

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

RENAN DALLÓ STANO

ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE VIBRAÇÃO EM UM MODELO
ESTRUTURAL DE RISER FLEXÍVEL

Joinville

2019

RENAN DALLÓ STANO

ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE VIBRAÇÃO EM UM MODELO
ESTRUTURAL DE RISER FLEXÍVEL

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia Naval do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra.

Joinville

2019

RENAN DALLÓ STANO

ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE VIBRAÇÃO EM UM MODELO
ESTRUTURAL DE RISER FLEXÍVEL

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra
Orientador – Presidente da Banca
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Alexandre Mikowski
Membro da Banca
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Thiago Antonio Fiorentin
Membro da Banca
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus pais, Sonia e José Rodimar, e a toda a minha família por todo o suporte necessário para finalizar mais esta etapa da graduação, o apoio de vocês nos momentos mais críticos, me fez seguir em frente e buscar meus objetivos, sem vocês nada disso seria possível.

Gostaria também de agradecer ao meu orientador André Luis Condino Fugarra, pela disposição e atenção em sanar eventuais dúvidas que surgiram durante a realização deste estudo, assim como por todos os ensinamentos passados durante o período em que estive sob sua orientação. De forma similar gostaria de agradecer o professor Alexandre Mikowski, por sua ajuda valiosa com a realização dos ensaios de tração para caracterização do elastômero, o qual compõe uma parte importante deste estudo, e também por fornecer o espaço do Laboratório de Modelagem e Análise de Dados, onde foram realizados os experimentos apresentados neste estudo. Agradeço também ao professor Thiago Fiorentin, por colocar a minha disposição o Laboratório de Sistemas Veiculares, espaço necessário para a construção do modelo que serve de base para esse estudo.

Agradeço a empresa GFM – Gerenciamento e Fabricação de Moldes, pela disponibilidade de fabricar os componentes de fixação sem os quais não seria possível a execução do ensaio, em especial ao supervisor Marcelo Luis de Oliveira pelos conselhos com relação ao projeto e fabricação dos suportes de fixação.

Por último, porém não menos importante gostaria de agradecer aos amigos que fiz durante minha graduação, em especial um agradecimento aos meus amigos do Capim Canela F.R. que durante minha graduação sempre me proporcionaram muitos momentos de alegria e boas risadas aliviando a tensão nos momentos mais difíceis, entre todos não poderia deixar de citar meu amigo Ruan Marcos Xavier, de quem a ajuda foi imprescindível na construção do modelo utilizado neste estudo. Agradeço também aos amigos do Laboratório de Vibrações e Acústica, onde os dias de conversas e café foram de grande importância na finalização deste trabalho, fica um agradecimento especial a Monique Ellen por todo o auxílio com a instrumentação necessária para a realização do experimento.

A todos aqui citados fica os meus mais sinceros, muito obrigado!

RESUMO

A extração de petróleo de poços submersos é um processo que envolve diversas etapas e equipamentos, que necessitam alta precisão e sofrem influência do meio externo, nesse caso, o oceano, com suas correntes marítimas e ondulações na superfície. Este trabalho foi realizado com o intuito de obter e analisar os modos de vibração de um modelo em escala, de um riser flexível, composto por um tubo vazado de elastômero com uma mola helicoidal de compressão em seu interior. Para tal determinação foram realizados experimentos no Laboratório de Modelagem e Análise de Dados (LabMAD) da UFSC-CTJ. Também foi construído em ferramenta computacional, o mesmo modelo, possibilitando uma análise numérica, para tal análise, foi utilizado o programa Ansys. Finalizando o estudo com uma comparação entre os resultados obtidos com os modelos experimental e numérico, com o objetivo de validar a análise numérica realizada, e assim podendo ser conhecido o comportamento vibracional do modelo. Executando o ensaio foi possível observar as frequências naturais e modos de vibrar do sistema, após a simulação computacional, verificou-se que esta traz resultados similares ao que foi observado experimentalmente, estando também de acordo com a teoria apresentada, dessa forma validando a forma de análise numérica empregada.

Palavras-chave: Modelo de Riser. Vibração. Frequência Natural. Experimento. Análise Numérica.

ABSTRACT

The extraction of oil from submerged wells is a process that involves several steps and equipment, which needs high precision and is influenced by the external environment, in this case, the ocean, with its seas currents and surface ripples. This study was carried out to obtain and analyze the mode shapes of vibration of a scaled model of a flexible riser composed of a hollow rubber tube with a compression helical spring inside. For such determination experiments were performed in the Modeling and Data Analysis Laboratory (LabMAD) of UFSC-CTJ. It also built a computational designer, the same model, allowing a numerical analysis, for such analysis, the Ansys program was used. Finally, a comparison was made between the results obtained with the experimental and numerical models, to validate the numerical analysis performed, and thus the vibrational behavior of the model can be known. By executing the test was possible to observe the natural frequencies and mode shapes of vibration, after the computational simulation, it was found that this brings similar results to those observed experimentally, which also agree with the theory presented, thus validating the form of numerical analysis used.

Key-Words: Riser Model. Vibration. Natural Frequency. Experiment. Numerical Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema Massa-Mola.....	17
Figura 2 – Modos de Vibrar de uma Corda.....	25
Figura 3 – Cabo Fletido em uma Parábola.....	27
Figura 4 – Primeiro Modo Simétrico e Antissimétrico.....	29
Figura 5 – Pesagem do Tubo.....	32
Figura 6 – Pesagem Mola.....	36
Figura 7 – Modelo Experimental. Em (a) Modelo finalizado e instalado no local de ensaio e em (b) Fixação modelo-célula de carga-parede.....	38
Figura 8 – Modelo computacional. Em (a) Vista lateral e em (b) Vista frontal.....	40
Figura 9 – Sistema de Aquisição de Dados.....	41
Figura 10 – Objeto e Mola Ancorados	42
Figura 11 – Correlação entre um Sinal no domínio do Tempo e da Frequência.....	43
Figura 12 – Sinal Analisado. Em (a) No domínio do tempo e em (b) No domínio da frequência.....	44
Figura 13 – Segundo Modo de Vibrar no Plano YZ.....	46
Figura 14 – Ensaio mecânico de tração. Em (a) corpos de prova de elastômero em tiras, e em (b) ensaio utilizando extensômetro.....	55
Figura 15 – Curva tensão versus deformação para a região elástica.....	56
Figura 16 – Análise de Convergência de Malha.....	57
Figura 17 – Dimensões Célula de Carga.....	58
Figura 18 – Especificações Célula de Carga.....	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Densidade dos Materiais de Interesse	15
Tabela 2 – Módulo de Elasticidade dos Materiais de Interesse.....	16
Tabela 3 – Largura dos Corpos de Prova Ensaaiados.....	33
Tabela 4 – Espessura dos Corpos de Prova Ensaaiados	33
Tabela 5 – Resultado Pesagem das Molas.....	35
Tabela 6 – Módulo de Elasticidade Ligas de Aço	37
Tabela 7 – Frequências Obtidas Experimentalmente.....	43
Tabela 8 – Resultado das Simulações.....	45
Tabela 9 – Variação percentual em relação aos resultados obtidos para Emed.....	47
Tabela 10 – Análise Estatística dos Resultados.....	48
Tabela 11 – Frequências Obtidas Analiticamente.....	49
Tabela 12 – Comparativo Entre Frequências.....	50
Tabela 13 – Variação das Frequências em relação a Frequência Experimental.....	50

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

1 GDL – Um Grau de Liberdade

CP – Corpo de Prova

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ – Densidade

m – Massa

V – Volume

σ – Tensão

E – Módulo de Elasticidade

ε – Deformação

ω_n – Frequência Natural

k – Rigidez

U – Energia Cinética

V – Energia Potencial

η – Amplitude de movimento para um sistema de um grau de liberdade

θ – Fase do movimento

P – Tensão da corda

ρ_l – Densidade por unidade de comprimento

φ – Deflexão da corda

d – Deflexão máxima de um cabo bi-engastado

L – Extensão do cabo sem sofrer tensão

L_e – Comprimento virtual do cabo

T_0 – Tensão suportada por um cabo

A_c – Seção transversal do cabo

x – Distância de um ponto até a extremidade do cabo

C_{tubo} – Comprimento do tubo de elastômero

R_e – Raio externo do tubo de elastômero

R_i – Raio interno do tubo de elastômero

μ_E – Média dos valores de módulo de elasticidade dos corpos de prova ensaiados

δ – Desvio padrão

k – Fator de abrangência de uma distribuição uniforme

E_{med} – Valor médio dos módulos de elasticidade dos corpos de prova ensaiados

E_{min} – Limite inferior do módulo de elasticidade do elastômero ensaiado

E_{max} – Limite superior do módulo de elasticidade do elastômero ensaiado

$E_{padrão}$ – Módulo de elasticidade padrão para elastômeros fornecido pelo ansys

$E_{aço}$ – Módulo de elasticidade do aço

E_{elast} – Módulo de elasticidade do elastômero

E_{Modelo} – Módulo de elasticidade combinando aço e elastômero

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVOS	13
1.1.1 Objetivo Geral	13
1.1.2 Objetivos Específicos	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 PROPRIEDADES FÍSICAS	14
2.1.1 Densidade	14
2.1.2 Módulo de Elasticidade	15
2.2. MOLAS	16
2.3. VIBRAÇÃO LIVRE	17
2.3.1 Movimento Harmônico	19
2.3.2 Movimento Harmônico em Múltiplos Graus de Liberdade	20
2.3.3 Vibração Transversal de Corda	22
2.3.4 Movimento Oscilatório de Cabos	25
2.4. ESTUDOS RELACIONADOS	30
3. MATERIAIS E MÉTODOS	32
3.1. CARACTERIZAÇÃO TUBO FLEXÍVEL	32
3.2. CARACTERIZAÇÃO MOLA	35
3.3. CONSTRUÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL	37
3.4. CONSTRUÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL	38
4. ANÁLISE DE RESULTADOS	41
4.1. RESULTADOS EXPERIMENTAIS	41
4.2. RESULTADOS COMPUTACIONAIS	45
4.3. RESULTADOS TEÓRICOS	48
4.4. ANÁLISE COMPARATIVA	49
5.1. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	53
REFERÊNCIAS	54
APÊNDICE A – RESULTADOS ENSAIO DE TRAÇÃO	55
APÊNDICE B – ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA	57
APÊNDICE C	58

1. INTRODUÇÃO

Desde sua descoberta no início do século XIX, petróleo vem sendo utilizado como fonte de energia em larga escala. Estima-se que haverá um crescimento de 1,65% na demanda de petróleo para o ano de 2019, em relação a 2017, prevendo-se uma produção diária de 98,40 milhões de barris, isso representa que 43% de toda a energia consumida no mundo terá origem do petróleo (ORGANIZATION OF THE PETROLEUM EXPORTING COUNTRIES - OPEC, 2018).

Sendo que grande parte das reservas de petróleo se encontram em bacias submersas, de águas profundas e ultra profundas (profundidade superior à 400 m) se faz necessário encontrar modos mais eficientes e seguros de extração desse recurso natural, tendo em vista que um erro nesse processo pode causar grandes desastres ambientais e econômicos.

Dentre os diversos fatores que podem causar complicações ao processo de extração, um dos mais importantes a ser analisado é a vibração que ocorre nos risers devido a ação da corrente marítima e de ondulações na superfície do oceano. Risers são definidos como tubulações suspensas que interligam as linhas de produção submarinas das plataformas de exploração ao fundo do oceano (MORAIS, 2013). Também podem ter uma função inversa, de conduzir fluidos da superfície até o leito marinho, estes são chamados de risers de injeção ou exportação.

Expondo de forma mais detalhada. A ação das correntes marítimas e das ondas sob os risers causam vibrações, que é definida como qualquer movimento que se repete após um intervalo de tempo (RAO, 2008), e conforme a intensidade e a frequência de excitação, o material do qual os tubos são construídos podem não resistir e romper, seguindo um vazamento de óleo no oceano.

Devido aos altos custos ligados a todos os processos envolvendo risers, desde sua construção até sua operação, é necessário a implementação de análises que retornem resultados confiáveis, que auxiliem cada vez mais na compreensão dos fenômenos envolvidas, permitindo assim um aumento da segurança, além de possibilitar a prevenção de possíveis falhas.

Através da confecção de um modelo experimental em escala, além da modelagem computacional e análise numérica deste mesmo modelo, este trabalho tem o intuito de identificar as principais frequências naturais em ambos os modelos, bem como, comparar os resultados obtidos e assim concluir que o a ferramenta computacional simula a parte

experimental com precisão, permitindo assim avaliar e estudar seu comportamento dinâmico quando excitado. Frequência natural pode ser interpretada como uma frequência na qual um sistema vibra quando estimulado impulsivamente a partir da posição de repouso (LEWIS, 1988).

1.1 OBJETIVOS

Em relação a sistemas oceânicos de um modo geral, um dos principais problemas enfrentados é a vibração, que ao longo do tempo pode reduzir a vida em fadiga, em se tratando de risers, isto não é diferente. Por estar constantemente em contato com a corrente marítima e as diferentes formas de vibração induzidas por ela, os risers sofrem bastante com este efeito, e uma das maneiras de reduzir este dano, é conhecer suas frequências naturais, a fim de evitar que elas sejam excitadas, sendo este um dos objetivos deste estudo como apresentado a seguir.

1.1.1 Objetivo Geral

Caracterizar as frequências naturais de um modelo em escala de um riser flexível, bem como realizar a modelagem e aplicação do mesmo em uma ferramenta computacional, e por fim comparar os resultados obtidos dos dois modelos.

1.1.2 Objetivos Específicos

Devido ao fato de ser inviável do ponto de vista financeiro e estrutural, não são executados ensaios em risers em escala real, porém uma forma de compensar isto é a utilização de modelos em escala, reproduzindo o máximo possível de suas propriedades e condições de trabalho. Visando isto, este estudo tem o objetivo de caracterizar as frequências naturais utilizando um modelo em escala de um riser flexível, além de desenvolver um modelo computacional que reproduza com precisão as condições e respostas ensaiadas.

Por fim, será feita uma comparação entre resultados obtidos e a teoria que descreve as frequências naturais e movimento vibracional para elementos nestas condições, com o objetivo de validar o modelo computacional criado, para que este possa ser usado em estudos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentadas definições teóricas sobre vibrações, bem como de termos relacionados que estão fortemente ligados ao objetivo final do estudo, e seu conhecimento é imprescindível para o entendimento completo deste trabalho. Também serão descritos conceitos utilizados para a criação do modelo numérico a ser analisado, bem como sua funcionalidade e eficiência para atingir o objetivo final do estudo.

Além disso, serão apresentadas definições e propriedades relacionadas a caracterização dos materiais utilizados no modelo experimental, que serviram como base para a compreensão de como se deu a construção deste, bem como, auxiliaram na compreensão por completo deste estudo.

2.1 PROPRIEDADES FÍSICAS

De acordo com Mano (2007) as propriedades físicas são aquelas que não envolvem qualquer modificação estrutural a nível molecular dos materiais. Dentre elas, incluem-se propriedades mecânicas, elétricas, térmicas e óticas. Para obtenção dessas propriedades existem diferentes métodos, como ensaios, ou métodos empíricos descritos nas normas regentes de cada país, no caso do Brasil, a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) é responsável por esta regulamentação.

2.1.1 Densidade

A densidade de um material, reflete a sua estrutura química e a sua organização molecular. Assim, as regiões cristalinas são mais compactas enquanto as regiões amorfas são mais volumosas, Mano (2007). Por este motivo, observaremos na sequência, deste estudo que o material que compõe o tubo flexível utilizado no modelo experimental possui uma densidade menor que a da mola utilizada no experimento, pois enquanto polímeros tendem a ter sua densidade em uma faixa de 0,9 a 1,5 g/cm³, aços e ferros tendem a possuir este valor na ordem de 8 g/cm³, como apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Densidade dos Materiais de Interesse

Material	Densidade (g/cm ³)
Elastômeros (Nitrila)	0,98
Elástomero (SBR)	0,94
Ligas de Aço 1020	7,85
Ligas de Aço 1040	7,85

Fonte: Adaptado Callister (2000)

Por definição, segundo Mano (2007), densidade é a razão entre massa e o volume, dada uma determinada temperatura, pode ser também chamada de massa específica e geralmente medida em g/cm³ ou kg/m³ e pode ser observada de acordo com a Equação 1. Também deve se estar muito atento para não confundir o termo densidade, com densidade relativa que é uma grandeza adimensional e significa a razão entre duas massas específicas.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

2.1.2 Módulo de Elasticidade

Módulo de elasticidade, também conhecido como módulo de Young, se aplica tanto a tração quanto a compressão, Mano (2007), pode ser descrito pela razão entre a tensão e a deformação. Dentro do limite elástico, em que a deformação é totalmente reversível e proporcional à tensão. Ou seja, obedece a Lei de Hooke que é descrita na Equação 2, em geral os valores para módulo de elasticidade são apresentados em Pa, MPa, ou kgf/mm².

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2)$$

Para polímeros, especialmente os da classe dos elastômeros, como o material que compõe o tubo utilizado neste ensaio dificilmente se obtém valores superiores a 10 MPa, enquanto para materiais metálicos, podem variar entre 60 GPa e 400 GPa, como apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Módulo de Elasticidade dos Materiais de Interesse

Material	Módulo de Elasticidade (GPa)
Elastômeros (Nitrila)	0,0034
Elástomero (SBR)	0,002 - 0,010
Ligas de Aço 1020	207
Ligas de Aço 1040	207

Fonte: Adaptado Callister (2000)

2.2. MOLAS

Tendo em vista que o objeto de análise experimental deste trabalho é composto por um tubo de material polimérico, com uma mola em seu interior para conceber rigidez elástica, é necessário compreender quais os tipos de mola mais comumente utilizadas na engenharia, bem como suas características.

As molas constituem parte importante da engenharia podendo ser empregadas de diferentes maneiras, e seu projeto e fabricação requer um certo cuidado tendo em vista que este elemento será exposto a diferentes esforços, seja por carga, vibração ou uma combinação de ambos ao qual podem estar sujeitas. Habitualmente, segundo Chiaverini (2008) molas são divididas em dois grupos; molas elípticas e molas helicoidais. As molas helicoidais apresentam as seguintes subdivisões:

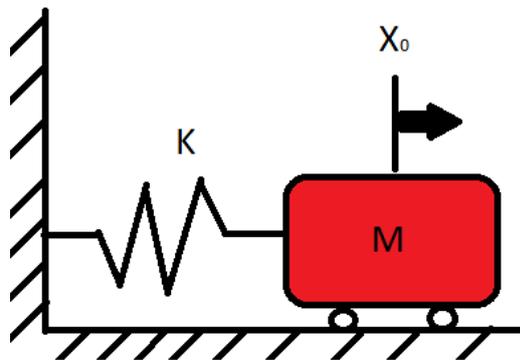
- Molas de extensão: Caracterizadas por serem de bobina fechada, destinadas a suportar esforços de tração;
- Molas de compressão: Bobina aberta, destinadas a suportar esforços de compressão e choque;
- Molas de torção: Caracterizadas por serem de bobina fechada, destinadas a suportar efeitos laterais de torção.

Com relação ao material de fabricação, Chiaverini (2009) diz que “aços-carbonos, com teor de carbono variando de 0,50% a 1,20%, satisfazem quase que completamente aos requisitos exigidos das molas.” Sabendo que a análise experimental que será realizado neste estudo não exige nenhum esforço extremo, a ponto de exigir uma mola com uma composição de aço especial, foi admito que será utilizado uma mola de compressão fabricada em aço-carbono.

2.3. VIBRAÇÃO LIVRE

Segundo Lewis (1998), vibração é uma oscilação de amplitude relativamente pequena sobre uma posição de repouso. Em geral, um sistema vibratório é composto por um meio capaz de armazenar energia potencial (em geral, molas), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia), e um elemento capaz de dissipar gradualmente a energia, o amortecedor (RAO, 2008). O sistema mais simples que apresenta um movimento oscilatório, é exemplificado na Figura 1, apresentado a seguir.

Figura 1 – Sistema Massa-Mola



Fonte: Autor (2019)

Com isso surge o conceito de frequência, que é apresentada como o número de ciclos que ocorrem por unidade de tempo. Além disso existe o conceito de frequência natural, que pode ser explicada como aquela na qual um sistema vibra quando estimulado, a partir da posição de repouso. Para que exista a frequência natural é necessário que o sistema possua massa e rigidez Lewis (1988), com base nisso pode-se dizer que cada corpo possui uma frequência natural única, para um grau de liberdade, conforme definição.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

Outro conceito importante que deve ser conhecido, é a definição de ciclo, onde um ciclo de vibração é o tempo entre um ponto sair do estado de repouso, atingir a amplitude máxima de oscilação, e retornar à posição inicial, reiniciando o movimento oscilatório. Com isso, podemos definir a frequência de ciclos por unidade de tempo, como $f = (\omega_n/2\pi)$ e medido

em Hertz [Hz]. O tempo necessário para a conclusão de um ciclo de vibração é o seu período, sendo este obtido pelo inverso da frequência de ciclos $\tau = 1/f$.

Conforme Lewis (1988), a frequência natural, define o modo de vibrar do sistema, e para compreender como de fato se dá essa influência, é preciso retomar algumas informações apresentadas anteriormente, tomando como base a Figura 1 apresentada anteriormente, aplicando o princípio da conservação de energia a esse sistema, que pode ser expressado como:

$$\frac{d}{dx}(T + U) = 0 \quad (4)$$

Em que T e U , são definidos nas Equações 5 e 6, a seguir:

$$U = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2}kx^2 \quad (6)$$

Substituindo as Equações 5 e 6 na Equação 4, podemos assim obter a Equação do movimento que descreve o comportamento do sistema.

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (7)$$

A solução geral para a Equação diferencial de 2ª ordem homogênea que descreve o movimento pode ser expressa da seguinte forma.

$$x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} \quad (8)$$

De modo que os valores de A e B , são constantes, utilizando a seguinte identidade:

$$e^{\pm i\omega t} = \cos(\omega t) \pm i \sin(\omega t) \quad (9)$$

Podemos reescrever a solução geral para a Equação do movimento em forma de senos e cossenos, da seguinte maneira.

$$x(t) = C \cos(\omega_n t) + D \sin(\omega_n t) \quad (10)$$

Os valores C e D , são constantes, que podem ser obtidas com base nas condições iniciais do sistema, para que essa determinação seja possível é necessário um número de condições iniciais seja igual a ordem da Equação diferencial, neste caso como se trata de uma Equação diferencial de segunda ordem, são necessárias duas condições iniciais. Em geral, estas condições são o deslocamento e a velocidade inicial do sistema, sendo assim os valores de C e D são obtidos deste modo:

$$x(t = 0) = C = x_0 \quad (11)$$

$$\dot{x}(t = 0) = D = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \quad (12)$$

Para finalizar, substituindo os valores das constantes C e D , encontrados nas Equações 11 e 12, na Equação 10, podemos obter a Equação do movimento com todos os seus termos conhecidos, resultando nesta Equação:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) \quad (13)$$

2.3.1 Movimento Harmônico

As Equações 9, 10 e 13 apresentadas anteriormente são chamadas de funções harmônicas do tempo, esse tipo de função é definida por Rao (2007) como uma função que apresenta um movimento simétrico em torno da posição de equilíbrio da massa. Por esse motivo o sistema massa-mola é chamado de oscilador harmônico. As constantes C e D apresentadas anteriormente, podem ser reescritas, como:

$$C = \eta \cos(\theta) \quad (14)$$

$$D = \eta \sin(\theta) \quad (15)$$

Agora as novas constantes são η e θ , que representam respectivamente a amplitude e a fase do movimento, e podem ser obtidos através das condições iniciais observadas no sistema, como demonstrado nas Equações 16 e 17:

$$\eta = \sqrt{C^2 + D^2} = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (16)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{D}{C}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right) \quad (17)$$

Adicionando estes novos termos, a Equação 13 obtemos a seguinte Equação para descrever o movimento em função da amplitude e fase.

$$x(t) = \eta \cos(\omega_n t - \theta) \quad (18)$$

2.3.2 Movimento Harmônico em Múltiplos Graus de Liberdade

O tópico anterior aborda o sistema como uma única massa concentrada, assim como toda a rigidez concentrada em uma só rigidez total. Para um sistema que possua distribuição de massa e rigidez contínua, existem infinitos modos de vibrar, proporcionais a discretização de massa que é utilizada para descrevê-lo. Estes são ordenados a partir do menor valor de frequência natural que corresponde ao primeiro modo de vibrar. Sendo assim, o sistema possuirá n graus de liberdade, proporcionais ao número de discretizações aplicadas ao sistema contínuo.

Porém, o processo para encontrar as frequências naturais é muito semelhante ao apresentado para um sistema de 1 GDL, a diferença é que as Equações que descrevem a energia cinética e energia potencial, bem como a Equação do movimento são apresentados na forma de matrizes, sendo essas matrizes quadráticas, de mesma ordem que a discretização do sistema, ou seja, se o sistema for discretizado em 5 partes, as matrizes apresentaram 5 colunas, e 5 linhas. As Equações de energia cinética e potencial, na forma matricial, são apresentadas a seguir.

$$U = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T [m] \dot{\mathbf{x}} \quad (19)$$

$$(20)$$

$$V = \frac{1}{2} \dot{\vec{x}}^T [k] \vec{x}$$

Dando continuidade ao processo, para chegar a Equação do movimento que domina esse sistema, é necessário derivar ambos os termos da Equação assim como feito anteriormente, para tal são usadas as Equações de Lagrange como apresentado a seguir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial U}{\partial x_i} + \frac{\partial V}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (21)$$

E assim finalmente chegamos a Equação do movimento na forma matricial.

$$[m] \ddot{\vec{x}} + [k] \vec{x} = 0 \quad (22)$$

Para o sistema de 1 GDL, é sugerido, por Rao (2008) assumir uma solução em forma de senos e cossenos em função do tempo, porém multiplicado por um vetor de constantes com n colunas que caracteriza as amplitudes independente do tempo. Segundo Rao (2008) isso significa que fisicamente todos os graus de liberdade tem movimentos síncronos, ou seja, a configuração do sistema não muda de forma durante o movimento, mas sua amplitude sim. Com isso obtemos as seguintes Equações.

$$x_i(t) = \vec{X}_i C \cos(\omega t + \theta) \quad (23)$$

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\omega^2 [m] + [k] = 0 \quad (25)$$

Onde na Equação 23 os valores de C e θ são constante e representam respectivamente amplitude e ângulo de fase, porém os valores de ω não são arbitrários, e são obtidos através da Equação 25. Para tal solução é necessário aplicar o determinante nesta Equação como apresentado a seguir na Equação 26.

$$|\omega^2 m_{ij} + k_{ij}| = 0 \quad (26)$$

Essa Equação é conhecida como Equação característica, ω^2 são os autovalores do sistema e os valores de i e j são iguais aos n graus de liberdade do sistema analisado. A aplicação do determinante resultará em uma Equação de grau $2n$. As raízes deste polinômio serão as frequências naturais do sistema alinhadas do menor valor para o maior, sendo o menor valor conhecido como frequência fundamental ou primeira frequência natural. As frequências naturais tendem a apresentar valores diferentes, porém existem casos onde estes valores podem coincidir.

$$\omega_i = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

2.3.3 Vibração Transversal de Corda

Como o tópico principal deste estudo visa a caracterização das frequências naturais, bem como os modos de vibração de um sistema, que é regido pelo comportamento de uma mola com as extremidades engastadas, é necessário conhecer as formulações que descrevem o comportamento do sistema para tal condição, para isso são apresentadas algumas condições que o modelo deve apresentar para se adequar a esta formulação. Segundo Rao (2008) o sistema deve ser considerado uma corda ou cabo elástico esticado de comprimento l submetido a uma força transversal $f(x,t)$ por unidade de comprimento, além de considerar o deslocamento $w(x,t)$ como pequeno. Realizando o equilíbrio entre as forças líquidas e de inércia que atuam sobre um elemento obtemos a seguinte Equação (RAO, 2008).

$$(P + dP) \sin(\varphi + d\varphi) + f dx - P \sin(\varphi) = \rho_l dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (28)$$

Em que P é a tensão aplicada ρl é a massa por unidade de comprimento, e φ é ângulo de deflexão da mola. Para um elemento infinitesimal dx , podemos utilizar as seguintes relações:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx \quad (29)$$

$$\sin(\varphi) \cong \tan(\varphi) = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (30)$$

$$\sin(\varphi + d\varphi) \cong \tan(\varphi + d\varphi) = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \quad (31)$$

Aplicando estas definições apresentadas, além de tomar outras hipóteses para simplificação como considerar a tensão constante e a mola como uniforme, além ponderar $f(x,t) = 0$, podemos obter a Equação do movimento para este sistema, apresentada por Rao (2008) como.

$$P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = \rho_l \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (32)$$

Esta Equação é mais conhecida na forma abaixo, onde é apresentada como a Equação da onda.

$$\gamma^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (33)$$

$$\gamma^2 = \frac{P}{\rho_l} \quad (34)$$

Para a solução desta Equação, Rao (2008) sugere adotar o método da separação das variáveis, método que consiste em multiplicar uma função que dependa apenas do tempo, por uma função que dependa apenas da posição, compondo assim a solução final.

$$w(x,t) = W(x)T(t) \quad (35)$$

Substituindo a Equação 35 na Equação 33, e considerando os termos do lado direito da Equação dependem apenas de x , enquanto os termos do lado esquerdo dependem apenas de t , podemos afirmar que existe um valor comum entre os termos, e este valor é constante, para auxiliar na solução matemática, podemos definir essa constante como $-\omega^2$ e assim podemos obter as seguintes Equações.

$$\frac{\gamma^2}{W} \frac{d^2 W}{dx^2} = \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = -\omega^2 \quad (36)$$

$$\frac{d^2 W}{dx^2} + \frac{\omega^2}{\gamma^2} W = 0 \quad (37)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (38)$$

As soluções sugeridas, por Rao (2008) para esse conjunto de Equações, são muito similares a assumidas para movimento harmônico no tópico anterior, pois este tipo de movimento pode ser visto como uma variação do que foi apresentado anteriormente, e são apresentadas a seguir.

$$W(x) = A \cos\left(\frac{\omega x}{\gamma}\right) + B \sin\left(\frac{\omega x}{\gamma}\right) \quad (39)$$

$$T(t) = C \cos(\omega T) + D \sin(\omega T) \quad (40)$$

Onde ω é a frequência de vibração, A , B , C e D , são constantes que podem ser obtidas através das condições de contorno e condições iniciais.

Este estudo está focado na análise de um sistema que possuirá as duas extremidades engastadas, com isso obtemos duas condições de contorno, sendo elas; $w(0, t) = w(l, t) = 0$, para qualquer instante de tempo maior que 0. Sabendo disso, e tomando como base o método das separações das variáveis apresentados anteriormente, podemos assegurar que $W(0) = 0$ e $W(l) = 0$, pois para que $w(x, t) = 0$ seja verdadeiro, para qualquer instante de tempo positivo, e necessário que a função dependente de x seja igual a 0. Para satisfazer esta relação temos duas condições necessárias para a Equação 38, onde A deve ser igual a 0 para que $W(0) = 0$, e temos a seguinte relação para $W(l) = 0$:

$$B \sin\left(\frac{\omega x}{\gamma}\right) = 0 \quad (41)$$

Excluindo a solução trivial onde $B = 0$, obtemos uma Equação chamada Equação característica. Onde existem n valores de ω que satisfazem a Equação, estes valores são conhecidos como frequências naturais, ou valores característicos do sistema. Estas n frequências podem ser obtidas pela seguinte relação.

$$\omega_n = \frac{n\gamma\pi}{l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (42)$$

Combinando as Equações 39, 40 e 42 com a Equação 35, obtemos a Equação completa que descreve o movimento do sistema para cada uma das frequências naturais.

$$w_n(x, t) = W_n(x)T_n(t) = \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) [C_n \cos(\omega_n t) + D_n \sin(\omega_n t)] \quad (43)$$

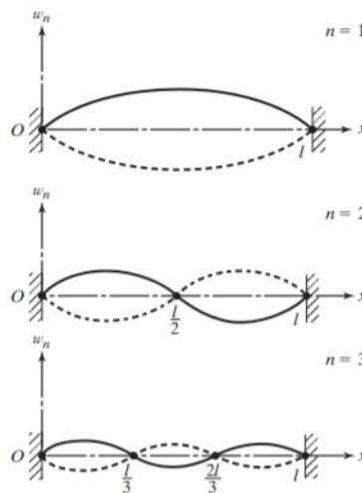
A Equação 43 é conhecida com n-ésimo modo de vibração, onde cada ponto do sistema vibra na frequência ω_n com uma amplitude proporcional a função $W_n(x)$. Os valores de C_n e D_n são constantes obtidas com base nas condições iniciais de deslocamento (w_0) e velocidade (\dot{w}_0), através das seguintes Equações.

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l w_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx \quad (44)$$

$$D_n = \frac{2}{n\gamma\pi} \int_0^l \dot{w}_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx \quad (45)$$

Na Figura 2 podemos observar os 3 primeiros modos de vibrar de uma corda

Figura 2 – Modos de Vibrar de uma Corda



Fonte: RAO (2008)

2.3.4 Movimento Oscilatório de Cabos

Entrando mais a fundo no que diz respeito a movimentos oscilatórios de cordas, ou cabos, é necessário levar em consideração sua tendência natural a fletir devido ao peso

próprio, assumindo a configuração de catenária. Segundo Blevins (1979), as frequências naturais de cabos são influenciadas pela massa e elasticidade do cabo, e por sua tendência a fletir entre os apoios. Esta deflexão pode influenciar fortemente a frequência natural dos cabos, a diferença entre a frequência fundamental natural de um cabo reto e um com uma pequena deflexão pode ser maior que 300% (BLEVINS, 1979).

Este tópico irá abordar uma forma de conhecer as frequências naturais para esses tipos de cabo, além de equacionar suas formas de vibrar, para tal é necessário assumir algumas hipóteses para a realização de tais análises, sendo essas:

- Os cabos são uniformes e elásticos;
- Os cabos suportam apenas tensão. A tensão média no cabo é muito maior do que a componente de flutuação durante a vibração;
- Os cabos são retos ou formam pequenas parábolas, sendo que a deflexão máxima não é superior a 1/8 do comprimento do cabo;
- A amplitude de vibração é pequena em comparação a curvatura do cabo e a distância entre nós de vibração;
- Os cabos são suportados em ambas as extremidades por engaste.

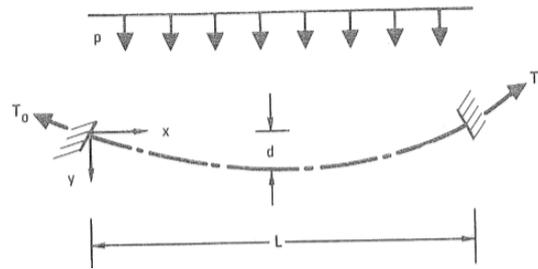
O primeiro passo para realizar a caracterização dos modos de vibrar e frequências naturais de cabos, é definir sua deflexão, o qual devido as hipóteses apresentadas anteriormente pode ser aproximada para uma parábola da seguinte forma (BLEVINS, 1979).

$$\bar{Y}(x) = \frac{pL^2}{2T_0} \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (46)$$

Considerando p como o peso do cabo distribuído de forma uniforme ao longo do comprimento total do cabo L , e T_0 como a tensão nas extremidades do cabo que suporta a força distribuída, desta forma o cabo irá apresentar a configuração de uma catenária e sua deflexão máxima será em $x = L/2$, sendo obtida pela seguinte Equação e apresentada na Figura 3.

$$d = \frac{pL^2}{8T_0} \quad (47)$$

Figura 3 – Cabo Fletido em uma Parábola



Fonte: BLEVINS (1979)

Segundo Blevins (1979), uma Equação adicional é necessária para completar a solução estática, esta Equação relaciona o comprimento do cabo sem sofrer nenhuma tensão, com a extensão do cabo em parábola.

$$\frac{d}{L} = \left(\frac{5}{24}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - \frac{18 L_c - L}{5 L}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

Para iniciar o movimento oscilatório no cabo é necessário fornecer um pequeno deslocamento aleatório em relação a sua posição de equilíbrio estático. O movimento vibracional resultante deste deslocamento apresentará três componente de movimento, sendo elas $X(x,t)$ na direção horizontal ao plano da catenária, $Y(x,t)$ na direção vertical ao plano da catenária, e $Z(x,t)$ movimento fora do plano.

A forma espacial de vibração livre é dada em associação aos respectivos modos de vibrar para cada componente, como apresentado a seguir.

$$X(x, t) = \sum_i^n A_i \tilde{x}_i(x) \cos(\omega_i t + \zeta_i) \quad (49)$$

$$Y(x, t) = \bar{Y} + \sum_i^n B_i \tilde{y}_i(x) \cos(\omega_i t + \xi_i) \quad (50)$$

$$Z(x, t) = \sum_i^n C_i \tilde{z}_i(x) \cos(\omega_i t + \psi_i) \quad (51)$$

Onde ω_i é a frequência natural do cabo para o i -ésimo modo, A_i , B_i e C_i são constantes referentes a amplitude do movimento e ζ_i , ψ_i e ξ_i , são os ângulos de fase para os

respectivos movimentos. As frequências naturais de cabos fletidos são função da direção da vibração em relação ao plano da catenária (BLEVINS, 1979).

A deflexão atrela o deslocamento longitudinal e o deslocamento no plano, resultando assim em uma mudança significativa das frequências naturais para os modos simétricos no plano da catenária. Os modos simétricos são geralmente não sinusoidais e funções do parâmetro α , que é uma medida da deflexão do cabo (BLEVINS, 1979).

$$\alpha^2 = \left(\frac{8d}{L}\right)^2 \frac{EA_c L}{T_0 L_e} \quad (52)$$

$$L_e \approx L \left[1 + 8 \left(\frac{d}{L}\right)^2\right] \quad (53)$$

Onde A_c é a seção transversal do cabo, E é o módulo de elasticidade, T_0 e d , são respectivamente a tensão que suporta o cabo e deflexão que foram apresentadas anteriormente.

Segundo Blevins (1979) “o parâmetro α governa a influência da deflexão nas frequências naturais e modos de vibrar de um cabo.” A partir desta informação é possível formar quatro configurações diferentes em função deste parâmetro:

- Se α^2 igual a 0, a deflexão não influencia na frequência natural do cabo;
- Se $0 < \alpha^2 < 4\pi^2$ a primeira frequência natural do modo simétrico no plano é menor que a primeira frequência natural do modo antissimétrico no plano;
- Se $\alpha^2 = 4\pi^2$ os primeiros modos simétrico e antissimétrico, possuem a mesma frequência natural;
- Se $\alpha^2 > 4\pi^2$ a frequência do primeiro modo simétrico, é maior que a frequência do primeiro modo antissimétrico.

Para obtermos as frequências naturais e modos antissimétricos de vibrar para um movimento oscilatório no plano da catenária, as seguintes Equações são apresentadas (BLEVINS, 1979).

$$\omega_n^i = \frac{i}{L} \left(\frac{T_0}{\rho_l}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (54)$$

$$\tilde{x}_i(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{pL}{T_0}\right) \left[\left(1 - \frac{2x}{L}\right) \sin\left(\frac{2i\pi x}{L}\right) + \frac{1}{\pi x} \left(1 - \cos\left(\frac{2i\pi x}{L}\right)\right) \right] \quad (55)$$

$$\tilde{y}_i(x) = \sin\left(\frac{2i\pi x}{L}\right) \quad (56)$$

$$\tilde{z}_i(x) = 0 \quad (57)$$

Já para os modos de vibrar simétricos e suas correspondentes frequências naturais, a seguinte formulação é apresentada (BLEVINS, 1979).

$$\omega_n^i = \frac{\tau_i}{2L} \left(\frac{T_0}{\rho_l}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(x) = & \left(\frac{pL}{T_0}\right) \left(\frac{(\pi\tau_i)^2 L_e}{\alpha^2 L_x} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2x}{L}\right)\right) \left[1 - \tan\left(\frac{\pi\tau_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right)\right] \\ & - \frac{1}{\pi\tau_i} \left\{ \left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right) - \tan\left(\frac{\pi\tau_i}{2}\right) \left[1 - \cos\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right)\right] - \sin\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right) \right\} \end{aligned} \quad (59)$$

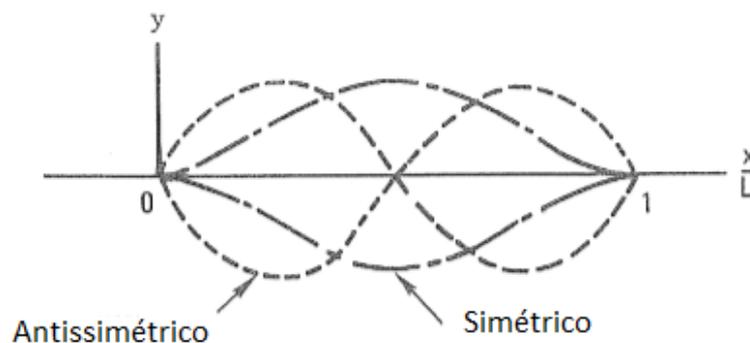
$$\tilde{y}(x) = 1 - \tan\left(\frac{\pi\tau_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi\tau_i x}{L}\right) \quad (60)$$

$$\tilde{z}(x) = 0 \quad (61)$$

$$L_x = L \left\{ \left(\frac{x}{L}\right) + 24 \left(\frac{d}{L}\right)^2 \left[\left(\frac{x}{L}\right) - 2 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] \right\} \quad (62)$$

Os primeiros modos simétrico e antissimétrico são apresentados na Figura 4.

Figura 4 – Primeiro Modo Simétrico e Antissimétrico



Fonte: Adaptado BLEVINS (1979)

Também é abordado por Blevins (1979) o movimento oscilatório fora do plano da catenária, e as frequências naturais que o caracterizam, para tal ele apresenta as seguintes Equações e condições.

$$\omega_n^i = \frac{i}{2L} \left(\frac{T_0}{\rho_l} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (63)$$

$$\tilde{x}_i(x) = 0 \quad (64)$$

$$\tilde{y}_i(x) = 0 \quad (65)$$

$$\tilde{z}_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad (66)$$

O parâmetro τ_i é adimensional e governa as frequências naturais dos modos simétricos no plano, podendo ser obtido através das raízes positivas e diferentes de zero da seguinte Equação transcendental.

$$\tan\left(\frac{\pi\tau}{2}\right) = \frac{\pi\tau}{2} - \frac{4}{\alpha^2} \left(\frac{\pi\tau}{2}\right)^3 \quad (67)$$

2.4. ESTUDOS RELACIONADOS

Dentro do cenário de análise de modelos em escala de risers, diferentes ensaios e análises teóricas foram realizados ao longo dos últimos anos, no mesmo laboratório onde foi executado os ensaios os quais os resultados são apresentados neste estudo, anteriormente já foi performado um ensaio semelhante por Cenci et al. (2018) porém o que difere este ensaio do que é realizado neste estudo, são dois principais fatores.

O primeiro diz respeito ao material utilizado para preencher o tubo, enquanto no ensaio anterior, foi utilizado micro esferas de aço, neste estudo foi um utilizado uma mola contínua no interior do tubo para conceber rigidez, outro fator diferencial deste estudo, é o fato de além das análises teóricas e experimentais, foi desenvolvido um modelo computacional, para análise numérica, de forma que são apresentadas as comparações de resultado obtido de três formas diferentes.

Outro ensaio semelhante que pode ser citado foi executado por Rateiro et. Al. (2012), porém este ensaio visava uma análise de métodos para a criação de modelos em escala, e como estes modelos poderiam reproduzir os resultados de um modelo em escala real.

Observando o cenário de análise de movimentos oscilatórios em risers, este estudo se insere na área de caracterização das frequências naturais, diferente do que é apresentado nos ensaios citados anteriormente. Este trabalho está focado em analisar as frequências naturais obtidas de forma experimental, e em seguida criar um modelo computacional que seja capaz de reproduzir de forma precisa o que é observado no ensaio. Com a validação deste modelo computacional, futuramente este pode ser usado em diferentes análises numéricas envolvendo este tema.

O principal diferencial deste estudo em relação ao que é apresentado em outros ensaios, se dá pelo fato de ser utilizada uma mola helicoidal como elemento de rigidez elástica. Por apresentar um diâmetro muito próximo ao do apresentado pelo diâmetro interno do tubo, ela contribui fortemente para o resultado obtido, se comportando de forma solidária ao movimento do tubo de elastômero.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Como apresentado anteriormente, este estudo tem por objetivo principal a execução de um ensaio experimental, bem como a construção de um modelo computacional que seja capaz de replicar os resultados obtidos experimentalmente.

Sendo assim, este capítulo tem por finalidade, apresentar os materiais utilizados na construção do modelo experimental, bem como, os procedimentos utilizados para caracterizar suas propriedades necessárias para o desenvolvimento do estudo. Também serão apresentados os métodos utilizados para a construção dos modelos experimental e computacional.

3.1. CARACTERIZAÇÃO TUBO FLEXÍVEL

Inicialmente é necessário entender quais propriedades do tubo de elastômero são necessárias para execução do estudo, tomando como base a teoria apresentada anteriormente entende-se que é necessário conhecer a densidade e módulo de elasticidade do objeto analisado.

Para obter a densidade o primeiro passo foi pesar o tubo e assim conhecer sua massa total, para tal foi usada uma balança com capacidade de medição de até 100 kg e precisão de 20 gramas, como apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Pesagem do Tubo



Fonte: Autor (2019)

Depois de obter a massa de 2,84 kg, o passo seguinte foi obter o volume, sabendo que o comprimento total do tubo era de 11,75 metros, seu raio médio interno e externo aferidos através de um paquímetro mediam respectivamente; 7,05 mm e 10,30 mm foi possível calcular o volume através da Equação 68.

$$V = C_{tubo} (\pi [R_e^2 - R_i^2]) \quad (68)$$

Obtendo assim um volume total de $2,06 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. De posse das informações de massa e volume é possível calcular a densidade, onde é calculado o valor de ρ como $1.381,75 \text{ kg/m}^3$.

Existem diferentes métodos para caracterização do módulo de elasticidade de um material, neste estudo, foi utilizado o ensaio mecânico e tração como procedimento, para tal foi utilizado as dependências do Instituto da Indústria, o qual possui o equipamento necessário para este ensaio. Um pequeno pedaço do tubo foi cortado, através do qual foram produzidos dois corpos de prova, sendo que um apresentava 78,50 mm e o outro 78,90 mm de comprimento, a seguir foram realizadas medições de largura e espessura em diferentes pontos dos CPs. Os resultados dessas medições estão apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 – Largura dos Corpos de Prova Ensaiaados

Largura (mm)	CP 1	CP 2
L1	11,23	11,55
L2	11,50	11,23
L3	11,53	11,20
L4	11,70	11,82
L5	11,73	11,43
L_{med}	11,53	11,44

Fonte: Autor (2019).

Tabela 4 – Espessura dos Corpos de Prova Ensaiaados

Espessura (mm)	CP 1	CP 2
t1	3,19	3,39
t2	3,44	3,20
t3	3,30	3,50
t4	3,34	3,52
t5	3,28	3,44
t6	3,26	3,42
t_{med}	3,25	3,46

Fonte: Autor (2019).

O passo seguinte foi preparar os parâmetros necessários da máquina que realiza o ensaio, sendo estes o comprimento útil, que consiste no comprimento da peça entre as pinças que a prendem na máquina, definido com 40 mm para o CP 1 e 30 mm para o CP 2. Também se faz necessário definir a taxa de alongamento ao qual será submetido o CP ensaiado, para ambos os CPs, foi definida uma taxa de alongamento de 20 mm/min, valor este que evita que ocorra o fenômeno de fluência influenciando o resultado. Os CPs utilizados, bem como a realização do ensaio mecânico de tração podem ser observados nas Figuras apresentadas no Apêndice A.

Após realizar o ensaio, se faz necessário um tratamento dos dados obtidos, como a máquina fornece os pontos com a tensão e a deformação, é possível traçar um gráfico da Tensão em função da Deformação, como o apresentado no Apêndice A. Com estas informações, é possível definir uma regressão linear que interpola os pontos obtidos no gráfico, apresentada da seguinte forma.

$$Y(x) = a + bx \quad (69)$$

Onde neste caso o valor Y representa a tensão ao qual o material está submetido, a é a tensão residual, b corresponde ao módulo de elasticidade (E), e x é a deformação que ocorre na peça. Aplicando este princípio aos resultados dos ensaios realizados ambos CPs, alcançamos os seguintes resultados $E_{cp1} = 2,65$ MPa e $E_{cp2} = 2,63$ MPa.

Para finalizar a análise é dado um tratamento estatístico aos resultados, como estes valores obtidos para módulo de elasticidade se trata de um resultado médio dos valores obtidos do ensaio, a distribuição mais indicada para usar neste caso é uma distribuição uniforme, pois segundo (STEVENSON, 1981). De forma que os valores obtidos podem ser calculados da seguinte forma.

$$\bar{E} = \mu_E \pm k\delta \quad (70)$$

Onde μ_E é a média entre os valores máximo e mínimo que a variável pode assumir, δ é desvio padrão e k é um fator de abrangência, neste estudo foi utilizado $k = 2$, pois segundo Stevenson (1981) este valor garante um intervalo de confiança em que qualquer valor dentro deste intervalo fará parte da distribuição.

$$\mu_E = \frac{E_{CP1} - E_{CP2}}{2} \quad (71)$$

$$\delta = \frac{E_{CP1} - E_{CP2}}{\sqrt{12}} \quad (72)$$

Com isso obtemos os seguintes valores de $E_{max} = 2,65$ MPa e $E_{min} = 2,63$ MPa e $E_{med} = 2,64$ MPa.

3.2. CARACTERIZAÇÃO MOLA

O processo de caracterização das propriedades do aço que compõe a mola é muito parecido ao que foi utilizado para conhecer as propriedades do elastômero do qual é feito o tubo.

Desta maneira, assim como no tópico anterior, o processo foi iniciado pela pesagem, porém com uma pequena diferença, como serão usadas três molas na construção do modelo experimental, elas foram pesadas separadamente, após isso os pesos foram somados para se obter o peso total, a pesagem foi feita utilizando uma balança capaz de medir até 3000 gramas e com uma precisão de 0,02 gramas, a Tabela 5 a seguir apresenta as medidas que foram aferidas através da pesagem das molas, e na Figura 6 temos uma das molas durante a pesagem.

Tabela 5 – Resultado da Pesagem das Molas

Mola	Massa (g)
Mola 1	180,64
Mola 2	176,46
Mola 3	157,92
Peso Total	515,02

Fonte: Autor (2019).

Figura 6 – Pesagem da Mola



Fonte: Autor (2019)

Para obter o volume total do conjunto formado pelas três molas, foi utilizado o modelo construído através de uma ferramenta computacional, o qual será apresentado posteriormente, que fornece o dado para o volume do conjunto de molas sendo igual a 65.717 mm³.

Assim como feito anteriormente para o elastômero, possuindo os valores de massa e volume, podemos obter a densidade do material, neste caso ρ é 7.837 kg/m³, é possível observar que este valor se aproxima muito do que é apresentado pela teoria, que prevê a densidade de ligas de aço na ordem de 7.850 kg/m³.

Diferentemente do que foi feito para o elastômero, para o aço não será realizado nenhum ensaio experimental para caracterização do módulo de elasticidade, tendo em vista que materiais metálicos já foram amplamente estudados e tem suas propriedades bem conhecida, bem como na pouca variabilidade nos processos de fabricação de aços para molas, como também no processo de fabricação da mola em si.

Optou-se por seguir o que foi apresentado no capítulo anterior, adotando o módulo de elasticidade do aço igual a 207 GPa.

Tabela 6 – Módulo de Elasticidade de Ligas de Aço

Material	Módulo de Elasticidade (GPa)
Liga de Aço A36	207
Liga de Aço 4140	206
Ligas de Aço 1020	207
Ligas de Aço 1040	207

Fonte: Adaptado Callister (2000)

3.3. CONSTRUÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL

Este tópico tem por objetivo descrever o passo a passo dos procedimentos aplicados para a construção do modelo experimental, que na sequência deste estudo será utilizado para ensaios de decaimento, com intuito de conhecer suas frequências naturais e seus modos de vibrar.

Como o projeto de estudo prevê a utilização de um sistema com 3 metros de comprimento para ensaio, e inicialmente o material disponível são três molas cada uma com 1 metro de comprimento, e diâmetro externo de 14,10 mm.

O passo inicial é criar um método de união entre as molas, para isso foi projetada e usinada em aço uma pequena peça cilíndrica com as extremidades possuindo 5 mm de comprimento e diâmetro de 8,50 mm sendo este inferior ao diâmetro interno da mola, para que possa se encaixar no interior, e parte central com 5 mm de comprimento e diâmetro de 14,20 mm possibilitou que as extremidades da mola ficassem fixadas a peça.

Em sequência foram lixadas as extremidades de todas as três molas, tornando-as planas para facilitar o encaixe na peça cilíndrica. Para a execução da colagem das peças cilíndricas nas extremidades da mola foi utilizado uma cola de resina epóxi.

Após unir as molas em um conjunto, o passo seguinte é coloca-las no interior do tubo flexível, sendo que este por ser um pouco ovalado possui um diâmetro interno variável, mas em média este valor é de 14,30 mm e espessura de parede também variável como foi constatado no ensaio de tração apresentado anteriormente, mas em média este valor é de 3,35 mm, para iniciar esta etapa, primeiramente foi cortada uma parte do tubo com 3,20 metros de comprimento, dentro desta foi aplicado vaselina líquida para facilitar o escorregamento da mola para o interior do tubo.

Dando seguimento ao processo foi utilizado um arame como guia passando pelo interior do tubo, ao atravessar por completo, uma das pontas do arame foi presa a extremidade da mola, a partir disso deu-se início ao processo de posicionamento da mola, puxando

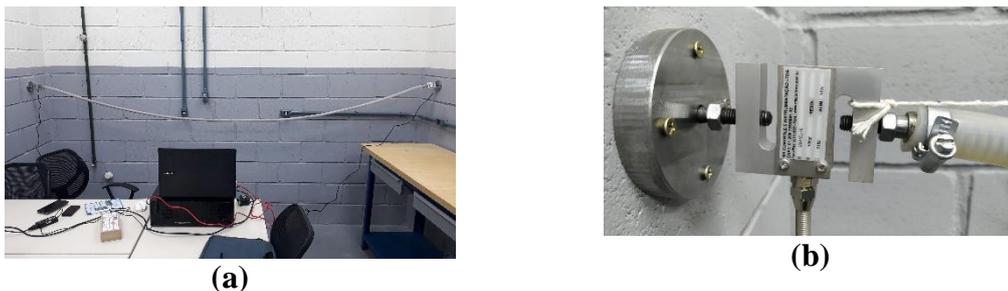
suavemente a extremidade do arame guia que estava solta, de forma a evitar rompimento nas uniões entre molas, ou que elas ficassem tensionadas, até que ambas as extremidades da mola estivessem posicionadas no interior do tubo finalizado este processo, por fim foi cortado o excesso do tubo flexível.

A próxima etapa do processo de construção, foi projetar o encaixe entre o modelo experimental e as células de carga utilizadas para medir a tensão aplicada ao modelo durante o ensaio, para isso em ambas as extremidades do modelo foi encaixado um parafuso, para que este pudesse ser rosqueado na célula de carga, para completar está etapa foram utilizadas duas braçadeiras de metal, uma em cada extremidade, para promover uma maior fixação dos parafusos e travar qualquer movimento, a fim de evitar uma contaminação do resultado.

Para concluir a montagem do modelo experimental era necessário desenvolver um método de fixação das células de carga, com esta finalidade foi projetado um disco de aço com 15 mm de espessura, e 80 mm de diâmetro, possuindo 4 furos para a fixação na parede através de parafusos e mais um furo central, que permitia a passagem de um parafuso capaz de fixar a extremidade livre da célula de carga.

O modelo completo, assim como a fixação da célula de carga são apresentados na Figura 7 a seguir.

Figura 7 –Modelo Experimental. Em (a) Modelo finalizado e instalado no local de ensaio e em (b) Fixação modelo-célula de carga-parede.



Fonte: Autor (2019)

3.4. CONSTRUÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

Tendo em mente os objetivos de caracterizar as frequências naturais e identificar os modos de vibração no modelo experimental estudado, foram adotadas algumas hipóteses

simplificativas na construção do modelo computacional, tais como adotar espaçamento constante entre as espiras da mola, admitir diâmetro interno e externo tanto do tubo de elastômero como da mola como constantes, bem como considerar o material aplicado ao tubo, como sendo isotrópico, ou seja, possui as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções.

Para a elaboração desse estudo, o passo inicial foi realizar uma pesquisa em artigos e livros sobre análises e vibrações, bem como sobre construção de aplicações de risers na indústria naval, tendo como objetivo obter um embasamento teórico sólido e conhecimento sobre o tema abordado, além de entender os módulos de análise e solução utilizados pelo software e identificar qual melhor se adequa a necessidade do estudo.

Para a criação do modelo a ser analisado, foi realizado uma modelagem (COMPUTER AIDED ENGEENIRING - CAE), utilizando-se do programa Ansys®.

O processo de construção do modelo foi iniciado, pela mola, com as ferramentas de modelagem disponíveis no programa, inicialmente, foi criado um perfil circular, no plano XY, com diâmetro igual ao do fio de arame que compõe a mola, posicionado de forma que o centro do perfil esteja a uma distância igual ao raio da mola do eixo central, em seguida foi criado uma linha com o mesmo comprimento que o modelo físico apresenta, após isso utilizando uma ferramenta de varredura, foi possível varrer toda a linha com o perfil circular, e aplicando a opção de torcer com curvas, utilizando um total de 600 curvas, foi possível criar uma mola com 3000 mm e 5mm de espaçamento entre as espiras, muito idêntico ao que foi medido no modelo real.

O passo seguinte foi a aplicação do material a este modelo, utilizando as propriedades de densidade e módulo de elasticidade definidas anteriormente, com isso definido, o passo seguinte foi a criação da malha que será usada para discretizar o sistema para análise, a princípio foi utilizado o tamanho de malha sugerido pelo programa, afinal, neste primeiro momento o objetivo é apenas verificar a funcionalidade do modelo.

Dando sequência a criação do modelo foi estabelecido as fixações, como o modelo físico durante a análise estava bem preso, foi definido com engastadas ambas as extremidades da mola, por fim foram definidos os parâmetros de análise, como quantos modos deveriam ser obtidos, neste caso foram os 10 primeiros modos de vibrar. Com tudo isso definido a etapa de criação está terminada, e o passo final é aplicar o *solver* e aguardar a solução do software.

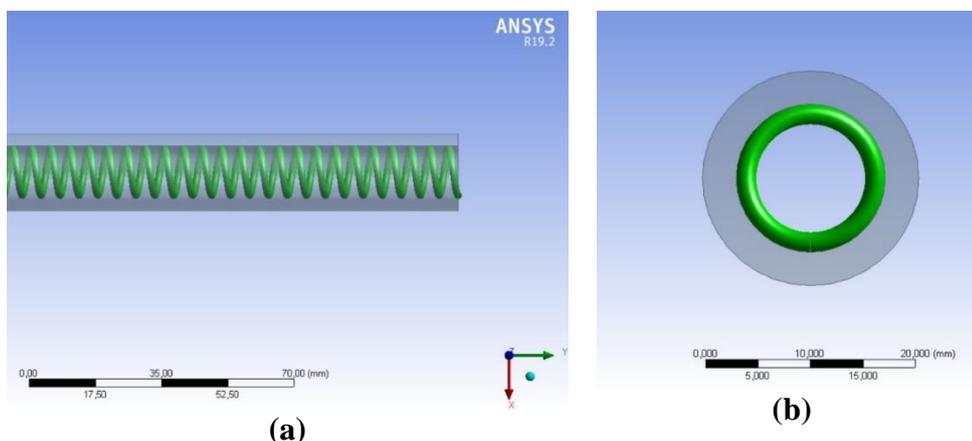
Em posse dos resultados deste primeiro modelo desenvolvido, sendo que estes estavam dentro do que era esperado, conclui-se que o modelo era funcional e estava de acordo com o necessário para a realização do estudo. Tendo isso em mente, a próxima etapa foi a

realização de uma análise de convergência de malha, para identificar o tamanho de malha adequado, que pudesse fornecer um resultado preciso sem um grande custo computacional. Os resultados desta análise estão expressos no Apêndice B, e pode se perceber que para tamanhos de malha muito maiores que o diâmetro do arame, os resultados passam a ficar comprometidos de forma bastante significativa, sendo assim ficou decidido que para as futuras análises será usado, um tamanho de malha com 2mm.

Para finalizar a construção do modelo, foi introduzido o tubo de elastômero, onde ele foi criado através de um perfil circular com a mesma medida que o diâmetro externo da mola, sendo esse o diâmetro interno do tubo, para construção do perfil circular correspondente ao diâmetro externo do tubo, foi assumido uma espessura média de 3,35 mm, pois como apresentado no tópico de caracterização do material, o tubo real possui variações em sua espessura, tanto ao longo do raio como ao longo do comprimento, e como a ferramenta computacional não é capaz de simular tais variações, é necessário assumir um valor médio. Após as definições de tamanho, foi realizado uma extrusão do perfil entre os círculos, ao longo de todo o comprimento da mola, criando assim o tubo de elastômero.

Para finalizar o modelo foi aplicado ao material do tubo, as propriedades obtidas através dos ensaios citados anteriormente. Também se faz necessário definir as relações de contato entre tubo e mola, para tal foi admitido que o contato entre as partes seria fixo, ou seja, não haveria escorregamento da mola conforme o movimento se desenvolvesse, no tópico a seguir será ponderado sobre a influência no resultado final ao se assumir esta hipótese. Em decorrência das regiões de contato foi necessário fazer pequenas alterações na malha de análise, adaptando um tamanho de malha um pouco menor nestas regiões, porém nada que alterasse drasticamente a definições estabelecidas anteriormente, e assim foi finalizado o processo de construção do modelo através da ferramenta computacional.

Figura 8 – Modelo computacional. Em (a) Vista lateral e em (b) Vista frontal.



Fonte: Autor (2019)

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

Este tópico, de forma geral, tem como objetivo apresentar os resultados obtidos através das diferentes metodologias empregadas neste estudo, bem como, uma breve discussão e análise relacionando fatores e que influência eles trazem ao resultado.

4.1. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Após finalizar a construção e instalação do modelo no local onde será realizado o ensaio, o passo seguinte é planejar de que maneira ele será executado.

Para isso inicialmente é definido de que forma serão colhidas as informações advindas do experimento, neste estudo está captação se dará através das células de cargas apresentadas anteriormente, as quais estão conectadas a um aquisitor de dados, que em conjunto com um computador, é capaz de interpretar as informações enviadas pelas células de carga, e fornecer um gráfico que apresenta a flutuação da tensão ao qual o modelo ensaiado está submetido ao longo do tempo, enquanto desenvolve o movimento oscilatório.

O sistema de aquisição de dados é apresentado na Figura 9, enquanto as especificações da célula de carga estão expostas no Anexo A.

Figura 9 – Sistema de Aquisição de Dados



Fonte: Autor (2019)

O passo seguinte é definir de que maneira será feito para fornecer o deslocamento inicial necessário para que o sistema entre em movimento vibratório. A fim de excitar

diferentes modos de vibrar foram realizados ensaios fornecendo este deslocamento inicial necessário em diferentes pontos do modelo e de diferentes maneiras. O primeiro ensaio foi feito com o intuito de excitar o primeiro modo de vibrar, para tal, foi preso ao ponto central do modelo, um pequeno objeto, como mostra a Figura 10, dessa forma haverá além dos deslocamento natural do sistema em função do seu peso, um deslocamento proporcional a massa que esta amarrada ao modelo, e assim que a amarração que une o objeto e o modelo for cortada, terá inicio o movimento de oscilação.

Figura 10 – Objeto e Modelo Ancorados



Fonte: Autor (2019)

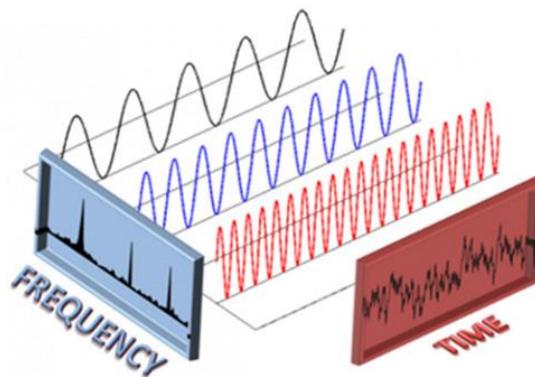
Outro ensaio foi realizado através da aplicação de uma pequena força constante em direções opostas nas posições de $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ do comprimento do modelo, a fim de que ocorresse um deslocamento nessas regiões, assim que essa força cessasse, o sistema entraria em oscilação, este experimento foi realizado com o intuito de excitar o segundo modo de vibrar. Um terceiro ensaio foi realizado através da aplicação de um impulso aleatório em uma posição qualquer do tubo, com o objetivo de estimular simultaneamente diferentes modos de vibrar. É importante ressaltar que cada um dos ensaios foi repetido pelo menos três vezes, para assim obter uma amostragem significativa.

Finalizados os ensaios, a etapa seguinte, foi o tratamento dos dados obtidos, como o aquisitor fornece os dados de variação da tensão em função do tempo, e desta forma é complexo caracterizar as frequências naturais, tendo em vista que os sinais resultados do

experimento, podem ser compostos por senos e cossenos de diferentes frequências. Para facilitar a análise a solução encontrada, foi a implementação de um código através do programa Octave, para aplicação da Transformada de Fourier no sinal.

A Transformada de Fourier é um modelo matemático que tem o objetivo de transformar uma função contínua no domínio do tempo, em uma função no domínio da frequência, sendo esta uma forma mais simples de se conhecer as frequências presentes na composição de um sinal. A Figura 11 exemplifica a aplicação da Transformada de Fourier.

Figura 11 – Correlação entre um Sinal no domínio do Tempo e da Frequência



Fonte: Ensus (2018)

Agora trabalhando não mais no domínio do tempo, foi facilmente identificado quais frequências foram excitadas durante a realização do experimento, as quais estão dispostas na Tabela 7.

Tabela 7 – Frequências Obtidas Experimentalmente

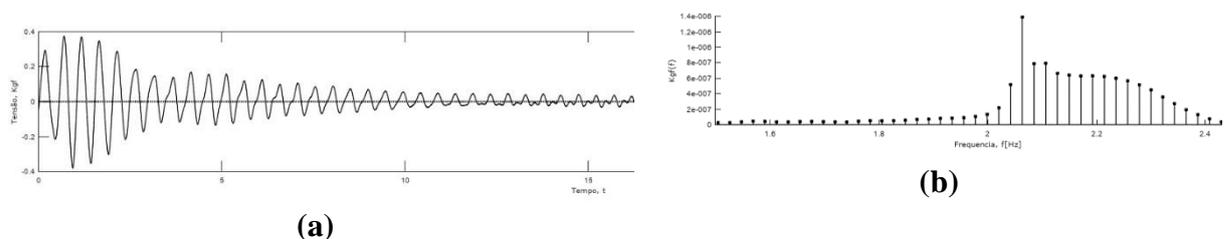
Modo – Plano	Frequência (Hz)
1 – XY	1,1085
1 – YZ	1,1343
2 – XY	2,0977
2 – YZ	2,1038
3 – XY	3,3827
3 – YZ	3,4105
4 – XY	4,4297
4 – YZ	4,4305

Fonte: Autor (2019).

Tendo em mente o que foi apresentado no capítulo de fundamentação teórica em especial na seção 2.3.4, os resultados apresentam coerência, pois é esperado que as frequências se comportem em pares com valores próximos, sendo um referente ao modo de vibrar no plano XY, e outro no plano YZ, assumindo que a direção Y seja paralela ao comprimento do modelo, e o plano YZ seja o plano da catenária, também é natural que apesar de próximos, estes valores apresentem diferenças, pois pode haver pequenas variações das propriedades físicas do material, ou também variações decorrente da aquisição dos dados.

A Figura 12 apresenta um sinal no domínio do tempo e o seu equivalente no domínio da frequência.

Figura 12 – Sinal Analisado. Em (a) No domínio do tempo e em (b) No domínio da frequência.



Fonte: Autor (2019)

O resultado obtido do experimento também apresenta o padrão esperado para os valores das frequências, se consideramos que os modos ímpares são os modos simétricos e os modos pares são assimétricos. É esperado valores muito próximos para as frequências dos modos assimétricos e as frequências calculadas fora do plano, pois a composição do movimento que descrevem não é influenciado pela deflexão.

Enquanto também é esperado uma diferença pequena, porém observável, entre as frequências dos modos simétrico e fora do plano, tomando como base o fato de que os modos simétricos sofrem influência da deflexão.

Vai de encontro com o que é observado na teoria o fato de que a frequência natural do primeiro modo simétrico seja menor que a do primeiro modo assimétrico, é esperado que este fenômeno ocorra, pois se calcularmos o parâmetro α para este modelo obtemos o valor de 6,81, e como foi apresentado anteriormente, para valores menores que $4\pi^2$, o sistema apresenta a condição em que a frequência natural do primeiro modo simétrico é menor que a frequência natural do primeiro modo antissimétrico.

4.2. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Utilizando o modelo computacional criado, que foi apresentado previamente, e através do programa Ansys, empregando seu modo de análise modal, foram realizadas diferentes simulações, variando o módulo de elasticidade do tubo flexível conforme os valores obtidos através da caracterização do material, ou seja foram realizadas simulações utilizando os valores de E_{\min} , E_{\max} e E_{med} apresentados anteriormente, além de uma quarta simulação utilizando o valor padrão da biblioteca do software para este material. Essas simulações têm por finalidade conhecer as frequências naturais, além de caracterizar o modo de vibrar correspondente a cada frequência. Para a execução destas análises foram aplicadas as seguintes condições:

- Ambas as extremidades do tubo flexível engastadas
- Ambas as extremidades da mola engastadas
- Desconsiderar qualquer efeito de temperatura
- Encontrar as 10 primeiras frequências naturais

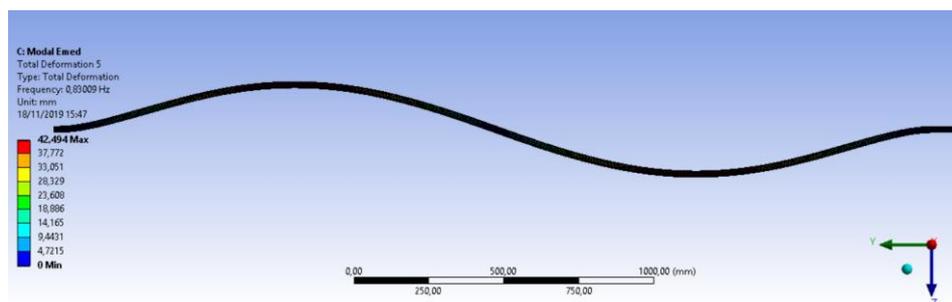
Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 8, bem como é apresentado na Figura 13 a deformação máxima do segundo modo de vibração no plano YZ.

Tabela 8 – Resultados das Simulações

Modo – Plano	Frequências (Hz) para E_{\min}	Frequências (Hz) para E_{med}	Frequências (Hz) para E_{\max}	Frequências (Hz) para $E_{\text{padrão}}$
1 – XY	1,0362	0,9865	0,9678	0,8537
1 – YZ	1,0475	0,9974	0,9783	0,8629
2 – XY	2,1408	2,0325	1,9927	1,7651
2 – YZ	2,1618	2,0530	2,0125	1,7824
3 – XY	3,3874	3,2047	3,1384	2,7959
3 – YZ	3,4205	3,2377	3,1700	2,8234
4 – XY	4,7989	4,5172	4,4174	3,9608
4 – YX	4,8385	4,5561	4,4538	3,9926
5 – XY	6,4242	6,0240	5,8830	5,3074
5 – YZ	6,4745	6,0723	5,9266	5,3457

Fonte: Autor (2019).

Figura 13 – Segundo Modo de Vibrar no Plano YZ



Fonte: Autor (2019)

A primeira percepção que temos ao observar os resultados é de que as frequências tendem a apresentar valores próximo do que foi observado nos resultados do ensaio apresentado anteriormente, seguindo o mesmo padrão de apresentar em pares. Isso ocorre devido a forma como o ensaio é conduzido, como o modelo é construído em um espaço cartesiano ao longo do eixo Y e suas extremidades engastadas, isto permite que ocorra vibração nos planos XY e YZ.

Como ambos os materiais utilizados são isotrópicos, ou seja, apresentam as mesmas propriedades físicas em todas as direções, a rigidez em qualquer um dos planos observados é a mesma, e como apresentado no capítulo de fundamentação teórica, a frequência natural está fortemente ligada a rigidez do material.

Fazendo assim com que os valores apresentem a tendência a serem próximo, aparecendo uma pequena variação devido a contribuição da deflexão, sendo assim a forma adotada para preparação do modelo para simulação, de fato condiz com a realidade.

A partir desta proximidade de valores com relação ao resultado obtido experimentalmente, algumas outras análises podem ser realizadas a partir dos resultados coletados, uma delas diz respeito a influência do módulo de elasticidade do material, a Tabela 9 a seguir mostra a variação percentual do resultado obtido para as simulações realizadas, em função do resultado obtido para a simulação aplicando o E_{med} .

Tabela 9 – Variação percentual em relação aos resultados obtidos para E_{med}

Modo – Plano	Frequências	Frequências	Frequências
	para E_{min}	para E_{max}	para $E_{padrão}$
1 – XY	4,80%	1,93%	15,55%
1 – YZ	4,78%	1,95%	15,58%
2 – XY	5,06%	2,00%	15,15%
2 – YZ	5,03%	2,01%	15,18%
3 – XY	5,39%	2,11%	14,62%
3 – YZ	5,34%	2,14%	14,67%
4 – XY	5,87%	2,26%	14,05%
4 – YZ	5,84%	2,30%	14,11%
5 – XY	6,23%	2,40%	13,50%
5 – YZ	6,21%	2,46%	13,59%

Fonte: Autor (2019).

Observando as informações apresentadas na Tabela anterior podemos observar que a variação percentual para as simulações realizadas com E_{min} e E_{max} , estão entre 2% e 6%, o que é justificado pelo fato de que os valores de E_{min} e E_{max} variam em torno de 0,5% em relação a E_{med} , está pequena variação nos oferece uma faixa precisa de resultados que podem ser obtidos para as frequências naturais em função da variação do módulo de elasticidade aplicado ao elastômero.

Por outro lado, é possível observar que variação dos resultados aplicando valor padrão de módulo de elasticidade fornecido pela biblioteca do software é da ordem de 15%, a princípio está variação aparenta ser pequena principalmente se comparada ao fato de que a variação de valor do E_{med} , para o $E_{padrão}$ é da ordem de 30%.

Porém aplicando um tratamento estatístico idêntico ao utilizado na caracterização do módulo de elasticidade do elastômero apresentado anteriormente, assumindo os valores de frequência obtidas para E_{min} como valores máximos, e respectivamente os valores do ensaio com E_{max} como valores mínimos, alcançamos os seguintes resultados para valor médio, desvio padrão e limites superiores e inferiores para um fator de abrangência igual a 3.

Tabela 10 – Análise Estatística dos Resultados

Modo – Plano	Média das frequências	Desvio padrão	Limite superior	Limite inferior
1 – XY	1,0020	0,0197	1,0612	0,9428
1 – YZ	1,0129	0,0200	1,0728	0,9530
2 – XY	2,0668	0,0428	2,1950	1,9385
2 – YZ	2,0872	0,0431	2,2164	1,9579
3 – XY	3,2629	0,0719	3,4785	3,0473
3 – YZ	3,2953	0,0723	3,5122	3,0783
4 – XY	4,6082	0,1101	4,9385	4,2778
4 – YZ	4,6462	0,1111	4,9793	4,3130
5 – XY	6,1536	0,1562	6,6223	5,6849
5 – YZ	6,2006	0,1582	6,6750	5,7261

Fonte: Autor (2019).

Com isso podemos perceber que mesmo aplicando um fator de abrangência elevado, os valores obtidos para as frequências naturais aplicando o material padrão fornecido pela biblioteca do Ansys estão fora da faixa de valores possíveis para as frequências por uma margem considerável. Ilustrando assim, o quão influente o valor do módulo de elasticidade é em relação ao resultado, além de demonstrar a necessidade de conhecer o material aplicado no ensaio, e suas propriedades físicas, para assim realizar simulações mais próximas da realidade.

4.3. RESULTADOS TEÓRICOS

Com o objetivo de conhecer os valores de frequência que poderiam ser obtidos de forma analítica, foi desenvolvido um código através do programa Octave, implementando o equacionamento teórico apresentado capítulo de fundamentação teórica na seção 2.3.4. Porém durante esse processo, algumas hipóteses foram levadas em consideração, como o fato de que na teoria o módulo de elasticidade apresentado diz respeito apenas ao cabo, ou no caso deste estudo ao tubo. De forma a compensar a presença da mola no interior do tubo como elemento de rigidez, módulos de elasticidade de ambos os materiais foram somados como se fossem uma série de molas, da seguinte maneira.

$$E_{modelo} = \frac{E_{aço} E_{Elast}}{E_{aço} + E_{Elast}} \quad (73)$$

Após isso foi avaliada a Equação transcendental apresentada anteriormente em diferentes pontos, para assim obter os coeficientes τ_i , com isso foi possível finalizar o equacionamento, e assim obter os seguintes resultados para as frequências naturais.

Tabela 11 – Frequências Obtidas Analiticamente

Modo – Plano	Frequência (Hz)
1 – XY	1,0756
1 – YZ	1,0863
2 – XY	2,1511
2 – YZ	2,1511
3 – XY	3,2267
3 – YZ	3,4478
4 – XY	4,3023
4 – YZ	4,3023

Fonte: Autor (2019).

Assim como nos resultados obtidos através de experimento e das simulações computacionais, a frequências calculadas analiticamente seguem o padrão de apresentar pares, com valores muito próximos, e como esperado os valores dos modos assimétricos e fora do plano apresentam valores iguais, pois no equacionamento que compões ambos os cálculos não há influência do parâmetro α e conseqüentemente de τ_i , já o modo simétrico apresenta uma diferença em relação ao seu par fora do plano, justamente por sofrer influência da deflexão.

4.4. ANÁLISE COMPARATIVA

Esta seção tem por objetivo, colocar lado a lado os resultados obtidos das diferentes maneiras abordadas por este estudo, com o intuito de compará-las e verificar o quão próximas estão, as Tabelas 12 e 13, a seguir apresentam a comparação entre os resultados, bem como uma variação percentual dos resultados teórico e através da simulação computacional, em relação aos valores obtidos de forma experimental.

Tabela 12 – Comparativo Entre Frequências

Modo – Plano	Frequências	Frequências	Frequências
	Experimentais	Analíticas	Computacionais
	(Hz)	(Hz)	(Hz)
1 – XY	1,1385	1,0756	0,9865
1 – YZ	1,1743	1,0863	0,9974
2 – XY	2,0977	2,1511	2,0325
2 – YZ	2,1038	2,1511	2,0530
3 – XY	3,3827	3,2267	3,2047
3 – YZ	3,4105	3,4478	3,2377
4 – XY	4,4297	4,3023	4,5172
4 – YZ	4,4305	4,3023	4,5561

Fonte: Autor (2019).

Tabela 13 – Variação das Frequências em relação a Frequência Experimental

Modo – Plano	Analítico	Computacional
	(%)	(%)
1 – XY	5,86%	12,37%
1 – YZ	6,26%	13,72%
2 – XY	3,31%	3,21%
2 – YZ	2,20%	2,47%
3 – XY	4,83%	5,55%
3 – YZ	0,62%	5,34%
4 – XY	1,87%	1,94%
4 – YZ	2,98%	2,76%

Fonte: Autor (2019).

É possível observar primeiramente que os resultados obtidos analiticamente e computacionalmente estão apresentando pouca variação com relação as frequências, obtidas experimentalmente. Isso mostra que tanto a teoria utilizada como base do estudo, quanto a forma de análise numérica estão condizentes com a realização deste estudo, uma pequena variação é naturalmente esperada, tendo em vista todos os fatores externos envolvidos na execução do experimento, que não podem ser reproduzidos e são simplificados no equacionamento teórico ou quando é feita a construção do modelo computacional.

Alguns destes fatores que podem ser citados e certamente influenciaram no resultado final são, a variação de espessura do tubo de elastômero, pode ser observado no modelo utilizado em ensaio que existe uma variação da sua espessura, tanto ao longo do raio quanto ao longo do comprimento, este efeito não é reproduzido na teoria, onde o tubo é tratado com uma espessura uniforme ao longo de toda a seção transversal e do comprimento, na

construção do modelo computacional está variação também não pode ser incluída, pois quando é aplicada a extrusão para criação do tubo, ela é feita de maneira uniforme ao longo de todo o comprimento.

Outro fator que certamente influenciou este resultado, está relacionado a construção do modelo, tendo em vista que foram usadas três molas com comprimento de 1 metro, para a construção do modelo com 3 metros, sendo que estas foram unidas por uma pequena peça colada em suas extremidades. Por menor que essas peças utilizadas para união das molas sejam, ainda assim influenciam no resultado, pois podem ser consideradas como pontos onde há concentração de massa, e um aumento de rigidez. Este fenômeno não pode ser reproduzido na teoria, pois no equacionamento elemento é analisado como contínuo por toda a sua extensão.

Com relação ao modelo computacional estas peças utilizadas para união das molas podem ser feitas, porém, haveria um aumento significativo ao custo computacional para obtenção da solução, devido a todas regiões de contato entre peça e mola, e como é observado não há uma influência expressiva no resultado a não utilização destas peças no modelo computacional, por tal motivo elas foram desconsideradas.

Por fim um último fator que deve ser citado, diz respeito a relação entre mola e tubo, em se tratando da teoria essa relação não é observada, pois como é apresentado na teoria o elemento analisado é tratado como único, de forma que para compensar esse efeito é necessário realizar uma combinação de módulos de elasticidade e áreas da seção transversal, fato que naturalmente já confere um certo grau de incerteza ao resultado analítico. Por outro lado, no modelo computacional é possível estabelecer uma relação entre mola e tubo, e neste caso ela é dita como contato perfeito, sendo assim, ambos elementos se movimentam perfeitamente unidos, porém pode ser observado durante a execução do experimento que ocorreu, pequenos escorregamentos da mola, ou sejam, a mola realizou pequenos deslizamentos ao longo interior do tubo.

Uma outra análise que é possível fazer, diante dos resultados apresentados, é o fato de que os resultados obtidos experimentalmente possuem uma tendência a serem mais elevados que os outros resultados, esta tendência é fruto dos fatores já explicados, que em geral contribuem de forma a aumentar a rigidez do sistema e assim elevando a frequência natural. Porém se observarmos o cenário de uma maneira global, os resultados comparados entre teórico, analítico e computacional apresentados são bastante regulares, tendo em vista que em apenas um caso houve uma variação maior que 6% o que é satisfatório para o objetivo do estudo.

5. CONCLUSÕES

O foco principal deste trabalho é voltado para observação e caracterização das frequências naturais e modos de vibrar de um modelo estrutural em escala de um riser, bem como a criação de um exemplar computacional que fosse capaz de reproduzir o movimento oscilatório desenvolvido pelo modelo ensaiado de forma precisa, além da implementação do equacionamento teórico apresentado por Blevins (1979) em um código para também ser possível obter as frequências naturais de forma analítica, e por fim coloca-las lado a lado a fim de comparar os valores.

Primeiramente analisando os resultados obtidos de forma independente, é possível fazer algumas constatações, os resultados tendem a apresentar as frequências em pares, indo de acordo com o que foi apresentado no estudo realizado por Blevins (1979), sendo um dos modos referente a oscilação no plano da catenária, e outra relacionada a vibração fora do plano. Outra observação que é possível ser feita é que os valores de frequências apresentados pelos primeiros modos são baixos, isso se dá devido a forte influência do módulo de elasticidade da mola feita de aço, tendo em vista que esta foi utilizada neste modelo justamente com essa finalidade, de conceber rigidez ao modelo analisado.

Inicialmente comparando apenas do modelo computacional pode-se dizer que a forma como se deu sua construção e execução das simulações atende as expectativas do estudo, retratando de forma precisa todas as características principais apresentadas pelo modelo real, e seus resultados são bastante satisfatórios, pois quando comparados com os resultados experimentais, a variação entre eles é muito pequena, sendo no máximo de 12% no primeiro modo e chegando a apresentar uma variação de apenas 2% para o segundo e quarto modo.

Se agora incluirmos a esta análise os resultados obtidos de forma analítica utilizando o código desenvolvido, e colocando as três análises realizadas lado a lado, é possível definir uma faixa de valores bem caracterizada e com pouca variação para cada um dos modos de vibrar, tanto com relação aos movimentos no plano da catenária, como nos fora do plano. Analisando os resultados das simulações é possível perceber que eles se encaixam dentro desta faixa de valores, o que traz um forte argumento para a validação do modelo computacional desenvolvido.

Com relação aos diferentes parâmetros que influenciam o comportamento vibracional, um deles foi estudado mais a fundo na produção deste estudo, sendo este parâmetro o módulo de elasticidade, é nitidamente perceptível que há uma grande variação entre os resultados obtidos os valores de módulo de elasticidade obtidos pela realização do

ensaio de tração, em relação as frequências obtidas utilizando o banco de dados do software Ansys, em alguns modos a variação entre o resultado obtido experimentalmente e a simulação chega a ser de 30%, desta forma é justificada o investimento que este estudo deu na caracterização do material.

5.1. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

De uma maneira geral os resultados obtidos são bastante satisfatórios, porém algumas melhorias podem ser realizadas para conferir uma maior precisão aos resultados, além de auxiliar na execução do ensaio. A utilização de acelerômetros ao longo do tubo e da mola, auxiliaria na obtenção de dados com relação a posição, facilitando a análise das frequências e posição durante o período de oscilação. Também visando uma melhor compreensão de como se dá o movimento durante o período de vibração, pode ser utilizada uma câmera como ferramenta de rastreamento obtendo assim informações mais precisas de como se desenvolve os movimentos vibracionais ao longo do tempo.

Para a sequência deste estudo também fica a opção de realizar o mesmo ensaio em um tanque de provas com o intuito de observar o comportamento do modelo estrutural de riser, em sua real condição de trabalho. Com relação ao modelo computacional, esta mudança de meio seria feita através da introdução do escoamento de água no entorno do exemplar numérico.

Além destas sugestões de melhorias para o atual modelo utilizado, existem duas vertentes para execução de novos estudos, um deles focado na variação do material que compõe o tubo de elastômero ou variação da alma que traz rigidez ao modelo. A outra vertente apresenta um viés mais teórico e estaria focada em uma análise paramétrica dos diferentes parâmetros presentes nas Equações utilizadas para calcular a frequência natural ou descrever movimento oscilatório, e observar de que forma a sua variação influencia na frequência natural.

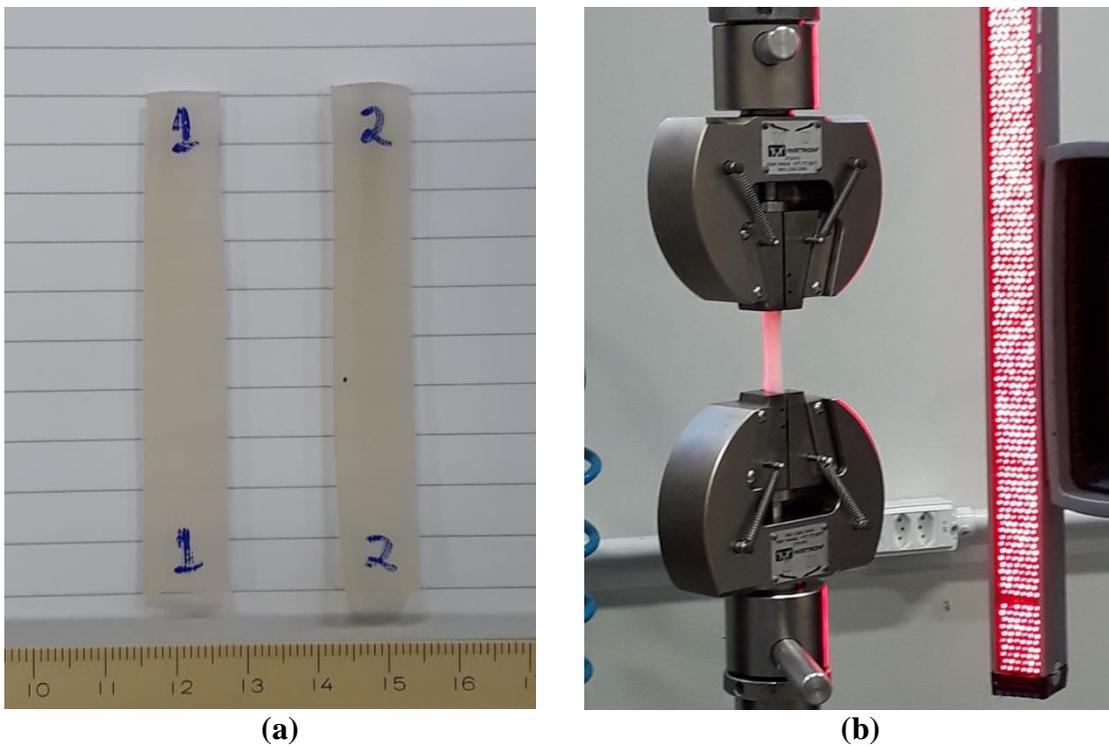
REFERÊNCIAS

- BLEVINS, R.D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. Editora: Vanan Norstrand Reinhold Company, 1979.
- CALLISTER JUNIOR, W.D. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. 5nd. ed., Editora: Jon Willey & Sons, Inc., 2000.
- CENCI, F., FUJARRA, A. L. C., FIORENTIN, T. A., RABELO, M. A., DRECHSLER, M. F., VICENTE, R. Y. O. **Scaled-Model Risers for VIV Experiments: Modal Damping Estimation**. The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers. Japan, 2018
- CHIAVERINI, V. **Aços e Ferros Fundidos** 7nd. ed. São Paulo, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2008.
- ENSUS Advanced Engineering. Disponível em: <http://ensus.com.br/analise-de-vibracao-tipos-de-sinais-transformada-de-fourier-e-psd/>. Acesso em: 15 nov. 2019.
- LEWIS, E. V. **Principles of naval architecture** Jersey City, Estados Unidos: Society of Naval Architects, 1988.
- MANO, E.B. **Polímeros como Materiais de Engenharia** 4nd. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2007.
- MK Controle e Instrumentação. Disponível em: <http://www.mkcontrole.com.br/celulas-de-carga/140-celulas-de-carga-csa-zl>. Acesso em: 18 nov. 2019.
- MORAIS, J. M. **Petróleo em águas profundas: Uma história tecnológica da PETROBRAS na exploração de produção offshore**. Brasília: IPEA, 2013.
- ORGANIZATION OF THE PETROLEUM EXPORTING COUNTRIES. **Monthly oil market report**. Vienna, 12 apr. 2018. Disponível em: <http://www.opec.org/opec_web/en/>. Acesso em: 20 abr. 2018.
- RAO, S. S. **Mechanical vibration**. 5nd. ed., Pearson Prentice Hall, 2008.
- RATEIRO, F., GONÇALVES, R. T., FUJARRA, A. L. C., & MENDES, P. **Risers model tests: Scaling methodology and dynamic similarity**. In The Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference. International Society of Offshore and Polar Engineers, Jan/2012.
- STEVENSON, W.J. **Estatística Aplicada à Administração**. 1st. ed. São Paulo, Editora: Harper & Row do Brasil, 1981.

APÊNDICE A – RESULTADOS ENSAIO DE TRAÇÃO

Para realização dos ensaios de tração que foram apresentados neste estudo, foram utilizados dois corpos de prova, cortados diretamente do tubo de elastômero utilizados no ensaio. A fim de promover um corte limpo e evitar regiões onde pudesse haver falhas que levariam a concentração de tensão, foi utilizado um estilete afiado. Na Figura 14 estão apresentados os corpos de prova utilizados, bem com a realização do ensaio.

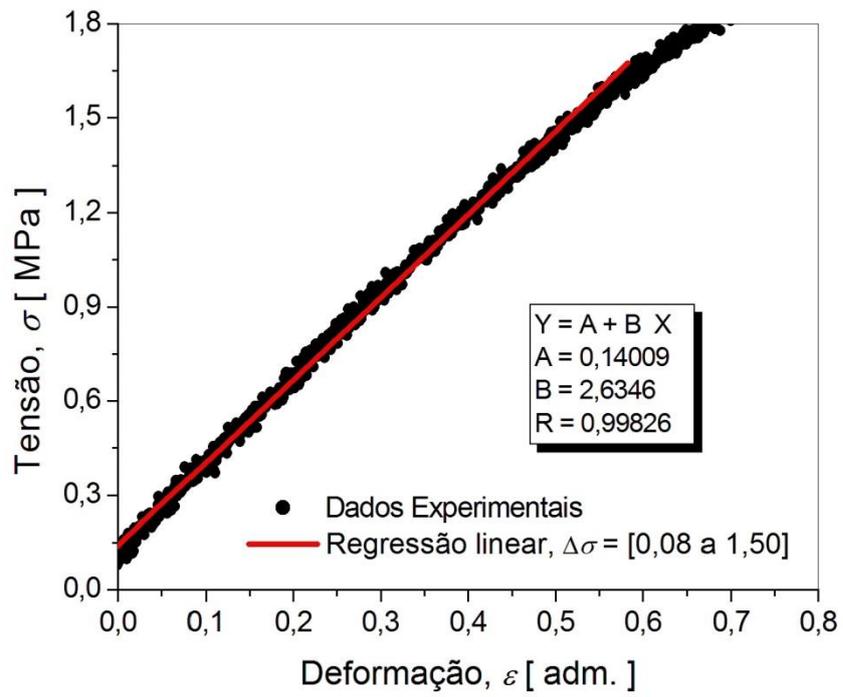
Figura 14 – Ensaio mecânico de tração. Em (a) corpos de prova de elastômero em tiras, e em (b) ensaio utilizando extensômetro.



Fonte: Mikowski e Autor (2019)

Após a realização do ensaio é necessário realizar um tratamento dos dados obtidos, pois o equipamento utilizado é capaz de captar muitas informações de deformação e tensão, através de todas estas informações é possível plotar um gráfico de tensão x deformação, após isso é possível definir uma regressão linear, que melhor descreve o comportamento dos resultados, de forma que o valor do módulo de elasticidade possa ser obtido, a Figura 15 apresenta estes resultados para o CP1.

Figura 15 – Curva tensão versus deformação para a região elástica.

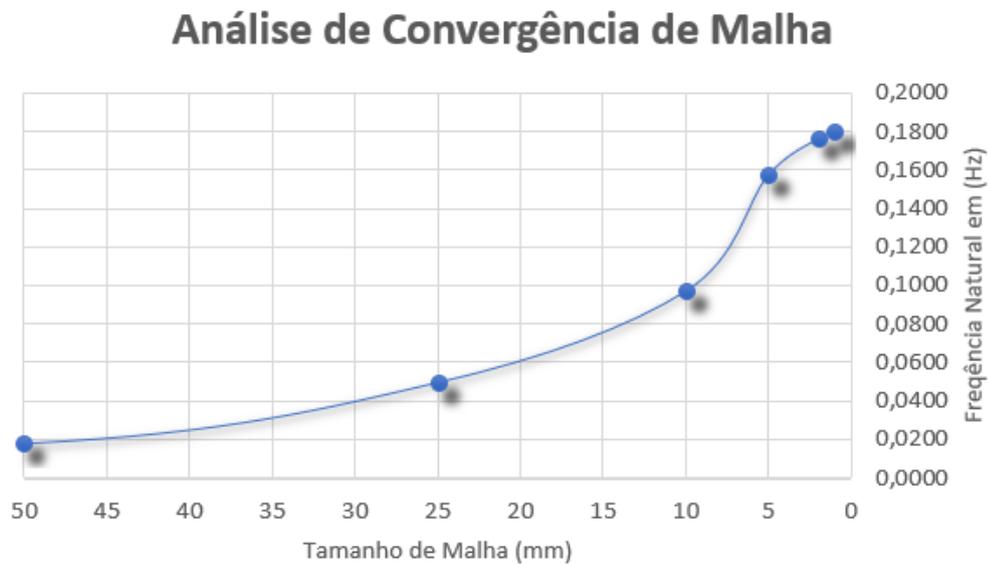


Fonte: Mikowski e Autor (2019)

APÊNDICE B – ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Com o objetivo de verificar qual tamanho de malha que pudesse fornecer um resultado preciso sem um alto custo computacional, foi realizado uma análise de convergência de malha, verificando como os resultados se comportam conforme ocorre uma redução do tamanho de malha. A Figura 16 apresenta o gráfico originado desta análise.

Figura 16 – Análise de Convergência de Malha.

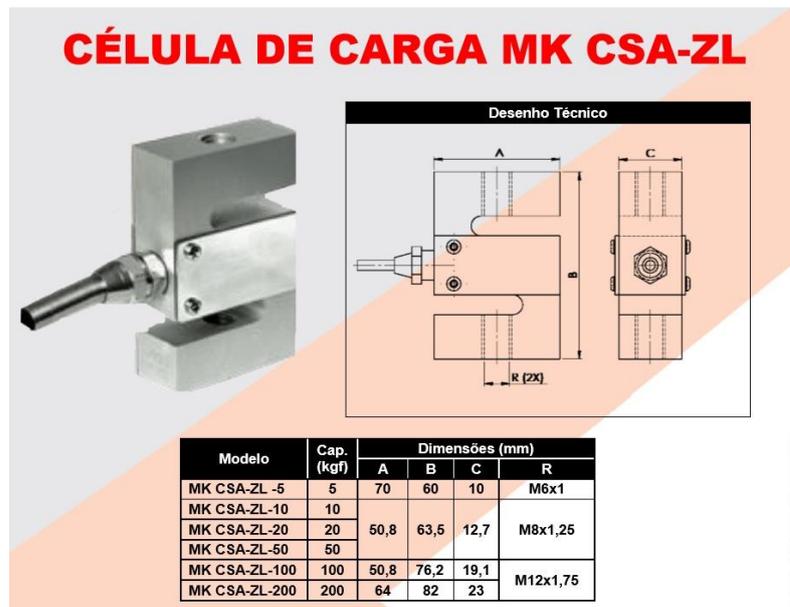


Fonte: Autor (2019)

APÊNDICE C

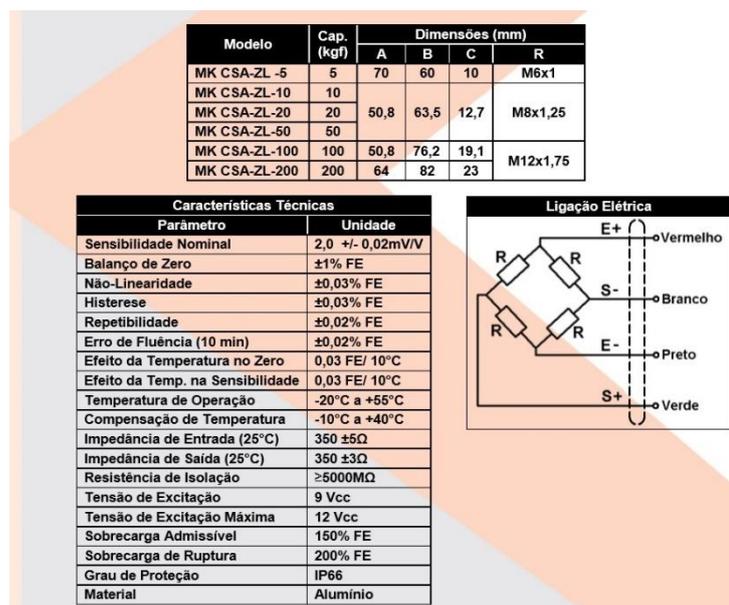
É necessário conhecer as propriedades da instrumentação utilizada, neste estudo para a realização dos ensaios experimentais, foi utilizado uma célula de carga fornecida pela empresa MK, as especificações de uso e dimensões da célula de carga utilizada para captação de tensão no ensaio estão apresentadas nas Figuras 17 e 18 abaixo.

Figura 17 – Dimensões Célula de Carga.



Fonte: MK Controle e Instrumentação (2019)

Figura 18 – Especificações Célula de Carga.



Fonte: MK Controle e Instrumentação (2019)