constante ao longo do processo. Conforme descreve Carvalho (2010), no método clássico objetiva-se minimizar o resíduo gerado no processo de iteração, denominado por Δf na Figura 13, sendo que:

$$\Delta \mathbf{f} = \mathbf{f} - \mathbf{K}(\mathbf{d}) \, \mathbf{d} \tag{2.31}$$

Inicialmente considera-se \mathbf{d}_0 nulo e obtém-se a matriz de rigidez \mathbf{K} na configuração indeformada. Após resolver o sistema de equações lineares, o primeiro incremento de

deslocamentos é obtido, denominado de Δd_1 . A partir deste valor, os deslocamentos são atualizados. Portanto, $d_1 = \Delta d_1$. Em seguida, calcula-se a matriz de rigidez para a configuração d_1 . Neste caso, determina-se o conjunto de forças internas f_1 capazes de equilibrar o sistema ao considerar as forças axiais e as matrizes de transformação de coordenadas correspondentes à configuração deformada d_1 . Esta etapa é referente à primeira iteração e pode ser expressa por:



Figura 13 – Método de Newton-Raphson

Fonte: adaptado de Carvalho (2010)

Sendo assim, f_1 é diferente de f e, portanto, o sistema não se encontra em equilíbrio. O resíduo, portanto, pode ser determinado por:

$$\Delta \mathbf{f_1} = \mathbf{f} - \mathbf{f_1} \tag{2.33}$$

Parte-se, então, para a segunda iteração do método, na qual deve-se resolver o sistema de equações lineares:

$$\mathbf{K}(\mathbf{d_1})\,\mathbf{\Delta d_2} = \mathbf{\Delta f_1} \tag{2.34}$$

O novo incremento de deslocamento Δd_2 é obtido. Este valor novamente é utilizado para atualização dos deslocamentos da estrutura. Este procedimento deve ser repetido ao longo das iterações. Desta maneira, é caracterizado o processo iterativo do método de Newton-Raphson clássico. A solução é encontrada quando se obtém um resíduo suficientemente pequeno.

(2.32)

2.7.4 Considerações quanto ao modelo mecânico

O modelo estrutural de uma torre de LTs pode ser representado por elementos de pórtico ou por um sistema misto treliça-pórtico. Ao se fazer uso de elementos de treliça em sistemas mistos, deve-se garantir que o modelo estrutural esteja livre de rótulas planas, as quais causam instabilidade local. Para isto, o engenheiro projetista pode fazer uso de elementos estabilizantes para remover essas articulações e estabilizar essas ligações, denominados de barras ou membros fictícios, conforme exemplo apresentado na Figura 14 em pontilhado. Estes elementos não devem interferir na distribuição dos esforços internos da estrutura.



Figura 14 – Barras fictícias

Al-Bermani & Kitipornchai (1993) sugerem que as barras montantes, que são os elementos mais rígidos de uma torre, sejam modeladas como elementos de pórtico. Sabe-se também que em projetos reais os eixos de maior inércia desses montantes são direcionados ao centro da estrutura. Portanto, é interessante que as seções transversais desses elementos sejam rotacionadas (Figura 15), de modo a aproximar os resultados de uma análise estrutural ao comportamento real da estrutura. Na figura os eixos 1 e 2 correspondem aos eixos principais de maior e de menor inércia, respectivamente.



Figura 15 – Rotação dos eixos locais das barras montantes

Além disso, as torres de LTs estão sujeitas a excentricidades nas ligações, por conta do detalhamento dos parafusos, e a imperfeições locais, que surgem na etapa de construção da estrutura. A atual prática industrial, validada por ensaios de protótipo, não considera tais efeitos no modelo. Entretanto, as normas empregadas em projetos de torres compensam esses efeitos pela redução da capacidade resistente à compressão das barras por meio das curvas de flambagem. Portanto, é importante que os procedimentos de detalhamento das ligações e de execução da torre sejam realizados de maneira a minimizar essas excentricidades e imperfeições.

3 Otimização de famílias de torres de linhas de transmissão

Como visto, as famílias são constituídas de torres que compartilham de subestruturas, correspondentes ao corpo básico, extensões e pernas. Sendo assim, quanto ao agrupamento de barras, os grupos referentes ao corpo básico, presentes em todas as torres da família, devem fazer referência às mesmas barras de cada torre de LTs. Este raciocínio deve ser também aplicado aos grupos referentes às extensões e pernas, pois as torres podem também compartilhar destes dois componentes.

Na otimização de famílias de torres, portanto, as variáveis que identificam os grupos de barras do corpo básico devem ser as mesmas para cada torre. Da mesma maneira, este entendimento deve ser aplicado a torres que possuem a mesma extensão ou pernas. Esta consideração permite realizar a verificação e o dimensionamento do mesmo grupo de barras para as diferentes torres das quais faz parte. Neste caso, cada grupo é verificado pela envoltória de esforços para cada caso de carregamento e para cada torre da família.

3.1 Conceitos gerais de otimização

A otimização é um procedimento numérico iterativo para a obtenção de uma solução ótima em relação a algum critério de desempenho que obedeça a condições impostas previamente. No campo de engenharia estrutural existe a necessidade da busca por uma estrutura que atenda a requisitos de segurança e de utilização, bem como de um projeto que economize material, tempo e mão-de-obra. A experiência adquirida por um projetista, portanto, é de fundamental importância para que sejam escolhidas soluções menos custosas. Neste cenário, a otimização de estruturas pode ser aliada ao conhecimento técnico de um engenheiro a fim de possibilitar a definição de um projeto ainda mais econômico e seguro.

A otimização estrutural pode ser classificada em dimensional, de forma ou topológica, de acordo com as propriedades a serem modificadas nesse processo. No caso de estruturas treliçadas, como as torres de LTs, as propriedades alteradas em cada tipo de otimização são apresentadas na Figura 16 e descritas como:

- Otimização dimensional: modifica as dimensões das seções transversais dos elementos que compõem a estrutura;
- Otimização de forma ou geométrica: altera a posição de determinados nós, ou seja, modifica suas coordenadas;

• Otimização topológica: a disposição espacial da estrutura é modificada, seja pela retirada de material ou pela alteração do seu padrão estrutural.



Fonte: Souza (2016)

Os principais conceitos envolvidos no processo de otimização são a função objetivo, as variáveis de projeto e o espaço de busca, definidos a seguir.

- Função objetivo: segundo Arora (2004), é uma função escalar que associa um número a cada solução. A depender do problema, pode-se desejar obter um máximo, como maximizar a segurança de uma estrutura, ou um mínimo, como diminuir a massa de um projeto. Considerando a treliça da Figura 16, a otimização pode ter como objetivo a redução da massa w = ∑_{i=1}^m ρ_i l_i a_i, em que m é o número de barras e ρ_i é a massa específica, l_i é o comprimento e a_i é a área da seção transversal de cada barra i;
- Variáveis de projeto: são todos os parâmetros do problema que podem ser modificados para obter uma solução melhor. Portanto, influenciam direta ou indiretamente no valor da função objetivo. Denotam-se pelo vetor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, no qual ncorresponde ao número de variáveis de otimização. No exemplo da Figura 16, pode-se

definir as áreas das seções transversais a_i de cada uma das onze barras como variáveis dimensionais. Desta maneira, obtém-se o vetor de variáveis $\mathbf{x} = (a_1, a_2, \dots, a_{11});$

Espaço de busca: denominado por E, é a região em que se encontram todos os vetores x possíveis. Ao aplicar restrições em um problema, obtém-se um subespaço de E, denominado por S. Com relação à treliça da Figura 16 é possível definir valores máximos e mínimos de área da seção transversal de cada barra, além de restrições de esforços nas barras e deslocamentos nodais.

Simplificadamente, pode-se caracterizar um problema de otimização da seguinte maneira, em que w é a função objetivo:

Encontrar
$$\mathbf{x}$$

que minimize $w(\mathbf{x})$ (3.1)
sujeito a $\mathbf{x} \in S$.

Quanto à função objetivo escolhida para representar um problema de otimização, uma das suas propriedades mais importantes é a convexidade. Para uma dada função $f(\mathbf{x})$, pode-se desenhar uma reta que conecta dois pontos quaisquer $x_1 e x_2$ pertencentes à curva. Se a reta estiver acima do gráfico de $f(\mathbf{x})$ em todos os pontos entre $x_1 e x_2$, diz-se que a função é convexa (ARORA, 2004). Essa definição é representada na Figura 17, que apresenta o gráfico de uma função convexa qualquer.



Figura 17 – Caracterização de uma função convexa Fonte: adaptado de Arora (2004)

Como resultados de problemas não convexos ocorre a existência de vários mínimos locais além de um mínimo global. O mínimo local corresponde a um ponto do domínio de busca no qual o valor da função objetivo é o menor dentre os proporcionados pelos pontos vizinhos. Essa definição pode ser representada por:

$$f(\mathbf{x}^*) \le f(\mathbf{x}^* + h) \tag{3.2}$$

na qual \mathbf{x}^* é o ponto de ocorrência de mínimo local e h é suficientemente pequeno (RAO, 2009). De maneira similar, pode-se definir o ponto de máximo local como $f(\mathbf{x}^*) \ge f(\mathbf{x}^*+h)$. Já o mínimo global condiz com o menor valor da função objetivo em todo o domínio de busca. Portanto, haverá uma solução ótima \mathbf{x}^* que será a melhor em relação a todos os outros valores da função objetivo em todo o domínio:

$$f(\mathbf{x}^*) \le f(\mathbf{x}) \tag{3.3}$$

Analogamente, o máximo global é o ponto em que $f(\mathbf{x}^*) \ge f(\mathbf{x})$. A Figura 18 mostra os pontos de mínimos e máximos de uma função f(x) definida no domínio entre a e b.

Outras formas de classificação estão relacionadas às variáveis e restrições de projeto. Neste caso, as variáveis podem ter caráter contínuo, quando são capazes de assumir qualquer valor real dentro dos limites, discreto, quando é possível atribuir às variáveis valores dentro de um dado conjunto de possibilidades, e misto, no caso de envolver tanto variáveis contínuas quanto discretas. No que se refere às restrições ao qual o problema está sujeito, pode-se classificá-lo em restrito ou irrestrito. A diferença entre eles é a consideração ou não de restrições, respectivamente.



Figura 18 – Mínimos e máximos local e global

Fonte: adaptado de Arora (2004)

Em problemas complexos de engenharia, como na otimização estrutural de torres de LTs, a condição de convexidade em geral não é obedecida. Essa característica muitas vezes torna a busca por uma solução ótima um procedimento mais difícil e demorado. Com relação às variáveis de projeto, é comum se trabalhar com ambos os tipos, no qual as coordenadas dos nós são caracterizados como contínuas e as áreas das seções transversais são discretas e podem assumir somente valores de perfis comercialmente disponíveis. Quanto às restrições, em geral são considerados critérios normativos referentes aos esforços e às esbeltezes.

3.2 Formulação básica de otimização de famílias de torres

Durante o procedimento de otimização todas as variáveis são guardadas em um vetor de variáveis de projeto denominado **x**. Em relação à otimização dimensional, tomamse as áreas das seções transversais como variáveis discretas, representadas pelo vetor $\mathbf{a} = \{a_1, \ldots, a_m\}$, em que m é o número de áreas das seções transversais. Na otimização de forma são definidas coordenadas de nós estratégicos como variáveis, as quais são armazenadas no vetor $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \ldots, \xi_q\}$, sendo q o número de coordenadas nodais tomadas como variáveis de forma. Por questões práticas, estas variáveis também são admitidas como discretas. Por último, o vetor $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_1, \ldots, \tau_s\}$ guarda as configurações topológicas empregadas em cada componente estrutural, para s igual à quantidade de variáveis de topologia existentes. O vetor final de variáveis de projeto é representado por $\mathbf{x} = \{\mathbf{a}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}\}$.

A formulação do problema de otimização de uma família deve considerar as variáveis dimensionais de todas as torres. Além disto, deve levar em conta a presença de um mesmo grupo de barras em suportes diferentes, como para o corpo básico ou quando possuem extensão ou pernas iguais. Neste caso, é conveniente que se faça uma distinção das variáveis que representam as áreas transversais dos grupos de barras principais do corpo básico, das pernas e das extensões. Para tanto, em uma família de np pernas e ne extensões, reescreve-se o vetor de variáveis dimensionais como $\mathbf{a} = \{\mathbf{a_{CB}, a_{P_1}, \dots, a_{P_{n_P}}, \mathbf{a_{EXT_1}}, \dots, \mathbf{a_{EXT_{ne}}}\}$, sendo $\mathbf{a_{CB}}, \mathbf{a_P} \in \mathbf{a_{EXT}}$ os vetores de variáveis dimensionais referentes ao corpo básico e a cada perna e extensão, respectivamente. O vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} é então redefinido como:

$$\mathbf{x} = \left\{ \mathbf{a}_{\mathbf{CB}}, \, \mathbf{a}_{\mathbf{P}_{1}}, \, \dots, \, \mathbf{a}_{\mathbf{P}_{np}}, \, \mathbf{a}_{\mathbf{EXT}_{1}}, \, \dots, \, \mathbf{a}_{\mathbf{EXT}_{ne}}, \, \xi_{1}, \, \dots, \, \xi_{q}, \, \tau_{1}, \, \dots, \, \tau_{s} \right\}$$
(3.4)

O objetivo da otimização de famílias de torres de LTs é a obtenção de um projeto de estruturas mais leves e que respeitem às restrições normativas. Para tanto, a formulação

que descreve esse problema foi adaptada de Souza (2016) e pode ser descrita como:

Encontrar \mathbf{x} que minimiza $W_t(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{nt} n_i W_i(\mathbf{x}_i)$ sendo que $W_i(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{m_i} \rho_j l_j(\mathbf{x}_i) a_j(\mathbf{x}_i)$ para cada torre submetida a restrições de esforços $g_j(\mathbf{x}_i) = |S_{dj}(\mathbf{x}_i)| - R_{dj} \leq 0, \quad (j = 1, 2, ..., m_i),$ (3.5) restrições de esbeltezes $g_{j+m_i} = \lambda_j(\mathbf{x}_i) - \bar{\lambda}_j \leq 0, \quad (j = 1, 2, ..., m_i)$ e restrições de compacidade das seções transversais $g_{j+2m_i}(\mathbf{x}_i) = \frac{w_{fj}(\mathbf{x}_i)}{t_j(\mathbf{x}_i)} - (w_f/t_{máx})_j$

em que W_t é definida como a função objetivo, nt é o número de diferentes torres que compõem a família, n_i é a quantidade de cada torre i, da qual W_i é sua massa, \mathbf{x}_i refere-se ao seu vetor de variáveis e m_i é o número de barras que a compõe, e, para cada elemento j, ρ_j é a massa específica do material, l_j é o comprimento, S_{dj} e R_{dj} são a solicitação e a resistência de cálculo, λ_j é o índice de esbeltez, t_j , w_{fj} e $(w_f/t_{máx})_j$ são a espessura, a largura da aba e a compacidade do perfil cantoneira, respectivamente.

O vetor de variáveis \mathbf{x}_i correspondente a cada torre é fruto do vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} . Da Equação 3.4, pode-se prever uma torre que irá conter as variáveis dimensionais $\mathbf{a_{CB}}$, $\mathbf{a_{P_1}} \in \mathbf{a_{EXT_1}}$, por exemplo, referentes ao corpo básico e a estas pernas e extensão, respectivamente, identificadas por "P1" e "EXT1". Neste caso, o vetor de variáveis desta torre será $\mathbf{x}_i = {\mathbf{a_{CB}}, \mathbf{a_{P_1}}, \mathbf{a_{EXT_1}}, \xi_1, \dots, \xi_q, \tau_1, \dots, \tau_s}$. Na formulação da Equação 3.5 a função objetivo W_t corresponde ao somatório de massas de cada torre da família, multiplicadas pelas respectivas quantidades n_i consideradas ao problema. A massa de uma torre é obtida após algumas etapas, que incluem, nesta ordem, a construção do modelo estrutural, a aplicação das cargas, a análise da estrutura, o dimensionamento das barras principais, redundantes e ligações parafusadas e a aplicação de restrições.

A Figura 19 apresenta o funcionamento da função objetivo e os procedimentos realizados para o cálculo da massa de cada torre, somada de um fator de penalização P_{ti} , quando algum dos critérios normativos é violado, ou não. Esta massa penalizada é denominada de z_i . Objetiva-se, portanto, que o algoritmo busque uma solução ótima que satisfaça a envoltória de esforços da família, para cada grupo de barras e para cada combinação de ação, respeitando as restrições de norma para todos os casos.



Figura 19 – Fluxograma das etapas da função objetivo

3.3 Tratamento de restrições

De forma a aplicar as restrições normativas de esforços, esbeltezes e áreas das seções transversais nesse problema de otimização, utiliza-se um esquema de penalização, o qual transforma um problema restrito em irrestrito. Neste método um fator P_t é aplicado sobre a função objetivo de soluções que não satisfazem às imposições de norma. Para problemas de otimização de família de torres, esse fator deve ser empregado individualmente sobre a massa de cada torre de LT. A definição de penalizações muito altas pode dificultar e até impedir a convergência do algoritmo, enquanto que valores de P_t muito baixos podem ser insuficientes para evitar soluções ruins (SOUZA, 2016). De modo geral, pode-se definir a penalização como uma função da violação das restrições normativas, descrita por:

$$P_{ti}(\mathbf{x}_i) = h \left[\sum_{j=1}^{m_i} \left(\frac{|S_{dj}(\mathbf{x}_i) - R_{dj}|}{\bar{\sigma}_j} \right)^* + \sum_{j=1}^{m_i} \left(\frac{|\lambda_j(\mathbf{x}_i) - \bar{\lambda}_j|}{\bar{\lambda}_j} \right)^* + \sum_{j=1}^{m_i} \left(\frac{\frac{w_{fj}(\mathbf{x}_i)}{t_j(\mathbf{x}_i)} - \frac{w_f}{t_{max}}}{\frac{w_{fj}(\mathbf{x}_i)}{\bar{\tau}_{max}}} \right)^* \right]$$
(3.6)

Nesta equação, h é uma constante positiva, e seu valor deve ser determinado de acordo com cada problema. Essa técnica de penalização é denominada de pena de morte, ou *death penalty*, de acordo com Mezura-Montes & Coello (2011). O operador (.)⁺ é determinado por:

$$(.)^{+} = \frac{|(.)| + (.)}{2} \tag{3.7}$$

3.4 Proposta de otimização indireta de famílias

A otimização de famílias de torres de LTs pode ser realizada em uma única etapa, denominada neste trabalho de otimização direta, de maneira que todas as torres da família sejam otimizadas desde o início do problema. Contudo, este procedimento está associado a um alto custo computacional, devido a dois principais fatores. O primeiro se refere ao procedimento de análise das estruturas. Como em uma família deve ser avaliada a envoltória de esforços entre todas as torres e para cada combinação de ações, o tempo demandado em sua otimização depende do tamanho da família e do número de combinações consideradas ao problema. O segundo fator corresponde ao grande número de variáveis dimensionais, referentes aos grupos de barra do corpo básico e das diferentes pernas e extensões, que pode retardar a convergência do algoritmo e exigir um grande número de iterações para obtenção de uma solução satisfatória. Além destas variáveis, ao se alterar aspectos de forma e de topologia o tempo associado para otimização pode ser ainda maior.

Estudos recentes em otimização de estruturas complexas de engenharia sugerem como alternativa para redução do custo computacional a divisão do problema de otimização em duas etapas. Pedro (2017), por exemplo, realizou um estudo sobre a otimização em dois estágios de pontes mistas de aço-concreto, na qual primeiramente foi feita a otimização de um modelo simplificado da estrutura. O melhor resultado obtido nesta primeira fase foi usado como ponto de partida da etapa seguinte, em que foi empregado o MEF para a modelagem da ponte durante a otimização. Visto que os resultados foram promissores em termos de ganho computacional, é proposta também neste trabalho a divisão da otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de LTs em duas etapas, designada de otimização indireta de famílias (Figura 20):

 a) Otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre: inicialmente é realizada uma otimização dimensional, de forma e topológica somente da maior torre da família. A escolha desta estrutura ocorre pelo fato de que, em geral, suas barras estão sujeitas aos maiores esforços dentre todas as composições da família; b) Otimização dimensional e de forma da família de torres: as variáveis topológicas obtidas para a melhor solução na etapa anterior são fixadas e é dado início a uma otimização dimensional e de forma da família. Neste caso, as variáveis dimensionais e de forma da solução ótima da primeira etapa são adotadas como ponto de partida nessa segunda fase da otimização indireta. Os valores iniciais das variáveis dimensionais das demais extensões e pernas são arbitrados com base nas seções transversais resultantes da primeira etapa.



Figura 20 – Fluxograma das etapas da otimização indireta de uma família

3.5 Metodologia de otimização topológica de torres de LTs

A otimização topológica de estruturas pode ser classificada quanto a duas maneiras de parametrização do domínio do problema. A otimização topológica a partir de um meio contínuo consiste em determinar se para cada elemento do domínio haverá presença ou ausência de material. Ou seja, de acordo com Bendsøe & Kikuchi (1988), objetiva-se obter a melhor distribuição de material no domínio. Já na otimização topológica a partir de um meio discreto o domínio contínuo é aproximado por um conjunto de elementos de barra ou pórtico. Este tipo de otimização topológica é comum em um problema de treliça, a qual é definida por uma malha de elementos discretos. A configuração inicial desta malha é obtida pela ligação dos nós do problema por elementos de barra. Esta configuração é denominada de *ground structure* e é determinada de modo que todas as configurações possíveis possam ser acessadas pelo algoritmo de otimização. Ao longo do procedimento de busca pela solução ótima determinadas barras são eliminadas, aquelas dispensáveis do ponto de vista estrutural. Essa técnica tem sido utilizada em diversos estudos da área que, apesar dos avanços, consideraram problemas simples de treliça (ACHTZIGER, 2007; MIGUEL; LOPEZ; MIGUEL, 2013; AHRARI; ATAI; DEB, 2014; KAVEH; AHMADI, 2014).

Quanto à otimização topológica de estruturas treliçadas, alguns trabalhos com enfoque acadêmico adotaram o termo "otimização topológica" sem a consideração de uma ground structure. Nestes estudos, portanto, as possíveis disposições das barras são limitadas a determinadas configurações estruturais pré-definidas ao problema (MATHAKARI *et al.*, 2007; NOILUBLAO; BUREERAT, 2011). Por outro lado, trabalhos mais recentes realizaram a otimização de torres de LTs e consideraram importantes aspectos industriais na definição das possíveis topologias (SHEA; SMITH, 2006; GUO; LI, 2011; SOUZA *et al.*, 2016).

Neste trabalho é adotada a estratégia de otimização topológica desenvolvida por Souza *et al.* (2016), adaptada ao conceito de família de torres de LTs. Este método consiste na divisão da estrutura em partes iguais que podem assumir diferentes topologias prédefinidas, denominadas de *templates*. Ao longo do processo de otimização a topologia da torre é otimizada simultaneamente às dimensões e forma. Portanto, o algoritmo escolhe as combinações de *templates* que geram as estruturas mais leves e que respeitam às restrições de projeto.

Para a concepção das *templates* são consideradas práticas de projeto, como a possibilidade de se alterar o padrão de treliçamento do corpo básico inferior, e outros aspectos, como o desempenho da estrutura em testes de protótipo. Como exemplo, a Figura 21 detalha a regra de criação de *templates* que podem ser adotadas no corpo básico inferior. Neste caso, a escolha da *template* pelo algoritmo de otimização é realizada em quatro estágios, que se referem à adoção do padrão de treliçamento, definição das terminações, determinação do número de camadas internas e escolha da configuração das barras redundantes do corpo básico inferior, nessa ordem. Por último, realiza-se a atualização da topologia para essa *template*, referente a um quinto estágio.

Em geral, problemas de otimização de torres de LTs são bem complexos e envolvem um grande número de variáveis. A metodologia por *templates* objetiva justamente fornecer opções de topologias consideradas adequadas em relação às práticas de projeto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de soluções pouco usuais. Esta técnica, portanto, diminui o domínio das variáveis topológicas e é capaz de antecipar a convergência do algoritmo de otimização.



Figura 21 – Estratégia de criação de *templates* para o corpo básico inferior Fonte: adaptado de Souza *et al.* (2016)

3.6 Algoritmos de otimização

Os algoritmos de otimização em geral podem ser classificados em determinísticos e estocásticos, segundo Yang (2010). Entende-se por procedimentos determinísticos aqueles em que, ao se partir de um mesmo ponto inicial, o algoritmo percorre um mesmo caminho e uma solução idêntica é obtida. Por outro lado, os algoritmos estocásticos sempre possuem alguma aleatoriedade e, por isso, o caminho percorrido para alcançar uma solução não é repetido.

3.6.1 Algoritmos heurísticos

Dentre os diversos tipos de algoritmos de otimização existentes, são destacados neste trabalho os algoritmos heurísticos. O método de busca por uma solução ótima de um heurístico é caracterizado por uma sequência de tentativa e erro. Embora não haja garantia de que a solução encontrada corresponda ao ótimo global, esses algoritmos são capazes de produzir boas soluções para problemas complexos a um custo computacional razoável (YANG, 2010). O aprimoramento dos heurísticos deu origem aos algoritmos metaheurísticos. De acordo com Yang (2010), esses algoritmos usam uma espécie de troca de aleatoriedade e busca local.

Como exemplos dessa classe de algoritmos podem ser citados o Simulated Annealing

(SA) (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983), Genetic Algorithm (GA) (GOLDBERG, 1989), Particle Swarm Optimization (PSO) (KENNEDY; EBERHART,), Ant Colony Optimization (ACO) (DORIGO; MANIEZZO; COLORNI, 1996), Firefly Algorithm (FA) (YANG; TANG; YAO, 2008), Backtracking Search Algorithm (BSA) (CIVICIOGLU, 2013) e Search Group Algorithm (SGA) (GONÇALVES; LOPEZ; MIGUEL, 2015). Dentre estes, o BSA tem sido aplicado na otimização de torres de LTs, como em Souza et al. (2016). Estes problemas podem envolver ambas variáveis contínuas e discretas e possuir vários mínimos locais. Sua utilização tem apresentado resultados promissores na otimização de torres, e, por este motivo, optou-se em utilizá-lo neste trabalho.

3.6.2 Backtracking Search Algorithm

O BSA é um algoritmo evolucionário de otimização desenvolvido por Civicioglu (2013). De maneira a facilitar a compreensão do método de otimização do BSA, Souza (2016) propôs uma nova versão para descrever o funcionamento desse algoritmo. Embora a descrição seja diferente daquela desenvolvida originalmente por Civicioglu (2013), a arquitetura do BSA não sofreu qualquer alteração. Um pseudocódigo desse método é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 –	- Pseudo	código	do	BSA
------------	----------	--------	----	-----

Primeiramente é criada a população inicial **P**, que pode ser descrita por:

$$(\mathbf{P}_{ij}) \sim U\left(x_j^{\min}, \, x_j^{\max}\right) \tag{3.8}$$

sendo que U é uma variável aleatória uniformemente distribuída, e x_j^{min} e x_j^{max} são os limites inferior e superior da *j*-ésima variável de projeto, respectivamente. O índice *i* varia de 1 a t_{pop} e *j* de 1 a n_v , em que t_{pop} é o tamanho da população e n_v a dimensão do problema de otimização. Sendo assim, cada linha de **P** identifica um indivíduo da população e cada coluna uma variável de projeto.

Após essa primeira etapa, é dado início ao processo iterativo do algoritmo. Portanto, o seguinte passo é a construção da população experimental \mathbf{P}_{pert} , a qual se inicia pela

avaliação da direção da perturbação que será aplicada na população atual. Essa direção é calculada com a ajuda da população histórica \mathbf{P}_{hist} . Existem dois casos possíveis para a avaliação de \mathbf{P}_{hist} , cada um com uma possibilidade de 50% de acontecer. No caso 1, \mathbf{P}_{hist} é gerado por uma permutação aleatória das linhas da população atual, enquanto no caso 2 é gerado aleatoriamente, como realizado para obter a população inicial. Esse procedimento é ilustrado na Tabela 2, onde *a* e *b* são constantes aleatórias que seguem uma distribuição uniforme entre zero e um, e ":=" é um operador de atualização. O idealizador do BSA afirma que esse algoritmo tem uma memória de iterações anteriores. Na verdade, essa memória se deve à construção de \mathbf{P}_{hist} pelo caso 1. Em posse de \mathbf{P}_{hist} , a população experimental \mathbf{P}_{pert} é determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{P}_{pert} = \mathbf{P} + \mathbf{M}. * \left[\alpha \left(\mathbf{P}_{hist} - \mathbf{P} \right) \right]$$
(3.9)

na qual o operador ".*" realiza a multiplicação de termo a termo e α é um parâmetro aleatório que controla a amplitude da matriz de busca direcional ($\mathbf{P}_{hist} - \mathbf{P}$). No presente estudo, α é obtido por:

$$\alpha = 3N \tag{3.10}$$

onde N é uma variável aleatória de padrão normal (média igual a zero e desvio padrão igual a 1). O propósito dessa matriz \mathbf{M} na Equação 3.9 é definir quais termos de \mathbf{P} são perturbados por α ($\mathbf{P}_{hist} - \mathbf{P}$) para gerar a população experimental. Assim, é composta por valores iguais a zero e um, e cada termo M_{ij} de \mathbf{M} igual a um indica que o termo correspondente P_{ij} de \mathbf{P} será perturbado para a construção da população experimental \mathbf{P}_{pert} .

Tabela 2 – Avaliação de \mathbf{P}_{hist}

$\mathbf{Se} \ a < b \mid a, \ b \sim U\left(0, 1\right)$	
então	
$\mathbf{P}_{hist}:=\mathbf{P}$	$ 1^{\circ}$ caso: \mathbf{P}_{hist} é a permutação
	aleatória das linhas da
$\mathbf{P}_{hist} := randperm\left(\mathbf{P}_{hist} :\right)$	\mid população atual ${f P}$
senão	
$(\mathbf{P}_{old})_{ij} U (lb_j, ub_j)$	$ 2^{\circ}$ caso: \mathbf{P}_{hist} é reiniciada
	aleatoriamente
fim	

Fonte: adaptado de Souza (2016)

Inicialmente, **M** é dada por uma matriz de zeros de t_{pop} linhas e n_v colunas, e para o restante de sua construção podem ser aplicados dois casos em cada iteração do algoritmo, cada um com uma chance de 50% de acontecer. No primeiro caso, o parâmetro índice de mistura escolhe aleatoriamente até m_r elementos de cada linha de **M** para assumir o valor unitário. No segundo caso, apenas um termo de cada linha é escolhido aleatoriamente para ser igual a um. Esse processo descrito para a construção de **M** é demonstrado na Tabela 3, na qual randi (n_v) é um valor aleatório discreto e uniforme entre 1 e n_v .

Como resultado do processo de perturbação alguns indivíduos da população experimental podem extrapolar os limites do domínio do projeto. Por isso, no final dessa etapa, os indivíduos que se encontram além dos limites de busca são aleatoriamente realocados ao domínio admissível de projeto.

$\mathbf{M} = zeros\left(t_{pop}, n_v\right)$	
se $a < b a, b \sim U(0, 1)$	
então	$\mid 1^{\circ}$ caso: $(m_r U n_v)$
para $i = 1: t_{pop}$	indivíduos são perturbados
$\mathbf{M}_{i,u_{1:(m_{T}Un_{v})}}=1$	
$u = randperm(\{1, 2, 3, \ldots\})$	$, n_v \})$
fim	
senão	
para $i = 1: t_{pop}$	$ 2^{\circ}$ caso: somente uma
$\mathbf{M}_{i,u_{randi(n_v)}} = 1$	variável é perturbada
fim	
fim	

Fonte: adaptado de Souza (2016)

Por último, ocorre a seleção da nova população. Nesta etapa, o valor de aptidão de cada indivíduo da população experimental \mathbf{P}_{pert} é avaliado. Então, o algoritmo compara o valor objetivo do *i*-ésimo indivíduo $\mathbf{P}_{pert}(i,:)$ da população experimental ao *i*-ésimo indivíduo $\mathbf{P}(i,:)$ de \mathbf{P} . Se o valor da função objetivo de $\mathbf{P}_{pert}(i,:)$ for melhor que a de $\mathbf{P}(i,:)$, substitui-se este segundo pelo primeiro na nova população do algoritmo. Este procedimento se repete até que o critério de parada seja atingido. Por fim, o melhor indivíduo da última população é exportado como o melhor vetor de variáveis, enquanto o valor da função objetivo gerado por ele é tido como o melhor resultado encontrado.

4 Estudos de caso

Foram estudados dois projetos de torres de suspensão autoportantes do tipo troncopiramidal, ambos fornecidos pela Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL). Todas as rotinas computacionais foram desenvolvidas em ambiente MATLAB (2017). A fim de reduzir o custo computacional, foi explorado o conceito de computação paralela por meio do comando *parfor* (Apêndice B). A validação das rotinas de análise foi feita com o *software* ANSYS Mechanical APDL (2010) por Roman (2019).

4.1 Família de dez torres

O primeiro exemplo se trata de uma família de torres de 230 kV de circuito duplo. O projeto é composto por um corpo básico de 28 m de altura, quatro extensões de 6, 12, 18 e 24 m cada e pernas de 1,5 e 9 m. A Tabela 4 apresenta as dez diferentes torres que podem ser obtidas pela combinação desses componentes, sendo que "EXT" corresponde à extensão e "P" às pernas, e os números que as sucedem indicam sua altura, arredondada para o número inteiro imediatamente inferior. Por exemplo, a torre "EXT0 P1" se refere à torre composta por corpo básico, necessariamente, e pernas de 1,5 m, sem extensão.

Torre	H_{CB}	H_{EXT}	H_P	H_t
EXT0 P1	28,0	-	1,5	29,5
EXT0 P9	28,0	-	$_{9,0}$	37,0
EXT6 P1	28,0	$_{6,0}$	$1,\!5$	$35,\!5$
EXT6 P9	28,0	$_{6,0}$	$_{9,0}$	$43,\!0$
EXT $12 P1$	28,0	12,0	1,5	$41,\!5$
EXT12 P9	28,0	12,0	$_{9,0}$	49,0
EXT18 P1	28,0	18,0	$1,\!5$	$47,\!5$
EXT 18 P 9	28,0	18,0	$_{9,0}$	55,0
EXT24 P1	28,0	24,0	$1,\!5$	$53,\!5$
EXT24 P9	28,0	24,0	9,0	61,0

Tabela 4 – Altura de cada estrutura que compõe a família de dez torres, em m

Os detalhes da família quanto aos seus componentes de extensões e pernas, à geometria das torres, às configurações dos membros redundantes, ao agrupamento das barras principais e às indicações das emendas dos montantes estão apresentados nas Figuras 22 e 23. As características geométricas e topológicas que mais se destacam no projeto são o fato de que essas estruturas de suporte possuem base retangular, as pernas de 9 m dispõem de quebra, e o padrão de treliçamento do corpo básico inferior é contínuo com redundantes defasadas.



Figura 22 – Detalhamento da família de dez torres - vistas transversal (esquerda) e longitudinal (direita)

Fonte: adaptado de COPEL (2019)


Figura 23 – Demais elementos do detalhamento da família de dez torres Fonte: adaptado de COPEL (2019)

Todas as torres que compõem a família podem ser visualizadas na Figura 24. A este problema foram considerados somente os suportes em que as quatro pernas são simétricas, ou seja, possuem a mesma altura.



Figura 24 – Torres da família: (a) EXT0 P1, (b) EXT0 P9, (c) EXT6 P1, (d) EXT6 P9, (e) EXT12 P1, (f) EXT12 P9, (g) EXT18 P1, (h) EXT18 P9, (i) EXT24 P1 e (j) EXT24 P9

Quanto ao projeto estrutural as barras foram dimensionadas com perfil cantoneira de abas iguais de aço ASTM A572 Gr 50. Os perfis disponíveis comercialmente que foram considerados neste problema estão listados na Tabela 5. Quanto às ligações, os parafusos são do tipo M14, classe 5.8. Para efeitos de verificação à tração das barras principais, a disposição dos parafusos é considerada preferencialmente em zigue-zague. Quando a largura da aba do perfil dimensionado para uma barra não é suficiente para dispor os parafusos em zigue-zague, considera-se então um parafuso por linha.

Perfil (mm)	Área (cm^2)	Perfil (mm)	Área (cm^2)
L40x40x3	2,35	L80x80x5	7,75
L45x45x3	$2,\!66$	L80x80x6	9,24
L45x45x4	$3,\!49$	L90x90x6	$10,\!60$
L50x50x3	2,96	L90x90x7	$12,\!10$
L50x50x4	$3,\!89$	L100x100x6	$11,\!64$
L60x60x4	4,71	L100x100x7	13,70
L65x65x4	$5,\!13$	L127x127x6,35	15,73
L65x65x5	6,31	L127x127x7,94	19,50
L75x75x5	$7,\!36$	L127x127x9,52	$23,\!29$
L75x75x6	8,75	L152x152x9,52	28,10

Tabela 5 – Perfis considerados na otimização da família de dez torres

Foram admitidas onze combinações de ações ao total neste problema de otimização, as quais representam os principais casos a serem considerados em projetos de torres de linhas de transmissão. Dentre essas verificações, foram incluídas condições de vento extremo com incidência transversal, longitudinal e à 75° em relação à direção da LT, de ruptura de cabos condutores e para-raios, de construção e montagem, e de contenção do efeito cascata (Figura 25). A escolha por estes casos envolveu uma análise das principais combinações de ações empregadas em projetos de torres de LTs. Na figura, as siglas "V90", "V75" e "V0" indicam as forças máximas de vento transversal, à 75° e longitudinal em relação à direção da linha que atuam na estrutura, respectivamente, e "VR90" é a força reduzida na devido ao vento atuante na transversal. A denominação "PP" corresponde ao peso próprio da estrutura. A identificação das direções vertical, transversal e longitudinal de atuação das cargas é representada por "V", "T" e "L", nesta ordem.

O peso de chapas, parafusos e galvanização foi considerado simplificadamente por meio da adição de 20% da massa da torre, conforme aplicado usualmente em projetos. Quanto à consideração do esforço de vento, o cálculo desse carregamento envolveu a aplicação da norma IEC 60826 (2003). A pressão do vento na região de implantação da LT possui intensidade de 622,648 N/m² e o terreno é classificado como de categoria B quanto à sua rugosidade. A força de vento atuante na torre foi calculada em cada iteração da otimização, ou seja, para cada configuração otimizada.



Cons. e montagem 3

Contenção cascata

Figura 25 – Combinações de ações consideradas para a família de dez torres, em kN

A análise da estrutura foi realizada por meio do método dos elementos finitos e as barras principais foram todas modeladas como elementos de pórtico espacial,. Contudo, a contribuição dos momentos fletores no cálculo das tensões axiais foi desprezada. Já as barras redundantes não foram incluídas no modelo, porém foram consideradas para a determinação dos comprimentos médio e mínimo de flambagem das barras principais. Os quatro pontos de apoio no solo foram considerados como engastados. Quanto ao método de análise, as tensões internas nos elementos foram calculadas por meio de uma análise linear elástica. As seções transversais das barras montantes foram rotacionadas de modo que as abas ficassem paralelas aos eixos da base da torre, conforme Figura 15.

No dimensionamento das barras principais, foram aplicadas restrições referentes aos esforços axiais, à esbeltez e às áreas das seções transversais, conforme os critérios do projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003). Em caso de violação de alguma das restrições, um valor de penalização igual a 10^{10} é contabilizado por meio da Equação 3.6 à massa da torre correspondente. Quanto ao dimensionamento das barras redundantes, restrições de esforços axiais e de esbeltez também foram aplicadas em conformidade com o projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003). Neste caso, se alguma barra redundante não satisfaz a uma dessas condições, uma penalização de 10^5 é adicionada à massa final.

Também foram respeitados aspectos adicionais usualmente adotados em projetos de torres de LTs. Para o controle das seções transversais dos montantes, foi adotado um fator de penalização de 5.10⁶ nas situações em que a largura ou a espessura da aba fosse maior no montante imediatamente superior ao analisado. Também foram avaliados os ângulos entre as barras diagonais e montantes das pernas nas faces longitudinal e transversal, conforme indicado pelo projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003). Neste caso, para um ângulo inferior a 13°, a configuração de pernas com variação da inclinação das diagonais é automaticamente adotada (Figura 26). Esta verificação também foi aplicada nas barras das extensões.



Figura 26 – Restrição de ângulo de 13° nas pernas

Outra lógica de controle de ângulos foi imposta nas camadas do corpo básico

inferior para que fossem geradas topologias visualmente comportadas. Neste procedimento foram adotadas restrições de ângulos máximo e mínimo para cada camada e para as terminações em "V" e em "X" do corpo básico, além de tolerâncias admissíveis quanto à diferença de ângulos entre camadas adjacentes. Na Figura 27 são apresentados dois casos de configurações das camadas, sendo um considerado inadequado às práticas usuais e outro dentro dos padrões de projeto.



Figura 27 – Controle de ângulos das camadas do corpo básico inferior: (a) camadas irregulares e (b) camadas visualmente comportadas

Nos processos de otimização da família a função objetivo corresponde ao somatório simples da massa de cada torre. O algoritmo de otimização BSA foi utilizado neste problema. Com relação aos seus parâmetros, foi adotado coeficiente de mistura m_r igual a 1 e tamanho da população t_{pop} de 36 indivíduos. Tanto na otimização da maior torre quanto na otimização dimensional da família de torres foram realizados 8000 ciclos, equivalentes a 288000 avaliações da função objetivo. Com relação à otimização dimensional, de forma e topológica da família, no procedimento direto também foram executados 8000 ciclos para cada rodada independente. Já na segunda etapa do procedimento indireto, que parte de um resultado ótimo da maior torre, foram realizados 5000 ciclos adicionais, efetuando-se no total 216000 avaliações equivalentes da função objetivo.

Os resultados alcançados pela otimização dimensional, de forma e topológica foram comparados com as soluções obtidas pela otimização dimensional. Desta forma, permite-se avaliar o ganho obtido pela inclusão das variáveis de forma e topológicas.

Por fim, a análise não linear foi conduzida na melhor solução obtida na otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre da família. O comportamento da estrutura foi avaliado até um fator de carga igual a 100% do valor da carga última de projeto, aplicando um incremento de carga de 0,1.

4.1.1 Otimização dimensional

A otimização dimensional da família adota as áreas das seções transversais das barras principais do corpo básico, das extensões e das pernas como variáveis de projeto. Essas barras foram agrupadas de acordo com o projeto inicial da torre e conforme indicado nas Figuras 39 e 40. Os grupos denominados de "TP", referente às barras superiores dos para-raios, "DE16aL", "DE16aT", "DE14aL", "DE14aT", "DE11aL", "DE11aT", "DE6aL", "DE6aT", "DE3aL" e "DE3aT" pertencentes às diagonais internas dos adaptadores das extensões, foi fixado perfil cantoneira de abas duplas 2L75x75x6 de área 17,5 cm². Sendo assim, foram consideradas 127 variáveis dimensionais, das quais 54 são referentes aos grupos de barras do corpo básico, 3 e 8 às pernas de 1,5 e 9 m, respectivamente, e 9, 12, 17 e 24 às extensões de 6, 12, 18 e 24 m, nesta ordem. Por meio destes valores, monta-se o vetor de variáveis, representado por $\mathbf{x} = \{\mathbf{a_{CB}}, \mathbf{a_{P1}}, \mathbf{a_{P9}}, \mathbf{a_{EXT16}}, \mathbf{a_{EXT18}}, \mathbf{a_{EXT24}}\}$, em que $\mathbf{a_{CB}} = \{a_{CB_1}, \ldots, a_{CB_{54}}\}, \mathbf{a_{P1}} = \{a_{P1_1}, \ldots, a_{P1_3}\}, \mathbf{a_{P9}} = \{a_{P9_1}, \ldots, a_{P9_8}\}, \mathbf{a_{EXT6}} = \{a_{EXT18_1}, \ldots, a_{EXT18_{12}}\}, \mathbf{a_{EXT18_1}}, \mathbf{a_{EXT18_1}}, \ldots, a_{EXT18_{12}}\}, \mathbf{e} \mathbf{a_{EXT18_1}}, \ldots, a_{EXT18_{12}}\}$.

Inicialmente foi realizada uma otimização dimensional da estrutura "EXT24 P9", referente à maior torre da família. A fim de facilitar a convergência do algoritmo de otimização, os fatores de penalização foram reduzidos nesta etapa do problema. Ao total foram realizadas dez rodadas independentes. A melhor solução corresponde a uma estrutura com massa igual a 13761 kg. A média e o desvio padrão foram de 13776 kg e 17,43 kg, respectivamente.

Em seguida, foi então realizada a otimização dimensional da família de torres. Nesta etapa foram realizadas cinco rodadas independentes. A melhor solução encontrada resultou em um somatório simples de massas das torres da família de 95667 kg. A média das rodadas foi de 95962 kg e o desvio padrão de 222,86 kg. A Tabela 15 do Apêndice C indica os perfis e a quantidade de parafusos nas ligações dimensionados a cada grupo de barra e referentes à melhor solução.

4.1.2 Otimização dimensional, de forma e topológica

Neste procedimento as otimizações dimensional, de forma e topológica são executadas conjuntamente. As variáveis de forma, consideradas como discretas e arredondadas para centímetros, estão ilustradas na Figura 28. A primeira variação geométrica é composta pelas variáveis ξ_1 e ξ_2 responsáveis por controlar as aberturas longitudinal e transversal da base, respectivamente. Estes dois parâmetros se referem diretamente à maior torre da família, sendo que as aberturas das outras torres são obtidas por semelhança de triângulos. Na segunda variação foram implementadas as variáveis ξ_3 a ξ_{16} que regulam as alturas das camadas internas do corpo básico inferior. A terceira e a quarta variação geométrica são definidas pelas variáveis ξ_{17} , ξ_{18} , ξ_{19} e ξ_{20} que se referem às aberturas inferiores e superiores da cabeça nas faces longitudinal e transversal, nesta ordem. As variáveis ξ_{17} e ξ_{18} indicam a diferença entre essas aberturas inferiores e superiores. Sendo assim, quando estes dois valores são nulos as barras montantes da cabeça são exatamente verticais.



Figura 28 – Variáveis de forma da otimização da família de dez torres

Para as variações 1, 3 e 4 de forma foram definidos os limites mínimo e máximo de [-1,00; 1,00] m, [0; 0,30] m e [-0,10; 0,30] m, respectivamente. Desta maneira, pode-se respeitar as distâncias elétricas de projeto (Figura 29). Com relação à variação 2 os limites das variáveis ξ_3 a ξ_{16} são [-0,35; 0,35] m, sendo que a definição destes valores objetivou evitar a sobreposição dos nós das camadas.



Figura 29 – Distâncias elétricas do projeto da família de dez torres, em mm

A metodologia proposta por Souza *et al.* (2016) foi utilizada durante a etapa de otimização topológica, na qual foram definidas *templates* tanto para o módulo de corpo básico inferior quanto para o de extensões. Em relação ao corpo básico inferior, foram implementadas duas variáveis topológicas $\tau_1 \in \tau_2$, que se referem à escolha do padrão de treliçamento e disposição de barras redundantes, respectivamente. A construção das *templates*, portanto, foi realizada em dois estágios, de acordo com a Figura 30. No primeiro estágio a variável τ_1 define o padrão de treliçamento como contínuo (0) ou defasado (1). No seguinte e último estágio, a variável τ_2 informa a disposição das barras redundantes, em que para treliçamento contínuo as redundantes podem ser contínuas (0) ou defasadas (1), e para o treliçamento defasado o valor 0 indica a ausência de redundantes e 1 a adoção destas barras. O número de camadas e as terminações inferiores e superiores foram fixadas para cada possibilidade de *template*, conforme Figura 30.



Figura 30 – Templates do corpo básico inferior para a família de dez torres

Quanto às topologias das extensões, foi definida a variável τ_3 , que altera o padrão estrutural dessas componentes. Foram estabelecidas quatro diferentes *templates* além da topologia original. Os limites mínimo e máximo, portanto, correspondem a [0; 4], sendo que τ_3 igual a 0 corresponde às extensões originais da família. As Figuras 31 e 32 apresentam os detalhes das opções adicionadas ao problema. A diferença entre estas topologias ocorre pelas variadas composições estruturais das barras principais e disposições das barras redundantes, que foram definidas previamente por uma análise sobre projetos similares de torres de LTs. As *templates* também se distinguem pela altura de cada parte da extensão. Estas alturas foram estabelecidas por meio de uma análise sobre a otimização dimensional e de forma da maior torre, na qual fixou-se a extensão e suas alturas foram definidas como variáveis de projeto.



Figura 31 – Templates das extensões para a família de dez torres



Figura 32 – Vistas e cortes das *templates* das extensões para a família de dez torres

A exemplo da otimização dimensional, foi realizada em um primeiro momento a otimização dimensional, de forma e topológica individual da torre "EXT24 P9", a qual corresponde à estrutura mais alta da família. Foram executadas dez rodadas independentes. A massa desse suporte referente à melhor solução obtida foi de 11820 kg. Este valor corresponde a uma redução de 14,10% em relação ao melhor resultado da otimização dimensional dessa torre. A média entre as soluções foi de 11981 kg e o desvio padrão igual a 79,77 kg. As curvas de convergência de ambos os procedimentos de otimização estão representadas no gráfico da Figura 33.



Figura 33 – Curvas de convergência da otimização da maior estrutura da família de dez torres

Os cinco melhores resultados da otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre foram usados na segunda etapa da otimização indireta da família. Sendo assim, foram realizadas cinco rodadas independentes. A melhor solução encontrada resultou em um somatório de massas de cada torre da família igual a 79511 kg. As Tabelas 16 do Apêndice C e 6 apresentam os resultados das variáveis de projeto resumidamente. A média entre os resultados foi igual a 80793 kg, enquanto o desvio padrão foi de 1122,45 kg.

Var. de forma	Valor (m)	Var. de forma	Valor (m)	
Variaçã	ăo 1	ξ_{13}	0,09	
ξ_1	$0,\!50$	ξ_{14}	0,16	
ξ_2	-0,02	ξ_{15}	$0,\!10$	
Variaçã	ăo 2	ξ_{16}	0,04	
ξ_3	0,29	Variaçã	o 3	
ξ_4	$0,\!29$	ξ_{17}	0,15	
ξ_5	$0,\!35$	ξ_{18}	$0,\!18$	
ξ_6	$0,\!35$	Variaçã	o 4	
ξ_7	$0,\!21$	ξ_{19}	0,20	
ξ_8	$0,\!21$	ξ_{20}	$0,\!17$	
ξ_9	$0,\!08$	Var. topológica	Valor	
ξ_{10}	0,09	$ au_1$	1	
ξ_{11}	$0,\!07$	$ au_2$	1	
ξ_{12}	$0,\!11$	$ au_3$	3	

Tabela 6 – Variáveis de forma e topológicas da melhor solução encontrada na otimização dimensional, de forma e topológica da família de dez torres

A fim de avaliar o método de otimização indireta proposto, também foi realizada a otimização direta dimensional, de forma e topológica da família. Um comparativo entre os dois procedimentos é levantado na Tabela 7, sendo que a otimização dimensional é designada por A, e B corresponde às otimizações dimensional, de forma e topológica direta e indireta.

Tabela 7 – Resultados finais de massa, em kg, na otimização da família de dez torres

	А	В	(direta)	B (indireta)	
	w_{torre}	w_{torre}	% redução	w_{torre}	% redução
EXT0 P1	5312	4099	22,84	4063	23,52
EXT0 P9	7145	5722	$19,\!91$	5693	20,31
EXT6 $P1$	7023	5788	$17,\!59$	5691	$18,\!97$
EXT6 P9	8856	7411	$16,\!31$	7321	$17,\!33$
EXT12 P1	8556	7118	$16,\!81$	7014	18,02
EXT12 P9	10389	8742	$15,\!86$	8645	16,79
EXT $18 P1$	10139	8659	$14,\!60$	8558	$15,\!59$
EXT $18 P9$	11971	10282	$14,\!11$	10188	14,89
EXT24 P1	12222	10465	$14,\!38$	10354	$15,\!29$
EXT24 P9	14055	12088	$13,\!99$	11984	14,73
w_{min}	95667	80374	$15,\!99$	79511	$16,\!89$
μ	95962	81883	$14,\!67$	80793	$15,\!81$
σ	222,86	$981,\!91$	-	$1122,\!45$	-

Os resultados obtidos pelo método direto foram menos promissores que aqueles encontrados na otimização indireta. A máxima redução do somatório das massas obtida por meio da otimização indireta foi de 16,89%, que corresponde a 16156 kg. Destaca-se que este valor de redução pode depender da quantidade de cada torre considerada no problema de otimização. Sendo assim, é possível que sejam encontradas soluções ótimas distintas para diferentes considerações de quantitativos. A redução em massa da maior torre foi de 14,73%, ou 2071 kg. Os gráficos de convergência obtidos na otimização dimensional e dimensional, de forma e topológica, direta e indireta são apresentados na Figura 34.



Figura 34 – Curvas de convergência da otimização da família de dez torres

A curva de convergência da otimização indireta é caracterizada por terminar antes que as curvas referentes aos outros dois processos de otimização. Isto se deve ao menor número de avaliações equivalentes da função objetivo. O custo computacional envolvido na otimização direta foi em torno de 32 h, enquanto que na indireta foi em torno de 23 h ao total. Estas estimativas de tempo foram obtidas em uma máquina de processador Intel Core i9-7920X 2,90 GHz e 32 GB de memória RAM. Ainda em relação à convergência do procedimento indireto, nota-se que foi omitida a parte inicial da curva referente à otimização dimensional, de forma e topológica somente da maior torre. Em comparação ao gráfico de convergência da otimização direta, para o mesmo número de avaliações da função objetivo verifica-se que a otimização indireta produz uma solução de família de menor massa.

O detalhamento final da família referente ao resultado ótimo encontrado na otimização dimensional, de forma e topológica é apresentado nas Figuras 35 e 36. As barras redundantes sem indicação possuem perfil L40x40x3.



Figura 35 – Detalhamento da família de dez torres otimizada - vistas transversal (esquerda) e longitudinal (direita)



Figura 36 – Demais elementos do detalhamento da família de dez torres otimizada

Quanto aos aspectos geométricos da torre, observa-se que a abertura longitudinal

aumentou e, por isso, o ângulo da perna de 9 m nesta face ultrapassou 13°. Sendo assim, essa nova perna não possui quebra. Quanto à topologia, destaca-se o fato de que a configuração topológica do corpo básico inferior foi alterada para o padrão de treliçamento defasado com barras redundantes. A solução ótima também escolheu uma nova *template* de extensões, a qual possui menos barras principais e disposição dos membros redundantes defasada.

Quanto à comparação de percentuais de ganho em massa de cada componente da família, a Tabela 8 apresenta os valores obtidos por meio das otimizações dimensional, de forma e topológica de maneira direta e indireta em relação à melhor solução encontrada após a otimização dimensional. O menor somatório de massas dos componentes é resultante também da otimização indireta, igual a 21311 kg. A maior redução de massa em valor absoluto e percentual dentre todas as partes da família se refere ao corpo básico, igual a 1098 kg, que corresponde a 21,83% de redução.

	А	В	(direta)	B (i	indireta)
	w_{parte}	w_{parte}	% redução	w_{parte}	% redução
CB	5033	3834	23,83	3935	21,83
P1	279	265	4,89	267	4,44
P9	2111	1889	$10,\!54$	1893	$10,\!35$
EXT6	1711	1689	$1,\!28$	1578	$7,\!80$
EXT12	3244	3019	6,94	2871	$11,\!49$
EXT18	4826	4560	$5,\!52$	4491	6,96
EXT24	6910	6366	$7,\!88$	6277	9,16
w_{min}	24115	21621	$10,\!34$	21311	$11,\!63$
μ	24153	21740	$9,\!99$	21422	11,31
σ	$24,\!21$	169,71	-	$98,\!55$	-

Tabela 8 – Comparativo entre as massas, em kg, de cada componente das soluções ótimas encontradas para a família de dez torres

Esta tabela também mostra o potencial de redução de massa da família que pode ser proporcionado pela otimização dimensional, de forma e topológica em relação à otimização dimensional. Além disso, reitera a hipótese de que o resultado ótimo da família pode ser influenciado pela quantidade de cada torre considerada na otimização.

4.1.3 Análise não linear geométrica

Como apresentado anteriormente, a influência da não linearidade geométrica foi avaliada sobre o resultado ótimo da otimização dimensional, de forma e topológica somente da maior torre. Todas as barras principais foram modeladas como elementos de pórtico espacial. Para efeito de comparação, somente as barras cuja relação solicitação por resistência é maior que 50% foram consideradas na avaliação dos resultados. Sendo assim, o maior acréscimo absoluto nos esforços internos ocorreu em uma das barras montantes mais inferiores da perna para o caso de carregamento de vento à 90°. Os esforços correspondentes à análise linear e não linear nesse montante foram iguais a -472,55 kN e -491,50 kN, respectivamente, o que corresponde a um acréscimo de 3,86% da solicitação. Por outro lado, a capacidade resistente de algumas das barras otimizadas por meio de uma análise linear pode ser insuficiente para suportar os esforços oriundos da análise não linear. Neste sentido, o esforço interno em duas barras diagonais do corpo básico inferior ultrapassou a capacidade resistente (Figura 37). Esta violação, porém, foi inferior a 1% (0,23% e 0,70%).



Figura 37 – Barras penalizadas após análise não linear geométrica da solução ótima da maior estrutura da família de dez torres

Embora a capacidade resistente seja ultrapassada em algumas barras, a diferença entre os esforços internos obtidos por uma análise linear e outra não linear geométrica em geral é pouco significativa. Uma avaliação visual do comportamento da torre pode ser obtida por meio da análise da estrutura deslocada. Neste sentido, a Figura 38 apresenta a deformada para a combinação de ação de vento à 90°. Em ambas as análises o deslocamento máximo na direção transversal no topo da torre foi de aproximadamente 60 cm para essa combinação. O fator de ampliação dos deslocamentos aplicado nessa figura corresponde a dez vezes.



Tridimensional

Transversal

Figura 38 – Deformada da solução ótima da maior estrutura da família de dez torres para a combinação de ação de vento à 90°

4.2 Família de oito torres

O segundo exemplo também se refere a uma família de torres de suspensão troncopiramidais de 230 kV, porém de circuito simples. Este projeto é composto por estruturas de corpo básico de 22,4 m de altura, extensões de 6, 12 e 18 m e pernas de 1,5 e 7,5 m. A combinação destes componentes resulta em oito diferentes torres, as quais estão apresentadas na Tabela 9. Os detalhes de projeto são ilustrados nas Figuras 39 e 40.

Tabela9 – Altura de cada estrutura que compõe a família de oito torres, em m

Torre	H_{CB}	H_{EXT}	H_P	H_t
EXT0 P1	$22,\!4$	-	1,5	$23,\!9$
EXT0 P7	$22,\!4$	-	7,5	$29,\!9$
EXT6 P1	$22,\!4$	6,0	1,5	$29,\!9$
EXT6 P7	$22,\!4$	6,0	7,5	$35,\!9$
EXT12 P1	$22,\!4$	$12,\!0$	1,5	$35,\!9$
EXT12 P7	$22,\!4$	$12,\!0$	7,5	$41,\!9$
EXT18 P1	$22,\!4$	18,0	1,5	$41,\!9$
EXT18 P7	$22,\!4$	18,0	7,5	$47,\!9$



Figura 39 – Detalhamento da família de oito torres, em mm - vistas transversal (esquerda) e longitudinal (direita)

Fonte: adaptado de COPEL (2019)



Figura 40 – Demais elementos do detalhamento da família de oito torres, em mm Fonte: adaptado de COPEL (2019)

Dentre as principais características geométricas e topológicas que podem ser observadas no detalhamento destaca-se a base quadrada das torres, o padrão de treliçamento do corpo básico inferior defasado sem barras redundantes e a disposição dos cabos condutores em forma de triângulo retângulo. Na Figura 41 são apresentadas as vistas nais de todas as oito torres.



Figura 41 – Torres da família: (a) EXT0 P1, (b) EXT0 P7, (c) EXT6 P1, (d) EXT6 P7, (e) EXT12 P1, (f) EXT12 P7, (g) EXT18 P1 e (h) EXT18 P7

Quanto ao projeto estrutural as barras possuem perfil cantoneira de abas iguais de aço ASTM A572 Gr 50. A Tabela 10 apresenta uma relação dos perfis comercialmente disponíveis que foram considerados neste problema. Quanto às ligações, os parafusos são do

tipo M12, classe 5.8. Assim como no problema anterior, foi considerada preferencialmente a disposição dos parafusos em zigue-zague.

Perfil (mm)	Área (cm^2)	Perfil (mm)	Área (cm^2)
L40x40x3	$2,\!35$	L75x75x6	8,75
L45x45x3	$2,\!66$	L80x80x5	7,75
L45x45x4	$3,\!49$	L80x80x6	9,24
L50x50x3	2,96	L90x90x6	$10,\!60$
L50x50x4	$3,\!89$	L90x90x7	$12,\!10$
L60x60x4	4,71	L100x100x6	$11,\!64$
L60x60x5	$5,\!82$	L100x100x7	13,70
L65x65x4	$5,\!13$	L100x100x8	$17,\!20$
L65x65x5	6,31	L127x127x6,35	15,73
L75x75x5	7,36	L127x127x7,94	19,50

Tabela 10 – Perfis considerados na otimização da família de oito torres

Ao total foram admitidas catorze combinações de ações no problema de otimização, as quais incluem verificações de condições de vento extremo com incidência transversal, longitudinal e à 75° em relação à direção da LT, de ruptura de cabos condutores e para-raios, de construção e montagem, e de contenção do efeito cascata (Figuras 42 e 43).

Como no problema anterior, a consideração do peso de chapas, parafusos e galvanização foi feita por meio da adição de 20% da massa da torre, conforme considerado usualmente em projetos. Com relação à atuação do vento, seus esforços foram calculados segundo às prescrições da norma IEC 60826 (2003). A pressão do vento na região de implantação da LT possui intensidade de 868,942 N/m² e o terreno apresenta rugosidade 2.

Neste problema também foi adotado o método dos elementos finitos no processo de análise da estrutura, na qual todas as barras principais foram modeladas como elementos de pórtico espacial e foi considerada uma análise linear elástica para a determinação dos seus esforços internos. Os quatro pontos de apoio no solo foram considerados como engastados.

Quanto ao dimensionamento das barras principais e redundantes, foram adotados os critérios do projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003) e as restrições foram aplicadas de maneira similar ao problema anterior. Ademais, foi empregado também o controle das seções transversais das barras montantes, dos ângulos entre as barras diagonais e montantes das pernas nas faces longitudinal e transversal e dos ângulos das camadas do corpo básico inferior. Os mesmos fatores de penalização foram utilizados a este problema.



Figura 42 – Combinações de ações consideradas para a família de oito torres, em kN (1)



Figura 43 – Combinações de ações consideradas para a família de oito torres, em kN (2)

Assim como no exemplo anterior, nos processos de otimização da família a função objetivo corresponde ao somatório simples da massa de cada torre. O algoritmo de otimização BSA também foi utilizado neste problema, sendo m_r igual a 1 e t_{pop} com 36 indivíduos. Foram realizados 8000 ciclos nos procedimentos de otimização da maior torre e de otimização dimensional da família, que totalizam 288000 avaliações da função objetivo. No procedimento direto de otimização dimensional, de forma e topológica da família também foram executados 8000 ciclos para cada rodada independente, enquanto que no procedimento indireto foram realizados 5000 ciclos adicionais em relação à primeira etapa, correspondente à otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre. Neste caso, foram executadas ao total 216000 avaliações equivalentes da função objetivo. Os resultados alcançados pela otimização dimensional, de forma e topológica foram comparados com as soluções ótimas obtidas pela otimização dimensional. Esta análise permite avaliar a influência das variáveis de forma e topológicas na busca por torres de menor massa.

Com relação à análise não linear, também foi conduzida na melhor solução obtida na otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre da família. Foi utilizado o mesmo fator de carga que o problema anterior, igual a 0,1.

4.2.1 Otimização dimensional

Na otimização dimensional da família as áreas das seções transversais das barras principais do corpo básico, das extensões e das pernas foram adotadas como variáveis de projeto. Por questões práticas essas barras foram agrupadas conforme Figuras 39 e 40. Para os grupos denominados "TP1/2", referente às barras superiores dos para-raios, "DE10aL", "DE10aT", "DE8aL", "DE8aT", "DE5aL", "DE5aT", "DE3aL" e "DE3aT", pertencentes às diagonais internas dos adaptadores das extensões, foi fixado perfil cantoneira de abas duplas 2L75x75x6 de área 17,5 cm². Desta maneira, foram consideradas 83 variáveis dimensionais, dentre as quais 43 se referem aos grupos de barras do corpo básico, 3 a ambas pernas de 1,5 e 7,5 m, e 7, 10 e 17 às extensões de 6, 12 e 18 m, respectivamente. Sendo assim, o vetor de variáveis pode ser representado por

 $\mathbf{x} = \{\mathbf{a_{CB}}, \mathbf{a_{P1}}, \mathbf{a_{P7}}, \mathbf{a_{EXT6}}, \mathbf{a_{EXT12}}, \mathbf{a_{EXT18}}\}, \text{ em que } \mathbf{a_{CB}} = \{a_{CB_1}, \dots, a_{CB_{43}}\}, \mathbf{a_{P1}} = \{a_{P1_1}, \dots, a_{P1_3}\}, \mathbf{a_{P7}} = \{a_{P7_1}, \dots, a_{P7_3}\}, \mathbf{a_{EXT6}} = \{a_{EXT6_1}, \dots, a_{EXT6_7}\}, \mathbf{a_{EXT12}} = \{a_{EXT12_1}, \dots, a_{EXT12_{10}}\} \in \mathbf{a_{EXT18}} = \{a_{EXT18_1}, \dots, a_{EXT18_{17}}\}.$

Em um primeiro momento, foi executada a otimização dimensional somente da maior torre da família, que se refere ao suporte "EXT18 P7" de 47,9 m apresentado na Tabela 9. Os valores de penalização foram adaptados a este problema reduzido de maneira a permitir que o algoritmo atinja convergência. Ao total foram realizadas dez rodadas independentes, sendo que a solução ótima encontrada resultou em uma estrutura com massa igual a 7230 kg. A média e o desvio padrão foram de 7240 kg e 32,71 kg, respectivamente.

Já na otimização dimensional da família foram realizadas cinco rodadas independentes. A melhor solução encontrada resultou em um somatório de massas das torres da família igual a 38041 kg, sendo que a massa do suporte "EXT18 P7" corresponde a 7325 kg. Este valor supera a mínima obtida pela otimização dimensional somente desta torre. Isto ocorre por conta da envoltória de esforços entre as torres quando envolvido o conceito de família. A média das rodadas foi de 38308 kg e o desvio padrão de 293,36 kg. Os resultados de perfis e quantidade de parafusos nas ligações referentes à melhor solução obtida estão apresentados na Tabela 17 do Apêndice C.

4.2.2 Otimização dimensional, de forma e topológica

Neste procedimento as otimizações dimensional, de forma e topológica são realizadas simultaneamente. Com relação às variáveis de forma, foram consideradas variáveis discretas, arredondadas para centímetros, as quais estão ilustradas na Figura 44. A primeira variação geométrica é compreendida por duas variáveis que regulam as aberturas longitudinal e transversal da base, denominadas de ξ_1 e ξ_2 , respectivamente. Estes dois parâmetros se referem diretamente à maior torre da família, sendo que as aberturas das outras torres são obtidas por semelhança de triângulos. A segunda variação, representada pelas variáveis ξ_3 a ξ_{19} , controla as alturas das camadas do corpo básico inferior. Por fim, as variáveis ξ_{20} , ξ_{21} , ξ_{22} e ξ_{23} definem a terceira e a quarta variação geométrica e se referem às aberturas inferiores e superiores da cabeça nas faces longitudinal e transversal. As variáveis ξ_{20} e ξ_{21} indicam a diferença entre essas aberturas inferiores e superiores. Logo, quando esses dois valores são iguais a zero as barras montantes da cabeça são verticais.

Os limites mínimo e máximo das variações 1, 3 e 4 de forma são, respectivamente, [-1,75; 0] m, [0; 0,10] m e [-0,20; 0] m. Estes valores foram definidos de maneira a respeitar as distâncias elétricas de projeto (Figura 45). Já para a variação 2 os limites das variáveis ξ_3 a ξ_{10} são [-0,30; 0,30] m e de ξ_{11} a ξ_{19} são [-0,25; 0,25] m, de forma a evitar a sobreposição dos nós das camadas.



Figura 44 – Variáveis geométrica da família de oito torres



Figura 45 – Distâncias elétricas do projeto da família de oito torres, em mm

Quanto à otimização topológica, este procedimento foi realizado segundo a metodologia desenvolvida por Souza *et al.* (2016), no qual foram definidas *templates* para o corpo básico inferior e extensões. Em relação ao corpo básico inferior, foram implementadas três variáveis topológicas τ_1 , $\tau_2 \in \tau_3$, referentes à escolha do padrão de treliçamento, número de camadas e disposição de barras redundantes, respectivamente. Portanto, o processo de construção dessas *templates* pode ser divido em três estágios (Figura 46). No primeiro estágio o algoritmo define, por meio da variável τ_1 , o padrão de treliçamento como contínuo (0) ou defasado (1). No estágio seguinte, τ_2 pode informar o valor de 5 ou 6 camadas quando o treliçamento for contínuo e 7 ou 8 camadas quando for defasado. Por último, no terceiro estágio τ_3 controla as configurações de redundantes, em que para treliçamento contínuo defasado 0 indica a ausência de redundantes contínuas e 1 defasadas, e para treliçamento defasado 0 indica a ausência de redundantes e 1 a adoção dessas barras. Diferentemente de Souza (2016), as terminações inferiores e superiores foram fixadas para cada possibilidade de *template*, conforme observado na Figura 46.

Quanto às extensões, foi definida uma variável topológica denominada de τ_4 , responsável por alterar o padrão estrutural dessas componentes. Ao total, além das extensões originais, foram definidas outras quatro *templates* possíveis, sendo o limite mínimo e máximo correspondente a [0; 4], sendo que τ_4 igual a 0 corresponde à topologia da torre inicial. As Figuras 47 e 48 apresentam os detalhes das opções adicionadas ao problema. A diferença entre estas topologias ocorre pelas variadas composições estruturais das barras principais e disposições das barras redundantes, que foram definidas previamente por uma análise sobre projetos similares de torres de LTs. As *templates* também se diferenciam pela altura de cada parte da extensão. Estas alturas foram estabelecidas por meio de uma análise sobre a otimização dimensional e de forma da maior torre, na qual fixou-se a extensão e suas alturas foram definidas como variáveis de projeto.

Padrão de treliçamento ${\cal T}_1$	Número de camadas ${\cal T}_2$	$\begin{array}{c} \text{Barras} \\ \text{redundantes} \\ \mathcal{T}_3 \end{array}$		Template
	5 camadas	Red. contínuas (0)	\longrightarrow	
Contínuo	(-1)	Red. defasadas (1)	\longrightarrow	
(0)	6 camadas	Red. contínuas (0)	\longrightarrow	
	(0)	Red. defasadas (1)	\longrightarrow	
Defasado (1)	7 camadas (-1)	Sem redundantes (0)	\longrightarrow	
		Com redundantes (1)	\longrightarrow	
	8 camadas	Sem redundantes (0)	\longrightarrow	
	(0)	Com redundantes (1)	\longrightarrow	

Figura 46 – $T\!emplates$ do corpo básico inferior para a família de oito torres



Figura 47 – Templates das extensões para a família de oito torres



Figura 48 – Vistas e cortes das templates das extensões para a família de oito torres

Assim como no procedimento anterior de otimização, foi realizada inicialmente a otimização dimensional, de forma e topológica individual da maior estrutura que integra a família de oito torres. A massa do suporte "EXT18 P7" referente à melhor solução obtida

após dez rodadas independentes é de 6535 kg. Este valor aponta uma redução de 9,61% em relação ao melhor resultado da correspondente otimização dimensional. A média entre as soluções foi de 6622 kg e o desvio padrão igual a 103,48 kg. As curvas de convergência de ambos os procedimentos de otimização estão representadas no gráfico da Figura 49.



Figura 49 – Curvas de convergência da otimização da maior estrutura da família de oito torres

A partir dos resultados ótimos referentes à maior torre, realiza-se então a otimização indireta da família, na qual as variáveis ótimas de topologia são fixadas e as variáveis dimensionais e de forma são usadas para definição do ponto de partida desse novo procedimento de otimização. Após a realização de cinco rodadas independentes da otimização indireta, as quais foram estabelecidas a partir dos cinco melhores resultados da otimização da maior torre, a solução ótima encontrada para o somatório de massas da família foi de 35323 kg. Um resumo dos resultados das variáveis de projeto está apresentado nas Tabelas 18, do Apêndice C, e 11. A média das rodadas foi igual a 35867 kg, enquanto que o desvio padrão foi de 363,99 kg.

Var. de forma	Valor (m)	Var. de forma	Valor (m)	
Variaçã	io 1	ξ_{15}	0,24	
ξ_1	-0,80	ξ_{16}	$0,\!04$	
ξ_2	-0,76	ξ_{17}	$0,\!24$	
Variaçã	io 2	ξ_{18}	$0,\!14$	
ξ_3	-0,02	ξ_{19}	$0,\!12$	
ξ_4	-0,14	Variação 3		
ξ_5	-0,09	ξ_{20}	0,02	
ξ_6	-0,06	ξ_{21}	$0,\!08$	
ξ_7	0,01	Variação 4		
ξ_8	$0,\!12$	ξ_{22}	-0,11	
ξ_9	0,07	ξ_{23}	-0,09	
ξ_{10}	$0,\!05$	Var. topológica	Valor	
ξ_{11}	0,01	$ au_1$	1	
ξ_{12}	0,03	$ au_2$	0	
ξ_{13}	0,09	$ au_3$	0	
ξ_{14}	0	$ au_4$	2	

Tabela 11 – Variáveis de forma e topológicas da melhor solução encontrada na otimização dimensional, de forma e topológica da família de oito torres

Como no problema anterior, também foi realizada a otimização direta dimensional, de forma e topológica da família. Um comparativo entre os procedimentos de otimização é levantado na Tabela 12, sendo que A corresponde à otimização dimensional, e B aos dois métodos de otimização dimensional, de forma e topológica. Na máquina de mesmas configurações que no primeiro estudo de caso o custo computacional envolvido na otimização direta foi em torno de 18,5 h, enquanto que na indireta foi em torno de 14 h ao total. Em geral, os resultados obtidos pelo método indireto foram mais promissores e a um menor custo computacional.

Tabela 12 – Resultados finais de massa, em kg, na otimização da família de oito torres

	4	D	(1	D /!	1
	А	В ((direta)	В (1	ndireta)
	w_{torre}	w_{torre}	% redução	w_{torre}	% redução
EXT0 P1	2356	2275	$3,\!44$	2200	$6,\!61$
EXT0 P7	3467	3372	2,71	3286	$5,\!21$
EXT6 P1	3513	3420	$2,\!63$	3317	$5,\!58$
EXT6 P7	4623	4517	$2,\!28$	4402	4,77
EXT12 P1	4718	4442	$5,\!84$	4398	$6,\!80$
EXT $12 P7$	5829	5540	4,96	5483	$5,\!92$
EXT18 P1	6213	5616	$9,\!60$	5576	$10,\!25$
EXT $18 P7$	7323	6714	8,32	6661	9,04
w_{min}	38041	35897	$5,\!63$	35323	$7,\!14$
μ	38308	36162	$5,\!60$	35867	$6,\!37$
σ	$293,\!36$	$157,\!22$	-	$363,\!99$	-

A respeito da Tabela 12, a redução do somatório das massas na otimização indireta foi de 7,14%, ou 2718 kg. Este percentual pode variar de acordo com a quantidade de cada torre considerada no problema. Neste sentido, destaca-se que a solução ótima é dependente deste quantitativo, visto que um resultado ótimo de família pode apresentar uma torre mais leve em comparação à mesma torre de outra solução, e vice-versa. Quando analisada somente a maior torre a redução corresponde a 9,04%, ou 662 kg. A Figura 50 mostra o comportamento das curvas de convergência obtidas por todas as otimizações da família.



Figura 50 – Curvas de convergência da otimização da família de oito torres

O detalhamento final da melhor solução dimensional, de forma e topológica encontrada para a família é apresentado nas Figuras 51 e 52. As barras redundantes sem indicação possuem perfil L40x40x3. Quanto aos aspectos geométricos das torres, percebe-se que a melhor solução encontrada é mais estreita, porém manteve uma proporção de aberturas longitudinal e transversal quase quadrada. Já em relação à topologia, pode-se destacar o fato de que o padrão de treliçamento do corpo básico inferior se manteve defasado, com o mesmo número de camadas e sem barras redundantes, similar à solução original. Por outro lado, foi alterada a topologia referente às extensões, sendo que a nova configuração possui menos barras principais e a disposição dos membros redundantes é defasada.



Figura 51 – Detalhamento da família de oito torres otimizada - vistas transversal (esquerda) e longitudinal (direita)



Figura 52 – Demais elementos do detalhamento da família de oito torres otimizada

A Tabela 13 apresenta os percentuais de ganho em massa de cada componente da família obtidos por meio das otimizações direta e indireta em relação à melhor solução encontrada após a otimização dimensional. O menor somatório de massas dos componentes é resultante também da otimização indireta, igual a 10181 kg. A maior redução de massa em valor absoluto dentre todas as partes da família se refere à extensão de 18 m, igual a 482 kg, ou 12,48%. A Tabela 13 demonstra os ganhos da otimização dimensional, de forma e topológica em relação à otimização dimensional da família e reforça a importância da consideração da quantidade de cada torre na otimização.

	А	В	(direta)	B (indireta)	
	w_{parte}	w_{parte}	% redução	w_{parte}	% redução
CB	2120	2066	2,55	1995	5,92
P1	236	209	$11,\!46$	206	$12,\!81$
P7	1346	1306	2,98	1291	4,08
EXT6	1157	1145	$0,\!99$	1116	$3,\!48$
EXT12	2362	2167	$8,\!25$	2197	$6,\!98$
EXT18	3857	3341	$13,\!36$	3375	$12,\!48$
w_{min}	11077	10235	$7,\!61$	10181	8,10
μ	11161	10324	$7,\!50$	10289	$7,\!81$
σ	$72,\!83$	$53,\!01$	-	$92,\!01$	-

Tabela 13 – Comparativo entre as massas, em kg, de cada componente das soluções ótimas encontradas para a família de oito torres

4.2.3 Análise não linear geométrica

Assim como no problema anterior, a influência da não linearidade geométrica foi avaliada sobre o resultado ótimo da otimização dimensional, de forma e topológica somente da maior torre. Todas as barras principais foram modeladas como elementos de pórtico espacial. Para efeito de comparação, somente as barras cuja relação solicitação por resistência é maior que 50% foram consideradas na avaliação dos resultados.

O maior acréscimo absoluto nos esforços internos ocorreu em uma das barras montantes da perna para o caso de carregamento de vento à 90°. Os esforços correspondentes à análise linear e não linear nesse montante foram iguais a -305,92 kN e -323,59 kN, respectivamente, o que corresponde a um acréscimo de 5,46% da solicitação. Por outro lado, o esforço interno ultrapassou a capacidade resistente em quatro barras do corpo básico inferior (Figura 53), sendo três diagonais, cuja maior violação foi de aproximadamente 5%, e um montante, na qual o esforço ultrapassou em 0,30% a resistência da barra.

Novamente, a diferença entre os esforços internos obtidos pela análise linear e pela não linear geométrica em geral é pouco significativa, embora a capacidade resistente de algumas barras sejam ultrapassadas. Contudo, deve-se dar atenção ao fato de que uma das barras cuja solicitação foi maior que sua capacidade resistente corresponde a um montante. Uma avaliação visual do comportamento da torre pode ser feita por meio da análise da estrutura deslocada. Neste sentido, a Figura 54 apresenta a deformada obtida para a combinação de ação de vento à 90°. Em ambas as análises o deslocamento máximo na direção transversal no topo da torre foi de aproximadamente 46 cm para essa combinação. O fator de ampliação dos deslocamentos aplicado nessa figura é de dez vezes.


Figura 53 – Barras penalizadas após análise não linear geométrica da solução ótima da maior estrutura da família de oito torres



Figura 54 – Deformada da solução ótima da maior estrutura da família de oito torres para a combinação de ação de vento à 90°

5 Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvida uma formulação para a otimização dimensional, de forma e topológica de famílias de torres de linhas de transmissão de energia. Foram analisados dois projetos reais de suportes autoportantes de suspensão tronco-piramidais, ambos de LTs de 230 kV. O primeiro se refere a uma família de dez torres de circuito duplo, composta de uma estrutura de corpo básico de 28 m de altura, extensões de 6, 12, 18 e 24 m e pernas de 1,5 e 9 m. Para este caso foram consideradas onze combinações de ações. No segundo problema foi feita a otimização de uma família de oito torres de circuito simples, composta por um corpo básico de 22,4 m de altura, extensões de 6, 12 e 18 m e pernas de 1,5 e 7,5 m. Neste caso foram consideradas catorze combinações de ações.

Em ambos os problemas foram incluídas hipóteses de vento extremo, de ruptura de cabos condutor e para-raios, de construção e montagem e de contenção cascata. Na etapa de análise estrutural durante o procedimento de otimização foi considerada uma análise elástica linear para obtenção dos esforços internos e deslocamentos nodais, e todas as barras foram modeladas por elementos de pórtico espacial. O dimensionamento das barras principais, redundantes e ligações parafusadas foi realizado segundo as restrições do projeto de norma ABNT NBR 8850 (2003). Também foram consideradas verificações adicionais relacionadas às seções transversais dos montantes e aos ângulos das pernas e camadas de diagonais do corpo básico inferior.

A função objetivo adotada nos estudos de caso corresponde ao somatório simples da massa de cada combinação de torres da família. Os resultados da otimização dimensional, de forma e topológica nos dois problemas mostram que a busca por soluções ótimas de uma família pode gerar configurações com significativa redução em massa. Quanto ao primeiro problema, a otimização com todas as variáveis envolvidas foi capaz de produzir uma redução de até 16,89%, ou 16156 kg, em relação ao resultado da melhor solução da otimização simplesmente dimensional. Já no segundo problema, esta redução foi de até 7,14%, ou 2718 kg. As tabelas comparativas de resultados de massa de cada torre e de cada subestrutura mostram a importância de se considerar o quantitativo de torres de uma LT na otimização da família.

Por outro lado, a otimização de famílias de torres envolve um alto custo computacional. Neste caso, o emprego de técnicas de paralelização foi extremamente necessária para a redução do tempo de processamento em cada rodada independente. Além disso, foi introduzido o conceito de otimização indireta, que se refere à otimização dimensional, de forma e topológica da família realizada em duas etapas. A primeira etapa corresponde à otimização completa da maior torre. Já a segunda etapa se refere à otimização dimensional e de forma da família de suportes. A comparação entre os resultados obtidos neste procedimento com as soluções encontradas por uma otimização completa convencional (direta) mostrou a eficiência da alternativa proposta. A otimização indireta foi capaz de produzir configurações estruturais de menor massa e a um menor custo computacional em comparação à otimização direta.

Por fim, as soluções ótimas obtidas na etapa de otimização dimensional, de forma e topológica da maior torre de cada família foram avaliadas por uma análise não linear geométrica. Em ambos os problemas os resultados indicaram que, para a maioria das barras, as diferenças de esforços obtidos por essa análise é pouco significativa em comparação à análise linear. Entretanto, na análise não linear a solicitação em algumas barras ultrapassou a capacidade resistente em até 5%. Esta situação pode ser considerada e avaliada em um procedimento de otimização.

5.1 Recomendações para trabalhos futuros

Embora o procedimento de otimização de famílias de torres apresentado neste trabalho tenha gerado resultados promissores, podem ainda ser sugeridos estudos para enriquecer o debate e a pesquisa nesta área, a citar:

- Implementação de uma metodologia para criação automática de *templates* de extensões e pernas, empregadas como variáveis topológicas;
- Estudo do real impacto da consideração do quantitativo de torres em uma LT no procedimento de otimização de famílias de torres;
- Estudo e emprego de novas técnicas de redução do custo computacional envolvido na otimização de famílias de torres.
- Incorporação da análise dos efeitos da não linearidade geométrica durante o procedimento de otimização.

Referências

ACHTZIGER, W. On simultaneous optimization of truss geometry and topology. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer Science and Business Media LLC, v. 33, n. 4-5, p. 285–304, jan 2007.

AHRARI, A.; ATAI, A. A.; DEB, K. Simultaneous topology, shape and size optimization of truss structures by fully stressed design based on evolution strategy. *Engineering Optimization*, Informa UK Limited, v. 47, n. 8, p. 1063–1084, aug 2014.

AL-BERMANI, F.; KITIPORNCHAI, S. Nonlinear finite element analysis of latticed transmission towers. *Engineering Structures*, Elsevier BV, v. 15, n. 4, p. 259–269, jul 1993.

ANSYS Mechanical APDL. Mechanical applications theory reference. *ANSYS Release*, v. 13, 2010.

ARORA, J. S. Introduction to optimum design. 3. ed. Iowa City: Academic Press, 2004. 880 p.

ASCE. ASCE Guidelines Guidelines for Electrical Transmission Line Structural Loading. [S.I.]: ASCE, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5422*: Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Rio de Janeiro, 1985. 57 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6123*: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988. 66 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8850*: Execução de suportes metálicos treliçados para linhas de transmissão - procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 35 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800*: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

AZEVEDO Álvaro F. M. *Método dos Elementos Finitos.* 1. ed. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 453 p.

BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier BV, v. 71, n. 2, p. 197–224, nov 1988.

CARVALHO, M. F. M. S. de. Formulação corrotacional para análise de vigas com elementos finitos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Nova de Lisboa, 2010.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. Introduction to Finite Elements in Engineering. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 453 p.

CHAVES, R. A. Fundações de torres de linhas de transmissão e de telecomunicação. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2004. CIVICIOGLU, P. Backtracking search optimization algorithm for numerical optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier BV, v. 219, n. 15, p. 8121–8144, abr 2013.

COMPANHIA PARANAENSE DE ENERGIA ELÉTRICA. Acervo. [S.I.], 2019.

COUCEIRO, I.; PARÍS, J.; MARTÍNEZ, S.; COLOMINAS, I.; NAVARRINA, F.; CAS-TELEIRO, M. Structural optimization of lattice steel transmission towers. *Engineering Structures*, Elsevier BV, v. 117, p. 274–286, jun 2016.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 26, n. 1, p. 29–41, 1996.

ESPOSITO, A. Programação paralela e sequencial aplicada à otimização de estruturas metálicas com o algoritmo PSO. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2012.

FANG, S.-J.; ROY, S.; KRAMER, J. Transmission structures. In: WAI-FAH, C. (Ed.). *Structural Engineering Handbook*. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999. cap. 15.

GOLDBERG, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 1989.

GOMES, W. J. de S.; BECK, A. T. Global structural optimization considering expected consequences of failure and using ann surrogates. *Computers & Structures*, Elsevier BV, v. 126, p. 56–68, set 2013.

GONÇALVES, M. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. Search group algorithm: A new metaheuristic method for the optimization of truss structures. *Computers & Structures*, Elsevier BV, v. 153, p. 165–184, jun 2015.

GONTIJO, C. R. Contribuição à análise e projeto de torres autoportantes de linhas de transmissão. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 1994.

GUO, H. Y.; LI, Z. L. Structural topology optimization of high-voltage transmission tower with discrete variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer Nature, v. 43, n. 6, p. 851–861, jun. 2011.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMISSION. *IEC 60826*: Design criteria of overhead transmission lines. Genebra, 2003. 243 p.

JALILI, S.; KASHAN, A. H. Optimum discrete design of steel tower structures using optics inspired optimization method. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, Wiley, v. 27, n. 9, p. e1466, fev 2018.

KAMINSKI-JR, J. Incertezas de modelo na análise de torres metálicas treliçadas de linhas de transmissão. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

KAVEH, A.; AHMADI, B. Sizing, geometry and topology optimization of trusses using force method and supervised charged system search. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 50, n. 3, p. 365–382, maio 2014.

KAVEH, A.; GHOLIPOUR, Y.; RAHAMI, H. Optimal design of transmission towers using genetic algorithm and neural networks. *International Journal of Space Structures*, SAGE Publications, v. 23, n. 1, p. 1–19, abr 2008.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *Proceedings of ICNN'95* - *International Conference on Neural Networks*. [S.I.]: IEEE.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, American Association for the Advancement of Science (AAAS), v. 220, n. 4598, p. 671–680, may 1983.

LABEGALINI, P. R.; LABEGALINI, J. A.; FUCHS, R. D.; ALMEIDA, M. T. de. *Projetos mecânicos das linhas aéreas de transmissão*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1992. 528 p.

MATHAKARI, S.; GARDONI, P.; AGARWAL, P.; RAICH, A.; HAUKAAS, T. Reliabilitybased optimal design of electrical transmission towers using multi-objective genetic algorithms. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Wiley, v. 22, n. 4, p. 282–292, mai 2007.

MATLAB. version 9.2.0 (R2017a). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2017.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. Matrix Structural Analysis, Second Edition. 2. ed. [S.l.: s.n.], 1999.

MEZURA-MONTES, E.; COELLO, C. A. C. Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: past, present and future. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier BV, v. 1, n. 4, p. 173–194, dez 2011.

MIGUEL, L. F. F.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. Multimodal size, shape, and topology optimisation of truss structures using the firefly algorithm. *Advances in Engineering Software*, Elsevier BV, v. 56, p. 23–37, feb 2013.

NATARAJAN, K.; SANTHAKUMAR, A. R. Reliability-based optimization of transmission line towers. *Computers & Structures*, Elsevier BV, v. 55, n. 3, p. 387–403, mai 1995.

NOILUBLAO, N.; BUREERAT, S. Simultaneous topology, shape and sizing optimisation of a three-dimensional slender truss tower using multiobjective evolutionary algorithms. *Computers & Structures*, Elsevier BV, v. 89, n. 23-24, p. 2531–2538, dez 2011.

ONS. 2019. Disponível em: http://www.ons.org.br/PublishingImages/paginas/setembro2019_Mapa%20Sistema%20de%20Transmissao.jpg.

PARÍS, J.; MARTÍNEZ, S.; NAVARRINA, F.; COLOMINAS, I.; CASTELEIRO, M. Structural optimization of high tension towers. In: 2nd International Conference on Engineering Optimization. Lisboa, Portugal: [s.n.], 2010.

PARÍS, J.; MARTÍNEZ, S.; NAVARRINA, F.; COLOMINAS, I.; CASTELEIRO, M. Structural optimization of high voltage transmission line towers considering continuum and discrete design variables. In: *Computer Aided Optimum Design in Engineering XII*. Southampton: WIT Press, 2012. v. 125, p. 59.

PEDRO, R. L. *Optimization of steel-concrete composite I-girder bridges*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

RAO, S. S. Engineering optimization: theory and practice. 4. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons inc, 2009. 813 p.

ROMAN, R. R. Simulação numérica de ensaio de protótipo em torres de linha de transmissão. Dissertação (Mestrado), 2019.

SHEA, K.; SMITH, I. F. C. Improving full-scale transmission tower design through topology and shape optimization. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers (ASCE), v. 132, n. 5, p. 781–790, mai 2006.

SINGH, K. de S. Análise estática de torres metálicas treliçadas autoportantes para linhas de transmissão. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

SOUZA, R. R. de. A procedure for the size, shape and topology optimization of transmission line towers. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2016.

SOUZA, R. R. de; MIGUEL, L. F. F.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F.; TORII, A. J. A procedure for the size, shape and topology optimization of transmission line tower structures. *Engineering Structures*, Elsevier BV, v. 111, p. 162–184, mar 2016.

STRAMANDINOLI, S. B. Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

TANIWAKI, K.; OHKUBO, S. Optimal synthesis method for transmission tower truss structures subjected to static and seismic loads. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer Nature, v. 26, n. 6, p. 441–454, abr 2004.

TORT, C.; ŞAHIN, S.; HASANÇEBI, O. Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER. *Computers & Structures*, Elsevier BV, v. 179, p. 75–94, jan 2017.

YANG, X.-S. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. 2. ed. Frome: Luniver Press, 2010. 115 p.

YANG, Z.; TANG, K.; YAO, X. Large scale evolutionary optimization using cooperative coevolution. *Information Sciences*, Elsevier BV, v. 178, n. 15, p. 2985–2999, aug 2008.

Apêndices

APÊNDICE A – Cálculo do esforço devido ao vento segundo à norma IEC 60826 (2003)

No cálculo da força devido ao vento atuante na torre leva-se em consideração a direção de incidência desse vento e o carregamento deve ser aplicado no centro de gravidade de painéis de vento, definidos nas faces longitudinal e transversal da estrutura. A força é determinada por:

$$A_t = q_0 \left(1 + 0, 2 \operatorname{sen}^2 2\theta\right) \left(S_{t1} C_{xt1} \cos^2 \theta\right) + \left(S_{t2} C_{xt2} \operatorname{sen}^2 \theta\right) G_t$$
(A.1)

sendo A_t o esforço devido ao vento atuante na torre, q_0 a pressão dinâmica do vento de referência, θ o ângulo da direção de incidência do vento em relação à face transversal da torre, S_t as áreas totais projetadas normalmente nas faces 1 (painel longitudinal) e 2 (painel transversal), χ a taxa de solidez de um painel, C_{xt} os coeficientes de arrasto das faces para ventos a elas perpendiculares (Figura 55) e G_t o fator combinado de vento (Figura 56). A taxa χ equivale à relação da área projetada S_t sobre a área total circunscrita pelo painel.



Figura 55 – Coeficientes de arrasto $C_{xt1,2}$ para suportes treliçados compostos por membros de faces planas

Fonte: IEC 60826 (2003)



Figura 56 – Fator combinado de vento G_t aplicável a suportes e cadeias de isoladores Fonte: IEC 60826 (2003)

A pressão dinâmica do vento de referência pode ser obtida em função da velocidade básica do vento de referência e do fator de rugosidade do terreno. Sua determinação é expressa por:

$$q_0 = \frac{1}{2} \tau \,\mu \, \left(K_R \, V_{RB} \right)^2 \tag{A.2}$$

em que τ é o fator de correção da densidade, μ é a densidade do ar, K_R é o fator de rugosidade do terreno e V_{RB} é a velocidade básica do vento de referência. Quanto ao fator τ , seu valor deve ser adotado como diferente de 1 se as condições de temperatura e pressão forem significativamente divergentes de 15°C e 101,3 kPa, respectivamente. Para estas temperatura e pressão, μ é igual a 1,225 kg/m³. O fator de rugosidade K_R é definido de acordo com a categoria do terreno (Tabela 14).

Tabela 14 – Classificação de terrenos em categorias

Categoria	Características de rugosidade do terreno	K_R
А	Grandes extensões de água e áreas costeiras planas	1,08
В	Terrenos abertos com poucos obstáculos, como aeroportos ou plantações com poucas árvores ou construções	1,00
\mathbf{C}	Áreas urbanas ou terrenos com muitas árvores altas	$0,\!67$
	Fonte: IEC 60826 (2003)	

A velocidade básica do vento é obtida pela aferição estatística das velocidades de vento a 10 metros do chão para um tempo de integração de 10 minutos (geralmente em terrenos de categoria B). Em se tratando de obras realizadas no Brasil, a velocidade básica pode ser obtida através do mapa de isopletas, disponível na NBR 6123:1988. Este mapa apresenta os valores num tempo de integração de 3 segundos. Portanto, o uso da norma IEC exige a conversão dessa velocidade básica para um tempo de integração de 10 minutos.

Quanto à consideração do esforço de vento nos cabos, a intensidade deste carregamento está relacionada com os semivãos horizontais adjacentes à torre e ao ângulo de incidência do vento no cabo. Seu valor pode ser obtido por:

$$A_c = q_0 C_{xc} G_C G_L dL \operatorname{sen}^2 \Omega \tag{A.3}$$

onde A_c corresponde ao esforço de vento atuante no cabo, C_{xc} é o coeficiente de arrasto do condutor, G_C é o fator combinado de vento que depende da altura e da categoria do terreno (Figura 57), G_L é o fator de vão (Figura 58), d é o diâmetro do condutor, L é o vão horizontal da torre analisada ou a soma dos semivãos adjacentes (Figura 59) e Ω é o ângulo entre a direção da linha e a direção do vento.



Figura 57 – Fator combinado de vento G_C para condutores para diversas categorias de terrenos e alturas acima do solo

Fonte: IEC 60826 (2003)



Figura 58 – Fator de vão G_L

Fonte: IEC 60826 (2003)



Figura 59 – Vão de vento

Fonte: adaptado de Fang, Roy & Kramer (1999)

Por último, a consideração da ação do vento nos isoladores pode ser expressa por:

$$A_i = q_0 C_{xi} G_t S_i \tag{A.4}$$

em que A_i é a força devida ao vento atuante nos isoladores, C_{xi} é o coeficiente de arrasto dos isoladores, considerado igual a 1,2, e S_i é a área do isolador projetada num plano vertical paralelo ao eixo do isolador.

APÊNDICE B – Computação paralela

A otimização de problemas de engenharia pode ser uma operação que demanda um alto custo computacional, diante do amplo conjunto de dados a serem processados e face às inúmeras operações matemáticas realizadas na análise estrutural pelos métodos numéricos empregados. Dentre estes, um dos mais utilizados é o método dos elementos finitos. A complexidade da estrutura, o grau de discretização do modelo e o número de casos de carregamento, por exemplo, estão entre os principais fatores que influenciam o tempo de análise de uma estrutura por esse método.

Dentro deste contexto, a evolução dos computadores permitiu o desenvolvimento de plataformas multiprocessadas. O uso dos múltiplos processadores disponíveis em um computador é possibilitado inclusive por meio da paralelização, que permite executar diversas tarefas simultaneamente. A computação em paralelo, portanto, faz uma divisão do problema em tarefas menores, as quais são atribuídas aos diversos processadores e avaliadas simultaneamente. Por este motivo é recomendada quando o tempo de execução de um programa é elevado e quando estão sendo manuseados grandes conjuntos de dados.

Segundo Esposito (2012), para que seja possível transformar um código serial em paralelo, deve-se primeiro escolher uma rotina que permita sua execução em paralelo, depois otimizar o código sequencial e então realizar a paralelização. Visto que as rotinas de programação implementadas neste trabalho utilizam o ambiente MATLAB, são apresentados a seguir dois dos principais comandos de paralelização disponíveis neste *software*, o *parfor* e o *spmd*.

• Comando *parfor*

Por usar o conceito de paralelização, o comando *parfor* em geral fornece ganhos significativos de desempenho em comparação com o comando *for*. Como se pode analisar pela Figura 60, o processador mestre envia os dados aos escravos. Estes processadores, então, realizam as tarefas, geram os resultados e os encaminham novamente ao mestre, que continua a executar os demais comandos do código.

Cada avaliação do corpo do *parfor* corresponde a uma iteração. Neste caso, os processadores escravos executam essas iterações sem uma ordem particular e de forma independente. Por conta disto, não há garantia de que as iterações estejam sendo executadas de forma sincronizada. Se o número de escravos for igual à quantidade de repetições do comando, cada escravo é responsável por uma iteração. Se existirem mais iterações que número de escravos, alguns desses processadores realizarão mais de uma iteração. Neste caso, um escravo pode até receber mais iterações de uma só



vez a fim de reduzir o tempo de comunicação entre ele e o mestre.

Figura 60 – Estrutura do comando parfor do MATLAB

Fonte: adaptado de https://la.mathworks.com/help/stats/working-with-parfor.html

O uso do *parfor* deve ser considerado principalmente em dois casos. O primeiro se refere a quando o comando *for* estiver levando um tempo elevado para ser executado. Neste contexto os processadores escravos podem realizar as longas tarefas simultaneamente. O segundo caso surge quando há várias iterações para realizar um simples cálculo. O comando *parfor* divide essas iterações em grupos para que cada escravo execute uma parte delas.

• Comando spmd

A sigla SPMD significa *Single Program Multiple Data*, ou seja, um único programa e múltiplos dados. Por *Single Program* se entende que o mesmo código é avaliado em múltiplos processadores escravos nas regiões de atuação da função *spmd*, denominados de blocos. Já *Multiple Data* se relaciona ao fato de que cada escravo pode manusear diferentes dados do código. Assim, diversos conjuntos de dados podem ser operados por diferentes escravos.

Ao contrário da função *parfor*, o comando *spmd* permite que os diferentes processadores se comuniquem entre si, conforme Figura 61, em que n corresponde ao número de escravos responsáveis por determinado bloco de tarefas. Dessa forma, os processadores não trabalham de forma totalmente independente e são capazes de enviar e receber informações dos demais escravos. Esse comando, portanto, é apropriado quando a execução de um programa em múltiplos conjuntos de dados necessita da comunicação entre os processadores.



Figura 61 – Estrutura do comando spmd do MATLAB

Fonte: adaptado de Esposito (2012)

Diferentemente do *parfor*, no *spmd* cada processador escravo tem um índice que o identifica. Assim, permite que certos processadores sejam responsáveis por determinada parte do código com o propósito de acessar dados exclusivos. Além disso, o usuário tem a permissão de controlar diretamente as comunicações entre os escravos e de realizar a transferência de dados entre eles.

APÊNDICE C – Resultados das variáveis dimensionais para as soluções ótimas

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
	CB		D11L	L60x60x4	2
M10/11	L152x152x9.52	14	D10L	L50x50x4	1
M9/10	L152x152x9.52	12	D9L	L50x50x3	2
M6/8	L152x152x9.52	12	D8L	L50x50x3	2
M4/5	L152x152x9.52	12	D7L	L50x50x4	2
M1/3	L127x127x7.94	8	D6L	L45x45x3	2
TM3	L65x65x4	2	D12T	L50x50x3	1
TM2	L65x65x4	2	D11T	L60x60x4	1
TM1	L65x65x4	2	D10T	L50x50x3	1
TP	2L75x75x6	2	D9T	L45x45x3	1
PM3	L50x50x4	3	D8T	L40x40x3	2
PM2	L50x50x4	3	D7T	L50x50x3	2
PM1	L60x60x4	3	D6T	L45x45x3	2
PP	L90x90x7	3	Q'T3	L40x40x3	1
D'5	L40x40x3	2	Q'P2	L40x40x3	1
D'4a/e	L40x40x3	2	Q'T2	L40x40x3	1
D'3	L45x45x3	2	Q'P1	L40x40x3	1
D'2a/e	L45x45x3	3	Q'T1	L40x40x3	2
D'1	L45x45x3	2	Q'P3	L45x45x3	1
D5	L40x40x3	2	aL	L50x50x3	1
D4a/e	L50x50x3	3	QT3	L40x40x3	2
D3	L40x40x3	2	QP2	L45x45x3	2
D2a/e	L50x50x3	3	QT2	L40x40x3	2
D1	L40x40x3	2	QP1	L40x40x3	2
DM3	L40x40x3	2	QT1	L100x100x6	3
DM2	L40x40x3	2	QP3	L50x50x4	2
DM1	L40x40x3	1	aT	L50x50x3	1
М	L50x50x4	2	P1		
D12L	L50x50x3	2	MP	L152x152x9.52	16

Tabela 15 – Tabela de perfis e parafusos da melhor solução da otimização dimensional da família de dez torres

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP			
AT	L60x60x4	1	DE14dL	L50x50x3	1			
AL	L50x50x4	1	DE14dT	L45x45x3	1			
P9			EXT18					
MPb	L152x152x9.52	16	ME10/11	L152x152x9.52	16			
MPa	L152x152x9.52	16	ME9	L152x152x9.52	14			
F2L	L80x80x5	4	ME7/8	L152x152x9.52	14			
F2T	L75x75x5	3	DE10L	L75x75x5	1			
F1L	L60x60x4	3	DE9L	L60x60x4	1			
F1T	L60x60x4	3	DE8L	L60x60x4	1			
a/hT	L50x50x3	1	DE7L	L60x60x4	1			
a/hL	L45x45x3	1	DE10T	L80x80x5	1			
EXT6			DE9T	L50x50x4	1			
ME15/16	L152x152x9.52	14	DE8T	L75x75x5	1			
DE15L	L60x60x4	2	DE7T	L75x75x5	1			
DE15T	L50x50x4	1	DE11cL	L80x80x5	3			
DE16cL	L65x65x4	3	DE11cT	L75x75x5	2			
DE16cT	L60x60x4	2	DE11bL	L50x50x3	1			
DE16bL	L40x40x3	1	DE11bT	L60x60x4	1			
DE16bT	L45x45x3	1	DE11aL	2L75x75x6	1			
DE16aL	2L75x75x6	1	DE11aT	2L75x75x6	1			
DE16aT	2L75x75x6	1	DE11dL	L50x50x3	1			
DE16dL	L50x50x3	1	DE11dT	L45x45x3	1			
DE16dT	L45x45x3	1	EXT24					
EXT12			ME5/6	L152x152x9.52	16			
ME13/14	L152x152x9.52	14	ME4	L152x152x9.52	14			
ME12	L152x152x9.52	12	ME2/3	L152x152x9.52	14			
DE13L	L65x65x4	1	ME1	L152x152x9.52	14			
DE12L	L50x50x4	1	DE5L	L80x80x5	1			
DE13T	L75x75x5	1	DE4L	L60x60x4	2			
DE12T	L50x50x4	1	DE2L	L65x65x4	1			
DE14cL	L75x75x5	3	DE1L	L50x50x4	1			
DE14cT	L80x80x5	2	DE5T	L90x90x6	1			
DE14bL	L40x40x3	1	DE4T	L65x65x4	2			
DE14bT	L45x45x3	1	DE2T	L75x75x5	1			
DE14aL	2L75x75x6	1	DE1T	L50x50x4	1			
DE14aT	2L75x75x6	1	DE6cL	L80x80x6	3			

Tabela 15 – Continuação da página anterior

		nunuuş	uo uu puyin		
Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
DE3cL	L65x65x5	2	DE3aL	2L75x75x6	1
DE6cT	L80x80x6	2	DE6aT	2L75x75x6	1
DE3cT	L65x65x4	2	DE3aT	2L75x75x6	1
DE6bL	L60x60x4	1	DE6dL	L50x50x3	1
DE3bL	L40x40x3	1	DE3dL	L50x50x3	1
DE6bT	L65x65x4	1	DE6dT	L45x45x3	1
DE3bT	L45x45x3	1	DE3dT	L50x50x3	1
DE6aL	2L75x75x6	2			

Tabela 15 – Continuação da página anterior

Tabela 16 – Variáveis dimensionais da melhor solução encontrada na otimização dimensional, de forma e topológica da família de dez torres

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
	CB		D'2a/d	L40x40x3	2
M18/20	L127x127x7.94	12	D'1	L40x40x3	2
M13/17	L127x127x7.94	12	DM3	L40x40x3	1
M6/12	L127x127x7.94	12	DM2	L40x40x3	1
M4/5	L100x100x7	10	DM1	L40x40x3	1
M1/3	L65x65x5	6	М	L50x50x4	2
TM3	L65x65x4	2	D13T	L50x50x3	1
TM2	L65x65x4	2	D12T	L45x45x3	1
TM1	L60x60x4	2	D11T	L40x40x3	1
TP	2L75x75x6	2	D10T	L40x40x3	1
PM3	L50x50x3	3	D9T	L50x50x3	1
PM2	L50x50x3	3	D8T	L50x50x3	1
PM1	L50x50x3	3	D7T	L45x45x3	2
PP	L65x65x4	3	D6T	L40x40x3	2
D5	L45x45x3	2	D13L	L50x50x3	2
D4a/d	L40x40x3	2	D12L	L45x45x3	1
D3	L40x40x3	2	D11L	L40x40x3	1
D2a/d	L40x40x3	2	D10L	L40x40x3	1
D1	L40x40x3	1	D9L	L50x50x4	1
D'5	L45x45x3	2	D8L	L50x50x3	2
D'4a/d	L45x45x3	2	D7L	L50x50x3	2
D'3	L40x40x3	2	D6L	L45x45x3	2

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
	L40x40x3	1	ME11a	L127x127x7 94	12
© 10 O'P2	L40x40x3	1	DE12L	L75x75x5	1
\bigcirc T 2 O'T2	L40x40x3	1	DE12L DE11L	L60x60x4	2
© 12 O'P1	L40x40x3	1	DE111 DE12T	L100x100x6	1
©'T1	L40x40x3	2	DE12T DE11T	L60x60x4	2
aL	L50x50x3	2	DE13cL	L60x60x4	3
O'P3	L60x60x4	1	DE13cT	L60x60x4	2
OT3	L40x40x3	2	DE13bL	L50x50x3	2
Q19 OP2	L50x50x3	1	DE13bT	L50x50x4	1
QT 2 OT2	L40x40x3	2	DE13aL	2L75x75x6	1
Q12 OP1	L45x45x3	1	DE13aT	2L75x75x6	1
OT1	L60x60x4	3	DE13dL	L60x60x4	1
aT	L50x50x3	0 2	DE13dT	L65x65x4	1
OP3	L65x65x4	1		EXT18	
	P1	-	ME8b/10	L127x127x9.52	14
MP1	L127x127x9 52	16	ME8a	L127x127x5.92	14
	L60x60x4	10	ME6/7	L127x127x7.94	14
AL	L60x60x4	1	DE9L	L80x80x5	1
	P9	-	DE8L	L60x60x4	2
	L127x127x9.52	14	DE7L	L65x65x4	1
BT	L75x75x5	3	DE6L	L65x65x4	1
BL	L75x75x5	4	DE9T	L100x100x6	1
	EXT6	1	DE8T	L60x60x4	1
	L127x127x7.94	14	DE7T	L80x80x5	1
DE14L	L60x60x4	1	DE6T	L75x75x5	1
DE14T	L60x60x4	1	DE10cL	L65x65x5	3
DE15cL	L65x65x4	2	DE10cT	L65x65x5	2
DE15cT	L60x60x4	2	DE10bL	L60x60x4	2
DE15bL	L60x60x4	1	DE10bT	L65x65x4	2
DE15bT	L45x45x3	1	DE10aL	2L75x75x6	1
DE15aL	2L75x75x6	1	DE10aT	2L75x75x6	1
DE15aT	2L75x75x6	1	DE10dL	L60x60x4	1
DE15dL	L60x60x4	1	DE10dT	L65x65x4	1
DE15dT	L45x45x3	1		EXT24	
	EXT12		ME3c/5	L127x127x9.52	16
ME11b/13	L127x127x7.94	14	ME3b	L127x127x9.52	14

Tabela 16 - Continuação da página anterior

	100010 10 0000	structures	ao aa pagini	a anteen ten	
Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
ME1b/3a	L127x127x9.52	14	DE3bL	L60x60x4	1
ME1a	L127x127x7.94	12	DE3bT	L50x50x3	1
DE4L	L90x90x6	1	DE5cL	L75x75x5	3
DE3aL	L60x60x4	2	DE5cT	L80x80x5	3
DE2L	L75x75x5	1	DE5bL	L65x65x5	2
DE1L	L60x60x4	2	DE5bT	L75x75x5	2
DE4T	L100x100x6	1	DE5aL	2L75x75x6	2
DE3aT	L60x60x4	2	DE5aT	2L75x75x6	2
DE2T	L80x80x5	1	DE5dL	L60x60x4	1
DE1T	L60x60x4	2	DE5dT	L65x65x4	1

Tabela 16 – Continuação da página anterior

Tabela 17 – Tabela de perfis e parafusos da melhor solução da otimização dimensional da família de oito torres

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
	CB		D10	L60x60x4	1
M17/19	L90x90x7	10	D9	L50x50x3	1
M11/16	L90x90x7	10	D8	L45x45x3	1
M2/10	L75x75x6	8	D7	L45x45x3	1
M1d/a	L60x60x4	6	D6	L45x45x3	2
TM2	L60x60x4	3	D5	L45x45x3	2
TM1	L60x60x4	5	D4	L40x40x3	2
TP1/2	2L75x75x6	2	D3	L40x40x3	2
PM2	L50x50x4	3	D'11	L60x60x4	2
PM1	L60x60x4	4	D'10	L60x60x4	1
PP1/2	L50x50x3	3	D'9	L50x50x3	1
D'2	L40x40x3	2	D'8	L45x45x3	1
D'1a/e	L40x40x3	2	D'7	L45x45x3	1
D2	L40x40x3	2	D'6	L45x45x3	2
D1a/e	L40x40x3	2	D'5	L45x45x3	2
DM2	L40x40x3	2	D'4	L45x45x3	2
DM1	L40x40x3	1	D'3	L45x45x3	2
М	L45x45x4	3	Q'T2	L40x40x3	1
D12	L50x50x3	2	Q'P1	L40x40x3	3
D11	L60x60x4	1	aL	L40x40x3	2

129

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP	
Q'P2	L60x60x4	1	DE6T	L60x60x4	2	
QT2	L40x40x3	2	DE8cL	2L75x75x6	3	
QP1	L50x50x4	3	DE8cT	2L75x75x6	3	
aT	L50x50x3	3	DE8bL	L60x60x4	2	
QP2	L60x60x4	1	DE8bT	L60x60x4	2	
	P1		DE8aL	L60x60x4	2	
MP1	L100x100x8	14	DE8aT	L60x60x4	2	
AT	L60x60x4	2		EXT18		
AL	L60x60x4	2	ME3b/5	L100x100x8	16	
	P7		ME3a	L100x100x7	12	
MP2	L100x100x8	14	ME1/2	L90x90x7	12	
BT	L75x75x5	4	DE4L	L80x80x5	1	
BL	L75x75x5	3	DE3L	L65x65x4	3	
	EXT6		DE1L	L45x45x3	2	
ME9/10	L90x90x7	12	DE4T	L80x80x5	2	
DE9L	L50x50x3	2	DE3T	L65x65x4	2	
DE9T	L50x50x3	3	DE1T	L50x50x3	2	
DE10cL	2L75x75x6	2	DE5cL	2L75x75x6	4	
DE10cT	2L75x75x6	2	DE3cL	2L75x75x6	2	
DE10bL	L50x50x3	2	DE5cT	2L75x75x6	4	
DE10bT	L50x50x3	2	DE3cT	2L75x75x6	2	
DE10aL	L40x40x3	1	DE5bL	L75x75x5	3	
DE10aT	L40x40x3	1	DE3bL	L45x45x3	2	
	EXT12		DE5bT	L75x75x5	3	
ME6b/8	L100x100x7	14	DE3bT	L50x50x3	2	
ME6a	L90x90x7	10	DE5aL	L65x65x4	3	
DE7L	L80x80x5	1	DE3aL	L40x40x3	1	
DE6L	L60x60x4	2	DE5aT	L65x65x4	4	
DE7T	L75x75x5	1	DE3aT	L40x40x3	1	

Tabela 17 – Continuação da página anterior

Tabela 18 – Variáveis dimensionais da melhor solução encontrada na otimização dimensional, de forma e topológica da família de oito torres

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
	CB		M17/19	L90x90x7	12
			~		

			f = f = f = f = f		
Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP
M11/16	L90x90x7	12	Q'P1	L40x40x3	3
M2/10	L80x80x6	10	aL	L40x40x3	2
M1a/d	L60x60x5	6	Q'P2	L50x50x3	1
TM2	L60x60x4	3	QT2	L40x40x3	2
TM1	L60x60x4	5	QP1	L50x50x4	3
TP1/2	2L75x75x6	2	aT	L50x50x3	3
PM2	L50x50x4	3	QP2	L50x50x3	1
PM1	L65x65x4	5		P1	
PP1/2	L50x50x4	3	MP1	L100x100x8	16
D'2	L40x40x3	3	AT	L50x50x4	2
D'1a/e	L45x45x3	3	AL	L50x50x4	2
D2	L40x40x3	2		P7	
D1a/e	L45x45x3	3	MP2	L100x100x8	14
DM2	L40x40x3	2	BT	L75x75x5	4
DM1	L40x40x3	1	BL	L75x75x5	3
М	L50x50x4	3		EXT6	
D12	L50x50x3	2	ME8/9	L100x100x7	12
D11	L50x50x3	1	DE8L	L60x60x4	2
D10	L50x50x3	1	DE8T	L60x60x4	2
D9	L50x50x3	1	DE9cL	2L75x75x6	2
D8	L50x50x3	2	DE9cT	2L75x75x6	3
D7	L45x45x3	2	DE9bL	L40x40x3	2
D6	L45x45x3	2	DE9bT	L45x45x3	2
D5	L45x45x3	2	DE9aL	L40x40x3	1
D4	L40x40x3	2	DE9aT	L40x40x3	1
D3	L40x40x3	2		EXT12	
D'11	L60x60x4	2	ME5b/7	L100x100x8	14
D'10	L50x50x4	1	ME5a	L100x100x7	12
D'9	L50x50x3	1	DE6L	L75x75x5	1
D'8	L45x45x3	1	DE5L	L50x50x4	2
D'7	L45x45x3	2	DE6T	L75x75x5	1
D'6	L45x45x3	2	DE5T	L60x60x4	2
D'5	L45x45x3	2	DE7cL	2L75x75x6	3
D'4	L45x45x3	2	DE7cT	2L75x75x6	3
D'3	L40x40x3	3	DE7bL	L50x50x4	2
Q'T2	L40x40x3	1	DE7bT	L50x50x4	2

Tabela 18 – Continuação da página anterior

Grupos	Perfil	NP	Grupos	Perfil	NP		
DE7aL	L50x50x3	2	DE2aT	L60x60x4	2		
DE7aT	L50x50x3	2	DE1T	L60x60x4	2		
	EXT18		DE2bL	L45x45x3	1		
ME2b/4	L100x100x8	16	DE2bT	L45x45x3	1		
ME2a	L100x100x7	12	DE4cL	2L75x75x6	3		
ME1	L100x100x7	10	DE4cT	2L75x75x6	4		
DE3L	L80x80x5	1	DE4bL	L65x65x4	3		
DE2aL	L60x60x4	2	DE4bT	L65x65x4	3		
DE1L	L50x50x4	2	DE4aL	L60x60x4	3		
DE3T	L75x75x5	2	DE4aT	L60x60x4	3		

Tabela 18 – Continuação da página anterior