

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

GUILHERME LENFERS DORNELLES

ANÁLISE NUMÉRICA E ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM TURBOMÁQUINAS  
AXIAIS

Joinville  
2019

GUILHERME LENFERS DORNELLES

ANÁLISE NUMÉRICA E ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM TURBOMÁQUINAS  
AXIAIS

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientadora: Prof. Dra. Talita Sauter Possamai.

Joinville  
2019

GUILHERME LENFERS DORNELLES

ANÁLISE NUMÉRICA E ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM TURBOMÁQUINAS  
AXIAIS

Esta Monografia foi julgada e aprovada como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 26 de novembro de 2019.

Banca Examinadora:

---

Orientadora: Prof. Dra. Talita Sauter  
Possamai  
Universidade Federal de Santa Catarina -  
UFSC

---

Prof. Dr. Ernane Silva  
Universidade Federal de Santa Catarina -  
UFSC

---

Prof. Dr. Rafael Gigena Cuenca  
Universidade Federal de Santa Catarina -  
UFSC

## AGRADECIMENTOS

À minha família, em especial à minha mãe, meus irmãos e tios. Muito obrigado por sempre incentivar e me apoiar nos estudos.

À UFSC. Sou grato a todos os professores que contribuíram na minha formação acadêmica e a todos os servidores que mantêm esta universidade funcionando de forma exemplar. Em especial, gostaria de agradecer à professora Talita Possamai pela orientação e aos professores Marcos Rabelo, Janaina Garcia e Sérgio Idehara pelo ótimo curso ministrado.

Aos meu amigos Gabriel, Jhônatas e Luis Felipe. Sou eternamente grato pela amizade, pelas horas descontraídas e pela união nos momentos difíceis. Um grande salve ao Asharaka!

À toda a equipe *Thermal Fluid Flow Group* (T2F), em especial ao professor Kleber Paiva pela oportunidade de trabalhar em seu laboratório. Nele, pude descobrir como colocar a teoria em prática, e pude conhecer como uma equipe de laboratório trabalha no limite tecnológico produzindo conhecimento.

Ao professor Gary B. Hughes por confiar no potencial dos estudantes brasileiros e por nos proporcionar a oportunidade de contribuir com o projeto *NASA Innovative Advanced Concepts* - NIAC.

Ao Luiz Fernando por me aceitar em sua empresa como estagiário e me mostrar em primeira mão como é o ambiente empresarial, bem como indicar algumas áreas do conhecimento que eu ainda precisava aperfeiçoar.

À todos os integrantes da equipe Cheerleaders Camaleão por terem me mostrado o lado social da faculdade. Apesar das dores, da tensão e do nervosismo das apresentações, sou grato e sinto muito orgulho de ter participado desta equipe.

À Nisus Aerodesign. Foi graças à esta equipe que pude conhecer com profundidade todas as etapas de um projeto, desde o planejamento até a construção. Foi muito gratificante ver o aeromodelo voando com êxito na competição.

*"Insanidade é continuar fazendo sempre a  
mesma coisa e esperar resultados diferentes"*

Albert Einstein

## RESUMO

O compressor axial é um modelo largamente empregado em motores aeronáuticos. A indústria de turbomáquinas, dentro do contexto de desenvolvimento deste produto, utiliza simulações CFD como uma forma de reduzir custos. Assim, o presente trabalho objetiva simular numericamente o escoamento ao redor de uma turbomáquina axial, analisando os triângulos de velocidades encontrados e comparando com o caso analítico. Ainda, objetiva-se modelar as pás do rotor, indicando as dificuldades envolvidas. Com a simulação numérica e o procedimento analítico realizados, percebe-se a precisão do método em diversas componentes de velocidade e, ao mesmo tempo, as limitações envolvidas, trazendo 5,41% de erro relativo máximo.

**Palavras-chave:** Simulação numérica. Método dos Volumes Finitos. Compressor axial. Triângulo de velocidades.

## **ABSTRACT**

Axial compressor is a model widely used in aeronautical engines. The turbomachinery industry, inside the context of this product's development, performs CFD simulations as a cost reduction way. Therefore, the aim of this study is to simulate numerically the flow around an axial turbomachine, analysing the resulting velocity triangles and comparing with the analytical ones. Moreover, it aims to model rotor blades, highlighting any difficulties encountered. With the numerical simulation and the analytical procedure that have been made, one can note the method's precision through various velocity components and, at the same time, the limitations associated with it, giving rise to 5.41% of maximum relative error.

**Keywords:** Numerical simulation. Finite Volume Method. Axial compressor. Velocity triangle.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Motor turbojato . . . . .	14
Figura 2 – Tensões nas faces do elemento de fluido . . . . .	18
Figura 3 – Medida pontual típica da velocidade em um escoamento turbulento	21
Figura 4 – Exemplos de malhas bidimensionais estruturada (a) e não- estruturada (b) . . . . .	23
Figura 5 – Visualização da condição de contorno de periodicidade (a) e simetria (b) . . . . .	26
Figura 6 – Vista meridional (a) e vista em cascata (b) dos rotores axiais . . . .	28
Figura 7 – Triângulos de velocidades típicos para um estágio de compressor axial	29
Figura 8 – Localização dos pontos 4, 5 e 6 e triângulos de velocidades típicos para uma turbina axial . . . . .	30
Figura 9 – Visualização de um exemplo de pá parametrizada por MCA . . . . .	33
Figura 10 – Malha computacional da geometria simulada numericamente . . . .	38
Figura 11 – Esboço de um dos perfis da pá (a) e vista isométrica de todos os esboços utilizados para aplicar o recurso Ressalto por Loft (b) . . . .	41
Figura 12 – Região ampliada da junção dos arcos externos com o BA . . . . .	42
Figura 13 – Vista isométrica da pá (a) e vista do plano meridional (b) . . . . .	42
Figura 14 – Ilustração do impacto da simplificação da superfície cônica por um plano, com o eixo em construção (a) e com o eixo revolucionado (b)	43
Figura 15 – Splines que delimitam o caminho que o escoamento há de percorrer (a) e vista em corte do eixo e carcaça revolucionados (b) . . . . .	43
Figura 16 – Comparação entre o Rotor NASA 37 original (a) e modelado (b) . . .	44
Figura 17 – Triângulo de velocidades teórico na entrada (a) e saída do rotor (b) .	45
Figura 18 – Resíduos máximos ao longo das iterações . . . . .	46
Figura 19 – Campo de velocidades em meio comprimento de pá ao longo do estágio, coordenadas absolutas . . . . .	47
Figura 20 – Campo de velocidades em meio comprimento de pá ao longo do rotor, coordenadas relativas . . . . .	47
Figura 21 – Triângulos de velocidades construídos com dados da simulação numérica na entrada (a) e saída do rotor (b) . . . . .	49



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados geométricos da pá do Rotor NASA 37, parte 1 . . . . .	31
Tabela 2 – Dados geométricos da pá do Rotor NASA 37, parte 2 . . . . .	32
Tabela 3 – Coordenadas do caminho do escoamento . . . . .	34
Tabela 4 – Valores de raios de pá, em milímetros . . . . .	35
Tabela 5 – Condições de contorno aplicadas . . . . .	39
Tabela 6 – Parâmetros calculados do Rotor NASA 37 com abordagem teórica .	45
Tabela 7 – Parâmetros calculados com a abordagem numérica . . . . .	48
Tabela 8 – Comparação das velocidades obtidas pelo método analítico e pela simulação numérica, valores em m/s . . . . .	49

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Ângulo entre a direção axial e a superfície cônica em que o perfil se situa
ACM	Ângulo entre corda aerodinâmica e plano meridional
BA	Bordo de ataque da pá do rotor
BAE	Bordo de ataque do perfil aerodinâmico conectado ao eixo do rotor
BF	Bordo de fuga da pá do rotor
CA	Corda aerodinâmica
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
ER	Erro relativo
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MCA	<i>Multiple Circular Arc</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
PC	Porcentagem do comprimento da pá em que o perfil se situa
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>
PME	Ponto de Máxima Espessura
PR	Número do perfil da pá
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
SIMPLEC	<i>SIMPLE-Consistent</i>
SIMPLER	<i>SIMPLE-Revised</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
VC	Volume de Controle

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha$	Ângulo do escoamento com o eixo axial
$\bar{\rho}$	Média temporal da densidade
$\bar{p}$	Média temporal da pressão
$\beta$	Ângulo da pá com o eixo axial
$\nabla$	Operador nabla
$C$	Velocidade absoluta do fluido
$f$	Força de campo
$F^{viscous}$	Forças viscosas
$S$	Vetor área
$U$	Média temporal do vetor velocidade
$U$	Velocidade tangencial do rotor
$u$	Vetor velocidade
$V$	Velocidade relativa à pá do fluido
$\dot{m}$	Vazão mássica
$\dot{n}$	Velocidade de rotação do rotor
$\epsilon$	Difusão turbulenta
$\gamma$	Razão dos calores específicos
$\kappa_{IC}$	Ângulo entre a linha de centro do perfil no BA e o plano meridional
$\kappa_{OC}$	Ângulo entre a linha de centro do perfil no BF e o plano meridional
$\kappa_{TC}$	Ângulo entre a linha de centro do perfil no ponto de transição e o plano meridional
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\omega$	Taxa de dissipação de energia turbulenta
$\rho$	Densidade

$\tau$	Tensão viscosa
$\Psi$	Volume de controle
$A$	Área da seção transversal do escoamento
$E$	Soma da energia interna e cinética do fluido
$i$	Energia interna do fluido
$k$	Condutividade térmica
$k$	Energia cinética turbulenta
$M$	Número de Mach
$p$	Pressão
$R$	Constante dos gases ideais para o ar
$r$	Raio da pá
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Termo fonte
$T$	Temperatura
$t$	Espessura da pá na parametrização MCA
$t$	Tempo
$U$	Média temporal do vetor velocidade na direção x
$u$	Componente do vetor velocidade na direção x
$u'$	Flutuação temporal da velocidade em x
$V$	Média temporal do vetor velocidade na direção y
$v$	Componente do vetor velocidade na direção y
$v'$	Flutuação temporal da velocidade em y
$W$	Média temporal do vetor velocidade na direção z
$w$	Componente do vetor velocidade na direção z
$w'$	Flutuação temporal da velocidade em z
$z$	Distância axial na parametrização MCA

## **SUBÍNDICES**

1	Entrada do rotor no compressor
2	Saída do rotor no compressor
3	Saída do estator no compressor
4	Entrada do estator na turbina
5	Entrada do rotor na turbina
6	Saída do rotor na turbina
<i>a</i>	Componente axial de velocidade
<i>e</i>	Valor experimental
<i>h</i>	Localizado no eixo do compressor
<i>ic</i>	Ponto no bordo de ataque da pá
<i>m</i>	Valor médio
<i>mc</i>	Ponto de máxima espessura da pá
<i>oc</i>	Ponto no bordo de fuga da pá
<i>s</i>	Localizado na carcaça do compressor
<i>tc</i>	Ponto de transição da pá
<i>w</i>	Componente tangencial de velocidade

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	<b>Objetivo Geral</b>	<b>15</b>
1.1.2	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1	EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	17
2.1.1	<b>Forma integral</b>	<b>17</b>
2.1.2	<b>Forma diferencial</b>	<b>18</b>
2.2	MODELOS DE TURBULÊNCIA	19
2.2.1	<b>RANS</b>	<b>20</b>
2.3	MALHA COMPUTACIONAL	22
2.4	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	23
2.4.1	<b>Esquemas de discretização</b>	<b>24</b>
2.4.2	<b>Algoritmos de solução</b>	<b>24</b>
2.5	CONDIÇÕES DE CONTORNO	25
2.6	ERROS E INCERTEZAS NUMÉRICAS	26
2.7	MECÂNICA DOS FLUIDOS EM TURBOMÁQUINAS	28
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>31</b>
3.1	MODELAGEM GEOMÉTRICA	31
3.2	ANÁLISE ANALÍTICA	34
3.3	ANÁLISE NUMÉRICA	37
3.3.1	<b>Domínio geométrico</b>	<b>37</b>
3.3.2	<b>Definições numéricas</b>	<b>38</b>
3.3.3	<b>Processamento computacional</b>	<b>39</b>
3.3.4	<b>Pós-processamento</b>	<b>39</b>
3.3.5	<b>Comparação com o caso analítico</b>	<b>40</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>41</b>
4.1	GEOMETRIA	41
4.2	CÁLCULOS ANALÍTICOS	44
4.3	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	46
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>51</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>52</b>

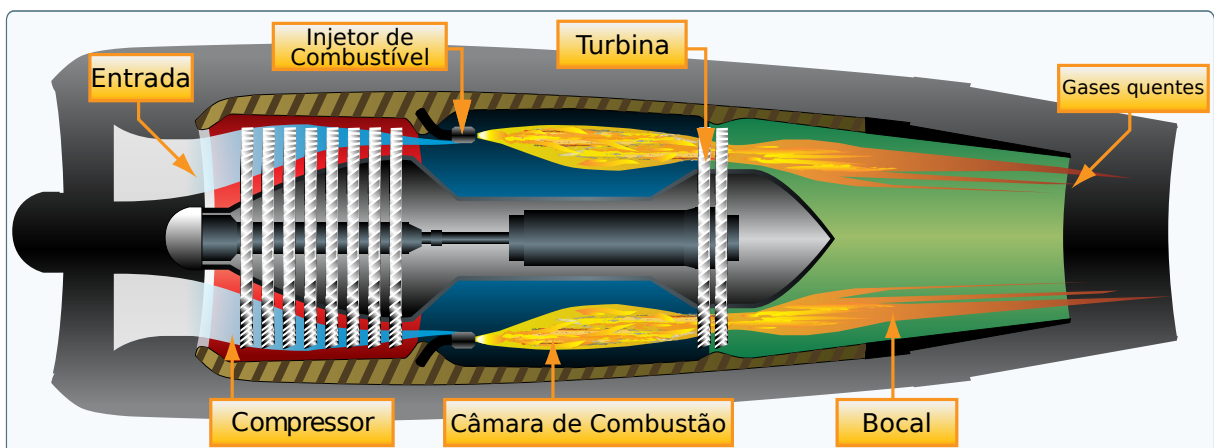
## 1 INTRODUÇÃO

Turbomáquinas desempenham um papel fundamental em setores diversificados, como propulsão aeronáutica e marinha, produção de energia elétrica, ventilação e ar-condicionado (GIOVANNELLI, 2018).

No âmbito aeronáutico, a utilização de turbinas a gás iniciou em 1930 com a patente de Frank Whittle no Reino Unido. Paralelamente, Hans-Joachim Pabst von Ohain inventou o turbojato na Alemanha e teve uma patente concedida em 1936. O motor de Ohain foi fabricado antes que o do Whittle, e voou na primeira aeronave a jato, Heinkel 178, em 1939 (FAROKHI, 2014).

Turbinas a gás aeronáuticas são classificadas em quatro tipos: turbojato, turboélice, turbofan e turboeixo (FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION, 2016). O turbojato, modelo mais simples, pode ser dividido em 5 seções, cada um contribuindo para o funcionamento do motor como um todo: a entrada, responsável pela admissão e desaceleração do ar; o compressor, que eleva a pressão do fluido de trabalho; a câmara de combustão, onde ocorre a injeção e a queima de combustível; a turbina, encarregada de transformar a alta pressão e temperatura do fluido em trabalho de eixo; e o bocal de exaustão, que expande o gás até a pressão ambiente produzindo jato de alta velocidade (MATTHEWS, 2001). Um esquema do motor turbojato pode ser visualizado na Figura 1.

Figura 1 – Motor turbojato



Fonte: Adaptado de Federal Aviation Administration (2016, p. 7-21).

Quanto ao compressor, existem os modelos centrífugo e axial. O primeiro consiste em um impulsor rotativo, cuja curvatura inicial, conhecida como indutor, é responsável pela desaceleração do fluido, elevando a pressão estática (FAROKHI, 2014). O segundo é uma unidade com múltiplos estágios, em que um estágio consiste em uma série de pás rotoras seguida de uma série de pás estatoras

(SARAVANAMUTTOO et al., 2001).

Ao comparar o compressor centrífugo com o axial, ambos com uma mesma área frontal, o axial consegue admitir uma quantidade superior de ar e pode ser projetado para prover maior razão de pressão, definida como  $p_3/p_1$ . Pelo motivo da quantidade de vazão mássica de ar estar diretamente relacionada com a produção de empuxo, este compressor é o mais empregado em motores aeronáuticos (ROLLS-ROYCE PLC, 1996).

No processo de desenvolvimento de um compressor, a predição de performance pode ser feita de três formas: com testes de modelos experimentais, que são custosos e demorados; com cálculos analíticos, que retornam um valor mas são incapazes de apontar com precisão a causa de uma má performance; ou com a Dinâmica dos Fluidos Computacional (do inglês, *Computational Fluid Dynamics - CFD*), que possui a capacidade de prever o comportamento do escoamento (SHAH et al., 2013). Assim, a indústria de turbomáquinas, motivada pela redução de custos, aplica cada vez mais as ferramentas CFD como um meio de aprimorar seus produtos (WELLBORN; DELANEY, 2001).

Os cálculos CFD consistem em solucionar computacionalmente as equações diferenciais parciais que regem o comportamento de um fluido (ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Tal embasamento teórico será abordado com maior profundidade nas seções seguintes.

O *design* de turbomáquinas é complexo por envolver geometrias no rotor e estator com perfis de asa em rotação, o que adiciona uma certa dificuldade à geometria trabalhada. Esse fato faz com que a metodologia clássica para *design* de turbomáquinas seja baseada no método de triângulo de velocidades, um método unidimensional que simplifica vários aspectos físicos do problema, como recirculação de fluido no rotor, fuga de fluido, entre outros. Esses aspectos são geralmente levados em consideração através de correções experimentais.

Este trabalho tem como objetivo principal identificar as principais dificuldades ao se trabalhar com simulações tridimensionais em compressores axiais, quando comparado com a metodologia clássica de triângulos de velocidade, e pretende apresentar como contribuição uma análise preliminar dos problemas a serem encontrados nesta abordagem.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral simular numericamente o escoamento de um fluido de trabalho em um compressor axial e identificar as principais dificuldades na modelagem tridimensional de turbomáquinas.



### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- a. Modelar a geometria das pás de um compressor axial 3D;
- b. Apontar as dificuldades encontradas nesta modelagem;
- c. Configurar numericamente o caso;
- d. Rodar a simulação;
- e. Verificar o resultado obtido e comparar com o equivalente triângulo de velocidades teórico.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme comentado anteriormente, os cálculos CFD consistem na solução das equações diferenciais governantes do fenômeno físico. Este equacionamento, bem como o embasamento teórico, são apresentados neste capítulo.

### 2.1 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

Equações governantes do escoamento são representações matemáticas do princípio físico de conservação (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Estas podem ser escritas de dois modos: a forma integral e a forma diferencial.

#### 2.1.1 Forma integral

Ao seguir o princípio físico de que a massa não pode ser criada nem destruída, mostra-se que a vazão mássica num determinado volume de controle deve ser igual à taxa de aumento de massa dentro do mesmo (ANDERSON JUNIOR, 2003). Em termos matemáticos, esse conceito pode ser escrito como:

$$-\iint_S \rho \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV \quad (1)$$

onde  $S$  representa a superfície de controle,  $\mathbf{u}$  e  $\rho$  o vetor velocidade local e a densidade em um ponto dentro do volume respectivamente,  $d\mathbf{S}$  o elemento infinitesimal de área e  $V$  o volume de controle. Ao longo deste trabalho, símbolos em negrito denotam notação vetorial.

A Equação (1) é chamada de equação da continuidade. Consiste na formulação integral do princípio de conservação de massa aplicado no escoamento de um fluido (ANDERSON JUNIOR, 2003).

O princípio de conservação da quantidade de movimento linear mostra que a soma de todas as forças agindo no fluido dentro de um volume de controle, seja força de campo ou de superfície, deve ser igual à taxa de variação da quantidade de movimento linear do fluido ao escoar através deste volume (ANDERSON JUNIOR, 2003). De forma matemática, esse conceito pode ser expresso como:

$$\iint_S (\rho \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{u} + \iiint_V \frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} dV = \iiint_V \rho \mathbf{f} dV - \iint_S p d\mathbf{S} + \mathbf{F}_{viscous} \quad (2)$$

onde  $\mathbf{f}$  é a força de campo agindo no fluido,  $p$  é a pressão na superfície de controle e  $\mathbf{F}_{viscous}$  representa a integração do cisalhamento e das tensões normais viscosas ao longo da superfície de controle.

A Equação (2) é chamada de equação da conservação da quantidade de movimento linear, e consiste na formulação integral da segunda lei de Newton aplicada ao escoamento de um fluido (ANDERSON JUNIOR, 2003).

### 2.1.2 Forma diferencial

As equações (1) e (2) são formas integrais das equações de conservação, sendo úteis quando o interesse reside na obtenção do comportamento do fluido como um todo. Todavia, quando se deseja conhecer as propriedades do escoamento ponto por ponto, a formulação diferencial se torna mais adequada (PRITCHARD et al., 2016).

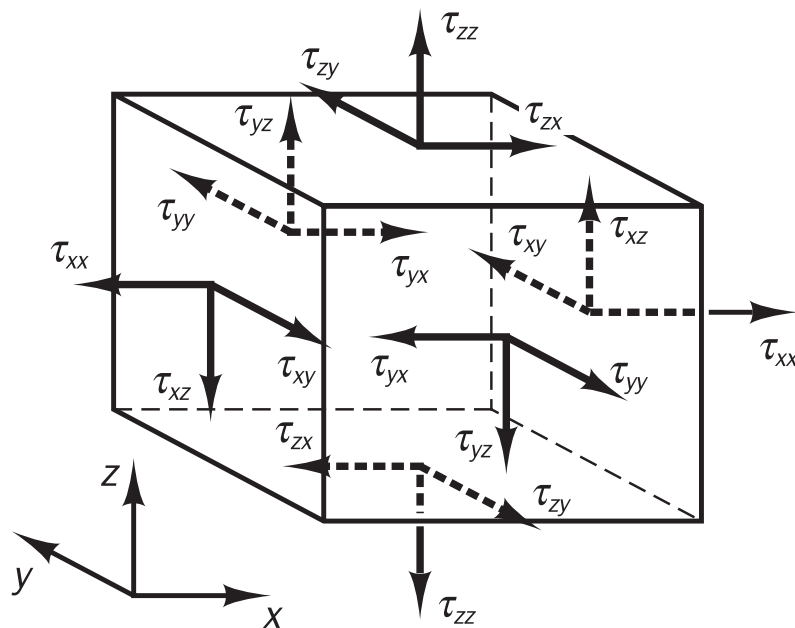
Pritchard et al. (2016) mostra que, ao aplicar a Equação (1) em um volume de controle infinitesimal e expandir alguns termos com série de Taylor, a equação de conservação da massa na forma diferencial pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{u} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

sendo  $\nabla$  o operador nabla.

De forma a obter a equação de conservação da quantidade de movimento na forma diferencial, inicialmente se faz necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesiano e identificar as tensões que atuam em cada face do volume de controle infinitesimal. Tais tensões estão ilustradas na Figura 2. Na notação  $\tau_{ij}$ ,  $\tau$  representa a tensão viscosa e os subíndices  $i$  e  $j$  indicam que a tensão atua na direção  $j$  em uma superfície normal a direção  $i$  (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Figura 2 – Tensões nas faces do elemento de fluido



Fonte: Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007, p. 14).

Ainda, Versteeg e Malalasekera (2007) comenta que ao considerar que o volume infinitesimal se trata de um fluido Newtoniano, cujas tensões viscosas são proporcionais às taxas de deformação, a equação do momentum na forma diferencial se resume às equações de Navier-Stokes, apresentadas abaixo:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + S_{M_x} \quad (4a)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v u) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + S_{M_y} \quad (4b)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w u) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + S_{M_z} \quad (4c)$$

sendo  $u$ ,  $v$  e  $w$  as componentes do vetor velocidade nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente;  $\mu$  representa a viscosidade dinâmica, que relaciona as tensões com deformações lineares; e  $S_{M_x}$ ,  $S_{M_y}$  e  $S_{M_z}$  denotam os termos fonte, contendo forças de campo.

Por fim, Versteeg e Malalasekera (2007) demonstram a obtenção da equação da energia, apresentada na Equação (5). Nela, a expressão  $D/Dt$  indica derivada material,  $E$  representa a soma da energia interna e cinética do fluido, sendo escrito como  $E = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$ ;  $k$  e  $T$  indicam a condutividade térmica e a temperatura do fluido, respectivamente; e  $S_E$  é definido como termo fonte, cuja dimensão é energia por unidade de volume por unidade de tempo.

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\nabla \cdot (p u) + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \nabla \cdot (k \nabla T) + S_E \quad (5)$$

## 2.2 MODELOS DE TURBULÊNCIA

Turbulência é um fenômeno complexo, caótico e de natureza ubíqua (DAVIDSON, 2015). Conforme Hinze (1975), a movimentação turbulenta das partículas de fluido pode ser definida como uma condição irregular do escoamento, cujas propriedades apresentam valores aleatórios em coordenadas espaciais e temporais. Ainda, Tennekes e Lumley (1972) e Wilcox (2006) listam as seguintes características inerentes ao escoamento turbulento:

- Irregularidade, ou aleatoriedade, atributo que impossibilita abordagem determinística;
- Difusividade, responsável por aumentar as taxas de transferência de momentum, calor e massa;
- Amplo espectro de escalas de turbulência, apresentando simultaneamente tanto as maiores quanto as menores escalas;

- Número de Reynolds ( $Re$ ) elevado, indicando que as forças inerciais possuem grandezas maiores que as forças viscosas;
- Flutuações de vorticidade tridimensionais, constituindo em estruturas rotacionais do escoamento;
- Dissipação, pois pelo processo cascata, os vórtices maiores transferem energia cinética turbulenta para os menores. Ao chegar nas menores escalas, escalas de Kolmogorov, a energia é dissipada em calor através da viscosidade molecular;
- Fenômeno contínuo, pois mesmo a menor escala de comprimento das vorticidades continua sendo ordens de grandeza maior do que qualquer escala molecular.

De forma que os efeitos ocasionados pela turbulência pudessem ser capturados nas simulações CFD, diversos métodos numéricos foram criados. Versteeg e Malalasekera (2007) afirmam que tais métodos podem ser classificados em três categorias: *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS), *Large Eddy Simulation* (LES) e *Direct Numerical Simulation* (DNS).

Pelo fato deste trabalho utilizar o método RANS, este é abordado com mais detalhes em sequência. Informações e descrições dos demais modelos, LES e DNS, podem ser encontrados nos trabalhos publicados por GARNIER et al. (2009) e MOIN e MAHESH (1998).

### 2.2.1 RANS

Conforme comentado acima, devido à aleatoriedade das flutuações turbulentas, abordagens determinísticas se tornam inviáveis. Para contornar este fato, os métodos RANS trabalham com abordagens estatísticas, separando as propriedades do escoamento, como pressão e velocidade, em uma média temporal e uma flutuação. O caso é ilustrado na Figura 3 e apresentado de forma matemática no conjunto de Equações (6), conhecida como decomposição de Reynolds (SANDERSE et al., 2011).

$$u(x, t) = U(x) + u'(x, t) \quad (6a)$$

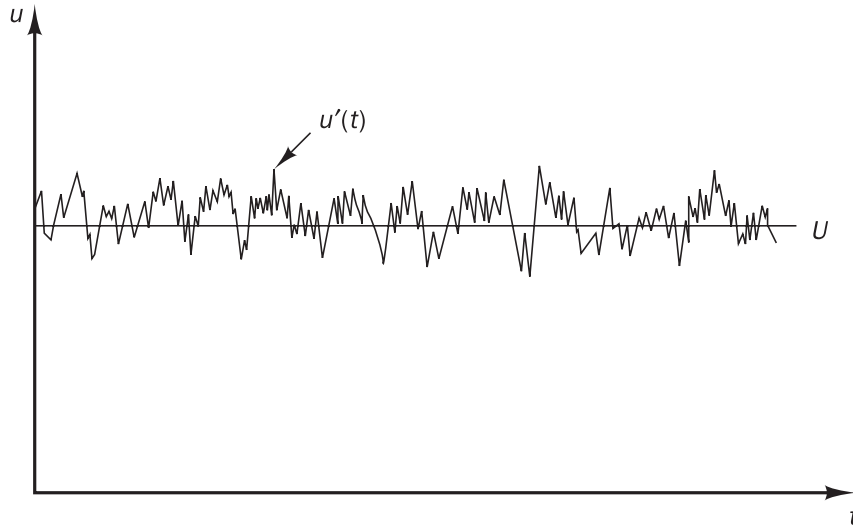
$$v(y, t) = V(y) + v'(y, t) \quad (6b)$$

$$w(z, t) = W(z) + w'(z, t) \quad (6c)$$

A decomposição de Reynolds é substituída na equação da continuidade, (3), e nas equações de Navier-Stokes, (4a - 4c). Versteeg e Malalasekera (2007) e SANDERSE et al. (2011) mostram que, ao aplicar a média temporal, as equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento ficam na forma como mostrada nas Equações (7) e (8a - 8c), respectivamente. Importante salientar novamente que índices em negrito representam notação vetorial.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{U}) = 0 \quad (7)$$

Figura 3 – Medida pontual típica da velocidade em um escoamento turbulento



Fonte: Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007, p. 41).

$$\frac{\partial(\bar{\rho}U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}UU) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu\nabla U) + \left[ -\frac{\partial(\overline{\rho u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial z} \right] + S_{Mx} \quad (8a)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}V)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}VU) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu\nabla V) + \left[ -\frac{\partial(\overline{\rho v'u'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'^2})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial z} \right] + S_{My} \quad (8b)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}W)}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}WU) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu\nabla W) + \left[ -\frac{\partial(\overline{\rho w'u'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho w'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right] + S_{Mz} \quad (8c)$$

onde  $\bar{\rho}$  e  $\bar{p}$  indicam as médias temporais da densidade e da pressão, respectivamente;  $\mu$  a viscosidade dinâmica; e as seis tensões ( $-\overline{\rho u'^2}$ ,  $-\overline{\rho v'^2}$ ,  $-\overline{\rho w'^2}$ ,  $-\overline{\rho u'v'}$ ,  $-\overline{\rho u'w'}$  e  $-\overline{\rho v'w'}$ ) compõem o tensor tensão de Reynolds, que representa a transferência média de momentum pelas flutuações turbulentas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

As Equações (8a - 8c) são conhecidas como as equações RANS. Todavia, ao ter aplicado a média de Reynolds, seis variáveis independentes são introduzidas, significando que o sistema ainda não está fechado (WILCOX, 2006). Por causa da dificuldade de calcular estes termos extras, modelos de turbulência são empregados (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). De acordo com Wilcox (2006), é possível separar tais modelos em quatro categorias:

- Modelos algébricos, ou zero-equação, podendo-se citar o clássico modelo de PRANDTL (1925);

- Modelos uma-equação, cuja publicação mais conhecida foi feita por SPALART e ALLMARAS (1992);
- Modelos duas-equações, abordados com mais detalhes a seguir;
- Modelos de transporte de tensão, citando-se as publicações pioneiras de CHOU (1945) e ROTTA (1951).

No cenário dos modelos duas-equações, um dos que foram desenvolvidos é o modelo padrão  $k-\epsilon$ , de LAUNDER e SPALDING (1973). Nele, duas equações diferenciais parciais são introduzidas, uma para a energia cinética turbulenta  $k$  e outra para a dissipação turbulenta  $\epsilon$  (SANDERSE et al., 2011). Ainda, há o modelo  $k-\omega$ , proposto pela primeira vez por Kolmogorov (1942) e aperfeiçoado por diversos pesquisadores posteriormente (WILCOX, 2006). O parâmetro  $\omega$  indica a taxa de transferência de energia cinética turbulenta às menores escalas da turbulência, o que faz com que o modelo tenha acurácia em regiões próximas de paredes (WILCOX, 2006).

Embora existam diversos outros, o último modelo a ser comentado é o  $k-\omega$  SST (*Shear Stress Transport*), desenvolvido por MENTER (1993). Este modelo é, na essência, a união dos dois mencionados anteriormente:  $k-\epsilon$  em regiões distantes de paredes e  $k-\omega$  na proximidade com paredes (BULAT; BULAT, 2013).

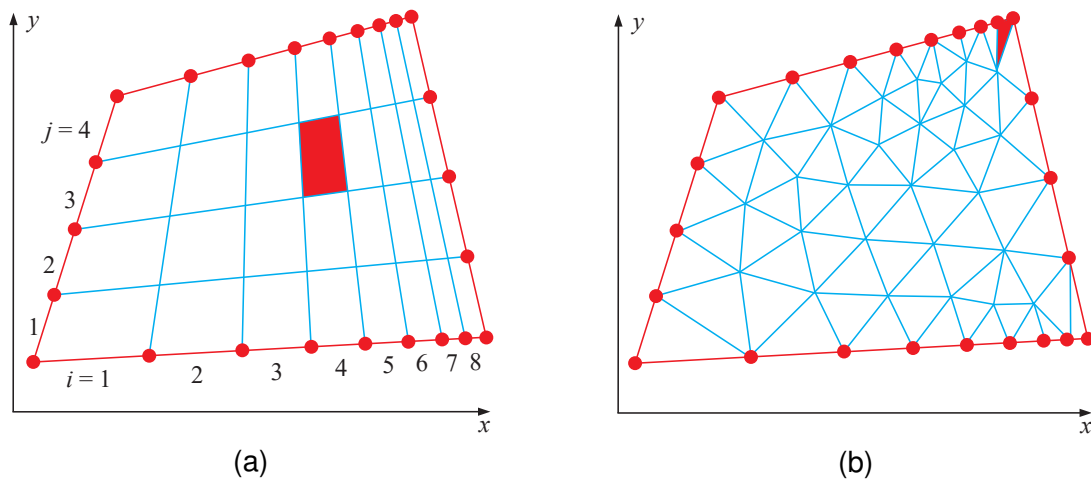
### 2.3 MALHA COMPUTACIONAL

A solução numérica das equações diferenciais parciais, expostas acima, necessita de discretização do domínio em um conjunto de pontos ou volumes elementares (THOMPSON et al., 1985). Estes pontos, denominados pontos nodais, são posicionados, dependendo do método, no centro do Volume de Controle (VC). À este conjunto de volumes, é atribuído o nome de malha computacional.

As malhas podem ser definidas como estruturadas ou não-estruturadas, sendo que esta categorização depende da regularidade envolvida. Na estruturada, nota-se um elevado grau de regularidade, por causa de um sistema de coordenadas bem definido. Por outro lado, na não-estruturada, não é possível estabelecer um sistema de coordenadas global (BAKER, 1995; SHAW; WEATHERILL, 1992). Embora existam outras opções, tradicionalmente são utilizados elementos hexaédricos e tetraédricos para as malhas estruturadas e não-estruturadas, respectivamente (KALLINDERIS et al., 1996). Na Figura 4, é apresentado uma exemplificação desses dois modelos.

Malhas estruturadas originam uma quantidade inferior de células em comparação com uma malha não-estruturada, resultando em menor custo de memória computacional (KALLINDERIS et al., 1996; ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Ainda, estas malhas permitem um melhor refino em camadas limites, locais próximos de paredes cujas propriedades de escoamento possuem gradientes elevados (ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Todavia, a ausência de flexibilidade, característica advinda da regularidade

Figura 4 – Exemplos de malhas bidimensionais estruturada (a) e não-estruturada (b)



Fonte: Adaptado de Çengel e Cimbala (2014, p. 884).

envolvida, acarreta em dificuldades de geração malhas adequadas em geometrias complexas (BAKER, 1995; PIRZADEH, 1994).

Por outro lado, malhas não-estruturadas formadas por elementos tetraédricos são capazes de preencher um determinado volume com formato arbitrário, oferecendo a melhor flexibilidade geométrica (KALLINDERIS et al., 1996; SHAHPAR; LAPWORTH, 2003). Todavia, esta característica benéfica é contraposta com o uso excessivo de memória e processamento computacional. Isto ocorre devido à irregularidade da estrutura de dados, necessitando armazenamento de informações sobre conectividade entre pontos nodais, faces e células (KHAWAJA et al., 1995; PARTHASARATHY et al., 1995; FERZIGER; PERIĆ, 2002).

Uma alternativa a esses dois modelos é a malha híbrida. Trata-se de uma combinação entre a malha estruturada e não-estruturada, resultando em uma malha que possui as vantagens de ambos: capturar a camada limite na proximidade de uma parede e a flexibilidade de preencher o restante do domínio computacional (IRMISCH et al., 1999; ITO; NAKAHASHI, 2004; BECKER et al., 2010).

## 2.4 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O Método dos Volumes Finitos (MVF) é um método de discretização para simulações numéricas de diversos tipos (EYMARD et al., 2000). No caso da mecânica dos fluidos, este consiste na integração das equações de conservação no volume de controle (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Versteeg e Malalasekera (2007) estabelecem três etapas para o método: geração da malha, discretização e solução das equações. Quanto ao primeiro passo, já foi comentado a respeito na seção 2.3. As etapas subsequentes são abordadas em



seguida.

#### 2.4.1 Esquemas de discretização

Ao realizar a integração das equações de conservação ao longo do volume, surgem alguns termos que devem ser avaliados em cada face do VC. Como, no Método dos Volumes Finitos, os pontos são localizados no centro dos Volumes de Controle, surge a necessidade de aplicar interpolações numéricas para que se obtenha as propriedades nas faces, processo conhecido como esquema de interpolação (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Entre os modelos existentes, pode-se citar o Esquema das Diferenças Centrais, o Esquema de Interpolação *Upwind* (ou Contra o Vento, em tradução livre), o Híbrido, e os de ordens maiores como QUICK e TVD (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Uma descrição mais aprofundada de cada esquema de interpolação pode ser encontrada na literatura supracitada.

#### 2.4.2 Algoritmos de solução

A solução das equações de Navier-Stokes é complicada pela falta de uma equação independente para a pressão, cujos gradientes impactam as três equações do momentum. Ao combinar estas equações com a expressão da continuidade, a pressão pode então ser determinada, processo conhecido como acoplamento pressão-velocidade (FERZIGER; PERIĆ, 2002).

O modelo numérico desenvolvido por PATANKAR e SPALDING (1972), denominado de técnica de correção da pressão, é um dos que permitem calcular o sistema de equações acoplados para o caso incompressível. Tal técnica é descrita detalhadamente por Patankar (1980) e implementada em um algoritmo denominado SIMPLE (do inglês, *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*, ou Método Semi-Implicito para Equações de Pressão Acopladas em tradução livre).

Após o desenvolvimento do SIMPLE, diversos outros algoritmos foram feitos, podendo-se citar o SIMPLER (SIMPLE Revisado), o SIMPLEC (SIMPLE Consistente) e o PISO (do inglês, *Pressure Implicit with Splitting of Operators*, ou Pressão Implícita com Partição dos Operadores em tradução livre) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Quanto ao termo semi-implícito, que aparece no nome dos algoritmos acima, trata-se de um método de avanço no tempo intermediário aos casos extremos: explícito e implícito. Ambos são discutidos em seguida.

No método explícito, as equações discretizadas ficam em função apenas de termos no passo de tempo anterior. Isto resulta em cálculos que utilizam apenas operações algébricas, consideradas de fácil implementação. Por outro lado, o passo de tempo que pode ser adotado é limitado, sendo que valores elevados ocasionam

instabilidade na computação (WILCOX, 2006).

No método implícito, os cálculos não dependem apenas do passo de tempo anterior mas também do tempo atual. Assim, este esquema é incondicionalmente estável para qualquer valor de passo de tempo, todavia valores reduzidos são necessários para garantir acuracidade. Ainda, a solução envolve inversão de matrizes, sendo mais custoso computacionalmente (WILCOX, 2006; VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Métodos de avanço no tempo também podem ser utilizados para solucionar problemas de regime permanente. Isto é feito ao permitir que a solução seja iterada no tempo até que as variações temporais sejam menores que uma tolerância especificada (WILCOX, 2006; FERZIGER; PERIĆ, 2002).

Os algoritmos comentados acima são adequados para casos gerais em CFD, em que a hipótese de fluido incompressível é comumente empregada. Todavia, em simulações numéricas de máquinas de fluxo, a compressibilidade é um fenômeno que há de ser considerado. Assim, há algoritmos desenvolvidos especificamente para turbomáquinas, citando-se as publicações feitas por HAH (1984) e DAWES (1987).

O solucionador CFX, do programa ANSYS, é utilizado neste trabalho. Todavia, sua codificação se trata de natureza fechada, cujos métodos de solução empregados não são divulgados à comunidade científica.

## 2.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Condições de contorno são necessárias de forma que se obtenha uma solução em CFD precisa (ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Tais condições indicam como exatamente uma face, ou um plano da geometria, se comporta numericamente, modificando os termos fontes nas equações discretizadas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Pode-se listar as seguintes condições de contorno usualmente utilizadas: entrada, saída, pressão prescrita, parede, simetria e periodicidade (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Mais detalhes sobre tais condições são apresentadas em seguida.

A principal característica das condições de entrada e saída, é que há vazão de fluido na fronteira do domínio, sendo que as duas se diferenciam pela direção do escoamento em relação ao vetor normal à face. Em ambas as condições, são inseridas informações das propriedades do escoamento ao longo da face, como pressão, velocidade, temperatura ou vazão mássica (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007; ÇENGEL; CIMBALA, 2014).

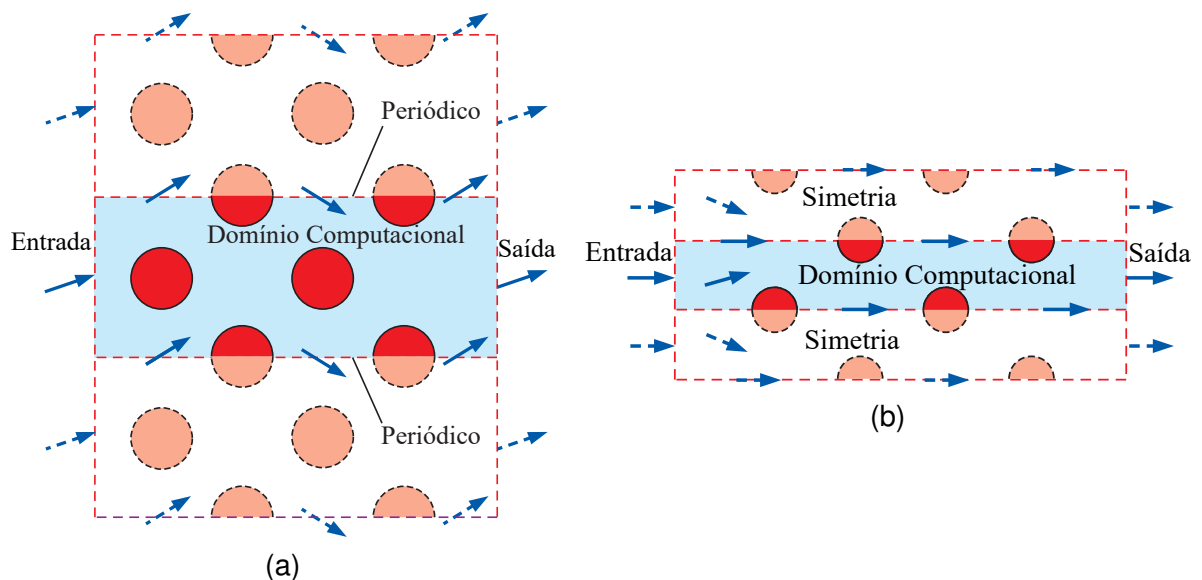
A condição de contorno de pressão prescrita é utilizada em situações cuja distribuição das propriedades do fluido são desconhecidas, enquanto que o valor da pressão é sabido (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Ao aplicar a condição de contorno de parede, busca-se satisfazer a condição

de não escorregamento, ou seja, as partículas de fluido adjacentes à parede devem possuir velocidade nula (ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Nas partículas subsequentes, existe um gradiente de velocidade devido aos efeitos viscosos, região conhecida como camada limite. Resolver numericamente todos os detalhes desta camada iria requerer um número exorbitante de pontos nodais (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Desta forma, utiliza-se funções-parede, o que faz com que as propriedades do escoamento próximo à parede sejam modeladas ao invés de calculadas. Estas funções são descritas com maior profundidade por Versteeg e Malalasekera (2007) e Wilcox (2006).

Em seguida, duas condições parecidas, mas não idênticas, são discutidas: simetria e periodicidade. Na primeira, as variáveis do escoamento são espelhadas em um plano simétrico, em que, matematicamente, os gradientes em direção normal à essa face são nulos. Na segunda, as características do escoamento em uma face são correlacionadas a uma segunda face de geometria idêntica, cujo fluxo através da fronteira não necessariamente precisa ser nulo (ÇENGEL; CIMBALA, 2014). Ambas as condições permitem simular numericamente uma porção do domínio físico, conservando recursos computacionais. Tais condições são ilustradas na Figura 5.

Figura 5 – Visualização da condição de contorno de periodicidade (a) e simetria (b)



Fonte: Adaptado de Çengel e Cimbala (2014, p. 891 e 892).

## 2.6 ERROS E INCERTEZAS NUMÉRICAS

DENTON (2010) alerta para o perigo em confiar cegamente nos resultados obtidos por cálculos em CFD, pois vendedores de pacotes comerciais ofuscam as limitações de seus programas computacionais e os autores de artigos técnicos, quando comparam seus cálculos em CFD com dados experimentais, costumam rejeitar qualquer resultado que não corresponde com o esperado. O autor afirma ainda que

as publicações que apresentam apenas os bons resultados transmitem uma falsa impressão de acuracidade da ferramenta à comunidade científica.

Assim, previamente à abordagem dos erros e incertezas envolvidos nos cálculos em CFD, considera-se importante definir tais termos. Erro é uma deficiência reconhecida no modelo CFD que não é causada por uma falta de conhecimento, enquanto que incerteza é uma possível falha no modelo CFD que é ocasionada pela ausência de um completo entendimento (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

As causas de erros em CFD podem ser: numéricas, advindas das aproximações matemáticas; de programação, com defeitos ou falhas na codificação do programa computacional em questão; ou de usuário, através de utilização errônea do *software* (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Quanto aos erros numéricos, DENTON (2010) explica que as aproximações feitas nas equações diferenciais parciais são inevitáveis em qualquer método numérico.

Já as incertezas nos modelos CFD estão associadas com discrepâncias entre o escoamento real e o modelado. Tais diferenças podem vir: do domínio geométrico, das condições de contorno e das propriedades do fluido. O primeiro está associado com as tolerâncias incluídas na manufatura do modelo real, e também com a perda de informação na exportação de um modelo geométrico em CAD (do inglês, *Computer Aided Design*) para um programa CFD. O segundo está relacionado com a impossibilidade de especificar certas condições de contorno com elevado grau de acurácia. E por fim, o terceiro se relaciona com a adoção da hipótese de propriedades de fluido constantes, fato que gera erros no caso desta hipótese estar em desconformidade com o caso real (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

O envolvimento de relações semi-empíricas para lidar com fenômenos complexos, como a turbulência, agrega incertezas na modelagem física do problema (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Ainda, mais especificamente no caso de turbomáquinas, DENTON (2010) afirma que erros são originados: nos planos de mistura, que permitem o cálculo do escoamento entre colunas de pás em relativo movimento; na modelagem do bordo de fuga, região que costuma estar em regime transiente pela presença das vorticidades; e na modelagem imprecisa do pequeno espaço entre a ponta da pá e a carcaça externa do rotor, conhecida em inglês pelo termo *tip leakage*.

Apesar de todas as incertezas apontadas acima, CFD continua sendo uma ferramenta valiosa para o desenvolvimento e análise de turbomáquinas, contanto que as simulações sejam modeladas cuidadosamente com um completo entendimento de suas capacidades e limitações (DIXON; HALL, 2014).

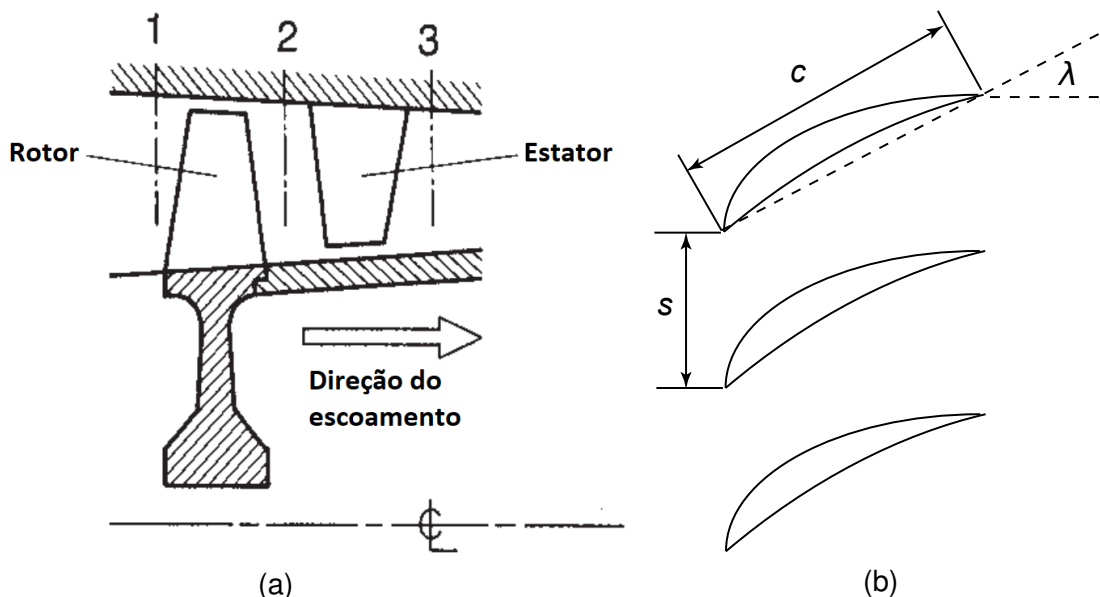
## 2.7 MECÂNICA DOS FLUIDOS EM TURBOMÁQUINAS

O compressor axial consiste em uma série de estágios, cada um contendo um conjunto de pás rotoras seguido de outro conjunto de pás estatoras (SARAVANAMUTTOO et al., 2001). As pás rotoras são acopladas no eixo do rotor, que por consequência movimentam-se circularmente, e as pás estatoras são acopladas na carcaça do compressor, consideradas estacionárias (DIXON; HALL, 2014).

Aerodinamicamente, as pás do rotor geram sustentação de forma similar aos aerofólios empregados nas asas de aeronaves: há uma diferença de pressão entre o extradorso e intradorso da pá ocasionada pela sua movimentação (LEE, 2013). Ao conectar uma série de estágios, a razão de compressão desejada é obtida (ROLLS-ROYCE PLC, 1996).

Ao longo dos estágios, embora a velocidade absoluta do fluido é incrementada, sua velocidade relativa em relação ao rotor é reduzida, o que caracteriza um processo de difusão (SARAVANAMUTTOO et al., 2001). Desta forma, o escoamento está sempre sujeito a um gradiente de pressão adverso e, a menos que este incremento de pressão esteja sob controle, existe o risco de ocorrer a separação da camada limite (HILL; PETERSON, 1992).

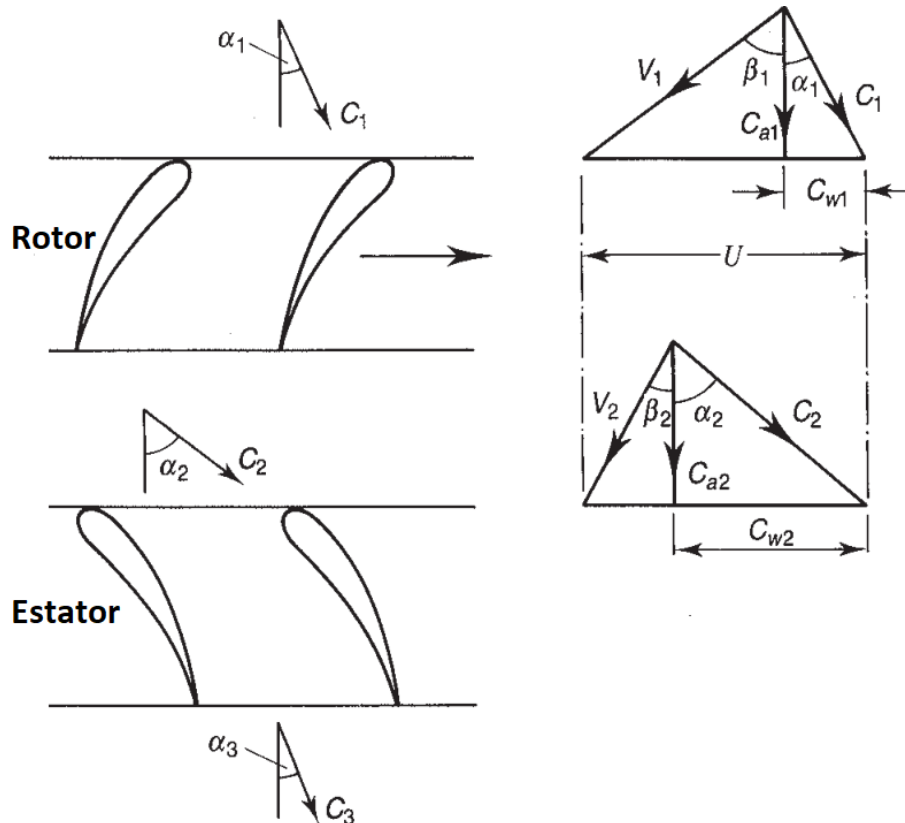
Figura 6 – Vista meridional (a) e vista em cascata (b) dos rotores axiais



Fonte: Adaptado de SARAVANAMUTTOO et al. (2001, p. 187) e LEE (2013, p. 108)

Há duas formas de se visualizar as turbomáquinas axiais: a vista meridional e a vista em cascata. A primeira consiste em uma representação gráfica dos estágios em um plano paralelo ao eixo do rotor, Figura 6a. A segunda é uma aproximação bidimensional de uma coluna de pás, representada na Figura 6b (ÇENGEL; CIMBALA, 2014).

Figura 7 – Triângulos de velocidades típicos para um estágio de compressor axial



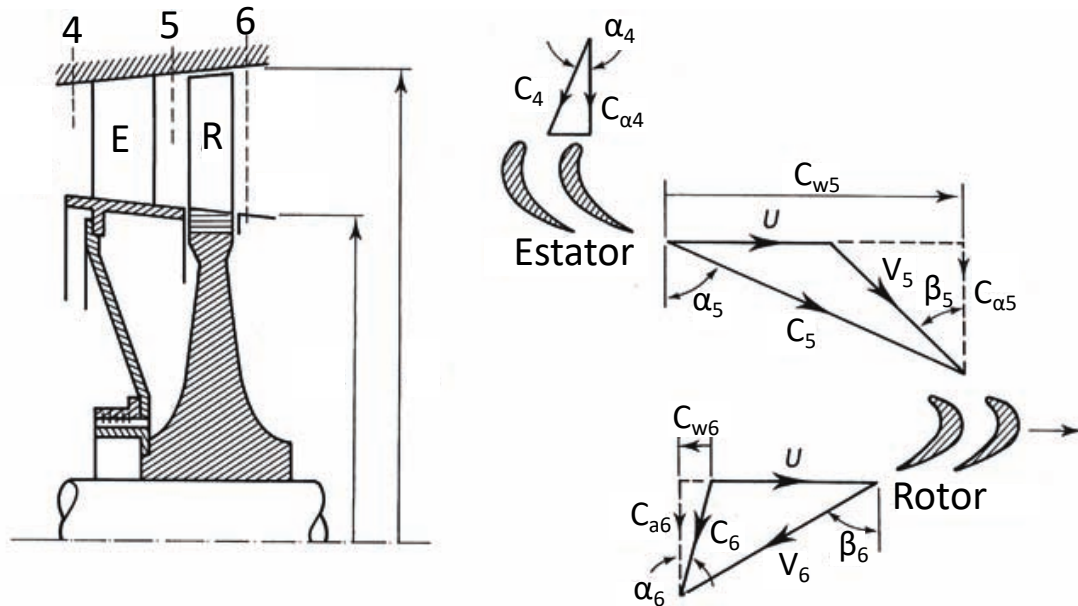
Fonte: Adaptado de SARAVANAMUTTOO et al. (2001, p. 188)

Em compressores axiais, os vetores de velocidade são comumente representados em triângulos de velocidade, conforme Figura 7. Esta figura indica que o ar se aproxima do rotor com velocidade absoluta  $C_1$  e com ângulo  $\alpha_1$  em relação ao eixo axial. Ao combinar com a velocidade do rotor  $U$ , encontra-se a velocidade relativa à pá,  $V_1$ , com ângulo  $\beta_1$  em relação à direção axial. Após passar pelo rotor, o fluido sai com velocidade  $V_2$  com ângulo  $\beta_2$ , sendo que este último é determinado pela angulação do bordo de fuga da pá. Em casos mais simples, cujo rotor foi projetado para que a velocidade axial  $C_a$  permanecesse constante, os valores de  $V_2$ ,  $\alpha_2$  e  $C_2$  podem ser obtidos através de relações trigonométricas. Por fim, o ar passa pelo estator, em que é desacelerado a uma velocidade absoluta  $C_3$  com ângulo  $\alpha_3$  em relação ao eixo axial (SARAVANAMUTTOO et al., 2001).

Por outro lado, a turbina axial não sofre problemas de gradiente de pressão adverso, cuja camada limite é bem comportada e problemas de descolamento são facilmente contornados (HILL; PETERSON, 1992). O estágio desta máquina consiste em um conjunto de pás estatoras seguido de outro conjunto de pás rotoras, conforme apresentado na Figura 8. Os pontos 4, 5 e 6 representam a entrada do estator, entrada do rotor (ou saída do estator) e saída do rotor, respectivamente.

De forma semelhante ao caso do compressor, os triângulos de velocidades da

Figura 8 – Localização dos pontos 4, 5 e 6 e triângulos de velocidades típicos para uma turbina axial



Fonte: Adaptado de SARAVANAMUTTOO et al. (2001, p. 320).

turbina axial são construídos com relações trigonométricas entre as componentes de velocidades. O fluido entra na máquina com velocidade absoluta  $C_4$  e é acelerado a uma velocidade  $C_5$  com ângulo  $\alpha_5$  em relação ao eixo axial. Em coordenadas relativas à pá do rotor, o escoamento possui velocidade relativa  $V_5$  com ângulo  $\beta_5$ . Após passar pelas pás do rotor, o escoamento sai com velocidade relativa  $V_6$  em um ângulo  $\beta_6$  com o bordo de fuga. Por fim, a adição vetorial de  $V_6$  com a velocidade tangencial  $U$  fornece a magnitude e direção da velocidade absoluta,  $C_6$  e  $\alpha_6$  (SARAVANAMUTTOO et al., 2001).

AUNGIER (2003) comenta que, o fato importante da construção desse diagrama de velocidades é que se trata de uma técnica fundamental, comumente empregada por aerodinamicistas de turbomáquinas de forma que seja possível converter entre as condições relativas e absolutas do escoamento.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo, é apresentada a metodologia para atingir os objetivos deste trabalho, que consistem na modelagem geométrica e simulação numérica de compressores axiais, comparando os triângulos de velocidades analítico e numérico.

#### 3.1 MODELAGEM GEOMÉTRICA

Conforme um dos objetivos do trabalho, busca-se modelar geometricamente as pás de um compressor axial. O rotor em questão se trata do Rotor NASA 37, desenvolvido e estudado por REID e MOORE (1978). Embora o documento técnico supracitado contenha os resultados dos experimentos, os dados geométricos das pás do rotor foram publicados dois anos mais tarde, pelos mesmos autores (MOORE; REID, 1980). O conjunto de pontos, que possibilita desenhar tridimensionalmente a geometria do Rotor NASA 37, é apresentado nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Dados geométricos da pá do Rotor NASA 37, parte 1

PR	PC	$r_{ic}$	$r_{oc}$	$\kappa_{IC}$	$\kappa_{TC}$	$\kappa_{OC}$	AC	CA
1	0	252,30	245,06	62,53	62,83	49,98	-15,233	55,92
2	5	249,35	242,18	61,66	61,86	49,07	-14,582	56,09
3	10	245,97	239,29	60,76	60,86	48,18	-13,139	56,03
4	15	242,54	236,41	60,07	60,09	47,34	-11,768	55,98
5	30	232,11	227,75	58,48	58,09	44,22	-7,804	55,83
6	50	217,61	216,22	56,53	54,49	38,87	-2,276	55,70
7	70	202,46	204,68	54,24	50,48	32,37	3,311	55,71
8	85	190,30	196,03	52,67	47,60	25,28	8,010	55,91
9	90	186,03	193,14	52,37	46,87	22,68	9,728	56,04
10	95	181,61	190,26	52,17	46,39	19,75	11,584	56,22
11	100	177,80	187,36	52,04	46,03	16,75	12,602	56,27

Fonte: Adaptado de MOORE e REID (1980, p. 22)

Os acrônimos e símbolos que aparecem em ambas as tabelas são descritos como:

- PR: Número do perfil da pá;
- PC: Porcentagem do comprimento da pá em que o perfil se situa;
- $r_{ic}$ : Raio do Bordo de Ataque (BA), em milímetros;



- $r_{oc}$ : Raio do Bordo de Fuga (BF), em milímetros;
- $\kappa_{IC}$ : Ângulo entre a linha de centro do perfil no BA e o plano meridional, em graus;
- $\kappa_{TC}$ : Ângulo entre a linha de centro do perfil no ponto de transição e o plano meridional, em graus;
- $\kappa_{OC}$ : Ângulo entre a linha de centro do perfil no BF e o plano meridional, em graus;
- AC: Ângulo entre a direção axial e a superfície cônica em que o perfil se situa, em graus;
- CA: Corda aerodinâmica, em milímetros;
- $t_{ic}$ : Espessura da pá no BA, em milímetros;
- $t_{mc}$ : Espessura da pá no Ponto de Máxima Espessura (PME), em milímetros;
- $t_{oc}$ : Espessura da pá no BF, em milímetros;
- $z_{ic}$ : Distância axial do BA, medido a partir do Bordo de Ataque do perfil conectado ao Eixo do rotor (BAE), em milímetros;
- $z_{mc}$ : Distância axial do PME, medido a partir do BAE, em milímetros;
- $z_{tc}$ : Distância axial do ponto de transição, medido a partir do BAE, em milímetros;
- $z_{oc}$ : Distância axial do BF, medido a partir do BAE, em milímetros;
- ACM: Ângulo entre corda aerodinâmica e plano meridional, em graus;

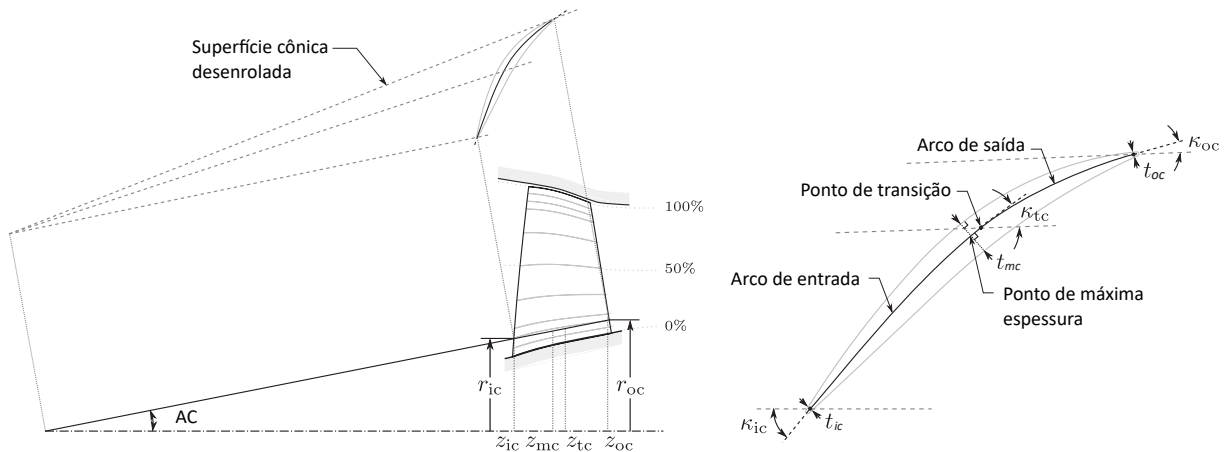
Tabela 2 – Dados geométricos da pá do Rotor NASA 37, parte 2

PR	$t_{ic}$	$t_{mc}$	$t_{oc}$	$z_{ic}$	$z_{mc}$	$z_{tc}$	$z_o$	ACM
1	0,25	1,75	0,25	7,13	24,30	23,99	33,72	60,63
2	0,26	1,86	0,26	6,65	23,90	23,72	34,24	59,61
3	0,28	1,99	0,28	6,15	23,46	23,34	34,75	58,54
4	0,29	2,11	0,29	5,74	23,04	22,80	35,20	57,65
5	0,32	2,50	0,33	4,66	22,25	20,94	36,44	55,11
6	0,37	3,03	0,38	3,17	21,64	19,28	38,22	51,16
7	0,42	3,60	0,43	1,76	20,69	17,73	40,15	46,54
8	0,47	4,07	0,47	0,79	20,10	17,33	41,53	42,82
9	0,48	4,25	0,49	0,48	19,84	16,60	41,98	41,48
10	0,50	4,43	0,50	0,21	19,57	15,91	42,41	40,17
11	0,51	4,58	0,51	0,00	19,33	15,30	42,83	38,92

Fonte: Adaptado de MOORE e REID (1980, p. 22)

A modelagem da pá do rotor segue a parametrização Arcos Múltiplos Circulares (MCA, do inglês *Multiple Circular Arc*), desenvolvido por CROUSE et al. (1969) e descrito de forma sucinta por PIOLLET et al. (2019). Os parâmetros envolvidos no MCA são ilustrados na Figura 9.

Figura 9 – Visualização de um exemplo de pá parametrizada por MCA



Fonte: Adaptado de PIOLLET et al. (2019, p. 5)

Ao compreender os conceitos da parametrização MCA, o primeiro passo da modelagem é inserir no CAD dois pontos referentes à primeira seção da pá, que representam o BA e BF. O posicionamento destes pontos é feito com as informações de  $r_{ic}$ ,  $z_{ic}$ ,  $r_{oc}$ ,  $z_{oc}$ ,  $AC$  e  $ACM$ . Em seguida, é estabelecido um plano que passe por tais pontos, entidade em que o perfil aerodinâmico da pá é desenhado.

No plano, são inseridos mais dois pontos necessários para desenhá-lo: o ponto de transição e o PME do perfil. Depois, dois segmentos de círculos são adicionados ao esboço, sendo que uma ponta de cada arco é conectada no BA e no BF, e as pontas restantes de ambos são conectadas no ponto de transição. Em seguida, são construídas retas de auxílio, uma para cada ponto já estabelecido. Nestas retas, os valores de  $\kappa_{ic}$ ,  $\kappa_{tc}$  e  $\kappa_{oc}$  são inseridos de forma congruente com os dados da Tabela 1. Então, o raio de ambos os arcos são ajustados automaticamente quando se adiciona a relação de que estes são tangentes às retas definidas acima, resultando na curva que representa a linha de centro do perfil aerodinâmico.

Em seguida, utiliza-se as informações de  $t_{ic}$  e  $t_{oc}$ , Tabela 2, para desenhá-los nos pontos do BA e do BF, respectivamente. Então, é adicionada outra reta de auxílio, passando pelo PME, sendo perpendicular à linha de centro e possuindo o tamanho indicado por  $t_{mc}$ . E como última etapa do desenho do perfil, mais arcos são adicionados, contornando os círculos do BA e BF, passando pela reta de auxílio no PME e possuindo relações tangenciais com estas entidades.

O procedimento descrito acima é repetido para cada seção da pá, totalizando 11 perfis. Com todos os esboços desenhados, o formato tridimensional é obtido ao aplicar o recurso *Loft* do SolidWorks. Por fim, a modelagem das pás é finalizada ao aplicar o recurso de repetição circular ao redor do eixo do rotor, construindo as demais 35 pás do Rotor NASA 37.

Ainda no mesmo arquivo do programa, são inseridos os pontos que delimitam o

caminho que o escoamento há de percorrer. Estes pontos são utilizados para construir a geometria do eixo e da carcaça do compressor, apresentados na Tabela 3. Então, duas *splines* são inseridas: uma para o conjunto de pontos que delimita o eixo, e outra para o conjunto de pontos da carcaça. Em seguida, estas *splines* são utilizadas para realizar a extrusão do eixo e da carcaça, finalizando a modelagem geométrica do Rotor NASA 37.

Tabela 3 – Coordenadas do caminho do escoamento

Lado eixo		Lado carcaça	
Distância axial, em mm	Raio, em mm	Distância axial, em mm	Raio, em mm
-228,60	175,26	-228,60	256,54
-154,00	175,26	-154,00	256,54
-76,20	175,26	-76,20	256,54
-25,68	175,39	-25,68	256,43
0	177,80	0	254,00
18,54	182,55	6,32	252,47
41,37	187,14	18,54	249,25
48,59	188,21	19,74	248,82
65,66	190,35	32,82	245,11
88,90	192,79	44,45	242,85
106,40	193,80	48,59	242,32
127,40	194,31	65,38	241,45
154,00	194,31	86,28	240,11
-	-	88,90	239,93
-	-	106,40	238,51
-	-	127,00	237,49
-	-	154,00	237,49

Fonte: Adaptado de MOORE e REID (1980, p. 65)

### 3.2 ANÁLISE ANALÍTICA

A obtenção das características do escoamento ao longo do compressor axial em questão, Rotor NASA 37, é feito com o método de triângulo de velocidades, que consiste em uma abordagem teórica do problema físico. Nesta seção, é apresentado o passo a passo para confeccionar tal triângulo.

Os valores de raios de pá do rotor, apresentados na Tabela 1, e do estator, disponibilizados por MOORE e REID (1980), são utilizados para encontrar o raio médio. Isto é feito através da Equação (9), cujos valores calculados são apresentados na Tabela 4. Os parâmetros  $r_h$  e  $r_s$  indicam os valores dos raios de pá no eixo e na carcaça, respectivamente.

$$r_m = \frac{r_h + r_s}{2} \quad (9)$$

Tabela 4 – Valores de raios de pá, em milímetros

	Rotor entrada	Rotor saída	Estator entrada	Estator saída
$r_h$	177,80	187,30	188,37	192,38
$r_s$	252,30	245,06	242,54	240,08
$r_m$	215,05	216,18	215,46	216,23

Fonte: Adaptado de MOORE e REID (1980, p. 22 e 23)

Percebe-se que o valor de raio médio mantém-se praticamente constante ao longo do estágio. Assim, adota-se que  $r_m = 215,73$ , obtido através da média dos quatro valores de  $r_m$  apresentados na Tabela 4. Esta hipótese possui erro relativo máximo de 0,316%, considerada satisfatoriamente plausível. Então, utiliza-se a Equação (10) para encontrar a velocidade tangencial ( $U$ ):

$$|U| = \dot{n} \cdot r_m \quad (10)$$

sendo que o parâmetro  $\dot{n}$  representa a velocidade de rotação do eixo e equivale a 1800 rad/s, conforme comentado por REID e MOORE (1978).

Em seguida, são aplicadas relações trigonométricas para encontrar a velocidade relativa e a absoluta, Equações 11 e 12. Os subíndices que aparecem nas equações subsequentes seguem de acordo com a convenção adotada na Figura 7. O ângulo  $\beta_1$  equivale ao ângulo  $\kappa_{1C}$  do perfil número 6, Tabela 1, sendo igual a  $58,53^\circ$ .

$$|V_1| = \frac{|U|}{\sin(\beta_1)} \quad (11)$$

$$|C_1| = \frac{|U|}{\tan(\beta_1)} \quad (12)$$

O triângulo de velocidades no ponto 2 serve tanto para a saída do rotor quanto para entrada do estator. Assim, este é encontrado utilizando as características da pá do rotor no BF. Ainda, assume-se que a velocidade axial do ponto 1 é mantida constante:

$C_{a1} = C_{a2} = V_{a2}$ . Logo, é possível encontrar de imediato o valor da velocidade relativa, Equação (13).

$$|\mathbf{V}_2| = \frac{V_{2a}}{\cos(\beta_2)} \quad (13)$$

Sabendo que a velocidade absoluta é definida como a soma vetorial das velocidades tangencial e relativa,  $\mathbf{C}_2 = \mathbf{U}_2 + \mathbf{V}_2$ , encontra-se o módulo de  $\mathbf{C}_2$  através da Equação (14). A subtração que aparece na decomposição da componente tangencial da velocidade absoluta, surge a partir de análise trigonométrica da Figura 7.

$$|\mathbf{C}_2| = \sqrt{(C_{2w})^2 + (C_{2a})^2} = \sqrt{(|\mathbf{U}| - |\mathbf{V}_2| \sin \beta_2)^2 + (C_{2a})^2} \quad (14)$$

Então, o ângulo  $\alpha_2$  é obtido através de relação trigonométrica, conforme Equação (15).

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{C_{2w}}{C_{2a}}\right) \quad (15)$$

Por fim, a velocidade absoluta no ponto 3 e o ângulo do escoamento com o eixo axial, são obtidos com as aproximações de que  $\mathbf{C}_3 \approx \mathbf{C}_1$  e  $\alpha_3 \approx \alpha_1$ .

De forma que seja possível verificar o erro envolvido com as aproximações do método de triângulo de velocidades, a seguir é feita a comparação da razão de pressão ( $p_3/p_1$ ) teórico com o experimental. Assim, estes cálculos se iniciam com a obtenção da área da seção transversal, conforme Equação (16).

$$A = \pi \cdot (r_s^2 - r_h^2) \quad (16)$$

A substituição dos valores de raio de acordo com a Tabela 4 indica qual valor de área que se obtêm,  $A_1$  ou  $A_3$ . Em seguida, conhecendo a expressão da vazão mássica ( $\dot{m}$ ), Equação (17), manipula-se de forma a obter a densidade do fluido, Equação 18.

$$\dot{m} = \rho |\mathbf{C}_1| A_1 \quad (17)$$

$$\rho_1 = \frac{\dot{m}}{|\mathbf{C}_1| A_1} \quad (18)$$

O valor de  $\dot{m}$  é obtido por REID e MOORE (1978), cujo valor é de 20,19 kg/s. Então, a pressão estática é encontrada a partir da expressão de gás ideal, Equação (19).

$$p_1 = \rho_1 R T_1 \quad (19)$$

De forma análoga aos passos anteriores, as propriedades de densidade e pressão na saída do estator podem ser obtidas através das Equações (20) e (21).

$$\rho_3 = \frac{\dot{m}}{|C_3|A_3} \quad (20)$$

$$p_3 = \rho_3 RT_3 \quad (21)$$

Para encontrar  $T_3$ , necessário na Equação (21), utiliza-se a razão  $T_3/T_1 = 1,270$  obtida por REID e MOORE (1978). Assim, dividindo as Equações (21) e (19), encontra-se a razão de pressão teórica ( $p_3/p_1$ ), apresentada na Equação (22).

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{|C_1|A_1}{|C_3|A_3} \cdot \frac{T_3}{T_1} \quad (22)$$

O valor encontrado é então comparado com o valor experimental,  $(p_3/p_1)_e$ , encontrado por REID e MOORE (1978) como sendo 2,050, e calcula-se o erro relativo ( $ER_p$ ) através da Equação (23).

$$ER_p = \frac{|(p_3/p_1)_e - p_3/p_1|}{(p_3/p_1)_e} \quad (23)$$

### 3.3 ANÁLISE NUMÉRICA

Embora neste trabalho seja modelado geometricamente o Rotor NASA 37, conforme seção 3.1, este não é utilizado para rodar a simulação numérica. Para isso, seria necessário superar as dificuldades encontradas na modelagem, destacadas na seção 4.1, e utilizar o modelo CAD resultante para modelar a malha computacional.

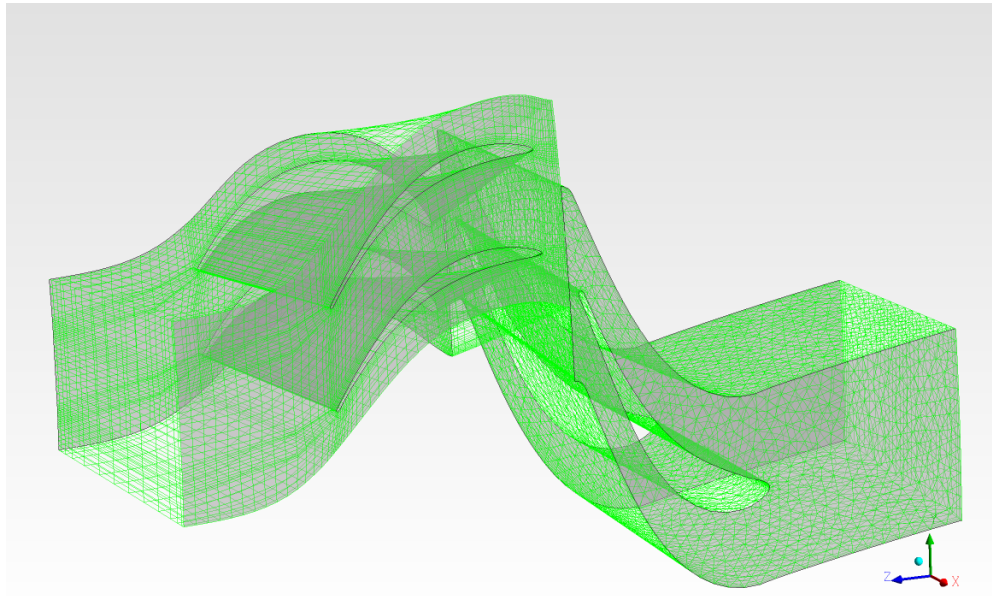
Como é imprescindível uma análise numérica neste trabalho, a geometria a ser analisada consiste em uma completamente independente do Rotor NASA 37, consistindo no estágio único de uma turbina axial. Sua malha computacional se encontra previamente pronta e disponibilizada pelo próprio ANSYS.

#### 3.3.1 Domínio geométrico

Nesta geometria, o rotor e estator possuem 113 e 60 pás, respectivamente. O raio interno e externo do rotor do rotor são de 457,15 mm e 375,66 mm, respectivamente, resultando em  $r_m = 412,22$  mm.

A malha computacional que envolve o rotor possui formato estruturado, com 602 nós e 546 elementos, enquanto que no estator consiste em uma malha não-estruturada, com 1474 nós e 2565 elementos. Na Figura 10, é possível visualizar o domínio geométrico, consistindo em duas pás rotoras e uma pá estatora, juntamente com suas malhas.

Figura 10 – Malha computacional da geometria simulada numericamente



Fonte: Autor (2019).

### 3.3.2 Definições numéricas

O caso numérico é construído na interface gráfica Turbomáquinas do CFX-Pre. Após inicializar o programa, estabelece-se que o caso se trata de uma turbina axial em regime permanente. Em seguida, as malhas do rotor e do estator mencionadas acima são adicionadas, verificando se as interfaces de entrada e saída estão localizadas nas faces adequadas. Entre as opções de modelo de turbulência que o programa dispõe,  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$  SST, o primeiro é escolhido pelo motivo da malha utilizada não ser refinada o suficiente para aplicar o segundo modelo. Então, escolhe-se o esquema advectivo *High Resolution*, o modelo de transferência de calor *Total Energy* e função parede *Scalable* (ou Alta Resolução, Energia Total e Escalável em tradução livre, respectivamente).

Informações gerais do caso são inseridas logo em seguida, como pressão de referência de 0,25 atm, temperatura de entrada de 340 K, fluido de trabalho sendo gás ideal e rotação do rotor de 523,6 rad/s. Na sequência, as condições de contorno são estabelecidas, apresentadas na Tabela 5.

Nesta tabela, a condição de parede contra-rotativa é aplicada para representar que a pá do rotor não está presa na carcaça. A interface Rotor-Estator escolhida é o modelo *Frozen Rotor*, ou Rotor Congelado em tradução livre. O valor de pressão total, prescrito na face de entrada do estator, consiste no valor manométrico da pressão, cujo valor absoluto é de 0,25 atm. Por fim, todas as paredes devem satisfazer a condição de não-escorregamento e são adiabáticas.

Tabela 5 – Condições de contorno aplicadas

Face	Condição de contorno	Valor
Entrada do estator	Pressão total	0 atm
Pá do estator	Parede	-
Pá do estator	Periodicidade circular	-
Eixo do estator	Parede	-
Carcaça do estator	Parede	-
Saída do estator	Interface Rotor-Estator	-
Entrada do rotor	Interface Rotor-Estator	-
Pá do rotor	Parede	-
Pá do rotor	Periodicidade circular	-
Eixo do rotor	Parede	-
Carcaça do rotor	Parede contra-rotativa	-
Saída do rotor	Vazão mássica	0,06 kg/s

Fonte: Autor (2019).

### 3.3.3 Processamento computacional

A solução das equações diferenciais parciais regentes do problema físico é feito pelo algoritmo CFX, incluso no programa ANSYS.

O critério de convergência estabelecido consiste na tolerância residual de  $1 \cdot 10^{-6}$  e erro permitido na conservação da massa de 0,5%. Caso a convergência não seja alcançada em até 500 iterações, a solução é interrompida.

O cálculos são feitos com o recurso dupla precisão ativado e, como o programa utiliza métodos de avanço no tempo para solucionar o problema de regime permanente, o passo de tempo é definido como sendo automático, fazendo com que o programa encontre o valor mais adequado a cada iteração.

### 3.3.4 Pós-processamento

Após a realização dos cálculos pelo computador, o processamento dos dados gerados é feito com o programa CFD-Post. Nele, são utilizados ferramentas de obtenção das propriedades do escoamento ao longo das faces do domínio geométrico. Uma vez tendo conhecimento das velocidades envolvidas, o triângulo de velocidades é criado e comparado com sua versão analítica, cujo procedimento é destacado em seguida.



### 3.3.5 Comparação com o caso analítico

A construção do diagrama de velocidades para a turbina axial requer um parâmetro de entrada. Este é escolhido como a componente axial da velocidade absoluta na entrada do rotor,  $C_{a5}$ , e obtido através da simulação numérica. Então, o restante dos parâmetros são encontrados através de relações trigonométricas, conforme comentado em sequência.

Sabe-se que a componente axial da velocidade relativa é a mesma que em coordenadas absolutas:  $V_{a5} = C_{a5}$ . Conhecendo também os ângulos de pás, advindos da própria geometria do rotor, obtém-se a velocidade relativa na entrada do rotor, Equação (24). Logo em seguida, este valor é utilizado para calcular a velocidade absoluta, conforme Equação (25), onde a velocidade tangencial  $U$  é obtida da Equação (10).

$$|V_5| = \frac{V_{5a}}{\cos \beta_5} \quad (24)$$

$$|C_5| = \sqrt{(C_{5a})^2 + (|U| + |V_5| \sin \beta_5)^2} \quad (25)$$

Em seguida, o ângulo  $\alpha_5$  é obtido através de relação trigonométrica, conforme Equação (26).

$$\alpha_5 = \arctan\left(\frac{C_{5w}}{C_{5a}}\right) \quad (26)$$

Então, assume-se que a velocidade axial é mantida constante ao longo do rotor:  $C_{5a} = C_{6a} = V_{6a}$ . Assim, de forma análoga ao procedimento adotado nas Equações de (24) à (26), obtêm-se as propriedades do escoamento na saída do rotor, Equações (27) à (29).

$$|V_6| = \frac{V_{6a}}{\cos \beta_6} \quad (27)$$

$$|C_6| = \sqrt{(C_{6a})^2 + (|U| - |V_6| \sin \beta_6)^2} \quad (28)$$

$$\alpha_6 = \arctan\left(\frac{C_{6w}}{C_{6a}}\right) \quad (29)$$

O sinal de menos, que aparece na componente tangencial da Equação (28), é utilizado pelo fato que  $V_{6w}$  aponta na direção oposta de  $U$ , conforme possível visualizar na Figura 8.

Por fim, conhecendo as propriedades do escoamento através do método analítico, compara-se com os valores trazidos pela simulação numérica.

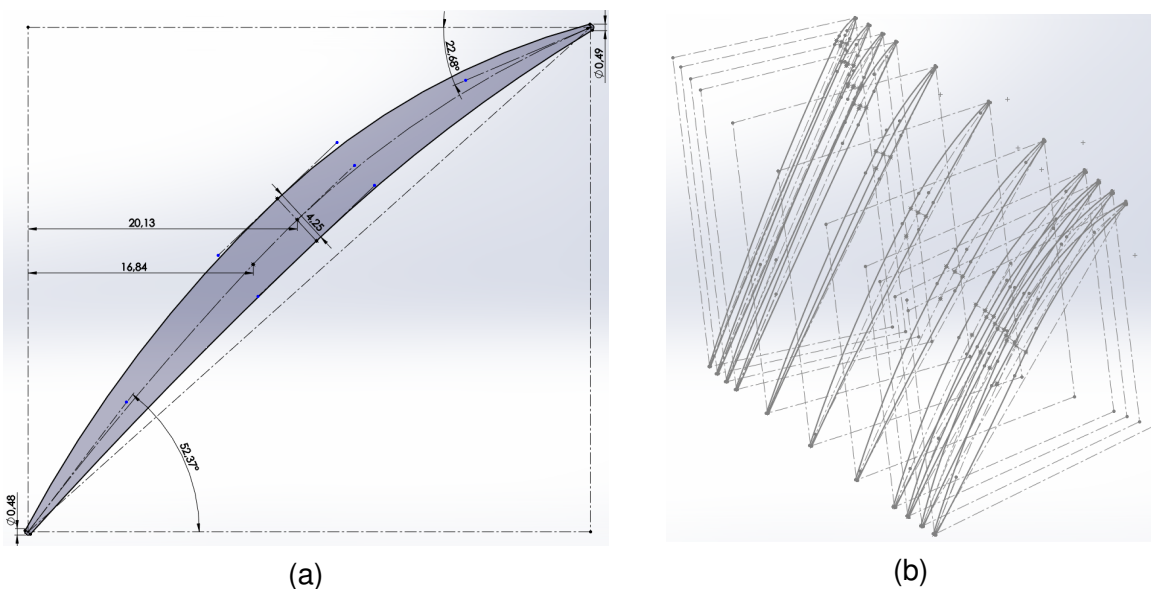
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados os resultados encontrados ao aplicar a metodologia descrita no Capítulo 3.

### 4.1 GEOMETRIA

Seguindo a parametrização MCA, descrita na seção 3.1, são desenhados todos os 11 perfis de pá. Como exemplo da visualização de um destes, o perfil número 9 é ilustrado na Figura 11a. Já na Figura 11b, é apresentado o conjunto de esboços contendo os perfis aerodinâmicos.

Figura 11 – Esboço de um dos perfis da pá (a) e vista isométrica de todos os esboços utilizados para aplicar o recurso Ressalto por Loft (b)

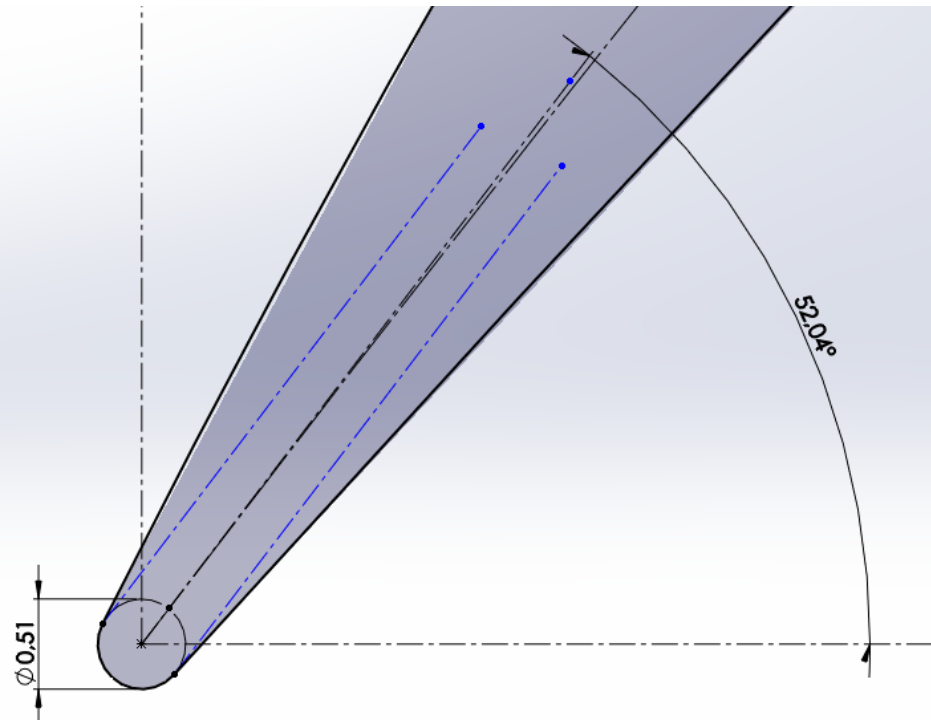


Fonte: Autor (2019).

A primeira dificuldade encontrada foi a adequação dos ângulos  $\kappa_{ic}$ ,  $\kappa_{tc}$  e  $\kappa_{oc}$  no contorno externo do perfil. Embora tais ângulos sejam aplicados na linha de centro do perfil, estas relações não foram possíveis no ponto que conecta o arco externo com o círculo do BA.

Utilizando o perfil número 11 como exemplo, a região ampliada do BA é ilustrada na Figura 12. O arco do contorno externo é conectado no círculo do BA em um ponto em que os dois possuam relação tangencial. Todavia, o programa é incapaz de encontrar uma solução matemática de forma que o mesmo arco possuísse simultaneamente a relação de ângulo com o plano meridional, indicado por  $\kappa_{IC}$ . Caso fosse possível, este arco estaria tangenciando a reta de auxílio azul, indicada na Figura 12. O BF apresenta a mesma dificuldade, sendo análogo à toda a situação acima.

Figura 12 – Região ampliada da junção dos arcos externos com o BA

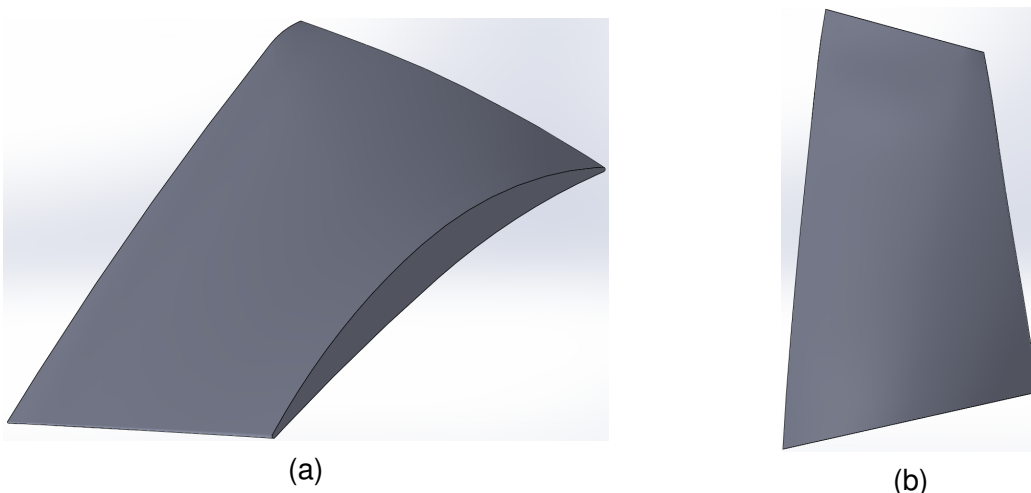


Fonte: Autor (2019).

A discrepância máxima dos ângulos descritos acima foi do perfil número 11, entre o arco externo e  $\kappa_{IC}$ , de  $10,70^\circ$ . Este fato faz com que a linha de centro deixe de representar com exatidão a distância média entre o lado superior e inferior do perfil aerodinâmico.

Apesar disso, o recurso *Loft* do SolidWorks é aplicado, gerando a pá tridimensional do rotor. O resultado desta etapa é ilustrado na Figura 13.

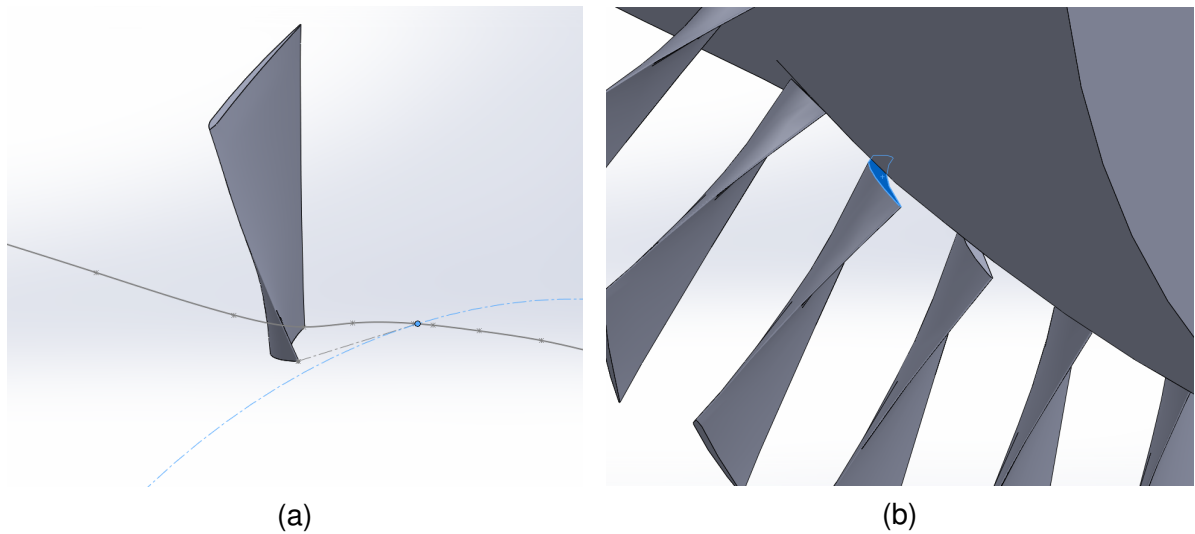
Figura 13 – Vista isométrica da pá (a) e vista do plano meridional (b)



Fonte: Autor (2019).

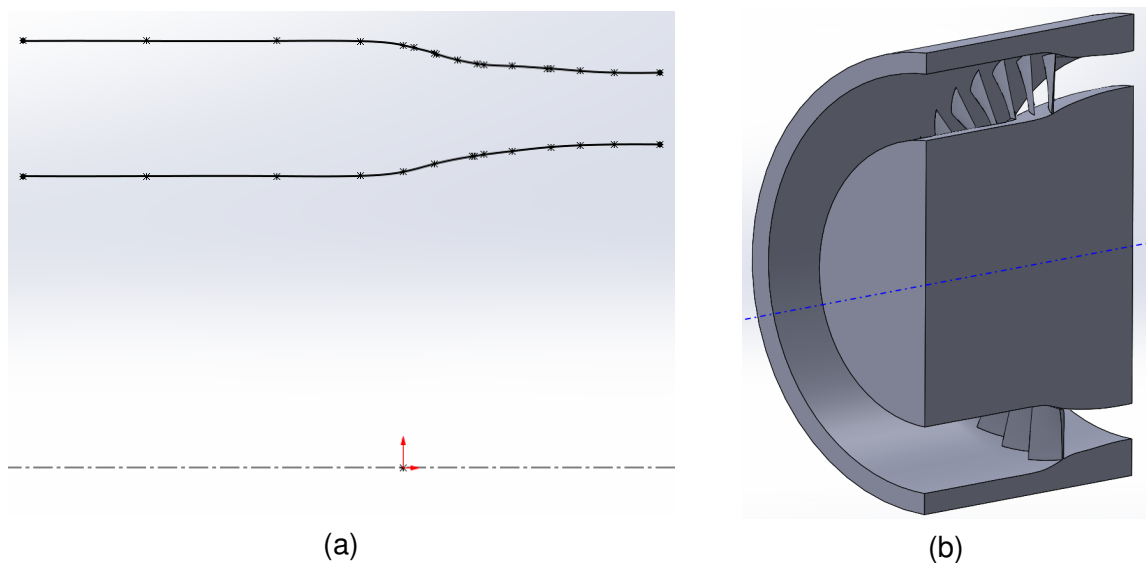
Na parametrização MCA, os perfis de pá são situados em uma superfície cônica. Todavia, pelo fato de uma modelagem em superfície ser de elevada complexidade, os esboços foram feitos em planos. Essa planificação dos perfis acarreta em uma certa distância entre o BF e o eixo do rotor, conforme ilustrado na Figura 14b. Mesmo que o ponto do BF, informado nas Tabelas 1 e 2, tenha sido inserido no local correto (intersectando com o eixo), a aplicação do ACM faz com que o BF do perfil 11 se distancie do eixo, conforme ilustrado na Figura 14a.

Figura 14 – Ilustração do impacto da simplificação da superfície cônica por um plano, com o eixo em construção (a) e com o eixo revolucionado (b)



Fonte: Autor (2019).

Figura 15 – Splines que delimitam o caminho que o escoamento há de percorrer (a) e vista em corte do eixo e carcaça revolucionados (b)



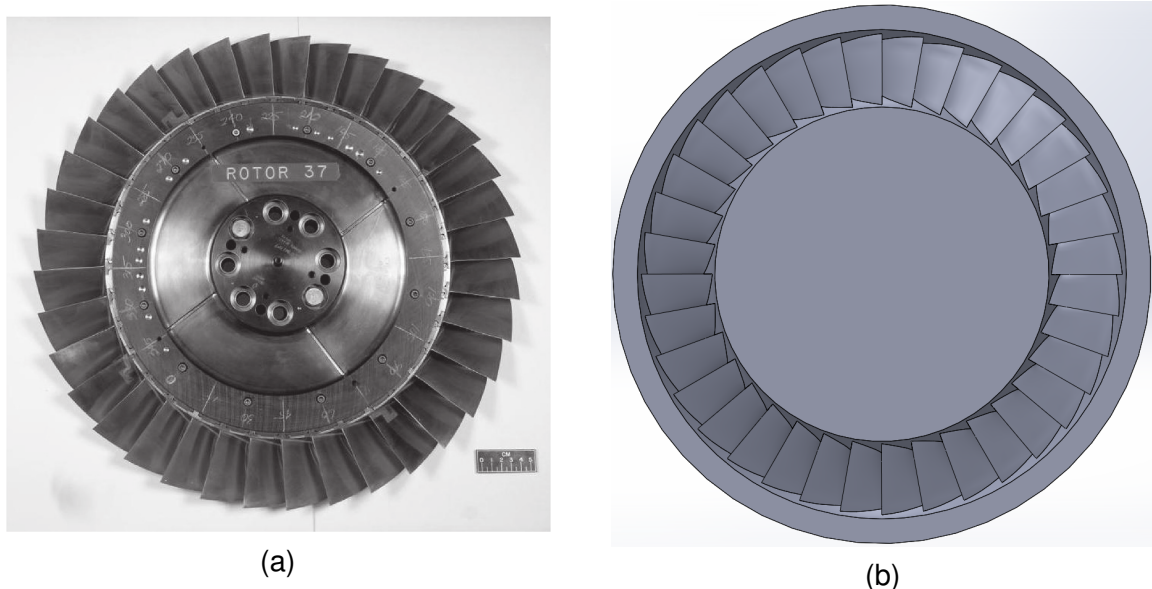
Fonte: Autor (2019).

Seguindo a inserção dos pontos da Tabela 3 e desenhando as splines

comentadas, o esboço que está ilustrado na Figura 15a é criado. A extrusão do eixo e da carcaça pode ser visualizada na Figura 15b.

A geometria final do rotor modelado pode ser comparada com uma foto do Rotor NASA 37, conforme ilustra a Figura 16. Nota-se que, apesar das dificuldades encontradas e das simplificações adotadas, o rotor se assemelha satisfatoriamente com o original.

Figura 16 – Comparação entre o Rotor NASA 37 original (a) e modelado (b)



Fonte: Adaptado de PIOLLET et al. (2019, p. 4) e Autor (2019).

Para uma futura simulação numérica nesta geometria, seria recomendável que se aplicasse a condição de contorno de periodicidade. Todavia, para que isso fosse possível, seria necessário cortar o domínio geométrico em 36 partes iguais. Isto consistiu em mais uma dificuldade, pelo fato que iria requerer um corte que se contorcesse ao longo do comprimento de pá. A solução para este problema, o autor deixa para futuros trabalhos.

## 4.2 CÁLCULOS ANALÍTICOS

Aplicando as Equações de (10) a (15), os parâmetros necessários para confeccionar os triângulos de velocidades são obtidos, apresentados na Tabela 6. Conforme previamente estabelecido na Figura 7, os pontos 1, 2 e 3 indicam entrada do rotor, saída do rotor e saída do estator, respectivamente.

Nota-se que as velocidades relativas na entrada e saída do rotor são consideravelmente elevadas. Embora o número de Mach no ponto 1 ( $M_1$ ) fique em função da temperatura de entrada, claramente se trata de um caso supersônico, pois ao utilizar a expressão de  $M_1$  e isolar a variável da temperatura, verifica-se que  $T_1$  deve

Tabela 6 – Parâmetros calculados do Rotor NASA 37 com abordagem teórica

Parâmetro	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3
$\alpha$	0°	35,24°	0°
$\beta$	56,53°	38,87°	2,54°
$ U $	388,3 m/s	388,3 m/s	-
$ V $	465,5 m/s	329,8 m/s	-
$ C $	256,7 m/s	314,4 m/s	256,7 m/s

Fonte: Autor (2019).

ser maior do que 539,3 K para que o caso ficasse no regime subsônico. Estas contas são apresentadas na Equação (24):

$$M_1 = \frac{|V|}{\sqrt{\gamma RT_1}}$$

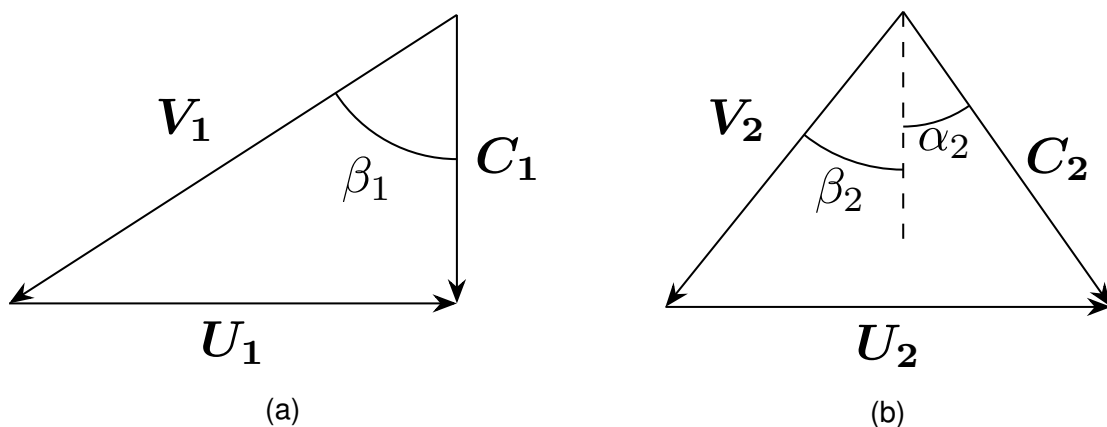
$$T_1 = \left(\frac{|V|}{M_1}\right)^2 \frac{1}{\gamma R}$$

$$T_1 = \left(\frac{465,5 \text{ m/s}}{1}\right)^2 \frac{1}{1,4 \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}} = 539,3 \text{ K} \quad (24)$$

onde a razão dos calores específicos ( $\gamma$ ) equivale a 1,4 para temperaturas menores que 1000°C.

De forma gráfica, os resultados da Tabela 6 são ilustrados na Figura 17. O triângulo de velocidades no ponto 3 não está representado pelo motivo que na saída do estator, não há velocidade tangencial  $U_3$  e a velocidade absoluta  $C_3$  é colinear com o eixo axial, o que resultaria em uma simples reta.

Figura 17 – Triângulo de velocidades teórico na entrada (a) e saída do rotor (b)



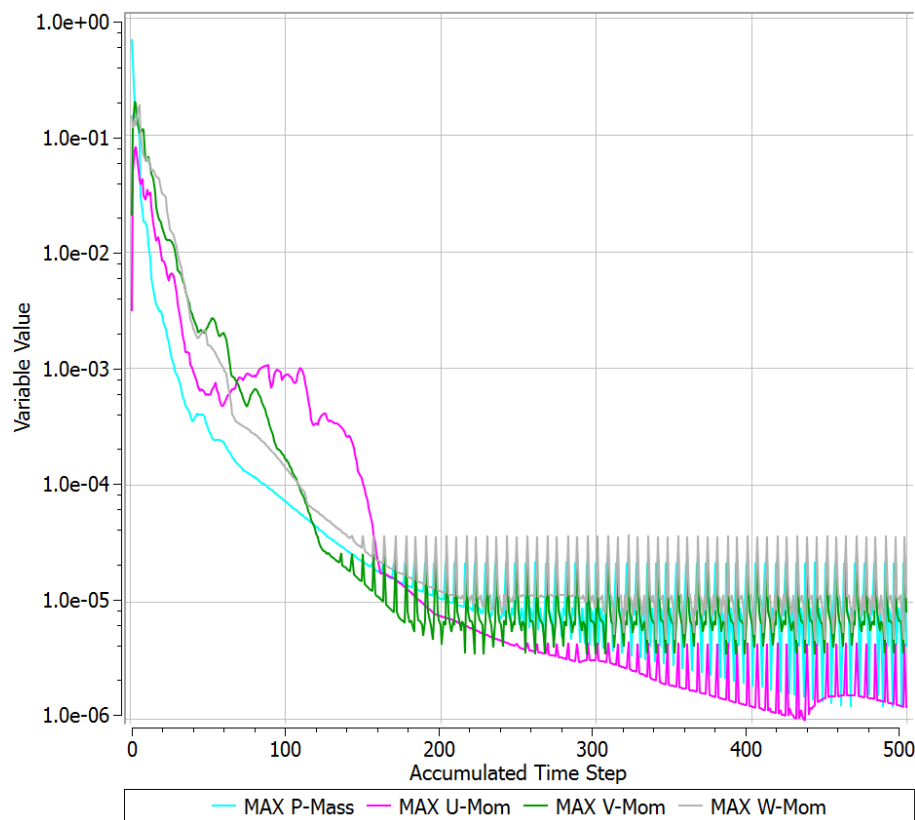
Fonte: Autor (2019).

Através da Equação (22), encontra-se que  $p_3/p_1 = 1,973$ . Com isso, através da Equação (23), calcula-se o erro relativo:  $ER_p = 3,77\%$ . Isto mostra que o método do triângulo de velocidades, incluindo as simplificações adotadas ao longo do caminho, consiste em uma ferramenta adequada para realizar análises preliminares de turbomáquinas.

### 4.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O procedimento descrito no capítulo 3.3 é aplicado, cujos resultados são apresentados e discutidos em seguida.

Figura 18 – Resíduos máximos ao longo das iterações



Fonte: Autor (2019).

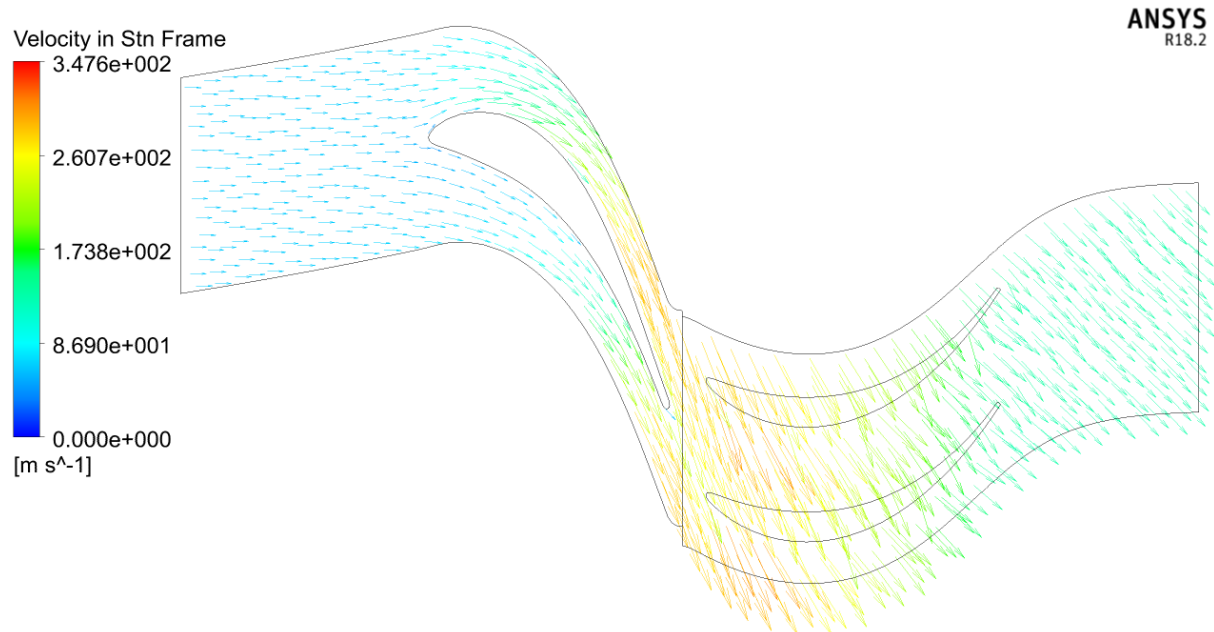
Na Figura 18, é apresentado o comportamento dos resíduos numéricos. Percebe-se que nenhuma componente atingiu o critério de convergência estabelecido, permanecendo com  $3,6 \cdot 10^{-5}$  de resíduo máximo na componente w da equação do momentum. Ainda, a vazão mássica na entrada do estator é de  $0,055962 \text{ kg/s}$ , consistindo em  $6,73\%$  de erro relativo ao valor de saída do rotor. Como a tolerância no desbalanço é de  $0,5\%$ , este critério também indica que a solução não atingiu a convergência.

Todavia, conforme possível verificar na Figura 18, a partir de um certo número de iterações os cálculos entraram em regime oscilatório. Isto indica que, para aprimorar

a acurácia da solução, um refino maior na malha computacional se torna necessário.

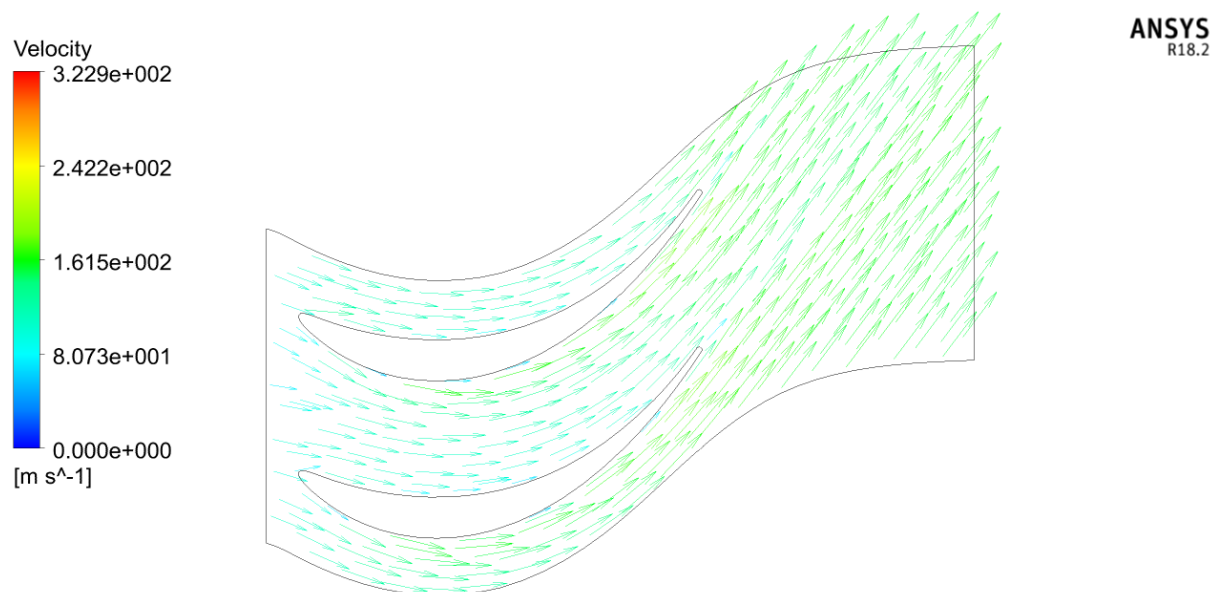
Mesmo que a solução trazida pelo programa não esteja satisfatoriamente convergida, o campo de velocidades encontrado é discutido em sequência. Este é obtido na metade do comprimento de pá e apresentado nas Figuras 19 e 20 em sistema de coordenadas absoluto e relativo à pá do rotor, respectivamente.

Figura 19 – Campo de velocidades em meio comprimento de pá ao longo do estágio, coordenadas absolutas



Fonte: Autor (2019).

Figura 20 – Campo de velocidades em meio comprimento de pá ao longo do rotor, coordenadas relativas



Fonte: Autor (2019).



Na Figura 19, é possível perceber que o escoamento entra no domínio com perfil de velocidades uniforme. Ao passar pelo estator, nota-se que o fluido é acelerado na região côncava do extradorso da pá, atestando que este possui comportamento similar à um perfil aerodinâmico; e na região inferior, devido à redução de área transversal. Em seguida, é possível verificar uma desaceleração do escoamento ao longo das pás do rotor, indicando que a energia cinética do fluido está sendo convertida em energia mecânica de eixo.

Ainda na mesma figura, percebe-se que a simulação captura os pontos de estagnação do bordo de ataque e do bordo de fuga do estator, indicados pelos vetores de ordem de grandeza reduzida. Nota-se também, em conjunto com a Figura 20, que não há regiões de recirculação de fluido.

Na região de saída do rotor, é possível visualizar a distinção das velocidades absoluta e relativa, em questão de direção e magnitude. Para analisar de forma quantitativa, ferramentas de captura de velocidade do programa CFD-Post são utilizados, cujos valores numéricos são apresentados na Tabela 7. Os pontos 4, 5 e 6 seguem a convenção estabelecida na Figura 8.

Tabela 7 – Parâmetros calculados com a abordagem numérica

Parâmetro	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6
$\alpha$	0°	70,15	44,86°
$\beta$	0°	19,19°	52,91°
$ U $	-	215,8 m/s	215,8 m/s
$ V $	-	98,52 m/s	157,4 m/s
$ C $	65,61 m/s	266,48 m/s	134,18 m/s

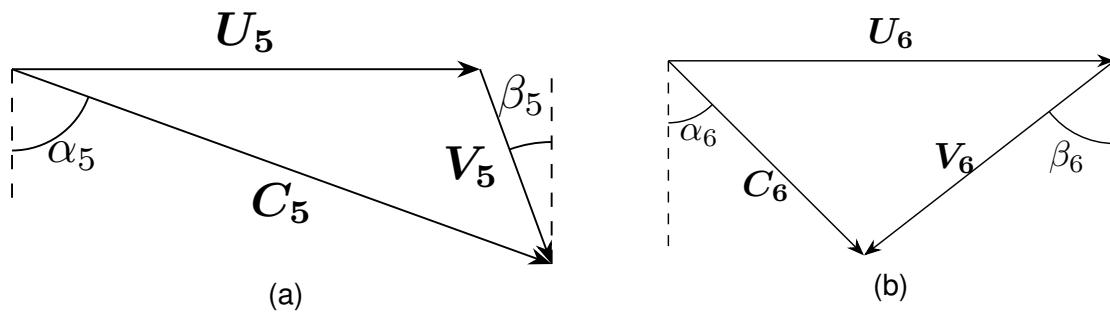
Fonte: Autor (2019).

Pelo motivo de  $\alpha_4$  e  $\beta_4$  serem zero, a construção do triângulo de velocidades no ponto 4 fica impossibilitada, pois resultaria em uma simples reta. Todavia, os parâmetros obtidos nos pontos 5 e 6 são suficientes para tal construção, cuja visualização pode ser encontrada na Figura 21.

Percebe-se que os triângulos apresentados na Figura 21 são condizentes com os campos de velocidades das Figuras 19 e 20, tanto no bordo de ataque quanto no bordo de fuga do rotor. De fato, os diagramas da Figura 21 não agregam nenhuma informação nova. Consistem apenas em uma alternativa de visualização dos resultados trazidos pela simulação numérica, uma que fique mais próxima da convenção estabelecida pela Figura 8.

As componentes de cada velocidade da simulação numérica são obtidas utilizando ferramentas do próprio programa CFD-Post, cujos valores numéricos estão

Figura 21 – Triângulos de velocidades construídos com dados da simulação numérica na entrada (a) e saída do rotor (b)



Fonte: Autor (2019).

apresentados na Tabela 8. Ainda, aplicando o procedimento estabelecido na seção 3.3.5, Equações de (24) a (29), calcula-se as velocidades analíticas da turbina axial em questão nos pontos 5 e 6, cujos resultados também estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Comparação das velocidades obtidas pelo método analítico e pela simulação numérica, valores em m/s

Parâmetro	Numérico	Analítico
$ C_5 $	266,5	262,9
$C_{5a}$	89,84	89,84
$C_{5w}$	248,8	247,1
$ V_5 $	98,52	95,13
$V_{5a}$	89,84	89,84
$V_{5w}$	31,27	31,27
$ C_6 $	134,2	132,2
$C_{6a}$	94,64	89,84
$C_{6w}$	94,17	97,01
$ V_6 $	157,4	149,0
$V_{6a}$	94,64	89,84
$V_{6w}$	125,6	118,8

Fonte: Autor (2019).

Comparando os resultados apresentados na Tabela 8, percebe-se que a maioria das velocidades calculadas pelo método analítico possuem menor magnitude que as velocidades correspondentes da simulação numérica. As exceções foram os parâmetros  $C_{5a}$ ,  $V_{5a}$  e  $V_{5w}$ , que apresentaram valores idênticos ao caso numérico. De fato, as duas primeiras componentes consistem no próprio valor inicial dos cálculos analíticos. Como

o ângulo de pá no bordo de ataque,  $\beta_5$ , é um parâmetro geométrico (logo, idêntico para ambos os casos), é justificável que  $V_{5w}$  também seja idêntico, pois  $V_{5w} = V_{5a} \cdot \tan \beta_5$ .

Se fosse seguir esta mesma lógica, através da Equação (24), o módulo da velocidade relativa no ponto 5 também seria o mesmo para os casos numérico e analítico. Todavia, conforme Tabela 8, percebe-se que isso não ocorre. A discrepância entre os dois valores de  $|V_5|$  reside no fato que a simulação numérica capta efeitos tridimensionais, fazendo com que a velocidade relativa radial deixe de ser nula. Outra forma de perceber tal fato, é que as componentes da velocidade relativa, tangencial e axial, são insuficientes para alcançar o valor de seu módulo pelo teorema de Pitágoras, Equação (25), indicando a influência de uma terceira componente.

$$|V_5| = \sqrt{(V_{5a})^2 + (V_{5w})^2} = 95,13 \neq 98,52 \quad (25)$$

Por fim, embora o método do triângulo de velocidades possua diversas simplificações, comentadas ao longo do trabalho, seus resultados são considerados próximos da simulação numérica, permanecendo com erro relativo abaixo de 3,5% em boa parte dos parâmetros analisados. As exceções foram  $C_{6a}$  e  $V_{6a}$  com 5,01%,  $|V_6|$  com 5,38% e  $V_{6w}$  com 5,41%. Estes são os maiores erros nos cálculos analíticos por causa da simplificação adotada de que a velocidade axial permanece constante ao longo do rotor.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi realizada a modelagem geométrica das pás do Rotor NASA 37. No decorrer desta atividade, notou-se dificuldade em satisfazer os ângulos de pá nos contornos externos em que mantivessem, simultaneamente, as relações tangenciais com os círculos do BA ou do BF. Ainda, os esboços construídos, feitos em planos, deveriam na verdade terem sido feitos em uma superfície cônica. Apesar desta simplificação, o rotor modelado se assemelha satisfatoriamente com o original.

Em seguida, foi aplicado o método analítico do triângulo de velocidades, em que foi possível calcular as propriedades do escoamento em pontos específicos do estágio. Assim, construíram-se dois triângulos: um para a entrada do rotor e outro para a saída do mesmo. Concluiu-se também, através dos valores encontrados de velocidade, que o rotor se enquadra na categoria de compressor supersônico.

Na sequência, uma análise numérica de uma turbina axial foi realizada. Todavia, a simulação não atingiu os critérios de convergência estabelecidos, reduzindo a precisão dos resultados. A discrepância 6,73% no balanço de massa consiste em um resultado preocupante, indicando a necessidade de um refino de malha para obtenção de resultados numéricos mais precisos.

As velocidades calculadas para esta turbina através de ambos os métodos, analítico e numérico, apontam as limitações envolvidas com o triângulo de velocidades, com 5,41% de erro relativo máximo encontrado. Embora seja limitado, este é simples e rápido de ser feito, envolvendo apenas relações trigonométricas. Por outro lado, a simulação CFD é complexa e sua modelagem envolve diversas outras dificuldades.

Por fim, recomenda-se para trabalhos futuros:

- Superar as dificuldades encontradas na modelagem geométrica do Rotor NASA 37;
- Gerar uma malha computacional adequada para esta geometria;
- Utilizar um solucionador que permite cálculos em regime supersônico no compressor axial;

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON JUNIOR, J. D. **Modern compressible flow**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2003.
- AUNGIER, R. H. **Axial-flow compressors**: a strategy for aerodynamic design and analysis. New York: ASME Press, 2003.
- BAKER, T. J. Prospects and expectations for unstructured methods. In: **Surface Modelling, Grid Generation and Related Issues in Computational Fluid Dynamics Workshop**. United States: NASA, 1995.
- BECKER, K.; HEITKAMP, K.; KÜGELER, E. Recent progress in a hybrid-grid CFD solver for turbomachinery flows. In: **V European conference on computational fluid dynamics**. Lisboa: European Community on Computational Methods on Applied Sciences, 2010.
- BULAT, M. P.; BULAT, P. V. Comparison of turbulence models in the calculation of supersonic separated flows. **World Applied Sciences Journal**, v. 27, n. 10, p. 1263–1266, 2013.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Fluid mechanics**: fundamentals and applications. 3. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2014.
- CHOU, P. Y. On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 3, n. 1, p. 38–54, 1945.
- CROUSE, J. E.; JANETZKE, D. C.; SCHWIRIAN, R. E. **A computer program for composing compressor blading from simulated circular-arc elements on conical surfaces**. Cleveland, 1969.
- DAVIDSON, P. A. **Turbulence**: an introduction for scientists and engineers. 2. ed. New York: Oxford University Press, 2015.
- DAWES, W. N. A numerical analysis of the three-dimensional viscous flow in a transonic compressor rotor and comparison with experiment. **Journal of turbomachinery**, v. 109, n. 1, p. 83–90, 1987.
- DENTON, J. D. Some limitations of turbomachinery CFD. In: **ASME turbo expo 2010: Power for land, sea, and air**. Glasgow: American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2010.
- DIXON, S. L.; HALL, C. A. **Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery**. 7. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- EYMARD, R.; GALLOUËT, T.; HERBIN, R. Finite volume methods. **Handbook of numerical analysis**, v. 7, p. 713–1018, 2000.
- FAROKHI, S. **Aircraft propulsion**. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2014.

- FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. **Pilot's Handbook of Aeronautical Knowledge**: FAA-H-8083-25B. Oklahoma City: Airman Testing Standards Branch, 2016.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. **Computational methods for fluid dynamics**. 3. ed. Berlin: Springer, 2002.
- GARNIER, E.; ADAMS, N.; SAGAUT, P. **Large eddy simulation for compressible flows**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2009.
- GIOVANNELLI, A. Development of turbomachines for renewable energy systems and energy-saving applications. **Energy Procedia**, v. 153, p. 10–15, 2018.
- HAH, C. A navier-stokes analysis of three-dimensional turbulent flows inside turbine blade rows at design and off-design conditions. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v. 106, n. 2, p. 421–429, 1984.
- HILL, P. G.; PETERSON, C. R. **Mechanics and thermodynamics of propulsion**. 2. ed. Reading MA: Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- HINZE, J. O. **Turbulence**. 2. ed. New York: McGraw-Hill College, 1975.
- IRMISCH, S. et al. Efficient use of hybrid grids in modern turbomachinery applications. In: **37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit**. Reno: AIAA, 1999.
- ITO, Y.; NAKAHASHI, K. Improvements in the reliability and quality of unstructured hybrid mesh generation. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 45, n. 1, p. 79–108, 2004.
- KALLINDERIS, Y.; KHAWAJA, A.; MCMORRIS, H. Hybrid prismatic/tetrahedral grid generation for viscous flows around complex geometries. **AIAA journal**, v. 34, n. 2, p. 291–298, 1996.
- KHAWAJA, A.; MCMORRIS, H.; KALLINDERIS, Y. Hybrid grids for viscous flows around complex 3-d geometries including multiple bodies. In: **12th Computational Fluid Dynamics Conference**. San Diego: AIAA, 1995.
- KOLMOGOROV, A. N. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. **Izvestia Academy of Sciences USSR; Physics**, v. 6, n. 1 e 2, p. 56–58, 1942.
- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. The numerical computation of turbulent flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 3, n. 2, p. 269–289, 1973.
- LEE, T. W. **Aerospace propulsion**. Chichester: John Wiley & Sons, 2013.
- MATTHEWS, C. **Aeronautical engineer's data book**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- MENTER, F. Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows. In: **24th fluid dynamics conference**. Orlando: AIAA, 1993.
- MOIN, P.; MAHESH, K. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. **Annual review of fluid mechanics**, v. 30, n. 1, p. 539–578, 1998.

MOORE, R. D.; REID, L. **Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26 respectively, and with design pressure ratio of 2.05**. Cleveland, 1980.

PARTHASARATHY, V.; KALLINDERIS, Y.; NAKAJIMA, K. Hybrid adaptation method and directional viscous multigrid with prismatic-tetrahedral meshes. In: **33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit**. Reno: AIAA, 1995.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. In: **Numerical Prediction of Flow, Heat Transfer, Turbulence and Combustion**. London: Pergamon Press, 1972. v. 5, p. 1787–1806.

PIOLLET, E.; NYSSSEN, F.; BATAILLY, A. Blade/casing rubbing interactions in aircraft engines: Numerical benchmark and design guidelines based on nasa rotor 37. **Journal of Sound and Vibration**, v. 460, p. 114878, 2019.

PIRZADEH, S. Unstructured viscous grid generation by the advancing-layers method. **AIAA journal**, v. 32, n. 8, p. 1735–1737, 1994.

PRANDTL, L. Bericht über untersuchungen zur ausgebildeten turbulenz. **ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, v. 5, n. 2, p. 136–139, 1925.

PRITCHARD, P. J.; MITCHELL, J. W.; LEYLEGIAN, J. C. **Introduction to fluid mechanics**. 9. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016.

REID, L.; MOORE, R. D. **Design and overall performance of four highly loaded, high speed inlet stages for an advanced high-pressure-ratio core compressor**. Cleveland, 1978.

ROLLS-ROYCE PLC. **The jet engine**. 5. ed. Derby: The Technical Publications Department, 1996.

ROTTA, J. C. Statistische theorie nichthomogener turbulenz. **Zeitschrift für Physik**, v. 129, n. 6, p. 547–572, 1951.

SANDERSE, B.; VAN DER PIJL, S. P.; KOREN, B. Review of computational fluid dynamics for wind turbine wake aerodynamics. **Wind energy**, v. 14, n. 7, p. 799–819, 2011.

SARAVANAMUTTOO, H. I. H.; ROGERS, G. F. C.; COHEN, H. **Gas turbine theory**. 7. ed. Harlow: Pearson Education, 2001.

SHAH, S. R. et al. CFD for centrifugal pumps: a review of the state-of-the-art. **Procedia Engineering**, v. 51, p. 715–720, 2013.

SHAHPAR, S.; LAPWORTH, L. PADRAM: Parametric design and rapid meshing system for turbomachinery optimisation. In: **ASME Turbo Expo 2003**. Atlanta: American Society of Mechanical Engineers, 2003.

SHAW, J. A.; WEATHERILL, N. P. Automatic topology generation for multiblock grids. **Applied Mathematics and Computation**, v. 52, n. 2–3, p. 355–388, 1992.

SPALART, P.; ALLMARAS, S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: **30th aerospace sciences meeting and exhibit**. Reno: AIAA, 1992.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A first course in turbulence**. Cambridge: MIT press, 1972.

THOMPSON, J. F.; WARSI, Z. U. A.; MASTIN, C. W. **Numerical grid generation: foundations and applications**. Amsterdam: Elsevier Science Pub. Co., 1985.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. 2. ed. Harlow: Pearson education, 2007.

WELLBORN, S. R.; DELANEY, R. A. Redesign of a 12-stage axial-flow compressor using multistage CFD. In: **ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea, and Air**. New Orleans: American Society of Mechanical Engineers, 2001.

WILCOX, D. C. **Turbulence modeling for CFD**. 3. ed. La Cañada Flintridge: DCW Industries, 2006.