

Felipe de Pádua Andrade Almeida

**PREDIÇÃO DE CAMPOS EM AMBIENTES INTERIORES
UTILIZANDO UMA TÉCNICA HÍBRIDA BASEADA NA
COMBINAÇÃO DOS MÉTODOS DE TRAÇADO DE RAIOS E
DIFERENÇAS FINITAS (FDTD).**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Elétrica
Orientador: Prof. Dr. Walter Pereira
Carpes.

Florianópolis
2019

Almeida, Felipe de Pádua Andrade
PREDIÇÃO DE CAMPOS EM AMBIENTES INTERIORES
UTILIZANDO UMA TÉCNICA HÍBRIDA BASEADA NA COMBINAÇÃO
DOS MÉTODOS DE TRAÇADO DE RAIOS E DIFERENÇAS FINITAS
(FDTD). / Felipe de Pádua Andrade Almeida ;
orientador, Walter Pereira Carpes Junior,
coorientador, Patrick Kuo Peng, 2019.
108 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2019.

Inclui referências.

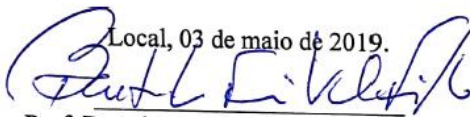
1. Engenharia Elétrica. 2. Óptica Geométrica. 3.
Traçado de Raios. 4. FDTD. 5. Método Híbrido. I.
Pereira Carpes Junior, Walter . II. Kuo Peng,
Patrick. III. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica. IV. Título.

Felipe de Pádua Andrade Almeida

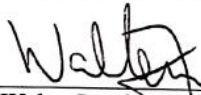
**PREDIÇÃO DE CAMPOS EM AMBIENTES INTERIORES
UTILIZANDO UMA TÉCNICA HÍBRIDA BASEADA NA
COMBINAÇÃO DOS MÉTODOS DE TRAÇADO DE RAIOS E
DIFERENÇAS FINITAS (FDTD).**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Local, 03 de maio de 2019.



Prof. Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho, Dr.
Coordenador do Programa



Prof. Walter Pereira Campos Júnior, Dr.
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Sandro Carlos Lima, Dr.
Instituto Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado aos meus queridos pais e toda a minha família.

AGRADECIMENTOS

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) pelo apoio financeiro prestado à execução deste trabalho.

Aos amigos e professores do GRUCAD pelo auxílio e compreensão neste processo de formação, particularmente, ao professor Walter pelo suporte no desenvolvimento e na escrita deste trabalho.

Especialmente, para meus pais e irmão, que mesmo de longe em meio as dificuldades puderam me dar o auxílio necessário para conquistar minhas metas.

RESUMO

Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo computacional híbrido fundamentado na combinação das Técnicas de Traçado de Raios e FDTD (*Finite-difference time-domain*) para o cálculo de campos eletromagnéticos em ambientes interiores (*indoor*). O algoritmo de Traçado de Raios é um método assintótico (adequado para aplicações em altas frequências) que mescla técnicas de computação gráfica e cálculo eletromagnético de campos. A abordagem bidimensional adotada utiliza o princípio da Ótica Geométrica (GO - *Geometrical Optics*) para a determinação analítica do campo espalhado. Com base na Teoria das Imagens, as trajetórias possíveis de reflexão são estimadas através de raios que representam a propagação das ondas de radiofrequência radiadas por uma fonte transmissora até um ponto de recepção. Essa modelagem é vantajosa, pois a análise é realizada apenas no domínio de interesse. O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) é empregado como solução em problemas eletromagnéticos para simular o espalhamento de ondas em campos nos quais não apresentam características uniformes e a análise analítica não é eficiente. A base de cálculo é referenciada nas equações de Maxwell discretizadas no tempo e espaço. A técnica híbrida se fundamenta na utilização da metodologia de Traçados de Raios como fonte primária de análise em uma ampla área de cálculo, e posteriormente, o FDTD no estudo de regiões próximas às descontinuidades complexas e não homogeneidade do meio, onde soluções baseadas em raios não são suficientemente precisas. Exemplos de aplicações bidimensionais do método proposto são realizadas em cenários interiores, avaliando os canais de radioenlace por meio do levantamento de distribuição de campos. Resultados numéricos são verificados com base em soluções exatas conhecidas, presentes na literatura, e obtidas durante simulações, a fim de validar e reproduzir um comparativo entre os métodos de Traçado de Raios (em que há homogeneidade da estrutura), FDTD e o modelo híbrido, quantificando a eficácia e a precisão da ferramenta em questão elaborada.

Palavras-chave: Óptica Geométrica. Traçado de Raios. FDTD. Método Híbrido.

ABSTRACT

A hybrid computational model was developed based on the combination the Ray Tracing and FDTD (Finite-difference time-domain) for the calculation of electromagnetic fields in *indoor* areas. The algorithm of Plan of Rays is an asymptotic method (appropriate for applications in high frequencies) that mixes techniques of graphic computation with electromagnetic calculation of fields. The 2D approach uses the beginning of the Geometrical Optics (GO) for the determination of the dispersed field. With base on the Image Theory, the possible paths are dear through rays that represent the propagation of the radio waves radiated by a source transceiver until a reception point, besides being a modeling with advantages accuracy; the analysis is just accomplished in the domain of interest. Finite differences time domain method (FDTD) is used as solution electromagnetic problems to simulate radio wave propagation in fields us which doesn't present uniform characteristics and the analytical analysis is not efficient, the calculation base is referenced on Maxwell's equations discretized in time and space. The hybrid technique is based in the use of the methodology of Ray Tracing method as primary source of analysis in a wide calculation area, and after, FDTD in the study of close areas to complex discontinuities and no homogeneity, where solutions based on rays are not sufficiently necessary. Examples of two-dimensional applications of the proposed method are accomplished in *indoor sceneries*, evaluating the channels of radio ties through the rising of distribution of fields. Numeric results are verified with base in known exact solutions, presents in the literature, and obtained during simulations, in order to validate and to reproduce a comparative one among Ray Tracing Method (where has homogeneity of the structure), FDTD and the hybrid model, quantifying the effectiveness and accuracy of the tool in elaborated subject.

Keywords: Geometrical Optics. Ray Tracing. FDTD. Hybrid Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Comportamento típico do sinal recebido em ambientes celulares (Rappaport, 2002).	27
Figura 2.2 - Cenário multipercurso (Costa, 2003).	27
Figura 2.3 - Categorias computacionais para resolução de problemas eletromagnéticos de altas frequências (Stutzman & Thiele, 1998).	29
Figura 3.1 - Reprodução dos mecanismos referentes à propagação (Silva, 2004).	33
Figura 3.2 - Representação 2D de um ambiente urbano (Rego, Schettino, & Moreira, 2007).	33
Figura 3.3 - Representação 2D de um ambiente <i>indoor</i> representado por um escritório (Porebska, Kayser, & Wiesbeck, 2007).	34
Figura 3.4 – O estabelecimento de raio transmitidos (Grubisic, 2005).	35
Figura 3.5 – Princípio da imagem virtual	38
Figura 3.6 – Levantamento das Imagens (Schettino D. N., 2002).	38
Figura 3.7 – caminho percorrido em uma árvore de imagens para localização dos pontos de reflexão apresentado na Figura 3.6.....	40
Figura 3.8 - Levantamento de uma árvore de imagens genérica.	41
Figura 3.9– Ilustração da lei de Snell.	43
Figura 3.10 – Tubos de raios	45
Figura 3.11 – representação da frente de onda no espaço livre (Sefi, 2003).	48
Figura 3.12– Representação do percurso da onda refletida.	51
Figura 3.13- reflexão do raio sobre uma superfície plana (Borges, 2003).	52
Figura 4.1 - Estimativa da derivada $f(x)$ por diferenças centrais (Sadiku M. N., 1992).	56
Figura 4.2 – Representação geométrica 3D de uma célula de Yee (Sadiku M. N., 1992).	59
Figura 4.3 – Diagrama de enlace entre as componentes E e H no espaço-tempo e o modelo <i>leapfrog</i> (Inan & Marshall, 2011).	62
Figura 4.4 - Célula básica FDTD em abordagens 1D, 2D e 3D, respectivamente (Cavalcante, 2015).	63
Figura 4.5- Representação dos modos de propagação: a) TE b) TM (Lima, 2006).	64

Figura 4.6 - Ilustração do posicionamento da camada absorvedora PML.	67
Figura 5.1 – Cálculo inicial do Traçado de Raios no modelo híbrido (Nagy, 2010).....	75
Figura 5.2 – Aplicação da PML no modelo Híbrido (Reynaud, Cocheril, Vauzelle, Reineix, Aveneau, & Guiffaut, 2005)	75
Figura 5.3 – regiões FDTD do modelo híbrido.	76
Figura 5.4 – Erro percentual devido a área do FDTD.	77
Figura 6.1 – Representação do cenário analisado.	79
Figura 6.2 – a) Percurso analisado para distribuição normal de campo; b) Aplicação do Traçado de Raios no mesmo cenário.	80
Figura 6.3 – Comparação do campo magnético normalizado considerando 1 e 2 reflexões.....	80
Figura 6.4 – Simulação utilizando o método das diferenças finitas (FDTD) para o mesmo cenário vazio.....	81
Figura 6.5 – Levantamento do campo magnético normalizado (dB) em função da distância utilizando o FDTD.	82
Figura 6.6 – Comparação dos campos normalizados (dB) em função da distância utilizando o FDTD e Traçado de Raios.....	82
Figura 6.7 – Representação do cenário utilizado para validação da técnica híbrida.....	84
Figura 6.8 – Representação inicial da metodologia híbrida.	84
Figura 6.9 – Simulação utilizando o Método Híbrido no cenário em questão em três instantes de tempo diferentes.....	85
Figura 6.10 – Comparação dos campos normalizado ao longo do percurso observado na Figura 6.7.	86
Figura 6.11 – Representação do cenário com uma estrutura em L no canto inferior esquerdo.....	87
Figura 6.12 – Lançamentos de raios pelo RT a um ponto qualquer da caixa virtual FDTD.	88
Figura 6.13 – Simulação FDTD, após a obtenção dos campos realizados anteriormente pelo RT, em três instantes de tempo diferentes.	88
Figura 6.14 – Comparativo da distribuição do campo elétrico ao longo de <i>OD</i> (Figura 6.11).....	89
Figura 6.15 – Planta da estrutura implementada para simulação.	90
Figura 6.16 - Resultados obtidos através de simulação da distribuição de campos entre os métodos híbridos e FDTD, considerando dimensões diferentes da “virtual box”.	91

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEM – *Computational Electromagnetics*

FDTD – *Finite Difference Time Domain*

GO – *Geometrical Optics*

IT – *Image Theory*

PML – *Perfect Matched Layer*

SBR – *Shooting and Bouncing Rays*

UHF – *Ultra High Frequency*

UTD – *Uniform Theory of Diffraction*

SUMÁRIO

1	Introdução.....	19
1.1	Motivação e Justificativa.....	19
1.2	Objetivos	22
1.2.1	Objetivo geral	22
1.2.2	Objetivos específicos	22
1.3	Estrutura do Trabalho.....	22
2	Caracterização de Sistemas de Radiopropagação.....	25
2.1	Introdução	25
2.2	Caracterizações do canal de propagação	26
2.3	Modelos de Predição	28
2.3.1	Modelos Empíricos.....	28
2.3.2	Modelos Determinísticos.....	29
3	Técnica de Traçado de Raios	31
3.1	Introdução	31
3.2	Modelo do ambiente associado ao canal de rádio <i>indoor</i>	32
3.3	Teoria das Imagens vs Método da Força Bruta	35
3.3.1	Método <i>SBR</i>	35
3.3.2	Teoria das imagens (IT).....	37
3.4	Raios Refletidos	42
3.5	Ótica Geométrica (GO) para o Cálculo de Campos	43
3.5.1	Campo Direto	49
3.5.2	Campo Refletido.....	50
4	Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo(FDTD)	54
4.1	Introdução	54
4.2	Diferenças Finitas	54
4.3	O algoritmo de Yee	56
4.4	Algoritmo de Yee em duas dimensões.....	63
4.5	Precisão e Estabilidade.....	66

4.6	Camada Perfeitamente Casada – PML.....	67
5	Método Híbrido: Traçado de Raios e FDTD	73
5.1	Introdução	73
5.2	Descrição do Método Híbrido.....	74
5.3	Tamanho Ótimo da Região FDTD.....	76
6	Resultados.....	78
6.1	Introdução	78
6.2	Validação das técnicas de Traçado de Raios e FDTD	78
6.3	Validação do Método Híbrido	83
6.4	Resultados em Ambientes Interiores Práticos.....	86
7	Conclusão e Sugestões para trabalhos futuros	93
	REFERÊNCIAS.....	97
	Anexo A – Teoria das Imagens	105
	A.1 - Determinação das Imagens	105
	A.2 – Teste de Interseção.....	106

1 Introdução

1.1 Motivação e Justificativa

Sistemas e serviços sem fio (*wireless*) sofreram um avanço notável nos aspectos da vida moderna desde quando os primeiros dispositivos de telefonia celular sem fio foram introduzidos por volta de 1980. Esta evolução refletiu na indústria de comunicação rádio móvel, tendo grande impacto, em ordem de magnitude, no abastecimento de circuitos digitais de RF, integração em larga escala de circuitos microeletrônicos e miniaturização de tecnologias, nas quais, possam fornecer alto ganho, fácil fabricação e baixo perfil a fim de desempenhar diferentes requisitos de qualidade, suporte a mobilidade, capacidade elevada de tráfego e altas taxas de transmissão. (Rappaport, 2002).

Atendendo a essa demanda, a efetivação, avaliação e instalação de uma rede de rádio sem fio, em ambientes *indoor*, requer uma caracterização precisa do sistema de enlace, podendo ser simulado por canais em que as ondas eletromagnéticas se propagam que vão desde simples linhas em visada direta a complexos sistemas rigorosamente intervindos por objetos (Wang, Safavi-Naeiini, & Chaudhuri, 2000). O projetista envolvido deverá ser capaz de determinar diferentes aspectos dos sistemas irradiantes, incluindo potências envolvidas, frequência de operação e parâmetros da qualidade de serviço, além de prever possíveis interferências eletromagnéticas.

Os diversos ambientes de operações nos quais essas redes operam; dentre os fenômenos associados a estes, podem produzir diferentes efeitos no comportamento de sinal, e conseqüentemente uma variação no desempenho do enlace da comunicação. Desta forma, como a velocidade de troca de dados é a principal demanda no mundo atual, qualquer alteração ou interferência poderá gerar prejuízos referentes à comunicação.

A predição de campos é fundamentada em estimativas observando as taxas de falhas, delimitação da área de cobertura de um ponto de acesso (*hotspot*), análise dos fenômenos multipercurso, avaliação de interferências cocanais e localização do posicionamento ótimo da antena transmissora, além de minimizar o custo de planejamento e implementação de um sistema de rádio (Telecomunicações, 2002), o que torna uma metodologia de extrema importância no quesito de avaliação do sinal. No planejamento de microcélulas, a consideração de modelos estatísticos para a predição de

cobertura pode levar a erros consideráveis, fazendo-se necessária a adoção de técnicas com amplo poder de precisão.

Portanto, metodologias numéricas podem ser utilizadas como forma de solução para certos tipos de cenários que necessitam um tratamento eletromagnético, a fim de minimizar o custo de planejamento e implementação, principalmente em problemas de radiação e espalhamento em sistemas de radiofrequência UHF (300 MHz - 3 GHz), em que a observação experimental não é eficiente. Desde o início do século passado, diferentes técnicas para a previsão da cobertura em sistemas de comunicação sem fio foram desenvolvidas, podendo atualmente ser caracterizados em quatro classes (Belém, 2001):

- modelos empíricos;
- modelos determinísticos baseados em métodos assintóticos;
- modelos determinísticos baseados em métodos numéricos;
- modelos clássicos.

A crescente demanda e utilização desses modelos em áreas urbanas levou à adoção do conceito de micro e picocélulas (por exemplo, ambiente interiores). No planejamento destas microcélulas, a adoção de modelos estatísticos para a predição de cobertura do sinal de rádio pode levar a erros consideráveis, fazendo-se necessária a aplicação de técnicas mais precisas, como, por exemplo, técnicas determinísticas. Dentre esses modelos teóricos, o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) (Taflov & Hagness, 2000) e a Técnica de Traçado de Raios (*Ray Tracing*) (Neskovic, 2000) são as mais utilizadas e vêm se destacando para o tratamento eletromagnético em cenários *indoor*.

A técnica de Traçado de Raios é um modelo assintótico, no qual se utiliza o traçado de raios para determinar as trajetórias dos multipercursos entre transmissor e receptor, combinando técnicas de renderização de imagens e cálculo numérico eletromagnético. Quando aplicado à radiopropagação, a precisão do raio depende principalmente da razão do comprimento de onda e o volume de interesse. (McKown & Lee Hamilton, 1991).

O primeiro passo para se calcular o campo espalhado é a determinação geométrica das trajetórias dos raios que partem de uma dada fonte até o receptor, levando em conta as diversas interações (reflexão, difração e refração) com os obstáculos presentes no cenário. Existem basicamente duas abordagens apresentadas na literatura referente ao traçado de raios: uma baseada na Teoria das Imagens (IT - *Image Theory*) (Rossi & Levy, 1992) e outra na técnica SBR (*Shooting-*

and-Bouncing Ray) (H. Ling, 1986), também conhecida como Método da Força Bruta. A IT foi escolhida para a implementação deste trabalho por ser mais precisa do que a SBR, pois é capaz de definir rigorosamente sem redundância todas as componentes de multipercursos entre o emissor e o receptor, que, com base na Óptica Geométrica (GO), gera imagens ópticas do transmissor, além de considerar todas as superfícies como refletoras, obtendo assim uma maior precisão. O cálculo do campo é então alcançado pelo somatório dos campos provenientes dos múltiplos percursos (Schettino & Moreira, 2002).

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), proposto inicialmente por Kane S. Yee, é aplicado como solução numérica das equações de Maxwell para o tratamento eletromagnético em situações em que é necessária a análise da propagação de onda. Entre suas vantagens, tem-se o baixo custo computacional, ótima precisão, ampla flexibilidade e implementação robusta (Nakano, 2016). Entretanto, por ser um método de análise numérica, o FDTD requer uma larga quantidade de memória para acompanhar a solução em toda a região de avaliação e cálculos extensos para atualizar o resultado em instantes de tempo sucessivos, principalmente em cenários com dimensões amplas e frequência de operação na faixa de UHF. A formulação é baseada em aproximações para derivadas parciais por diferenças finitas centrais a fim de resolver diretamente as equações de Maxwell no domínio temporal (Luz, 2013). As relações constitutivas são incorporadas automaticamente, o que facilita a análise em meios não homogêneos, levando em conta os efeitos da reflexão, difração e refração.

O método de rastreamento de raios é relativamente insensível às dimensões do ambiente em consideração, porém, há inconsistência quando a geometria física é complexa e/ou há um grande número de potencial receptores (Kuruganti & Nutaro, 2006). Visando melhorar a precisão do comportamento eletromagnético de sistemas de comunicação sem fio, é descrita neste trabalho uma metodologia bidimensional fundamentada em uma técnica híbrida RT (*ray tracing*)/FDTD de predição de campos aplicada em cenários *indoor*. A ideia básica do modelo é utilizar o Traçado de Raios em toda a dimensão do espaço sob consideração e a grade FDTD é aplicada apenas em regiões que abrangem geometrias físicas complexas ou que necessitam um tratamento eletromagnético especial, em que o traçado de raios provavelmente dará resultados inconsistentes, o que garante praticidade em termos de recursos computacionais.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O enfoque principal deste trabalho é uma abordagem numérica computacional voltada a ambientes interiores (*indoor*) para o cálculo de campos eletromagnéticos através de um método bidimensional híbrido baseado na combinação das técnicas de traçado de raios e diferenças finitas (FDTD). O método de Traçado de Raios fundamenta-se no modelo determinístico da ótica geométrica para o rastreamento de raios, no qual são consideradas as múltiplas reflexões existentes na estrutura.

A técnica híbrida em questão garante maior precisão e praticidade em termos de recursos computacionais. Isso porque o FDTD é aplicado apenas a uma pequena porção em relação ao ambiente de cálculo. Além disso, podem-se obter de maneira direta as condições de propagação de campos distantes.

1.2.2 Objetivos específicos

O objetivo principal é a implementação do modelo assintótico de Traçado de Raios baseado na Teoria das Imagens, casando técnicas de computação gráfica com cálculo numérico eletromagnético. Pretende-se validar o método aplicando-o em soluções conhecidas e simuladas tanto da literatura quanto projetadas no decorrer da realização do algoritmo para a caracterização e levantamento de campos de canais de rádio.

Será feito também o desenvolvimento de uma ferramenta de análise computacional baseada unicamente no método FDTD para a predição de campos eletromagnéticos em diferentes situações a fim de comparar os resultados obtidos com os alcançados na mesma aplicação pela técnica de Traçado de Raios. O objetivo é validar a abordagem híbrida proposta.

Vale ressaltar que todos os algoritmos implementados (Traçados de Raios, FDTD e RT/FDTD) e interfaces gráficas foram desenvolvidos utilizando a linguagem de programação Matlab.

1.3 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em 6 capítulos. Inicialmente, no Capítulo 1, é apresentada uma breve introdução, abordando a justificativa e a contextualização geral do modelo a ser

implementado nesta dissertação, seguido pelos objetivos a serem cumpridos.

No capítulo 2 é realizado um estudo específico no que diz respeito à radiopropagação, como forma de introduzir os conceitos da técnica de Traçado de Raios, mencionando tanto a abordagem SBR quanto a IT utilizada no algoritmo. Tais abordagens serão fundamentadas no capítulo 3, o qual inclui as formulações de cálculo eletromagnético desta metodologia.

O capítulo 4 apresenta um estudo que diz respeito à metodologia FDTD, partindo da análise das equações de Maxwell até chegar à formulação do método, ao mesmo tempo em que é descrito o conceito de PML e a formulação adotada no algoritmo.

O procedimento híbrido, baseado na combinação do Traçado de Raios e FDTD, é descrito em detalhes no capítulo 5. Ao combinar vantagens de precisão desses dois métodos complementares, é possível se chegar a características de propagação do canal em cenários *indoor*, bem como o cálculo eletromagnético a ser utilizado na modelagem da proposta.

No capítulo 6, resultados numéricos de simulações obtidos em alguns cenários *indoor* especificados são apresentados e comparados com soluções exatas conhecidas na literatura. A título de validação, os levantamentos de campo atingidos pelo traçado de raios tradicional e FDTD são comparados com soluções obtidas pelo método híbrido implementado.

No capítulo 7, o trabalho é finalizado com a apresentação das conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Caracterização de Sistemas de Radiopropagação

2.1 Introdução

Embora a propagação da onda eletromagnética em macrocélulas urbanas seja investigada há muitos anos, aumentou o interesse neste assunto recentemente devido à popularidade de dispositivos de comunicação sem fio aplicados a micro e picocélulas. Para utilização eficiente do espectro eletromagnético, diferentes estratégias devem ser desenvolvidas para alcançar requisitos de novos e melhores serviços buscando reduzir o custo de implantação, manutenção e gerenciamento de sistemas de operação. Desta forma, métodos eficientes para a caracterização do canal de radiopropagação são necessários a fim de prever os níveis de sinal nos diversos cenários.

No estudo da propagação de ondas de radiofrequência em cenários, principalmente, interiores, encontra-se uma extensa variedade de modelos de predição de cobertura, sendo a maior parte obtida empiricamente. Efeitos de dispersão por multipercurso e desvanecimento do canal, bem como os mecanismos de propagação (reflexão, difração e refração) podem ser caracterizados com o uso da técnica de traçado de raios. Tal técnica simula, por meio de raios, as multitrajetórias possíveis da frente de onda, levando em conta obstáculos e não homogeneidades do meio, favorecendo ao projetista desses sistemas o uso correto de métodos para eliminação ou minimização destes efeitos prejudiciais do canal.

Soluções analíticas baseada em princípios físicos possuem como vantagem uma alta precisão. Em contrapartida, na maioria das situações práticas, a solução analítica não atende à configuração geométrica proposta com precisão, e o modelo fornece uma solução aproximada apenas, não levando em conta detalhes do meio em questão. Métodos numéricos tendem a ser implementados a fim de melhorar a precisão, sendo necessários para resolver problemas de propagação.

A precisão dos resultados depende da qualidade da malha de discretização e adequação da aproximação numérica. No entanto, refinar precisão e aplicar aproximações numéricas de ordem superior aumenta a complexidade computacional de modelos numéricos (Kotol & Raida, 2017). Assim sendo, um compromisso entre a precisão e o tempo de processamento computacional deve ser selecionado corretamente.

2.2 Caracterizações do canal de propagação

O canal físico de radiofrequência é determinado como uma porção limitada do espectro de frequências, que em sistemas sem fio se situa em uma faixa do espectro eletromagnético que vai desde alguns Hz até 300 GHz, denominada faixa de radiofrequência (Rochol, 2018). A modelagem de canais móveis em ambientes que variam rapidamente no tempo continua sendo um dos grandes desafios para explicar os diferentes comportamentos de propagação destes modelos.

Em sistemas de comunicação práticos e principalmente urbanos, sinais que passam por canais de comunicação sofrem diversos efeitos na onda eletromagnética enviada, em que um dos principais focos de estudo e análise é a atenuação e o desvanecimento. Em consequência, a qualidade do sinal se deteriora continuamente enquanto transpõe o comprimento do canal (Lathi & Ding, 2012)

De fato, as ondas eletromagnéticas provenientes de uma estação transmissora não alcançam usualmente a antena receptora diretamente, devido a obstáculos que bloqueiam o percurso em visada direta. Na realidade, as ondas recebidas são uma superposição de ondas que vêm de todas as direções devido à reflexão, difração e dispersão causada por edifícios, árvores e outras barreiras. Este efeito é conhecido como propagação de multipercurso.

A atenuação, em geral, representa uma queda do nível de sinal causada pela perda de percurso ao longo da distância percorrida pelo sinal ou pelas diversas absorções pelos obstáculos do canal. O desvanecimento em pequena escala é causado pelos efeitos multipercurso ao longo de pequenas distâncias, e causam flutuações na amplitude e na fase do sinal transmitido. Já às variações mais suaves e lentas dá-se a denominação de desvanecimento em larga escala, associadas ao sombreamento por obstáculos (Rappaport, 2002). Ambos os comportamentos são apresentados na Figura 2.1.

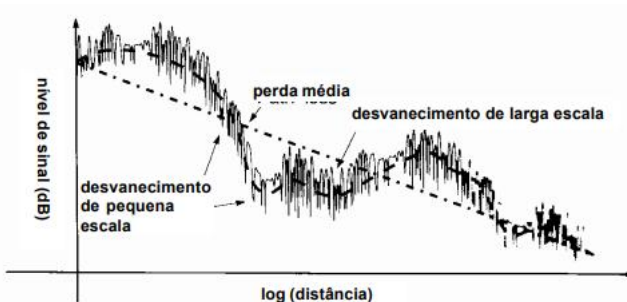


Figura 2.1 - Comportamento típico do sinal recebido em ambientes celulares (Rappaport, 2002).

Para o projeto de um sistema de comunicações sem fio ser bem sucedido, deve-se utilizar um bom modelo de canal para se estimar a área de cobertura. Devido ao multipercurso (Figura 2.2), o sinal recebido é uma combinação de diversas atenuações, atrasos e troca de fases do sinal transmitido. Isto depende das condições de terreno, edifícios e estruturas, causando flutuação do nível de sinal em função da distância percorrida.

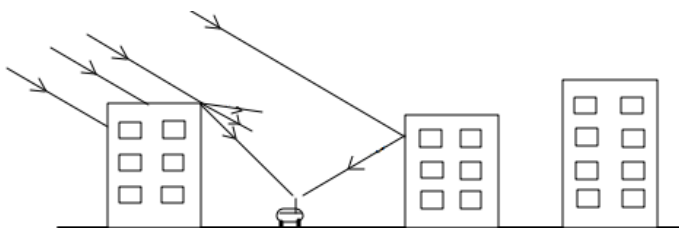


Figura 2.2 - Cenário multipercurso (Costa, 2003).

As trajetórias de multipercursos são impossíveis de prever com exatidão, podendo-se argumentar que o canal de rádio é inteiramente aleatório e extremamente complexo de modelar. Em muitos casos, a modelagem é feita empiricamente para avaliar a perda de propagação em sistemas de comunicação sem fio, o qual é pouco útil, pois cada vez que se precise modelar um sistema, é necessário executar uma rigorosa sequência de medições, o que acarreta tempo e alto custo (Schettino D. N., 2002).

Uma das alternativas mais empregadas para caracterizar o canal é através de modelos de raios, os quais oferecem uma boa solução para a predição eletromagnética de cenários. Tais modelos são baseados no princípio de que cada raio corresponde ao caminho óptico mais curto desde a fonte até ao ponto de recepção.

2.3 Modelos de Predição

Modelos de propagação são extensivamente alvos de estudos e pesquisas, visando uma melhoria no planejamento de redes sem fio, como também na predição de possíveis interferências ou pontos “cegos” no espaço de análise, oferecendo melhor qualidade de serviços. Estes modelos de propagação de ondas podem ser categorizados basicamente em três tipos: empírico, determinístico e estocástico.

2.3.1 Modelos Empíricos

É possível, e às vezes valioso, tentar obter e entender a resposta de um sistema sem passar pelos estágios de estruturá-lo, realizando hipóteses sobre as componentes do sistema e então tentar trabalhar sem usar as consequências matemáticas daquelas hipóteses.

Modelos empíricos são fundamentados em formulações providas de observações e medições em campo, frequentemente utilizados para prever a perda de sinal em função da cobertura radioelétrica, aplicados em, principalmente, cenários *outdoor*. Portanto, são métodos que fornecem uma razoável estimativa, dependendo da quantidade de obstáculos, baixo custo computacional e baixa precisão de resultados quando há desvanecimentos provocados por multipercurso. Nestes casos, modelos determinísticos são recomendados (Abhayawardhana, Wassell, Crosby, Sellars, & Brown, 2005), (Gomes, 2015).

O modelo Okumura-Hata é o mais utilizado método empírico de previsão de propagação. Em 1980, Hata (Hata, 1980) introduziu uma formulação empírica para a perda de propagação, a qual foi derivada do relatório de Okumura (Okumura et al., 1968), a fim de avaliar a atenuação média em função da distância entre receptor, transmissor e altura da antena. O método foi aplicado a abordagens computacionais de softwares de planejamento de sistemas de rádio em ambientes planos e urbanos. Contudo, para outros cenários, como terrenos montanhosos ou presença de água e terras amplas no percurso etc., fatores de correção são introduzidos.

2.3.2 Modelos Determinísticos

Os modelos determinísticos, comumente chamados de teóricos, são habitualmente empregados em cenários *indoor* e utilizam formulações baseadas nas leis físicas que descrevem o fenômeno de propagação de ondas. Têm como objetivo determinar ou levantar o campo do sinal recebido em um dado ponto de recepção, alcançando previsões suficientemente exatas, com uma maior riqueza de detalhes e com alto custo computacional. O exemplo mais empregado de método determinístico aplicado em altas frequências é o Traçado de Raios (Neskovic, 2000), implementado neste trabalho, o qual utiliza formulações baseadas na Óptica Geométrica e na Teoria uniforme da Difração para o cálculo de campo.

De acordo com (Stutzman & Thiele, 1998), os modelos denominados determinísticos referem-se aos métodos computacionais utilizados na resolução de problemas de altas frequências (análises de antenas, propagação de ondas, etc.). Tais algoritmos são designados CEM (*Computational Electromagnetics*), sendo a proposta de classificação desses modelos resumida na Figura 2.3.

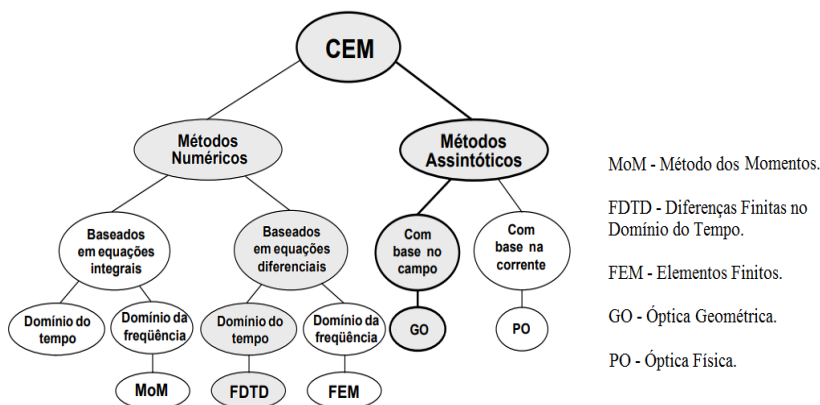


Figura 2.3 - Categorias computacionais para resolução de problemas eletromagnéticos de altas frequências (Stutzman & Thiele, 1998).

Portanto, há duas subclassificações que caracterizam a metodologia determinística. As modelagens numéricas, que se baseiam na resolução de equações diferenciais e integrais, são usualmente

empregadas para resolução de problemas cujas dimensões vão até algumas dezenas de λ (comprimento de onda). Já em problemas nos quais a frequência é elevada, os métodos assintóticos obtêm melhores resultados com menor custo computacional envolvido.

Por outro lado, modelos estocásticos modelam o ambiente como uma série de variáveis aleatórias, possuindo baixa precisão, menos informações sobre o cenário e pouca alocação de memória, como os métodos geométricos-estatísticos, baseados na combinação do traçado de raios com uma estrutura aleatória para o ambiente de propagação.

É implementada no presente trabalho uma modelagem híbrida baseada no FDTD e Traçado de Raios para caracterização de sistemas de enlace de rádio. O modelo de diferença finitas utilizado permite obter bons resultados. Porém, a frequência utilizada nos cenários *indoor* é na faixa de alguns GHz, o que, em ambientes maiores, o FDTD é inviável por dificuldade de discretização do espaço, pois gera “estouro” de memória computacional. Por essa razão, é mais comum nestes casos o emprego de modelos assintóticos para predição de campos.

É importante ressaltar que o presente trabalho possui um maior enfoque comparativo, dado que o método computacional exatamente como foi desenvolvido possui escassa ou praticamente inexistência de pesquisa provida na literatura. Desta forma, ele poderá servir como contribuição para trabalhos futuros.

3 Técnica de Traçado de Raios

3.1 Introdução

O Traçado de Raios (RT) é um modelo assintótico usado para determinar soluções das equações de Maxwell, além de prever características de propagação de ondas de radiofrequência. O método utiliza uma rigorosa metodologia baseada no rastreamento de raios ópticos para estimar as possíveis trajetórias da onda eletromagnética aplicado em cenários que representam, com razoável fidelidade, um ambiente que se deseja analisar (Grubisic, 2005). Como definição, um raio em óptica é a idealização de um feixe de luz muito estreito, descrito como: “curvas tangentes à direção de propagação (vetor raio), em que o transporte de energia ocorre ao longo de sua trajetória” (McNamara, Pistorius, & Malherbe, 1990).

No processo de rastreamento geométrico, o percurso envolvido entre transmissor e receptor pode ser avaliado como um trajeto direto ou não direto. Tal princípio estabelece que, caso a trajetória do raio corresponda ao caminho óptico mais curto desde a fonte até o observador, e se o raio se propaga em meios homogêneos, a trajetória é considerada retilínea ou direta. Porém, se o caminho é não direto, o raio emitido chegará ao receptor após sofrer diversas iterações (múltiplas reflexões, difração e refração) com obstáculos presentes no meio. Logo, o campo associado a cada raio propagado depende da geometria e das características eletromagnéticas dos objetos atingidos por eles (Schettino D. N., 2002).

De acordo com a óptica geométrica (GO) e a teoria uniforme da difração (UTD) para o cálculo do campo espalhado, quando o raio encontra um obstáculo durante a propagação, a intensidade do campo elétrico é primeiramente calculada neste momento, e então o tipo de mecanismo de propagação é avaliado. Enquanto isso, a próxima posição onde o raio chegará também será computada. Este processo se repetirá até o raio atingir o receptor ou a energia dos raios estiver abaixo de um certo limite, dependendo da abordagem (Wang, Liu, & Li, 2016).

Como mencionado anteriormente, existem duas abordagens de procedimentos para a técnica de Traçado de Raios. A primeira é baseada na teoria das imagens (IT – *Image Theory*), a qual utiliza técnicas de computação gráfica de imagens virtuais para a determinação das trajetórias buscadas, calculando-se assim apenas os caminhos possíveis entre transmissor e receptor, diminuindo tempo e memória computacional. A segunda refere-se ao método SBR (*Shooting and*

Bouncing Rays), comumente conhecido como método da “Força Bruta”, utilizado usualmente em aplicações *outdoor*. Consiste no lançamento de inúmeros raios provenientes da fonte transmissora, com um dado espaçamento angular entre eles, até uma esfera de recepção.

Neste capítulo, serão tratadas as metodologias utilizadas para implementar a técnica em questão utilizada neste trabalho, bem como o procedimento efetuado para identificar as possíveis trajetórias dos raios aplicado em ambientes *indoor* bidimensionais. Inicialmente será realizado um estudo mais aprofundado do modelo aplicado a cenários urbanos, a fim de descrever as leis físicas que regem a técnica. Os procedimentos necessários para se determinar as trajetórias dos raios refletidos envolvendo o Método das Imagens (IT) e “Força-Bruta” (SBR) serão tratados de forma comparativa, avaliando as vantagens e desvantagens entre eles.

Em seguida, será explanado, detalhadamente, o procedimento envolvendo a IT, que consiste no método aplicado, explorado e implementado em linguagem MATLAB nesta dissertação. O mesmo ocorre com a metodologia aplicada à óptica geométrica, aplicada ao cálculo de campos eletromagnéticos em radiofrequência. Os efeitos da refração e difração não serão tratados, assim como os cálculos exigidos nestas abordagens, ficando como sugestão para trabalhos futuros.

3.2 Modelo do ambiente associado ao canal de rádio *indoor*

No planejamento de sistemas de comunicação sem fio, sempre se tenta alcançar o máximo de processamento de informações entre usuários do sistema. Para atingir esse objetivo, são utilizadas de maneira habitual ferramentas computacionais de simulação. Essas ferramentas exigem uma representação razoavelmente realista do canal de comunicação entre o transmissor e o receptor. A descrição do ambiente de análise onde se deseja executar a predição de níveis de potência da cobertura de sinal se dará de forma aproximada, pois os modelos realísticos são extremamente complexos em relação à sua implementação, inviabilizando uma análise numérica. Desta forma, a avaliação exata é potencialmente impossível, dado o caráter dinâmico do cenário.

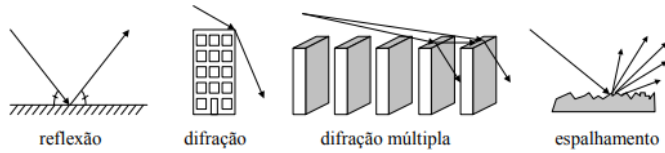


Figura 3.1 - Reprodução dos mecanismos referentes à propagação (Silva, 2004).

Em ambientes de canais de rádio urbanos, a simplificação de um modelo real 3D pode ser representada por uma amostra aproximada. Os obstáculos (por exemplo, edifícios) são modelados como cilindros com alturas finitas e colocados perpendicularmente sobre um terreno plano levando em conta os múltiplos mecanismos de propagação, como ilustrado na Figura 3.1. Ao simplificar esta representação para uma abordagem bidimensional 2D, o traçado dos raios é realizado e, durante esse procedimento, os obstáculos passam a ser idealizados por meio de polígonos, com faces se resumindo a segmentos de retas e arestas representadas pelas junções entre estes segmentos. O ambiente de análise é simulado por um corte horizontal, no qual o transmissor e receptor são idealizados possuindo a mesma altura (Rego, Schettino, & Moreira, 2007). Dentro deste cenário 2D, o objetivo é obter caminhos ópticos de T para R (Figura 3.2). Para isso, os conceitos definidos pela IT ou SBR são aplicados, o que já oferece bons resultados.

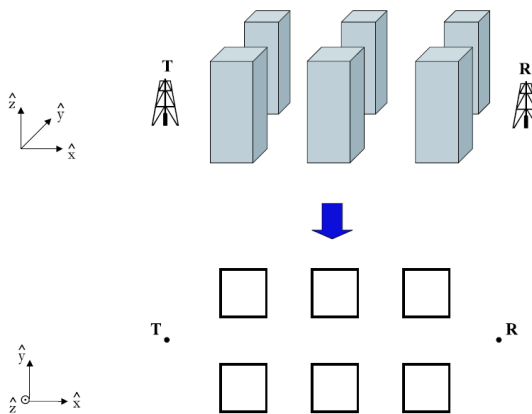


Figura 3.2 - Representação 2D de um ambiente urbano (Rego, Schettino, & Moreira, 2007).

Este mesmo raciocínio pode ser aplicado em ambientes interiores, como utilizado neste trabalho, sendo necessárias as características elétricas e magnéticas dos materiais e ambientes envolvidos. Há também situações que envolvem o modelo quase 3D, o qual é aplicado em situações *indoor*, podendo ser usado para se obter uma análise mais precisa e coerente com a realidade, comparado com abordagens 2D. Isso porque leva em conta múltiplas reflexões causadas pelo solo e/ou teto, além da diferença de altura entre a antena transmissora e o ponto de recepção de um dado cenário.

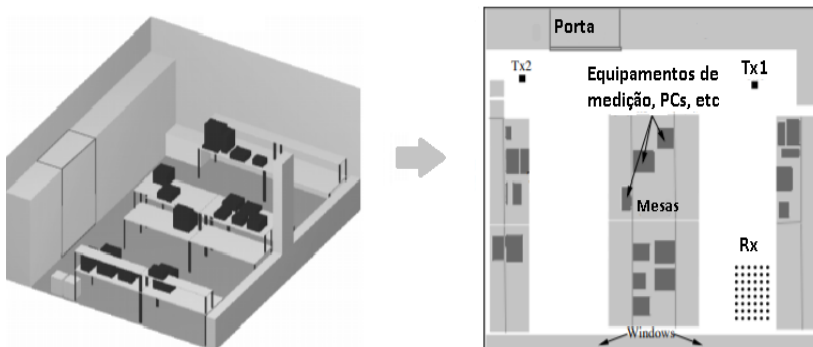


Figura 3.3 - Representação 2D de um ambiente *indoor* representado por um escritório (Porebska, Kayser, & Wiesbeck, 2007).

Em todos os cenários, as configurações são eletromagneticamente diferentes umas das outras devido a presença dos elementos dentro de cada configuração, o que deve ser levado em conta ao realizar a predição. No cenário do escritório, a existência de paredes, mesas e pessoas com diferentes densidades causam uma espécie de redistribuição do campo dentro do ambiente. Na Figura 3.3, há fortes variações na distribuição de campo, dependendo de cada ponto de observação, devido simplesmente à presença de objetos e paredes refletoras que podem contribuir para redistribuir o campo dentro do cenário.

3.3 Teoria das Imagens vs Método da Força Bruta

Modelos computacionais aplicados à alta frequência são usualmente empregados para analisar a propagação de ondas de rádio em diferentes ambientes, dentre os quais o mais popular é o Traçado de Raios (*ray tracing* – RT). Como mencionado anteriormente, existem duas abordagens de implementação do RT: uma baseada na teoria das imagens (*IT - Image Theory*) (Rossi & Levy, 1992), e outra na técnica SBR (*Shooting-and-Bouncing Ray*) (Ling, Chou, & Lee, 1986) conhecida como “força bruta”. Neste trabalho, somente o modelo baseado na Teoria das Imagens foi implementado.

3.3.1 Método SBR

A abordagem do traçado de raios pelo método da força bruta (Seidel & Rappaport, 1992) consiste, inicialmente, no lançamento de tubos de raios em todas as direções. Estes, provenientes do transmissor, são separados em intervalos angulares uniformes $\Delta\theta$ que podem ou não localizar a região de interesse e, assim, essa obrigatoriedade de lançamento, faz a técnica ser comumente chamada de “força bruta”. Os parâmetros numéricos de cada raio são assim armazenados para em seguida executar o cálculo de campo no receptor. Esse cálculo não é feito de forma precisa, pois apenas será computado se atingir uma região esférica centrada em um ponto de recepção.

Como mencionado, o receptor é visto como uma esfera, conforme ilustrado na Figura 3.4. Caso o raio intercepte a esfera, ele é levado em conta no cálculo das contribuições de campo. Deve-se computar todos os raios que interceptam esta esfera de recepção e, assim, completar a predição da propagação neste ponto de recepção.

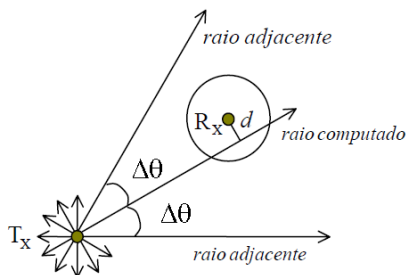


Figura 3.4 – O estabelecimento de raio transmitidos (Grubisic, 2005).

Aumentando a separação angular entre os raios vizinhos, alguns caminhos de propagação podem ser perdidos. Reduzir a separação é ineficiente porque alguns caminhos serão representados por mais de um raio. Desta forma, é uma metodologia que apresenta diversas desvantagens que serão analisadas a seguir. É notável avaliar ainda que o método de rastreamento de raio utilizado nesta abordagem é um processo recursivo ligeiramente complexo, pois requer um grande número de raios e testes de recepção, porém é vantajoso para o tratamento de problemas de propagação por multipercurso.

Portanto, pode-se enumerar algumas desvantagens desta metodologia:

- Todos os raios lançados deverão ser acompanhados individualmente pelo algoritmo, mesmo não contribuindo para o cálculo de campo na esfera de recepção, o que pode tornar a técnica mais pesada computacionalmente dependendo da abordagem.
- A precisão dependerá do raio da esfera e da quantidade de raios lançados pelo receptor (quanto menos raios, menos preciso é o método).
- Dificuldade de incluir os efeitos da difração no algoritmo, devido à complexidade de processamento de busca de trajetórias dos raios difratados. Como cada raio é analisado individualmente, um dado raio incidente ao encontrar uma região de aresta, é espalhado em todas as direções, aumentando o tempo de cálculo (Schettino D. N., 2002).

De modo comparativo com a metodologia baseada na teoria das imagens, a SBR pode oferecer as seguintes vantagens:

- Simplicidade na implementação algorítmica.
- Em geral, menos exaustiva computacionalmente, já que contrário da IT, não é necessária a construção da árvore de imagens.
- Não é necessário o cálculo de imagens ópticas virtuais, o que diminui o tempo de processamento.

3.3.2 Teoria das imagens (IT)

A técnica adotada e implementada neste presente trabalho corresponde ao método das imagens, no qual determina-se, inicialmente, o conjunto das múltiplas imagens ópticas geradas por fontes transmissoras em relação às diversas faces que compõem os obstáculos. A finalidade é obter os pontos de reflexão e, assim, conseguir traçar o percurso exato entre a antena transmissora e o ponto de recepção, independentemente do mecanismo de propagação.

Esta abordagem é comumente aplicada em cenários *indoor*, como nesta dissertação. O algoritmo baseado na IT se inicia calculando todas as imagens de um dado ponto de transmissão T (transmissor), geradas pelas diversas faces do cenário. Cada imagem calculada servirá como uma nova fonte virtual para o restante do cenário. Este processo iterativo é repetido a cada nova fonte virtual gerada, até um determinado número de níveis que corresponde ao número de reflexões admitidas, criando-se assim a chamada árvore de imagens.

A ideia básica aplicada do método RT é ilustrada na Figura 3.5, para o caso de uma única reflexão. Em um primeiro passo, a imagem virtual $T_{virtual}$ do transmissor T é gerada. Em um segundo passo, o receptor R é conectado à imagem virtual $T_{virtual}$ por um raio direto e o ponto de interseção, I , deste raio e a superfície S é calculado. O resultado se dá ao percurso desempenhado pelo raio $T \rightarrow I \rightarrow R$. Vale ressaltar que um raio refletido é considerado válido se este segmento corresponder à base de cálculo da técnica que será implementada posteriormente ou não for obstruído por qualquer obstáculo dentro do ambiente. Caso seja, esse raio será descartado. Esta construção que utiliza imagens virtuais a fim de encontrar os pontos de interseção dos raios refletidos também é aplicada à ordem k de reflexão. A diferença em comparação ao caso de reflexão única é que, para reflexões de ordem k , todas as possíveis sequências de reflexões a partir de N superfícies refletoras devem ser examinadas (Huschka, 1994).

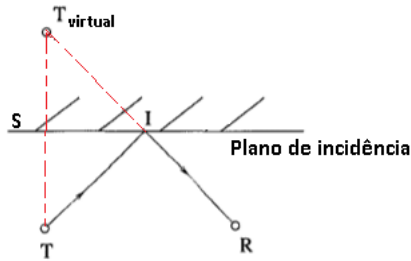


Figura 3.5 – Princípio da imagem virtual

Para o caso de cenários com múltiplas superfícies refletoras e/ou considerando um elevado número de reflexões, faz-se necessário então a elaboração da árvore de imagens. O algoritmo, portanto, avalia cada entrada na árvore de imagens, verificando se o raio entre o transmissor e o receptor em questão é válido ou não. Por exemplo, na Figura 3.6 é ilustrado um esquema de duas reflexões (níveis) aplicado à um ambiente com três superfícies refletoras. O levantamento e a análise da árvore de imagens são explicados a seguir.

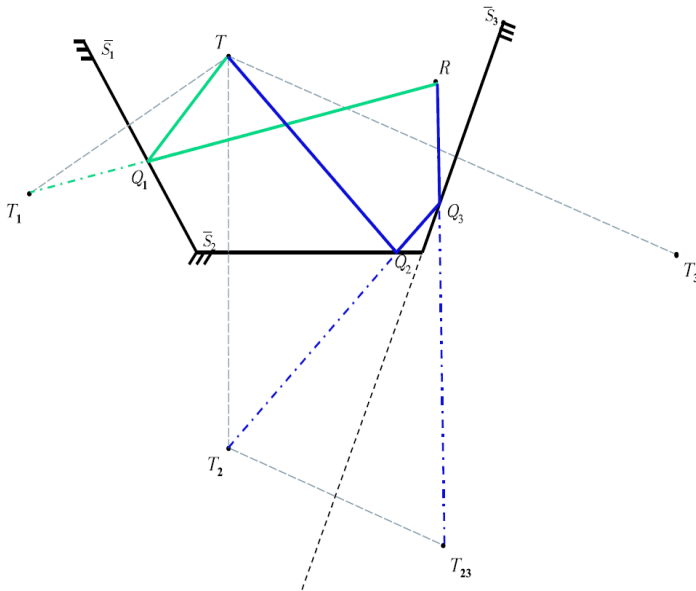


Figura 3.6 – Levantamento das Imagens (Schettino D. N., 2002).

Dado o ponto transmissor T , em um cenário qualquer, são calculadas então todas as suas imagens ópticas em relação a cada superfície, a fim de determinar os pontos de reflexão em um trajeto até um alvo de recepção (R). Em uma abordagem inicial de 1º ordem, a imagem óptica virtual de T , em relação à superfície $\overline{S_1}$, é levantada, o que resulta no ponto T_1 . Este processo é repetido para as demais superfícies, originando as imagens virtuais de T em relação à $\overline{S_2}$ e $\overline{S_3}$, representado pelos pontos virtuais T_2 e T_3 , respectivamente. Caso não haja obstáculos no percurso e os cálculos correspondam a análise de cálculo envolvido no método, é traçada então uma reta imaginária das imagens obtidas até R (caso contrário, o raio é descartado). Na implementação analítica, as interseções obtidas entre estas imagens e o plano de superfícies resultará nos pontos de reflexão associados a uma trajetória. Para dada análise de 1º nível, este ponto é simulado por Q_1 , originado pela interseção entre $\overline{S_1}$ e o segmento $\overline{T_1R}$, concluindo então o percurso $T \rightarrow Q_1 \rightarrow R$. Nota-se que o traçado é realizado de maneira inversa, o que é uma característica construtiva da árvore de imagens e do cálculo numérico do método, a fim de evitar erros caso seja detectada alguma obstrução entre os pontos de reflexão e a antena receptora.

Continuando o processo de definição das imagens, para a abordagem de segunda ordem, as imagens obtidas da iteração anterior servirão como novas fontes virtuais em relação ao restante das superfícies ($\overline{S_1}$, $\overline{S_2}$ e $\overline{S_3}$). Por exemplo, representado na ilustração 3.5, T_2 , calculado previamente como imagem virtual de T em relação a $\overline{S_3}$, desempenhará agora um papel de nova fonte virtual transmissora vista pelos planos $\overline{S_1}$ e $\overline{S_3}$, obtendo-se assim novas imagens T_{21} e T_{23} (dado que para T_{ij} , $i \neq j$), respectivamente.

Como no cálculo anterior, os pontos de reflexões originados são adquiridos pela interseção entre as novas imagens virtuais de segunda ordem e as superfícies de análise, e como o cálculo é realizado de maneira inversa, é obtido primeiramente o ponto de interseção entre $\overline{T_{23}R}$ e $\overline{S_3}$, resultando no ponto de reflexão de segunda ordem Q_3 .

A seguir, obtém-se o ponto de reflexão de primeira ordem da interseção entre $\overline{T_2Q_3}$ e $\overline{S_3}$, dando origem a Q_2 . Em suma, a trajetória é definida pelo percurso $T \rightarrow Q_3 \rightarrow Q_2 \rightarrow R$. De modo geral, um raio incidente partindo de T reflete em $\overline{S_2}$, reflete de novo em $\overline{S_3}$ e chega em R . Este cálculo é realizado de acordo com o número de reflexões

desejadas e superfícies refletoras, aumentando a carga computacional à medida que a árvore de imagens irá crescendo.

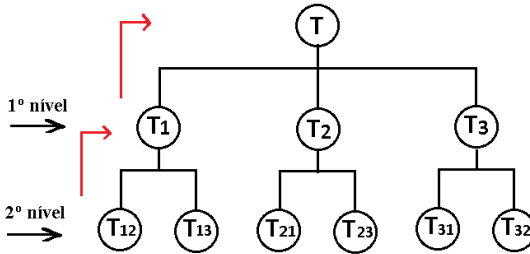


Figura 3.7 – caminho percorrido em uma árvore de imagens para localização dos pontos de reflexão apresentado na Figura 3.6.

Em princípio, a IT é mais rigorosa que a SBR e, também, permite determinar todos os componentes multipercurso incluindo raios difratados e sem redundâncias. A IT ainda usa imagens ópticas do transmissor e pontos de difração, considerando todos os obstáculos como superfícies refletoras. De modo geral e conclusivo, a IT é usada para determinar os caminhos de raio refletidos (Lee, 1982). O transmissor (T) é refletido sucessivamente pelas faces planares dos muitos obstáculos para achar todos os caminhos ópticos até o receptor (R). Isto é realizado rastreando as imagens virtuais do transmissor em relação às superfícies refletoras (representado pelos segmentos de corte transversal no modelo 2D). Então, cada uma dessas imagens passa pelo mesmo processo. As imagens determinadas na repetição precedente são usadas como fontes virtuais na iteração presente, formando um conjunto de imagens de segunda ordem. Este processo será sucessivamente repetido até atingir um número predeterminado de níveis de imagens, em que tal número é determinado pelo número máximo de reflexões (N_R) a serem consideradas.

As imagens sucessivas de T são organizadas em uma árvore hierárquica (Figura 3.8) em que a raiz da árvore é o transmissor (T) e o próximo nível da árvore contém as imagens de primeira ordem de T , geradas pelos muitos obstáculos de faces refletoras. O segundo nível contém as imagens de segunda ordem (imagens das imagens de primeira ordem), e assim por diante. Ao longo do processo, várias imagens serão descartadas no cálculo numérico ou pela presença de múltiplos

obstáculos que geram as chamadas “regiões de sombra”, mas, por conseguinte, serão armazenadas na árvore. É importante frisar que nem todas as faces serão refletoras vistas pela fonte. De fato, muitas delas não contribuirão para a construção da árvore de imagens e poderão ser descartadas imediatamente (Agelet, Fontan, & Formella, 1997). Existem técnicas de otimização que fazem o procedimento de rastreamento de raios ser mais eficiente, principalmente, em casos que necessitam tratar reflexões de ordem superior e onde há presença de muitos obstáculos. Porém, estas técnicas não serão tratadas nesta dissertação.

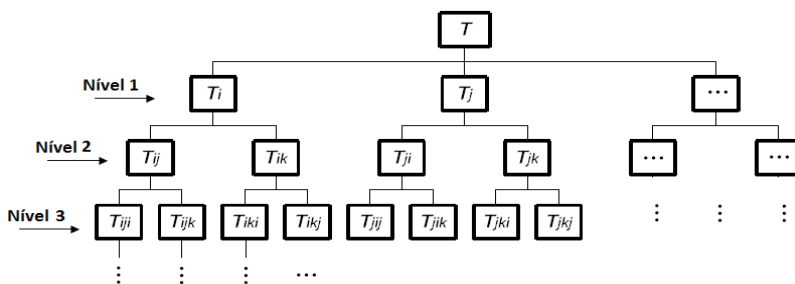


Figura 3.8 - Levantamento de uma árvore de imagens genérica.

Depois de determinar todas as imagens de alta ordem necessárias de T , os pontos de reflexão de todas as faces refletoras são identificados pelo método das imagens. Essa identificação é realizada conectando o ponto de recepção a uma imagem válida armazenada na árvore, formando um segmento que deve interceptar a face refletora correspondente e, então, é realizado o traçado do percurso correspondente. Se tal interseção não acontecer, tal caminho é desconsiderado e o processo continua com a investigação de um caminho refletido diferente. O procedimento é executado para todas as imagens armazenadas na árvore. As imagens de primeira ordem geram um único raio refletido, imagens de segunda ordem geram o dobro de raios refletidos, e assim sucessivamente. Esta abordagem pode ser estendida para casos no qual o observador é um ponto de difração em vez de um receptor, a fim de determinar o percurso adotado pela frente de onda.

A IT foi a metodologia adotada neste trabalho porque, além de apresentar excelentes resultados e ser mais rigorosa que a SBR, considera apenas os raios relevantes de análise, diminuindo assim o

cálculo numérico envolvido. Porém, algumas desvantagens do método são:

- Elevada carga computacional caso o ambiente apresente muitas superfícies refletoras, já que será necessário o cálculo e o armazenamento de múltiplas imagens, gerando uma árvore excessivamente grande.
- Complexidade de implementação do algoritmo, comparado com a técnica SBR.
- Dificuldade em tratar o efeito da refração (raios transmitidos), devido à aparição de erros e inexatidão de fase dos campos, comprometendo os cálculos.

Não serão tratados nesta dissertação os efeitos da difração e da refração que, por serem teorias mais específicas e aprofundadas do método de Traçado de Raios, envolvem equacionamentos mais complexos. Pesquisas futuras para tratar estes efeitos deverão ser acrescentadas no modelo proposto.

3.4 Raios Refletidos

Como já mencionado, a topologia do Traçado de Raios aplicada nesta dissertação se baseia na combinação de técnicas de renderização de imagens (IT) e cálculo de campos eletromagnéticos (Óptica Geométrica-GO). Portanto, o primeiro passo para se obter a solução assintótica de campo em um cenário bidimensional através da GO consiste em realizar o traçado de raios por meio do rastreamento de imagens proposto pela IT utilizando o princípio de Fermat: “O caminho percorrido pelo raio entre dois pontos é aquele que minimiza o tempo de percurso dentre todos os possíveis caminhos que ligam esses pontos”. Como não serão implementados neste trabalho os efeitos da difração e refração, as trajetórias envolvidas se resumirão aos percursos tomados pelos raios refletidos e direto.

Por definição, as trajetórias dos raios refletidos são fundamentadas pela Lei de Snell (Fassarella, 2007) para a reflexão. Esta lei determina que para um raio que reflete numa superfície que separa dois meios, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, medidos em relação à direção normal.

$$\theta_r = \theta_i \quad (3.1)$$

Experimentalmente, a dificuldade é descobrir os pontos de reflexão, uma vez que se é determinado pela IT. Exemplificando, em uma situação prática, na Figura 3.9, é mostrada a criação da imagem óptica virtual T_i de um dado transmissor T , em relação a uma face refletora \bar{S} . Através de uma linha virtual partindo de T_i até o ponto de recepção R , encontra-se o ponto de reflexão Q , o qual é a interseção entre a reta $\overline{T_i R}$ e \bar{S} . Nota-se que a distância entre a fonte e o segmento deve ser igual à distância entre a imagem e o segmento em questão. Desta forma, o percurso da onda é facilmente determinado por meio do traçado do raio incidente (TQ) e refletido (QR).

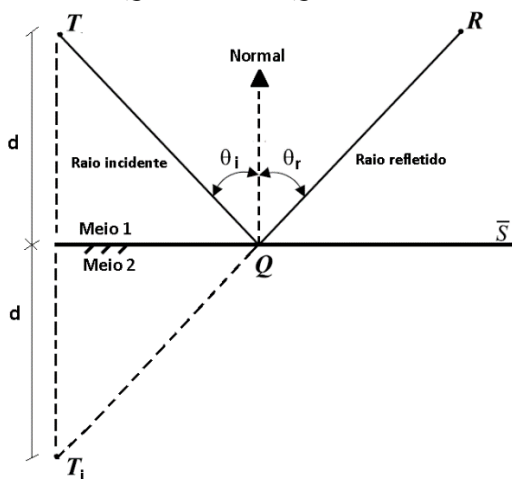


Figura 3.9– Ilustração da lei de Snell.

Em cenários que contêm múltiplas superfícies refletoras, este mesmo raciocínio, baseado na lei de Snell é adotado, conhecendo, primeiramente, todas as imagens geradas pela fonte transmissora a fim de obter os pontos referentes aos pontos de reflexão para realizar o traçado de raios.

3.5 Ótica Geométrica (GO) para o Cálculo de Campos

Este tópico apresentará conceitos físicos e cálculos envolvidos relacionados à predição de campos eletromagnéticos aplicados ao

Traçado de Raios, focalizando principalmente no espectro de rádio. Uma onda eletromagnética (EM) ou radiação eletromagnética é uma onda de energia radiante que se propaga no espaço podendo ser caracterizada pela equação:

$$v = f\lambda, \quad (3.2)$$

onde v é a velocidade de fase, f a frequência e λ o comprimento de onda. A frequência f é constante, significando que nunca muda, uma vez que o raio foi gerado, enquanto a velocidade v pode variar dependendo do meio de propagação e o comprimento de onda λ ajustado para manter frequência invariante. A onda EM pode ser caracterizada relacionando as seguintes componentes vetoriais: direção, campo elétrico (E) e campo magnético (H). Os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si, gerando diferentes configurações relacionadas ao modo de propagação:

$$\begin{aligned} E(x, t) &= E_0 e^{-i(\omega t - \beta x)} \\ H(x, t) &= H_0 e^{-i(\omega t - \beta x)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que, $\omega = 2\pi f$ representa a velocidade angular, E_0 e H_0 são os valores de campos iniciais. Como frisado anteriormente, o campo eletromagnético espalhado, aplicado a alta frequência, pode ser caracterizado através da teoria ondulatória da luz, na medida que o comprimento de onda tende a zero (Born & Wolf, 1975), e formulado analiticamente através de soluções baseadas na equação de onda. Estes conceitos serão importantes para solucionar os aspectos numéricos relacionados à Óptica Geométrica, permitindo soluções extremamente exatas. Assim, nessas situações, pode-se avaliar a onda incidente em uma dada área como um fluxo representado por tubos de raios, adjacentes a um raio axial, conforme a Figura 3.10.

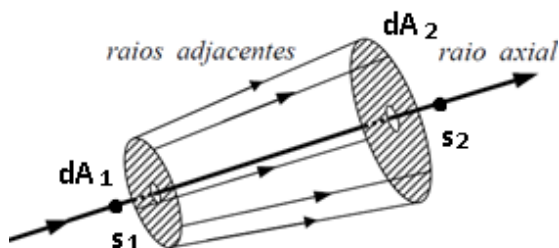


Figura 3.10 – Tubos de raios

É notável pautar os seguintes efeitos relacionados aos diferentes multipercursos simulados previamente pelo traçado de raios com base na IT abordada, desconsiderando os efeitos da difração e refração:

- Raios diretos: Referentes ao percurso direto sem obstrução entre transmissor e recepção.
- Raios Refletidos (Neste trabalho, optou-se por realizar o cálculo considerando até duas reflexões, o que já fornece resultados satisfatórios).

A teoria matemática da óptica geométrica recebeu sua formulação definitiva no trabalho de William R. Hamilton (Kline, 1962), durante os anos de 1824 a 1844. A ideia básica de Hamilton é expressar uma função característica em relação ao trajeto realizado por um raio óptico que une um ponto no espaço a um ponto no espaço da imagem em função das posições geométricas destes dois. A partir dessas formulações, todos os problemas envolvendo óptica, por exemplo, lentes, espelhos, cristais e propagação de ondas, podem ser resolvidos.

Na obtenção de soluções assintóticas, a óptica geométrica é uma aproximação das equações de Maxwell (Tabela 1) aplicadas em alta frequência (HF) que empregam raios para descrever a propagação do campo eletromagnético. A trajetória de cada raio é determinada pela generalização do princípio de Fermat. Isto corresponde a um traçado de raios entre a fonte e o observador, de modo que o comprimento do caminho óptico atinja um extremo (máximo ou mínimo). Em um meio homogêneo, os raios são representados por linhas retas. Desta forma, o comprimento do caminho óptico é igual à distância geométrica entre dois pontos distintos de análise (Sefi, 2003).

Embora existam vários modos para desenvolver uma formulação de campo através da GO, a expansão da série de Luneberg-Kline é a

mais empregada para solucionar problemas referente a micro-ondas por meio de aproximações assintóticas das equações de Maxwell.

O primeiro passo é ampliar o campo elétrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ em termos de expansão da série de Luneberg-Kline (Godara, 2002):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \sim e^{-jk\psi(\mathbf{r})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{E}_n(\mathbf{r})}{(j\omega)^n}, \quad (3.4)$$

onde $\psi(\mathbf{r})$ é a função de fase, \mathbf{r} o vetor posição referente ao observador, k representa a constante de fase dado por $k = 2\pi/\lambda$, λ expressa o comprimento de onda e ω a frequência angular. À medida que a frequência se torna suficientemente grande, pode-se manter apenas o termo inicial ($n = 0$), que é referido como o campo da GO, ou seja,

$$E(\mathbf{r}, \omega) \sim E_0(\mathbf{r})e^{-jk\psi(\mathbf{r})} \quad (3.5)$$

$$\omega \rightarrow \infty$$

Para analisar o comportamento da onda no decorrer do trajeto de propagação, faz-se necessário considerar um tubo infinitesimal no entorno do raio. Desta forma, valores de campos são associados aos diversos pontos da propagação conforme o comportamento da frente de onda. Quando os raios de curvatura que formam o tubo de raios são diferentes, o tubo é chamado astigmático, pois os raios não apresentam um único foco, cruzando em pontos diferentes. As linhas entre os pontos de foco são chamadas cáusticas.

Para determinar o número de raios que localizam o receptor no mesmo caminho de propagação, a densidade de raio é usada. A densidade de raio é definida como o número de raios por área de unidade. Além de sua amplitude, fase, polarização, etc., cada raio leva a densidade de raio ao longo de seu caminho. Caso um raio intercepte um ponto de recepção, o número teórico de raios múltiplos que batem na mesma esfera pode ser calculado simplesmente multiplicando a densidade de raio pela área da esfera (Didascalou, Schäfer, & Frank Weinmann, 2000).

Desta forma, baseado na conservação de energia, pode-se afirmar que, a partir da Figura 3.10, a densidade de radiação S_1 no ponto de

referência S_1 está relacionada com a densidade de radiação S_2 no ponto de referência S_2 por:

$$\frac{S_2(S_2)}{S_1(S_1)} = \frac{dA_1}{dA_2} \quad (3.6)$$

Para ondas eletromagnéticas na região de campo distante (Mahmoud & J. R. Wait, 1974), o campo elétrico $E(r, \theta, \varphi)$ está relacionado com a densidade de radiação $S(r, \theta, \varphi)$ por:

$$S(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2\eta} |E(r, \theta, \varphi)|^2 \quad (3.7)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad (3.8)$$

em que η representa a impedância intrínseca do meio (para o ar, $\eta = 377 \Omega$). Entende-se por região de campo distante, ou região de Fraunhofer, aquela constituída por pontos de observação localizados a uma distância física da antena transmissora correspondente a (Vieira, 2005):

$$d > \frac{2D^2}{\lambda}, \quad (3.9)$$

onde D corresponde a maior dimensão da antena, independentemente do tipo, e λ representa o comprimento de onda. Desta forma, a amplitude do campo elétrico na extensão do tubo de raios é fundamentada por:

$$\frac{|E|}{|E_0|} = \sqrt{\frac{dA_1}{dA_2}} \quad (3.10)$$

Para o caso representado por um tubo de raios astigmático, a relação do campo elétrico se resume em:

$$\frac{|E|}{|E_0|} = \sqrt{\frac{dA_1}{dA_2}} = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}}, \quad (3.11)$$

onde ρ_1 e ρ_2 são os raios principais de curvatura da frente de onda em relação ao ponto de referência E_0 quando $s = 0$ (ponto de observação), responsável pela maneira como os campos decaem à medida que a onda se propaga ao longo da trajetória. Tem-se assim o conceito de fator de espalhamento (A_s), em que a união do conjunto de pontos formados por cada uma das direções origina o tubo de raios, comumente chamado de cáusticas, como visto na Figura 3.11,

$$A_s = \sqrt{\frac{\rho_1}{(\rho_1 + s)}} \sqrt{\frac{\rho_2}{(\rho_2 + s)}} \quad (3.12)$$

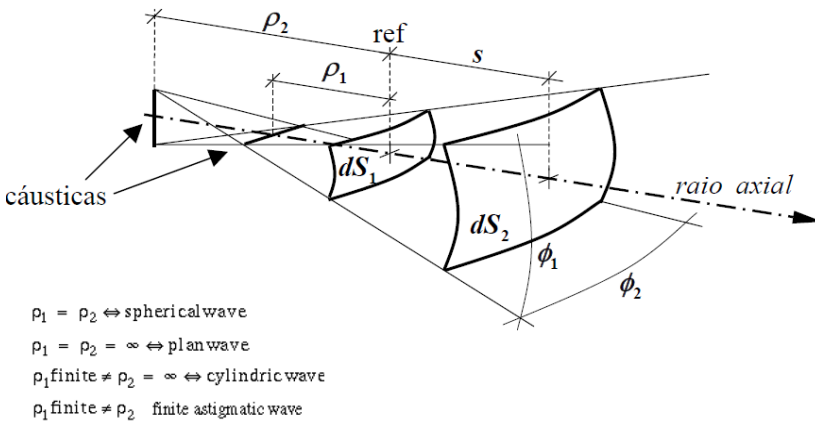


Figura 3.11 – representação da frente de onda no espaço livre (Sefi, 2003).

Uma vez que as trajetórias sejam determinadas, a contribuição de cada percurso de propagação da onda pode ser calculada através da

potência recebida utilizando a expressão seguinte, também conhecida como fórmula de Friis para o espaço livre (Tan & Tan, 1996):

$$P_R = A_e P_S$$

$$P_R = G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 P_T \quad (3.13)$$

Com:

G_T Ganho da antena transmissora;

G_R Ganho da antena receptora;

P_T Potência recebida;

P_R Potência recebida;

A_e Abertura efetiva da antena.

3.5.1 Campo Direto

A partir dos conceitos anteriormente abordados, a expressão geral de campo elétrico $E(\theta, \varphi)$ correspondente a um raio direto que parte da antena transmissora sem obstruções ao longo da trajetória é dada por:

$$\mathbf{E}(s) = E_0(s=0) A_s e^{-j\beta s}, \quad (3.14)$$

onde E_0 fornece a polarização, amplitude e fase de campo inicial, sendo s a distância percorrida da trajetória partindo do transmissor, A_s denota o fator de espalhamento no ponto de referência, e o fator $e^{-j\beta s}$ expressa a variação de fase ao longo do percurso.

O campo elétrico pode ser representado usando um sistema de coordenadas esféricas, já que em problemas reais as ondas radiadas pelas antenas têm comportamento esférico, sendo mais conveniente trabalhar neste sistema. Porém, como neste trabalho o tratamento para o cálculo dos campos levará uma abordagem 2D, é mais adequado usar o sistema de coordenadas cilíndricas, em que a componente radial de campo \vec{a}_r é nula. Desta forma, apenas as componentes lineares \vec{a}_θ e \vec{a}_φ serão usadas, as quais expressam, respectivamente, as componentes de campo paralela e perpendicular ao plano em análise.

$$A_s = \sqrt{\frac{\rho_1}{(\rho_1 + s)}} \sqrt{\frac{\rho_2}{(\rho_2 + s)}} \\ A_s = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \left(\rho_2 + s + \frac{\rho_2 s}{\rho_1} + \frac{s^2}{\rho_1} \right)}}_{\substack{\rho_1 \rightarrow \infty \\ \rho_2 \rightarrow \rho}} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho + s}} \quad (3.15)$$

Esta relação mostra que, em um dado meio sem perdas, os campos de uma frente de onda cilíndrica decaem com a raiz quadrada da distância à fonte transmissora, o que acarreta que a densidade de potência decai com a distância (Grubisic, 2005).

3.5.2 Campo Refletido

A reflexão é um dos mecanismos de propagação de ondas eletromagnéticas que ocorre quando os sinais do transmissor incidem nas superfícies existentes no ambiente. Estas superfícies podem ser o próprio terreno ou paredes de edificações, cujas dimensões são superiores ao comprimento de onda (Rodrigues, 2000). Este efeito causa alterações na amplitude e fase do campo, além de alteração no sentido de propagação da onda eletromagnética (Vieira, 2005).

Desta forma, o campo que chega até um ponto de observação (O), pode ser calculado através do conhecimento do campo imposto no ponto de reflexão (Q), dado por:

$$\mathbf{E}(O) = \mathbf{E}_r(\mathbf{Q}) A_r e^{-jks_r}, \quad (3.16)$$

em que $\mathbf{E}_r(\mathbf{Q})$ fornece o valor de campo imediatamente após a reflexão em \mathbf{Q} , e s_r representa a distância referente ao longo da trajetória do raio refletido proveniente de \mathbf{Q} até o ponto de recepção \mathbf{O} . O termo A_r é o fator de espalhamento, dado por $A_r = \sqrt{\rho/(\rho + s)}$ (no caso de uma onda cilíndrica), e e^{-jks_r} fornece a variação de fase ao longo do percurso.

O campo $\mathbf{E}_r(\mathbf{Q})$ imediatamente após o ponto de reflexão \mathbf{Q} é expresso por:

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{Q}) = \|\Gamma\| \cdot \mathbf{E}_i(\mathbf{Q}), \quad (3.17)$$

em que $\mathbf{E}_i(\mathbf{Q})$ expressa o campo inicial provido da fonte antes da reflexão e $\|\Gamma\|$ é a matriz de reflexão, que diz respeito às mudanças em magnitude, fase e polarização que o campo sofre na reflexão, a qual depende dos parâmetros que descrevem as propriedades eletromagnéticas dos materiais, tais como, permissividade elétrica (ϵ), permeabilidade magnética (μ), condutividade (σ) e espessura (d), no caso de uma parede (Figura 3.12).

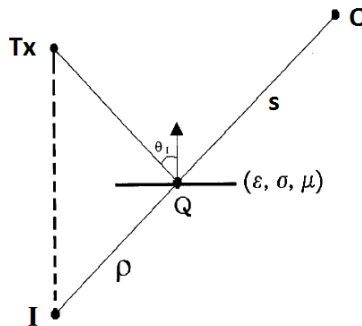


Figura 3.12– Representação do percurso da onda refletida.

Independente da polarização da onda, para um caso geral de reflexão considerando uma frente de onda plana (TEM) avaliado na Figura 3.13, pode-se constatar que o campo elétrico pode ser decomposto em duas componentes ortogonais. Dada uma direção de incidência \hat{s}_i , o campo presente é relacionado em sua componente perpendicular $\hat{\beta}$ ao plano de incidência e componente paralela $\hat{\phi}$ ao plano de incidência, determinadas de acordo com um sistema de coordenadas fixo ao raio. O raio expressa a trajetória da onda incidente referenciado pelo vetor normal perpendicular ao plano, satisfazendo à lei de Snell.

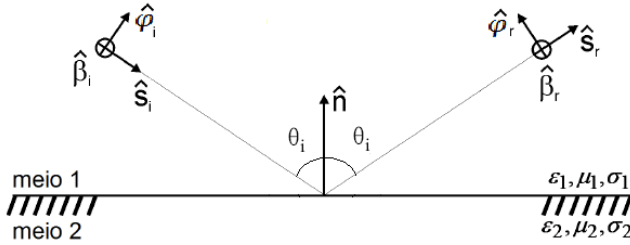


Figura 3.13- reflexão do raio sobre uma superfície plana (Borges, 2003).

Utilizando o sistema de coordenadas precedente, o coeficiente de reflexão de Fresnel (Γ) também pode ser escrito em termos de duas componentes perpendiculares à direção de propagação, aplicando a dedução da Eq. (3.17) em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_\beta^r(\mathbf{Q}) \\ \mathbf{E}_\varphi^r(\mathbf{Q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_\perp & 0 \\ 0 & \Gamma_\parallel \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_\beta^i(\mathbf{Q}) \\ \mathbf{E}_\varphi^i(\mathbf{Q}) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Como neste trabalho as superfícies são tratadas como planas devido à abordagem bidimensional, considera-se apenas uma única componente perpendicular ou paralela ao plano de reflexão para efeitos de cálculo. Os coeficientes de Fresnel são expressos por:

$$\Gamma_\perp = \frac{\eta_1 \cos \theta_t - \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_t + \eta_2 \cos \theta_i} \quad (3.19)$$

$$\Gamma_\parallel = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}, \quad (3.20)$$

em que θ_i ($\theta_i = \theta_t$) é o ângulo de incidência formado pelo raio incidente e o vetor normal perpendicular à superfície, o fator $\cos \theta_t$ é obtido por base na lei de Snell para refração e η representa a impedância característica do meio, ambos expressados, respectivamente, por:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} \quad (3.21)$$

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2} \text{sen}^2\theta_i} \quad (3.22)$$

Os termos μ e ε referenciam as propriedades intrínsecas do meio, representando a permissividade e permeabilidade, respectivamente. A propagação do campo eletromagnético pode ser caracterizada em função de termos complexos, destacando condutividades finitas presentes no material:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_0\varepsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega} \quad (3.23)$$

$$\mu_c = \mu_0\mu_r - \frac{j\sigma_m}{\omega}, \quad (3.24)$$

em que σ e σ_m representam as condutividades elétricas e magnéticas, respectivamente, e ω expressa a frequência angular. Neste trabalho, a reflexão sempre será modelada avaliando o meio 1 como espaço livre e o meio 2 denotado por um obstáculo dielétrico com perdas e de igual permeabilidade ($\mu_c = \mu_0 = \mu_r$).

4 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)

4.1 Introdução

Proposto inicialmente por K. Yee (Yee, 1966), o método das FDTD provê uma solução direta no domínio do tempo para equações de Maxwell. Tem como base a aproximação das derivadas (no espaço e no tempo) por diferenças centrais, possibilitando a obtenção de um esquema com precisão de segunda ordem, o que se torna uma poderosa ferramenta para a análise de diversos problemas eletromagnéticos.

Neste método, as equações de Maxwell transformadas em equações de diferenças finitas centrais são solucionadas em um conceito conhecido como *leap-frog*, isto é, o cálculo dos campos elétrico e magnético cada é em instantes de tempo alternados de maneira iterativa. Este resultado é aplicado a um dado domínio computacional de interesse, onde os valores de campo são determinados em pontos deste domínio, denominados de células, levando em conta os parâmetros característicos do meio.

Porém, como todos os métodos numéricos, o principal problema associado ao método FDTD é a grande demanda computacional requerida em termos de memória, já que o ambiente de análise está estritamente relacionado com o comprimento de onda para delimitação da malha. Ou seja, domínios computacionais grandes acarretarão em processos lentos e computacionalmente pesados. Desta forma, para este caso, métodos baseado em raios ou outras técnicas podem prover um modelo muito mais eficiente para resolver o problema.

Neste trabalho é abordado uma técnica bidimensional aplicada a cenários *indoor* na faixa de UHF. Uma versão modificada da Camada de Absorção com Casamento Perfeito (*Perfect Matched Layer* – PML), desenvolvida por Berenger (Berenger, 1993), é aplicada a fim de truncar a malha do domínio computacional anulando assim reflexões nos limites do domínio. Todas as ferramentas computacionais e as interfaces gráficas do estudo foram desenvolvidas em linguagem MATLAB.

4.2 Diferenças Finitas

O método emprega diferenças finitas centrais como aproximações para as derivadas espaciais e temporais presentes nas equações de Maxwell (especificamente as leis de Ampère e Faraday).

A partir de manipulações baseadas na série de Taylor, podem-se encontrar aproximações para a derivada de f de uma dada função $f(x)$ em um ponto:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{2!} \Delta^2 x \frac{d^2 f(x)}{dx} + \frac{1}{3!} \Delta^3 x \frac{d^3 f(x)}{dx} + \dots \quad (4.1)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{2!} \Delta^2 x \frac{d^2 f(x)}{dx} - \frac{1}{3!} \Delta^3 x \frac{d^3 f(x)}{dx} + \dots \quad (4.2)$$

Subtraindo a equação (4.2) da relação em (4.1):

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{2}{3!} \Delta^3 x \frac{d^3 f(x)}{dx} + \dots$$

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x \left(\frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{3!} \Delta^2 x \frac{d^3 f(x)}{dx} + \dots \right)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta^2 x) \quad (4.3)$$

O termo $O(\Delta_x^2)$ representa todos os termos de ordem elevada que não são relevantes no cálculo, definindo a ordem de erro. Desta maneira, a aproximação por diferenças finitas centrais é expressa por:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta_x) - f(x - \Delta_x)}{2\Delta_x} \quad (4.4)$$

As equações (4.1) e (4.2) são claramente uma aproximação para a derivada num ponto de uma função qualquer $f(x)$. Estas equações utilizam Δx com valor arbitrário, diferente da definição de derivada, que

exige uma variação tendendo a zero. Desta forma, as referidas relações são uma forma discreta da definição de derivada (Lima, 2006)

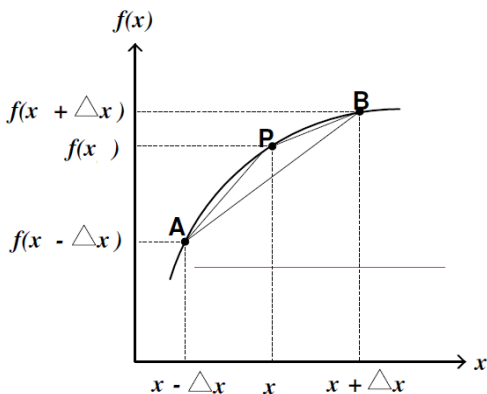


Figura 4.1 - Estimativa da derivada $f(x)$ por diferenças centrais (Sadiku M. N., 1992).

Através da Figura 4.1 percebe-se que, à medida que o valor de Δx decai, melhor será a aproximação da inclinação da reta tangente ao ponto x , representando a derivada deste ponto.

4.3 O algoritmo de Yee

O método FDTD provê uma solução das equações de Maxwell no domínio do tempo em sua forma diferencial através da discretização de ambas no domínio de interesse assim como em intervalos de tempo, utilizando uma grade de análise uniforme. Para simular a propagação da onda, é adotado o algoritmo original de Yee (comumente conhecido por *leapfrog*), em que as relações de Maxwell são substituídas por um sistema de equações em diferença finitas, necessitando especificar o comportamento de campo com o passar do tempo linear através da caracterização do meio.

As equações de Maxwell são um conjunto de quatro equações que sintetizam o comportamento físico das grandezas eletromagnéticas em um meio qualquer. Juntamente com as relações constitutivas, são dadas por:

Tabela 1: Equações de Maxwell

$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{J}_m$	Lei de Faraday
$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_e$	Lei de Ampere
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	Lei de Gauss
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	Lei de Gauss do magnetismo
$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$	
$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$	

Onde:

E: campo elétrico, em V/m.

D: Densidade de fluxo elétrico, em C/m².

H: Campo magnético, em A/m.

B: Densidade de fluxo magnético, em Wb/m².

J_e: Densidade de corrente elétrica, dada por A/m².

J_m: Densidade equivalente de condução magnética, dada por V/m².

Portanto, a formulação FDTD está baseada nas seguintes expressões derivadas de Maxwell (Tabela 1):

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{E} + \sigma^* \mathbf{H}) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} (\nabla \times \mathbf{H} - \sigma \mathbf{E}), \quad (4.6)$$

em que μ é a permeabilidade magnética em Henrys por metro, ϵ expressa a permissividade elétrica, dado em Farad por metro, e σ representa a condutividade elétrica em Siemens por metro. A densidade de corrente elétrica ($\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}$) é utilizada para caracterizar materiais dielétricos com perdas, e o termo $\mathbf{J}_m = \sigma^* \mathbf{H}$ é incluído em caso de possibilidade de perdas magnéticas, caracterizada pela componente de condutividade magnética equivalente σ^* , dada em Ohms por metro.

Escrevendo em termos de componentes vetoriais, obtém-se o seguinte sistema de atualização em seis relações escalares equivalentes para as equações de Maxwell em um sistema de coordenadas

retangulares tridimensionais (x, y, z) , o qual forma a base do processo iterativo eletromagnético do FDTD:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \sigma^* H_x \right) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \sigma^* H_y \right) \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \sigma^* H_z \right) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (4.12)$$

Visto isso, Yee introduziu um conjunto de equações fundamentadas em diferenças finitas para resolver as equações de Maxwell relacionadas às Leis de Faraday e Ampère, ou seja, discretizou as relações que descrevem uma onda eletromagnética em um sistema de coordenadas tridimensionais (x,y,z) . Desta forma, cada componente de campo é dependente do espaço e do tempo e é escrita na forma:

$$F|_{i,j,k}^n = F(i\Delta, j\Delta, k\Delta, n\Delta t)$$

onde i, j, k e n são dados por números inteiros, $\Delta = i\Delta = j\Delta = k\Delta$ é definido como o incremento espacial e Δt o incremento temporal.

Usando o modelo de diferenças finitas centrais para as derivadas espaço-temporais em Δ e Δt (Taflove & Brodwin., 1975), resulta em:

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial x} = \frac{\partial F|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - \partial F|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta} + Er(\Delta^2) \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial t} = \frac{\partial F|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \partial F|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + Er(\Delta t^2) \quad (4.14)$$

Em que $Er(\Delta t^2)$ é definido como o erro de segunda ordem da aproximação, relacionado com Δt e Δ .

A fim de relacionar as equações de Maxwell, Yee posicionou as componentes de \mathbf{E} e \mathbf{H} em células estruturadas em grades uniformes. O tamanho de cada célula espacial e o intervalo de tempo e suas designadas características eletromagnéticas para cada material são pré-definidos. Portanto, após discretizar a região de interesse, o algoritmo iniciará com uma fonte de excitação de campo, o qual servirá como contribuição para cada nova célula adjacente. Estes valores serão armazenados e atualizados para cada iteração temporal até atingir um valor final determinado previamente (Chen, Kosmas, Leeser, & Rappaport, 2004).

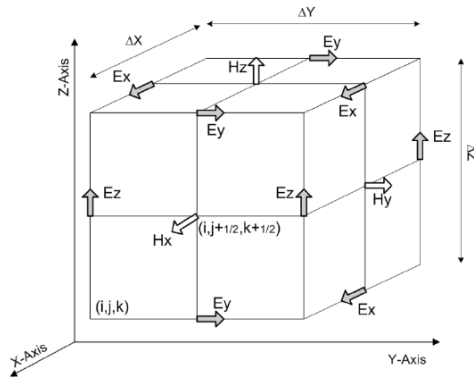


Figura 4.2 – Representação geométrica 3D de uma célula de Yee (Sadiku M. N., 1992).

Incorporando as Eq.(4.7) - (4.12) nas expressões (4.13) e (4.14), pode-se obter um conjunto de relações em diferenças finitas, dadas por:

$$\begin{aligned}
 H_x \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a \Big|_{i,j,k} H_x \Big|_{i,j,k}^{n-1/2} \\
 &+ D_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{array}{c} \left(\frac{E_y \Big|_{i,j,k+1/2}^n - E_y \Big|_{i,j,k-1/2}^n}{\Delta z} \right) \\ - \left(\frac{E_z \Big|_{i,j+1/2,k}^n - E_z \Big|_{i,j-1/2,k}^n}{\Delta y} \right) \end{array} \right] \\
 \\
 H_y \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a \Big|_{i,j,k} H_y \Big|_{i,j,k}^{n-1/2} \\
 &+ D_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{array}{c} \left(\frac{E_z \Big|_{i+1/2,j,k}^n - E_z \Big|_{i-1/2,j,k}^n}{\Delta x} \right) \\ - \left(\frac{E_x \Big|_{i,j,k+1/2}^n - E_x \Big|_{i,j,k-1/2}^n}{\Delta z} \right) \end{array} \right] \\
 \\
 H_z \Big|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a \Big|_{i,j,k} H_z \Big|_{i,j,k}^{n-1/2} \\
 &+ D_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{array}{c} \left(\frac{E_x \Big|_{i,j+1/2,k}^n - E_x \Big|_{i,j-1/2,k}^n}{\Delta y} \right) \\ - \left(\frac{E_y \Big|_{i+1/2,j,k}^n - E_y \Big|_{i-1/2,j,k}^n}{\Delta x} \right) \end{array} \right] \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_a \Big|_{i,j,k} &= \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} & D_b \Big|_{i,j,k} &= \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a \Big|_{i,j,k} E_x \Big|_{i,j,k}^n \\
&\quad + C_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{aligned} &\left(\frac{H_z \Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \\ &- \left(\frac{H_y \Big|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \right) \end{aligned} \right] \\
E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a \Big|_{i,j,k} E_y \Big|_{i,j,k}^n \\
&\quad + C_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{aligned} &\left(\frac{H_x \Big|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_x \Big|_{i,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \right) \\ &- \left(\frac{H_z \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} \right) \end{aligned} \right] \\
E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a \Big|_{i,j,k} E_z \Big|_{i,j,k}^n \\
&\quad + D_b \Big|_{i,j,k} \left[\begin{aligned} &\left(\frac{H_y \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} \right) \\ &- \left(\frac{H_x \Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_x \Big|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \end{aligned} \right] \quad (4.17)
\end{aligned}$$

$$C_a \Big|_{i,j,k} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\mathcal{E}_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\mathcal{E}_{i,j,k}}} \quad C_b \Big|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mathcal{E}_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\mathcal{E}_{i,j,k}}} \quad (4.18)$$

Cada célula correspondente a um nó representa um vetor de campo, possuindo tanto propriedades elétricas (σ e ε) quanto magnéticas (μ). Portanto, ao gerar a malha, essas características são atribuídas a cada célula. Os cálculos de \mathbf{E} e \mathbf{H} são realizados alternadamente a cada passo de tempo e a solução completa é obtida utilizando valores passados, presentes e futuros, seguindo o esquema *leapfrog* (Sullivan D. M., 2000).

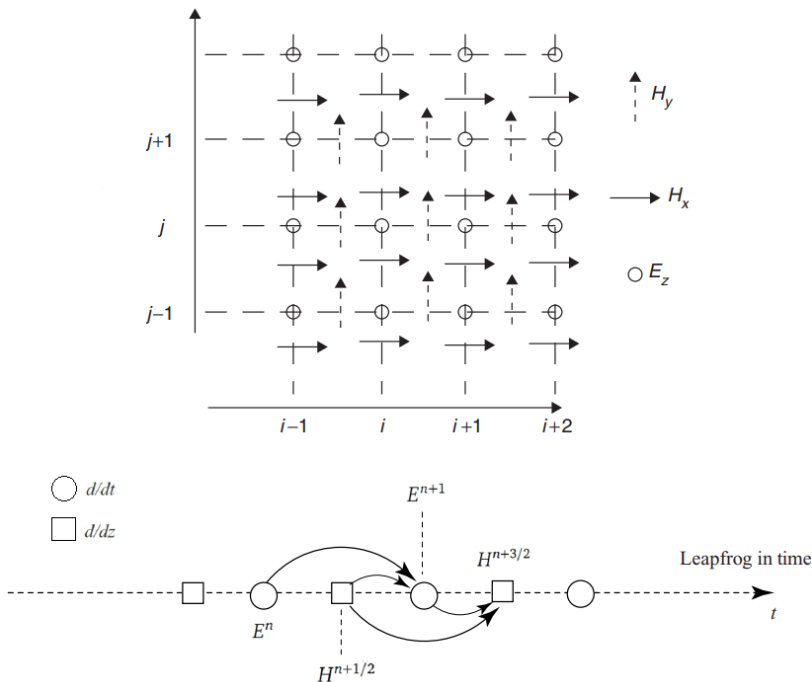


Figura 4.3 – Diagrama de enlace entre as componentes \mathbf{E} e \mathbf{H} no espaço-tempo e o modelo *leapfrog* (Inan & Marshall, 2011).

A partir do ciclo enunciado para atualização dos valores de campo, de acordo com as equações (4.15)-(4.17), nota-se que, na formulação, os expoentes relativos à metade de passo (" $1/2$ ") são interpretados apenas do ponto de vista conceitual. Na prática, a implementação algorítmica não inclui esta informação, já que os vetores em questão aceitam apenas valores inteiros em relação à alocação de memória.

Um domínio computacional deve ser estabelecido para dar início ao procedimento de cálculo. Tal domínio é referente a uma região espacial onde todo o problema estará limitado, incluindo todas as possíveis iterações que porventura ocorram. Dependendo da dimensão do problema (1D, 2D ou 3D), tal região será discretizada em elementos que podem ser um segmento de reta, um retângulo ou um paralelepípedo, representados simplificadaamente na Figura 4.4.

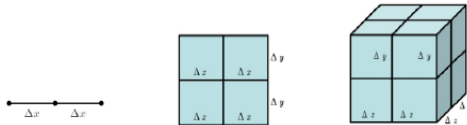


Figura 4.4 - Célula básica FDTD em abordagens 1D, 2D e 3D, respectivamente (Cavalcante, 2015).

4.4 Algoritmo de Yee em duas dimensões

As equações (4.15) e (4.17) descrevem qualquer onda eletromagnética em três dimensões. Contudo, em muitas abordagens é conveniente analisar problemas eletromagnéticos em duas dimensões. Para tal, é necessário determinar a configuração de propagação da onda eletromagnética. Baseado na formulação desenvolvida para guia de ondas (Sadiku M. N., 2001), a onda pode propagar-se basicamente em dois modos: o transversal elétrico (*TE*) e o transversal magnético (*TM*). No modo *TE*, os campos elétricos são normais à direção de propagação da onda e o campo magnético é paralelo a essa direção. No modo *TM* ocorre o inverso: os campos magnéticos são normais à direção de propagação da onda e o campo elétrico é paralelo. Portanto, para o modo *TE* são necessários somente os campos H_z , E_x e E_y e, para o modo *TM*, E_z , H_x e H_y , como apresentado no seguinte esquema:

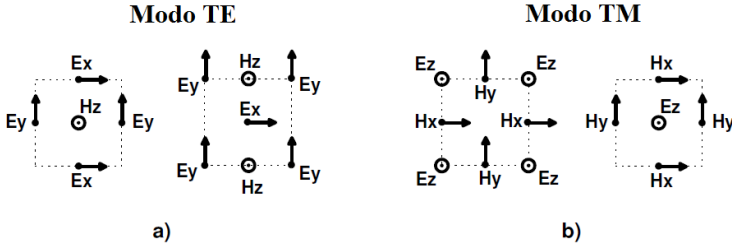


Figura 4.5- Representação dos modos de propagação: a) TE b) TM (Lima, 2006).

Reduzindo as componentes das Eq.(4.5) e (4.6) para os referentes modos bidimensionais TM e TE resumidos na Figura 4.5, obtêm-se as seguintes novas relações:

Modo TM_z

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (4.21)$$

Modo TE_z

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right) \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} + \sigma E_x \right) \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) \quad (4.24)$$

A aplicação da aproximação da derivada em 2D por diferenças finitas segue o mesmo princípio do caso tridimensional, com a diferença que aplicado somente nas variáveis de interesse. Desta forma, substituem-se as Eq. (4.19)-(4.24) em (4.13) e (4.14), obtendo-se assim as seguintes relações por diferenças finitas para ambos os modos TM_z e TE_z :

Modo TM_z

$$\begin{aligned}
 H_x \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} &= H_x \Big|_{i,j+1/2}^n - D_b \Big|_{i,j} \left[E_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} - E_z \Big|_{i,j+1}^{n+1/2} \right] \\
 H_y \Big|_{i+1/2,j}^{n+1} &= H_y \Big|_{i+1/2,j}^n + D_b \Big|_{i,j} \left[E_z \Big|_{i+1,j}^{n+1/2} - E_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} \right] \\
 E_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} &= C_a \Big|_{i,j} E_y \Big|_{i,j}^{n-1/2} + C_b \Big|_{i,j} \left[H_y \Big|_{i+1/2,j}^n - H_y \Big|_{i-1/2,j}^n + H_x \Big|_{i,j-1/2}^n - H_x \Big|_{i,j+1/2}^n \right]
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Modo TE_z

$$\begin{aligned}
 E_x \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} &= C_a \Big|_{i,j} E_x \Big|_{i,j+1/2}^n + C_b \Big|_{i,j} \left[H_z \Big|_{i,j+1}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} \right] \\
 E_y \Big|_{i+1/2,j}^{n+1} &= C_a \Big|_{i,j} E_y \Big|_{i+1/2,j}^n - C_b \Big|_{i,j} \left[H_z \Big|_{i+1,j}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} \right] \\
 H_z \Big|_{i,j}^{n+1/2} &= H_z \Big|_{i,j}^{n-1/2} + D_b \Big|_{i,j} \left[E_x \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} - E_x \Big|_{i,j-1/2}^n + E_y \Big|_{i-1/2,j}^n - E_y \Big|_{i+1/2,j}^n \right]
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

4.5 Precisão e Estabilidade

O tamanho da grade espacial deve ser implementado de tal modo que, ao longo de um incremento, o campo eletromagnético não mude significativamente. Isso significa que, para ter resultados com boa precisão, a dimensão linear da grade deve ser apenas uma fração do comprimento de onda, dado que $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$. A formulação algorítmica requer que o incremento temporal seja relacionado com um limite específico relativo ao incremento espacial de malha Δx , Δy e Δz , para garantir a estabilidade numérica (estabilidade de Courant) (Schwan, 1985).

Portanto, para obter uma precisão satisfatória, evitando erros de magnitude e fase nos campos considerados, o incremento espacial (Δ) usado no FDTD deve ser, pelo menos, 10 vezes menor que o menor comprimento de onda presente no sistema ($\Delta \leq \lambda/10$) (Taflove & Umashankar, 1989). Estes valores de densidade de malha foram determinados com base no cálculo da velocidade de fase na malha FDTD. Com relação ao incremento temporal, a estabilidade da solução se obtém aplicando o critério de Courant (Taflove & Hagness, 2005), que estabelece a condição:

$$\Delta t \leq \frac{1}{v \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}, \quad (4.27)$$

onde v expressa a velocidade de propagação no meio ($v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$) e, para o caso em que todas as células possuam as mesmas dimensões ($\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$), a Eq. (4.27) é reescrita:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v\sqrt{n}}, \quad (4.28)$$

em que n é o número correspondente à dimensão espacial utilizada no modelo (1D, 2D ou 3D).

4.6 Camada Perfeitamente Casada – PML

Uma consideração acerca das propriedades de modelagem do FDTD aplicados em problemas relacionados à propagação de ondas eletromagnéticas fundamenta-se nas regiões definidas em regiões "abertas", em que o domínio espacial do campo computado é ilimitado em uma ou mais direções. Desta forma, como o domínio computacional de interesse é limitado, à medida que os campos espalhados chegam neste contorno, são refletidos, gerando assim inconsistência de resultado. Claramente, nenhum computador pode armazenar uma quantidade ilimitada de dados e, portanto, o domínio de computação de campo deve ser limitado em tamanho (Taflove & Hagness, 2005).

Portanto, o cálculo do domínio deve ser suficientemente grande para cercar a estrutura de interesse. Além disso, uma condição computacional limite adequada no perímetro externo do domínio deve ser aplicada para truncar o ambiente de análise, simulando sua extensão ao infinito, evitando, assim, reflexões espúrias de ondas incidentes no limite da malha. Estas condições artificiais têm o propósito de absorver campos incidentes e dispersos e sua exatidão determina a precisão do método FDTD.

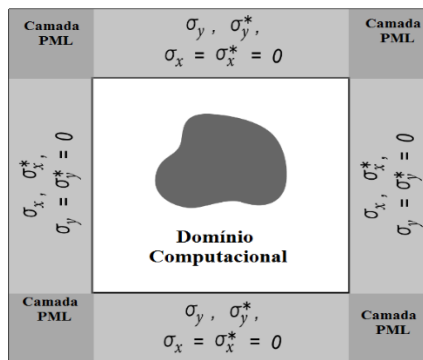


Figura 4.6 - Ilustração do posicionamento da camada absorvedora PML.

A mais flexível e eficiente técnica para truncar o domínio de estudo refere-se à camada perfeitamente casada (*Perfectly Matched Layer* - PML), desenvolvida por Bérenger (Berenger, 1993). Nesta técnica de truncagem, uma camada artificial de material absorvente é colocada externamente ao domínio de interesse a fim de evitar reflexões

indesejadas nas fronteiras do domínio computacional. Desta forma, um casamento perfeito de impedância de onda entre a camada PML e a região de cálculo é buscado para qualquer ângulo de incidência, como se o próprio domínio se estendesse até o infinito. Isto é o mesmo que dizer que há transmissão completa da onda incidente na interface entre o espaço livre e a região PML (vide Figura 4.6) (Sadiku M. N., 1992).

Posteriormente, este desenvolvimento proposto por Bérenger foi ligeiramente modificado por Sullivan (Sullivan D. M., 1996), diferindo-se em dois aspectos: primeiro, utiliza-se uma condutividade fictícia associada ao campo magnético \mathbf{H} e à densidade de fluxo elétrico \mathbf{D} , em vez do campo elétrico. Dessa forma, as condutividades associadas à PML não influenciam o meio. E, em segundo lugar, sugere-se uma variação diretamente dos parâmetros do FDTD, em vez de alterar as condutividades ou o tamanho das células. A ideia consiste em usar constantes fictícias ε_{Fz}^* , μ_{Fx}^* e μ_{Fy}^* , correspondendo a constantes dielétricas e permeabilidades utilizadas para caracterizar o meio PML, anisotrópico, que serão adicionadas às equações de Maxwell (Eq. 4.27-4.29).

Iniciando com uma transformação semelhante a uma proposta especificada por Taflove e Brodwin (Taflove & Brodwin., 1975) para o domínio da frequência, tem-se:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E} \quad (4.29)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \mathbf{D} \quad (4.30)$$

As equações de Maxwell agora podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \nabla \times \mathbf{H} \quad (4.31)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot \mathbf{E}(\omega) \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} \quad (4.33)$$

O desenvolvimento das equações para a direção x é provado, assumindo a dependência complexa dos parâmetros fictícios (4.36)-(4.37).

$$j\omega D_x \cdot \varepsilon_{FX}^*(x) = c_0 \cdot \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (4.34)$$

$$j\omega H_x \cdot \mu_{FX}^*(x) = c_0 \cdot \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (4.35)$$

Onde

$$\varepsilon_{FX}^*(x) = \varepsilon_{Dx}(x) + \frac{\sigma_{Dx}(x)}{j\omega\varepsilon_0} \quad (4.36)$$

$$\mu_{FX}^*(x) = \mu_{Hx}(x) + \frac{\sigma_{Hx}(x)}{j\omega\mu_0} \quad (4.37)$$

As definições são similares para as direções y e z . Segundo Sacks (Sacks, D. M. Kingsland, & J.-F. Lee, 1995), há duas condições para formar a PML:

1. Relação de impedâncias

$$Z_0 = Z_m = \sqrt{\frac{\mu_{Fm}^*}{\varepsilon_{Fm}^*}} \quad m = x, y, z. \quad (4.38)$$

Onde Z_0 é a impedância do meio e Z_m a impedância da PML.

2. Na direção perpendicular ao contorno (x , para exemplo), tanto a constante dielétrica relativa quanto a permeabilidade relativa devem ser o inverso daquelas nas outras direções, ou seja (Sullivan D. , 1997):

$$\frac{1}{\varepsilon_{FX}^*(x)} = \varepsilon_{FY}^*(x) = \varepsilon_{FZ}^*(x) \quad (4.39)$$

$$\frac{1}{\mu_{FX}^*(x)} = \mu_{FY}^*(x) = \mu_{FZ}^*(x) \quad (4.40)$$

As seguintes seleções de parâmetros satisfazem às relações obtidas em (4.39)-(4.40):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Dm} &= 1 \\ \mu_{Dm} &= 1 \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\frac{\sigma_{Dm}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{Hm}}{\mu_0} = \frac{\sigma_D}{\varepsilon_0} \quad (4.42)$$

Substituindo as Eq. (4.41) e (4.42) em (4.38), no qual o valor de σ é gradualmente acrescido à medida que a onda avança na PML:

$$Z_0 = Z_m = \sqrt{\frac{\mu_{Fm}^*}{\varepsilon_{Fm}^*}} = \sqrt{\frac{1 + \sigma(x) / j\omega\varepsilon_0}{1 + \sigma(x) / j\omega\varepsilon_0}} = 1 \quad (4.43)$$

Aplicando à formulação FDTD, utilizando usuais aproximações por diferenças finitas de primeira ordem no tempo e no espaço para as equações de Maxwell e, considerando as condições para as constantes fictícias, cada componente de campo pode ser encontrada. Nesse processo, alguns coeficientes numéricos discretos surgem relativos a cada componente direcional.

$$\begin{aligned} \hat{x} &= [(fi_1, gi_1), (fi_2, gi_2), (fi_3, gi_3)] \\ \hat{y} &= [(fj_1, gj_1), (fj_2, gj_2), (fj_3, gj_3)] \\ \hat{z} &= [(fk_1, gk_1), (fk_2, gk_2), (fk_3, gk_3)] \end{aligned}$$

No cálculo dos parâmetros, não é necessário definir um valor de condutividade para cada ponto discreto. Em vez disso, um coeficiente auxiliar, x_n , é calculado de modo a aumentar à medida em que se avança na PML e os parâmetros f e g são calculados a partir de x_n , em que α é a espessura da PML:

$$f\tilde{i}_1(i) = \frac{\sigma(i) \cdot \Delta t}{2 \cdot \varepsilon_0} = x_n(i) \quad (4.44)$$

$$x_n(i) = .333 * \left(\frac{i}{\alpha}\right)^3 \quad (4.45)$$

$$gi_2(i) = \left(\frac{i}{1 + x_n(i)}\right) \quad (4.46)$$

$$gi_3(i) = \left(\frac{1 - x_n(i)}{1 + x_n(i)}\right) \quad (4.47)$$

Observa-se que os valores entre parênteses variam entre zero e um. O fator 0.333 foi considerado para ser o maior número para garantir a estabilidade da PML (Sullivan D. M., 2000); gi_1 , fi_2 e fi_3 são calculados intercaladamente em cada célula de diferença. Os parâmetros assim variam da seguinte maneira:

$$0 \leq fi_3(i) \leq 0.333$$

$$0 \leq gi_2(i) \leq 0.75$$

$$0 \leq gi_3(i) \leq 0.5$$

Ao comparar, em termos de esforço computacional, a técnica original de Berenger (Yee, 1966) com a modificação realizada proposta por Sullivan (Sullivan D. M., 1996), aplicada neste trabalho, duas vezes mais matrizes de campo (D e H) são utilizadas, ao mesmo tempo que há necessidade das matrizes unidimensionais para armazenar os parâmetros g e f . Portanto, a sugerida modificação de PML requer um pouco mais de recursos comparados a uma situação com o mesmo número de células de Yee (Cavalcante, 2015).

5 Método Híbrido: Traçado de Raios e FDTD

5.1 Introdução

A efetivação, avaliação e instalação de projeto de uma rede de rádio em ambientes *indoor* requer uma caracterização precisa do canal de propagação de rádio. Recentemente, técnicas baseadas em raios como o *Ray Tracing* (RT), associadas à UTD e GO para o cálculo de campos, emergiram como uma metodologia dominante para prever o comportamento do canal em banda larga, fornecendo bons resultados (Reynaud, Reineix, Vauzelle, & Guiffaut, 2006). Contudo, lidando com aplicações relacionadas à propagação *indoor*, para complexas estruturas com perdas e incorporadas no ambiente interno de cálculo, o Traçado de Raios não consegue prever corretamente os campos dispersos. Por muitas vezes, as antenas são inevitavelmente instaladas perto dessas complexas descontinuidades, onde não são viáveis soluções assintóticas (Wang, Safavi-Naeini, & Chaudhuri, 2000).

Tal problema pode ser resolvido através de soluções numéricas baseadas diretamente nas equações de Maxwell no domínio do tempo, em particular, o método *Finite-Difference Time-Domain* (FDTD) (Yee, 1966)., Como já visto, o método FDTD permite simular todos os mecanismos físicos da reflexão, difração e refração, e as relações constitutivas do meio são automaticamente incorporadas na solução. Portanto, esta metodologia é adequada para o tratamento eletromagnético em meios complexos.

Ente as vantagens do método FDTD, pode-se destacar sua precisão, com uma solução completa para todos os pontos da região, fornecendo informações de cobertura de sinal ao longo de uma determinada área. No entanto, como método de análise numérica, o método FDTD requer grandes quantidades de memória para acompanhar a solução em todos os locais, e cálculos abrangentes para atualizar a solução em instantes sucessivos do tempo. Desta forma, sua aplicação é satisfatória apenas em ambientes suficientemente pequenos.

Um método híbrido baseado na combinação do Traçado de Raios e o FDTD é proposto neste trabalho, oferecendo uma modelagem mais precisa da propagação de ondas de rádio em ambientes interiores. Aplicando o método FDTD em áreas perto de descontinuidades complexas, o método híbrido nos permite estudar os efeitos de características estruturais em regiões *indoor* genéricas, inclusive não homogeneidades dentro de paredes (Chaudhuri & Wang, 2002).

5.2 Descrição do Método Híbrido

O tratamento do método pode ser dividido em duas principais etapas. No primeiro passo, o traçado de raios é aplicado para cobrir a ampla área de larga escala e baixa não homogeneidade. Para este fim, o lançamento de raios é empregado com base na Teoria das Imagens. Os tubos de raios são enviados pelo transmissor, onde cada tubo ocupa um ângulo sólido calculado a partir da Óptica Geométrica. Objetos são modelados como dielétricos de espessura pré-definidas, incluindo limites, constantes dielétricas e tangentes de perdas para cada material, o que é apropriado para a maioria dos obstáculos em ambientes internos como paredes, teto, pisos, janelas e portas. Coeficientes de reflexão e transmissão para dielétricos com perdas são previamente dados. Como o esforço computacional aumenta exponencialmente com o número de reflexões e transmissores, o método por lançamento de raios é a técnica viável para análise da cobertura de grandes cenários.

Na próxima etapa, o método de FDTD é aplicado em áreas que apresentam descontinuidades complexas inseridas na região de interesse, podendo conter não homogeneidades, como materiais de construção, objetos, ou quaisquer características estruturais que sejam de interesse, como ilustrado na Figura 5.1.

O progresso de cada raio traçado, proveniente do transmissor, é analisado. Sempre que um raio intersecta os domínios de cálculo do FDTD (o qual é dividido em diversos pontos de recepção), a posição, direção e valores numéricos de campo são armazenados, e o valor de campo final, para cada ponto, é o somatório de todas as componentes que chegam (raios diretos e refletidos). Tais informações serão posteriormente utilizadas no método FDTD como excitação de fonte para analisar a interação das ondas com a estrutura inserida no ambiente de interesse. Várias caixas virtuais podem ser definidas em que a excitação de fonte em cada região virtual fechada pode ser obtida após uma execução do traçado de raios. No entanto, cada região precisa ser tratada separadamente pelo método e posteriormente assumir que cada área de cálculo de recepção esteja nas regiões delimitadas.

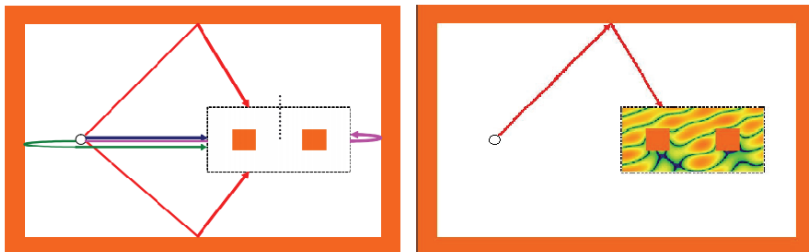


Figura 5.1 – Cálculo inicial do Traçado de Raios no modelo híbrido (Nagy, 2010).

Uma Camada Perfeitamente Casada (PML) é aplicada nos limites da janela computacional do FDTD, a fim de evitar erros indesejáveis de cálculo (devido a reflexões espúrias nas bordas da região) e limitar a área de análise, como apresentado na Figura 5.2.

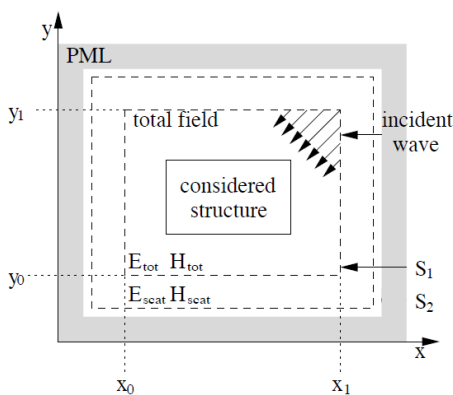


Figura 5.2 – Aplicação da PML no modelo Híbrido (Reynaud, Cocheril, Vauzelle, Reineix, Aveneau, & Guiffaut, 2005)

5.3 Tamanho Ótimo da Região FDTD

Uma questão fundamental para efetivação do modelo computacional de simulação híbrida é o tamanho da região FDTD. A fim de ilustrar este efeito, analisa-se a mesma geometria da Figura 5.1, aplicando diferentes áreas relativas às regiões do FDTD (Figura 5.3). Considera-se o raio direto e aqueles devidos a quatro reflexões como fontes para o FDTD a partir do rastreamento de raios previamente executado.

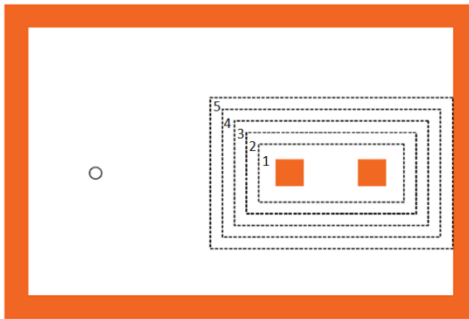


Figura 5.3 – regiões FDTD do modelo híbrido.

O erro RMS relevante a cada área é comparado para cinco extensões da região do FDTD por Nagy (2010). A dependência do erro não guarda uma clara relação com o tamanho adequado da região FDTD, necessitando-se uma maior pesquisa relativa a essa questão. A partir da Figura 5.4, percebe-se que a área indicada pelo número 2 apresenta o mínimo erro comparado com as demais (1-4). Porém, à medida que se aumenta a extensão, o erro de simulação não diminui, mantendo-se variante. O último caso, indicado pelo número 5, oferece o menor erro dentre todas as regiões analisadas. Provavelmente isso se deve ao fato de levar em conta a reflexão por trás da parede, acarretando um aumento de precisão.

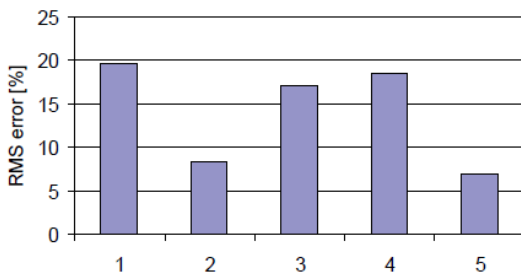


Figura 5.4 – Erro percentual devido a área do FDTD.

Como não há indicações precisas sobre a exigência requerida do problema interno relevante à área abrangida pelo FDTD, o enfoque do seguinte trabalho não leva em consideração os erros numéricos relacionados às diferentes áreas de simulação do domínio aplicadas ao método computacional por diferenças finitas.

6 Resultados

6.1 Introdução

Neste capítulo, serão apresentados os resultados numéricos obtidos a partir de simulações utilizando o programa desenvolvido. No algoritmo, a técnica do Traçado de Raios baseada no método das imagens foi implementada inicialmente para determinar os percursos da onda em todo o amplo domínio computacional, aplicando os conceitos da óptica geométrica formulados no capítulo 3 para o cálculo eletromagnético.

O casamento com o modelo FDTD é realizado apenas em regiões que exigem uma maior precisão, sendo necessária uma análise mais sucinta, perto de descontinuidades e em regiões com complexidade geométrica. Para validação do modelo, foi realizada a comparação de alguns resultados disponíveis na literatura com aqueles obtidos usando o método híbrido desenvolvido. As três metodologias (Traçado de Raios, FDTD e o modelo híbrido RT/FDTD) foram implementadas para a predição da cobertura por meio da determinação de níveis de campos, como já mencionado, aplicadas em casos bidimensionais (2D). Quando há complexidades geométricas no cenário, a análise feita usando unicamente o Traçado de Raios não foi realizada, já que o efeito da difração não foi levado em conta neste trabalho, ficando como sugestão para trabalhos futuros.

A análise numérica foi realizada através da distribuição de campos ao longo de uma dada trajetória no cenário designado, para uma apreciação quantitativa da estimativa eletromagnética. As características elétricas e magnéticas de cada material presente foram informadas para cada ambiente de simulação desenvolvido.

Todas as simulações e resultados apresentados neste trabalho foram implementados no ambiente MATLAB em um computador *Intel Core i5* de 3.20 GHz, 4G de memória RAM e sistema operacional de 64 bits.

6.2 Validação das técnicas de Traçado de Raios e FDTD

Inicialmente, foi realizada a validação de ambos os métodos de Traçado de Raios e FDTD, separadamente. Somente após isso foi implementada a modelagem híbrida, já que qualquer inconsistência em alguma destas técnicas geraria erros relevantes de análises,

comprometendo a predição. Desta forma, partindo da premissa de resultados conhecidos usados como referência, validou-se primeiramente os resultados numéricos devidos aos raios refletidos baseados na GO, para o caso de não haver descontinuidades complexas no ambiente. A mesma análise foi feita para validar a estimativa eletromagnética aplicando o FDTD.

O primeiro cenário bidimensional simulado, proposto por Grubisic (2005), designa-se por um ambiente “limpo”, sem obstruções, envolvido por quatro paredes de três metros em cada lado. Uma excitação cilíndrica é aplicada, considerando uma antena transmissora T_x no centro do ambiente, com polarização paralela, operando na frequência de 1 GHz. A abordagem inicial é implementada através da metodologia de Traçado de Raios (RT), e os resultados comparados com os dados extraídos da literatura.

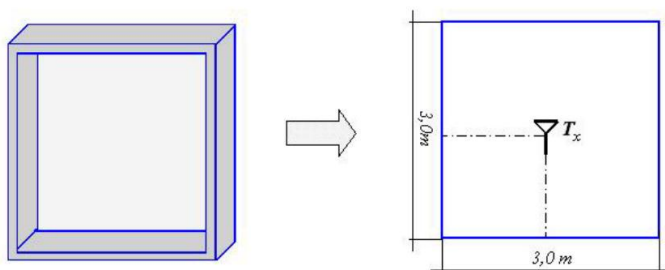


Figura 6.1 – Representação do cenário analisado.

De acordo com Saunders (1999), para representar a parede de concreto nesta indicada frequência, utilizou-se um material homogêneo, não magnético com as seguintes propriedades: $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 7$ e $\sigma = 4,73 \times 10^{-2}$ S/m.

A análise bidimensional é realizada considerando os pontos de recepção, dado por uma trajetória retilínea para o levantamento da distribuição de campo, na mesma altura da antena transmissora. O fator de espalhamento para ondas cilíndricas (Eq. (3.15)) é considerado no cálculo da óptica geométrica (GO). A mesma consideração é incorporada na formulação do FDTD 2D. Portanto, avaliando o cenário da Figura 6.1, pode-se realizar a simulação pelo Traçado de Raios (Figura 6.2), considerando uma linha de observação partindo da antena transmissora.

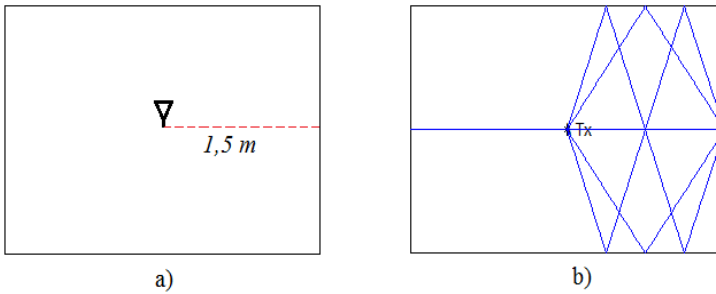


Figura 6.2 – a) Percurso analisado para distribuição normal de campo;
b) Aplicação do Traçado de Raios no mesmo cenário.

Observa-se que o número máximo de reflexões consideradas (Figura 6.2 (b)) foram duas ($N_R = 2$), o que já oferece resultados satisfatórios para a predição eletromagnética, em comparação com os resultados obtidos por Grubisic (2005) para o mesmo cenário.

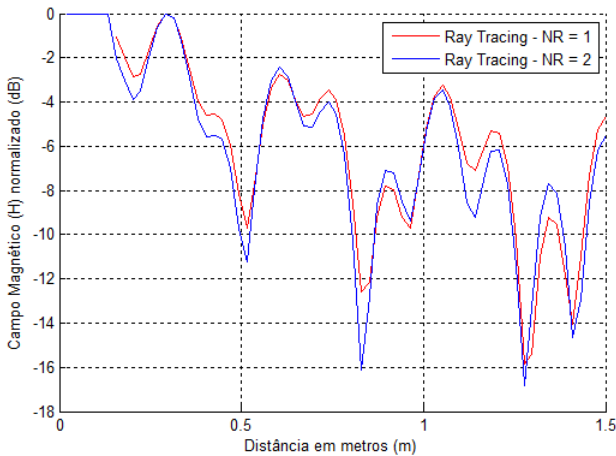


Figura 6.3 – Comparação do campo magnético normalizado considerando 1 e 2 reflexões.

Na Figura 6.3, uma comparação dos campos normalizados são apresentados em decibéis (dB), para uma e duas reflexões, ao longo da

linha tracejada, ilustrada na Figura 6.2 (a), que vai da antena transmissora até o limite da parede de concreto. O mesmo cenário atual é analisado aplicando o método FDTD puro, a fim de comparação com os resultados encontrados pelo Traçado de Raios. Considerou-se o incremento espacial de densidade de malha, representado por células quadradas, com lado igual a $\lambda/30$ (tamanho da malha ≈ 90000 células) e o número de iterações (passos de tempo) igual a $N = 4000$, para mesmas especificações de material dadas anteriormente ($\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 7$ e $\sigma = 4,73 \times 10^{-2}$ S/m).

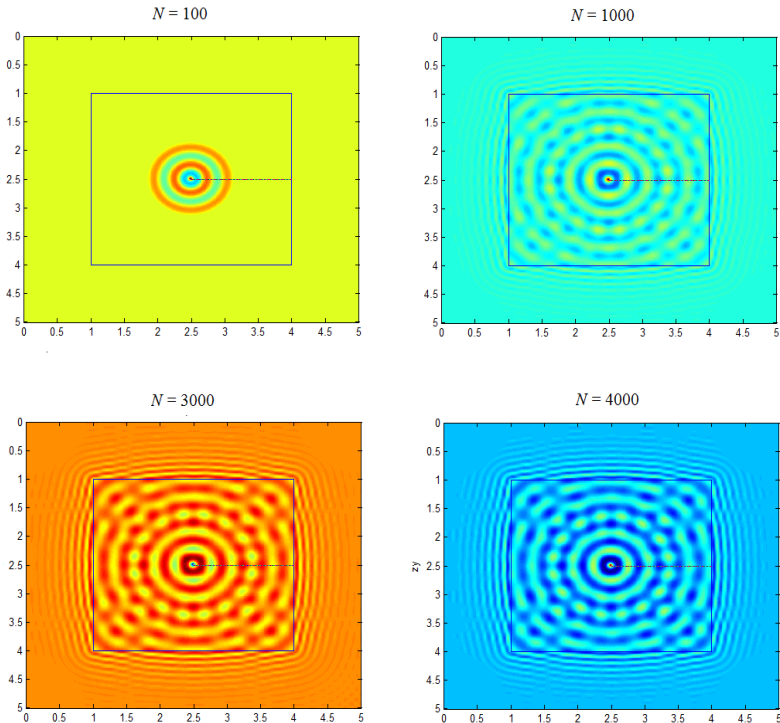


Figura 6.4 – Simulação utilizando o método das diferenças finitas (FDTD) para o mesmo cenário vazio.

Na Figura 6.4, apresenta-se o comportamento dos campos em diversos instantes de tempo, levando em conta diversas iterações com o meio, utilizando uma PML nos limites do cenário e a região em questão

de análise imersa em uma caixa virtual. No algoritmo, o cálculo eletromagnético aplicado é levado em conta e salvo após o sistema entrar em regime permanente para o levantamento de campo.

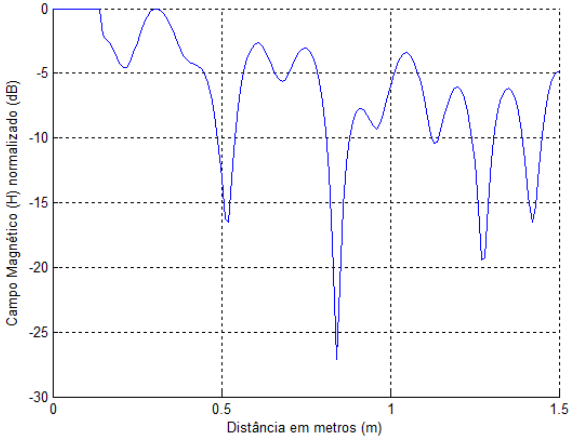


Figura 6.5 – Levantamento do campo magnético normalizado (dB) em função da distância utilizando o FDTD.

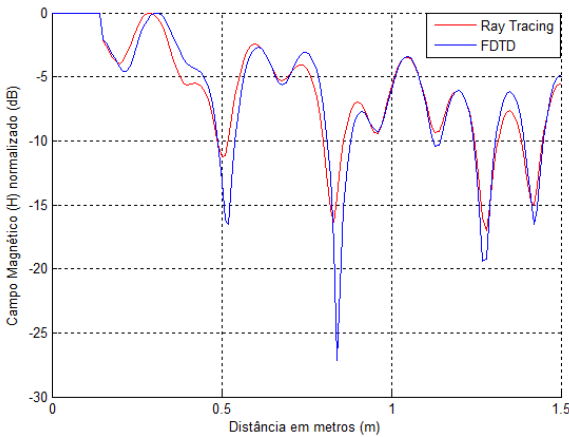


Figura 6.6 – Comparação dos campos normalizados (dB) em função da distância utilizando o FDTD e Traçado de Raios.

A distribuição do campo normalizado é ilustrada com o distanciamento da antena transmissora para o mesmo caso evidenciado da Figura 6.1. Percebe-se que o gráfico resultante simulado com o FDTD (Figura 6.5) possui o mesmo comportamento do obtido com o Traçado de Raios (Figura 6.3), o que se dá por validar ambos as metodologias. Como na técnica proposta de Traçado de Raios considerou-se apenas duas reflexões ($N_R = 2$), obteve-se menor precisão comparada com o FDTD (Figura 6.6), o qual realiza um tratamento em estado permanente, incluindo todos os efeitos e múltiplas reflexões. Desta forma, pode-se concluir que, à medida que se aumenta o número de reflexões referentes ao RT, mais precisa a técnica se torna. Reitera-se que, neste trabalho, não foram levados em conta os efeitos difrativos ocasionados por obstáculos presentes nos cenários, pela complexidade e necessidade de validar primeiramente a metodologia híbrida.

6.3 Validação do Método Híbrido

Como descrito no escopo deste trabalho, a técnica híbrida proposta combina o método de traçado de raios (RT) e o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para o cálculo eletromagnético em ambientes interiores. O método de rastreamento de raios é usado primeiramente para avaliar os campos incidentes em uma ampla área e posteriormente o método FDTD é aplicado para o cálculo em regiões limitadas específicas onde a análise pelo RT não é adequada devido à complexidade geométrica e diferentes configurações eletromagnéticas do meio.

Para validação do modelo híbrido indicado, o mesmo cenário mostrado na Figura 6.1 foi modelado, com as mesmas dimensões e características elétricas, para comparação com os métodos RT e FDTD. A implementação algorítmica neste caso difere das demais realizadas por considerar a predição apenas em uma específica região inserida na caixa virtual a ser analisada pelo FDTD (janela em vermelho) e a distribuição de campo é levantada ao longo da linha tracejada.

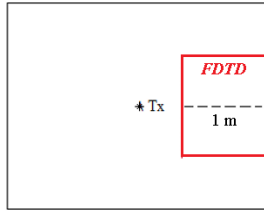


Figura 6.7 – Representação do cenário utilizado para validação da técnica híbrida.

No procedimento de cálculo, como indicado na Figura 6.7, a distribuição de campo é avaliada ao longo da linha tracejada inserida na caixa virtual do FDTD, representando o distanciamento da antena transmissora até a parede de concreto.

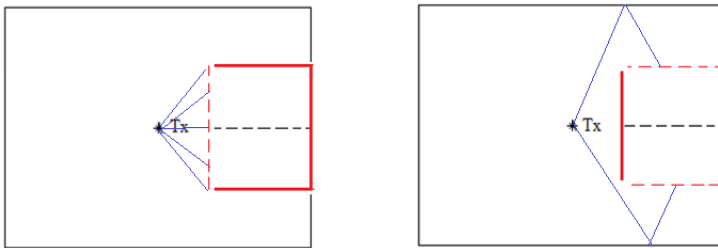


Figura 6.8 – Representação inicial da metodologia híbrida.

A partir dos dados de entrada informados, o método de Traçado de Raios é aplicado considerando até duas reflexões até os limites da caixa virtual FDTD, a qual é dividida em diversos pontos receptores, representado na Figura 6.8 pelas linhas tracejadas em vermelho. Os valores, bem como a posição de cada ponto especificado pelo caminho em questão são armazenados em um vetor, os quais servirão como fontes transmissoras para o FDTD no próximo passo. Vale ressaltar que os raios que atravessam a caixa virtual são descartados, ou seja, não são levados em conta no cálculo eletromagnético.

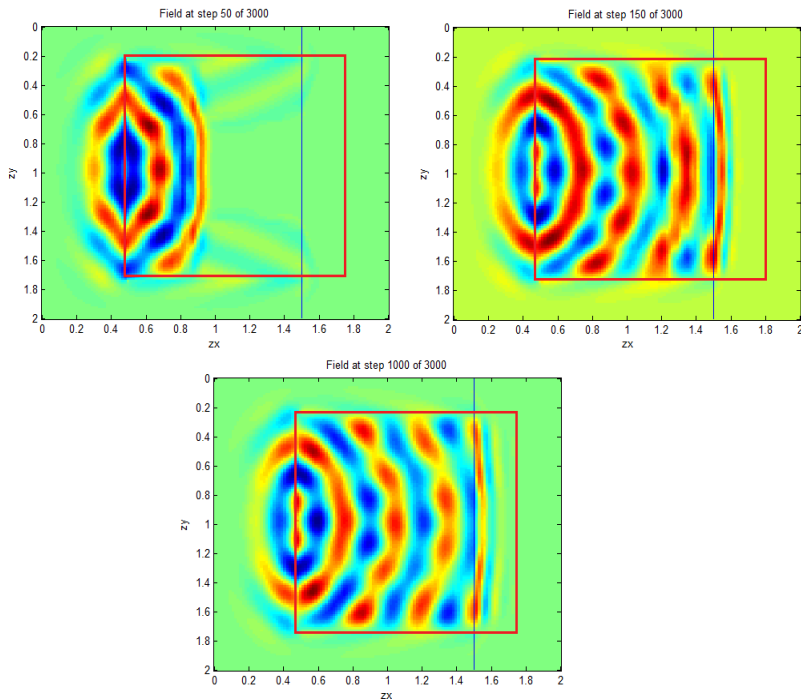


Figura 6.9 – Simulação utilizando o Método Híbrido no cenário em questão em três instantes de tempo diferentes.

Após a obtenção de cada valor de campo em diferentes posições armazenadas ao longo de cada trajetória que compõe a geometria da caixa virtual, a próxima etapa é aplicar o FDTD em toda a área delimitada de interesse (região compreendida pela caixa virtual representada em vermelho, vide Figura 6.9). Nota-se que quanto maior a divisão de pontos, mais precisa a técnica se torna e uma extensa carga computacional é exigida. No presente caso, cada linha tracejada (Figura 6.8) foi dividida em 67 pontos, em que cada ponto armazena um valor de campo e a posição onde se encontra. Posteriormente, esses valores servirão como fonte no método das diferenças finitas.

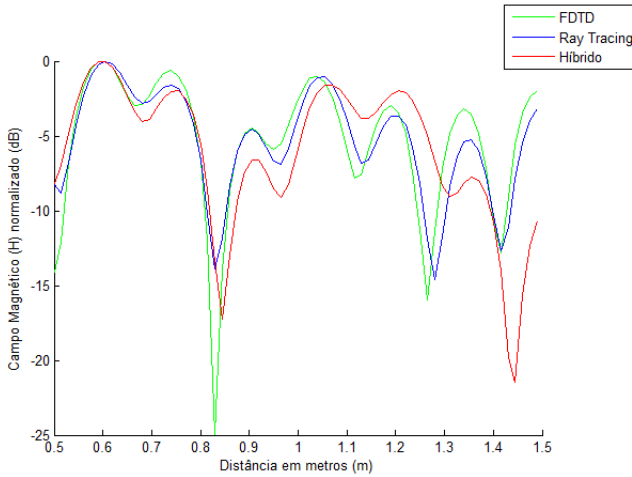


Figura 6.10 – Comparação dos campos normalizado ao longo do percurso observado na Figura 6.7.

Tabela 2: Comparação do tempo de processamento.

	Traçado de Raios	FDTD	Modelo Híbrido
Tempo de cálculo (s)	12,2855	423,6166	168,9766

Na Figura 6.10 e na Tabela 2, tem-se uma comparação entre os resultados e os tempos de cálculo dos diferentes métodos aplicados a um mesmo cenário, na frequência de 1 GHz. Observa-se que, embora o número de reflexões máximas consideradas seja de $N_R = 2$ pelo traçado de raios, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, acompanhando o gráfico obtido pelo FDTD, o qual oferece maior precisão.

6.4 Resultados em Ambientes Interiores Práticos

Em uma segunda abordagem, estabeleceu-se a análise em cenários com a presença de obstáculos. Foi notória a presença de um potencial problema relacionado com o método de traçado de raios, já

que ele não garante que cada trajetória entre o emissor e o receptor seja considerada, uma vez que é impossível o lançamento de infinitos raios. O problema se torna mais grave a medida que a distância percorrida por um raio de uma fonte aumenta devido ao efeito de propagação da frente de onda do tubo de raios ou quando o tamanho de um objeto é extremamente pequeno, o que ocasiona erros de avaliação.

O exemplo mostrado na Figura 6.11 é usado para ilustrar este problema, evidenciado primeiramente por Wang, Safavi-Naeiimi e Claudhuri (2000). O problema que analisaram serviu como base de análise para a implementação de caso neste trabalho, com algumas modificações dimensionais de estrutura. Como mostra a Figura 6.11, a geometria aqui analisada corresponde a uma sala de 5 m \times 4 m com estrutura em forma de L no canto inferior esquerdo. Uma fonte transmissora Tx, operando em 1,29 GHz, é posicionada em um ponto aleatório do ambiente. No lançamento inicial de raios, observou-se a dificuldade do método em se adequar às características da estrutura e prever o comportamento do campo total, principalmente próximos à estrutura, o que gera erros consideráveis. Tal problema pode ser aliviado utilizando o método híbrido, em que a área próxima ao objeto é incluída na janela computacional incorporada à simulação FDTD (retângulo ABCD), o qual modela com boa exatidão a propagação da onda.

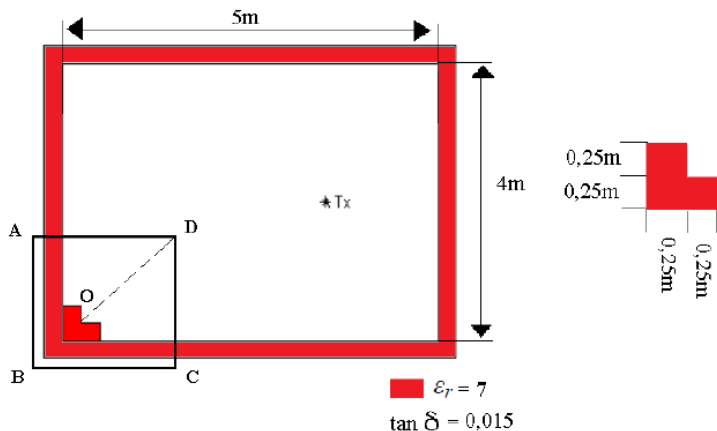


Figura 6.11 – Representação do cenário com uma estrutura em L no canto inferior esquerdo.

O procedimento é o mesmo exemplificado na seção 6.3. No algoritmo, os raios são lançados pelo transmissor Tx a partir do método de *ray tracing* até os limites da caixa virtual (Figura 6.12). Cada ponto armazenado ao longo da delimitação do FDTD contém um valor de campo e de posição que servirá como uma nova fonte na simulação por diferenças finitas (Figura 6.13).

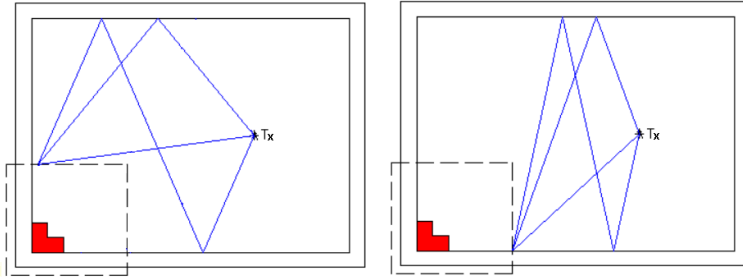


Figura 6.12 – Lançamentos de raios pelo RT a um ponto qualquer da caixa virtual FDTD.

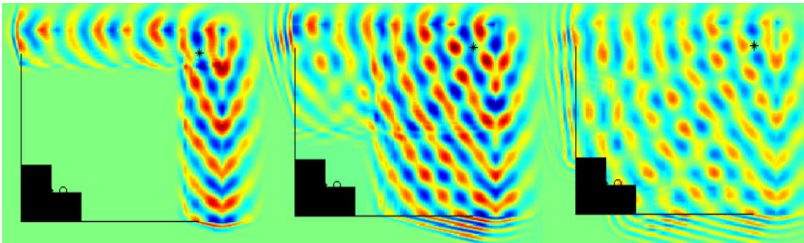


Figura 6.13 – Simulação FDTD, após a obtenção dos campos realizados anteriormente pelo RT, em três instantes de tempo diferentes.

Como ilustrado na Figura 6.14, com base nos resultados alcançados na simulação aplicando o método híbrido e FDTD, percebeu-se que há certa disparidade de campo próximo à estrutura, devido à dificuldade de predição nos entornos do objeto. À medida em que os pontos de recepção se distanciam de O, nota-se uma maior similaridade entre os gráficos obtidos.

Tabela 3: Comparação do tempo de processamento.

	FDTD	Modelo Híbrido
Tempo de cálculo (s)	22896,7852	1142,5831

Vale ressaltar que o FDTD puro aplicado em todo o cenário não demonstrou-se eficiente, visto que as dimensões do ambiente de cálculo (5 m x 4 m) são suficientemente elevadas comparadas com o comprimento de onda ($\lambda = 0,2326$ m), tornando a malha bastante densa (tamanho da malha ≈ 148630 células) em relação ao passo espacial ($\lambda/20$), para um número de iterações $N = 2000$, o que acarreta dificuldade de processamento de simulação e extensa carga computacional. Por esta questão, é possível avaliar que o tempo de cálculo não tenha sido suficiente para o resultado convergir (Tabela 3). Consequentemente, o modelo híbrido demonstra maior eficiência por aplicar o FDTD apenas em uma pequena parcela na região de interesse.

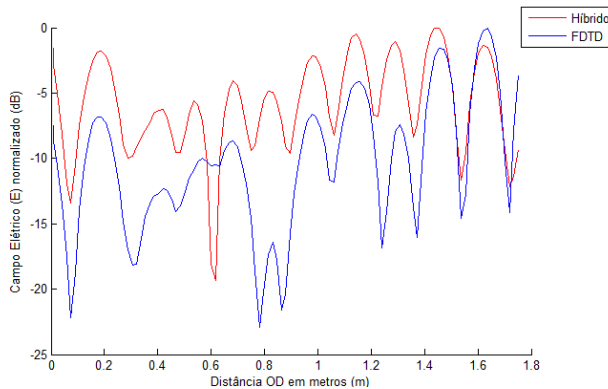


Figura 6.14 – Comparativo da distribuição do campo elétrico ao longo de *OD* (Figura 6.11).

O próximo exemplo prático implementado é uma estrutura de dois quartos (Wang, Safavi-Naeini, & Chaudhuri, 2000) com o transmissor, operando em 2.4 GHz, localizado no cômodo esquerdo, como mostrado na Figura 6.15. É assumido que o material de construção

da parede possui constante dielétrica $\epsilon_r = 8$ e $\tan \delta = 0,015$. Uma parede e uma porta metálica separam os dois quartos. A estrutura do quarto da esquerda é simples e, conseqüentemente, pode ser modelada através do lançamento de raios, inicialmente a partir do transmissor, para número máximo de reflexões igual a $N_R = 2$. O quarto do lado direito tem duas janelas e uma abertura nas quais estão imersas na caixa virtual $ABCD$ referente ao método FDTD. Resultados do modelo híbrido são comparados com os resultados obtidos aplicando o FDTD puro, sem “hibridização”.

Na simulação FDTD aplicada tanto na forma pura (tamanho da malha ≈ 21000 células), em todo o cenário, quanto apenas na caixa virtual $ABCD$ da modelagem híbrida, a discretização espacial corresponde a 20 células por λ . A distribuição de campo é então analisada ao longo do trecho OO' , de $5,5\lambda$ de comprimento, com uma PML incorporada nos limites do cenário.

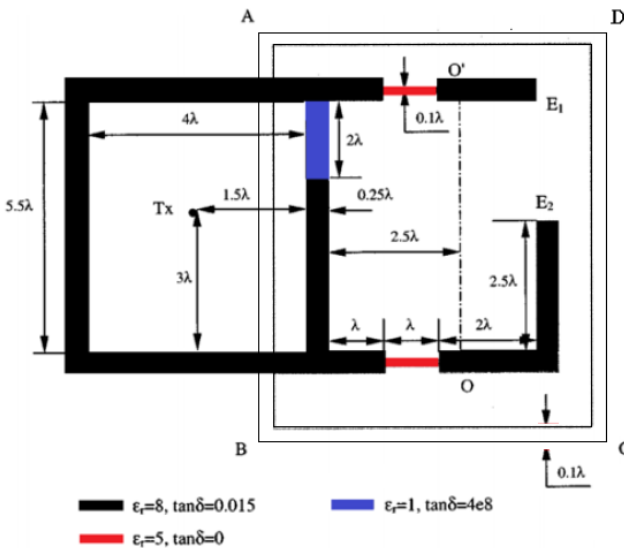


Figura 6.15 – Planta da estrutura implementada para simulação.

Tabela 4: Comparação do tempo de processamento.

	FDTD	Modelo Híbrido (3,4 λ)	Modelo Híbrido (3,5 λ)
Tempo de cálculo (s)	109,6004	126,5826	132,8563

Como as dimensões da estrutura são dadas em relação ao comprimento de onda, a densidade de malha FDTD, não implica em uma extensa carga computacional. Desta forma, o processamento de cálculo é realizado com bastante rapidez e eficiência (Tabela 4) para um dado número de iterações ($N = 2000$).

Sempre que um tubo de raio intercepta a caixa virtual, são armazenadas a posição de interseção e a direção do raio bem como o campo elétrico. O arquivo de dados gerado é aplicado subsequentemente no método FDTD como fonte de excitação, de modo a analisar a interação da onda com a estrutura incluída na caixa. Podem ser definidas caixas virtuais múltiplas de forma que a excitação da fonte em cada região inclusa pode ser alcançada após uma execução do método de traçado de raios. Porém, cada região precisa ser tratada separadamente depois por FDTD. É considerado que os pontos receptores de interesse estão nas regiões inclusas.

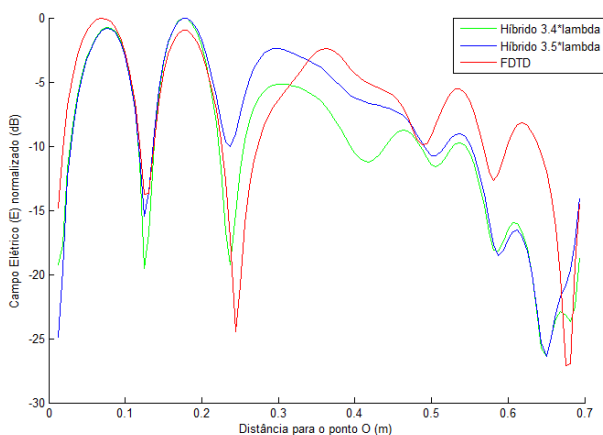


Figura 6.16 - Resultados obtidos através de simulação da distribuição de campos entre os métodos híbridos e FDTD, considerando dimensões diferentes da “virtual box”.

Nesta análise, realizou-se o comparativo entre os métodos numéricos aplicados ao cenário da Figura 6.15. Esta aplicação tem como finalidade variar a área relativa à caixa virtual $ABCD$ referente ao método híbrido, com o intuito de verificar eventuais variações de campo.

Portanto, estimou-se uma diferença de $0,1\lambda$ de largura do retângulo $ABCD$, referente à área abrangida pelo FDTD, partindo do limite da parede do cômodo esquerdo, em linha reta, até o contorno delimitado pela região de interesse. Deste modo, a partir dos resultados simulados e obtidos na Figura 6.16, percebe-se uma pequena variação da distribuição de campo na medida em que se varia a largura da caixa virtual. Como mencionado no Capítulo 4, não há ainda indicações precisas na literatura referente à exigência ótima do problema interno relevante à área abrangida pela técnica das diferenças finitas.

7 Conclusão e Sugestões para trabalhos futuros

Uma nova modelagem numérica para avaliação de campos eletromagnéticos em ambientes *indoor* 2D na faixa de frequências de rádio foi apresentada neste documento. A técnica híbrida combina a força dos métodos de traçado de raios e FDTD. O traçado de raios considerado usa o método das imagens para a predição dos pontos de reflexão e a GO para o cálculo de campos. O FDTD em questão, aplicado de modo clássico, foi realizado para a análise da propagação da onda. Os modelos numéricos desenvolvidos (Traçado de Raios, FDTD e RT/FDTD) foram implementados em ambiente MATLAB.

A “hibridização” desses dois métodos pode ser adaptada para diferentes cenários de acordo com a precisão desejada, que de modo geral, supre a deficiência de cada um destes. O módulo FDTD pode ser facilmente integrado ao procedimento de rastreamento de raios e desconectado para cenários simples. Teoricamente, esse método pode ser aplicado a todas as faixas de frequência inseridas na comunicação sem fio. No entanto, à medida que a frequência aumenta, a modelagem torna-se mais exigente em termos de recursos computacionais, pois a malha se torna mais densa na mesma, já que as células devem ser menores.

A principal proposta da forma híbrida é fornecer uma ferramenta para estudar o efeito de estruturas complexas e de difícil avaliação em nível de projeto, inseridas em cenários onde nenhuma solução assintótica é viável. Os resultados apresentados demonstraram a precisão e robustez desta técnica em alguns ambientes utilizados como referência. seja com pequenas modificações ou não. Porém, por ser um modelo recente ainda em desenvolvimento e, em estudo no mundo científico, mais pesquisas deverão ser feitas para avaliar as deficiências e vantagens referentes à precisão.

No Capítulo 2 foram descritos alguns conceitos referentes a radiopropagação como forma de exemplificar com clareza as aplicações e a importância de utilizar modelos numéricos como forma de predição eletromagnética. Além disso, apresentaram-se as definições teóricas que foram importantes no decorrer do trabalho.

Nos Capítulos 3 a 5, foram tratados os referenciais teóricos das metodologias numéricas utilizadas neste trabalho (Traçado de raios, FDTD e RT/FDTD), bem como seus desenvolvimentos numéricos. Os resultados e aplicações do modelo final implementado das três metodologias foram apresentados no Capítulo 6, em que os algoritmos são aplicados em três diferentes ambientes *indoor*. Os modelos foram

validados a partir de comparações entre os resultados obtidos com as diferentes técnicas. O primeiro cenário representou uma sala vazia composta de quatro paredes e um transmissor no centro, operando em 1GHz. Os resultados de simulação de campo elétrico normalizado obtidos com o método híbrido foram comparados com aqueles obtidos pelo Traçado de Raios e FDTD, também implementados na mesma aplicação.

A segunda estrutura analisada incluiu um obstáculo. Neste caso, o rastreamento de raios puro não é aplicável, já que neste trabalho não se incluiu o efeito da difração e reflexão em geometrias complexas. Os resultados da metodologia híbrida foram comparados com o FDTD puro aplicado em todo o ambiente. Vale ressaltar que o modelo de diferença finitas, neste caso, não traz precisões consistentes nas regiões próximas à geometria, já que o ambiente apresenta, relativamente, grandes dimensões em comparação com o tamanho de cada célula proporcional a frequência de operação (1,29 GHz), o que torna a malha bastante densa e de difícil processamento.

O último cenário abordou um ambiente prático *indoor* de um pequeno escritório com uma porta metálica, janelas, e concreto incorporado à parede e um transmissor operando em 2,4 GHz em um dado ponto no ambiente. Bons resultados no que diz respeito à “hibridização” das técnicas foram obtidos, comparados com o FDTD puro, validando ainda mais o modelo.

Vale ressaltar que, na literatura referente a técnicas híbridas, mais especificamente, sobre a abordagem do modelo de traçado de raios empregado, todas as propostas até aqui pesquisadas e utilizadas como referências usam apenas o método da força bruta para a estimação da trajetória dos raios. Consequentemente, como neste trabalho apenas o método das imagens foi aplicado e implementado a partir de ideias básicas de trabalhos anteriores, limitações do modelo podem ser tratadas como fontes de estudos futuros, citados a seguir.

Desta forma, para dar continuidade ao estudo realizado no que diz respeito a melhorias referentes aos aspectos do modelo computacional e predição da cobertura, podem-se citar algumas propostas. A primeira diz respeito a melhorias de precisão do Traçado de Raios levando em conta o efeito da difração a partir da UTD, o que poderá facilitar a predição em cenários com a presença de um ou mais obstáculos.

Uma segunda proposta seria realizar um estudo aprofundado da influência da variação na área da região de cálculo do FDTD no modelo

híbrido, encontrando um eventual ponto ótimo de aplicação de cálculo, aumentando ainda mais a precisão e a confiabilidade do método.

Outra sugestão seria uma melhoria no tempo de processamento e alocação de memória relevante ao Traçado de Raios. De fato, aplicando o teste de visibilidade, seria possível verificar se uma face de um obstáculo não é obstruída por outro. Isso melhora o desempenho, evitando cálculos de trajetórias de raios que não serão levados em conta no cálculo final, diminuindo assim o tamanho da árvore de imagens.

A inclusão de uma representação 3D ou até mesmo “quase” 3D seria interessante para o tratamento mais realístico do ambiente, já que na representação bidimensional supõe-se que a antena transmissora se encontra posicionada à mesma altura dos pontos de recepção, conforme descrito anteriormente. Além disso, o efeito da refração deverá ser levado em conta no rastreamento de raios, pois pode ter influência significativa no cálculo.

REFERÊNCIAS

- Abhayawardhana, V., Wassell, I., Crosby, D., Sellars, M., & Brown, M. Comparison of Empirical Propagation Path Loss Models for Fixed Wireless Access Systems. *2005 IEEE 61st Vehicular Technology Conference, 2005*. Stockholm, Sweden.
- Agelet, F. A., Fontan, F. P., & Formella, A. Fast ray-tracing for microcellular and indoor environments. *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 2, 1484–1487, 1997.
- Belém, A. N. Caracterização bidimensional de canais de rádio através de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo. *Dissertação de Mestrado*, 2001. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Berenger, J.-P. A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *Journal of computational physics* 114, 185-200, 1993, 185-200.
- Borges, K. Caracterização banda larga do canal rádio utilizando a Teoria Uniforme da Difração, 2003. *Dissertação de Mestrado, PPGEE/UFMG*.
- Born, M., & Wolf, E. *Principles of Optics*. London: Pergamon Press, 1975.
- Cavalcante, L. E. Análise e Simulação de Antenas de Microfita Através do Método FDTD. *Dissertação de Mestrado*, 2005. João Pessoa, Paraíba, Brasil.
- Chaudhuri, S. K., & Wang, Y. An FDTD/Ray-Tracing Analysis Method for Wave Penetration Through Inhomogeneous Walls. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. 50, No. 11., 1598-1604, 2002.
- Chen, W., Kosmas, P., Leeser, M., & Rappaport, C. An FPGA Implementation of the Two Dimensional Finite Difference Time Domain (FDTD) Algorithm. *Department of Electrical and Computer Engineering*, pp. 213-222, 2004.

Costa, R. B. Estudo e Simulação de Técnicas de Localização de Terminais em Ambientes Microcelulares. *Dissertação de Mestrado*, 2003. *PUC-RJ*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Didascalou, D., Schäfer, T. M., & Frank Weinmann, A. Ray-Density Normalization for Ray-Optical Wave Propagation Modeling in Arbitrarily Shaped Tunnels. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, Vol. 48, No. 9, , 1316-1325, 2000.

Fassarella, L. Lei de Snell generalizada. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 29, n. 2, 215-224, 2007.

Godara, L. C. *HANDBOOK OF ANTENNAS IN WIRELESS COMMUNICATIONS*. New York: CRC Press, 2002.

Gomes, C. R. Modelo de Rádio Propagação em UHF para ambientes não homogêneos e climas distintos utilizando técnica de aprendizagem de máquina. *Tese de Doutorado - UFPA*. Belém, Pará, Brasil, 2015.

Grubisic, S. Predição de campos em ambientes interiores utilizando a técnica de traçado de raios. *Dissertação de Mestrado* . Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, 2005.

Ling, H.; Chou, R.; Lee, S. Shooting and bouncing rays: Calculating RCS of an arbitrary cavity. In: *1986 Antennas and propagation society international symposium*. IEEE, 1986. p. 293-296.

Hata, M. Empirical Formula for Propagation Loss in Land Mobile Radio Services. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol, No. 3, 1980

Huschka, Thomas. Ray tracing models for indoor environments and their computational complexity. In: *5th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Wireless Networks-Catching the Mobile Future*. IEEE, 1994. p. 486-490.

Inan, Umran S.; Marshall, Robert A. *Numerical electromagnetics: the FDTD method*. Cambridge University Press, 2011.

Kline, M. *Electromagnetic Theory and Geometrical Optics*. New York: New York University, 1962.

Kotol, Martin; Raida, Zbynek. Models of wave propagation along car roof. In: *2017 Conference on Microwave Techniques (COMITE)*. IEEE, 2017. p. 1-5.

Kuruganti, P. T.; Nutaro, J. 'A comparative study of wireless propagation simulation methodologies: Ray tracing, FDTD, and event based TLM. In: Proc. Huntsville Simulation Conference. 2006.

Lathi, P. B., & Ding, Z. *Sistemas de Comunicações Analógicas e Digitais Modernos*. 4 ed, LTC, 2012.

Lee, W. C. *Mobile Communications Engineering, 1st.ed.* New York: McGraw-Hill, 1982.

Lima, C. B. Análise de dispositivos eletromagnéticos para hipertermia usando o método FDTD. *Dissertação de Mestrado*. Florianópolis, Santa Catarina, 2006.

Luz, R. L. O método de diferenças finitas no domínio do tempo. *Trabalho de conclusão de curso*. Florianópolis, Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina, 2013.

Mahmoud, S. F., & J. R. Wait. Guided electromagnetic waves in a curved rectangular mine tunnel. *Radio Sci.*, vol. 9, no. 5, , 567–572, 1974.

McKown, J. W., & Lee Hamilton, R. J. Ray Tracing as a Design Tool for. *IEEE Network Magazine*, p. 27-30, 1991.

McNamara, D., Pistorius, C. W., & Malherbe, J. *Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*. Boston: Artech House, 1990.

Nagy, L. FDTD and Ray Optical Methods for Indoor Wave Propagation Modeling. *Mikrotalasna revija*, p.47-53, 2010.

Nakano, H. Finite-Difference Time-Domain Methods (FDTDMs). In H. Nakano, *Low-Profile Natural and Metamaterial Antennas: Analysis Methods and Applications* (pp. 49-57). John Wiley & Sons, 2016.

Neskovic, A. Modern Approaches in Modeling of Mobile Radio Systems Propagation Environment. *IEEE Communications Surveys, Third Quarter*, 2000.

Okumura, Yoshihisa. Field strength and its variability in VHF and UHF land-mobile radio service. *Rev. Electr. Commun. Lab.*, v. 16, p. 825-873, 1968.

Porebska, M., Kayser, T., & Wiesbeck, W. Verification of a Hybrid Ray-Tracing/FDTD Model for Indoor Ultra-Wideband Channels. *Proceedings of the 10th European Conference on Wireless Technology*, (pp. 169-172). Munich, 2007.

PUC-Rio. *Teoria Geométrica da Difração - Teoria Uniforme da Difração*. Retrieved from Maxwell: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/7584/7584_3.PDF

Rappaport, T. S. *Wireless Communications: principle and practice*. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

Rego, C. G., Schettino, D. N. & Moreira, F. J.S.; Efficient ray tracing for radio channel characterization of urban scenarios. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 43, n. 4, p. 1305-1308, 2007.

Reynaud, S. et al. Influence of an accurate environment description for the indoor propagation channel modelling. In: *The European Conference on Wireless Technology*, 2005. IEEE, 2005. p. 51-54.

Reynaud, S., Reineix, A., Vauzelle, R., & Guiffaut, C. On the validity domain of a hybrid FDTD/UTD. *Proceedings of the 9th European Conference on Wireless Technology*, (pp. 91-94). Manchester UK, 2006.

Rochol, Juergen. Comunicação de dados. *Porto Alegre: Instituto de Informática da UFRGS: Bookman*, 2012.

Rodrigues, M. E. Técnica de Traçado de Raios em Três Dimensões para Cálculo de Campos em Ambientes Interiores e Exteriores. *Dissertação de Mestrado*, PUC-RJ, 2000.

- Rossi, J., & Levy, A. J. A ray model for decimetric radiowave propagation in an urban area. *Radio Science, Volume 27, Number 6*, 1992. p. 971-979.
- Sacks, Zachary S. et al. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. *IEEE transactions on Antennas and Propagation*, v. 43, n. 12, p. 1460-1463, 1995.
- Sadiku, Matthew N. *Numerical techniques in electromagnetics*. CRC press, 1992.
- Sadiku, Matthew N. *Elements of electromagnetics*. Oxford university press, 2001.
- Saunders, Simon; Aragón-zavala, Alejandro. *Antennas and propagation for wireless communication systems*. John Wiley & Sons, 1999.
- Schettino, D. N. *Técnicas assintóticas para a predição da cobertura radioelétrica. Dissertação de Mestrado*. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil. Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.
- Schettino, Daniela N.; Moreira, Fernando J.S. Um Algoritmo Eficiente para o Traçado de Raios na Predição de Cobertura Radioelétrica em Ambientes Urbanos. *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Recife, PE, Brasil, p. 196-200, 2002.
- Schwan, H. P. *Interactions between Electromagnetic Fields and Cells*. New York: Plenum Press, 1985.
- Sefi, S. *Ray Tracing Tools for High Frequency Electromagnetics Simulations. Licentiate Thesis*. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2003.
- Seidel, Scott Y.; Rappaport, Theodore S. A ray tracing technique to predict path loss and delay spread inside buildings. In: *[Conference Record] GLOBECOM'92-Communications for Global Users: IEEE*. IEEE, 1992. p. 649-653.
- Silva, V. A. *Modelagem Computacional de Canais de Comunicação Móvel. Dissertação de Mestrado*. São Paulo, 2004.

Stutzman, W. L., & Thiele, G. A. *Antenna Theory and Design*. 2nd Edition, Wiley, 1998.

Sullivan, D. An Unsplit Step 3-D PML for Use with the FDTD Method. *IEEE Microwave and guided wave letters*, Vol. 7, No. 7, 184-186.,1997.

Sullivan, D. M. A Simplified PML for Use with the FDTD Method. *IEEE Microwave and guided wave letters*, Vol. 6, No. 2, 97-99,1996.

Sullivan, Dennis M. *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. John Wiley & Sons, 2013.

Taflov, A., & Hagness, S. C. *Computation Electrodynamics: the Finite Difference Time-Domain Method*. Artech House, 2nd ed, 2000.

Taflove, A., & Brodwin., M. E. Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1975, Vol. MTT-23, No. 8, p. 623-630.

Taflove, A., & Hagness, A. *Computational electrodynamics: the finite difference time-domain method*. Artech House, 2005.

Taflove, A., & Umashankar, K. R. The Finite-Difference Time-domain Method for Numerical Modeling of Electromagnetic Scattering. *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 25, No.4. 1989, p. 3086-3091.

Tan, S. Y., & Tan, H. S. Microcellular communications propagation model based on the uniform theory of diffraction and multiple image theory. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44., 1317-1326, 1997.

Telecomunicações, A. N. Regulamento sobre limitação da Exposição a Campos Elétricos, Magnéticos e Eletromagnéticos na Faixa de Radio Frequência entre 9 Khz e 300 GHz. *anexo à Resolução n 303*, 2002.

Vieira, L. F. Análise do Efeito da Propagação em Canais com Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (MIMO) com Base no Traçado de Raios. *Dissertação de Mestrado PUC- Rio*. Rio de Janeiro, 2005.

Wang, G.-y., Liu, Y.-j., & Li, S. Simulation and Analysis of Indoor Millimeter-wave Propagation Based on the Ray Tracing Method. *IEEE*, 350-352, 2016.

Wang, Ying; Safavi-naeini, Safieddin; Chaudhuri, Sujeet K. A hybrid technique based on combining ray tracing and FDTD methods for site-specific modeling of indoor radio wave propagation. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, v. 48, n. 5, p. 743-754, 2000.

Yee, K. S. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, 302-307, 1966.

Anexo A – Teoria das Imagens

Neste anexo, serão detalhados os procedimentos e formulações adotados neste trabalho para determinar os pontos de reflexão baseado na Teoria das Imagens aplicados no método de Traçado de Raios, bem como as condições exigidas para localização de eventuais obstruções no lançamento de um raio.

A.1 - Determinação das Imagens

A determinação das imagens, tratada na seção 3.3.2, é feita a partir da formulação a seguir, utilizando como base a Figura A.1.

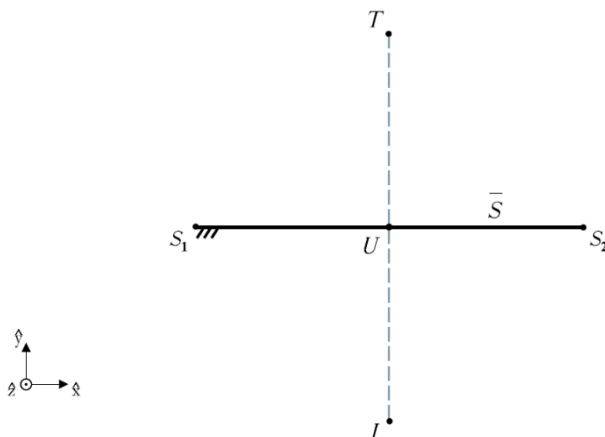


Figura A.1 – Teste para geração de imagem.

Na Fig. A.1, o segmento \bar{S} , expressa a face de uma superfície refletora, definida pelos seus pontos extremos S_1 (representado pelas coordenadas S_{x1} e S_{y1}), e S_2 (S_{x2} , S_{y2}). O ponto T idealiza uma fonte transmissora e I sua imagem em relação ao obstáculo \bar{S} ; o ponto U é o ponto de intersecção entre S e o segmento que liga T e I .

Desta maneira, para localizar as coordenadas de I (com coordenadas I_x e I_y), primeiramente é necessário identificar as coordenadas de U (com coordenadas U_x e U_y) através da seguinte formulação:

$$U_x = S_{x1} + \alpha(S_{x2} - S_{x1})$$

$$U_y = S_{y1} + \alpha(S_{y2} - S_{y1}),$$

onde α é um valor entre 0 e 1, obtido pela expressão:

$$\alpha = \frac{(T_x - S_{x1})(S_{x2} - S_{x1}) + (T_y - S_{y1})(S_{y2} - S_{y1})}{(S_{x2} - S_{x1})^2 + (S_{y2} - S_{y1})^2}$$

O próximo passo após a determinação das coordenadas de U é obter as coordenadas da imagem I , levando em conta que a distância de I e T é igual a duas vezes a distancia de U a T :

$$I_x = 2U_x - T_x$$

$$I_y = 2U_y - T_y$$

Como mencionado, o método das imagens utiliza imagens ópticas virtuais de uma dada fonte. Porém, antes de armazenar as coordenadas de uma imagem, é necessário analisar se a fonte está sendo refletida corretamente em relação a uma superfície refletora, ou seja, é indispensável verificar se a imagem gerada é válida.

A.2 – Teste de Interseção

O teste de intersecção é aplicado no processo de determinação de possíveis obstruções do raio, conferindo se a intersecção entre a trajetória e as faces dos obstáculos gera uma imagem válida (caso contrário, o raio está obstruído e deverá ser eliminado) como também é aplicado para se determinar os pontos de reflexão, examinando a intersecção entre o segmento que liga uma imagem a um observador e o segmento do obstáculo que gerou esta imagem.

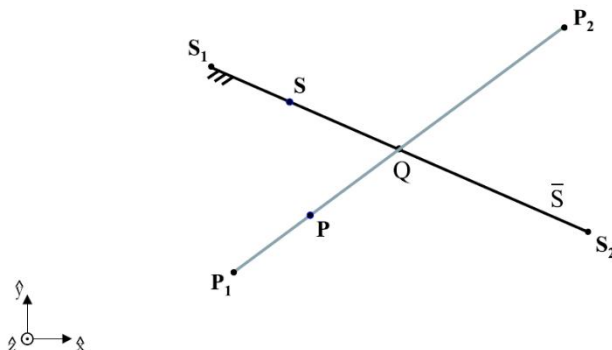


Figura A.2 – Teste de Intersecção entre dois segmentos.

A implementação numérica deste teste é aplicado com base na Fig. A.2. O segmento \bar{S} simula a face do obstáculo e é determinado pelos pontos S_1 e S_2 , com o segmento $\overline{P_1P_2}$ representando a trajetória óptica. Caso haja uma intersecção entre esses segmentos, tal ponto é designado por Q . Seja P o ponto sobre a trajetória P_1P_2 , parametrizada da seguinte maneira:

$$P_x = \frac{1}{2} [(P_{x1} + P_{x2}) + \beta(P_{x2} - P_{x1})]$$

$$P_y = \frac{1}{2} [(P_{y1} + P_{y2}) + \beta(P_{y2} - P_{y1})]$$

Tal que $P = P_1$ quando $\beta = -1$ e $P = P_2$ para $\beta = 1$. Consequentemente, para que haja intersecção, obrigatoriamente $|\beta| \leq 1$. Da mesma forma, o ponto S (sobre o segmento \bar{S}) é localizado da seguinte maneira:

$$S_x = \frac{1}{2} [(S_{x1} + S_{x2}) + \alpha(S_{x2} - S_{x1})]$$

$$S_y = \frac{1}{2} [(S_{y1} + S_{y2}) + \alpha(S_{y2} - S_{y1})],$$

em que α parametriza S da mesma forma que β parametriza P , havendo intersecção apenas se $|\alpha| \leq 1$. Portanto, deve-se determinar α e β , expressados por:

$$\beta = \frac{-\gamma(P_{x1} + P_{x2}) + (P_{y1} + P_{y2}) - 2[S_{y1} - (\gamma S_{x1})]}{\gamma(P_{x2} - P_{x1}) - (P_{y2} - P_{y1})}$$

$$\alpha = \frac{-\psi(S_{x1} + S_{x2}) + (S_{y1} + S_{y2}) - 2[P_{y1} - (\psi P_{x1})]}{\psi(S_{x2} - S_{x1}) - (S_{y2} - S_{y1})}$$

onde:

$$\gamma = \frac{(S_{y2} - S_{y1})}{(S_{x2} - S_{x1})}$$

$$\psi = \frac{(P_{y2} - P_{y1})}{(P_{x2} - P_{x1})}$$

Assim, a intersecção ocorre apenas quando as duas condições são atendidas simultaneamente, $|\beta| \leq 1$ e $|\alpha| \leq 1$. O ponto exato de reflexão é obtido seguindo o mesmo procedimento utilizado no teste de obstrução, excluindo-se, entretanto, os extremos dos segmentos de reta. Portanto, a condição necessária é $|\beta| < 1$ e $|\alpha| < 1$.