

## PSICO-GEOMETRIA DE MARIA MONTESSORI

## PSYCHO-GEOMETRY OF MARIA MONTESSORI

Circe Mary Silva da Silva<sup>1</sup>

 ORCID iD: <http://orcid.org/0000-0002-4828-8029>

**Submetido:** 27 de julho de 2020

**Aprovado:** 06 de agosto de 2020

### RESUMO

O presente texto apresenta uma análise do livro *Psico-geometria: o estudo da geometria baseado na Psicologia Infantil*, de Maria Montessori, com vistas a identificar, na apresentação dos saberes geométricos e nas atividades sugeridas, quais pressupostos teóricos e metodológicos sustentam a proposta didática da autora. Nesta investigação, usei a análise documental e os documentos analisados foram os seguintes: a primeira edição do livro, de 1934, escrito em língua espanhola; diferentes traduções da obra e, também, artigos recentes sobre a Geometria de Montessori. A autora adotou uma filosofia empirista e construiu uma proposta de ensino para a geometria a partir da psicologia infantil em que a aprendizagem da criança se dá a partir da periferia (com atividades sensoriais e uso de materiais manipulativos) em direção ao centro (a mente da criança). Atividades como desenhar, usar instrumentos geométricos, manipular o material Montessori, recortar e colar papéis coloridos fariam com que a criança, intuitiva e experimentalmente, adquirisse as noções básicas da geometria euclidiana.

**Palavras-chave:** geometria; ensino; aprendizagem; método montessoriano; empirismo.

### ABSTRACT

This text presents an analysis of the book *Psycho-geometry: the study of geometry based on Child Psychology*, by Maria Montessori, with a view to identifying, in the presentation of geometric knowledge and suggested activities, what theoretical and methodological assumptions support the author's didactic proposal. In this investigation, I used documentary analysis and the documents analyzed were as follows: the first edition of the book, 1934, written in Spanish; different translations of the work and also recent articles on Montessori's Geometry. The author adopted an empiric philosophy and constructed a teaching proposal for geometry from child psychology in which the child's learning takes place from the periphery (with sensory activities and use of manipulative materials) towards the center (the child's mind). Activities such as drawing, using geometric instruments, manipulating Montessori material, cutting and pasting colored papers would make the child intuitively and experimentally acquire the basics of Euclidean geometry.

**Keywords:** geometry; teaching; learning; Montessorian method; empiricism.

## 1 - INTRODUÇÃO

A construção de um acervo para pesquisadores requer anos de trabalho: coleta de material, higienização, organização, catalogação, armazenamento e divulgação. Sua existência só faz sentido quando as pessoas o utilizam e geram novos conhecimentos. Foi no acervo digital do GHEMAT-Brasil<sup>2</sup> (Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática) que encontrei

<sup>1</sup> Doutora em Pedagogia (Universidade de Bielefeld). Professora do Mestrado em Educação Matemática da UFPEL, Rua Gomes Carneiro, n. 1, Centro, Pelotas (RS), Brasil, cep: 96010-610. E-mail: cmdynnikov@gmail.com

<sup>2</sup> <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160925>.

um precioso livro - o qual tornou-se uma fonte de estudo. Trata-se do livro *Psico-geometria: el estudio de geometria basado en la Psicologia Infantil*, de Maria Montessori (1870-1952), editado em Barcelona, em 1934. Este é um dentre as centenas de documentos disponíveis em tal acervo; entretanto, tem peculiaridades que merecem ser destacadas.

Neste ano - 2020 - comemora-se, em várias comunidades científicas, os 150 anos de nascimento da autora - ela que foi uma das primeiras mulheres a se destacar como uma teórica em Pedagogia. Sua extensa obra circulou internacionalmente e centenas de escolas foram criadas especialmente para seguirem seu método pedagógico, sendo a única obra que ela escreveu exclusivamente para o ensino da Geometria, foi esta sobre a qual me debrucei. Assim, estudar este livro didático, buscando compreender a proposta que ele contém é uma pequena homenagem que presto a essa voz feminina que se impôs no cenário educacional do século XX e que trouxe a psicologia infantil para o ensino da matemática.

No frontispício de *Psico-geometria*<sup>3</sup> consta: “primera edición de esta obra no publicado en otro idioma” (MONTESSORI, 1934). A publicação ter sido feita, originalmente, em língua espanhola muito provavelmente deve-se ao fato de a autora, à época, ter sua residência principal na Espanha. No início da década de 1930, aquele país viveu um período de desordens internas que culminaram numa guerra civil (1936 - 1939), e foi neste contexto conturbado que ela desenvolveu ideias originais que se estenderam para a matemática, com a escrita de dois livros *Psico-aritmetica* e *Psico-geometria*, publicados no mesmo ano (CIVES, 2014).

Scoppola (2011), tradutor italiano e especialista na obra de Montessori, afirma que ela dispendeu muita energia na escrita de *Psico-geometria*, mas não teve tempo de rever os manuscritos, devido às perturbações que ocorriam no meio em que vivia e investigava. Em vista disso, foram seus tradutores e comentadores que tentaram realizar essas revisões. No prefácio da versão em língua inglesa, Scoppola (MONTESSORI, 2011a ) afirma que muitas das atividades propostas nesse livro já haviam sido introduzidas pela autora em publicações anteriores e, também, em cursos internacionais por ela ministrados. Afirma, também, que o livro teria sido o resultado do trabalho de edição e tradução<sup>4</sup> da Editora Araluce a partir de versões diferentes de manuscritos datilografados pela autora, sendo esta a razão de o texto não

---

<sup>3</sup> O título do livro, nas diferentes edições, aparece com três variações gráficas: Psico-Geometria; Psicogeometria e Psico Geometria. A fim de padronizar a escrita, optei por usar no texto apenas a grafia Psico-geometria, conforme aparece na primeira edição em espanhol.

<sup>4</sup> Parte da edição foi confiada a editores italianos e certamente a mais de um tradutor espanhol, segundo Scoppola (2011a).

apresentar coerência às vezes. Como diz Choppin (2004), há uma multiplicidade de atores envolvidos em cada etapa que marca a vida de um livro. Neste caso, na primeira edição houve, além da autora, vários tradutores envolvidos com os manuscritos de Montessori; depois surgiram aqueles que fizeram com que ele circulasse pelo mundo e ainda os que o utilizaram e preservaram. Várias décadas após, envolveram-se com esse livro muitos especialistas na obra de Montessori - seus comentadores - além de numerosos tradutores e revisores. Psico-geometria reviveu nas mãos desses cuidadosos agentes culturais que reconheceram no texto de Montessori a possibilidade de fazer com que ideias testadas no ensino da geometria no passado ainda pudessem ser úteis no presente. Segundo meu juízo, o livro Psico-geometria constitui-se numa contribuição histórica à Educação Matemática.

As recentes traduções da obra Psico-geometria: o estudo da geometria baseado na Psicologia Infantil, de Maria Montessori, aguçaram minha curiosidade, principalmente porque é pouco usual que, passados mais de 50 anos da primeira edição de uma obra didática, ela continue a despertar atenção e ainda justifique novas traduções, não para uma mas pelo menos para 6 línguas diferentes, por nós identificadas. As edições seguem a seguinte cronologia:

Quadro 1: Edições do livro *Psico-geometria – el estudio der Psicologia Infantil* de Maria Montessori

<b>Título</b>	<b>Local</b>	<b>Língua</b>	<b>Ano</b>
Psico-geometria – el estudio der Psicologia Infantil	Barcelona (Espanha)	Espanhol	1934
Psycho-geometrie: de bestudering van geometrie op basis de psychologie van het kind	Utrecht (Holanda)	Holandês	1988
Psychogeometry – The Montessori Series, vol. 16	Amsterdam (Holanda)	Inglês	2011
Psycho géométrie – l'étude de la géométrie fondée sur la psychologie de l'enfant	Paris (França)	Francês	2011
Psicogeometria	Roma (Itália)	Italiano	2012
Psychogeometrie: das studium der Geometrie basierend auf der Psychologie des Kindes	Freiburg (Alemanha)	Alemão	2012
Психо геометрия	Ekaterineburg (Rússia)	Russo	2019

Fonte: Elaborado pela autora

Considerando o número de traduções dessa obra e, ainda, o quão recente elas são, levantamos a hipótese de que tais reedições possam ter sido feitas não apenas para servir de fontes a pesquisadores da História da Educação Matemática, mas também porque esse livro didático poderia ser utilizado no ensino da geometria na atualidade. Essa hipótese encontra respaldo em Scopolla (2013), quando diz que a proposta matemática de Montessori continua válida para a escola de nossos dias, pois a confirmação de que a autora estava correta baseia-se nas mais recentes descobertas neurocientíficas<sup>5</sup> da aprendizagem da matemática.

O próprio título da obra é curioso, pois Montessori subverte as tradicionais denominações de livros didáticos de geometria, que à época intitulavam-se *Elementos de Geometria*, *Introdução à Geometria*, *Compêndio de Geometria*, *Tratado de Geometria*, *Apontamentos de Geometria*, *Noções de Geometria* e insere um prefixo - Psico, criando uma nova palavra - , Psico-geometria - , a qual ela explica no subtítulo: o estudo da geometria baseado na psicologia infantil.

O objetivo do presente estudo é identificar, na apresentação dos saberes geométricos e nas atividades sugeridas, quais são os pressupostos teóricos e metodológicos que sustentam a proposta do livro Psico-geometria, de Maria Montessori. Para este trabalho, usei a análise documental, em que o objeto central foi o livro citado. Tomei diferentes traduções da obra, bem como trabalhos já publicados sobre a geometria de Montessori, com os quais dialoguei. As traduções são testemunhos de circulação de conteúdos de ensino ou de propostas pedagógicas (CHOPPIN, 2004) e não podem ser negligenciadas nas investigações sobre o livro didático. Concordo com Ginzburg (2007, p. 111) quando ele argumenta que o acúmulo do conhecimento não percorre uma via reta, direta e contínua, mas que ocorre “[...] por falsas largadas, correções, esquecimentos, redescobertas [...]”. A redescoberta de Psico-geometria, que ficou por tantos anos em algum canto de uma linha quebrada do passado, emerge com força e justifica um estudo mais aprofundado.

Foi a partir da obra digitalizada e disponível no acervo digital do GHEMAT, que pude iniciar a pesquisa sobre essa temática. Mais uma vez destaco a importância de tais acervos, que “guardam” parte importante da cultura escolar. Como apontam Rios e Rodrigues (2020, p. 69),

---

<sup>5</sup> Para Scopolla, as áreas cerebrais envolvidas em várias operações matemáticas estão muito distantes e, por isso, é necessário treinar o cérebro para usá-las simultaneamente. Para uma melhor compreensão das ideias do autor sugiro a leitura do artigo de Scopolla (2013).

“guardar não é trancar ou acumular algo em lugar escondido”, mas é manter disponível o que se guarda, dando amplo acesso à comunidade de pesquisadores.

## 2 ABRINDO O LIVRO

Um livro pelo qual os leitores não são conquistados e do qual não se apropriam não passa de um conjunto de textos possíveis, mas que não possui uma existência verdadeira (CHARTIER, 1999). De fato, é no momento em que cada leitor constrói seus códigos de leitura, que abre o livro à interpretação, que este passa a ter significações. No caso da Psico-geometria, de Montessori, o primeiro olhar que lancei foi na busca de uma visão global, na procura do propósito da autora com esse escrito.

Dividido em sete capítulos, o livro começa com “generalidades”. Nesse primeiro capítulo, a autora critica o ensino elementar da época, destacando que o professor preocupa-se apenas em transmitir o conhecimento à criança, sem pensar na própria criança. Num posicionamento didático claro e crítico, levanta uma polêmica afirmando que: “A preocupação dos mestres é, sem dúvida, conseguir que a mente infantil passe rapidamente à abstração porque de outro modo se perderia a essência mesma do ensino, cuja finalidade é, antes de tudo, elevar a mente aos campos da abstração”; continua argumentando que o professor é aquele que faz juízos sobre o que considera fácil ou difícil, o que deve ensinar e como deve ensinar; como deve passar do simples ao concreto realizando as combinações abstratas, “[...] ele crê haver penetrado na inteligência” da criança, entretanto, o professor “[...] só excepcionalmente pode penetrar na mente infantil” (MONTESSORI, 1934, p. 8).

A autora argumenta que, na maioria das vezes, o professor fracassa porque não consegue despertar o interesse da criança. Para ela, é a atividade psíquica da criança que permite o êxito no ensino. Em sua argumentação, recorda os princípios gerais de seu método pedagógico <sup>6</sup> - por exemplo, o interesse -, afirmando que não basta compreender para nos sentirmos interessados; o fundamento do interesse está na personalidade. Estava claro para a autora que o ensino, num período precoce da vida da criança, deveria passar pela manipulação de materiais didáticos, os quais seriam a chave para despertar o interesse do aprendiz. Ela usava os materiais a para alcançar uma materialização da abstração (MONTESSORI, 2019). Poder-se-ia dizer que,

---

<sup>6</sup> Montessori começou a divulgar seu método em livros como *Pedagogia Científica*, editado pela primeira vez em 1909. Esta obra teve pelo menos cinco edições, nas quais ela revisava, alterava e atualizava seu método a partir das pesquisas que ia desenvolvendo.

nesse primeiro capítulo, ela se volta sobretudo à aprendizagem da criança, baseada na psicologia infantil.

O capítulo 2 trata da introdução da geometria no período elementar, que é quando aparecem saberes geométricos mais avançados para as escolas elementares. O capítulo 3 trata do quadrado; o capítulo 4, do triângulo; o capítulo 5 é sobre o círculo; o capítulo 6, sobre as aplicações e o sétimo, sobre raciocínios. Concordamos com Ludwig e Winter (MONTESSORI, 2012b), comentadores da versão alemã da obra *Psico-geometria*, de Montessori, quando afirmam que a estrutura do livro está orientada para os níveis escolares que a criança irá percorrer, isto é, o texto está organizado de forma a contemplar, progressivamente, as fases do desenvolvimento psicológico e cognitivo da criança nos diferentes níveis de sua escolarização.

López (2015), em sua resenha sobre a *Psico-geometria*, afirma que a proposta de Montessori para o ensino da geometria não é a tradicional, cujo objetivo era levar a criança a atingir a abstração, enquanto que ao professor caberia realizar uma reflexão orientada para retornar ao **elementar** da geometria. No livro, a pedagoga encaminha o professor à observância de um plano detalhado a ser seguido, o qual favoreceria o desenvolvimento completo da criança.

O resenhista Kahn (2011), por sua vez, considera que a essência da revolução proposta por Montessori reside na defesa clara da ligação do **centro** - processo central da mente da criança - e da **periferia**, que seria realizado por atividades sensoriais. Embora Montessori centre na criança o processo de aprender (auto-educação), percebe-se que ela dá muita ênfase ao papel do professor nessa aprendizagem, pois é o mestre que conduz a criança uma educação da periferia; em oposição à clássica educação em que o mestre a dirige diretamente ao centro. Ela afirma: “O centro fica em liberdade para que se desenvolva segundo as suas energias naturais [...]” (MONTESSORI, 1934, p. 13). Na interpretação de Silva (2014, p. 58), “o aluno seria o agente ativo que utilizaria os meios que estivessem a seu dispor na periferia, conduzindo-os ao que Montessori denomina de ‘centro’, em que o próprio aluno construiria seus conhecimentos”.

Utilizo um esquema para ilustrar minha compreensão do modelo teórico proposto por Montessori, embora esteja consciente de que tal esquema possa simplificar demasiadamente a proposta complexa da autora (Figura 1). O método educativo está centrado na **liberdade** de escolha das próprias ações pelas crianças e numa preparação objetiva para tal (a ser feita pelo professor), com **material manipulativo**, que tem a função de uma intervenção social, auxiliar - portanto não determinante - a fim de oportunizar que a criança, segundo as suas necessidades naturais, alcance o próprio **desenvolvimento**.

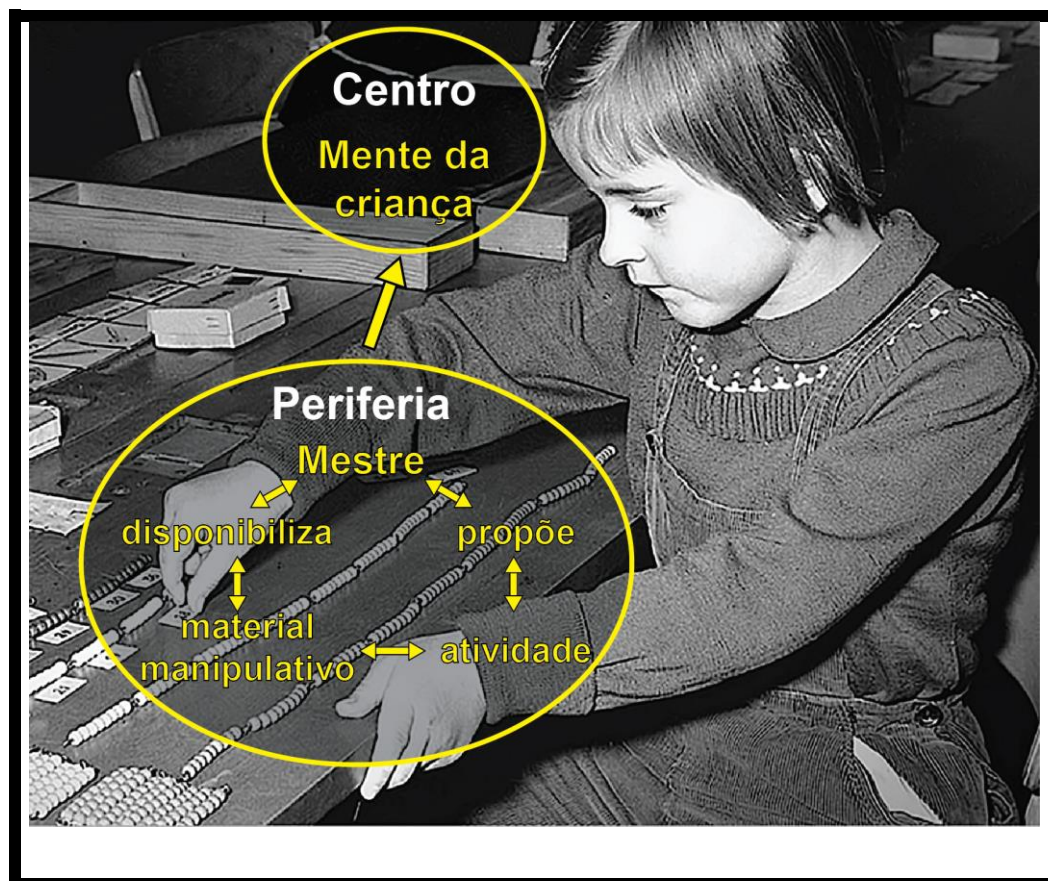


Figura 1: Esquema  
 Fonte: elaborado pela autora<sup>7</sup>

Montessori, nessa obra, dá continuidade à explicitação de como usar os materiais manipulativos para o ensino da geometria, uma vez que a primeira menção a eles aparece em *Pedagogia Científica* (1965). Naquela obra, Montessori explicou como deveriam ser estes objetos quanto à estética, à quantidade, às possibilidades de auto-atividade etc. Por exemplo, ela esclareceu: “nos encaixes sólidos, os blocos de madeira, em que se fazem buracos para colocar os cilindros de dimensões graduadas, devem ter as cavidades proporcionadas às dimensões dos sólidos cilíndricos” (MONTESSORI, 1965, p. 105). Essas exigências na confecção dos materiais são justificadas, pois o aluno teria o controle do erro - ao errar na colocação dos objetos, ele mesmo perceberia que um cilindro ficaria sobrando, o que seria uma denúncia do erro. Ainda naquela obra, a autora deixou muito clara a diferença profunda entre as “lições objetivas” ou métodos antigos e sua proposta, na qual os objetos não são meios que a mestra utilizará para explicar conhecimentos, são, sim - eles próprios - os meios didáticos. Os

<sup>7</sup> Agradeço a Johny Dirlei da Silva Acosta pelo design gráfico da ilustração.

objetos tornam-se, pois, os próprios meios didáticos, os objetos tornam-se meios de desenvolvimento. Há um deslocamento do centro de ensinamento da mestra para a criança, que passa a ser entendida como uma entidade viva. A mestra continua a colaborar na aprendizagem da criança e terá que ser prudente, delicada e adquirir habilidade moral (MONTESSORI, 1965). Ela representa um traço de união entre o material manipulativo e a criança, facilitando à criança um trabalho ativo e contínuo.

O estudo do livro *Psico-geometria* - acompanhado do estudo de outros escritos de Montessori sobre a matemática - auxilia a compreensão do método por ela criado. Em 1931, ela afirmava que, embora a aritmética e geometria tenham aparecido juntas, foi preciso separá-las no processo educativo. Na sua opinião, a origem das coisas (dos conceitos) é clara e a criança precisa conhecê-la, pois essa origem é mais natural para a criança: “Só temos de encontrar um material que torne a origem acessível”, disse ela (SCOPPOLA, 2011, p. 414). No livro *Psico-geometria*, Montessori dará ênfase ao método de utilização desses materiais. Por sua vez, o comentador e tradutor para o alemão, na edição de 2012, incluiu anexos com textos da pedagoga italiana. As ideias para a produção do livro de geometria, nas próprias palavras de Montessori, em 1935, “[...] surgiram de experiências realizadas durante 20 anos em nossas escolas, onde a criança é livre na escolha de sua ação e onde a educação é ativamente adquirida pelas próprias crianças usando um sistema material que foi preparado cientificamente” (MONTESSORI, 2012b, p. 251).

### **3 ABORDAGEM DA GEOMETRIA POR MONTESSORI**

Não foi das coisas que os primeiros geômetras obtiveram seus conhecimentos? Não foram correspondências e relações entre as coisas as que estimularam alguma mente ativa e interessada a formular axiomas e por conseguinte teoremas? Como obteve Pitágoras seu famoso teorema [...]? É difícil compreender a demonstração daquele teorema para a maior parte dos escolares, porque sua mente está passiva, fechada. Mas, quem sabe se não seria, em troca, possível a intuição – como a teve o próprio Pitágoras – quando a mente estivesse desperta e cheia de energia e as coisas exteriores fossem por si mesmas evidentes? (MONTESSORI, 1934, p. 64-65).

A epígrafe acima sintetiza ideias de Montessori sobre o processo de aprender da criança, sugerindo que uma mente passiva está fechada à aprendizagem e uma mente criativa, para ser desenvolvida, necessita de que a criança tenha contato com as coisas e, com elas, realize ações. Mais ainda, chama à atenção para a necessidade de o professor conhecer historicamente o fazer matemático.



A partir de princípios da Psicologia, Montessori apresenta uma abordagem da geometria que começa já na fase pré-escolar (de 4 a 6 anos), momento em que o mundo externo se concretiza através de sensações e no qual a criança pode agir e se exercitar com objetos ao seu redor.

A proposta de ensino de geometria de Montessori centra-se na empiria, no aprender fazendo, na prática, pois ela parte do pressuposto teórico de que a educação se dá via atividade. Assim, por meio de atividades tácteis com moldes geométricos, as crianças são introduzidas nas atividades geométricas de encaixar.

Na figura 2, vê-se um dos moldes com encaixes, os quais se prestam para uma comparação entre figuras. Segundo a autora, estes objetos atraem o interesse e estimulam a atividade da criança. É muito importante, destaca, que, ao tocar no contorno desses objetos, ela perceba as diferenças entre eles. A autora inclusive realizou, com esse propósito, atividades com crianças de olhos vendados, obtendo excelentes resultados (Montessori, 1934). Os tradutores das novas versões de *Psico-geometria* procuraram não alterar as figuras propostas por Montessori, mas procuraram deixá-las mais claras e atraentes com as cores.

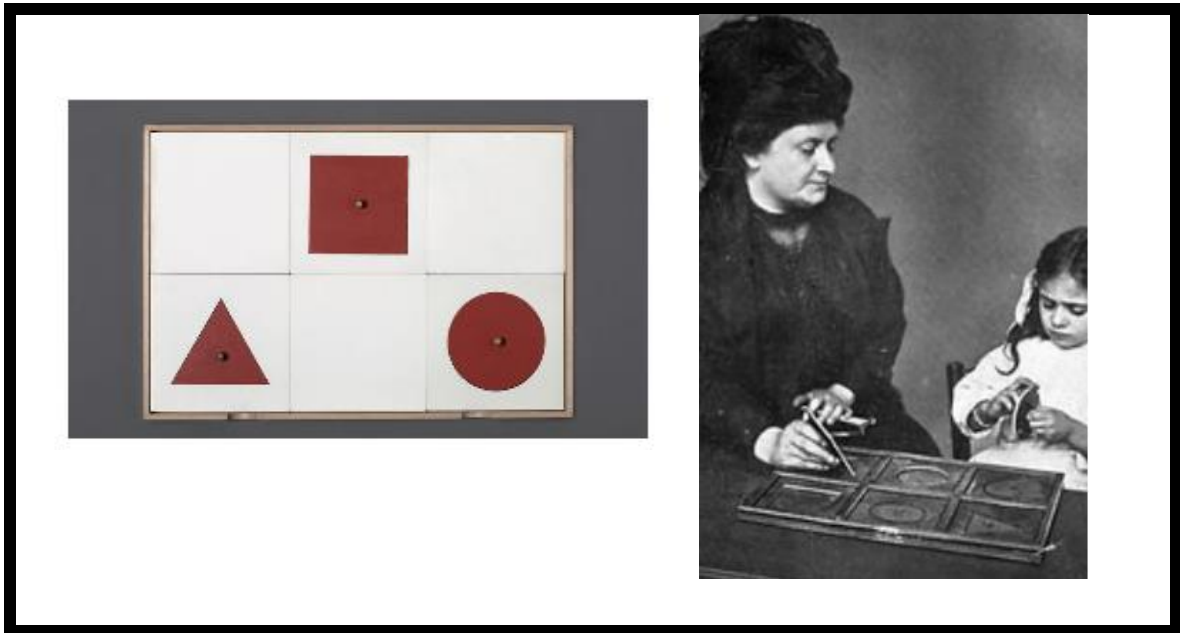


Figura 2: à esquerda - Encaixes geométricos; à direita Montessori com aluna em atividade <sup>8</sup>  
Fontes: Montessori, 2012a, p. 9

Conforme Roberts (2014), as teorias de Montessori apelavam para os modernos desenvolvimentos da Psicologia e Antropologia, por isso ela propunha que o ensino de geometria para as crianças pequenas deveria enfatizar uma aprendizagem por meio da experiência tátil. “Ela aconselhou que os alunos iniciantes tivessem a oportunidade de lidar continuamente com objetos de várias formas, como cilindros de diferentes alturas e diâmetros” (ROBERTS, 2014, p. 576). Montessori considerava que, quando as crianças realizam atividades tácteis complexas, os órgãos dos sentidos entram conjuntamente em ação: “a mão separa, os olhos reconhecem e a mente julga” (MONTESSORI, 1934, p. 18).

As intervenções do mestre, no sentido de orientar a criança, ocorrem não apenas na apresentação dos exercícios, mas também, ensinando os nomes das formas geométricas: triângulo, quadrado, retângulo, círculo, trapézio, rombo, elipse, pentágono, hexágono e octógono e também, a distinguir as formas. Segundo ela: “Não se trata somente, pois, de um conhecimento que penetra na mente da criança. Nele se desenvolve algo que entra para formar

---

<sup>8</sup> Disponível em <https://www.pinterest.es/pin/631981760187418385>. Acesso em 13 jul. 2020.

parte de sua vida mental, é um **sentido geométrico** que se identifica com seu organismo psíquico no caminho da atividade criativa” (MONTESSORI, 1934, p. 21).

Segundo esta médica e educadora, a criança desenvolve um sentido geométrico a partir de observações no seu meio: “o plano da mesa, os hexágonos dos mosaicos, os círculos dos pratos, os quadrados dos guardanapos” (MONTESSORI, 1934, p. 21).

O desenho desempenha um papel importante na proposta de Montessori de um ensino da geometria. Ela propõe atividades para a criança desenhar, como uma geometria prática relevante para a descoberta das propriedades das figuras geométricas. Sugere iniciar facilitando à criança recursos que sirvam para construir as figuras desenhadas usando moldes (em ferro e cartão) como guias. Os primeiros instrumentos geométricos que se disponibiliza para a criança são régua, esquadro e compasso. As definições só serão introduzidas posteriormente. Para desenhar um retângulo, por exemplo, ela propõe usar uma folha de papel retangular e nela traçar as duas diagonais. No ponto onde essas linhas se cortam, traçar, com uma abertura qualquer, uma circunferência. Os pontos de intersecção da circunferência com as diagonais serão unidos por segmentos que resultarão num retângulo. Como uma aplicação espontânea das crianças, elas decoram a moldura do retângulo, um exemplo está na figura 3.

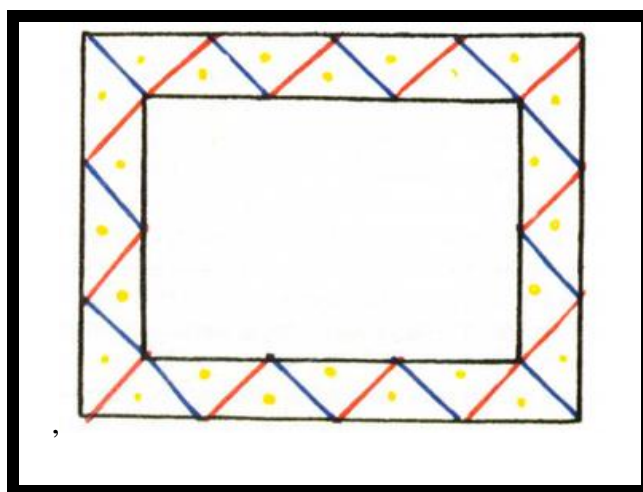


Figura 3: Desenho com decoração de um retângulo  
Fonte: Montessori, 2012b, p. 30

Este texto foi redigido a partir de suas reflexões teóricas sobre a psicologia infantil, mas também considerando as atividades experimentais que desenvolveu com as crianças. Sobre os desenhos decorativos, ela mesma comenta: “[...] é realmente surpreendente a paciência por eles

demonstrada nestes trabalhos minuciosos e admirável a grande variedade de desenhos que eles sabiam imaginar” (MONTESSORI, 1934, p. 33-34). Por exemplo: a criança faz uma coleção de construções geométricas e decorativas do triângulo, acompanhada de definições dos nomes do todo e das partes, que progressivamente irá sendo ampliada. Na figura 4, o triângulo superior apresenta decoração no vértice e base, abaixo à direita a decoração é na altura e à esquerda nos segmentos que unem os pontos médios dos lados adjacentes (Figura 4 à esquerda). Ela chama tais segmentos de “medianas”, definição que gerou muitas polêmicas entre aqueles que analisaram sua obra, uma vez que a mediana de um triângulo é definida como um segmento de reta que une o vértice ao ponto médio do lado oposto.

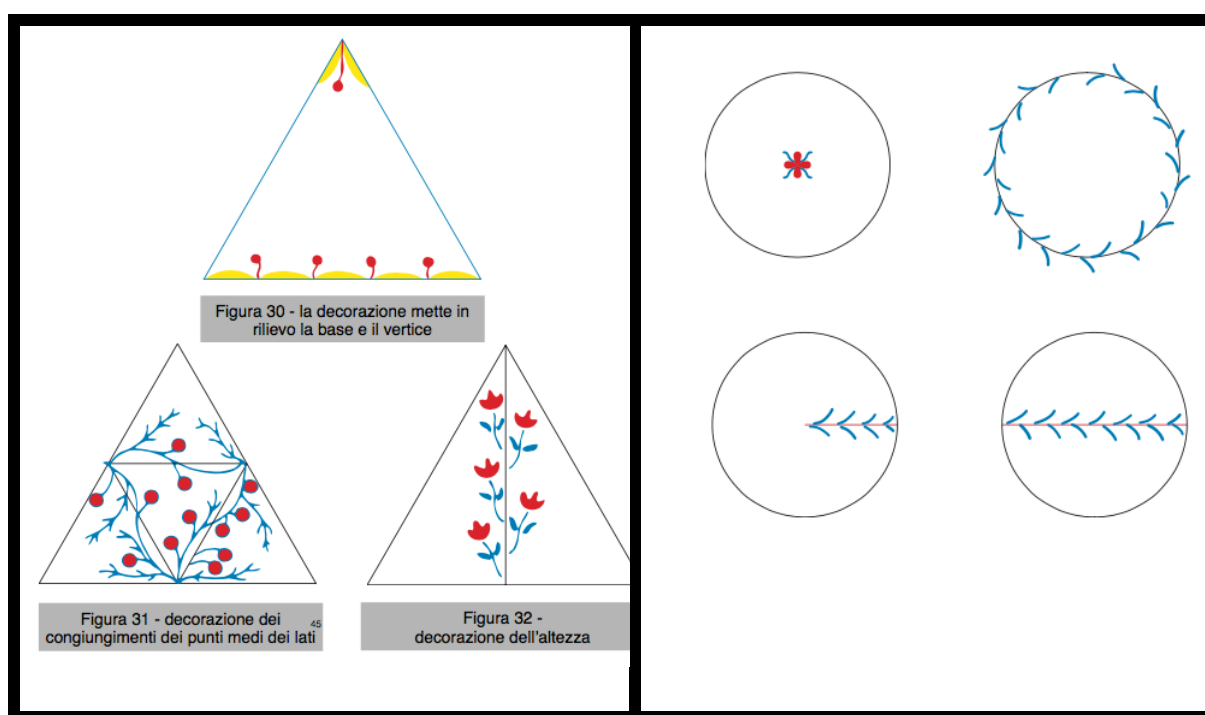


Figura 4: à esquerda, desenhos decorativos no triângulo; à direita, desenhos decorativos no círculo.  
 Fonte: Montessori, 2012a, p. 32 e p. 41

Ela estende a construção com régua e compasso para outras figuras geométricas, como no caso do círculo, no qual chama à atenção para dois aspectos dessa construção: o ponto em que o compasso se apoia – o centro do círculo – pois toda a linha traçada é equidistante deste ponto, e a amplitude da abertura do compasso, que representa a distância do centro à linha traçada, que é a circunferência do círculo. Com os desenhos decorativos, identifica os elementos que fazem parte do estudo do círculo: circunferência, centro, raio e diâmetro. Em cada círculo da figura 4 à direita, estes elementos estão ressaltados com uma decoração.

O empirismo como fundamento da proposta de Montessori transparece em suas palavras: “Muitas verdades se tornam evidentes - surgem das próprias coisas - contemplando e observando, manejando e voltando a manejar” (MONTESSORI, 1934, p. 66). A educadora italiana chama à atenção para o processo de descoberta dizendo: “as descobertas são realizadas pelo homem apenas na presença de coisas - o homem que sabe como fazer contato com elas - e, de repente, [essas coisas] fazem essas mentes verem fatos que sempre estiveram ocultos e que ninguém havia visto” (MONTESSORI, 1934, p. 66). A proposta de Montessori para o professor introduzir a geometria parte da seguinte ideia - o professor deve partir de “coisas”, isto é, de representações concretas de objetos geométricos.

Basicamente, a autora divide em duas fases a aprendizagem da geometria: 1) período elementar, em que ocorre a iniciação de uma linguagem científica, elemento necessário para se expressar; 2) momento onde ocorre um estudo sobre as relações existentes entre as figuras e a linguagem correspondente, com problemas e teoremas. Em ambas as fases, ela sugere material de apoio, dizendo: “Oferecemos só objetos materiais, figuras geométricas relacionadas entre si, figuras plásticas e manejáveis capazes de demonstrar e revelar, com sua aproximação, com a comparação entre elas, relações evidentes” (MONTESSORI, 1934, p. 64).

O desenho acompanhado do recorte e colagem são propostos para compreender as relações das figuras, por exemplo o caso da compreensão de figuras equivalentes e semelhantes. Ela sugere o desenho com os instrumentos (régua e compasso), usando 2 folhas de papéis com cores diferentes, que serão recortadas nas linhas desenhadas (figura 5).

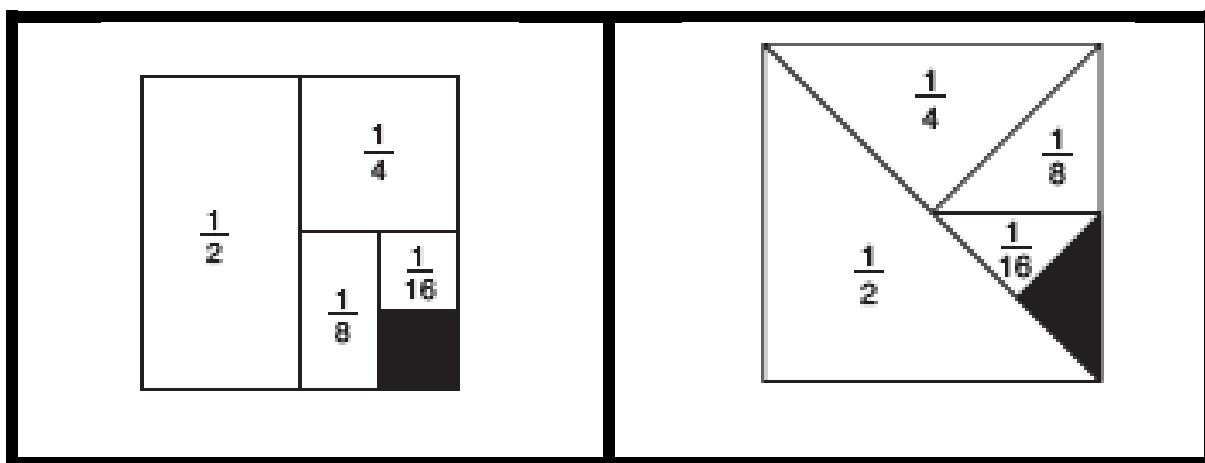


Figura 5: desenhos e recortes de semelhança

Fonte: Montessori, 1934, p. 95

Após recortadas, as figuras são coladas uma abaixo da outra, no sentido decrescente da dimensão (figura 7). Resulta que cada figura inferior é a metade da imediatamente superior e que cada figura da direita é equivalente a da esquerda.

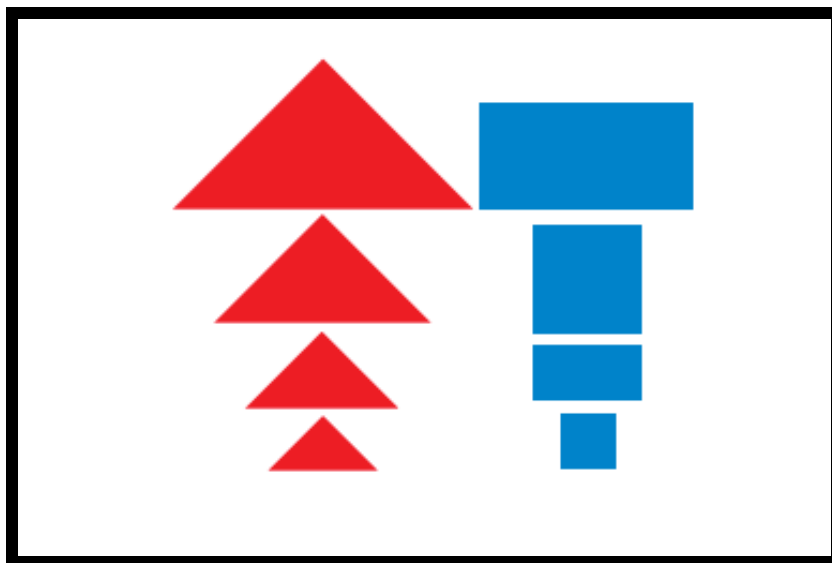


Figura 6: Ordenação de figuras  
Fonte: Montessori, 2012a, p. 71

Após o desenvolvimento de atividades visando à compreensão de relações geométricas importantes, como a semelhança e equivalências, ela sugere interessantes aplicações. Com as figuras recortadas, ela propõe problemas, por exemplo: “Como podemos obter um quadrado que seja a metade de outro?” (p. 72). A solução ocorre pelo manuseio do material, justapondo as figuras que representam quadrados e triângulos, conforme figura 7 à esquerda.

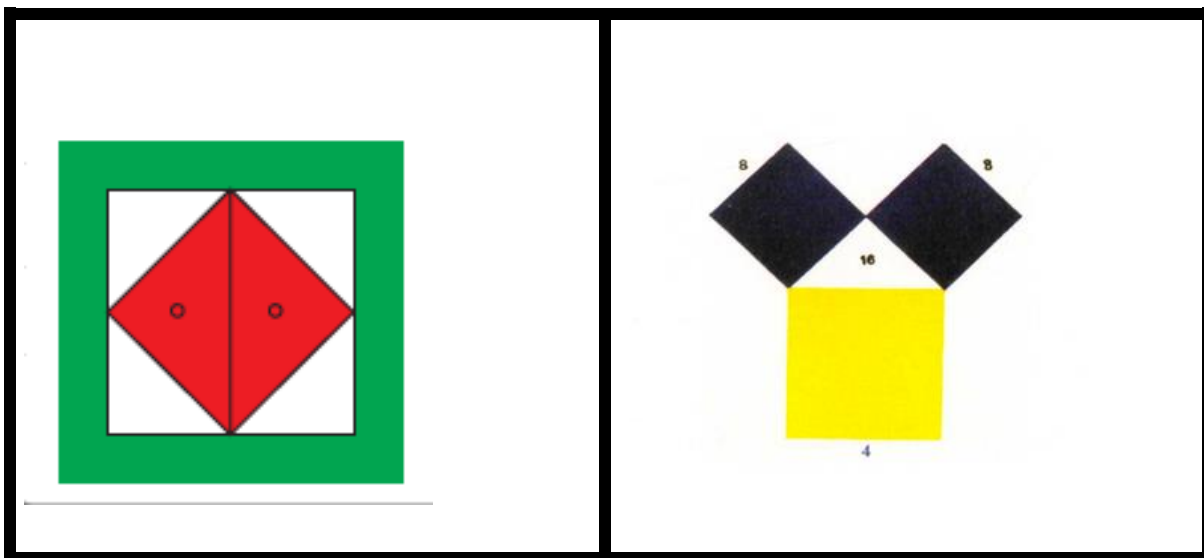


Figura 7: à esquerda, resolução de problema; à direita, o Teorema de Pitágoras para triângulo isósceles  
Fonte: Montessori, 2012a, p. 72 e p. 103

Usando os mesmos moldes da figura 7, ela mostra o seguinte teorema: “Em um triângulo isósceles equilátero, a soma dos quadrados construídos sobre os catetos é equivalente ao quadrado construído sobre a hipotenusa” (Montessori, 1934, p. 105).

Para a redescoberta do teorema de Pitágoras, quando o triângulo é retângulo, ela propõe diferentes atividades, entre elas aquela que trabalha com o triângulo de catetos medindo 3 e 4 e hipotenusa 5. Usa pequenos quadrados para mostrar a relação entre catetos e hipotenusa (Figura 8 à esquerda).

Após várias atividades sobre o teorema de Pitágoras, propõe uma situação mais generalizante: “De fato, a área do círculo está em relação constante com o quadrado do raio. E se os círculos se constroem de modo que cada lado do triângulo retângulo seja seu diâmetro respectivo, aparece evidente sua relação pitagórica” (MONTESSORI, 1934, p. 262).

A figura 8 à direita foi a escolhida, pelos editores da versão em russo, para a capa do livro; ela corresponde à última representação do teorema de Pitágoras no livro Psico-geometria (MONTESSORI, 2019).



Figura 8: à esquerda, o teorema de Pitágoras para o triângulo retângulo; à direita, o teorema de Pitágoras para figuras curvilíneas. Fontes: Montessori, 1934, p; Montessori 2019, capa.

Os exemplos acima apresentados, em que a criança por meio de atividades, pode chegar à redescoberta do teorema de Pitágoras, corroboram a interpretação de Scoppola (MONTESSORI, 2012a), feita no prefácio da versão em língua inglesa, quando afirma que o ensino da geometria, conforme proposto na Psico-geometria, se presta à descoberta autônoma das próprias relações pelas crianças.

Montessori não se afasta significativamente de Euclides <sup>9</sup> ao propor resultados importantes da geometria como o teorema de Pitágoras, a quadratura do círculo ou as relações de equivalência e semelhança. Entretanto, este não é um livro clássico de geometria. Ela aspira a que as crianças, ao trabalharem com atividades complexas de construções, possam, por meio da composição e decomposição do material, chegar a conclusões tais como, que duas figuras de formas diferentes têm a mesma área. Por meio das atividades por ela propostas, deseja que as crianças percebam relações profundas existentes entre as figuras; almeja, também, que, com esse estudo experimental, possa prepará-las para um estudo sistemático da disciplina de geometria. Ludwig e Winter (opus cit.), comentadores alemães da Psico-geometria, afirmam

<sup>9</sup> Segundo Scoppola (2015), Montessori foi fortemente influenciada pelos Elementos de Euclides, pois, no Instituto Técnico, onde recebeu sua formação em matemática e física, era utilizado o livro “Elementi d’Euclide”, em língua italiana, com notas de Enrico Betti e Francesco Brioschi, Firenze, para uso nos ginásios e liceus (1867).



que, se lêssemos a obra de Montessori com apoio na atual Didática da Matemática encontraríamos em algumas passagens uma linguagem imprecisa e lacunas. Entretanto, tais passagens são muitas vezes caracterizadas pelo fato de que Montessori estava fortemente empenhada em apresentar os objetos geométricos intuitivamente, preterindo aquela abordagem mais formal, segundo ela, por entender que, assim apresentados, seriam mais adequados para motivar as crianças para a geometria.

Um ano após a publicação dos livros *Psico-aritmética* e *Psico-geometria*, ela foi convidada a proferir uma palestra sobre matemática, na Universidade de Cambridge, em 1935, ocasião em que afirmou: “O material matemático, em particular, que é apresentado de forma adequada no período sensível, permite à criança compreender verdades fundamentais, e não só isso, mas também descobrir novas conexões” (MONTESSORI, 2012b, p. 252). Desafiar a criança, propondo “coisas difíceis”, segundo ela, serviria para despertar o interesse da criança. A autora propunha “colocar as mentes das crianças em contato com pensamentos mais exigentes, com os quais elas nunca foram confrontadas, analisando todas as dificuldades e apresentando-as separadamente com a ajuda de um sistema material concreto. Isto significa - materializar abstrações” (MONTESSORI, 2012b, p. 253). Ao mesmo tempo, voltava a criticar o ensino nas escolas, afirmando que o trabalho nas escolas regulares não era proporcional às verdadeiras habilidades da criança. A reação de desinteresse das crianças era apenas uma resposta defensiva que a mente infantil produzia contra um método de ensino errado.

#### **4 CONCLUSÕES**

A autora, baseada numa filosofia empirista<sup>10</sup>, construiu uma proposta de ensino para a geometria a partir da psicologia infantil em que a aprendizagem ocorre a partir da periferia (com atividades sensoriais e uso de materiais manipulativos) para o centro (a mente da criança). Atividades como desenhar; usar instrumentos geométricos; manipular o material didático montessoriano; recortar e colar papéis coloridos, entre outros, permitiriam que a criança, intuitiva e experimentalmente, adquirisse as noções básicas da geometria euclidiana. É central o papel dos materiais matemáticos manipulativos na proposta pedagógica da autora: por meio deles, a criança adquire, no período sensível (4 a 6 anos), uma compreensão sobre verdades fundamentais e descobre novas relações.

---

<sup>10</sup> São diversas as formas que o empirismo aparece na filosofia e elas estão em consonância com algum filósofo. O tipo de empirismo que detectei nas ideias de Montessori foi aquele que valoriza a experiência como o gerador de conhecimento humano. Aproxima-se daquele defendido pelos empiristas ingleses como John Locke e Hume.

A apresentação dos conceitos, proposta por Montessori, começa com os conceitos preliminares: as figuras planas - como retângulos, quadrados, círculos, triângulos, trapézios e polígonos com mais de 4 lados, têm sua apresentação feita mediante exercícios de identificação de formas, contornos, identificação de diferenças entre figuras e enriquecimento do vocabulário com a referência aos nomes das figuras e seus elementos. Os conhecimentos são inspirados por intuições recebidas por uma experiência ativa. Já no período elementar, começa o estudo analítico das figuras, com uma iniciação da linguagem científica, oferece os meios para preparar a mente com vistas a um estudo sistemático.

O livro *Psico-geometria*, revolucionário para o início do século XX, ao mesmo tempo que critica o ensino tradicional, procura dar uma orientação aos professores e pais de como conduzir um ensino infantil em que a criança, num processo de auto-educação, realizado por meio do desenvolvimento de atividades manipulativas, consegue chegar a saberes geométricos - por meio da **intuição** e da **atividade**. As várias traduções da obra, na atualidade, testemunham que ela continua suscitando reflexões sobre o ensino e aprendizagem da geometria e, ainda, de acordo com Scoppola, tradutor e comentador do livro em italiano, esse livro não perdeu sua atualidade, pois os resultados das investigações em neurociência nos nossos dias comprovam a importância das ideias de Montessori.

Um livro nunca é apenas um livro. Se fizermos um retrospecto da trajetória de *Psico-geometria*, de Montessori, constatamos que ele ficou por vários anos num certo “esquecimento”. Talvez a razão para tal seja a língua em que o original foi escrito - o espanhol - e, também, por não ter sido traduzido, por muito tempo, para outras línguas com circulação mais ampla como o inglês e o francês. Entretanto, como um registro, ele se manteve na penumbra, sendo traduzido para o holandês em 1988 e redescoberto no início dos anos 2010, quando foi traduzido para outras seis línguas. Este livro permanece aberto aos pesquisadores que desejem lançar outros olhares, inclusive um comparativo com o de *Psico-aritmética*, uma vez que a própria autora os considerava complementares.

Manter um acervo e o utilizarmos como fonte para nossas investigações - como no caso do livro de Montessori - é crucial quando desejamos produzir uma história da educação matemática significativa que possa, além de cumprir sua função histórica, servir como recurso metodológico para à Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- CHARTIER, Roger. **A Aventura do livro: do leitor ao navegador**. Tradução Reginaldo C. Moraes. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.
- CHOPPIN, Alain. História dos livros didáticos e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez., 2004.
- CIVES, Giaocomo. Maria Montessori tra scienza, spiritualità e laicità. **Studi sulla formazione**, 2, p. 119-147, 2014.
- KAHN, David. Book Review: Maria Montessori's Psychogeometry. **Namta Bulletin**. p. 1-8, mar. 2011.
- LOPÉZ, Carolina Gómez. Psicogeometria. **RELAdEI**. Revista Latinoamericana de Educación Infantil, 4 (2), p. 229-231, jul. 2015.
- MONTESSORI, Maria. **Psico-geometria – el studio de la Geometría basado en la Psicología Infantil**. Barcelona: Casa Editorial Araluce, 1934.
- MONTESSORI, Maria. **Pedagogia Científica: a descoberta da criança**. Tradução Aury Azélio Brunetti. São Paulo: Flamboyant, 1965.
- MONTESSORI, Maria. **Psychogeometry**. v. 16. Maria Montessori-Pierson Publishing Company: Amsterdam, 2011a.
- MONTESSORI, Maria. **Psicogeometria**. Edizioni Opera Nazionale Montessori: Roma, 2012a.
- MONTESSORI, Maria. **Psyco Geometrie: l'Etude de la Geometrie fondee sur la Psychologie de l'enfant**. Paris: Desclee de Brouwer, 2011b.
- MONTESSORI, Maria. **Psychogeometrie: das Studium der Geometrie basierend auf der Psychologie des Kindes**. Trad. Comentada por Harald Ludwig e Martin Winter. Freiburg, Basel e Wien, Herder, 2012b.
- MONTESSORI, Maria. **Psico Geometria [ПсихоГеометрия]**. Tradução do espanhol por Serguei Safronov. Ekaterineburg: Narodnaia Kniga, 2019.
- RIOS, Diogo F.; RODRIGUES, Janine. Para guardar o que quer que se guarde: dos acervos escolares à construção de uma coleção digital E-book. In: Elisabete Burigo [et al.] (org.). **Saberes Matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)**. São Leopoldo: Oikos, 2020. p. 69-90.
- ROBERTS, David. History of Tools and Technologies in Mathematics Education. In: Alexander Karp e Gert Schubring (Ed.). **Handbook on the History of Mathematic Education**. New York: Springer, 2014.
- SCOPPOLA, Benedetto. Fonti e documenti: lezioni di Maria Montessori. **Annali di storia dell'educazione**, 18, p. 413-434, 2011.
- SCOPPOLA, Benedetto. Maria Montessori e la mente matematica. **Education 2.0 Rivista quindicinale**. Out.2013 Disponível em: [educationduepuntozero.it/didattica-e-apprendimento/maria-montessori-mente-matematica-4084991032.shtml](http://educationduepuntozero.it/didattica-e-apprendimento/maria-montessori-mente-matematica-4084991032.shtml), Acesso em: 10 jun.

2020.

SILVA, Samanta Stein. **O modelo pedagógico de Maria Montessori: uma releitura de suas prática para o ensino de Matemática.** Porto Alegre. Monografia de conclusão curso. Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.