

José Ribeiro Escobar

ARCHIVO

Programma  
da  
cadeira de mathematica  
da  
Escola Normal da Capital

1922

# Programma da cadeira de Mathematica da Escola Normal da Capital para 1922.

## Introdução

- 1 - Duplo objecto dos conhecimentos humanos. A genese dos conhecimentos: empirismo, sciencia e philosophia
- 2 - Methodos e processos. Classificação das sciencias. O raciocínio e a mathematica.
- 3 - Os fins da educação. O aprendizado activo. O valor do habito.



## Apreciação geral do Calculo Arithmetico

A - Concepção da mathematica; posição do seu estudo, donde a apreciação do logar que occupam a arithmetica, a algebra e a geometria no conjunto do saber humano.

- 4 - Concepção da mathematica; posição do seu estudo
- 5 - Objecto da mathematica; sua substituição.
- 6 - Comparação dos tres elementos da mathematica - calculo geometria e mecanica; decomposição do calculo - o do valor e as relações.

B - Theoria geral das concepções numericas: advento subjectivo de semelhantes noções; alcance philosophico de sua transformação objectiva;

importancia superior do seu destino politico e moral; donde, apreciação da verdadeira dignidade do calculo arithmetico em virtude do seu papel no conyuncto da existencia humana

- 7 - Advento subjectivo das concepções numericas. Exame da linguagem sobre o aspecto numerico
- 8 - Advento e propriedades subjectivos dos numeros.
- 9 - Transformação objectiva das concepções numericas: emprego das numeros para classificar, contar, calcular ou avaliar e medir.

## Y Instituição fundamental da Arithmetica

### A - Theoria geral da numeración

10 - Advento, objecto e scerto systematico da escala numerica:

a) constituição actual da escala numerica; b) advento da numeración systematica; c) destinação principal da escala numerica; escala nítida pelos theocratas

11 - Causepção systematica da escala numerica: a) exame especial da constituição da escala: 1.º grau de causepção, seu advento; redobramento do artificio, advento do 2.º grau de causepção; b) consequências scientificas e logicas da numeración

12 - Expressão da escala numerica: a) algarismos arabicos; b) representações alfabeticas; c) algarismos romanos; d) notação grega; e) estado social, sua influencia sobre as notações.

B. - Instituição da numeración normal: systema de numeración septimal. Apreciação dos calculos necessarios para mudar o systema em que os numeros se acham escritos



13 - Justificação da numeração septimal; sua es-  
tificação com a decimal

14 - Apreciação geral da numeração concreta

15 - Apreciação do cálculo necessário para a mu-  
dança de base

## Coordenação especial da Arithmetica

A - Theoria do calculo fetichico:  
addição, subtração e multiplicação dos  
numeros inteiros



16 - Concepção geral das avaliações; ligação das ope-  
rações com a numeração

17 - Theoria da addição: a) concepção directa da addi-  
ção; b) processo espontaneos: realização directa da addição por con-  
tagem; impossibilidade pratica; c) realização da operação systema-  
tica; caso em que ella se faz por contagem; caso em que existe real-  
mente uma operação distincta da contagem; d) simplificação usa-  
da nas escolas belgas.

18 - Theoria da subtração: a) a concepção da subtração  
como operação directa e dehis inversa da addição: resto, excessos  
e differença; b) caso em que a operação se realiza por contagem,  
como operações directa e inversa da addição; impraticabilidade;  
c) a operação systematica: caso em que ella só pode ser feita pela  
contagem; caso em que existe realmente uma operação distincta  
da contagem: processo como operações directa, distincta da addição  
e como inversa da addição.

19 - Theoria da multiplicação: a) a concepção arithme-  
tica da multiplicação; filiação para com a somma; compara-  
ção com a divisão; b) filiação para com a numeração; c) a ge-  
neralização do problema das series; d) generalização da multipli-

casos; productos indefinidos; potencias; e) a necessidade de ordenar a multiplicação relativamente ao multiplicador; distinção dos casos; f) realização da operação: 1º - os casos em que o multiplicador é simples e o multiplicando simples e composto; 2º - os casos em que o multiplicador é composto; marcha do cálculo; g) multiplicação musulmana.

## B - Instituição fundamental do cálculo theocratico

20 - Conceção da divisão: a) a instituição histórica da divisão; advento fetichico da divisão - a distribuição, a subtração, a adição e a multiplicação; b) instituição systematica da divisão; meios de determinar o quociente por tentativas; c) estudo da operação systematica; o salto abrupto da numeração e a determinação dos casos; d) resolução do 1º caso: determinação do quociente quando é simples; e) resolução do 2º caso: quando o quociente é composto; e) esboço da marcha do cálculo e construção da regra pratica da operação

## C - Propriedades dos numeros

21 - Propriedades relativas à adição, à subtração e à multiplicação: associatividade, commutatividade.

22 - Propriedades relativas à divisão: termos da divisão, influencia de suas variações sobre o quociente

23 - Divisibilidade: a) doutrina da divisibilidade; b) exame da divisibilidade por 2, 5 e suas potencias; c) instituição da divisibilidade por 3, 6, 9; d) divisibilidade por 11; e) emprego dos divisores na prova das operações fundamentais

24 - Maximo common divisor: a) concepção do maximo common divisor e sua inspiração geometrica; b) instituição do fundamento do inverso para a pesquisa do maximo

comum divisor; c) concepção do processo, regra para executá-lo; simplificação que comporta; d) propriedades do máximo comum divisor.

25 - Números primos: a) crivo de Eratósthenes e sua demonstração; b) propriedades; c) decomposição de um número em factores primos; d) determinação de todos os divisores de um número.

26 - Mínimo múltiplo comum e caso para sua determinação. Máximo comum divisor baseado nos números primos. Condição de divisibilidade de um número por outros. Divisibilidade por 6, 12, 15, etc.



## D. - Apreciação das reacções do cálculo theocratico sobre as concepções numericas (Instituição das fracções ordinarias)

27 - Concepção das fracções ordinarias: a) motivos que levam a completar a theoria da divisão, de modo que a solução abstracta correspondida à concepção concreta dos problemas. b) reflexões sobre o caso da divisão considerada como tendo por objecto determinar a relação entre duas grandezas; c) importa estender a expressão fraccionaria a todos os numeros.

28 - Apreciação das variações de uma fracção; influencia dos termos; noção de limite

29 - Redução das fracções à sua expressão mais simples: a) concepção da doutrina da simplificação; b) duplo processo para realizar a simplificação.

## E - Extensão adquirida pelo calculo fundamental em virtude da instituição fraccionaria (Adição, subtracção, multiplicação e divisão das fracções ordinarias)

30 - Theoria da isomeria das fracções: a) sobre a neces-



utilidade do cálculo fraccionario; b) a isomeria como base geral do cálculo fraccionario; c) uso da isomeria segundo a sua concepção; d) da solução mais aproveitável e sua apreciação; e) apreciação da solução baseada na simplificação do mínimo múltiplo comum; f) da instituição do cálculo no caso de unitas fraccões; g) exame comparativo dos dois processos para obter a isomeria.

31 - Extensão das operações feticivas das fraccões: a) concepção da addição e da subtração das fraccões; b) a multiplicação não pode ser estendida ás fraccões sem modificar a noção singular da somma; c) reflexões sobre o modo de conceber a multiplicação no caso em que o multiplicador é fraccão e a origem genérica da multiplicação; d) identificação da concepção primitiva com a nova; e) concepção immediata da multiplicação em toda a sua generalidade, quando é considerada como inversa da divisão; f) instituição da regra geral da avaliação; g) apreciação philosophica desta elaboração.

32 - Extensão da divisão ás fraccões: a) a concepção directa da divisão das fraccões; b) utilidade da isomeria para dissipar as embaraços da avaliação do quociente; c) fomento desta observação para a instituição do quociente; d) explicação da regra da divisão das fraccões considerando a divisão como o inverso da multiplicação.

F - Aperfeiçoamento monotheico do cálculo fraccionario em consequencia do ascendente da actividade industrial (Simplificação da avaliação fraccionaria em consequencia da adopção systematica das potencias da base numeral como taxa de subdivisão, no seculo XVI)

33 - Instituição philosophica desta questao: a) motivos que conduziram ao cálculo das fraccões basicas; b) exame do

advento histórico do problema e de sua solução; c) sistematização da evolução que conduziu ao cálculo das frações básicas; d) alterações devidas aos acadêmicos; e) método a seguir na apreciação da simplificação normal do cálculo fracionário; instituição desta simplificação; f) influência da base numeral sobre as simplificações fracionárias.

34 - Cálculo das frações básicas; a) restrição deste exame ao caso das frações decimais; b) adição, subtração e divisão das frações decimais; c) multiplicação das frações decimais; d) simplificação devida à notação e advento desta; e) emprego desta notação na numeração concreta; f) simplificação do cálculo em virtude da notação.

35 - Redução sistemática do cálculo fracionário qual-quer ao caso das frações básicas; a) concepção desta redução; b) exame das condições desta redução, que é quasi sempre aproximada; c) conversão das frações ordinárias em decimais e marcha do cálculo; d) aproximação do quociente; e) lei de sucessão dos algarismos do quociente e sua reprodução periódica; f) estudo do problema inverso e do conceito de limite; g) regra para determinar a fração geratriz de uma periódica simples; h) caso da fração geratriz de uma periódica mista e sua determinação.



## Parte complementar

A - Complementos teóricos do cálculo fundamental (Teoria da raiz quadrada; reações de similitude ao crescimento sobre as concepções numéricas.

Números incommensuráveis

36 - Concepção da teoria da raiz quadrada; a) breves considerações gerais sobre a parte complementar do cálculo arithme-



tico ; b) os motivos que restringem esse exame complementar à raiz quadrada e as progressões directamente enuncadas da escala numérica ; c) noção sobre o advento histórico da theoria das raizes em geral e especialmente da raiz quadrada ; d) comparação da extracção da raiz quadrada com a divisão ; e) a concepção dos números incommensuráveis ; f) determinação espontanea da raiz quadrada mediante o uso da escala arithmetica ou das operações anteriores ; g) exame da insufficiencia pratica final desses processos e necessidade de um processo mais systematico.

37 - Substituição fundamental da pesquisa systematica da raiz quadrada : a) determinação do numero de algarismos da raiz ; b) importancia fundamental do caso em que a raiz tem dois algarismos ; c) inspiração geometrica da lei que exprime a influencia das fracções de uma somma sobre o quadrado desta ; d) exame da aptidão dessa lei para effectuar a dupla redução ; e) raiz quadrada de dois algarismos, sua extracção e abreviações ; f) o calculo no caso em que a raiz quadrada tem dois algarismos ; g) propriedades

38 - Extracção da raiz quadrada das fracções : a) existencia da raiz quadrada no caso das fracções ; dupla necessidade dessa extensão ; b) processos espontaneos e systematicos ; casos a considerar ; c) raiz quadrada com uma aproximação dada ; d) extracção da raiz quadrada de um numero fraccionario com uma aproximação qualquer ; e) no caso das fracções basicas ; f) extracção da raiz quadrada no caso em que o numerador da fracção que indica o erro é maior que a unidade ; conclusão.

B - Generalisação do espirito arithmetico mediante a simplificação das avaliações, pelo aproveitamento das leis especiaes existentes entre os numeros combinados. Theoria das progressões arithmeticas

39 - Papel desta theoria no estudo fundamental do calculo arithmetico: a) afreccao da noção de serie ou progressão; b) reflexões sobre o advento de tal noção; c) afreccao geral sobre os problemas que se podem propor sobre as series, no ponto de vista arithmetico; d) motivos scientificos que levaram a incluir esse assumpto no estudo fundamental do calculo arithmetico; e) afreccao geral sobre motivos logicos que levaram a incluir o estudo elementar das series no dominio fundamental do calculo arithmetico.

40 - Theoria das progressões arithmeticas: a) duplo aspecto em que as progressões arithmeticas podem ser consideradas; b) exame da questao preliminar: determinação de um termo qual quer conhecido o seu logar na serie e os dois primeiros termos da mesma serie; c) lei de summação: questao principal, que consiste em determinar a summa de uma parte qualquer de uma progressão arithmetica; d) exame da formula precedente; e) meio de introduzir a razão na formula da summa; f) os problemas a que as formulas precedentes dão logar.

## Conclusão



41 - Resumo, fim e resultados do estudo do calculo arithmetico

# Calculo algebrico

## Introduccão

42 - Noções preliminaries: a) definições, letras e siglas; b) quantidades algebricas; c) termos semelhantes; d) exercicios

43 - Emprego dos elementos: a) resolução arithmetica; b) resolução algebrica abreviada; c) resolução algebrica generalizada.



44 - Ideias gerais: a) fórmulas; b) formações; c) equações; d) alcances dos valores e alcances das relações

## Operações algébricas

### A - Expressões inteiras

45 - Preliminares; adição e subtração; convenções; exercícios

46 - Multiplicação: a) multiplicações de monômios; b) multiplicação de polinômios por monômios; c) multiplicação de polinômios; d) polinômios ordenados; e) número máximo e mínimo dos termos de um produto; f) exercícios

47 - Divisão: a) preliminares; b) divisão de monômios por monômios; c) divisão de polinômios por monômios; d) divisão de polinômios por polinômio; e) caracteres de impossibilidade; f) polinômio inteiro em relação a uma só letra; g) divisibilidade de um polinômio inteiro em  $x$  pelo binômio do 1º grau  $x-a$ ; h) diferenças e analogias entre a divisão aritmética e a divisão de polinômios; i) exercícios

48 - Potenciação: a) generalidades; b) potências dos monômios; c) potências dos binômios; d) potências dos polinômios; e) exercícios.

49 - Radiciação: a) generalidades; b) raízes dos monômios; c) raiz quadrada dos polinômios; d) raiz cúbica dos polinômios; e) raiz de um grau qualquer dos polinômios; f) exercícios.

### B - Frações algébricas

50 - Transformações: a) preliminares; b) isomeria; c) simplificação; d) teoria elementar do máximo comum divisor algébrico; e) exercícios

51 - Operações: a) preliminares; b) adição e subtração; c) multiplicação; d) divisão; e) potenciação; f) radiciação; g)



alterações que sofre uma fracção quando se subtraher ou se addir a ella uma mesma quantidade de ou a ambos os seus termos;  
h) exercicios

## C - Radicaes

52 - Transformações: a) propriedades dos radicaes; b) simplificação; c) isomeria; d) radicaes semelhantes; e) transformações de expressões irrationaes; f) exercicios

53 - Operações: a) addição e subtracção; b) multiplicação e divisão; c) potenciação e radiciação; d) radicaes imaginarios; e) exercicios.

# Resolução de equações algebraicas

## A - Preliminares



54 - Preliminares: a) resolução dos problemas; b) noções geraes sobre as equações algebraicas; c) transformações das equações.

## B - Equações do 1º grau

55 - Equações a uma só incognita: a) regra para a resolução; b) equações que se reduzem ao 1º grau; c) resolução de problemas; d) exercicios

56 - Equações a duas incognitas: a) noções preliminares; b) processo de redução ao mesmo coefficiente; c) processo de substituição; d) processo de comparação; e) processo de Bézout; f) resolução de alguns problemas; g) exercicios

57 - Equações a tres e mais incognitas: a) redução; b) problemas; c) exercicios

58 - Fórmulas gerais e discussão: a) fórmulas gerais e regra prática de Cramer; b) discussão das fórmulas gerais de resolução; c) soluções negativas; d) problemas dos carrros; e) exercícios

59 - Transformação das desigualdades: a) preliminares; b) 1ª transformação - por adição e subtração; c) 2ª transformação - por multiplicação e divisão; d) 3ª transformação - por potenciação; e) 4ª transformação - por extração de raízes; f) resolução das desigualdades do 1º grau a uma incógnita; g) exercícios

60 - Análise indeterminada do 1º grau: a) preliminares; b) métodos de resolução; c) aplicações; d) problemas; e) exercícios.

## C - Equações do 2º grau a uma incógnita

61 - Fórmulas gerais: a) equações completas e incompletas; b) fórmulas gerais; c) raízes

62 - Resolução: a) equação incompleta sem termo em  $x$ ; b) equação incompleta sem termo independente da incógnita; c) equação completa; d) número de raízes; e) regra geral; f) dedução de Bhaskara.

## Algebra complementar

63 - Proporções: a) preliminares; b) equidiferenças e suas propriedades; c) proporções e suas propriedades

64 - Progressões: a) preliminares; b) propriedades fundamentais; c) inserção de meios proporcionais; d) problemas que se resolvem pelas fórmulas das propriedades fundamentais; e) exercícios

65 - Logaritmos: a) preliminares; b) logaritmos neperianos e suas propriedades; c) logaritmos decimais e suas propriedades; d) uso das taboas de logaritmos; e) aplicações dos logaritmos

# Aplicações sociais do calculo

68 - Metrologia: a) systema metrico: medidas de comprimento, de superficie, de volume, de tempo, de circumferencia, monetarias e electricas; b) medidas antigas; c) conversão de medidas; d) complexos

69 - Regra de 3 simples e composta

70 - Regra de divisões profissional; regra de sociedade

71 - Cambio interno e externo; regra conjunta

72 - Juro simples: a) deducção das formulas; b) formula para os divisores fixos; c) uso da tabella de divisores fixos; d) desentos

73 - Juro composto: a) deducção da formula; b) alteracão para quando o tempo é fraccão de anno; c) logaritmicacão das formulas; d) uso da tabella de juro composto

74 - Anuidades: a) deducção da formula; b) logaritmicacão da formula; c) uso da tabella de anuidades

75 - Ideias sobre um banco e suas operações - Bolsa de commercio - Sindicatos, trusts e sociedades anonyms

76 - Redacção de documentos commerciaes: ordens, contas, facturas, cheques, letras.



# Geometria

## A - Noções geraes sobre a extensão

1 - Objecto da geometria; corpo geometrico, superficie, linha, ponto e suas variedades

## B - Propriedades das linhas rectas e das linhas circulares

2 - Definições e noções preliminares.

3 - Definições e geração do angulo. Angulos recto, agudo e obtuso.



so. Por um ponto tomado n'uma recta si se pode baixar uma perpendicular a essa recta.

4 - Angulos adjacentes - Angulos opostos pelo vertice

5 - Triangulos. - Os casos mais simples de equaldade

6 - Propriedades do triangulo isosceles

## C - Linhas perpendiculares e obliquas

7 - Propriedades das perpendiculares e das obliquas. - Casos de equaldade dos triangulos rectangulos.

## D - Linhas parallelas

8 - Rectas parallelas. - Quando duas parallelas são cortadas por uma secante, os quatro angulos que dellas resultam são iguaes assim como os quatro angulos obtusos. - Reciprocos

9 - Angulos de lados parallellos ou perpendiculares. - Somma dos angulos de um triangulo e de um polygono qualquer.

## E - Polygonos

10 - Polygonos

11 - Parallelogramms. - Propriedades de seus angulos, de seus lados e de suas diagonaes

## F - A recta e o circulo

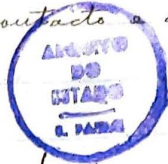
12 - A circumferencia - Dependencia mutua das cordas e dos arcos

13 - O raio perpendicular a uma corda divide esta e o arco subtenseo em duas partes iguaes

14 - Dependencia mutua dos comprimento das cordas e de suas distancia ao centro - Condições para que uma recta seja

tangente à circunferência. - Arcos interceptados por cordas paralelas.

15. - Condições de contacto e de intersecção de duas cordas.



## G. - Medida dos angulos

16 - Angulos centrais, inscriptos e excentros. Avaliação.

## H. Problemas

17 - Construções de angulos e de triangulos

18 - Traçado de perpendicularer e de paralellas.

## I - Linhas proporcionaes

19. - Linhas proporcionaes. - A paralella a um dos lados de um triangulo divide os outros dois em partes proporcionaes - Reciproca - Propriedades da bisectriz de um angulo.

## J. Semelhanças

20 - Polygonos semelhantes. - Cortando-se um triangulo por uma paralella a um de seus lados, determina-se um triangulo semelhante ao primeiro. Condições de semelhança dos triangulos.

21 - Decomposições de um polygono em triangulos semelhantes. - Relação dos perimetros

22 - Relação entre a perpendicular abaixada do vertice do angulo recto de um triangulo rectangulo sobre a hypotenusaa e os segmentos da hypotenusaa, a hypotenusaa e os cathetos

23 - Relação entre o quadrado do numero que exprime o comprimento do lado opposto a um angulo recto, agudo e obtuso e os quadrados dos numeros que exprimem os comprimentos dos dois outros lados.

24 - Si de um ponto, tomado no plano de um circulo, se tirarem se- cantes, o producto das distancias deste aos dois pontos de intersecção de cada

secante com a circunferência é constante, qualquer que seja a direção da secante. - Caso em que ella se torna tangente.

25. - Dividir uma recta em partes iguaes ou proporcionaes a rectas dadas. - achar uma quarta proporcional a duas linhas e uma media proporcional entre duas linhas

26. - Construir sobre uma recta um polygono semelhante a outro.

## K. Polygonos inscriptos e circumscriptos

27. - Polygonos regulares - Todo polygono regular pode ser inscripto ou circumscripto ao circulo.

28. - A relação entre dois polygonos regulares do mesmo numero de lados é a mesma que a dos raios dos circulos circumscriptos

29. - A relação entre a circunferência e seu diametro é constante

30. - Traçar um circulo num quadrado e num hexagono regular.

31. - Modo de avaliar a relação entre a circunferência e o diametro, calculando os perimetros dos polygonos regulares de 4, 8, 16, etc lados inscriptos num circulo de raios dados.

## L. Area dos polygonos e do circulo

32. - Area dos polygonos e do circulo. Medida da area do rectangulo, do parallelogramo, do triangulo, do trapézio, de um polygono qualquer. Método da decomposição em triangulos e trapézios rectangulos.

33. - Relações entre o quadrado construido sobre o lado de um triangulo, opposto a um angulo recto, agudo e obtuso e os quadrados construidos sobre os outros dois lados.

34. - A relação das areas de dois polygonos semelhantes é a mesma que a dos quadrados dos lados homologos.

35. - Area do polygono regular. Area do circulo, do anel, do sector e do segmento de circulo. Relações das areas de dois circulos de raios diferentes.



# Geometria no espaço

## Planos e corpos terminados por superfícies planas

### A - Planos e rectas



36 - O plano e a recta. - Duas rectas que se cortam determinam a posição de um plano. Condições para que uma recta seja perpendicular a um plano.

37. - Propriedades da perpendicular e das obliquas tiradas de um mesmo ponto a um plano.

38. Paralelismo das rectas e dos planos

39. Ângulos diedros. Geração dos ângulos diedros pela rotação de um plano em torno de uma recta. Ângulo diedro recto. Ângulo plano correspondente ao ângulo diedro. A relação de dois ângulos diedros é a mesma que a de seus ângulos planos.

40. - Planos perpendiculares entre si. Se dois planos são perpendiculares a um terceiro, sua intersecção commum é perpendicular a este 3º.

41. - Ângulos triédros. Cada face do ângulo triédro é menor que a somma das duas outras. Si se prolongam as arestas de um ângulo triédro além do vertice, forma-se um novo ângulo triédro que não elle pode ser superposto, si bem que seja composto dos mesmos elementos.

### B - Corpos terminados por planos e a medida dos volumes

42 - Poliedros. Paralelepípedos. Medida do volume do paralelepípedo rectângulo, do paralelepípedo qualquer. Prismas triangulares

43. - Pirâmide. Medida do volume da pirâmide triangular, da pirâmide qualquer. Tronco de pirâmide de bases paralelas

# Corpos redondos

44. - Cone recto de base circular. Seções paralelas à base. Da superfície lateral do cone, do tronco de cone de bases paralelas. Volume do cone, do tronco de cone de bases paralelas.

45. - Cilindro recto de base circular. Medida da superfície e do volume. Extensão aos cilindros rectos de qualquer base.

46. Esfera. Seções planas. Grandes círculos. Pequenos círculos. Polos de um círculo. Dada uma esfera, achar-lhe o raio. Planos tangentes.

47. Medida da superfície engendrada por uma linha, quebrada regular, girando em torno de um eixo tirado em seu plano e por seu centro. Área da zona. Área da esfera inteira.

48. Medida do volume engendrado por um triângulo girando em torno de um eixo tirado em seu plano por um de seus vértices. Aplicação ao sector poligonal regular girando em torno de um eixo tirado em seu plano e por seu centro. Volume do sector e superfície e da esfera inteira.

## Complemento

49. - Noções sobre ângulos poliedros, figuras simétricas, figuras traçadas sobre a superfície da esfera, etc.

50. Noções sobre algumas curvas usuais: ellipse, para-bola, helice.

S. Paulo, 10 de janeiro de 1929

Davi Ribeiro Escobar