MATEMATICA

MODERNA

$80 \div 2 = 40$

$80 \div 40 = 2$

ARITMÉTICA MODERNA

1.º Volume

WENCESLAU CARLOS GALVÃO FILHO

CURSO DE ARITMÉTICA MODERNA

1.º volume

Revisto
por
JOSÉ CARLOS PEREIRA

ORGANIZADO PELA
EDITÔRA UNIVERSITÁRIA
SÃO PAULO
BRASIL

MATEMÁTICA	{	ARITMÉTICA GEOMETRIA ÁLGEBRA

A matemática nasceu com o raciocínio do homem, assim, ela é essencialmente racional.

Ciência é o conhecimento exato das "coisas".
Matemática é a ciência que estuda as grandezas.

PREFÁCIO

Quando lecionando matemática para normalistas, senti a falta de um livro no assunto que pudesse servir de orientação às professoras, quanto aos tópicos realmente importantes a ensinar à criançada.

Inicialmente, cortando tudo que fôsse supérfluo ou aprofundado demais no nível de aprendizagem rascunhei tôda a aritmética e geometria, sem estar prêso, importante que se diga, a um programa pré-estabelecido. Da ampliação aprimorada dêsse texto, resultou esta coleção, que espero traga a êsse campo uma contribuição didática e aos que se interessam pelo assunto, um livro de fácil aprendizagem.

A seqüência de exposição e a forma de apresentação, seguem então uma ordem lógica desenvolvendo o assunto sem quebra de continuidade, montando base para continuação do estudo matemático.

A aritmética é a parte mais simples da matemática, o que não quer dizer que seja a mais fácil.

Para podermos estudar qualquer ciência precisamos definir o seu campo de existência.

O campo de definição é o campo de existência.

Os conceitos e definições aqui emitidos dizem respeito ao nível de aprendizagem.

ARITMÉTICA

Aritmética é a ciência dos números.

É a parte da matemática que estuda os *valores conhecidos*.

Valores conhecidos são os *números*.

Número é o elemento resultante da comparação entre quantidade conhecida com outra da mesma espécie.

Assim teremos:

Aritmética é a ciência dos *números*

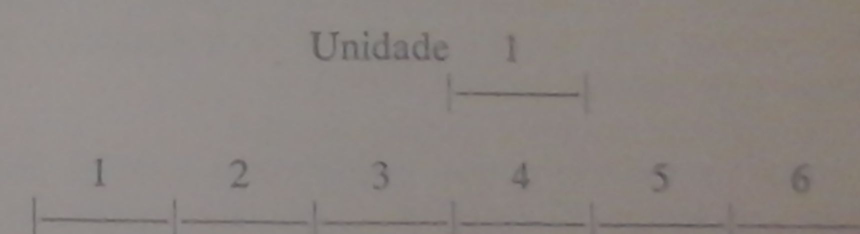
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

(êstes são os elementos com os quais iremos trabalhar, e com auxílio da *lógica* construir o campo da aritmética).

1 (um) é o elemento que representa a unidade.

Unidade é a quantidade conhecida que tomamos para compararmos com outra desconhecida da mesma espécie, e assim termos seu conhecimento em quantidade.

Tomemos por base uma barra cujo comprimento por convenção chamaremos de unidade (1).



como resultado desta operação concluímos que a barra tem seu comprimento igual a 6 vêzes o elemento que chamamos de unidade, portanto o seu valor será de *6 unidades*.

O comprimento da barra tomado como unidade poderá assumir, em particular, o valor de um metro.

Exercícios

Pegar uma *caixa contendo laranjas*.
Caixa é uma quantidade desconhecida.
Pois se perguntarmos quantas laranjas contém não saberemos responder.

Contemos quantas laranjas tem nessa caixa.
Se pegarmos outra caixa do *mesmo tamanho* e enchermos igualmente com laranjas do *mesmo tamanho*, não precisamos contar novamente, já sabemos quantas laranjas contém a caixa.
Se pegarmos um caminhão de laranjas e enchermos com caixas iguais às primeiras, teremos fàcilmente a quantidade de laranjas contida no caminhão.

A saber: Uma caixa contém 50 laranjas, o caminhão contém 100 caixas, portanto a quantidade de laranjas que contém será de 5.000.
A unidade aqui é 1 (uma) laranja.
Mas se dissermos que o caminhão contém 100 caixas (contendo 50 laranjas cada) a *unidade* será *caixa com 50 laranjas*.
Continuando no pomar há 20 caminhões iguais de laranjas.
A *unidade* será caminhão (contendo 100 caixas de laranjas).
Observar que a variação da unidade conhecida é feita de acôrdo com a nossa conveniência, mas uma vez estabelecida ela deve ser mantida *constante*.

Conjunto

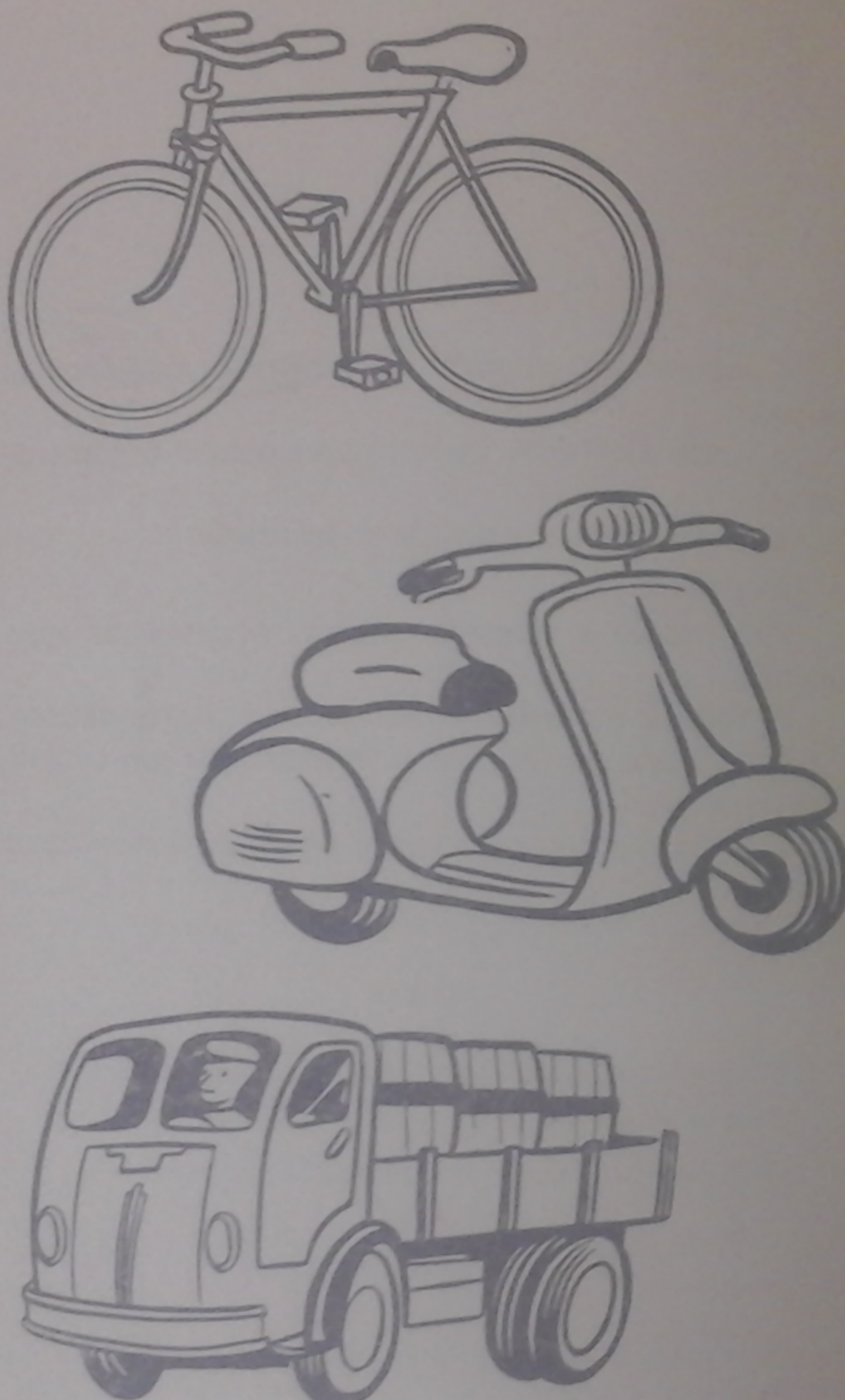
Conjunto é a reunião de *elementos* que formam um todo.
A cada elemento do conjunto damos o nome de unidade.
Já vimos que a unidade é *arbitrária*.
Exemplo:
Um prédio é formado por um conjunto de apartamentos.
O todo é o *Prédio*, o elemento é o apartamento.
Uma cesta de laranjas é formada por um conjunto de laranjas.
O todo é a *cesta contendo laranjas*, o elemento é a laranja.

Pomar

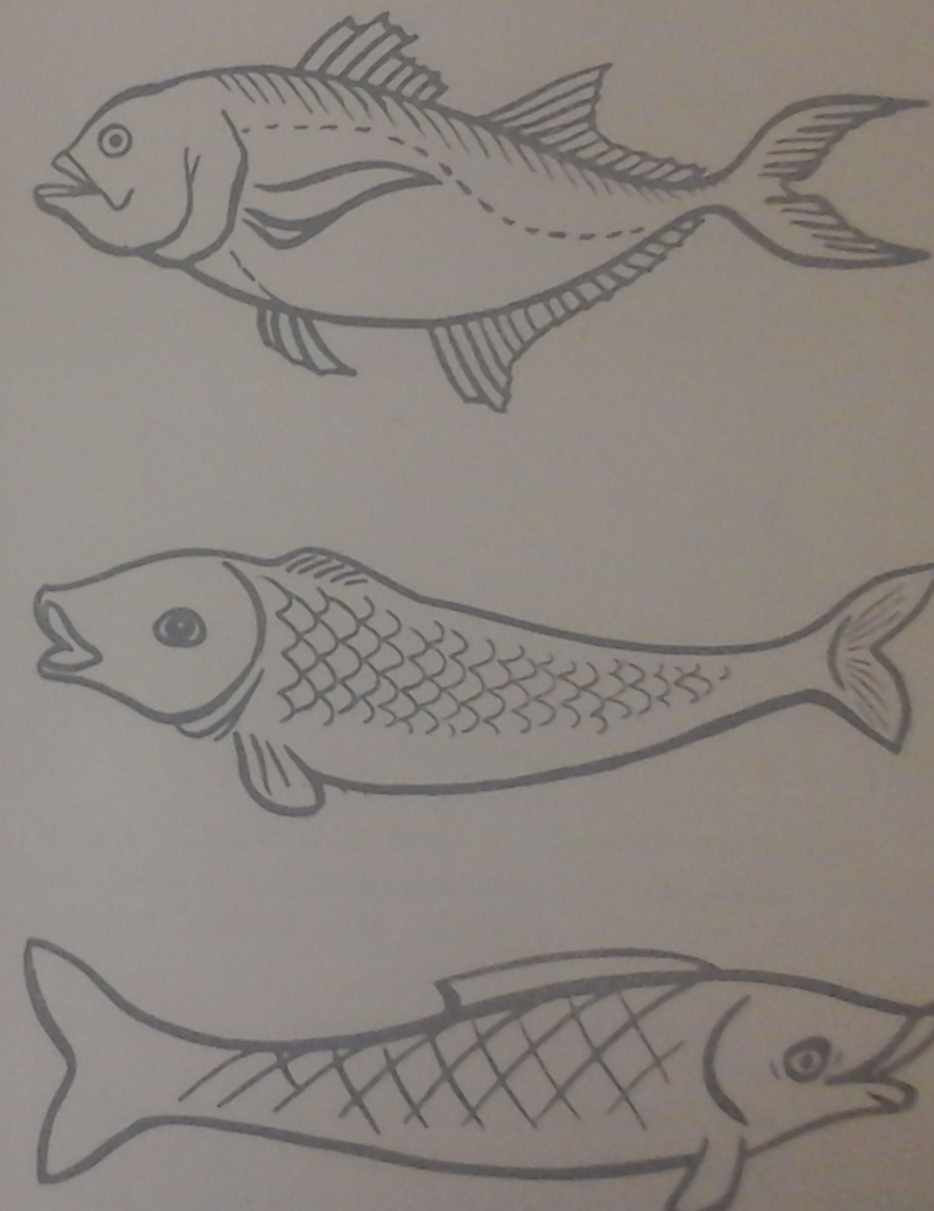
Pomar é o conjunto de árvores frutíferas.
Pomar é o todo.
Árvore frutífera é o elemento.

Terra (como planeta)

A Terra é o conjunto dos *mares e continentes*.
Terra é o todo.
Mar e continente são os elementos.



Conjunto de veículos



Conjunto de peixes.

Exercícios

Definir os conjuntos e dizer os elementos que o formam: Cidade, país, rebanho, caixa de laranjas, semana, mês, molecada, alfabeto, ano, jardim, boiada.

Exercícios Inversos

Dados os elementos do conjunto achar o todo:

Um grupo de meninas; os meses; o sol, a lua, os planêtas, e as estrelas; as pedras; as ovelhas; os povos, etc.

PROPRIEDADES

Tudo que conhecemos sôbre a Terra possui uma ou mais qualidades.

Qualidade — Característica, propriedade da coisa. (Para ter uma qualidade basta que seja conhecida).

Essas qualidades características das coisas que conhecemos são notadas através da experiência e assim vamos dando as suas definições.

Exemplo:

Tomemos um pedaço de vidro e olhemos através dêle, notamos que se pode ver os objetos que estão por trás. Diremos que êle permite a visão através dêle e portanto possui a *propriedade de transparência*.

Dêsse modo podemos concluir tôdas as propriedades dos objetos e elementos que vamos estudar.

Como exercício, pegar um pedaço de barbante, um pedaço de arame, um copo de água, uma folha de papel etc.

Faça você mesmo as experiências e conclua quais as *propriedades* que encontrou.

Depois de conhecer as propriedades do elemento simples água, façamos uma mistura.

Esta água quando pura possui a propriedade de transparência, pois bem, adicionemos a ela uma tinta bem escura. Ao fim de uma quantidade de tinta adicionada, o que se observa? Que ela perde a propriedade de transparência.

Conclui-se então que um elemento possui uma propriedade em determinadas condições, fora das quais esta pode se transformar.

Diremos então que a água pura é um líquido *transparente* e em mistura com um líquido bem escuro se torna *opaca*.

Opaca é outra propriedade.

Propriedades de um Conjunto

Todo conjunto pode ser formado por elementos da mesma espécie ou não.

Exemplos:

1.º) Uma cesta de laranjas

2.º) Boiada

3.º) Cidade

4.º) Frutas

Nos 1.º e 2.º ex. os elementos são da mesma espécie. Diz-se que o conjunto é *homogêneo*.

Nos 3.º e 4.º os elementos do conjunto são de espécie diferentes; diz-se que o conjunto é *heterogêneo*.

Comparação de Conjuntos

Devido à necessidade de se ter a idéia da quantidade dos elementos de um conjunto, utilizou-se o método da comparação entre os elementos do conjunto com os elementos de outro conjunto conhecido.

Em tempos passados o pastor para conhecer a quantidade de seu rebanho usava o seguinte processo, a cada animal fazia corresponder uma pedrinha.

Na hora de recolher o rebanho, conferia com as pedrinhas. Se ao último animal correspondesse a última pedrinha concluía que não se perdeu nenhuma ovelha.

Análise

Se faltasse uma ovelha sobraria uma pedrinha. Faltar uma, seria o mais provável, pois, seria difícil surgir uma pedrinha a mais.

Se sobrasse uma ovelha, isto é, tinha uma pedrinha a menos.

O mais certo seria que se perdeu uma pedrinha, pois nas redondezas não haviam outras ovelhas, a não ser que nascesse uma, então seria fácil comprovar.

Como vemos, embora tenhamos uma solução para o problema das ovelhas teremos que analisar os resultados sob um método.

Unidade (Número inteiro)

no
conjunto dos
números inteiros
a *unidade*
é *um elemento inteiro*
a (abc)

1 Prédio = 4 andares = 12 apartamentos
1 prédio = 4 andares
1 andar = 3 apartamentos

Exercícios sôbre Unidade

Pegar um pedaço de barbante de um comprimento qualquer e na fachada de sua casa medir quantas vêzes cabe de lado a lado, anotando êsse número.

O *número* obtido dessa medida representa a largura da frente da casa.

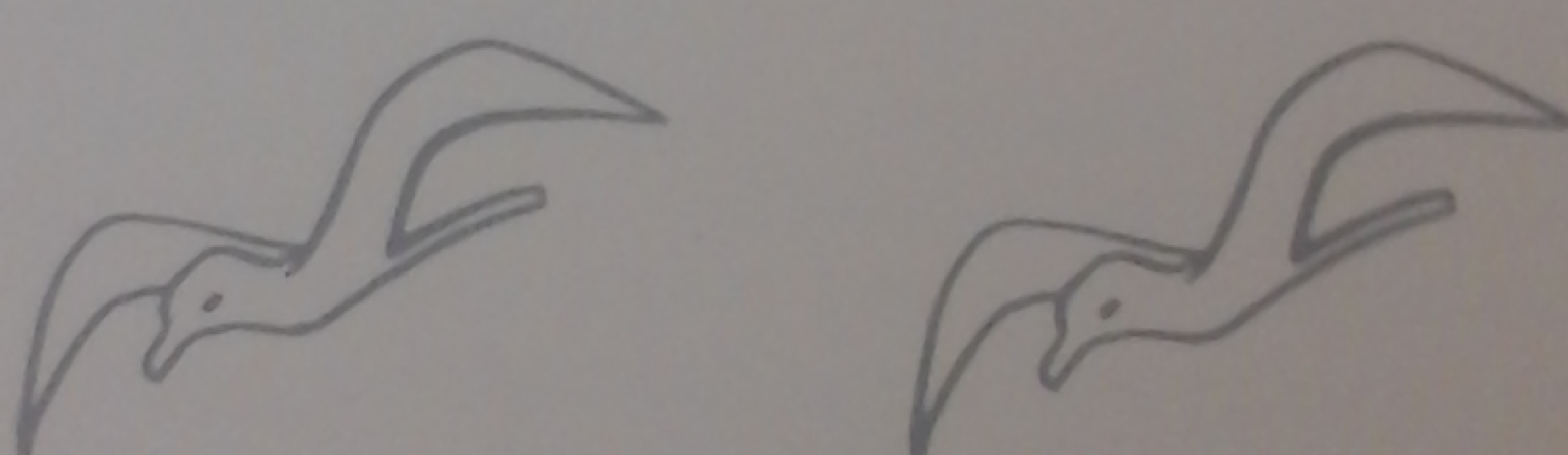
Vejamos, êsse pedaço de barbante pode ser de qualquer tamanho, mas escolhido o seu comprimento terá de ser sempre o mesmo para o nosso trabalho.

Se alguém quizer medir a sua casa para *comparar* com a nossa, terá que usar um barbante com o mesmo comprimento do *nosso*.

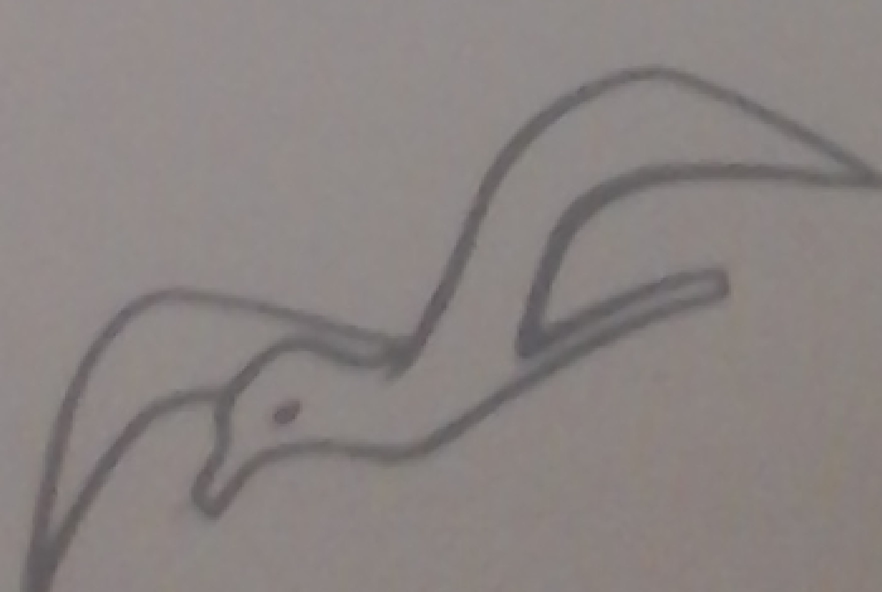
Daí êle poderá concluir se a fachada da casa dêle é igual, maior ou menor que a da nossa casa.

Como a medida de tôdas as coisas, quer seja no Japão, França, Brasil ou qualquer outro país do mundo devem ser iguais, para facilitar o conhecimento exato das grandezas, foi resolvido em uma reunião internacional que a unidade *padrão* de comprimento seria o *metro*.

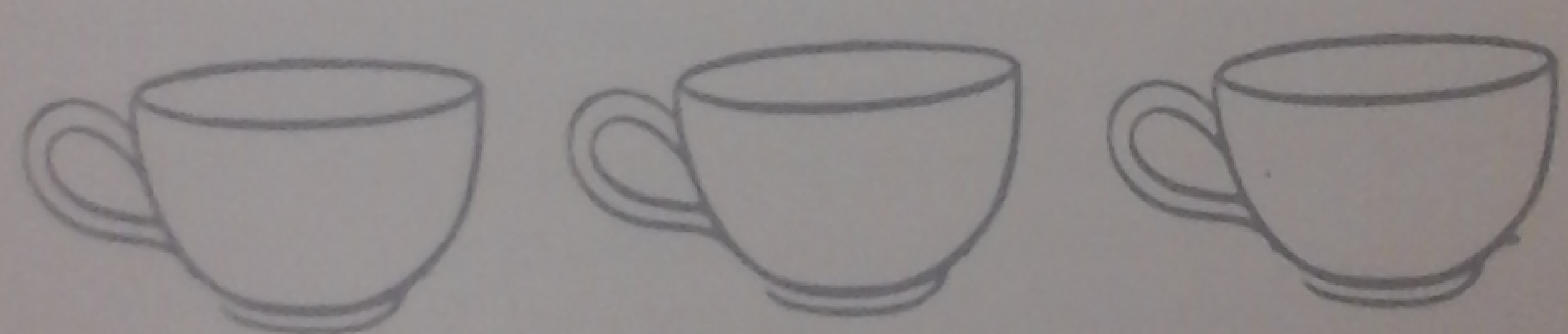
Com o conhecimento da unidade iremos construir a *Aritmética*.



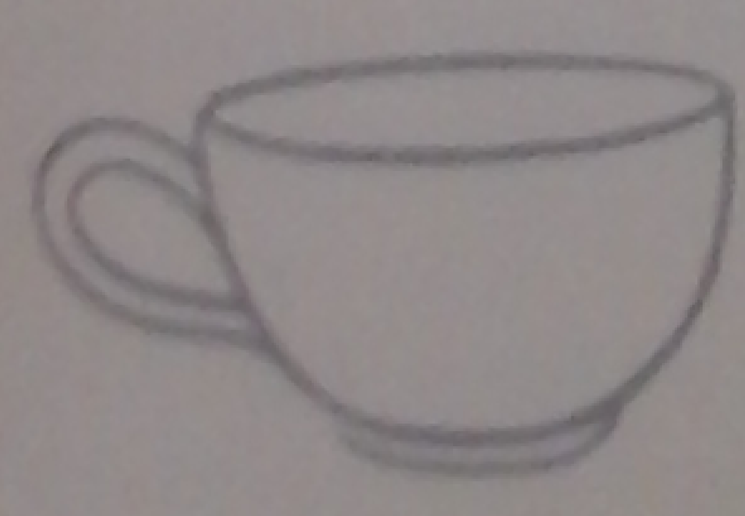
= número



= Unidade



= número



= Unidade

Com a necessidade de conhecer as quantidades surgiram os números.

Para se representar um número, usa-se um símbolo; a êsse símbolo chamamos de *numeral*

dois é igual a 2 ou II
três é igual a 3 ou III
quatro é igual a 4 ou IV
etc.

de acôrdo com a definição podemos usar quantos numerais quizermos para representar um número.

Comparemos um conjunto qualquer com outro conhecido.

Número é o resultado da comparação e *numeral* é o *símbolo* que o representa.

Representemos a unidade pelo numeral 1
duas unidades pelo numeral 2
três unidades pelo numeral 3
quatro unidades pelo numeral 4
cinco unidades pelo numeral 5
seis unidades pelo numeral 6
sete unidades pelo numeral 7
oito unidades pelo numeral 8
nove unidades pelo numeral 9.

A êsse conjunto de números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 daremos o nome de *sucessão* dos números naturais.

Sucessivo de um número é o que contém uma unidade a mais dêsse mesmo número.

Assim 6 é o *sucessivo* de 5, pois contém 1 unidade a mais.

CONJUNTO E SUBCONJUNTO

Os símbolos $\in \notin \subset \supset \phi$

$\in$ o nome dêste símbolo é pertence

Assim teremos

2 $\in$ [2,4...6] lê dois pertence ao conjunto [2,4,5,6]

$\notin$ êste é não pertence

3 $\notin$ [2,4,5,6] lê-se 3 não pertence ao conjunto [2,4,....6]

Êstes símbolos servem para indicar se um *elemento* pertence ou não a um conjunto.

Quando quisermos dizer a mesma idéia para os conjuntos usamos os símbolos [*contém* — *contido*]

Assim

os conjuntos [2, 4 5. 6] $\subset$ [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

lê-se o conjunto [2, 4, 5, 6] está contido no conjunto [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

Ou a mesma idéia

o conjunto [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9] $\supset$ [2, 4, 5, 6]

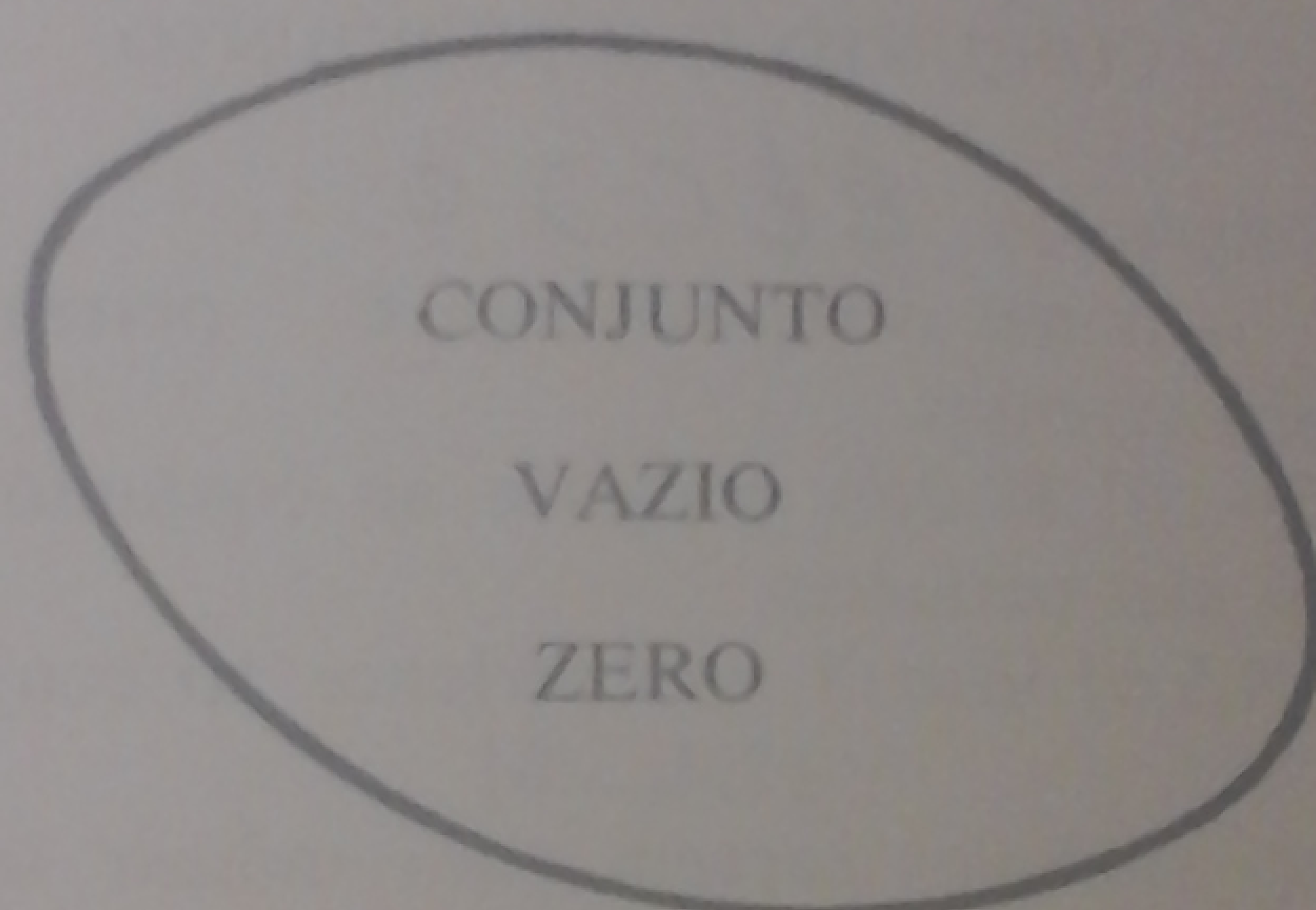
lê-se o conjunto [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9] contém o conjunto [2, 4, 5, 6]

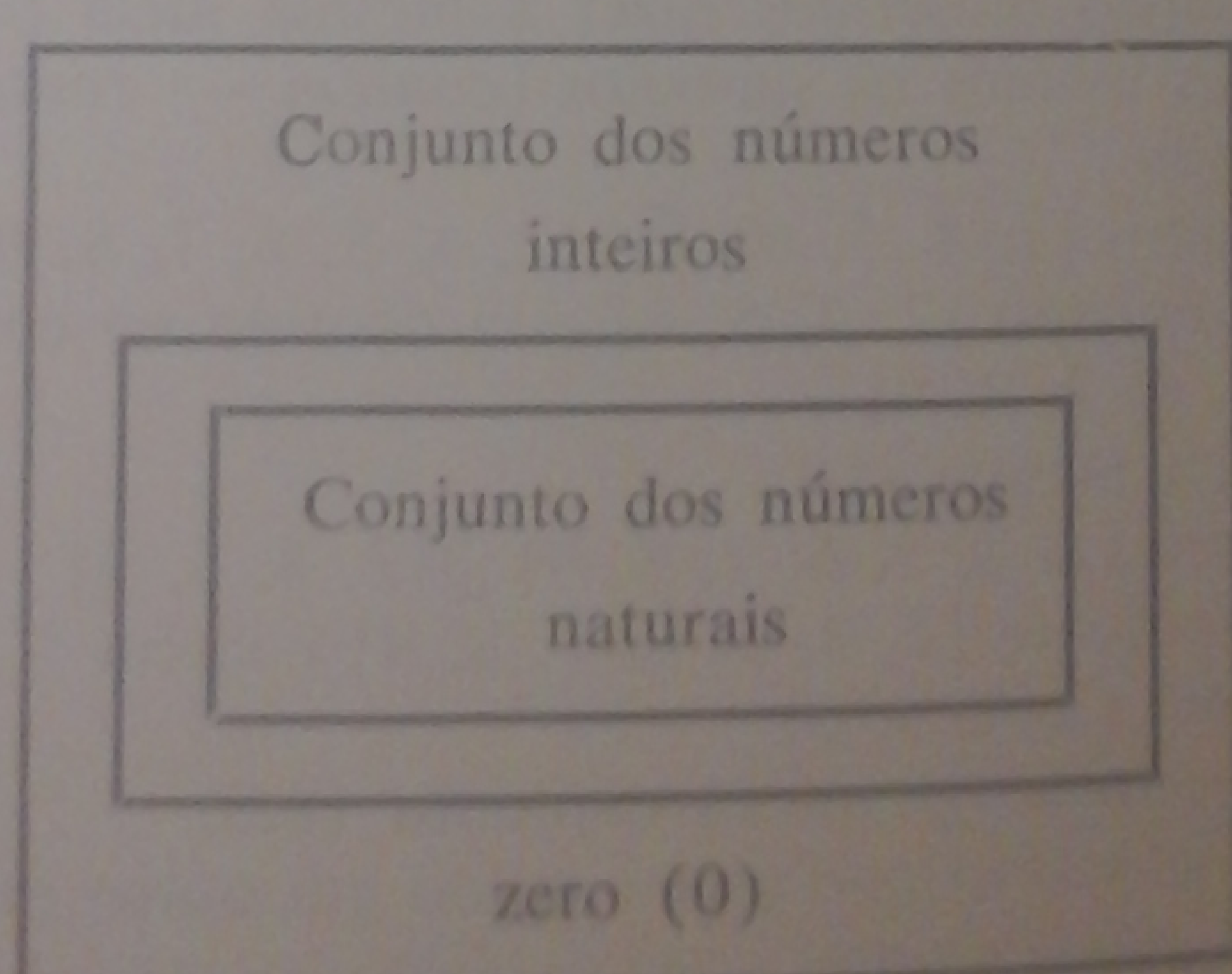
O símbolo $\emptyset$ indica conjunto vazio.

Ao conjunto que está contido em outro recebe o nome de *sub-conjunto*.

Acrescentemos ao conjunto dos números naturais o número (zero) representado pelo numeral 0 (zero) (cuja quantidade é nula e dá a idéia de conjunto vazio). Teremos assim o conjunto dos números inteiros.

0, 1, 2, 3,4. . . .





Existe uma infinidade de conjuntos que podem representar as quantidades.

Vamos escolher um cujos elementos são:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

a êstes elementos chamaremos de algarismos.

Daqui para a frente faremos a quantidade de elementos de um conjunto corresponder a um número.

Assim ao conjunto
corresponde ao número 5. 

Numeração Decimal

Tomemos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou seja os dez elementos usados para formarem o conjunto padrão dos números inteiros.

No sistema *decimal* todo algarismo igual escrito a esquerda de outro *é 10 vêzes* maior que êsse outro.

Concluímos assim que os valores dos algarismos variam com sua posição.

Ao número associado à sua posição damos o nome de valor relativo do algarismo.

A saber

249

2 valor absoluto
200 valor relativo .... de 2
4 valor absoluto
40 valor relativo .... de 4
9 valor absoluto
9 unidades valor relativo de 9

Tomemos o algarismo 2 vejamos o seu valor correspondente

					c
					o
				2	l
			2	2	u
		2	2	2	n
	2	2	2	2	a
2	2	2	2	2	s
5.º	4.º	3.º	2.º	1.º	

a cada lugar que êle se encontre no número; ao lugar na coluna daremos o nome de "*casa*" (podemos então dizer na 1.ª "casa *mora*" a unidade, na 3.ª "*mora*" a centena).

Na 1.ª coluna:

o 2 vale duas unidades (casa das unidades)
na 2.ª êle vale *10 vêzes* 2 unidades
portanto 20 (casa das dezenas)

na 3.ª — vale 10 vêzes duas dezenas ou 200
na 4.ª — vale 10 vêzes duas centenas ou 2.000

Se classificarmos em grupos os seus valores veremos que cada um possui 9 elementos excluído o 1.º grupo.

Cada 3 grupos em sucessão formam uma ordem conforme:

	1.º grupo	— unidade simples (10)
1.ª ordem	2.º grupo	— dezenas, nove grupo de dezenas
	3.º grupo	— centenas, nove grupos de centenas
	1.º grupo	— unidades de milhar (9)
2.ª ordem	2.º grupo	— dezenas de milhar (9)
	3.º grupo	— centenas de milhar (9)

Fazer exercícios com os números 4 e 5 até centena de milhar.

Aos que seguem depois da centena de milhar se chamará ordem dos milhões, bilhões, trilhões, quatrilhões, quintilhões e assim sucessivamente.

A êste conjunto daremos o nome de conjunto dos *números inteiros decimais*.

Como se pode concluir que não tem fim, diremos que o conjunto dos números inteiros é ilimitado ou infinito.

Regra prática para se ler um número

1	10	100
1.000	10.000	100.000
1.000.000	10.000.000	100.000.000.000
1.000.000.000	10.000.000.000	100.000.000.000.000

Unidades	Dezenas	Centenas
Milhar	Dezenas de Milhares	Centenas de Milhares
Milhões	Dezenas de Milhões	Centenas de Milhões
Bilhões	Dezenas de Bilhões	Centenas de Bilhões

Ler o número 4.345.078.915

4	345	078	915
bilhões	milhões	milhares	unidades

quatro bilhões, trezentos e quarenta e cinco milhões setenta e oito mil, novecentos e quinze unidades.

Exercício: ler os números

23.048.927.854

24567

IGUALDADE

Diremos que 2 conjuntos de mesma *espécie* são iguais quando possuírem o mesmo *n.º de elementos.*

Tomemos duas cestas de laranjas contendo a mesma quantidade, isto é, o mesmo número delas. Diremos que são iguais.

$$1.^a \longrightarrow a$$
$$2.^a \longrightarrow b$$

Dando a 1.ª cesta o símbolo de *a* ao da 2.ª *b* escreveremos:

$$a = b$$

O sinal = Lê-se igual a, portanto *a* é igual a *b*.

Propriedades da Igualdade

$$a = a$$

Se *a* representa um valor ou objeto qualquer, é lógico dizer que êste valor ou objeto é igual a si mesmo. Chamamos a isto propriedade *reflexiva*.

Exemplo: um livro é igual a êle mesmo, um lápis é igual a êle mesmo.

10 é igual a 10
5 é igual a 5
$a = a$

Aqui temos dois ou mais valores distintos ao quais chamaremos um de *a* outro de *b* mas seus caracteres são iguais.

Ex.: *a* é uma bola

b é outra bola com as mesmas características de *a* representamos então por $a = b$ ou $b = a$. Propriedade *Simétrica*. Há uma simetria, o que não altera em nada a igualdade, a sua indicação.

Se *a* é um lápis igual a outro *b*, *b* por sua vez é igual a um terceiro *c* concluímos que os três lápis são iguais, podemos então escrever:

$$a = b \qquad b = c \quad \text{donde } a = c$$

$$(\text{ou } a = b = c)$$

Esta é a propriedade transitiva ou simplesmente, transitividade da igualdade.

Resumo:

A igualdade possui as propriedades: *reflexiva, simétrica, transitiva*.

Estas propriedades serão aplicadas mais adiante com os números.

Desigualdade

Se dois conjuntos não contém o mesmo número de elementos então êles serão representados por números diferentes.

$a>b$ ou $a<b$
a é diferente de b

e também $a>b$ $3>2$ $2<3$
a maior que b, 3 maior que 2, 2 menor que 3.

Exercícios

1.º) Qual a diferença entre número e numeral?

2.º) Qual a diferença entre o conjunto dos números naturais e a do conjunto dos números inteiros?

3.º) O número pode ser representado de quantas maneiras?

4.º) 7 e sete: são iguais?

5.º) Ler as seguintes expressões: $7>2$ $2<10$
$a>b$ $0=0$ $5>2$ $7<10$
$b>c$ $c>d$ $b<c$ $a>c$.

6.º) Concluir as seguintes expressões:

2?4 3?3 10?5

7.º) Transformar as seguintes expressões em números: $a>b$ $b>c$ $d>f$ $f>h$ $h>d$, para que sejam verdadeiras

Dizer de que modo é feita a igualdade (Qual o tipo)

Qual a propriedade aplicada:

$a=a$ reflexiva. Tôda coisa é igual a si.

$$\begin{array}{ccc} A>B & & B<C \\ A>C & \text{ou} & C<A \end{array}$$

transitividade da desigualdade

$$\begin{array}{cc} b=a & c=b \end{array}$$

$a=b=c$ transitividade da igualdade

Como se chamam êstes símbolos?

5= ○○○ ○○ / / / / /

Qual o símbolo que representa a igualdade? Estabelecer as relações usando os sinais convenientes.

Ler os números

248, 578.987, 2.457.890
1.999,100 111111, 2222222

Escrever os números em algarismos

dois bilhões e quinhentos mil
três mil quatrocentos e vinte e nove
cinco milhões trezentos e vinte e um
um trilhão duzentos milhões quatrocentos e vinte e nove
um trilhão cento e vinte bilhões duzentos e cinco mil cento e vinte e nove

1.º) Desigualdade

estabelecer os sinais correspondentes $= \; < \; >$

a b   d e   f g   b e

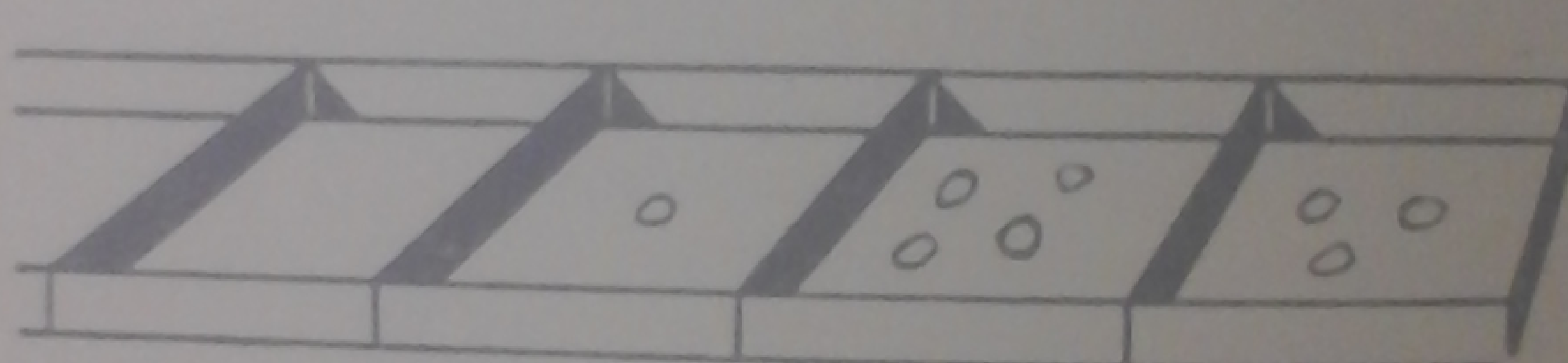
para $a=2$ $b=5$ $d=7$ $e=3$ $f=6$ $g=8$

R. $a<b$ $d>e$ $f<g$ $b>e$
ou
$b>a$ $e<d$ $g>f$ $e<b$

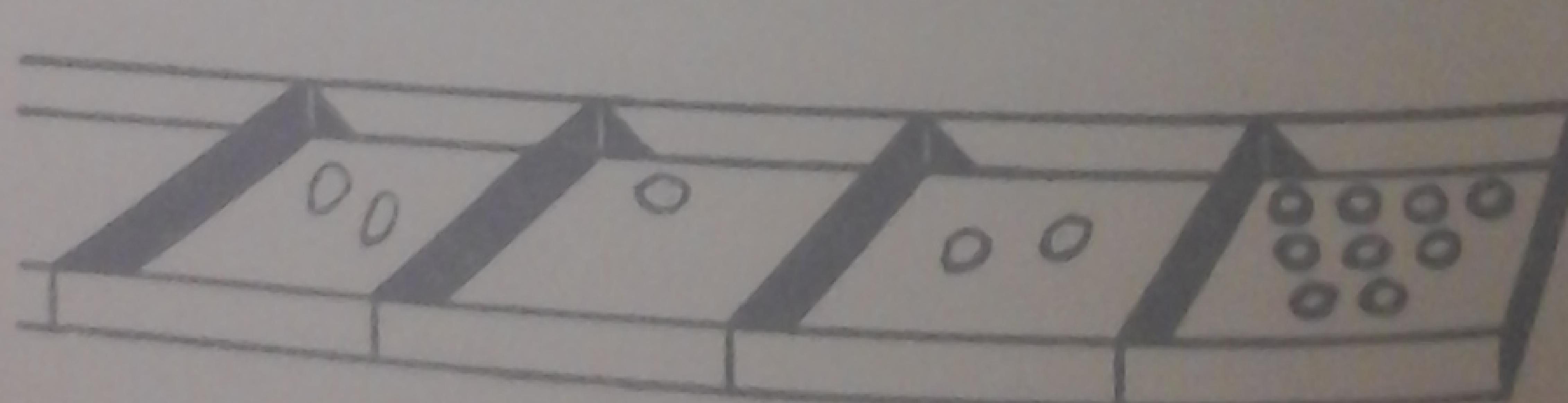
Exercícios

Escrever os números correspondentes em seus grupos e ler os números formados.

centena dezena unidades



cento e quarenta e três



milhar centena dezena unidade

O algarismo 5 do número 5.423 pertence à que grupo?

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

As operações fundamentais da aritmética são: adição subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Adição

Na operação de adição dos elementos dos conjuntos dados, os elementos são chamados têrmos ou parcelas e o sinal + (mais) indica a operação de adição.

A operação de adição consiste em reunir duas quantidades em uma única, chamada soma.

Usa-se	a	2	parcela
	+ b	+ 6	parcela
	c	8	total ou soma

A *operação de unir os elementos* de um conjunto aos elementos de outro conjunto chama-se adição.

O *resultado* é representado por um número chama-se *soma*.

A operação de reunião ou união de dois conjuntos é indicado com os simbolos U ou +

00	U	000	=	00000
00	U	00	=	0000
0	U	0	=	00
a	U	b	=	c

$$4 + 6 = 10$$

lê-se conjunto *a* unido a *b* é igual ao conjunto *c*

Diz-se que o conjunto *c* contém todos os elementos de *a* e *b*. O conjunto *a* contém 4 elementos e *b* contém 6, portanto pode-se escrever *c* conterá 10 elementos

$$4 + 6 = 10$$

EXERCÍCIO (1)

a u c = b $\qquad$ 2 + 3 = 5

a união *c* é igual a *b*, lêr a seguinte expressão

1)	b U h = f	(4) b U f = j
2)	g U e = d	(5) h U j = i
3)	b U e = c	(6) i U j = t

Indicar essas uniões com algarismo.

Sendo: b = 1 $\quad$ h = 3 $\quad$ e = 4

g = 3 $\quad$ i = 8

Exercícios de Números

Interpretações:

$$b = c$$

Digamos que b representa um conjunto de 6 laranjas.

Fazer a igualdade acima corresponder a outros conjuntos para que seja verdadeira.

Exercício:

Fazer o sinal correspondente para os conjuntos

6 ? 7 10 ? 12

Igualdade e Desigualdade

1.º) Se Mário tem 7 laranjas, Pedro tem 15 abacaxis, Antonio tem 20 bananas.

Fazer a indicação pelos sinais na ordem crescente dos que tem mais unidades.

2.º) Se Pedro tiver 10 bananas, Antonio 10 laranjas, Maria 10 ovos. Quem tem mais?

Adição Soma

Sem efetuar os valores concluir as expressões

$(a+b) > b \quad (b+c) > b \quad (a+c) > c$

$(f+d+a) \; ? \; (d+a) \quad (f+g+a+b) \; ? \; (g+a+b)$

$(b+f+a) \quad (f+b+a)$

1.ª Resposta

$$7 < 15 < 20$$

$$7 \text{ frutas} < 15 \text{ frutas} < 20 \text{ frutas}$$

2.ª Resposta

$$10 = 10 = 10$$

$$10 \text{ coisas} = 10 \text{ coisas} = 10 \text{ coisas}$$

Achar todos os valores das letras para que satisfaçam as condições.

$a < 8$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$b > 7$ 8, 9, ... b é número maior que 7 portanto pode assumir infinitos valores

se $a = 10$ $c = 3$ $a > b$ $b > c$

quais os valores que b pode ter?

$b < a = 10$ 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0

$b > c = 3$ 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, etc.

$a > b > c$ $10 > b > 3$

valores que satisfazem

9, 8, 7, 6, 5, 4.

Exercícios

1.º) Se você tiver 5 cachos de bananas, com 50 bananas cada cacho. Qual a unidade usada?

2.º) Se Mário tem 5 prédios sendo 2 com 3 apartamentos, 3 com dois andares e cada andar com 2 apartamentos, pergunta-se:
Quais as unidades usadas?
Quais os conjuntos correspondentes às unidades?

1.º) Resposta

5 cachos
cada cacho tem 50 bananas

$$5 \times 50 = \underset{\text{bananas}}{50} + \underset{\text{bananas}}{50} + \underset{\text{bananas}}{50} + \underset{\text{bananas}}{50} + \underset{\text{bananas}}{50} =$$

250 bananas

1.ª unidade é 50 bananas ou 1 cacho
2.ª unidade — 1 banana.

2.º) Resposta:

prédio — andar — apartamentos

1.º) 5 prédios = total
andares = subtotal
apartamento = elemento

EXERCÍCIO (2)

00 U 00 =
0 U 000 =

Nas Igualdades

(1)	$3+7=10$	Como se chamam os elementos?
	$5+8=13$	Qual a operação indicada?
	$7+2=9$	Qual o resultado?

$a=b$ $\quad a=c$
$a=f$ $\quad f=g$

Concluímos que:

$a=b=c$ $\qquad d=f=g$

de acôrdo com que propriedade?

Exemplo:

Vamos usar daqui para a frente números para os casos particulares e letras para os casos gerais, pois já os definimos e conhecemos bem, pois o número representa a quantidade do conjunto.

Sempre que houver operação de adição é porque temos alguma coisa a ser adicionada.

Ex.: Se Pedro tem 12 laranjas e Antonio não tem nenhuma, portanto 0 laranja unindo-se os dois teremos as 12 laranjas e indicamos

$$12 + 0 = 12$$

Não houve uma adição real, apesar da possibilidade de indicar-se.

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS

(1) A soma de dois *números inteiros* quaisquer é sempre *um número inteiro;*

Dados dois conjuntos inteiros:

a = conj. cujos elementos são números inteiros.

b = conj. cujos elementos também são números inteiros.

Unindo-se os dois conjuntos teremos um nôvo conjunto com todos elementos inteiros, portanto um conjunto nôvo inteiro.

$$a + b = c$$

ou

$$a \cup b = c$$

Diz-se que a adição é uma operação fechada, pois a soma de dois números inteiros é sempre outro número inteiro e portanto pertencente ao *mesmo conjunto*.

Exemplo:

$$5 + 4 = 9$$
$$3 + 8 = 11$$
$$5 + 7 = 12$$

9, 11, 12 pertencem ao mesmo conjunto dos números inteiros 5, 4, 3, 8, 5 e 7.

(2) Propriedade *associativa* da adição.

Na adição podemos unir 2 a 2 as parcelas sem alterar a soma.

3.ª Propriedade da Adição

(3) *Comutativa*, mudando-se a ordem das *parcelas* o *resultado* é o mesmo.

$$2 + 4 = 6 \qquad 4 + 2 = 6$$
$$3 + 7 = 10 \qquad 7 + 3 = 10$$

diz-se a ordem das *pareclas* não altera a *soma*.

Demonstração:

$2 = 1 + 1 \qquad 4 = 1 + 1 + 1 + 1$

substituindo-se

$$2 + 4 = 6$$
$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

associando-se

$$(1 + 1 + 1 + 1) + (1 + 1) = 4 + 2 = 6$$

Aqui tôdas parcelas são iguais, pode-se mudar a posição à vontade e esta substituição é sempre possível de se fazer.

Está portanto demonstrada a propriedade comutativa da adição.

4.ª PROPRIEDADE DA ADIÇÃO

(4) — 0 (zero) é o elemento neutro da adição; qualquer número unido a 0 é o próprio número.

$5 + 0 = 5$ $\qquad$ $3 + 0 = 3$
$7 + 0 = 7$

Não é preciso demonstrar pois é verdade (tendo qualquer quantidade e não se acrescentando nada, ela continua a mesma (claro!).

Obs.: A soma de um número com 1 (unidade) chama-se consecutivo do primeiro.

$$b + 1 = c$$

c é o consecutivo de *b*.

Tendo dois números inteiros não nulos, a soma será sempre maior que qualquer um dêles.

a — n.º natural $\qquad$ b — n.º natural

$$a + b = c$$
$$c > a \qquad c > b$$

Operação de Adição

Aplicando-se as propriedades da adição com vários números inteiros teremos: Dado 3 números, para se fazer uma soma usaremos do seguinte conhecimento já adquirido, somaremos 2 elementos, depois a êsse resultado somamos o 3.º elemento.

A saber:

$15 + 7 + 8 = ?$

$15 + 7 = 22$ operação intermediária

$22 + 8 = ?$ recaímos na adição de 2 e para se calcular a soma com mais de três elementos se processa de forma idêntica.

Exemplo:

$10 + 7 + 4 + 8 + 10 = 39$

$10 + 7 = 17$ operações

$4 + 8 = 12$ intermediárias

$17 + 12 = 29$

$29 + 10 = 39$ operação final

A propriedade anterior da adição de 2 elementos é válida para 3 ou mais elementos, pois associando os elementos 2 a 2 sempre será possível transformarmos novamente em adição de 2 elementos.

Esta é a propriedade associativa da adição. O inverso da associativa é a dissociativa.

$38 = 30 + 4 + 4$ $\qquad$ $40 = 20 + 20$

A soma varia no mesmo sentido do aumento do número de parcelas, isto é, aumenta ou diminui conforme aumentamos ou diminuímos o número de parcelas sem se dissociá-las.

$$\begin{array}{r} 5.020 \\ +\ 7.289 \\ \hline 12.309 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8.392 \\ +45.429 \\ \hline 53.821 \end{array}$$

4 parcelas: $12.309 + 8.392 + 45.429 + 34.892 =$
3 parcelas: $12.309 + 53.821 + 34.892 =$
2 parcelas: $66.130 + 34.892 = 101.022.$

$$\begin{array}{r} 12.309 \\ +53.821 \\ \hline 66.130 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 66.130 \\ +34.892 \\ \hline 101.022 \end{array}$$

Achar as somas e conferir pelas propriedades. Transformar esta adição em adições de 4, 3, 2 parcelas

$5020 + 7289 + 8392 + 45429 + 34829 =$

EXERCÍCIO

	unidades	dezenas	centenas	milhares
0329	9	1	1	1
0522	2	2	3	0
0784	4	3	5	0
+0324	4	8	7	0
		2	3	0
1959	19			
		16	19	1
	1.º	2.º	3.º	4.º

O raciocínio é,	1
como não	3
tem outra	5
coluna ou grupo	7
imediatamente	3
superior	
completa-se a soma	19

Na prática, faz-se da seguinte maneira:

Colocamos um número abaixo do outro, feito isto, somamos as colunas; e o número do grupo imediatamente superior soma-se à coluna seguinte.

3	6	3
36	9	3
49	9	4
59	8	5
28		2
172	32	17

Exemplo e Exercício

Aos sinais ( ) parênteses usa-se em matemática para indicar que os elementos entre parênteses devem ser operados antes das outras feita essa operação os parênteses são eliminados.

$$(10 + 5) + 8 =$$
$$10 + 5 = 15$$
$$15 + 8 = 23$$

* * *

colchete [ ]

chaves { }

têm o mesmo significado dos parênteses. Usamos para diferenciá-los, para não confundir.

Exemplo:

$$10 \quad (8 + 5) + 7 + 4 \, (10 + 3) =$$
$$10+13+7+4+13=$$
$$10+37=47$$

Operação Inversa

Operação inversa é aquela feita de um modo que pode ser desfeita pelo modo contrário.

Assim: pular de paraquedas, não pode ser feito inverso.

Calçar os sapatos, pode ser descalçado.

Pôr o chapéu, pode ser tirado pelo mesmo caminho.

SUBTRAÇÃO

Subtração de dois números inteiros.

A *operação* inversa da adição é a *subtração*, e o resultado, *diferença*.

Dados dois números, adicionando-os teremos uma soma. Se da soma tirarmos qualquer um dos dois teremos o outro. (A soma de 2 números inteiros não nulos é maior que qualquer dêles).

Assim 8 lápis + 3 lápis = 11 lápis

$$11 - 8 = 3 \qquad \text{ou } 11 - 3 = 8$$

Subtração de 2 números inteiros dada certa ordem, é a operação que permite encontrar a diferença de 2 números.

Ainda, subtrair 2 números inteiros dados numa certa ordem é achar outro inteiro que somado ao segundo dê o primeiro.

Esta operação seria representada pela expressão

$$10 - 12 = ?$$

De acôrdo com a definição de subtração seria achar o número somado com 12 dê o resultado 10. Êste número não existe dentro do nosso campo de definição.

Se os dois números são iguais o resultado será 0.

Pedro tem 6 laranjas, se tirarmos as 6 laranjas êle ficará sem nenhuma.

$$6 - 6 = 0 \qquad\qquad 0 + 6 = 6$$

Indicação de Subtração

Indica-se:

$$11 - 3 = 8$$

Lê-se — (sinal) menos.

Para haver a subtração é preciso que o 1.º (minuendo) seja maior que o 2.º (subtraendo) para que exista diferença entre êles. Assim:

$$8 - 11 = ?$$

não existe.

> Concluímos que a operação de subtração nem sempre é possível com dois números inteiros quaisquer.

Por exemplo se Pedro tem 10 laranjas não podemos tirar 12 dêle.

$$10 - 12 = ?$$

Achar 6 — 0 de acôrdo com a definição achar o número que somado a 0 dê 6.

Teremos portanto

$$6 + 0 = 6 \qquad\qquad 0 + 6 = 6$$

Observemos que na operação de subtração não há operação de fechamento, pois dado dois números quaisquer a diferença nem sempre é um número inteiro pertencente ao conjunto dado.

Pois no caso

$$10 - 12 = ?$$

não encontraremos o resultado dentro do conjunto de números inteiros.

Na subtração a ordem dos têrmos altera o resultado, diz-se por isso que a subtração não é uma operação comutativa.

Pois

$$12 - 10 = 2$$

lê-se 12 menos 10 = 2 se trocarmos 10 — 12 ? lê-se 10 menos 12 = ? que quer dizer no 1.º caso tirarmos de 12, 10 e sobram ou restam 2 (2.º) tiramos de 10, 12 o que não é possível, portanto concluímos.

não se pode trocar a ordem dos elementos na operação de subtração, portanto esta não é comutativa.

Não é possível a operação.

$$0 - 3 = ?$$

Como tiramos 3 elementos de nenhum?
Não tem elemento neutro.

Adições e Subtrações Associadas .. ..

Propriedade fundamental da diferença de dois números.

1) Somando ou subtraindo um mesmo número aos têrmos de uma subtração a diferença não se altera.

Exemplo: Se você possui 10 laranjas e eu 4 a diferença é de 6, ora se você ganhar mais 5 e eu também a diferença será a mesma, isto é, 6.

2) Inverso, se ao envez de receber darmos 2 laranjas você e eu, a diferença também continua a mesma, a saber:

$$10 - 6 = 4$$
$$(10 + 5) - (6 + 5) = 4$$
$$15 - 11 = 4$$

Inverso

$$(10 - 2) - (6 - 2) =$$
$$8 - 4 = 4$$

Para subtrair de um número a soma indicada de diversos outros é suficiente subtrair sucessivamente cada um dos têrmos da soma a saber:

Você tem 100 laranjas e dá 10 ao João, 5 a Paulo e 3 ao Antonio e ficará com quantas?

$$100 - (10 + 5 + 3) = 100 - 18 =$$
$$100 - 18 = 100 - 10 - 5 - 3 = 82$$

quer dizer que o resultado é o mesmo; tanto faz tirar um número por vez ou a soma dêles.

EXPRESSÃO NUMÉRICA

Tradução

A "expressão numérica" como o próprio nome indica é uma sentença, uma frase uma idéia escrita em forma numérica em linguagem correta.

Expressão é a transmissão de uma idéia ou pensamento através da palavra escrita ou oral.

Ora, a expressão numérica é a transmissão de uma idéia ou pensamento através dos números escritos ou orais.

Vejamos:

Paulo tinha 20 laranjas perdeu 3, mais adiante ganhou 10, em seguida vendeu 5, com quantas laranjas Paulo ficou?

Traduzido esta façanha pela expressão numérica.

$$(20 - 3) + (10 - 5) = \quad 20 - 3 + 10 - 5$$
$$17 + 5 = 22$$

Podemos escrever de diversas maneiras mas com cuidado para não errar. Cuidado com as regras senão já viu a confusão.

Veja:

1) Perdoado, não seja enforcado.
2) Perdoado não, seja enforcado.

Veja apenas com a colocação da vírgula muda completamente o sentido.

No 1.º o homem foi perdoado.
No 2.º o homem foi enforcado.

Assim também acontece na matemática.

Exemplo:

$$(8 - 5) + 3 = 6$$
$$8 - (5 + 3) = 0$$

Exercícios de leitura da expressão numérica e suas "Pontuações).

$(3 + 2 + 5) - (4 + 2) =$ ler
$2 + (42 + 5 + 3) - 2 + 5 + (3 - 1) =$
etc.

PROBLEMAS

Pedro entrou no pomar para pegar *frutas.* Apanhou 10 caixas de laranjas, 12 cachos de bananas, 1 cento de abacaxis, e pôs tudo num caminhão. Na viagem perdeu-se 20 laranjas, 10 bananas, uma dúzia de abacaxis.

Pergunta-se quantas unidades foram usadas e quais as operações?

Cada caixa contém 50 laranjas
cada cacho contém 100 bananas.

1.º) Respostas:

12 cachos de 100 bananas	=	1.200 bananas
10 caixas com 50 laranjas	=	500 laranjas
1 cento de abacaxis	=	100 abacaxis
		1.800 frutas

Perdeu	20 laranjas
	10 bananas
1 dúzia	12 abacaxis
	42 frutas

Só restaram

1.800 frutas
— 42 frutas

1.758 frutas

EXERCÍCIO E INTERPRETAÇÃO

Vejamos em uma operação de subtração quanto conhecimento precisamos ter e como aplicá-lo.

Assim:

Dada a subtração

$$20 - 15 = 5$$

a *expressão numérica* acima indica:

Uma *operação:* a *subtração*

I — A condição: o *minuendo* tem que ser maior que o *subtraendo.*

Portanto outra expressão: $20 > 15$ e que se lê vinte maior que quinze. Temos portanto que conhecer a escala dos valores dos números. Esta parte não foi dada teòricamente mas está *implícito* nos conceitos anteriores. Vejamos.

Dado 2 números saber qual o maior ou o menor

1) Contamos os números de casas:
Aquêle que tiver mais número será o maior.
Exemplo:

$$10100 \text{ e } 9999$$

o 1.º tem 5 algarismos e o 2.º tem 4, portanto o 1.º é o maior. O menor é aquêle que tem menos casas.
Sabemos que $5 > 4$ ou $4 < 5$ propriedade já vista.

2) Quando tiver número igual de casas o maior será aquêle que a partir da última casa da direita para a esquerda tiver o algarismo maior.
Exemplo:

57805 e 39905
5 > 3
Portanto conclui-se 57905 > 39905
6.00000 e 5.99999
600000 > 599999

II — Condição que as unidades dos números sejam da mesma espécie.

III — Finalmente a definição da operação a fazer no caso; subtração.

Obs.: Com êstes conhecimentos resolvemos tôdas as subtrações com os números inteiros.

Multiplicação de Dois Números Inteiros

Podemos definir uma multiplicação de dois números inteiros como sendo uma adição de parcelas iguais.

Assim sempre que tivermos uma adição com parcelas iguais de números inteiros poderemos transformá-la numa multiplicação e sempre que tivermos uma multiplicação de números inteiros podemos transformar numa adição.

Exemplo:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \times 2$$
$$5 + 5 = 2 \times 5$$
$$7 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$
$$3 \times 7 = 7 + 7 + 7$$

Generalizando

$a + a + a + a = 4 \times a$
$4 + 4 \ldots + 4 = a \times 4$
quantas vêzes fôr o valor de *a*.

$$a \times b$$

$a + a \ldots + a = b \times a$
$b + b \ldots + b = a \times b$
que se lê *b* vêzes *a* ou *a* vêzes *b*.

Exemplo prático temos em uma sala 4 filas de cadeiras cada

0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 0 0

fila contendo 3, a soma será $3+3+3+3=4\times3=12$
ou ainda
3 filas com 4 cadeiras temos portanto a soma que
$$4+4+4=3\times4=12$$
o total de cadeiras é 12.

Chamemos a esta operação de multiplicação e indicamos da seguinte maneira:

$$4 \times 3 = 12$$

fatores-produto

Chamamos ao 1.º fator (4) multiplicador, ao 2.º fator (3) multiplicando e ao resultado, produto.

Observação: A indicação da multiplicação pode ser feita da seguinte maneira.

1) $2 \times 3 =$ lê-se dois que multiplica 3
ou 2 vêzes 3

2) $a \times b =$ ou a vêzes b

3) $2 \times a = 2\ a$
$a \times b = ab$ compare
$a \times b = ab$?

5×2 não se usa 52 pois faz confusão!

$(2a)\ (3b) = 2 \times a \times 3 \times b =$
$2 \times 3 \times a \times b = 6ab$

Propriedades

Multiplicação

1) É uma operação fechada, o produto de dois números inteiros quaisquer é sempre um número inteiro, propriedade de fechamento.

2) Comutativa = a ordem dos fatores não altera o produto.

3) Elemento neutro — o elemento neutro da multiplicação é 1 (um), pois é o único número inteiro que é indiferente ou neutro na multiplicação, pois qualquer número multiplicado por 1 é o próprio número.

Exemplo:

$10 \times 1 = 10$	$4 \times 1 = 4$	$7 \times 1 = 7$
$1 \times 10 = 10$	$1 \times 4 = 4$	$1 \times 7 = 7$

Obs.: Num produto temos:
Multiplicador e Multiplicando.
Multiplicador significa quantas vêzes tomamos o multiplicando como parcela:
Como a ordem dos fatores não altera o produto; podemos escolher.
Vejamos um exemplo.

1	0 0 0 0 0 0	no 1.º caso
2	0 0 0 0 0 0	diremos coluna
3	0 0 0 0 0 0	temos então
4	0 0 0 0 0 0	6 colunas
5	0 0 0 0 0 0	contendo cada uma
	1 2 3 4 5 6	5 bolas

isto quer dizer que as *parcelas* (colunas) contém 5 elementos (bola) cada. 6 é um número *indicativo* de quantas colunas tem o conjunto donde se conclui que o número 6 pode ser "dispensado", isto é, substituído pela operação primitiva, a adição 5 bolas + 5 bolas + 5 bolas + 5 bolas + 5 bolas + 5 bolas = 30 bolas ou 6 × (5 bolas) = 30 bolas.

Demonstra-se da mesma maneira tomando como parcela uma linha contendo 6 elementos e como multiplicador o número de linhas (5).

Multiplicação de Vários Números Inteiros

Propriedades

Calcular o produto

1.º) $7 \times 3 \times 2 =$

Calcula-se primeiro o produto $7 \times 3 = 21$ substituindo-se na 1.ª expressão o seu valor teremos $21 \times 2 =$ portanto uma operação já conhecida.

Da mesma maneira calcula-se o produto com mais três fatores.

Faça como exercício a expressão

$$5 \times 2 \times 7 \times 3 =$$

Valem as propriedades já vista para a multiplicação de 2 fatores.

Fechamento. $4 \times 5 \times 3 = 120$
pois $(4 \times 5) \times 3 = 120$
inteiro int. inteiro

Comutativa

$4 \times 5 \times 3 = 120$
$4 \times 3 \times 5 = 3 \times)4 \times 5) = 120$
$(4 \times 5) \times 3 = 3 \times 4 \times 5 =$

Elemento neutro: (1)

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4 \times 3 \times 2$
$1 \times 4 \times 3 \times 2 = 4 \times 3 \times 2$

Associativa

$4 \times 5 \times 3 =$
$(4 \times 5) \times 3 = 4 \times (5 \times 3)$

o 0 (zero) anula o produto.

$5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 0 \times 2 = 0$

Elemento Neutro

na Adição e na Multiplicação

O zero é neutro na adição, o 0 é múltiplo na multiplicação, mas a multiplicação não é uma soma simplificada?

Como pode isso ocorrer?

Sabemos que o número neutro é aquêle que se porta *indiferente* na mesma operação.

A multiplicação apesar de ser definida a partir da adição não tem o mesmo elemento neutro.

O elemento neutro na soma é o zero, na multiplicação é o 1 (um).

$0 + a = a$
$1 + a = a + 1$
$0 \; . \; a = 0$
$1 \; . \; a = a = a \; . \; 1$

Mútiplo de um número inteiro

Chama-se múltiplo de um número inteiro ao produto do número por um outro qualquer.

Multiplicidade

Seja o número 5

$5 \times 8 = 40 \qquad 5 \times 9 = 45$

45, 40 são múltiplos do número, são obtidos pela sua multiplicação com os números que constituem o conjunto dos números inteiros. (n)

Exemplo:

Múltiplos de 5 $\quad 5 \times 1 = 5 \quad 5 \times 2 = 10$

$5 \times n = 5\,n$

n um número qualquer do conjunto, como é infinito o conjunto dos números inteiros diremos que o conjunto dos múltiplos de um número inteiro é infinito isto é tem uma infinidade de múltiplos.

Observação:

1.º) Os múltiplos de 2: (2, 4, 6, 8 . . . . . 2 n . . . .) constituem o conjunto dos números pares e o seu algarismo da unidade é sempre 0, 2, 4, 6 e 8.

2.º) Os números não múltiplos de 2 terminam em 1, 3, 5, 7 e 9 e a êsses números daremos o nome de conjunto dos *números ímpares* que podemos representar pela expressão $2\,n + 1$.

Sendo N um número inteiro qualquer

$N = 10 \qquad 2 \times 10 + 1 = 21$
$N = 5 \qquad 2 \times 5 + 1 = 11$
$N = 15 \qquad 2 \times 15 + 1 = 31$

3.º) 0 é multiplo de qualquer número natural

$21 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 21 = 0$
$3 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 3 = 0$
$4 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 4 = 0$
$12 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 12 = 0$
$5 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 5 = 0$
$2 \times n = 0$

4.º) Qualquer número é sempre múltiplo de 1 e de si mesmo.

3 é múltiplo de 3 pois 3 × 1 = 3
3 é múltiplo de 1 pois 3 = 1 × 3

5.º Os produtos de um número por 2, 3, 4, 5, 6 recebem o nome respectivamente dôbro, triplo . . . . . sextuplo . . ., e, são múltiplos ou multiplicativos.

6.º) Os múltiplos de 10, terminam em 0, 00, 000 etc.

Expressões numéricas que envolvem adições, subtrações e multiplicações.

Nas expressões que contém multiplicações e adições tais como:

$$2 \times 5 + 7 \times 8 + 7 + 2 + 5 \times 3 =$$

em expressões como esta efetuamos primeiro as multiplicações.

A saber:

$$\underbrace{2 \times 5}_{10} + \underbrace{7 \times 8}_{56} + \underbrace{7 + 2}_{7+2} + \underbrace{5 \times 3}_{15} =$$

Agora fazemos a soma conforme já vimos anteriormente.

Na expressão

$$(2 + 7) \times 8 + (5 + 7) \times 5 =$$

Fazem primeiro as contidas nos parênteses conforme já foi visto.

Então

$$(2 + 7) \times 8 \times (5 + 7) \times 5 =$$
$$9 \times 8 + 12 \times 5 =$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

esta segue a anterior.

$$9 \times 8 + 12 \times 5 =$$
$$\ldots\ldots \quad \ldots\ldots$$
$$72 \quad + \quad 60 \quad = 132$$

Vejamos esta que contém tôdas as pontuações já de nosso conhecimento.

$[3 \times (2 + 5)] + [3 + (2 + 5 \times 7) + 3] \times 2$
$=$
.....
1.º eliminamos os parênteses
$[3 \times 7] + [3 + 37 + 3] \times 2$
$=$
....
$[3 \times 7 + 43] \times 2$
.....
$=$
$[21 + 43] \times 2$
$=$
$2 \times \quad 64 \quad = 2 \times 64 = 128$

Confira

Fazer o seguinte exercício

1) $5 \times 3\ (2 + 5) + 7 + 8 \times 5 + 4 \times 3 =$
2) $3 + 2\ (5 \times 2) + 7 + (3 \times 2) + 5 \times (7 + 3)$

Divisão de Dois Números Inteiros

19) Divisão é a operação inversa da multiplicação. Divisão é a operação; o resultado é o quociente.

Assim:

1) Numa divisão incompleta onde o 1.º não é múltiplo do 2.º, temos a seguinte relação.

Seja a : b = ?

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

temos

$$q \times b + r = a$$

a = dividendo
b = divisor
q = quociente incompleto
r = resto.

Numa divisão completa onde o 1.º é múltiplo do 2.º temos:

$$\underset{1.^o}{15} \div \underset{2.^o}{5} = \underset{3.^o}{3} \longleftrightarrow 3 \times 5 = 15$$

1.º dividendo 2.º divisor 3.º quociente

Dado dois números se efetuarmos a multiplicação teremos produto.

A saber:

$$3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$$
$$5 + 5 + 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

Divisão: Dado dois números inteiros consiste em achar um terceiro que subtraia sucessivamente um dêles tantas vêzes quanto indique o outro.

A saber:

$10 \div 5 = 2$ $10 \div 2 = 5$

$2 \times 5 = 10$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 5 \\ \hline 5 \\ -\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

Houve 2 subtrações

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 2 \\ \hline 8 \\ -\ 2 \\ \hline 6 \\ -\ 2 \\ \hline 4 \\ -\ 2 \\ \hline 2 \\ -\ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Houve 5 subtrações

Divisão de dois números inteiros dados numa certa ordem é a operação que permite encontrar o quociente dêsses números. Tôda multiplicação corresponde a uma divisão. Essa correspondência chamaremos de equivalência.

Vejamos:

$5 \times 6 = 30 \longleftrightarrow 30 \div 6 = 5$
$6 \times 5 = 30 \longleftrightarrow 30 \div 5 = 6$

Expressão geral

$a \times b = q \longleftrightarrow q : b = a$
$b \times a = q \longleftrightarrow q : a = b$

Obs.: O divisor deverá ser um número natural.

A operação de divisão nem sempre é possível com dois números quaisquer (como a subtração:) nem sempre é possível determinar o quociente de dois números inteiros quaisquer usando o conjunto dos números inteiros. Dentro dêsse conjunto para que exista o quociente é necessário que o dividendo (1.º número) seja múltiplo do divisor (2.º número).

$$\underset{1.^a}{a} \div \underset{2.^a}{b} = q$$

Para que exista *q* (dentro do campo de definição) é necessário que *a* seja múltiplo de *b*.

Ex.

Não há quociente entre 20 e 6 pois não há número inteiro que multiplicado por 6 dê 20.
Nêste caso teremos uma divisão incompleta.

Casos particulares

1) Se o dividendo é zero e o divisor diferente de zero então o quociente é zero.

$0 : 5 = 0$ pois $0 \times 5 = 0$

2) Se o dividendo e o divisor forem iguais o quociente é 1.

$5 : 5 = 1$ $1 \times 5 = 5$

3) Se o divisor é igual 1, então o quociente é igual ao dividendo.

$5 : 1 = 5$ $5 \times 1 = 5$

PROPRIEDADES DA DIVISÃO DOS NÚMEROS INTEIROS

1.º) Não possui propriedade de fechamento.

2.º) Não possui propriedade comutativa.

3.º) Não possui elemento neutro.

O ZERO NAS OPERAÇÕES

O elemento 0 (zero) numa adição qualquer é o único elemento que é neutro; pois não altera em nada a soma. Sempre um número unido ao zero *0* é o próprio número.

Na subtração: qualquer número — 0 é o próprio número, porém não podemos achar a diferença de 0 (zero) por um número qualquer pois não tem sentido.

Na multiplicação qualquer número multiplicado por 0 (zero) é 0.

Vejamos por definição:

$0 \times 10 = 0$ $10 \times 0 = 0$

Multiplicação: tomamos o número 10 como parcela 0 (zero) vêzes, isto é, nenhuma vez portanto sua soma é 0. Ou

$$10 \times 0 = 0$$

tomemos o *0* (zero) como parcela 10 vêzes, mas como na adição qualquer número somado ao 0 (zero) é o próprio número teremos então $0 + 0 \ldots 0$ dez vêzes cujo resultado é 0 (zero).

Donde se conclui que qualquer número vêzes 0 (zero) é o próprio 0 (zero).

Na Divisão

O 0 (zero) dividido por um número qualquer é 0. Dado dois números em certa ordem achar outro que multiplicado pelo 2.º dê o 1.º.

Ora:

$$0 \div 10 = 0 \qquad 0 : 5 = 0$$
$$0 \times 10 = 0 \qquad 0 \times 5 = 0$$

concluímos que não é possível achar êsse outro, pois o resultado será sempre 0 (zero) qualquer que seja êsse número, solução indeterminada.

Segundo a definição que a divisão é uma subtração de um número por outro sucessivamente tantas vêzes quanto indique êsse outro, teremos,

$0 \div 5 = 0$
$-\ 0$ não tem sentido para o nosso campo de
5 definição conforme foi visto a pouco

Tomando a definição de divisão como operação inversa da multiplicação $a \div 0$ não tem sentido pois, qualquer número vêzes 0 (zero) é zero. Portanto nunca poderemos achar um número que multiplicado por zero dê outro número.

Exemplo:

$10 : 0 = ? \qquad ? \times 0 = 10$ Impossível

Cuidado com o número 0 (zero) é um perigo em qualquer operação.

PROPRIEDADES ENVOLVENDO DUAS OPERAÇÕES

Multiplicação e adição.
Multiplicação e subtração.

Dizemos que a multiplicação se "distribui" pelos têrmos de uma adição ou subtração.

Donde: a multiplicação é distributiva em relação a adição ou subtração.

Vamos demonstrar esta propriedade que envolve duas operações:

$$3 \times (7 + 2) =$$

por definição temos

$$(7+2)+(7+2)+(7+2)=7+2$$
$$+7+2+7+2$$

pela propriedade associativa da adição podemos escrever

$$(7 + 7 + 7) + (2 + 2 + 2) =$$

Novamente pela definição

$$(3 \times 7) + (3 \times 2) =$$
$$3 \times 7 \qquad 3 \times 2 \quad =$$

Visto a multiplicação ser comutativa a propriedade distribuitiva é feita nos 2 sentidos.

$$4 \times (7 + 2) = 4 \times 7 + 4 \times 2$$
$$(7 + 2) \times 4 = 7 \times 4 + 2 \times 4$$

Para a subtração como exercício justifique esta operação.

$$4 \times (8 - 2) = 4 \times 8 - 4 \times 2 =$$
$$(8 - 2) + (8 - 2) + (8 - 2) + (8 - 2)$$
$$8 - 2 + 8 - 2 + 8 - 2 + 8 - 2 = 4 \times 8 - 4 \times 2$$

$$(6 + 4) \times (2 + 3) =$$
$$(6 + 4) = 10$$
$$10 \times (2 + 3) = 10 \times 2 + 10 \times 3 =$$

dissociando

$$10 = 6 + 4$$
$$(6 + 4) \times 2 + (6 + 4) \times 3 =$$
$$6 \times 2 + 4 \times 2 + 6 \times 3 + 4 \times 3 =$$

Associando conclui-se

$$(6 + 4) \times (2 + 3) = (6 \times 2) + (6 \times 3) + (4 \times 2) + (4 \times 3) =$$

Observação:

A adição e a subtração não se "distribui" em relação a multiplicação

$7 + (2 \times 5) = (7 + 2) \times (7 + 5)$ não é verdadeira

$2 \times 5 = 10$ $\quad$ $7 + 10 = 17$ $\quad$ Do 2.º modo

$7 + 5 = 12$

$7 + 2 = 9$

$9 \times 12 = 108$ Compare

Divisão de um produto por um número quando um dos fatores é múltiplo dêsse número.

Dado o produto

$$(20 \times 3) : 4 =$$

podemos escrever

$$(4 \times 5 \times 3) : 4 =$$
$$(3 \times 5) \times 4 : 4 =$$

por definição $3 \times 5 \times 4$ é múltiplo de 4 e o quociente é 3×5

Exemplo:

$$(3 \times 5 \times 3 \times 8) : 2 =$$
$$(3 \times 5 \times 3) \times 8 : 2$$

pela propriedade associativa $3 \times 5 \times 3 \times 8$ ou ainda $(4\ 5 \times 8) : 2 =$

pela propriedade dissociativa

$$(45 \times 2 \times 4) : 2 =$$
$$(180 \times 2) : 2 =$$

180×2 é múltiplo de 2 e o resultado é 180, pois todo número vêzes êle é seu múltiplo conforme foi demonstrado anteriormente.

Conclusão:

para dividir o produto por um número quando um dos fatores dêsse produto fôr múltiplo dêsse número, basta multiplicar o quociente dêsse fator pelo número, pelos fatores restantes.

No exemplo anterior.

$$(45 \times 2 \times 4) : 2 =$$
$$(45 \times 8) : 2 =$$
$$(45) \times 8 : 2 = 45 \times 4$$

pois $8 : 2 = 4$

Aplicação:

A divisão não é associativa

Vejamos

20 : 4 : 2

pode-se escrever

(20 : 4) : 2 =
(20 : (4 : 2) =

são duas expressões diferentes e de resultados diferentes.

Como sabemos a divisão só tem sentido quando seguimos a ordem dos elementos. Por definição, dado 2 números achar outro que multiplicado pelo 2.º, divisor (na ordem) dê o 1.º (dividendo) portanto as propriedades valem nessa ordem, sentido ou direção.

Da direita para a esquerda 4 : 2 = 2

20 : 2 = 10
1.º 2.º 3.º

20 : 2 = 10 equivale 10 × 2 = 20

Propriedades distribuitiva da divisão em relação a adição e a subtração.

A propriedade distributiva da divisão, em relação à adição, à subtração, não vale em qualquer sentido.

Veja:

(18 + 21) : 3 = 18 : 3 + 21 : 3
(21 — 12) : 3 = 21 : 3 — 12 : 3

inversamente não tem significado

15 : (5 + 3) =
15 : 5 + 15 : 3 ?

Expressões Numéricas:

Envolvendo as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Numa expressão numérica envolvendo as quatro operações sem indicação especial faz-se na seguinte ordem: primeiro as multiplicações, as divisões depois as adições e subtrações.

Exemplos:

$7 \times 5 \times 2 : 5 + 7 \times 3 : 3 + 7 - 2 + 4 - 3 =$

1.º

$70 : 5 + 21 : 3 + 7 - 2 + 4 - 3 =$
$14 + 7 + 7 + 4 - 2 - 3 =$
$32 - 5 = 27$

2.º

$(8 + 14) : 2 =$
$22 : 2 = 11$

Resumo das propriedades das operações fundamentais.

Adição

Tem fechamento
Elemento neutro 0 (zero)
Associativa, não é distributiva.
Comutativa

Subtração

Não tem fechamento
Não é comutativa
Não tem *elemento neutro* (que seja indiferente) não é *associativa*, nem *distributiva*.

MULTIPLICAÇÃO

Tem *fechamento*
É *comutativa*
Tem *elemento neutro* (1)
É *associativa*
É *distribuitiva* nos dois sentidos em relação à adição e *subtração*.

DIVISÃO

Não tem *fechamento*
Não é *comutativa*
Não tem *elemento neutro*
Não é *associativa*

distribui em relação a soma e subtração só

Num sentido

$(12 + 4) : 4 =$
$(12 — 4) : 4 =$

Que é uma operação em aritmética?
Produto é uma operação?
Qual outra maneira de identificar as operações

$2 + 2 + 2 =$
$4 + 4 + 4 + 4 =$
$5 \times 8 =$ $7 \times 0 =$
$2 \times 2 =$ $8 \times 0 =$
$5 \times 1 =$ $8 \times 1 =$

Qual o nome do resultado da divisão?

Qual a propriedade aplicada para que se possa dizer dois números multiplicados dá um resultado único. Ordem dos fatores.

Podemos dizer o mesmo para uma divisão, quanto à ordem dos elementos.

Se dissermos dados dois números dividir um pelo outro dá um único resultado.

Porque?

Se dissermos dado dois ou mais números adicionando-os, temos um único resultado. É verdadeiro?

Dar exemplos.

Dado dois conjuntos quaisquer.

Quando um dêles pertence ao outro. Qual a condição para que se possa dizer um conjunto pertence ao outro.

Assim o conjunto dos números inteiros, contém o conjunto dos números pares e o conjunto dos númers ímpares.

Qual a maneira de se indicar esta propriedade.

1) Usando as propriedades das operações podemos escrever uma expressão numérica da maneira mais simples possível.

Assim:

[8 × (2 + 4) — 7] + [7 + (10 — 4) : 3]
— [20 + (30 : 2) — 10] =
[8 × (6) — 7] + [7 + 6 : 3] — [20 + 15 — 10] =
[48 — 7] + [7 + 2] — [20 + 5] =
[41 + 9] — 25 =
50 — 25 = 25

1) Dados os conjuntos

[1, 2, 3, 5] e [2, 4, 6, 7, 9]

diz-se
que o elemento 2 pertence aos dois conjuntos e portanto comum.

2) Dados

1.º) (1, 3, ,5 7) e 2.º) (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)
diz-se
que os elementos do 1.º são todos comuns ao 2.º e portanto que o 1.º está contido no 2.º ou que o 2.º contém todos os elementos do 1.º.

Se

1) 8 + 4 + 10 = 7 + . . .
22 = 7 + . . .
22 — 7 = 15
15 + 7 = 22

2) (8 + 7) + (7 + 3) + (5 + 2)
(8 + 7 + 5) + (7 + 3 + 2) =

3) 10 + 22 = 32
32 — 10 = 22

Exercícios:

Divisão —

1) $200 \div 5 = 40$

donde

$40 \times 5 = 200$

$200 - (40 + 40 + 40 + 40 + 40) = 0$

$200 \div 40 = 5$

$5 \times 40 = 200$

2) $35 \div 7 = 5 \longleftrightarrow 5 \times 7 = 35$

3) $150 : (3 \times 5) = 150 : 3 : 5 \longleftrightarrow$

$\longleftrightarrow (150 : 3 : 5) \times (3 \times 5) = 150$

$3 \times (20 : 2) = (3 \times 20) : (3 \times 2)$

4) $150 : (8 + 7) = 10 \times 8 + 10 \times 7$

Potenciação, Potência

Potenciação é uma multiplicação de fatores iguais. Consiste em:

Dado um número multiplicado tantas vêzes quanto indique outro, colocado para isso, logo acima a sua direita.

Ao número que deve ser multiplicado por êle mesmo (isto é, tomado como fator) chamamos de base.

Ao algarismo colocado à direita e acima da base, chmamos expoente.

Êste indica quantas vêzes a base será tomada como fator.

Assim pela definição teremos

$$4^2 = 4 \times 4 \qquad 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 \qquad 4^3 = 4 \times 4 \times 4$$

Um produto de números iguais, é uma *potenciação*. Então, potenciação é a multiplicação de uma base cujo expoente é o número que indica quantas vêzes essa base é tomada como fator.

Nas Potenciações

$$4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$
$$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

4 e 3 são as bases 5 e 6 são os expoentes.

Lê-se quatro elevado a (5.ª) quinta potência, três elevado a sexta (6.ª) potência, 5 e 6 indicam o grau da potência.

Modo de se lêr:

Lê-se o número da base seguido do ordinal feminino correspondente ao expoente mais a palavra *potência*.

Assim:

5^6 = cinco à sexta potência ou cinco à potência 6
3^4 = três à quarta potência ou três a potência 4

Exercício: ler as seguintes potenciações:

4^7, 2^8, 3^4, 10^5, 9^7, 8^6

Está consagrado na literatura corrente que, quando o expoente fôr 2 lê-se ao quadrado, 3 lê-se ao cubo.

Exemplo:

4^2 = quatro ao *quadrado* ou quatro a 2.ª potência.
3^3 = três *ao cubo* ou três a 3.ª potência.

Potência é o resultado da multiplicação de fatores iguais, indicada pela potenciação.

À operação chamamos *potenciação.*

Ao resultado dessa operação chamamos *potência.* Podemos então dizer que a potência é o *produto* da *multiplicação* indicada.

Exemplos:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Dizemos que 8 é a *potência 3* de 2 ou ainda, 8 é a 3.ª *potência* de 2 ou ainda, 8 é o cubo de 2

2^3 é a potenciação

8 é a potência

16 é a potência 2 de 4 ou 16 é o quadrado de 4 realmente $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

16 é a potência 4 de 2 e também a potência 2 de 4.

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$
$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$
$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

Casos de base *zero* e um

$$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$$
$$0^4 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$$
$$0^5 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$$

Tôdas iguais a zero

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$
$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$
$$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

Tôdas iguais a um

Pela definição de potenciação conclui-se que o expoente é no mínimo igual a 2, pois para haver multiplicação precisa-se pelo menos 2 fatores.

Casos de expoentes 0 e 1: Por convenção aceitamos que as potências 0 e 1 de um número tem como resultado no 1.º caso igual a 1; no 2.º caso o próprio número assim:

$4^0 = 1$, $a^0 = 1$

$4^1 = 4$, $a^1 = a$

Admite-se, não se demonstra.

Esta convenção terá aplicação mais adiante, veremos que as propriedades se mantém.

0^0 = não tem sentido

Nas potências de base 10 temos:

$10^1 = 10$	Conclui-se que a potência (ou
$10^2 = 100$	resultado) tem tantos *0* (zeros)
$10^3 = 1000$	quantos seja o valor do
$10^5 = 100.000$	expoente.

Assim:

10^6, 10^7, têm seis zeros e 7 zeros

Exercícios: fazer

$$\begin{matrix} 2^2 & 2^3 & 2^4 & 2^5 & 2^6 & 2^7 & 2^8 & 2^9 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 & 8^2 & 9^2 \\ 2^3 & 3^3 & 4^3 & 5^3 & 6^3 & 7^3 & 8^3 & 9^3 \end{matrix}$$

Propriedades

1.º) Possui a propriedade de fechamento.

Sendo os números usados pertencentes aos conjuntos dos números inteiros o resultado também será um número inteiro portanto pertencente ao conjunto.

2.º) É distributiva em relação à multiplicação.

Vejamos.

$$(2 \times 5)^2$$
$$(2 \times 5) \times (2 \times 5) = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$$
$$2 \times 5 \times 2 \times 5 = (2 \times 2) \times (5 \times 5)$$

MÉTODO

Definimos a princípio a adição como uma operação de união entre dois ou mais conjuntos, representados por números, em um único número chamado *soma*.

Partindo-se de que a união entre dois elementos unidos a mais outros dois são quatro e se representa em matemática.

$$2 \cup 2 = 4$$

ou

$$2 + 2 = 4$$

Aceitando-se esta verdade, e com as definições e a lógica construímos o campo de aritmética.

Por esta razão, a tôdas operações a serem feitas precisaremos conferir com as definições anteriores para ver se são verdadeiras e se estão dentro do conceito pimitivo.

Vejamos um exemplo.

Se (1) $2 + 2 = 4$

(2) vamos demonstrar que $3 + 2$ são 5
3 é consecutivo de 2
portanto $2 + 1 = 3$

Se nossa hipótese fôsse

$$1 + 1 = 2$$
$$3 + (1 + 1) = 3 + 1 + 1 =$$
$$= (3 + 1) + 1 = 4 + 1 = 5$$

pois 4 consecutivo de 3
5 consecutivo de 4
ou ainda $3 + 2 = 2 + 1 + 2 = 1 + 2 + 2 =$

$$= 1 + (2 + 2)$$
$$1 + 4 =$$
$$= 4 + 1 = 5$$

cinco é consecutivo de 4.

Segundo êste método definimos a multiplicação, como uma adição cujas parcelas são iguais.

Neste caso suas propriedades são consequência da operação primitiva, a *adição*.

O mesmo acontece com a potenciação que é definida como uma multiplicação cujos fatores são iguais.

Notamos assim que a Potenciação envolve multiplicação e esta por sua vez envolve a adição.

Diremos então que a potenciação é mais complexa que a multiplicação, da mesma forma que a multiplicação é mais complexa que a adição.

Por esta razão devemos tomar muito cuidado.

Assim quando formos utilizar esta operação devemos procurar compreender p erfeitamente os problemas para evitar erros e confusões. Caso contrário não chegaremos a resultado algum.

Vejamos:

(1) 2^3 não é o mesmo que 3^2
(2) $(2 + 5)^2$ não é o mesmo que $2^2 + 5^2$
(3) Agora $(2 \times 5)^2$ é igual a $2^2 \times 5^2$

Por que?

No 1.º caso

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$ por definição de potenciação
$3^2 = 3 \times 3$ pela mesma razão

2.º caso procure demonstrar

Notamos aqui que a posição dos números é importante, indica a maneira de se fazer a operação.

No caso da soma

$$2 + 4 + 6 = 6 + 4 + 2$$

No produto

$$2 \times 4 \times 3 \times 5 =$$
$$2 \times 5 \times 3 \times 4$$

A posição dos números não altera o resultado, diz-se por isso que a soma e o produto possuem a *propriedade comutativa*.

1) $(20 + 30) - (5 + 7) + 7 - 5 + 2 =$
$50 - 12 + 7 - 5 + 2 =$
$59 - 17 = 42$

2) $20 + 30 - 5 + 7 + 7 - 5 + 2 =$
$66 - 10 = 56$

3) $20 + 8 + (5 - 2) + 7 - 4 =$
$20 + 8 + 3 + 7 - 4 =$
$38 - 4 = 34$

$? + 15 - 8 = 63$
$? + 7 = 63$
$63 - 7 = 56$

pois

$56 + 7 = 63$
$(8 \times 5 \times 7) : 4 =$
$8 \times 5 \times 7 : 4 =$
$5 \times 7 \times 8 : 4 =$
$(5 \times 7) \times 8 : 4 =$
$(5 \times 7) \times (8 : 4) =$
$(5 \times 7) \times 2 =$
$(8 \times 5 \times 7) : 4 = 5 \times 7 \times 2$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTENCIAÇÕES

Multiplicação de Potenciações

Quando as bases são iguais.

Exemplo:

$$4^5 \times 4^6 \times 4^2$$

$2^5 \times 2^3 \times 2$

1.ª) Numa multiplicação de potenciações onde à base é a mesma, a base mantém e o expoente é o resultado da soma dos expoentes.

A saber

$3^4 \times 3^6 \times 3 = 3^{10}$

Por definição
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$3^1 = 3$ por convenção

$3^4 \times 3^6 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{10}$

De um modo geral

$$2^m + 2^n = 2^{m+n}$$

Divisão de Potenciação

Usando a definição de divisão como operação inversa da multiplicação.

Para se obter o quociente de duas potenciações de mesma base. Dadas duas potenciações de base igual em certa ordem é achar outra que multiplicada pela segunda seja igual a 1.ª.

Assim:

Donde	1.ª	2.ª	outra
	2^5 :	$2^3 =$	2^2
pois	outra ×	2.ª =	1.ª
	2^2 ×	$2^3 =$	2^5

Para que seja possível esta divisão é preciso que o expoente do primeiro têrmo (dividendo) seja maior ou igual ao expoente do 2.º (divisor), para que o quociente pertença ao conjunto dos números inteiros.

2.ª) O quociente de duas potenciações da mesma base é outra de mesma base cujo expoente é a diferença da 1.ª pela 2.ª.

Exemplos:

$$2^6 : 2^2 = 2^{6-2} = 2^4$$

Pois de acôrdo com a definição

$$2^4 \times 2^2 = 2^4 + 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$$

ou

$$2^6 : 2^2 = 2^4 \quad \downarrow \downarrow \quad 2^4 \times 2^2 = 2^6$$

Exercício: Multiplicação

1) $22 \times 7 = 22 + 22 + 22 + 22 + 22 + 22 + 22 =$

2) $4 \times 8 \times 3 = (4 \times 8) + (4 \times 8)$

$4 \times 8 = 8 + 8 + 8 + 8$

$4 \times 8 \times 3 = (8 + 8 + 8 + 8) + (8 + 8 + 8 + 8) + (8 + 8 + 8 + 8)$

$4 \times 8 \times 3 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$

3) $225 \times 3 = 225 + 225 + 225$

4) $3 \times 40 = 5 \times (30 + 10)$

$3 \times (20 + 10) = (30 + 10) + (30 + 10) + (30 + 10) =$

$= 30 + 10 + 30 + 10 + 30 + 10 =$

$= 3 \times 30 + 3 \times 10$

$3 \times (30 + 10) = 3 \times 30 + 3 \times 10$

Exemplo.

$225 \times (100 + 20 + 2) =$
$(225 \times 100) + (225 \times 20) + (225 \times 2)$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 100 \\ \hline 22500 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 225 \\ \times 20 \\ \hline 4500 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 225 \\ \times 2 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22.500 \\ + \quad 4.500 \\ 450 \\ \hline 27.450 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{r} 225 \\ 122 \\ \hline 450 \\ 4500 \\ 22500 \\ \hline 27.450 \end{array}$$

Exercício

1.º) $5 \times 7 + 3^2 \times 2 + 5 - 10 : 2 =$
2.º) $12 + [3^2 : (2^3 - 5) + 1^6 \times 3 : 3 - 2]^3$

Radiciação de números inteiros

Radiciação é a operação inversa da potenciação.

Ao resultado damos o nome de raiz.

Achar a raiz 2 de um número é encontrar outro que elevado a potência 2 dê êsse número; no caso de ser a raiz quarta ou quinta será o número que elevado a potência 4 ou 5 dê êsse número.

Exemplo: Dado o número oito achar raiz cubica.
Será 2 pois $2^3 = 8$

$$2 = \sqrt[3]{8} \leftrightarrow 2^3 = 8$$

a raiz cúbica de 8 é 2

A técnica da operação para achar a raiz é variável e complicada, vamos deixar para o futuro.

A esta operação damos o nome radiciação e indicaremos do seguinte modo

$\sqrt[2]{a}$ $\quad\quad$ $\sqrt[3]{a}$ $\quad\quad$ $\sqrt[4]{a}$
etc.

$\sqrt[2]{a}$ raiz de 2 de a ou raiz quadrada. Como é a primeira da série coloca-se simplesmente.

$$\sqrt{a} \quad = \quad \sqrt[2]{a}$$

$\sqrt[3]{a}$ raiz três de a ou raiz cúbica

$\sqrt[4]{a}$ raiz quarta de a

$\sqrt[5]{a}$ raiz quinta de a

Generalizando

$$\sqrt[n]{a} \qquad \sqrt[n]{2}$$

raiz enésima de a

Podemos também definir a radiciação como a simplificação de uma divisão consecutiva.

Com o uso desta definição podemos achar a raiz de um número através da fatoração.

A prática mais elementar, para se achar a raiz de um número é a fatoração, que iremos estudar.

Como o conjunto de raízes inteiras que pertence ao campo dos números inteiros é muito pequena, não apresenta muito interêsse a não ser como curiosidade.

$1^2 = 1$	$1^3 = 1$
$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$
$6^2 = 36$	etc.
$7^2 = 49$	
$8^2 = 64$	
$9^2 = 81$	
$10^2 = 100$	

Desta série para a frente, o número que possui raiz "perfeita" cresce enormemente enquanto que o expoente cresce um a um.

Para o uso prático, o expoente não vai muito além.

Vamos deixar êsse estudo para outro campo de definição, isto é, para outro conjunto de números.

Fazer quadro comparativo da propriedade operação direta e inversa.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Dizemos que um número é múltiplo de outro quando o quociente fôr um número inteiro; ainda, que um número dado (múltiplo) contém outro um número inteiro de vêzes.

Dizemos que um número é submúltiplo de outro quando êle é contido um número inteiro de vêzes em outro.

Se um número é divisível por outro, êste número é múltiplo do primeiro.

Exemplo:

$$30 : 6 = 5$$
$$30 : 5 = 6$$

dizemos que 30 é múltiplo de 5 e 6
ou 30 é divisível por 5 e 6.

Diremos também que:

5 e 6 dividem 30
5 e 6 são divisores de 30
5 e 6 são submúltiplos de 30

ou pode-se dizer perfeitamente que um número é múltiplo ou divisível por outro.

Pela definição de múltiplo, podemos deduzir que o conjunto dos múltiplos de um número é infinito.

a saber

5×1
5×2
5×3
$5 \times a$ = múltiplos de 5.

a varia no conjunto de números inteiros sendo, portanto, infinito.

O conjunto de submúltiplos de um número é finito, isto é, um conjunto limitado.

Seja os múltiplos de 25

conj. [25, 50, 75, 100 ......] múltiplos de 25.

Os submúltiplos de 25

conj. [1, 5, 25] limitado.

a) 0 é múltiplo de todos números inteiros;

b) 1 é submúltiplo de todos números inteiros;

c) Qualquer número é múltiplo e submúltiplo de si *mesmo*.

a) — Realmente, como $0 \times N = 0$

O quociente $\frac{0}{N} = 0$ inteiro

b) — Realmente,

$N \times 1 = N$; 1 é contido N (inteiro) vêzes dentro de N.

c) — Por definição

Vejamos $N : N = 1$ ou seja o quociente de um número por êle mesmo é sempre igual a 1 (inteiro) então êle é múltiplo de si mesmo.

$N \times 1 = N$; N é contido 1 (inteiro) vez dentro de N, então êle é submúltiplo de si mesmo.

Divisibilidade

1) Diz que um número é múltiplo de outro quando êle contém um *número inteiro* de vêzes êsse outro.

2) Ou ainda, que um número é submúltiplo de outro quando está contido um *número inteiro* de vêzes nêsse outro.

Dizemos no 2.º caso que o número é o dividendo de outro; no 1.º caso que o número é o divisor do outro.

Estas condições são expressas

$$20 : 4 = 5 \quad \longleftrightarrow \quad 4 \times 5 = 20$$

diz-se vinte é múltiplo ou divisível por quatro.

4 divide vinte na razão de 5 ou vice-versa.

4 é submúltiplo de vinte 5 vêzes ou vice-versa.

Usando-se uma dessas expressões as outras estarão subentendidas.

Critério de divisibilidade

Para se saber se em número é divisível por outro usa-se a operação divisão, se o resto fôr 0 (zero), diz-se que o número é divisível por êsse outro.

Existem regras para se saber se um número é divisível por outro.

A essas regras dá-se o nome de *critérios de divisibilidade*.

1) Divisibilidade por 2

Todo número terminado em algarismo par é divisível por 2.

Assim 242, 340, 40, 234894, 3578950, 35792.

2) Divisibilidade por 3

Quando a soma dos valores absolutos dos algarismos dos *números* fôr divisível por 3.

Assim: 457281 temos

$4 + 5 + 7 + 2 + 8 + 1 = 27$
$27 = 2 + 7 = 9$
9 é divisível por 3

portanto o número 457281 é divisível por 3.

3) Divisibilidade por 4

Quando os dois últimos algarismos da direita de um número fôr divisível por 4, o número também o será.

Temos 2478200 00 é divisível por 4, pois

$$\frac{0}{4} = 0 \text{ por definição}$$

$$\begin{array}{r|l} 00 & 4 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Outro número: 271344

$$\begin{array}{r|l} 44 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 11 \\ \cline{1-1} 04 & \\ -4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Divisibilidade por 5

Todo número terminado em 0 ou 5 é divisível por 5

4807210 3754315

êsses dois são divisíveis por 5. Verificar

Divisibilidade por 6

Quando o fôr por 2 e por 3

147838

Verificar.

Divisibilidade por 7

Um número é divisível por 7 quando separando-se o 1.º algarismo da direita, multiplicando-o por 2 e subtraindo o produto obtido do que restou à esquerda e assim sucessivamente resultar 0 ou 7.

Exemplo:

588	$8 \times 2 = 16$
58	
16	$2 \times 2 = 4$
42	
4	588 é divisível por 7
4	
0	

Obs.: Se a multiplicação do último algarismo por 2 fôr maior do que o que restou à esquerda, troca-se os têrmos da diferença

749	74'9	$9 \times 2 = 18$
	18	
12	5'6	$6 \times 2 = 12$
— 5	— 12	
7	7	

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando os seus 3 últimos algarismos da direita fôr divisível por 8.

Verificar

84000	58483
42581	374888

Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos algarismos do número fôr divisível por 9.

Verificar

3458721	89889
39047821	547321

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 quando termina em 0.

Veriifcar

34050	45678
7809001	3470010

Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 quando a *diferença* da soma dos valores absolutos dos algarismos da ordem ímpar, e a dos de ordem par fôr divisível por 11.

Obs.: Quando o valor da soma da ordem ímpar fôr menor, soma-se 11 a um múltiplo até que seja maior .

3 4 5 7 8 9 $\quad$ 1.ª + 3.ª + 5.ª = 9 + 7 + 4 = 20
2.ª + 4.ª + 6.ª = 8 + 5 + 3 = 16
não é $\quad$ 20 — 16 = 4

Verificar se é múltiplo de 11
4 3 7 4 3 8 8 7
7.ª 5.ª 3.ª 1.ª

De acôrdo com a regra, construir 5 números divisíveis por 11.

Divisibilidade por 12

Um número é divisível por 12 quando fôr divisível por 3 e 4.

Assim:

36, 34200

Dar outros números aplicando a regra.

FATORAÇÃO

Fatoração de um número é a transformação de um produto em fatores: é suficiente saber multiplicação para entender fatoração e dar continuidade ao estudo dos múltiplos.

$50 = 2 \times 25$ 2 e 25 são fatores
$20 = 4 \times 5$ 4 e 5 são fatores

Quando tivermos $50 = 2 \times 5 \times 5$ dizemos que o número está fatorado completamente, pois 2 e 5 são números primos.

Número primo é aquêle que só é divisível pela unidade e por si mesmo.

Diremos que um número está fatorado completamente quando todos os fatores que o compõe são números primos.

A saber:

$$50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5$$

Prática para se fatorar um número.

240	2	Dispõe-se os quocientes
120	2	e os divisores
60	2	respectivamente em duas
30	2	colunas separadas
15	3	por um traço
5	5	vertical
1	—	Esta é a técnica mais aplicada, e o nome usado é "decompor um número em seus fatores primos.

À direita do traço vertical coloca-se o menor divisor primo, a seguir, o quociente abaixo do número, repete-se a operação para o quociente e assim por diante, até obter o quociente *1*.

APLICAÇÕES GERAIS

Para se saber se um número é múltiplo de outro:
Fatoramos os dois números.

240	2	24	2
120	2	12	2
60	2	6	2
30	2	3	3
15	3	1	—
5	5		
1	—		

$240 = 2^4 \times 3 \times 5 =$
$24 = 2^3 \times 3$
$2^3 \times 2 \times 3 \times 5$
$2^3 \times 3$

240 contém todos os fatores de 24, portanto é múltiplo de 24.

Vejamos:

$$2^4 \times 3 \times 5 : 2^3 \times 3 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 5 : 2^3 \times 3$$
$$2 \times 2^3 \times 3 \times 5 : 2^3 \times 3 = 2 \times 5 \times 2^3 \times 3 : 2^3 \times 3$$
$$2 \times 5 \times (2^3 \times 3 : 2^3 \times 3) = \underline{2 \times 5 \times 1}$$

quociente inteiro.

donde se conclui $\underline{(2 \times 5) \times 2^3 \times 3 =}$

é múltiplo de $2^3 \times 3$.

Decompostos dois números em seus fatores primos, o primeiro é divisível pelo segundo se contiver todos os fatores primos do segundo.

Outra aplicação:

1) Qual o menor número que se deve multiplicar a 240 para que seja múltiplo de 36?

240	2	36	2
120	2	18	2
60	2	9	*3*
20	2	3	3
15	*3*	1	
5	5		
1			

Se o primeiro contivesse mais um 3, êle conteria todos os fatores primos do segundo.
Solução: — 3

2) *210 e 36*

210	2	36	2
105	3	18	2
35	5	9	*3*
7	7	3	3
1		1	

Solução 2×3

Se escrevermos nas formas de potenciações, veremos que para o primeiro número ser divisível pelo segundo, êle deve conter tôdas as bases do segundo, com expoentes iguais ou maiores em tôdas elas.

Na solução de 1) temos:

$240 \times 3 = (2^4 \times 3 \times 5) \times 3 = 2^4 \times 3^2 \times 5$
$36 = 2^2 \times 3^2$

Na solução de 2):

$210 \times 2 \times 3 = (2 \times 3 \times 5 \times 7) \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
$36 = 2^2 \times 3^2$

Operação Máximo Divisor Comum

Dados dois números, achar os seus divisores comuns. Aos divisores que pertencem aos dois números, ao maior dêstes chamaremos maior divisor comum.

Assim, 20: seus divisores são 2, 2, 5
12 " " " 2, 2, 3
$2 \times 2 = 4$

Diz-se que 4 é o maior divisor comum de 20 e 12.

A operação chama-se máximo divisor comum, e se representa por M.D.C ou D.

Já vimos que o conjunto de divisores de um número é limitado.

Divisores de 240	240	1
	240	2
	120	2
	60	2
	30	2
	15	3
	5	5
	1	

ou divisores de 240 são:

$2^4 \times 3 \times 5 =$ $\quad 2^4 \times 3 =$ $\quad 2^4 \times 5 =$
$2^3 \times 3 \times 5 =$ $\quad 2^3 \times 3 =$ $\quad 2^3 \times 5 =$
$2^2 \times 3 \times 5 =$ $\quad 2^2 \times 3 =$ $\quad 2^2 \times 5 =$ $\quad 3 \times 5 =$
$2 \times 3 \times 5 =$ $\quad 2 \times 3 =$ $\quad 2 \times 5 =$

COMPLETAR

Dados 2 ou mais números, teremos 2 conjuntos de divisores e entre êles os comuns.

Dos divisores comuns de dois ou mais números o mais importante é o maior dêles.

A êste daremos o nome de maior divisor comum.

A indicação é feita.

m.d.c. 18, 9 = 9 ou 18 D 9 = 9

Determinar o m.d.c. de 28 e 36.

divisores de 28	1, 2, 4, 7, 28
" de 36	1, 2, 4, 9, 36
divisores comuns de 28 e 36	1, 2, 4.
m.d.c. 4	

Determinar os divisores de 7 e 11

m.d.c. 1, 7 1, 11 = 1

Se 1 é o único divisor comum (maior); esta é outra forma de exprimir que 2 números são primos entre si.

7 D 11 = 1

PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DO M.D.C.

Dados 2 números fatoramos êsses números, achamos os divisores comuns e escolhemos o maior.

Assim:

240	2	120	2	80	2
120	2	60	2	40	2
60	2	60	2	20	2
30	2	15	3	10	2
15	3	5	5	5	5
5	5	1		1	
1					

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ $80 = 2^4 \times 5$

Divisor comum

240, 120 e 80 1, 2, 2^2, 2^3, $2^3 \times 5$

1, 2, 4, 8, 40

m.d.c. de 240, 120 e 80 é 40

indica-se 240 D 120 D 80 = 40

A operação m.d.c. é *associativa*

240 D 120 D 80 = 40

Lê-se: o m.d.c. de 240, 120 e 80 é 40

240 D 120 D 80 = 240 D (120 D 80) =
120 D (240 D 80) = 80 D (240 D 120).

Vejamos uma qualquer

80 D (240 D 120)
240 D 120 = 120
80 D 120 = 40

Determinar o M.D.C. de 35, 105 e 1925

432 D 576

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Dados 2 ou mais números, por definição de múltiplos teremos tantos múltiplos quantos quizermos para cada número (infinitos de múltiplos).

Com os múltiplos dêsses números, sempre será possível ter um conjunto infinito de múltiplos comum.

Dados 2 ou mais números interessa-nos encontrar o menor múltiplo comum a êsses números.

A saber:

M.M.C. (8, 6) = 24
8 M 6 = 24

Múltiplos sucessivos de um número se obtém conforme definição.

1º.	1 × 6, 2 × 6, 3 × 6, 4 × 6	6 n
7	1 × 7, 2 × 7, 3 × 7, 4 × 7	7 n

donde

múltiplos de 6 6, 12, 18, 14, 30, 36, 42 ...
múltiplos de 7 7, 14, 21, 28, 35, 42 ...

Múltiplos comum 42, 84 126 .... 42 n

Menor 42

Observe que quando 2 números ou mais são primos entre sí o M é o produto dêles.

Obs. O maior divisor de um número é o próprio número.
O menor múltiplo de um número é o próprio número.
Donde o máximo divisor e o mínimo múltiplo de um mesmo número é êle próprio e o quociente é a unidade.

2 Determinar o menor múltiplo comum de 3, 8, 45

Múltiplos de 3 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24
Múltiplos de 8 8, 8, 16, 24, 32 .... 8 M
Múltiplos de 4 4, 8, 12 .... 4 M
Múltiplos de 5 5, 10, 15, 20 .... 5 M
Múltiplos comum de (8 M 3) e 5
Múltiplos comum 120, 120 × 2 . . . × n
M.M.C. = 120

Exemplo:

24	2	12	2	36	2
12	2	6	2	18	2
6	2	3	3	9	3
3	3	1		3	3
1				1	

$$24 = 2^3 \times 3$$
$$12 = 2^2 \times 3$$
$$36 = 2^2 \times 3^2$$

De acôrdo com a regra tomamos $2^3 \times 3^2$ = é o m.m.c.

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

Operações de máximos divisores comum e mínimos múltiplos comum.

Estas operações são semelhantes, para sua prática, basta termos os elementos e as suas definições.

Vejamos: para se achar o *maior divisor comum* de 2 ou mais n.º, aplica-se a operação M.D.C. (máximo divisor comum).

Dados os números 10, 12 acha-se os divisores de cada um a saber:

1, 2, 5, 10 dividem 10
1, 2, 2^2, 3, dividem 12

2 é comum, isto é, tanto divide 10 como 12, é o maior, pois é o único comum, diz-se m.d.c.

10, 12 = 2

ou

10 D 12 = 2 modo mais simples

seja

m.d.c. 24, 12, 8 fatôres primos
divisores de 24 1, 2, 4, 6, 8, 12, 24
divisores de 12 1, 2, 4, 6, 12
divisores de 8 1, 2, 4, 8,
divisores comum de 24, 12, 8 = 1,2, 4,
m.d.c. 24, 12, 8 = 4

1.º Dados 2 números, se um é múltiplo do outro
O M.D.C. é o menor dêles
O M.M.C. é o maior dêles

1.º Propriedades da multiplicidade.
2.º Por simplificação eliminamos no conjunto dos números estudados os múltiplos entre si.

Técnica de Operação

Determinar o m.m.c. de 8, 3, 5 e 4 ———— Tiramos o menor dos múltiplos entre si, ———— no caso, 4.

Acha-se o m.m.c. dos números restantes 8, 3, 5.

3.º Distribuitividade do m.m.c.

$$8 \text{ m } 3 \text{ m } 5 = (8 \text{ m } 3) \text{ m } 5 = 8 \text{ m } (3 \text{ m } 5) = \\ = 3 \text{ m } (8 \text{ m } 5)$$

Dado dois ou mais números achar menor múltiplo comum.

m.m.c. 4, 3, 8 =

Múltiplos de 4 são	4, 8, 12, 16, 20, 24
múltiplos de 3 são	3, 6, 9, 18, 21, 24
múltiplos de 8 são	8, 16, 24 ....

Será fácil verificar que os múltiplos comum 24, 48, 72 ...... 24 n daí concluímos que o menor múltiplo comum é 24.

O restante 48, 72 são comum mas não tem propriedades particulares.

Sendo as propriedades do m.d.c. e m.m.c. as mesmas.

Note que o conjunto dos múltiplos de 8, são todos múltiplos de 4.

Elementos neutros do m.d.c.

No M.D.C. o 0 é o elemento neutro e m.m.c. pois qualquer número divide 0.

$$4 \ D \ 0 = 4$$
$$10 \ D \ 0 = 10$$
$$n \ D \ 0 = n$$

No m.m.c. 1 é neutro pois qualquer número é múltiplo de 1.

Assim $4 \ m \ 1 = 4$

$15 \ m \ 3 \ m \ 1 = 15 \ m \ 3$

Exercício leitura

16 D (4 M 3) = (16 D 4) M (16 D 3)
14 D (5 M 2) = (14 D 5) M (14 D 2)

Distribuitiva do M em relação a D
16 M (4 D 3) = (16 D 4) D (16 M 3)

ler as expressões

18 M (4 D 3) = (18 M 4) D (18 M 3)
20 M (5 D 4) = (20 M 5) D (20 M 4)

Exercícios

m.d.c. distribui em relação M temos:

10 D (5 M 4) =
5 M 4 = 20 10 D 20 = 10

(10 D 5) M (10 D 4)

10 D 5 = 5 10 D 4 = 2
5 M 2 = 10

Conclusão m.d.c. de 3 números é igual ao m.d.c. do 1.º comum, 2.º têrmo será o m.m.c. dos outros números. Assim, dados os números 10, 20, 5

o m.m.c. de 20, 5 = 20 M 5 = 20
10 D 20 = 10

ou

10 D (20 M 5) = (10 D 20) M (10 D 5)

O mesmo acontece ao m.m.c. em relação a m.d.c. assim teremos:

20 M (10 D 5) = (20 D 10) M (20 D 5)

Resolver êstes exercícios: achar o m.d.c. de 20 e 30 M 5.

2) o m.d.c. 30 e 40 M 8

3) Achar o m.m.c.

50	e	10	D	5
60	e	5	D	2
80	e	10	D	2

* * *

Vejamos como exercício:
Porque tomamos o maior expoente

2^3 é múltiplo de 2^2

Qualquer múltiplo pelo 2^3 será múltiplo de 2^2 portanto $2^3 \times 3$ é múltiplo de 12 e 24
qualquer múltiplo de $2^3 \times 3$ será múltiplo de 12 e 24
$20 \times 12 = 240$ é um múltiplo comum

m.d.c. $(20, 12) = 4$
m.m.c. $(20, 12) = 240$ $240 : 4 = 60$
m.m.c. $(20, 12) = 60$

Resolver mais um exercício:

Exercício, achar por êsse processo:

o m.m.c. $(15, 12)$
m.m.c. $(25, 15)$

Solução m.m.c. de 24, 12 e 36

24	2	12	2	36	2
12	2	6	2	18	2
6	2	3	3	9	3
3	3	1		3	3
1				1	

$$24 = 2^3 \times 3$$
$$12 = 2^2 \times 3$$
$$36 = 2^2 \times 3^2$$

De acôrdo com a regra tomamos:

$2^3 \times 3^2 = 2$ o m.m.c.
$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$
$2^3 \times 3^2$ é múltiplo de $2^2 \times 3^2$ pois:
$2^3 \times 3^2 = 2\ (2^2 \times 3^2)$

e é o menor múltiplo dos três números 12, 24, 36.

Pela definição temos que o m.m.c. de 2 ou mais números é no mínimo igual ao maior dêles.

Exercícios Propostos

Determinar m.m.c. usando relação entre m.d.c. e m.m.c. temos: "O produto de dois números é igual ao produto do seu maior divisor comum pelo menor múltiplo comum."

m.d.c. (20, 12)
m.m.c. (20, 12)
$20 \times 12 =$ m.d.c. (20, 12) m.m.c. (20, 12)

* * *

Vejamos como exercício:

2^3 é múltiplo de 2^2

qualquer múltiplo de 2^3 será múltiplo de 2^2

portanto: $2^3 \times 3$ é múltiplo de 12 e 24 qualquer múltiplo de $2^3 \times 3$ será múltiplo de 12 e 24.

m.d.c. (20, 12) = 4 $\quad 12 \times 20 = 240 = 4 \times 60$
m.m.c. (20, 12) = 60

Exercício:

Ache por êsse processo

O m.m.c. (15, 21)

m.m.c. (25, 15)

1. Efetuar:

1.º) m.m.c. (45, 12)
2.º) m.m.c. (36, 96, 50)
3.º) m.m.c. (48, 120, 96, 100)

2. Efetuar:

1.º) m.m.c. (48, 2)
2.º) m.m.c. (7, 9)
3.º) m.m.c. (1200, 60, 30)
4.º) m.m.c. (5, 6, 11)
5.º) m.m.c. (12, 4, 1)
6.º) m.m.c. (8916, 4)

3. Qual é a diferença entre o menor múltiplo comum e o maior divisor comum dos números 101 e 337?

4. O menor múltiplo comum de dois números é 11352 e o maior divisor comum é 6. Se um dos números é 264 qual é o outro?

5. Qual é o produto de dois números, se o maior divisor comum entre êles é 8 e o menor múltiplo comum 48?

6. Calcular dos dois menores números pelos quais devemos multiplicar os números 60 e 78, a fim de obter produtos iguais.

1. Dizer as propriedades que estão sendo aplicadas em:

   1.º) 6 D 4 = 2
   2.º) 12 D 8 = 8 D 12
   3.º) I. M. 5 = 5
   4.º) (4 D 8) D 7 = 4 D (8 D 7)
   5.º) 3 M 4 = 4 M 3
   6.º) 6 M 4 = 12
   7.º) 6 D (8 M 5) = (6 D 8) M (6 D 5)
   8.º) (14 M 5) M 3 = 14 M (5 M 3)
   9.º) (7 M (6 D 8) = (7 M 6) D (7 M 8)

ÍNDICE

COMPÔS E IMPRIMIU
TELS.: 52-7005 e 52-3385
S. Paulo — Brasil