

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

**YGOR LEMOS FIALHO**

**SISTEMA DE CONTROLE PARA POUSO VERTICAL AUTÔNOMO DE FOGUETES  
AUXILIARES**

Joinville  
2020

**YGOR LEMOS FIALHO**

**SISTEMA DE CONTROLE PARA POUSO VERTICAL AUTÔNOMO DE FOGUETES  
AUXILIARES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial, no curso Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Prof. Dr. Alexandro Garro Brito

Joinville  
2020

YGOR LEMOS FIALHO

**SISTEMA DE CONTROLE PARA POUSO VERTICAL AUTÔNOMO DE FOGUETES  
AUXILIARES**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville, 13 de Agosto de 2020.

**Banca Examinadora:**

---

Dr. Alexandro Garro Brito  
Orientador  
Presidente

---

Dr. Sérgio Junichi Idehara  
Membro  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Dr. Kleber Vieira de Paiva  
Membro  
Universidade Federal de Santa Catarina

## **AGRADECIMENTOS**

Obrigado professor Alexandro pela oportunidade de poder realizar este trabalho ao seu lado, sempre me orientando e me moldando para que eu me torne um pesquisador melhor. Sou imensamente agradecido pela tua paciência, tolerância e confiança. Agradeço também aos meus amigos Emmanuel, Damylle, Bárbara, Flávia, Arthur e Vanessa por me auxiliar durante a concepção deste trabalho.



*You don't learn anything from success, but you learn a lot from your failures.*

---

Gwynne Shotwell

## RESUMO

Nos últimos anos, a indústria aeroespacial tem buscado aplicar a tecnologia de pouso e decolagem vertical em seus veículos lançadores, aplicando-as no primeiro estágio (fogete auxiliar), visando sua reutilização em novas missões. Essa abordagem é motivada, principalmente, devido ao seu potencial na redução de custo de lançamento, além de incrementar a disponibilidade de serviço de transporte espacial. O presente trabalho apresenta o projeto de um sistema de controle baseado no controlador PID para pousar verticalmente um fogete auxiliar de forma autônoma. Para tal, empregou-se como atuadores a vetorização e a variação da magnitude do empuxo. Modelou-se matematicamente a dinâmica do movimento do fogete auxiliar em três graus de liberdade, englobando as forças aerodinâmicas e a influência do sistema de controle. A massa do fogete auxiliar foi considerada constante. Realizou-se uma estimativa da massa de combustível necessária, da altitude necessária para ligar o motor e a velocidade de queda do fogete auxiliar. Utilizou-se três controladores PD, um para cada grau de liberdade. Para calcular os ganhos dos controladores, realizou-se uma série de linearizações e simplificações para transformar cada grau de liberdade em um sistema de uma entrada e uma saída. O sistema de controle então foi testado no modelo completo construído no ambiente SIMULINK. Os resultados mostram que o sistema de controle proposto alcançou o objetivo de pousar um fogete auxiliar de  $950\text{kg}$  consumindo  $81\text{kg}$  de combustível para realizar o pouso vertical. Observou-se uma limitação da dispersão horizontal causada pela força aerodinâmica, para uma altitude inicial de  $694\text{m}$ , a dispersão máxima permitida pelo atuador com uma vetorização de  $10^\circ$  foi de  $21\text{m}$ .

**Palavras-chave:** Fogete auxiliar. Pouso vertical. Controlador PID.

## ABSTRACT

With the motivation of launch cost reduction and to increase the availability of launch service, in the last few years the space companies are enhancing vertical take-off vertical landing technology applied to their booster to autonomously recover and reuse them. This present work design a control system based on PID controllers to land vertically a booster. Gimbal and thrust control were the key actuator to control the translational and rotational movement. The dynamic model was made in three degrees of freedom, which takes into account aerodynamic forces and the influence of the control system. The mass of the booster was considered constant. It was utilized three PD controllers, one for each degree of freedom. Besides the control design, an estimation of fuel mass, initial altitude, and initial vertical velocity were made. To obtain the control gains, linearizations and simplifications were made in each degree of freedom to reduce it to a system of a single input single output. The control system was then tested in the complete model developed in SIMULINK. Results showed the control system is suitable for the proposed problem, landing a  $950kg$  booster using  $81kg$  of fuel to perform the vertical landing. It was observed a horizontal displacement limitation due to aerodynamic forces. To an initial altitude of  $694m$ , the maximum dispersion allowed by the actuator of  $10^\circ$  gimbal was  $21m$ .

**Keywords:** Booster. Vertical landing. PID controller

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama esquemático das forças agindo em um foguete auxiliar e o sistema de referência adotado pelo trabalho. . . . .	17
Figura 2 – Esquemática do controle de atitude do foguete auxiliar por meio do motor vetorizado. . . . .	19
Figura 3 – A distribuição da força normal sobre a superfície do foguete auxiliar gera um momento em sua base. . . . .	21
Figura 4 – A distribuição da velocidade perpendicular ao eixo de simetria, causado pela velocidade angular, causa uma força contrária ao movimento devido ao arrasto. . . . .	23
Figura 5 – Dados experimentais obtido por Polhamus para um cilindro de 1,39m de comprimento e uma razão L/d de 10,94. . . . .	24
Figura 6 – Espaçonave experimental utilizada para estudar o efeito que o jato de exaustão tem na aerodinâmica durante um pouso propulsivo. . .	24
Figura 7 – Diagrama de blocos de um sistema de malha fechada com uma única saída e uma única entrada . . . . .	26
Figura 8 – Modelagem do foguete auxiliar feito no SIMULINK. Cada bloco desempenha uma série de cálculos para obter as acelerações, velocidades e deslocamentos. . . . .	29
Figura 9 – Em (a), influência da aceleração total na quantidade de combustível necessária para realizar o pouso. Em (b), influência da aceleração total na altitude em que o motor é ligado. Dados obtidos para um foguete com uma massa estrutural de $1000kg$ e uma velocidade inicial de $-200m/s$ . . . . .	31
Figura 10 – Fluxograma do processo de obtenção da massa de combustível necessária e a altitude em que o motor é ligado. . . . .	32
Figura 11 – Estrutura básica do sistema de controle utilizado neste trabalho, três controladores que atuam no foguete por meio da força de empuxo e do ângulo de deflexão do motor. . . . .	33
Figura 12 – Sistema de controle em malha fechada do eixo vertical, onde o termo derivativo foi utilizado na realimentação. . . . .	36

Figura 13 – Sistema de controle em cascata. O sistema de controle rotacional está localizado na malha interna (linha pontilhada), enquanto o sistema de controle horizontal está localizado na malha externa (linha sólida). . . . .	37
Figura 14 – Em (a), sistema de controle rotacional em malha fechada utilizando um controlador PD com o termo derivativo na realimentação. Em (b), sistema de controle horizontal em malha fechada utilizando um controlador PD com o termo derivativo na realimentação. . . . .	37
Figura 15 – Foguete Electron em seu lançamento na Nova Zelândia. . . . .	41
Figura 16 – Comparação entre o modelo simplificado com a influência de $\delta$ (em preto) e o modelo simplificado (em azul) com um coeficiente de amortecimento $\zeta_{\theta} = 0,5$ e $\zeta_x = 0,8$ . . . . .	45
Figura 17 – Comparação da resposta horizontal entre o modelo simplificado com $\delta$ (em preto) e o modelo simplificado (em azul) para baixas velocidades e um coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,8$ em ambos os controladores. . . . .	46
Figura 18 – Comparação da resposta do ângulo $\theta$ e do atuador $\delta$ entre o modelo simplificado com $\delta$ (em preto) e o modelo simplificado (em azul) e um coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,8$ em ambos os controladores. . . . .	46
Figura 19 – Perfil vertical-horizontal das condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	48
Figura 20 – Forças horizontais atuantes no foguete, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	49
Figura 21 – Perfil dos principais ângulos do foguete, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	49
Figura 22 – Perfil dos momentos de amortecimento, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	50
Figura 23 – Perfil do empuxo, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	51
Figura 24 – Envelope de dispersão para o início da manobra de pouso onde, para todos os pontos em seu interior o pouso é realizado sem exceder as limitações do foguete auxiliar. . . . .	51
Figura 25 – Comparação entre o perfil horizontal do modelo completo e o modelo simplificado para a máxima dispersão horizontal. . . . .	54
Figura 26 – Perfil horizontal para a simulação de três modelos diferentes para avaliar o impacto da variação do empuxo no sistema horizontal-rotacional. As condições iniciais são apresentadas na Tabela 6. . . . .	54
Figura 27 – Distribuição dos componentes internos do foguete auxiliar baseado no electron. . . . .	60
Figura 28 – Perfil da altitude, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	61

Figura 29 – Perfil da posição horizontal, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	62
Figura 30 – Perfil de $\dot{\theta}$ , nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	62
Figura 31 – Perfil de $\ddot{\theta}$ , nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	63
Figura 32 – Perfil da velocidade horizontal, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	63
Figura 33 – Perfil da componente vertical das forças, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	64
Figura 34 – Perfil $\theta$ -x, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6. . . . .	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características do foguete auxiliar baseado no Electron. . . . .	42
Tabela 2 – Requisitos para o pouso. . . . .	42
Tabela 3 – Estimativa das condições iniciais. . . . .	43
Tabela 4 – Projeto do controlador vertical. . . . .	43
Tabela 5 – Projeto do controlador horizontal e rotacional. . . . .	44
Tabela 6 – Resultado da simulação do modelo completo em malha fechada, considerando as condições iniciais. . . . .	47
Tabela 7 – Projeto do controlador vertical. . . . .	52
Tabela 8 – Projeto do controlador horizontal e rotacional. . . . .	53

## LISTA DE SIGLAS

cm	Centro de massa
cp	Centro de pressão
ISA	International standard atmosphere
ITSE	Integral of time and squared error
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
RLV	Reusable launch vehicle
VTVL	Vertical take-off vertical landing
JAXA	Agência japonesa de exploração aeroespacial
DLR	Centro aeroespacial alemão
CNES	Centro nacional de estudos espaciais francês



## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Força paralela ao eixo de simetria do foguete [ $N$ ]
$a_{\infty}$	Velocidade do som [ $m/s$ ]
$C_N$	Coefficiente adimensional da força normal
$C_A$	Coefficiente adimensional da força axial
$C_{dc}$	Coefficiente adimensional de arrasto cruzado
$d$	Diâmetro [ $m$ ]
$E_f$	Faixa de tolerância
$g$	Aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ]
$g_x$	Aceleração da gravidade no eixo horizontal [ $m/s^2$ ]
$g_z$	Aceleração da gravidade no eixo vertical [ $m/s^2$ ]
$G_x$	Planta do sistema horizontal
$G_{\theta}$	Planta do sistema rotacional
$I_{sp}$	Impulso específico [ $s$ ]
$J$	Momento de inércia [ $kg.m^2$ ]
$k_p$	Ganho proporcional
$k_i$	Ganho integral
$k_d$	Ganho derivativo
$k_{px}$	Ganho proporcional do sistema horizontal
$k_{dx}$	Ganho derivativo do sistema horizontal
$k_{p\theta}$	Ganho proporcional do sistema rotacional
$k_{d\theta}$	Ganho derivativo do sistema rotacional
$m$	Massa [ $kg$ ]
$\dot{m}$	Vazão mássica [ $kg/s$ ]
$m_f$	Massa de combustível [ $kg$ ]
$\dot{m}_f$	Vazão mássica de combustível [ $kg/s$ ]
$L$	Comprimento do foguete auxiliar [ $L$ ]
$M_{base}$	Momento produzido na base do foguete [ $N.m$ ]
$M_{aero}$	Momento aerodinâmico [ $N.m$ ]
$M_N$	Momento devido à força normal [ $N.m$ ]
$M_{damp}$	Momento de amortecimento aerodinâmico [ $N.m$ ]
$M_{jato}$	Momento de amortecimento de jato [ $N.m$ ]
$M_{\infty}$	Numero de Mach
$N$	Força normal ao eixo de simetria do foguete [ $N$ ]

$p$	Pressão [ $Pa$ ]
$q_{\infty}$	Pressão dinâmica [ $Pa$ ]
$R$	Constante específica dos gases [ $J/(kg \cdot K)$ ]
$S_{ref}$	Área de referência [ $m^2$ ]
$t_s$	Tempo de acomodação de um sistema de controle [ $s$ ]
$T$	Força de empuxo [ $N$ ]
$T_e$	Temperatura [ $K$ ]
$V$	Velocidade [ $m/s$ ]
$V_{pouso}$	Velocidade de pouso [ $m/s$ ]
$V_e$	Velocidade efetiva de exaustão dos gases [ $m/s$ ]
$V_{\infty}$	Velocidade do escoamento [ $m/s$ ]
$x$	posição horizontal [ $m$ ]
$\dot{x}$	Velocidade horizontal [ $m/s$ ]
$x_{ref}$	Posição de referência [ $m$ ]
$W$	Força peso [ $N$ ]
$z$	Posição vertical [ $m$ ]
$\dot{z}$	Velocidade vertical [ $m/s$ ]
$\ddot{z}$	Aceleração vertical [ $m/s^2$ ]
$z_{ref}$	Posição vertical de referência [ $m$ ]
$x_f$	Posição horizontal, sistema de referência do foguete auxiliar [ $m$ ]
$z_{fcm}$	Distância entre a base e o centro de massa [ $m$ ]
$z_{fcp}$	Distância entre a base e o centro de pressão [ $m$ ]
$z_f$	Posição vertical, sistema de referência do foguete auxiliar [ $m$ ]
$\theta$	Ângulo de atitude [ $^{\circ}$ ]
$\dot{\theta}$	Velocidade angular [ $^{\circ}/s$ ]
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular [ $^{\circ}/s^2$ ]
$\theta_{ref}$	Ângulo de atitude de referência [ $^{\circ}$ ]
$\alpha$	Ângulo de ataque [ $^{\circ}$ ]
$\delta$	Deflexão do motor em relação ao eixo de simetria do foguete auxiliar [ $^{\circ}$ ]
$\Delta F$	Diferença entre a força de empuxo e a força peso [ $N$ ]
$\rho$	Densidade [ $kg/m^3$ ]
$\zeta$	Coeficiente adimensional de amortecimento
$\omega_n$	Frequência de oscilação não amortecida [ $rad$ ]
$\gamma$	razão entre o calor específico à pressão constante e à volume constante

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	Objetivo Geral	16
1.2	Objetivos Específicos	16
1.3	Contribuições	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1	Equação do movimento	17
2.2	Controle por meio do motor-foguete	18
2.2.1	Motor-foguete vetorizado	18
2.2.2	Motor-foguete com empuxo de magnitude variável	19
2.3	Força aerodinâmica	20
2.3.1	Força Normal	20
2.3.2	Momento aerodinâmico	22
2.3.3	Arrasto Axial	23
2.4	Sistema de controle	25
2.4.1	Representação do sistema	25
2.4.2	Controlador PID	27
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>28</b>
3.1	Construção da simulação de voo	28
3.2	Estimativa das condições iniciais	29
3.3	Estratégia de controle	33
3.3.1	Modelo Simplificado	34
3.3.2	Projeto do controlador de altitude	35
3.3.3	Projeto do controlador horizontal e rotacional	36
3.4	Conclusão	40
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>41</b>
4.1	Características do foguete auxiliar	41
4.1.1	Requisitos de projeto para o pouso	42
4.2	Estimativa das condições iniciais	42
4.3	Resultado modelo simplificado	43
4.3.1	Impacto da deflexão do motor	44
4.4	Resultado do modelo completo	47
4.5	Comparação entre os modelos	52
4.6	Conclusão	55

<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>56</b>
<b>5.1</b>	<b>Trabalhos futuros</b> . . . . .	<b>56</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>58</b>
	<b>APÊNDICE A</b> . . . . .	<b>60</b>
	<b>APÊNDICE B</b> . . . . .	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os veículos lançadores espaciais são projetados com múltiplos estágios, uma vez que essa configuração permite transportar uma maior massa. Após o combustível de um particular estágio ser consumido, esse é desacoplado do veículo seguido do acionamento do sistema propulsivo do estágio seguinte (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

Desde o Lançamento do Sputnik em 1957, a maioria dos veículos lançadores espaciais são projetados para terem seus estágios descartados após o uso. Veículos lançadores espaciais reutilizáveis (RLV, do inglês Reusable Launch Vehicle) ou parcialmente reutilizáveis, podem ser atrativos do ponto de vista econômico e ecológico. De acordo com Richardson e Hardy (2018), RLV podem aumentar o acesso ao espaço por meio da redução de custo de lançamento e do aumentando da disponibilidade de serviços de transporte espacial, entretanto, a experiência obtida nos projetos do Space Shuttle e Buran mostraram ser desafiador encontrar um RLV viável operacionalmente (SIPPEL et al., 2017).

Apesar dos desafios, as empresas Blue Origin e SpaceX obtiveram êxito em projetar respectivamente, o New Shepard, um veículo lançador suborbital totalmente reutilizável, e o Falcon 9, veículo orbital parcialmente reutilizável. A abordagem técnica dessas duas empresas foi aplicar a tecnologia de pouso e decolagem vertical (VTVL, do inglês, Vertical Take-off Vertical Landing) no foguete auxiliar (primeiro estágio), de seus veículos lançadores (SIPPEL et al., 2017).

Nesse método de pouso, os motores-foguete principais são utilizados para desacelerar e realizar um pouso vertical propulsivo autônomo (SIPPEL et al., 2017). De acordo com Blackmore (2016), a vantagem de se aplicar a tecnologia VTVL em veículos lançadores é um pouso com precisão medida em metros. Com essa precisão no pouso há a possibilidade de que veículos lançadores espaciais sejam reabastecidos e reutilizados.

Desde então, o interesse por esse método vem aumentando e as empresas Blue Origin e SpaceX estão desenvolvendo veículos mais ambiciosos utilizando a tecnologia VTVL. E como apresentado por Dumont et al. (2018), o centro aeroespacial alemão (DLR) junto com a agência japonesa de exploração aeroespacial (JAXA) e o centro nacional de estudos espaciais francês (CNES) vem realizando estudos com foguetes auxiliares com tecnologia VTVL para avaliar futuros veículos lançadores espaciais. Entretanto, de acordo com Ferrante (2017), como a tecnologia VTVL aplicada em foguetes é insipiente, há pouco material publicado sobre tópicos específicos, como

o sistema de controle usado.

Nesse contexto, o presente trabalho explora o tema de um pouso vertical propulsivo autônomo, propondo um sistema de controle o qual apresenta as características de trajetória, limitações e a massa de combustível necessária. O sistema de controle proposto utiliza controlador baseado no Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para o pouso vertical de um foguete auxiliar, que para Sagliano et al. (2019) é uma abordagem comum para sistemas de controle de voo. O motor do foguete é montado em uma base em que permita a deflexão do motor em relação ao eixo de simetria do foguete, permitindo o controle de atitude.

A metodologia considerada neste trabalho consiste na análise matemática da dinâmica do movimento em três graus de liberdade do foguete auxiliar, modelando as forças que alteram sua trajetória e a influência do sistema de controle proposto. Utilizou-se a vetorização e a variação da magnitude do empuxo como atuadores. Realizou-se também uma estimativa das condições iniciais, dentre elas, a altitude em que os motores devem ser ligados para um menor consumo de combustível. Construiu-se no ambiente SIMULINK (ferramenta do programa MATLAB) a simulação do modelo.

### **1.1 Objetivo Geral**

Análise teórica simplificada para pouso vertical de um foguete auxiliar empregando controle baseado no PID.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Os objetivos específicos são:

- a. Descrever matematicamente a trajetória do foguete auxiliar;
- b. Modelar as forças que alteram a trajetória do foguete auxiliar;
- c. Estimar a condição inicial do pouso propulsivo;
- d. Projetar o controlador PID e definir seus ganhos;
- e. Desenvolver no SIMULINK a simulação numérica do modelo;
- f. Analisar a resposta do foguete auxiliar.

### **1.3 Contribuições**

A principal contribuição deste trabalho é a apresentação das características de manobra e a exposição do tema de pouso propulsivo de foguetes auxiliares, uma área pouco explorada, que no futuro próximo pode se tornar o padrão na industrial aeroespacial.

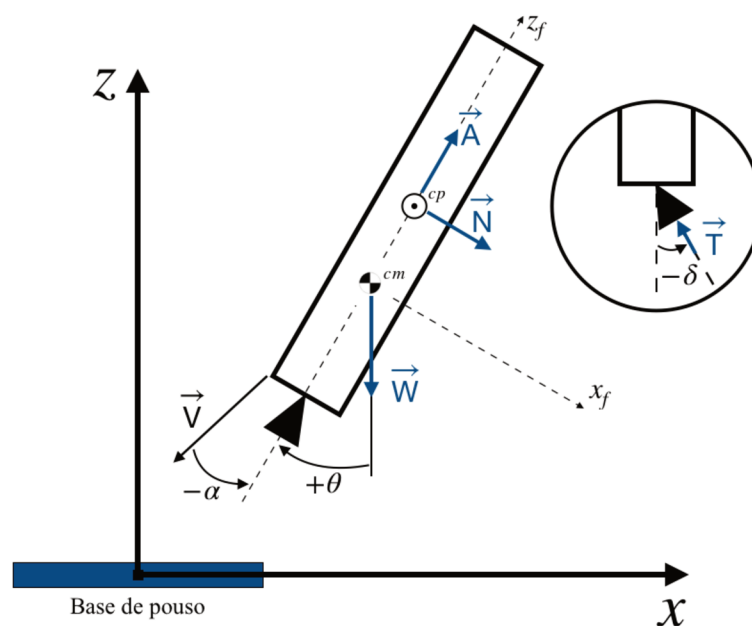
## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é apresentado o modelo matemático que descreve a dinâmica de movimento do foguete auxiliar. São apresentados também os conceitos teóricos fundamentais para a construção do modelo matemático do empuxo e das forças e momentos aerodinâmicos. Por fim, é abordado a teoria do controle clássico, apresentando os fundamentos de controladores PID e do controle em malha fechada.

### 2.1 Equação do movimento

A Figura 1 ilustra o diagrama esquemático das forças agindo em um foguete auxiliar cilíndrico em duas dimensões. A força peso é definida como  $W$ . As forças  $N$  e  $A$  são respectivamente a resultante da força aerodinâmica normal e paralela ao eixo de simetria do foguete auxiliar, aplicadas no centro de pressão ( $cp$ ). O ângulo entre o vetor velocidade ( $\vec{V}$ ) e o eixo de simetria do foguete ( $z_f$ ) é definido como ângulo de ataque  $\alpha$ . O empuxo gerado pelo motor é definido como  $T$ . A deflexão do motor em relação ao eixo de simetria do foguete é definido como  $\delta$ .

Figura 1 – Diagrama esquemático das forças agindo em um foguete auxiliar e o sistema de referência adotado pelo trabalho.



Fonte: Autor (2020).

A Figura 1 define também os dois sistemas de referência adotados neste trabalho. Considerando a aproximação da terra plana, o sistema de referência inercial tem sua origem no centro da base de pouso, o eixo  $z$  é perpendicular ao plano da terra e o eixo  $x$  é paralelo ao plano da terra. A base de pouso é estacionária. O sistema de referência do foguete tem sua origem em seu centro de massa (cm). O eixo  $z_f$  é definido como o eixo de simetria do foguete auxiliar. O eixo  $x_f$  é o eixo perpendicular ao eixo  $z_f$ . O movimento do centro de massa do foguete é planar e está contido no plano  $xz$ . A atitude  $\theta$  do foguete auxiliar é definido como o ângulo entre o eixo  $z_f$  e eixo  $z$ .

As equações de movimento planar de corpo rígido são descritas nas Equações 2.1, 2.2 e 2.3. As equações são descritas por Cornelisse, Schöyer e Wakker (1979) e apresentam um campo gravitacional não uniforme e a massa do foguete variável devido ao consumo de combustível. A massa, momento de inércia, a aceleração da gravidade no eixo  $x$  e no eixo  $z$  são definidas respectivamente por  $m$ ,  $J$ ,  $g_x$  e  $g_z$ .

$$m\ddot{x} = T \sin(\theta + \delta) + N \cos \theta + A \sin \theta - mg_x \quad (2.1)$$

$$m\ddot{z} = T \cos(\theta + \delta) - N \sin \theta + A \cos \theta - mg_z \quad (2.2)$$

$$J\ddot{\theta} = -z_{f_{cm}} T \sin \delta - \dot{\theta} \left( \frac{dJ}{dt} + \dot{m} z_{f_{cm}}^2 \right) + M_{aero} \quad (2.3)$$

Segundo Palmerio (2017), devido às dimensões dos foguetes lançadores de satélite atuais, o efeito da não uniformidade do campo gravitacional se torna desprezível. Portanto, para fins práticos, o campo gravitacional pode ser considerado uniforme, zerando o termo  $g_x$ .

O termo  $M_{aero}$  é o momento gerado pelas forças aerodinâmicas, que será visto em mais detalhes na seção 2.3. O termo  $z_{f_{cm}}$  é a distância entre o centro de massa e a base do foguete, onde há a exaustão dos gases da combustão. O termo  $\dot{\theta} \dot{m} z_{f_{cm}}^2$  é chamado de momento de amortecimento de jato  $M_{jato}$  e é devido à exaustão dos gases (CORNELISSE; SCHÖYER; WAKKER, 1979).

## 2.2 Controle por meio do motor-foguete

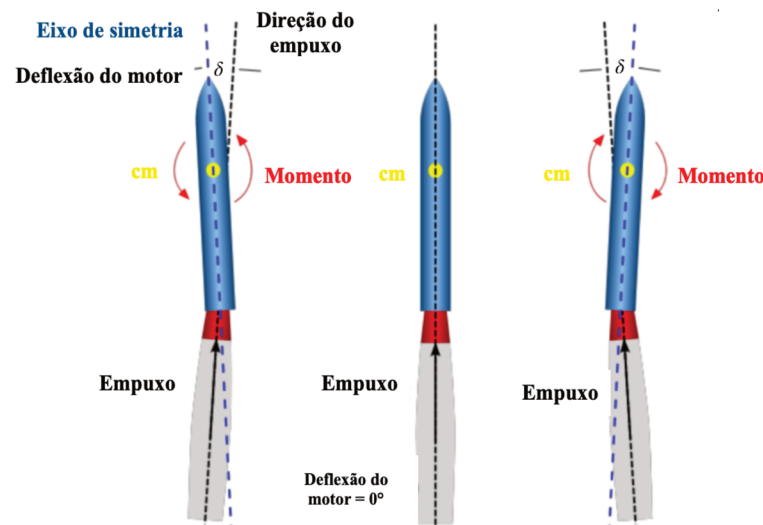
Para o foguete auxiliar realizar um pouso propulsivo com precisão, é necessário que tenha capacidade de controlar sua trajetória e atitude. Isso é possível controlando a direção do vetor empuxo e controlando a magnitude do empuxo.

### 2.2.1 Motor-foguete vetorizado

Controlar a direção do vetor empuxo ( $\vec{T}$ ) possibilita alterar o ângulo de atitude ( $\theta$ ) do foguete (SUTTON; BIBLARZ, 2016). Alterando a direção do empuxo, um momento é criado ao redor do centro de massa, como é possível observar na Figura 2.



Figura 2 – Esquematização do controle de atitude do foguete auxiliar por meio do motor vetorizado.



Fonte: Adaptado de National Aeronautics and Space Administration (2018)

Para o foguete auxiliar pousar verticalmente, o sistema de controle do vetor empuxo será responsável por manter o ângulo de atitude ( $\theta$ ) o mais próximo de  $0^\circ$  possível, quando não for preciso transladar. Caso seja necessário transladar o foguete, o sistema de controle do vetor empuxo precisa alterar  $\theta$  para que o foguete tenha no eixo  $x$  uma componente do empuxo.

O tipo de controle do vetor empuxo mais comum nos motores-foguete americanos são os que rotacionam o motor inteiro, por meio de uma junta esférica ou dobradiça. Esse tipo de vetorização possibilita ângulos de até  $12^\circ$  e tem perdas insignificantes no desempenho do motor (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

### 2.2.2 Motor-foguete com empuxo de magnitude variável

Controlando a magnitude do empuxo, é possível alterar a velocidade de queda. Segundo Sutton e Biblarz (2016), a diminuição do empuxo é obtida reduzindo a vazão mássica de combustível ( $\dot{m}_f$ ). O empuxo é descrito pela Equação 2.4.

$$T = \dot{m}_f V_e + (p_0 - p_{atm}) S_{bocal} \quad (2.4)$$

Na equação acima,  $\dot{m}_f$ ,  $V_e$ ,  $p_0$ ,  $p_{atm}$  e  $S_{bocal}$  denotam, respectivamente, a vazão mássica de combustível, a velocidade efetiva de exaustão dos gases, pressão de exaustão dos gases, pressão atmosférica e a área de saída do bocal. O segundo termo da equação representa o empuxo de pressão. Muitos motores são projetados para que a pressão de exaustão dos gases seja igual à pressão atmosférica ao nível do mar ou próximo (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

A velocidade de exaustão dos gases é obtida multiplicando o impulso específico  $I_{sp}$  pela aceleração da gravidade padrão  $g_o$ , descrita na Equação 2.5. O impulso específico mensura o desempenho do motor-foguete (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

$$V_e = I_{sp}g_o \quad (2.5)$$

Quando se trata do controle de magnitude, há dois tipos de motores-foguete existentes: o controle de magnitude moderado e o controle de magnitude profundo. Para o controle moderado, a magnitude mínima do empuxo pode variar de 33% a 50% do empuxo total. A diminuição do empuxo no controle moderado pode acarretar em uma queda do impulso específico de até 9%. Para o controle profundo, a magnitude mínima do empuxo pode variar de 3% a 17% do empuxo total. A diminuição do empuxo no controle profundo diminui consideravelmente o impulso específico, podendo alcançar uma perda de mais de 15% (SUTTON; BIBLARZ, 2016).

## 2.3 Força aerodinâmica

De acordo com Anderson (2017), as forças e momentos aerodinâmicos são resultado de somente duas fontes: distribuição de pressão e distribuição da tensão cisalhante em toda a superfície do foguete. Ao integrá-las sobre a superfície externa do foguete, é obtida uma força aerodinâmica resultante que pode ser decomposta em uma força normal ( $N$ ) e uma força axial ou arrasto axial ( $A$ ). O ponto de aplicação da força aerodinâmica resultante é chamado de centro de pressão ( $cp$ ), e está a uma distância  $z_{f_{cp}}$  da base do foguete. Ambas as forças dependem de um coeficiente adimensional, da velocidade do foguete auxiliar em relação ao ar, da pressão atmosférica local, da densidade e da temperatura.

### 2.3.1 Força Normal

De acordo com Anderson (2017), a força normal é definida como:

$$N = C_N S_{ref} q_\infty \quad (2.6)$$

Na equação 2.6,  $C_N$ ,  $S_{ref}$  e  $q_\infty$  denotam, respectivamente, o coeficiente adimensional da força normal, a área de referência e a pressão dinâmica. A pressão dinâmica é definida pela Equação 2.7, onde  $\rho$  e  $V_\infty$  denotam, respectivamente, a densidade do ar e a velocidade do ar relativa ao foguete auxiliar.

$$q_\infty \equiv \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \quad (2.7)$$

Para foguetes auxiliares esbeltos e axialmente simétricos sujeitos a pequenos ângulos de ataque ( $\alpha$ ), a força normal pode ser obtida somando o efeito da teoria do corpo esbelto com o efeito da teoria do escoamento cruzado. O coeficiente da força

normal é descrito pela Equação 2.8 (ALLEN; PERKINS, 1951 apud CORNELISSE; SCHÖYER; WAKKER, 1979).

$$C_N = \frac{2\alpha}{S_{ref}} \int_0^L \frac{dS}{dz_f} dz_f + \frac{\alpha^2}{S_{ref}} \int_0^L C_{dc} d(z_f) dz_f \quad (2.8)$$

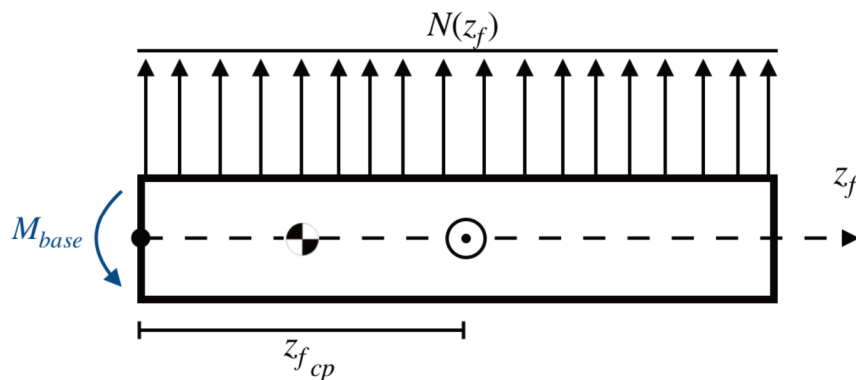
A primeira parte da equação é devido à teoria do corpo esbelto. O termo  $dS/dz_f$  denota a variação infinitesimal da área da seção transversal ao longo do eixo de simetria do foguete auxiliar. Para foguetes auxiliares cilíndricos sem coifa, não há variação de área ao longo do eixo de simetria e portanto a primeira parte da equação é zero.

A segunda parte da equação é devido à teoria do escoamento cruzado. O termo  $C_{dc}$  representa o coeficiente de arrasto cruzado de cada seção infinitesimal do corpo do foguete ao longo do eixo de simetria, e para  $M_\infty \sin\alpha < 0,4$  e  $M_\infty \sin\alpha > 1,6$  seu valor varia entre 1,2 e 1,4 (JORGENSEN, 1973 apud CORNELISSE; SCHÖYER; WAKKER, 1979). O número de Mach ( $M_\infty$ ) representa a razão entre a velocidade do escoamento ( $V_\infty$ ) e a velocidade do som local ( $a_\infty$ ).

Para se obter a resultante da força normal, é preciso identificar o ponto onde o momento é zero. O momento produzido na base do foguete é descrito pela Equação 2.9 (NISKANEN, 2009). É possível obter o valor total do momento integrando a distribuição da força normal sobre o corpo todo, como ilustra a Figura 3.

$$M_{base}(z_f) = z_f N(z_f) \quad (2.9)$$

Figura 3 – A distribuição da força normal sobre a superfície do foguete auxiliar gera um momento em sua base.



Fonte: Autor (2020).

Alterando o ponto de aplicação do momento para o ponto onde o momento é zero e isolando a localização do centro de pressão, temos a Equação 2.10:

$$z_{f_{cp}} = \frac{M_{base}}{N} \quad (2.10)$$

Portanto, o ponto de aplicação da força normal é a razão entre o momento total de base e a força normal. Para corpos cilíndricos, é possível encontrar que o ponto de aplicação da força normal se localiza no centro do corpo e que não se movimenta com a variação de  $\alpha$ .

### 2.3.2 Momento aerodinâmico

O momento aerodinâmico ao redor do centro de massa devido à força normal é descrito pela Equação 2.11:

$$M_N = (z_{f_{cp}} - z_{f_{cm}})N \quad (2.11)$$

Há também um momento de amortecimento aerodinâmico, resultado do arrasto devido à distribuição da velocidade perpendicular ao longo do eixo de simetria do foguete, como ilustra a Figura 4. Portanto, quando o foguete auxiliar possui velocidade angular ( $\dot{\theta}$ ), há uma força infinitesimal  $dF$  perpendicular ao eixo de simetria do foguete auxiliar, contrária a velocidade em uma seção infinitesimal  $dz_f$  à uma distância  $z_f$  do centro de massa, descrita pela Equação 2.12. O cilindro em um escoamento perpendicular ao seu eixo de simetria tem um coeficiente de arrasto  $C_F = 1,1$ . A área de referência adotada é a área da seção transversal do cilindro. (NISKANEN, 2009).

$$dF = C_F \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot (\dot{\theta} \cdot z_f)^2 \cdot d \cdot dz_f \quad (2.12)$$

O momento infinitesimal produzido corresponde a  $dM_{damp}$ , apresentado na Equação 2.13. Integrando sobre todo o comprimento do cilindro ( $L$ ), temos o momento de amortecimento total descrito na Equação 2.14.

$$dM_{damp} = z_f \cdot dF \quad (2.13)$$

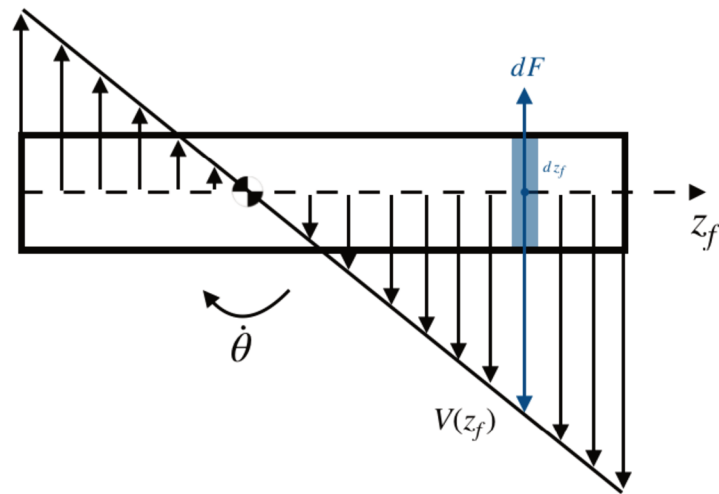
$$M_{damp} = 0,1375 \cdot \rho \cdot d \cdot \dot{\theta}^2 \cdot [(L - z_{f_{cm}})^4 + z_{f_{cm}}^4] \quad (2.14)$$

O momento de amortecimento é aplicado no sentido oposto da rotação. O autor Niskanen (2009) afirma que o momento de amortecimento é insignificante em quase todo o voo do foguete pelo fato da velocidade angular ser baixa.

Por fim, a soma dos dois momentos fornecendo o momento aerodinâmico total atuando no foguete auxiliar é apresentado na Equação 2.15.

$$M_{aero} = M_N - M_{damp} \quad (2.15)$$

Figura 4 – A distribuição da velocidade perpendicular ao eixo de simetria, causado pela velocidade angular, causa uma força contrária ao movimento devido ao arrasto.



Fonte: Autor (2020).

### 2.3.3 Arrasto Axial

O ar escoando ao redor do foguete causa uma força contrária ao seu movimento, chamada arrasto. De acordo com Anderson (2017), o arrasto axial é definido como apresentado na Equação 2.16.

$$A = C_A S_{ref} q_{\infty} \quad (2.16)$$

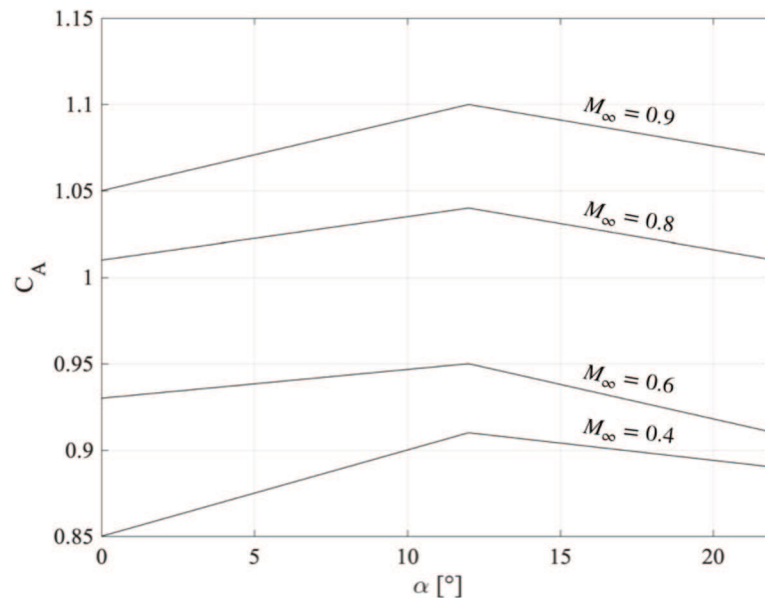
Na Equação 2.16,  $C_A$  denota o coeficiente adimensional de arrasto axial. Cornelisse, Schöyer e Wakker (1979) explica que o arrasto pode ser dividido em: arrasto de onda devido à presença de ondas de choque; arrasto viscoso devido à viscosidade atmosférica; arrasto induzido devido à geração de sustentação; arrasto de base devido à descontinuidade abrupta no final do corpo do foguete; arrasto de interferência devido à interação entre vários escoamentos e o arrasto devido às imperfeições superficiais como por exemplo encaixes imperfeitos, soldas e rebites.

Para Nielsen (1988), o arrasto em foguetes cilíndricos é majoritariamente influenciado pelo arrasto viscoso, o que torna difícil de ser previsto e calculado precisamente. Por isso, segundo Barrowman (1967), os cálculos teóricos do arrasto necessitam de dados empíricos e estatísticos.

Polhamus (1957) realizou testes em túnel de vento para um cilindro de  $1,39m$  de comprimento com uma razão  $L/d$  de  $10,94$ , obtendo o valor do coeficiente de arrasto axial  $C_A$ . Em seus testes, o autor variou  $\alpha$  de  $0^\circ$  até  $22^\circ$  variando o número de Mach de  $0,4$  até  $0,9$ . O resultado dos testes para três ângulos de ataque em cada velocidade e linearizado é apresentado na Figura 5. É possível observar que o coeficiente de arrasto

axial não varia consideravelmente com o ângulo de ataque ( $\alpha$ ), a maior diferença encontrada é de 7% entre  $0^\circ$  e  $12^\circ$  para  $M_\infty = 0,4$ .

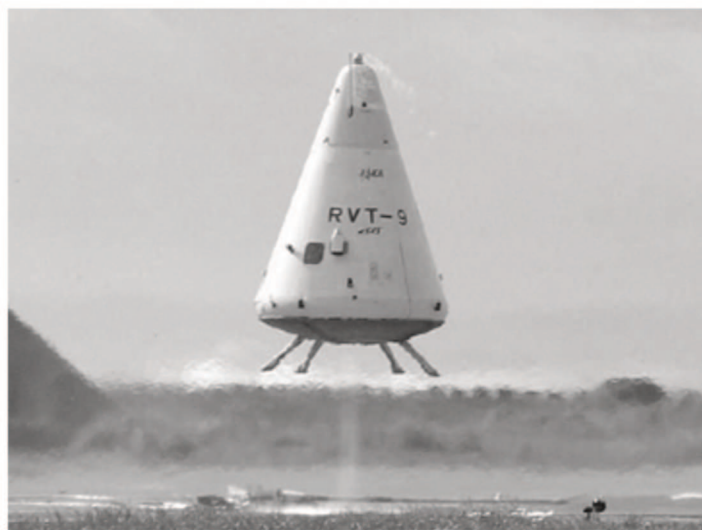
Figura 5 – Dados experimentais obtido por Polhamus para um cilindro de 1,39m de comprimento e uma razão L/d de 10,94.



Fonte: Adaptado de Polhamus (1957, p.23).

Como o pouso do foguete é propulsivo, há também a influência da pluma dos gases de exaustão em sua aerodinâmica. Nonaka et al. (2012) realizaram um estudo para avaliar o efeito que o jato de exaustão tem na aerodinâmica durante um pouso propulsivo. A espaçonave experimental estudada é apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Espaçonave experimental utilizada para estudar o efeito que o jato de exaustão tem na aerodinâmica durante um pouso propulsivo.



Fonte: Nonaka et al. (2012, p.3).

Os autores observaram em seus dados experimentais uma redução drástica nos valores do coeficiente de arrasto quando o motor é ligado. Eles concluíram que a pressão na base causada pelo fluxo de ar diminuiu devido ao fluxo de jato contrário ao escoamento.

## 2.4 Sistema de controle

O que torna o pouso vertical autônomo de um foguete auxiliar possível é o controle em malha fechada. O funcionamento desse controle é, baseando em um sinal de referência, mensurar o erro entre o sinal de referência e o sinal real e atuar no sistema por meio do atuador para minimizar o erro. Para a compreensão da teoria do controle clássica, é apresentado nesta seção os princípios básicos, assim como ferramentas matemáticas para facilitar a manipulação e obter o comportamento do sistema.

### 2.4.1 Representação do sistema

Na teoria do controle, funções de transferência são utilizadas para caracterizar a relação entre saída  $y(t)$  e entrada  $u(t)$  de um sistema, ditando o comportamento do sistema (OGATA, 2011). Considere o sistema de uma entrada e uma saída linear invariante no tempo dada pela Equação diferencial 2.17.

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m u(t) \quad (2.17)$$

No sistema acima,  $n \geq m$  e as variáveis  $u(t)$  e  $y(t)$  denotam respectivamente a variável de entrada (função de excitação), a variável de saída (função resposta) e seus respectivos coeficientes  $a_{0...n}$  e  $b_{0...m}$ .

Para obter a função de transferência do sistema acima, é necessário aplicar a transformada de Laplace e resolver a equação algébrica resultante para obter a razão entre a entrada e a saída do sistema, apresentado na Equação 2.18. A transformada de Laplace é uma ferramenta matemática capaz de transformar equações diferenciais em um formato algébrico por meio da variável complexa  $s = \sigma + \omega i$ , onde  $\sigma$  e  $\omega$  são números reais (FRANKLIN et al., 2015).

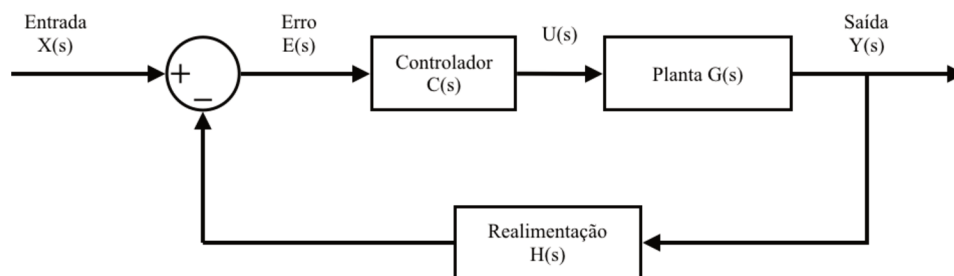
$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\mathcal{L}[saida]}{\mathcal{L}[entrada]} \\ &= \frac{Y(s)}{U(s)} \\ &= \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Uma vez obtida a função de transferência do controlador, da planta (o sistema a ser controlado) e da realimentação, o sistema de controle pode ser representado

graficamente pelo diagrama de blocos ilustrado na Figura 7. A representação gráfica permite observar as funções desempenhadas por cada componente e a relação entre eles. Dessa forma é possível resolver o sistema de forma simples e informativa (OGATA, 2011).

A Figura 7 apresenta um sistema de controle em malha fechada de uma entrada e uma saída. Sistemas em malha fechada comparam a saída  $Y(s)$  com a entrada de referência  $X(s)$ , gerando um sinal de erro atuante  $E(s)$ . O controlador  $C(s)$ , com base no erro  $E(s)$ , produz uma ação  $U(s)$  na planta  $G(s)$  a fim de reduzir o erro a zero. A realimentação  $H(s)$  é o elemento de medição.

Figura 7 – Diagrama de blocos de um sistema de malha fechada com uma única saída e uma única entrada



Fonte: Adaptado de Ogata (2011).

O sistema de controle apresentado na Figura 7, pode ser resolvido algebricamente para obter a função de transferência  $Y(s)/X(s)$ . Se o sistema for de segunda ordem, pode ser transformado no formato padrão apresentado pela Equação 2.19 (OGATA, 2011).

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.19)$$

Na equação acima, as variáveis  $\omega_n$  e  $\zeta$  denotam, respectivamente, a frequência oscilatória não amortecida ou frequência natural e o coeficiente de amortecimento do sistema. Portanto, o comportamento dinâmico do sistema pode ser completamente definido por essas duas variáveis.

Regularmente, as características de desempenho de um sistema de controle são especificadas de acordo com a sua resposta transitória sujeita a uma entrada em degrau unitário  $1/s$ . Por conveniência, é uma prática comum adotar a condição inicial do sistema na posição de equilíbrio e repouso. Dessa forma, as características da resposta podem ser facilmente comparadas (OGATA, 2011).

Aplicando na Equação 2.19 uma resposta em degrau unitário, e realizando a transformada inversa de Laplace, obtém-se a resposta temporal da variável de saída, apresentada pela Equação 2.20.



$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left[ \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right] \quad (2.20)$$

Uma das características do desempenho é o tempo de acomodação ( $t_s$ ), que é o tempo necessário para a resposta convergir a uma faixa do valor final  $y_{final}$ , chamada de faixa de tolerância ( $E_f$ ). A faixa de tolerância depende das especificações da resposta no domínio do tempo exigido pelo projeto, e é geralmente de 2% a 5% do valor final. O tempo de acomodação para um sistema de segunda ordem sujeito a uma entrada em degrau unitário é descrito pela Equação 2.21 (OGATA, 2011).

$$t_s = -\frac{\ln(E_f \sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \quad (2.21)$$

#### 2.4.2 Controlador PID

O controlador PID é a combinação de três termos: o termo P que é proporcional ao erro, o termo I que é proporcional a integral do erro e o termo D que é proporcional a derivada do erro. O controlador PID é descrito como (FRANKLIN et al., 2015):

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.22)$$

onde,  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  e  $e$  denotam, respectivamente, o ganho proporcional, o ganho integral, o ganho derivativo e o erro. A função de transferência correspondente é:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (2.23)$$

Quando há um erro na trajetória do foguete, o termo proporcional atua proporcionalmente à amplitude do erro. Porém, o sinal de controle  $u(t)$  pode ter um valor não nulo quando o erro atuante é nulo (erro residual), sendo impossível zerá-lo com um termo proporcional.

O termo integral elimina o erro residual. De acordo com Ogata (2011), embora o termo integral remova o erro em estado estacionário, essa ação pode conduzir a uma resposta oscilatória pouco amortecida.

O termo derivativo atua na taxa de variação do erro, aumentando a sensibilidade do controlador. O termo derivativo prevê o erro atuante, realizando uma ação corretiva antecipada e desse modo tende a aumentar o amortecimento do sistema (OGATA, 2011).

O termo derivativo é algumas vezes introduzido no caminho do realimentação para atuar na resposta  $Y(s)$  para eliminar o chamado chute derivativo, um pico excessivo causado por uma variação súbita da entrada de referência caso o termo atue no erro  $E(s)$  (FRANKLIN et al., 2015).

Os ganhos  $k_p$ ,  $k_i$  e  $k_d$  são definidos de acordo com a resposta temporal desejada do sistema de controle, ou outro requisito de projeto estabelecido.

### 3 METODOLOGIA

Conforme discutido anteriormente, este trabalho tem como principal objetivo a análise teórica simplificada para o pouso de um foguete auxiliar empregando controle baseado no PID. A metodologia compreende o projeto do sistema de controle e sua simulação. Realizou-se inicialmente a modelagem matemática da dinâmica do movimento do foguete auxiliar para construir a simulação de voo, que inclui efeitos não-lineares e a variação de parâmetros.

Realizou-se a estimativa das condições iniciais da manobra: a posição vertical em que o motor necessita ser ligado, a velocidade vertical inicial e a massa de combustível necessária para frear o foguete. A posição horizontal inicial máxima foi definida de acordo com a limitação definida pelos atuadores. Outras condições iniciais foram consideradas iguais a zero. Para o sistema de controle, projetou-se inicialmente o controlador baseado no PID, estimando seus ganhos para o foguete realizar o pouso dentro dos requisitos de velocidade e posição.

#### 3.1 Construção da simulação de voo

O equacionamento da dinâmica de movimento da simulação de voo ou modelo completo do foguete auxiliar foi feito segundo Cornelisse, Schöyer e Wakker (1979). A modelagem das forças aerodinâmicas foram feitas segundo a seção 2.3. A modelagem do motor-foguete foi feita segundo a seção 2.2.

Como verificou-se no Capítulo 2, a dinâmica do movimento do foguete auxiliar é complexa e depende de diversos fatores, entre eles, a variação local da temperatura e pressão, a variação da massa no tempo e a presença um campo gravitacional não-uniforme. Nesse sentido, adotou-se as simplificações descritas a seguir para construir a simulação de voo.

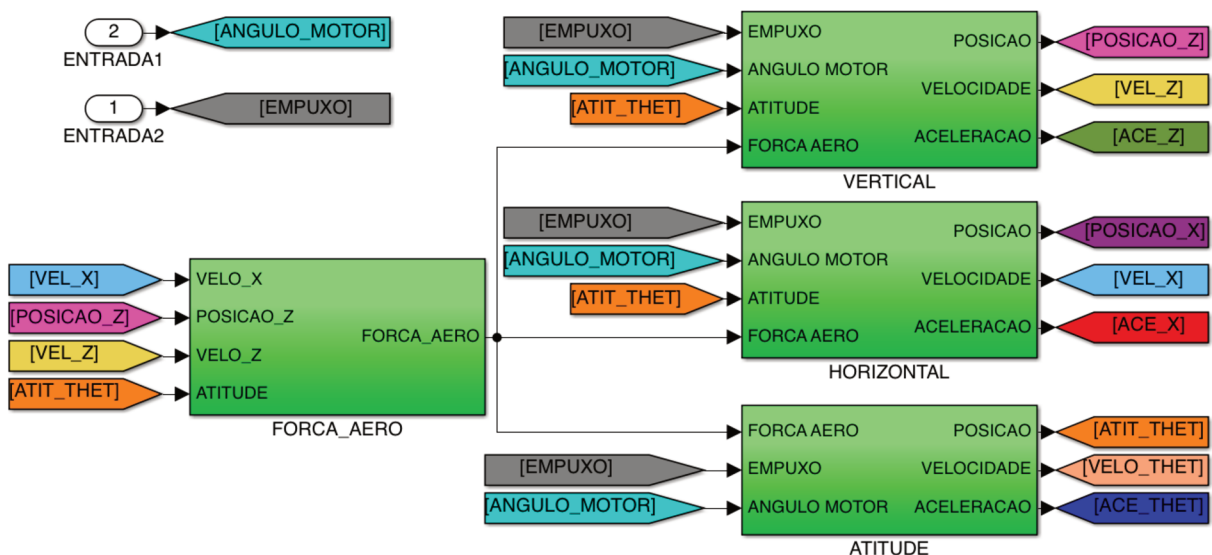
Como já mencionado por Palmerio (2017), o campo gravitacional pode ser considerado uniforme. Além disso, ao longo da sua descida controlada, o foguete auxiliar reduz sua massa consumindo combustível. Para fins práticos, esse trabalho adotou a massa constante. Também será desprezada a influência da pluma de exaustão na aerodinâmica do foguete e qualquer perda de eficiência do motor.

Como descrito na Seção 2.2, muitos motores são projetados para que a pressão de exaustão dos gases seja igual à pressão atmosférica ao nível do mar ou próximo dela. Uma vez que a manobra de pouso se inicia próximo ao nível do mar, para

simplificar, assume-se que o empuxo devido à pressão seja desprezível durante toda a descida do foguete auxiliar. Para o modelo atmosférico, utilizou-se a atmosfera padrão internacional ou ISA (do inglês, International Standard Atmosphere), onde as propriedades atmosféricas para um dado ponto no espaço são invariantes no tempo e a temperatura varia linearmente com a altitude (CAVCAR, 2000).

A simulação de voo foi construída no ambiente SIMULINK, ferramenta do programa MATLAB. Fez-se a modelagem do processo utilizando diagrama de blocos, como é possível verificar na Figura 8. O programa funciona determinando as forças externas para cada instante de tempo. Desse modo, a aceleração vertical, horizontal e angular são obtidas, e integradas para obter as velocidades, e integradas novamente para obter os deslocamentos.

Figura 8 – Modelagem do foguete auxiliar feito no SIMULINK. Cada bloco desempenha uma série de cálculos para obter as acelerações, velocidades e deslocamentos.



Fonte: Autor (2020)

### 3.2 Estimativa das condições iniciais

Partindo da hipótese de que o foguete auxiliar está em queda livre vertical, há uma velocidade de queda máxima que o foguete é capaz de atingir, consequência da força de arrasto igualar a força peso. Considerando somente o movimento vertical, obtém-se velocidade máxima de queda, apresentada na Equação 3.1.

$$V_o = \sqrt{\frac{2mg}{C_A S_{ref} \rho}} \quad (3.1)$$

Obtém-se o coeficiente de arrasto axial por meio da interpolação linear de duas variáveis da Figura 5. De acordo com Anderson (2017) o número de Mach e a

velocidade do som são definidas na Equação 3.2 e na Equação 3.3 respectivamente. De acordo com Cavcar (2000), as propriedades atmosféricas densidade, pressão e temperatura são definidas respectivamente nas Equações 3.4, 3.5 e 3.6. A temperatura e a pressão ao nível do mar possuem o valor de  $T_{eo} = 288,15K$  e  $p_o = 101325Pa$ .

$$M_\infty = \frac{V_o}{a_\infty} \quad (3.2)$$

$$a_\infty = \sqrt{\gamma RT_e} \quad (3.3)$$

$$\rho = \frac{p}{RT_e} \quad (3.4)$$

$$p = p_o \left(1 - 0,0065 \frac{z}{T_{eo}}\right)^{5,2561} \quad (3.5)$$

$$T_e = T_{eo} - 0,0065z \quad (3.6)$$

A constante específica dos gases para o ar ( $R$ ) possui o valor de  $287J/(kg \cdot K)$  e  $\gamma = 1,4$  para a condição padrão do ar. Partindo de  $V_o$  o foguete auxiliar precisa frear para atingir a velocidade  $V = 0m/s$  no instante em que toca a base de pouso. Sendo assim, baseando-se na força de empuxo que o foguete auxiliar é capaz de fornecer e de sua massa, é possível estimar a distância necessária para estacionar e a quantidade de combustível consumida no processo. Portanto, a força resultante considerando somente movimento vertical é apresentada na Equação 3.7:

$$T(t) + A(t) - W = m \cdot \ddot{z} \quad (3.7)$$

Esta equação é complexa pelo fato da força de empuxo ser função do controlador e a força de arrasto ser função da velocidade, da densidade e do coeficiente aerodinâmico. Para obter uma estimativa, fez-se a simplificação do arrasto sendo zero e o empuxo sendo constante. Assim, como ilustra a Equação 3.8, a aceleração é constante e é possível obter analiticamente o deslocamento necessário para o foguete estacionar por meio das equações da cinemática. Considerando a velocidade final  $V_f = 0m/s$  e a altitude final  $z_f = 0m$ , obtém-se a Equação 3.8 e 3.9.

$$\ddot{z} = \frac{T}{m} - g \quad (3.8)$$

$$z_o = \frac{V_o^2}{2\ddot{z}} \quad (3.9)$$

Na Equação 3.9,  $z_o$  denota a altitude em que o motor é acionado. Pelo tempo necessário para o foguete pousar apresentado na Equação 3.10 (que neste caso é

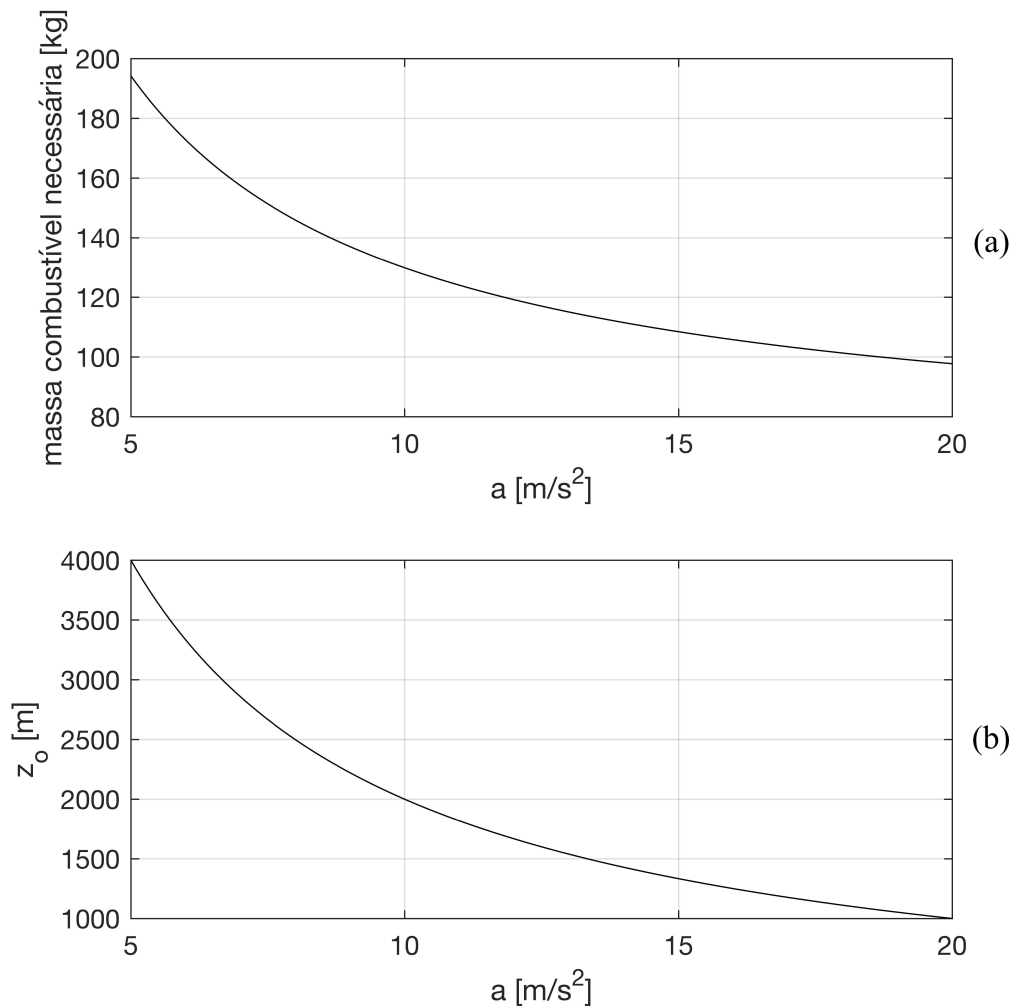
o tempo necessário para o foguete atingir a velocidade zero) e pela Equação 2.4, obtém-se a massa de combustível necessária para o foguete estacionar, apresentado na Equação 3.12. Quando a aceleração do foguete aumenta, observa-se uma menor quantidade de combustível gasto, como é ilustrado na Figura 9 (a).

$$t_p = \frac{-V_o}{\ddot{z}} \quad (3.10)$$

$$\dot{m}_f = \frac{T}{V_e} \quad (3.11)$$

$$m_f = \int_0^{t_p} \dot{m}_f d\tau = \frac{T}{V_e} t_p \quad (3.12)$$

Figura 9 – Em (a), influência da aceleração total na quantidade de combustível necessária para realizar o pouso. Em (b), influência da aceleração total na altitude em que o motor é ligado. Dados obtidos para um foguete com uma massa estrutural de  $1000kg$  e uma velocidade inicial de  $-200m/s$

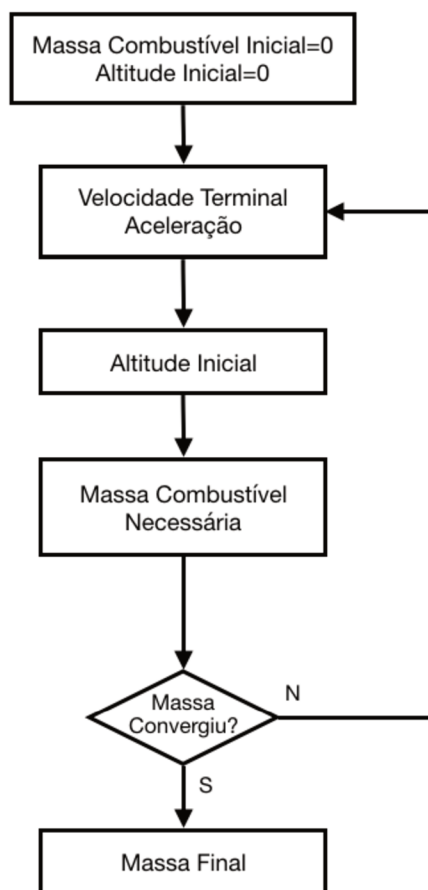


Fonte: Autor (2020)

Pela Equação 3.12, quanto menor o tempo para o pouso, menor é o gasto de combustível. Essa afirmação será essencial para obter os ganhos do controlador de altitude, que será visto na Seção 3.3.2. Pela Figura 9 (b), onde é apresentado a altitude necessária para o acionamento do motor em função da aceleração do foguete, observa-se que com o aumento da aceleração, a altitude necessária diminui consideravelmente.

Verifica-se pelas Equações de 3.1 até 3.6, e pelas Equações de 3.8 até 3.12 que esse sistema de equações é acoplado e não-linear, portanto não é possível obter a condição inicial de voo analiticamente. Utilizou-se neste trabalho o método iterativo das substituições sucessivas descrito por Kelley (1995). O método é apresentado por meio de um fluxograma na Figura 10 para solucionar esse sistema de equações. Utilizou-se o critério de convergência  $|m_{f_{k+1}} - m_{f_k}| < 1 \times 10^{-4}$ .

Figura 10 – Fluxograma do processo de obtenção da massa de combustível necessária e a altitude em que o motor é ligado.



Fonte: Autor (2020)

Primeiro, inicia-se o processo com condições iniciais de massa de combustível e altitude iguais a zero. Em seguida, uma vez obtido a densidade, é possível obter a velocidade inicial e a aceleração total do foguete auxiliar. Por fim, obtém-se a altitude necessária para frear o foguete auxiliar até estacionar e a massa de combustível

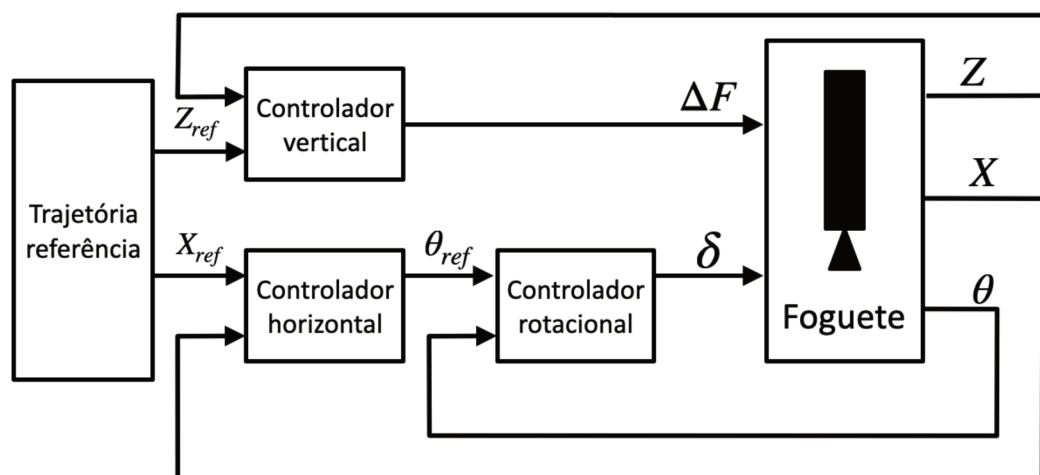
necessária, e então iniciando o processo novamente. O processo iterativo finaliza quando a massa de combustível necessária converge.

É importante salientar que a estimativa acima apresenta incertezas por não considerar o arrasto nem a variação do empuxo para a obtenção da altitude inicial e a massa de combustível necessária para realizar o pouso. O arrasto contribui freando o foguete, principalmente em altas velocidades, exigindo uma altitude menor e um gasto de combustível menor. Um empuxo médio menor que o utilizado na estimativa aumenta o tempo para o pouso, conseqüentemente aumentando o gasto de combustível. Entretanto, essa estimativa fornece um indicativo rápido da quantidade de combustível necessária.

### 3.3 Estratégia de controle

O sistema de controle consiste em, com base na posição atual do foguete, atuar na planta por meio dos atuadores para reduzir o desvio entre a posição atual e a desejada (posição de referência). A estrutura básica do sistema de controle utilizado neste trabalho é apresentado na Figura 11, onde  $\Delta F = T - W$ . O sistema de controle atua no foguete auxiliar por meio da deflexão do motor e da variação da magnitude empuxo.

Figura 11 – Estrutura básica do sistema de controle utilizado neste trabalho, três controladores que atuam no foguete por meio da força de empuxo e do ângulo de deflexão do motor.



Fonte: Autor (2020)

O controle horizontal e rotacional funcionam de forma conjunta, no que é chamado de controle em cascata. Escolheu-se esse arranjo porque, como foi visto na Seção 2.2 que para o foguete auxiliar alterar sua posição horizontal ( $x$ ), é necessário obter um valor de atitude ( $\theta$ ) diferente de zero para obter uma componente da força de

empuxo no eixo horizontal. Por sua vez, para o foguete auxiliar alterar sua atitude ( $\theta$ ), é necessário obter um valor do ângulo do motor ( $\delta$ ) diferente de zero para rotacioná-lo. Esse argumento levou a suposição de que o sistema de controle horizontal deve fornecer o valor de referência para o sistema de controle rotacional.

Utilizaram-se três controladores, um para cada grau de liberdade, uma vez que controladores PID são utilizados em sistemas de uma entrada e uma saída e para sistemas lineares invariantes no tempo. Para obter os ganhos dos controladores, foi necessário linearizar e desacoplar as equações de movimento, obtendo assim um modelo simplificado.

### 3.3.1 Modelo Simplificado

A Equação 2.1 do movimento vertical é apresentada novamente abaixo. Para o pouso, o foguete auxiliar necessita se manter na posição vertical. Portanto, podemos admitir que as grandezas  $\theta$ ,  $\alpha$  e  $\delta$  são suficientemente pequenas para que seja possível realizar as seguintes aproximações:  $V \approx V_z$ ,  $\theta\alpha^2 \approx 0$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\sin\theta \approx \theta$  e  $\cos(\theta + \delta) \approx 1$ .

$$m\ddot{z} = T \cos(\theta + \delta) - N \sin\theta + A \cos\theta - mg_z$$

Visando simplificar os cálculos, desprezou-se neste trabalho a influência de  $\alpha$  em  $C_A$  pelo fato da variação máxima encontrada em  $C_A$  ser de 7%, apresentado no Capítulo 2.3. Ainda, esse trabalho utilizou os valores de  $M_\infty$  e  $\rho$  constantes e iguais aos encontrados no pouso:  $M_\infty \leq 0,4$  e  $\rho$  ao nível do mar.

Assim como no projeto do controle vertical, para fins de projeto do controlador PID horizontal e rotacional, é preciso realizar algumas simplificações e linearizações nas Equações 2.1 e 2.3, apresentadas novamente abaixo. Semelhante ao projeto do controle vertical, podemos admitir que as grandezas  $\theta$ ,  $\alpha$  e  $\delta$  são suficientemente pequenas para que seja possível realizar as seguintes aproximações:  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\sin(\theta + \delta) \approx (\theta + \delta)$  e  $\alpha^2 \approx 0$ .

$$m\ddot{x} = T \sin(\theta + \delta) + N \cos\theta + A \sin\theta - mg_x$$

$$J\ddot{\theta} = -z_{f_{cm}} T \sin\delta - \dot{\theta} \left( \frac{dJ}{dt} + mz_{f_{cm}}^2 \right) + M_{aero}$$

Esse trabalho optou por desprezar a influência da força Axial  $A$  e do ângulo do motor  $\delta$  no movimento horizontal. Note que  $\delta$  pode afetar significativamente o movimento, porém a simplificação foi necessária para reduzir o sistema a uma entrada e uma saída. O arrasto axial pode afetar significativamente o movimento horizontal somente em altas velocidades e em altos ângulos de atitude  $\theta$ .

No movimento rotacional, há também o momento de amortecimento aerodinâmico e de jato que dependem da velocidade angular. Considerando a



velocidade angular envolvida no pouso do foguete vertical, esse trabalho assumirá, simplifadamente, que esses efeitos possam ser desprezados.

A força de empuxo será considerada constante na equação do movimento horizontal e rotacional, para desacopla-la em ambas as equações de movimento. Esse parâmetro estará sujeito a variação devido ao controle vertical, e um valor nominal maior ou menor do que o escolhido no projeto irá impactar na estabilidade do sistema, impacto que será mensurado na simulação do modelo completo após a obtenção dos ganhos. O valor da força empuxo será obtido no projeto do controle vertical, no instante do pouso, desse modo optando pela precisão no pouso.

Mediante o exposto, a equação de movimento vertical, horizontal e rotacional resultantes que descrevem a trajetória no modelo simplificado são apresentadas, respectivamente, nas Equações 3.13, 3.14 e 3.15.

$$m\ddot{z}(t) = \Delta F(t) + \frac{1}{2}C_A S_{ref} \rho V_z^2(t) \quad (3.13)$$

$$m\ddot{x}(t) = T\theta(t) \quad (3.14)$$

$$J\ddot{\theta}(t) = -z_{fcm}T\delta(t) \quad (3.15)$$

Na equação acima,  $\Delta F$  é descrito como:

$$\Delta F(t) = T(t) - W \quad (3.16)$$

### 3.3.2 Projeto do controlador de altitude

Ainda assim o movimento vertical descrito pela Equação 3.13 é não-linear, com o arrasto variando com o quadrado da velocidade. Optou-se por manter o arrasto vertical não-linear e utilizar um algoritmo de otimização para encontrar os ganhos ótimos para diminuir o grau de incerteza. Utilizou-se a integral do erro quadrático vezes o tempo ou ITSE (do Inglês Integral of Time and Squared Error) para caracterizar a função-custo de otimização.

Apresenta-se o ITSE na Equação 3.17, onde  $e(t)$  define o erro da resposta (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Como visto na Seção 3.2, há uma relação direta entre o tempo para o pouso e o consumo de combustível para um foguete auxiliar, portanto, o parâmetro ITSE é adequado para definir o desempenho da resposta onde o tempo é um parâmetro de interesse.

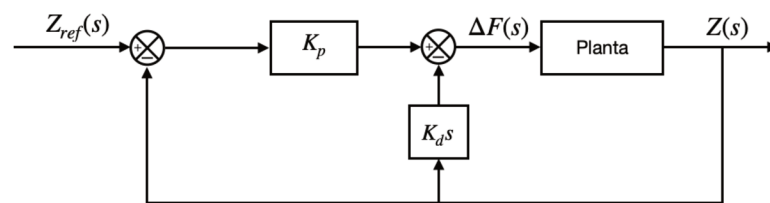
$$ITSE = \int_0^{\infty} te^2(t)dt \quad (3.17)$$

Para o controlador, optou-se pelo controle PD. Removeu-se a ação integral porque acumularia um erro excessivo durante a descida, resultando em um excesso de sobressinal e uma resposta mais oscilatória. Realocou-se na realimentação o termo

derivativo para evitar o chute derivativo, como apontado por Franklin et al. (2015). O sistema em malha fechada usado para obter os ganhos é ilustrado na Figura 12.

O objetivo é encontrar os ganhos  $k_p$  e  $k_d$  em que se tenha o menor gasto de combustível possível. Necessita-se satisfazer também as limitações de empuxo ( $T$ ) e velocidade de pouso ( $V_p$ ) do foguete auxiliar. A velocidade de pouso pode ser limitada em zero, porém é mais vantajoso do ponto de vista de consumo de combustível limitar a velocidade de pouso pela quantidade máxima de energia que as pernas de pouso podem absorver. A magnitude do empuxo é limitada pelo motor do foguete. Dessa maneira, a função a ser otimizada é apresentada na Equação 3.18.

Figura 12 – Sistema de controle em malha fechada do eixo vertical, onde o termo derivativo foi utilizado na realimentação.



Fonte: Autor (2020)

$$J(k_p, k_d, t) = \int_0^{\infty} t e^2(k_p, k_d, t) dt + E_{req} \quad (3.18)$$

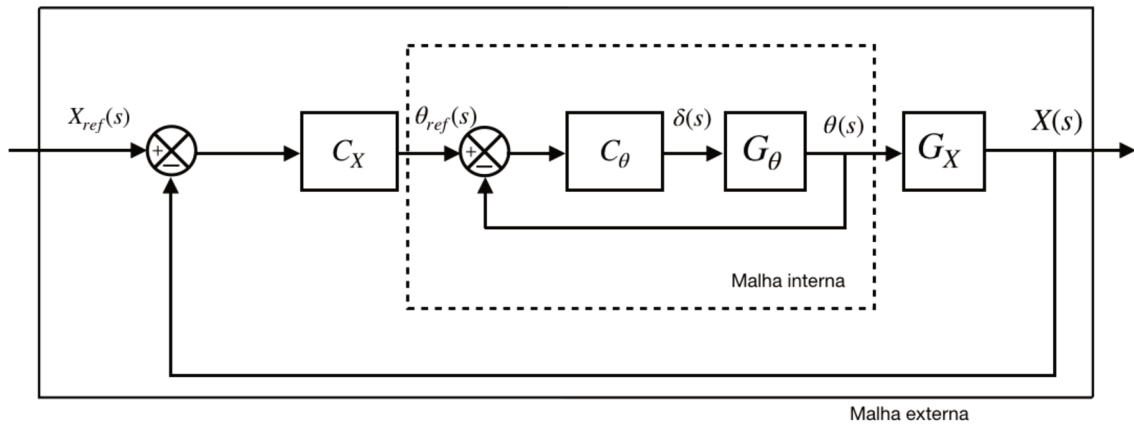
$$E_{req} = \begin{cases} \infty & \text{se } T > T_{max} \text{ ou } |V_{pouso}| > V_{max} \\ 0 & \text{c.c} \end{cases} \quad (3.19)$$

Na Equação acima,  $E_{req}$  define o erro associado ao requisito de projeto  $T_{max}$  e  $V_{max}$  do foguete auxiliar. O objetivo é minimizar a Equação 3.18. Foi utilizado o algoritmo *fminsearch* do programa MATLAB para encontrar os ganhos que minimizem a Equação 3.18. Esse algoritmo usa o método simplex de Nelder-Mead, descrito por Lagarias et al. (1998), que não usa gradientes numéricos nem analíticos para a obtenção do mínimo.

### 3.3.3 Projeto do controlador horizontal e rotacional

A Figura 13 apresenta o sistema de controle horizontal e rotacional, operando de forma conjunta. De acordo com Åström e Hägglund (1995), esse sistema de controle, chamado de controle em cascata, apresenta duas malhas: a malha interna (linha pontilhada) e a malha externa (linha sólida). De acordo com o autor, caso a malha interna seja ao menos cinco vezes mais rápida que a malha externa, é possível calcular os ganhos da malha interna e externa separadamente, uma vez que a resposta externa será dominante em relação à malha interna.

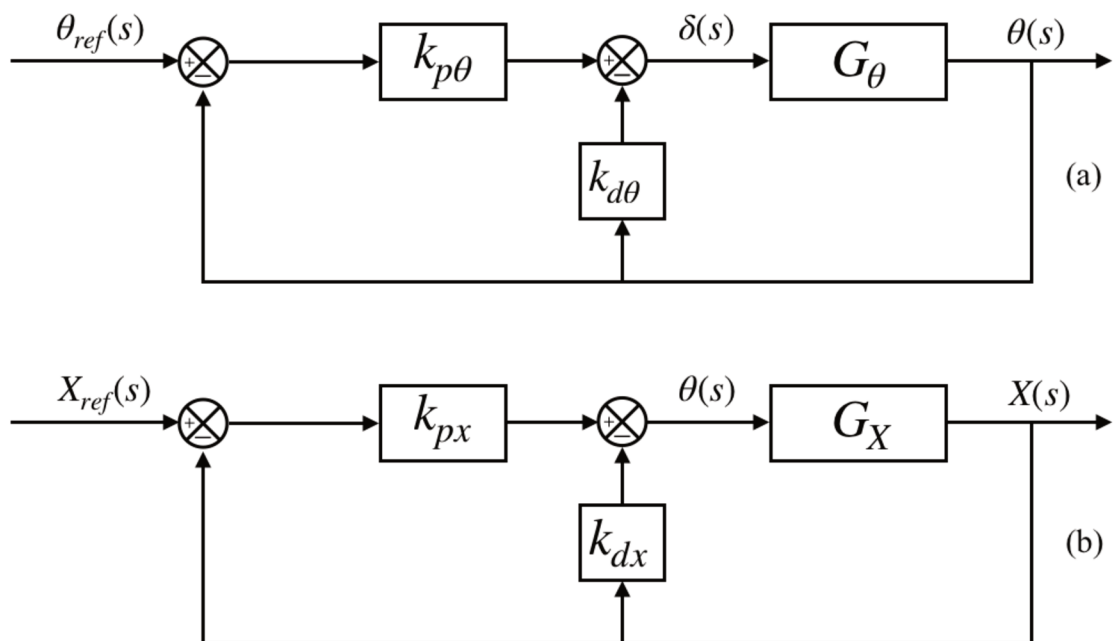
Figura 13 – Sistema de controle em cascata. O sistema de controle rotacional está localizado na malha interna (linha pontilhada), enquanto o sistema de controle horizontal está localizado na malha externa (linha sólida).



Fonte: Autor (2020)

Com o intuito de obter os ganhos do controlador de cada malha separadamente e analiticamente, a malha interna foi projetada para ser ao menos cinco vezes mais rápida que a malha externa. Utilizou-se um controlador PD com o termo derivativo aplicado na realimentação nas duas malhas, para obter um sistema de segunda ordem. O sistema de controle da malha interna e externa é ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Em (a), sistema de controle rotacional em malha fechada utilizando um controlador PD com o termo derivativo na realimentação. Em (b), sistema de controle horizontal em malha fechada utilizando um controlador PD com o termo derivativo na realimentação.



Fonte: Autor (2020)

Aplicando a transformada de Laplace na Equação de movimento horizontal 3.14:

$$G_x = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{T}{ms^2} \quad (3.20)$$

A função de transferência em malha fechada do sistema de controle horizontal resultante é apresentada pela Equação 3.21.

$$\frac{X(s)}{X_{ref}(s)} = \frac{Tk_{px}}{ms^2 + Tk_{dx}s + Tk_{px}} \quad (3.21)$$

Como pode ser observado, a função de transferência é um sistema de segunda ordem que pode ser transformada para o formato padrão discutido na Seção 2.4 (apresentado novamente abaixo). Portanto, é possível calcular os valores de  $k_{px}$  e  $k_{dx}$  em função das variáveis  $\omega_n$  e  $\zeta$ , apresentado pela Equação 3.22 e 3.23.

$$\frac{X(s)}{X_{ref}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$k_{px} = \frac{\omega_n^2 m}{T} \quad (3.22)$$

$$k_{dx} = \frac{2\zeta\omega_n m}{T} \quad (3.23)$$

É desejável que o tempo de acomodação desse sistema de segunda ordem seja menor ou igual ao tempo para o pouso do foguete auxiliar. E que também a sua resposta transitória seja suficientemente rápida e amortecida.

Segundo Ogata (2011), para uma resposta suficiente rápida e amortecida, é desejável que o coeficiente de amortecimento  $\zeta$  se situe entre 0,4 e 0,8. Valores pequenos de  $\zeta$  resultam em um excesso de sobressinal da resposta, e valores grandes resultam em uma resposta demasiadamente lenta. Neste projeto, é preferível utilizar um amortecimento elevado para atenuar os erros causados pelo desacoplamentos e simplificações realizados no modelo do controlador.

Já a frequência de oscilação não amortecida pode ser calculada pelo tempo de acomodação. O tempo de acomodação, descrito na Seção 2.4, será igual ao tempo para o pouso, obtido no projeto do controlador vertical. Assim, a frequência de oscilação não amortecida ( $\omega_n$ ) pode ser isolada e calculada. O resultado é apresentado pela Equação 3.24, onde  $t_p$  é o tempo para o pouso.

$$\omega_{nx} = -\frac{\ln\left(E_f \sqrt{1 - \zeta_x^2}\right)}{\zeta_x t_p} \quad (3.24)$$

A faixa de tolerância desejável irá depender dos seguintes requisitos de projeto: a máxima dispersão horizontal de pouso ( $x_p$ ), a máxima velocidade horizontal de pouso

( $V_{px}$ ), o máximo ângulo de atitude ( $\theta$ ) permitido pela manobra e o máximo ângulo de atitude de pouso ( $\theta_p$ ). A máxima dispersão horizontal de pouso é limitada pelo raio da base de pouso, quando se eleva a faixa de tolerância, a dispersão horizontal de pouso aumenta. Para a velocidade horizontal de pouso, ela aumenta com o aumento da faixa de tolerância.

No caso do ângulo de atitude, quando se eleva a faixa de tolerância, a amplitude do perfil de atitude ( $\theta$ ) apresentado pela manobra aumenta, e conseqüentemente a amplitude do ângulo de ataque aumenta. Caso o ângulo de ataque e a pressão dinâmica forem significativos, a força normal será significativa e conseqüentemente o modelo simplificado pode não representar o modelo completo. Para o ângulo de atitude de pouso ( $\theta_p$ ), é permitido um erro pequeno para excluir o risco do veículo lançador tombar após o contato com a base de pouso. Por fim, cabe verificar no projeto qual dos requisitos acima é o limitante para a faixa de tolerância.

Aplicando a transformada de Laplace na Equação de movimento rotacional 3.15:

$$G_\theta = \frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{-z_{cm}T}{Js^2} \quad (3.25)$$

A função de transferência em malha fechada do sistema de controle rotacional é apresentada na Equação 3.26. Repetindo o mesmo procedimento realizado no projeto do controlador horizontal, os ganhos são apresentados pela Equação 3.27 e 3.28. É preferível utilizar amortecimentos mais elevados para atenuar a amplitude de resposta do ângulo do motor, atenuando o erro causado pelo desacoplamento de  $\delta$  na resposta do deslocamento horizontal.

$$\frac{\theta(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{-z_{cm}Tk_{p\theta}}{Js^2 - z_{cm}Tk_{d\theta}s - z_{cm}Tk_{p\theta}} \quad (3.26)$$

$$k_{p\theta} = -\frac{\omega_n^2 J}{z_{cm}T} \quad (3.27)$$

$$k_{d\theta} = -\frac{2\zeta\omega_n J}{z_{cm}T} \quad (3.28)$$

A frequência de oscilação não amortecida do sistema de controle rotacional é obtida isolando-a por meio da equação do tempo de acomodação. O tempo de acomodação do sistema de controle rotacional é a divisão entre o tempo de acomodação do sistema de controle horizontal e a razão entre os tempos de acomodação escolhido. O resultado é apresentado na Equação 3.29. Como é possível observar na equação, a razão entre o tempo de acomodação do sistema de controle horizontal e o sistema de controle rotacional  $t_{sx}/t_{s\theta}$  multiplica o lado direito da equação.

É possível utilizar a razão entre os tempos de acomodação maiores, a consequência é o aumento da frequência de oscilação não amortecida do sistema de controle rotacional, resultando em uma amplitude de atuação  $\delta$  maior. Como a atuação  $\delta$  será limitada pela capacidade do motor, a diminuição virá na dispersão horizontal ( $x_o$ ) máxima permitida para o foguete auxiliar. Por esse motivo, optou-se por maximizar a dispersão horizontal ( $x_o$ ) máxima permitida escolhendo o valor mínimo para a razão entre os tempos de acomodação recomendado por Åström e Häggglund (1995).

$$\omega_{n\theta} = -\frac{\left(\frac{t_{sx}}{t_{s\theta}}\right) \ln\left(E_f \sqrt{1 - \zeta_\theta^2}\right)}{\zeta_\theta t_p} \quad (3.29)$$

### 3.4 Conclusão

Neste capítulo, dois modelos foram obtidos: o modelo completo e o modelo simplificado. O objetivo final é o pouso do foguete auxiliar no modelo completo e a análise de sua resposta. Para obter os ganhos dos controladores que serão utilizados no modelo completo foi necessário simplificar o modelo, portanto o modelo simplificado será utilizado e analisado para o propósito de obter os ganhos, e então será retornado para o modelo completo para verificar o desempenho do sistema de controle proposto.

A principal diferença entre os dois modelos é a força aerodinâmica, que foi desprezada no modelo simplificado com a exceção do movimento vertical. Outra diferença é o desacoplamento do ângulo de deflexão ( $\delta$ ) no movimento horizontal e a consideração do empuxo constante no movimento horizontal e rotacional. Uma análise comparando os dois modelos também será realizada, além de avaliar o impacto de cada diferença separadamente.

## 4 RESULTADOS

Apresenta-se neste capítulo a investigação do sistema de controle obtido pela metodologia. Conforme visto no capítulo anterior, será realizado três análises principais: a análise do modelo simplificado para obter os ganhos, a análise do modelo completo, e a comparação entre ambas. Faz-se inicialmente um breve detalhamento do foguete auxiliar utilizado e então a obtenção das condições iniciais da manobra

### 4.1 Características do foguete auxiliar

O foguete utilizado para obter os resultados é baseado no Electron da empresa Rocket Lab, apresentado na Figura 15. O foguete Electron é um veículo lançador orbital com uma massa total de lançamento de 10.200kg, projetado para lançar satélites de 150kg para uma órbita sol-síncrona circular de 500km de altitude. O foguete auxiliar não tem capacidade VTVL e é descartado após seu lançamento (ROCKET LAB, 2019).

Figura 15 – Foguete Electron em seu lançamento na Nova Zelândia.



Fonte: Rocket Lab (2019)

A Tabela 1 apresenta as características do foguete auxiliar. Informações adicionais são apresentadas no Apêndice A.

Tabela 1 – Características do foguete auxiliar baseado no Electron.

Comprimento	12,1m
Diâmetro	1,2m
Massa total de lançamento	10.200kg
Combustível total de lançamento	9.250kg
Massa dos motores	315kg
Massa vazia	950kg
Impulso específico	311s
Empuxo máximo	24kN
Empuxo mínimo	9,6kN
Ângulo $\delta_{max}$	10°

Fonte: Autor (2020)

#### 4.1.1 Requisitos de projeto para o pouso

Os requisitos de pouso são apresentados na Tabela 2. A base de pouso tem 6,0m de raio, portanto o foguete precisa pousar no máximo à 5,4m de distância do centro da base devido ao seu raio.

Tabela 2 – Requisitos para o pouso.

Dispersão horizontal máxima	5,4m
Velocidade vertical máxima	2,0m/s
Velocidade horizontal máxima	0,47m/s
Ângulo $\theta$ máximo	1,0°

Fonte: Autor (2020)

## 4.2 Estimativa das condições iniciais

O projeto é iniciado estimando a massa de combustível necessária, a velocidade e altitude inicial por meio do fluxograma apresentado na Figura 10. Necessitou-se de dez iterações para o valor final convergir. Os resultados apontam que a estimativa de combustível apresentada na Seção 3.2 subestima o combustível necessário para o pouso. Portanto, houve um aumento de 10% no combustível



encontrado pela estimativa. Por fim, obtiveram-se as condições iniciais apresentadas na Tabela 3. O momento de inércia do foguete e a posição do CM foram obtidos por meio do programa *Openrocket* desenvolvido por Niskanen (2009) dado o combustível necessário para o pouso e sua distribuição no foguete auxiliar.

Tabela 3 – Estimativa das condições iniciais.

Velocidade inicial $V_o$	$-135,92m/s$
Altitude inicial $z_o$	$694,25m$
massa de combustível $m_f$	$88,42kg$
massa total do foguete	$1038,42kg$
Momento de inércia	$30329,81kg.m^2$
Posição CM	$4,22m$

Fonte: Autor (2020)

### 4.3 Resultado modelo simplificado

Para o projeto do controlador vertical, os requisitos de projeto são: empuxo máximo  $T_{max} = 24kN$  e velocidade de pouso mínima  $V_p = -2m/s$ . Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Projeto do controlador vertical.

Parâmetro		Modelo simplificado
$V_{pz}$	Velocidade vertical de pouso	$-2,00m/s$
$t_p$	Tempo para o pouso	$14,06s$
$m_f$	Massa de combustível utilizada	$80,88kg$
$T_{max}$	Empuxo máximo	$24,00kN$
$T_p$	Empuxo no pouso	$11,46kN$
$k_p$	Ganho proporcional vertical	$135,90$
$k_d$	Ganho derivativo vertical	$640,49$

Fonte: Autor (2020)

Para o projeto do controle horizontal e rotacional, de acordo com a simulação anterior, o controle horizontal tem  $14,06s$  para transladar o foguete horizontalmente até a base de pouso. O controle rotacional por sua vez tem  $2,81s$  para responder a demanda do controle horizontal.

Analisando o impacto que o coeficiente de amortecimento tem na dispersão horizontal (distância horizontal entre o foguete e o centro da base de pouso), observou-se que com o aumento do coeficiente de amortecimento  $\zeta_x$  e  $\zeta_\theta$ , a dispersão horizontal

máxima permitida pelo foguete aumenta. A dispersão horizontal máxima é aquela em que é demandada a máxima amplitude de resposta do atuador  $\delta$ , ou seja,  $10^\circ$ .

Portanto, optou-se por utilizar o coeficiente de amortecimento de  $\zeta = 0,8$  em ambos os controladores por permitir uma maior dispersão horizontal e por ser preferível utilizar um amortecimento elevado para atenuar os erros causados pelo desacoplamentos e simplificações realizados no modelo do controlador horizontal e rotacional.

A faixa de tolerância usada para obter a frequência natural dependerá do erro máximo em  $x_p$ , em  $\theta_p$  e em  $V_{p_x}$  permitido, e também do ângulo de atitude ( $\theta$ ) máximo da manobra. A limitação do ângulo de atitude ( $\theta$ ) imposta foi de no máximo  $10^\circ$  para a manobra permanecer dentro da região linear e evitar ângulos de ataque elevados. Verificou-se que o primeiro requisito a ser atingido é o ângulo de atitude de pouso, com uma faixa de tolerância de 11,5%. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Projeto do controlador horizontal e rotacional.

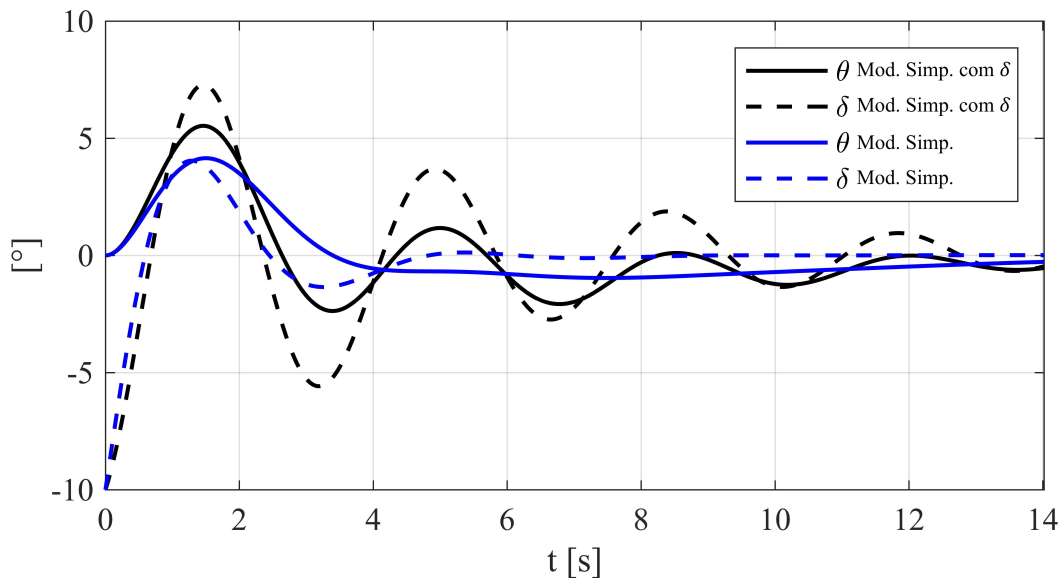
Parâmetros	Modelo simplificado	
$x_o$	Dispersão máxima	-38,48m
$x_p$	Posição horizontal de pouso	-0,80m
$V_{p_x}$	Velocidade horizontal de pouso	0,34m/s
$\theta_p$	Ângulo de atitude de pouso	-1,00°
$\theta_{max}$	Ângulo de atitude máximo	8,67°
$k_{px}$	Ganho proporcional do controlador horizontal	0,0051
$k_{dx}$	Ganho derivativo do controlador horizontal	0,0345
$k_{p\theta}$	Ganho proporcional do controlador rotacional	-0,885
$k_{d\theta}$	Ganho derivativo do controlador rotacional	-1,192

Fonte: Autor (2020)

#### 4.3.1 Impacto da deflexão do motor

No modelo simplificado a deflexão do motor não afeta o movimento horizontal, entretanto, é importante avaliar seu impacto antes da simulação de voo no modelo completo. Foi analisado a resposta da simulação do modelo simplificado com a influência da deflexão do motor ( $\delta$ ) na resposta horizontal, e observou-se que para valores  $\zeta_\theta$  menores, há um aumento significativo da oscilação na resposta de  $\delta$ ,  $\theta$  e  $x$ , uma oscilação que não é vista no modelo simplificado. A resposta é apresentada na Figura 16, onde em preto a resposta do modelo simplificado com a influência de  $\delta$  e em azul a resposta do modelo simplificado.

Figura 16 – Comparação entre o modelo simplificado com a influência de  $\delta$  (em preto) e o modelo simplificado (em azul) com um coeficiente de amortecimento  $\zeta_\theta = 0,5$  e  $\zeta_x = 0,8$ .

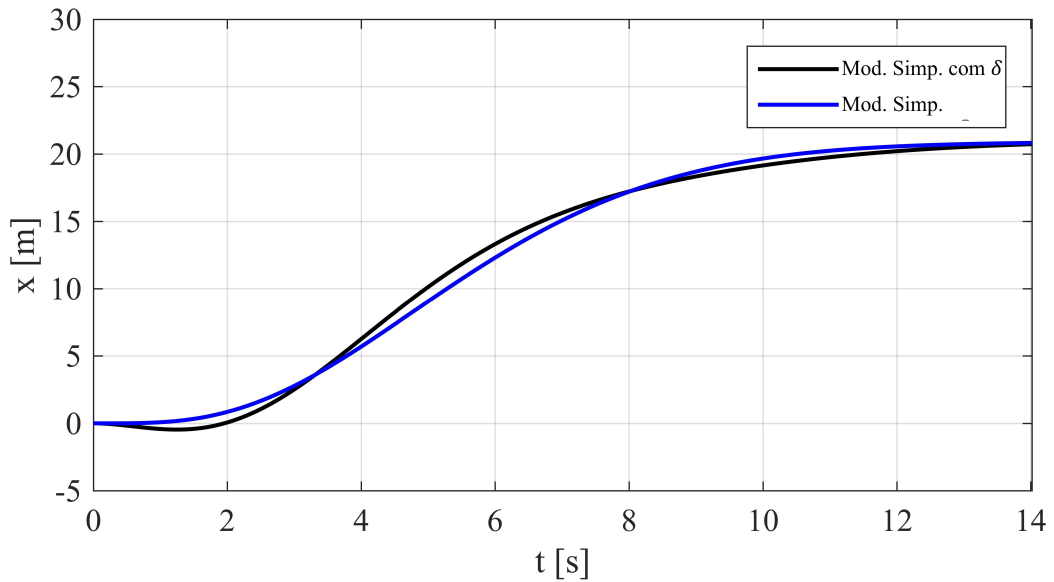


Fonte: Autor (2020)

Verificou-se portanto que esse efeito oscilatório é causado pelo acoplamento do ângulo  $\delta$  com  $x$ , desprezado no modelo simplificado. Uma diminuição do coeficiente de amortecimento torna a resposta menos amortecida, resultando em uma diminuição do tempo de subida (intervalo de tempo para que a resposta transitória saia de 0 a 100% do seu valor final) no controlador rotacional, que resulta em uma amplitude de resposta do ângulo  $\delta$  maior. Uma resposta menos amortecida torna significativo o erro devido ao desacoplamento de  $\delta$ , diminuindo a estabilidade do sistema.

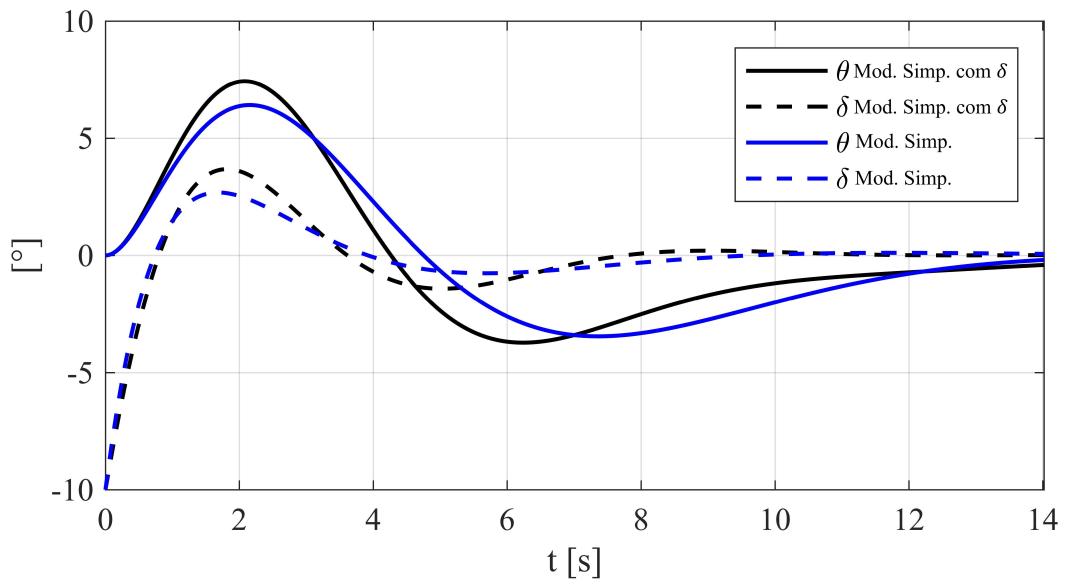
Portanto, coeficientes de amortecimento elevados atenuam significativamente efeitos oscilatórios decorrentes da deflexão do motor ( $\delta$ ), devido ao desacoplamento realizado na equação de movimento horizontal. Como resultado, a resposta horizontal dos modelos se assemelham, como é possível verificar na Figura 17. Verificou-se portanto que o erro causado por desprezar  $\delta$  não altera significativamente o tempo de acomodação do sistema, quando esse é comparado com o tempo de acomodação do modelo simplificado. Apesar disso, verifica-se na Figura 18 que a amplitude de resposta de  $\theta$  e  $\delta$  aumentaram em 15,86% e 37,13% respectivamente.

Figura 17 – Comparação da resposta horizontal entre o modelo simplificado com  $\delta$  (em preto) e o modelo simplificado (em azul) para baixas velocidades e um coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0,8$  em ambos os controladores.



Fonte: Autor (2020)

Figura 18 – Comparação da resposta do ângulo  $\theta$  e do atuador  $\delta$  entre o modelo simplificado com  $\delta$  (em preto) e o modelo simplificado (em azul) e um coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0,8$  em ambos os controladores.



Fonte: Autor (2020)

#### 4.4 Resultado do modelo completo

Inicialmente foi simulado o modelo completo utilizando a dispersão horizontal inicial ( $x_o$ ) igual a zero e igual a máxima dispersão inicial permitida pelo atuador  $\delta$  como condição inicial para verificar se os requisitos da Tabela 2 estão sendo atendidos. O foguete auxiliar está em equilíbrio e as condições iniciais  $V_{x_o}$ ,  $\dot{\theta}_o$  e  $\theta_o$  foram considerados iguais a zero. Verificou-se que, para os ganhos obtidos por meio do modelo simplificado, o requisito de velocidade vertical de pouso, ângulo de atitude de pouso e velocidade horizontal de pouso não foram atendidos. Portanto, os requisitos de velocidade vertical máxima de pouso e velocidade horizontal máxima de pouso apresentados na Tabela 2 foram restringidos no projeto do controle para obter resultados dentro dos critérios no modelo completo.

A velocidade vertical máxima de pouso no modelo simplificado foi restringida para  $1,95m/s$  para obter a velocidade de pouso abaixo do requisito no modelo completo. A velocidade horizontal máxima de pouso no modelo simplificado foi restringida para  $V_{x_p} = 0,062m/s$  para obter uma velocidade de pouso abaixo do requisito no modelo completo. Nesse caso, o primeiro requisito a ser atingido é a velocidade horizontal de pouso, com uma faixa de tolerância de  $7,5\%$ . A consequência dessas restrições é uma menor dispersão horizontal máxima permitida e um aumento do gasto de combustível.

Simulou-se o modelo completo com o foguete auxiliar em equilíbrio, utilizando a máxima dispersão em  $x_o$  permitida pelo atuador  $\delta$  como condição inicial,  $V_{x_o}$ ,  $\dot{\theta}_o$  e  $\theta_o$  foram considerados iguais a zero. O objetivo é chegar na posição  $x = 0m$ , partindo da posição  $x_o = -21,02m$ . O resultado é apresentado na Tabela 6. É possível observar que, dado o combustível total de decolagem de  $9.250kg$ , apenas  $0,88\%$  dele foi necessário para pousá-lo.

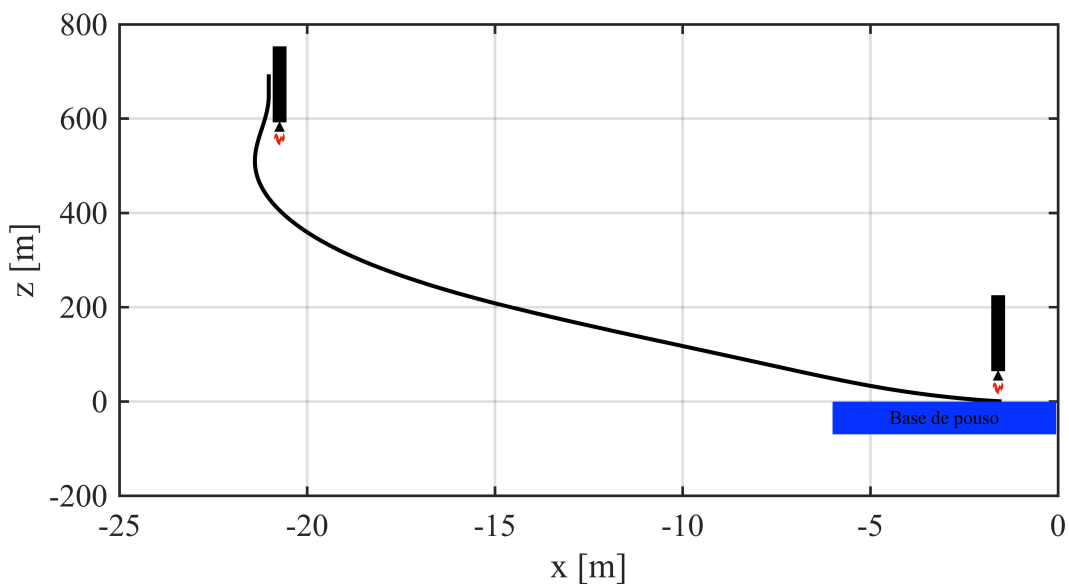
Tabela 6 – Resultado da simulação do modelo completo em malha fechada, considerando as condições iniciais.

$x_o$	Posição horizontal inicial	$-21,02m$
$z_o$	Posição vertical inicial	$694,25m$
$V_o$	Velocidade vertical inicial	$-135,92m/s$
$x_p$	Posição horizontal no pouso	$-1,50m$
$V_{p_x}$	Velocidade horizontal no pouso	$0,46m/s$
$V_{p_z}$	Velocidade vertical no pouso	$-1,95m/s$
$\theta_p$	Ângulo de atitude no pouso	$-0,55^\circ$
$t_p$	Tempo para o pouso	$14,10s$
$m_f$	Combustível consumido	$81.29kg$

Fonte: Autor (2020)

Apresenta-se o perfil horizontal-vertical do pouso na Figura 19. Observa-se que, no início da trajetória, o foguete deslocando-se horizontalmente para o lado oposto. Observando as forças horizontais, apresentadas na Figura 20, nota-se que no início da trajetória, há uma predominância da força de empuxo no sentido contrário, sendo necessária para alterar a atitude do foguete rotacionando-o no sentido horário, deslocando-o horizontalmente para o lado oposto.

Figura 19 – Perfil vertical-horizontal das condições iniciais apresentada na Tabela 6.



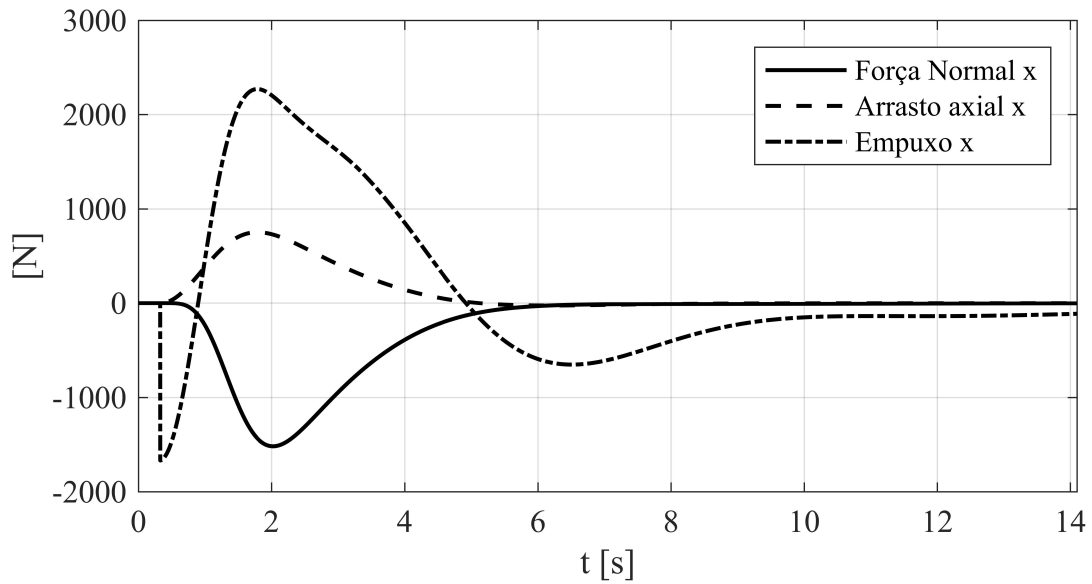
Fonte: Autor (2020)

Ainda na Figura 20, é interessante notar que a força normal é significativa e prejudica a efetividade da força empuxo no eixo horizontal. Essa é uma limitação do pouso propulsivo de um foguete utilizando somente o motor-foguete como atuador, a força normal sempre atua contra a componente horizontal do empuxo, limitando a dispersão horizontal máxima permitida.

O ângulo de ataque ( $\alpha$ ), o ângulo de atitude ( $\theta$ ) e o ângulo de deflexão do motor ( $\delta$ ) são apresentados na Figura 21. Inicialmente, o ângulo de ataque aumenta com o aumento do ângulo de atitude, e tem um aumento adicional em decorrência do aumento da velocidade horizontal do foguete. Observa-se também que o ângulo de ataque aumenta significativamente quando o foguete está aproximando da base, resultado da diminuição expressiva da velocidade vertical, enquanto não é vista tal diminuição na velocidade horizontal. Na iminência do pouso, a pressão dinâmica é baixa, portanto a força normal não é significativa.

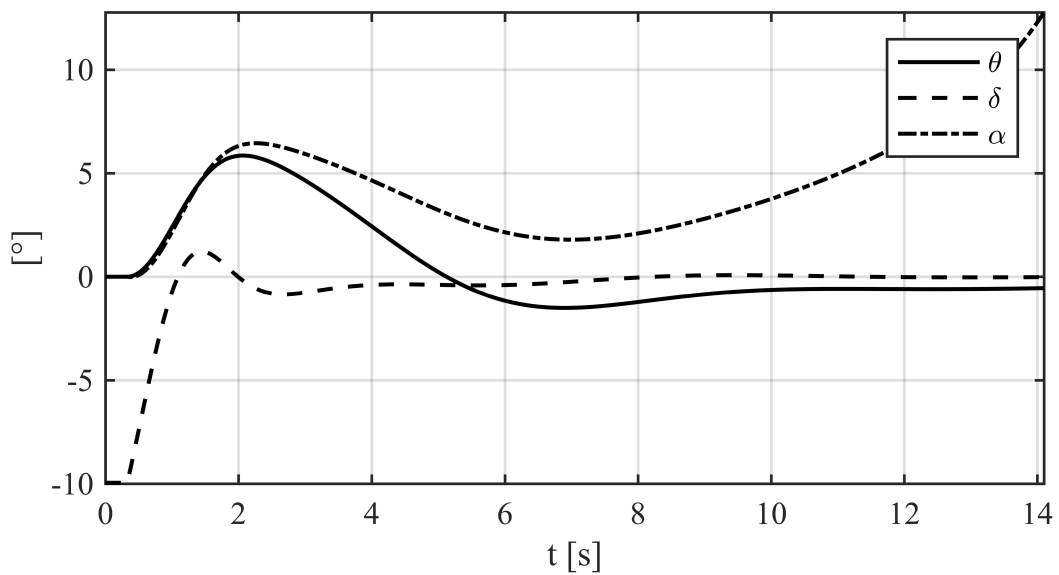
Caso a combinação ângulo de ataque e pressão dinâmica forem significativos, isso resultaria em uma força normal significativa que diminui a efetividade do empuxo no eixo  $x$ , podendo até tornar o sistema instável.

Figura 20 – Forças horizontais atuantes no foguete, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



Fonte: Autor (2020)

Figura 21 – Perfil dos principais ângulos do foguete, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.

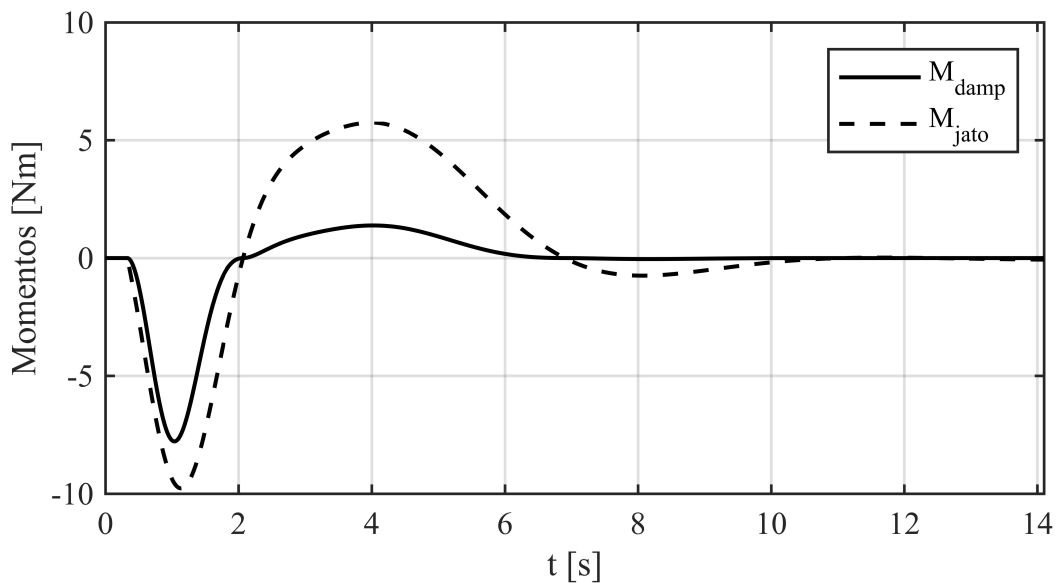


Fonte: Autor (2020)

Por exemplo, caso o foguete auxiliar estivesse nas condições iniciais apresentadas na Tabela 6, ou seja, altitude  $z = 694,25m$  e velocidade  $V = -135,92m/s$ , porém com seu ângulo de atitude de  $7,5^\circ$  e com seu empuxo máximo de  $24kN$ , a somatória das forças no eixo horizontal seria igual a zero. Eventualmente, caso o ângulo de atitude aumentasse, a componente da força normal prevaleceria e o foguete se afastaria da base de pouso. A instabilidade surge porque uma vez que o foguete auxiliar se afasta da base de pouso, o controlador demanda um valor de  $\theta$  maior, aumentando o ângulo de ataque e conseqüentemente aumentando a força normal, fazendo-o se afastar com uma aceleração maior.

Os momentos de amortecimento de jato e aerodinâmico são apresentados na Figura 22. Nela, é possível verificar que os momentos são desprezíveis por causarem uma baixa amplitude de resposta devido ao momento de inércia  $J$  do foguete auxiliar.

Figura 22 – Perfil dos momentos de amortecimento, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



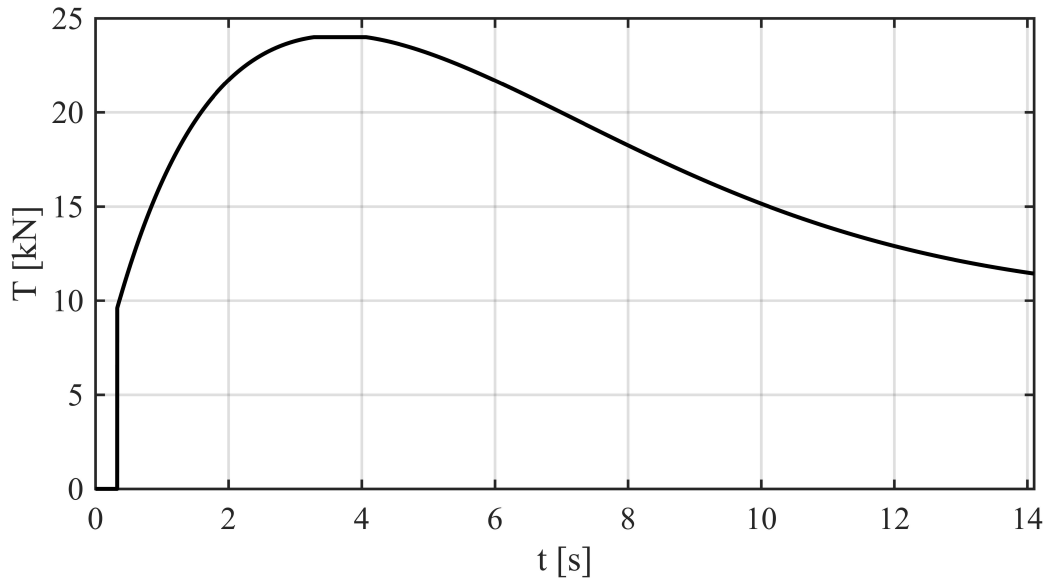
Fonte: Autor (2020)

Apresenta-se o perfil da força de empuxo na Figura 23. Nela, é possível observar uma grande variação e que o atuador atinge o batente superior de  $24kN$  por aproximadamente  $1s$ . Sem a limitação do atuador, a força de empuxo atingiria a amplitude de  $24,08kN$ ,  $0,3\%$  a mais.

Para verificar a robustez do projeto do controlador, foi feito um envelope de dispersão para o início da manobra de pouso onde, para todos os pontos em seu interior o pouso é realizado sem exceder as limitações do foguete auxiliar. Variou-se a altitude inicial ( $z_o$ ) e a dispersão horizontal inicial ( $x_o$ ). A velocidade horizontal inicial ( $V_{x_o}$ ), a velocidade angular inicial ( $\dot{\theta}_o$ ) e a atitude inicial ( $\theta_o$ ) foram mantidas iguais a zero. Apresenta-se o resultado na Figura 24.

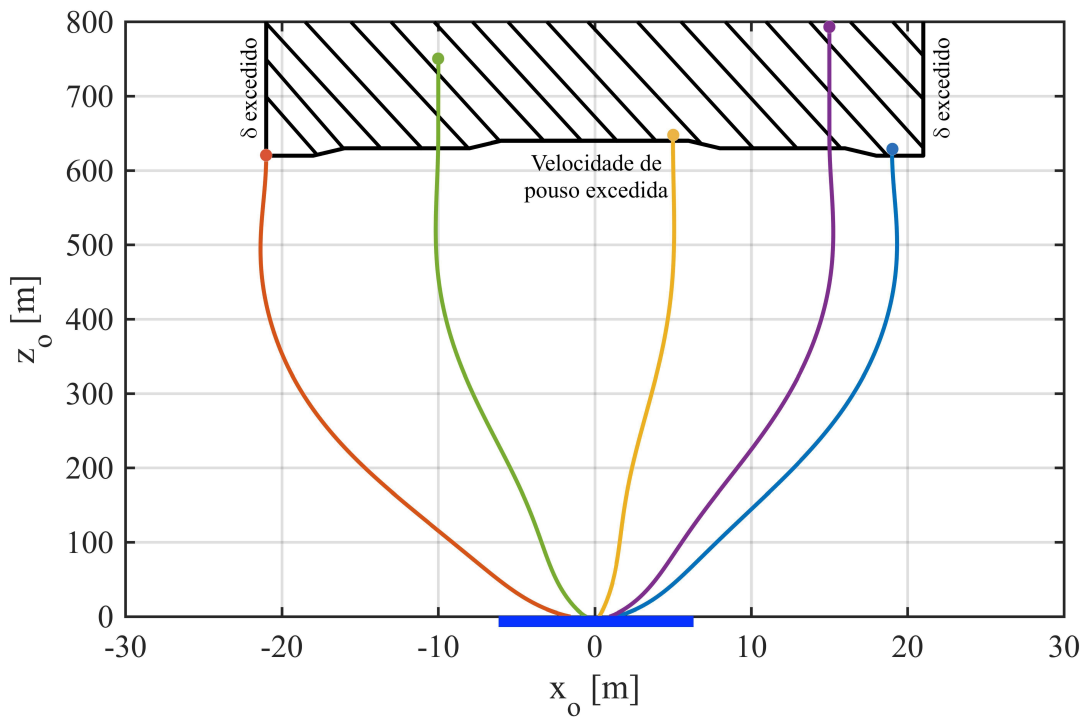


Figura 23 – Perfil do empuxo, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



Fonte: Autor (2020)

Figura 24 – Envelope de dispersão para o início da manobra de pouso onde, para todos os pontos em seu interior o pouso é realizado sem exceder as limitações do foguete auxiliar.



Fonte: Autor (2020)

Nele, há cinco exemplos de trajetórias, e a base de pouso demarcada em azul com  $6m$  de raio. Obteve-se a limitação horizontal do envelope durante o projeto do controlador horizontal, limitado pela deflexão ( $\delta$ ) máxima que o motor-foguete pode fornecer. A limitação vertical foi obtida diminuindo a altitude inicial  $z_o$  a um passo de  $10m$ , e foi limitada devido à velocidade de pouso excedendo os limites impostos pelas pernas de pouso.

Nota-se uma diminuição da altitude inicial para maiores dispersões horizontais, sendo esta consequência do aumento da força aerodinâmica quando a dispersão é maior. Quanto maior a dispersão, maior é a amplitude do ângulo de ataque ( $\alpha$ ) atingida na trajetória e conseqüentemente maiores são as forças aerodinâmicas. Comparando a posição  $x_o = 21m$  com a posição  $x_o = 0m$ , houve um aumento de  $2,4\%$  da força aerodinâmica no eixo vertical. Outros perfis da manobra apresentada na Tabela 6 podem ser verificadas no Apêndice B

#### 4.5 Comparação entre os modelos

Analisou-se a diferença entre o modelo completo e o modelo simplificado da resposta vertical. Verificou-se que os resultados são similares, apresentando uma diferença percentual máxima de  $0,39\%$  na massa de combustível utilizada, como é possível observar na Tabela 7.

A diferença é devida à densidade no modelo completo variar com a altitude, enquanto no modelo simplificado a densidade é constante e igual ao nível do mar. Com o ar mais rarefeito, o foguete perde uma menor quantidade de energia cinética devido ao atrito com o ar, sendo necessário uma maior atuação do motor-foguete. Uma maior quantidade de combustível é gasta no processo, e o tempo necessário para o pouso diminui.

Tabela 7 – Projeto do controlador vertical.

Parâmetro	Modelo simplificado	Modelo completo	Diferença
$V_{pz}$	$-2,00m/s$	$-2,00m/s$	$0,00\%$
$t_p$	$14,06s$	$14,02s$	$-0,28\%$
$m_f$	$80,88kg$	$81,20kg$	$0,39\%$
$T_{max}$	$24,00kN$	$24,00kN$	$0,00\%$
$T_p$	$11,46kN$	$11,46kN$	$0,00\%$
$k_p$	$135,90$	$135,14$	
$k_d$	$640,49$	$641,82$	

Fonte: Autor (2020)

Para a diferença entre o modelo completo e o modelo simplificado da resposta horizontal, verificou-se que o modelo simplificado não representou o modelo completo de forma adequada, como é possível observar na Tabela 8 os parâmetros obtidos no pouso. A diferença é devido às forças aerodinâmicas, que como foi verificado na seção 4.4, é significativa mesmo para o baixo ângulo de ataque obtido na manobra apresentada pela Tabela 6.

Como foi citado, o requisito da velocidade horizontal de pouso foi restringido no modelo simplificado para poder atender ao requisito no modelo completo, resultando em uma diminuição da faixa de tolerância usada. O resultado físico é uma diminuição na dispersão horizontal máxima permitida para a manobra. Devido às forças aerodinâmicas, que amortecem a resposta horizontal, a dispersão horizontal máxima limitou-se em 55% do valor total obtido no modelo simplificado, como é possível observar na Figura 25.

Tabela 8 – Projeto do controlador horizontal e rotacional.

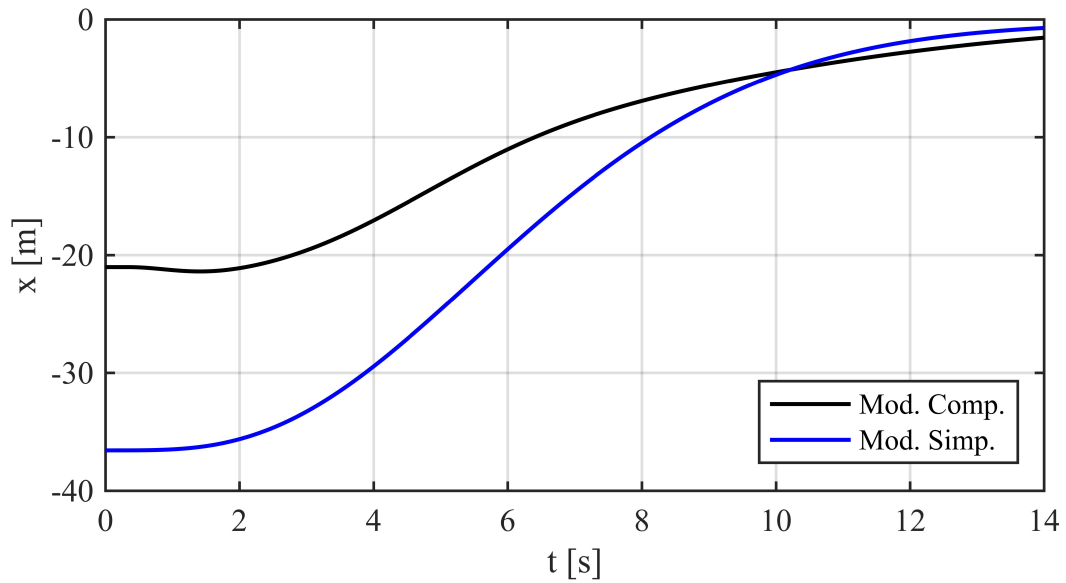
Parâmetros	Modelo simplificado	Modelo completo	Diferença
$x_o$	$-38,48m$	$-21,02m$	$-45,37\%$
$x_p$	$-0,80m$	$-1,50m$	$87,50\%$
$V_{px}$	$0,34m/s$	$0,46m/s$	$35,29\%$
$\theta_p$	$-1,00^\circ$	$-0,55^\circ$	$-45,00\%$
$\theta_{max}$	$8,67^\circ$	$5,84^\circ$	$-32,64\%$
$k_{px}$	0,0051	0,0069	
$k_{dx}$	0,0345	0,0401	
$k_{p\theta}$	$-0,885$	$-1,197$	
$k_{d\theta}$	$-1,192$	$-1,386$	

Fonte: Autor (2020)

O controlador horizontal e rotacional foram projetados para uma força de empuxo igual a  $11,46kN$ . Pela Equação 3.22, 3.23, 3.27 e 3.28 onde é calculado os ganhos dos dois controladores, para uma força de empuxo acima do valor de projeto, o coeficiente de amortecimento e a frequência natural aumentariam, alterando a estabilidade do sistema de controle e possivelmente contribuindo para a limitação da dispersão horizontal máxima.

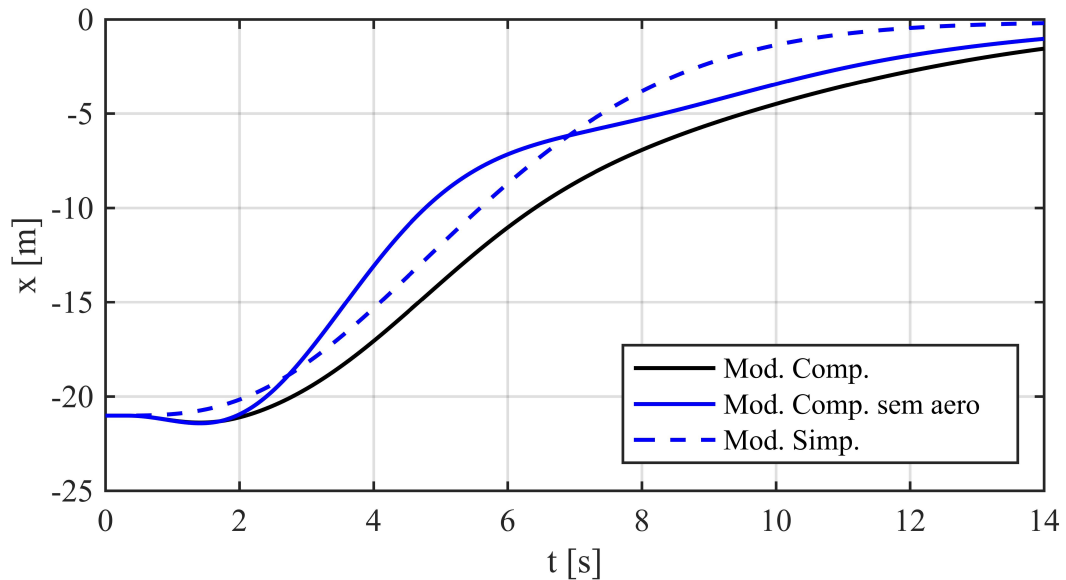
É possível observar o aumento do amortecimento causado por uma força de empuxo maior que o de projeto na Figura 26, apresentando a diferença do perfil horizontal para o modelo simplificado (com o empuxo constante), o modelo completo sem força aerodinâmica no movimento rotacional e horizontal (com a força empuxo variando em função do controlador vertical) e o modelo completo.

Figura 25 – Comparação entre o perfil horizontal do modelo completo e o modelo simplificado para a máxima dispersão horizontal.



Fonte: Autor (2020)

Figura 26 – Perfil horizontal para a simulação de três modelos diferentes para avaliar o impacto da variação do empuxo no sistema horizontal-rotacional. As condições iniciais são apresentadas na Tabela 6.



Fonte: Autor (2020)

## 4.6 Conclusão

Concluindo, os resultados demonstram que o sistema de controle proposto cumpre o objetivo de pousar o foguete auxiliar de  $950kg$  de massa estrutural com robustez, utilizando  $81kg$  de combustível para realizar o pouso, partindo de sua queda livre vertical. A dispersão horizontal é limitada em  $21m$  devido à limitação do atuador de deflexão do motor ( $\delta$ ), entretanto, a força aerodinâmica é responsável pela limitação, amortecendo a resposta horizontal ( $x$ ).

Apesar do objetivo ter sido cumprido, observou-se que o modelo simplificado horizontal e rotacional não representaram adequadamente o modelo completo, sendo esta consequência das simplificações necessárias realizadas no projeto do controlador para transforma-lo em um sistema de uma entrada e uma saída, como a não inclusão das forças aerodinâmicas e a consideração do empuxo constante. A força normal se mostrou significativa mesmo para baixos ângulos de ataque nos instantes iniciais da manobra, período em que a pressão dinâmica é alta.

## 5 CONCLUSÕES

Esse trabalho projetou um sistema de controle para o pouso vertical autônomo de um foguete auxiliar com somente o motor-foguete como atuador. Construiu-se uma simulação de voo em três graus de liberdade no qual efeitos aerodinâmicos foram considerados e modelados, mas a massa do foguete foi mantida constante durante a manobra. Para o projeto do sistema de controle, assumiu-se independência entre os graus de liberdade, tratando-os como um sistema de uma entrada e uma saída. Utilizaram-se três controladores PD para o sistema de controle, um para cada grau de liberdade.

O resultado apresentado pela simulação de voo indica que o sistema de controle proposto é robusto, realizando o pouso dentro dos critérios mesmo com a presença de incertezas devido às simplificações feitas no projeto de controle para obter os ganhos. A partir da estimativa simplificada de combustível, verificou-se que é possível realizar o pouso consumindo  $81kg$  de combustível para um foguete auxiliar de  $950kg$  de massa estrutural.

Observou-se que a forças aerodinâmica é significativa no eixo horizontal mesmo para baixos ângulos de ataque, na ordem de  $6^\circ$ , e portanto não pode ser desprezada. A característica de um sistema de controle com somente o motor-foguete como atuador é uma força aerodinâmica contrária ao movimento, diminuindo a efetividade da força empuxo. O resultado dessa característica é a baixa dispersão horizontal permitida que, para o foguete auxiliar utilizado neste trabalho em uma altitude inicial de  $694m$ , a máxima dispersão permitida é de  $21m$ .

A principal contribuição deste trabalho foi a apresentação das características de manobra de um foguete auxiliar cilíndrico com controle da magnitude e direção da força de empuxo, e a exposição do tema de pouso propulsivo de foguetes auxiliares, uma área pouco explorada que no futuro próximo pode se tornar o padrão na indústria aeroespacial.

### 5.1 Trabalhos futuros

O presente trabalho adotou a simplificação de massa constante e realizou uma série de simplificações na equação do movimento rotacional e horizontal, como a não inclusão das forças aerodinâmicas e a consideração do empuxo constante para obter os ganhos do controlador PD. Faz-se necessário um estudo utilizando técnicas

de controle alternativas, como o Gain Scheduling, para considerar as alterações na dinâmica da planta e assim obter um modelo simplificado mais próximo de um modelo completo onde há variação de massa do foguete.

Uma das limitações do sistema de controle presente nesse trabalho é a limitação da dispersão horizontal. Assim, recomenda-se um estudo sobre formas de aumentar a dispersão horizontal, como por exemplo a utilização de atuadores aerodinâmicos. Esse trabalho ainda apresenta uma estimativa simplificada da massa de combustível necessária. Faz-se necessário um estudo mais aprofundado a respeito das simplificações adotadas e métodos de estimativa alternativos.

## REFERÊNCIAS

- ALLEN, H. J.; PERKINS, E. W. **A study of effects of viscosity on flow over slender inclined bodies of revolution**. Moffett Field: NACA Ames Aeronautical Laboratory, 1951.
- ANDERSON, J. D. **Fundamentals of aerodynamics**. 5. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2017.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID controllers: theory, design, and tuning**. 2. ed. Research Triangle Park: Instrument society of America, 1995.
- BARROWMAN, J. S. **The practical calculation of the aerodynamic characteristics of slender finned vehicles**. Dissertação (Mestrado) — The Catholic University of America, Washington, 1967.
- BLACKMORE, L. Autonomous precision landing of space rockets. In: **National academy of engineering 'the bridge on frontiers of engineering'**. Washington: [s.n.], 2016, (46, v. 4). p. 15–20.
- CAVCAR, M. The international standard atmosphere. 2000.
- CORNELISSE, J. W.; SCHÖYER, H. F.; WAKKER, K. F. **Rocket propulsion and spaceflight dynamics**. 1. ed. London: Pitman Publishing, 1979.
- DUMONT, E. et al. Callisto-reusable vtl launcher first stage demonstrator. In: **SPACE PROPULSION CONFERENCE 2018**. Sevilla, 2018.
- FERRANTE, R. **A Robust Control Approach for Rocket Landing**. Dissertação (Mestrado) — University of Edinburgh, Edinburgh, 2017.
- FRANKLIN, G. F. et al. **Feedback control of dynamic systems**. 5. ed. London: Pearson London, 2015.
- JORGENSEN, L. H. **Prediction of static aerodynamic characteristics for space-shuttle-like and other bodies at angles of attack from 0 deg to 180 deg**. Moffett Field: NASA Ames Aeronautical Laboratory, 1973.
- KELLEY, C. T. **Iterative methods for linear and nonlinear equations**. North Carolina: SIAM, 1995.
- LAGARIAS, J. C. et al. Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions. **SIAM Journal on optimization**, SIAM, v. 9, n. 1, p. 112–147, 1998.
- NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Gimbaled thrust, beginner's guide to Rockets**. 2018. Disponível em: <<https://spaceflightsystems.grc.nasa.gov/education/rocket/gimbaled.html>>. Acesso em: fevereiro de 2020.



NIELSEN, J. **Missile aerodynamics**. New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1988.

NISKANEN, S. **Development of an Open Source model rocket simulation software**. Dissertação (Mestrado) — Helsinki University of Technology, Helsinki, 2009.

NONAKA, S. et al. Vertical landing aerodynamics of reusable rocket vehicle. **Transactions of the Japan society for aeronautical and space sciences, Aerospace Technology Japan**, v. 10, n. 0, p. 1–4, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

PALMERIO, A. F. **Introdução à tecnologia de foguetes**. 1. ed. São José dos Campos: SindCT São José dos Campos, 2017.

POLHAMUS, E. C. **Effect of Nose Shape on Subsonic Aerodynamic Characteristics of a Body of Revolution Having a Fineness Ratio of 10.94**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), 1957.

RICHARDSON, M. P.; HARDY, D. W. Economic benefits of reusable launch vehicles for space debris removal. **New Space**, Mary Ann Liebert, Inc., publishers 140 Huguenot Street, 3rd Floor New, v. 6, n. 3, p. 227–237, 2018.

ROCKET LAB. **Payload user's guide**. 2019. Disponível em: <<https://www.rocketlabusa.com/assets/Uploads/Rocket-Lab-Payload-Users-Guide-6.4-2020.pdf>>. Acesso em: fevereiro de 2020.

SAGLIANO, M. et al. Guidance and control strategy for the callisto flight experiment. EUCASS Association, 2019.

SIPPEL, M. et al. Systematic assessment of reusable first-stage return options. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS. Adelaide, 2017.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket propulsion elements**. 9. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016.

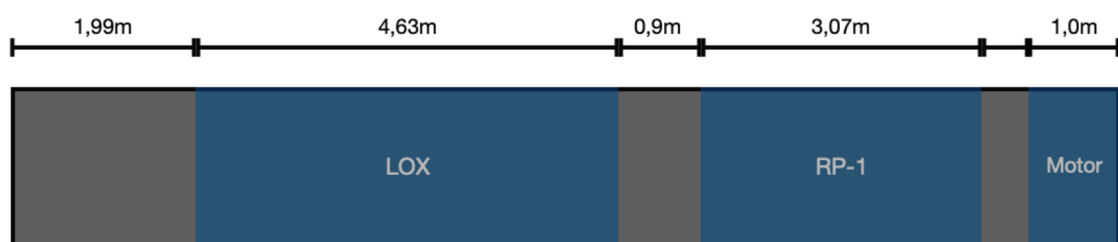
## APÊNDICE A

O foguete auxiliar baseado no Electron da empresa Rocket lab possui sua estrutura apresentada pela Figura 27. A massa estrutural do primeiro estágio é  $635kg$ . A massa do motor é  $315kg$ . O tanque de combustível cheio tem a massa de  $9250kg$ .

O motor-foguete tem o impulso específico  $I_{sp}$  ao nível do mar de  $311s$  e é capaz de gerar  $24kN$  de empuxo. A magnitude do empuxo tem o valor mínimo de 40% do valor total. O tipo de vetorização do empuxo é o que rotaciona o motor inteiro por meio de uma junta esférica ou dobradiça, e que o ângulo máximo do motor  $\delta$  é 10%.

O tanque de combustível é dividido entre o propelente e o oxidante. O oxidante utilizado é o oxigênio líquido (LOX) e o propelente é o petróleo refinado-1 (RP-1). De acordo com Sutton e Biblarz (2016), a densidade do RP-1 é  $807kg/m^3$  na temperatura de  $289K$  e a densidade do LOX é  $1230kg/m^3$  na temperatura de  $77,6K$ . A razão de queima desse combustível ao nível do mar é de  $O/F = 2,3$ . Para o cálculo do momento de inércia, é utilizado distribuição de massa estrutural, massa do motor e massa do combustível. Foi utilizado o programa *Openrocket* desenvolvido por Niskanen (2009) para obter o momento de inércia e a posição do centro de massa.

Figura 27 – Distribuição dos componentes internos do foguete auxiliar baseado no electron.



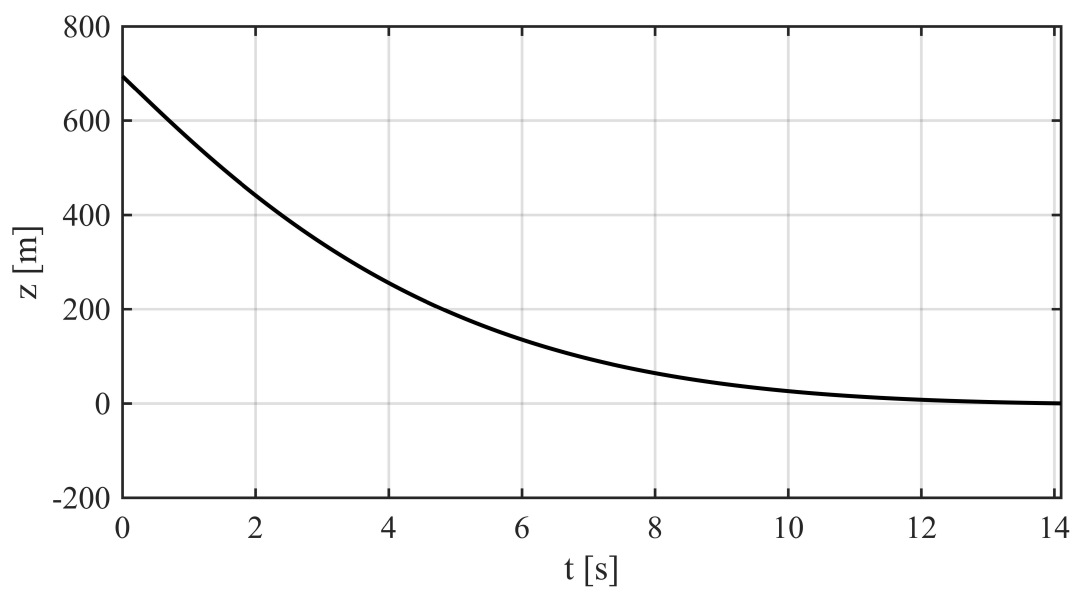
Fonte: Autor (2020)

Para obter as forças e momentos aerodinâmicos, assumi-se que o foguete auxiliar pode ser representado por um cilindro. Assim, o coeficiente da força normal e o momento de amortecimento aerodinâmicos podem ser calculados de acordo com a teoria presente na Seção 2.3. A razão  $L/d$  do foguete é 10,08, próximo da razão  $L/d$  do modelo utilizado para calcular o coeficiente de arrasto axial no estudo de Polhamus (1957). Portanto, assumi-se que os dados são representativos.

## APÊNDICE B

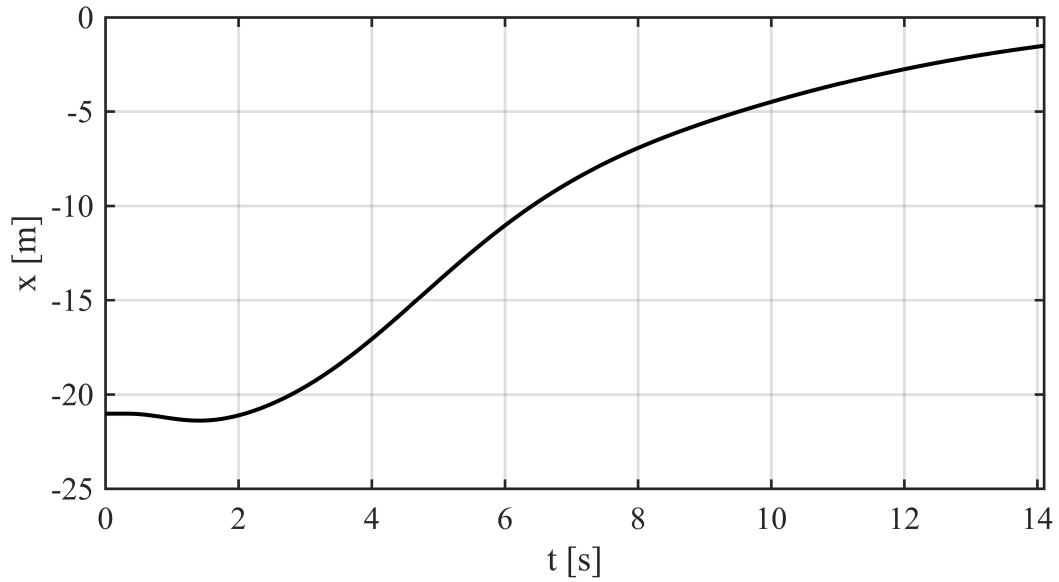
A seguir, serão apresentados os perfis da manobra apresentada na Seção 4.4

Figura 28 – Perfil da altitude, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



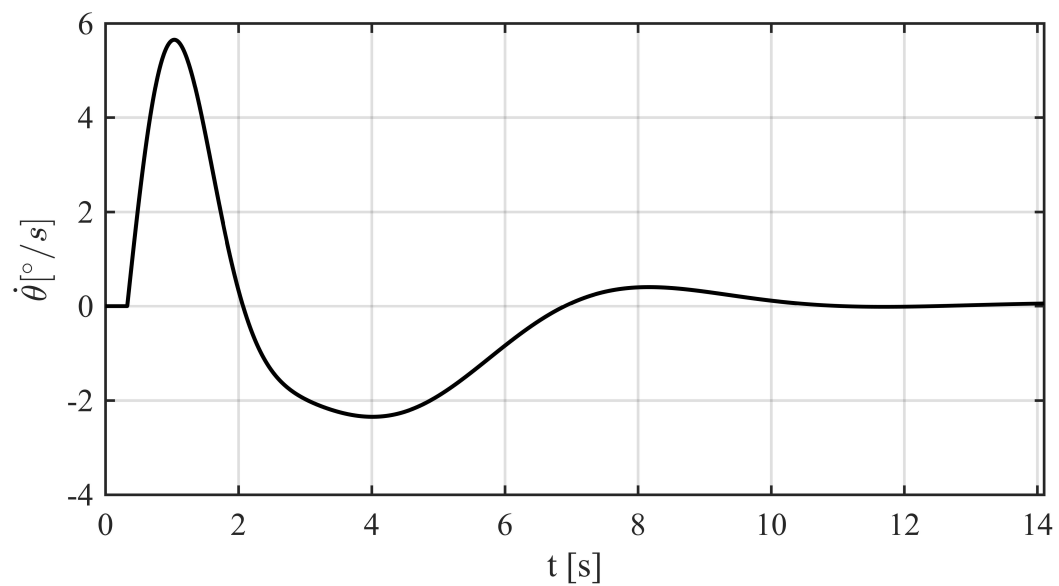
Fonte: Autor (2020)

Figura 29 – Perfil da posição horizontal, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



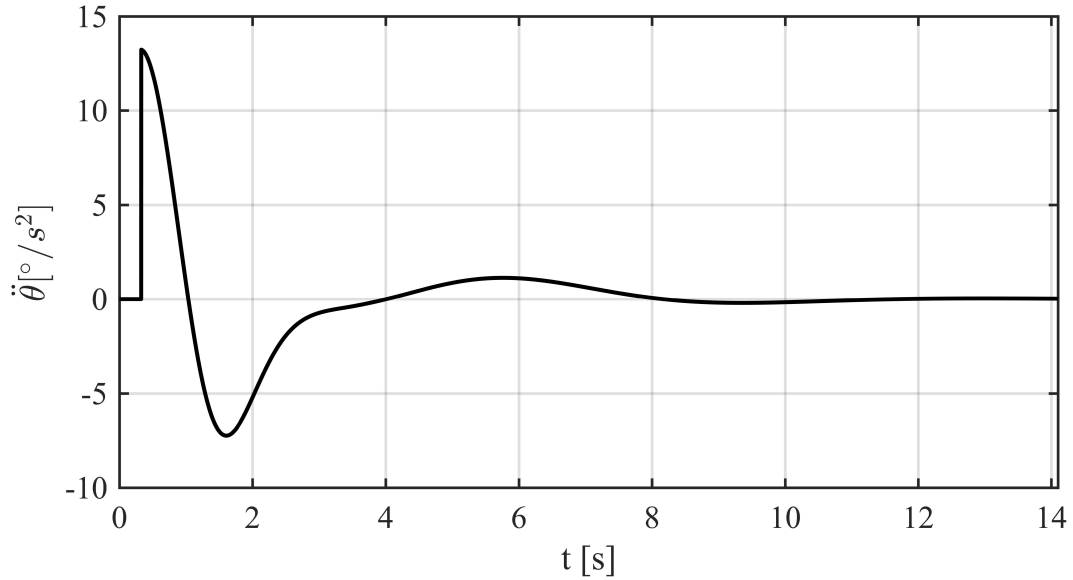
Fonte: Autor (2020)

Figura 30 – Perfil de  $\dot{\theta}$ , nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



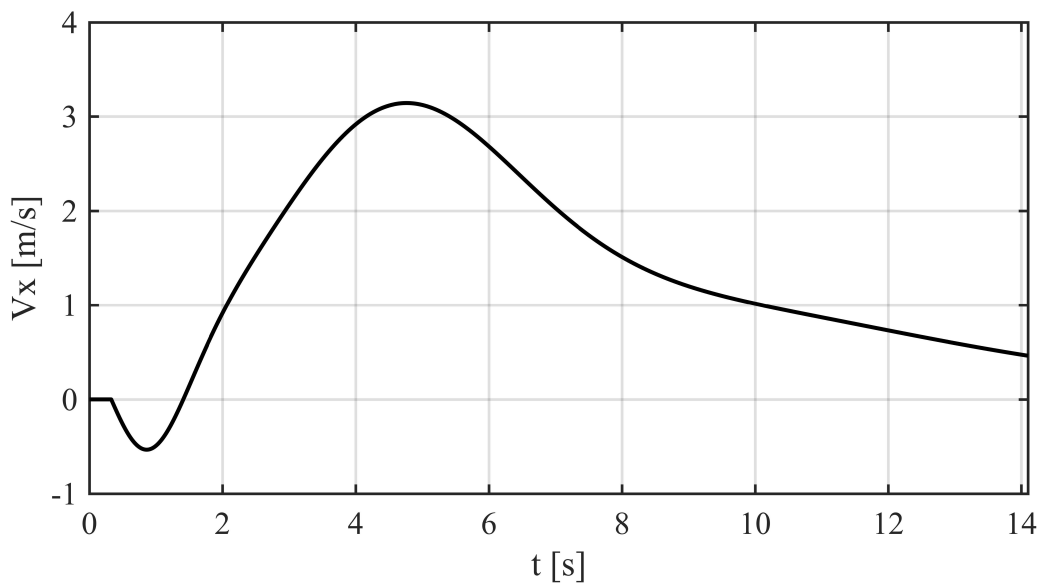
Fonte: Autor (2020)

Figura 31 – Perfil de  $\ddot{\theta}$ , nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



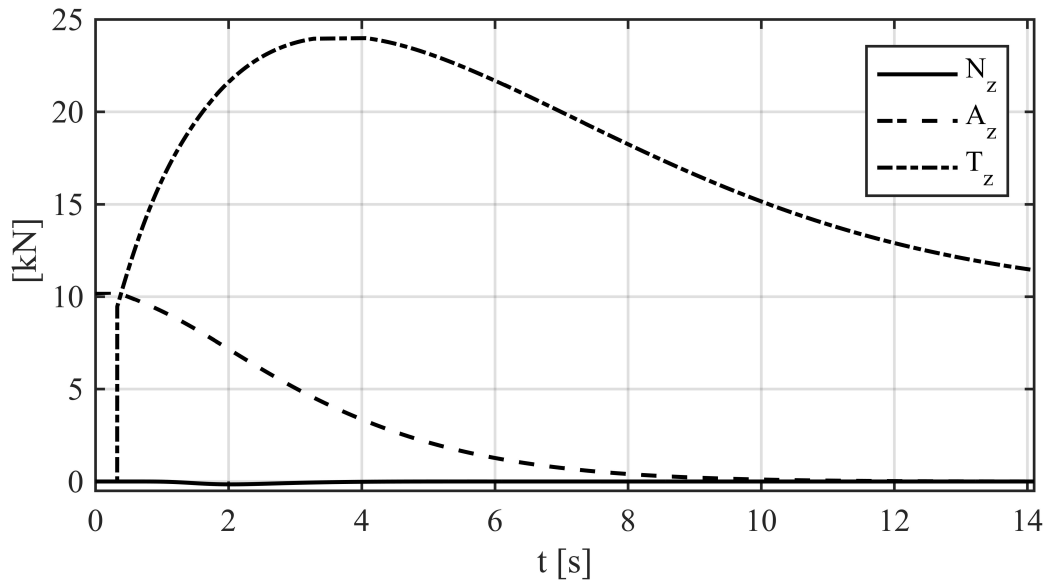
Fonte: Autor (2020)

Figura 32 – Perfil da velocidade horizontal, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



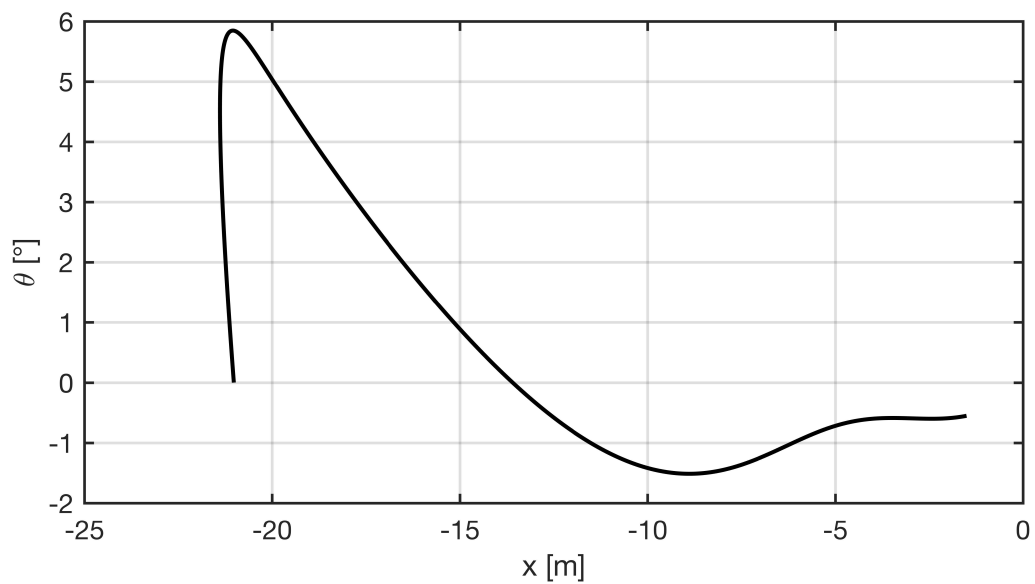
Fonte: Autor (2020)

Figura 33 – Perfil da componente vertical das forças, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



Fonte: Autor (2020)

Figura 34 – Perfil  $\theta$ -x, nas condições iniciais apresentada na Tabela 6.



Fonte: Autor (2020)