UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA -UFSC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Ivone Catarina Freitas Buratto

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DA GEOMETRIA: UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Florianópolis
2006

IVONE CATARINA FREITAS BURATTO

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DA GEOMETRIA: UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Orientadora: Profª. Drª. Cláudia Regina Flores.

Florianópolis
2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

"REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DA GEOMETRIA: UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES"

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 20/04/2006

Dra. Cláudia Regina Flores (Orientadora)
Dr. Dario Fiorentini (Examinador)
Dr. Méricles Thadeu Moretti (Examinador)
Dr. José de Pinho Alves Filho (Suplente)

Dr. José André Peres Angotti
Coordenador do PPGECT

Ivone Catarina Freitas Buratto
Florianópolis, Santa Catarina, abril de 2006

Dedico este trabalho a todos os professores que, em seu árduo trabalho, se esforçam para aperfeiçoar os caminhos do ensino-aprendizagem da matemática, buscando os ideais da dignidade e liberdade humana.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida e pela fé para vencer os obstáculos.

À minha orientadora, professora e amiga, Professora Doutora Cláudia Regina Flores, por tudo o que tenho aprendido na convivência, nas discussões, orientações e trabalhos desenvolvidos, pela paciência, compreensão e direcionamentos. A você, meu carinho, admiração e agradecimentos.

Ao Professor Doutor Méricles Thadeu Moretti e ao Professor Doutor José de Pinho Alves Filho, pelas sugestões, comentários e críticas que muito contribuíram para a realização dessa dissertação.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da UFSC, pelos ensinamentos.

Ao Professor Doutor Dario Fiorentini, pela aceitação ao convite para fazer parte da banca examinadora dessa dissertação.

À Reitoria da Universidade do Planalto Catarinense – UNIPLAC, pela compreensão, paciência e apoio durante o período de realização desse processo.

Aos amigos e companheiros de trabalho da UNIPLAC, em especial aos da Secretaria Acadêmica, pela força e apoio em todos os momentos.

Aos licenciandos do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UNIPLAC, que participaram da pesquisa, viabilizando parte do trabalho.

Aos funcionários que pertencem ao quadro administrativo do nosso programa, por me ajudarem nessa caminhada.

Aos amigos do Mestrado, pelo companheirismo e amizade.

Às amigas Darcy, Denise, Íris e Neusa, pelo incentivo, contribuições e pelas discussões acerca desta busca ora relatada.

À minha família, pelo apoio em todas as horas e pela compreensão nos momentos difíceis, especialmente a minha mãe Lola, minha primeira educadora.

Ao meu querido esposo Edgar, por sempre caminhar comigo de “mãos dadas” e aos meus filhos: Leonardo e Leandro, que com amor compreenderam minha “presença ausente”.

A todos os que contribuíram de maneira direta ou indireta para a realização dessa dissertação, meu muito obrigado.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa está relacionado à formação inicial de professores de matemática considerando o ensino de geometria. Apresentamos algumas pesquisas realizadas sobre o assunto que nos permitiram verificar a existência de problemas de ensino-aprendizagem, tanto de conhecimento sobre a geometria, bem como as especificidades em relação ao seu ensino, dando-nos suporte para elaborarmos a questão de nossa pesquisa. Assim, nossa proposta de alternativa metodológica para o ensino-aprendizagem da geometria apresenta sua abordagem fundamentada nos estudos de Raymond Duval sobre registros de representação semiótica e o processo das apreensões em geometria. A partir das análises de um instrumento aplicado junto aos licenciandos do 5º semestre do curso de Licenciatura Plena de Matemática, da Universidade do Planalto Catarinense – UNIPLAC, propusemos um conjunto de situações de aprendizagem visando o ensino e a aprendizagem de conceitos de geometria, tais como o cálculo de figuras geométricas planas, que podem ser tanto utilizadas na formação inicial de licenciandos em matemática, bem como ferramenta metodológica para o uso em suas práticas pedagógicas. Dessa forma, objetivamos auxiliar com a formação docente inicial, particularmente, no que diz respeito à prática pedagógica, abrangendo especificamente os licenciandos do curso de licenciatura em matemática, em torno dos conteúdos de geometria, com ênfase no cálculo de áreas de figuras geométricas planas. Acreditamos ser pertinente a reflexão do tema e o desenvolvimento de atividades que explorem a coordenação das linguagens associadas à exploração heurística das figuras.

Palavras-chave: Formação Inicial de Professores. Alternativa Metodológica. Cálculo de Áreas de Figuras Geométricas Planas. Registro de Representação Semiótica

ABSTRACT

This work of research is related to the initial formation of mathematics teachers considering the geometry teaching. We presented some researchs carried thought on the subject that had allouwed them to verify the existence of teach-learning problems, as much of knowledge on geometry, as wellas the specificities in relation the its teaching, giving to us suppor to elaborate the question of our research. Thus, our proposal of methodological alternative for the teach-learning of geometry presents its boarding based on the studies of Raymond Duval on registers of semioptics representation and the process of the aprehensions in geometry. From the analysis of an instrument applyed together to the licensed of the 5th semester of the course of Full Licenciateship of Mathematics, of the Catarinense Plateu University (Universidade do Planalto Catarinense) – UNIPLAC, we proposed a conjunt of learning situations, aiming at the teaching and learning of geometry concepts, such as the estimate of plain geometric figures, that can in such a way be used in the initial formation of mathematics licensed, as well as methodological tool, for the use in its pedagogical practices. On this form, we objectify to assist with the initial teaching formation, particularly, whom it says respect to the pedagogical practice, enclosing specifically the licensed of the course of licenciateship in maths, around the contents of geometry, with emphasis in the calculation of areas of plain geometrical figures. We believe to be pertinent the subject reflection and the development of activities that it explores the coordenation of the associate languages to heuristic exploration of the figures.

Word-key: Teachers Initial Formation. Methodological Alternative. Calculation of Areas of Plain Geometric Figures. Semiotic Representation Register.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A educação abrange vários campos do saber. Na escola, estes estão interligados e têm por objetivo a formação do homem em suas várias dimensões (cognitiva, afetiva e social). A matemática como um saber, ainda que parte dela esteja imersa no cotidiano, é uma disciplina que se apresenta com grandes entraves para a aprendizagem de muitos alunos e situa-se como uma área que necessita ser bem compreendida para que possa ser bem ensinada ou bem aplicada. Nessa perspectiva, visando contribuir para a prática pedagógica do professor de matemática, participamos do EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática[1].

Podemos destacar, entre outros problemas relacionados ao ensino-aprendizagem da matemática, aqueles gerados pelo mínimo ou pela ausência do aprendizado de conteúdos geométricos. Este contexto é observado, particularmente, junto aos licenciandos[2] participantes dessa pesquisa, que demonstram não terem usufruído ou não usufruíram de um ensino que lhes permita demonstrar suas decisões em problemas de geometria.

---

[1] Participação no evento com a apresentação do artigo: Formação de professores e representação semiótica: tramas para a construção da relação com o saber. EBRAPEM, UEL. Londrina – PR, 2004.

[2] Usaremos o termo licenciando para designar nosso público alvo, isto é, aquele que faz parte do corpo discente do Curso de Licenciatura em Matemática.

Nessa discussão sobre o problema do ensino de geometria incluímos a questão da formação inicial do professor. Alguns professores, em sua prática, não possuem os conhecimentos necessários em geometria para aplicá-los em sala de aula, conforme Lorenzato (1995, p. 03): “muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”. E, mais adiante, o mesmo autor declara que: “Presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la” (LORENZATO, 1995, p. 04). Esse despreparo dos docentes faz com que a escola ministre geralmente apenas conteúdos que apresentam um raciocínio mais algébrico. Essa alternativa tem sido muito freqüente, historicamente, com especial prejuízo para os temas da geometria.

Em face dessas situações, percebemos a existência de um grande desafio na busca de opções que venham a contribuir para a superação das dificuldades encontradas por professores e alunos no ensino-aprendizagem dessa disciplina e, para tal reflexão, participamos do CIEM – Congresso Internacional de Ensino de Matemática[3].

Esta pesquisa traz, então, uma reflexão sobre a formação inicial de professores de matemática e o ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas. Objetivamos, desta forma, apresentar uma proposta de alternativa metodológica que permita tanto a formação de conceitos geométricos, como a aquisição de metodologias para a prática pedagógica.

Inicialmente, realizamos um levantamento bibliográfico sobre o que se tem pesquisado na área de formação inicial de professores de matemática e selecionamos autores tais como: Gouvêa, 1998; Almouloud, 1997, 2003; Almouloud e Mello, 2000; Pavanello, 1993, 1994, 2003; Pavanello e Andrade, 2002; Fiorentini 2000, 2003; Fiorentini, Nacarato e Pinto, 1999, entre outros. O suporte teórico para a análise e comentário das atividades foi

[3] Participação no evento com apresentação do artigo: Alternativas metodológicas para o ensino da geometria: uma experiência para a formação de professores. CIEM, ULBRA. Canoas, 2005.

encontrado no processo das apreensões e no estudo sobre os registros de representação semiótica de R. Duval[4].

A organização desta pesquisa está estruturada em quatro capítulos:

Capítulo I: Expomos, através de um estudo preliminar, algumas reflexões sobre o ensino da matemática e a formação dos professores enfatizando a geometria. Partimos da análise de algumas pesquisas sobre ensino-aprendizagem de geometria, que são fundamentadas no referencial teórico dos registros de representações e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, para, em seguida, abordar a relevância do tema e do problema da pesquisa.

Capítulo II: Os estudos anteriores, além de confirmarem a problemática apontada sobre o ensino-aprendizagem de geometria e a formação de professores nesta área, evidenciaram a necessidade de focarmos uma reflexão sobre a concepção do professor como profissional reflexivo. Desse modo, apresenta-se uma discussão em torno da esperada formação de professores enquanto formação crítica e reflexiva.

Ainda neste capítulo, discutimos a fundamentação teórica relacionada ao tema e expomos os nossos procedimentos metodológicos.

Capítulo III: Apresentamos as análises realizadas através da aplicação do instrumento de atividades. Tal instrumento, apresenta-se objetivando colher dados para subsidiar a proposta de uma alternativa metodológica. As atividades são sistematizadas por meio do registro do perfil do licenciando participante, da análise preliminar das atividades e a análise das respostas efetivadas pelos licenciandos. Nosso público participante é constituído pelos licenciandos do 5º semestre do Curso de Licenciatura Plena de Matemática/UNIPLAC, no ano de 2005/1.

---

[4] Raymond Duval, francês, é filósofo e psicólogo de formação, autor de vários trabalhos envolvendo a psicologia cognitiva e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático.

Capítulo IV: Neste capítulo apresentamos uma proposta de alternativa teórico-metodológica fundamentada nos estudos sobre "registros de representação semiótica para a aprendizagem da matemática" de R. Duval, particularmente sobre a organização semiótica e cognitiva das representações figurais, pretendendo contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem de conteúdos de áreas de figuras geométricas planas. As atividades são apresentadas com comentários/análises focados em três etapas: o(s) objetivo(s) da atividade, os conhecimentos mobilizáveis e os comentários.

Finalmente apresentamos considerações que têm o caráter de conclusão do trabalho em questão. Assim, esperamos que nossa pesquisa contribua para a melhoria do ensino-aprendizagem favorecendo a apropriação dos conceitos e habilidades geométricas dos licenciandos, sabendo que o uso deste processo implica um estudo do funcionamento semiótico e cognitivo, para então se destacar os procedimentos metodológicos que geram aprendizagens em matemática, buscando superar os problemas de ensino com os quais nos deparamos.

Constam ainda, nos anexos, um questionário preliminar (anexo 01), aplicado em nosso primeiro contato, o instrumento de atividades (anexo 02), aplicado para investigar a necessidade da utilização de uma proposta de alternativa metodológica e a proposta de atividades (anexo 03).

CAPÍTULO I – A PESQUISA

Abordaremos neste capítulo reflexões sobre o ensino da matemática, com enfoque especial na geometria, sua importância em relação ao ensino-aprendizagem e a sua realidade na escola.

Também discutiremos a formação do docente em matemática, dando ênfase às suas ações pedagógicas e, observaremos ainda o apoio teórico-metodológico utilizado em algumas pesquisas que fundamentaram seus estudos, particularmente nos registros de representação semiótica. Apresentaremos enfim, nossa proposta de pesquisa.

1.1 Ensino de Matemática: O Caso da Geometria

Quem é professor ou pessoa acostumada a andar nos corredores das escolas, certamente já ouviu, principalmente os jovens, "praguejando" que odeiam a disciplina de matemática.

Lamentavelmente, a matemática tem sido e continua sendo a disciplina campeã de atos ou palavras repreensíveis. Em uma época não muito distante, os professores desta área do conhecimento faziam questão de dificultar a aprendizagem tornando-a uma "verdadeira charada, cujo sentido o estudante não chega a penetrar" (Souza, 1991, p. 6). Contam, alguns professores, e pode-se ler por exemplo no livro de Júlio César (Malba Tahan), que alguns deles chegavam a se vangloriar da dificuldade, ou o quanto eles haviam tornado difícil determinados temas de aula.

É comum escutarmos muitos adolescentes e adultos dizerem que não conseguem aprender matemática. Mas, ao serem questionados acerca de suas tentativas de aprendizagem, constata-se que não se submeteram aos vários procedimentos que essa aprendizagem requer. Poder-se-ia até afirmar que muitos sequer tentam aprender ou resolver uma situação matemática, posto que se colocam em estado emocional de negação e acabam sem estruturas lógicas disponíveis e instrumentos acadêmicos adequados para o desempenho com sucesso, da tarefa proposta. Não é raro ouvirmos depoimentos demonstrando a falta do desenvolvimento adequado das habilidades relacionadas à matemática, ou ao raciocínio lógico em seu dia-a-dia, o que não significa falta de competência para esse raciocínio.

Felizmente, os professores de matemática, pesquisadores incomodados com o desamor a sua disciplina, têm feito avanços importantes e significativos, tornando os conteúdos matemáticos mais próximos da compreensão dos alunos, disponibilizando, portanto a aprendizagem de forma mais apreciável. Outros, certamente, acabaram mudando suas práticas ancorados por novas ideologias educacionais, construindo uma nova relação com a matemática, com o seu ensino e a sua aprendizagem.

Nesse ponto, podemos considerar o ensino como uma aplicação de princípios que permitem ao aluno responder às necessidades e limitações da situação em que se encontra. Não há modelo ideal para ensinar matemática, depende de cada realidade concreta (aluno, professor, escola, etc.). A compreensão do conteúdo a ser ensinado, acontece pela utilização contínua e contextualizada dos conhecimentos, de modo que a situação de aprendizagem deve promover o manuseio de conhecimentos no contexto das práticas comuns do desenvolvimento intelectual.

Sabemos que a realidade se mostra diferente, em se tratando do ensino de geometria, especificamente. Segundo Facco (2003), alguns professores se restringem ao nome e à identificação de figuras geométricas, ao uso de fórmulas, notações... Raramente oferecem a possibilidade de transitar nos vários registros de que a geometria lança mão. Em particular, no ensino de cálculo de áreas de figuras geométricas planas, o que predomina é o uso de fórmulas, sendo as figuras pouco valorizadas na resolução desses problemas.

Ainda, Gouvêa (1998) aborda a influência do contrato didático[5] no processo de ensino da matemática, dando ênfase à geometria. Segundo a pesquisadora, além da questão da formação do professor, existem questões que estão condicionadas ao contrato didático, o qual estipula as expectativas de comportamento dos professores e alunos frente ao saber e a sua produção:

> Na perspectiva da prática de ensino, observa-se que muitos professores fundamentam suas decisões pedagógicas numa concepção de ensino segundo a qual o professor é o detentor único do conhecimento e o responsável pelas decisões sobre a inclusão ou exclusão de conteúdos e da avaliação. (GOUVÊA, 1998, p. 05)

Na sala de aula, no seu trabalho diário, o professor pensa que tudo o que ele “ensina”, o aluno “aprende”, e que tudo o que o aluno aprende foi ensinado por ele, revelando assim o tipo de contrato existente. Então, parte das dificuldades dos alunos é causada pelos efeitos do “contrato didático” mal elaborado ou incompreendido por um dos participantes.

O contrato didático depende da estratégia de ensino adotada e seus principais determinantes são as escolhas pedagógicas, o estilo de trabalho pedido aos alunos, os objetivos das atividades, a formação e as representações do professor, as condições de avaliação, entre outros. E a cada nova etapa ele deve ser renovado e renegociado. Em síntese, a aquisição do saber pelos alunos é a razão fundamental do contrato didático.

Sendo assim, para que a geometria permita ao aluno o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento que lhe possibilite compreender, descrever e representar de forma

---

[5] A pesquisa de Gouvêa (1998) apresenta como suporte teórico, entre outros, a noção de contrato didático dada por Brousseau (1986), que define como sendo:

> a relação que determina – explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada participante, professor e aluno tem a responsabilidade de gerir e do qual ele será, de um modo ou de outro, responsável diante do outro. (BROUSSEAU, 1986 apud GOUVÊA, 1998, p. 04)

organizada o mundo em que vive, é necessário criar condições nas quais ele passe da geometria pragmática (experimentação, manipulação e descoberta de propriedades) a uma geometria conceitual, envolvendo construções geométricas, conjeturas, provas e demonstrações.

Para tanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (1998), sugerem que se desenvolva uma aprendizagem contextualizada e interdisciplinar, dando enfoque na relação entre o que é vivido pelo aluno e o que é oferecido como objeto de estudo escolar. Assim,

> [...], é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 51)

Percebemos que as idéias básicas contidas nos PCN de Matemática (1998) refletem, muito mais do que simples alterações de conteúdos, retiradas ou inclusões, mas principalmente sugestões sobre como ensinar, como avaliar, como organizar as situações de ensino e de aprendizagem e, sobretudo, sobre novas formas de se relacionar com a matemática e seu ensino. Em nosso caso específico, temos que:

> O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.
>
> O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações.
>
> Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. (BRASIL, 1998, p. 51)

Então, quando consideramos a geometria como uma linguagem para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos, vemos a importância de abordá-la na escola. Sem estudar geometria os alunos acabam por não desenvolver bem o pensamento geométrico e o raciocínio visual e, sem essa habilidade, eles terão dificuldades para resolver situações de vida que forem geometrizadas. Também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento.

Por isso, o aluno provavelmente pode ser conduzido a:

- Perceber que o "resultado de medição", após o uso de instrumentos, fornece uma idéia de certas propriedades de uma figura;
- Usar ferramentas intelectuais, como propriedades, definições, fórmulas que lhe permitirão expressar-se com precisão e fazer demonstrações;
- Entender que, para abordar um problema envolvendo construção geométrica, não é sempre indispensável levar em consideração a perfeição de uma figura, pois o importante são as informações nela contidas
- Compreender que, em matemática, para se chegar a uma solução, é necessário apoiar-se em um certo número de propriedades ou definições geométricas.

Considerando tais possibilidades, "A geometria é um ramo importante da matemática, tanto como objeto de estudo, quanto como instrumento para outras áreas. Várias pesquisas apontam a geometria como um dos problemas de ensino e aprendizagem". (ALMOULOUD, 2003, p. 126)

No Brasil, o ensino da geometria foi consideravelmente reduzido ao longo de todo o ensino fundamental e médio (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; ALMOULOUD e MELLO, 2000). Isto decorreu devido a muitos motivos. De acordo com as pesquisas realizadas por Lorenzato (1995), são apontados alguns fatores principais para o descaso desse ensino:

- A falta de conhecimentos geométricos necessários para a perfeita efetivação das suas atividades profissionais, por parte dos professores, decorrente de uma formação deficiente;
- A elevada importância que se dá ao livro didático, que apresenta o ensino de geometria como uma coleção de definições e fórmulas sem nenhuma ligação com o cotidiano do aluno e totalmente desligado dos fatos e idéias históricas, havendo ainda, outros que apresentam apenas um número mínimo de aplicabilidade ao mundo físico. Além disso, a geometria é quase sempre apresentada na última parte do livro, aumentando a possibilidade de não vir a ser estudada por falta de tempo letivo;
- A ausência, nos currículos dos cursos de formação de professores para o Ensino Fundamental e Médio (Licenciaturas e Magistério), de uma ou mais disciplinas que visassem à transmissão de conhecimentos geométricos elementares sob um ponto de vista avançado e na perspectiva de quem os deverá trabalhar de forma didática.
- A ausência de propostas metodológicas de ensino adequadas para desenvolver no aluno, as habilidades e competências decorrentes do aprendizado da geometria;
- A apresentação da geometria de forma desligada da aritmética e da álgebra, como também, de outras áreas do conhecimento;
- A inversão de momentos, quando o ensino é feito partindo de situações particulares para situações gerais, onde o indicado seria o contrário.

Para Gouvêa (1998), uma das dificuldades de ensino-aprendizagem está relacionada ao professor que geralmente assume o papel de transmissor de um conhecimento pronto e acabado. O professor, considerando o conhecimento desta forma, ou sem uma formação que lhe proporcione uma outra visão e concepção de conhecimento, gera metodologias que não proporcionam uma formação geral do educando.

A fim de re-considerar a geometria no ensino, não pela via direta do espaço de sala de aula e da aprendizagem dos alunos, mas pela via do professor, é que este trabalho vem se ancorar. Isto se faz com o propósito maior de contribuir para a formação de um profissional crítico, participativo e competente para atuar em sala de aula, deixando de lado o cenário daquele professor executor de tarefas, procedimentos e técnicas que são estabelecidas ainda hoje. No caso, estamos nos referindo especificamente ao professor de matemática, aquele que possui a concepção de aprendizagem como um processo que envolve meramente a atenção, a memorização, a fixação de conteúdos e o treino procedimental no tratamento da linguagem matemática por meio de exercícios mecânicos e repetitivos.

Para tanto, ousamos entrar em “novos caminhos” para o ensino da geometria. Propomos a consideração dos registros de representação semiótica na formação inicial docente, tanto como forma metodológica, como condição para assegurar sua relação com o conhecimento matemático.

1.2 A Formação do Professor e o Ensino da Geometria

Tendo por referência as questões discutidas no item anterior, podemos afirmar que grande parte dos professores, ao trabalharem com a matemática, faz uso de técnicas operatórias que não são construídas pelo aluno, mas repassam-nas mecanicamente, do mesmo modo como aprenderam.

Pesquisas já existentes[6] constatam que professores do ensino fundamental e médio apresentam dificuldades em lidar com o ensino da geometria. Tais dificuldades refletem no

[6] Podemos citar entre outras: Gouvêa, 1998; Almouloud e Mello, 2000; Maioli, 2002; Facco, 2003.

baixo rendimento dos seus alunos. Isso implica a necessidade de professores mais bem preparados, o que, por sua vez, requer pesquisas em torno do processo ensino-aprendizagem da geometria.

Analisemos a citação a seguir:

> Nos últimos anos, a pesquisa sobre formação de professores tem crescido tanto quantitativa quanto qualitativamente. A preocupação de conhecer melhor o processo de aprender a ensinar levou a mudanças no paradigma da formação de professores. [...] Considerado como um profissional com capacidade para pensar, refletir e articular sua prática (deliberadamente ou não) a partir de seus valores, crenças e saberes (construídos ao longo de sua vida), ele passa a ser valorizado como um elemento nuclear no processo de formação e mudança. De objeto passivo de estudo e formação, ele começa a ser considerado como sujeito do estudo com participação ativa e colaborativa em muitos casos. (FERREIRA, 2003, p. 25)

Essas iniciativas trazem melhoria ao ensino. Analisando o processo, podemos pensar que é importante a promoção de aprendizagens na formação do professor para aprender a promover a aprendizagem do outro. Com isto, precisamos enfatizar que o ensinamento matemático deve contribuir para a formação intelectual do aluno, no caso desta pesquisa do licenciando, capacitando-o para o trabalho docente.

Algumas das pesquisas na área de formação de professores (por exemplo: FLORES, 1998; PERRENOUD, 1999; MACIEL, PAVANELLO e SHIMAZAKI, 2001; NÓVOA, 2002; JIMENEZ, 2002; FIORENTINI, 2003) pautam-se em alternativas de intervenção que contribuam para a reformulação teórico-metodológica das propostas vigentes. A complexidade da formação inicial de professores exige uma proposta multidimensional, que contemple suas necessidades de desenvolvimento pessoal e profissional, baseada no redimensionamento de saberes, competências, habilidades e atitudes. Particularmente para a matemática, as discussões de alguns pesquisadores[7] apontam que o curso de Licenciatura em Matemática deve ser concebido como um curso de formação inicial em Educação

---

[7] Pesquisas já citadas neste capítulo.

Matemática, numa configuração que permita romper com a dicotomia entre conhecimentos pedagógicos e conhecimentos específicos e com a dicotomia entre teoria e prática.

A formação do professor de matemática não pode ter como objetivo principal o acúmulo de informações. É fundamental que ele passe a ser um construtor de seu próprio conhecimento, numa perspectiva crítica, analítica e reflexiva, condição indispensável para a sua profissionalização. Assim, ao longo da formação, pensamos que seja necessário o desenvolvimento de estratégias que permitam:

1. O intercâmbio de saberes profissionais, mediante a implementação de formas de intercâmbio entre colegas;
2. A criação de instâncias que permitam a interação com outros professores (por exemplo: grupos de estudos e de investigação)
3. A avaliação e revisão das formas de compreender e de proceder, a partir de processos de autocrítica e de reflexão dos processos desenvolvidos durante o exercício da ação docente.

Desta forma, podemos entender que mesmo com a predominância de uma formação voltada para a racionalidade técnica, o professor tenta fazer uso de sua capacidade reflexiva, tomando a relação entre teoria e prática como fundamento básico para melhorar sua formação.

No caso da geometria, Gouvêa (1998) diz que um dos problemas que favorecem o fraco desempenho dos alunos em relação aos conceitos e habilidades geométricas é devido à prática e às escolhas didáticas dos professores quando ensinam esses conceitos. Além disso, sabemos que o conhecimento didático do conteúdo constrói-se a partir do conhecimento do conteúdo que o professor possui, assim como do conhecimento pedagógico geral, do conhecimento dos alunos e, ainda da própria biografia pessoal e profissional do professor.

Neste sentido, Pavanello e Andrade (2002) relatam em seus estudos que somente se pode ensinar aquilo que se conhece, pois:

> [...] a geometria é pouco ensinada em nossas escolas, principalmente porque os professores consideram sua própria formação em relação a esse conteúdo bastante precária.
> Apesar de muito dos professores entrevistados considerarem importante um trabalho com esse ramo da matemática nos níveis fundamental e médio, afirmam não terem condições de realizá-lo por terem aprendido muito pouco de geometria enquanto alunos, mesmo durante a licenciatura. Afirmam que nesta, abordagem desse conteúdo, quando realizada, tinha sido deficiente, as aulas tendo se voltado preferencialmente para temas mais complexos. Quanto aos conteúdos que deveriam posteriormente desenvolver em sala de aula, ou não eram abordados, ou essa abordagem era muito superficial. (PAVANELO; ANDRADE, 2002, p. 80)

Ainda, conforme essas autoras, alguns estudos como os realizados pelo INEP[8], e avaliações feitas pelo MEC/Saeb[9], que visam avaliar o conhecimento matemático de matriculados ou egressos em nossas escolas, indicam que estes não têm o domínio de alguns conceitos elementares, evidenciando algumas características do trabalho pedagógico realizado com a matemática nas escolas.

Pavanello e Andrade (2002) destacam algumas análises de dados estatísticos obtidos de pesquisas aplicadas com alunos do Ensino Fundamental e licenciandos, apresentando como um dos aspectos preocupantes nesses estudos a baixa pontuação obtida em questões que envolvem geometria, afirmando: “[...] o que demonstra não serem essas questões abordadas em sala de aula, ou, na melhor das hipóteses, serem trabalhadas de modo bastante precário” (PAVANELO; ANDRADE, 2002, p. 79).

Constata-se também, através da pesquisa realizada por Nasser (2000), que os graduandos em licenciatura em matemática apresentam dificuldades na compreensão e domínio do processo dedutivo, resultados estes, analisados através do Exame Nacional de Cursos/MEC.

---

[8] INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

[9] MEC: Ministério de Educação e Cultura.
Saeb: Sistema de Avaliação da Educação Básica.

Como conseqüência, retornamos a Pavanello e Andrade (2002, p.80) e destacamos então seu questionamento: “Se durante os cursos de formação os futuros professores apresentam essas dificuldades em relação à geometria, o que esperar de seu trabalho pedagógico com esse conteúdo?” É possível imaginar o que acontece em relação a prática da geometria, tornando-se necessário reavaliá-la com o objetivo de redefini-la traçando novas orientações aos cursos que as promovem.

As dificuldades concernentes a esta questão, pensamos, são decorrentes de um processo onde não há formação de cidadãos críticos e participativos, simplesmente formam-se “profissionais” executores de tarefas e procedimentos, quando o que conta são os métodos para descobrir e estabelecer resultados, a validação e o cognitivo que visam observar os processos pelos quais os indivíduos têm acesso aos conhecimentos.

A experiência de formação pretendida, que talvez trouxesse a solução para o problema, segundo Pavanello e Andrade (2002, p. 83): “[...] poderia consistir em um trabalho realizado sob a forma de oficinas, que poderiam ou ter a configuração de um componente curricular, ou ser realizada como uma atividade complementar obrigatória.”

Neste sentido, observamos a necessidade da utilização de uma alternativa metodológica, ligada à formação teórico-metodológica e à aprendizagem de conteúdos, para proporcionar ao licenciando em matemática o estabelecimento das relações necessárias para uma melhor apreensão do objeto matemático trabalhado. Com tais propósitos, ou seja, o da formação inicial do professor de matemática, considerando a geometria, é que este trabalho se pauta nas discussões e análises dos diferentes registros de representações semióticas para a apreensão do conhecimento matemático tendo como base os estudos de R. Duval.

1.3 Registros de Representação Semiótica e Formação de Professores

A concepção de matemática que os professores têm e revelam em suas aulas, como analisamos anteriormente, evidencia uma matemática definitiva, teórica e abstrata, que implica a manutenção de dificuldades vivenciadas pelos alunos na escola. Esta situação deve-se, em parte, ao despreparo do professor enquanto profissional. O aluno, em conseqüência, confiando na autoridade do professor como fonte única do saber, deixa de adquirir conhecimento, o qual poderia ser construído de forma interativa.

A geometria, considerando-a como o estudo das formas e do espaço, de suas medidas e de suas propriedades, ou seja, como corpo de conhecimento estático, abstrato e dogmático, pode auxiliar e manter o processo racionalista-técnico do ensino e da aprendizagem.

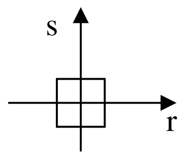
Mas, por outro lado, pode contribuir para uma formação diferenciada, implicando a desenvoltura do olhar, do pensar e do raciocinar. Neste caso, os alunos descobrem relações e desenvolvem o senso espacial construindo, desenhando, medindo, visualizando, comparando, transformando e classificando figuras. A discussão de idéias, o levantamento de conjeturas e a experimentação das hipóteses precedem as definições e o desenvolvimento de afirmações formais. A exploração informal da geometria pode ser motivadora e matematicamente produtiva. Seu ensino deve recair sobre a investigação, o uso de idéias geométricas e relações, ao invés de se ocupar com definições a serem memorizadas e fórmulas a serem decoradas.

É importante considerarmos que a matemática se constrói baseada em "representações", pois os objetos matemáticos não são manipuláveis, nem fisicamente observáveis e sim, são estruturas, relações, que podem expressar diferentes situações, decorrendo daí que podem eles ter diferentes formas para serem representados (Duval, 1995). Assim, da mesma forma, o ensino-aprendizagem deve levar em consideração esta particularidade da relação da matemática com as formas de representar.

Segundo Duval (1995), um registro de representação é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais de mostrar o funcionamento cognitivo e consciente que o sujeito apresenta da situação. Por intermédio do registro de representação, o sujeito relata de forma consciente o que está sendo observado a respeito do objeto. No caso da geometria, por exemplo, para representar retas concorrentes perpendiculares, podemos fazer assim:

$s \perp r$

(forma simbólica)



(forma figural)

r e **s** são retas concorrentes perpendiculares

(linguagem natural)

ou seja, podemos considerar a forma simbólica, o discurso na língua natural e a forma figural sendo estas as principais formas de representação, não esquecendo que a única mudança nestes três registros foi a forma de sua representação e não o conteúdo representado.

Considerando a questão das representações em matemática e, particularmente, em geometria, destacaremos algumas pesquisas.

Em se tratando das figuras geométricas, apontamos a pesquisa realizada por Flores Bolda (1997), que procura resgatar o papel heurístico[10] das figuras geométricas planas na resolução de problemas matemáticos, comprovando que a sua utilização exige um "aprender a ver e a ler" estas figuras: "Mas a verdade é que a grande maioria dos alunos têm dificuldades em utilizar figuras como um auxílio na resolução de problemas, principalmente no sentido de olhá-las com uma maior profundidade, ou seja um olhar matemático" (FLORES BOLDA, 1997, p. 22).

---

[10] É entendido neste contexto como conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e a resolução de problemas, que com os procedimentos didáticos do professor, tenta-se levar o aluno a descobrir por si mesmo a verdade.

Um outro aspecto de interesse na pesquisa citada acima, foi o trabalho realizado sobre as possíveis apreensões de uma figura geométrica, com destaque, para a operação de reconfiguração, ou seja, para um tratamento puramente figural na resolução de cálculos de áreas em exercícios para o ensino fundamental, podendo contribuir na melhoria da aprendizagem em matemática dos alunos.

Outra pesquisa que destacamos é a de Maioli (2002), pois propõe uma oficina para formação de professores egressos envolvendo quadriláteros. Seu objetivo foi contribuir para a formação de professores, tanto na aquisição de conteúdos, quanto no aprimoramento de conhecimentos que os auxiliassem na elaboração de estratégias adequadas para seu trabalho com geometria em sala de aula. Para tanto fundamentou o trabalho na teoria das situações de Brousseau e nos estudos de Duval sobre a utilização de diversos registros de representação semiótica.

Sua pesquisa expõe problemas de deficiência na formação dos professores, na área de geometria, tanto em nível de conteúdos, como em nível didático, estando claro em suas afirmações através das citações dos autores Lorenzato (1995 apud MAIOLI, 2003, p. 20): "[...] a geração que não estudou geometria não sabe como ensiná-la. [...] é preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que as mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar." E Azanha (1998 apud MAIOLI, 2003, p. 19): "[...] dentre os problemas de educação brasileira que precisam ser resolvidos nenhum sobreleva o da formação de professores."

Ainda consideramos a pesquisa realizada por Facco (2003), a qual objetivou a apresentação de uma proposta de ensino-aprendizagem para o conceito de área e uma reflexão sobre a aprendizagem deste conteúdo, por meio da elaboração, aplicação e discussão de uma seqüência de atividades trabalhadas com figuras planas, à luz dos estudos de Douady e

Douady e Perrin–Glorian, com o jogo de quadros e ferramenta objeto, e Duval com o processo de apreensões e as representações semióticas de figuras.

Vale ressaltar que muito se tem avançado em termos de pesquisas, sendo vários os estudos que levam em consideração fatores como o desenvolvimento histórico, a didática, a aprendizagem e seus respectivos contextos, a conceitualização e suas relações com os registros de representações semióticas, entre outros.

De fato, Pavanello e Andrade (2002, p. 82) refletem em seus estudos que:

> O redimensionamento da atividade docente necessita de professores que tenham desenvolvido novas competências não só para trabalhar com alunos em diferentes níveis de conhecimento matemático, mas para organizar situações de aprendizagem mais amplas, abertas e significativas.

Achar novos caminhos é um ponto de partida didaticamente interessante. A proposta que estamos projetando e desenvolvendo nesta pesquisa está fortemente vinculada à busca de uma alternativa metodológica viável e adaptável aos processos propostos pela educação matemática, no que se refere à formação inicial de professores, sobretudo, no que se espera e se aplica como formação reflexiva.

Após verificarmos nas pesquisas utilizadas seus objetivos e análises dos dados que obtiveram, decidimos eleger um tópico de geometria para embasarmos nossa pesquisa. Estaremos dando enfoque ao conteúdo de áreas de figuras geométricas planas.

Sendo assim, a problemática central que envolve esta pesquisa é o trabalho com a formação inicial de professores utilizando, particularmente, o registro figural enquanto representação semiótica, tendo em vista a possibilidade de atividades cognitivas ligadas às apreensões de uma figura. Desta forma, pretende-se contribuir para a melhoria do desempenho dos licenciandos em relação aos conceitos e habilidades geométricas, e lhes proporcionar conhecimentos didáticos inerentes a esses conteúdos.

Assim, o objetivo que permeia tal problemática é o de elaborar uma proposta de atividades didáticas pautadas nas questões dos registros de representação, como alternativa metodológica que proporcione tanto o conhecimento de conceitos geométricos por parte dos licenciandos como metodologia de ensino para sua prática pedagógica.

A implementação de qualquer iniciativa nesta área do ensino da matemática necessita de referenciais pedagógicos que alicercem todo o processo de estruturação. Para tanto também foram formulados outros objetivos específicos, como:

1. Construir atividades diversas, constituindo uma proposta metodológica, que envolva o papel dos registros de representações semióticas para a aprendizagem em geometria, para licenciandos do curso de matemática.
2. Realizar uma análise da proposta para a aprendizagem do conceito de áreas de figuras geométricas planas e para o apoio metodológico, com base nos registros de representações semióticos de R. Duval.

Fazer uso da geometria em suas mais amplas aplicações em sala de aula, certamente, conduzirá o licenciando a uma maior compreensão do conteúdo matemático que se deseja trabalhar. Partindo desse pressuposto, visou-se a formação inicial de professores, no que tange alternativas teórico-metodológicas para o ensino e a aprendizagem de conteúdos de áreas de figuras geométricas planas no Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries; o grupo envolvido foi composto pelos licenciandos do 5º semestre do curso de licenciatura de matemática da UNIPLAC. Após a realização dos estudos bibliográficos, nossa pesquisa seguiu as seguintes etapas:

- Aplicação de um questionário aos licenciandos do 5º semestre do Curso de Matemática – Licenciatura Plena da UNIPLAC, em 2005/1. O questionário apresentou duas finalidades: servir como tema para um primeiro contato e utilização como material de análise de como o licenciando se relaciona com os saberes matemáticos, sendo que no nosso caso, especificamente com conceitos de cálculo de áreas de figuras planas.

- Proposta de atividades envolvendo os registros de representações semiótica em geometria, dando ênfase ao conceito de área de figuras geométricas planas, a ser trabalhada com os referidos licenciandos.
- Avaliação do processo em si e sobre a importância de se conhecer métodos de ensino referentes ao ensino da geometria e, sobretudo, a diversidade de registros de representação semiótica, aos quais a função cognitiva do pensamento revela-se inseparável.

CAPÍTULO II – REFERENCIAL TEÓRICO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo abordamos alguns enfoques da formação de professores, dando ênfase à formação crítica, reflexiva e investigativa. Ainda, apresentamos e discutimos a utilização dos estudos dos registros de representação semiótica de R. Duval, em relação ao ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas.

Assim, numa primeira fase realizamos um levantamento bibliográfico de pesquisas que enfocam o tema ensino-aprendizagem de geometria, baseadas num referencial teórico que se apoiasse principalmente nos estudos dos registros de representação semiótica propostos por R. Duval. Sendo que, nesta busca deparamo-nos com estudos que tratam da importância do ensino de geometria na formação do professor, concepção do professor sobre o ensino da geometria e utilização de recursos didáticos, entre outros.

Por intermédio da revisão bibliográfica confirmamos a importância do ensino de geometria na formação do educador matemático. Definimos nosso problema relacionando a formação inicial de professores de matemática levando em consideração a utilização do registro figural enquanto representação semiótica, objetivando a possibilidade de atividades cognitivas ligadas às apreensões de uma figura. Então, pôde-se dar início ao nosso trabalho, definindo o público alvo: os licenciandos de um curso de matemática.

Numa segunda fase, delimitamos o local e o semestre (turma)[11] para a realização da pesquisa. Elaboramos um instrumento que denominamos de questionário preliminar[12] – dando

---

[11] Universidade do Planalto Catarinense – UNIPLAC/Lages, licenciandos do 5° semestre do Curso de Licenciatura em Matemática, período 2005/1. Outras informações neste capítulo no item 2.3 - **Procedimentos Metodológicos**.

[12] Dados referentes a esse instrumento encontram-se neste capítulo no item 2.3 **Procedimentos Metodológicos**. Instrumento – anexo 01.

origem ao nosso primeiro contato com os licenciandos. Em seguida, tendo como base as informações colhidas através das respostas contidas no questionário preliminar, construímos e aplicamos um instrumento de atividades[13] levando em conta nosso referencial teórico, adotando como meio sistematizador o registro do perfil do licenciando participante, da análise preliminar das atividades e a análise das respostas efetivadas pelos licenciandos.

Na fase seguinte, e última, elaboramos uma proposta de atividades didáticas[14] pautadas nas questões dos registros de representação considerando as apreensões em geometria como alternativa metodológica e apresentamos as análises das situações propostas. Esclarecemos que não existe uma ordem seqüencial entre as atividades de qualquer um dos instrumentos propostos, pois o objetivo é oferecer uma alternativa metodológica que proporcione tanto o conhecimento de conceitos geométricos, como metodologia de ensino para a prática pedagógica.

Desta forma, tal pesquisa tende a se constituir como um estudo exploratório, analisando o papel da figura geométrica como ferramenta heurística na formação inicial de professores.

2.1 Aprendendo a Ser Professor: Curso de Formação Inicial

Pouco a pouco, tem-se constatado um incremento na preocupação de conhecer mais e melhor a maneira como se desenvolve o processo de aprender a ensinar. Assim, se inicialmente a pergunta feita era: o que é um ensino eficaz? Apareceram outros problemas como: que conhecimento é essencial para o ensino? O que os professores conhecem?

[13] Dados referentes a esse instrumento encontram-se no capítulo III. Instrumento – anexo 02

[14] Dados referentes a esse instrumento encontram-se no capítulo IV. Instrumento – anexo 03.

Inicialmente a preocupação centrava-se, principalmente, nos professores em formação, mas como os problemas evoluíram, houve também uma preocupação em se ampliar os modelos de análise, surgindo literatura de pesquisa a respeito dos professores principiantes e dos professores em exercício. O estudo dos processos de inovação e mudança, suas implicações organizacionais, curriculares e didáticas faz que cada vez mais, a pesquisa sobre a formação de professores seja percebida como uma necessidade.

Desenvolver uma formação que dê conta de responder a questões inerentes à própria profissão, como as relacionadas ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento pedagógico, suscita uma formação integral em que dimensões do pensar, do sentir, do existir e do conhecer sejam consideradas.

Compreendemos que os cursos de formação de professores são apenas um princípio básico da gestão da própria profissão. Assim sendo, concordamos com Pimenta (1999), quando afirma que o trabalho com a formação do professor é complexo, sobretudo porque é inacabado. É uma constituição singular que vai tomando forma no processo da própria existência, pois cada professor cresce profissionalmente a seu modo, dependendo das experiências vividas, das oportunidades, às vezes avançando ou às vezes recuando, dependendo das variáveis que o influenciam, como por exemplo, do seu ritmo, do apoio de outros, da forma de agir e lidar com os obstáculos, entre outros.

É preciso compreender que o professor reconceptualiza, isto é, reflete conscientemente sobre sua prática pedagógica ou desenvolve mecanicamente sobre o que aprendeu no curso de formação, principalmente o que está atrelado à utilidade prática, arriscando-se em novas estratégias ou deixando-se levar pelos modismos ou conveniências. Essas situações práticas carecem de reflexões e ponderações (de si, da matéria, do currículo, dos alunos, dos métodos de ensino) porque o espaço onde acontece a formação constitui-se também como campo de formação.

Em vista disso, acreditamos ser fundamental destacar dois princípios que Garcia (1999) sinaliza como norteadores para a formação dos professores:

1. Necessidade de estabelecer contato entre o processo de formação de professores com o desenvolvimento organizacional da escola, para que os problemas e as referências do meio sejam o contexto de aprendizagens dos professores em formação, abrindo possibilidades, também, de transformação da escola;
2. Relevância da integração teoria-prática na formação de professores. Assim, salienta-se que tanto o conhecimento prático quanto o conhecimento teórico devem integrar-se num currículo orientado para a ação. Nessa perspectiva, a prática deve ser o núcleo do currículo, sendo fonte de conhecimento, na medida em que o profissional em formação analisa e reflete novas formas de perceber, conhecer e agir tendo em vista a teorização, pois deverá ser capaz de gerar conhecimentos e valorizar os conhecimentos desenvolvidos por outros.

A partir da formação inicial do professor, que proporciona uma base do exercício da atividade docente, a formação pessoal e profissional do mesmo prossegue ao longo da sua vida profissional. Tardif (2002) aponta a necessidade desse reconhecimento pelo próprio professor e demais atores do contexto escolar, enquanto sujeitos do conhecimento. O conhecimento ao qual o autor se refere diz respeito aos saberes, às competências, habilidades, ao saber-fazer que sustentam o trabalho docente no contexto escolar. Essa formação contínua coloca em destaque a preparação do professor no exercício de sua prática como ator que reflete sobre as ações que realiza cotidianamente.

Na verdade, a consideração efetiva do professor como sujeito do conhecimento e suas implicações só é possível se lhe for disponibilizado maior tempo e espaço, gerando assim sua ação como ator autônomo e reflexivo de suas próprias práticas e como sujeito competente em seu ofício.

A concepção do professor como profissional reflexivo e da reflexão na ação como estratégia que fundamenta a epistemologia da prática tem tido repercussões tanto do ponto de vista da pesquisa didática, quanto da formação de professores. Paiva (2003) levanta algumas críticas à racionalidade técnica, destacando sua incapacidade para lidar com o imprevisível, sendo que em situações acidentais, singulares, em que há conflitos de valores ganha destaque o resgate da reflexividade na atuação profissional. A idéia do profissional reflexivo busca considerar a forma como este profissional enfrenta situações que não podem ser resolvidas com o uso de recursos técnicos. “Nesse modelo, o conceito principal no processo de formação é o da profissionalização centrada no comprometimento com uma prática reflexiva e com a aquisição de saberes e competências retiradas da análise da prática”. (Paiva, 2003, p.50)

O conhecimento na ação se refere aos conhecimentos que se manifestam no saber-fazer, são ações automáticas, espontâneas. Esse conhecimento não precede a ação mas está subentendido nela, é um conhecimento implícito, interiorizado e mobilizado pelos profissionais no seu cotidiano, passando a configurar um hábito. No entanto, esse conhecimento não é suficiente. Situações novas surgem em meio à rotina e exigem novos posicionamentos, diante dos quais os profissionais criam, constroem novos caminhos e soluções e é neste momento que se configura a reflexão na ação.

A reflexão na ação acontece quando o profissional pensa o que faz ou quando pensa enquanto faz algo. Ele constrói repertórios de experiências que são mobilizados em situações idênticas, configurando um conhecimento prático. Estes conhecimentos, por sua vez, também não dão conta de situações novas, de problemas que superam o repertório existente. Estas novas situações impelem à busca, análise, contextualização, possíveis explicações, é a reflexão sobre a reflexão na ação.

A reflexão tende a focalizar de forma interativa nos resultados da ação, tornando-se um movimento investigativo que abre perspectivas para a valorização da pesquisa na ação dos profissionais, estabelecendo as bases para o que se convencionou denominar de o professor pesquisador de sua prática. Sendo assim, concluímos que o processo de formação do professor é algo complexo e contínuo, que acontece nos múltiplos espaços e momentos da vida de cada um, envolvendo aspectos pessoais, familiares, institucionais e socioculturais. Para tanto, Carrascosa (1996, p. 10) afirma que:

> [...] a formação de um professor é um processo em longo prazo que não se finaliza com a obtenção do título de licenciado (nem mesmo quando a formação inicial recebida tiver sido da melhor qualidade). Isso porque, entre outras razões, a formação docente é um processo complexo para o qual são necessários muitos conhecimentos e habilidades, impossível de ser todos adquiridos no curto espaço de tempo que dura sua formação inicial. Além disso, como resultado do próprio trabalho em sala de aula, estarão surgindo constantemente novos problemas que o professor deverá enfrentar.

Torna-se necessário construir uma nova perspectiva em relação à formação e ao desenvolvimento profissional. Esse pensamento nos coloca em contraposição ao modelo da racionalidade técnica. Autores como Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) defendem que o saber docente seja visto e concebido como “reflexivo e experimental”, o qual se constrói na própria “atividade profissional” sob a mediação de aportes teóricos apropriados e da reflexão antes, durante e após a ação. Isso porque, segundo Fiorentini (2000), é trabalhando em sala de aula que:

> [...] os professores mobilizam e produzem saberes e, nesse processo, constituem-se profissionais. Isso significa que o professor, sua prática e seus saberes formam uma tríade de entidades que “interdependem” e “co-pertencem” a uma situação e trabalho na qual “co-evoluem” e continuamente se transformam. (FIORENTINI, 2000, p. 187)

Admitimos, então, que o processo dessa formação não deve ser apenas consensual, deve antes de tudo, ser uma opção que se traduz em um “[...] investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projetos próprios, com vista à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional” (NÓVOA, 2002, p. 39).

Coadunamos nosso pensamento com o de outros autores como Kincheloe, 1997; Perrenoud, 1993, 1999, 2000a e 2000b; Zeichner, 1995; Schön, 1995 que concentram seus estudos sobre a prática pedagógica e o processo de formação dos professores, procurando mostrar ser fundamental que a formação dos docentes para qualquer nível de ensino não se restrinja a aspectos puramente técnicos e instrumentais, conduzindo o futuro professor apenas a reprodução de saberes já produzidos.

Diante dos estudos já realizados e por ser de nosso interesse, vamos centralizar a atenção neste momento na formação do professor de matemática. Podemos caracterizá-lo como o profissional que trabalha em uma instituição escolar e que tem como tarefa o ensino da matemática, e que, ao desenvolver suas funções, produz conhecimentos, assim como ensina conhecimentos historicamente produzidos, gerando uma ação que é a construção do conhecimento matemático.

Devemos ir além: é preciso que o professor reflita sobre esse corpo de conhecimento, que não o veja como pronto e acabado e que olhe esse conhecimento organizado pela humanidade como integrante do mundo. Daí a grande importância do ensino da matemática em nossas escolas e universidades. Se o currículo escolar deve levar a uma boa formação humanística, então o seu ensino é indispensável para que essa formação seja completa.

Assim, podemos perceber que, apesar dos objetivos curriculares propostos para o ensino da matemática, outros objetivos estão integrados à vida de cada um, pois os conteúdos desta área do conhecimento quando bem apreendidos, servirão a cada um, quase sempre, de maneira diferenciada. A aplicabilidade dos conhecimentos matemáticos se manifestam em nossa vida de maneira sutil, associados a outras informações, auxiliando-nos a resolver situações-problema diversificadas, através de soluções distintas, convenientes e possíveis a cada indivíduo.

Para que tais fatos possam ser objetivados, torna-se imprescindível, ao nosso ver, considerar a pesquisa nessa formação. Pavanello (2003, p. 10) enfatiza determinados procedimentos a eles relacionados:

> Pensar na formação de um educador matemático não se limita porém a refletir sobre a própria matemática e seus processos de elaboração. Torna-se necessário refletir para além desse conhecimento, sobre muitas outras questões que se colocam, dentre as quais uma é a do papel da pesquisa nessa formação.

Apesar de todo o investimento intelectual, a pesquisa e a prática de formação de professores de matemática mantiveram-se pouco reconhecidas. O progresso nessa perspectiva era visto como uma eficiente transferência de princípios da “pesquisa sobre ensino” para o treinamento de professores.

Desse modo, podemos dizer que foram poucas as reformas curriculares que aconteceram na matemática. São anos e anos de domínio da pedagogia tecnicista, onde a aprendizagem resulta em uma forma de ensino que enfatiza cálculos e técnicas, o “como fazer”, em prejuízo dos significados, do “por que se faz assim”.

Segundo Fiorentini (1995), o tecnicismo no Brasil ganha a escola pública e difunde-se na escola particular porque promete sucesso. Pretendia-se através dessa tendência um ensino mais “prático”, visando contribuir diretamente para a resolução de questões de concursos públicos e de exames de vestibulares, como os típicos exercícios dos livros didáticos em voga desde 1980, que se resumem a “calcular”, “efetuar”, “obter”, “resolver”, raramente ocorrendo questões conceituais ou demonstrações e dificilmente sugerindo problemas da realidade. Pois:

> A finalidade do ensino da Matemática na tendência tecnicista, portanto, seria a de desenvolver habilidades e atitudes computacionais e manipulativas, capacitando o aluno para a resolução de exercícios ou de problemas-padrão. Isto porque o tecnicismo, com base no funcionalismo, parte do pressuposto de que a sociedade é um sistema tecnologicamente perfeito, orgânico e funcional. Caberia, portanto, à escola preparar recursos humanos “competentes” tecnicamente para este sistema. (FIORENTINI, 1995, p. 17)

Particularmente percebemos a ocorrência de um conservadorismo na essência de quase todos os conteúdos e processos educativos de pelo menos meio século atrás, os quais constituem um direcionamento equivocado para os cursos de licenciatura. Sendo que, o quadro dessa situação é assinalado por D'Ambrósio (1989):

> Quando se observam as atividades realizadas em sala de aula e se analisam os relatos que alunos e ex-alunos desses cursos fazem dele, chega-se à conclusão que o que ainda neles impera é a concepção de ensino como transmissão de conhecimento, o objetivo principal dos professores sendo o de cobrir a maior quantidade possível da matéria em aula. (D'AMBRÓSIO, 1989 apud PAVANELLO, 2003, p. 08)

Acreditamos que uma formação predominantemente tecnicista apenas agrava os problemas já sugeridos em relação ao conhecimento do professor. Logo, a mesma oferece uma versão reduzida da matemática, limitando sua compreensão.

Não se pode conceber que o professor apenas procure técnicas ou metodologias para um melhor ensino. A procura de "modelos" é grande. Entretanto, nossa experiência profissional nos permite afirmar que não existe uma análise realizada por parte do professor sobre o que significa trabalhar com determinada metodologia, ocorrendo uma reprodução do que e como aprenderam. Sendo que Cury (1999, p. 40), confirma: "estes concebem a matemática a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim, das influências sócio culturais que sofreram [...]".

É importante que, durante a sua formação, o licenciando seja colocado em contato com pesquisas existentes na área do conhecimento, desenvolvendo uma postura investigativa e possibilitando uma melhor compreensão do fenômeno educativo em matemática em seus diferentes aspectos, de modo a garantir:

> Em primeiro lugar, a aprendizagem dos procedimentos necessários para acompanhar o processo de desenvolvimento e aprendizagem dos alunos e para a produção de conhecimento pedagógico.

> Em segundo lugar, a compreensão dos processos de produção de conhecimento nas ciências: aquelas com as quais interagem os conhecimentos escolares que ensina, no caso a Matemática, as que dão suporte a seu trabalho de educador (Psicologia, Sociologia, Filosofia) e ainda aquelas que se dedicam a investigar os processos de aprendizagem dos diferentes objetos de conhecimento (Educação Matemática, Didática da Matemática, etc).
> Em terceiro lugar, o conhecimento atualizado dos resultados desses processos, isto é, as teorias e informações que as pesquisas nas diferentes ciências produzem. (PIRES, 2002, p. 48)

Com isso, saberá que o papel da pesquisa não é dizer o que o professor deve fazer, mas que:

> O papel da pesquisa é forjar instrumentos, ferramentas para melhor entender o que está acontecendo na sala de aula; é criar inteligibilidade para melhor entender o que está acontecendo ali. Depois, o professor vai se virar, no dia-a-dia, na situação contextualizada em que estiver vivendo. (CHARLOT, 2002, p. 91)

Sendo assim, os cursos de Licenciatura em Matemática, no que se refere à formação inicial, deveriam oferecer aos seus alunos condições, para terem uma nova concepção de Educação Matemática. O desconhecimento dos conteúdos e de estratégias metodológicas é um grande inconveniente para que os professores em formação dêem significado ao conteúdo a ser ensinado e faz com que o concebam como algo desnecessário e vazio. Deveriam incentivar a aquisição de conceitos fundamentais que estes futuros professores terão que enfrentar em sua prática pedagógica, privilegiando não o domínio de técnicas, mas, sobretudo, a compreensão de tais conceitos, uma vez que:

> [...] não é suficiente, para o licenciando, aprender sobre ensino-aprendizagem de uma forma quase passiva. Ou seja, os processos cognitivos do licenciando, na aquisição do conhecimento sobre ensino-aprendizagem e um conseqüente saber-fazer, precisam ser trabalhados do mesmo modo como se propõe que ele trabalhe posteriormente, os processos cognitivos dos alunos, na aquisição do conhecimento matemático. (BERTONI, 1995, p. 11)

Como conseqüência disto, entendemos que para aprender a ensinar matemática "surge a necessidade de envolver estes futuros professores em experiências reais, com alunos reais, numa situação de investigação, de dar significados, interpretar e buscar soluções". (BERTONI, 1995, p. 11)

Dada essa situação, compreendemos que não é uma tarefa simples preparar professores para atuar no ensino fundamental e médio, necessitando de uma boa formação teórica e interdisciplinar para desenvolverem seus trabalhos, pois segundo Pires (2002, p. 48):

> Ninguém promove o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de desenvolver em si mesmo. Ninguém promove a aprendizagem de conteúdos que não domina nem a constituição de significados que não possui ou a autonomia que não teve oportunidade de construir.

As ações de formação devem ser organizadas de modo a integrar o conteúdo e a metodologia para sua abordagem:

> Os professores em formação precisam conhecer, os conteúdos definidos nos currículos da educação básica, pelo desenvolvimento dos quais serão responsáveis, as didáticas próprias de cada conteúdo e as pesquisas que as embasaram. É necessário tratá-lo de modo articulado. (PIRES, 2002, p. 56)

A dificuldade encontra-se em contar com professores (universitários) que além do conhecimento dos conteúdos dessa área do conhecimento, apresentam preocupações com o processo de ensino-aprendizagem e interesse pela formação de professores.

Dentro desse foco principal – formação de professores de matemática – não poderíamos deixar de abordar as dificuldades encontradas mediante o ensino-aprendizagem de geometria, em particular.

Pavanello e Andrade (2002), embasadas em vários trabalhos, ressaltam a importância do ensino da geometria no desenvolvimento das capacidades intelectuais dos alunos:

> Pensando nos processos mentais envolvidos na elaboração do conhecimento matemático, alguns autores localizam na geometria o campo ideal para o desenvolvimento da capacidade de representação e de um tipo especial de pensamento, o visual, inerente à resolução de diferentes questões matemáticas. (PAVANELLO; ANDRADE, 2002, p. 78)

Diante da importância do exposto acima, e cientes dos problemas que contribuem para a precarização da nossa realidade em relação ao ensino-aprendizagem da geometria, temos que admitir que o processo não acontece como deveria ser, pois:

> As dificuldades dos professores da escola básica em situações-problema que envolvem noções geométricas têm sido exaustivamente observadas em cursos de capacitação ou aperfeiçoamento e manifestam-se em questões desde as mais simples até as mais complexas.
> Embora o trabalho com as figuras geométricas e com suas medidas, principalmente as áreas e perímetros, sejam algumas das poucas noções trabalhadas na escola básica, muitos dos professores possuem concepções equivocadas a respeito: consideram, por exemplo, que o retângulo de medidas 3m de comprimento por 4m de largura é diferente – e não o mesmo, porém em posição diferente – do de medidas 4m por 3m; ou que existe um paralelismo entre a área e o perímetro de uma figura – ou seja, figuras de iguais perímetros terão áreas iguais, ou que à figura de maior área corresponderá o maior perímetro. Ainda com relação ao cálculo das áreas das principais figuras geométricas, observa-se que nem sempre conhecem os procedimentos para sua determinação, principalmente no caso do círculo. (PAVANELLO e ANDRADE, 2002, p. 80-81)

Dada essa situação, Almouloud e Mello[15] (2000) citam alguns motivos que justificam tais deficiências:

> - Grande parte dos professores que hoje estão em atividade receberam uma formação de base muito precária em geometria, devido à própria influência que o movimento da Matemática Moderna desempenhou em nossos currículos nas décadas de 60/70;
> - Os cursos de formação inicial de professores – tanto os cursos de magistério como os de licenciatura – continuam não dando conta de discutir com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria;
> - Também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido, igualmente, o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de geometria.

A partir desses indicadores preocupantes, estaríamos a nível de sugestão propondo uma alternativa metodológica para contribuir com a formação inicial docente. Para tanto, fixaremos nossos estudos nos registros de representação semiótica de R. Duval em relação ao ensino-aprendizagem da geometria, com ênfase no conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, pois consideramos que o uso de figuras, a compreensão deste uso e suas possibilidades

---

15 ALMOULOUD, S. A.; MELLO, E.G.S. **Iniciação à demonstração: aprendendo conceitos geométricos.** 23ª Reunião da ANPED, 2000. Disponível em: <http://www.anped.org.br>. Acesso em 10 jun. 2004.

de auxílio na resolução de problemas matemáticos é importante não só para a aprendizagem matemática, mas também por sua valorização na formação inicial de professores. As possibilidades metodológicas em torno do uso de figuras na resolução de problemas matemáticos levam ao estudo das apreensões em geometria, à heurística, assim como ao desenvolvimento de capacidades, entre elas, a visualização. Além de tudo, permite uma formação mais dinâmica, crítica, reflexiva, opondo-se a uma formação técnica e a-crítica.

Assinalamos novamente que nosso interesse está no processo ensino-aprendizagem da geometria. Sendo que, neste contexto a formação de professores pode ser vista como instrumento de identificação de determinados problemas, como o de currículo e o da metodologia. Este fato justifica-se pela carência em termos de noções matemáticas, posto que:

> As licenciaturas em matemática te sido historicamente organizadas em torno de algumas crenças (mitos) que devem ser analisados mais detidamente. A primeira, e alvo prioritário das críticas dos educadores, é que um bom conhecimento de matemática é suficiente para formar um bom professor. Essa concepção, que prioriza a teoria e despreza a prática enquanto fonte de conteúdos de formação, tem sido a predominante na estrutura das licenciaturas. (PAVANELLO e ANDRADE, 2002, p. 81)

Isto nos leva a considerar o modo de formação dos professores, pois é a maneira pela qual os mesmos adquirem seus conhecimentos matemáticos.

2.2 Registros de Representação Semiótica e o Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas

Parece-nos, através da nossa prática, que muitos professores são colocados em sala de aula totalmente despreparados para lidar com a complexidade da tarefa que têm a realizar, tanto no que diz respeito ao domínio dos conteúdos, quanto como em relação às diversas possibilidades metodológicas que podem propiciar a formação geral do aluno. Normalmente, seus referenciais de prática, são as lembranças que têm dos procedimentos de seus próprios professores, sem clareza de uma escolha pedagógica, que irá interferir diretamente na interação necessária entre professor, aluno e conteúdo a ser ensinado.

Ainda acreditamos, como Pavanello (1994) que, em geral, os alunos (seja qual for o nível de ensino) têm um papel passivo nas aulas de matemática, pois normalmente não trabalham com questões que admitam diferentes respostas, nem que levantam contradições para serem analisadas e discutidas e, que os desafiem a obter diferentes soluções para um problema.

Os professores e/ou licenciandos devem empenhar-se na superação de suas limitações, utilizando-se principalmente de resultados de pesquisas educacionais para se manterem atualizados em relação aos conteúdos de ensino e ao conhecimento pedagógico. Assim:

> Diferentes autores têm apontado a grande distância que separa o desenvolvimento das pesquisas na área da Educação Matemática e a sua apropriação pelos professores que atuam na sala de aula.
> Outros estudos indicam a necessidade de desenvolvimento de postura investigativa como parte integrante da atuação profissional de professor, no sentido de olhar para sua prática, refletir sobre ela, avaliá-la, pensar e implementar intervenções inovadoras, voltar a olhar, refletir [...] (PIRES, 2002, p. 48).

Para tanto, é necessário organizar o processo de ensino, identificando, analisando e produzindo materiais e recursos para a utilização didática, diversificando as possíveis atividades e potencializando seu uso em diferentes situações. E, a partir de seus resultados, formular propostas de intervenção pedagógica, considerando o desenvolvimento de diferentes capacidades dos alunos.

Vale lembrar que a problemática que envolve nossa pesquisa estabelece relação com a formação inicial de professores e considera a utilização do registro figural enquanto representação semiótica tendo em vista a possibilidade de atividade cognitiva ligada às apreensões de uma figura. E que objetivamos a elaboração de uma proposta de atividades didáticas pautadas no registro semiótico, particularmente o figural, como alternativa metodológica que proporcione tanto o conhecimento de conceitos geométricos de áreas de figuras geométricas planas, como metodologia de ensino para a sua prática pedagógica.

Buscamos, portanto, nosso suporte teórico nos estudos desenvolvidos por R. Duval, pois sob seu ponto de vista, "ensinar matemática" é antes de tudo possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2003, p. 11). E esta afirmação se confirma quando o autor declara que a atividade matemática depende das representações semióticas, pois os objetos estudados em matemática, tais como conceitos, propriedades, estruturas, entre outras, não são perceptíveis de maneira direta pelos sentidos humanos. Desse modo, é necessário recorrer a notações simbólicas, códigos, tabelas, gráficos e esquemas para representar esses objetos, ou seja, aos registros semióticos.

Faz-se necessário ressaltar a importância da idéia de "registros" de representação, principalmente tendo em vista que o ensino-aprendizagem da matemática está estreitamente vinculado com a compreensão desses registros. Nesse sentido, um símbolo representa um objeto matemático, ou seja, um número, uma função, do mesmo modo que as figuras representam objetos matemáticos na forma de um ponto, um círculo. Mas há que distinguir "representação do objeto matemático" do próprio "objeto matemático".

Duval nos chama atenção para a diferença existente entre objeto matemático e a sua representação, destacando esse aspecto como um ponto estratégico para a compreensão da matemática. Segundo o autor, a confusão entre objeto e representação é quase inevitável porque a apreensão dos objetos matemáticos é conceitual. Porém, é somente por meio das representações semióticas que uma atividade cognitiva sobre estes objetos é possível. Ele ainda salienta que "as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento" (DUVAL, 1993, p. 39).

Ainda, Duval (2003) destaca que a representação semiótica é uma maneira didático-metodológica da qual pode se servir o professor para ensinar o objeto matemático, ou seja, o importante não são os registros de representação semiótica utilizados, mas a abstração-compreensão do objeto matemático através do uso desses registros. Ter em mente o objeto matemático a ensinar para, depois, escolher os registros de representação semiótica que ajudarão na aquisição desse objeto matemático é uma eficiente estratégia didática. Porém, lidar com cada um dos registros semióticos, realizar tratamentos e conversões entre os registros é, igualmente, tarefa importante a ser considerada no ensino.

A fim de compreender melhor do que se trata a noção de representação em matemática, destacamos algumas observações. Segundo Duval (1995, p. 13), "não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação". Então DUVAL (1995, p. 15-17) estabelece três tipos de representações:

> - Representações mentais: são representações internas e conscientes do sujeito. Podem ser definidas pelas crenças, convicções, idéias, explicações e concepções dos estudantes sobre fenômenos naturais e físicos.
> - Representações internas: são representações internas e não conscientes do sujeito, que executa tarefas sem pensar em todos os passos para sua realização.
> - Representações semióticas: são externas e conscientes. Existe uma grande variedade de representações semióticas constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação.

Detendo-se particularmente na representação semiótica, Duval (1995) define-a como um sistema semiótico que possibilita as funções fundamentais para o funcionamento cognitivo e consciente que o sujeito apresenta da situação. Por intermédio do registro de representação, o sujeito relata de forma consciente o que está sendo observado a respeito do objeto – comunicação, mas como também realiza atividades tais como a de tratamento, objetivação e identificação.

Em sua pesquisa, Duval (1993) contesta a idéia de que as representações semióticas são simples exteriorizações das representações mentais para fins de comunicação. Para o autor, esta visão é enganosa, pois sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende, pois é através das representações semióticas que se torna possível efetuar certas funções cognitivas essenciais ao pensamento humano. Neste sentido, Duval (1993, p. 39) nos apresenta:

> - o **desenvolvimento das representações mentais** depende de uma interiorização das representações semióticas, ao mesmo tempo que as representações mentais são uma interiorização das percepções;
> - a **realização de diferentes funções cognitivas:** a função de objetivação (expressão privada) que é independente daquela da comunicação (expressão para outra pessoa), e a função de tratamento que não pode ser preenchida pelas representações mentais:
> - a **produção de conhecimento:** as representações semióticas permitem representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto, na medida em que eles podem revelar sistemas semióticos totalmente diferentes... Assim, o desenvolvimento das ciências está ligado a um desenvolvimento de sistemas semióticos mais e mais específicos e independentes da língua natural.

De acordo com o que foi exposto até então, as representações semióticas externas e conscientes, ou seja, a partir de *sémiosis*[16] e por meio de *noésis*[17], produzem no sujeito uma representação mental que permite compreender ou comunicar um problema, suas questões subjacentes e encaminhar sua resolução, objetivo maior, quando o mesmo nos é apresentado.

Em se tratando do aprendizado em matemática é necessário que a *noésis* ocorra através de significativas *semiósis*. Então, no que diz respeito às atividades cognitivas do pensamento, Duval (1993) assinala três que são essenciais à *semiósis*. Em outras palavras, para que um sistema semiótico seja um registro de representação é necessário que ocorra:

1) A formação de uma representação identificável. Para que ela ocorra é necessária uma seleção de características e de dados do conteúdo a ser representado e isso depende de regras que assegurem o reconhecimento das representações e a possibilidade de sua utilização para tratamento. São regras estabelecidas, não

[16] Sémiosis: de acordo com Duval (1995), é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica. Representa, também o 'signo' ou sinal.

[17] Noésis: de acordo com Duval (1995), refere-se mais à mobilização do entendimento, ou ainda, à inteligência no sentido da matemática.

sendo de competência do sujeito criá-las, mas sim usá-las para reconhecer as representações: enunciado de uma frase (compreensível numa dada língua natural), desenho de uma figura geométrica, escrita de uma fórmula...

2) O tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro na qual ela foi formulada, sendo o tratamento uma transformação interna ao registro. Os tratamentos são ligados à forma, e não ao conteúdo do objeto matemático: o cálculo é uma forma de tratamento próprio às estruturas simbólicas, a reconfiguração é um tipo de tratamento particular das figuras (dá ao registro da figura um papel heurístico).

3) A conversão de uma representação num registro é a transformação dessa representação em uma representação em outro registro, conservando ou a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão. A conversão é, portanto, um passo fundamental no trabalho com as representações semióticas: em geometria, dado o enunciado de um problema, pode-se esboçar a figura geométrica (conversão da representação lingüística/natural para a representação figural), e ainda converter para o registro algébrico ou aritmético.

O tratamento se estabelece internamente ao registro semiótico, já a conversão se dá entre os diferentes registros semióticos. A conversão exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre significado[18] e significante[19].

A necessidade da diversidade dos registros de representação influencia no funcionamento do pensamento humano, por três possíveis fatores, segundo Duval (1993):

1) **Custos de tratamento e funcionamento de cada registro:** em relação à <u>economia de tratamento</u>, Duval afirma que a existência de muitos registros

[18] Significado: diz respeito ao conceito.

[19] Significado: diz respeito ao conceito.

permite a troca de registros, e essa troca de registro tem por objetivo permitir efetuar tratamento de uma forma mais econômica e mais eficiente.

A economia de tratamento é a forma mais simples e econômica que escolhemos para representar um objeto em estudo e a que mais se aproxima da linguagem natural.

2) **As limitações representativas específicas a cada registro:** toda representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto a ser representado, portanto a complementariedade entre os registros é fundamental, possibilitando a conversão, permitindo ao sujeito vários aspectos do conteúdo representado. A complementariedade entre os registros de representação, exige da ação pedagógica (o professor) o trabalho com várias representações de um mesmo objeto, para que o educando tenha condições de conceitualizá-lo. As funções, as tabelas, os gráficos e as equações constituem registros parciais de um mesmo objeto que possui uma especificação própria. A compreensão do objeto como um todo é o resultado do trabalho com os elementos significativos e as informações contidas na representação em cada registro.

3) **A conceitualização implica uma coordenação de registro de representação:** esta coordenação não é espontânea, mas é fundamental e necessária para a compreensão. Nos diversos níveis de ensino, mudar o registro de representação, fazer a conversão de uma representação para outra, acarreta dificuldades aos aprendizes.

A compreensão do conteúdo representado está diretamente influenciada pela compreensão da representação dentro de um determinado registro, devendo existir uma relação entre o representante e o representado[20].

[20] Representante e Representado: as representações semióticas possuem dois aspectos: a forma (ou o representante) e o conteúdo (ou o representado), podendo um mesmo objeto ter vários registros de representação.

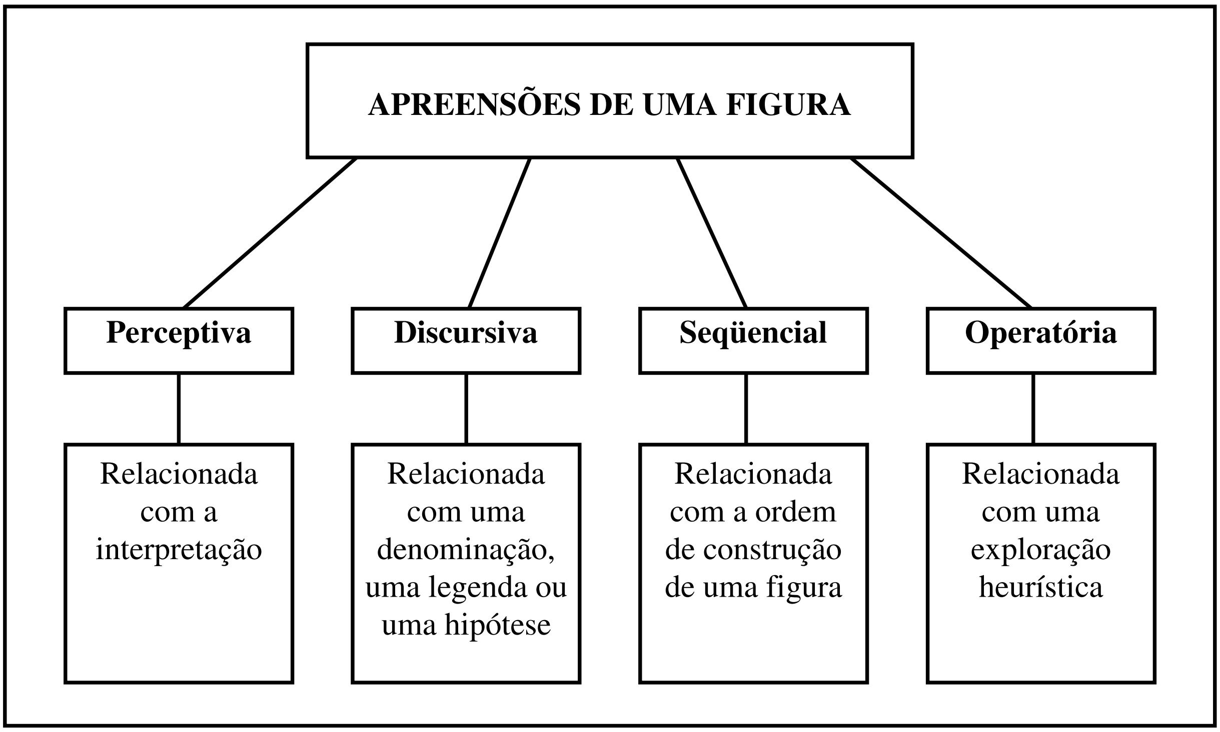
As regras já estão estabelecidas; desnecessário, pois, criá-las, mas, devemos sim utilizá-las no reconhecimento das representações dos conteúdos estudados. Duval (1993) afirma as seguintes hipóteses: para compreender o conteúdo conceitual representado, as representações do registro serão suficientes, se o registro de representação é bem escolhido e se tiver a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se dá pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

Segundo Duval (1995), as atividades cognitivas envolvidas na aprendizagem da matemática requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural e das imagens. Para caracterização dos objetos matemáticos, particularmente a geometria, faz apelo a três registros: o das figuras, o das escritas algébricas e o da língua natural. Então, neste caso, destacam-se as figuras geométricas, os enunciados em linguagem corrente, as representações em perspectiva e as notações simbólicas. Na atividade matemática, é usual e freqüente a passagem de um sistema de representação para outro como, por exemplo, de enunciado para figura, ou a mobilização simultânea de diferentes sistemas de representação durante a resolução de um problema.

Ainda, segundo o autor, para justificar a utilização da figura em uma atividade geométrica, é comum encontrarmos explicações de que, se utilizássemos somente a apresentação verbal em um enunciado, seria mais difícil a resolução do problema. Realmente as figuras podem ajudar na percepção de relações e hipóteses que não parecem evidentes na representação discursiva, sendo assim as figuras são meios interessantes que auxiliam, antecipam e facilitam a exploração de diferentes aspectos da situação.

As figuras não funcionam somente como uma ferramenta heurística, e a sua simples visão pode fazer com que não sejam percebidas com um olhar matemático. Segundo Duval (1994, p. 122), a própria diferença do que uma figura é capaz de “mostrar” para o aluno e para o professor sugere que há diferentes apreensões de uma mesma figura.

Há, portanto, quatro tipos possíveis de apreensões de uma figura: perceptiva, discursiva, seqüencial e operatória, (DUVAL, 1994). O quadro a seguir tem o objetivo de definir estas apreensões:



- **Apreensão perceptiva:** a mais imediata das apreensões, ou seja, aquela que permite identificar ou reconhecer, imediatamente, uma forma, ou um objeto, seja no plano seja no espaço. Essa apreensão está somente relacionada com a primeira visão e com a interpretação das formas da figura na situação geométrica. Possui a função de identificação.
- **Apreensão discursiva:** por meio da qual uma figura é vista em relação a uma denominação, uma legenda ou uma hipótese que apresentam algumas de suas propriedades. Uma figura geométrica não se mostra, primeiramente, a partir de seu traçado e de suas formas mas, sim, a partir do que é dito. Não podemos dizer que "vemos" uma propriedade na figura, pois estaríamos realizando essa

afirmação somente em função de nossa apreensão perceptiva, o que poderia nos levar a um engano. Possui a função de prova.

- **Apreensão seqüencial:** está relacionada com a ordem de construção de uma figura. Essa ordem não depende somente das propriedades matemáticas da figura, mas também das necessidades técnicas dos instrumentos utilizados, que podem ser régua e compasso ou os comandos de um menu de um programa de computador. Possui a função de modelo.
- **Apreensão operatória:** apresenta uma exploração heurística cujo objetivo é "mostrar" o caminho da solução de um problema ou de uma demonstração. Desse modo, é possível manipular a figura de maneira física ou mental sobre o todo ou apenas em parte da figura. Possui a função heurística.

A apreensão perceptiva da figura pode ter um papel facilitador ou inibidor na compreensão do problema dado, conforme seja ela congruente[21] ou não ao seu enunciado. Se ela é congruente ao problema dado, a apreensão operatória representa um papel heurístico importante na resolução do problema. Se, por outro lado, não há congruência entre o tratamento matemático do problema e a apreensão operatória da figura, ocorrerá um "obstáculo" para o aluno na utilização das transformações em geometria.

Quando há congruência entre a apreensão operatória e um tratamento matemático possível do problema em questão, a apreensão discursiva pode ser abandonada: a redação do

---

[21] As três leis criteriosas de congruência são:
1) A possibilidade de uma correspondência "semântica" de elementos significantes: a cada unidade significante simples de uma representação podemos associar uma unidade elementar.
2) A unicidade "semântica" terminal: a cada unidade significante elementar da representação de partida, só corresponde uma única unidade significante elementar no registro da representação de chegada.
3) A organização das unidades significantes: as organizações receptivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduz em apreender as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações. O critério de correspondência na ordem de uma ordenação das unidades que compõem cada uma das duas representações só é pertinente quando estas apresentam o mesmo número de dimensão.
Estes três critérios permitem determinar o caráter congruente ou não congruente da conversão a efetuar entre duas representações semióticas diferentes e representando, ao menos parcialmente, o mesmo conteúdo. Permitem, igualmente, determinar um grau de não congruência. (DUVAL, 1995, p. 45).

problema toma forma de demonstração mas, sob o ponto de vista cognitivo, essa redação é semelhante à formulação de instruções exigidas num jogo de mensagens. Mas quando não há congruência entre apreensão operatória e um tratamento matemático possível, a apreensão discursiva é necessária.

Particularmente, este estudo toma a questão da apreensão operatória. Assim algumas considerações ainda são relevantes: A apreensão operatória das figuras depende das modificações que a figura pode sofrer, que são classificadas por Duval (1988) do seguinte modo:

- Modificação mereológica: a figura pode separar-se em partes que são sub-figuras da figura dada, fracionando-se e reagrupando-se, isto é, uma relação da parte e do todo.
- Modificação ótica: a transformação de uma figura em outra chamada sua imagem, isto é, consiste em aumentar, diminuir, deformar a figura inicial.
- Modificação posicional: o deslocamento da figura em relação a um referencial.

Essas modificações são realizadas graficamente e/ou mentalmente.

Detalharemos melhor a operação de reconfiguração, que é uma operação de tratamento puramente figural e que diz respeito às modificações mereológicas.

A reconfiguração é a operação que consiste em repartir uma figura geométrica em várias sub-figuras igualmente geométricas e agrupar, isto é, reorganizar todas ou algumas delas de modo a formar uma nova figura. Cada figura pode funcionar como suporte de várias reconfigurações.

A chamada operação de reconfiguração parece ser bastante antiga. Hogben (1970), no livro Maravilhas da Matemática, mostra indícios de que os chineses haviam descoberto regras muito importantes relativas às figuras, meio milênio antes dos gregos. Eles utilizavam um enunciado comum da seguinte maneira: “dada uma figura geométrica, pode-se fragmentála em vários pedaços, e se dispusermos os pedaços de outra maneira diferente daquela que estava no início, obter-se-á, então, uma nova figura que terá sempre a mesma superfície que a primeira." Eles utilizavam as figuras como se elas fossem parte de um quebra-cabeça que podia ser manipulado.

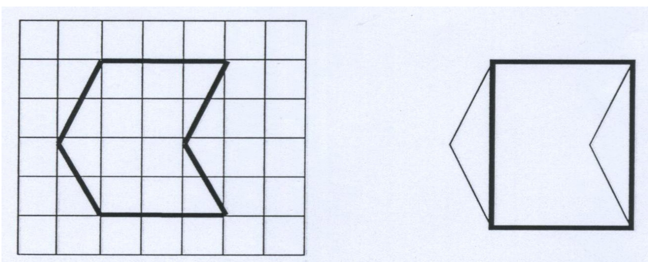
Outras situações semelhantes podem ser observadas em "Os Elementos" de Euclides, onde são feitas com as figuras planas operações de adição, subtração, divisão e até comparações. Assim, uma figura podia ser decomposta em muitas outras sub-figuras onde transformações eram realizadas (translações, rotações e simetrias), podendo-se então, comparar áreas e transpor elementos.

Segundo os problemas matemáticos para os quais as figuras são solicitadas, a reconfiguração pode ser espontânea e evidente, mesmo para um aluno que não compreende a matemática ou, pelo contrário, pode ser difícil para "ver" a reconfiguração na figura inicial. Essas variações dependem de fatores de visibilidade e de complexidade que "facilitam" ou que "inibem" essa operação figural na percepção de uma figura.

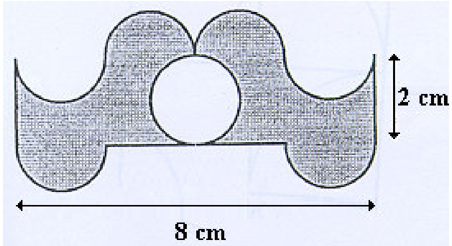
Levando em consideração essas variações, podemos citar alguns fatos relacionados às situações descritas abaixo:

a) O fato de a operação de reconfiguração levar em conta as características do contorno:

Ex.: 1)



Ex.: 2) Observe a figura hachurada. Calcule sua área.



No exemplo 1, o contorno e o fundo quadriculado favorecem a visibilidade da reconfiguração.

No exemplo 2, a figura é não convexa, mas a apreensão perceptiva sobre ela, nos mostra onde se encontram as outras metades para regularizar a figura. E o contorno da figura representa uma ajuda para a operação de reconfiguração.

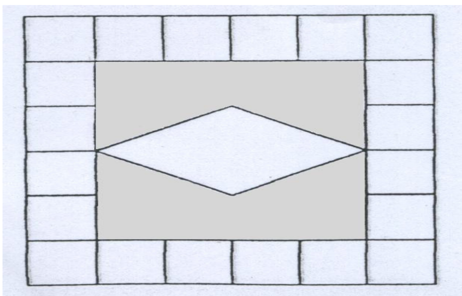
A complementariedade de formas é um fator que auxilia na visibilidade da operação de reconfiguração, pois temos a tendência de organizar determinadas figuras, de maneira que as vejamos completas ou fechadas, e não incompletas.

b) O fato de o fracionamento da figura em partes elementares ser dado no início ou necessitar ser encontrado por meio de traçados suplementares auxiliares.

Ex.: 3) Observe a figura hachurada.

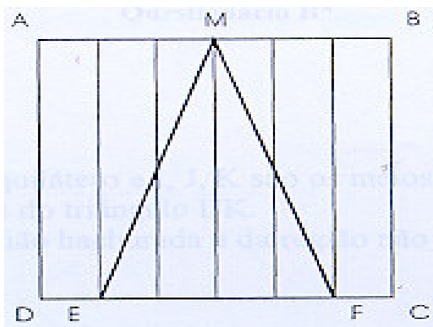
Calcule sua área. Explique como você a encontrou.

Obs.: A área de cada quadradinho do fundo quadriculado é 1 cm^2.



Ex.: 4) ABCD é um quadrado dividido em partes iguais. Mostre que as áreas AMED, MEF e MBCF são iguais.

<u>Com o fracionamento não dado</u>: lado AB. (Devido à não congruência entre enunciado e figura, o caminho fica menos evidente)



O suporte quadriculado ou constituído por faixas regulares de retângulos auxiliam para a aplicação da operação de reconfiguração, levando o aluno a dois tipos de procedimentos:

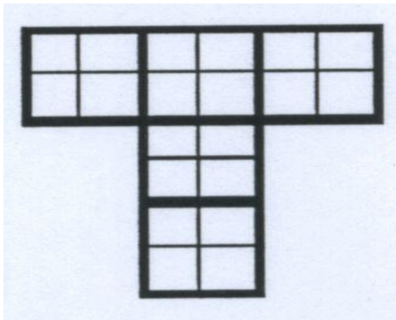
1. a reconfiguração de pequenos quadrados ou de faixas regulares de retângulos.

2. a reconfiguração da forma global em uma outra forma global

Estes suportes apresentam suas limitações quando o aluno for levado a apenas ao procedimento de contagem, ou ainda, induzi-lo a procurar materializar um fundo quadriculado ou de faixas regulares de retângulos em figuras que são apresentadas sem este, na tentativa de chegar à solução do problema.

c) O fato de o reagrupamento das partes elementares formar uma reconfiguração convexa ou não convexa.

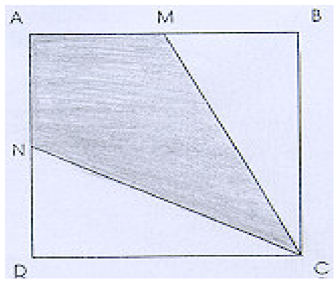
Ex.: 5) Esta figura é formada por vinte quadradinhos. Divida-a em quatro pedaços, de mesma área e mesma forma.

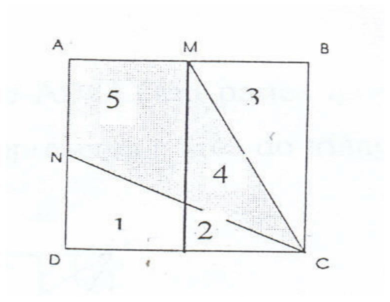


O reagrupamento pertinente das partes elementares forma sub-figuras que não são convexas, tornando menos visível a decomposição. Isto ocorre devido a tendência que temos em ver figuras que sejam mais unificadas e mais simétricas.

d) O fato das modificações posicionais (rotação e translação) serem realizadas com as sub-figuras, a fim de colocá-las no lugar adequado para se obter a solução do problema.

Ex.: 6) A figura representa um quadrado ABCD. M e N são os meios dos lados AB e AD, respectivamente. Qual a fração que representa a parte hachurada do quadrado?



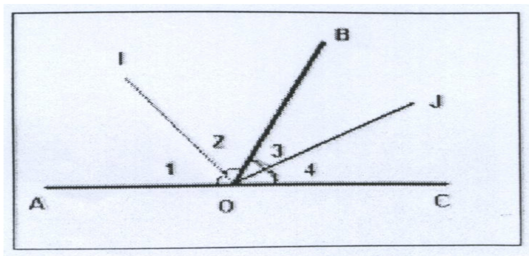


O número dessas modificações posicionais efetuadas na sub-figura pode ser um fator que interfere na complexidade da aplicação da operação de reconfiguração.

Como alternativa de solução, temos ilustrado acima, a efetivação de três modificações posicionais das partes elementares, isto é, reconfigurando (1+2) e 3 em um retângulo, tem-se a metade de um quadrado. Mas 4 e 5 não se reconfiguram em um retângulo. É preciso, deslocar (1+2) colocando-o em cima de (2+4).

e) O fato de uma mesma parte elementar dever entrar simultaneamente em dois reagrupamentos intermediários a ser comparados.

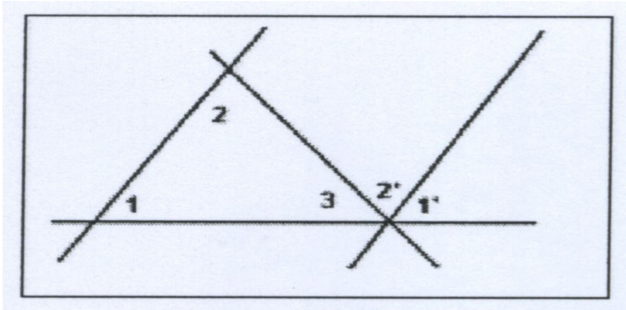
Ex.: 7) Sendo IO e OJ respectivamente bissetrizes dos ângulos AÔB e BÔC, qual o valor do ângulo IÔJ? Por quê?



O ângulo JÔB é parte comum dos ângulos BÔC e IÔJ; o ângulo IÔB é parte comum a AÔB e IÔJ. Esse desdobramento de objetos aumenta a complexidade do problema. É o que R. Duval chama de obstáculo do "desdobramento" de objetos, constituindo-se numa dificuldade para os alunos, pois é necessária a identificação de um mesmo objeto sob pontos de vista diferentes.

f) O fato de o reagrupamento pertinente exigir a substituição das partes elementares.

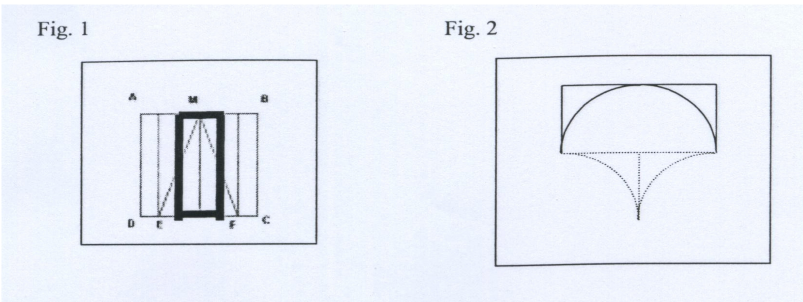
Ex.: 8) Mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.



as substituições necessárias são: 2=2' e 1=1'

Neste caso, tratamentos auxiliares são realizados na figura, ou seja, traços suplementares são acrescentados nela, a fim de identificar as sub-figuras que são pertinentes à reconfiguração. Dependendo do número de traços acrescentados na figura, bem como das características do contorno aumentarão ou não o grau de complexidade de visibilidade quando se aplica a reconfiguração.

g) O fato de que todas as sub-figuras devam ser removidas para o próprio interior da figura de partida ou, ao contrário, que algumas subfiguras devam sair do contorno da figura de partida.

Ex.: 9) Calcular a área da figura 1 (triângulo EMF) e da figura 2:	

No primeiro caso, o deslocamento das sub-figuras foi feito para o interior da figura de partida; no segundo caso, para o exterior. Estes tipos de deslocamentos têm uma ligação com o contorno da figura. Em ambos, a reconfiguração resultou em retângulos, cujas áreas podem ser facilmente calculadas.

A reconfiguração não é o único tratamento figural que dá conta do poder heurístico das figuras. E, sobretudo, esse tipo de tratamento figural não é perfeito para todas as situações geométricas. Entretanto, levamos em consideração em nossa pesquisa, pois através da prática dos movimentos realizados na figura, aprimora-se a percepção e, ainda, propicia-se um crescimento visual e uma desenvoltura na capacidade interpretativa da matemática.

2.3 Procedimentos Metodológicos

A metodologia de nossa pesquisa se insere na perspectiva teoria/prática do que vem a ser "registro de representação semiótica no ensino da geometria." Para este fim, elaboramos uma proposta de atividades didáticas pautadas nas questões dos registros de representação semiótica considerando as apreensões em geometria como alternativa metodológica que proporcione tanto o conhecimento de conceitos geométricos por parte dos licenciandos como metodologia de ensino para sua prática pedagógica.

Para alcançarmos nosso objetivo de trabalho, desenvolvemos nossa pesquisa em três fases: revisão bibliográfica, o trabalho com os licenciandos, que denominamos de experiência[22] e a elaboração de uma proposta de atividades didáticas.

Na primeira fase, realizamos a revisão bibliográfica através da seleção de pesquisas baseadas, principalmente, no assunto ensino-aprendizagem da geometria, tendo como referencial teórico os estudos dos registros de representação semiótica de R. Duval.

Constatamos, após algumas leituras, que nosso tema obteria maior sentido se nele adicionássemos estudos relacionados à formação do professor de matemática, e assim procedemos, envolvendo na pesquisa autores como Gouvêa (1998), Pavanello (1993), Fiorentini (2003), entre outros.

---

[22] Terminologia adotada quando fizermos referências ao nosso contato com o licenciando na sala de aula, desenvolvendo e trabalhando atividades referentes ao objeto da pesquisa.

Como nossa abordagem faz referência à formação de professores, delimitamos nosso público alvo: os licenciandos. Então, nessa segunda fase, definimos o local e o semestre (turma) onde estaríamos buscando subsídios para prosseguir nossa pesquisa.

Escolhemos a Universidade do Planalto Catarinense – UNIPLAC, por sermos professora dessa instituição, com aulas ministradas no Curso de Licenciatura de Matemática e a escolha do 5º semestre deu-se porque os licenciandos já cursaram as disciplinas básicas e estão cursando a disciplina de Instrumentação para o Ensino da Matemática, como também estão se preparando para irem às escolas através da disciplina de estágio supervisionado. Nosso universo de participantes totalizou 30 licenciandos.

Nossas aprendizagens, reflexões e questionamentos em torno de experiências já vivenciadas, juntamente com nosso compromisso profissional, fazem com que reconheçamos a necessidade de mudanças em busca de contribuições para a superação dos problemas de ensino com os quais nos deparamos. Podemos citar algumas características desejáveis para o conhecimento que se veicula, devendo ele ser: ágil, funcional, participativo, libertador – no sentido de remover barreiras que impeçam a plena criatividade de uma pessoa, sua compreensão dos processos e autonomia de pensamento para resolver situações-problema das mais variadas naturezas.

Na busca da compreensão do desempenho dos licenciandos em uma determinada habilidade ou competência, no nosso caso, o de problemas em geometria envolvendo o conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, foi que desenvolvemos um questionário preliminar (anexo 01), aplicado em nossa primeira experiência. Cumpre salientar que neste procedimento ocupamos 04 (quatro) aulas – uma sessão – onde as ações envolvidas no desenvolvimento das atividades propostas no questionário, nos conduziram na construção de um instrumento de atividades que explorasse o potencial do registro figural enquanto representação semiótica, tendo em vista a possibilidade de atividades cognitivas ligadas às apreensões de uma figura.

Através dessas considerações esclarecemos que nossas experiências foram compostas por duas sessões de 04 (quatro) aulas cada, totalizando um período de 08 (oito) aulas, transcorridas no espaço cedido pela docente da disciplina de instrumentação para o ensino da matemática.

Para essa primeira etapa da experiência, além do objetivo já citado neste texto, aproveitamos para justificar nosso tema de pesquisa e solicitar adesão ao processo, pois retornaríamos para uma nova etapa.

A análise realizada no instrumento aplicado foi através de simples correção, servindo apenas para nos orientar quanto à adequação das atividades que estaríamos preparando para a segunda etapa.

Para elaborarmos o instrumento de atividades (anexo 02), utilizamos como referencial teórico os registros de representação semiótica e as apreensões de uma figura propostos por R. Duval, apoiando-nos nos seguintes aspectos:

- o desenvolvimento de um conceito não pode ser formado com base em um único registro: é necessário que sejam trabalhadas a diversidade e a relação entre diferentes registros, visando a uma melhor compreensão do objeto conceitual em relação às suas representações;
- a resolução de problemas de geometria e a entrada na forma de raciocínio que essa resolução exige, depende da distinção entre as formas de apreensão da figura.

A seleção das atividades envolvendo conceitos geométricos deveu-se ao fato de considerar a figura um suporte heurístico para a solução do problema, permitindo a exploração de aspectos de ensino e de aprendizagem.

As análises realizadas através dessa segunda etapa da experiência envolvendo a aplicação do instrumento de atividades estão relatadas no capítulo III e foram sistematizadas por meio do registro do perfil do licenciando participante, da análise preliminar das atividades e a análise das respostas efetivadas pelos licenciandos.

Por fim, tivemos o interesse em elaborar uma proposta de atividades didáticas, levando-se em conta nosso referencial teórico, a fim de evidenciar aos futuros professores a importância das atividades diversificadas no processo ensino-aprendizagem-aprendizado de determinados conteúdos matemáticos, em especial o de cálculo de áreas de figuras geométricas planas.

CAPÍTULO III – A EXPERIÊNCIA

Neste momento é importante refletirmos sobre o aspecto de aprendermos permanentemente. Não só em pensar sobre as futuras aulas dos licenciandos em Matemática mas também, e principalmente, ao planejar aulas para eles. Se nossos licenciandos não puderem perceber o conhecimento matemático que já possuem, dificilmente terão um bom aprendizado e poucas opções de procedimentos de trabalho. A conseqüência mais desastrosa de tal fato talvez seja a total passividade com que os mesmos se colocam perante qualquer aula, esperando que o professor lhes "explique" o que devem "compreender" e lhes diga "como" fazer.

Com o propósito de alterarmos essa realidade, buscamos alternativa teórico-metodológica para a melhoria da aprendizagem. Em nosso caso específico, para o ensino de conteúdos de áreas de figuras geométricas planas. Para tanto, elaboramos um instrumento (anexo 02), o qual se apresenta dividido em três partes: a identificação, a trajetória acadêmica – ensino fundamental/médio/superior e as atividades/problemas, que se constitui como base para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

A elaboração e execução dessa proposta são importantes por estarem ligadas à assimilação do conhecimento e na ação do licenciando. Sem ação não haveria pensamento, não haveria argumentação, nem tampouco julgamento. "É agindo no mundo, interagindo com o mundo, que se impõe aquilo que Piaget chamou de assimilação e acomodação das estruturas do pensamento". (BORDIN e GROSSI, 1993, p. 32)

Durante a execução das atividades teremos a oportunidade de explorar a produção do conhecimento, através de momentos de reflexão e discussão, pois ao final das atividades, estaremos sistematizando o conteúdo trabalhado com os licenciandos do 5º semestre do Curso de Licenciatura de Matemática/UNIPLAC no ano de 2005/1. O instrumento aplicado nos permitirá traçar um perfil dos participantes da pesquisa, com o objetivo de conhecê-los um pouco melhor, como por exemplo, saber se já atuam na docência. Outra função desse instrumento é nos auxiliar na elaboração de uma proposta de atividades didáticas, concernente ao nosso tema.

3.1 1ª Parte: Perfil dos Licenciandos (a identificação)

Nosso grupo era composto por 30 licenciandos, dos quais 10 do sexo masculino e 20 do sexo feminino. Sendo a maioria jovens entre 21 e 30 anos, conforme tabela ao lado:

Tabela 1 Faixa etária

Até 20 anos	09
21 a 30 anos	19
31 a 40 anos	01
41 a 50 anos	01

Fonte: Pesquisa da autora (2005).

Com relação ao profissional, encontramos a seguinte distribuição:

Tabela 2 Trabalha ou trabalhou como docente não habilitado

Sim	07
Não	23

Fonte: Pesquisa da autora (2005).

Tabela 3 Tempo de serviço

Até 2 anos	04
2 a 5 anos	01
5 a 10 anos	01
10 a 20 anos	01
Mais de 20 anos	00

Fonte: Pesquisa da autora (2005).

Os que já desenvolvem alguma atividade docente representam somente 23,3%, possuindo em sua maioria, pouco tempo de experiência (até 02 anos), com predominância de atuação no ensino fundamental e na rede pública de ensino.

Como podemos constatar através dos dados coletados, nossos licenciandos possuem pouco ou não possuem experiência docente. Os mesmos, em relatos realizados após a aplicação do nosso instrumento, demonstraram-se conscientes de que este é o período de tempo em que deverá acontecer a transição de “ser estudante” para “ser professor”, entendendo que a prática de ensino e o estágio supervisionado poderão caracterizar este momento de inserção do futuro professor na prática escolar. Da mesma forma, encontra-se claro para eles que esse processo de desenvolvimento deve ser considerado contínuo, pois somos todos sujeitos em evolução e desenvolvimento constantes, por isso nos encontramos em situação de aprendizagem permanente.

Outros, evidenciam que, por estarem em processo de formação inicial, ainda não possuem, mas estão buscando para quando exercerem a profissão, a aquisição de uma sólida formação nas teorias da aprendizagem (fundamentos psicológicos) e nas teorias do ensino (fundamentos didático-metodológicos) para desenvolverem habilidades que os ajudem a identificar os limites e para procederem os ajustes necessários a obterem alcances significativos no fazer educativo.

3.2 2ª Parte: Análise e Comentário da Trajetória Acadêmica

Nosso instrumento nesta fase está composto por 04 perguntas direcionadas à trajetória acadêmica. Através delas, estaremos averiguando qual a forma de tratamento que o licenciando recebeu em relação ao ensino da geometria nas diferentes realidades vivenciadas por eles.

Pergunta 01: Dos conteúdos referentes à geometria, quais você lembra que foram ensinados ao longo do ensino fundamental e médio?

Esta pergunta tem em vista o objetivo de diagnosticar a formação dos conceitos geométricos, isso é, se o licenciando está familiarizado nesse contexto.

O percentual foi bastante expressivo, onde mencionaram os mais diversos tópicos estudados na geometria, entre eles: estudo do ponto, da reta e do plano, figuras geométricas, cálculo de áreas e perímetros, ângulos internos e externos, volume, trigonometria... Mas 23,3% deles deixaram registrado que não lembram de ter estudado, sobre este assunto na educação básica, isto é, no ensino fundamental e médio.

O gráfico abaixo apresenta os resultados das respostas dos licenciandos na pergunta 01:

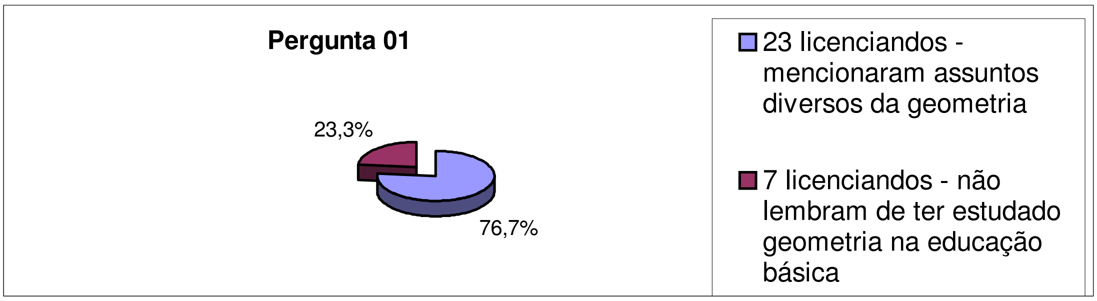


Figura 01 Domínio do conteúdo geométrico na formação da educação básica

A questão nos revelou, ainda, que alguns professores em formação concebem a geometria como uma matéria difícil, influenciados pelas condições desfavoráveis (pouca dedicação, lecionada ao final do ano letivo, tempo de ensino maior aos temas numéricos...) em que aprenderam. Isto se confirma, pelo fato, de que com as novas orientações curriculares, a participação em ações de formação ou a leitura de materiais educativos apenas suscitem um pequeno despertar para as novas perspectivas em relação à prática pedagógica.

Se realizarmos uma conexão do exposto ao fraco domínio que os licenciandos possuem do conteúdo, metodologia e atividades apropriadas, podemos supor que eles nas suas expectativas conjeturam dificuldades na sua atividade docente, quando tiverem que ensinar este conteúdo. Pois, a formação deve ser entendida também, como um processo de troca e de criação coletiva, em que alguém conduz e intervém com certos conhecimentos e competências, mas está igualmente a aprender com os outros.

Pergunta 02: Você considera que tem domínio do conteúdo de geometria referente ao conceito de áreas de figuras geométricas planas?

Das análises realizadas, nos deparamos com o percentual de 50% não apresentando domínio do conteúdo já "apreendido", isto é, futuros professores têm lacunas de conceitos de geometria escolar. Logo, temos que repensar o conhecimento como processo, conforme afirma Japiassu: "se nosso conhecimento se apresenta em devir, só conhecemos realmente quando passamos de um conhecimento menor para um conhecimento maior". (1977, p.27).

O gráfico abaixo apresenta os resultados das respostas dos licenciandos na pergunta 02:

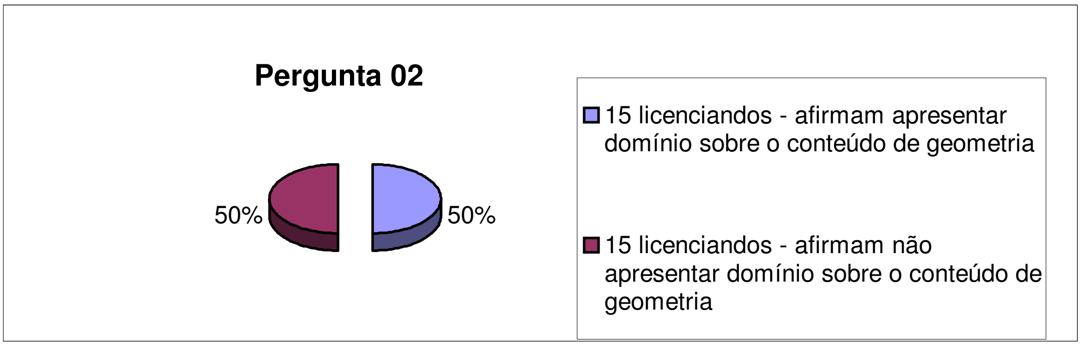


Figura 02 Domínio referente ao conceito de áreas de figuras geométricas planas

Transpondo as dificuldades apresentadas através dos dados obtidos (sem fins de análise) em nosso questionário preliminar (anexo 02), compreendemos que o pouco domínio do conteúdo interfere nas capacidades cognitivas e metodológicas.

Com vistas a este resultado, entendemos que a aprendizagem com ênfase na memorização não é recomendável, que primeiro deve vir a compreensão e só depois a memorização.

Sendo este dado considerado preocupante, faz-se necessário deixar registrado que o colegiado do curso (em questão), há pouco tempo elaborou e aprovou alterações na estrutura curricular do mesmo. Em relação ao conhecimento-base para o ensino apoiaram-se em três categorias: o conhecimento da disciplina específica, o conhecimento curricular e o conhecimento de conteúdo pedagógico.

Podemos esclarecer ainda que o conhecimento da disciplina específica refere-se ao conhecimento matemático dos professores. O conhecimento curricular é a familiaridade com as formas de organizar e dividir o conhecimento para o ensino, este refere-se não só ao específico da disciplina. E o conhecimento de conteúdo pedagógico incorpora a dimensão do conhecimento da matemática como matéria de ensino (modos de apresentar e de abordar a matéria que sejam compreensíveis para o outro).

Uma das implicações importante dessa idéia é a necessidade de se refletir sobre a urgência de se introduzir no ensino da matemática algo que permita estimular a elaboração e o desenvolvimento de projetos de estudos e trabalho, desde que se compartilhe a prática e que se reproduza coletivamente o aprimoramento dos conteúdos de ensino e do conhecimento pedagógico.

Pergunta 03: "Todo conhecimento é construído e é acessível mediante representações" – (conforme a Teoria do Conhecimento) – Para você o conhecimento matemático também é acessível mediante registros de representações? Explique sua resposta, se possível cite exemplos.

Elaboramos esta pergunta com o intuito de verificar se o participante possuía noção do que são representações e se concordava que o conhecimento matemático também é acessível mediante registros de representações. Considerando que 25 licenciandos (83,3%) responderam que sim, e justificaram usando as expressões "quando se visualiza fica mais fácil" (visualização), "quando se pode tocar fica mais fácil" (materialização) e "quando se utiliza representações simbólicas fica mais acessível" (desenhos, terminologias, gráficos, fórmulas,...), nos permite levantar a hipótese de que este trabalho de pesquisa irá contribuir para a prática pedagógica desses licenciandos.

O gráfico abaixo apresenta os resultados das respostas dos licenciandos na pergunta 03:

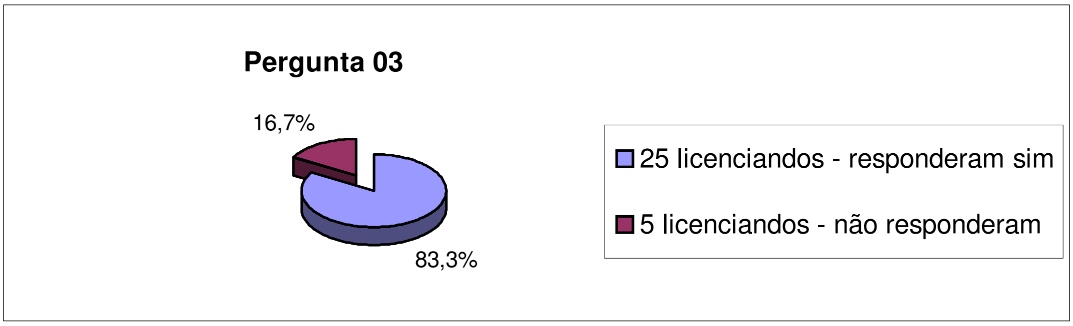


Figura 03 Conhecimento matemático mediante registro de representações

Por outro lado, há que se considerar que em contato com a turma de licenciandos, observa-se que possuem pouca noção da idéia de registro de representação semiótica em matemática, bem como seu uso em atividades didáticas. Mais uma vez isso demonstra a necessidade e a importância desse estudo exploratório.

Pergunta 04: Você conhece os Parâmetros Curriculares Nacionais com relação ao tema Geometria?

(   ) não

(   ) sim. Neste caso, qual a sua opinião sobre os PCN em relação a este tema?

Formulamos esta questão com o objetivo de saber se os licenciandos já haviam lido os PCN e se possuíam a noção de que podem utilizá-lo como uma nova forma de ensinar e de conceber a matemática. Mas o resultado nos surpreendeu, pois os 30 participantes isto é, 100% responderam que ainda não leram e alguns expuseram que não tiveram nenhum contato com este material. Pelas manifestações orais dos alunos, foi possível perceber o interesse de se familiarizarem com este assunto "vou ler ... parece interessante", "quando você voltar, já terei uma opinião sobre este assunto...", entre outros comentários.

O gráfico abaixo apresenta os resultados das respostas dos licenciandos na pergunta 04:

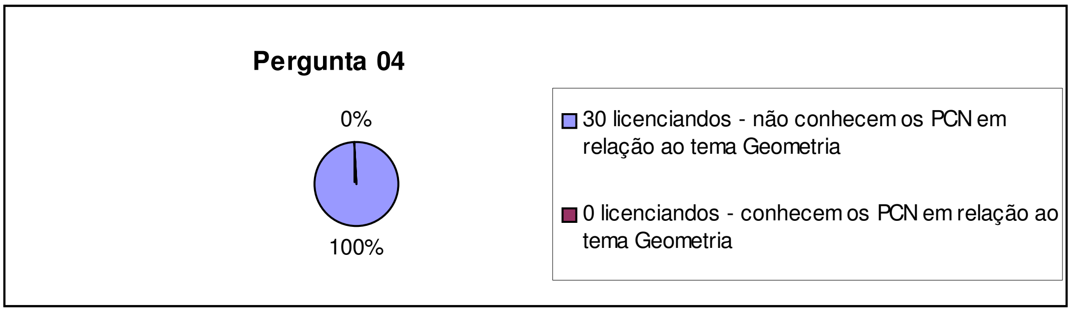


Figura 04 Parâmetros Curriculares Nacionais e o tema geometria

A compreensão desse fato evidencia o tratamento restrito da atuação docente e caracteriza a pesquisa como elemento necessário na formação profissional do professor.

3.3 3ª Parte: Problemas Apresentados/Respostas Esperadas e Estratégias de Resoluções dos Licenciandos (atividades/problemas)

Para elaborarmos esta parte do instrumento, realizamos uma seleção de problemas em geometria plana. Nosso objetivo é de investigarmos a resolução destes problemas por meio das figuras, pois as mesmas desempenham um papel importante na aprendizagem geométrica, tanto pelo suporte intuitivo como por desempenharem uma função heurística. Sendo assim, nos concentramos nos seguintes objetivos:

1. Obter uma idéia do conhecimento que os licenciandos têm sobre o conteúdo de áreas de figuras geométricas planas,
2. Verificar o entendimento dos licenciandos quanto a exploração da figura, ao resolver problemas de geometria,

3. Interpretar a construção das respostas dos licenciandos, isto é, suas estratégias de resolução,
4. Aprimorar um instrumento para precisar as informações a respeito de como ocorre o ensino e a aprendizagem dos conceitos de áreas de figuras geométricas planas, tendo como referencial teórico os estudos das representações semióticas e das apreensões de R. Duval,

Para conhecermos as habilidades geométricas destes licenciandos nos apoiamos nas seguintes questões:

1. Quais as estratégias de resolução utilizadas pelos licenciandos sobre os conteúdos mobilizados? Como o licenciando justifica suas decisões?

2. Qual a influência da figura, na identificação das hipóteses para a resolução do problema?

Estaremos expondo neste item a apresentação do problema, a análise preliminar e os comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos.

Problema[23] **05:** Na figura, AI é a diagonal do retângulo ASIE. Comparar as áreas dos retângulos hachurados OURS e LUNE. Assinale com X a afirmação verdadeira e justifique:

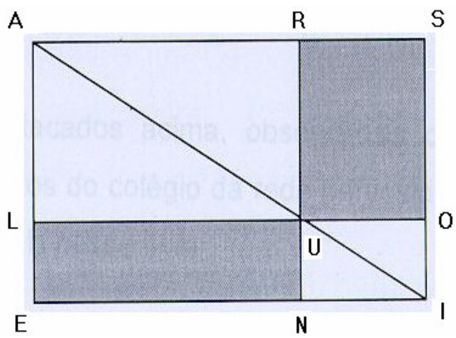
Alternativas:

a) ( ) área OURS > área LUNE

b) ( ) área OURS < área LUNE

c) ( ) área OURS = área LUNE

d) ( ) Não foram dadas as medidas, portanto não é possível calcular as áreas e compará-las



Justificativa:

a) Objetivos

1. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,

[23] Problema modificado para ser utilizado neste instrumento de pesquisa, a partir de Mesquita, 1989, p. 39.

2. Inserir hipóteses suplementares,
3. Usar propriedades geométricas: postulados, definições,...
4. Cientificar-se que não há necessidade de conhecer as medidas para comparar áreas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Hipóteses de complementariedade;
- Conceitos matemáticos de retângulo, diagonal, congruência de triângulos e área.

c) Análise preliminar

Usando a seguinte justificativa, o licenciando deverá chegar à solução correta: sabendo que a diagonal do retângulo determina dois triângulos congruentes e observando-se a figura, temos: **área ALU = área ARU, área UNI = área UOI** e a **área do triângulo ASI é igual a área do triângulo AEI.** Portanto **área OURS = área LUNE**.

Baseando-se nos estudos de R. Duval (conforme fundamentação teórica) provavelmente ocorrerão dificuldades em se fracionar a figura, aplicar propriedades e reagrupá-la. Supõe-se que o aluno utilize o fracionamento e tome decisões locais com o uso somente de operações visíveis, decisões apoiadas pela apreensão perceptiva, não ocorrendo interpretação das hipóteses para determinar a conclusão.

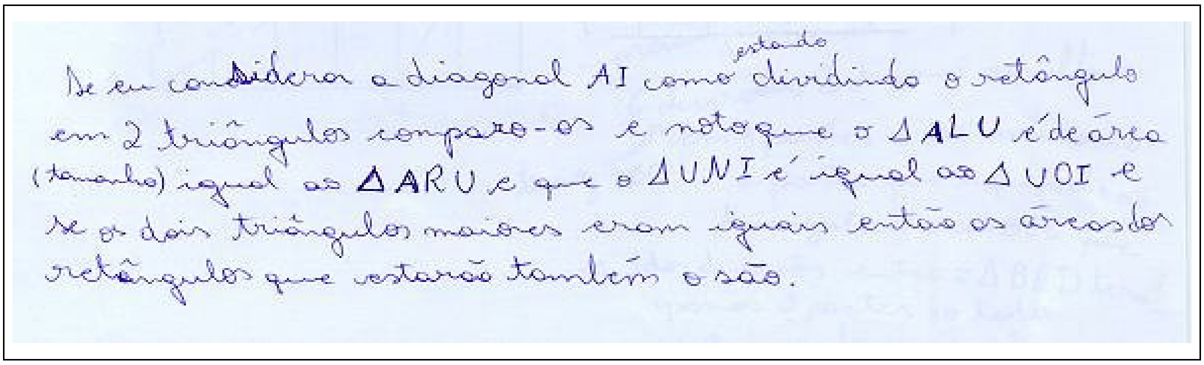
Então, podemos esperar que o aluno opte pelas alternativas **área OURS > área LUNE** ou **ares OURS < área LUNE** e estará cometendo um erro, talvez por ter utilizado a seguinte estratégia: decompôs a figura dada em sub-figuras, mas não leva em consideração a figura global em que elas estão inseridas. E a visualização deve influenciar na tomada de decisão, sendo o comprimento do retângulo LUNE maior que o do retângulo OURS, ou a altura de OURS maior que a de LUNE, então conclui que: **área OURS > área LUNE** ou **area OURS < área LUNE**.

Também o licenciando poderá chegar ao erro com a opção: “não foram dadas as medidas, portanto não é possível calcular as áreas e compará-las, este fato acontecerá se após a apreensão perceptiva ocorrer a apreensão operatória, sendo a mesma determinada por um processo discursivo natural. Isto se justifica pela dificuldade em usar os conceitos e propriedades geométricas para se tomar uma decisão, determinando a necessidade das medidas.

d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

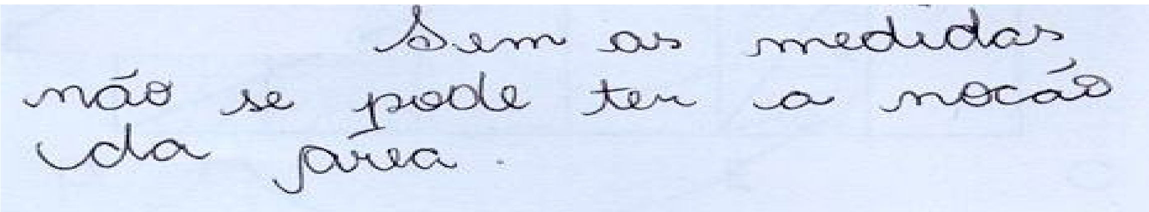
Observamos conforme os dados das respostas (figura 05), que 14 licenciandos (46,7%), indicaram corretamente que as áreas eram iguais.

Optaram pelo fracionamento da figura, observando os triângulos congruentes e seu reagrupamento pertinente ao enunciado do problema. Procedimento não muito interessante, mostrando a pouca produtividade que a figura apresenta para nosso licenciando. Como podemos constatar em uma das formas de registro dada como resposta:

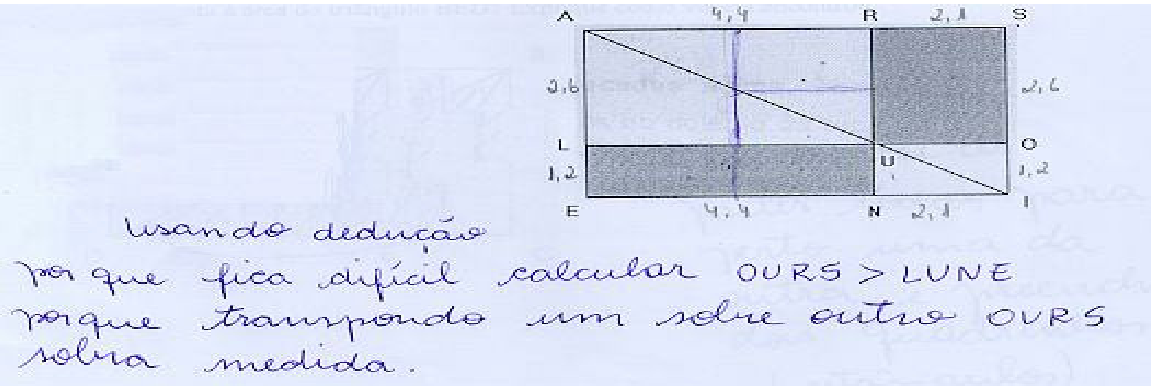

Se eu considerar a diagonal AI como estando dividindo o retângulo em 2 triângulos comparo-os e noto que o ΔALU é de área (tamanho) igual ao ΔARU e que o ΔUNI é igual ao ΔUOI e se os dois triângulos maiores eram iguais então as áreas dos retângulos que restarão também o são.

Outras justificativas expostas que merecem destaque: “Por semelhança de triângulos isto é, $\Delta AIE \approx \Delta ASI$, logo a área OURS = área LUNE, ou ainda, pois a diagonal maior corta a figura em quatro triângulos, tirando a área OURS e a área LUNE, os triângulos são congruentes dois a dois: $\Delta ARU = \Delta ALU$ e $\Delta UOI = \Delta UNI$, logo as áreas OURS e LUNE são iguais.”

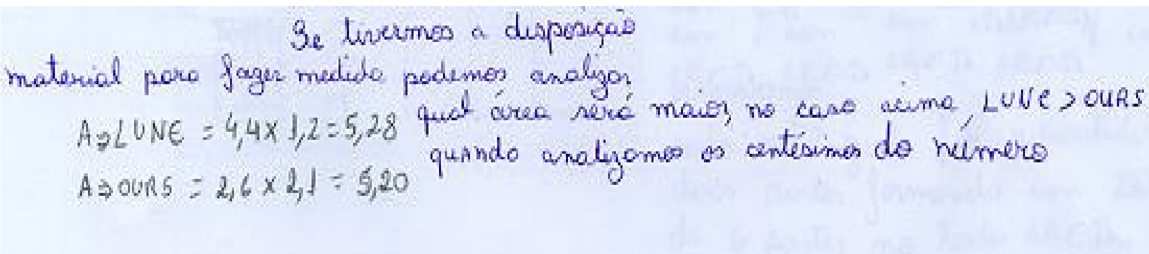
Temos ainda, 4 licenciandos (13,3%) que responderam a última alternativa, justificando a impossibilidade do cálculo pela falta de medidas. Neste caso, a dificuldade em usar os conceitos e propriedades geométricas para justificar sua tomada de decisão, determina a necessidade das medidas. Sendo que, para caracterizarmos este tipo de resposta destacamos o seguinte exemplo:


Sem as medidas não se pode ter a noção da área.

Encontramos entre os processos de resolução, 5 licenciandos (16,7%) que responderam a primeira alternativa e somente 1 licenciando (3,3%) assinalou a segunda alternativa, justificando que chegaram a estas respostas usando a régua e medindo, outros pela comparação e dedução, fatos estes que podem ser vistos nos depoimentos abaixo:



usando dedução
por que fica difícil calcular OURS > LUNE
porque transpondo um sobre outro OURS
sobra medida.


Se tivermos a disposição
material para fazer medida podemos analizar
qual área será maior, no caso acima, LUNE > OURS
quando analizamos os centésimos do número
A⊇LUNE = 4,4x1,2=5,28
A⊇OURS = 2,6x2,1 = 5,20

Destacamos que 6 licenciandos (20%) não responderam, O procedimento de resolução interessante desta questão é aquele que encontra sub-figuras na figura inicial e utiliza estas sub-figuras, movimentando-as a fim de encontrar a solução. Mas a dificuldade está em verificar as propriedades matemáticas nas sub-figuras para compará-las. Conforme nossa análise o erro ocorreu porque alguns licenciandos fracionaram a figura e tomaram decisões locais com o uso somente da apreensão perceptiva, não interpretaram as hipóteses para determinar a conclusão.

Ao verificarmos as habilidades dos licenciandos na exploração da figura, observamos que diferentes barreiras dificultam a visibilidade, sendo assim, a apreensão operatória exigida no exercício fica comprometida, devido a necessidade do fracionamento da figura para a observação de triângulos congruentes e seu reagrupamento pertinente ao enunciado do problema. Esse fato evidencia a dificuldade em compreender que a mesma área pode estar ao mesmo tempo em dois agrupamentos com formas diferentes e que podem ser comparadas.

A seguir apresentamos um gráfico (figura 05) que nos mostra os resultados das respostas dos licenciandos no problema 05:

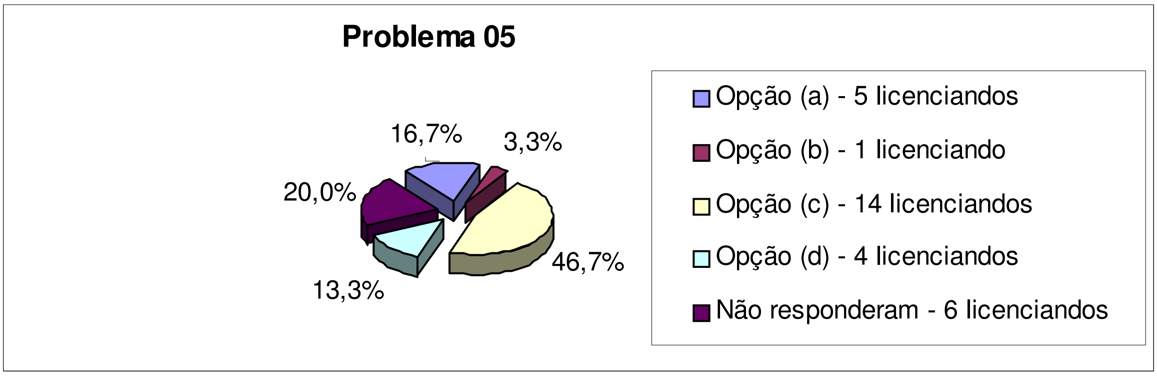
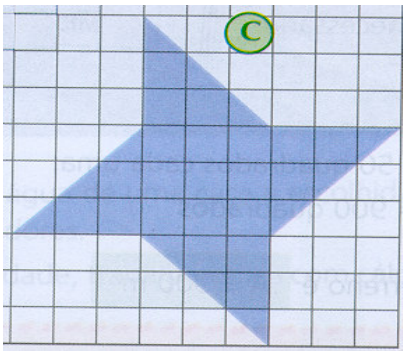


Figura 05 Problema 05

Problema[24] **6:** Se a área de um quadradinho é 1cm², calcule a área da figura: (não esqueça de escrever como chegou na resposta)



a) Objetivos

1. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
2. Inserir hipóteses suplementares,
3. Usar propriedades geométricas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Conceitos matemáticos de triângulo, retângulo, quadrado e área.

c) Análise preliminar

Neste caso, explicitamos o interesse em estudar os registros de representação semiótica do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, devido ao fato de eles desenvolverem um papel fundamental nas atividades cognitivas e estarem ligados as funções de tratamento intencional e de objetivação (ter ciência).

Quanto à análise cognitiva, convém observar que o licenciando chegará à resposta correta simplesmente contando, sendo que o suporte quadriculado favorece este tipo de ação.

Também poderá considerar as características do contorno favorável, e através da apreensão perceptiva da figura abandonar a apreensão discursiva e considerar apenas um grande retângulo. Neste caso, o licenciando insere hipóteses suplementares realizando a

---

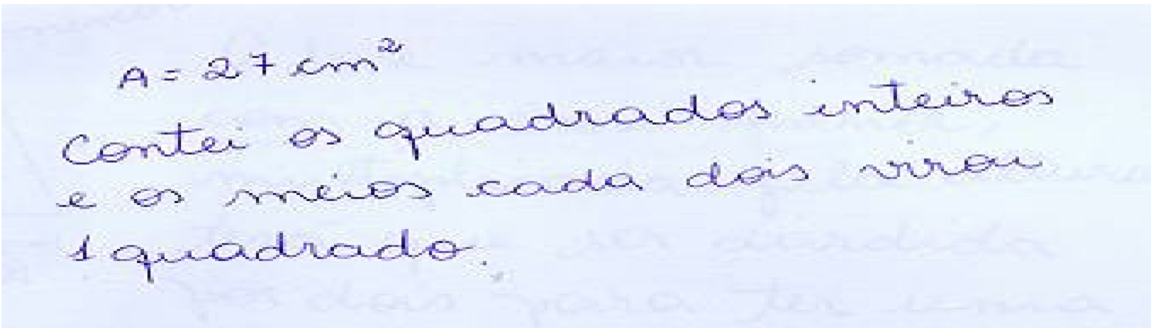
[24] Problema e figura retirado de Andrini e Vasconcellos, 2002, p. 106.

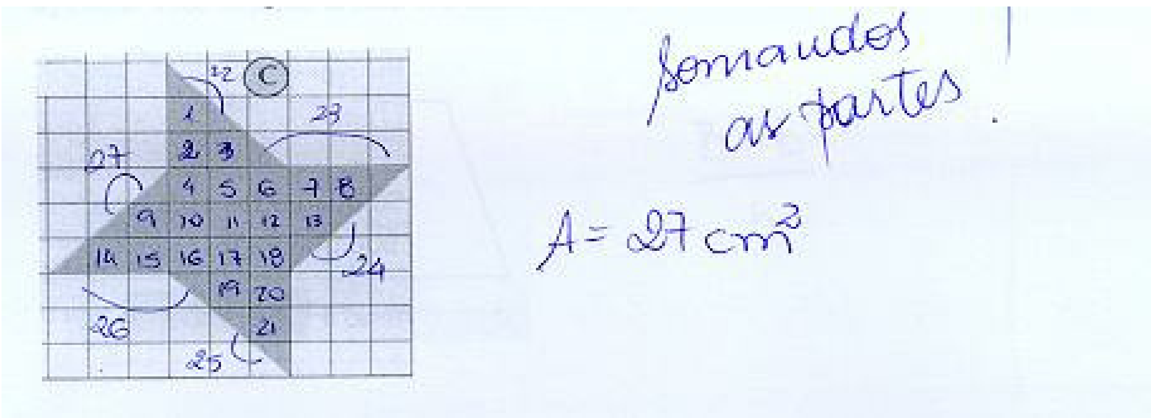
apreensão operatória para compor novos retângulos com aquele que ele observa, isto é, um trabalho de modificação mereológica que caracteriza a operação de reconfiguração intermediária.

Segundo Duval (1994), essa operação possibilita, tal como as medidas de área por soma de partes elementares, seqüenciar tratamentos ou colocar em evidência a equivalência de dois reagrupamentos intermediários.

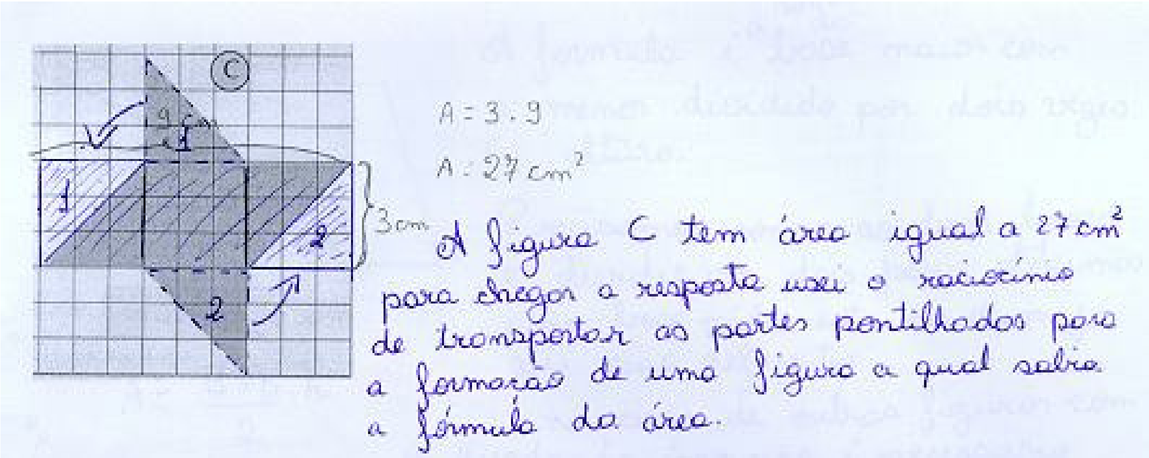
d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

Observamos que 13 licenciandos (43,3%) representam a maior distinção percentual nesta resolução, e que tiveram como decisão o simples ato de contar um a um os elementos, pois o fundo quadriculado favorece este procedimento, podendo contar aqueles que são completos, e por complementariedade de formas, procurar aqueles que não são. Como amostragem temos os exemplos:





Somente 8 licenciandos (26,7%) viram a possibilidade de transformar a figura em retângulo para obter uma resposta, sendo que desta maneira estão privilegiando a forma global da figura, garantindo uma visualização da situação num todo, exposto no exemplo a seguir:



Em relação aos demais, isto é, 3 licenciandos (10%) que não responderam, provavelmente a apreensão perceptiva não ajudou no raciocínio usando o processo discursivo natural e não o discursivo teórico, pois observamos que eles riscaram sobre a figura dada mais não houve processo de solução.

O único licenciando (3,3%) que simplesmente respondeu, deve ter se apropriado da resposta do colega e os 5 licenciandos (16,7%) que utilizaram a fórmula *b.h*, não registraram os meios pelos quais chegaram a esta dedução.

Sendo assim, temos os resultados desta questão expressos no gráfico (figura 06):

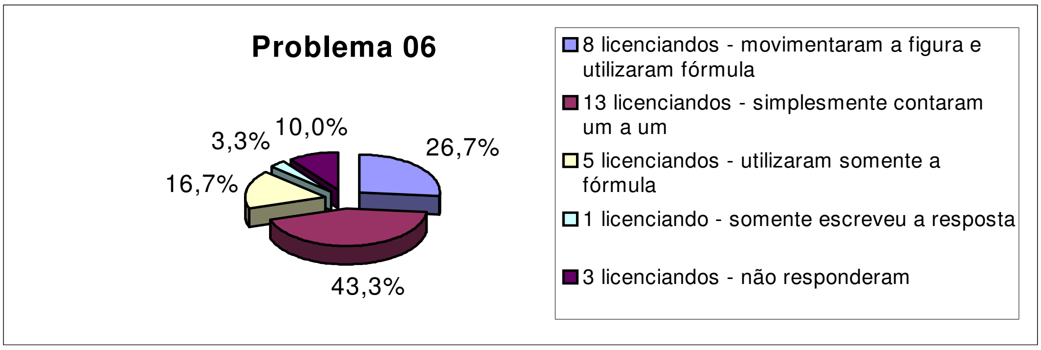
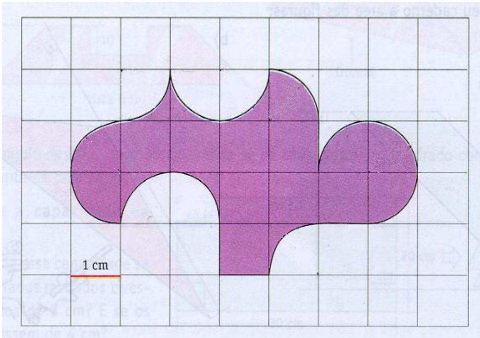


Figura 06 Problema 06

Problema[25] **7:** Calcule a área da figura desenhada sobre uma malha centimetrada. Explique sua resposta:



a) Objetivos

1. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
2. Inserir hipóteses suplementares,
3. Usar propriedades geométricas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Hipóteses de complementariedade;
- Conceitos matemáticos de retângulo, círculo, setor circular e área.

c) Análise preliminar

Para analisarmos este problema partimos da seguinte questão: "a visualização influencia na decisão do aluno?"

Para um licenciando, no nosso caso, que vê a figura e determina procedimentos de reconfiguração utilizando pedaços de unidades figurais e aplica a complementariedade de

---

[25] Problema e figura retirado de Imenes e Lellis, 2002, p. 83.

formas, pode-se afirmar que ele está estabelecendo uma correspondência entre seus elementos e o enunciado, mesmo que estes não sejam tão precisos.

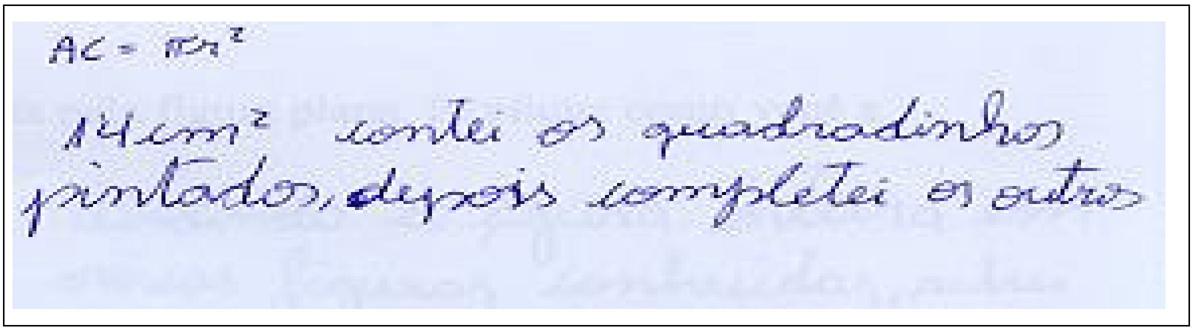
Acreditamos que os licenciandos adotarão como método de resolução a realização da decomposição da figura e denominarão as sub-figuras, talvez numerando-as. Efetuarão na seqüência o cálculo das sub-figuras e em seguida somarão todos os resultados para obterem como medida da área da figura de partida o resultado de 14 cm^2.

A complementariedade de formas é um fator que auxilia na visibilidade da operação de reconfiguração, pois temos a tendência de organizar a figura de maneira que a vejamos completa e organizada.

Já para um outro licenciando que não possui esta mesma base de raciocínio a percepção, a compreensão ou a descoberta no ponto de vista do tratamento tornam-se mais difíceis, pois as atividades desenvolvidas neste âmbito enfatizam que as diferentes formas de representação do mesmo objeto matemático permite uma ampliação do contexto conceitual do aluno.

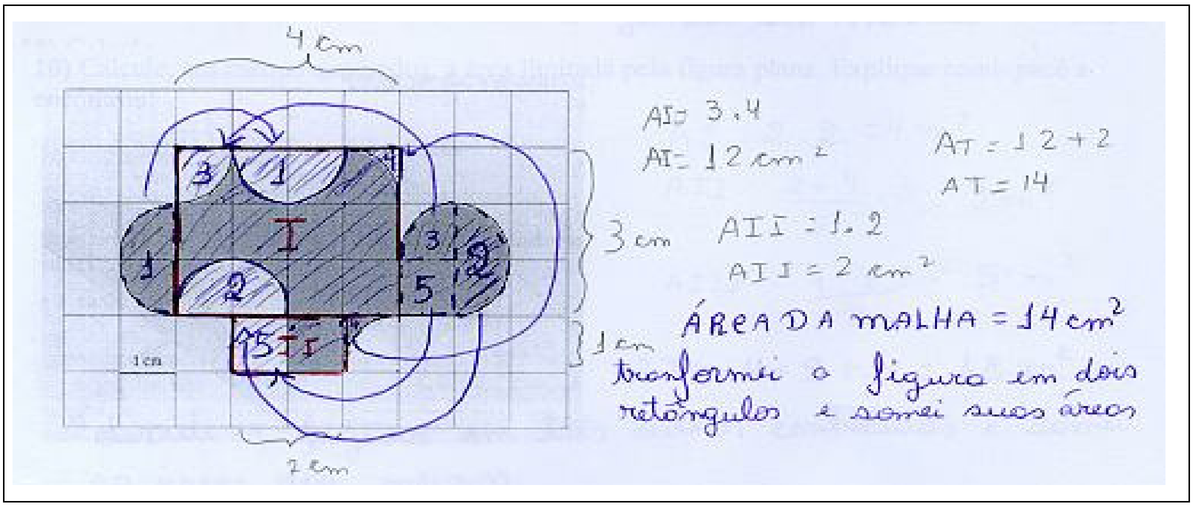
d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

Podemos constatar que o fundo quadriculado possibilitou os tratamentos na figura, proporcionando uma complementariedade de formas, sendo que 19 licenciandos (63,3%) movimentaram a figura e contaram um a um os elementos, da forma como temos o depoimento abaixo:


$AC = \pi r^2$

$14 cm^2$ contei os quadradinhos pintados, depois completei os outros

Constatamos que 3 licenciandos (10%) utilizaram fórmulas através da decomposição da figura e contaram os quadradinhos ao mesmo tempo, apresentando concepções prévias de construção/apropriação desse processo, e a reconfiguração deu-se da seguinte maneira:



Percebeu-se pelos resultados que alguns licenciandos apresentam desconhecimento quanto ao uso dessa metodologia, não considerando as possibilidades heurísticas para construírem a solução do problema, pois 6 licenciandos (20%) não responderam e 2 licenciandos (6,7%) somente escreveram a resposta.

Não apresentamos o problema com o intuito de verificar o grau de dificultabilidade na resolução, mas sim de permitir a possibilidade de uma resolução heurística a partir da figura. Isso não é novidade devido ao fundo quadriculado, já que ele induz o olhar de um modo específico no processo de resolução. Diferentemente acontece com outras figuras que não tem o fundo quadriculado, neste caso a tentativa de resolução por outras vias é, normalmente, bem mais aceita.

O gráfico (figura 07) que apresentamos abaixo nos mostra os resultados das respostas dos licenciandos no problema 07:

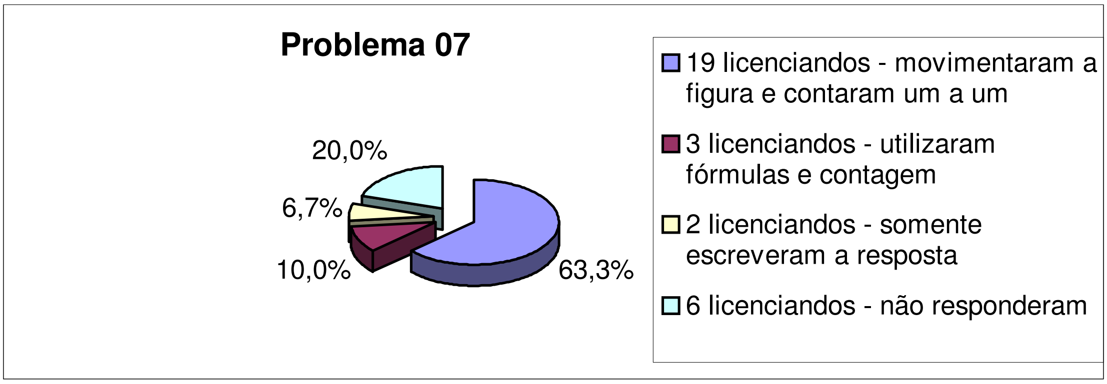
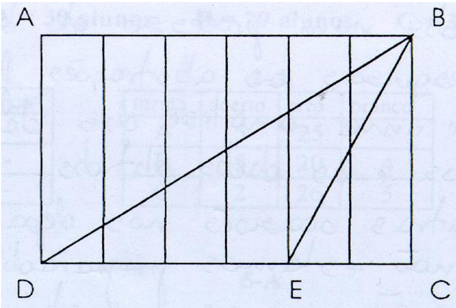


Figura 07 Problema 07

Problema[26] **8:** Dividimos um retângulo ABCD em partes iguais. Qual é a fração da área do retângulo que representa a área do triângulo BED? Explique como você a encontrou:



a) Objetivos

1. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
2. Inserir hipóteses suplementares,
3. Usar propriedades geométricas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Equivalência de dois reagrupamentos;

[26] Problema e figura retirado de Flores Bolda, 1997, p. 58.

- Conceitos matemáticos de retângulo, diagonal, congruência de triângulos e área.

c) Análise preliminar

Este problema , já foi constatado por (DUVAL (1994) e FLORES BOLDA (1997)) que envolve um grande custo de tratamento figural para a sua resolução. Pode-se notar em nível global que a solução do problema exige uma reconfiguração completa da figura inicial, sendo que a mesma apresenta uma forma convexa. Isto torna o tratamento figural mais complexo.

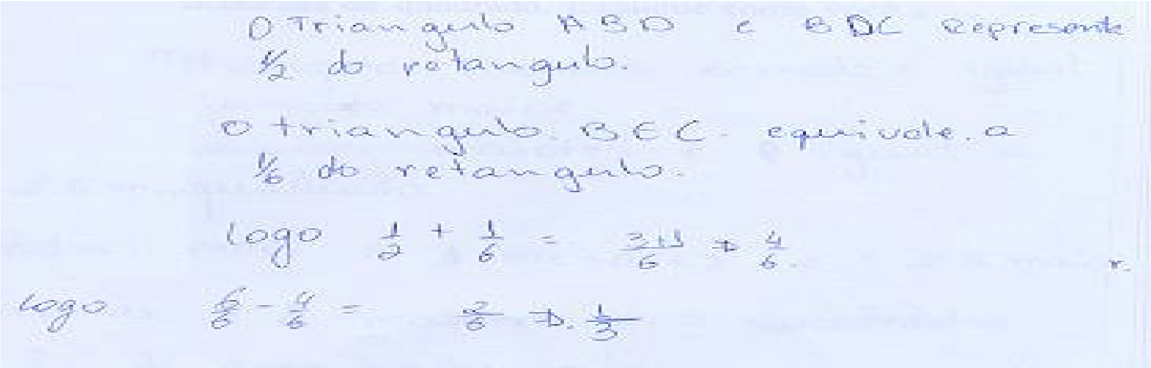
O licenciando chegará ao sucesso no processo de resolução desse problema se possuir conhecimentos em geometria, apoiando-se em procedimentos realizados através da apreensão operatória utilizando-se da operação de reconfiguração, sendo que esta operação permite o uso de tratamentos, como medidas de áreas por soma de partes elementares, ou a evidência da equivalência de dois reagrupamentos intermediários.

Também podemos esperar que o licenciando utilize o processo algébrico através da razão entre as áreas, obtendo uma nova figura.

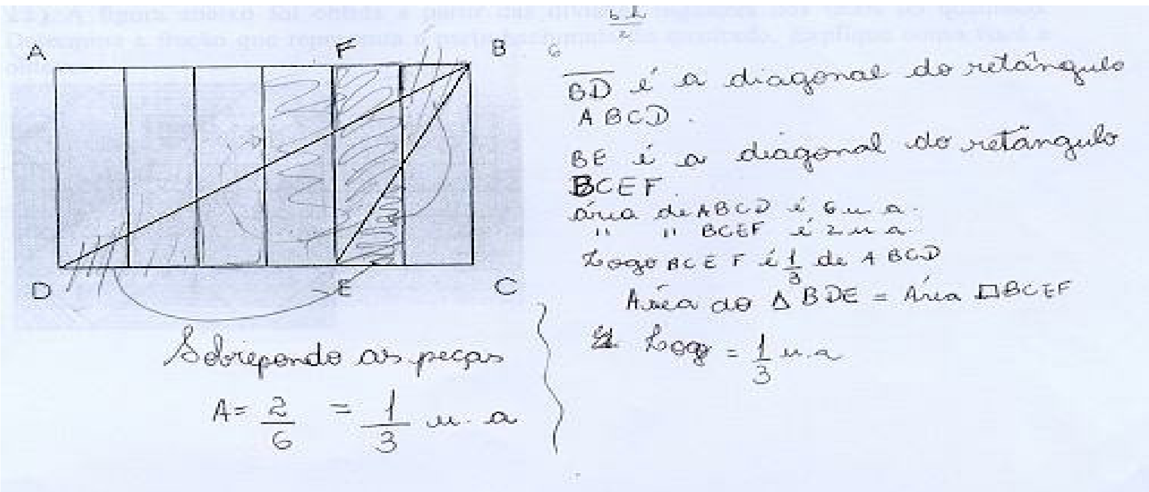
Sabemos que nem sempre a figura facilita "ver" sobre ela as propriedades as quais correspondem a solução procurada, mais seja qual for a estratégia escolhida, segundo Duval (1995), temos que, a coordenação dos diferentes registros de representação (a escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) ligados ao tratamento dos conhecimentos não se operam espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize essa diversidade de registros.

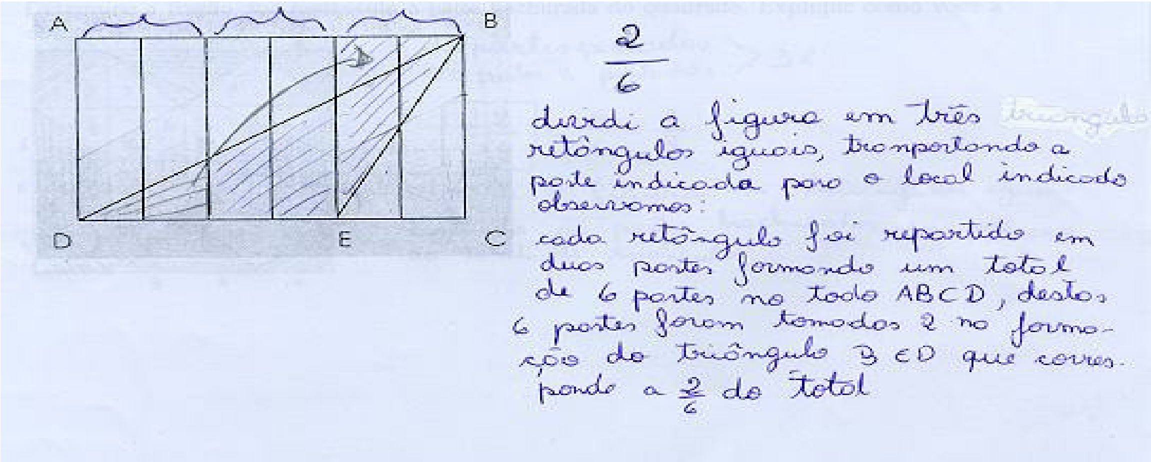
d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

Observamos que 5 licenciandos (16,7%) encontraram a resposta correta, sem ao menos, explicitar uma produção heurística junto à figura. A evolução do processo deve ter ocorrido mentalmente, esse procedimento pode acarretar dificuldades na hora de expressar a resposta por escrito, sendo que o nível de concentração deve ser alto para não perder a seqüência do raciocínio. Entre as respostas, destacamos a seguinte para exemplificar:



Sendo a operação de reconfiguração intermediaria uma abordagem natural desse problema, podemos dizer que os 5 licenciandos (16,7%) que assim procederam privilegiaram as modificações mereológicas (relação parte-todo). As sub-figuras pertinentes são retângulos agrupados 2 a 2 de uma figura inicial dividida em 6 retângulos e a resolução depende da análise feita na figura inicial e de como a visualização articula o raciocínio. Para termos noção de como esses licenciandos chegaram a resposta, destacamos os seguintes procedimentos:





Para os 20 licenciandos (66,6%) que apresentaram dificuldades no processo de resolução do problema, percebeu-se que na maioria houve somente a utilização da apreensão perceptiva, não realizando as modificações mereológicas necessárias para o uso de todas as hipóteses levantadas a respeito da solução.

Dentro deste contexto, o objetivo dessa atividade consistia em construir situações bem definidas que proporcionassem ao licenciando a oportunidade de fazer conjeturas, testar suas convicções, melhorar sua visualização espacial, observar e confirmar as propriedades da figura em questão, vindo a aprender a resolver problemas, a fim de provocar a necessidade de construir conhecimentos, compreendendo seus sentidos e significados.

Através do gráfico (figura 08) podemos visualizar os resultados das respostas dos licenciandos no problema 08:

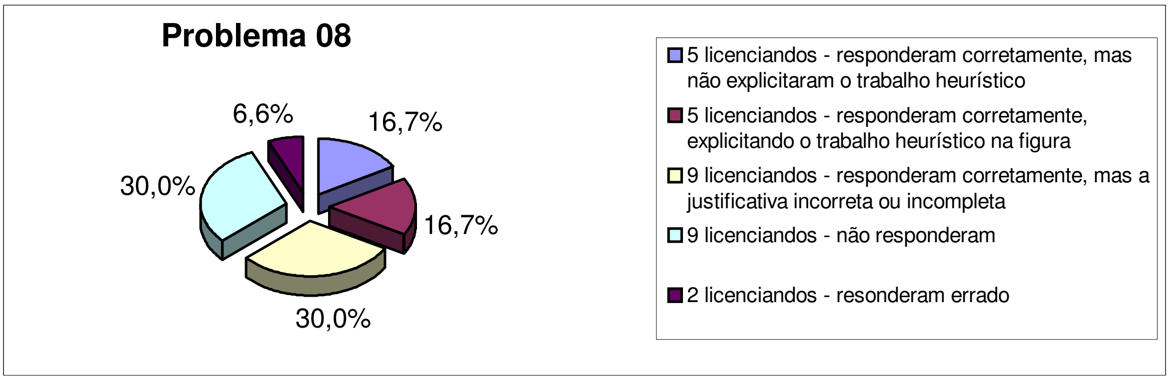
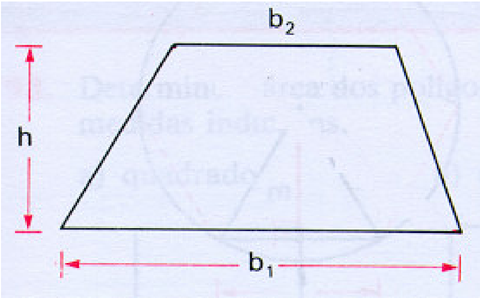


Figura 08 Problema 08

Problema[27] **9:** Como você explicaria para seu aluno a fórmula da área de um trapézio?



a) Objetivos

1. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
2. Inserir hipóteses suplementares,
3. Usar propriedades geométricas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Hipóteses de complementariedade,
- Conceitos matemáticos de retângulo, diagonal, triângulo, trapézio e área.

c) Análise preliminar

Objetos matemáticos como: paralelogramo, retângulo, losango, quadrado, trapézio,... apresentam uma característica visual muito forte, isto é, provavelmente a maioria dos licenciandos utilizarão somente o registro da figura para identificar o objeto matemático não levando em consideração a definição na linguagem algébrica.

---

[27] Problema modificado para ser utilizado neste instrumento de pesquisa, a partir de Mori e Onaga, 2000, p. 299.

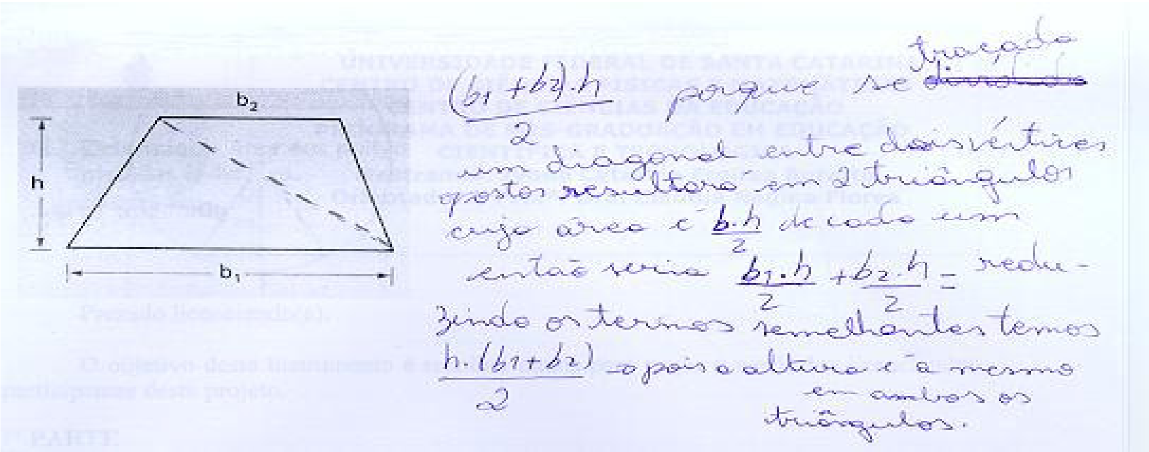
A mudança de tratamento de um registro de representação, de uma mesma propriedade oferecida inicialmente na linguagem figural para a representação contida no esquema, isto é, na linguagem algébrica constitui-se um ponto de dificuldade acentuada para os licenciandos, pois, a substituição das hipóteses da propriedade pelas hipóteses contidas no esquema determinam a substituição da conclusão da propriedade pela conclusão associada no esquema.

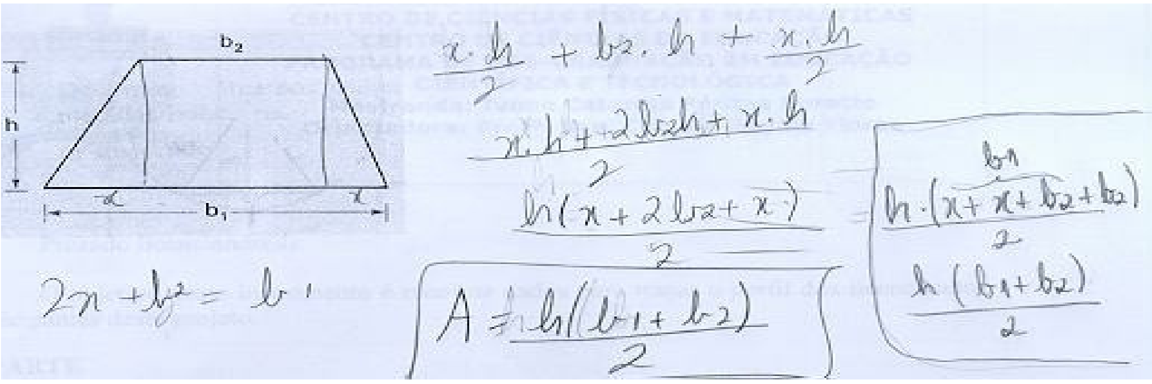
Esperamos, então, que o licenciando obtenha sucesso decompondo a figura em sub-figuras para em seguida recompô-la, ou construir outra figura semelhante formando um paralelogramo, já que com dois trapézios podemos compor um paralelogramo e temos, assim, que a área do trapézio é a metade da área desse paralelogramo. Neste caso, a figura deve dar um suporte intuitivo importante nos passos da demonstração geométrica, permitindo a exploração na figura das relações ou propriedades das supostas hipóteses levantadas com relação à solução procurada.

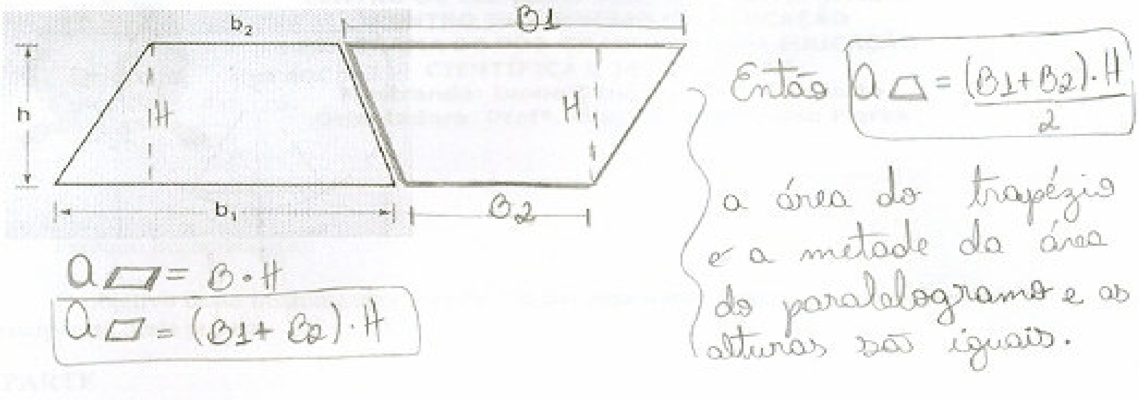
Outra maneira de se chegar à solução esperada é dando ênfase a forma algébrica explicitando pouco a produção heurística junto à figura. Para tanto, divide-se o trapézio em dois triângulos e/ou parte-se do quadrilátero com dois lados paralelos, o que determina duas alturas iguais dos triângulos, sendo que após alguns tratamentos algébricos pertinentes chega-se a fórmula esperada.

d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

Os licenciandos possuíam pelo menos três maneiras de responder corretamente o exercício, inserindo hipóteses suplementares na sua tomada de decisão e justificando os passos utilizando as propriedades geométricas pertinentes. Vejamos as formas utilizadas por eles:







Houve opção por traçar uma diagonal originando dois triângulos e trabalhar com estas duas áreas até chegar a área do trapézio, ou pela utilização da definição de trapézio (quadrilátero com dois lados paralelos), que é a determinante das alturas iguais dos triângulos, que após algumas deduções se encontra a área do trapézio e ainda a construção de dois trapézios formando um paralelogramo, trabalhando a sua área até obter a área do trapézio. Atendendo um ou outro desses quesitos, tivemos 5 licenciandos (16,7%).

Quanto aos 14 licenciandos (46,6%) que somente conhecem a fórmula da área do trapézio mas não sabem explicá-la, demonstram que aprenderam a "fórmula pela fórmula", não dominando as propriedades geométricas e conseqüentemente apresentam dificuldades em decompor figuras.

Os outros 11 licenciandos (36,7%) que erraram suas respostas acreditamos ser devido à dificuldade que os mesmos apresentam em realizar a passagem do <u>desenho</u> para a <u>figura geométrica</u> e da linguagem figural para a linguagem algébrica.

Através do gráfico (figura 09) apresentamos os resultados das respostas dos licenciandos no problema 09:

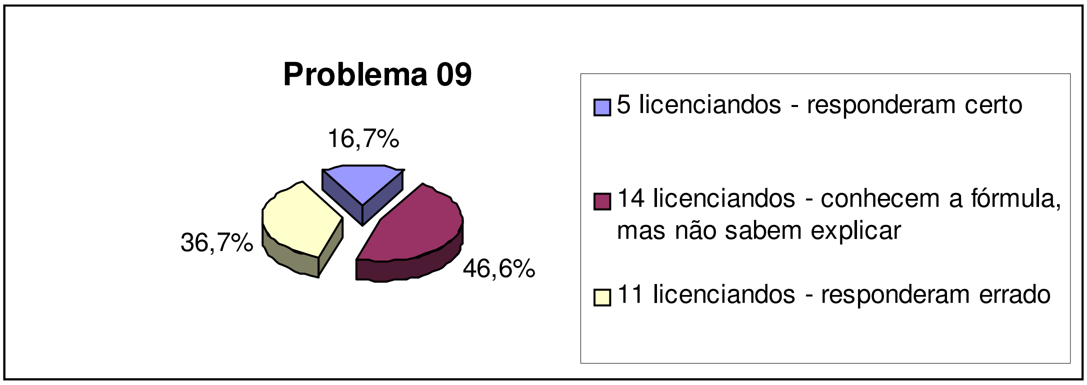
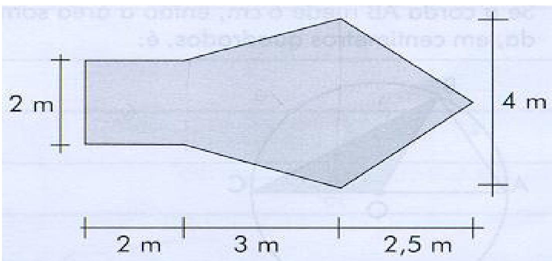


Figura 09 Problema 09

Problema[28] **10:** Calcule em metros quadrados, a área limitada pela figura plana. Explique como você a encontrou:



a) Objetivos

[28] Problema e figura retirado de Sistema de Ensino Energia, v. 5, [entre 1995 e 2005]. p. 5.

1. Reconhecer as figuras geométricas constantes no desenho,
2. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
3. Aplicar fórmulas para os cálculos das áreas,
4. Usar propriedades geométricas: postulados, definições...

b) Conhecimentos mobilizáveis:

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Conceitos matemáticos de quadrado, retângulo, triângulo, trapézio e área.

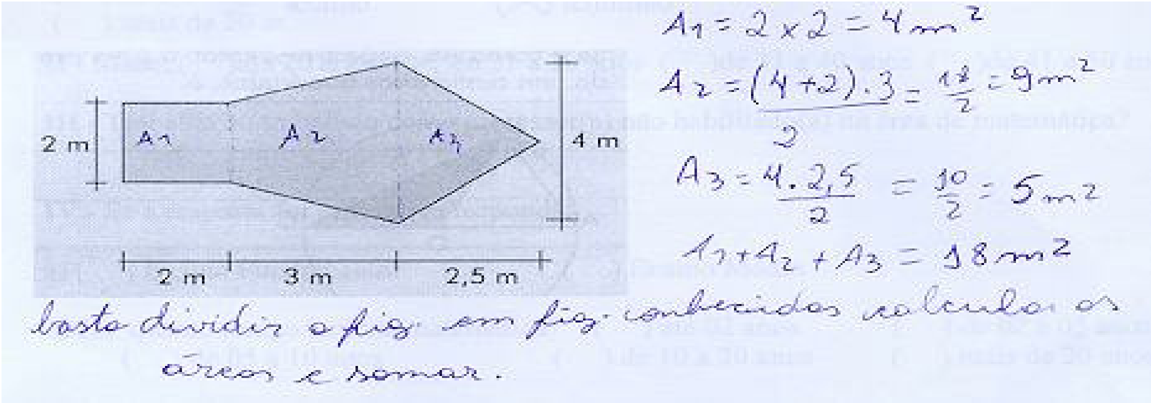
c) Análise preliminar

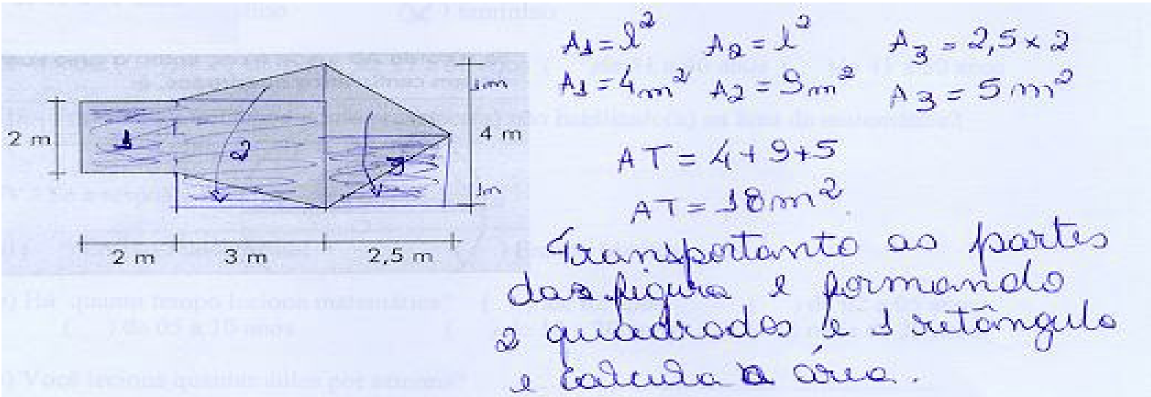
Espera-se que o licenciando pelo seu conhecimento prévio e por meio da apreensão perceptiva e da apreensão operatória, compreenda o estatuto (organização) da figura, apropriando-se dos conceitos envolvidos no problema e aplicando as fórmulas, efetue o cálculo da área.

O processo de resolução desse problema está ligado à operação de reconfiguração intermediária. As partes elementares obtidas por fracionamento podem ser reagrupadas em muitas sub-figuras, todas dentro da figura de partida, onde os tratamentos no registro algébrico dependerão do conhecimento disponível sobre os conceitos matemáticos envolvidos na questão, como: área do quadrado, triângulo, trapézio, retângulo.

d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

Após a aplicação da operação de reconfiguração na figura de partida, como nos mostram os exemplos de estratégias abaixo, nossos 22 licenciandos (73,3%) obtiveram sucesso na elaboração da solução através do uso do cálculo da área por meio de fórmulas trabalhando com os registros algébricos e numéricos, constituindo um fator favorável para o desenvolvimento em processo.





Como se pode observar, apesar do alto índice de acertos, ainda 5 licenciandos (16,7%) responderam de modo errado e 3 licenciandos (10%) não responderam. Cientificamo-nos que a apreensão operatória, quanto às modificações mereológicas (relação parte-todo), neste caso, constitui-se em um componente inibidor, pois através das informações coletadas, observa-se que estes, ou não interpretaram ou não identificaram os dados contidos no problema em geral. Além disso, podemos dizer que os mesmos, não estabeleceram uma relação entre a figura e o que estava sendo solicitado.

Temos, em síntese, através do gráfico (figura 10), os resultados das respostas dos licenciandos no problema 10:

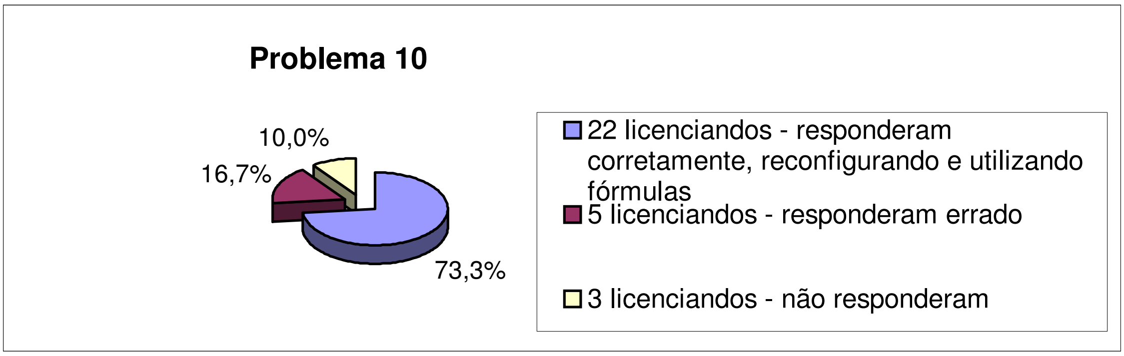
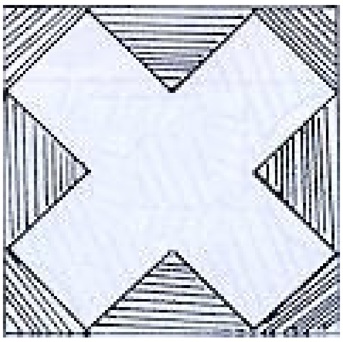


Figura 10 Problema 10

Problema[29] **11:** A figura abaixo foi obtida a partir das divisões regulares dos lados do quadrado. Determine a fração que representa a parte hachurada do quadrado. Explique como você a obteve:



a) Objetivos

1. Reconhecer as figuras geométricas constantes no desenho,
2. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las,
3. Usar propriedades geométricas.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Hipóteses de complementariedade,

[29] Problema e figura retirado de atividades de pesquisa de Flores Bolda.

- Conceitos matemáticos de quadrado, retângulo, triângulo e área.

c) Análise preliminar

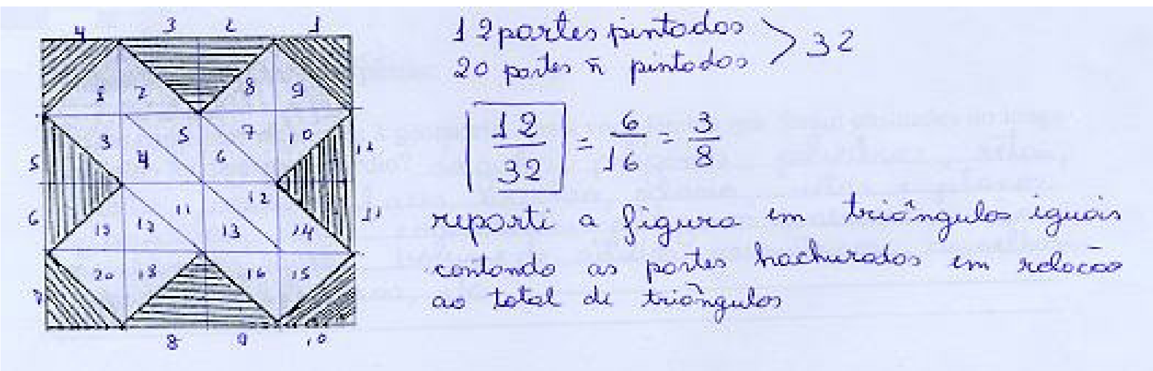
A não congruência entre o enunciado do problema e a figura expressa poderá acarretar alguma dificuldade para o licenciando, no que se refere à indicação do caminho de resolução do problema.

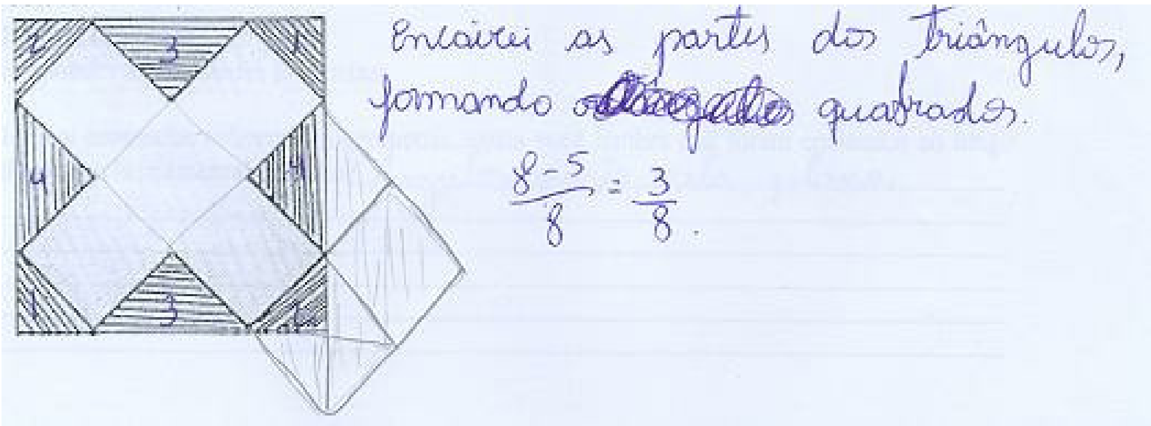
O fato dos traçados auxiliares não serem dados na figura de partida, segundo Duval, constitui-se num fator que deverá prejudicar a visibilidade da sub-figura pertinente.

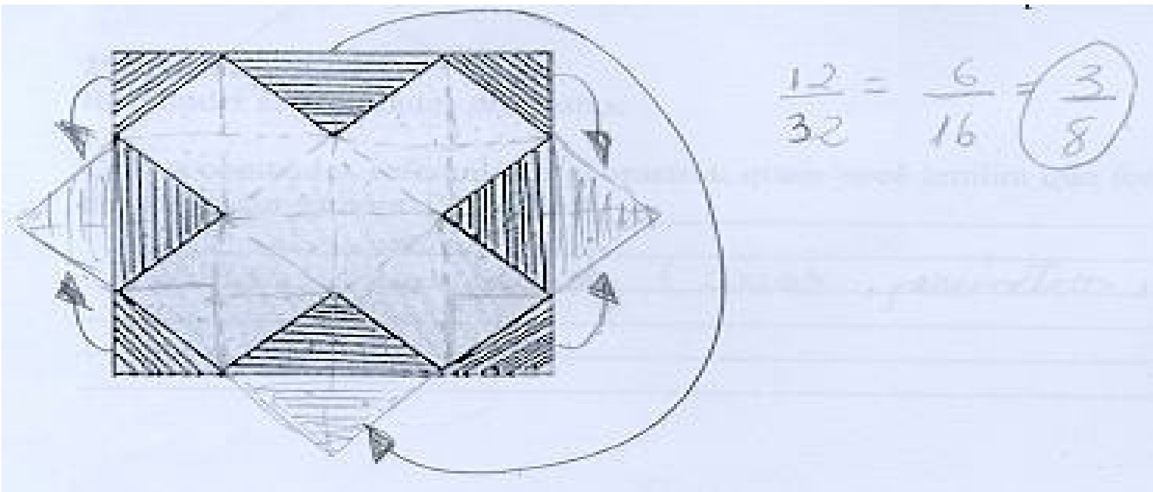
Este tipo de resolução depende das concepções dos objetivos envolvidos, da análise feita na figura e de como a visualização articula o raciocínio. Assim sendo, a apreensão perceptiva da figura tem funções inibidoras sobre a compreensão do problema dado, neutralizando a apreensão discursiva. Para que o licenciando chegue a solução correta, o mesmo dependerá tanto do seu domínio sobre o registro de representação quanto do nível de conhecimento sobre o conteúdo representado.

d) Comentários das estratégias de resoluções dos licenciandos

A operação de reconfiguração intermediária constitui a produtividade heurística da figura e foi trabalhando dessa forma que os 13 licenciandos (43,3%) articularam adequadamente o raciocínio com a prática sistemática, tendo como algumas estratégias de resolução, os procedimentos a seguir:







A figura geométrica dessa atividade apresenta a sobreposição de figuras e a compreensão desse fato, segundo Duval é uma dificuldade para o estudante. Outro fator complicador é que o fracionamento da figura em partes elementares não foi dado, logo deveria ser encontrado. Estes fatos juntos, nos fazem perceber que os 9 licenciandos (30%) que não responderam e os 8 licenciandos (26,7%) que responderam errado, provavelmente tiveram seus conhecimentos originadas nos métodos de trabalho inadequados, decorrente do “decorar” sem entender, constituindo um obstáculo a utilização de novos métodos exigidos em resoluções de problemas geométricos.

O gráfico (figura 11) que expomos abaixo, apresenta os resultados das respostas dos licenciandos no problema 11:

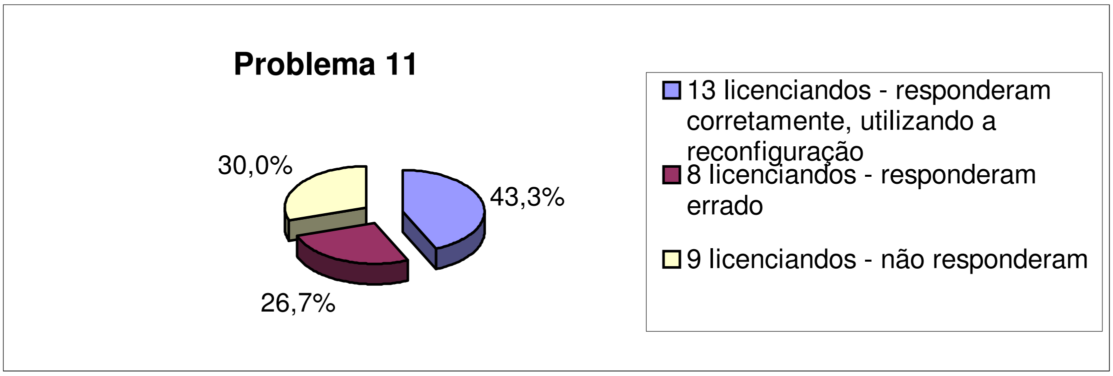


Figura 11 Problema 11

3.4 Algumas Considerações

Nesta fase, executamos a aplicação da proposta de atividades e achamos conveniente ressaltar que, para esse trabalho, a "dificuldade" não significa "obstáculo", mas um conhecimento que produz respostas adaptadas num certo contexto e falsas fora dele. Conhecimento que resiste às contradições com as quais é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento novo.

Para tanto, ao organizarmos nosso instrumento de proposta de atividades, buscamos apoio teórico nos estudos de R. Duval, procurando desenvolver atividades que promovessem a coordenação dos registros discursivo, figural, simbólico e numérico e, ainda consideramos as diferentes apreensões que uma figura pode provocar. Neste sentido, selecionamos situações que envolvessem as apreensões perceptiva, discursiva e operatória das figuras em relação ao processo de melhoria na prática pedagógica envolvendo o ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas.

Com base nos dados referentes à "formação acadêmica", podemos verificar que nosso público alvo poderia apresentar um melhor desempenho se não fossem as condições desfavoráveis em que aprenderam o conteúdo de geometria, sendo que muitos apresentaram uma concepção intuitiva a respeito desse assunto.

No que se refere aos “problemas propostos”, nossa intenção não é a de codificar a produção de cada licenciando, muito menos a comparação das variáveis estatísticas e suas relações com o sucesso ou o fracasso dos mesmos, mas de utilizar os dados obtidos para promover uma reflexão, sobre a importância de se conhecer diferentes métodos de ensino-aprendizagem da geometria, dando oportunidade para aquele que aprende a se adaptar ao processo da melhor forma possível. Para o desenvolvimento do conhecimento matemático, é importante e necessário que cheguemos a uma abstração, porém não podemos ensiná-la como uma verdade acessível exclusivamente por meio de uma linguagem abstrata.

Pudemos constatar que os tipos de estratégias desenvolvidas nas atividades propostas no que se refere ao ensino-aprendizagem do cálculo de áreas de figuras geométricas planas esboçadas pelos licenciandos ainda é o da memorização, aprendida no transcorrer de sua vida acadêmica, sendo que, provavelmente, será também a estratégia explorada em sua prática pedagógica enquanto professor não licenciado ou quando se tornar egresso.

Percebemos que muito poucos licenciandos utilizam a figura como ferramenta heurística na resolução dos problemas. Sendo assim, estaremos no capítulo seguinte sugerindo algumas atividades didáticas pautadas neste mesmo referencial teórico, com análises das situações propostas. O objetivo é de oferecermos uma alternativa metodológica que proporcione uma aprendizagem mais dinâmica, crítica, reflexiva e que possibilite ao licenciando construir criativamente seu saber matemático, opondo-se à formação técnica e a-crítica que valoriza a memorização de fórmulas.

Precisamos levar os professores e licenciandos a acreditar que: “Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, sem aprender a refazer, a retocar o sonho por causa do qual se pôs a caminhar.” (G. Freire)

CAPÍTULO IV – A PROPOSTA DE ATIVIDADES E COMENTÁRIOS

Nessa quarta parte de nossa pesquisa, apresentamos uma proposta de atividades didáticas, tecendo comentários à cerca dos objetivos da atividade, dos conhecimentos mobilizados para resolver a atividade e algumas análises sobre o processo proposto.

Esperamos que os desenvolvimentos destas atividades possibilitem a escolha de um caminho para o ensino-aprendizagem do conteúdo envolvido, criando alternativas para a exploração de situações-problema, de fazer conjeturas, de pensar de maneira lógica, de comunicar-se matematicamente por meio de diferentes linguagens. Pois, diante dos objetivos expostos, nosso grande desafio, está na pretensão de contribuir para a melhoria do desempenho dos licenciandos em relação aos conceitos e habilidades geométricas, e lhes proporcionar conhecimentos didáticos inerentes ao assunto.

4.1 Atividades Didáticas Sugeridas

Na análise feita sobre ensino-aprendizagem de geometria, podemos verificar que existem propostas em curso para modificação do ensino deste conteúdo, que há muito tempo vem sendo praticado de forma racionalista-técnica, isto é, por meio de definições, teoremas e demonstrações, comportamento que, de maneira geral, não permite aos alunos construírem seus conceitos e encaminharem suas próprias deduções.

As mudanças sugeridas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, indicam que:

> É preciso mudar convicções equivocadas, culturalmente difundidas em toda a sociedade, de que os alunos são pacientes, de que os agentes são os professores e de que a escola estabelece simplesmente o cenário do processo de ensino.
> (...)
> Especialmente nas ciências, aprendizado é ativo é, às vezes, equivocadamente confundido com algum tipo de experimentalismo puro e simples, que não é praticável nem sequer recomendável, pois a atividade deve envolver muitas outras dimensões, além da observação e das medidas, como o diálogo ou participação em discussões coletivas e a leitura autônoma. Não basta, no entanto, que tais atividades sejam recomendadas. É preciso que elas se revelem necessárias e sejam propiciadas e viabilizadas como partes integrantes do projeto pedagógico. (BRASIL, 1999, p. 263)

Continuando com as considerações, temos que:

> Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.
> (...)
> O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos - que admitem diferentes respostas em função de certas condições -, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1998, p. 42)

A partir dessas proposições destacadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, novamente nos reportamos à necessidade da definição de quais são as competências profissionais – gerais e específicas – que o licenciando de matemática deve construir no processo de sua formação, para opor-se a formação técnica e a-crítica. Para tanto, o mesmo deverá saber analisar, sistematizar e utilizar os resultados de pesquisas para o aprimoramento de sua prática pedagógica.

Pires (2002, p. 47), nos informa que "O documento do CNE[30], por tratar de Diretrizes Gerais para a formação de professores, não explicita as competências específicas a serem construídas por um professor de matemática".

[30] Conselho Nacional de Educação.

Levando isto em consideração, nos embasamos em Perrenoud (1999, p. 09), o qual certifica que prática reflexiva e participação crítica são entendidas como orientações prioritárias da formação de professores, afirmando que "é preciso, então, ancorar a prática reflexiva sobre uma base de competências profissionais". O autor descreve dez novas competências ligadas às transformações do ofício de professor. Dentre elas, duas nos chamam a atenção:

- Organizar e coordenar situações de aprendizagem – damos ênfase a esta competência pelo fato de vir ao encontro das dificuldades encontradas pelos licenciandos durante o processo de formação, as atitudes, modelos didáticos, capacidades e modos de organização que se pretende que venha a ser desempenhado nas suas práticas pedagógicas.
- Gerir as progressões das aprendizagens – podemos descrever esta competência em outras palavras: estabelecer vínculos com as teorias subjacentes às atividades de aprendizagem – o destaque que damos a esta competência é pelo pouco contato existente entre as pesquisas e os professores.

Visando pelo menos essas duas competências e entendendo que a formação do professor e a aprendizagem dos alunos não são questões de causa e efeito e nem ocorrem de forma linear, temos a possibilidade de compreender os princípios orientadores para um curso de formação de professores, citado por PIRES (2002, p. 45):

> [...] três eixos foram selecionados e assim formulados :
> - A concepção de competência é nuclear na orientação do curso de formação inicial de professores.
> - É imprescindível que haja coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor.
> - A pesquisa é elemento essencial na formação do professor. (p. 45)

Como sujeitos conhecedores da realidade, sabemos que é preciso uma adequação curricular para o desenvolvimento desses princípios orientadores.

Sabemos que os licenciados em matemática, mesmo tendo um número significativo de disciplinas que explorem (no nosso caso específico) a geometria, pouco exploram os aspectos metodológicos sobre seu ensino. Enquanto não houver um investimento de aplicação dos princípios orientadores na formação dos professores e adequação nos currículos dos cursos que os formam, as deficiências formativas permanecerão. Assim, não podemos esperar que os licenciandos ministrem um conhecimento de maneira eficiente se não estão sendo bem formados na área.

O que se percebe na prática é que alguns licenciandos ao se tornarem professores, fogem da matéria, e outros, apesar da deficiência formativa, se lançam ao seu ensino, mas, mesmo com boa vontade e dedicação, acabam trabalhando alguns conceitos de maneira equivocada ou com pouca base de conhecimento para assegurar o que estão ensinando.

Levando em consideração tais fatos procedemos uma busca bibliográfica de possíveis atividades, para serem apresentadas como proposta de uma alternativa metodológica, que proporcione uma melhoria na prática pedagógica envolvendo o ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, buscando estabelecer uma relação destas com o registro de representação semiótica de R. Duval.

O objetivo e a escolha dessas atividades estão voltados ao desenvolvimento junto aos licenciandos de uma postura crítica e autônoma, compreendendo a geometria para além do uso de técnicas, fórmulas, identificações, mas como uma atividade do pensamento que pode proporcionar grande desenvoltura no olhar, no resolver e no saber. A escolha das atividades está associada a esta postura, mas não somente a isto, como também ao estudo de uma forma metodológica para ensinar e aprender em sala de aula.

Esta concepção deverá ajudar os licenciandos a se apropriarem dos conceitos envolvidos nos problemas propostos e a compreenderem por meio da visualização-raciocínio o estatuto da figura, dominando as mudanças de linguagem, isto é: da linguagem natural e/ou para a linguagem matemática e/ou para a linguagem da figura.

Segundo nosso referencial teórico, na aprendizagem da matemática, as representações semióticas são fartamente utilizadas e, se não é dada a devida importância a este fato, o processo de ensino-aprendizagem tende a ficar comprometido. Pois, é a partir destas representações, que se constrói uma representação mental, possibilitando a compreensão de um problema e o encaminhamento de sua solução.

Para esta proposta de atividades, procuramos buscar, prioritariamente, questões que visam verificar as habilidades matemáticas, em especial as habilidades de geometria. O critério utilizado para a escolha destas nove atividades, está principalmente pautado na utilização do registro figural enquanto representação semiótica, tendo em vista a possibilidade de atividade cognitiva ligada às apreensões de uma figura. Estas situações exigem, por parte do licenciando, maiores habilidades em fazer previsões, tomar decisões, apoiar-se em propriedades e desenvolver competências na exploração de figuras, explicar e entender a situação-problema proposta.

Estamos interessados em contribuir para a melhoria do desempenho dos licenciandos em relação aos conceitos e habilidades geométricas, proporcionando-lhes conhecimentos didáticos inerentes a esses conteúdos. Sendo assim, as nove atividades sugeridas não apresentam uma ordem seqüencial, isto é, não necessitam estar seguidas umas das outras, podendo ser cada uma delas explorada separadamente.

Com vistas ao que afirmamos, apresentamos nossa proposta de atividades com os respectivos comentários:

Atividade[31] 01 – Medindo superfícies

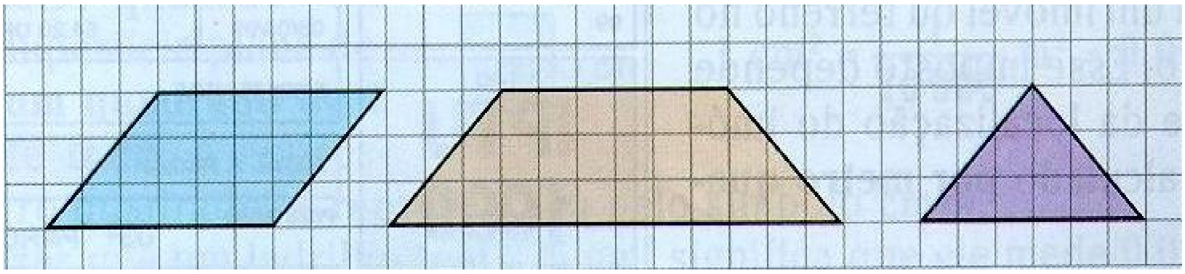
1) Numa folha de papel quadriculado, considerando um quadradinho dessa folha □ como unidade de medida, desenhe polígonos de:

1. área igual a 11 quadradinhos

2. área igual a 8,5 quadradinhos

2) Utilizando como unidade de medida de superfície a metade de um quadradinho da malha  determine a área de cada polígono:

E observando as figuras, o que você pode afirmar sobre as suas áreas?



a) Objetivos

1. Propiciar atividades de medição de superfície utilizando unidades não padronizadas
2. Adquirir e compreender o conceito de área
3. Relacionar a medida de unidade escolhida como sendo unidade de medida de superfície
4. Construir polígonos conhecendo a área, considerando a unidade de medida adotada
5. Compreender a situação proposta através do registro discursivo, com o auxílio do registro figural, envolvendo o conceito de área de figura geométrica plana

b) Conhecimentos mobilizáveis

[31] Atividade modificada para ser utilizada neste instrumento de pesquisa, a partir de Mori e Onaga, 2000, p. 281.

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Conceito de perímetro;
- Conceito de área;
- Cálculo de área (não conhecendo fórmulas)

c) Comentários

Nesta atividade, discute-se com os licenciandos as diferentes formas de adoção de medidas decorrentes da diferença entre as unidades adotadas, devendo os mesmos observar que os desenhos feitos por eles podem apresentar formas distintas uns dos outros.

Mesmo que os licenciandos já tenham para si adquirido os conceitos de perímetro e de área, o relevante aqui é ver a importância e a necessidade da padronização de medidas para efetuar os cálculos. Além disso, tal atividade possibilita o licenciando a desenvolver e adquirir meios para trabalhar em sua prática docente.

No desenvolver dessa atividade, estaremos reforçando uma imediata apreensão perceptiva. E ainda através da apreensão operatória poderemos realizar modificações mereológicas, compondo novos desenhos a partir daqueles que eles já construíram. O desenvolvimento desta atividade é facilitado mediante o auxílio do fundo quadriculado, que serve de suporte para a aplicação da operação de reconfiguração.

Esta estratégia permitirá ao aluno perceber que é possível calcular áreas de algumas figuras, mesmo não conhecendo fórmulas, ou seja, de realizar tratamentos diversos no próprio registro figural.

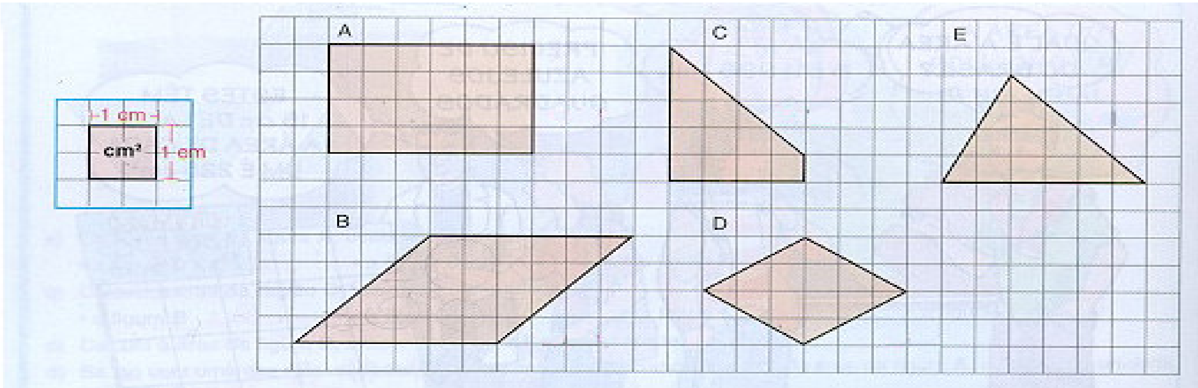
Atividade[32] 02 – Calculando área sem fórmula

Sem fórmula conseguiremos calcular a área dos polígonos abaixo? Como?

Se considerarmos o cm^2 como unidade padrão, qual a área dos polígonos seguintes:

---

[32] Atividade modificada para ser utilizada neste instrumento de pesquisa, a partir de Mori e Onaga, 2000, p. 284.



a) Objetivos

1. Compreender as implicações matemáticas do uso da unidade padrão
2. Ser capaz de resolver o cálculo da superfície de alguns polígonos sem o uso da fórmula, através de uma unidade dada
3. Conhecer diversas técnicas para resolver cálculo de área
4. Converter o registro da língua natural em um registro figural
5. Levar o licenciando a compreender a apreensão operatória, utilizando a operação de reconfiguração

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto, através do enunciado;
- Conceito de área,
- Cálculo de área.

c) Comentários

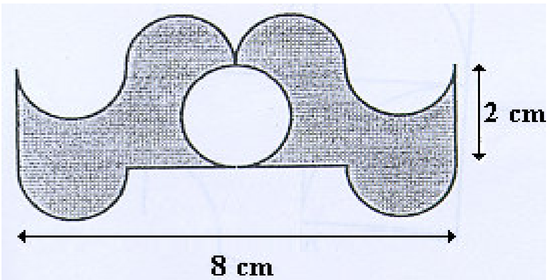
O desenvolvimento desta atividade proporciona ao licenciando a simulação do cálculo de área pelo uso de uma unidade padrão pré-estabelecida e nossa intenção ao sugeri-la é favorecer a abordagem do conceito de área dos polígonos, através de uma leitura mais atenta dos objetos associados a sua apreensão perceptiva.

Esta atividade, assim como a anterior, proporciona um momento adequado para o professor destacar o fato de se poder calcular a área de uma superfície mesmo desconhecendo o processo de sistematização de fórmulas.

É esperado que o licenciando chegue à solução usando a apreensão operatória, realizando modificações nas figuras de partida, facilitando seu raciocínio dedutivo, levando-o a justificar seu processo na tomada de decisão. O fundo quadriculado como suporte facilita o procedimento da operação de reconfiguração, como busca da solução do problema. Mas, nada impede que o mesmo venha a contar os quadradinhos um a um na tentativa de encontrar a solução do problema, não sendo esta a melhor maneira de explorar a figura.

Atividade[33] 03

Esta figura é constituída de semi-circunferência de 1 cm de raio e de segmentos. Qual o valor correspondente a área desta figura? Explique como você a obteve:



a) Objetivos

1. Ser capaz de através do contorno da figura perceber a implicação da operação de reconfiguração.
2. Organizar a figura através da complementariedade de formas, visualizá-la de maneira completa.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Fracionamento de figuras;
- Hipóteses de complementariedade;

[33] Atividade modificada para ser utilizada neste instrumento de pesquisa, a partir de Bolda Flores, 1997, p. 136.

- Propriedades geométricas;
- Cálculo de área de retângulo;
- Cálculo da área do círculo;
- Cálculo da área do setor circular.

c) Comentários

Podem ocorrer algumas dificuldades no desenvolvimento do exercício, se o licenciando não considerar as hipóteses de complementariedade que estão junto a figura e o seu fracionamento como suporte em sua tomada de decisão, para chegar a solução.

Neste caso, não temos o fundo quadriculado para auxílio no processo de resolução, mas o contorno das formas da figura representa uma ajuda para a aplicação da operação de reconfiguração.

Sendo a figura não convexa, a apreensão perceptiva sobre ela nos mostra onde se encontram as outras metades para regularizar a figura, isto é, organizá-la de maneira completa.

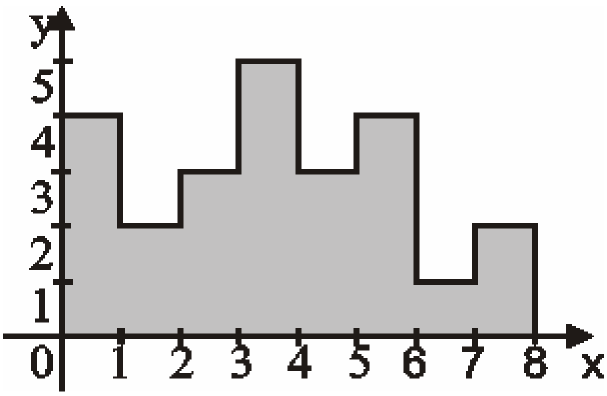
Durante o desenvolvimento desse processo deve-se enfatizar a distinção entre a apreensão perceptiva que é a interpretação das formas da figura e, a apreensão discursiva que é a interpretação dos elementos da figura, pois "mergulha" nas propriedades geométricas do objeto.

O licenciando fará a decisão correta se realizar sobre a figura a apreensão operatória, que é a operação fundamentada nas modificações possíveis da figura de partida e nas suas reorganizações perceptivas que essas modificações sugerem. O mesmo deverá passar da dimensão de semi-circunferências de raio 1cm e de segmentos para a dimensão do retângulo 8cm x 2cm. Essa mudança de dimensão, necessária para a resolução da atividade, nem sempre é evidente para o aprendiz, conforme Duval (1994).

Atividade[34] 04

Responda e justifique: Dois agrupamentos de formas diferentes podem ao mesmo tempo apresentar a mesma área?

Observe a figura abaixo e em seguida calcule a área da superfície sombreada. Qual a estratégia utilizada para a obtenção da resposta apresentada?



a) Objetivos

1. Realizar a reconfiguração figural, obtendo-se uma figura de forma homogênea.
2. Compreender que a mesma área pode estar ao mesmo tempo em dois agrupamentos com formas diferentes, podendo ser comparadas.
3. Reconhecer o plano cartesiano.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Hipóteses de complementariedade;
- Fracionamento de figuras;
- Plano cartesiano;
- Cálculo de área do retângulo.

c) Comentários

Assim como todas as outras atividades sugeridas, esta também requer a resolução por meio das figuras, pois, as reconfigurações a serem realizadas darão lugar a uma única forma

34 Atividade modificada para ser utilizada neste instrumento de pesquisa, a partir de atividades de pesquisa de Flores Bolda.

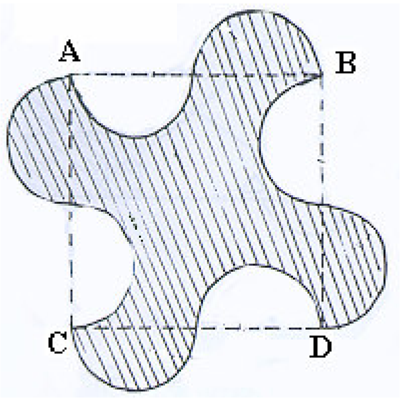
figural. Ao mesmo tempo, através dessa metodologia, estaremos desenvolvendo o raciocínio para o cálculo de áreas, como a habilidade de visualização utilizando a apreensão operatória.

Talvez ocorra alguma dificuldade no desenvolvimento da resolução, pois a figura não está desenhada sobre um fundo quadriculado e o fracionamento da figura não é dado comprometendo a apreensão operatória exigida na resolução.

Quando realiza-se o procedimento de reconfiguração global, busca-se as sub-figuras que devem preencher as formas da figura inicial, obtendo-se uma nova figura, neste caso obter-se-á um retângulo.

Atividade[35] 05

A diagonal AD do quadrado ABCD mede √2 cm. O diâmetro de cada uma das semi-circunferências na figura abaixo é igual a metade do lado do quadrado. Encontre a área da região hachurada, explique como você fez.



a) Objetivos

1. Realizar a passagem do desenho para a figura geométrica.
2. Relacionar e interpretar as informações dadas no enunciado do problema com a figura de partida.

35 Atividade e figura retirada de atividades de pesquisa de Flores Bolda.

3. Usar a figura associada com o esquema de resolução do problema, com o intuito de desenvolver as apreensões perceptiva e operatória.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Hipóteses de complementariedade;
- Propriedades geométricas,
- Cálculo da área do quadrado.

c) Comentários

Podemos na resolução dessa atividade abordar concepções referentes aos conceitos de quadrado, circunferência e semi-circunferência bem como das suas análises feita na figura.

Temos aqui, uma atividade onde os tratamentos locais são explícitos, pois a figura oferece somente um caminho para a reconfiguração. Há uma congruência, isto é, existe uma correspondência entre o que é visto na figura e o que é dito no enunciado. Este fato ajuda na compreensão do problema. Mas, o importante nesta figura é que ela tem um contorno quadrado pontilhado, sugerindo a complementariedade das formas.

Compreendemos que esse tipo de problema poderá induzir, claramente, o licenciando à solução do problema, mas o sucesso de resolução dependerá da apreensão perceptiva que está intrínseca no sujeito.

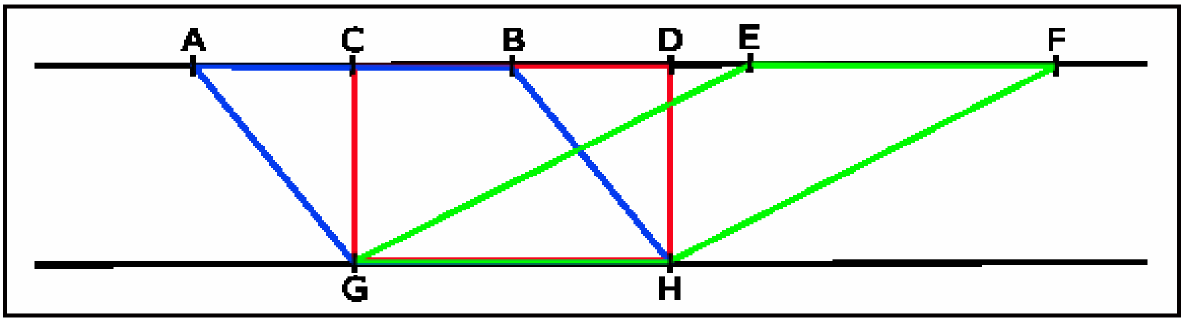
Para Duval (1995), os diferentes registros de representação ligados ao tratamento dos conhecimentos não se operam espontaneamente, mesmo ao curso de um ensino que mobilize essa diversidade de registro (conforme fundamentação teórica).

Atividade[36] 06

Observando os paralelogramos ABHG, CDHG e EFHG, o que você pode afirmar sobre a área dessas figuras? Explique sua resposta:

---

[36] Atividade modificada para ser utilizada neste instrumento de pesquisa, a partir de atividades de pesquisa de Flores Bolda.



a) Objetivos

1. Demonstrar que o paralelogramo pode ser deformado, alterando as medidas dos ângulos porém, conservando a congruência das áreas.
2. Relacionar o enunciado com a figura.
3. Considerar a operação de reconfiguração e a realização dos tratamentos figurais no processo de resolução da atividade.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto, através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Conceito de altura;
- Conceito de paralelogramo;
- Cálculo de área do paralelogramo;
- Noção de ângulos;
- Conceito de retângulo,
- Cálculo da área do retângulo.

c) Comentários

Para o desenvolvimento desta atividade, o licenciando precisa conhecer as notações utilizadas para representar quadriláteros e seus lados, bem como conhecer as definições de paralelogramo e retângulo, e ser capaz de justificar que o retângulo é um caso particular do paralelogramo.

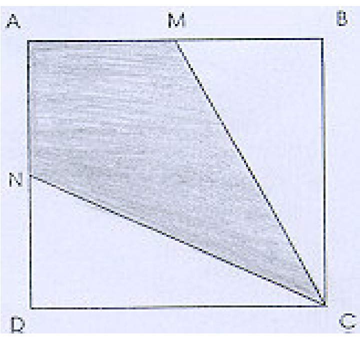
A existência da congruência entre a apreensão perceptiva e a discursiva facilita o tratamento matemático do problema, isto é, existe uma correspondência entre o que é visto e o que é dito no enunciado, sendo este um fator que ajuda na compreensão do problema.

O transcorrer do processo dar-se-á mediante a efetuação da operação de reconfiguração, sendo necessário para tanto a realização dos tratamentos figurais, tais como: inserir flechas, traços ou cores para direcionar e organizar o método de execução.

Neste caso, dependemos da habilidade do aprendiz em “ver rapidamente” ou “não ver” a propriedade geométrica pertinente ao problema, pois é esta habilidade que sugere o tratamento matemático a ser utilizado na resolução. Sendo assim, necessita-se da identificação das sub-figuras pertinentes ao desenvolvimento da operação de reconfiguração, para então construir traços suplementares na figura de partida e assim registrar os critérios utilizados e os dados obtidos no transcorrer do processo.

Atividade[37] 07

A figura abaixo representa um quadrado ABCD. M e N são os meios dos lados AB e AD, respectivamente. Qual a fração que representa a parte hachurada do quadrado? Explique como você encontrou a resposta?



a) Objetivos

1. Reconhecer e utilizar os conceitos geométricos envolvidos nesta atividade.

[37] Atividade e figura retirada de Flores Bolda, 1997, p. 56.

2. Relacionar e interpretar as informações dadas no enunciado do problema com a figura de partida.
3. Evidenciar que qualquer figura geométrica plana pode ser decomposta e/ou composta em várias sub-figuras, para possibilitar o cálculo da medida de área.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Noção de Ponto Médio;
- Conceito de quadrado;
- Cálculo da área do quadrado.

c) Comentários

A resolução dessa atividade demonstra a especificidade relacionada à apreensão operatória descrita por Duval (1994), em relação ao fato das modificações posicionais (rotação e translação) serem realizadas com as sub-figuras, a fim de colocá-las no lugar adequado para se obter a solução do problema.

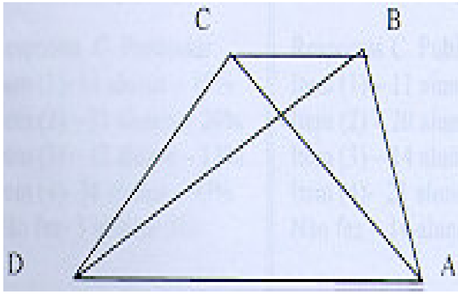
Dependendo do número de modificações posicionais que devem ser realizadas, poderemos ter aí, um fator de interfira na complexidade da aplicação da operação de reconfiguração, sendo necessário transitar da conversão do registro discursivo para o registro figural para visualizar as propriedades e sub-figuras necessárias na resolução do problema.

A percepção de estratégia de resolução vai depender da familiaridade ou não do licenciando com problemas não convencionais. Neste caso, o fracionamento da figura em partes elementares não foi dado inicialmente, devendo ser encontrado e os reagrupamentos das partes elementares formam sub-figuras não convexas, conforme alternativa de solução exposta no capítulo II.

Atividade[38] 08

Assinale a afirmação verdadeira e justifique:

Seja o trapézio ABCD. Sendo área 1 = área do triângulo ABC e a área 2 = área do triângulo BCD.



Pode-se afirmar que:
a) (   ) área 1 > área 2
b) (   ) área 1 < área 2
c) (   ) área 1 = área 2
d) (   ) Não foram dadas as medidas, portanto não é possível calcular as áreas e compará-las
Justificativa:

a) Objetivos

1. Utilizar o conceito de trapézio na tomada de decisões.
2. Usar as propriedades geométricas para justificar sua decisão.
3. Cientificar-se que não há necessidade de conhecer as medidas para comparar áreas.
4. Decompor a figura em sub-figuras e recompô-las, em busca da solução do problema.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;
- Propriedades geométricas;
- Conceito de trapézio,
- Conceito de triângulo;
- Cálculo de área do triângulo.

c) Comentários

Nem sempre a figura facilita "ver" sobre ela as propriedades as quais correspondem à solução procurada. Temos como exemplo típico esta atividade, que embora trabalhe com

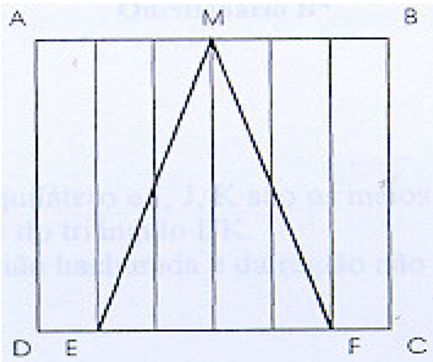
[38] Atividade e figura retirada de atividades de pesquisa de Flores Bolda.

comparações de áreas das partes de uma figura dada, as partes superpostas dos triângulos, isto é, o contorno fechado separando uma da outra, é um fator que diminui a visibilidade da operação de reconfiguração intermediária, ocultando a apreensão operatória.

Esta visualização provavelmente induz a não utilização da definição de trapézio. Sendo que, a resolução dessa atividade deve se apoiar, essencialmente, sobre a justificativa de que o trapézio tem bases paralelas, logo as alturas dos dois triângulos são iguais e pela figura possuem a mesma base. Portanto, esses triângulos possuem áreas iguais.

Atividade[39] 09

ABCD é um quadrado dividido em partes iguais. Mostre que as áreas AMED, MEF e MBCF são iguais. Justifique sua resposta:



a) Objetivos

1. Construir nova figura com forma que possibilite a determinação de sua área.
2. Compreender a situação proposta, através do registro discursivo com o auxílio do registro figural, envolvendo os conceitos de quadrado e retângulo.
3. Permitir ao licenciando colocar em ação sua capacidade de inferência e de raciocínio para testar as soluções quanto às estratégias de resolução do problema, usando a reconfiguração.

b) Conhecimentos mobilizáveis

- Interpretação de texto através do enunciado;

---

[39] Atividade e figura retirada de Flores Bolda, 1997, p. 53.

- Propriedades geométricas;
- Fracionamento de figuras;
- Conceito de quadrado;
- Cálculo de área do quadrado;
- Conceito de retângulo;
- Cálculo de área do retângulo.

c) Comentários

A decomposição desta figura tem por finalidade a relação dessas partes (sub-figuras da figura de partida), visando o cálculo da medida de área, e conseqüentemente, da área enquanto grandeza, ou seja, o espaço ocupado por esta medida de área.

Nesse caso, a reconfiguração pode ser realizada no quadro da figura de partida, sendo que as sub-figuras são deslocadas no interior da própria figura. Ou ainda, pode-se optar pelo contrário e algumas sub-figuras devem sair do contorno da figura de origem. Estes tipos de deslocamento têm uma ligação com o contorno da figura, resultando em um retângulo, cuja área pode ser facilmente calculada.

Esta estratégia facilita a visualização dos passos da reconfiguração, permitindo aprofundar as aquisições dos licenciandos nos domínios de: explorações da figura, isto é, encontrar analogias e desenvolver conjeturas. Permite provocar discussão na sala de aula a propósito das diferentes possibilidades de se escolher o "caminho" da resolução do problema e enriquecer os conceitos geométricos.

4.2 Algumas Considerações

Consideramos que para alcançarmos os objetivos de ensino e de aprendizagem, é essencial o estabelecimento de uma proposta metodológica explícita para guiar as ações do professor e do aluno rumo à construção do conhecimento pretendido.

Neste caso, devemos levar em conta, que as atividades devem ser orientadas pelo professor, pois a operação de reconfiguração nem sempre se faz evidente, tampouco de maneira simples, para muitas das figuras que usamos no ensino, podendo em alguns casos inibir ou até mesmo dificultar ao invés de auxiliar o uso dessa operação.

Para tanto, devemos fazer com que o licenciando (no nosso caso) sinta-se livre nas experiências, em suas tentativas e erros, pois desta forma vê-se que as possibilidades heurísticas de uma figura requerem não só uma habilidade do visual, mas também, competências outras que permitam concluir corretamente o problema, ou seja, é preciso dominar conhecimentos matemáticos. Além disto, temos claro que a condução desse processo deverá levar o licenciando a uma desenvoltura frente à aprendizagem matemática.

Neste sentido, elaboramos algumas sugestões de atividades que possuem uma associação ao estudo de registro de representação semiótica de R. Duval. Nessa sugestão de atividades é proposto ao licenciando construir um melhor domínio e desenvolvimento das habilidades geométricas, propiciando a execução de atividades que explorem a coordenação das linguagens associadas à exploração heurística da figura.

Temos com essa proposta o intuito de proporcionar aos licenciandos capacidade para desenvolver tratamentos figurais na resolução de cálculos de áreas de figuras geométricas planas, dando ênfase para a operação de reconfiguração. Sendo que, novamente esclarecemos que a nossa intencionalidade em propor as atividades está somente relacionada com a melhoria do ensino-aprendizagem do licenciando referente ao assunto em questão, não objetivando averiguar, testar ou avaliar os procedimentos adotados pelos mesmos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A idéia de que a matemática oferece mais obstáculos à aprendizagem do que as demais disciplinas, é fato confirmado na prática das salas de aula por muitos anos. Por isso mesmo, tem merecido nos últimos anos, especial atenção por parte dos educadores matemáticos e dos professores em geral.

Apesar desta atenção, o ensino de matemática ainda continua sendo proposto de maneira pouco refletida, seja quanto aos conteúdos, ou quanto aos métodos de ensino e de avaliação.

Quando olhamos para as propostas programáticas das últimas décadas, vemos que os objetivos da educação mudaram, passando, por exemplo, pela preparação profissional, por maior cobrança no desenvolvimento do intelecto e do senso crítico. Contudo, o ensino de matemática permaneceu basicamente o mesmo e, ainda que algumas propostas façam referências a processos metodológicos, eles pouco mudaram, chegando quase a não alterar a prática escolar.

Sabemos que para a aquisição dos conhecimentos matemáticos, os alunos necessitam relatar suas experiências, explorar materiais, delinear e modelar suas representações mentais, ou seja, precisam transformar essas vivências em linguagem matemática (PAIVA & CARVALHO, 1998). Fica difícil pensar como os objetivos poderão ser alcançados se os instrumentos básicos escolares disponíveis para sua consecução – os conteúdos e os métodos – ficaram invariantes.

Quando nos reportamos ao ensino de geometria, essas experimentações se fazem ainda mais necessárias, pois "O'Daffer (1980) e Post (1980) apontam a geometria como o ramo da matemática mais adequado para o desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade, o raciocínio hipotético-dedutivo". (PAVANELLO e ANDRADE, 2002, p. 78)

Este contexto nos leva a compreender que, em matemática, para se debater (isto é, conjeturar), é necessário apoiar-se em certo número de propriedades ou definições geométricas, ocorrendo, então, a necessidade de utilizarmos uma ou várias propriedades no processo de resolução. Neste momento, percebemos a utilização de modelos matemáticos desconectados do que se pretende ensinar, apresentando limitações e se mostrando inadequados ou insuficientes no processo de ensino-aprendizagem.

Frente a estas constatações realizamos nossa pesquisa, objetivando a apresentação de uma alternativa metodológica que auxilie nas novas propostas de formação docente. Este auxílio deve vir ao encontro da prática pedagógica, envolvendo o ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, através de um instrumento contendo atividades didáticas estabelecendo uma relação desta com o registro de representação semiótica proposto por R. Duval.

Quando nos referimos à formação docente estamos falando das licenciaturas de matemática, onde a ênfase deve ser dada nas disciplinas didático-metodológicas, de modo que o docente, para ministrá-las, deve possuir formação específica, evitando que os licenciandos adquiram apenas a formação pedagógica, fator que lhes dificulta maior aprofundamento em questões inerentes ao ensino da matemática, principalmente em níveis que vão além do ensino fundamental.

Para tanto, não temos um documento que oficialize as competências específicas que um professor que ensina matemática deva receber em sua formação inicial, mas podemos enfatizar as competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico. Sendo elas:

- Criar, planejar, realizar, gerir e avaliar situações didáticas eficazes para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos alunos, utilizando o conhecimento das áreas ou disciplinas a serem ensinadas, das temáticas sociais transversais ao

> currículo escolar, dos contextos sociais considerados relevantes para a aprendizagem escolar, bem como as especificidades didáticas envolvidas;
> - Utilizar modos diferentes e flexíveis de organização do tempo, do espaço e de agrupamentos dos alunos, para favorecer e enriquecer seu processo de desenvolvimento e aprendizagem;
> - Manejar diferentes estratégias de comunicação dos conteúdos, sabendo eleger as mais adequadas, considerando a diversidade dos alunos, os objetivos das atividades propostas e as características dos próprios conteúdos;
> - Identificar, analisar e produzir materiais e recursos para a utilização didática, diversificando as possíveis atividades e potencializando seu uso em diferentes situações;
> - Gerir a classe, a organização do trabalho, estabelecendo uma relação de autoridade e confiança com os alunos;
> - Intervir nas situações educativas com sensibilidade, acolhimento e afirmação responsável de sua autoridade;
> - Utilizar estratégias diversificadas de avaliação da aprendizagem e, a partir de seus resultados, formular propostas de intervenção pedagógica, considerando o desenvolvimento de diferentes capacidades dos alunos. (PIRES, 2002, p. 46-47)

Em virtude da necessidade de dominarmos o conhecimento pedagógico, através das competências expostas, em situações inseridas no contexto geométrico (nosso foco de estudo), enfatizamos que os tipos de problemas propostos e a metodologia de trabalho do professor são fatores determinantes para a aprendizagem do aluno na escola. Então, acreditamos que as atividades apresentadas pelo processo das apreensões poderão contribuir significativamente para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem nessa área.

Com base nos estudos que apreciamos para a realização desta pesquisa, como também através do contato e do instrumento aplicado, percebemos que – apesar das dificuldades no domínio da fundamentação teórica utilizada, no caso o registro de representação semiótica e o processo das apreensões em geometria, como também das deficiências de conteúdo – o processo desenvolvido propiciou aos licenciandos envolvidos neste preâmbulo a oportunidade de um ensino-aprendizagem reflexivo e motivador.

Embora não tenha sido o nosso foco de estudos, não podemos deixar de mencionar as limitações apresentadas pelos licenciandos (dados relatados no capítulo III), que provavelmente são decorrentes de não se levar em conta a curiosidade do aluno, a sua capacidade de levantar hipóteses, criar estratégias, compará-las, extrapolá-las para outras situações e desenvolver modelos matemáticos para resolver situações significativas.

Desta forma, alguns licenciandos ainda desconhecem que a matemática, para ser compreendida pelo aluno, não é suficiente que seja ensinada de modo lógico, isto é, como funciona ou como pode ser aplicada, depende também de interesses, habilidades pessoais entre outros.

Em face dessa situação, consideramos que na dinâmica da construção do conhecimento geométrico é fundamental a compreensão:

- Da utilização dos registros de representação;
- Da importância da figura geométrica como apoio "na economia de processos cognitivos" durante o desenvolvimento da resolução.

Assim, entendemos que a geometria, quando ensinada através de situações-problema envolvendo os registros de representação semiótica e seus tratamentos próprios, propicia que as figuras se tornem um objeto de exploração heurística, levando o licenciando a um crescimento visual e a uma desenvoltura na sua capacidade interpretativa da matemática.

No nosso caso, queremos dizer que, por exemplo, ao invés de o licenciando resolver seus exercícios de cálculo de área usando somente o procedimento de fórmulas, ele terá outra alternativa de solução, ou seja, a busca heurística na própria figura. Isso significa, possibilitar ao licenciando uma desenvoltura tanto na sua maneira de pensar como na sua maneira de olhar e, além de tudo, de raciocinar.

Para tanto, selecionamos e planejamos atividades que explorassem a introdução do cálculo de área de figuras geométricas planas por meio da operação de reconfiguração mais associada a uma hierarquia de tarefas do que a uma hierarquia de conteúdos. O instrumento se apresenta de modo que o licenciando se aproprie das ferramentas que são utilizadas no cálculo de área, o registro de representação, a identificação de sub-problemas, das ferramentas necessárias para resolvê-los e compreenda a organização de modo lógico, isso implica na relação do olhar, do pensar e do raciocinar.

Em síntese, nossas atividades, apóiam-se nas representações semióticas e no reconhecimento das apreensões operatória, perceptiva e discursiva pelos alunos, posto que, de acordo com os estudos de Duval (1994), *as representações semióticas além de serem necessárias para fins de comunicação são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.*

Desta maneira, as atividades aqui apresentadas podem ter, à primeira vista, uma característica voltada para a resolução de procedimentos e técnicas. No entanto, num olhar mais amplo dessa pesquisa e assim considerando o aspecto figural na aprendizagem matemática, particularmente a geometria, bem como a desenvoltura do olhar, do pensar e do raciocinar, tais atividades tendem a se construir num aspecto mais voltado para a reflexão de conceitos matemáticos, de habilidades e competências matemáticas.

Devido a todas as considerações feitas até então, e mediante alguns problemas de origem pedagógica constatados no decorrer da aplicação de nosso instrumento de investigação e nos relatos registrados em outras pesquisas, declaramos ser de nosso interesse a continuação desses estudos sobre a proposta de se trabalhar o processo de reconfiguração de figuras planas por meio do processo de decomposição-composição-compensação na licenciatura, procurando aperfeiçoar nossa proposta de atividades, objetivando garantir um bom aprendizado nos alunos.

No que tange às finalidades, acreditamos ser preciso dar atenção:

1. A necessidade de uma formação adequada do professor para trabalhar (neste caso específico) o ensino de áreas de figuras geométricas plana
2. Na dificuldade que certos licenciandos possuem no aprendizado das propriedades de geometria e suas aplicações em problemas geométricos, sendo originados de métodos de trabalhos inadequados (decorar definições e teoremas sem entendê-

> los, constitui um obstáculo às suas utilizações nas articulações exigidas em resoluções de problemas geométricos).

Considerando os fatos anteriormente assinalados, julgamos relevantes os dados investigados, no sentido de aplicá-los enquanto relação de uma atividade de investigação realizada como alternativas metodológicas para o ensino da geometria.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática e metodologia de pesquisa.** CEMA (Caderno de Educação Matemática), v. 3. São Paulo: PUC. 1997.

ALMOULOUD, S. A.; MELLO, E. G. S. de. **Iniciação à demonstração: apreendendo conceitos geométricos.** 23ª reunião da ANPED. Internet. 2000.

ALMOULOUD, S. A. **Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos.** In: Aprendizagem matemática: registros de representação semiótica. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p. 125-147. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

ANDRINI, A., VASCONCELLOS, M. J. **Novo praticando matemática.** 6ª série. 1ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

AZANHA, J. M. P. **Comentários sobre a formação de professores em São Paulo.** In : SERBINO, R. V. et al (org). Formação de professores. São Paulo: Fundação Editora da UNESP, p. 49-58 , 1998.

BERTONI, N. E. **Formação do professor: concepção, tendências verificadas e pontos de reflexão.** In: Temas & Debates. Ano VIII, n. 7. Blumenau: SBEM, 1995.

BORDIN, J.; GROSSI, E. P. (org). **Construtivismo pós-piagetiano – um novo paradigma sobre a aprendizagem.** 2ª ed. Vozes. Petrópolis/RJ, 1993.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio).** Brasília: MEC, 1999.

BURATTO, I. C. F.; FLORES, C. R. **Formação de professores e representação semiótica: tramas para a construção da relação com o saber.** Anais do VIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina – UEL. Londrina. PR, 2004.

BURATTO, I. C. F.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. **Alternativas metodológicas para o ensino da geometria: uma experiência para a formação de professores.** Anais do III CIEM– Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Canoas. RS, 2005.

CARRASCOSA, J. **Análise da formação continuada e permanente dos professores de ciências ibero-americanos**. In: MENEZES, Luis Carlos de (org). Formação continuada de professores de ciências no âmbito ibero-americano. Trad. SCHIMIDT, Inês P. e SALÉM, Sônia. Campinas: Autores Associados; São Paulo: NUPES, 1996.

CHARLOT, B. **Formação de professores: a pesquisa e a política educacional.** In: PIMENTA, S. G. e GHEDIN, E. (orgs.). Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez Editora, 2002.

CURY, H. N. **Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados.** Bolema, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29-43,1999.

D'AMBRÓSIO, U. **Como ensinar matemática hoje?** Temas & Debates, n. 2. 1989.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Funfamentos de matemática elementar, 9: geometria plana.** 7ª edição – 2ª reimpressão. São Paulo: Atual, 1993.

DUVAL, R. **Approche cognitive dês problèmes de géométrie em termes de congruence. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. v. 1. IREM de Strasbourg, 1988.

_____. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognititives**. 5 (1993) IREM de Strasbourg.

_____. **Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique.** REPERES. nº 17. IREM de Strasbourg, 1994.

_____. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Paris: Peter Lang, 1995.

_____. **Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Aprendizagem matemática: registros de representação semiótica. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p. 11-33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

ENERGIA, Sistema de Ensino. **Matemática: ensino médio.** v. 5, [entre 1995 e 2005]. p. 5.

EXPOENTE, Sociedade Educacional. **Ensino médio: pré-vestibular – matemática.** Vol. CCD. Curitiba: Editora Gráfica Expoente, 2000.

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem.** Dissertação de Mestrado, PUC-SP, 2003.

FERREIRA, A. C. **Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática**. In: FIORENTINI, D. (org.).Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** Revista Zetetiké, ano 3, n. 4, p. 01-38, UNICAMP, 1995.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. e PINTO, R. A. **Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada.** Quadrante: Revista teórica de investigação. Lisboa, APM, vol. 08, nº 1-2, p. 33-40, 1999.

FIORENTINI, D. **Pesquisando com professores – reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente.** In: MATOS, J.F. e FERNANDES, E. (org.).– Investigação em educação matemática perspectivas e problemas. Lisboa, APM, p. 187-195, 2000.

FIORENTINI, D (org.). Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

FLORES BOLDA, C. R. **Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração.** Dissertação de Mestrado, UFSC, 1997.

FLORES, P. Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñaza y aprendizaje. Granada: Comares, 1998.

GARCIA, C. M. **Formação de professores para uma mudança educativa.** Portugal: Editora Porto, 1999

GOUVÊA, F. **Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado, PUC-SP, 1998.

HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática – influências e função da matemática nos conhecimentos humanos.** Trad: Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2ª edição – 3ª impressão. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática para todos: 8ª série, 4º ciclo.** São Paulo: Scipione, 2002.

JAPIASSU, H. **Introdução ao pensamento epistemológico.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1977.

JIMENEZ, A. **Quando professores de matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes.** Tese de Doutorado em Educação: Educação Matemática, Campinas: FE/Unicamp, 2002

KINCHELOE, J. L. **A formação do professor como compromisso político: mapeando o pós-moderno.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** Educação em Revista, Rio de Janeiro, n. 4, p. 3-13, 1995.

MACIEL, L. S. B.; PAVANELLO, R. M.; SHIMAZAKI, E. M. **Formação inicial do professor reflexivo: a pesquisa de ensino.** I Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos. Bauru: Universidade do Sagrado Coração, 2001.

MAIOLI, M. **Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros.** Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2002.

MESQUITA, A. M. J. L. **L'influence dês aspects figuratifs dans l'argumentation dês élèves en géométrie: éléments pour une typologie.** Thèse de doctorat. Université Louis Pasteur, 1989.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: idéias e desfios.** 5ª série. 9ª edição. São Paulo: Saraiva, 2000.

NASSER, L. **O domínio do processo dedutivo por alunos de graduação em matemática.** In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 1, 2000. Resumos... Serra Negra. P. 140-145

NÓVOA, A. **Formação de professores e trabalho pedagógico.** Lisboa: Educa, 2002.

PAIVA, E. V. & CARVALHO J.P. **Cursos de reciclagem para professores de matemática.** In: Revista Presença Pedagógica: um desafio para o Brasil. Belo Horizonte: Dimensão, mai/jun, 1998.

PAIVA, E. V. de. **A formação do professor crítico-reflexivo.** In: PAIVA, E.V. de. (org.). Pesquisando a formação de professores. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências.** Revista Zetetiké, ano 1, n. 1, p. 7-17, UNICAMP, 1993.

PAVANELLO, R. M. **Educação matemática e criatividade.** Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 3, ano II, p. 5-11, 1994.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R.N.G de. **Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas de matemática.** Educação Matemática em Revista, SBEM, n.11A-Edição Especial, p.78-87, 2002.

PAVANELLO, R. M. **A pesquisa na formação de professores de matemática para a escola básica.** Educação Matemática, nº 15, p.08-13, 2003.

PERRENOUD, P. **Práticas pedagógicas, profissão em Revista**. SBEM docente e formação: perspectivas sociológicas. Lisboa: Dom Quixote, 1993.

_____. Formar professores em contextos sociais em mudança: prática reflexiva e participação crítica. Revista Brasileira de Educação. n. 12, p. 5-21, set/out/nov/dez. 1999.

_____ . **Pedagogia diferenciada: das intenções à ação. 10 novas competências para ensinar.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2000a

_____. Pedagogia diferenciada: das intenções à ação. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000b.

PIMENTA, S. G. **Formação de professores: identidade e saberes da docência.** In: PIMENTA, S. G. (org.). Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez, 1999.

PIRES, C. M. C. **Reflexões sobre os cursos de licenciatura em matemática, tomando como referência as orientações propostas nas diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica.** Educação Matemática em Revista, SBEM, n.11A-Edição Especial, p.44-56, 2002.

SCHÖN, D. A. **Formar professores como profissionais reflexivos.** In: NÓVOA, A. (org.). Os professores e a sua formação. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995

SOUZA, J. C. de M. (Malba Tahan) **Matemática divertida e curiosa.** Rio de Janeiro: Record, 1991.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

ZEICHNER, K. **Novos caminhos para o practicum: uma proposta para os anos 90.** In: NÓVOA, A. (org.). Os professores e a sua formação. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

ANEXOS

ANEXO A INSTRUMENTO DE DADOS PARA A PESQUISA[40]

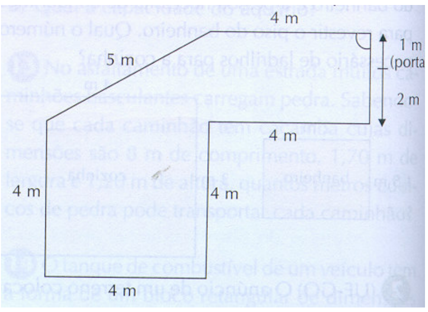
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
Mestranda: Ivone Catarina Freitas Buratto
Orientadora: Profª. Dra. Cláudia Regina Flores

Prezado licenciando(a):

O objetivo deste instrumento é recolher dados para nosso instrumento de pesquisa.

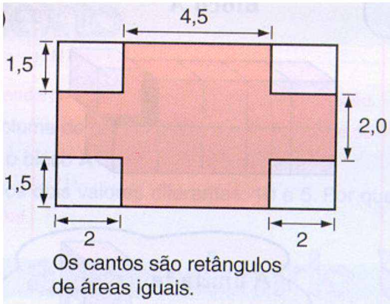
Calcule a área das figuras relatadas nas seguintes situações, utilizando as diferentes soluções que você conhece:

1) Na figura abaixo está representada a planta baixa de um escritório que terá seu piso totalmente revestido de carpete. Qual a sua área em metros quadrados? Explique sua resposta.

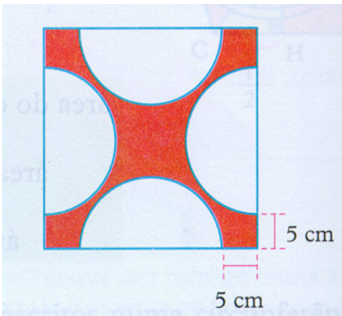


2) Calcule a área da região pintada, considerando que as medidas são dadas em cm. Explique sua resposta.

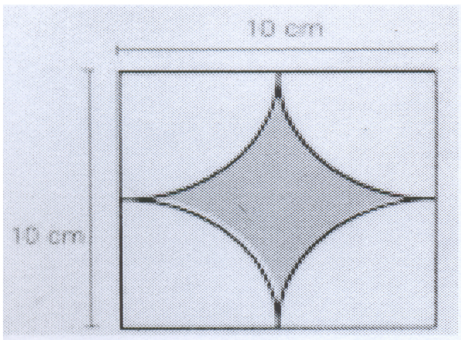
[40] Atividades e figuras retiradas para serem utilizadas neste instrumento de pesquisa, a partir de DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana.** 7ª edição – 2ª reimpressão. São Paulo: Atual, 1993 e EXPOENTE, Sociedade Educacional. **Ensino médio: pré-vestibular – matemática.** Vol. CCD. Curitiba: Editora Gráfica Expoente, 2000.

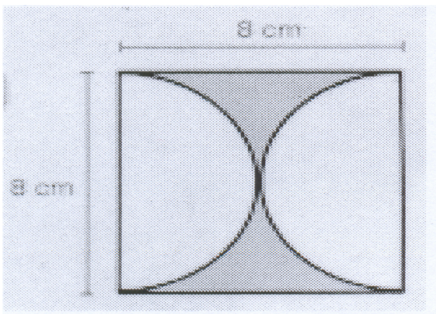


3) Uma lajota com decoração simétrica será usada para revestir a parede de um banheiro. Sabendo-se que cada lajota é um quadrado de 30 cm de lado, qual é a área da região pintada em cada lajota? (use: л = 3,14). Explique sua resposta.

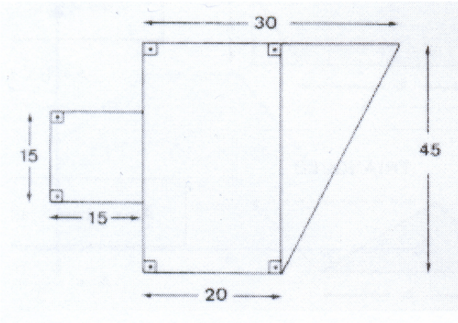


4) Determine a área hachurada nas seguintes figuras, sendo л = 3,14. Explique sua resposta

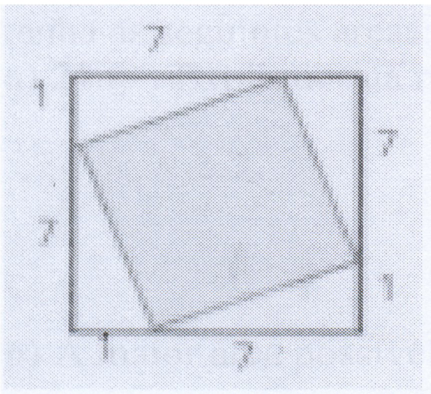




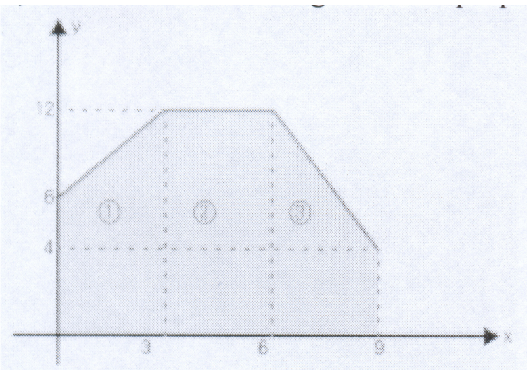
5) Calcular a área da figura, supondo as medidas em cm. Explique sua resposta.



6) Calcule a área do quadrado sombreado. Explique sua resposta.



7) Determine a área do gráfico. Explique sua resposta.



8) Um jardineiro pretende construir um canteiro retangular para plantar suas rosas. Ele tem 20m de tela para cercar o canteiro. Quais devem ser as dimensões do terreno para que ele tenha as seguintes áreas:

a) $21m^2$. Explique sua resposta.

b) A maior área possível. Explique sua resposta.

ANEXO B INSTRUMENTO DE DADOS PARA TRAÇAR O PERFIL DOS LICENCIADOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
Mestranda: Ivone Catarina Freitas Buratto
Orientadora: Profª. Dra. Cláudia Regina Flores

Prezado(a) licenciando(a):

O objetivo deste instrumento é recolher dados para traçar o perfil dos licenciandos participantes deste projeto.

1ª PARTE

I – Sexo: (   ) masculino (   ) feminino

II - Idade: (   )até 20 anos (   )de 21 a 30 anos (   )de 31 a 40 anos (   )de 41 a 50 anos

III - Trabalha ou trabalhou como professor(a) não habilitado(a) na área de matemática?
(   ) sim (   ) não

IV - Se a resposta for afirmativa responda:

a) (   ) Ensino Fundamental (   ) Ensino Médio

b) Há quanto tempo leciona matemática? (   ) até 02 anos (   ) de 02 a 05 anos
(   ) de 05 a 10 anos (   ) de 10 a 20 anos (   ) mais de 20 anos

c)Você leciona quantas aulas por semana? ....

d) Rede de ensino que você trabalha atualmente: (   ) Pública (   ) Particular

2ª PARTE

Responder as atividades propostas:

1) Dos conteúdos referentes à geometria, quais você lembra que foram ensinados ao longo do ensino fundamental e médio? ____

____

____

____

2) Você considera que tem domínio do conteúdo de geometria referente ao conceito de área de figuras geométricas planas? Justifique: ____

____

____

____

3) "Todo conhecimento é construído e é acessível mediante representações" – (conforme a Teoria do Conhecimento) – Para você o conhecimento matemático também é acessível mediante registros de representações? Explique sua resposta, se possível cite exemplos.

____

____

____

____

____

____

4) Você conhece os Parâmetros Curriculares Nacionais com relação ao tema Geometria?
(   )não

(   )sim. Neste caso, qual a sua opinião sobre os PCN em relação a este tema?

____

____

____

____

____

____

Problema 5:

Na figura, AI é a diagonal do retângulo ASIE. Comparar as áreas dos retângulos hachurados OURS e LUNE. Assinale com X a afirmação verdadeira e justifique:

Alternativas:

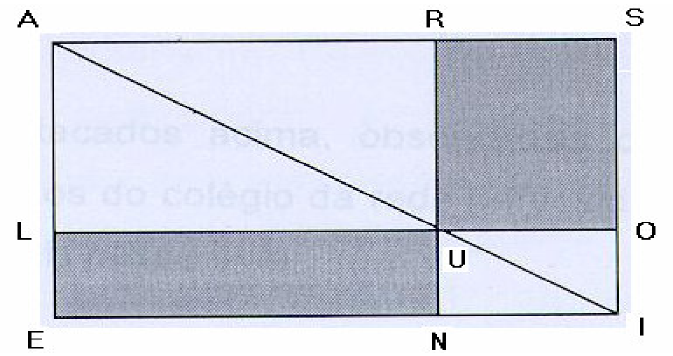
a) (   ) área OURS > área LUNE

b) (   ) área OURS < área LUNE

c) (   ) área OURS = área LUNE

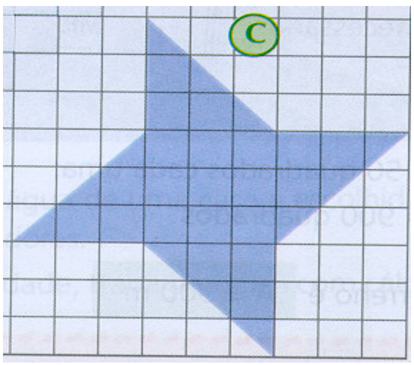
d) (   ) Não foram dadas as medidas, portanto não é possível calcular as áreas e compará-las

Justificativa:



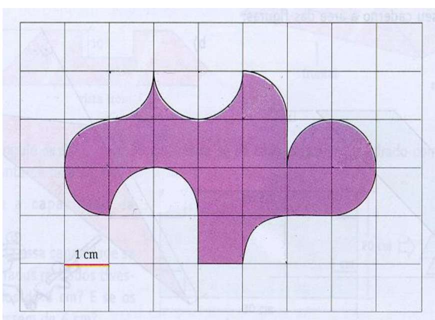
Problema 6:

Se a área de um quadradinho é 1cm², calcule a área da figura: (não esqueça de escrever como chegou na resposta)



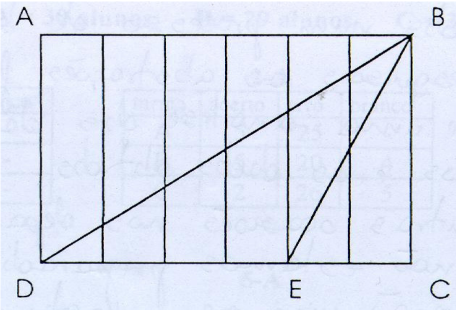
Problema 7:

Calcule a área da figura desenhada sobre uma malha centimetrada. Explique sua resposta:



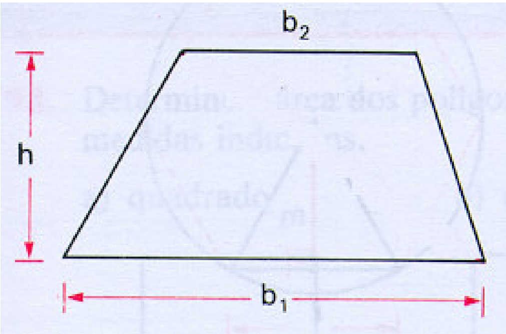
Problema 8:

Dividimos um retângulo ABCD em partes iguais. Qual é a fração da área do retângulo que representa a área do triângulo BED? Explique como você a encontrou:



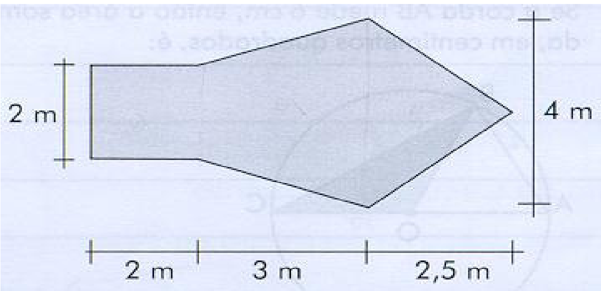
Problema 9:

Como você explicaria para seu aluno a fórmula da área de um trapézio:



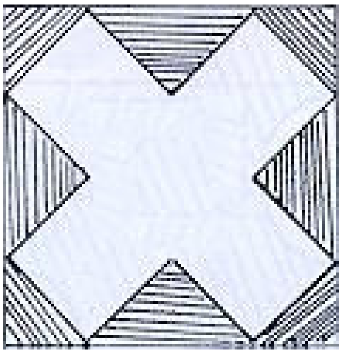
Problema 10:

Calcule em metros quadrados, a área limitada pela figura plana. Explique como você a encontrou:



Problema 11:

A figura abaixo foi obtida a partir das divisões regulares dos lados do quadrado. Determine a fração que representa a parte hachurada do quadrado. Explique como você a obteve:



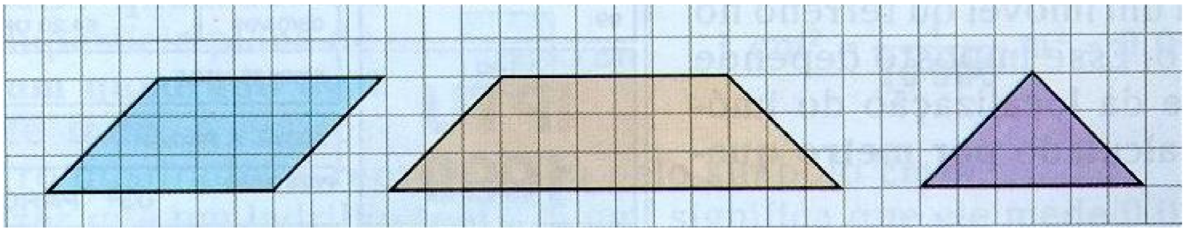
ANEXO C INSTRUMENTO DE PROPOSTA DE ATIVIDADES

Atividade 01 – Medindo superfícies

1) Numa folha de papel quadriculado, considerando um quadradinho dessa folha □ como unidade de medida, desenhe polígonos de:

1. área igual a 11 quadradinhos
2. área igual a 8,5 quadradinhos

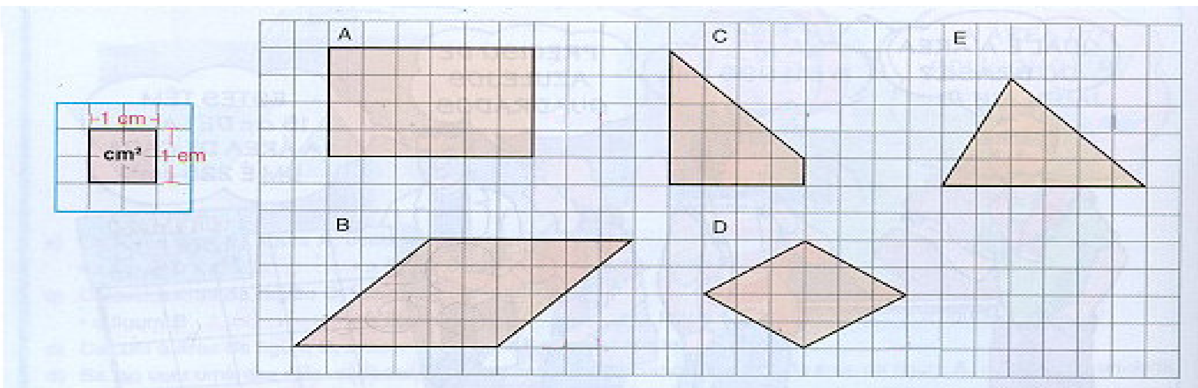
2) Utilizando como unidade de medida de superfície a metade de um quadradinho da malha determine a área de cada polígono:
E observando as figuras, o que você pode afirmar sobre as suas áreas?



Atividade 02 – Calculando área sem fórmula

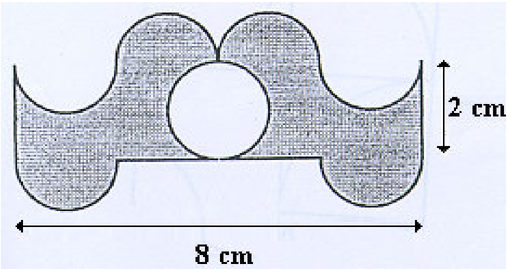
Sem fórmula conseguiremos calcular a área dos polígonos abaixo? Como?

Se considerarmos o cm^2 como unidade padrão, qual a área dos polígonos seguintes:



Atividade 03

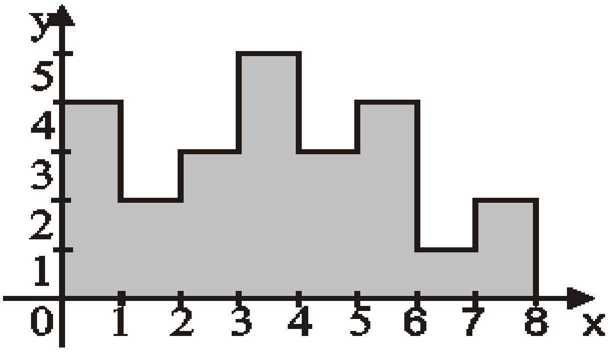
A figura é constituída de semi-circunferência de 1 cm de raio e de segmentos. Qual o valor correspondente a área desta figura? Explique como você a obteve.



Atividade 04

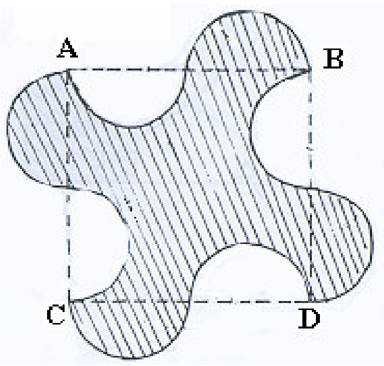
Responda e justifique: Dois agrupamentos de formas diferentes podem ao mesmo tempo apresentar a mesma área?

Observe a figura abaixo e em seguida calcule a área da superfície sombreada. Qual a estratégia utilizada para a obtenção da resposta apresentada?



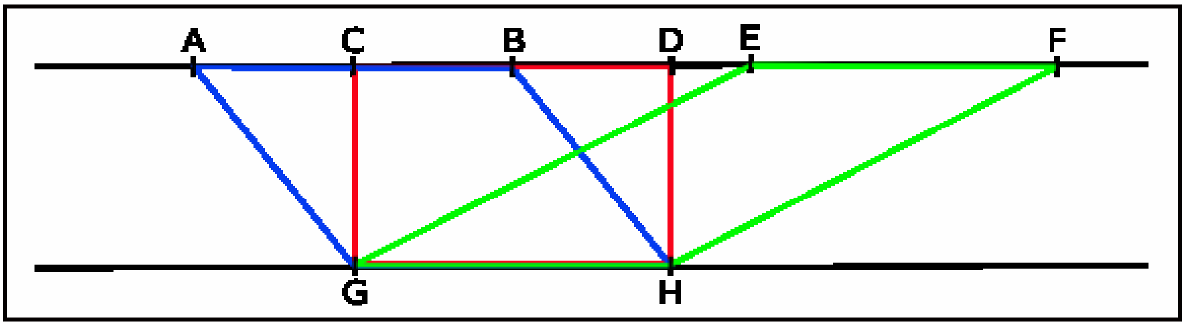
Atividade 05

A diagonal AD do quadrado ABCD mede √ 2 cm. O diâmetro de cada uma das semi-circunferências na figura abaixo é igual a metade do lado do quadrado. Encontre a área da região hachurada, explique como você fez.



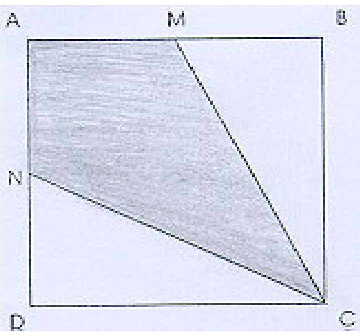
Atividade 06

Observando os paralelogramos ABHG, CDHG e EFHG, o que você pode afirmar sobre a área dessas figuras? Explique sua resposta:



Atividade 07

A figura abaixo representa um quadrado ABCD. M e N são os meios dos lados AB e AD, respectivamente. Qual a fração que representa a parte hachurada do quadrado? Explique como você encontrou a resposta?



Atividade 08

Assinale a afirmação verdadeira e justifique:

Seja o trapézio ABCD. Sendo área 1 = área do triângulo ABC e a área 2 = área do triângulo BCD.

Pode-se afirmar que:

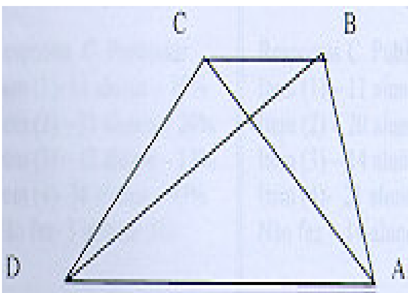
a) ( ) área 1 > área 2

b) ( ) área 1 < área 2

c) ( ) área 1 = área 2

d) ( ) Não foram dadas as medidas, portanto não é possível calcular as áreas e compará-las

Justificativa:



Atividade 09

ABCD é um quadrado dividido em partes iguais. Mostre que as áreas AMED, MEF e MBCF são iguais. Justifique sua resposta: