UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

ESCOLA DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS

IVONE LEMOS DA ROCHA

ÁLGEBRA PARA RESOLVER PROBLEMAS: AS PROPOSTAS DE OTELO DE SOUZA REIS E TITO CARDOSO DE OLIVEIRA, DÉCADA DE 1910

Guarulhos
2019

IVONE LEMOS DA ROCHA

ÁLGEBRA PARA RESOLVER PROBLEMAS: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências pela Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP, sob a orientação da Profª. Drª. Luciane de Fatima Bertini.

Guarulhos

2019

Rocha, Ivone Lemos da.
Álgebra para resolver problemas: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910 /Ivone Lemos da Rocha. - Guarulhos, 2019.
105 f.

Dissertação de Mestrado em Ciências: Educação e Saúde da Infância e Adolescência (Pós-graduação em Educação e Saúde) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, 2019.
Orientador: Luciane de Fatima Bertini
Título em outro idioma: Algebra to solve problems: the proposals of Otelo de Souza Reis and Tito Cardoso de Oliveira, 1910s

1.Educação Matemática. 2.Pedagogia. 3.História da Educação Matemática. 4.Formação de Professores. I. Bertini, Luciane de Fatima. II. Dissertação de Mestrado em Ciências: Educação e Saúde da Infância e Adolescência (Pós-graduação em Educação e Saúde) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. III. Título.

IVONE LEMOS DA ROCHA

ÁLGEBRA PARA RESOLVER PROBLEMAS: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências pela Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP, sob a orientação da Prof[a]. Dr[a]. Luciane de Fatima Bertini.

Aprovado em: _____/____/2019

____

Prof[a] Dr[a] Luciane de Fatima Bertini
Universidade Federal de São Paulo, UNIFESP

____

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente
Universidade Federal de São Paulo, UNIFESP

____

Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo, IFSP.

DEDICATÓRIA

Aos meus filhos
Richarde e Nicole,
amor e razão maior
dessa vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecimentos especiais a Deus, princípio criador, pela vida e pela força que muitas vezes se exauriu nas noites mal dormidas, nas pessoas que ficaram carentes, assim como eu, por não poder estar presente sempre como antes. E é a estas, minha família, que dedico este resultado, pois são meu eterno amor.

Aos meus filhos, Richarde Lemos e Nicole Lemos, pelo apoio, paciência e carinho imensuráveis, meus amores, princípio motivador. A tantos amigos, que não darei conta de enumerar, são vocês, os carinhos colocados pelo Pai, para alegrar e fortalecer decisões.

À minha orientadora desta pesquisa e dissertação, Prof. Drª Luciane de Fatima Bertini, a ela, toda uma admiração pela empatia, pela confiança, por acreditar que eu seria capaz, pela disponibilidade, paciência, tolerância, com uma pessoa debutante na pesquisa e na concepção de historicidade de saberes. Gratidão, simboliza muito o que sinto quando lembro de todos esses meses sob sua orientação!

Aos membros dessa banca que são os professores que participam desse processo desde a data de qualificação: Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente, Prof. Drª. Eliene Barbosa Lima, pela leitura atenta desse texto e inúmeros apontamentos até o momento final. E, na data da defesa, ao Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro, pela presença, colaboração, mais uma vez, em minha trajetória acadêmica, pois é parte desta, desde a banca de graduação.

Aos colegas e companheiros de grupo, GHEMAT/SP, pelas trocas estabelecidas em reuniões, também não correrei o risco de esquecer alguns nomes, por isso um agradecimento geral. Mas não posso me furtar a citar Ana Maria Basei, pelas fontes e inquietações trocadas quanto à temática aqui discutida e que tanto acrescentou.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação e Saúde da Infância e Adolescência da Universidade Federal de São Paulo e à CAPES, pela concessão de bolsa de demanda social.

RESUMO

Este texto é resultado de uma pesquisa no âmbito da História da Educação Matemática. Na temática dos problemas aritméticos e da álgebra no curso primário, buscou-se responder à questão: como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira para o uso da álgebra na resolução de problemas aritméticos? As análises aqui efetuadas caracterizam saberes profissionais do professor (BORER, 2017) que ensina matemática, trabalhando no conceito de articulações entre *saberes a ensinar* e os s*aberes para ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). Estes, nesse trabalho apropriados (CHARTIER, 1998), ilustram uma matemática própria da cultura escolar (JULIA, 2001), uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar* (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017). Analisados em perspectiva histórica (LE GOFF, 1990; BURKE, 2016), assumem aspectos que ilustram como os problemas aritméticos são empregados, constituem uma historiografia própria. Nesses livros didáticos, percebeu-se uma matemática que importa ao professor que ensina matemática conhecer para ensinar a resolver problemas: a álgebra, em seus rudimentos. Esta participa dos *saberes para ensinar* a resolvê-los nas classes mais adiantadas do primário, descritos pelo Relatório do Comitê dos Quinze (1895) como charadas ou enigmas (*conun-drums*). Para tanto, estes livros didáticos trazem orientações específicas para o ensino, utilizando um método, que seria uma ferramenta para as resoluções (VALENTE, 2016; 2017) pelo interesse. Este estaria vinculado a temas de proporcionalidade, presentes do cotidiano com os conteúdos dobro, triplo, metades e assim por diante. No método algébrico, propõe-se ao professor que ensina matemática levar seus alunos numa marcha do raciocínio a qual apresente aos alunos a quantidade desconhecida como uma incógnita *x*, convencionada anteriormente como uma espécie, que iniciaria uma marcha de transformação dos dados; suas operações seriam identificadas por palavras como dar, vender, comprar, gastar, mais, menos, retirar; colocado o problema em equação, sua resolução deveria satisfazer a transformação dos dados; a resolução final envolveria o método aritmético com as operações fundamentais. Em ritmos próprios, cada autor traz propostas de um método. Há uma álgebra com uma aritmética ainda muito presente, um saber profissional caracterizado como uma *álgebra para ensinar* a resolver os problemas aritméticos na década de 1910.

Palavras-chave: Problemas aritméticos. Álgebra. Ensino primário. Livros didáticos.

ABSTRACT

This text is the result of a research within the History of Mathematical Education. In the theme of arithmetic problems and algebra in the primary course, we sought to answer the question: how are the proposals of Otelo de Souza Reis and Tito Cardoso de Oliveira for the use of algebra in solving arithmetic problems? The analyzes performed here characterize the professional knowledge of the teacher (BORER, 2017) who teaches mathematics, working on the concept of articulations between knowledge to teach and the knowledge to teach (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). These, in this appropriate work (CHARTIER, 1998), illustrate a mathematics proper to school culture (JULIA, 2001), a mathematics to teach and a mathematics to teach (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017). Analyzed from a historical perspective (LE GOFF, 1990; BURKE, 2016), they assume aspects that illustrate how arithmetic problems are employed, constitute their own historiography. In these textbooks, a mathematics is perceived that matters to the teacher who teaches mathematics to know to teach how to solve problems: algebra, in its rudiments. It participates in the knowledge to teach how to solve them in the higher classes of primary, described by the Report of Committee of the Fifteen (1895) as riddles or conun-drums. To this end, these textbooks bring specific guidance for teaching, using a method that would be a tool for resolutions (VALENTE, 2016; 2017) for interest. This would be linked to themes of proportionality, everyday gifts with double, triple, halves and so on. In the algebraic method, it is proposed that the teacher who teaches mathematics lead his students in a march of reasoning that presents students the unknown quantity as an unknown x, previously agreed as a species, that would start a data transformation march; its operations would be identified by words such as giving, selling, buying, spending, more, less, withdrawing; put the problem into equation, its resolution should satisfy the transformation of the data; The final resolution would involve the arithmetic method with the fundamental operations. At their own pace, each author brings proposals of a method. There is an algebra with still very present arithmetic, a professional knowledge characterized as an algebra to teach how to solve arithmetic problems in the 1910s.

Keywords: Arithmetic problems. Algebra. Primary school. Didatic books.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

EBRAPEM Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

FAPESP Fundo de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

GHEMAT Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática

RCD Repositório de Conteúdo Digital

UNIFESP Universidade Federal de São Paulo

SUMÁRIO

Os historiadores gostam de ressaltar que, se existe algo certo
sobre o futuro, é que será diferente de todas
as previsões feitas sobre ele.
(BURKE, 2016, p. 177).

INTRODUÇÃO

Trajetórias a construir laços

Este trabalho trata da escrita de análises estabelecidas no decorrer de uma pesquisa, cuja trajetória foi construída ao percorrer caminhos “a partir de alternativas delineadas em função do estágio de conhecimento em que se encontra a área correspondente” (SAVIANI, 2007, p. 185), nesse caso, na História da Educação Matemática.

Cabe-nos, aqui, ressaltar que formular ou desenvolver uma pesquisa no âmbito da perspectiva histórica, perfil desse trabalho, é, também, e não somente[1], “sugerir que o processo histórico do professorado (passado) pode servir de base à compreensão dos problemas actuais da profissão docente (presente)” (NÓVOA, 1995, p. 14).

Não caberá a esse trabalho discutir profundamente aspectos atuais, antes, intentará contribuir com aspectos que envolvem saberes da docência, uma docência em especial: a do professor que ensina matemática. Afinal, este professor “é herdeiro de práticas e saberes que vêm de diferentes épocas. Amalgamados, reelaborados, descartados, transformados” (VALENTE, 2008, p. 12), assumem aspectos que, em perspectiva histórica, podem revelar importantes fatos da própria historicidade dos saberes (BURKE, 2016).

Assim, este texto tratou de encaminhamentos, sugestões, caminhos percorridos que se constituíram no que estamos chamando de laços entre a autora desse texto, a figura sempre presente da orientação e a pesquisa que aqui é narrada.

Laços que, em princípio, são fios soltos, os quais cabem ao pesquisador – o historiador que constrói uma narrativa – elaborar, num fruto de suas percepções e análises. Entendendo e percebendo que, afinal,

> o passado depende parcialmente do presente. Toda a história é bem contemporânea, na medida em que o passado é apreendido no presente e responde, portanto, aos seus interesses, o que não é só inevitável, como legítimo. Pois que a história é duração, o passado é, ao mesmo tempo, passado e presente. Compete ao historiador fazer um estudo “objetivo” do passado sob a sua dupla forma. Comprometido na história, não atingirá certamente a verdadeira “objetividade”, mas nenhuma outra história é possível. O historiador fará progressos na compreensão da história, esforçando-se por pôr em causa, no seu processo de análise, tal como um observador científico tem em conta as modificações que eventualmente introduz no seu objeto de observação (LE GOFF, 1990, p. 41-42).

[1] Mais adiante, durante o desenvolvimento do texto, dissertaremos sobre outras opções de pesquisa possíveis, assim como as realizadas.

Essa relação "passado e presente" é o meio de atuação e parte do ofício do historiador. Esta é uma construção aqui elaborada por caminhos percorridos entre os arquivos utilizados, os *monumentos* (LE GOFF, 1990, p. 462), em seu objeto de observação. Assim, estes sobrevivem e se transformam em fontes, os *documentos* (ibid, p. 462).

Dessa forma, pretendeu-se aqui, com esse trabalho, estabelecer laços a se constituírem num movimento de análise. Esta constitui o fruto de um período de amadurecimento que passou por algumas etapas, as quais descreveremos abaixo.

Estabelecendo laços com a pesquisa

Essa dissertação[2] foi fruto de uma trajetória que teve início com a inserção da pesquisadora, autora desse texto, como aluna especial em disciplinas de pesquisa em História da Educação Matemática. Tal interesse também incidiu sobre a possibilidade de conhecer a perspectiva histórica em caminhos que poderiam descrever e analisar no tocante ao uso da álgebra e dos problemas aritméticos no ensino primário, como também leituras de textos pertinentes à História Cultural[3] entre outros.

Com o ingresso no mestrado, no ano seguinte, a oportunidade de melhor pesquisar a álgebra no curso primário se efetivou, agora sendo oficialmente membro do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT) do Brasil.

Este é composto por vários pesquisadores em diferentes localidades e, atualmente, encontra-se envolvido em desenvolver projetos e pesquisas englobadas num grande projeto temático. Tal projeto intitula-se "A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990[4]" e tem como questão maior de pesquisa "que matemática deverá formar o futuro professor?" (VALENTE et al., 2017, p. 9).

De maneira diferenciada[5], pretende abordar, num contexto geral, investigações dos saberes próprios do ato de ensinar e não tem somente o campo disciplinar da matemática como objeto; assim, procura-se entender os processos e formas que estão articulados entre os campos das ciências da educação e da matemática.

---

[2] Com financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

[3] Entre outros, destaque ao conceito de cultura escolar (Cf. JULIA, 2001) e práticas e representações (Cf. CHARTIER,1998).

[4] Financiamento do Fundo de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

[5] Este grupo vem sendo composto por vários pesquisadores a nível nacional, assim, cada pesquisador e historiador desenvolve um trabalho dentro de sua temática colaborando com o projeto maior.

Assim, os saberes profissionais, como vistos nessa perspectiva de análise, assumem um ambiente que lhes traz características próprias do exercício docente, fruto de uma construção histórica, possui processos que fazem parte de situações singulares. Ressalta-se igualmente a necessidade de perceber como podem ser ilustrados, caracterizados ou diagnosticados. Algumas dessas situações podem ser acompanhadas nesse trabalho.

Vemos despontar, ao longo de seus resultados parciais, uma matemática própria da profissão docente, com aspectos que adquirem configurações e caracterizações do ofício com saberes singulares para a docência, e estes sinais estão presentes ao longo dessa narrativa. Há uma história sendo caracterizada ao longo de seus períodos, reunindo informações que aparentemente estão dispersas, estabelecendo-se como uma proposta de historicidades dos saberes (BURKE, 2016).

Com um espaço de atuação definido, o professor que ensina matemática é, também, parte integrante e produtor, atuando na cultura escolar[6] (JULIA, 2001), em suas normas e representações com caracterizações que são próprias do seu exercício.

Enquanto campo de atuação – nesse aspecto de campo processual, com ideias a propor – as ciências da educação exercem, na formação dos professores primários, no período posterior à segunda metade do século XIX, papel de destaque na sua atividade que começa a ter então uma organização, uma formalização ou uma institucionalização dessa profissão. Esta passa a ser reconhecida, inclusive, enquanto universidade; tal situação se deve à presença das ciências da educação, como discutido anteriormente[7].

Surgem, para melhor explicar e entender esses conceitos, referenciais teóricos, nesse projeto, que intensificarão considerações a respeito do saber profissional que o circunda[8]. Aqui, estamos tomando como *saber profissional* aquele saber próprio da formação do professor (BORER, 2017), que passa por processos de articulações, levando sempre a premissa de que o papel principal está nos saberes.

Burke (2016) destaca, em sua obra, que há um processo histórico de constituição de saberes. Estes possuem aspectos de subjetividade, oriundos de processos e dinâmicas ao longo dos anos; revelam objetivação de conhecimentos sistematizados, presentes em diferentes formas e setores das profissões, no caso desse texto, na formação de professores e no ensino.

---

[6]Um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos, normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (JULIA, 2001, p.10).
[7] Este é resultado de análises nos cantões suíços (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017).
[8] Esses conceitos serão apresentados ao longo dessa narrativa, pois sustentam parte dessa pesquisa.

Esta sistematização de saberes são os chamados *saberes objetivados*. Neles, encontram-se situações que, resumidamente, denotam uma transformação dos conhecimentos dos sujeitos ali envolvidos, com níveis de objetivação que são "herança sedimentada de saberes comunicáveis passíveis de apropriação" (VALENTE, 2019, p. 17).

Para este trabalho, desenvolveram-se análises que podem ilustrar parte desse desenrolar, de uma dinâmica que apresenta subjetividades, fruto de articulações, nas suas peculiaridades vindas das ciências da educação, sob aspectos oriundos dos campos disciplinares (VALENTE; BERTINI; MORAIS, 2017).

Tendo isso em mente, pode-se perceber e admitir que o saber docente é passível de assumir caráter subjetivo, visto que resultados parciais dessas investigações revelam processos de objetivação dos conhecimentos que estariam sistematizados e que deveriam, com isso, fazer parte de uma nova formação profissional dos professores, como vimos na citação acima.

Em síntese, caberia aos pesquisadores desses projetos, que adotam tal perspectiva, construir análises, frutos de processos e dinâmicas envolvidos e parte de elaborações entre uma transformação dos conhecimentos dos sujeitos (BURKE, 2016) em saberes, os *saberes objetivados* (VALENTE, 2019). Esta pesquisa inseriu-se nesse contexto: contribui como parte integrante de alguns desses aspectos e nessa caracterização maior.

As pesquisas sobre a formação de professores, feitas no GHEMAT, de algum modo, buscam capturar, em suas análises, ingredientes, elementos que, em seu tempo, ou melhor explicitando, em perspectiva histórica, possam ser sistematizados e institucionalizados. Tais elementos podem vir a alterar a própria formação inicial, em alguns momentos dessa perspectiva, que se constitui nesse século de análises, por meio dos resultados de pesquisas realizadas anteriormente entre esses historiadores que compõem o GHEMAT.

Defende-se, aqui, a ideia de que não bastam os saberes do campo disciplinar, mas é necessário atentar-se para os saberes que advém das ciências da educação, pois estes sofrem e passam por articulações com características próprias. Estas terão aspectos ímpares de seu tempo, sua sociedade e cultura, como citado anteriormente.

Assim, como esta produção é parte desse projeto temático, nos interessou pesquisar aspectos que abordam o saber profissional do professor, mais especificamente, o professor que ensina matemática. Dessa forma, temos

> em conta uma matemática como uma ferramenta profissional do professor, como instrumento do ofício docente, [que] distingue matemáticos de educadores matemáticos; identifica o tradicional ensino de matemática como uma dinâmica de

> transmissão de conteúdos disciplinares; de outra parte, caracteriza o educador matemático como um profissional da docência que mobiliza uma matemática que não se reduz à sua forma disciplinar (VALENTE et al., 2017, p. 10).

Tal excerto, retirado do projeto temático supracitado, denota uma categoria própria da docência que especifica e se reporta diretamente aos saberes que a matemática, em seu campo disciplinar, sofre em si, isto é, passando por processos ou por apropriações (CHARTIER, 1998), num ambiente próprio da cultura escolar (JULIA, 2001).

Esta complexa situação, como tema maior de pesquisa, está organizada em eixos e subtemáticas, pertencentes a subprojetos ali inseridos que propõem caracterizações e objetivam "analisar os processos constituintes da *matemática a ensinar* e da *matemática para ensinar* e suas dinâmicas de articulação" (VALENTE et al., 2017, p. 33).

Temos, neste projeto temático, quatro eixos, cada um com subtemáticas cujo objetivo maior articula-se diretamente ao tema dos saberes profissionais que caracterizam o professor que ensina matemática, em suas dinâmicas e processos ao longo de um século de análises, como anunciado em seu título.

Esses eixos têm, entre si, articulações e conexões que permitem observar, em seus resultados parciais, fruto de pesquisas de outros historiadores, análises próximas a de outros países em relação aos saberes (BORER, 2017) que envolvem o exercício da docência.

Esses estudos e análises, pertencentes a pesquisas desse projeto supracitado, mostram imbricações entre os processos e dinâmicas da docência. Ali estão presentes e inseridos os saberes que vem dos campos disciplinares. De uma maneira geral, temos estes de um lado, que são os *saberes a ensinar,* e, de outro, de uma maneira não dissociada, os saberes próprios do exercício da docência, os *saberes para ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017).

Importa saber que essas articulações produzem os saberes, resultado, muitas vezes de tensões entre os campos disciplinares e das ciências da educação, podem caracterizar o exercício da docência. Assim, estabelece como relação predominante e não dissociada que "o que caracteriza a profissão do professor é a posse dos *saberes para ensinar*" (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017, p.11).

No projeto temático, sob o eixo 2, encontra-se o subprojeto intitulado "Processos de elaboração da *matemática a ensinar* nos primeiros anos escolares", cujas pesquisas analisam, em perspectiva histórica (1890-1990), "os processos de constituição de matérias de ensino nos primeiros anos escolares tendo em vista a matemática" (VALENTE et al., 2017, p. 36). Esta, com suas diferentes rubricas[9], inter-relaciona-se com as ciências da educação (e não apenas com seu campo disciplinar), como sua hipótese de pesquisa.

Com a questão norteadora, este eixo pretende investigar e analisar "processos e quais matemáticas foram elaboradas para o ensino – matemática a ensinar – ao longo do período 1890-1990?" (VALENTE el al., 2017, p. 36). Alocado neste, encontra-se o projeto financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), intitulado "Os problemas de aritmética no ensino primário, 1890-1940[10]", que, por sua vez, abarca essa pesquisa.

Alguns resultados parciais desse projeto apontam para problemas como contribuição para o ensino de conteúdos e garantia da aprendizagem, assim como, em outros, são apresentados a partir de definições e descrição dos procedimentos e exemplos com relações numéricas, segundo Bertini (2016a).

A autora, em outro trabalho, identifica também que os problemas contribuem para as propostas de ensino gradativo que "partam do mais fácil para o mais difícil; para garantir oportunidades de observação que permitem progredir da percepção para a ideia; e para a aproximação de atividades similares às da vida adulta", ou seja, apontam, de uma forma geral, resultados sinalizantes para o uso de problemas com diferentes finalidades e características distintas em variadas obras e momentos históricos (BERTINI, 2018, p. 78).

Bertini investiga, de 1890 a 1940, aspectos que os problemas aritméticos assumem em diferentes fontes: livros didáticos, cadernos escolares, revistas pedagógicas, programas de ensino entre outros. Responde a questionamentos próprios de sua temática com suas considerações e, também, contribui com o projeto temático, ao discutir nestas, aspectos do ensino e da formação desses professores primários.

Este trabalho encontra-se inserido, portanto, em duas frentes: os problemas aritméticos e os saberes profissionais. Dos aspectos que possam estar imersos em suas resoluções, apenas nos interessam aqueles que utilizam de álgebra para resolver problemas aritméticos para o curso primário.

Para tanto, dentre as fontes[11], algumas já citadas acima, que constam na investigação de Bertini acerca dos problemas aritméticos, escolheu-se adotar para este estudo os livros

[9] Nesse trabalho, considera-se como rubricas, aritmética e álgebra, mas podem assumir outros temas.
[10] Autoria de Profª Drª Luciane de Fatima Bertini.
[11] Bertini investiga os problemas aritméticos em cadernos escolares, livros didáticos e manuais pedagógicos, programas de ensino e outros documentos que possam conter propostas para o ensino primário, como já dito. Alguns desses resultados podem ser conhecidos em Bertini (2018a;2018b); Bertini, Rocha (2018); Valente; Bertini; Morais (2017); Bertini (2016a; 2016b), para citar alguns.

didáticos[12](CHOPPIN, 2004; 2009). Assim como Choppin (2004), adotou-se, nesse trabalho, a perspectiva de que "o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais" (ibid, 2004, p. 553) para a difusão de saberes no meio em que circulou.

Nas fontes investigadas nesse trabalho, buscou-se conhecer como se deu o uso da álgebra para resolver problemas aritméticos presentes em livros didáticos para o curso primário no período de 1890 a 1940[13]. Parece-nos, assim, que os livros didáticos (CHOPPIN, 2004; 2009) possuem diferentes destinos ao se descrever e analisar aspectos pertinentes ao seu uso. Podem assumir-se como material empírico fértil. Portanto, passaremos a descrever o caminho percorrido, no qual delimitamos nosso recorte de pesquisa, uma vez que o nosso item maior de atenção (livro didático) – no que se refere às descrições, análises e resultados –, favorece a aquisição de considerações e laços com a pesquisa, os quais são frutos desses passos trilhados nos momentos que a envolveram.

Laços estabelecidos, início do ofício de pesquisadora

Na intenção de interrogar, pesquisar e analisar aspectos pertinentes à constituição dos saberes profissionais docentes, em especial, dos professores que ensinam matemática no período de 1890 a 1940, assumimos particular interesse nos problemas aritméticos. Estes têm sido utilizados desde o final do século XIX, porém estudos[14] apontam que, para entender o contexto em que estes estejam sendo utilizados, é necessário compreender as mudanças no entendimento do que seja um problema, os conteúdos que estes requerem ou até mesmo suas temáticas.

Adotou-se como caminho investigar aspectos de seus usos no curso primário, aspectos que importaram ao professor conhecer para ensinar a resolver os problemas aritméticos e a álgebra ali inserida. Estes foram investigados na medida em que contribuíam – seja como "aplicação, ilustração ou introdução aos estudos" (BERTINI, 2018) – por adotarem o uso da álgebra para suas resoluções.

Para a aquisição desses entendimentos, foram efetuados caminhos que, em retrospecto, podem ser compreendidos como fios que resultaram nesses laços: a pesquisa se constituindo.

[12] Choppin (2004; 2009) chama a atenção dos investigadores para os diferentes usos de terminologias para essas fontes. Assim, aqui, entende-se que as obras adotadas nesse estudo podem ter nomes distintos a depender do seu estilo, uso ou contexto. Para todo este trabalho, adota-se a expressão "livros didáticos" para as fontes utilizadas.
[13] Inicialmente, este foi o recorte temporal adotado, porém o próprio desenrolar das análises mostrou necessário outro período, como discutido posteriormente, nesse texto.
[14] Além dos trabalhos citados anteriormente, acrescenta-se, a título de compreensão dessas permanências, os textos de Búrigo; Santos (2015); Santos; Búrigo (2016); Souza (2017); Souza; Bertini (2016); Novaes; Bertini; Siqueira Filho (2017).

A princípio, foram elaboradas buscas na intenção de efetuar uma revisão de literatura. Ali, detectamos que os problemas aritméticos e a álgebra são temas pesquisados em muitos trabalhos. Dentre estes, destacamos locais virtuais importantes de armazenamento e pesquisa, como a BDTD[15].

Ao digitar nesta biblioteca virtual as palavras "problemas aritméticos álgebra", surgem 84628 resultados possíveis, sendo 56338 dissertações e 19116 teses. Nos resultados mais recentes, não há indicação de temáticas que abordem a perspectiva histórica.

No banco de teses da FAPESP[16], encontram-se duas pesquisas de Pós-doutoramento concluídas e uma de doutorado, porém não em perspectiva histórica, nosso campo de interesse. O mesmo acontece quando se anexam as palavras "problemas+aritméticos+álgebra" em *sites* como *Scielo*, BDTD, Banco de Dissertações e Teses da USP[17], da PUC[18] e da Unicamp[19].

O Repositório de Conteúdo Digital (RCD), local para inserção de documentos pelos pesquisadores e historiadores do GHEMAT, é um espaço virtual com muitos arquivos, sejam estes artigos, acervos pessoais de professores de matemática, livros didáticos, manuais pedagógicos, dissertações e teses, programas de ensino entre outros (COSTA; VALENTE, 2015, p. 1). Assim acontece por concentrar materiais que facilmente são acessados por professores e pesquisadores; nesse caso, os interessados em conhecer um pouco mais desses arquivos, que estão presentes na educação matemática. É um local virtual de fácil acesso e gratuito.

Dessa forma, importa ressaltar que o RCD é, preferencialmente, o local virtual que este grupo utiliza, porém seu acesso é livre a todos os interessados em conhecer um pouco mais diferentes *monumentos* (LE GOFF, 1990). Relevante recurso virtual, este espaço abriga em si fontes digitalizadas[20].

Estas fontes, chamadas de *monumentos*, foram sendo procuradas à medida que palavras-chave estavam sendo inseridas nesse ambiente virtual. Ali, em dissertações e teses, a princípio, foram sendo construídos perfis dos *documentos* (LE GOFF, 1990), sempre na intenção de construir os laços com a pesquisa a ser delineada no recorte temporal de 1890 a 1940. Inicialmente, o critério utilizado foi de leitura dos resumos, após essa seleção, partiu-se para a leitura de todo o texto, de maneira mais apurada.

---

[15] Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.
[16] Fundo de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.
[17] Universidade de São Paulo.
[18] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
[19] Universidade Estadual de Campinas.
[20] Para conhecer mais, acesse: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769 .

Nesse sentido, buscou-se perceber, nesse ambiente virtual, em quais trabalhos estariam envolvidos os problemas aritméticos e a álgebra. Para tanto, utilizou-se a busca por palavras-chave como "álgebra", "problemas aritméticos", "álgebra e problemas aritméticos", "resoluções algébricas" e algumas dessas combinações. Apresentamos os resultados que mais se destacam para nossa intenção a partir desse momento.

Com a pergunta norteadora: como os manuais pedagógicos, orientadores de práticas pedagógicas para o ensino primário, elaboraram um discurso escolanovista que circulou no Brasil? Marques (2013) conclui que eles são aspectos de uma vulgata escolanovista e, quanto ao ensino de matemática, seu uso pode ser constatado a partir de categorias. Entre elas, há aquelas que envolvem os problemas, os "problemas sem números" e "resolução de problemas".

Segundo a autora, o "problema sem número" está presente nos manuais pedagógicos da década de 1930 que analisou, e denota "uma modalidade de resolução de problemas típico da proposta do ideário da Escola Nova" (MARQUES, 2013, p. 125).

Os problemas são alvo de pesquisa também no trabalho de mestrado de Souza (2017). Ali, foram percebidos, em revistas pedagógicas paulistas de 1890 a 1930, discursos que, resumidamente, expõem que: a) entre 1890-1896, ausência como indício, pois ali não se encontrou vestígios de problemas; b) de 1897 a 1908, os problemas como sinônimos de exercícios; c) de 1909 a 1922, problemas como sinônimo de modernidade. E, a partir dessa data, os problemas aparecem também como um conteúdo a ser ensinado; o professor precisa de uma aritmética para ensinar problemas.

A autora citada acima destaca diferentes finalidades em "problemas como sinônimo de modernidade"; ali, estes apareciam como memorização, excesso de informações onde a escola seria para armazenar conteúdos (p. 71). Constataram-se discursos que deveriam priorizar uma maneira mais moderna do que a pedagogia que predominava: a pedagogia tradicional (p. 83-84).

A partir de 1920 até 1940, Souza (2017) detecta, nas revistas pedagógicas paulistas, uma aritmética para resolver problemas, isto é, os problemas seriam um conteúdo a ser ensinado como, também, os problemas a partir dos centros de interesse[21] (p. 84). Estes discursos em revistas pedagógicas parecem sinalizar para uma aritmética própria para cada um daqueles períodos categorizados por Souza (2017). Para este texto, pretende-se perceber e

[21] Ali predominariam assuntos de interesse e curiosidade do aluno para que se organizassem os conteúdos a ser ensinados, pela "associação das ideias concretas e abstratas no tempo e no espaço" (VALDEMARIN, 2009, p. 93).

analisar propostas em livros didáticos relacionados ao ensino dos problemas aritméticos, que envolvam o uso de álgebra em suas resoluções.

Oliveira (2017), de 1870-1920, caracterizou como uma "aritmética intuitiva" os saberes matemáticos, e ressalta, ainda, que os problemas serviam para auxiliar na tarefa de construir no aluno os "saberes aritméticos de acordo com seus interesses e desenvolvimento intelectual" (OLIVEIRA, 2017, p. 166). Passavam, assim como toda a aritmética, por graus de dificuldade, pois, para se caracterizar como intuitivo, deveria sair do "sensível antes do abstrato" (OLIVEIRA, 2017, p. 172). Ao analisar os livros didáticos, o autor afirma que acontecem mudanças na forma de encontrar as propostas de ensino, visto que "as longas explicações teóricas das definições e regras cederam espaços para as ilustrações, problemas aritméticos e exercícios" (OLIVEIRA, 2017, p. 233).

Estas mudanças são, segundo o autor, fruto de tensões e transformações nos saberes aritméticos que vieram acontecendo nesses materiais analisados, caracterizados por ele como "aritmética intuitiva", ou seja, possuíam um caráter intuitivo, dado que denotam aspectos que permaneceram por todo esse período independente de outros fatores.

O autor destaca que os saberes aritméticos estariam vinculados à vida cotidiana e prática e não somente aos saberes da vida escolar; ali estão os "saberes rudimentares" – ou uma "vulgata objetivada" com componentes curriculares e finalizantes de uma escola alfabetizante cada vez mais consolidada em uma "aritmética intuitiva" (OLIVEIRA, 2017, p. 235-237).

Aponta para diferentes maneiras de se aplicar o ensino intuitivo de aritmética:

> comum a tais vertentes estava o objetivo de fazer do método intuitivo o dispositivo organizador dos procedimentos educacionais, dinamizando as atividades escolares (exercícios e problemas) em tarefas educativas, seja dos sentidos, seja da inteligência e/ou raciocínio (OLIVEIRA, 2017, p. 246).

O autor reforça, ainda, que há sinais de que poderiam estar sendo elaboradas novas pesquisas no sentido de captação de métodos e olhares para o ensino de aritmética nesse período. Para além de se captar a aritmética intuitiva, procura-se perceber, aqui, nesse trabalho, se esta poderia envolver o uso da álgebra nas resoluções dos problemas aritméticos, pois Oliveira (2017) igualmente sinaliza para "não se admitir uma definição prévia tanto de método como de processo de ensino em se tratando das matérias da escola primária [...] em sua face analítica do método" (p. 247).

Na Universidade Federal de Sergipe, Rocha (2016) investiga os documentos oficiais no período de 1890-1944, analisando historicamente o período que envolve duas vagas pedagógicas: o período intuitivo e o Período da Escola Nova. Como contribuição, esse trabalho aponta que houve indicações de referências a materiais como contadores mecânicos, cartas de Parker e o uso do livro didático "Aritmetica Elementar" para o ensino dos saberes elementares aritméticos e princípios adotados por Calkins (ROCHA, 2016).

Quanto aos problemas, no Programa de Ensino de 1912, em São Paulo, segundo Rocha (2016), além das operações aritméticas a partir do segundo ano, seriam indicados os problemas "práticos da vida ordinária, esses sobre o dinheiro da época e, nos outros documentos, a indicação era de *Problemas para os alunos resolverem* [...]" (p. 81, grifos do autor).

No trabalho, há uma descrição de como esses métodos aconteciam com referências aos Programas de Ensino e outros documentos oficiais que circularam. Percebeu-se que ali também estiveram presentes os problemas aritméticos. Porém a preocupação do seu texto foi a existência dos conteúdos e suas finalidades, não se atentando aos problemas, isto é, não discutiu suas resoluções, nem apontou o uso de álgebra com os problemas.

Costa (2010) analisou o conceito de número em livros didáticos no início do século XX. Conclui que, à época, o ensino de aritmética estava associado à contagem e às operações matemáticas. Os problemas fazem parte dos estágios de memorização propostos juntamente com longas listas de exercícios e ilustrações (p. 248).

Virgens (2014), em sua dissertação, analisou manuais pedagógicos[22] e os problemas aritméticos verificando que, no período de 1920-1940, houve mudanças nas suas finalidades, indo de recurso didático a método de ensino, como maneira de medir aprendizagem ou de aplicar testes e exames pedagógicos.

O autor identificou os problemas como método para ensinar aritmética, ligar o "sabido" ao "não sabido", ou seja, como uma maneira de conferir a aprendizagem da matemática ou a capacidade de raciocinar (VIRGENS, 2014, p. 73).

No espaço paulista desse período descrito em seu trabalho, Virgens (2014) analisou os problemas nos livros didáticos presentes na escola primária. Identificou duas vertentes de ensino na utilização dos problemas: a "Pedagogia Moderna" e a da "Escola Nova". Os problemas assumem papel importante no ensino de aritmética, mas não há referências a soluções que envolvam o uso da álgebra.

[22] Em consonância com Choppin (2009), que ressalta que o sentido da palavra "livro" é recente nas pesquisas, para este trabalho, adota-se "livros didáticos" para abarcar todos aqueles que são utilizados pelos professores, sejam para estudo ou para suas aulas e, como já citado nesse texto, aqui não será feito distinção entre os termos manuais pedagógicos e livros didáticos (p. 15).

Muniz (2018), em sua dissertação, pesquisa o ensino nas Escolas Normais. Investiga apropriações das propostas reformistas da Escola Nova nos programas de ensino vigentes nesse período. No tocante à rubrica álgebra, enquanto disciplina na formação de professores primários, o autor detecta sua presença nos seguintes estados: Rio Grande do Norte (Natal), Piauí, São Paulo, Pará, Rio de Janeiro (Distrito Federal, nesse período), Espírito Santo, Sergipe, Santa Catarina, Amazonas, Maranhão e Mato Grosso.

Quanto aos problemas, o autor detectou recomendações de uso nas Escolas Normais de todos os estados analisados, o que sinaliza para sua importância, ainda que não tenha sido explorada pelo autor, por não ser seu objetivo maior.

Assim, fica claro, nessa revisão de literatura, a possibilidade de investigar os problemas aritméticos que faziam uso da álgebra em suas realizações. Por não encontrarmos estudos anteriores nesse sentido, buscou-se conhecer um pouco mais desses dois temas, num aprofundamento da temática problemas aritméticos e suas resoluções, até chegar a refinamentos que pudessem constituir os laços da pesquisa.

Para tanto, elegeu-se como local privilegiado para a pesquisa a cultura escolar (JULIA, 2001), passando pela formação de professores que ensinam matemática, sempre buscando como se caracterizam as propostas do uso de álgebra para resolver os problemas.

Entre 1890 e 1940, encontra-se o momento em que são organizados os primeiros grupos escolares no Brasil. Entre as províncias, assume-se como questão a se resolver a instrução, a necessidade de se pensar o "fenômeno educativo" (FARIA FILHO, 2016, p. 139).

Segundo Faria Filho (2016), é a partir desse período que se propaga a concepção de aprendizagem considerando o aluno, o chamado "método intuitivo", em que a figura do professor deixa de ser o centro do ensino. Recebe esse nome por preconizar, na instrução escolar, a ideia de reforço de valores relativos "à intuição, à observação, enquanto momento primeiro e insubstituível da aprendizagem humana" (FARIA FILHO, 2016, p. 143). Para tanto, se reforçaria a atenção aos sentidos por meio de estudos de coisas, objetos e outras situações do cotidiano das crianças como momentos fundamentais nesse processo.

Tanuri (2000) detecta que, nesse período, há, no ensino público, grandes renovações que deveriam se voltar e ressaltar "o valor da observação, da experiência sensorial, da educação dos sentidos, 'das lições de coisas', do método intuitivo de Pestalozzi" (p. 69). No início do século XX, em tempos de modernidade pedagógica, "consolidam-se discursos que servem de base para a estruturação da pedagogia como campo científico" (VALENTE, 2019, p. 3). Como apontam os resultados já citados da tese de Oliveira (2017), a "Aritmética intuitiva" se caracteriza por perpassar períodos de tensão entre os discursos, uma vez que, nas escolas e nas formações, deveria se ensinar o aluno de uma forma concreta, na experimentação.

De acordo com Valdemarin (1998, p. 68), os professores experimentavam objetos e materiais que deveriam estar adequados ao conteúdo a ser ensinado e ao contexto social em que estavam inseridos, esse seria o “ensino intuitivo”.

Em tempos de ensino intuitivo, Oliveira (2017) caracteriza a aritmética a ser ensinada como um novo saber:

> este novo saber inverteu a lógica, já que não se cogitava ensiná-lo explorando situações reais. Indicou-se que os conteúdos fossem estruturados relacionando a vida social da criança com a vida escolar. Esta foi uma maneira de a criança passar a aprender e apreender a Aritmética na aplicação natural das suas necessidades reais. Desta forma, aritmética passou a ser uma matéria que dava oportunidade de a criança aplicar na vida social aquilo que aprendia na vida escolar. Uma matéria que extraía da vida social as situações para compor e conduzir as tarefas da vida escolar (OLIVEIRA, 2017, p. 245-246).

O autor demonstra uma preocupação em perceber articulações entre os saberes profissionais, necessários para o ensino dessa “Aritmética intuitiva”, os quais precisavam ser colocados em evidência. Essa revisão de literatura aponta para um período em que a aritmética estava sofrendo alterações em suas apresentações, pois dispensava de saberes próprios para que estivesse de acordo com aquela proposta de ensino.

Como vimos, os problemas e a álgebra estavam, muitas vezes, presentes nos livros didáticos e na formação de professores, ainda que não discutidos. Em alguns estados, no ensino das Escolas Normais, a rubrica álgebra também se fazia presente.

Para se delimitar melhor os aspectos que levaram ao uso da álgebra para resolver os problemas, também foram estudados artigos. Entre estes, destacam-se os artigos de Valente (2016; 2017), que sinalizam a década de 1910 como a entrada da álgebra no curso primário.

O autor aponta para a álgebra com a finalidade de resolver os problemas, mas não quaisquer problemas, este seria um

> expediente de torná-los mais fáceis. Seja como for, isso também já está posto desde a obra de Trajano. Outros livros didáticos mais e mais procurarão destrinchar aos professores as vantagens do “método algébrico”. Exemplos são as obras de Reis e Oliveira (VALENTE, 2016, p. 9).

Tendo como foco os problemas aritméticos que possuem recursos que envolvem a álgebra em suas resoluções, e procurando pelos saberes profissionais que esses professores primários deveriam adquirir para ensinar toda essa proposta, elegeu-se os livros didáticos que pudessem ilustrar como essas ideias circularam nesses materiais no período de 1890 a 1940, recorte do projeto original da proposta de pesquisa. Como veremos adiante, o próprio percurso de análises determinou que este período fosse delimitado e, aos poucos, definido.

Assim, ressalta-se, mais uma vez, a importância dos livros didáticos enquanto documentos principais nesse trabalho. Estes se constituíram como alvo maior de análise, pois colaboram na “disseminação de informações” (BURKE, 2016, p. 17) no meio em que circulam, visto que as palavras ali presentes permanecem como dados, designados por um determinado tempo (CHOPPIN, 2004, p. 549). Revelam, em seu tempo, aspectos de uma sociedade, objetivos pedagógicos (PERES; MICHEL, 2018, p. 22) ou uma questão de estilo, em seu contexto inserido (CHOPPIN, 2009, p. 19).

Denotam, para esse trabalho, uma ação metodológica e historicamente construída ao longo desses dois primeiros semestres, pois entende-se que, “na história, tudo começa com o gesto de pôr à parte, de reunir, de transformar em ‘documentos’ certos objetos construídos de outra maneira” (CERTEAU, 1982, p. 73).

E nesses livros didáticos, importou[23], a esse trabalho, perceber a álgebra inserida nas resoluções dos problemas aritméticos entre 1890 e 1940. Como descrito aqui anteriormente, há saberes próprios inseridos na *matemática a ensinar* e/ou na *matemática para ensinar* (VALENTE et al., 2017) que são importantes conhecer enquanto saberes profissionais, estas articulações serão discutidas e aprofundadas ao longo desse trabalho.

No entanto, percebemos que, no decorrer da pesquisa, num processo natural de laços entre a autora desse texto e o que traziam os documentos[24], essa inquietação dos caminhos do uso de álgebra nas resoluções dos problemas aritméticos foi se afunilando, numa trajetória natural, como veremos nos próximos parágrafos.

Laços que se estreitam: a questão de pesquisa direciona e define os próximos passos

Passamos, a partir dessa etapa, a construir refinamentos que pudessem estreitar e melhor perceber a finalidade do uso da álgebra nas resoluções dos problemas aritméticos. Tais construções parciais foram apresentadas aos colegas do GHEMAT e em eventos.

Esforços, já nos primeiros meses de construção da dissertação, foram feitos, e resultaram na apresentação da proposta desse projeto, o qual recebeu o nome de: “Problemas

[23]Segundo Choppin (2002, p. 23), estes [os livros didáticos] não são meramente manuais, mas instrumentos, onde, evidentemente, tudo não está sempre disposto de uma mesma maneira, “desconhecer ou negligenciar sua dimensão didática” (p. 25) compromete, muitas vezes, os resultados alcançados.

[24] Ao separar esses documentos num gesto natural de andamento da pesquisa, Certeau (1982) conclui que se forma a “coleção”. Nela, objetos mudam de lugar e de estatuto ao mesmo tempo. Assim, “longe de aceitar os ‘dados’, ele os constitui. O material é criado por ações combinadas [...]” (CERTEAU, 1982, p. 76).

aritméticos no ensino primário, 1890-1940”, no XXI EBRAPEM[25]. Naquele momento, a procura das finalidades e usos da álgebra em resolução de problemas se tratava de uma construção superficial; havia apenas ideias embrionárias de intenção de pesquisa, bem como alguns levantamentos de obras que poderiam apresentar material para estudos próximos, elaborados num quadro de resultados (ROCHA, 2017).

Nesse mesmo semestre, em coautoria com Souza[26], doutoranda e colega do GHEMAT, foi apresentado outro recorte que delimitava a pesquisa, no II Congresso Internacional de Educação: História, historiografia e políticas e práticas. O trabalho recebeu o seguinte título: “Problemas matemáticos: um estudo em manuais pedagógicos e revistas pedagógicas (1890-1940)” (ROCHA; SOUZA, 2018). Ali, há alguns resultados da dissertação de Souza (2017), já comentada nesse trabalho. Em coautoria, também apresentamos um esforço de primeiras análises, com a obra de Lacerda (1890) e o Programa de Ensino paulista nesse período. Nas considerações, notou-se proximidades entre a temática “problemas nos manuais pedagógicos e nas revistas pedagógicas”. Sinalizou-se a necessidade de aprofundamento dos problemas, temática comum às autoras desse texto apresentado.

No XVI Seminário Temático – Provas e Exames e a escrita da História da Educação Matemática, no semestre seguinte, a proposta lançada foi analisar o livro didático de Lacerda (1890). Este fora estudado por Costa (2010) em sua tese. Nela, o autor discute o conceito de número, de 1890-1946, em livros didáticos em São Paulo. Em nosso trabalho[27], elaboramos, também, uma primeira análise do livro didático de Tito de Oliveira (s.d[28].). Este estava na nossa lista elaborada[29] e já apresentada no XXI EBRAPEM, no semestre anterior. A obra despertara nossa atenção por conter, em seu prefácio, alusão ao método que envolvia o uso de álgebra em problemas (ROCHA, 2018).

Apesar de Lacerda (1890) utilizar o conceito de incógnita – representado pela letra *x* em resoluções de alguns problemas ali propostos –, não encontramos referências ou estudos que afirmassem que esta fosse uma representação da maneira de resolver algebricamente tais enunciados ali presentes. Preocupados com a idoneidade da pesquisa e com o viés de anacronismo (BURKE, 2016), tão temido por historiadores, optou-se por seguir sem esse livro didático.

---

[25] Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.
[26] Com Souza, foram executados somente este trabalho.
[27] Publicado no evento supracitado.
[28] Nesse trabalho, foi analisada a 8ª edição, que não tem data, mas há nela um prefácio da 4ª edição datada de 1919.
[29] Disponível no quadro 1 da seção de anexos.

Consideramos que, em Lacerda (1890), a proposta que estava presente era uso de proporções, regra de 3 direta ou inversa e por redução à unidade, falsa posição, juro e desconto, utilizando o *x* como quantidade desconhecida, mas sem menção direta à álgebra, apesar de parecer um indicativo de seu uso. Em contrapartida, Tito de Oliveira (s.d.) já continha mais informações, inclusive com a convenção de que se aplicaria a letra *x*, enquanto incógnita.

Faz parte de uma construção em perspectiva histórica o cuidado com o anacronismo (BURKE, 2016). Dessa maneira, para o melhor aprofundamento da finalidade da álgebra nessas resoluções de problemas aritméticos, seguimos nas análises dos livros didáticos e estudos, antes de maiores considerações.

Valente (2016) menciona o livro didático de Tito de Oliveira (s.d), juntamente com o de Reis (1919), como exemplos de emprego de "método algébrico" (p.10), bem como ressalta ser este um exemplo de modernidade na formação de professores primários aliada aos modelos estadunidenses.

Na "Aritmética intuitiva", caracterizava-se como "pedra de toque"[30] a influência da psicologia. Segundo Oliveira (2017), trata-se de uma nova maneira de ensinar. Com

> a influência da didática estadunidense. Apropriações da didática americana – como dizia à época – caracterizaram uma "desconexão" da Aritmética primária com a estrutura curricular da Aritmética de outros níveis da instrução. Seguindo os indicadores dessa didática estrangeira, que por sua vez estava assentada nas diretrizes da pedagogia moderna, os saberes da Aritmética primária ganharam um caráter educativo e utilitarista, rompendo com o enfoque propedêutico que mantinha ligação com níveis superiores (OLIVEIRA, 2017, p. 246).

Assim, apesar da exploração de outras obras no decorrer dessa pesquisa, opta-se por direcionamentos que surgiram não só como fruto de nossas análises, mas, também, das considerações das pesquisas de Valente (2016; 2017). Estas apontam os livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira[31] (s.d.) como exemplos de obras que sinalizam para a entrada da álgebra no ensino primário e seu uso nos problemas aritméticos. Aliada a esses direcionamentos, encontram-se as considerações de Oliveira (2017), ao salientar a influência da didática estadunidense na aritmética. Logo, surgiram mais inquietações que nos conduziram a procurar por propostas que intentaram dialogar com as considerações desses dois autores.

[30] Segundo o autor, esta seria parte de contatos com a didática estadunidense, baseada na psicologia.
[31] Para efeito de entendimento nesse trabalho, estamos chamando de Tito de Oliveira (s.d.), esse autor, pois também utilizamos texto de Oliveira (2017).

A necessidade de entender e estudar mais obras que pudessem estar diretamente relacionadas ao uso da álgebra, levou-nos a produzir outro resultado parcial, em coautoria com a orientadora desse trabalho. O artigo sobre a obra de Tito de Oliveira (s.d.) teve o seguinte título: "Resolução de problemas pelas equações algébricas: a proposta de Tito Cardoso de Oliveira para o ensino das operações" (BERTINI; ROCHA, 2018). Nele, as autoras perceberam e consideraram que, para o livro de Tito de Oliveira (s.d.), o uso da letra *x* seria interpretado como um valor a ser conhecido por meio de regras aprendidas anteriormente, e tal situação seria para o emprego de "pequenos problemas" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p.1). Sua proposta foi definir a álgebra como elemento determinante na escolha dos problemas a serem ensinados pelo professor que ensina matemática.

Em nosso trabalho, foram analisadas as resoluções que envolviam os problemas aritméticos no limite das quatro operações fundamentais. Até esse trecho, não se percebe a álgebra como elemento facilitador para resolver problemas difíceis (VALENTE, 2016; 2017). Detectou-se que, até ali,

> não sendo a álgebra um simples instrumento a ser utilizado para facilitar a solução de problemas, mas sim um componente que define a proposta de um "método" de ensino, importa que o professor saiba como fazer uso deste método, que saiba por exemplo que o *x* deve ser apresentado como sinal que representa um valor desconhecido; que os problemas podem, a partir das relações dos números de uma operação (dois conhecidos e um desconhecido), ser também resolvidos a partir da utilização de um "sinal"; que para que as crianças possam exercitar tal método há tipos de problemas específicos a serem apresentados no ensino de cada operação (BERTINI; ROCHA, 2018, p. 9).

A álgebra esteve presente na "resolução de pequenos problemas", na obra de Tito de Oliveira (s.d.), já nas quatro operações fundamentais, mas não em problemas "difíceis" (VALENTE, 2016, 2017), até aquele momento em nossas análises.

Nessa etapa do caminhar, a questão de pesquisa assumiu aspectos mais refinados, o que nos levou a fechar ainda mais nosso recorte. Chegamos à pergunta: "como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira para o uso da álgebra na resolução de problemas aritméticos?".

Questionou-se, nesse momento, como a álgebra estaria presente nessas resoluções. Teriam caráter de saberes próprios da profissão ou fariam parte de uma formação mais "ilustrada"[32], como sinônimo de enciclopédica?

[32] Tendo como foco uma formação de professores de caráter amplo (VALENTE, 2016, p.1), ainda que não sejam diretamente vinculados ao ensino, o professor deveria possuir saberes maiores que aqueles a serem ensinados, estes seriam chamados de cultura enciclopédica.

Os primeiros ensaios de análise foram feitos, então, sobre a obra de Reis (1919), também apontada como exemplo da entrada da álgebra para o ensino primário, segundo os artigos de Valente (2016; 2017). Surge a presença de ideias originadas no Relatório do Comitê dos Quinze (1895), estadunidense, elaborado por pedagogos que, por sua vez, recebiam as tendências da psicologia. Desse modo, entram em cena métodos que poderiam facilitar a aprendizagem da aritmética em classes mais adiantadas.

Estávamos já no terceiro semestre de estruturação desse texto quando mais análises deram origem ao trabalho apresentado no XVII Seminário Temático: Materiais Didáticos e História da Educação Matemática. Com o título: “O método estadunidense algébrico e os problemas aritméticos na proposta de Otelo de Souza Reis” (ROCHA, 2019), o texto apresentado considerou uma álgebra presente não para ser ensinada, mas a serviço dos problemas.

Esta define como os problemas difíceis serão resolvidos e assume aspectos próprios de saberes profissionais do exercício da docência, pois o professor que ensinasse matemática deveria conhecer o método proposto por este Relatório do Comitê dos Quinze (1895) e álgebra, para, assim, ter os saberes para ensinar a resolver os problemas “difíceis”. Em contrapartida, uma primeira análise do Relatório do Comitê dos Quinze (1895) se mostrou importante veículo de informações sobre um método proposto para o ensino. Logo, a questão foi assumindo aspectos mais concisos.

Diante de todas essas análises, os laços foram assumindo suas cores e matizes e definiram os passos até conseguirmos chegar à seguinte questão: afinal, como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira para o uso da álgebra na resolução de problemas aritméticos?

Para respondê-la, um primeiro enlace foi entender como esteve disposta a formação dos professores primários na década de 1910 e, outro, foi entender como estão apresentados os livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito de Oliveira (s.d.), nesse contexto. Para o arremate, foram discutidos os problemas aritméticos: o caso desses problemas e o uso da álgebra para suas soluções.

Para a construção dessa narrativa, na seção1, percorremos os estados em que foram publicadas essas obras, Rio de Janeiro e Belém do Pará, e investigamos como se caracterizava a formação desses professores. Pode-se notar que se trata de um período que provavelmente sinaliza para a formação restrita aos *saberes a ensinar*, isto é, limitavam-se ao ensino de conteúdos que seriam utilizados na prática, uma cultura enciclopédica e a presença da rubrica álgebra.

Na seção 2, elaborou-se uma narrativa que percorreu os livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e de Tito Cardoso de Oliveira (s.d.); discutiu-se o americanismo e o Relatório do Comitê dos Quinze (1895). Percebeu-se a existência de propostas de formas de ensinar, os *saberes para ensinar*, com discursos aos professores primários para ensinar aritmética. A álgebra estaria presente em seus rudimentos algébricos.

Na terceira seção, procurou-se entender como a álgebra foi utilizada para resolver os problemas aritméticos. Notou-se que esteve caracterizada como uma aritmética avançada, com rudimentos algébricos que estariam presentes numa transposição entre o conhecimento aritmético para o conhecimento algébrico. Caracterizou-se como álgebra voltada para a aritmética, uma ferramenta que seria utilizada para o ensino de problemas aritméticos, conforme um método a ser ensinado às crianças em classes mais avançadas do ensino primário.

Por último, finalizamos com a apresentação de nossas considerações, que arrematam o percurso traçado até aqui, bem como descreve nossos próximos passos em pesquisas futuras.

A partir desse momento, discute-se como foi construído cada um desses resultados, suas análises e considerações.

SEÇÃO I RIO DE JANEIRO E BELÉM DO PARÁ: A ÁLGEBRA DO ENSINO PRIMÁRIO E PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO CURSO PRIMÁRIO

Em São Paulo, no final do século XIX, pode-se notar a entrada da álgebra na formação dos professores primários. Tais apropriações de modelos pedagógicos que circulavam em vários países são aqui justificadas como frutos de ideias renovadoras (VALENTE, 2016; 2017). Ainda segundo Valente (2016; 2017) e Oliveira (2017), São Paulo também é o estado que importa o modelo estadunidense, tendo com Trajano seu maior exemplo. O livro didático "Álgebra Elementar", de sua autoria, logo é utilizado para a formação de professores primários (VALENTE, 2016; 2017).

Veremos, adiante, que na formação de professores em Belém do Pará esse livro didático também seria adotado, o que confirma a posição de São Paulo como parte de um eixo importante na circulação de ideias pedagógicas (VILLELA, 2016). Ainda que, a princípio, este seja um estado importante, não o temos como alvo maior da pesquisa; apenas ressaltamos sua relevância no trajeto de circulação que envolvia diretamente sua introdução na formação de professores primários, bem como seu papel na importação dos saberes a eles voltados (VALENTE, 2016; 2017). Coube-nos, aqui, perceber qual o papel da álgebra proposta em dois livros didáticos da década de 1910.

Outros estudos[33] têm se atentado para São Paulo no esforço de demonstrar como aconteceu a entrada da álgebra na formação de professores primários e suas justificativas para tanto. As considerações iniciais de Basei (2019) têm como fonte principal diretivas oficiais e revistas pedagógicas da Escola Normal paulista. Sua tese de doutoramento (em andamento) mostra uma aritmética e geometria com aspectos de ensino secundário. Detectou-se conteúdos algébricos nessas disciplinas, embora considerados, no período, insuficientes, segundo os autores, para o exercício profissional com as crianças do primário; assim, esses professores primários possuíam uma formação de caráter "propedêutico" (BASEI; VALENTE, 2019, p. 13).

Com relação a esse período, temos, de acordo com as considerações iniciais de Basei (2019), bem como de outros autores – Valente (2016; 2017), Oliveira (2017), por exemplo – que os professores formadores em matemática na Escola Normal paulista seriam Antonio Trajano, na cadeira de Aritmética, e Ottoni, na de Geometria. No tocante à álgebra, esta

[33] Para maiores informações, vide trabalhos vinculados à tese em construção de Ana Maria Basei, tese até essa presente data sem considerações finais, membro do GHEMAT/SP. A pesquisadora vem construindo a trajetória da rubrica álgebra na formação de professores primários em perspectiva histórica em revistas pedagógicas (BASEI; VALENTE, 2019, p. 383).

estaria presente nessas duas disciplinas como parte de “aulas teóricas, abstratas, sem compromisso com a formação do professor” (BASEI; VALENTE, 2019, p. 13).

O tempo de formação de professores primários, geralmente, variava entre as províncias. Via de regra, a formação propedêutica durava de três a quatro anos, como apontam alguns resultados parciais de Basei (2019).

Para resolver parte dessas dificuldades, São Paulo já possuía, tanto em sua formação na Escola Normal quanto em escolas-modelo anexas, as ideias de Pestalozzi e o seu método intuitivo, assim como teriam sido “contratadas professoras-diretoras de formação norte-americana”, sendo expandida a sua difusão a todo o ensino público até 1920 (TANURI, 2000, p. 69).

Veremos, no entanto, um pouco mais da formação de professores primários nos estados em que circularam as obras aqui analisadas. O intuito foi de melhor entender qual seria a proposta de seu uso no curso formador: um modelo que produziu obras e discursos que circularam no país.

1.1 Rio de Janeiro: a capital brasileira a divulgar ideias modernistas

No recorte temporal abarcado por essa pesquisa, o Rio de Janeiro era a capital brasileira; ali estava a Escola Normal da Corte, localizada no “externato do Imperial Colégio Pedro II, com orientação positivista” (ACCÁCIO, 2008, p. 220). O ingresso nessa escola se dava aos 13 anos, para as meninas, e aos 15 anos, para os meninos, com aulas ministradas por professores catedráticos[34].

Ali também esteve instalada a primeira Escola Normal, criada em 1835, “para nela se habilitarem as pessoas que se destinarem à Instrução Primaria” (BRASIL, 1835), devendo, para isso, segundo Villela (2016), ser formado nas quatro operações, proporções, quebrados, decimais e noções de geometria prática e teórica num período de quatro anos para o currículo de matemática. E é essa a situação que Tanuri (2000) define como “primeiros ensaios” brasileiros nos conteúdos da formação do professor primário na capital do país.

Eis, a princípio, o que se oferecia na formação desses professores primários no tocante aos *saberes a ensinar* em matemática. Não há referências de como ensinar, assim, não se observa aspectos ligados aos *saberes para ensinar* matemática. Nesse primeiro momento[35],

---

[34] O mesmo que professor especialista.
[35] Segundo Tanuri (2000), essa primeira Escola Normal carioca funcionou até 1849 e foi reinaugurada em 1859 (p. 64).

sua característica de “ensino apoucado, estreitamente limitado em conteúdo ao plano de estudos das escolas primárias” (TANURI, 2000, p. 64), era o modelo vigente para a formação de professores primários, e isso também foi importado para outras províncias. Porém estas escolas normais tiveram pouco tempo de existência.

Em 1859, essa Escola Normal é extinta por formar poucos professores, pois teria pouca procura, pouco reconhecimento e salários reduzidos (TANURI, 2000, p. 65). Entende-se aqui, que até esse primeiro momento, a formação de professores primários limitava-se a aprender o que se ensinaria, ou seja, “pouco diferindo das escolas primárias (a não ser [no] domínio do método [lancasteriano])” (VILLELA, 2016, p. 110).

É em 1847, segundo essa mesma autora, que surge, aparentemente pela primeira vez, a álgebra, nosso tema de interesse, enquanto disciplina na formação de professores primários, num curso de dois anos para o nível preliminar, continuando no curso médio, que vem em posterior, com duração de três anos (p. 111). Ali já se encontra um curso vinculado a “uma graduação das disciplinas, em função do nível a que os futuros professores se destinavam” (ibid, 2016, p. 111), portanto, de caráter seriado.

Surge, nesse período, a “didática” enquanto termo e “disciplinas novas como ‘álgebra, música e canto e desenho linear’” (VILLELA, 2016, p. 111). Esse curso, segundo Villela (2016), fracassa, e tem, assim, uma duração de somente quatro anos. A partir dali os professores primários seriam formados “na própria prática como professores adjuntos a um professor mais experiente até que estivessem aptos a reger a sua própria escola” (p. 111).

Caberia à República, nesse primeiro momento,

> A tarefa de desenvolver qualitativa e, sobretudo, quantitativamente as escolas normais e de efetivar a sua implantação como instituição responsável pela qualificação do magistério público (TANURI, 2000, p.64).

Na década de 1890, o número de mulheres nas Escolas Normais “já havia, em muito, superado o de homens” (VILLELA, 2016, p. 112). No entanto, a introdução do ensino misto, “causaria escândalo na sociedade” (ibid, 216, p. 112). Em 1893, “a escola entrará no período republicano, com novas alterações na grade curricular” (p. 112) e, nela, o ensino de álgebra permaneceu enquanto disciplina entre outras.

Dentro dessa situação, era preciso expandir as escolas elementares e a formação desses professores, pois “a falta de instrução poderia desdobrar-se em equívocos nas urnas” (VILLELA, 2016, p. 116). Intelectuais e políticos afirmavam que os professores (educadores) deveriam adotar uma perspectiva pedagógica que estivesse de acordo com a necessidade de modernização e:

> Dentro dessa perspectiva de difusão da instrução, as inovações pedagógicas, sobretudo as estrangeiras, passaram a ser muito valorizadas. E elas não pararam de chegar, junto com a febre das importações. Agora não só da Europa, mas, principalmente, dos EUA, o novo modelo que despontava na época (VILLELA, 2016, p. 116-117).

Esse modelo, segundo a mesma autora, centrou-se “no eixo Rio-São Paulo”, e novidades metodológicas como o método intuitivo, ou as “lições de coisas”, começaram a ser utilizadas em escolas (VILLELA, 2016, p. 117). Nessa perspectiva, os professores da capital do país passaram a receber cursos de professoras com formação americana como forma de propagar ideias que trouxessem a modernidade. Tais ideias parecem ter circulado pelo país, por se tratar de inovações pedagógicas esperadas por muitas pessoas. Algumas delas, vinculadas à elite, que clamava por uma melhor formação.

A capital carioca recebia exposições que serviam como vitrine, pois cada país aproveitava para expor o que considerava de melhor em ideias pedagógicas ou materiais de ensino (OLIVEIRA, 2017, p. 186).

Essas exposições trouxeram assim, juntamente com essas novas formações de professoras americanas, ideias diferenciadas daquelas que estavam na formação de professores primários da capital carioca, pois estas com uma formação de caráter propedêutico, assemelhavam-se ao ensino secundário, de caráter preparatório aos níveis superiores, cabendo aos estados a sua legislação do que ensinar nessa formação, com frequentes publicações sobre como proceder. Assim como a demanda de professores formadores visitando e fazendo cursos em São Paulo, para retornar com as novas diretrizes pedagógicas (TANURI, 2000, p. 67-68).

Assim, conforme indicação dos autores supracitados, temos indícios de documentações estadunidenses que denotam a presença de possíveis professores formadores em solo paulista, algo que é corroborado pela efervescência de ideias renovadoras para a formação de professores primários na capital brasileira.

1.2 Belém do Pará: símbolo de modernidade

Belém do Pará vivencia um período diferenciado na década de 1910 e, com uma economia forte vinda da extração da borracha, todo o estado, igualmente, começa a receber inovações vindas do porto, onde escoavam essas riquezas. Porém a capital parece ter sido mais privilegiada.

A esse período, segundo Nunes (2017), Belém do Pará recebeu visitantes franceses e norte-americanos, pois estes pretendiam elaborar um livro[36] com diversas províncias brasileiras retratadas em suas realidades. Estes visitantes, autores e pesquisadores, estavam planejando descrever os costumes e aspectos dessas cidades em evidência no exterior. Em sua tese, Nunes (2017) descreve muitas ruas de Belém do Pará, projetadas por estes visitantes e cujas imagens encontram-se publicadas em jornais internacionais e nesse livro.

Uma notícia que circulou nesse livro, e que a autora ressalta em sua tese, é a grande novidade dos *bonds*, e assinala que esse nome viera da província do Rio de Janeiro (MARC, 1890, p. 142 apud NUNES, 2017, p. 133), uma menção a intercâmbios de conhecimentos e recursos entre essas províncias.

Pela sua pesquisa, pareceu-nos que aconteciam circulações entre a capital federal brasileira e o Pará, não só com os *bonds*, mas, inclusive, com a saída do Intendente Antônio Lemos. Este fora governante do Pará por mais de uma década e o responsável por grandes benfeitorias em Belém do Pará, como a construção do Boulevard da República. Na atualidade, ainda é uma construção mantida.

Embora fosse alvo de intrigas políticas durante esse período e de ter que fugir para o Rio de Janeiro, o Intendente Antônio Lemos comandou um período de grandes avanços para a cidade com o dinheiro que circulou na exploração da borracha (NUNES, 2017). A elite utilizava desses recursos abundantemente, e isso

> Graças ao bom desempenho da economia da borracha e ao gosto de uma elite endinheirada que queria se ver inserida num espaço civilizado. Por outro lado, o projeto de uma cidade moderna atendia aos interesses da capital, que exigia um espaço adequado [...] (NUNES, 2017, p. 37).

A sociedade da capital paraense, a esse tempo, recebeu fluxos de modernidade em vários setores para acompanhar essa necessidade de uma cidade mais semelhante à capital do país. Ao final do Império, foi considerada como o terceiro centro comercial mais importante do país (NUNES, 2017, p. 53).

Nesse sentido, parece-nos pertinente que também acompanhassem e dialogassem com as modernidades aliadas à educação, seja na formação de professores, nesse caso, os professores que ensinam matemática ou daqueles que já na docência, precisariam se adequar a

[36] Segundo essa mesma autora, o livro recebe o nome de "*Le Bresil – Excursion a travers sés 20 provinces*". Ali, há o relato de que esses autores passaram por Belém do Pará em 1887 (p. 133).

essas novidades. No entanto, veremos adiante como esta apareceu para a formação desse professor que ensina matemática, no tocante à álgebra, e como se daria seu uso para resolver os problemas aritméticos, assim como qual obra foi adotada nessa formação no Rio de Janeiro e em Belém do Pará.

1.3 Formação de professores, ensino primário e os Programas de Ensino: Rio de Janeiro e Belém do Pará

Na década de 1910, na província do Rio de Janeiro, a álgebra esteve presente enquanto rubrica nos Programas de Ensino da Escola Normal de 1910 a 1915. Contava com aulas semanais, sempre no segundo ano de um curso de quatro anos. É somente em 1915 que se encontra alguma relação da rubrica álgebra com os problemas; até então, estes não apareciam como um saber a ser ensinado na formação dos professores primários. Nesse Programa de Ensino da Escola Normal de 1915, há, enquanto preâmbulo, a seguinte recomendação: “O curso terá caráter prático abrangendo o estudo das quatro operações, equações e problemas de 1º gráo a uma ou duas incógnitas[37]” (BRASIL, 1914).

Em seguida, este decreto traz em seu programa, detalhadamente, as 60 lições que fariam parte das duas aulas semanais a serem percorridas durante o segundo ano do curso formador de um total de quatro anos. Como sugestão de obra a ser utilizada nesse programa, está o compêndio de J.J. Queiroz[38].

Para esse autor, a “álgebra, é, pois, a parte da Mathematica abstracta que se occupa do cálculo das funções directas[39]” (QUEIROZ, 1899, p. 75). Sem nos aprofundar nessa maneira de entendimento do autor, parece-nos relevante ressaltar que a álgebra era apresentada como funções com suas relações de interdependência entre grandezas, “transferindo” essa ideia para o conceito de equações e suas incógnitas. Afinal, em alguns “problemas, estabelecemos as equações entre as funcções que representam as próprias grandezas consideradas, chamadas por isso de funções direcctas” (QUEIROZ, 1899, p. 80).

[37] Arquivo gentilmente, cedido por Conceição (2019).
[38] Para esse trabalho, tivemos acesso à parte do arquivo deste compêndio cedido por Ana Maria Basei.
[39] Segundo J.J.Queiroz, sua definição de funções passa por estabelecer relações de dependência entre grandezas (p. 75), e, ao se deparar com os problemas, essas relações podem ser igualadas passando a ser equações com incógnitas *x* a terem seus valores a conhecer (ibid, 1899, p.80).

No Programa de Ensino da Escola Normal do Distrito Federal, de 1915[40], encontramos a recomendação de resolução dos problemas indicados no compêndio, nas

> 14ª a 18ª Lições – Estudo dos seis typos de problemas indicados ao compendio, para ser dada a noção de *equação*. Resolução prévia de alguns deles pelo simples raciocínio para mostrar a utilidade da linguagem algébrica, e como esta facilita de algum modo (sorte) a resolução arithmetica dos problemas, orientando a marcha do raciocínio (QUEIROZ, 1899, p.48, grifos do autor).

Porém, nessa diretiva oficial, somente encontram-se as recomendações do ensino na Escola Normal; nada encontramos sobre a "marcha do raciocínio" que é mencionado e recomendado.

Os seis problemas aritméticos nesse compêndio envolvem enunciados com interpretações das relações de proporções como dobro, triplo ou divisões. Ali, a equação é interpretada como "expressão de igualdade entre duas funções abstractas das grandezas consideradas" (QUEIROZ, 1899, p. 76).

No Programa para os Cursos Primários e Escolas-modelo de 1907[41], na província do Rio de Janeiro, não estaria recomendado o ensino de álgebra em seus dois anos de duração; ali, estaria presente somente o ensino de aritmética (p. 1437-1438).

Já para Antônio Bandeira Trajano, cuja obra "Algebra Elementar" fora adotada no estado do Pará, segundo o Programa de Ensino da Escola Normal de 1905, a álgebra "é a parte das mathematicas que resolve os problemas, e demonstra os teoremas quando as quantidades são representadas por letras" (TRAJANO, 1905, p. 1).

Nesse Programa de Ensino, como primeira lição de álgebra, temos: "Noções preliminares: Differença entre o cálculo algébrico e o cálculo arithmetico" (p. 11). Tal programa era composto por 8 lições. Na última a aula, haveria a "discussão sobre as formulas geraes, para as resoluções das equações de 1º grao", sendo que a 6ª aula teria abordado os problemas com essas equações de 1º grau. O lente catedrático responsável por essas aulas seria o professor Alfredo L. de Vasconcellos Chaves.

Para Trajano (1905), um problema seria "uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se obtém por meio de quantidades conhecidas" (p. 1). Tal proposta parece estar em consonância com os resultados de Bertini (2018) ao analisar livros didáticos do final do século XIX no Repositório de Conteúdo Digital. Uma de suas

[40] Este arquivo foi disponibilizado pelo pesquisador Gabriel Luís da Conceição, membro do GHEMAT/Brasil, cuja tese foi recentemente defendida. Este arquivo está sendo digitalizado para, em breve, ser disponibilizado no Repositório de Conteúdo Digital, por este autor do Rio de Janeiro.
[41] Até o presente momento, não foram encontrados programas de ensino entre 1907 e 1915, por isto utiliza-se este programa citado.

considerações aponta para problemas “relacionados aos cálculos com as operações fundamentais envolvendo a busca de uma solução a partir de dados fornecidos” (p.77).

Retorna-se, mais uma vez, para a proposta dessa pesquisa: como se caracteriza a álgebra nas resoluções de problemas aritméticos nos livros didáticos na década de 1910?

Para os próximos momentos dessa investigação, busca-se perceber e analisar, em alguns livros didáticos, essas “receitas para ensinar” (RIBEIRO, 2017), isto é, os *saberes para ensinar* utilizando-se da álgebra para resolução de problemas aritméticos, na década de 1910, no ensino primário.

Como já anunciado nesse trabalho – e conforme apontamentos e direcionamentos de Valente (2016; 2017) –, o caminho percorrido envolveu a análise dos livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira (s.d.). Segundo Valente (2016; 2017), estas obras assumiram a álgebra como um novo saber logo após a importação de ideias ditas renovadoras para o ensino no curso primário.

Nesse espaço dos livros didáticos, estariam sugestões aos professores que ensinam matemática, o que mostra uma organização própria na qual importa oferecer uma espécie de roteiro com sequências que estão atreladas a uma forma específica de entender o aprendizado daquele público-alvo. Assim, “importa que o professor conheça por que as propostas estão organizadas de determinada forma, importa oferecer aos professores orientações” (BERTINI, 2018, p. 8) de como proceder em suas aulas.

Dessa maneira, colocamos as seguintes questões como norteadoras de nossos passos: Como se deu o uso da álgebra para resolver os problemas aritméticos levando-se em conta os livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira (s.d.)? Há problemas aritméticos que serão privilegiados nessas propostas? Afinal, o que importa ao professor que ensina matemática conhecer para ensinar a resolver os problemas aritméticos utilizando-se de álgebra?

Estes são os questionamentos que nos direcionam nos próximos momentos dessa pesquisa. Para tanto, será importante conhecermos um pouco mais de cada obra aqui analisada, seus prefácios e as propostas apresentadas para o ensino primário.

SEÇÃO II A ÁLGEBRA NOS LIVROS DIDÁTICOS PARA O CURSO PRIMÁRIO

Se a álgebra é um saber inserido no curso primário, a necessidade de como ensinar utilizando-a deveria estar nos livros didáticos. Como vimos anteriormente, estes seriam um veículo importante, à época, para a transmissão, divulgação de informações e, até mesmo, como roteiro de aulas para os professores que ensinam matemática.

Os prefácios seriam um caminho importante nesse sentido, e deveriam conter direcionamentos e discursos voltados para o como ensinar álgebra no curso primário. Estes constituiriam, assim, ferramentas importantes com aspectos de orientações de como ensinar aos alunos; logo, deveriam conter informações que importariam aos professores conhecer e se apropriar em seu ensino.

Seria, então, uma possível forma de apresentar aspectos profissionais para a formação desses professores, segundo Ribeiro (2017). Nestes,

> Os autores descortinam sua metodologia de ensino e indicam as melhores maneiras de utilizar o compêndio; são notas, instruções, direções e advertências inseridas ao longo do texto didático contendo informações complementares sobre determinado conteúdo, sugestões de como desenvolver determinada atividade e como abordar tal assunto (RIBEIRO, 2017, p. 384).

Partimos do pressuposto de que estas orientações poderiam ter sido adotadas no ensino primário, pois possuem uma organização, uma apresentação que não seria uma simples coletânea de *saberes para ensinar* compostos de

> textos, exercícios, atividades para serem reproduzidas pelos professores em sala de aula. Mas, [ali] importa que o professor conheça por que estão organizadas de determinada forma (BERTINI, 2018, p. 8).

O caminho que adotamos foi de conhecer as orientações das obras aqui analisadas e, a posteriori, como se organizam.

Pretende-se entender como as obras de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira (s.d.) apresentam a álgebra e seu uso para resolver os problemas aritméticos. A escolha dessas obras, como já relatado nessa pesquisa, ocorre por serem alvo de resultados de pesquisas de Valente (2016; 2017), como também pelas próprias análises, consideradas até esse momento. Os prefácios dessas obras são, portanto, elementos considerados relevantes.

Importa aqui ressaltar que não foram encontrados, durante o período dessa pesquisa, outros livros didáticos que possam trazer elucidações sobre as características da álgebra em relação à resolução dos problemas aritméticos no ensino primário.

Assim, a partir desse momento, a proposta é conhecer esses livros didáticos, que já apontamos como obras que contemplam saberes que envolveram o uso de álgebra para o ensino primário, não nos comprometendo a afirmar seu uso pelos alunos, por se tratar de uma pesquisa em perspectiva histórica.

Percorrendo suas páginas, procuramos perceber como esses autores poderiam ter se apropriado de ideias renovadoras de origem estadunidense no que tange à álgebra e sua instrução para o ensino primário.

2.1 Americanismo e o Relatório do Comitê dos Quinze: uma aritmética para as classes mais adiantadas

Na década de 1910, encontramos esforços da sociedade, ancorados na necessidade que sentiam de uma escola e uma formação de professores com maiores requisitos, inclusive no campo pedagógico, na intenção de melhor formação, como vimos anteriormente. A vaga intuitiva – período histórico da educação enfocado nessa análise – requeria, enquanto método, que o professor estivesse mais próximo ao cotidiano do aluno. Essa necessidade estava igualmente na escolha de livros didáticos, um importante material, a esse tempo, para a profissão do professor primário (BERTINI, 2018, p. 5).

Em especial aqui, fala-se do livro didático de aritmética. Este material, segundo essa vaga pedagógica, deveria ser organizado de forma

> simplificada às noções indispensáveis para uso na vida comum. Estava-se requerendo livros escolares que fizessem as crianças adquirirem os saberes pela prática de exercício e não pela decoração de teoria; livros que atendessem à compreensão e não à memorização (OLIVEIRA, 2017, p. 28).

Tal situação, segundo Oliveira (2017), também recebe influências estadunidenses, sendo Antônio Bandeira Trajano um professor que teve papel importante na difusão do método intuitivo aqui no Brasil[42].

Oliveira (2013) relata que Trajano, de origem portuguesa, ao ancorar em solo brasileiro, recebera formação carioca em igrejas presbiterianas. Ali, se tornara seminarista e

[42] Para maiores detalhamentos e informações, vide a dissertação de Oliveira (2013): “Antônio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de Aritmética (1879-1954)”.

recebera aulas de aritmética da professora e missionária norte-americana Mary Park Dascomb. Em 1877, torna-se professor de aritmética na escola presbiteriana paulista, fundada em 1870 (p. 131).

De sua autoria, a obra "Algebra Elementar" passaria a ser, após sua publicação, a referência de álgebra "para a formação de futuros professores na Escola Americana [...] escrito em português" (VALENTE, 2017, p. 9). E este autor continua relatando que o currículo dessa formação era composto por obras em outros idiomas, a exceção seria essa obra de álgebra de Trajano. Este torna-se, já no final do século XIX, um importante produtor de livros didáticos (OLIVEIRA, 2013). Suas obras identificavam-se "com o método intuitivo, como sendo o próprio manejo com o cálculo" (p. 132).

A essa época, circulava no Brasil ideias estadunidenses para o emprego da aritmética no ensino primário, pois existia a concepção de que o Brasil seria "atrasado, faltoso, errado no seu itinerário – e (que) poderia passar para o moderno, civilizado, pela intervenção na educação e da maquinaria" (WARDE, 2000, p. 10). Afinal, a esse período, "os Estados Unidos representam um espelho no qual o Brasil deveria se mirar" (WARDE, 2000, p. 1).

Essa autora ainda conclui que o americanismo no processo educacional brasileiro é, na verdade, "o seu apanágio. Processo de amoldamento das formas de pensar, sentir e viver; tornando-se parâmetro de progresso [...]" (WARDE, 2011, p. 14).

Como sinal de estar no ritmo do progresso, parece existir, nos brasileiros, o interesse em procurar conhecer as inovações pedagógicas estadunidenses para estar dentro desse "parâmetro de progresso".

Souza (2016) nos acrescenta, ainda, que, nos Estados Unidos, no século XIX, a discussão sobre o que ensinar na escola primária era um fato comum para os interessados no assunto. Assim, reforça mais à frente que:

> Em relação ao ensino primário também estiveram em disputa diferentes projetos de sociedade, mas o debate incidiu, sobretudo, nos princípios de ordenação curricular, envolvendo as abordagens científicas da educação emergentes e novas concepções sobre a criança, o ensino e o currículo. A questão da correlação dos estudos foi um dos aspectos sobre o qual os educadores polemizaram. Ela foi defendida pelos herbartianos, que nas décadas de 1880 e 1890 se consagraram como a vanguarda do pensamento científico em educação e também por Francis Parker, cujos trabalhos na direção da Quincy School foram marcados pela busca da inovação educacional (SOUZA, 2016, p. 37).

Os herbartianos parecem estar interessados em outras introduções sobre processos de aprendizagem, assim entra em cena a psicologia. Ali, na educação primária,

> O método intuitivo, tão proeminente até a década de 1870, foi caindo em desuso no discurso educacional norte-americano, substituído por concepções consideradas

> mais científicas, especialmente pela difusão das ideias de Herbart e a constituição da Psicologia como campo de conhecimento. As Lições de coisas foram consideradas uma posição ultrapassada vinculada a concepções educacionais românticas postuladas por pensadores como Pestalozzi, Rousseau, entre outros (SOUZA, 2016, p. 38).

O professor não deveria fazer uso somente das coisas como objeto de ensino, mas deveria conhecer seu aluno, sua realidade, seu contexto e utilizar dessas situações para perceber o *como ensinar.* Assim,

> A inovação educacional desse período redescobriu a criança. A premissa *A criança é o centro de toda a educação* foi afirmada por Francis Parker e a ele fizeram coro eminentes intelectuais e educadores como os herbartianos Charles De Garmo e os irmãos Charles e Frank McMurry, além de outros intelectuais, como G. Stanley Hall e John Dewey. Embora a consideração da criança fosse comum a todos eles, no decorrer da década de 1890 foram se delineando as diferenças de posições e as disputas pela hegemonia no campo educacional (SOUZA, 2016, p. 38, grifos da autora).

Monroe (1989) indica que, entre "muitas outras contribuições, a mais importante foi o *Relatório do Comitê dos Quinze sobre as escolas elementares,* apresentado à Associação Nacional de Educação" (p. 313, grifos do autor), e ressalta que esta contribuição vem do contato com ideias herbartianas.

Aqui, cabe ressaltar, mais uma vez, que essa influência é, na verdade, uma tendência psicológica cujo

> pensamento básico era que a educação não é um processo artificial pelo qual se adquire o conhecimento das formadas línguas e da literatura ou da ciência formal de qualquer espécie, mas um desenvolvimento das capacidades implantadas na natureza humana. A tendência psicológica foi um esforço para dar a esta ideia forma cientifica e formulação concreta nos processos escolares.
> É verdade que a tendência psicológica buscou uma reconciliação do conflito entre a antiga "educação do esforço" e a nova "educação do interesse" [...] As fileiras cerradas dos novos educadores, sem a visão do problema dos novos líderes do movimento, acentuaram quase que exclusivamente a importância do novo método e, consequentemente, do interesse. Daí ter sido este aspecto de conflito mais do que o de reconciliação que predominou (MONROE, 1989, p. 274).

John Frederick Herbart (1776-1841) trouxe e criou doutrinas que

> são baseadas na função assimiladora do espírito, - a apercepção. Em resumo, a apercepção é assimilação de ideias implicadas nas relações de uma nova experiencia por meio de ideias já adquiridas. Como importância imediata desta doutrina para o professor, é indiferente se se concorda ou não com Herbert em rejeitar todos os poderes constitutivos do espírito. Porque tais poderes originais, se existentes, estão fora do controle, e o melhor que o professor pode fazer em quaisquer circunstâncias é dirigir o desenvolvimento do espírito por meio do processo de assimilação (MONROE, 1989, p. 291).

Este autor ainda ressalta que a vontade do aluno depende das representações que ele possui da realidade em que está inserido, ou seja, "a vontade deve ser considerada como o produto da experiência" (MONROE, 1989, p. 292). Esta experiência é considerada pelo autor como responsável, ainda hoje, pela consciência de que "o professor progressivo, em toda parte, participa em alguma extensão dos propósitos e dos esforços educativos da época" (MONROE, 1989, p. 312).

Vale igualmente ressaltar que estas publicações herbartianas datam de 1800 a 1900, e que o Relatório do Comitê dos Quinze é considerada, pelo autor acima, como a mais importante contribuição do método herbartiano. Aqui, entende-se esse método[43] como baseado no interesse, cabendo ao professor

> revelar com a instrução todas as bases da individualidade do aluno pelo desenvolvimento destes muitos interesses e atividades. Quanto mais a perfeição se alcançar. [...]
> A fim de conseguir isto, o mestre deve ter o cuidado com duas coisas: primeiro, seleção dos materiais de instrução que fornecerão as representações corretas da experiencia e da vida social; segundo, um método de instrução que condiga com o desenvolvimento psicológico da criança, e produza a grande variedade de interesses, como resultado inevitável (MONROE, 1989, p. 295).

Afinal, "importava, pois, precisar qual era a natureza, o tempo necessário e a ordem a ser estabelecida na organização dos conteúdos de ensino" (SOUZA, 2016, p. 38). Começam, a esse período, as interrogações sobre como ensinar determinados conteúdos, idade adequada entre outros. Entram em evidência os *saberes para ensinar*. Ali, a "Aritmética era abordada indutivamente, através de objetos mais do que por meio de regras" (CREMIN, 1961, p. 129 apud SOUZA, 2016, p. 41).

Mas o que prescreve o Relatório do Comitê dos Quinze[44] (1895) em relação ao uso da álgebra para o curso primário e para os problemas aritméticos?

O Relatório do Comitê dos Quinze (1895) é composto por três comissões: a de formação de professores, a de organização dos estudos para o ensino elementares e a de organização dos sistemas escolares. Para a formação de professores, estavam integrados Horace S. Tarbell (presidente), Edward Brooks, Thomas M. Balliet, Newton C. Dougherty e Oscar H. Cooper. Estes se reuniam para formular questões que seriam respondidas por outros

---

[43] "O objetivo último da instrução acha-se contido na noção de virtude. Mas, a fim de realizar este alvo final, um outro mais próximo deve ser anteposto. Podemos chamá-lo de interesse variado ou múltiplo. A palavra *interesse* representa em geral a espécie de atividade mental que a instrução pode incitar. A mera informação não basta; porque a consideramos como um fornecimento ou armazenagem de fatos, que uma pessoa poderia possuir ou não e, contudo, permanecer o mesmo ser. Porém, aquele que se apega a esta informação e esforça-se por desenvolvê-la, toma maior interesse nela; desde que esta atividade mental é variada, temos necessidade de acrescentar-lhe posteriormente a qualificação que lhe dão os termos *múltiplo* ou *variado"* (MONROE, 1989, p. 294, grifos do autor).

[44] Segundo o próprio Relatório do Comitê dos Quinze (1895) – formado por uma iniciativa da sociedade civil –, este seria um novo esforço de quinze profissionais da educação que, reunidos, estariam discutindo situações voltadas ao curso primário. em continuação, ao Relatório do Comitê dos Dez (1895), este voltado para o ensino secundário.

profissionais como: Qual a idade mínima para ingressar num curso de formação? Quais conteúdos privilegiar? Quais os requisitos? Devem os candidatos ser submetidos a exames para admissão[45]? (REPORT..., 1895, p. 9-11).

A intenção do relatório foi percorrer as opiniões e sugestões de assuntos pertinentes à educação. Essa parece ter sido uma prática estadunidense, pois, anteriormente, já existia o Relatório do Comitê dos Dez, sendo acrescentados a esses, outros cinco professores, formando os quinze referidos no título. Alguns desses resultados foram publicados em periódicos locais estadunidenses, sendo o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), iniciado em fevereiro de 1893, uma compilação desses dados e publicações (REPORT..., 1895, p. 7-18).

Aqui, foram destacados alguns aspectos das mais de duzentas páginas do relatório. Estas discutem todo o ensino primário, desde a formação desses professores até os estudos que estariam compondo todo o currículo, conforme tendências pedagógicas herbartianas. Em seu interior, discussões de várias matérias, aspectos de como ensinar e em que tempo seria apropriada a execução de certos conteúdos, a necessidade de e como se efetuar os estágios, entre outros temas pertinentes ao ensino e formação desses professores primários.

O documento assinala "o ensino da gramática [como] importante, assim como o ensino de aritmética e os seus resultados deveriam estar representados de maneira numérica[46]" (REPORT..., 1895, p. 52, tradução nossa). Para tanto, o professor primário deveria ajudar os alunos nos obstáculos ou nos passos a serem resolvidos no contar como a operação principal. Para o trabalho com a adição, por exemplo, o professor primário deveria reconhecer que eles não serão somente somados; os objetos diferentes, na medida em que são identificados, devem ser separados para essa soma, assim, cabe ao professor preparar seus alunos nesses passos tão importantes para atingir o resultado esperado (REPORT..., 1895, p.52-54, tradução nossa).

Há uma aritmética nos últimos anos do ensino primário, uma "aritmética superior" (REPORT..., 1895, p. 55),

> cujos problemas em seus livros de escola primária e cujas soluções numéricas (segundo General Francis A. Walker, em sua crítica feita), mais parecem 'conun-drums[47]', cuja dificuldade não se encontra estritamente no processo da solução [...], mas sim na transformação de seus dados, dada à função que pode ser facilmente calculada numericamente. Esta transformação é uma função que pertence estritamente à álgebra. Professores que amam a aritmética, e que tenham facilidade

[45] Tradução livre da autora do texto.
[46] "Side by side with language study is the study of mathematics in the schools, claiming the second place in importance of all studies" (REPORT..., 1895, p. 52).
[47] Em português, algo próximo a enigmas, charadas, de difícil solução.

> em elaborar os chamados enigmas [conun-drums] numéricos defendem com muita seriedade tal prática atual que usa pouco tempo, veem neles um treinamento valioso de engenhosidade e análise lógica [...], a álgebra permite executar com maior facilidade tais transformações[48] (REPORT..., 1895, p. 54-55, tradução nossa).

Parece-nos assim que, como Valente (2016; 2017) sinaliza, trata-se de ensinar uma aritmética mais avançada para alunos que estariam cursando séries mais adiantadas. Tal proposição está em conformidade com o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), cabendo ao professor que ensina matemática elaborar problemas que utilizariam da álgebra em suas resoluções, por ser um caminho facilitado.

O Relatório do Comitê dos Quinze (1895), elaborado por professores, é unânime ao decidir que o ensino de álgebra não deverá ser adotado para o curso primário, mas sim os conceitos algébricos, que seriam inseridos na aritmética (REPORT..., 1895, p. 15-20).

Como também na proposta para estas classes há uma aritmética a ser utilizada, nos voltamos agora para a questão: como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, para o uso da álgebra na resolução dos problemas aritméticos?

Pelo Relatório do Comitê dos Quinze (1895), esta função de transformar os dados de um problema aritmético em operações fundamentais, seria, portanto, um saber próprio da álgebra. Para esses professores, os problemas aritméticos no ensino primário teriam duas características: a) “aplicação direta”, isto é, seriam de fácil solução, uma vez que seriam facilmente encontrados nos enunciados e resolvidos nas operações fundamentais e b) aqueles que precisariam de informações a serem obtidas com os dados desses problemas de forma indireta, que dependem de transformações desses dados fornecidos por estes enunciados[49].

[48] “such problems in the text-book used in the elementary schools as have, no inappropriately, been called (by General Francis A. Walker in his criticism on common-school arithmetic) numerical "conun-drums." Their difficulty is not found in the strictly arithmetical part of the process of the solution (the third phase above described), but rather in the transformation of the quantitative function given into the function that can readily be calculated numerically. The transformation of functions belongs strictly to algebra. Teachers who love arithmetic, loand who have themselves success in working out the so-called numerical conundrums, defend with much earnestness the current practice which uses so much time for arithmetic. They see in it a valuable training for ingenuity and logical analysis, and believe that the industry which discovers arithmetical ways of transforming the functions given in such problems into plain numerical operations of adding, subtracting, multiplying, or dividing is well bestowed. On the other hand the critics of this practice contend that there should be no merely formal drill in school for its own sake, and that there should be, always, a substantial content to be gained. They contend that the work of the pupil in transforming quantitative functions by arithmetical methods is wasted, because the pupil needs a more adequate expression than number for this purpose; that this has been discovered in algebra” (REPORT..., 1895, p. 55)

[49] “The mass of material which fills the arithmetic used in the elementar' school consists of two kinds of examples, first, those wherein there is a direct application of simple numbers, fractions, and powers, and secondly the class of examples involving operations in reaching numerical solutions through indirect data and consequently involving more or less transformation of functions” (REPORT..., 1895, p. 52).

Pelo relatório, seriam os problemas com aspectos de charadas ou enigmas os considerados difíceis. Em classes mais adiantadas do ensino primário, este seria o momento ideal de estabelecer esta nova marcha do raciocínio.

Assim posto, nessa proposta de intenção enquanto método[50], retornamos à nossa questão: Como se deu o uso da álgebra para resolver problemas presente em dois livros didáticos na década de 1910 para o curso primário?

2.2 Otelo de Souza Reis e sua "introdução ao estudo desta sciencia, destinada aos alumnos de Arithmetica, para a solução de problemas"

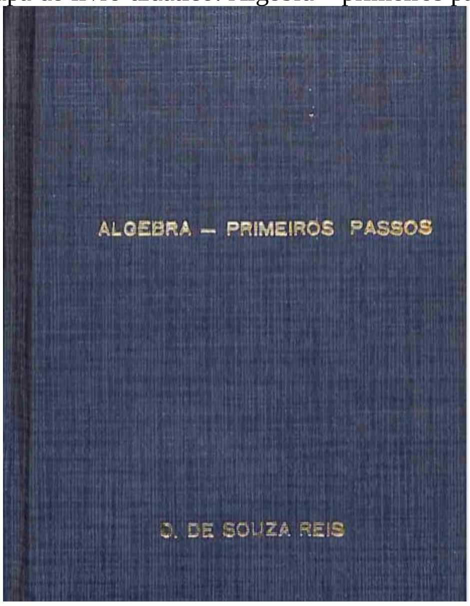
Este é o segundo título de sua obra. Ao adicionar tal informação, o autor considera a aritmética como um recurso para se aprender como resolver os problemas, pois, em seu interior, há "exercícios e problemas graduados e resolvidos" (REIS, 1919, p.1), escritos por um "professor substituto do Colégio Pedro II e professor da Escola Normal"; tal é a apresentação da obra que Reis assume.

Encontraram-se alguns registros da vida de Reis na sociedade carioca, em periódicos da década de 1910: como no Jornal do Brasil, edição de 1910, registrando sua ilustre presença em uma missa, em 1915; no periódico O Commercio, de 10 de janeiro de 1910, sua presença é registrada como uma das "ilustres" pessoas a solicitar ao prefeito de Copacabana o calçamento em frente da igreja; e no periódico A Rua: Semanário Ilustrado, edição de 13 de junho de 1915, é anunciado seu nome como o professor que assumiria a direção de uma seção masculina na Instituição Secundária, após dois meses de funcionamento, devido ao sucesso que, àquele período, existia na seção feminina em turmas de 1ª e 2ª ano de Escola Normal. No periódico, afirmara-se que ali se recebia "o concurso de várias professoras de reconhecida capacidade".

Em 1919, Otelo de Souza Reis publica sua obra, que leva, no título, a proposta de uso da álgebra (figura 1 e 2, respectivamente).

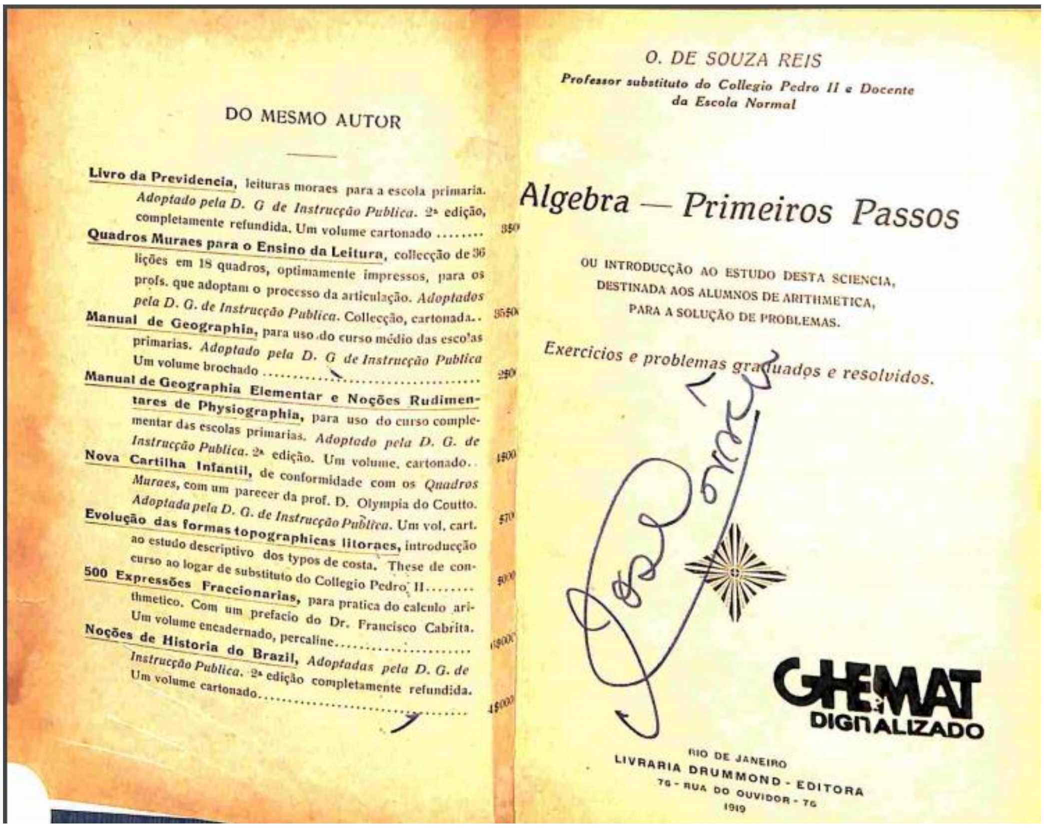
[50] Segundo Monroe (1989), as propostas que se vinculam ao método herbartiano deveriam trazer um método para a aprendizagem, como já apontado nesse texto.

Figura 1: capa do livro didático: Álgebra – primeiros passos, 1919.



Fonte: RCD.

Figura 2: ilustração da obra "Algebra – primeiros passos", 1919, p. 1



DO MESMO AUTOR

Livro da Previdencia, leituras moraes para a escola primaria. *Adoptado pela D. G de Instrucção Publica.* 2ª edição, completamente refundida. Um volume cartonado .... 3$0

Quadros Muraes para o Ensino da Leitura, collecção de 36 lições em 18 quadros, optimamente impressos, para os profs. que adoptam o processo da articulação. *Adoptados pela D. G. de Instrucção Publica.* Collecção, cartonada.. 35$0

Manual de Geographia, para uso do curso médio das escolas primarias. *Adoptado pela D. G de Instrucção Publica* Um volume brochado .... 2$0

Manual de Geographia Elementar e Noções Rudimentares de Physiographia, para uso do curso complementar das escolas primarias. *Adoptado pela D. G. de Instrucção Publica.* 2ª edição. Um volume, cartonado.. 1$00

Nova Cartilha Infantil, de conformidade com os *Quadros Muraes*, com um parecer da prof. D. Olympia do Coutto. *Adoptada pela D. G. de Instrucção Publica.* Um vol. cart. $70

Evolução das formas topographicas litoraes, introducção ao estudo descriptivo dos typos de costa. These de concurso ao logar de substituto do Collegio Pedro II........ $00

500 Expressões Fraccionarias, para pratica do calculo arithmetico. Com um prefacio do Dr. Francisco Cabrita. Um volume encadernado, percaline........................ 1$000

Noções de Historia do Brazil, *Adoptadas pela D. G. de Instrucção Publica.* 2ª edição completamente refundida. Um volume cartonado.. 1$000

O. DE SOUZA REIS

Professor substituto do Collegio Pedro II e Docente da Escola Normal

Algebra — Primeiros Passos

OU INTRODUCÇÃO AO ESTUDO DESTA SCIENCIA, DESTINADA AOS ALUMNOS DE ARITHMETICA, PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Exercicios e problemas graduados e resolvidos.

GHEMAT DIGITALIZADO

RIO DE JANEIRO
LIVRARIA DRUMMOND - EDITORA
76 - RUA DO OUVIDOR - 76
1919

Fonte: RCD.

Como vimos no capítulo anterior, a álgebra, enquanto rubrica, não seria ensinada no curso primário, ali estaria presente o ensino de aritmética. Assim, caberia a Reis (1919) um discurso defendendo sua concepção de método para o ensino que adotaria a álgebra e a aritmética. E isto acontece já em seu prefácio.

Reis (1919) apresenta, nesse livro didático, um prefácio longo, com 28 páginas e sem índice. Nessas primeiras páginas, o autor esboça sua obra, dizendo se tratar de uma reprodução na íntegra de uma conferência[51] ministrada a inspetores cariocas e que recebeu o nome de "Os dois últimos anos de aritmética na escola primária, segundo a Comissão dos Quinze[52]" (REIS, 1919, p. i).

Dizendo-se "avesso, por temperamento e educação", a falar ou se apresentar em qualquer outro lugar que não fosse sua sala de aula, aceitou o convite dessa conferência por se tratar de um local no qual falaria sobre "alguma coisa elementar" que lhe foi apresentada e de interesse aos presentes (REIS, 1919, p. v). Surpreso com a quantidade de pessoas a lhe ouvir, pois, segundo seu próprio relato, "longe estava, porém, de mim, a ideia de que tão numeroso auditório se congregasse nessa sala", afirma que seu discurso é "para os que querem realmente ouvir, e pela matéria se interessam" (REIS, 1919, p. vi).

Reis (1919), citando outros documentos a que tivera acesso – como a Comissão dos Dez, cuja tradução declara ter sido publicada na Revista Pedagógica de 1896 –, afirma que o estudo de álgebra deve ser ministrado a alunos a partir dos quatorze anos, aliado à aritmética. Em anos anteriores, os alunos devem ser iniciados com as "expressões e os símbolos algébricos, e com os métodos de resolver as equações simples" (REIS, 1919, p. viii).

Em sua palestra, registrada nesse prefácio, Reis (1919) cita autores e obras como

> Bourlet, no seu artigo sobre a mathematica, no *Diccionario de Pedagogia* de Buisson, e no *Curso resumido de aritmetica;* Leyssenne, na sua *Arithmetica,* curso superior; Wentworth, o grande pedagogo a quem se devem, entre outras obras preciosas, *Os primeiros passos na álgebra;* e finalmente, *lost but least,* o emérito professor Francisco Cabrita, em dois artigos que publicou em a *Escola Primaria,* apoiando e desenvolvendo o assumpto, de que eu anteriormente occupara (REIS, 1919, p. ix, grifos do autor).

Ao proferir sua palestra, faz uso dos autores acima para sustentar seu método como importante, mas entende que "é claro que a álgebra que se pretende inculcar ao professor primário como subsídio de alto valor para o ensino de arithmetica é limitada ao estudo elementar das equações numéricas" (REIS, 1919, p. ix). Relata ter como maior obstáculo a "enorme antipathia de que é vitima esse ramo da mathematica" (Reis, 1919, p. ix).

Esta "antipatia", segundo ele, não seria o mesmo que não conhecer ou "saber" álgebra, ainda que pensassem assim. Na verdade, segundo Reis (1919), os professores primários

[51] Nesse livro didático, não se encontram indicações de quando esta conferência foi apresentada por Reis.
[52] Este tópico será detalhado mais adiante.

> Habituaram a considera-la como uma disciplina alheia à escola primária, e é tudo.
> Mas eu vos asseguro que não há propriamente – a álgebra, mas o *methodo algébrico*, que podeis ensinar, porque ensinaes coisas infinitamente mais difficeis. Podeis e deveis, porque as matérias de vossos programas crescem todos os dias, o alumno tem de aprender cada vez mais, e em pouco tempo, e nós não temos o direito de o privar de um meio fácil, rápido e commodo de vencer numerosas dificuldades mathematicas. (REIS, 1919, p. ix).

Após esse discurso, em que mostra a proposta, bem como defende que seu método está ao alcance de todos os professores do ensino primário, passa às sugestões de procedimentos acompanhadas da apresentação dos saberes e maneiras necessários à utilização do método. Alerta, no entanto, que para isso utilizará palavras que estão próximas "ainda mais, à planície chan[53] das aulas das crianças" (REIS, 1919, p. x). Em tempos de ensino intuitivo, em que os alunos deveriam aprender por meio de seu cotidiano, o autor parece fazer alusão a essa vaga pedagógica.

Nos livros didáticos para aritmética, segundo Oliveira (2017), já acontecia no Brasil uma demanda para a organização com ênfase na vida comum, os alunos deveriam adquirir "os saberes pela prática de exercício e não pela decoração da teoria; livros que atendessem à compreensão e não à memorização" (p. 28).

Assim, a "álgebra elementaríssima da escola primária" (REIS, 1919, p. xi) deveria

> representar por *x* um objecto cujo nome ignore, e em seguida contar numerosos desses objectos. Ele contará: um objecto, dois objetos, três... quinze objetos, ou coisas, ou enfim: um *x*, dois *x*, três *x* ... quinze *x*.
> Pode pois o discípulo escrever
>
> $$15\ x,$$
>
> do mesmo modo que escreveria
>
> 15 lápis
> ou 15 canetas
> (REIS, 1919, p. xi).

Na mesma página, Reis (1919) continua sua apresentação aos professores que ensinam matemática, ilustrando o método de entender como as quantidades iguais são adicionadas com outras quantidades de mesma espécie, ou seja, iguais. Este seria o conceito de igualdade, importante na álgebra, como segue indicado abaixo:

> Suponhamos agora que, contados em um lugar, há
>
> $$12\ x$$
>
> e em outro lugar
>
> $$7\ x.$$
>
> Qualquer criança nos dirá quantos objetos da espécie *x* existem ao todo, effectuando a somma
>
> $$12\ x + 7\ x = 19\ x$$

[53] Linguagem chan – sincera, singela (CONSTÂNCIO, 1836, p. 250).

(REIS, 1919, p. xi).

Para a subtração, Reis (1919) aproveita o mesmo exemplo de objetos de mesma espécie e resultados, dialogando com o professor:

> Qualquer criança nos dirá também quantos objetos nos sobrarão, caso retiremos dos 12, que possuímos, 7 objectos da mesma espécie:
>
> $12\,x - 7\,x = 5\,x$
>
> (REIS, 1919, p. xii).

Lida com as operações fundamentais para, em seguida, complementar que isso é uma forma de, pouco a pouco, penetrar na álgebra. Segundo Reis (1919), em seu prefácio, "qualquer aluno, até da classe elementar, saberá procurar com quantos objetos fica afinal a pessoa" (p. xii).

Após a apresentação de exemplos "facílimos", todos com pequenas histórias,

> está o aluno habilitado a induzir o modo pelo qual se procede. Não será necessário decorar e reproduzir uma lei, ou uma regra prática. O que será preciso é multiplicar os exercícios, como
>
> $9 + (3 + 2)$ $\quad$ $9 - (3 - 2)$
>
> $9 + (2 + 2)$ $\quad$ $(8 - 6) - 1$
>
> $9 - (3 + 2)$ $\quad$ $(8 - 5) - (4 - 3)$, etc.
>
> Que podem ser generalizados:
>
> $4 + (x + 1)$ $\quad$ $x + (2x + 1)$
>
> $4 + (x - 1)$ $\quad$ $x + (2x - 1)$
>
> $4 - (x + 1)$ $\quad$ $3x + (2x + 1)$
>
> $4 - (x - 1)$ $\quad$ $2x + (2x - 1)$
>
> E assim por diante (REIS, 1919, p. xv).

Esses exercícios que o autor propõe como maneira de "exercitar os discípulos" nas expressões,

> que nós sabemos, mas eles não precisam saber que são os *binômios*, dar-lhe-emos exercícios com *trinômios*, que facilmente serão reduzidos ao caso anterior" (REIS, 1919, p. xv, grifos do autor).

Logo, tratava-se de incentivar repetições aos alunos até que estes aprendessem os procedimentos; a forma de execução seria semelhante para a multiplicação. Sobre isso, temos a seguinte recomendação ao professor que ensina matemática:

> Seja, por exemplo,
>
> $(5 + 3) \text{ x } 4$ ou $4\,(5 + 3)$.
>
> Trata-se de repetir quatro vezes a parcella (5 + 3), repetição que representaremos graficamente por meio de bolinhas.
>
> Ve-se claramente que
>
> $4\,(5 + 3) = (4 \text{ x } 5) + (4 \text{ x } 3) = 20 + 12 = 32$.
>
> Seja agora
>
> $(8 - 3) \text{ x } 4$ ou $4\,(8 - 3)$.

> Trata-se de repetir 4 vezes a parcella 8, desfalcada de 3 unidades, o que representaremos graphicamente[54].
> Vê-se claramente que
> 4 (8 - 3) = (4 x 8) – (4 x 3) = 32 – 12 = 20
> (REIS, 1919, p. xv).

Assim, o autor está demonstrando ao professor que ensina matemática que, com exemplos da aritmética, já poderia avançar para a utilização da letra *x* como um objeto qualquer. Em seguida, traz alguns exercícios e convida o professor primário para "mais um passo" (p. xvi), fazendo menção a situações encontradas nas cartas de Parker:

> 3 + ? = 7
> 9 - ? = 6
> 5 x ? = 30
> 18 ÷ ? = 2
> ? ÷ 7 = 6.
> Substitua o ponto de interrogação pelo symbolo *x*, e as questões não mudam:
> $3 + x = 7$
> $9 - x = 6$
>
> 18 ÷ 2 ou $\frac{18}{x} = 2$
> $x \div 7 = 6$ ou $\frac{x}{7} = 6$.
> (REIS, 1919, p. xvi).

E acrescenta – para ressaltar o método proposto: "pois sempre que um alumno responder a uma destas questões, não terá feito menos do que *resolver uma equação!* [...] sem o perceber, mas tão bem quanto o maior dos algebristas" (REIS, 1919, p. xvi).

Na sequência, o autor arremata que será, então, apresentado ao aluno o que é a equação. Para tanto, declara

> Elles conhecem a balança, para que serve, e como ella se opera.
> Supponhamos colocados na concha da esquerda 3 daquelles objetos a que chamamos *x*. há, pois, no prato, 3*x*. O peso desses três objectos é ainda imaginado, 200 grammas. Se colocarmos na concha do lado direito pesos equivalentes a 300 grammas, o travessão da balança, ficará em equilíbrio, e este equilíbrio está representado pela expressão
> $$3\,x = 200.$$
> Podemos agora dizer ao alumno, sem definição formal, que esta expressão de equilíbrio é uma *equação;* que a parte à esquerda é o *primeiro membro,* e a da direita o s*egundo membro.*
> Coloquemos no prato esquerdo, além dos 3 objectos que ahi se encontra, um peso de 50 grammas. Que succederá? Descerá o prato, ou haverá desequilíbrio. Como corrigir esse desequilíbrio? Naturalmente, colocando no prato da direita outro peso de 50 grammas, ou 2 de 25, peso equivalente, enfim. Haverá de novo equilíbrio, que representaremos assim:
> $$3\,x + 50 = 200 + 50$$
> E o discípulo aceitará *que a ambos os membros de uma equação podemos ajuntar a mesma quantidade.*

[54] Aqui o autor traz o símbolo (*), simbolizando a mesma nota de rodapé para a explicação do termo graficamente e como proceder (REIS, 1919, p. xv).

Retiremos agora este peso de 50 gr. Que está no prato da direita. Haverá novamente um desequilíbrio, que se corrigirá logo que se retire, do outro prato, peso equivalente, e o discípulo aceitará *que a ambos os membros de uma equação se pode subtrahir a mesma quantidade.*
Admitidos estes princípios, um ligeiro raciocínio mostrará *que se podem multiplicar e se podem dividir ambos os membros da equação pela mesma quantidade* (REIS, 1919, p. xviii, grifos do autor).

Esta longa citação ilustra como o autor se apropria de termos algébricos e os contextualiza na linguagem mais próxima da criança ou do professor primário, pois a balança seria um objeto que, como ele mesmo aponta, estaria no conhecimento prévio da criança.

Se o aluno adquirisse, até esse momento, os conceitos apontados acima, seriam os “quatro princípios [...] suficientes para a resolução das operações” (REIS, 1919, p. xviii). A prática nas aulas traria a segurança à medida que fossem resolvidas.

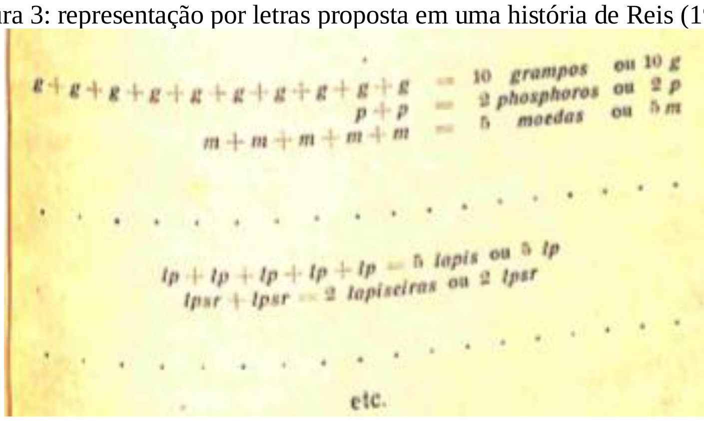
Logo após o prefácio, há um capítulo com o título “Introdução”. Nele, Reis (1919) traz a recomendação

Formando o livro um todo indivisível, sendo a matéria ensinada gradativamente e intuitivamente, devem ser feitos TODOS os exercícios e TODO o texto há de ser lido e entendido (REIS, 1919, p. 1, grifos do autor).

O autor inicia dizendo ao professor primário que o aluno deveria estudar todo o livro didático, sendo “essencial que não se comece por dar uma série de definições” (REIS, 1919, p. 1).

Na introdução, é trazida uma história de um baú com objetos a serem contados, como eram muitos, a criança começaria a abreviar os nomes até chegar na representação, conforme a figura 3 abaixo:

Figura 3: representação por letras proposta em uma história de Reis (1919).



Fonte: RCD.

Esta é a única história em toda a introdução; ao seu final, o autor traz: “a letra *x* é particularmente usada para representar uma quantidade que não se conhece, um número desconhecido, uma *incógnita*” (REIS, 1919, p. 5, grifos do autor).

Em seguida, há 3 exemplos de como se adotaria tal procedimento. Um deles seria: “Uma pessoa tem, actualmente, um número de anos que representamos por *x*. Qual será sua idade dentro de 4 annos? *Resp.:x* + 4” (REIS, 1919, p.5, grifos do autor).

Para o capítulo I, a seguir, o autor traz como título: “Emprego da letra *x* na indicação das operações”. Ali, há a proposta de exercícios que vão familiarizar os alunos ao emprego da letra *x* como uma quantidade qualquer e não um “número abstrato” (REIS, 1919, p. 6).

Para suas operações, seria importante escrever “em vez de 1 *x”*, por exemplo, “simplesmente *x”*. Assim, quando se encontrasse “expressões como 2 *x,* 3 *x,* 4 *x,* 5 *x* são, evidentemente, *números concretos,* do mesmo modo que 2 lapis, 3 lapis, 4 lapis,5 lapis” (REIS, 1919, p. 7, grifos do autor). Esse número indicaria um produto, em que “o multiplicador, que geralmente é um número, tem o nome de *coeficiente”* (REIS, 1919, p. 7) e, nessa situação, importa saber que é “*o coeficiente que se multiplica”* (REIS, 1919, p. 15, grifos do autor).

Para o capítulo II, são apresentados os “Parentheses”, e 3 regras[55] a serem aplicadas: parênteses precedidos do sinal “+”, precedido do sinal “–” ou que envolveria uma multiplicação (REIS, 1919, p. 19). Para tanto, apresenta regras e exercícios.

O capítulo III, de título “Equações”, inicia com

> Se eu escrever
> 3 + ? = 10,
> logo se entende que desejo, saber - qual o número que, somado com 3, dá 10, e mentalmente se responde: 7.
> Do mesmo modo, em
> 9 - ? = 5,
> Compreende-se que pergunto – qual o numero que, tirado de 9, deixa o resto 5, e se responde: 4 (REIS, 1919, p. 33).

Como sugerido em seu prefácio, Reis (1919) propõe que, ao se resolver a operação, o valor numérico representado pelo sinal de interrogação poderia ser substituído pela letra *x,* ou seja, “se em vez do ponto de interrogação, escrevermos *x”* (p. 33). Assim, se encontrariam os valores resolvendo uma mesma questão de quantidades desconhecidas.

Após mais alguns exemplos, sentencia, “pois, sempre que nos encontrarmos em face de uma expressão como essas, teremos uma *equação* a resolver. Resolver a equação é achar o

[55] Portanto, o autor inicia com regras a serem aplicadas e não com exemplos concretos.

valor numérico de *x"* (REIS, 1919, p. 34). Dessa forma, como em seu prefácio, o autor traz, no decorrer de sua obra, um método para ensinar, que garante:

> mas eu vos asseguro que não há propriamente – a álgebra, mas o *methodo algebrico,* que podeis ensinar, porque ensinaes coisas infinitamente mais difficeis. Podeis, e deveis, porque as matérias de vossos programas crescem todos os dias, o alumno tem de aprender cada vez mais, e um meio fácil, rápido e commodo de vencer numerosas difficuldades mathematicas. É porque o ensino da álgebra não está em vossas mãos. Srs. Professores das escolas primarias, que até hoje ela constitui um desses preparatórios de que se tira exame de qualquer modo, e que nas escolas superiores, exceptuadas aquellas onde o estudo da mathematica se prossegue, são tão poucos os alumnos capazes de resolver a primeira vista uma equação das mais fáceis (REIS, prefácio, p. x, grifos do autor).

Passados os exercícios propostos e problemas no item "equação", encontra-se o subtítulo "Problemas", que mais adiante abordaremos de maneira detalhada nesse trabalho. O item intitulado "A balança" vem com a ideia de igualdade, com ilustrações de pesos e "bolinhas" desenhadas com a letra *x* em seu interior, tudo isto na intenção de colocar "*a balança em equilíbrio"* (REIS, 1919, p. 59, grifos do autor).

No capítulo IV, há a discussão de "Números positivos e negativos". O autor diz que

> Se tivermos de subtrahir 9 de 5, conviremos sem dúvida, que esta operação é impossível, pelo menos no sentido comum da arithmetica, não podemos de uma quantidade menor retirar uma maior.
> Para um fim de *generalização,* a álgebra não nos diz impossível tal operação (REIS, 1919, p. 121, grifos do autor).

Também traz exemplos numéricos de como efetuar tal cálculo e acrescenta que "a arithmetica só se preocupa com os números positivos; a álgebra lida com os negativos" (REIS, 1919, p. 121). Temos, no capítulo V, intitulado "Problemas e equações a duas incógnitas", uma apresentação de outros tipos de problemas, que mais à frente nesse trabalho abordaremos.

2.3 Tito Cardoso de Oliveira – "as noções necessarias para a resolução de pequenos problemas pelas equações algébricas"

Esse autor, segundo Moreira (1989, p. 44), é um dos mais expressivos fenômenos literários do estado do Pará. Produziu obras como Geometria Primária – 31ª edição: Arithmetica Rudimentar para o Curso Elementar (ocupando-se desde o estudo dos algarismos até o sistema métrico desenvolvido, inclusive a redução de medidas métricas); Arithmetica

Complementar – Para os cursos primário, complementar, normal e comercial; exercícios graduados (formando uma coleção de nove cadernos, apropriados, contendo cerca de 5000 exercícios e problemas).

Machado (2018), em sua tese, analisa obras de Tito de Oliveira e o define como um homem com importantes relações sociais e intelectuais na sociedade de Belém do Pará. Seu irmão, Virgílio Cardoso de Oliveira, além de fundar a revista A Escola, cuja primeira edição pertenceu ao ano de 1900, também atuou como Diretor Geral da Instrução Pública, em Belém do Pará, bem como conduziu um importante Congresso Pedagógico a esse período (MACHADO, 2018, p. 143).

O livro didático de autoria de Tito de Oliveira, "Arithmetica Complementar[56]" (s.d.), aqui analisado, apresenta, na sua oitava edição, na primeira página como complemento ao título: "Para os cursos Primário, Complementar, Normal e Commercial: completa e desenvolvida contendo também as noções necessárias para a resolução de pequenos problemas pelas equações algébricas e um grande número de exercícios e problemas".

Tratou-se de um livro didático produzido na intenção de ensinar a resolver problemas, não qualquer problema, mas aqueles "pequenos", que deveriam conter em suas resoluções as "equações algébricas", como ilustra a figura 4, abaixo:

Figura 4: Livro didático de Tito de Oliveira (s.d.)

ARITHMETICA
COMPLEMENTAR
Para os Cursos Primario Complementar, Normal e Commercial
Completa e desenvolvida contendo tambem as noções necessarias para a resolução de pequenos problemas pelas equações algebricas e um grande numero de exercicios e problemas
POR
TITO CARDOSO DE OLIVEIRA
Lente Cathedratico da Escola Pratica de Commercio do Pará e auctor da Arithmetica rudimentar, da Geometria primaria, das Taboadas uteis e da collecção de cadernos de exercicios graduados para os cursos elementar e complementar do ensino primario
VIII EDIÇÃO
LIVRARIA ESCOLAR E CASA EDITORA
DE
PORTO DE OLIVEIRA
Travessa Campos Salles, 21
BELEM—PARÁ

[56] A obra aqui analisada encontra-se no Repositório de Conteúdo Digital e pertence à 8ª edição. Nela, há um prefácio de sua 4ª edição, datada de 1919, publicada no estado do Pará.

Fonte: RCD

Em sua tese, Machado (2018) elabora uma síntese de obras que circularam no Pará, de 1850 a 1950, para o ensino primário. Dentre elas, encontra-se a obra de Tito Cardoso de Oliveira (s.d.) que aqui é analisada. Algumas dessas considerações de Machado (2018) ilustram Tito de Oliveira como um professor que, embora tenha nascido na Bahia, teve sua trajetória maior no estado do Pará, onde morou. Importa aqui entender e destacar o perfil da personalidade de Tito de Oliveira, pois, além de professor, era considerado um intelectual na época, por publicar livros didáticos, além de ter uma família com influência política.

Seu filho, em 1919, é um dos fundadores da faculdade de Medicina e Cirurgia do estado do Pará, e seu irmão, em 1930, chega a embaixador do Brasil em Portugal (JORNAL DO BRASIL, 1930 apud MACHADO, 2018, p. 143).

Moreira (1989) relata que Tito de Oliveira é considerado a "maior figura da literatura escolar do Pará". Seu livro didático circulou por muitos anos e esteve presente nas escolas, pois o Pará contava com suficiência de recursos para suprir as edições do curso primário devido à farta situação econômica do período (MOREIRA, 1989, p. 42-43).

A obra de Tito de Oliveira, "Arithmetica Complementar para os Cursos Primário Complementar, Normal e Commercial", traz como proposta de público os alunos dos últimos anos do curso primário, isto é, o chamado curso complementar (para as escolas normais) ou curso comercial. Logo, tratou-se de uma edição direcionada às classes mais adiantadas do primário.

Em seu prefácio, o autor já se intitula

> apologista do método que manda incluir no estudo a Aritmética primária algumas noções necessárias para a resolução de pequenos problemas, pelas equações algébricas, sem, entretanto, fazer-se um estudo direto de Álgebra, resolvemos adaptar à nossa "Aritmética Complementar" este vantajoso método, que embora não se lhe poderá conhecer as muitas vantagens que trará ao ensino, não se lhe poderá negar o grande serviço que prestará às crianças, desenvolvendo-lhes a inteligência e acostumando-as a raciocinar com método (TITO DE OLIVEIRA, Prefácio, s/d).

Adiciona ainda que os alunos, na aritmética, já estão habituados a fazer as operações matemáticas com a letra *x* na regra de 3 ou no estudo das proporções. Assim, bastaria somente acrescentar essa letra para resolver problemas ou operações que teriam como objetivo conhecer seus valores desconhecidos e, logo após, as operações fundamentais e suas provas reais (TITO DE OLIVEIRA, s.d., prefácio, p. 2).

Ressalta que

> estudemos com eles todas as transformações que uma egualdade pode e deve passar para ser resolvida, e lhes teremos dado todos os conhecimentos para a resolução das equações algébricas do 1º grao a uma incógnita, tornando-os, portanto, aptos a resolverem os problemas por este processo sem que se lhes tenha falado em Algebra, nem feito um estudo direto dessa matéria (TITO DE OLIVEIRA, s.d. prefácio, p. 2).

Mas parece também requerer raciocínios mentais, próprios das classes mais adiantadas ao advertir

> por outro lado, o methodo que adoptamos obrigará aos exercícios mentaes e racionaes, que será poderoso elemento para o desenvolvimento do espirito e da intelligencia das creanças: que graças a ele vão encontrar muito mais facilidade na compreensão de seus estudos superiores (TITO DE OLIVEIRA, s.d., prefácio, p.2).

Percebe-se, nesse breve prefácio, discursos que envolvem aspectos de saberes profissionais aos professores que ensinam matemática. Anuncia uma proposta que promove o raciocínio mental dos alunos das classes mais adiantadas do ensino primário para resolver problemas do conceito de igualdade e das equações algébricas, sem fazer um estudo direto de álgebra.

Na página 12, o autor traz como subtítulo, logo após uma lista dos sinais aritméticos, o "Emprego da letra *x* nos problemas aritméticos", onde postula como

> Convenção
>
> Em todas as operações a effectuar-se, bem como em todas as questões ou problemas arithmeticos a resolver-se, há sempre, pelo menos, um número ou uma quantidade desconhecida, cujo valor se tem de procurar, ou effectuando a operação ou resolvendo a questão ou problema (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 14).

Para ilustrar como proceder, o autor classifica três convenções, cada uma com sua regra geral e, para cada uma delas, utiliza a quantidade desconhecida *x* a sofrer as operações. A primeira, por exemplo, é estabelecida pelo resultado de uma operação qualquer com uma outra a ser conhecida, ao ser formulada, esta será classificada como *x.* Assim como, se numa operação, à frente de *x* estiver um número, esta será considerada como uma multiplicação dessas quantidades (exemplos: "2 *x* indica duas vezes o valor *x*" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 13).

A segunda convenção é de que quando não houver um número que anteceda o *x*, subentende-se que ali esteja o número 1. A terceira coloca que "entre a letra *x* e o numero que a precede subentende-se o signal de multiplicar (X)" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 14).

Essas regras gerais permeiam as próximas páginas e se referem a como proceder com as quatro operações fundamentais, assumindo aspectos de saberes profissionais próprios do exercício da docência, além de apresentar a regra geral, provas, princípios, exemplos e exercícios.

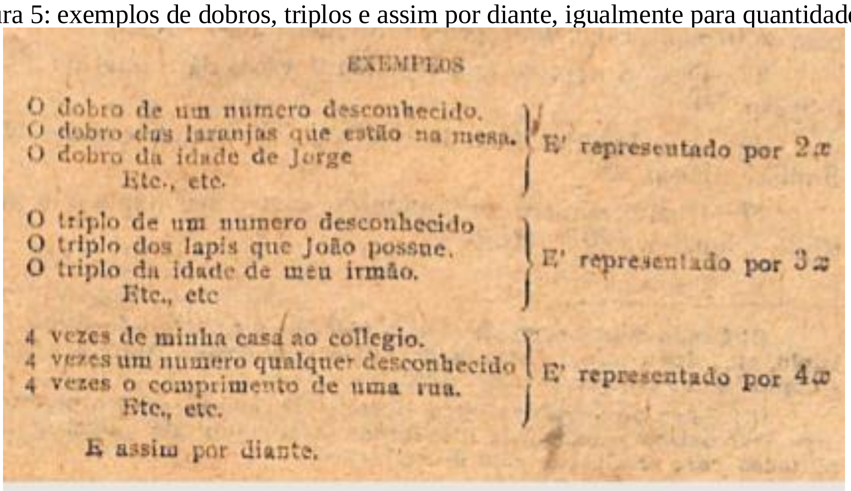
Num próximo subtítulo, o autor traz as operações fundamentais[57] e, em nota de rodapé, alerta ao professor que ensina matemática que:

> já estando sufficentemente estudadas em nossa Arithmetica Rudimentar as quatro operações fundamentaes, ocupar-nos-emos agora somente do que houver de principal das mesmas (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 15).

Após o emprego das operações fundamentais, Tito de Oliveira (s.d.) apresenta “Formação, do dobro, triplo etc., dos números” (p. 41). Não traz a regra textualmente, mas sim o conceito, em exemplos e exercícios. Temos, nesse trecho, uma indicação aos professores que ensinam matemática: “Sendo muito comum nos problemas o emprego do dobro, do triplo, etc, dos números, será de bom aviso o professor exercitar os seus alumnos o mais possível a esse respeito” (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 42).

São citados alguns desses exemplos e, em seguida, o autor traz essas operações (usadas anteriormente como exemplos), agora como regra para o uso de quantidades *x:*

Figura 5: exemplos de dobros, triplos e assim por diante, igualmente para quantidades *x*.



EXEMPLOS

O dobro de um numero desconhecido.
O dobro das laranjas que estão na mesa.
O dobro da idade de Jorge
Etc., etc.
} E' representado por $2x$

O triplo de um numero desconhecido
O triplo dos lapis que João possue.
O triplo da idade de meu irmão.
Etc., etc
} E' representado por $3x$

4 vezes de minha casa ao collegio.
4 vezes um numero qualquer desconhecido
4 vezes o comprimento de uma rua.
Etc., etc.
} E' representado por $4x$

E assim por diante.

Fonte: Tito de Oliveira, s.d., p. 41.

Aqui, Tito de Oliveira (s.d.) não traz a regra textualmente, apenas definições em frases curtas: “o dobro de um número representa o número 2 vezes ou duas vezes maior” (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p.41). Isso, após exemplos como “o dobro de 5 é 10 porque 5 x 2 = 10” (ibid, s.d. p. 41).

Média, prazo médio e redução à unidade vêm em seguida, mantendo a apresentação estrutural do item anterior. Em outra seção, temos os conteúdos: divisibilidade, M.M.C., divisão por cancelamento, radiciação, números complexos, frações, medidas. Também temos a presença do sistema métrico decimal, razão, equidiferença, proporcionalidade e proporções,

[57] Segundo o autor, “são as que servem de base a todos os cálculos: addicção, subtração, multiplicação e divisão” (p. 14).

regra de três (direta, inversa e composta), regra de companhia, de juros, de porcentagem, progressões aritméticas, logaritmos.

Tito de Oliveira (s.d.), ao longo de 309 páginas, expõe sua proposta, com índice ao final da obra, sempre procurando manter uma estrutura semelhante. Em seu índice, composto por 3 páginas, é possível perceber o item “Problemas” somente como o último do conteúdo proposto, quando se fez necessário apresentá-lo.

O Decreto n. 1695, de 30 de maio de 1910, previa, no ensino primário complementar, nas aulas do segundo ano, o ensino de aritmética em duas aulas semanais. Vale lembrar que não havia a recomendação da rubrica álgebra. Além das operações fundamentais, descreve como conteúdo: porcentagem, regra de três simples, juros simples e composto, redução métrica, dinheiro estrangeiro, frações, decimais, entre outros (BRASIL, 1910, p. 20 e 28).

Assim, esta foi uma obra construída sem uma divisão de conteúdos por capítulos, mas que mantém, em toda sua estrutura, uma constante de apresentação: regras, exemplos, exercícios e, depois, os problemas aritméticos, mesmo aqueles que mencionam os dobros, triplos, metades etc.. Tal estruturação pode ser vista como uma maneira de manter essa marcha de raciocínio, com a intenção de que o professor que ensina matemática avance conforme sua percepção.

Estes problemas com aspectos de charadas ou enigmas, ou aqueles cujos cálculos dependessem de outros, como prescrevera o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), não estão localizados até a apresentação das quatro operações fundamentais (BERTINI; ROCHA, 2018). Estes aparecem somente mais à frente nessa marcha de raciocínio ou de ensino. Aqui importa reforçar que algumas prescrições desse relatório estadunidense de 1895 sugeriram uma marcha para o ensino desses tipos de problemas, como discutido anteriormente, nesse texto.

SEÇÃO 3 O USO DA ÁLGEBRA NO CURSO PRIMÁRIO: o caso dos problemas aritméticos na constituição dos saberes profissionais na docência

Os problemas aritméticos, no Rio de Janeiro e em Belém do Pará, na década de 1910, estavam presentes na formação de professores primários e no ensino; no entanto, a disciplina de álgebra estava na formação desses professores, mas não no ensino, como abordado no capítulo anterior. Logo, parece-nos que a formação desses professores, nesse momento, seria de caráter enciclopédico, em que receberiam mais informações do que aquelas que utilizariam.

Porém o Relatório do Comitê dos Quinze (1895) traz para as classes mais adiantadas do curso primário uma proposta para o ensino de conceitos algébricos e, não necessariamente, uma nova rubrica, como aqui também foi descrito. Estes conceitos algébricos deveriam ser empregados na elucidação de problemas, mas somente facilitariam na resolução dos problemas difíceis ou os *conun-drums.*

Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira foram professores que divulgaram um método que estabelecia essa relação de uma álgebra para resolver problemas aritméticos (VALENTE, 2016; 2017). Assim, buscou-se perceber e caracterizar como se deu o uso da álgebra para resolver os problemas aritméticos levando-se em conta os livros didáticos desses autores.

Para resolver essa questão, foi observado como os problemas aritméticos estiveram distribuídos em seu interior, uma vez que os *conun-drums* ou enigmas são o que o Relatório do Comitê dos Quinze (1895) preconiza como método para se introduzir o ensino para as classes mais adiantadas (séries finais do ensino primário, os dois últimos anos). Com isso, percebeu-se até o momento que, nos Programas de Ensino na década de 1910, não havia qualquer recomendação oficial sobre seu uso.

Para o momento seguinte, pretende-se procurar qual seria a proposta para, nas aulas de aritmética, introduzir o ensino desses conhecimentos algébricos, bem como quais problemas aritméticos seriam necessários o professor de matemática conhecer. Eis o que procuramos responder nesse capítulo.

3.1 Problemas como um saber que determina a marcha do raciocínio: que marcha?

Dois anos antes da publicação de "Álgebra- primeiros passos", F. Cabrita[58], em 1917, na revista "A Escola Primária", assina um artigo intitulado "A álgebra do normalista", na seção "A Escola". Ali, relata que, em 1915, em conversa com o então diretor da Escola Normal, Dr. Afranio Peixoto[59], este lhe pede sugestões, pois estaria reformando o programa de sua instituição. Em poucas linhas, lhe solicitava que escrevesse o que "julgava ser sufficiente para um curso de Algebra na referida escola" (CABRITA, 1917, p. 299).

Assim, pela narrativa, Cabrita (1917) revela que este resumo foi aceito e ainda mais: "o que lhe dei veio consignado textualmente no programma" (CABRITA, 1917, p. 299), no Regulamento de 14 de fevereiro de 1916. E descreve, em seguida, sua sugestão – agora oficial e atual àquela data – na íntegra, como consta abaixo:

> 1º Anno: – Estudo de uma série bem graduada de problemas, por meio da linguagem algébrica, que conduzem á noção de *equação* (do 1º grau a uma só incógnita) e ás transformações necessárias á essa resolução. Resolução prévia de algum desses problemas pelo simples raciocínio e só com os recursos da Arithmetica, para mostrar a utilidade da linguagem algébrica e *como esta facilita a resolução dos problemas, orientando muitas vezes a marcha do raciocínio e encaminhando o processo arithmetico de resolução.*
> 2º Anno: **-** Continuação do estudo da série de problemas iniciado no 1º anno e extensão do methodo algébrico aos problemas a mais de uma incógnita, que conduz á noção de *systema de equações* e aos *methodos de eliminação por adicção ou subtracção, por substituição e por comparação,* com a resolução prévia de alguns desses problemas por simples raciocínio (CABRITA, 1917, p. 299, grifos do autor).

Em sua opinião, cumprido tal roteiro, teriam "os normalistas o preparo *necessário e sufficiente,* para pôr em prática*"* (CABRITA, 1917, p. 299, grifo do autor), ou seja, tendo passado por esses dois anos de roteiro com a disciplina álgebra, os professores estariam aptos para ensinar a resolver os problemas aritméticos no curso primário, ainda que esta não fosse uma recomendação em documentos oficiais.

Estes saberes estariam conforme "o que pensa John Walsh sobre a resolução de problemas na escola primária" (CABRITA, 1917, p. 299) e acrescenta que tal conhecimento teria sido adquirido "do último número dessa revista" (ibid, 1917, p. 299), intitulada "*Os problemas resolvidos por equações"* (ibid, 1917, p. 299, grifos do autor), de autoria do "ilustrado e operoso senhor Othelo de Souza Reis[60]" (ibid, 1917, p. 299).

---

[58] Até o término desse texto, não obtivemos maiores detalhes sobre esse personagem, porém pretende-se maiores aprofundamentos em textos posteriores. Importa ressaltar que F. Cabrita assina outro artigo sobre gramática, nessa edição, assim como Reis, assina um artigo de gramática.
[59] Sediada no então Distrito Federal, RJ.
[60] Até o presente momento, não tivemos acesso a esse artigo.

E, em demonstrando ainda mais concordar e ressaltar seu raciocínio, acrescenta:

> Que a resolução algébrica é mais fácil e muito mais segura que a arithmetica, não resta dúvida. Que a primeira serve muitas vezes á segunda, apontando-lhe o fio do raciocínio, também não resta dúvida.
> Nem a Arithmetica nem a Algebra nos ensinam a investigar as relações de dependência em que se acham as grandezas dadas e as pedidas de um problema. Esta tem, entretanto, sobre aquella a vantagem, e grande, de investigar, auxiliando-se das imagens fornecidas pela linguagem gráfica que em lhe é peculiar, enquanto que a Arithmetica investiga, infiando juízos, formulando raciocínios, sem outro auxilio que não a linguagem commum; pelo que muitas vezes a denominada *resolução arithmetica* ou segue caminho tortuoso e chega penosamente á solução ou toma caminho e estafa o calculista inutilmente (CABRITA, 1917, p. 299).

Apesar de longa, a citação acima trata-se de um trecho em que o autor francamente se posiciona a favor do uso da álgebra para resolver os problemas aritméticos. A seguir, Cabrita (1917) diz transcrever o problema que Reis publicara no artigo supracitado:

> Dois indivíduos recebem os mesmos rendimentos annuaes; o primeiro economiza $\frac{2}{11}$, dos seus, ao passo que o segundo, despende por anno mais 600$000 do que o primeiro, gasta o que recebe e ainda no fim de três anos tem 1:140$000 de dívidas. Quaes os rendimentos annuaes? (CABRITA, 1917, p. 299).

E, já resolvendo, encaminha uma maneira de resolução, como um roteiro com aspectos de explicação:

> Supponhamos que a renda seja x. A economia annual do primeiro indivíduo será: $\frac{2}{11}$ de x. Gastará, pois, elle, por anno $x - \frac{2}{11}x$. O segundo individuo gastará então: $x - \frac{2}{11}x + 600$ mil réis. Mas se este contrahiu divida, foi porque gastou mais do que tinha. E essa divida que é de 1:140$000 em 3 annos ou de 380 mil reis em um anno, será igual ao excesso da despesa sobre a renda. Teremos, portanto:
> $(x - \frac{2}{11}x + 600) - x = 380$
> ou
> $-\frac{2}{11}x + 600 = 380$
> ou
> $\frac{2}{11}x = 600 - 380 \ldots (a)$
> ou
> $\frac{2}{11}x = 220$
> ou
> $2x = 2420$
> ou
> $x = 1210$
> A renda é, pois, 1:210$000 (CABRITA, 1917, p. 299, grifos do autor).

Pode-se apreender desse roteiro de resolução uma explanação de como deveria ser a marcha do raciocínio; encontram-se muitos conceitos, como entender que, se 1:140.000 se dá em 3 anos, logo, é preciso utilizar desse total e fazer a divisão por 3, já que o problema traz o valor para um triênio.

Em todo esse discurso, desde o início, aconteceu uma interpretação dos dados do problema. Essa transformação que veio da interpretação é discutida e orientada pelo autor com os rudimentos algébricos como, por exemplo, *x* como quantidade a ser encontrada para resolver a questão, colocar em evidência essa incógnita, situação dos sinais inteiros, a ideia de espécies iguais estarem em cada um dos lados da igualdade, multiplicação do denominador e divisão quando a incógnita *x* está sendo multiplicada por um número.

E, após toda essa interpretação de como seria a marcha do raciocínio necessário, o autor acrescenta:

> Agora a denominada *resolução arithmetica.* Resulta da interpretação da equação *(a*).
> Que significa a equação?
> Que a economia realizada pelo primeiro indivíduo é igual a differença entre o que o segundo gastou a mais e a dívida que lhe ficou gasto (CABRITA, 1917, p. 300).

Logo, o autor parece demonstrar, na resolução, como seria "facilitado" o raciocínio do cálculo ao acrescentar no final desse roteiro: "está, pois, ahi o fio do raciocínio" (CABRITA, 1917, p. 299). Não qualquer raciocínio, mas aquele próprio da álgebra, de conceitos algébricos; aquele que estaria próximo de uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos.

E procurando defender sua proposta na intenção de não deixar mais qualquer questão quanto a esse "fio do raciocínio", completa:

> Com effeito, se o segundo gastasse toda a renda, sem ficar devendo, gastaria o que o primeiro gastou e mais a economia feita por este. Elle gastou, porém a mais do que o primeiro 600 mil réis; então se deu 600 mil réis tirarmos o valor da dívida teremos que o primeiro economizou. Logo $\frac{2}{11}$ da renda vale 220 mil réis (600-380).
> (CABRITA, 1917, p. 299).

E para completar a resolução desse problema de maneira aritmética, resume:

> Ora, se 2/11 = 220,
> 1/11 valerá 110,
> 11/11 valerá 1210
> (CABRITA, 1917, p, 299).

Esse artigo parece apontar para uma possibilidade de compreensão dessa transformação do método algébrico na interpretação dos dados de um problema, até que essa função seja identificada numa equação.

Sendo assim, retoma-se a questão: como são caracterizadas as propostas para o uso da álgebra para resolver problemas nos livros didáticos aqui analisados?

Para respondê-la, buscaremos a descrição de quais problemas seriam interessantes para se aplicar o método algébrico preconizado pelo Relatório do Comitê dos Quinze (1895). Como estariam ilustrados esses problemas aritméticos?

3.2 Para o método algébrico, quais problemas aritméticos?

Os problemas que estariam presentes para o ensino desse método deveriam ter algumas características próprias. Essa proposta, enquanto método de como fazer as resoluções, estava mais envolvida no "saber fazer" do que necessariamente direcionada ao ensino da rubrica álgebra. Assim, com o argumento de facilitar a tarefa desse professor, Reis (1919), em seu livro didático, relata que

> para evitar essa acrobacia de palavras e esse trabalho excessivo do cérebro, que, entende a pedagogia moderna, deve-se trazer para a escola primaria o método algébrico (prefácio, p. viii).

Pondera que o método algébrico deva ser ensinado, segundo o próprio Relatório do Comitê dos Quinze (1895), nos dois últimos anos, afinal

> podem e devem ser dedicados ao methodo algebrico de lidar com os problemas, pelo menos com os problemas difíceis, e ainda, que esse methodo pode ser ensinado *logo após as quatro operações sobre inteiros e quebrados* (REIS, 1919, prefácio, p. viii, grifos do autor).

Parece-nos, assim, que Reis (1919) propõe discursos que adquirem aspectos do próprio exercício da docência, os *saberes profissionais*. Estes discursos sinalizam para apoiar, convencer e mostrar que o ensino de aritmética por meio dos problemas aritméticos, nessas salas mais adiantadas, seria facilitado com seu método. Não qualquer problema, mas aqueles que se assemelham a charadas e, ainda, que envolvam as operações fundamentais; estas deveriam ser apresentadas logo após seu ensino.

> Não tenho, pois, em dúvida se se deve ou não, se se pode ou não, introduzir na escola primaria o estudo rudimentaríssimo da álgebra, suficiente para a solução de certos problemas. Concedo que não devamos chegar logo às equações do 2º grao, mas as do 1º podem ser, sem dificuldade apresentadas (REIS, 1919, prefacio, p. ix).

E, mais adiante, acrescenta que se trata de empregar tais entendimentos de álgebra para o ensino aos alunos na escola primária. E para preparar seus alunos, o professor que ensina matemática deveria assim proceder:

> a primeira coisa a fazer é familiarizar o alumno com o emprego das letras para a representação das quantidades, como se fossem, por exemplo, iniciaes de nomes que

> nos dispensamos de escrever. Na álgebra elementaríssima da escola primaria não lidamos, habitualmente, em cada problema, senão com uma lettra, por meio da qual representamos a quantidade desconhecida, o numero que satisfaz às condições do problema. Tal numero é representado pela letra *x* (REIS, 1919, prefácio, p. xi).

Fazendo menção ao método intuitivo de ensino, ao qual, aparentemente, os professores estariam acostumados, relata, em seguida, que para ensinar aos alunos tal método deveriam apresentar a letra *x* como um símbolo, uma espécie que poderia e deveria ser passível de contagem, como já o fariam com os objetos (REIS, 1919, p. xi). E conclui que, assim, estariam sendo apresentados a uma maneira de aprender semelhante ao que já conheceriam em aritmética, quer na adição ou na subtração para resolver aqueles problemas, ou seja, uma forma simples com objetos de mesma espécie para poder efetuar as operações fundamentais como é feita na aritmética.

Para a multiplicação, Reis (1919) também demonstra como aplicar seu método algébrico por meio de um problema aritmético: "aqui estão 16 caixas; dentro de cada caixa há 4 objectos daquelles que representamos por *x*. Quantos *x* há ao todo?" (prefácio, p. xii). Vemos também, igualmente, que o autor "conversa" com o professor que ensina matemática, ressaltando sobre esse saber profissional: de que a letra *x* pode e será empregada como um objeto e, portanto, passível de operações:

> se o alumno estiver perfeitamente convencido de que *x* é uma coisa, não hesitará, porque, do mesmo modo que em 16 caixas, cada uma com 4 maçãs, sabe que há ao todo 4 maçãs, repetidas 16 vezes, ou 4 x 16 = 64 maçãs em 16 caixas, cada uma com 4 *x*, sabe que há ao todo
> 4 *x* repetidos 16 vezes, ou $4x \times 16 = 64x$.
> (REIS,1919, prefácio, p. xiii)

Com esse mesmo problema citado acima, o autor também propõe a divisão, alegando que tenha o mesmo modo de pensar para resolver os cálculos, pois

> da divisão, é ocioso tratar, pois está implícita na própria multiplicação. Assim como de 64 maçãs, distribuídas por 16 caixas, cabem 4 maçãs a cada caixa, assim $64x \div 16 = 4x$.
> E assim como de 64 maçãs, distribuídas em grupos de 4 maçãs, formamos 16 grupos, assim
> $$64x \div 4x = 16$$
> (REIS, 1919, prefácio, p. xiii).

Em seguida, Reis (1919) propõe problemas aritméticos retirados de um dos autores americanos, para resolver expressões envolvidas com parênteses e suas adições e subtrações, "que encontraremos a toda hora em álgebra" (p. xiii). Sua proposta é que, "para esse fim, [teremos] quatro raciocínios, segundo faz Wentworth" (REIS, 1919, prefácio, p. xiii):

1) “Se um homem tem 10 dollars, depois recebe 3 dollars, e ainda depois mais 2 dollars, tanto lhe faz juntar 3 dollars aos 10 que possuia, e depois 2 aos aos 13, como reunir os 3 com os 2 e juntar a somma aos 10.
O primeiro processo será representado por 10 + 3 +2; o segundo por 10 + (3 + 2)
E, portanto, 10 + (3 + 2) = 10+ 3 + 2”.
2) “Um homem tem 10 dollars e recebe mais 3; destes 3, porém, paga imediatamente 2. Tanto lhe faz juntar os 3 aos 10 e da somma retirar 2 e juntar o que sobrar.
“Portanto

$$10 + (3 – 2) = 10 + 3 – 2.$$

3) “Um homem tem 10 dollars, e duas dividas, sendo uma de 3 dollars e outra de 2. Tanto lhe faz tirar dos 10 dollars os 3 dollars da primeira divida, e do que restar tirar novamente 2, como somar as duas dividas e tirar logo a somma.
“Portanto

$$10 – (3 + 2) = 10 – 3 – 2.$$

4) “Um homem tem 10 dollars em 2 notas de 5 dollars, e precisa fazer um pagamento de 3 dollars. Toma uma das notas de 5 dollars, que dá ao credor, recebendo de troco 2 dollars.
“De quanto foi o pagamento? De 5 – 2.
“Com quanto ficou o homem? Com 10 – (5 – 2), isto é, com a diferença entre o que possuia e o que pagou.
“Mas o que se deu realmente, foi o seguinte: dos 10 dollars, o homem tirou 5, e ao resto juntou os 2 que recebeu de troco. Portanto

$$10 – (5 – 2) = 10 – 5 + 2$$

(REIS, 1919, prefácio, p. xv).

Utiliza, assim, uma situação monetária, para propor algumas variações no problema aritmético como, por exemplo, as expressões ‘ter’, ‘pagar’, ‘dar’, ‘retirar’, ‘juntar’, ‘reunir’ que representam saberes profissionais para o ensino de problemas aritméticos com as operações adição e subtração. Logo, de maneira numérica seriam resolvidos, bastando apenas retirar os parênteses, pois estes dizem respeito à ordem em que estas operações são utilizadas. Dessa maneira, Reis (1919) vai explanando, ao longo de seu prefácio e de seu discurso, que adquire aspectos de formação para o uso da álgebra no ensino. Na sequência, o autor recomenda exercícios para que o aluno resolva, envolvendo essas situações com parênteses e com as operações adição, subtração e multiplicação.

Em continuidade ao seu prefácio, Reis (1919) acrescenta que entregou nas mãos do professor que ensina matemática “o suficiente para a resolução de quase todos os problemas difficeis, ou cuja solução é penosa de explicar em palavras” (prefácio, p. xxviii), assim como postula “não hesito em crer que achaes, assim, perfeitamente simplificada a tarefa do ensino preliminar, ou introductório, desta sciencia, tão injustamente tida como difícil” (ibid, 1919, prefácio, p. xxviii). Também adiciona, ao professor primário, que estes esforços dos alunos se referem assim, para que possam ser auxiliados a resolver os problemas aritméticos, pois ali

> todas as equações devem ser obtidas no correr da solução dos problemas, e não dadas como exercícios meramente abstractos.
> Todos os problemas apresentam, geralmente com demasia de palavras, certo numero de relações entre a incógnita e as quantidades desconhecidas. Apanhada e expressa

uma dessas relações, teremos uma equação, que deve resolver o problema (REIS, 1919, prefácio, p. xxi).

Para Reis (1919), o método algébrico deveria tornar clara a relação entre a quantidade conhecida e desconhecida nos problemas aritméticos com enunciados que teriam muitas informações (as charadas ou os enigmas). Esta relação, segundo o autor, ao ser traduzida pela resolução, deveria "tornar explícita, clara, [...] é aquillo a que se chama *pôr o problema em equação*" (REIS, 1919, prefácio, p. xxi, grifos do autor).

Para ilustrar a maneira de resolução dos problemas aritméticos, Reis (1919) apenas recomenda a prática de alguns destes e segue com um exemplo de problema aritmético que ilustra o método aos alunos desses professores primários. Diz que estariam acostumados a resolver, propondo sua construção pelo método algébrico e não pelo método aritmético[61]:

um negociante comprou um rebanho de carneiros a três preços diversos. Pagou $\frac{1}{3}$ do rebanho à razão de 21 francos a cabeça; $\frac{2}{5}$ à razão de 19 francos e o resto à razão de 15 francos. Revendeu todo o rebanho por 1674 francos, ganhando $\frac{1}{5}$ do preço da compra. De quantos carneiros se compunha o rebanho?"

Ninguém conseguirá fazer um raciocínio claro, fácil, corrente, para este problema, se resolvido esse processo ordinário, a que denominam *arithmetico*. Vejamos como o conduziríamos para o emprego da equação, por um processo fácil, que parece algébrico:

"O negociante pagou de certa maneira $\frac{1}{3}$ e de outro modo os $\frac{2}{5}$. Vamos ver, como sempre fazem vossos discípulos, que fracção do rebanho foi a terceira parte:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15} \text{ do rebanho,}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \text{ do rebanho.}$$

Suponhamos que o negociante comprou *x* carneiros; a primeira parte, daquelas em que dividiu a compra, foi

$$\frac{1}{3} \text{ de } x\text{, ou } \frac{x}{3} \text{ carneiros;}$$

a segunda parte foi

$$\frac{2}{5} \text{ de } x\text{, ou } \frac{2x}{5} \text{ carneiros;}$$

e a terceira parte foi

$$\frac{4}{15} \text{ de } x\text{, ou } \frac{4x}{15} \text{ carneiros.}$$

Se comprou a primeira parte à razão de 19 fr. cada carneiro, pagou

$$21 \times \frac{x}{3} \text{, ou } 7 \times \text{ francos}$$

se comprou a segunda à razão de 19 fr. cada carneiro, pagou

$$19 \times \frac{2x}{5} \text{, ou } \frac{38x}{5} \text{ francos}$$

se comprou a terceira à razão de 15 fr. cada carneiro, pagou

$$15 \times \frac{4x}{15} \text{, ou } 4 \times \text{ francos}$$

Fácil nos será agora saber quanto pagou, ao todo o negociante:

$$7x + \frac{38x}{5} + 4x$$

Diz-nos o problema que o lucro foi de $\frac{1}{5}$ do preço de compra, ou

$$\frac{1}{5}(7x + \frac{38x}{5} + 4x)$$

O negociante vendeu todo o rebanho por 1.674 francos portanto

$$7x + \frac{38}{5}x + 4x + \frac{1}{5}(7x + \frac{38x}{5} + 4x) = 1674$$

[61] Vale reforçar que o Relatório do Comitê dos Quinze (1895) sinaliza para que o professor que ensina matemática perceba a construção do conhecimento algébrico junto ao conhecimento aritmético, em parceria, como já apontado nesse texto.

Resolvida esta equação, que é facílima, acharemos
$x = 75$, numero de cabeças do rebanho
(REIS,1919, prefácio, p. xxiii).

Temos, portanto, minuciosas páginas que se assemelham a uma aula, um roteiro que envolve saberes profissionais próprios para o exercício da docência. São estratégias de como ir, aos poucos, substituindo o processo ordinário ou o aritmético pelo método algébrico para resolver esses problemas aritméticos, com enunciados que mais parecem charadas ou enigmas.

Após, e já finalizando o prefácio, o autor considera que, afinal, "toda a historia da pedagogia não tem sido outra coisa senão a pesquisa dos meios mais suaves de fazer aprender" (REIS, 1919, prefácio, p. xxx). Reforça, ainda, que "para a pedagogia contemporânea [...] os bons professores não nascem prontos, - fazem-se com o esforço diário" (ibid, 1919, prefácio, p. xix).

O autor recomenda e ressalta que caberia aos professores primários entender que, para o exercício de sua profissão, deveria estar receptivo a novas concepções, a procurar compreender a necessidade de estar envolvido com as propostas de modernidade que vem das ciências da educação, de procurar perceber que a docência não é só composta de saberes que vem da formação, mas passa por conceber como funciona o processo de aprendizagem desse aluno. Passa pelos saberes que receberam na formação e continuam no próprio exercício desta.

Aqui, nesse momento, o autor destaca o papel do "fazer aprender". Nessa passagem, há um discurso favorável em torno das maneiras que podem auxiliar o professor que ensina matemática em relação ao exercício da docência; afinal, o "esforço diário", é uma construção com aspectos próprios da pedagogia. Essas maneiras, formas, que, em si, estão caracterizadas nesse saber profissional da docência, constituem saberes que, ainda que envolvidos na experiência, carregam particularidades. São saberes profissionais que vão não só auxiliando nessa tarefa como, também, criando ferramentas e métodos para ensinar.

Estas particularidades fazem alusão a aspectos da docência que alguns desses referenciais[62] adotados pelo GHEMAT discutem, pois constituem exemplos desse aprendizado fora das universidades. São e constituem aspectos de saberes profissionais e, por isso, interessa uma discussão dos processos e dinâmicas que o compõem.

Alguns dos resultados desses referenciais sinalizam para uma "dupla evolução conjunta dos saberes disciplinares e de saberes *para* ensinar no interior das formações para o

[62] Borer (2017) afirma que "há saberes disciplinares [que] estão muito longe daqueles produzidos pelas faculdades" (p. 190).

ensino” (BORER, 2017, p. 194), ou seja, apontam para saberes que podem estar presentes na formação, mas que requerem uma atenção especial dos profissionais do ensino (nesse texto, do professor que ensina matemática), quando estiverem no exercício da docência.

Podem, assim, assumir apropriações que repercutem nos saberes *para* ensinar. Estes saberes profissionais poderiam estar sendo apropriados pelos professores primários, para que estivessem mais próximos do recomendado para o ensino, em programas ou nos livros didáticos, por exemplo. Mas como são parte dos requisitos para ensinar, podem sofrer algumas “alterações” finais, ou seja, no ato de ensinar. Podem ter suas origens na formação de professores e sofrer modificações, conforme sugestões e entendimentos, compondo, assim, parte dos saberes profissionais.

Reis (1919) delineia a caminhada dos saberes profissionais quando, em seu prefácio, alega que os “bons professores não nascem prontos”, mas, no exercício da docência, que envolve “o esforço diário”, passariam por apropriações de métodos e situações de uma “pedagogia contemporânea” (p.xix), por exemplo.

Adiante, nas páginas da introdução, Reis (1919) inicia ressaltando que a representação de números – de quantidades desconhecidas por letras ou objetos –, isto é, a “generalização algébrica” (REIS, 1919, p. 1) é sugerida conforme o professor melhor se sentir, mas sempre de maneira “amena e bem simples” (ibid, 1919, p. 1).

> É preciso, e essencial, que não se comece por dar uma serie de definições, com que tantos livros logo às primeiras páginas espantam, apavoram e oprimem a seus indefesos leitores, mas, ao contrario, ir contornando as dificuldades e suprimindo asperezas (REIS, 1919, p. 1).

Como anunciado em seu prefácio, a proposta é iniciar os alunos em um problema que seria, “conforme a prática do próprio professor” (REIS, 1919, p. 1), contado em aula. O problema é baseado em um menino que abre uma arca com vários objetos e pretende listá-los com suas respectivas quantidades. Começa escrevendo todos os nomes, mas percebe que pode simplificar seu trabalho se somente colocar suas iniciais. Logo discute que tem objetos com mesma inicial, como livros e lapiseira, assim como outros:

> Não tardou, porém, que lhe aparecesse uma dificuldade: da arca sahiu, depois de várias coisas um *lápis*, que não podia ser representado pela letra *l*, pois já estava destinada aos *livros*. Como fazer? Adoptou Paulo o alvitre de representar o lápis por *lp* e, semelhantemente, representou por *cv* um canivete, por *lpsr* uma lapiseira, por *lpp* um limpa-pennas, por *pn* uma penna e por *cd* um caderno (REIS, 1919, p. 2, grifos do autor).

Dessa forma, finalizou sua lista ficando somente com letras, e não mais com os nomes desses objetos. Com o final desta história, o menino tem uma lista de objetos e suas quantidades reunidas ou somadas, sendo que a ele

> não ocorreria, porém, somar os *grampos* com as *moedas*, porque sabe que só se podem somar quantidades da mesma espécie.
> Quando se empregam letras para representar os objetos, as quantidades quaisquer, essas representações symbolicas tem o nome de *quantidades algébricas*, ou *quantidades literais* (REIS, 1919, p. 4, grifos do autor).

Com uma introdução breve, o autor termina sua proposta de como o professor que ensina matemática pode fazer suas primeiras abordagens em álgebra para o curso primário. Importa perceber que se trata de apresentar ideias iniciais, por meio de um problema aritmético (contar objetos).

No Capítulo 1, para melhor ilustrar, Reis (1919) apresenta o que chama de exemplos, todos com características de problemas aritméticos, utilizando da incógnita *x*:

> 1. Si representamos por x o numero de kilometros que percorremos hoje, e si amanhã percorremos 7 km, o percurso total dos dois dias será representado por $x + 7$
> 2. Quantos anos contava, em 1915, uma pessoa que actualmente (1919) está com x anos? *Resp.* $x – 4$.
> [...]
> 6. Sendo x a idade actual de uma pessoa, como representar a que contava a 10 annos? *Resp.* $x – 10$. Há 6 meses? *Resp.* $x - \frac{1}{2}$.
> 7. Sendo x o numero de meses de uma criança, qual será a idade da mesma dentro de um ano e meio? *Resp.* $x + 18$.
> [...]
> 10. Sahi de casa com uma quantia x; recebi 20\$000, gastei 2\$, recebi mais 7\$ e gastei mais 12\$. Com quanto fiquei? *Resp.* x + 20\$000 + 2\$000 + 7\$000 – 12\$000 (REIS, 1919, p. 6, grifos do autor).

Aqui, interessa ao professor que ensina matemática perceber que estes exemplos se parecem com a proposta do prefácio de ir trazendo o método algébrico de maneira graduada. Nesse momento, prevalece o registro do emprego da incógnita. É importante saber ensinar ao aluno a representação de uma quantidade desconhecida com a letra *x*.

Vimos que o autor assegura ao professor que ensina matemática:

> Do mesmo modo que 5 *botões* com 2 *botões* perfazem 7 *botões*, podemos assegurar que 5 objectos denominados *x*, com 2 outros objectos denominados *x*, perfazem 7 objectos denominados *x* ou
> $$5\,x + 2\,x = 7\,x.$$
> Semelhantemente,
> $$5\,x – 2\,x = 3\,x.$$
> (REIS, 1919, p. 8, grifos do autor).

Adquire, assim, ao longo da obra, aspectos de uma matemática a ser construída com o aluno, com saberes para ensinar os rudimentos algébricos. Ali, há presente uma *álgebra para* *ensinar* a resolver problemas, com aspectos próprios, de enigmas ou charadas. Ainda que não assuma formalmente a intencionalidade na aprendizagem de uma nova rubrica, o autor propõe uma sequência planejada de atividades e situações que assumem uma proposta "organizada de situações destinadas a fazer aprender" (REY, 2006, p. 84 apud HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 123).

Vê-se, dessa forma, que o autor sugere um método para ensinar a resolver alguns tipos de problemas. A esse momento, pelo que vimos, o professor primário conhecia a álgebra e conhecia a aritmética. O método algébrico faria essa mediação entre os dois, seria parte dos saberes profissionais para o ensino. Surge, assim, um ensino de aritmética carregado de rudimentos algébricos. Importa ao professor que ensina matemática conhecer o método para saber como "começa" o ensino de uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos.

Em seu método, importa ao professor que ensina matemática, saber que não se adiciona ou subtrai espécies diferentes, uma espécie *x* só será adicionada a outra a ser caracterizada de mesma forma, ou seja, a outra quantidade *x* qualquer. Como também será claro estabelecer, no decorrer das resoluções que envolvem a álgebra nesses problemas aritméticos, que todas as relações seriam facilmente resolvidas ao se colocar o problema em equação.

O autor assinala que não há regras para ensinar a resolver os problemas aritméticos "difíceis", as charadas. A álgebra seria a chave para o ensino de como resolver estes problemas; caberia ao professor que ensina matemática ir conduzindo o aluno nesse aprendizado, até culminar em uma equação. A esse momento, na obra, há presença de discussões que envolveriam os saberes profissionais que estariam sendo utilizados no encaminhar dessas resoluções de problemas aritméticos.

Logo em seguida, é apresentado o subtítulo "Problemas", relacionando os problemas e as equações, pois

> toda equação resulta de um *problema;* é a tradução, em linguagem algébrica, da relação que existe entre os *dados* desse problema e a *incógnita.* Resolvida, acha-se o numero que satisfaz a todas as condições do enunciado.
> Para resolver um problema pelo methodo algébrico é preciso *pôl-o em equação,* isto é, procurar as relações distinctas que existem entre as quantidades conhecidas e as desconhecidas (REIS, 1919, p. 35, grifos do autor).

A discussão assume aspectos de sequência aos saberes para ensinar a resolver esses problemas aritméticos, saindo do método aritmético para o método algébrico, como proposto em seu prefácio. São discussões, sugestões de como se deveria ensinar a resolver os problemas aritméticos, utilizando dos rudimentos algébricos. Nessa parte, a obra trouxe sequências de problemas aritméticos com suas respectivas soluções, com o subitem "Primeira série de Problemas".

Assume a intencionalidade de propor uma sequência de raciocínios que auxiliariam nos saberes profissionais necessários para suas resoluções em linguagem algébrica, bastando reduzir suas relações a uma equação de 1º grau, como o problema abaixo:

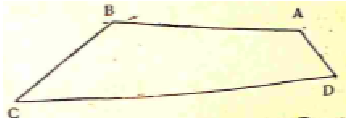
> Tenho duas caixas, que contem lápis. Na segunda há o quadruplo dos que há na primeira. Os lapis das duas caixas, reunidos, são 25. Quantos há em cada uma das caixas?
> Representemos por x o número dos que conteem na primeira caixa; os da segunda serão 4 X x, ou 4 x. se os da primeira sommados aos da segunda, dão 25, temos a *equação*
> $$x + 4x = 25.$$
> Mas $x + 4x$ é o mesmo que $5x$, portanto
> $$5x = 25, \text{ donde } x = 5.$$
> Resp.: Na primeira caixa estão 5 lapis; na segunda 4 X 5 ou 20
> (REIS, 1919, p. 36-37, grifos do autor).

São apresentadas, em seguida, como proposta de "exercício methodico", (p. 36) uma série de problemas, pois "só a pratica consegue dar aos discípulos a desejada habilidade" (p. 36), e sua aquisição é adquirida quando "a resolução dos problemas é uma verdadeira gymnastica mental, de efeitos seguros, de resultado garantido para a função geral do raciocínio" (p.36). Estes problemas prosseguem na obra e já assumem, algumas vezes, não só o caráter aritmético, mas também o caráter de método algébrico a ser consolidado nos outros problemas aritméticos propostos. Porém há problemas que envolvem perímetro e outros 5 com o conceito de ângulos, nessa lista.

Aqui vale ressaltar que em todos esses problemas a resolução é encaminhada no discurso semelhante: transformam-se os dados do problema até a equação, depois se resolvem de maneira aritmética. O método algébrico faria essa transformação, conforme a interpretação desses dados.

Como o exemplo de perímetro abaixo:

> O perímetro do quadrilátero ABCD é de 220 pollegadas



O lado BC é o dobro do lado AD; o lado AB é o triplo do mesmo; o lado CD é o equivalente á somma de BC e AB. Achar o comprimento de cada lado.

Lado AD x — Equação
“ BC $2\,x$ — $x + 2\,x + 3\,x + 5\,x = 220$
“ AB $3\,x$ — ou $11\,x = 220$
“ CD $2\,x + 3\,x$ ou $5\,x$ — $\therefore \quad x = 20$

Resp.: Lado AD = 20 poll.; BC = 2 X 20 ou 40 poll.; AB= 3X 20 ou 60 poll.; CD = 5 X 20 poll. ou 100 poll.
Verificação: 20 + 40 + 60 + 100 = 220
(REIS, 1919, p. 43, grifos do autor).

Seria necessário saber somente que perímetro é a soma de lados. A partir desse conteúdo, o problema assumiria a transformação desses dados do problema em uma equação: partindo do lado menor, como a quantidade desconhecida a servir de parâmetro para as outras medidas, e seguir na solução aritmética. Há o método algébrico a traduzir esses dados. Assim, desde o começo da resolução, este problema seria resolvido pelo método algébrico.

Prosseguindo na análise da obra, na segunda série de problemas no capítulo das equações, há enunciados menores como “Qual o numero que, divido por 4, dá 16?” (REIS, 1919, p. 48), agora já com o número a ser conhecido com a quantidade *x* a ser conhecida, por meio dos cálculos aritméticos. Trata-se de saberes que importam ao professor que ensina matemática conhecer para a utilização dessas quantidades desconhecidas *x* como, por exemplo, uma espécie qualquer *x* a sofrer operações somente com outras de mesma espécie *x*. Nesses saberes, estariam aspectos principais para o ensino de aritmética, afinal, todo problema aritmético, segundo o autor, envolveria uma quantidade a ser conhecida; apenas nesse momento, passaria a receber uma letra que fora convencionada anteriormente como uma incógnita *x*.

É importante perceber, portanto, que esses rudimentos algébricos só fariam sentido se essa quantidade pudesse ser contada. A álgebra em si seria abstrata, mas, em sua proposta, ela estaria representada como uma ferramenta que auxiliaria a resolver os problemas aritméticos com aspectos de charadas ou enigmas. A estes, a álgebra seria concreta, ou seja, ela apareceria em situações propostas por problemas que envolvem quantidades que possam ser contadas.

Essa foi a proposta de Otelo de Souza Reis. Para o próximo momento desse texto, buscaremos entender qual teria sido a proposta de Tito Cardoso de Oliveira. Quais problemas aritméticos deveria seu método privilegiar?

Para Tito de Oliveira (s.d.), em seu livro didático, a marcha do raciocínio parece tomar outro ritmo, com muitas regras, exemplos e exercícios. Passa até mesmo pelas operações fundamentais na aritmética, de forma que nos parece que sua proposta foi reviver os conceitos básicos como numeração, emprego da letra *x*, ou as quatro operações fundamentais.

Quanto à apresentação da letra *x* como uma incógnita, é semelhante ao que recomendava Reis (1919), ou seja, como um objeto. Em sua obra, Tito de Oliveira (s.d.) intitula como "convenção" (p. 13); para ele, "a letra *x*, portanto, em nossos estudos, não será mais que um signal para representar um valor desconhecido, cujo valor, depois de encontrado, a substituirá (ibid, p. 13).

O primeiro problema aritmético é colocado somente na página 22, logo após a definição, regra geral e exercícios de adição e propriedades desta: "Se reunirmos os 10 lápis de Maria aos lápis que Laura tem, ficaremos com 27 lápis. Quantos lápis tem Laura? – Resp. 17" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 22.). Nessa mesma estrutura, são apresentados mais 5 problemas, cujas operações estão remetidas à adição. Procede de igual maneira desde o início, demonstrando seus resultados no final da frase que foi problematizada.

Na subtração, a exposição é semelhante, somente ao seu final, na página 26, é que vem apresentado o seguinte problema: "Dos lápis que João possuía deu 9 a Luiz e ficou com 12. Quantos lápis tinha João?" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 26). Este problema aritmético é colocado logo após a propriedade da subtração que diz "em qualquer subtracção o subtrahendo é igual à somma do subtractor com o resto" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 25). A resposta ao final do problema seria apresentada de duas maneiras, mental e gráfica[63]; na primeira, seria desenvolvida de maneira aritmética, com aspectos de discurso, semelhantes a um roteiro de aula, e, na segunda, como uma resolução gráfica, ou seja, uma resolução utilizando de álgebra, em seus rudimentos.

EXEMPLOS

Dos lápis que João possuía deu 9 a Luiz e ficou com 12. Quantos lápis tinha João?

MENTAL	GRAPHICO
Se João depois de dar 9 lapis a Luiz ficou com 12, é claro que se sommarmos os 9 que ele deu com que ficou encontraremos o numero de lápis que ele tinha. E como 9 + 12 = 21, responderá ao problema: - João tinha 21 lápis.	Se representarmos por *x* o numero desconhecido de lápis que João tinha subtrahindo-se deste numero os 9 que foram dados a Luiz, sobraram 12, teremos: $x - 9 = 12$ E como o subtrahendo é igual ao resto sommado com o subtractor, resultará: $x = 12 + 9$ ou $x = 21$.

(TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 26, grifos do autor).

63 Segundo o dicionário de 1836, graphico seria sinônimo de "escripto" (CONSTÂNCIO, 1836, p.12).

A resolução (que o autor intitula de "graphico") assume aspectos semelhantes ao que apresenta a convenção no início da obra para o emprego da letra *x*: como símbolo da quantidade desconhecida a sofrer as operações.

Vale ressaltar neste ponto que o artigo de Cabrita (1917), aqui discutido anteriormente, faz menção a uma marcha do raciocínio, atribuindo essa ideia a Reis (1919); de uma maneira semelhante, demonstramos que Tito de Oliveira (s.d.) chama essa resolução de gráfico. Nesse método proposto, os alunos deveriam ser inseridos em uma marcha de ensino com, a princípio, duas resoluções, uma mental e outra gráfica.

A resolução mental parece ser semelhante ao que os alunos já conheciam, uma vez que assumiria aspectos de uma solução com raciocínio mental, que exigiria da pessoa certa habilidade para pensar na situação. Isso se denota, por exemplo, com a expressão "é claro que se somarmos os 9 que ele deu com os 12" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 26).

Retomando o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), espera-se que a criança esteja adaptada a resolver os problemas aritméticos, de maneira mental e gráfica ou escrita, pois estas resoluções seriam apresentadas de maneira gradual a essas formas. O aluno deveria cursar a aritmética mental até o final do primário, mas, nos anos finais, deveria ser apresentado ao método escrito (REPORT...1895, p. 101-102). A isto, Tito de Oliveira (s.d.) chama de gráfico, pois o aluno deveria ser apresentado a essa aritmética superior: "uma forma modificada deve ser introduzida no lugar da aritmética avançada" (REPORT..., 1895, p. 95).

O professor que ensina matemática deveria "treinar" seu aluno constantemente até seu aprendizado e registros, tanto mental quanto escrito. Dessa maneira, ao chegar nos dois últimos anos do ensino primário, este aluno estaria preparado para as resoluções gráficas, que já envolveriam alguns conceitos de álgebra, pois

> existem alguns problemas em aritmética que podem ser resolvidos mais facilmente pela álgebra do que pelos processos ordinários da aritmética, mas há muitas resoluções de problemas em equações de primeiro grau que podem ser mais facilmente manipuladas pela aritmética mental do que pela álgebra. Atacar problemas aritméticos por álgebra é muito parecido com o uso de uma tremenda alavanca para erguer uma pena. Aqueles que encontram grandes dificuldades nos "enigmas, charadas" aritméticas, se confundem muitas vezes procurando na direção errada[64] (REPORT..., 1895, p. 101-102, tradução nossa).

---

[64] As to mental arithmetic: Till the end of the fourth year the pupil does not need a text-book of mental arithmetic. So far his work in arithmetic should be about equally divided 35 between written and mental. At the beginning of the fifth year, in addition to his written arithmetic, he should begin a mental arithmetic and continue it three years, reciting at least four mental arithmetic lessons each week. The length of the recitation should be twenty minutes. A pupil well drilled in mental arithmetic at the end of the seventh year, if the school 5 age begins at six, is far better prepared to study algebra than the one who has not had such a drill. There are a few problems in arithmetic that can be solved more easily by algebra than by the ordinary processes of arithmetic, but there are many numerical problems in equations of the first degree that can be more lo easily handled by

Para o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), existiriam problemas que não seriam mais bem resolvidos pela álgebra. Neles, seriam utilizados a aritmética mental e, dessa forma assumiriam aspectos de "uma tremenda alavanca" para se resolver um problema. Um exemplo desse tipo de problema seria:

> *Qual o numero que subtrahindo que de 15 deixa 8 para resto?*
>
> Resolução
>
> Sendo o numero desconhecido, o representaremos por x, e grapharemos o problema do seguinte modo:
>
> $$15 - x = 8$$
>
> Applicando então a regra que o subtractor x, é igual ao subtrahendo 15, menos o resto 8, teremos:
>
> $$x = 15 - 8 \text{ ou } 7$$
>
> Respondendo então ao problema:
> O numero procurado é 7
> (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 28, grifos do autor).

Após problemas como o descrito acima, Tito de Oliveira (s.d.) apresentou outros seis problemas aritméticos do mesmo tipo, com temas relacionados à idade como, por exemplo, "O excesso de um número sobre 8 é 6. Qual é esse número? – Resp.: 14" ou "Julio que tem 12 annos, é mais moço 5 annos que Pedro. Qual a idade de Pedro? – Resp. 17" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 27). Além destes, há menção a objetos, a frutas e a números, todos com estruturas de frases semelhantes.

Aqui, essa marcha de raciocínio parece não ajudar o método algébrico; o aluno estaria ainda utilizando uma "alavanca" para a "pena", mas caberia ao professor primário facilitar o processo de memorização das etapas do método. Afinal,

> Estes problemas deverão apenas servir de norma para o professor organizar outros semelhantes, sempre subordinados à propriedade estudada e em proporção as habilidades e intelligencia de seus alumnos, aos quaes deverá obrigar a constantes exercícios até por si mesmo, os comprhendam, os grafem e os resolvam (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 29).

O mesmo ocorre com a 2ª propriedade da subtração exibida: "em qualquer subtracção o subctrator é igual a differença entre o subctrator e o resto". Apresenta-se a regra geral, exemplo, exercícios, um problema aritmético com as duas maneiras de resoluções como exemplo a ser seguido, bem como com a instrução anterior: "baseados na propriedade e regra já estudadas, poderemos resolver todas as questões e problemas que lhes sejam subordinados" (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 28).

---

mental arithmetic than by algebra. To attack arithmetical problems by algebra is very much like using a tremendous lever to lift a feather. Those who have found a great stumbling-block in arithmetical "conundrums," have, if the inside facts were known, been looking in the wrong direction. A deficiency of "number-brain-cells" will afford an adequate explanation.

EXEMPLOS

Problema	**Problema**
Qual o numero que subtrahindo de 15 deixa 8 para resto? RESOLUÇÃO Sendo o numero desconhecido, o representaremos por x, e grapharemos o problema do seguinte modo: $15 - x = 8$ Applicando então a regra que o subtractor x é igual ao subtrahendo 15 menos o resto 8, teremos: $x = 15 - 8$ ou 7 respondendo então ao problema: O numero procurado é 7.	*Julia tem 20 annos e é mais velha 6 annos que Maria. Que idade tem Maria?* RESOLUÇÃO Sendo desconhecida a idade de Maria, a representaremos por x, e grapharemos a questão assim: $20 - x = 6$ Applicando a regra que o subtractor desconhecido x, é igual ao subtrahendo 20, menos o resto 6, teremos: $x = 20 - 6$ ou $x = 14$ respondendo ao problema: Maria tem 14 annos.

(TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 28, grifos do autor).

Como na propriedade anterior, há, também, a proposição de outros seis problemas que versariam sobre idade, objetos, frutas ou doces.

Na multiplicação, foram expostas as nomenclaturas que a compõem (multiplicando, multiplicador, produto parcial, produto total e fatores do produto total), na página 29. Também, a regra geral, sua prova real, a prova dos nove com a regra geral, todos com exemplo e exercícios, bem como a “Taboada de Pitágoras[65]” (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 32).

[65] “Para se encontrar nesta taboada o produto de dois números, procura-se o primeiro destes números na coluna horizontal e o segundo na coluna vertical. No quadro onde as duas colunas se encontrarem estará o produto procurado” (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 32).

Figura 6: Taboada de Pithagoras

TABOADA DE PITHAGORAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Fonte: RCD.

Somente na página 34, foi apresentado um problema aritmético referente a estes: “Pedro distribuiu, igualmente, entre seus irmãos, 90 maçãs, cabendo 18 a cada um. Quantos eram os irmãos de Pedro?” (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 34.).

MENTAL

Se Pedro distribuiu 90 maças por seus irmãos cabendo 18 a cada um, é claro que procurando-se saber o numero que 90 contem 18, este numero será os irmãos de Pedro.

E como

$$90 \div 18 = 5$$

O numero 5 responderá ao problema:

- Pedro tem 5 irmãs.

GRAPHICO

Representando-se por *x* o numero desconhecido dos irmãos de Pedro, e sabendo-se que as 18 maçãs de cada um, multiplicadas por este numero é igual a 90, teremos:

$$18\,x = 90$$

E como um factor desconhecido é igual ao produto dividido pelo factor conhecido, resultará:

$$x = \frac{90}{18} \text{ ou } x = 5$$

(TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 34, grifos do autor).

Como nas estruturas anteriores, são apresentados outros problemas aritméticos; porém, dessa vez, são 3 os que envolvem, em suas frases, organização semelhante. Com números (“Quantas vezes precisamos repetir o número 12 para obtermos 204? Resp. 17” ou “qual o número que repetido 15 vezes produz 165? Resp. 15.”) e objetos (“Antonio possui 120 pennas, distribuídas igualmente em 8 caixas. Quantas pennas estão em cada caixa? Resp. 11”) (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 34).

Vemos, assim, que no emprego das operações fundamentais, de uma maneira geral, a álgebra se apresenta como indicativo de quais problemas ensinar. Estes são definidos conforme o uso de regras, exercícios e exemplos demonstrados anteriormente e fazem parte da solução de *pequenos*[66] problemas. Logo, a álgebra proposta ao ensino não seria para os problemas difíceis, mas os de frases curtas e soluções fáceis, pois respeitariam o "método" sugerido pelo autor (BERTINI; ROCHA, 2018, p. 10).

Vale ressaltar que, nesse ponto, a marcha do método proposto ainda assumiria aspecto de uma "alavanca a levantar uma pena", como bem assinalaria o Relatório do Comitê dos Quinze (1895) e que esses problemas aritméticos definem o próximo passo dessa marcha que, até esse momento dessas análises, ainda não estaria sendo facilitado pelo método algébrico.

Voltando à marcha da obra, o próximo problema aritmético começa a apresentar aspecto de enigma ou de charada, mas, ainda assim, estaria após o enunciado da regra a ser proposta pelo livro didático. A regra, seria enunciada logo depois de apresentado o dobro, triplo, quádruplo das quantidades conhecidas, assim apresentou-se os exemplos desse caso e para o emprego da incógnita x, o autor anunciou que

> Do mesmo modo que podemos determinar o dobro, o triplo, etc., de um numero conhecido qualquer, também podemos, e pela mesma regra, representar o dobro, triplo, etc., de um número de uma quantidade desconhecida representada por x (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 41, grifos do autor).

Para ilustrar tal regra, foram colocados exemplos, os quais demonstramos na figura 4 do capítulo anterior (exemplo de dobro, triplo de quantidades desconhecidas x). Logo após anunciar os exercícios, Tito de Oliveira (s.d.) parece preparar o professor que ensina matemática para o próximo passo de sua marcha com a seguinte nota de rodapé:

> Sendo muito commum nos problemas o emprego do dobro, do triplo etc., dos números, será de bom aviso ao professor exercitar os seus alumnos o mais possível a esse respeito (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 42).

Segue como sugestão um problema, novamente com as duas formas de resolução: mental e escrita, para a questão: "**Problema** – O dobro da idade de Julia é 72. Quantos anos tem Julia?" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 42, grifos do autor).

MENTAL	GRAPHICO
Se 72 representa 2 vezes a idade de Julia, é claro que se dividirmos 72 por 2 acharemos a idade perdida. E como: $$72 \div 2 = 36$$ Este numero responderá ao problema: Julia tem 36 annos.	Representando-se por x a idade desconhecida de Julia. E sabendo-se que que o dobro dessa idade é igual a 72, teremos: $$2\,x = 72$$ E como um factor desconhecido é igual ao produto dividido pelo factor desconhecido, resultará: $$x = \frac{72}{2} \text{ ou } x = 36$$

[66] Segundo o próprio autor, como subtítulo de sua obra.

(TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 42, grifos do autor).

Ao indicar os problemas como último passo desse tema (dobro, triplos e etc.), o autor novamente traria uma nota de rodapé ao professor que ensina matemática dizendo que estes seriam exemplos, lhe caberia trazer outros semelhantes até a compreensão de seus alunos e estes "resolvê-los com desembaraço" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 42).

Sugestões como, por exemplo,

> Se multiplicarmos a somma de 9 + 3 pelo triplo de certo numero acharemos 324. Qual o numero? - Resp. 9.
> O professor mandou João e José escreverem 960 linhas devendo João escrever o dobro de José. Quantas linhas escreveu cada um?
> Miguel comprou o triplo das pennas que já tinha e ficou com 240 pennas. quantas pennas Miguel tinha: - Resp. 60.
> Qual o numero que repetido 8 vezes dá o total de 400? – Resp. 40.
> O dobro da idade de Emília é 36. Quantos anos tem Emília? – Resp. 18.
> Qual o numero que somado com seu duplo e o seu triplo é igual a 120? – Resp. 20 (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 42).

Pareceu-nos que o autor, durante sua obra, teria estabelecido uma marcha, partiria do mental para o gráfico, em que os dois métodos caminhassem juntos até que prevalecesse somente o método algébrico como uma solução mais adequada. Assim sua proposta vem sendo delineada ao longo das páginas, de maneira a obedecer a uma marcha de ensino, como preconizado no Relatório do Comitê dos Quinze (1895), "a criança é vista como uma pessoa e não como um objeto[67]" (p.24).

Os saberes profissionais das ciências da educação, "no pensamento educacional moderno" (REPORT..., 1895, p. 24), entram em cena no ensino dessa marcha de uma aritmética superior, em que o professor que ensina matemática deve ir, gradualmente, apresentando uma *álgebra para ensinar* a resolver os problemas de aritmética. O ritmo é determinado pelos problemas aritméticos a serem resolvidos, sempre após a regra, exemplos e exercícios.

O discurso ao professor que ensina matemática, ao longo de suas páginas, pareceu ilustrar tal situação quando o autor sugeriu, por exemplo, uma nova série de problemas:

> O professor, quer no quadro preto como em cadernos apropriados, devera exercitar os alumnos, com problemas semelhantes aos exemplos dados, e sempre subordinados á propriedade estudada, até que eles por si só os possam graphar e resolver. Os problemas aqui fornecidos deverão servir, apenas de norma para o

[67] Modern educational thought emphasizes the opinion that the child, not the subject of study, is the guide to the teacher's efforts. To know the child is of paramount importance. How to know the child must be an important item of instruction to the teacher in training. The child must be studied as to his physical, mental, and moral condition.

professor organizar os seus, fazendo os alumnos raciocinarem sobre os enunciados e bem comprehendel-os (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 27).

Assim, parece que a familiaridade com os tipos de problemas e suas resoluções deveria definir o próximo passo nessa marcha. Uma marcha até que o método algébrico se torne a resolução mais adequada.

Encontramos um discurso semelhante, ao professor que ensina matemática, em outra nota de rodapé: "estes problemas servirão, apenas, de norma para o professor organizar outros semelhantes e exercitar os alumnos até fulgal-os habilitados para resolvel-os com desembaraço" (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 42), o que o prepararia para o próximo passo.

A partir do exemplo de problema aritmético apresentado acima, houve um aumento no tamanho das frases que compunham a lista. Estas possuíam o aspecto de charadas em algumas ocasiões, além de assumirem aspectos de um saber profissional que ilustrou uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos. Obedeciam à marcha de ensino anunciada, muitas vezes nas notas de rodapé já mencionadas.

Nesse momento da marcha de ensino, é necessário ao professor que ensina matemática escolher problemas aritméticos que poderiam oferecer aos alunos métodos de resoluções para os "pequenos problemas" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p.1). Agora, todavia, estes teriam aspectos diferenciados do início de sua obra, uma vez que envolveriam situações nas quais o método algébrico facilitaria suas resoluções.

Vejamos alguns desses problemas aritméticos propostos como "diversos":

> 31 – Qual o número que somado com seu dobro e multiplicado a sua somma por 5, dá 180 para resultado? – Resp. 20.
> [...]
> 33 – Como se deve dividir 195 em duas partes, de forma que a segunda seja o dobro da primeira? – Resp. 65 e 130.
> 34 – O triplo do excesso de um número sobre 20 igual a 285. Qual é esse numero? – Resp. 115.
> 35 – O dobro da idade de Maria somada com 3 annos e multiplicada a somma por 4 o resultado será um século. Que idade tem Maria? – Resp. 11 annos.
> [...]
> 40 – Qual o numero que somado com seu duplo e o seu triplo e o resultado multiplicado por 5, é igual a 150? – Resp. 5 (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 46-47).

Antes desses problemas aritméticos acima, esteve a seção intitulada "Emprego de parenthesis", já iniciando com "o parenthesis são empregados na Arithmetica para encerrarem as operações indicadas e que se considera effectuadas" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 43)., ou seja, tais resoluções deveriam aplicar o emprego de parênteses e suas maneiras de resolver.

Parece, assim, que nesses 14 problemas aritméticos, a marcha de ensino começa a sofrer mudanças, afinal, o professor primário já teria apresentado no percurso dessa marcha como se efetuar as operações fundamentais, com parênteses ou sem, em suas elaborações (dobro, triplo e outros), utilizando dos problemas como uma escolha de aplicação, verificação e tema seguinte.

No próximo item da obra, é apresentada a divisão e, em seguida, "Formação da metade, terça, quarta partes, etc, dos números" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 60). Esta exibe estrutura semelhante aos dobros, triplos, etc.. Há uma breve explanação, exemplo, conceito, um problema aritmético ("A metade da idade de Paulo é igual a 22 annos. Quantos anos tem Paulo?") (ibid, p. 61). Segue-se sua resolução pelo mental e gráfico e outros 3 problemas aritméticos a resolver. Ao final desses problemas aritméticos propostos, há uma orientação ao professor:

> O professor organisará outros problemas semelhantes aos nossos e quando considerar os seus alumnos já habituados neste primeiro período de nossas noções, dar-lhe-á exercícios sobre toda a matéria estudada. Para estes problemas daremos adiante alguns exemplos (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 61).

Na sequência, são apresentadas mais de 2 páginas com 23 problemas, sob o título "Problemas sobre as operações fundamentaes" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 62-64). A partir desse momento, o autor não mais utiliza o método mental (aritmético), somente o gráfico, e utiliza a expressão "grafando", a simbolizar sua escolha.

> *Graphando* o problema teremos .... $2\,x + 6 = 36$
> Applicando a propriedade que se refere á
> Parcela desconhecida será.................................... $2\,x = 36\text{-}6$ ou $2\,x = 30$
> Aplicando a propriedade que se refere ao factor
> desconhecido, resultará....................................... $x = \frac{30}{2}$ ou $x = 15$
> (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p.62, grifo nosso).

O problema acima ("Se o dobro da idade de Paulo, somássemos mais 6 annos, ele ficaria com 36 annos. Que idade tem Paulo?") (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 62) seria aquele escolhido para estabelecer uma nova marcha de ensino na aritmética.

Pelo discurso apresentado aos professores que ensinam matemática, os alunos já teriam passado por uma série de problemas aritméticos semelhantes, até que estivessem habilitados ao próximo passo dessa marcha: a resolução de pequenos problemas aritméticos pelas equações algébricas, ou seja, pelo método que ele chama de gráfico. Nele, os alunos, na verdade, estariam suprimindo alguns passos da aritmética mental, passando a registrar essas quantidades a terem seus valores operacionalizados e encontrados pela incógnita *x*.

Igualdade e equações são introduzidas na sequência. Assim como Otelo de Souza Reis (1919), este autor traz o tópico como conteúdo e trata-o em separado, porém mantém a estrutura de apresentação na marcha de raciocínio já estabelecida: regras, exemplos, exercícios, mas, agora, apresenta o tópico: os “problemas geraes” (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 81).

A proposta de resolução desses problemas aritméticos pareceu-nos assumir uma marcha de raciocínio mais próxima à utilização da álgebra. Não mais como uma “alavanca a levantar uma pena”, mas para facilitar a resolução de problemas difíceis, aqueles com aspectos de charadas ou enigmas, como prescrevera o Relatório do Comitê dos Quinze (1895).

Podemos perceber tal proposta nos exemplos abaixo:

> Qual o numero que somado com seu dobro e o seu triplo e subtrhindo-se 30 da somma dá para resto o próprio numero mais 10? – Resp.8.
> A somma de dois números é 90 e a sua differença é 20, quaes são os números? – Resp. 35 e 55.
> O triplo da idade de Emilia menos 10 annos é igual ao dobro da sua idade mais dois annos. Quantos annos tem Emilia? - Resp. 12.
> O excesso do dobro de um numero sobre 4 é igual a este numero mais 16; qual é o numero? – Resp. 20.
> O dobro de um numero mais 5 unidades somado com o triplo do mesmo numero menos 4 unidades é igual a 4 vezes esse numero mais 8; qual o numero? – Resp. 7 (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 78).

Neste trecho, os problemas aritméticos assemelham-se à “ginástica mental” (REIS, 1919, p. viii), para aqueles que acreditariam que somente o método aritmético seria suficiente. Mas, segundo o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), o método algébrico facilitaria tais resoluções, a álgebra, ou melhor expressando, os rudimentos algébricos justificariam uma resolução abreviada.

As próximas seções da obra continuam na mesma marcha de ensino e apresentam os títulos: propriedade dos números, modo de determinar todos os divisores de um número, modo de conhecer os divisores, divisores comuns, máximo divisor comum, múltiplo comum. Somente neste item, o uso de problemas aritméticos volta a determinar o próximo passo no ritmo de raciocínio proposto. Os conteúdos continuam a ser introduzidos na marcha, obedecendo a um ritmo semelhante ao já discorrido na obra: apresentação, regra, exemplos, exercícios e problemas aritméticos, somente após esses passos é apresentado outro tema.

Os problemas aritméticos se alternam e são sempre apresentados como uma ferramenta para verificar e/ou aprimorar o entendimento desses alunos; o professor que ensina matemática deveria decidir quando avançar na marcha; os problemas aritméticos parecem definir o próximo passo.

Para Tito de Oliveira (s.d.), a marcha do raciocínio é estabelecida preparando o aluno para essa transformação dos dados, essa transposição do método aritmético para o método algébrico. Assim como afirmado anteriormente por Bertini e Rocha (2018), nas quatro operações fundamentais não predominam os problemas aritméticos com aspectos de charada, mas seriam recomendados no tempo da marcha do raciocínio, onde cabe em cada momento ao:

> Professor depois de bem exercitado o alumno na aplicação da propriedade de que acabamos de tratar, o professor deverá dar-lhe pequenos e fáceis problemas que tenham *exclusivamente*, relação com ella, fazendo o alumno raciocinar com eles, graphal-los e resolvel-os (TITO DE OLIVEIRA, s.d. p. 21).

Há uma recomendação corroborando a vaga intuitiva que predomina no ensino nesse período, ou seja, aquela tratada em memorizar por meio do que o aluno já conhece, por meio do concreto e da experimentação (VALDEMARIN, 1998, p. 67). Vale ressaltar que Oliveira (2017) caracteriza nesse período uma maneira própria de ensinar aritmética, com saberes profissionais característicos para o curso primário, fruto de apropriações (CHARTIER, 1990).

Em tempos em que Reis (1919) deveria propor, em sua obra, a aritmética – e não a álgebra –, vale reforçar que, muito provavelmente, estivesse preocupado em estabelecer como fazer o professor primário adotar sua proposta, tendo em vista que estaria dentro de uma "Aritmetica intuitiva" (OLIVEIRA, 2017). E ali o ensino deveria ter alguns passos:

> a) cultivar a inteligência seguindo uma marcha de ensino que coloca o aluno em situações que o auxiliem na descoberta das regras; b) avançar sempre do conhecido para o desconhecido, do próximo ao distante, do simples ao complexo, do fácil ao difícil; c) recusar meios mecânicos que o levem a confiar mais na memorização em vez da inteligência; d) dinamizar o ensino de cada conteúdo para não retomar o hábito da rotina (OLIVEIRA, 2017, p. 247).

Em um período no qual o "projeto de alfabetização iniciado na década de 1910 se alastrou para as matérias da escola primária e a 'Aritmética intuitiva' passou a ser quase sinônimo de Aritmética alfabetizante" (OLIVEIRA, 2017, p. 28), seu trabalho caracteriza uma maneira própria de perceber o ensino de aritmética no curso primário em livros didáticos, uma "Aritmética intuitiva que ensinava os saberes rudimentares" (OLIVEIRA, 2017, p. 236).

A tese de Machado (2018) também analisou a obra de Tito de Oliveira (s.d.) e a caracterizou enquanto estrutura de edição, isto é, como sendo um livro didático cuja apresentação tem como "característica de abordagem assuntos por meio de métodos de aprendizagem que visam facilitar a memorização dos conhecimentos" (MACHADO, 2018, p. 148).

Assim, parece que a obra de Tito de Oliveira (s.d.) possui, ao longo de suas páginas, a apresentação de regras a serem aplicadas. Há recursos de memorização, como a tabuada de Pitágoras, como vimos anteriormente, e discurso dirigido ao professor que ensina matemática, na intenção de permanecer no trecho da marcha que for necessário para que o aluno consiga entender o passo, estabelecendo uma rotina e, após, passar adiante na marcha.

Nesses métodos de aprendizagem, estabeleceu-se uma proposta com uma marcha na qual os problemas aritméticos com aspectos de enigmas, não seriam contemplados no início de seu livro didático. A essas propostas, os problemas aritméticos que utilizam de álgebra para suas soluções assumiriam temas sobre idade, número, objetos, dinheiro entre outros. Como exemplo, temos: "o dobro de um numero mais 5 unidades somado com o triplo do mesmo numero menos 4 unidades é igual a 4 vezes esse numero mais 8; qual o numero?" (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 79) ou "o maior de dois números é 4 vezes o menor. A somma dos dois é 60. Quaes são os dois números?" (REIS, 1919, p. 39).

Vale lembrar que, para Tito de Oliveira (s.d.), segundo Machado (2018), o livro didático não seria de escolha do professor que ensina, mas que dependia "de autorização prévia das autoridades competentes" (p. 161). Deveria assim cumprir o programa que preconiza em seu Decreto n. 1190,

> No ensino de arithmetica o professor deverá ser o mais restrito possível nos limites da matéria, evitando assim excesso de extensão e dificuldades. Attendera especialmente o lado pratico das operações, de modo que o ensino se torne útil pelos exercícios e escolhas de problemas consoantes á vida comum.
> O decorar na Arithmetica deve ser com escrúpulo regulado pelo professor que, antes de tudo, e de preferencia, incutira no espirito do alumno a comprhensão das lições por meio de exemplos e explicações [...] por meio de compêndios resumidos e claros em suas definições (REGULAMENTO GERAL DO ENSINO PRIMÁRIO, 1903, p. 54).

No caso de Tito de Oliveira (s.d.), seu livro didático parece atender à diretiva oficial ao propor ao professor que ensina matemática uma marcha do ensino, cabendo a este regular essas atividades. Estas mediações eram propostas nas notas de rodapé em sua obra. Em tempos de ensino intuitivo – as Lições de Coisas –, o livro didático de Tito de Oliveira (s.d.) trouxera os problemas aritméticos como um roteiro que validaria as definições anteriormente apresentadas.

O livro didático de Tito de Oliveira (s.d.) seria um exemplo de como estruturar os conteúdos, considerando a relação entre o cotidiano do aluno, o social associado à vida escolar, tal a estrutura dos problemas aritméticos ali inseridos.

Para efeito de fechamento de ideias, o movimento aqui instituído foi o de perceber como os laços estabelecidos com essa pesquisa foram adquirindo seu aspecto final, suas cores e contornos, na intenção de compreender os movimentos para responder a questão: como se deu o uso da álgebra para resolver os problemas aritméticos levando-se em conta os livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira (s.d.)?

Essas análises estiveram inseridas, portanto, nessas obras. Perceberam-se relações entre elas ao se entender que, para o ensino de como resolver os problemas aritméticos com aspectos de charadas, deveriam ser utilizados os rudimentos de álgebra como recomendaria o Relatório do Comitê dos Quinze (1895).

Em ambas as obras, notou-se que estes problemas considerados difíceis (as charadas ou enigmas) seriam aqueles que envolveriam dobro, triplo, metades, terça parte e que, para suas resoluções, deveriam conter situações ou exemplos de proporcionalidade, como aqueles problemas com muitas informações em seus enunciados, apresentados na obra de Reis (1919). Bastaria denominar a quantidade desconhecida como uma incógnita, representada pela letra *x*, como o exemplo abaixo:

> *Os ângulos 3 x e 7 x são complementares; quanto mede cada um?*
> Ângulos complementares são aquelles cuja somma é 90°, portanto
> $$3\,x + 7\,x = 90$$
> $$\text{Ou } 10\,x = 90$$
> $$\therefore x = 9\ .$$
> Resp.: Os ângulos medem { $3\,x = 27°$
> { $7\,x = 63°$ (REIS, 1919, p.44).

Assim, como recomendado nesse documento de origem estadunidense, a proposta de uso da álgebra é a de não se ensinar uma nova rubrica para o ensino primário, mas utilizá-la como uma álgebra a serviço da aritmética, mais especificamente, uma álgebra a serviço dos problemas aritméticos com aspectos de charadas ou enigmas; a álgebra facilitaria essas resoluções. Percebeu-se uma *álgebra para ensinar* a resolver os problemas aritméticos, em classes mais adiantadas do curso primário.

Nos livros didáticos de Otelo de Souza Reis (1919) e Tito Cardoso de Oliveira (s.d.) aqui analisados, visualizamos o emprego de uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos, isto é, a álgebra, em seus rudimentos algébricos, a serviço da aritmética nos últimos anos do ensino primário. No entanto, se suas propostas se assemelhavam no que tange ao ensino de como se resolver esses problemas difíceis ou aqueles com aspectos de charadas ou enigmas, o mesmo não aconteceria quanto a concepção de como fazê-lo. Há mudanças nessa marcha de raciocínio, nessa marcha de ensino.

Para Otelo de Souza Reis (1919), o professor que ensina matemática já deveria iniciar com esses problemas aritméticos, sem regras ou definições; bastaria ao aluno entender que a quantidade desconhecida seria a incógnita *x* e a prática de suas resoluções traria o aprendizado. Em contrapartida, para Tito Cardoso de Oliveira (s.d.), a marcha de ensino obedeceria a apresentação de regras, definições, exemplos e exercícios. Esta marcha se inicia com o ensino das operações fundamentais, passando pelos problemas aritméticos e culminando nos problemas com aspectos de charadas ou enigmas.

Numa marcha que parte do mental para o gráfico, Tito de Oliveira (s.d.) traz como proposta a aplicação de regras, pois "baseados na propriedade e na regra já estudadas, poderemos resolver todas as questões e problemas que lhe estejam subordinadas" (p. 28). Assim, por exemplo, no problema proposto abaixo, temos que, nessa etapa da marcha, este ainda não seria um exemplo em que a álgebra estaria sendo utilizada como auxiliar no ensino de aritmética, mas constitui uma etapa, um passo para a marcha de constituição da *álgebra para ensinar* a resolver os problemas, proposto por seu método:

> Luiz distribuiu por 8 collegas, todos os doces que recebeu, dando 6 a cada um; quantos doces recebeu Luiz?

MENTAL	GRAPHICO
Se Luiz deu a 8 collegas seus 6 doces a cada um, é claro que se repetirmos 6 doces 8 vezes acharemos o numero de doces que Luiz recebeu. $6 X 8 = 48$ Este numero 48, responderá ao problema: Luiz recebeu 48 doces.	Representando-se por x o numero desconhecido dos doces que Luiz recebeu e sabendo-se que este numero dividido por 6 teremos: $\frac{x}{8} = 6$ E, como dividendo desconhecido é igual ao quociente multiplicado pelo divisor, resultará: $x = 6 X 8$ ou $x = 48$.

> (TITO DE OLIVEIRA, s.d., p. 57, grifos do autor).

No entanto, o autor parece ressaltar a importância que teria uma situação com a qual os alunos já estariam habituados: o cálculo mental. Suas indicações parecem vir na proposta de que o professor que ensina matemática deveria "aproveitar" esse saber da escola, o saber resolver os problemas de maneira "mental", para ir "grafando", registrando todo esse processo, para o cálculo algébrico. Este se utilizaria do saber profissional, álgebra, obtido na formação de professores, como vimos nas seções anteriores, para construir, gradativamente, as soluções que envolvam o uso da álgebra. Entra em cena, uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas.

CONSIDERAÇÕES

É chegado o momento de atar os laços que foram construídos numa historiografia estabelecida pelo caminhar da pesquisa aqui narrada e que são frutos de nosso olhar de pesquisadora.

Laços que tomaram forma, cor e jeito na busca de responder à questão que norteou as considerações que foram construídas: *como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira para o uso da álgebra na resolução de problemas aritméticos?*

Tal questão partiu do entendimento que saberes profissionais do professor que ensina matemática são fruto de processos e dinâmicas que envolvem uma historicidade que perpassam pelos saberes. Saberes que, aqui, assumiriam aspectos de como ensinar a resolver os problemas aritméticos em classes mais adiantadas do ensino primário. Mas, quais saberes? Aqueles que utilizariam propostas de uso da álgebra para resolver os problemas em livros didáticos, na década de 1910.

Nesse caso, portanto, as fitas desses laços estabelecidos mostraram-se nos livros didáticos da década de 1910, mais especificamente dois deles: *Álgebra – primeiros passos* e *Arithmetica Complementar*. Estes mostraram-se com orientações para o ensino de aritmética, *saberes para ensinar*, mais diretamente, encerrariam propostas, indicações de processos de uma *matemática para ensinar.*

Uma matemática que importaria ao professor primário conhecer para ensinar a resolver problemas utilizando a álgebra. Esse professor deveria conhecê-la, se apropriar de um método para conduzir seus alunos. E as análises foram, aos poucos, mostrando os caminhos que os autores colocaram para as dinâmicas desse método.

Importa aqui acrescentar que, ao atar alguns desses laços, percebeu-se a necessidade de maiores aprofundamentos das obras aqui analisadas. Provavelmente, outros elementos e/ou personagens poderiam trazer novas elucidações a respeito da inserção da álgebra no ensino primário por esses autores, assim como outros poderiam ter contribuído para as apropriações nelas representadas. No entanto, os matizes desses laços ainda estão se mostrando, ou seja, novas pesquisas podem ser desdobradas, a partir do ponto em que esta termina ou de outros direcionamentos que outros olhares de historiadores possam ter.

Em um ritmo próprio da pesquisa, sem termos conseguido prever seus resultados, fomos conduzidos pelo próprio movimento que as análises foram delimitando. Outras obras ficaram para outros momentos, muito ficou por saber, pois nossas cores se mostraram mais intensas e adequadas ao nos depararmos com *essas* obras, e estas assumiram laços fortes e estabeleceram o ritmo que foi trilhado.

Notou-se que os problemas aritméticos adquiriram um papel importante em um período em que o Brasil, na década de 1910, vivia um momento histórico interessante: Rio de Janeiro enquanto capital brasileira e Belém do Pará, com sua opulência financeira, ansiavam por ser uma sociedade moderna. A educação deveria acompanhar tal anseio, aqui, em especial, discutiu-se esse aspecto para o curso primário.

No transcorrer das análises, detectaram-se, no trajeto percorrido nesse trabalho, as tendências que a formação estadunidense exerceu sobre todo esse processo e, particularmente, como eles entenderiam a álgebra: não como uma nova rubrica, mas como uma forma de facilitar o ensino de problemas aritméticos, principalmente problemas que exigiriam grandes raciocínios e que possuíam aspectos próprios: de charadas ou enigmas. A álgebra seria uma forma de auxiliar, bastava entender as regras, como preconizara o Relatório do Comitê dos Quinze (1895). O conhecimento algébrico facilitaria; seria seu o papel de transformar os dados do problema em operações facilmente resolvidas pela aritmética, pois estas seriam finalizadas pelas operações fundamentais.

Segundo esse Relatório do Comitê dos Quinze (1895), caberia à álgebra o papel de facilitar o raciocínio, pois teria a função de transformar os dados de um problema aritmético em um algoritmo facilmente resolvido pela aritmética; seria o método algébrico que faria essa transferência. Caberia aos rudimentos algébricos a tarefa de facilitar, abreviar raciocínios que antes seriam longos e penosos, bem como poderiam trazer confusões em suas resoluções, a ponto de atingir o erro. A resolução por este método algébrico facilitaria a resolução dos problemas do tipo “charadas” ou “enigmas”.

Assim, entrava em cena na formação desses professores primários a psicologia. Esta ajudaria a entender o contexto em que a criança aprenderia. Os herbartianos ofereceriam formas de entender esse processo nas matérias; nesse caso, o ensino de aritmética. Para ensinar, segundo os herbartianos, o professor primário deveria conduzir o aluno pela “educação do interesse”. Deveria se apropriar do método algébrico e caberia ao professor que ensina matemática, por sua vez, enlaçar o espírito de seu aluno, utilizando de experiências que as crianças já vivenciariam.

Para oferecer esses novos saberes profissionais que foram propostos para atender essa concepção do ensino de aritmética, utilizou-se como recurso a álgebra. Para isso, seriam considerados os rudimentos algébricos que esses professores primários teriam recebido em sua formação, conforme orientações oficiais apresentadas nesses estados em que os livros didáticos estudados foram publicados. Logo os problemas aritméticos entrariam em cena como o método para ensinar esses rudimentos algébricos nessas classes adiantadas. Estes forneceriam o método para ensinar, utilizariam o aspecto “charada” ou “enigma” em situações que fariam sentido às crianças, despertariam o seu interesse para suas resoluções.

Os livros didáticos que analisamos continham informações importantes e pertinentes de como o professor primário deveria fazer uso no ensino desses rudimentos algébricos propostos para resolver esses problemas aritméticos com aspectos específicos: charadas ou enigmas. Seus autores foram personagens que se apropriaram, ou provavelmente o fizeram, como o caso de Tito de Oliveira (s.d.), de ideias renovadoras para o ensino de aritmética nos últimos anos do ensino primário.

Considerou-se nessa pesquisa, igualmente, que o próprio caminhar da pesquisa levaria a trechos que não puderam ser previstos anteriormente; refinamentos próprios do ofício de historiador ao nos envolvermos nas orientações dos livros didáticos analisados e nos concentrarmos nesses dois documentos da década de 1910, nos estados do Rio de Janeiro e Pará. Nessas localizações, estabeleceu-se, a esse período, uma circulação de ideias renovadoras. Rio de Janeiro, por se tratar da capital federal do Brasil, e Belém do Pará, por estar vivenciando um período de grandes circulações de dinheiro, cultura e arquitetura, provenientes do ápice da extração da borracha. Estas cidades mereceram, desse trabalho, um olhar diferenciado: continham obras que estabeleceriam propostas inovadoras quanto ao ensino de aritmética, ensino de problemas aritméticos: não quaisquer problemas, mas aqueles com aspectos de charadas ou de enigmas.

Apesar de termos o tempo de pesquisa limitado, afinal, esta é uma dissertação, contamos com leituras e estudos de historiadores que apontam aspectos em comum entre o Relatório do Comitê dos Quinze (1895) e a obra de Tito de Oliveira, como os artigos de Valente (2016; 2017). Assim, partimos desse fato para investigar essas semelhanças nas propostas de sua obra.

Ambas as obras contêm informações relevantes para o ensino de como resolver os problemas aritméticos utilizando da álgebra, bem como indicam a característica de um método. A preparação das crianças para níveis de escolaridade maiores é compatível com uma formação cultural e intelectual que, à época, reivindicava por novas ideias.

Na aritmética, os problemas já estariam presentes desde os primeiros anos e caberia a esse professor que ensina matemática saber como ensinar seus alunos a resolvê-los. No entanto, os problemas com aspectos de charadas ou enigmas – que envolveriam conteúdos como dobro, triplo, metade, dinheiro, objetos, idade entre outros – foram entendidos como difíceis, e chamados de *conun-drums*, pelo Relatório do Comitê dos Quinze (1895). Estes poderiam despertar o interesse das crianças e a álgebra facilitaria suas resoluções por meio de um método.

É a resolução desses problemas com aspectos de charadas (os enigmas ou *conum-drums*), como prescreveria o Relatório do Comitê dos Quinze (1895), que justificaria a proposta desse método ali presente nessas obras. A eles, se deveria aplicar o método para facilitar o caminho de seus resultados, pois pelo método aritmético, já conhecido pelos professores primários, o caminho seria mais penoso. O método algébrico, com os rudimentos algébricos presentes, facilitaria para essas crianças, mesmo as com maiores dificuldades, segundo os autores, conseguir um resultado positivo em suas resoluções.

Quanto aos rudimentos algébricos, caberia ao professor que ensina matemática ir apresentando às crianças temas como o conceito de se operar somente com espécies iguais, equivalência do sinal de igualdade, como a ideia da balança para Otelo de Souza Reis.

Otelo de Souza Reis já traz essa marcha de raciocínio logo no início, os problemas aritméticos já deveriam ser ensinados nesse aspecto de charadas ou enigmas, isto é, os *conum-drums* ali estavam presentes.

Uma outra proposta foi verificada: uma que respeitava mais o que as crianças entendiam como conhecimento aritmético, indo das quatro operações fundamentais e só operacionalizando as quantidades desconhecidas como uma incógnita *x*, ainda sem abordar esses problemas difíceis, mas já "trazendo" o raciocínio numa marcha, que gradativamente seria transposta até o conhecimento algébrico. Esta era a obra de Tito Cardoso de Oliveira.

Para este autor, os problemas com aspectos de charadas ou enigmas, os *conun-drums*, não estariam presentes desde o começo dessa marcha proposta pelo método, mas somente depois da apresentação do processo que requereria regras, exemplos, exercícios para só depois serem apresentados os problemas aritméticos. Estes verificariam quando acelerar essa marcha de ensino.

Os problemas aritméticos nessa proposta seriam para aplicar a regra e toda a sequência apresentada ao longo da obra. A álgebra para resolver esses problemas com aspectos de charadas ou enigmas é que definiu o tipo de problema para ser colocado em equação. Os problemas aritméticos assumiriam papel importante nesse ritmo de apresentação, definiriam o tipo de problemas a serem apresentados nesse percurso.

Vimos que, respeitando uma marcha de raciocínio, e dentro da marcha de ensino, caberia ao professor primário gradualmente ir conduzindo a criança do conhecimento aritmético para o conhecimento algébrico, sem, no entanto, se falar de álgebra, até que este estivesse familiarizado com o método algébrico.

Para ambos, esses alunos utilizariam desses rudimentos algébricos, sem a necessidade de informar que esse ensino se detinha em conceitos próprios da álgebra, como o de transformar os dados de um enunciado numa equação, por exemplo. Parece que, a ambos, a ideia foi propor colocar esses problemas em equação. Dali, bastaria resolver aritmeticamente.

Importava ao professor que ensina matemática conhecer os passos dessa marcha:

a) Apresentar aos alunos a quantidade desconhecida dos problemas aritméticos a serem conhecidos como uma espécie, a incógnita *x;*
b) Caberia a esse professor primário ensinar às crianças que essa incógnita *x* é uma espécie a sofrer as operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação ou a divisão;
c) Essa quantidade desconhecida, agora conhecida por *x*, é o ponto de partida para a transformação dos dados;
d) A partir da incógnita *x* estabelecida e utilizando de expressões como: dar, vender, comprar, gastar, mais, menos, retirar, entre outras, as operações fundamentais seriam acrescentadas na marcha do raciocínio e à incógnita *x*, de forma que satisfaça a sentença;
e) Ao se resolverem cálculos aritméticos que envolvessem as quatro operações fundamentais, o resultado dessa operação seria a quantidade a ser descoberta, satisfaria a equação e explicaria a problemática proposta;
f) Esta transposição dos dados para a operação levaria à formalização de um algoritmo a ser reconhecido entre as quatro operações fundamentais;
g) Só então o problema aritmético seria resolvido.

Em classes mais adiantadas do primário, esta aritmética parece sofrer uma nova interpretação. A esse tempo do curso – e visando uma preparação melhor para o ensino secundário –, a álgebra é, então, um facilitador para um conteúdo específico: os problemas aritméticos com aspecto de charada ou enigma. Importa a este professor que ensina matemática, ensinar o como fazer essas resoluções.

Os saberes profissionais que envolvem o ensinar a resolver problemas aritméticos em classes mais adiantadas do curso primário utilizariam de uma nova ferramenta para ensinar as crianças: a álgebra. Uma álgebra com a aritmética ainda muito presente, ou seja, a proposta desses livros didáticos se caracteriza por oferecer, ao professor que ensina matemática, uma *álgebra para ensinar* a resolver os problemas aritméticos na década de 1910.

REFERÊNCIAS

ACCÁCIO, Liéte Oliveira. A Escola Normal que virou Instituto de Educação: a história da formação do professor primário no Rio de Janeiro. In: ARAÚJO, J. C. S.; FREITAS, A. G. B.; LOPES, A. P. C. (org.). **As Escolas Normais do Brasil do Império à República.** 1. ed. – Campinas, SP: Alínea Editora, 2008.

A RUA – semanário ilustrado (RJ), 1910-1927. Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/DocReaderMobile.aspx?bib=236403&pesq=Otelo%20de%20Souza%20Reis&pasta=ano%20191 Acesso em: 15 ago. 2019.

BASEI, Ana Maria; VALENTE, Wagner Rodrigues. A introdução de conteúdos algébricos na formação de professores: tempos da escola normal de São Paulo, década de 1880. **Revista Cocar**, Pará. Edição especial, n.6, p. 118-135 mai.- ago., 2019. Disponível em: https://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/2478/1162 Acesso em: 24 jul. 2019.

BERTINI, Luciane de Fatima. Problemas de Aritmética na Escola Primária no final do século XIX: aplicação, ilustração ou introdução dos estudos? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática JIEEM**, n.1, v.11, p. 72-79. Jan., 2018. Disponível em: http://revista.pgsskroton.com.br/index.php/jieem/article/viewFile/4740/4141. Acesso em: 30 jun. 2019.

______. O que devem saber os professores sobre o uso de problemas nas aulas de aritmética? Uma leitura dos prefácios de manuais pedagógicos (1890-1940). *In*: Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matematica, 2018, Campo Grande. Anais do ENAPHEM - Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática. Campo Grande, 2018. v. 1. p. 1-12.

______. O manual do professor primário, de Miguel Milano: que *problemas?* **Revista História da Educação Matemática – HISTEMAT** – n.01, v.2, p. 117-129, jan., 2016. Disponível em: http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/36/36 Acesso em: 12 fev. 2019.

______. **Os *problemas* de aritmética no ensino primário, 1890-1940.** Projeto de Pesquisa. São Paulo. CNPq, 2016. Disponível em http://memoria.cnpq.br/projetos-pesquisa# Acesso em: 10 mai. 2019.

______; MORAIS, Rosilda dos Santos; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática *a* ensinar e a matemática *para* ensinar:** novos estudos sobre a formação dos professores. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2017.

______; ROCHA, Ivone Lemos da. "Resolução de problemas pelas equações algébricas": a proposta de Tito de Oliveira para o ensino das operações. **Revista de História da Educação Matemática – HISTEMAT** – n.03, v.4, p. 44 – 53, jan. 2018. Disponível em: http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/234/178. Acesso em: 15 maio 2019.

BORER, Lussie Valérie. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues (orgs.). **Saberes em**

(trans)formação: tema central da formação de professores. Livraria da Física, 2017, pp. 173-200.

BRASIL. **Decreto nº10, de 10 de abril de 1835**, RJ. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99970. Acesso em: 20 jul. 2019.

______. **Decreto nº 1695, de 30 de maio de 1910.** Disponível em: http://www.fcp.pa.gov.br/2016-12-13-19-43-03/decreto-1695-de-30-de-maio-de-1910. Acesso em: 06 ago. 2019.

______. **Programma de Ensino da Escola Normal do Districto Federal,** 27 de maio de 1914.

BÚRIGO, Elisabete Zardo; SANTOS, Janine Garcia dos. Os problemas de aritmética na revista do ensino dos anos 1950. In: *Anais do XII Seminário Temático - Saberes elementares matemáticos do ensino primário (1890 - 1970): o que dizem as Revistas Pedagógicas?* Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná. 2015. v. 1. p.1-9. Disponível em: http://www2.td.utfpr.edu.br/seminario_tematico/ANAIS/SUMARIO_APRESENTACAO.pdf. Acesso em: 12 ago. 2018.

BURKE, Peter**. O que é história do conhecimento?** Tradução Claudia Freire. – 1ª ed.- São Paulo: Ed. Unesp, 2016.

CABRITA, Fernando. A Álgebra do Normalista. **Revista A Escola Primaria**, Rio de Janeiro, Ano I, n. 10, p. 1-32, jul., 1917. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179972. Acesso em: 06 ago. 2019.

CERTEAU, Michel de. **A escrita da História.** Tradução de Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Ed. Forense Universitária, 1982.

CHARTIER, Roger. **A História Cultural entre práticas e representações**. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Portugal, Difusão Editorial, 2ª ed., 1990.

CHOPPIN, Alain. O historiador e o livro escolar**. História da Educação**, ASPHE/ FaE/ UFPel, Pelotas, v. 6, n. 11, jan./jun. 2002, p. 5-24, set./dez., 2004. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/30596. Acesso em: 16 abr. 2018.

______. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Educação e pesquisa. **FEUSP**, São Paulo, v.30, n.3, set/dez. 2004, p.549 – 566 (*Anais do XXII Congresso do ISHEE*, 2000, Alcalá, Espanha. Revista Pedagogia Histórica, n.01, v.38, 2002, p.21-49. Tradução de Maria Adriana C. Cappello). Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf . Acesso em: 16 abr. 2018.

______. O manual escolar: uma falsa evidência histórica. **História da Educação**, Pelotas, ASPHE, v. 13, n. 27, p. 9-75, jan./abr. 2009. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/29026. Aceso em: 16 abr. 2018.

CONSTANCIO, Francisco Solano. **Novo Diccionario Critico e Etymologico da Lingua Portugueza**. Paris, Editor, Angelo Francisco Carneiro, 1836. Disponível em https://bit.ly/2Mmd8RH. Acesso em: 31 maio 2019.

COSTA, David Antonio da. **A Aritmética Escolar no Ensino Primário Brasileiro:** 1890 – 1946. 2010. 279 fls. Tese. Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1792. Acesso em: 17 jun. 2018.

______. VALENTE, Wagner Rodrigues. O Repositório de Conteúdo Digital nas pesquisas da Educação Matemática. **Revista Iberoamericana**. Patrim. Histórico- Educativo, Campinas (SP), n.01, v. 1, p. 96-110, jul./dez. 2015. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/160925. Acesso em: 13 jul. 2019.

FARIA FILHO, Luciano Mendes de. Instrução elementar no século XIX**.** In: LOPES, Eliane Marta Teixeira; ______; VEIGA, Cynthia Greive (orgs.). **500 anos de Educação no Brasil**. São Paulo, Livraria Autêntica, 2016, p. 135-150.

HOFSTETTER, Rita; SCHNEUWLY Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE Wagner Rodrigues (Org.). **Saberes em (trans) formação:** tema central da formação de professores. São Paulo, Livraria da Física, 2017, p. 113-172.

JORNAL DO BRASIL (RJ), 1910-1919. Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=030015_03&pesq=Otelo%20de%20Souza%20Reis&pasta=ano%20191. Acesso em: 10 ago. 2019.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. Tradução de Gisele Souza. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, SP. n. 01, jan./jun. 2001, pp. 9-43. Disponível em: https://docplayer.com.br/17300530-A-cultura-escolar-como-objeto-historico-dominique-julia.html. Acesso em: 15 ago. 2019.

LACERDA, Joaquim Maria. **Arithmetica da Infancia.** Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100349. Acesso em: 15 jul. 2019.

LE GOFF. **História e memória.** 2. ed. Campinas. Editora da Unicamp, 1992, pp. 462-473. Disponível em: https://www.ufrb.edu.br/ppgcom/images/Hist%C3%B3ria-e-Mem%C3%B3ria.pdf. Acesso em: 12 jul. 2019.

MACHADO, Benedito Fialho. **Saberes elementares de aritmética em manuais didáticos do curso do Pará (1850- 1950).** 2018. 198fls. Tese. Doutorado em Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará. disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/195951 . Acesso em: 15 jan. 2019.

MARQUES, Josiane Acácia de Oliveira. **Manuais pedagógicos e as orientações para o ensino de matemática no curso primário em tempos de escola nova.** 2013. 113fls. Dissertação. Mestrado em Ciências – Universidade Federal de São Paulo. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104818. Acesso em: 19 jul. 2018.

MONROE, Paul. **História da educação** (Do original inglês: *A Brief in the History of Education).* Nova tradução e nota de Idel Becker, 14ª ed. Ed. Nacional, Atualidades Pedagógicas, vol. 34. São Paulo, SP, 1989.

MOREIRA, Eidorfe. **Obras reunidas de Eidorfe Moreira, vol. VI.** Belém: CEJUP, 1989.

MUNIZ, Bruno Fernando. **Aritmética, Geometria e Álgebra nos Programas de Ensino das Escolas Normais do Brasil (1910-1945).** 2018. 113 fls. Dissertação. Mestrado em Educação – Universidade do Vale do Sapucaí. Pouso Alegre. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189239. Acesso em: 18 jul. 2019.

NÓVOA, Antônio (Org.). **O passado e o presente dos professores**. Colecção Ciências da Educação. Porto, Porto Editora, 2ª ed., 1995, p. 13-34.

NUNES, Marcia Cristina Ribeiro Gonçalves. **Rumo ao Boulevard da República: entre a cidade imperial e a metrópole Republicana.** 2017. 410fls. Tese. Doutorado em História – Universidade Federal do Pará. Belém do Pará. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/8819. Acesso em: 22 nov. 2018.

O COMMERCIO (RJ). Rio de Janeiro, 1910-1919. Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/DocReaderMobile.aspx?bib=364568_10&PagFis=428&Pesq=. Acesso em: 12 ago. 2019.

OLIVEIRA, Marcus Aldenisson de. **Antônio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de Aritmética (1879-1954).** 2013. 142 fls. Dissertação. Mestrado em Educação – Universidade Tiradentes, Aracajú, SE. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105123. Acesso em: 15 set. 2019.

______. **A Aritmética escolar e o Método intuitivo:** um novo saber para o curso primário (1870 – 1920). 2017. 280fls. Tese. Doutorado em Ciências – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Paulo. São Paulo. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/178956. Acesso em: 18 ago. 2018.

PERES, Eliane. RAMIL, Chris de Azevedo (org.). Circulação e fornecimento de livros escolares no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX. In: PERES, Eliane. MICHEL, Caroline Braga. **Produção e circulação de livros didáticos no Rio Grande do Sul nos séculos XIX e XX**. 1.ed. Curitiba: Editora Appris, 2018, p. 19-49.

QUEIROZ, J.J. **Elementos de Álgebra.** Rio de Janeiro, 1899.

PROGRAMA PARA OS CURSOS DAS ESCOLAS PRIMÁRIAS E ESCOLAS-MODELO. Rio de Janeiro, 1907. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/124759. Acesso em 05 ago. 2019.

PROGRAMA DE ENSINO DA ESCOLA NORMAL DO DISTRITO FEDERAL, 1915, RJ. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104708. Acesso em: 04 ago. 2019.

PROGRAMA DE ENSINO DA ESCOLA NORMAL DO PARÁ, 1905. Disponível em: http://www.fcp.pa.gov.br/2016-11-24-18-22-47/programma-de-ensino-da-escola-normal-do-1-2-3-e-4-annos . Acesso em: 30 jul. 2019.

REGULAMENTO GERAL DO ENSINO PRIMÁRIO, 1903, PA. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133719 . Acesso em 04 ago. 2019.

REIS, Otelo de Souza. **Algebra - primeiros passos**. Rio de Janeiro, 1919. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159574 . Acesso em: 18 mai. 2019.

REPORT OF THE COMMITTEE OF FIFTEEN ON ELEMENTARY EDUCATION. With the Reports of th sub-Committees: on the traning of teachers; on the correlation of studies in elementar education; on the organization of city school systems. New York, Cincinnati, Chicago: **National Educational Association** by the American Book Company, 1895.

RIBEIRO, Fabio. Prefácios, direções, advertências: orientações ao professor nos livros didáticos (1880-1930). **Revista Hoje**, Pelotas, n.6 v.11. pp. 369-394, jan. 2017. Disponível em: https://rhhj.anpuh.org/RHHJ/article/view/344/240. Acesso em: 20 jul. 2019.

ROCHA, Ivone Lemos da. Os problemas aritméticos no Ensino primário, 1890-1940. In: *Anais do XXI EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática...,* Pelotas – Rio Grande do Sul, 2 a 4 de novembro de 2017, pp. 1-9. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/anais-xxi-ebrapem-2/. Acesso em: 16 ago. 2019.

______; SOUZA, Andreia Fernandes de. Problemas matemáticos: um estudo em manuais pedagógicos e revistas pedagógicas. In: *Anais do II Congresso Internacional de Educação: História, historiografia e políticas e práticas.* Sorocaba – São Paulo, 23 a 25 de outubro de 2018. Disponível em: http://conference.uniso.br/index.php/epic/index/search/authors/view?firstName=Ivone&middleName=Lemos&lastName=da%20Rocha&affiliation=Universidade%20Federal%20de%20S%C3%A3o%20Paulo&country=BR. Acesso em: 15 ago. 2019.

______. Problemas aritméticos e suas resoluções algébricas**:** um breve estudo em manuais pedagógicos, 1890-1940. In: *Anais do XVI Seminário Temático: Provas e Exames e a escrita da História da Educação Matemática...,* Boa Vista – Roraima, 11 a 13 de abril de 2018, pp. 1-12. Disponível em: http://xviseminariotematico.paginas.ufsc.br/comunicacoes-cientificas-do-dia-1104/. Acesso em: 16 ago. 2019.

______. O método algébrico estadunidense e os problemas aritméticos na proposta de Otelo de Souza Reis. In: *Anais do XVII Seminário Temático: Materiais Didáticos e História da Educação Matemática...,* Aracaju – Sergipe, 29 de abril a 01 de maio de 2019, pp. 1-14. Disponível em: http://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/. Acesso em: 15 ago. 2019.

ROCHA, Wilma Fernandes. **Saberes elementares matemáticos no ensino primário**. 2016. 101fls. Dissertação. Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal de Sergipe. Sergipe. Disponível em: http://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/. Acesso em: 15 ago. 2019.

SAVIANI, Dermeval. Doutoramento em Educação: significado e perspectivas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, n. 21, v. 7, pp. 181-197, 2007. Disponível em: https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/4591/4534. Acesso em: 10 jul. 2019.

SOUZA, Andreia Fernandes de. **Discursos para ensinar problemas aritméticos (São Paulo, 1890-1930).** 2017. 135fls. Dissertação. Mestrado em Ciências – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo. São Paulo.
Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/178612. Acesso em: 15 ago. 2018.

______; BERTINI, Luciane de Fatima. Como ensinar problemas? Os saberes nos artigos da Revista de Ensino (São Paulo, 1902-1919). **Caminhos da Educação Matemática em Revista** (On-line), v. 6, pp. 27- 44, 2016. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/98/0. Acesso em: 06 ago. 2019.

SOUZA, Rosa Fátima de. As disputas pelo currículo e a renovação da escola primária nos Estados Unidos na transição do século 19 para o século 20. **Revista História da Educação** (*on-line*), Porto Alegre, v. 20, n. 48, jan. abr.,/ 2016, pp. 35-53. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/heduc/v20n48/1414-3518-heduc-20-48-00035.pdf. Acesso em: 05 ago. 2019.

TANURI, Leonor Maria. História da formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n. 14, p. 61-193. mai./jun./jul./ago/2000. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n14/n14a05. Acesso em: 15 jul. 2019.

TITO DE OLIVEIRA, Cardoso. **Arithmetica Complementar para os cursos primário complementar, normal e comercial**. Pará, [s.d.]. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1635. Acesso em: 18 maio 2019.

TRAJANO, Antônio Bandeira. **Álgebra Elementar.** Rio de Janeiro, 5ªed., 1905. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160598. Acesso em: 30 jul. 2019.

VALDEMARIN, Vera Teresa. **História dos métodos e materiais de ensino**. A Escola Nova e seus modos de uso. São Paulo: Cortez, 2009.

VALDEMARIN, Vera Teresa. Método intuitivo: Os sentidos como janelas e portas que se abrem para um mundo interpretado. In: SOUZA, R.F.; VALDEMARIN. V.T. e ALMEIDA, J.S. O legado educacional do século XIX. Araraquara: FCL/Unesp, 1998, p. 63-106.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Quem somos nós, professores de matemática? **Cadernos Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008. Disponível em: http://www.cedes.unicamp.br. Acesso em: 12 ago. 2019.

______. A álgebra na formação do professor primário: cenas de mudança no saber matemático para ensinar. In: *Anais XIV Seminário Temático "Saberes Elementares Matemáticos d Ensino Primário (1890-1970): Sobre o que Tratam os Manuais Escolares?"* Natal, RN, 2016. Disponível em: http://xivseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2016/02/VALENTE_T3.pdf. Acesso em: 31 maio 2018.

______. A Matemática para o Professor dos Primeiros Anos Escolares – a Álgebra Entre a Cultura Enciclopédica e a Formação Profissional. **Jornal Internacional de Estudos em**

Educação Matemática (JIEEM), nº01, vol.10, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/185669. Acesso em: 30 maio 2018.

______; BERTINI, Luciane de Fatima; MORAIS, Rosilda dos Santos. Os saberes profissionais do professor que ensina matemática: contribuições da história da educação matemática. **Ridema**, Juiz de Fora, v.1., n.1, p. 51-64, jul./dez. 2017. Disponível em: http://www.ufjf.br/ridema/files/2017/09/3-Os-saberes-profissionais.pdf. Acesso 10 abr. 2019.

______ et al. **A matemática na formação de professores e no ensino**: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990. Projeto de Pesquisa. São Paulo: FAPESP, 2017.

______. "Matemática? Eu trabalho primeiro no concreto": elementos para a história do senso comum pedagógico. **Ciência e Educação**, Bauru, 2017, v. 23, n. 3, pp. 597-611. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n3/1516-7313-ciedu-23-03-0597.pdf. Acesso em: 15 maio 2019.

_____. O saber profissional do professor que ensina matemática: história da matemática a ensinar e histórica da matemática para ensinar em construção. In: HOFSTETTER, Rita; ______. **História da Educação Matemática e Formação de Professores**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2018.

______. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, n.03, v. 20, pp. 377-385, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189543. Acesso em: 17 jul. 2019.

______. Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. **Revista História da Educação** (*online*), v. 23, pp. 1-22, jan. 2019. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/77747/pdf. Acesso em: 15 jul. 2019.

VILLELA, Heloísa de Oliveira Santos. O mestre-escola e a professora. In: LOPES, Eliane Marta Teixeira; FARIA FILHO, Luciano Mendes; VEIGA, Cynthia Greive (Orgs.). **500 anos de Educação no Brasil**. São Paulo, Livraria Autêntica, 2016, pp. 95-134.

VIRGENS, Wellington Pereira da. **A resolução de problemas de aritmética no Ensino Primário:** um estudo das mudanças no ideário pedagógico. 80fls. 2014. Dissertação. Mestrado em Ciências – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo. São Paulo. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126744. Acesso em: 12 set. 2017.

WARDE, Miriam Jorge. Americanismo e educação um ensaio no espelho. **São Paulo em Perspectiva,** São Paulo, vol. 14, n. 2, abr./jun. 2000. Disponível em: http://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/. Acesso em: 29 jan. 2019.

______. Notas sobre o "Americanismo" dos Estados Unidos de fins do século XIX e início do século XX. In: *XXVII Simpósio Nacional de História,* 2011, São Paulo, SP, 2011. Disponível em: http://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/. Acesso em: 29 jan. 2019.

APÊNDICES

Quadro 1: Livros didáticos que possuem o termo álgebra.

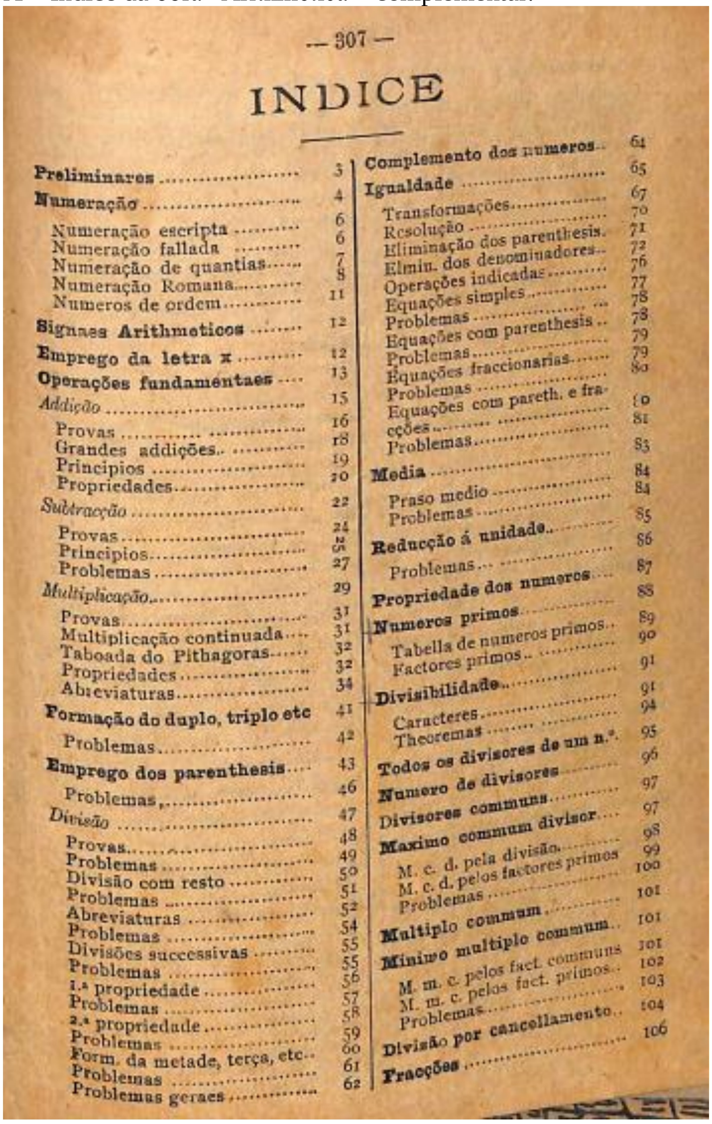
Ano	Título e autor	Link	Citação
1890	Arithmetica da Infancia (Joaquim Maria de Lacerda)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100349	"Este livro traz alguns problemas interessantes para o uso das escolas primarias"
1891	Arithmetica Escolar - Exercicios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios - 1o. caderno (Ramon Roca Dordal)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1774	Exercicios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios
1891	Arithmetica Escolar - Exercicios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios - 4o. caderno (Ramon Roca Dordal)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1787	Exercícios e problemas para as escolas primárias...
1905	Álgebra Elementar, 5ª edição (Antonio Trajano)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160598	...explicações sobre símbolos algébricos, ..., expressões algébricas, ...
1919	Álgebra, primeiros passos (Otelo de Souza Reis)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159574	Há indicação na contracapa de um segundo título do livro: Introdução ao estudo desta ciência, destinada aos alunos de aritmética para solução de

			problemas: Exercícios e problemas graduados e resolvidos. O livro apresenta o método algébrico para solução de problemas aritméticos mais complexos.
1924	Exercícios de Cálculo com problemas sobre as Operações Fundamentais para uso das aulas elementares por F. T. D. (s.autor)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/177727	Manual Exercícios de Cálculo com problemas sobre as Operações Fundamentais para uso das aulas elementares
1934	Lições de Matemática, 1º ano (Algacir Munhoz Maeder)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104462	Escola Normal de Natal... XXIII – Multiplicação algébrica (p. 329 a 337)
1939	Manual do Ensino Primário, 4º ano, 2ª ed. (Miguel Milano)	https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160599	exercícios e problemas.... O livro trata do manual de ensino destinado a professores primários...

Fonte: elaborado pela autora desse texto.

ANEXOS

A – Índice da obra “Arithmetica – complementar.



— 307 —

INDICE

B – Índice da obra “Arithmetica - complementar

— 308 —

— 309 —