

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS AMÉRICAS

*Relatório da Segunda
Conferência Interamericana
sobre Educação Matemática*

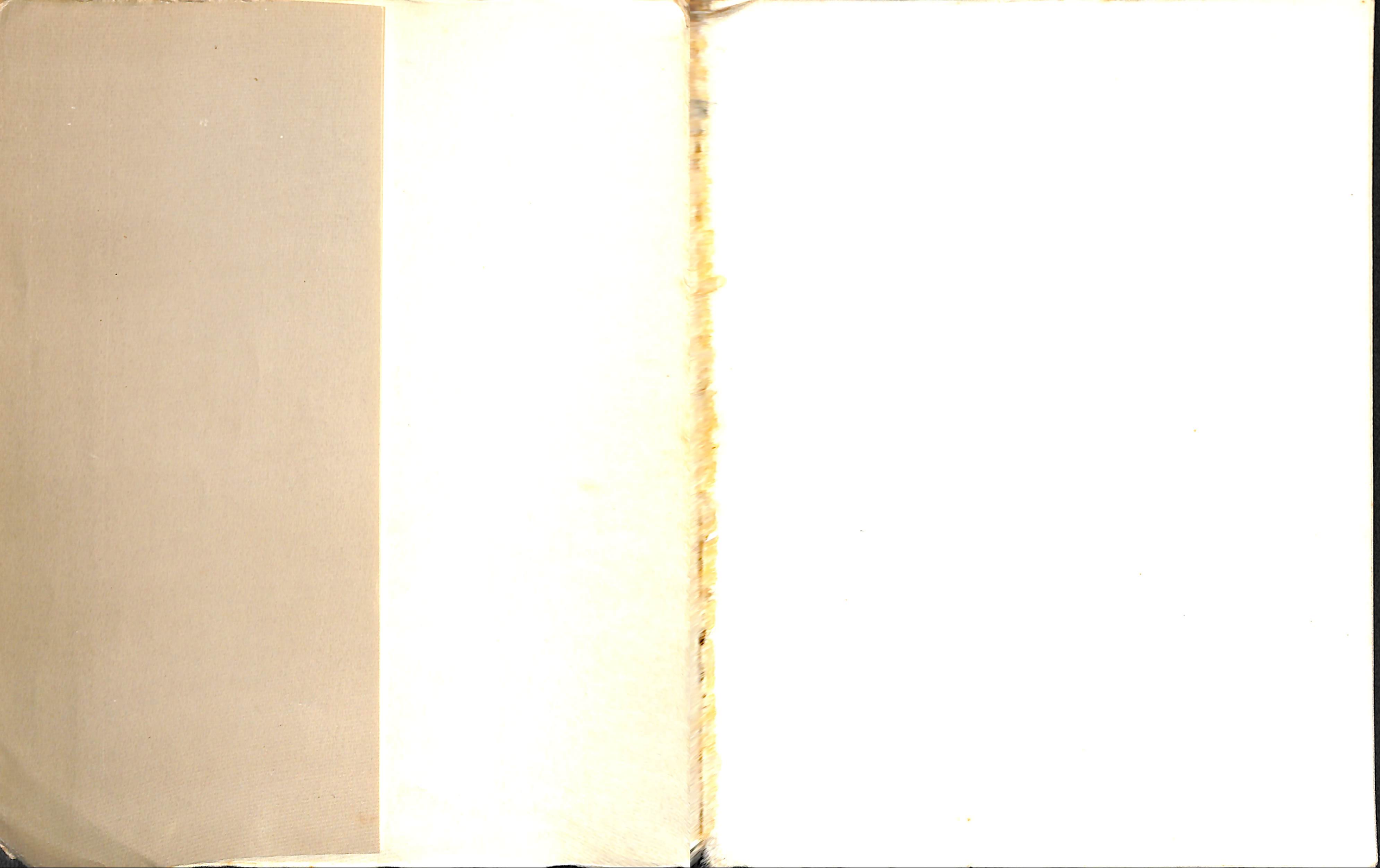
Lima, Peru, 4-12 de dezembro, 1966

organizado por

HOWARD F. FEHR

*Professor de Matemática no Teacher's College,
da Universidade de Columbia*

COMPANHIA EDITORA NACIONAL



Educação Matemática
nas Américas

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS AMÉRICAS

*Relatório da Segunda Conferência Interamericana
sobre Educação Matemática*

Lima, Peru, 4-12 de dezembro, 1966

Organizado por

HOWARD F. FEHR

Professor de Matemática no Teacher's College,
da Universidade de Columbia

Tradução de

ADALBERTO P. BERGAMASCO

e

L. H. JACY MONTEIRO

COMPANHIA EDITORA NACIONAL
SÃO PAULO

Esta edição contou, para a sua concretização, com o apoio da National Academy of Sciences dos E.U.A., através do Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study.

Direitos para a língua portuguesa cedidos à
 COMPANHIA EDITORA NACIONAL
 Rua dos Gusmões, 639 — São Paulo 2, SP

1969
 Impresso no Brasil

SUMÁRIO

Prefácio.....	11
---------------	----

PRIMEIRA PARTE

DISCURSOS DE ABERTURA

<i>Discurso de Boas-vindas: Reforma na Pedagogia da Matemática.</i> Dr. Carlos Cueto Fernandini, Ministro da Educação, Peru.....	15
<i>Resposta e Encargos: O Trabalho da Conferência.</i> Professor Marshall H. Stone, Presidente, IACME (EUA).....	20

SEGUNDA PARTE

DISCURSOS DOS ORADORES CONVIDADOS

A) SÔBRE OS PROBLEMAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA AMÉRICA LATINA	
<i>Algumas Observações sobre o Desenvolvimento da Matemática na América Latina.</i> Professor Rafael Laguardia (Uruguai).....	31
<i>Os Problemas da Reforma da Matemática na América Latina com Referência a Professôres e Programas.</i> Professor Luís A. Santaló (Argentina).....	35
<i>Problemas do Desenvolvimento da Pesquisa Matemática na América Latina.</i> Professor José Tola P. (Peru).....	43
B) SÔBRE O PROGRESSO DA MATEMÁTICA	
<i>Estudos para Reformas no Ensino da Matemática na Espanha.</i> Professor Pedro Abellanos (Espanha).....	52
<i>Progressos da Matemática no Chile.</i> Professor Cesar Abuauad (Chile)	71
<i>Progresso do Ensino da Matemática no Brasil.</i> Professor Osvaldo Sangiorgi (Brasil).....	76
<i>Atividades da OEA em Matemática.</i> Engenheiro Andres Valeiras (OEA)	89

C) SÓBRE CURRÍCULOS E TRANSIÇÃO

<i>Uma Experiência na Reconstrução do Currículo para Matemática na Escola Secundária.</i> Professor Howard F. Fehr (EUA).....	98
<i>Programas de Matemática no Ensino de Engenharia.</i> Professor Carlos Imaz (México).....	107
<i>O Programa Dinamarquês de Matemática.</i> Dr. Erik Kristensen (Dinamarca).....	114
<i>Um Esforço para Aperfeiçoar a Ciência e a Matemática da Escola Secundária na Turquia.</i> Dr. Eugene P. Northrop (Fundação Ford)	124
<i>O Estado da Reforma do Ensino de Matemática na Bélgica, 1966.</i> Professor G. Papy (Bélgica).....	130
<i>O Currículo de Análise.</i> Professor André Revuz (França).....	144
<i>Programas de Análise nas Universidades da América Central.</i> Professor Eduardo Suger Cofino (Guatemala).....	154

D) SÓBRE A EDUCAÇÃO DO PROFESSOR

<i>Reeducação de Professores em Pôrto Rico.</i> Dr. Mariano Garcia (Pôrto Rico).....	161
<i>Treinamento de Professores no Brasil.</i> Professora Martha Maria de Souza Dantas (Brasil).....	166
<i>Um Programa Rigoroso de Treinamento do Professor na Alemanha Ocidental.</i> Dr. Hans-Georg Steiner (Alemanha).....	174
<i>Novos Programas de Treinamento de Professores na Argentina.</i> Professor H. Renato Völker (Argentina).....	184
<i>Treinamento.</i> Professores H. Renato Völker e Luís A. Santaló (Argentina)	194

TERCEIRA PARTE

DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA, 1961-1966

Argentina.....	207	México.....	259
Bolívia.....	212	Nicarágua.....	265
Brasil — I.....	218	Panamá.....	272
Brasil — II.....	225	Paraguai.....	276
Canadá.....	229	Peru.....	280
Chile.....	234	Pôrto Rico.....	284
Colômbia.....	241	República Dominicana.....	290
Costa Rica.....	244	República do Salvador.....	293
Equador.....	247	Trinidad-Tobago.....	297
Estados Unidos da América ...	250	Uruguai.....	303
Haiti.....	254	Venezuela.....	307
Jamaica.....	256		

QUARTA PARTE

CONCLUSÕES

O IACME, após 1967.....	315
I. Política básica do IACME.....	316
II. Resoluções da Conferência de Lima.....	317
III. Resoluções da Conferência de Bogotá, 1961.....	321
IV. Agradecimentos	324

APÊNDICE

A) Programa da Conferência	329
B) IACME para o Período 1961-1966.....	332
C) Membros da Comissão Organizadora da Conferência de Lima.....	333
D) Participantes da Europa	334
E) Participantes das Américas.....	335
F) IACME recentemente eleito.....	338
G) Comitê Organizador Local	339
H) Comitê Patrocinador Local	340
I) Observadores Oficiais	340
J) Organizações Patrocinadoras.....	341

PREFÁCIO

A primeira Conferência Interamericana sobre Educação Matemática foi realizada em Bogotá, Colômbia, de 4 a 9 de dezembro de 1961. Esta conferência, a primeira de seu tipo a reunir matemáticos de vinte e três países do Hemisfério Ocidental, tinha o propósito principal de chamar a atenção de todos os participantes para as mudanças no conhecimento matemático que exigem uma reforma dos currículos secundários e universitários, e assim motivar todos os países a iniciarem atividades reformistas. As deliberações desta conferência foram publicadas no relatório: *Educação matemática nas Américas*.

Depois de um período de quatro anos de esforços intensos em alguns países e atividade esporádica nos outros, o Comitê Interamericano de Educação Matemática, estabelecido em Bogotá em 1961, sentiu que era chegada a hora de fazer uma avaliação destas atividades. Havia necessidade de estabelecer a consolidação dos esforços, meios de comunicação entre países, e de planejar, para todo o continente, a educação matemática que deve ser fornecida para propiciar o crescimento econômico e social de cada nação. No fim do outono de 1965, o Comitê começou a procurar fundos e outros meios para uma segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática. Esta conferência devia tratar de três temas especiais: uma revisão e exame dos problemas atuais envolvidos no desenvolvimento da educação matemática, especialmente na América Latina; um exame do currículo desejável para estudos secundários e universitários de matemática; e o problema concomitante de educar em qualidade e quantidade suficientes, os professores secundários e universitários.

Para alcançar seus propósitos, o Comitê Organizador selecionou destacados matemáticos e educadores de matemática da Europa e dos países americanos para apresentar trabalhos sobre os temas. Após as apresentações houve discussões informais;

grupos de participantes foram organizados para estudar e relatar os três aspectos particulares do desenvolvimento da educação matemática.

Foi solicitado de cada país e distribuído aos participantes um trabalho que resumisse as atividades no país durante os últimos cinco anos e o *status* da educação matemática no fim do ano de 1966.

Os discursos apresentados na conferência estão publicados na II Parte deste relatório. Na I Parte está o discurso de abertura e o encargo dos participantes. A III Parte contém um grupo de breves relatórios dos países sobre a situação da matemática. A IV Parte dá as conclusões da conferência na forma de um conjunto de resoluções, e as bases nas quais o novo Comitê Interamericano de Educação Matemática vai operar nos próximos anos.

Tanto a Conferência, como a publicação de edições em inglês, espanhol e português deste relatório foram possibilitadas por doações de organizações filantrópicas e científicas. A dívida do Comitê Organizador e dos participantes desta Conferência por este auxílio é devidamente reconhecida na IV Parte. Um Apêndice registra o programa, os Comitês, os participantes, oradores e observadores convidados. O relatório foi preparado sob a direção de Howard F. Fehr (EUA), Secretário Executivo da Conferência.

O organizador reconhece uma grande dívida para com o Professor Mordecai Rubin do Teacher's College, Universidade de Columbia, por suas traduções hispano-inglesa e anglo-hispânica.

À sua esposa, Gisela, expressa profunda admiração pelas centenas de horas de leitura crítica e datilografia do manuscrito.

PRIMEIRA PARTE

DISCURSOS DE ABERTURA

Reforma na pedagogia da matemática

DR. CARLOS CUETO FERNANDINI

Ministro da Educação (Lima, Peru)

O trabalho pedagógico da segunda metade do século XX está ainda derivando daquela combinação de eventos aos quais nos referimos como a Revolução no Ensino da Matemática. Esta revolução nasceu primeiro nas mentes dos matemáticos profissionais, que, cerca de 25 anos atrás, verificaram novamente que as escolas de todos os países estavam ainda tratando das noções mais obsoletas nas ciências matemáticas. O que havia de mais "nôvo" nos programas de matemática escolar tinha duzentos anos. Mesmo hoje, a despeito de tudo, ainda falhamos ao tirar vantagem das novas e maravilhosas contribuições feitas pela ciência matemática ao aperfeiçoamento do espírito humano, assim como ao nosso meio material. Se um dos aspectos essenciais da educação é a integração do homem e do sistema de conhecimento contemporâneo a êle, como podemos voltar nossas costas à Matemática Moderna? Como podemos mover nossos horizontes de volta ao tempo em que nada se sabia, por exemplo, da teoria dos conjuntos? Recusar-se a notar as recentes descobertas em matemática é como ensinar a história da humanidade e parar na Revolução Francesa.

É claro que os matemáticos estão certos. Temos realmente que introduzir novas idéias nos programas atuais de ensino ou pelo menos dar nôvo significado ao ensino da matemática tradicional. Aliás, nossa civilização atual pode bem vir a parecer tão ininteligível como uma cidade do século XVIII apresentada numa novela retrospectiva e equipada com dispositivos eletrônicos para regular o tráfego automobilístico.

A aparição espetacular do Sputnik não estava desligada desta Revolução. Como tem acontecido sempre na história da educação, eventos externos têm forçado os educadores a revisar práticas estabelecidas e ultrapassar seus mais arraigados precon-

ceitos. Isto tem acontecido invariavelmente em tempos de crise cultural intensa ou rápida, transição social e econômica. Sendo sintoma de um processo que se repetiu muitas vezes antes, a revolução no ensino da matemática é uma das maiores descobertas na história do pensamento educacional do Ocidente.

Em que consiste tal revolução que em cerca de vinte e cinco anos parece ter aberto possibilidades incontáveis? Um de seus elementos básicos é, obviamente, as ciências matemáticas modernas, que, em seus diversos ramos, representam (hoje mais que nunca) a habilidade da mente humana de criar uma linguagem de símbolos, que não está ligada ao particular e ao contingente, mas é capaz de crescer, tornando-se um conjunto de relações racionais e universais necessárias. A mesma linguagem simbólica é capaz de gerar continuamente novas formas técnicas.

Do ponto de vista da educação, no entanto, este não é o ponto fundamental. Para os educadores é mais importante saber que a nova matemática está orientada de modo a estimular, dentro da criança, capacidades de pensamento e capacidades inventivas para investigação lógica. Sob essa nova pedagogia, a matemática serve para promover o indivíduo, fazendo o estudante raciocinar por si mesmo, estruturar uma disciplina interna para assimilar os símbolos mais rigorosos e exigentes, e manter sua liberdade ante as estruturas lógicas.

Educação é vital para qualquer ciência. A grandeza da educação reside no fato de que ela toma uma visão geral do conhecimento, da cultura, da sociedade e da história, não como realidades desligadas entre si, mas sim como elementos de um só complexo, inseparável do ser humano — seus problemas diários, seu destino final e sua liberdade essencial. Em realidade, a nova matemática (ou a tradicional, se ensinada com objetivos modernos) procura restaurar o ideal pedagógico platônico do escravo que é guiado pelo professor a descobrir por si mesmo um teorema matemático e formulá-lo com disciplina e precisão. Poder-se-ia afirmar, então, que a revolução de hoje revive idéias bem velhas da doutrina platônica. Isto é, em parte, verdade, mas há mais. E esse algo mais que está na base da atual revolução é o fato de que a nova pedagogia da matemática visa nada menos que à preparação da criança de hoje para uma vida de dignidade num mundo baseado na tecnologia que ameaça constantemente sua espontaneidade e liberdade.

É fundamental para a nova pedagogia que ressaltamos uma necessidade de compreensão das estruturas lógicas de nossa

própria capacidade criativa como uma ponte entre a educação do indivíduo e a cultura objetiva das sociedades que figuram na história do mundo. Acima de tudo, o novo ensino afirma os poderes de raciocínio do indivíduo e tenta desenvolver este indivíduo e suas capacidades mais amplas. Matemática não é, primariamente, um instrumento do educador para controlar a natureza ou a sociedade nem um modelo para outras ciências e nem uma ciência universal. É uma mera oportunidade através da qual o homem de hoje pode encarar os problemas de seu tempo e a ameaça de escravização por máquinas, mantendo a iniciativa do pensamento lógico livre.

A descoberta de uma nova pedagogia para a matemática conduziu a outros campos. A física e outras ciências naturais estão começando a ser ensinadas com novos critérios e novos programas, do mesmo modo que gramática, história e filosofia. A despeito da força destas correntes pedagógicas, e não obstante suas virtudes para a história do homem moderno, nós educadores ainda oferecemos considerável resistência ao "novo". Nossa profissão também tem seus infortúnios e seus defeitos. Um deles é o espírito conservativo que teimosamente barra nossa atividade. Será difícil banir o antigo dogma de que a matemática acadêmica não passa de um conjunto de procedimentos empregados a fim de encontrar uma resposta certa para uma operação matemática. O ensino tradicional só procurava precisão formal no procedimento, a observância de atos puramente mecânicos. Em todo lugar o estudante ideal é ainda aquele que — em oposição à idéia platônica — opera rápida, precisa e cegamente com números através do sistema decimal de notação (único sistema que ele conhece).

Esta pedagogia, tão inadequada para nossos tempos, transforma o relacionamento entre a criança e o conhecimento que ela requer, e, portanto, entre a pessoa e o significado cultural do conhecimento. A criança torna-se calculista que "faz somas" com fins exclusivamente práticos, ao invés de um ser humano que lança em seu cérebro as sementes do conhecimento. Muito talento matemático foi frustrado por tais atitudes que separam o homem daquilo que lhe é, em verdade, mais significativo. Toda esta prática tem correntes secundárias de idéias que influíram grandemente na cultura ocidental durante os últimos cinco séculos. Por exemplo, no começo de nossa era pensava-se que a matemática devia ser simplesmente a "criada" da física, ou em outras palavras, um instrumento prático para controlar

o mundo. E ainda, em nossas pesquisas, a matemática é medida por sua eficácia pragmática. Portanto ela tem perdido seu significado para o ensino acadêmico. A idéia errônea de Kant, de que todos os conceitos matemáticos têm um elemento intuitivo correspondente no espaço ou no tempo, pode também ser vista no ensino de nossa ciência de algum tempo atrás, isto é, a idéia de que toda a matemática está ligada ao mundo da intuição em última análise com conseqüências práticas e técnicas.

Outro aspecto básico de uma nova corrente pedagógica no ensino da matemática é o ensino de conceitos aparentemente difíceis a crianças em escolas elementares. Tem sido demonstrado repetidamente que crianças bastante jovens podem assimilar estes conceitos com prazer considerável. Lembro-me ter proposto o seguinte problema a uma criança de seis anos e de inteligência normal: Que números são ao mesmo tempo menores que cinco e maiores que dez? A pronta resposta cautelosamente expressa em linguagem infantil foi "não há nenhum". Estas palavras conduziram-no pela mão à descoberta do conceito de conjunto vazio. O mesmo problema foi passado a pessoas adultas, inclusive a engenheiros com bases tradicionais de matemática. Todos tentaram encontrar os números pedidos, incapazes de resolver logicamente um problema que não fôra nada difícil para uma criança. A criança, certamente com pouco conhecimento de inequações, foi capaz de integrar sua lógica pessoal com a lógica objetiva e universal da matemática.

Em suma, podemos dizer que se a tecnologia e a busca do poder com as quais o homem procura dominar a natureza e a sociedade se tornaram tão poderosas no mundo de hoje, usemos a nova pedagogia da matemática para desenvolver no homem a iniciativa que lhe permitirá manter a liberdade de pensamento e ação face a estes problemas. Se a tecnologia e poder tornaram boas nossas condições materiais, procuremos os caminhos difíceis que possam aparecer caso desejemos viver em liberdade pessoal e com responsabilidade cívica. O indivíduo, educado de modo a pôr em prática a iniciativa de seus pensamentos e a espontaneidade de seu desejo ao longo dos caminhos rigorosos da disciplina interna, é sempre um agente livre. O problema crucial da educação atual é, em minha opinião, procurar reconciliar a educação especializada com a geral. Nesse conflito não há outra solução a não ser a de estimular a iniciativa espiritual do indivíduo de modo que ele possa servir à sociedade com a eficiência de um especialista e ainda conservar a capacidade de

pensar em termos universais e respeitar as normas de sua sociedade e os valores de sua cultura. A revolução no ensino da matemática promete muito como um caminho em direção a êsses objetivos.

Em nome do govêrno do Peru, tenho grande satisfação em dar cordiais boas vindas aos cientistas e professôres que aqui vieram a fim de analisar problemas que afetam profundamente o destino da humanidade em nossos tempos — não obstante as asseverações de algumas das chamadas mentes práticas. Tenho confiança na capacidade, espírito e boa vontade de todos aqui reunidos por sua habilidade de desarraigar preconceitos e universalizar novos métodos para proporcionar nôvo progresso para a educação moderna.

O trabalho da conferência

MARSHALL H. STONE

(Presidente, IACME)

Senhor ministro, colegas, senhoras e senhores: Em nome da segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática é meu privilégio agradecer calorosamente ao nosso Presidente Honorário por suas gentis palavras de boas-vindas e por sua penetrante análise de alguns dos problemas importantes encontrados por todos aqueles interessados no futuro da educação matemática. Gostaria de acrescentar minhas saudações a todos os participantes e observadores aqui reunidos na sessão de abertura e desejar-lhes todo sucesso em seus encargos.

As observações que seguem são dirigidas ao trabalho que esperamos desempenhar durante esta conferência. É óbvio que os problemas de educação são tão amplos, tão extensos e tão difíceis de resolução prática, que podemos tocar apenas alguns deles. Por esse motivo, o Comitê Organizador, depois de exame cuidadoso, escolheu um número limitado de tópicos para estudo neste encontro. Há muitos outros tópicos que precisam ser discutidos mas que não o serão, apesar de que eles possam ser mencionados por terem relações claras com algum de nossos temas principais. Não lhes será dada preferência em nossas discussões atuais não por carecerem de importância, mas simplesmente por não dispormos de tempo para tratá-los convenientemente. Por exemplo, acho que todos percebem que o estímulo ao estudo avançado e à pesquisa no campo da matemática é uma atividade essencial que tem uma importante relação com o que é feito no campo pedagógico. O que ensinamos em nossas escolas deve ser orientado de acordo com as direções do progresso na matemática e as direções para as quais as aplicações da matemática estão sendo estendidas. Temos portanto que consultar, para planejamento de currículo, matemáticos, físicos e outros cientistas, que sabem em primeira mão para onde as

fronteiras da matemática estão sendo levadas e se o homem está ou não progredindo em seu esforço de desenvolver seu domínio científico e técnico sobre o universo físico. O fato de estarmos nesta conferência relegando a segundo plano tais questões de ensino avançado e pesquisa, não significa que as ignoramos nem que as eliminamos do nosso pensamento global. Significa apenas que nos queremos voltar a três outras questões que nos parecem particularmente importantes, até mesmo urgentes, nesta época particular.

Em primeiro lugar é natural que queiramos revisar o que aconteceu no hemisfério desde a primeira Conferência Interamericana sobre Educação Matemática levada a efeito há quase exatamente cinco anos, em Bogotá, Colômbia. Temos que perguntar agora: "O que o relatório daquela conferência teve com o que aconteceu nos últimos cinco anos? Tiveram suas recomendações alguma influência? Algumas delas provaram ser menos práticas do que supusemos na época em que as formulamos? Em que países foi o progresso mais marcante? Em que países foram resolvidos problemas particularmente difíceis?" Devemos então voltar nossos olhos para estes cinco anos e, por meio de um certo número de relatórios, de sua discussão tentar ver qual foi o impacto da primeira conferência e o que se conseguiu fazer por todo o hemisfério durante tal tempo.

Isto feito, queremos tomar dois temas particulares que precisam ser ressaltados como excepcionalmente importantes nessa conjuntura — temas que são importantes para todo país aqui representado, mesmo que possam aparecer sob aspectos bem diferentes em regiões distintas.

Em primeiro lugar queremos considerar o problema, bem difícil, trazido pela passagem dos estudantes da escola secundária para a universidade. Isto significa olhar para o estudante de dois pontos de vista. Naturalmente, temos de perguntar: "O que o estudante aprende na escola secundária? A que ponto ele realmente chega em sua educação matemática?" Então temos que olhar para ele como alguém que ingressa numa universidade, onde terá de se adaptar a práticas de ensino desconhecidas para ele, à competição mais dura da parte de seus colegas e padrões mais exigentes de atuação. O professor de escola secundária e o professor ou administrador universitário olham para o estudante de pontos de vista bem diferentes. Em consequência o estudante pode — e frequentemente o faz — descobrir que seu preparo para a universidade foi inadequado e que de

repente lhe é exigido crescer a um nível mais alto de realização. Qualquer um que pense por um momento em seus próprios dias de estudante, percebe exatamente o que isto significou em sua própria experiência. O estudante com freqüência sofre agudamente com a sensação de estar perdido na atmosfera da universidade e de ser forçado, com pouca ou nenhuma ajuda de seus professores, a assimilar em pouco tempo o que devia ter aprendido na escola secundária. Se considerarmos o assunto de nosso ponto de vista, como professores universitários, temos que reconhecer que em geral nós esperamos que os estudantes estejam muito bem preparados e inteiramente prontos para o trabalho que lhes damos em nosso nível. Frequentemente esquecemo-nos de considerar que possamos estar exigindo demais deles tão cedo.

O problema da transição é mais ou menos crítico de acôrdo com as diferentes circunstâncias existentes nos diversos países, e as soluções que devem ser procuradas têm que depender muito de tais circunstâncias. Não deveríamos tentar aplicar universalmente métodos de medidas que sejam claramente inaplicáveis em situações diferentes. O que aqui pretendemos é discutir esta questão permanente do ponto de vista de cada nação como base para atingir uma compreensão intelectual geral de sua natureza e então ver quais as possíveis soluções para êste difícil problema humano.

Temos que perceber que nesta situação estamos face a face com um grave dilema. Por um lado, insistência em um alto padrão em universidades conduz a restrições severas sôbre admissões ou a uma política rigorosa de reprovar aquêles que possam ser admitidos a despeito de preparação inadequada ou falta de qualificações. Por outro lado, sabemos que em nossos tempos é extremamente importante aumentar o número de estudantes que conseguem completar cursos universitários e seguir carreiras em linhas profissionais que sejam essenciais ao desenvolvimento de uma economia florescente. Tomar um qualquer dos ramos dêste dilema seria propiciar um desastre. Somos então forçados a procurar uma solução na conciliação, aceitando um certo abaixamento dos padrões de modo a aumentar o número de estudantes a entrar na universidade e concluir satisfatoriamente seus estudos. No entanto, esta solução não pode ser considerada como permanente ou como uma solução adequada, a menos que a universidade ofereça assistência efetiva ao estudante sério mas mal preparado. Se os padrões são abaixados não apenas provisoriamente, a conseqüência será de que

as escolas, não mais desafiadas pelas dificuldades de admissão às universidades, abaixarão seus próprios padrões e entregarão seus graduados, mais que nunca, mal preparados. Assim, qualquer abaixamento temporário de padrões da universidade deve ser acompanhado por medidas que tentem eventualmente elevar tais padrões outra vez e tão rapidamente quanto se possa superar as dificuldades inerentes na transição da escola secundária para a universidade. Concessões feitas ao estudante mal preparado têm de ser ligadas a um esforço por parte da universidade no sentido de enfatizar a importância do bom ensino e de cursos bem planejados e coordenados nos dois primeiros anos. Tais concessões, outrossim, devem ser continuadas somente até que as escolas possam dar conta de suas responsabilidades de fornecer melhor preparo. Se as escolas secundárias e as universidades pudessem chegar à solução dos problemas impostos pelo período de transição com compreensão mútua e cooperação sincera, seria possível eliminar as concessões temporárias e restaurar os padrões após uns dez anos de trabalho árduo.

O segundo problema de interêsse imediato que pretendemos discutir neste encontro é o problema que todos reconhecem como a chave-mestra para qualquer reforma substancial e permanente no ensino de matemática. Refiro-me à preparação de professores para trabalho em escolas primárias e secundárias. O que se pode fazer, tendo em mira o aperfeiçoamento das escolas, depende em última análise do comportamento e das capacidades dos próprios professores. A crítica ou o público são pouco eficazes ao exortar professores a fazer esta ou aquela mudança a menos que os professores acreditem que os desafios propostos são os corretos. Se o professor acredita que os matemáticos ou os teóricos educacionais pedem que o tipo errado de matemática seja ensinado, êle pode entregar-se à imposição de um programa após outro mas não ensinará nenhum deles com entusiasmo e a falta disto será transmitida a seus estudantes. Por melhor que seja um programa êle pode ainda assim ser falho nestas condições. E justamente aqui os cursos de férias e cursos anuais têm tido uma influência benéfica, pois onde quer que se tenham organizado institutos bem sucedidos o resultado prático óbvio foi que muitos professores revisaram suas idéias a respeito do ensino da matemática, dos tópicos da matemática que deviam ser ensinados e das maneiras através das quais tais tópicos deviam ser apresentados. Êles adquiriram entusiasmo para passar adiante nos primeiros passos de uma reforma que passaram a considerar absolutamente necessária.

Mas o entusiasmo não passa de uma fundação insuficiente sobre a qual se deva basear a reforma. O professor que deseje fazer um trabalho melhor ao apresentar a matemática e ao auxiliar seus estudantes a compreender matemática será incapaz de tanto se seu entusiasmo não fôr sustentado por um sólido e ainda mais profundo conhecimento de matemática. Infelizmente, tem havido muitos centros nos quais a preparação dos professores foi guiada por uma filosofia de ignorância do treinamento matemático específico, de modo a concentrar-se na preparação pedagógica e psicológica de caráter teórico. O resultado é que nossos programas para o treinamento de professores têm necessidade urgente de revisão, reforma e mesmo revolução, do mesmo modo que os das escolas secundárias e dos primeiros anos da universidade. Chegou a hora em que não mais podemos adiar o ato de darmos toda nossa atenção a esta questão urgente. Juntos, devemos começar a inquirir, de novo, o que o professor precisa saber de modo a fazer um trabalho de primeira categoria ao ensinar matemática no nível secundário. Temos que fornecer a este professor treinamento em matemática, e também em pedagogia, que fará dele um professor melhor e mais entusiasmado. Acima de tudo, devemos perceber que não é suficiente fazer isto agora, de uma vez por todas. Ao olharmos adiante, vemos que o tipo de mudança que devemos tentar fazer agora é apenas a primeira de uma infindável série de mudanças que serão necessárias de modo a mantermo-nos lado a lado com os desenvolvimentos em matemática e em suas aplicações. Devido ao progresso científico e matemático seremos compelidos a revisar continuamente nossos programas para o ensino de matemática; e isto significa que os que ensinam matemática, qualquer que seja o nível, primário, secundário, universitário ou instituição de pós-graduação, devem ter mentes flexíveis e habilidade de aumentar seu conhecimento e tirar partido de toda inovação pedagógica importante. Por exemplo, não se pode esperar que, uma vez ensinada a uma nova geração de professores a geometria que consideremos deva ser incluída no programa do curso secundário, a geometria aí permaneça a mesma para todas as gerações futuras. Não devemos agora deixar o professor com a crença de que ele pode, sem riscos, ignorar progressos que possam ser feitos em geometria após sua preparação formal no "Teacher's College" ou na "Escola Normal" ter sido completada. Em resumo, o professor do futuro deve ser capaz e estar disposto e ansioso por saber o que acon-

tece nos diversos ramos da matemática e manter-se em contato contínuo com os avanços na arte de ensinar.

Aqui estão portanto os três temas sobre os quais decidimos concentrar-nos nesta reunião: uma análise do progresso, uma discussão da transição típica da escola secundária para a universidade e a preparação de professores. Nossas discussões de agora devem apontar em direção ao futuro. Não basta que se tenha uma discussão acirrada e excitante sobre estes problemas. Quando tivermos encerrado nossas sessões será necessário que tenhamos chegado a uma espécie de conclusões práticas ou pelo menos a algum ponto de vista bem definido que nos conduzirá à ação efetiva em nossos respectivos países. Temos portanto que organizar nossas discussões e trazê-las a um ponto onde se possa resumi-las e torná-las acessíveis não apenas a todos que aqui se encontram mas também para os muitos outros que estiverem interessados em saber nossas opiniões sobre estes assuntos. Nossa conferência é necessariamente pequena — não poderíamos ter trabalhado com eficácia num encontro maior mesmo que tivéssemos tido os meios para organizá-la — mas as pessoas com as quais deveríamos ter contato são extremamente numerosas e estão espalhadas por toda a vasta área do hemisfério ocidental. Queremos atingi-los de qualquer maneira com nossas conclusões e nosso relatório, e queremos fazer com que resultados práticos cresçam de nossas deliberações.

Em minha opinião só há um modo de conduzir uma reforma completa da educação matemática em um plano nacional. Em primeiro lugar, deve-se identificar os problemas que se apresentam em determinado país. Em seguida deve-se examinar tais problemas e compará-los com problemas semelhantes encontrados em outros países, de modo a aprender da sabedoria ou da tolice dos colegas e companheiros em todas as partes do mundo. Como um resultado deste estudo devia ser possível formular então alguns objetivos idealísticos, talvez mesmo inatingíveis, como uma meta para ação. É somente com um objetivo claro em vista que se pode iniciar inteligentemente ou executar efetivamente quaisquer tipos de passos práticos ou ação. Se não temos idéia sobre aonde desejamos ir, então as aproximações sucessivas que cremos estar fazendo podem vir a ser divergentes; e ao final pode acontecer que tenhamos perdido tempo e esforço. Mas se colocamos à nossa frente um ideal claramente definido, mesmo que tenhamos que redefini-lo eventualmente à luz da experiência e do conhecimento que progride, então deveremos

ser capazes de ver qual ação prática é necessária para realizarmos o ideal. Caso o objetivo seja tal que não possa ser conseguido em menos de cinco anos, ou dez, ou eventualmente vinte, podemos apesar disso planejar a seqüência de passos práticos por meio dos quais possamos mover-nos lenta, mas seguramente, em direção à meta.

Muitas vêzes iniciaram-se reformas dizendo: "Faremos 'isto' agora, rapidamente, para mudar os últimos dois anos do curso secundário", ou "Faremos 'isto' imediatamente nos dois primeiros anos da universidade" — e 'isto' é realmente feito, mas de um modo tal que não se relaciona com nada mais do que está sendo feito ou do que precisa ser feito. Se há dificuldades sérias que conduzem a mudanças no objetivo inicial, então talvez não sejamos capazes de medir o que foi conseguido contra quaisquer metas estabelecidas e nem de ver se realizamos um resultado substancial. Neste tipo de esforço de reforma é fácil ser-se desencorajado ou ficar contente com um resultado menor, simplesmente por não haver um objetivo total. Ou, se passos posteriores são levados a efeito, êles podem conduzir a nada mais que um saltitar de uma experiência para outra.

Assim, tendo aceitado êste ponto de vista sôbre a necessidade de planejamento cuidadoso para o futuro, acho que uma das coisas mais importantes que aqui podemos fazer é delinear um quadro do que achamos que seria ideal fazer a respeito dos problemas principais que discutiremos e fornecer um meio de exprimir nossas conclusões convincentemente e dar-lhes um efeito prático.

Foi portanto uma de minhas maiores preocupações propiciar a escolha de duas comissões que tratarão dêsses assuntos no futuro. Assim, concluo minhas observações relatando o acôrdo a que chegamos na tarde de ontem no Comitê Organizador sôbre o estabelecimento dessas duas comissões. Uma delas deverá tratar da questão das conclusões e recomendações desta conferência. O Professor Pereira Gomes concordou em ser o presidente desta comissão, e eu pedir-lhe-ia que providenciasse brevemente um encontro de seu grupo.

A outra comissão deve tratar de um assunto de igual importância, ao que me parece, e que é altamente de natureza prática. É o problema de como o tipo de trabalho que começamos a fazer em Bogotá e que continuamos a fazer esta semana em Lima, pode progredir no futuro. Em Bogotá, decidiu-se eleger uma comissão de cinco membros para tentar completar as recomendações da conferência. A comissão foi devidamente eleita,

e fui escolhido como um de seus membros, e a própria comissão insistiu para que eu fôsse seu presidente. Isto tenho feito da melhor maneira permitida por minhas habilidades, apesar de que tenha sido freqüentemente vencido pelo pessimismo causado pela dificuldade e pela magnitude dos desafios aceitos pela comissão. A comissão, é claro, não é suficientemente grande para representar adequadamente os diversos interesses envolvidos; mas, usando sua autoridade para reformar-se, a comissão pôde acrescentar um sexto membro representando o México, um país que não tivera anteriormente um lugar conveniente em nossas atividades.

A comissão teve então de encontrar algum modo de manter um grau de permanência e de estabelecer uma maneira adequada de operação. A princípio, a comissão flutuava no ar sem nenhuma ligação oficial e muito pouco auxílio financeiro. Exploramos várias maneiras de transformarmo-nos num corpo internacional de certo modo um pouco mais permanente. Isto foi algo bem difícil de fazer visto que tôda organização de caráter internacional existente às quais porventura pudéssemos vir a ligar-nos tinha suas próprias linhas e suas maneiras próprias de trabalho. Parecia-nos que desde que éramos uma comissão eleita não poderíamos simplesmente subordinar-nos a uma outra organização permanente, mas pelo contrário deveríamos permanecer um grupo autônomo pelo menos até quando pudesse haver outro encontro e algum outro acôrdo pudesse ser estabelecido. Eventualmente a comissão associou-se numa relação autônoma e muito livre com o Comitê Internacional sôbre a Instrução Matemática (ICMI) da União Internacional de Matemática. Se se perguntar qual é a situação oficial e a autoridade do Comitê, a resposta é agora a seguinte: a conferência em Bogotá foi convocada e organizada pelo Comitê Internacional sôbre Instrução Matemática na União Internacional de Matemática; aquela conferência elegeu o Comitê Interamericano sôbre Educação Matemática (IACME) com autoridade para organizar-se e modificar-se e com o dever de incrementar, na medida do possível, as recomendações da conferência; e o IACME é agora um corpo regional autônomo filiado à ICMI de acôrdo com os estatutos e têrmos de referência desta última.

É aí, então, onde nos encontramos hoje. Temos em realidade um ponto oficial de ligação ou filiação, e praticamente não temos nenhum dinheiro. As questões práticas que têm de ser respondidas são: primeiro, que tipo de comissão deveríamos formar agora e como podemos escolher sua composição ao final

dêste encontro; e segundo, como se pode garantir a esta comissão apoio financeiro suficiente para que ela possa reunir-se ocasionalmente e planejar conferências não apenas razoavelmente como as de Bogotá e Lima, mas também por uma espécie de cooperação verdadeiramente eficaz com todos os esplêndidos esforços nacionais dirigidos à reforma do ensino da matemática.

Uma razão por estarmos particularmente agradecidos pela presença do honorável Ministro da Educação da República do Peru e pelo interêsse mostrado, nesta conferência, por Sua Excelência o Ministro da Educação da República do Chile, assim como pelo interêsse demonstrado por vários outros Ministros e de diversas maneiras, é que somos agora reconhecidos, até certo ponto, como uma organização efetiva, apesar de débil no momento, e que talvez possamos contar com uma melhor compreensão e algum tipo de apoio por parte dos Ministros de Educação no hemisfério ocidental. Em verdade, creio que já recebemos um reconhecimento oficial na reunião de Ministros de Educação realizada em Buenos Aires em junho do ano passado. De acôrdo com uma citação do registro oficial, da maneira como me foi dada por nosso colega Sr. Völker de Buenos Aires, esta reunião de Ministros de Educação Pública tomou uma resolução que com efeito encoraja os Ministérios a consultar esta comissão e organizações internacionais similares com respeito à educação em todos os níveis, primário, secundário e universitário. Se esta resolução fôr levada a sério e desenvolvida até tornar-se um relacionamento mais próximo entre nossa comissão e os órgãos públicos encarregados da educação nos diversos países do hemisfério, talvez possamos prosseguir no domínio da ação prática. Em resumo, considero que a segunda comissão de trabalho a ser estabelecida tem importância igual à da primeira, apesar de seus encargos serem de natureza inteiramente diferente. Seu primeiro trabalho, é claro, será o de escolher um bom quadro de membros para substituir os que trabalharam bastante durante os últimos cinco anos e que, após algumas dificuldades, foram bem sucedidos na organização desta conferência. Pedi ao Professor Laguardia para ser o presidente desta comissão, e êle gentilmente aceitou.

Com estas palavras convido-os agora a começar seu trabalho. Agradeço a todos que mostraram seu vivo interêsse nesta ocasião comparecendo aqui hoje e ouvindo o interessante discurso de nosso Presidente Honorário e as minhas observações um tanto longas mas necessariamente práticas.

SEGUNDA PARTE

OS DISCURSOS DOS ORADORES CONVIDADOS

- A) Sôbre os problemas da educação matemática na América Latina.
- B) Sôbre o aperfeiçoamento da Matemática.
- C) Sôbre currículos e transição.
- D) Sôbre a educação do professor.

dêste encontro; e segundo, como se pode garantir a esta comissão apoio financeiro suficiente para que ela possa reunir-se ocasionalmente e planejar conferências não apenas razoavelmente como as de Bogotá e Lima, mas também por uma espécie de cooperação verdadeiramente eficaz com todos os esplêndidos esforços nacionais dirigidos à reforma do ensino da matemática.

Uma razão por estarmos particularmente agradecidos pela presença do honorável Ministro da Educação da República do Peru e pelo interesse mostrado, nesta conferência, por Sua Excelência o Ministro da Educação da República do Chile, assim como pelo interesse demonstrado por vários outros Ministros e de diversas maneiras, é que somos agora reconhecidos, até certo ponto, como uma organização efetiva, apesar de débil no momento, e que talvez possamos contar com uma melhor compreensão e algum tipo de apoio por parte dos Ministros de Educação no hemisfério ocidental. Em verdade, creio que já recebemos um reconhecimento oficial na reunião de Ministros de Educação realizada em Buenos Aires em junho do ano passado. De acordo com uma citação do registro oficial, da maneira como me foi dada por nosso colega Sr. Völker de Buenos Aires, esta reunião de Ministros de Educação Pública tomou uma resolução que com efeito encoraja os Ministérios a consultar esta comissão e organizações internacionais similares com respeito à educação em todos os níveis, primário, secundário e universitário. Se esta resolução fôr levada a sério e desenvolvida até tornar-se um relacionamento mais próximo entre nossa comissão e os órgãos públicos encarregados da educação nos diversos países do hemisfério, talvez possamos prosseguir no domínio da ação prática. Em resumo, considero que a segunda comissão de trabalho a ser estabelecida tem importância igual à da primeira, apesar de seus encargos serem de natureza inteiramente diferente. Seu primeiro trabalho, é claro, será o de escolher um bom quadro de membros para substituir os que trabalharam bastante durante os últimos cinco anos e que, após algumas dificuldades, foram bem sucedidos na organização desta conferência. Pedi ao Professor Laguardia para ser o presidente desta comissão, e ele gentilmente aceitou.

Com estas palavras convido-os agora a começar seu trabalho. Agradeço a todos que mostraram seu vivo interesse nesta ocasião comparecendo aqui hoje e ouvindo o interessante discurso de nosso Presidente Honorário e as minhas observações um tanto longas mas necessariamente práticas.

SEGUNDA PARTE

OS DISCURSOS DOS ORADORES CONVIDADOS

- A) Sobre os problemas da educação matemática na América Latina.
- B) Sobre o aperfeiçoamento da Matemática.
- C) Sobre currículos e transição.
- D) Sobre a educação do professor.

A) SÔBRE OS PROBLEMAS DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NA AMÉRICA LATINA

*Algumas observações sôbre o desenvolvimento
da matemática na América Latina*

RAFAEL LAGUARDIA
(Uruguai)

Num artigo que apareceu recentemente na revista *La educación*, 37-38, 1965, considero o desenvolvimento da pesquisa matemática na América Latina e apontei alguns dos obstáculos diante dêle. Em outro lugar, no Boletim da Associação Uruguiaia para o Progresso da Ciência, descrevo as condições que, à luz de minha experiência, creio necessárias de serem levadas em conta ao organizar nosso instituto de matemática de modo a funcionar eficientemente. Finalmente, no relatório uruguiaio que apresentei a esta conferência, considerei os problemas relacionados com instrução e a pesquisa no meu país. Esta base, assim como os discursos dos professôres Tola e Santaló que me precederam, sugerem-me que posso focalizar alguns pontos que considero particularmente importantes para a América Latina. Algumas de minhas observações são bem conhecidas e parecerão banais nos círculos avançados, mas sinto a necessidade de reiterá-los, visto que nossas tradições, fraquezas de organização e interêsses investidos perpetuam uma situação bem triste na América Latina.

O passar do século viu avanços científicos e tecnológicos de uma intensidade, rapidez e extensão sem precedentes. Em particular, a matemática experimentou um aumento impressionante no número de publicações e um enorme desenvolvimento quantitativo de pesquisa e a proliferação de novos ramos. Além

disso, graças a axiomas que facilitam a construção de modelos abstratos, a matemática invadiu novas áreas: hoje não é aplicada, como até aqui, somente às ciências relacionadas com a natureza inanimada; agora ela já experimentou as ciências biológicas, econômicas e sociais a tal ponto que todo o desenvolvimento científico e tecnológico de nossa sociedade, todo o bem-estar presente e futuro depende fundamentalmente do desenvolvimento da matemática (isto é, o pensamento lógico).

É compreensível então que temos um imperativo urgente na América Latina de promover o desenvolvimento da matemática e das outras ciências básicas. Vale a pena então fazer uma pausa e refletir sobre alguns dos obstáculos e defeitos que embarracam o crescimento e encorajam o aumento do abismo que nos separa das nações avançadas.

a) Em primeiro lugar, com exceção de duas ou três nações, o analfabetismo impera. Grandes setores da população não têm nem educação elementar, não recebem nenhuma instrução ou desistem prematuramente da escola elementar. Desistentes são comuns também no curso secundário e mesmo entre os poucos privilegiados que atingem o nível universitário.

Dado que a porcentagem de pessoas intelectualmente dotadas é a mesma nas várias classes da população, o analfabetismo constitui-se num estrago indesculpável da reserva mais valiosa disponível a uma nação hoje, a reserva de talento. Portanto, a necessidade que todos os Estados deviam sentir de dar prioridade à extensão da instrução elementar.

b) Com respeito à instrução em nível secundário o quadro é escurecido pelo rápido crescimento da população, que torna necessário usar professores mal qualificados ou inadequadamente educados. Mesmo no Uruguai, onde o crescimento de população é pequeno, a mesma dificuldade é encontrada pois, afortunadamente, a instrução de nível secundário tende a ser estendida a todo o país.

Os recursos disponíveis na América Latina não nos permitem pensar seriamente, pelo menos por ora, em reeducação em massa de professores atualmente lecionando, medida essa experimentada em outros lugares. Mesmo pequenos cursos intensivos de melhoramento, chamados de cursos de férias, cursos de vocação, projeto 212 ou qualquer outro nome, geralmente atingem um número relativamente pequeno de educadores, que em geral adquirem apenas uma aparência cultural efêmera e um diploma que às vezes os ajudam a prosseguir em suas car-

reiras. Tais cursos só podem ser eficientes se incorporados num programa cuidadosamente planejado de atividade permanente, que se desenvolve em estágios progressivos e é implementada por grupos qualificados de pesquisadores e professores das universidades, das escolas normais e dos cursos secundários. Entre estes diretores deve haver algum bem versado nos aspectos práticos da psicologia do jovem e na pedagogia da matemática.

c) Acredito que as reformas, pelo menos em meu país, devem começar na segunda fase da instrução de nível médio, onde há menos dificuldades pois o corpo discente é menor e o corpo docente é melhor preparado. As mudanças terão de ser anunciadas com bastante antecedência; e algum órgão de orientação permanente terá de fazer contacto com professores em atividade e fornecer-lhes regularmente as melhores informações práticas e teóricas possíveis. Neste sentido será formado um grupo de líderes através do qual a reforma possa ser estendida com as mesmas precauções à primeira fase de instrução de nível médio. De lá um novo avanço será feito no segundo ciclo; e assim alternada e sucessivamente.

d) A intervenção da universidade na reforma é um requisito indispensável unânimemente reconhecido nas conferências internacionais, em particular na de Bogotá. Mas isto não deve desviar a instrução em nível médio de seu propósito específico, que não é de transmitir ao estudante uma massa de conhecimento morto ou necessariamente efêmero mas sim de fazê-lo participar ativamente no processo dinâmico da evolução do conhecimento, ajudando-o — numa idade em que ele é particularmente receptivo, apesar de instável, sensível e emotivo — a desenvolver seu potencial criativo, a encontrar um lugar para si na sociedade e a participar conscientemente na história dela.

e) Já que mencionei pesquisadores, gostaria de enfatizar sua importância no ensino. Refiro-me não apenas àqueles no campo da instrução mas também especificamente aos pesquisadores matemáticos. Em contraste com o humanista — com quem realmente não me preocupo muito, mas que se constitui num vestígio da herança cultural da Espanha — os pesquisadores, por causa de seu trabalho e de seus hábitos profissionais, trazem à instrução modelos exemplares de tenacidade, imaginação, espírito de iniciativa, habilidade e facilidade de encarar novas situações, adquirir e transmitir novas idéias e conhecimento, adotar novos pontos de vista e ensinar com energia e interesse. Isto tem um efeito educativo muito pessoal sobre os estudantes.

Em adição às grandes ou pequenas contribuições que o pesquisador possa ter feito ao progresso científico e tecnológico, basta apontar os aspectos aos quais acabei de referir-me para perceber que o crescimento cultural da América Latina e sua libertação econômica estão intimamente ligados ao desenvolvimento intenso da pesquisa e ao comportamento determinado que êle revela. Não se pode esquecer de mencionar meu assombro ao visitar a Universidade de Concepción e descobrir que o relatório preparado pelos diversos peritos estrangeiros sobre a criação de institutos centrais de ciências básicas, nem mencionava o desenvolvimento da pesquisa matemática, como se esta não pudesse ou não devesse ser desenvolvida ao mesmo tempo e nível que os da educação superior. Se alguma mensagem vai ser recolhida de minhas palavras, ela é: devemos lutar tenazmente contra a idéia errônea e negativa, infelizmente estabelecida entre nós e promovida por certas pessoas no exterior, de que devemos desenvolver nossa instrução de nível médio e daí, então, cuidar da pesquisa. Por tal caminho apenas aumentaríamos nossa dependência e nosso atraso. Pelo contrário, devemos fortalecer nossos melhores centros de pesquisa científica e de instrução superior e incitá-los a colaborar intimamente com a instrução de nível médio e pesquisar cedo o talento matemático, cultivá-lo, enviar nossos jovens mais talentosos a bons centros estrangeiros, a fim de concluírem seus estudos, e tomar quaisquer medidas que se mostrem necessárias, para fazê-los voltar e permanecer entre nós.

Com isto (e concluindo) toco um ponto ao qual me referi no já mencionado artigo na revista *La educación*. Lá, disse eu: "No presente estágio do desenvolvimento da ciência e da tecnologia, as descobertas e invenções ocorrem uma após outra, e o tempo entre uma descoberta e sua aplicação prática torna-se cada vez menor. Se temos em mente que o amadurecimento do talento continua a exigir longos anos, podemos entender que a procura se tornou regra e que a busca de desenvolvimento, lucro ou exploração desta riqueza tem um interesse e urgência hoje que transcende limites nacionais e regionais e às vezes assume formas muito sedutoras. É do maior interesse coletivo da América Latina encontrar meios efetivos de descobrir talento científico na sua forma mais alta e útil, capacidade para pesquisa, ou seja, a capacidade de propor, encarar e resolver problemas, cultivar êste talento e retê-lo. A tendência infeliz de aceitar a divisão de países naqueles que criam cultura e naqueles que a consomem pode apenas alargar as distâncias que os separam."

Os problemas da reforma da matemática na América Latina com referência a professôres e programas

LUIS A. SANTALÓ
(Argentina)

Pode-se dizer que, como um resultado das reuniões e conferências sobre educação matemática que têm havido durante anos recentes em diversas partes do mundo e também devido às opiniões expressas por muitos matemáticos notáveis em artigos e palestras, há uma compreensão bem concreta do tipo de matemática que devia ser ensinado nos respectivos níveis. Pelo menos para os níveis de curso colegial e universitário básico, há programas e experiências suficientemente para fornecer exemplos de referência e base para discussões quando tratamos do problema de introduzir a matemática moderna no ensino.

Não há dúvida de que para conseguir uma avaliação completa dos novos programas e métodos devíamos ter experiência incluindo as três fases (elementar, média e superior), livres de intervenção e interferência incômodas. No entanto, pelo menos até onde sabemos e não obstante os valiosos experimentos de Papy e os profundos estudos psicológicos de Piaget, não há ainda consenso geral com relação ao programa de matemática moderna no nível elementar. Por esta razão, na discussão seguinte dos problemas de reforma da matemática na América Latina, estaremos referindo-nos, exclusivamente, àqueles de nível médio ou universitário básico. E mesmo assim, maior ênfase será dada ao nível secundário, desde que é lá que os problemas são mais agudos, tanto em termos de intensidade como de volume.

No nível universitário básico, em lugares onde há escolas de ciências, pode-se dizer que a reforma se deu quase integralmente em todos êstes lugares. A reforma processa-se mais vaga-

rosamente nas escolas de engenharia, nas escolas técnicas preparatórias; mas como assunto de necessidade urgente está sendo levada a efeito, já que sem ela é impossível ler qualquer dos novos livros que estão sendo publicados sobre qualquer assunto técnico que usa matemática. Os próprios especialistas técnicos são, então, as pessoas mais interessadas em harmonizar a instrução com a bibliografia atual.

Por outro lado, no nível médio, resta muito a fazer. Viagens por muitos países indicam que há preocupação geral com o progresso. Como sempre se dá com qualquer inovação, há obstáculos a vencer e problemas a resolver o tempo todo. É objetivo desta palestra analisar estes problemas, ou pelo menos aqueles que parecem ser mais generalizados e comuns à maioria dos países latino-americanos. Ao mesmo tempo sugeriremos algumas possíveis soluções. Alguns destes problemas puderam ser previstos *a priori*; outros, surgiram ao longo do caminho. Em ambos os casos, eles podem agora ser definidos mais claramente do que teria sido possível há alguns anos graças ao trabalho que tem sido feito e à experiência direta ou indireta que é disponível. Sob tais circunstâncias, mesmo que estes problemas estejam intimamente ligados entre si, podemos seguir a recomendação cartesiana e dividi-los tanto quanto possível, para senti-los mais fortemente e podermos tratá-los melhor.

PROBLEMA I — Convencer os professores

O primeiro problema é convencer os professores ativos da necessidade de reforma e da possibilidade de executá-la. A solução deste problema é básica e deve preceder quaisquer outras medidas já que, sem se convencer previamente o corpo docente que terá de realizar a execução, qualquer reforma imposta seria vazia e de resultados duvidosos. Para demonstrar a necessidade de reforma temos à nossa disposição os seguintes argumentos: *a)* as recomendações das diversas reuniões e congressos internacionais sobre este problema bem como dos mais destacados matemáticos contemporâneos; *b)* o fato de que a grande maioria de livros atuais nos quais matemática de nível superior é aplicada a alguma especialidade (economia, medicina, arquitetura, organização industrial, pesquisa operacional, . . .) utiliza matemática moderna; *c)* o grande progresso feito pela tecnologia contemporânea tanto na extensão de possibilidades como na precisão de resultados, uma tecnologia em cuja base a matemática

moderna ocupa uma posição primordial de sustentação; *d)* o fato de que nos programas tradicionais não há um conceito matemático que tenha menos de um século de idade, o que nos coloca fora de lugar no tempo, a um grau indefensável; se temos que preparar cidadãos para a segunda metade do século XX, parece natural fazê-lo com ferramentas características de nosso tempo.

Com estes argumentos, repetidos e ilustrados, não é difícil mostrar a necessidade de reforma.

Resta a segunda parte, a demonstração da possibilidade de reforma. A reação natural do professor, uma vez total ou parcialmente convencido da necessidade e mesmo da urgência da reforma, é dizer: "Está tudo muito bem, mas o estudante não o entenderá". A fim de sobrepujar esta objeção e convencê-lo de que a matemática moderna, como os idiomas, é aprendida por estudantes jovens mais facilmente do que por estudantes mais velhos, o melhor argumento é constituído das experiências já realizadas. Isto devia ser procurado tanto quanto possível, nos países vizinhos e, quando possível, no mesmo país. Na Argentina, com relação a isto, foi muito útil fazer os professores encarregados de experiências de vanguarda em certas escolas visitarem outras partes do país e fazer as pessoas verem os cadernos de exercícios e as provas de classe de seus estudantes. Isto estimula certos professores, inicialmente céticos, em decidirse a tentar a experiência de dar um curso com os novos programas. O resultado deixa-os não só convencidos mas também entre os mais entusiastas promotores dos programas.

Um estágio final e difícil resta no problema de convencer professores, a tarefa de convencê-los de que uma grande parte da matemática que eles têm ensinado durante anos não é mais útil e deve ser eliminada dos programas. Em verdade, os professores opõem-se muito mais à eliminação de certos tópicos do que à incorporação de outros. A inércia e a tradição pressionam fortemente a favor do ensino continuado do que parecia indispensável durante tantos anos; e a eliminação destes tópicos parece verdadeiramente catastrófica para muitos professores.

Citaremos dois possíveis argumentos para sobrepujar esta resistência: *a)* convidar os professores que insistem na necessidade de certos tópicos que ora propomos eliminar, a inquirir entre pessoas que eles saibam terem aprendido tais coisas na escola e saber quantas vezes as usaram em suas vidas ultimamente; *b)* uma vez que o método sugerido tenha invalidado

a idéia de utilidade prática dos tópicos acima mencionados, podemos examinar-lhes os valores educacionais comparando a quantidade de raciocínio com a de rotina em tais tópicos; podemos então comparar isto com algum tópico mais moderno que queríamos introduzir. O resultado favorecerá certamente o tópico moderno.

PROBLEMA II — Convencer os pais dos estudantes

Não só os professores devem ser convencidos; os pais dos estudantes também, dado que sua influência coletiva na escola e nos órgãos administrativos não pode, racionalmente, ser ignorada. Em realidade, este problema podia ser enunciado de maneira mais geral como sendo a necessidade de convencer o meio ou a opinião pública.

Com relação a isto, gostaria de mencionar um caso concreto que é bastante ilustrativo da reação da opinião pública à instrução da matemática moderna. Por volta do meio do ano escolar, encontrei um colega que é engenheiro e que tem um filho de catorze anos que estava no segundo ano de matemática de uma escola de nível médio com os novos programas. Quando lhe perguntei como ia seu filho, replicou: "No momento ele vai bem e está bem contente, mas estou preocupado por estarmos já na metade do ano e o professor ainda não começou a matemática". Conferi o programa e percebi que do ponto de vista do pai tudo que o professor estava apresentando até então (conjuntos, relações, funções) não era matemática. Para ele, por causa do que lhe fôra ensinado em seu tempo, matemática era exclusivamente a manipulação de polinômios complicados ou a redução de raízes a um *índice* comum. Tive que convencê-lo — e provavelmente meu sucesso aí foi apenas parcial — de que a matemática muda com os tempos, do mesmo modo que os materiais de construção de edifícios ou os remédios para doenças.

Em qualquer caso, para superar esta resistência do meio para com a matemática moderna, é bom trazer em mente que a matemática, além de ser uma ciência educativa com conteúdo próprio, é também uma ciência instrumental para quase todas as outras; portanto suas aplicações não deviam ser ignoradas. É uma boa idéia mostrar aplicações de conceitos modernos na física, biologia, ciências sociais, economia, etc., sempre que seja praticável (o que significa bem freqüentemente). Não se deve

sequecer as operações básicas que o estudante aprendeu na escola elementar e deve continuar a praticar aperfeiçoando-as e entendendo-as com os novos elementos, já que o uso da matemática como instrumento de cálculo não está excluído dos princípios modernos e é na opinião pública a parte mais valiosa.

PROBLEMA III — A preparação de professores e livros-texto para os estudantes

Junto com o problema de convencer os professores surge o problema de sua preparação e modernização, que pode ser visto de dois aspectos:

a) *O treinamento dos futuros professores*

Este problema admite uma solução relativamente fácil. Basta introduzir a matemática moderna nos institutos de treinamento de professores e nas escolas onde os professores de nível médio são preparados. Isto não é tão difícil, pois em nível universitário há muitos livros e os professores têm, em geral, mais tempo para modificar seus programas de acordo com novos avanços.

b) *Modernização dos professores em exercício*

Este é provavelmente o problema mais sério encontrado pela reforma da matemática. A dificuldade advém de vários fatores, sendo os principais os seguintes:

1. O grande número de professores, muitos dos quais estão em pequenas cidades sem centros de educação superior ou fontes diretas de informação. Estes professores encontram-se isolados, sem saber aonde se dirigir para orientação.

2. A velocidade com que a população estudantil das escolas secundárias está crescendo. Em muitos países isto tornou necessário empregar professores sem treinamento adequado. Além disto, o grande número de estudantes torna inevitável o aparecimento de classes lotadas e portanto difíceis de manejar, principalmente pela intercomunicação contínua entre professor e estudante, que é assumida como necessária na nova matemática.

3. Os horários de trabalho sobrecarregados de cada professor. O sistema de pagamento por número de horas semanais

(os salários sendo sempre baixos) obriga o professor a dar muitas aulas ou a dedicar-se a outras atividades. Quando o professor está sobrecarregado, não se pode exigir dele a atenção apropriada e o grande esforço exigido pela execução inicial dos novos programas. Mesmo supondo que o professor seja devidamente equipado com as informações necessárias e esteja bem disposto, êle não pode dedicar o cuidado necessário para começar novos programas que exijam muita preparação, observação diária cuidadosa para analisar as reações dos estudantes, e uma busca cuidadosa de exercícios extraordinários nos livros tradicionais; pois estamos falando sobre um professor com trinta ou mais aulas semanais a dar. O ideal seria trabalhar com um professor de período integral com um número sensato de aulas semanais e estabilidade assegurada, mas isto parece ainda uma meta distante em nossos países.

Para combater os dois primeiros aspectos foram feitas tentativas com o método de organização de cursos intensivos para informar os professôres sobre os novos desenvolvimentos da matemática e discutir com êles os novos programas. Êste método tem eficiência local apenas, mas num plano mundial é muito lento, mesmo com o sistema de reação em cadeia de se ter os participantes de uma série de cursos organizando, posteriormente, outros a fim de instruir seus colegas, em seu país, nos campos que êles estudaram. Êste sistema tem alguma utilidade mas não é isento dos perigos envolvidos com o ensino não-supervisionado.

Outro método empregado é o de fornecer, aos professôres, os roteiros, programas-modêlo ou monografias sobre tópicos especiais que os professôres possam adaptar ao nível de seus estudantes e desenvolver de sua maneira pessoal. Êste método não é tão eficaz quanto se poderia pensar, já que o professor médio precisa mais que de roteiros ou monografias sintéticos; isolamento e rotina após alguns anos torna difícil para êle emprender o trabalho de adaptar os materiais.

Creemos que o único método terá de ser a publicação de livros-texto para os estudantes, que ao mesmo tempo mostrarão ao professor, em detalhe, o tipo de instrução que se deseja. Êstes textos podem ser suplementados por manuais para o professor com informações adicionais e conselhos para focalizar as exposições de diversos tópicos; mas o que é importante é que sejam textos imaginados e escritos para os estudantes. O professor acostumado a seguir um livro tradicional trocá-lo-á pelo nôvo,

e apesar de que seja desconfortável adaptar-se, a princípio, ao método, duas ou três repetições deveriam bastar para esclarecer o sentido da nova matemática e assegurar a reforma.

Já que estamos convencidos de que esta é a melhor, e talvez a única, maneira de conseguir alguma velocidade e probabilidade de sucesso ao introduzir a matemática moderna nas escolas de nível médio dos países latino-americanos, gostaríamos de sugerir que esta Conferência sobre Educação de Matemática adote como uma de suas recomendações, a seguinte: "Interessar as instituições internacionais na reforma da instrução da matemática no nível secundário, a fim de que êles possam fornecer os fundos necessários para a publicação de uma ou várias séries de livros adaptados aos diversos anos do nível médio. Uma vez que êstes livros tenham sido publicados e colocados em circulação, e caso houvesse procura suficiente, contratos especiais poderiam ser feitos em vários países com editôras interessadas em publicar edições posteriores do livro a preços comerciais mas não abusivos".

Assim, a instituição seria inicialmente apenas a promotora, talvez até recuperando eventualmente o capital investido. Dizemos "uma ou várias séries" pois seria proveitoso têmos diversos tipos de exposição e pontos de vista, dentro das linhas gerais que seriam estabelecidas por um conselho consultivo para assegurar que os livros são modernos, convenientes para os objetivos e parte orgânica da respectiva série. Seguramente, êstes textos não seriam perfeitos e gerariam imediatamente crítica e debate, mas o passo inicial já teria sido dado e serviria como ponto de partida para novos livros escritos por autores particulares e professôres cuja competência mútua garantiria progresso e aperfeiçoamento contínuos.

PROBLEMA IV — A inflexibilidade dos regulamentos

Um problema que torna difícil a execução gradual da reforma na América Latina é a inflexibilidade dos regulamentos. As escolas são em geral subordinadas ao Ministério da Educação ou a um organismo semelhante que insiste que tôdas as escolas sigam as mesmas normas e usem o mesmo programa. A reforma não é conseguida por excesso de precaução ou, então, é executada imediata e igualmente em tôdas as escolas. Ê difícil garantir autorização para que alguns professôres introduzam modificações na instrução ou experimentem novos pontos de vista. Há

muito medo da desordem que possivelmente começaria e das dificuldades que os estudantes teriam caso as escolas ou os professores fossem modificados.

Isto torna difíceis as tentativas. Sendo verdade que toda inovação deve ser controlada de modo a não exceder certos limites prudentes, deve-se ter em mente que alguma experiência e certa margem de confiança no professor, que deseje experimentar e seguir as recomendações de seus colegas ou instituições responsáveis de outras regiões ou países, é útil e quase necessária. Na Argentina fizemos progresso considerável nesta liberalização; foi permitida certa iniciativa pessoal — e esperamos que continue a produzir resultados positivos.

Finalmente, há outro problema, mais agradável e menos importante que os anteriores mas que gostaria de apontar; é o problema do professor superentusiasmado. De fato, idéias novas sempre têm seus fanáticos, ansiosos por novidades, ou seus revolucionários que interpretam tudo de maneira pessoal, e levados adiante por seu entusiasmo e com a melhor das intenções causam mais dano que benefício para a idéia que tentam defender.

Na reforma do ensino da matemática, surge também o caso do professor cujo entusiasmo é maior que seu treinamento e que tenta construir seu próprio curso a partir das partes mais superficiais e particulares dos textos e livros recomendados. Seu curso é comumente repleto de trivialidades, talvez até de erros conceituais, mas a confusão é sempre geral. Isto produz um aborrecimento geral no meio com respeito à reforma cujas diretrizes ele afirma estar seguindo. Esta é outra razão para insistir sobre a necessidade de livros diferentes. O mais apropriado pode ser selecionado de acordo com o meio e com o gosto pessoal do professor, mas haverá uma garantia de seriedade e exatidão.

Como um resultado destas observações podemos dizer que, apesar de não haver falta de problemas e mesmo não se podendo negligenciar as dificuldades, eles estão agora esclarecidos e em muitas maneiras e aspectos a caminho de solução direta. Disto podemos adquirir fé no sentimento de que a reforma na instrução da matemática será dentro em breve uma realidade em toda a América Latina.

Problemas do desenvolvimento da pesquisa matemática na América Latina

JOSÉ TOLA P.

(Lima, Peru)

Novamente, como da primeira vez em Bogotá, em dezembro de 1961, encontramos-nos para discutir tudo o que tange a problemas de matemática nos países da América. Novamente nosso objetivo é trazer idéias novas e métodos novos, essencialmente dirigidos, para modificar o esquema de ensino da matemática em todos os níveis. E continuamos com esse objetivo porque acreditamos que o ensino de matemática em nossos países não está ainda organizado como deveria estar para o seu máximo aproveitamento. Atualmente, esse ensino é, em sua maior parte, governado por normas antiquadas cujas características negativas têm sido muitas vezes apontadas para serem repetidas aqui. São inúteis tanto para uma formulação intelectual como para treinamento científico e tecnológico para os quais é tão urgentemente requerida.

Novamente, como em Bogotá, devemos considerar a presente situação, avaliar o progresso que foi feito e traçar os planos de um progresso futuro; novamente devemos comparar nossas experiências, analisar o ensino daqueles que possam demonstrar de fato a excelência de seus métodos e assegurar os meios mais efetivos para que sejam alcançados os resultados desejados.

O propósito de minha exposição é referir-me a alguns aspectos do desenvolvimento da matemática na América Latina. Mais concretamente, devo analisar os problemas que, nesses países, impedem o começo de atividades que visem a uma reforma ou que a empreendem de uma maneira medíocre. Mas, em primeiro lugar, quero colocar a questão que tratarei no contexto da agenda desta conferência; embora o tema central da Conferência de Bogotá fosse o ensino de matemática nas escolas

superiores e de grau médio, as discussões realizadas apontaram insistentemente para a importância da pesquisa matemática em qualquer melhora geral dos padrões. E tanto é assim que, entre as recomendações da conferência, uma autoridade competente insiste no *estímulo da pesquisa como centro do progresso técnico e científico e como um elemento de inspiração e instrução*.

Após a Conferência de Bogotá, diversos encontros internacionais têm repetido insistentemente a mesma afirmativa com relação ao papel fundamental da pesquisa científica e técnica para o desenvolvimento. No entanto, pouco se disse sobre as táticas necessárias para realizar pesquisa onde ainda não se começou a fazê-la ou onde ela é incipiente. Pode-se dizer que esta situação particular da pesquisa não é diferente daquela que se encontrava em 1961. Creio que esta situação foi e continua a ser responsável por não existirem matemáticos suficientes e, conseqüentemente, os recursos para realizar a tarefa de reforma do ensino.

Além disto, este problema piorou em anos recentes devido à procura crescente de matemáticos qualificados em nossos países particularmente por causa da criação de grande número de novas instituições de ensino superior.

Antes de falar sobre pesquisa, gostaria de fazer algumas observações tiradas das experiências destes últimos anos para assim esclarecer meu ponto de vista.

É inegável o fato de que em assuntos de educação e em particular de educação matemática, nossos países apresentam grande variedade de situações, cada uma das quais exigindo atenção especial e uma grande consideração por parte das autoridades locais. Recomendações como estas são valiosas e importantes somente se for possível aplicá-las a uma variedade de situações, das maneiras consideradas como as mais convenientes e adequadas para cada país. Mas a aplicação específica a um certo país exige a existência de grupos locais competentes interessados no trabalho, para os quais estas recomendações podem ser apresentadas não apenas como uma forma autorizada de procedimento, mas também como um apoio valioso ao fortalecimento de suas atividades. Tais atividades, designadas a reformar os sistemas atuais, significam o abandono de conceitos antiquados, a substituição de programas fora de moda, a reeducação dos atuais professores e a confecção dos futuros programas para graduação de professores de acordo com linhas radicalmente novas e, finalmente, a remodelação de livros escolares.

Estas atividades requerem freqüentemente a intervenção das autoridades.

Permitam-me então focalizar o que chamo de grupos locais e que considero de importância capital no trabalho de reforma da educação matemática. Parece-me óbvio que onde não há tais grupos não há esperança de realização da tarefa e que, sendo este grupo numeroso, com capacidade e influência, poderá trazer maior eficácia, rapidez e alcance ao trabalho. O ideal seria que a reforma incluísse todos os níveis e satisfizesse todas as demandas da educação matemática, tanto do ponto de vista puramente intelectual como por ser um fator importante no desenvolvimento científico.

Gostaria de ser mais específico quanto ao que entendo como grupo local nesse contexto. Refiro-me a um grupo de pessoas com condições de conseguir aperfeiçoamento em educação matemática através da elaboração de projetos e de sua execução efetiva. Meu intento agora é mostrar o papel fundamental que pode ser desempenhado neste grupo pelos professores universitários, isto é, matemáticos empregados pela universidade.

Creio ter observado, em mais de um país, o fato de que a iniciativa para reforma dos programas, bem como da metodologia da instrução matemática, parte dos professores universitários de matemática.

Outra observação que se pode fazer é aquela cuja inclusão foi necessária nos planos concretos para reformar alguns requisitos para trabalho com professores em exercício, bem como para mudar os sistemas de treinamento de professores. Em ambos os projetos o grande obstáculo que tende a neutralizar substancialmente os esforços e, às vezes, até reduzi-los a um episódio isolado de conseqüências duvidosas, tem sido a falta de matemáticos competentes para dirigir e realizar satisfatoriamente a tarefa. As razões já mencionadas e inumeráveis outras parecem fornecer-me a conclusão de que uma das fases mais importantes do programa geral de aperfeiçoamento da instrução matemática é o treinamento de matemáticos, isto é, de professores com conhecimento científico sólido não apenas para ensino em universidade mas também para planejamento, direção e execução de muitas das tarefas mais importantes que devem ser feitas para levar a reforma avante.

Tendo simplificado, tanto quanto possível, as considerações introdutórias, mostrarei agora que a preparação de matemáticos deve ser encarada como tarefa de alta prioridade, mesmo que

ignoremos as diversas razões ligadas a nossos conceitos de cultura e desenvolvimento e analisemos as razões, exclusivamente educacionais, que aqui nos trouxeram.

De qualquer forma, quero acrescentar ao que já disse que minha própria experiência e a de todos que cooperaram comigo no trabalho até aqui realizado levou-nos a esta conclusão, da qual deduzimos novas fórmulas para ação destinada a intensificar a educação de matemáticos. Estes novos programas, longe de paralisarem os planos mais imediatos e diretos para reforma do ensino, estão tornando possível que os apliquemos de maneira apropriada aos problemas que devem ser resolvidos. As novas fórmulas concretas, às quais me refiro, incluem o estabelecimento da Escola Regional de Matemática, que oferece uma educação acelerada para professores de matemática superior que trabalham nas Escolas Normais e nos primeiros anos da universidade. A escola mostrou resultados excelentes em seu primeiro ano de funcionamento. Houve também intensificação dos esforços para o treinamento de professores de matemática de nível superior. Esta tarefa só foi iniciada recentemente, mas será a base de todos os programas futuros, aos quais futuros programas importantes terão de se subordinar, já que consideramos que o aperfeiçoamento da educação matemática (e até certo ponto o desenvolvimento do país, no mais amplo sentido da palavra) depende desta preparação de matemáticos de nível superior.

É portanto bem apropriado que nesta conferência estejamos preocupados com a educação de matemáticos ou com o desenvolvimento da pesquisa matemática, atividade inseparavelmente ligada à educação avançada, como foi declarado em 1961, e que, tenho certeza, todos ainda pensam assim. Se desejamos estruturar um plano para desenvolver a pesquisa, querendo não gastar esforços com improvisações, é indispensável determinar, com grande clareza e exatidão, o objetivo. Pelo menos na fase inicial, na qual a maior parte dos países se encontra, pensamos que o objetivo deve ser a formação de centros universitários ativos ou pelo menos de centros intimamente relacionados com a universidade.

Na realidade, nenhum grande esforço de imaginação é exigido para descrever estes centros ativos, já que existem modelos excelentes em alguns países da América Latina. No entanto, tentaremos estabelecer as principais características de tais centros, de modo a analisar os problemas que possam surgir no seu estabelecimento ou desenvolvimento. Assim, deveremos ser capazes

de formular planos concretos sem estarmos restritos por um certo número de aspirações que parecerão difíceis ou impossíveis de realizar espontaneamente.

O tipo de centro ativo que tenho em mente consta essencialmente de um grupo permanente de homens cujo treino científico os qualifica para pesquisa e para o treinamento de professores e pesquisadores, entre outras coisas. As características de permanência por um lado e as contribuições ao ensino por outro, pressupõem laços íntimos entre estes centros ativos e a universidade. Não considero necessário que se entre em detalhes aqui para justificar a conveniência e mesmo a necessidade destes laços, a que deverei referir-me mais tarde. É fato diversas vezes comprovado experimentalmente que o estabelecimento de um grupo ativo como este, que acabei de descrever com breves palavras, encontra muitas dificuldades em seu início. Um plano destinado a estabelecer permanentemente tais centros deve levar em conta estas dificuldades e providenciar meios de combatê-las. O estabelecimento de um centro implica conduzir vários programas que deviam provavelmente ser executados ao mesmo tempo. Eles não têm, aparentemente, a mesma importância ou urgência; ainda assim são todos essenciais se considerarmos o assunto de um ponto de vista geral.

Acima de tudo, é necessário admitir que, para o início de programas tais como os que estou discutindo, devemos assumir a existência *a priori* de um grupo de pessoas interessadas em levá-los adiante e equipadas para utilizar os meios que possam ser colocados em suas mãos com tal finalidade. Com este esclarecimento inicial, passarei a referir-me especificamente àqueles programas mais ou menos por ordem de importância, apesar de que, como já afirmei, deviam ser executados simultaneamente.

É óbvio que o elemento primordial num grupo ativo de matemática, tal como desejamos, é o elemento humano. Portanto, o primeiro de nossos objetivos deve ser a formação de uma equipe de pesquisadores e professores. De certo modo, esta parte do projeto é a única que deve ser levada em conta, já que todas as outras podem ser consideradas como suplementares. Mas preferimos considerá-la aqui como uma parte do projeto todo.

Um ponto prático que vem imediatamente à mente é a idéia de contratar professores de universidades estrangeiras. Isto, se realizável, é indubitavelmente eficiente e rápido para fins de colocar o treinamento e as atividades de pesquisa em

andamento. Não obstante, deve-se ressaltar que só podemos dizer que o grupo está estabelecido efetivamente se os membros estão intimamente ligados ao seu meio. Com isto queremos dizer que o projeto devia ser executado de maneira tal a alcançar todos os fins que justificam seu estabelecimento. Entre estes está o objetivo de estender as influências do grupo a outras atividades; também que haja alguma garantia de continuidade na tentativa de treinamento e pesquisa; tudo isto implicando a permanência da equipe no centro por longos períodos de tempo. Por este motivo um grupo constituído basicamente de professores estrangeiros deve ser organizado de modo que seu trabalho conduza firmemente à eventual composição local do grupo. De qualquer forma é necessário compreender que a contratação de professores estrangeiros representa o único modo de iniciar uma atividade onde não haja elementos suficientemente qualificados.

Poderia dizer que uma solução ideal seria a igual participação de professores nacionais e estrangeiros, sendo os últimos apenas visitantes ou contratados de modo permanente. Mas isto só ocorre provavelmente depois de vencidas as dificuldades preliminares. Por esta razão não estenderei sua discussão. Seja o grupo inicial composto de elementos nacionais, contratados ou de ambos, uma de suas funções mais importantes será aquela parte do programa geral que consiste em reunir a equipe de professores e pesquisadores a que chamaremos *o programa de treinamento de pessoal*. Com isto queremos dizer a série de tarefas que o grupo deve executar para treinar sua própria equipe de professores e pesquisadores. Este é o grupo de funções mais delicado e importante. De certo modo, a maneira como esta função fôr desempenhada determinará a verdadeira utilidade e importância de todo o esforço. Se fôr manipulado convenientemente, não apenas garantir-se-ão a continuidade do trabalho e as possibilidades de crescimento do grupo, mas também o treinamento de pessoal não para outras atividades no país e em particular para outros grupos que possam ser estabelecidos em alguma outra parte. Gostaria de considerar uma das circunstâncias que envolvem o programa de treinamento de professores e pesquisadores. Este programa consta, basicamente, de quatro estágios: seleção de candidatos; treinamento na universidade local; estudos avançados; organização do grupo original.

É muito difícil formular regras para o manejo destes estágios. Ainda assim, podemos fazer alguns comentários. O pro-

grama de treinamento de pessoal é uma tarefa completa na qual os fatores preponderantes correspondem aos estágios mencionados:

1. A necessidade de aumentar o número de candidatos e de aperfeiçoar os métodos de seleção.
2. A necessidade urgente de fortalecer a matemática nas escolas de nível universitário, a fim de atender aos requisitos de uma educação básica sólida.
3. A necessidade de enviar estudantes destacados ao exterior para os estágios avançados de seus estudos.
4. As dificuldades, freqüentemente encontradas, na tentativa de induzir os formados a voltarem para seus respectivos países.

Deverei tratá-los de modo geral apenas, salientando aqueles que parecerem mais ligados ao desenvolvimento imediato.

Tendo em vista que não temos meio de estabelecer em nossos países condições satisfatórias para auto-suficiência, fica claro que a educação de pessoal, pelo menos em nível superior, terá de ser efetuada no exterior. Isto nos traz ao programa de bolsas, do qual muito já foi dito. Gostaria de acrescentar que é desejável estabelecer um sistema para o treinamento de grupos, tais como os que estou descrevendo. Freqüentemente, quando existem bolsas, as condições que elas envolvem são tais que tornam difícil o seu aproveitamento total. Deve-se reconhecer que foi feito muito progresso nestes programas nos últimos anos. Em particular deve-se ressaltar a grande influência que os centros avançados dos países latino-americanos mais adiantados, tais como Argentina, Brasil e México, tiveram no desenvolvimento da ciência em nossos países. Tenho certeza de que esta influência será mais benéfica e contínua no futuro.

Deixando de lado problemas de envio de pessoal ao exterior para aperfeiçoamento, já que isto foi discutido tão amplamente, gostaria de chamar a atenção para os problemas da seleção de candidatos e da volta do pessoal pós-graduado, fatores sobre os quais se assenta a parte de treinamento do programa. Assim chegamos a alguns aspectos essenciais que estão intimamente ligados às condições do meio local. A execução de um programa permanente de seleção de candidatos para estudos adiantados implica relações íntimas entre o grupo e a universidade, na qual os membros do grupo participam como educadores. Somente

assim, há alguma possibilidade de executar a seleção de maneira tal que assegure a continuidade de todo o programa. Mas esta não é a única razão para que se considere essencial a relação íntima entre todos os programas e a universidade. Outra razão, não menos importante, é o já mencionado problema da volta dos pós-graduados.

Devo referir-me a um problema conhecido de todos os latino-americanos sob o nome de *êxodo* ou *emigração de cientistas*. Esta é uma situação aparentemente previsível. Tem sua origem na grande diferença de oportunidades existentes em nossos países e nos países mais desenvolvidos. E há uma solução para êle, talvez a única: a criação de oportunidades no país para enfrentar a competição com alguma possibilidade de sucesso. Entre as causas para o êxodo, ou melhor, para o não-retorno de muitos jovens, é que êles tiveram a oportunidade de aperfeiçoar-se em ambientes elevados. Devemos observar a atração para trabalhar num meio que não apenas oferece vantagens materiais, mas também assegura a possibilidade de atividade científica, sustentada por organizações de pesquisa adequadas, nas quais se garantem facilidades bem como a colaboração de outros colegas verdadeiramente competentes.

Não é então mera questão de salário. Pelo contrário e acima de tudo, é uma questão de ordem intelectual que faz com que muitos não retornem a centros universitários, onde, infelizmente, ainda não oferecemos tôdas as condições exigidas para o desenvolvimento da pesquisa.

Creio que a tentativa de garantir a volta dos bolsistas à universidade por meio de um contrato legal é, além de inadequada, destinada a fracassar. Por outro lado, admito que se pode pensar em termos de uma obrigação moral, tal obrigação deve ser contrabalançada por uma promessa da universidade de estabelecer condições de trabalho tais como as que discuti. Do que foi dito, podemos concluir que não só todo o programa deve estar intimamente ligado à universidade, mas também esta deveria ter um plano para a criação de condições favoráveis. Novamente, não posso entrar em detalhes neste problema e deverei, apenas, referir-me rapidamente à série de obrigações que a universidade deveria assumir permanentemente, se ela se propõe a contribuir para o sucesso dos programas que descrevi. Ela deve avançar constantemente — e tanto quanto possível — em sua função educacional de modo que o treinamento de seus melhores alunos seja matéria dos níveis mais elevados e

da pesquisa. Deve-se fazer uma tentativa para, eventualmente, concentrar a atenção nestes níveis bem como nos outros. Deve oferecer posições de ensino e de pesquisa a pessoas de capacidade reconhecida nestes campos, pagar respeitavelmente bem e oferecer estabilidade e oportunidades para progresso. Finalmente, deve dar aos pesquisadores as condições indispensáveis ao seu trabalho: tempo, espaço, biblioteca adequada, assistência para freqüentarem cursos e fazerem viagens ao exterior, etc. Apesar de que tudo que se disse seja relacionado com atividades de matemática, creio que, pelo menos em parte, talvez com algumas modificações óbvias, estas observações são aplicáveis a outros campos científicos.

Certamente, muito do que afirmei reflete condições inexistentes em outros países e corresponde apenas à realidade à qual pertença. Minha única desculpa seria que, após ter ouvido a repetição incessante, durante muitos anos, de declarações solenes sôbre a necessidade de desenvolver a pesquisa e ter visto esta necessidade proclamada explicitamente em nossas resoluções, muito pouco foi conseguido neste sentido. Atribuo isto, em grande parte, ao fato de muitos problemas delicados de ordem humana, material e moral, que aparecem quando se luta para executar bem a tarefa, ainda não foram esclarecidos com detalhes suficientes.

Pode-se ver que estamos de fato tratando de um trabalho a longo prazo. Mas estou firmemente convencido, da mesma forma que, creio, muitos de vocês, antes já desta conferência, de que o desenvolvimento cultural e material de nossos países depende essencialmente da execução desta tarefa e de outras semelhantes, relacionadas com outros campos científicos e técnicos. Há uma aceitação cada vez maior da idéia de que o subdesenvolvimento é um estado de espírito, e que exercendo influência suficiente sôbre as mentes podemos ajudar a sobrepujar as barreiras que teimosamente se opõem ao progresso.

B) SÔBRE O PROGRESSO DA MATEMÁTICA

Estudos para reformas no ensino da Matemática na Espanha

PEDRO ABELLANOS
(Universidade de Madri, Espanha)

1. Cronologia

Desde 1960, reuniões anuais com uma semana de duração têm sido realizadas com professores de nível médio e universitário sobre o ensino da matemática na escola secundária. Durante 1961-1962, reuniões semelhantes foram realizadas para os professores de escolas de treinamento de professores primários; estas foram repetidas no ano seguinte. Durante 1961-62 foi nomeada uma Comissão Nacional para o Estudo de Reformas na Instrução da Matemática no nível médio; a comissão está prosseguindo presentemente em suas investigações. Esta comissão desenvolveu notas para cursos de matemática nos 5.º e 6.º anos de nível não-graduado (1.º e 2.º anos do nível preparatório — estudantes com idades de 15 e 16 anos respectivamente) que foram experimentados em vários centros públicos. Em outubro de 1962, foi aprovado um acôrdo com a O.E.C.D. para a publicação de textos-padrão para os primeiro e segundo anos de nível não-graduado (estudantes de 10 e 11 anos respectivamente) e para a experimentação destes textos em vários centros públicos e particulares bem como a organização de cursos para educação de professores nesses centros.

Cursos desse tipo, para educação de professores, foram realizados na Universidade de Madri (7 cursos), de Saragoça (3 cursos), de Barcelona (3 cursos) e de Navarra (3 cursos). Com-

pareceram 4.800 professores. Estes cursos duraram de 14 a 28 dias e cada um foi dedicado a um dos cursos elementares de nível não-graduado (4 anos, estudantes de 10 a 14 anos de idade). Pretendia-se que o projeto da O.E.C.D. continuasse até 1965-66, mas a referida organização cancelou todos os seus projetos relativos ao desenvolvimento da instrução em nível médio, interrompendo tanto o trabalho como a publicação de textos-padrão para os 3.º e 4.º cursos da escola de nível não-graduado. Estes estudos revelaram que era necessário modificar o plano de estudo do programa de pós-graduação em matemática na Escola de Ciências, como será explicado mais adiante.

Embora o atual plano de estudo para o nível médio esteja desorganizado, ainda não se julgou oportuno modificá-lo, já que nova estruturação requereria, no começo, uma solução para o problema de adaptar o corpo docente e então levar a efeito um estudo completo de todo o programa de ensino no nível médio, a fim de coordenar apropriadamente as várias matérias de cada curso, assim como seus programas.

2. Os objetivos do estudo de matemática no nível médio

A questão vital envolvida no problema de organizar a instrução no nível médio é a formulação das metas desejadas naquele estágio, em particular no ensino de matemática. Um dos erros comuns em que se incorre ao se fazerem regras sobre o programa do curso repousa no fracasso ao atacar o problema em sua essência. Sentindo a urgência de corrigir uma situação defeituosa, são propostos problemas concretos tais como o seguinte: imprimir currículos ou programas novos para alguma matéria, eliminar algumas matérias e substituir outras (resultando em geral um número maior de cursos), etc. Consideramos que estes métodos nunca conseguirão melhorar a instrução em qualquer nível, o que é uma das razões porque conferências internacionais como esta, que tentam estudar os aspectos técnicos da instrução, são de grande valor para orientar os governos de vários países com respeito à sua política educacional. A Comissão para o Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática no Nível Médio de meu país, da qual sou presidente, tem lutado constantemente com o problema de esclarecimento dos objetivos da instrução no nível médio e, em particular, da instrução da matemática nesse estágio. Em primeiro lugar, é necessário frisar que a fase de nível médio está passando por uma evolução profunda em seu

desenvolvimento físico e intelectual; esta é a verdadeira causa da dificuldade encontrada na instrução nesse nível. Somente no final deste período do aprendizado, pode o estudante adquirir uma visão suficientemente clara da sociedade em que ele vive e de seus problemas, para então poder decidir sobre seu futuro profissional. Esta observação pode ser feita da seguinte maneira:

A) "No nível médio de ensino, o estudante está num período de desenvolvimento físico e intelectual máximo. Em consequência disto, a instrução deve ser organizada de modo a facilitar este desenvolvimento e produzir um homem ou uma mulher tão completos quanto possível. Para que isto seja conseguido, devemos determinar em que proporções se deve misturar as diversas disciplinas — as disciplinas intelectuais, artísticas, éticas, sociais, físicas, manuais — de modo a conseguir um desenvolvimento harmonioso da capacidade do indivíduo."

Consideramos fundamental este problema da harmonia do desenvolvimento humano, pois o indivíduo é o objeto do ensino e não seu escravo. Esquecer isto pode ser prejudicial demais, principalmente numa reunião de especialistas de uma dada disciplina.

O homem de hoje e do futuro imediato deve possuir uma visão geral das idéias e do conhecimento básico, elaborado pela humanidade até hoje e de utilidade demonstrada. Portanto, o ensino tem uma dimensão informativa em seu dever de transmitir esta reserva de conhecimento a gerações futuras. O problema que se apresenta é o da seleção adequada das idéias verdadeiramente representativas do estado atual do conhecimento humano. É bem sabido hoje que a maneira de aumentar a capacidade de memória, humana ou outra, é organizar convenientemente o conhecimento; e isto pode ser conseguido através da capacidade humana a que chamamos abstração. Mas não se pode esquecer que o conhecimento é útil apenas na medida em que possa ser utilizado, o que significa que ele deve ser observado em plena ação na solução dos problemas que o originaram. Isto conduz a uma apresentação ativa e ordenada do conhecimento para se fazer economia de memória, por um lado, e, por outro, contribuir ao desenvolvimento da capacidade intelectual. Resumindo:

B) "O ensino é uma dimensão informativa enquanto é um veículo para transmissão de conhecimento. A grande quantidade do conhecimento atual requer seleção adequada. Além

disso, já que a transmissão do conhecimento deve ser dinâmica, é necessário mostrar o conhecimento em ação na resolução de problemas; e, para economia de memória, é necessário apresentá-lo em boa ordem e com as devidas relações entre elementos da mesma disciplina ou de disciplinas diferentes." Uma das capacidades humanas que devemos desenvolver nos estudantes, no nível médio, é a habilidade de pensar com clareza e precisão. Para consegui-lo, pode-se usar qualquer disciplina científica, já que o treinamento científico é o mesmo em todos os casos. No entanto, a matemática, sendo a mais velha das ciências e portanto a mais trabalhada, oferece duas vantagens sobre as outras; por um lado, as estruturas matemáticas são mais simples e, por outro, os problemas que elas criam são mais facilmente concretizáveis, o que torna possível fazer observações e trabalho experimental com materiais simples e disponíveis. Esta última razão é importante, se se tem em mente que em todos os países o ensino de nível médio envolve um corpo discente muito grande e que continua a crescer. Conseqüentemente, o ensino efetivo de física, química ou biologia, que requeira uma quantidade mínima de operações experimentais pelo estudante, é bastante dispendioso. Como resultado disto, na prática, a maioria das instituições dá esta instrução num plano verbal, que não satisfaz às condições mínimas para o desenvolvimento da capacidade intelectual do estudante.

C) "No aspecto educacional da instrução, o estudo de disciplinas científicas deve contribuir para o desenvolvimento da capacidade de pensar do estudante. Isto exige que a instrução seja dinâmica e relacionada com problemas concretos que dão origem a teorias básicas. A observação e análise destas teorias deve ser a fonte de conceitos adequados para a formulação de leis que tornem possível a solução dos problemas. Este processo de pensamento científico é visto mais clara e simplesmente em matemática, que atingiu as estruturas e símbolos, padrões mais simples e que facilitam a análise de problemas e a formulação de conceitos básicos. Por esta razão, a matemática parece ser particularmente adequada para fornecer atividades mentais que ajudem a desenvolver a capacidade de pensar do estudante e dar-lhe meios seguros de atingir um pensamento claro e ordenado." Estas vantagens da matemática, que são claras para os matemáticos, não são tão evidentes para os outros especialistas, que enxergam a matemática apenas como um processo de cálculo ou como uma cadeia interminável de silogismos. Ambos estes

processos correspondem ao aspecto automático da matemática, de pouco valor do ponto de vista da educação do estudante. É necessário, portanto, insistir em apresentar a verdadeira atividade da matemática, já que é a única maneira de se convencer outros a permitirem lugar, no nível médio, para o trabalho da disciplina matemática. No entanto, deve-se notar que há uma base real para a falta de confiança no valor educativo da matemática, já que tem sido apresentada aos estudantes como uma disciplina mumificada. Devemos lembrar que *Os elementos*, de Euclides, foi livro-texto durante séculos, no nível médio, e que a geometria, que é ensinada atualmente em quase todos os países, inclusive no meu, é um produto daquele livro. *Os elementos*, de Euclides, é um trabalho monumental, uma pedra angular para a humanidade; mas precisamente por esta razão e por causa da distância temporal entre ele e nós, não é adequado para jovens. Felizmente, a matemática chegou a formas de expressão mais simples e mais exatas e, portanto, mais propriamente pedagógicas. E a característica mais importante da matemática em nossos dias é sua vitalidade, a consciência do processo matemático e a conseqüente emancipação do *rigor mortis* e do dogmatismo. Esta é a razão fundamental para a necessidade de modificar substancialmente o ensino da matemática. No entanto, seria perigoso basear a modificação na crescente utilidade da matemática. O uso do utilitarismo como um guia conduziria a resultados piores que o dogmatismo e o automatismo silogístico.

D) "A missão fundamental da matemática no nível médio é uma missão formativa. Deveria servir para desenvolver uma capacidade de observação, análise, abstração, simbolização e para a construção de estruturas matemáticas adequadas para o estudo dos problemas apresentados. Consideramos desejável que o conhecimento comunicado aos estudantes forme uma unidade, que sua seqüência não seja elaborada independentemente em cada disciplina, mas sim que seja apresentada como pensamento unificado e como conhecimento científico em todos seus aspectos. Por exemplo, se a relação de equivalência que os alunos estudam em aulas de matemática não pode ser aplicada em gramática ou em ciências naturais, etc., a instrução não pode ser considerada como verdadeiramente organizada. O mesmo se aplica se a aula de matemática não utiliza problemas de outras disciplinas como originadores de conceitos e teorias matemáticas."

É bem sabido, em toda parte, que o ensino de física encara o problema tradicional da necessidade dos conceitos de derivada e integral, no início do curso, enquanto que este conceito é fornecido somente no fim do curso de matemática. Já que o ensino tem sido organizado do ponto de vista que o pensamento científico é dividido num sistema de divisão de colheita e que cada professor não deve pisar fora do seu campo, pois ele nada tem a ver com os campos de seus vizinhos e porque seu vizinho protestaria contra tal intrusão, o problema não tem solução. Mas não é só este pequeno problema que não tem solução: o problema geral do ensino não a tem. O pensamento científico e, creio, todo pensamento, tem uma única estrutura. Ou este pensamento unificado é transmitido ao estudante ou a instrução não tem lugar. Pode haver uma maneira melhor de introduzir um conceito do que através da resolução de um problema? Se este é o caso, que melhor oportunidade pode ser encontrada para a introdução dos conceitos de derivadas e integrais que o problema físico que exige estes conceitos? Seria imperdoável ao professor de física não saber como fazer a formulação oportuna do conceito de derivada ou de integral através do problema que os origina. O professor de matemática pode saber ou não utilizar outros problemas como pontos de partida para a produção desses conceitos; pode-se até tirar vantagem da oportunidade de mostrar ao estudante as analogias entre problemas de origens bem diferentes, bem como o processo de pensamento matemático que é seguido em cada caso.

3. Modernização do ensino e livros-textos-padrão

Uma vez que a necessidade de remodelação do ensino em todos os níveis — e principalmente no secundário — de acordo com as linhas das premissas gerais há pouco discutidas, foi reconhecida, tornou-se necessário, inicialmente, divulgar estas idéias conhecidas em todos os países e atrair para elas os corpos docentes. O problema não é simples. Muitos elementos subjetivos estão envolvidos e isto o torna delicado. Mas acreditamos não haver outra maneira. O trabalho do professor é, por sua própria natureza, delicado, e o educador pode chegar a um aperfeiçoamento se estiver convencido do valor das idéias novas, mas nunca se as idéias lhe forem impostas. Portanto, diversos seminários foram organizados nas universidades com o fim de cooperar, estudando os problemas do ensino de matemática.

No primeiro seminário, temas gerais como proporções, semelhança, medida de grandezas, números naturais, números inteiros, números racionais, polinômios, expressões irracionais, etc., foram analisados. Cerca de 300 professores de escolas públicas e particulares participaram. Em geral os cursos constaram de palestras de uma hora seguida de 30 minutos de discussão. No início do curso, alguns participantes pensavam que lhes seria dada uma coleção de fórmulas mágicas para implantar os teoremas, fórmulas e as prescrições exigidas pelos programas oficiais nas cabeças dos alunos. Outros pensavam que o objetivo era complicar as coisas, tornando-as "bastante abstratas", etc. Foi possível, em geral, fazer com que os participantes reconhecessem a existência de problemas de ensino, e compreendemos que deveríamos mostrar isso a eles para convencê-los. Isto levou-nos a experimentar cursos-modélo, começando com o primeiro ano ginásial (idade de 10 a 11). Tendo em vista a idade dos alunos o ensino foi obviamente experimental. O problema da seleção de assuntos surgiu não apenas para o primeiro ano mas para toda a fase elementar (10-14 anos, 4 cursos). Não creio que haja uma solução única para a seleção de assuntos adequados para o ensino. Creio que muitas soluções diferentes possam mostrar-se igualmente eficazes e que em última análise dependem do valor do professor com relação ao ensino. Não obstante, para que se influa no ensino é necessário demonstrar com modelos que tenham soluções possíveis e nos quais problemas concretos de procedimento são resolvidos, além de conceitos e exemplos detalhados. Qualquer outra atitude é ineficiente com relação a professores. E, já que acreditamos que a apresentação de um modélo requer experimentação prévia, os cursos padrões foram escritos após terem sido usados experimentalmente em quatro cursos e com professores diferentes.

Um dos primeiros problemas é a seleção de assuntos para cada curso. Os temas que consideramos básicos para todos os cursos são conjuntos, relações e aplicações. Estes temas desenvolvem-se cíclicamente através de todos os anos do curso secundário, principiando com conjuntos de coisas materiais e obtendo propriedades fundamentais experimentalmente. O semi-anel dos números naturais é estudado no primeiro ano, o anel dos inteiros no segundo. O corpo dos racionais, assim como equações do primeiro grau, é estudado no terceiro ano; e o quarto ano trata de polinômios, frações algébricas e equações do segundo grau. Em geometria, o primeiro curso é dedicado à materialização de figuras geométricas elementares e sua terminologia,

assim como a dedução experimental das propriedades principais destas figuras, usando apenas a relação de igualdade. Consideramos que a construção de grandezas geométricas fundamentais e a separação do conceito de grandeza do problema da medida da grandeza é importante. Portanto, o segundo curso é dedicado à construção de grandezas longitudinais, grandezas angulares de arcos e polígonos. O conceito grego de grandeza é igual ao conceito de uma determinada classe de semigrupos, e preferimos adotar o nome moderno mais exato. O problema da medida de grandezas geométricas elementares foi determinado para o terceiro ano. No quarto ano, são dadas construções que usam esquemas feitos pelos estudantes, o plano vetorial; e relações métricas fundamentais do plano euclidiano são obtidas por meio do produto escalar de vetores. Relações fundamentais dos sólidos são desenvolvidas experimentalmente durante o quarto ano. Analisemos cada ano em detalhe:

Primeiro ano (estudantes de 10 a 11 anos)

- 1) *Conjuntos.* Definição do conjunto. Elementos de um conjunto. Relação de pertinência. Notação. Diagramas de Venn. Relações de inclusão. Igualdade de conjuntos. Conjuntos disjuntos. Reunião. Interseção. Conjunto-produto. Aplicações. Aplicações bijetoras. Relação de igualdade.
- 2) *Adição e subtração de números naturais.* O número cardinal de um conjunto. Adição de números naturais. Uso de parênteses. Propriedade associativa. Propriedade comutativa. Representação gráfica do número de um conjunto. Sistemas de numeração. O sistema decimal. O sistema métrico. Grandezas lineares. Adição e subtração em um sistema decimal.
- 3) *Construção, análise e classificação das figuras geométricas planas.* Plano. Reta. Semiplano. Ponto. Construção com régua. Semi-reta. Segmento. Cadeias de segmentos consecutivos. Linha poligonal. Região angular. Ângulo. Ângulos consecutivos. Ângulos adjacentes e verticais. Triângulo. Triângulos consecutivos. Quadriláteros. Polígonos. Polígonos côncavos e convexos. Círculo. Circunferência. Área do círculo.
- 4) *Multiplicação e divisão de números naturais.* Multiplicação. Propriedades. Divisão exata. Prática em multiplicação. Divisão de inteiros. Potências de números inteiros com expoentes naturais. Números decimais. Operações.
- 5) *Transformações no plano.* Simetria. Produto de simetrias. Movimento no plano. Relações de congruência no plano. Ângulo reto. Perpendicularismo. Construção de um quadrado. Triângulos retângulos. A bissetriz de um ângulo. Triângulo isósceles. Alturas de um triângulo. Medianas, mediatrizes e bissetrizes angulares. Triângulo equilátero. Paralelogramos. Retângulos. Retas paralelas. Quadrado e losango. Classificação de quadriláteros. Simetrias do círculo. Centro, raio, diâmetro. Construções com compasso. Construção de polígonos regulares. Construção com régua e compasso. Congruência de triângulos.

A idéia de plano é introduzida colocando-se um pedaço de papel sobre a carteira e então acrescentando-se tantas folhas quanto se desejar para fazer as figuras desejadas. Uma reta é uma dobra do papel. A intersecção de duas retas é um ponto. O estudante coloca as duas partes que resultam do dobramento da página e assim compreende o conceito de semiplano e de borda de um semiplano. Através da intersecção de semiplanos, formam-se o espaço angular e o triângulo. Triângulos consecutivos formam polígonos. O estudante corta discos de papel e tem modelos para o círculo; as bordas são circunferências(1). Transformações planas são obtidas por meio de cópias com papel transparente. Duas figuras são iguais quando uma pode ser obtida da outra por meio daquele tipo de cópia. Tendo-se a relação de igualdade no plano, obtêm-se experimentalmente as principais relações entre figuras planas nas quais estão envolvidas relações de igualdade. Colocando-se convenientemente dois triângulos iguais em posição consecutiva obtém-se um paralelogramo que serve como uma base para a introdução da idéia de paralelismo. Desta maneira, o traçado de retas paralelas e o uso do quadrado — que o próprio estudante pode fazer com cartolina — surge de maneira natural. Acreditamos que nesta idade não se devia dar ao estudante definições não-construtivas. Por este motivo, a construção de paralelogramos precede a definição de paralelismo. O estudo de geometria neste ano termina com o critério de igualdade (congruência) de triângulos.

Segundo ano (estudantes de 11 a 12 anos)

- 1) *Conjuntos e relações.* Relação de inclusão. União de conjuntos. Intersecção de conjuntos. Conjuntos-produto. Relações. Relação de equivalência. Partição de um conjunto. Aplicações.
- 2) *Grandezas geométricas.* Segmentos. Partição no conjunto de todos os segmentos produzida pela relação de igualdade no plano. Segmentos generalizados. Adição de segmentos generalizados. Subtração de segmentos generalizados. Desigualdades de segmentos generalizados. Multiplicação de segmentos generalizados por um número natural. Ângulos generalizados. Adição de ângulos generalizados. Subtração de ângulos generalizados. Desigualdades. Multiplicação de um ângulo por um número natural. Polígonos. Equivalência de polígonos. Partição de um conjunto de polígonos com respeito à relação de equivalência. Polígonos generalizados. Adição de polígonos generalizados. Subtração de polígonos generalizados.
- 3) *Os inteiros.* Definição. Adição. Uso de parênteses. Propriedades da adição.

(1) Nos EUA emprega-se região circular ou disco para círculo, e círculo para circunferência. A palavra circunferência significa a medida linear do círculo.

- 4) *Isomorfismo entre semigrupos da Geometria elementar.* Isomorfismos entre arcos e ângulos. Ângulos inscritos no círculo. Isomorfismo entre o semigrupo de polígonos generalizados e o semigrupo dos segmentos generalizados.
- 5) *Multiplicação e divisão de inteiros.* Definição. Propriedades. Divisão exata.
- 6) *Relações de desigualdade em Geometria elementar.* Soma dos ângulos de um triângulo. Ângulo externo. Relação de desigualdade entre os lados e ângulos de um triângulo.
- 7) *Potências de inteiros.* Divisibilidade.
- 8) *Introdução à Geometria do espaço.* Sólido retangular. Paralelepípedo. Incidência no espaço. Intersecção no espaço. Paralelismo de retas. Paralelismo entre reta e plano. Planos paralelos. Reta perpendicular a um plano. Teorema das três perpendiculares. Ângulo diedro.

Assim, da mesma forma que o primeiro curso podia ser considerado como organizado em torno da relação de equivalência, o segundo é organizado em torno da relação de ordem.

O conceito de grandeza é fundamental em toda a ciência e seu sentido grego coincide com um tipo especial de semigrupo. A importância do conceito exige que ele seja desenvolvido cuidadosamente no caso das ciências mais simples, que são as ciências geométricas, já que as outras grandezas escalares podem ser estudadas análogamente. Pode-se dizer que a parte geométrica do curso é dedicada fundamentalmente à construção dessas grandezas. Já que os semigrupos correspondentes são semigrupos com diferença, esta diferença pode ser usada para definir uma relação ordenada para cada uma das ciências. Através dessa relação de ordem, o teorema fundamental da desigualdade pode ser obtido para o plano. A seção de aritmética é dedicada a números inteiros e à tarefa de conseguir sua manipulação adequada e automática por parte dos estudantes. Relações de incidência, intersecção, paralelismo e perpendicularismo no espaço (sólidos) são introduzidas pela observação de retas e planos num paralelepípedo construído por cada estudante, se possível com material plástico (gesso, por exemplo).

Terceiro ano (estudantes de 12 a 13 anos)

- 1) *Conjuntos.* Inclusão de conjuntos. Implicação entre proposições. Implicação em eventos estocásticos. Reunião de conjuntos, de proposições e de eventos estocásticos. Intersecção de conjuntos, de proposições e de eventos estocásticos. Produto de conjuntos. Relação de ordem. Segmento. Figura convexa. Funções uniformes. Aplicações. Tabelas estatísticas. Função inteira de variável inteira. Diferenças. A função linear.
- 2) *Proporcionalidade de segmentos.* Semelhança de polígonos.

- 3) *Os números racionais*. A fração como um operador. Igualdade de frações. O número racional. Operações com números racionais. Propriedades.
- 4) *Medida de segmentos*. O conceito de razão de dois segmentos. Operações com a razão de segmentos. Medida de um segmento. Medida aproximada de um segmento usando números racionais.
- 5) *Equações lineares*. Equação linear. Sistemas de equações lineares. Aplicações à aritmética comercial.
- 6) *Área de polígonos*. Área do triângulo. Área de um polígono.
- 7) *O tetraedro e os ângulos poliedros*. O tetraedro. Ângulos triedros. Relação entre as faces e ângulos de um ângulo triedro. Ângulos poliedros. Pirâmides. Volume do tetraedro e de pirâmides.

Quarto ano (estudantes de 13 a 14 anos)

- 1) *Conjuntos*. Álgebra booleana das partes de um conjunto, de proposições e de eventos estocásticos. Freqüência de um evento estocástico numa amostra. Probabilidade de um evento estocástico. Probabilidade (matemática).
- 2) *O plano dos vetores livres*. Vetores como segmentos orientados. Relação de equivalência. Vetores livres. Adição de vetores livres. O grupo dos vetores livres de um plano. Multiplicação de um vetor livre por uma razão. O mesmo para um número racional. Propriedades. Dependência e independência linear. Base de um plano vetorial. Coordenadas de um vetor livre.
- 3) *O anel dos polinômios de uma variável sobre o corpo dos racionais*. Definição de $Q[x]$. Divisibilidade em $Q[x]$. Raízes ou zeros de um polinômio. Fatoração linear de um polinômio. Funções polinomiais. As parábolas de segunda e terceira ordens.
- 4) *Coordenadas cartesianas de um ponto num plano*. Equação da reta. Problemas lineares com retas.
- 5) *Equações*. Equações equivalentes. Solução de uma equação. Métodos gráficos. Ábacos (monogramas). Equação do segundo grau. Relações entre as raízes e os coeficientes. Trinômio do segundo grau.
- 6) *Produto escalar de vetores livres*. Propriedades. Módulo de um vetor. Ângulo de dois vetores. Ortogonalidade de vetores. Teorema de Pitágoras. Razões trigonométricas. Fórmulas fundamentais da trigonometria.
- 7) *Polências com expoentes inteiros e racionais*. Propriedades. Cálculos com radicais.
- 8) *O conceito de volume*. Volume de prismas. Sólidos de revolução. Volume de sólidos de revolução. Áreas das superfícies dos sólidos de revolução.

A idéia central do terceiro ano é a medida de uma grandeza. Esta idéia é desenvolvida para segmentos de reta e por meio do isomorfismo, obtido no curso anterior, entre segmentos e polígonos. Ela é estendida automaticamente a polígonos, dando-nos o conceito da área do polígono bem como as fórmulas funda-

mentais. Em todos os livros que conheço, e que tratam da proporcionalidade de segmentos e da semelhança de triângulos, o ponto fundamental é claramente omitido, aparentemente por não ser encontrado em *Os elementos* de Euclides. Este consiste na utilização da medida de segmentos para estabelecer proporcionalidade quando se precisa da medida para medir os segmentos; já que não podemos esquecer que, no nível estudantil, o corpo dos números reais não é conhecido, não se pode começar postulando a existência de uma bijeção entre os pontos de uma reta e os números reais. Por outro lado, consideramos totalmente inadequado introduzir, nesse nível do ensino, os números reais por meio de um sistema de axiomas não justificados. O corpo dos números reais é suficientemente complicado para exigir razões claras de sua necessidade e acreditamos que a razão mais convincente para o estudante consiste em mostrar que o processo da medida de segmentos pode ser aplicado a tôdas as grandezas escalares, mas que desta maneira obtemos um corpo (ou um semicorpo) para medida de cada grandeza; o que significa que a medida de grandezas diferentes não pode ser relacionada. Mas, sendo um problema fundamental em toda a ciência obter tais relações, é necessário um corpo universal que contenha todos os corpos de medida de tôdas as grandezas escalares; e este corpo universal é o corpo dos números reais. O número racional é um elemento operador no conjunto dos números inteiros e como tal devia ser introduzido em todos os níveis de ensino, inclusive no nível elementar (no caso de instrução elementar operamos apenas com números naturais). A introdução de números racionais como operadores é exatamente análoga à da construção de um semicorpo das razões de segmentos, a partir do semigrupo dos segmentos. Sendo que as duas construções são levadas a efeito no mesmo curso, é possível evidenciar ao estudante a analogia das situações, uma em aritmética e outra em geometria, bem como a natureza idêntica das soluções. As fórmulas para áreas de triângulos, retângulos, trapézios, etc., não são apresentadas até agora (alunos de 13 anos). Esta localização das fórmulas mais importantes de toda a geometria de acôrdo com a presente seqüência, em meu país, deu-me muito o que pensar. Obviamente, o peso da tradição é muito grande mas não chega a ser uma razão científica ou pedagógica. Naturalmente, penso que a idéia de área devia ser conservada fora da escola primária até a idade de 12 a 13 anos. Como se pode presumir, já ouvi tôdas as objeções possíveis a esta maneira de proceder. Isto não é estranho, já que todos

os livros de geometria e uma boa parte do programa de nível não-graduado dependem do que parece ser uma atividade atrai-ente e importante para o estudante, o cálculo de áreas de campos de trigo triangulares, trapezoidais e de outro formato qualquer, refletindo a imaginação do autor do livro. Não conheço um livro sequer de geometria que faça algo com o triângulo além de calcular sua área ou seu perímetro. É claro que propor outra forma de proceder implicará muitos protestos. Acreditamos que as áreas não deviam ser calculadas até que o problema da medida de grandezas possa ser tomado com um certo cuidado. Adiantamos as seguintes razões:

- 1) O conceito de área é subordinado à idéia mais geral da medida de grandezas.
- 2) O conceito da medida de grandezas é um conceito muito complicado que, portanto, não obstante tôdas as precauções, não pode ser introduzido até os 12 ou 13 anos.
- 3) O cálculo da área de campos triangulares ou pentagonais não apresenta atrativo nenhum ao estudante.
- 4) Poucos dos estudantes nas escolas virão a ser pesquisadores ou a ter profissões em que tenham de calcular áreas ou ângulos de figuras mais complicadas. Obviamente, nenhum deles virá a ter de calculá-las antes dos treze anos.
- 5) O sistema métrico decimal é mal aprendido porque é apresentado, em geral, de uma só vez, o que é maçante e confuso para o estudante. Acreditamos que as unidades lineares, seguidas de unidades quadradas e cúbicas podem ser apresentadas gradativamente em seqüência. Não é difícil ensinar crianças de 8 ou 9 anos a manipular medidas quadradas ou cúbicas, mas deve-se observar que este problema de treinar o estudante a manipular relações entre unidades diferentes de área é bem diferente do problema de utilizar o conceito de área. Não há razão para o estudante não se familiarizar com as diferentes unidades de área e torná-las automáticas sem calcular a área de triângulos, que é mera aplicação de uma fórmula que nada significa para ele. Equações lineares são estudadas rápida e facilmente, uma vez que as propriedades do conjunto dos números racionais tenham sido obtidas. Os problemas tradicionais de aritmética comercial que costumavam ser estudados prematuramente podem ser tratados como aplicações de equações lineares.

A revisão da idéia de conjunto, vista nos cursos anteriores, pode ser enriquecida pela introdução sucinta de operações com proposições e eventos estocásticos. Se eu tivesse que selecionar apenas um desses tópicos, estaria inclinado a preferir o último. Ele permite um maior desenvolvimento do conceito das relações de ordem, que conduzem a definições de figuras convexas num conjunto ordenado. Detendo-se no conceito de aplicação pode-

se aproveitar a oportunidade para levantar a idéia de tabelas estatísticas e fazer o estudante construir algumas delas seguindo ilustrações feitas pelo professor. A manipulação de funções inteiras de variável inteira é um exercício útil. Acreditamos que o mesmo seja verdadeiro para funções lineares e sua representação gráfica.

No quarto ano, a álgebra de Boole para partes de um conjunto ou proposições e eventos estocásticos pode ser introduzida. Pode ser que seja usada apenas para um destes tópicos, dependendo do tempo disponível no curso. Já que a medida de grandezas foi considerada no curso anterior, ela pode ser aplicada como uma idéia para apresentar o conceito de probabilidade. Fazendo o estudante desenhar em papel, podemos introduzir a relação de equivalência entre os segmentos orientados de um plano e construir o conjunto-quoçiente. A adição pode ser definida graficamente por meio de vetores livres; o mesmo pode ser feito para multiplicação por razões, a fim de obter as oito propriedades do espaço vetorial por meio de desenhos e esquematizações feitas no papel pelo estudante. Tôdas as construções feitas pelo estudante dão-lhe uma clara idéia de planos relacionados e uma certa habilidade de esquematização. O produto escalar e suas três propriedades condensam tôdas as propriedades métricas do plano. O teorema de Pitágoras e o cosseno da soma de ângulos podem ser explicitados. Não consideramos indispensável introduzir outras funções trigonométricas além do cosseno. Pensamos que o cosseno é suficiente para o estudo de tôdas as propriedades métricas inclusive a geometria neste nível; mas o seno e a tangente podem ser apresentados quando se desejar. O estudo de polinômios é complicado pelo problema de uma adequada definição neste nível; o mesmo é válido para o estudo de equações, principalmente as de segundo grau. No terceiro ano, observa-se que o produto da área da superfície de um tetraedro pela altura correspondente é constante; isto permite a definição de uma aplicação no conjunto dos racionais, e se pode demonstrar que ela possui propriedades análogas a uma medida (a única que é definida para tetraedros), que chamamos de volume. O coeficiente $1/3$ não é justificado neste ano. No quarto ano, a idéia de volume é estendida a qualquer poliedro, pela divisão em tetraedros.

Dever-se-ia ressaltar aos estudantes que se deve provar que o volume não depende da subdivisão do poliedro em tetraedros, apesar de que não se deve demonstrar esta proposição.

Como foi afirmado no início, a tarefa inicial da comissão estava relacionada com os últimos anos do nível não-graduado (idades de 15 a 17 anos), sendo que foram formuladas notas para os 5.º e 6.º anos do referido nível. Mas descobriu-se que não se poderia seguir estas notas a menos que houvesse reformulação prévia de todo o nível não-graduado. A formulação da fase inicial permanecera incompleta. A formulação para a fase inicial, que acabamos de ver, permite uma nova estruturação da fase final. As linhas gerais das notas formuladas são as seguintes:

QUINTO ANO. *Conjuntos*. O número natural. O inteiro. O número racional. O plano vetorial. O plano afim. Polinômios. Conceito de número real, operações. Funções reais. As funções potência, exponencial, logarítmica e circular.

SEXTO ANO. *Conjuntos*. Probabilidade. Limite de uma função de variável real. Continuidade. Derivadas. Diferenciais. Funções crescentes e decrescentes. Máximo e mínimo. Produto escalar de vetores. Propriedades métricas do plano. Trigonometria. As cônicas. Integral definida. Teoria da integração. Aplicações.

4. Especialização em nível não-graduado

Foi debatida uma possível especialização neste nível. A situação atual na Espanha produz alguma variação nas artes e ciências. O curso elementar (10-14) é comum a todos. A fase final (15-17) tem as especializações mencionadas, apesar de que seus diplomas possam não ter a mesma terminologia. Isto é, um estudante que consiga um AB em artes liberais pode ingressar na escola de ciências e vice-versa. Com respeito à matemática, não há nenhuma matéria de matemática no curso de artes liberais, até esse ponto. Do que se pode concluir que não se favorece a especialização no nível não-graduado (preparatório). Acreditamos que a especialização pode ser justificada pelas seguintes razões:

- a) A dificuldade de se conseguir uma organização adequada de matérias, compatível com o horário das aulas e o programa de estudo conveniente às características físicas e psicológicas do estudante.
- b) O ponto de vista utilitarista. Orientar o estudante tão cedo quanto possível para sua atividade profissional futura, evitando perder seu tempo com estudos que não usará no futuro.
- c) Favorecer as capacidades específicas do estudante ou sua possível vocação futura por meio de sua inserção num ambiente de estudo ligado a suas predisposições naturais e portanto mais provável de produzir resultados.

Sem dúvida, cada um destes pontos de vista são suscetíveis de defesa, mas creio que deveriam ser analisados com maior cuidado para descobrir possíveis defeitos.

- d) A quantidade enorme de conhecimento atual de valor positivo para a humanidade torna difícil uma seleção adequada.

a) Esta dificuldade torna-se inestimável quando a missão da instrução é informativa. Seria certamente maravilhoso produzir alunos nesse curso com idéias claras e fortes a respeito do cosmos, dos organismos vivos, doenças, higiene, eletrônica, história das civilizações, organização da sociedade, direito, evolução do pensamento científico, manifestações artísticas, música, pintura, escultura, arquitetura, economia, psicologia, etc., mas obviamente isto não é possível; e qualquer tentativa para se alcançar isto conduziria a uma organização estéril da instrução. Se, para evitar esta dificuldade, fossem introduzidas especializações, ter-se-ia que fornecer tantas variações quantas são as especializações profissionais, o que é patentemente impraticável, tendo em mente o grande número de estudantes no nível médio comparado com o número dos que estudam em instituições de nível superior. Poder-se-ia replicar que o problema foi pôsto em termos extremos e que ninguém pensa em termos de tal solução, que a idéia de especialização está ligada aos currículos atuais e que tudo que se sugere é uma adaptação dos planos de estudo superestendidos à realidade pedagógica. Mas, mesmo assim, não vemos uma possível solução do ponto de vista informativo. A meu ver, as seguintes razões invalidam a posição informativa com respeito ao problema da instrução no nível médio:

- 1) É muito difícil decidir que elementos do conhecimento atual têm maior valor informativo.
- 2) Aceitando como possível tal decisão, a atual rapidez de evolução do pensamento científico e literário requereria mudanças freqüentes de assuntos e técnicas, o que se constituiria numa dificuldade operacional para as instituições e pressuporia condições muito especiais para o corpo docente, que dificilmente podem ser assumidas quando se lida com um grupo tão grande de professores como o que a instrução em nível médio requer.
- 3) A informação adquirida aos 17 anos será inútil — se é que ainda estará na memória — aos 40.

b) O ponto de vista utilitarista encontra as seguintes dificuldades:

- 1) É praticamente impossível organizar um programa de instrução com um número suficiente de especializações para que os estudantes possam seguir os caminhos mais diretos para as futuras profissões.

2) A orientação da instrução em direção à profissionalização conduziria a uma situação análoga à das sociedades de arte da Idade Média (que produziram muito pouco fruto cultural) e eliminaria as possibilidades de desenvolvimento científico e técnico.

3) É muito difícil decidir sobre a futura profissão de um estudante de 14 a 15 anos de idade.

c) A habilidade específica do estudante no nível não-graduado é em geral condicionada pela capacidade do professor que ele teve. É bem comum um estudante pensar em termos de uma vocação literária por causa da influência de um bom professor de literatura na escola; o que realmente acontece é um reflexo do entusiasmo do professor. É possível que as diferenças entre as atividades mentais envolvidas em disciplinas diferentes sejam muito menores do que se pensa; isto parece ser indicado pelo fato de que muitos estudantes mostram grande capacidade em atividades científicas e literárias no nível médio e neste caso não haveria razão para esta defesa da especialização.

Não obstante, se a instrução no nível médio é centralizada no aspecto de formação intelectual; se se considera desejável obter, como um resultado disto, um homem ou mulher capaz de pensar com clareza e precisão, expressar-se correta e claramente em sua própria linguagem; que tenha atingido um desenvolvimento físico, psicológico e moral sadios que lhe tornará mais fácil ajustar-se e colaborar dentro da sociedade; se esta deve produzir homens e mulheres capazes de reconhecer seus erros e corrigi-los, com uma força de vontade desenvolvida a fim de realizar trabalhos, não obstante as dificuldades que possam surgir; se este é o objetivo, então o problema da instrução em todos os níveis tem uma solução real. A solução não é nem fácil nem definitiva mas abre o caminho para progresso constante e positivo.

d) O problema do corpo docente. Como foi afirmado anteriormente, cursos de informação para professores de nível médio foram organizados. Estes cursos foram bem sucedidos ao tornar uma parte importante do corpo docente, público e particular, conhecedora da necessidade de se ter em mente os objetivos e métodos da instrução de matemática no nível médio. A natureza desses cursos não podia ser melhor. Por si, eles não podem transmitir o conhecimento ou as técnicas para fazer progredir a evolução da instrução. Isto somente seria possível se os professores tivessem um grande conhecimento de matemática, o que não

é o presente caso. Por esta razão, ressaltei a necessidade de organizar cursos de dois anos a fim de atualizar os professores. A idéia foi bem recebida por uma parcela significativa do corpo docente, mas encontrei pouco apoio por parte das autoridades educacionais e ainda não pude estabelecer os cursos.

Tendo este plano de emergência falhado, dedicamo-nos a soluções a longo prazo. O diploma oficial exigido para um membro do corpo docente de um estabelecimento de ensino de nível médio, seja público ou particular, na Espanha, é o diploma de Licenciado em artes e ciências com uma especialização em uma ou outra disciplina. Este diploma pode ser considerado como mais ou menos equivalente ao dos "Mestres de Ciência" nos EUA. Há cinco diplomas de ciências: ciências matemáticas, ciências físicas, ciências químicas, ciências geológicas e ciências biológicas. Todos têm o mesmo valor, o que significa que um professor com um diploma de ciências biológicas é autorizado a ensinar matemática e vice-versa. O licenciado em ciências matemáticas, exceção feita a possíveis pequenas variações, foi preparado especialmente para ser um matemático puro, ao invés de um professor de nível médio. A premissa nisto foi: "Aquele que sabe mais sabe menos", que pode ser verdadeira mas que, na prática, fez com que o programa de estudo de ciências matemáticas se tornasse muito mais difícil que os das outras ciências. Do ponto de vista da escola pública ele era o equivalente do nível de ensino secundário. Um dos resultados foi que a maioria dos professores de matemática de estabelecimentos particulares (que têm 80% dos estudantes do país) eram diplomados em ciências químicas e biológicas. Se tivermos em mente o fato de que os formados em química têm idêntico o primeiro ano mais um pouco de matemática suplementar no segundo ano, poderemos ver que estes especialistas estarão mal preparados para o ensino de matemática em estabelecimentos de ensino secundário. Além disso, os planos de estudo que tínhamos não consideravam efetivamente problemas pedagógicos e não incluíam teoria elementar de divisibilidade, teoria da proporcionalidade de segmentos, conceito da área de polígonos ou do volume de poliedros, etc., itens que devem ser incluídos em qualquer programa de matemática no nível secundário.

Para satisfazer a estas necessidades, o plano de estudo foi modificado em 1964 no curso de licenciatura de ciências matemáticas, na Universidade de Madri, estabelecendo-se três especializações: matemática pura, matemática aplicada e metodo-

logia e pedagogia da matemática. As três especialidades têm em comum mais ou menos os três primeiros anos e diferem nos dois últimos (o curso de licenciatura requer cinco anos). O que segue é o plano de estudo para a licenciatura em ciências matemáticas com especialização em metodologia e pedagogia:

Primeiro ano. Álgebra linear. Análise infinitesimal. Física, química. Desenho.

Segundo ano. Análise matemática I (Teoria das funções de uma variável real). Geometria I (Espaço vetorial, espaço afim, espaço euclidiano, espaço projetivo, curvas e superfícies do espaço euclidiano). Álgebra e topologia (Idéias de lógica matemática, teoria dos conjuntos, grupóides, semi-grupos, grupos, anéis, corpos, espaços vetoriais, espaços topológicos, espaço compacto, espaço métrico, espaço de Banach, espaço de Hilbert, espaço euclidiano). Física I.

Terceiro ano. Análise matemática II (Equações diferenciais). Geometria II (Módulos, produto tensorial, produto externo, formas bilineares, formas quadráticas, aplicações da geometria). Cálculo de probabilidades e estatística matemática. Metodologia e didática I.

Quarto ano. Análise matemática III (Funções de uma variável complexa). Matemática elementar I (Construção axiomática do espaço afim e do espaço euclidiano. Estudo das curvas e superfícies no espaço euclidiano. Programação linear). Álgebra e topologia II (Aplicações das idéias ensinadas no primeiro curso de álgebra e topologia. Estudo elementar de topologia algébrica). Metodologia e didática II. (Problemas de instrução e prática de ensino num centro de ensino de nível médio). Estatística aplicada à educação.

Quinto ano. Análise matemática IV (Análise funcional). Matemática elementar II. (Teoria da medida. Sistemas de representação, programação de computadores eletrônicos). Metodologia e didática III. Prática de ensino.

Progressos da matemática no Chile

CESAR ABUAUAD

(Chile)

O Ministério da Educação pode certamente dizer com justiça total que a necessidade de reforma no programa de matemática ou a necessidade de melhoria dos professores de nível secundário têm sido por muito tempo o trabalho habitual do Ministério. Mas ambos êsses assuntos, reforma e melhoria, costumavam ter um significado completamente diferente do que estão começando a ter agora. Posso mencionar quatro pontos que contribuíram de modo especial para êste despertar:

- 1) Ampla distribuição, através de todo o país, das resoluções e deliberações da Conferência de Bogotá em dezembro de 1961.
- 2) Contacto pessoal do Professor Stone em janeiro de 1962 com as principais autoridades educacionais do Chile.
- 3) O trabalho do grupo americano de matemática — SMSG — que penetrou em muitos setores da educação matemática no Chile.
- 4) O espírito de reforma da Europa, com o qual afortunadamente ainda mantemos contacto próximo.

Os seguintes progressos desde 1962 revelam um movimento forte e esclarecido dos círculos de educação matemática e mesmo nas ciências básicas no nível secundário:

- a) Em 1962 foi publicado "nôvo programa de matemática para educação colegial". Êste programa não é nôvo e é despido de valor, mas merece ser mencionado por causa da rapidez com que foi aprovado e executado oficialmente numa sociedade em que o tempo permitido para projetos e relatórios é em geral de dois anos.
- b) Iniciativa da União resultou na programação de seminários de matemática em 1963 e 1964 com reuniões semanais e presença de alguns professores universitários.
- c) A Universidade Técnica Estadual manteve dois cursos de verão em 1965 e 1966 para seu próprio corpo docente mas com a presença de alguns pro-

fessôres secundários. O Professor Burton Jones fêz duas palestras no curso em 1966. Gostaria de afirmar, como elogio a seus organizadores que ambos os cursos foram lindamente organizados e muito bem sucedidos.

- d) Com a cooperação da Fundação Ford, um seminário sôbre o ensino das ciências básicas foi realizado durante uma semana em 1965 na Universidade Técnica Federico Santa Maria. A Comissão de matemática aprovou as linhas gerais das recentes conferências internacionais sôbre educação de matemática e mostrou a importância de um programa conservativo de matemática, que há dez anos atrás teria escandalizado o Ministério.
- e) Em outubro de 1964, o programa nacional para aperfeiçoamento dos professores de colégio e de escola elementar foi estabelecido no Gabinete do Superintendente de Educação. O Estado considera que o PNP é uma parte essencial da educação de professores primários e secundários e não uma mera atividade suplementar ou irregular. O superintendente deve propor ao Ministério da Educação, antes de primeiro de agosto de cada ano, o plano de atividades do PNP (Programa Nacional para Aperfeiçoamento de Professôres) para o ano seguinte; e o Ministério da Educação deve aprovar a proposta antes de primeiro de novembro do mesmo ano.

O conselho técnico executivo dirige o PNP. É composto de 22 pessoas, 8 das quais representam o Ministério da Educação inclusive o Ministro e o Superintendente; 5 são das Universidades do Chile; 6 das outras universidades do país; 1 representa o conselho de reitores e 2 representam as uniões. Este conselho que, por hipótese, fornece a orientação técnica para o programa de aperfeiçoamento, tem funcionado na verdade como um organismo censor e vigia, temeroso de que a tecnologia vá além de suas convicções. O PNP tem também um coordenador e um secretário executivo e seis comissões especializadas, das quais uma é para matemática e cinco para educação. A comissão de matemática está encarregada da programação dos cursos, da seleção dos professores e assistentes que devem produzir materiais escritos, assim como da seleção do corpo de funcionários do treinamento de professores.

Para dar uma idéia aproximada dos benefícios futuros que advirão do PNP é conveniente acentuar que um centro de aperfeiçoamento de 8.600 metros quadrados de área está sendo construído num *campus* de 22 hectares e que terá 400 educadores de níveis primário e secundário.

Orientação técnica do PNP

Conselho Técnico Executivo
8 Ministério da Educação
6 Universidade do Chile
6 outras universidades
2 uniões

Administradores do PNP

1 Coordenador
1 Secretário Executivo
Comissões Especializadas Comissões Educacionais
Comissão de Matemática
Comissão de Ciências Naturais
Comissão de Ciências Humanas
Comissão de Línguas
Comissão Técnica Artística

Em janeiro de 1966, quando a comissão de matemática estava preocupada com a formulação de programas para os primeiros cursos de aperfeiçoamento que seriam dados no meio de janeiro, ela surpreendeu-se por receber dos administradores um plano para um "Programa de Transição para o sétimo ano" organizado em algum lugar do Departamento da comissão. O nete do Superintendente, sem o conhecimento da comissão. O plano procurava organizar um sistema de cursos a fim de cumprir o programa de transição. Estes cursos eram designados a 117 professores de 7.º ano, dos quais, 110 eram professores de nível primário que não tinham nenhum diploma universitário.

Declarando ser esta uma situação imprevista, a qual não estava preparada para enfrentar, a comissão fêz as seguintes observações aos administradores do programa:

- Era inconveniente programar cursos de aperfeiçoamento para apenas uma série escolar.
- Era desejável que não se procedesse de acôrdo com aquelas linhas.
- Era desejável que se tivesse contacto pessoal com o Departamento Técnico.
- Foi exigida participação direta na elaboração dos futuros programas de matemática para o secundário, que é um dos interesses de alguns membros da comissão.

Esta petição por parte da comissão de matemática, que parecia bem natural, tendo em vista a natureza do trabalho de que havia sido encarregada, foi repetida algumas vezes às autoridades administrativas; apesar de que o coordenador e o secretário executivo compartilhassem da mesma preocupação e achassem que a petição era um corolário de seu próprio trabalho e educação, um artigo, aprovado pelo Gabinete do Superintendente da Educação em 1954 autorizou aquêle departamento a fazer o que lhe convier no campo dos programas de ensino secundário e primário. E apesar de que êle também autorize o gabi-

nete do superintendente a consultar pessoas ou instituições, nacionais ou internacionais, para realizar melhor seu trabalho específico, a participação ativa da comissão na elaboração de um futuro programa de matemática para educação de nível secundário não tem garantia de aprovação rápida por parte do gabinete do superintendente. Um trabalho de persuasão muito intenso aguarda a comissão.

Na organização do sistema de cursos e laboratórios metodológicos que cumprirão o programa de transição dos sete anos escolares, a comissão teve a assistência do Dr. Vogeli, gentilmente enviado pelo Professor Fehr. Estes cursos, que foram continuamente adiados até meados de março, foram breves; seus programas tiveram que ser reajustados durante o processo; e proporcionaram uma experiência magnificente para os diretores e administradores do plano. Com exceção de três ou quatro participantes, nenhum dos estudantes quis assinar a única prova escrita feita ao final dos cursos, afirmando que se assinassem e se tivessem realizado um trabalho fraco, o Ministério da Educação poderia usar este fato para prejudicá-los profissionalmente.

O programa para aperfeiçoamento dos professores de matemática no nível secundário entrou em funcionamento no início de julho deste ano com a participação de 37 professores secundários selecionados dentre 70 candidatos. Inicialmente, foram oferecidos dois cursos de 30 horas cada um, sobre álgebra e geometria. O primeiro cobria as estruturas básicas da álgebra inclusive o conceito de espaço vetorial e aplicações lineares. O curso de geometria foi basicamente o sistema de axiomas de Hilbert. A sessão de julho teve um desenrolar normal incluindo duas provas escritas e foi considerada um sucesso pelos participantes e pela comissão. Tudo isto tivera de funcionar dentro das rígidas limitações das condições materiais. Quando a função do PNP chegar ao ponto esperado pelo Ministério da Educação e os programas de matemática para a escola preparatória reformulados puderem ser executados de forma natural e espontânea e sem a resistência oculta ou aberta agora encontrada em alguns setores, teremos ultrapassado aquele estágio longo e escuro no qual a educação matemática em nível secundário no Chile tem permanecido.

Gostaria de concluir com algumas palavras sobre a educação matemática em nível universitário, já que assim o permite o espírito do programa desta tarde.

Nos últimos 8 anos houve uma agitação considerável na educação matemática de nível secundário. Na Faculdade de Ciências, o Departamento de Matemática mantém um nível de estudos de excelente qualidade, o que se pode verificar pela mostra de materiais que normalmente acompanha estas conferências. Esta faculdade, que possui o Professor Biberstein e J. Balderrama, atualmente na Venezuela e diplomado em estudos belgas, concede diplomas em cinco anos. Ela faz exigências tão rigorosas que notável matemático norte-americano, em visita ao Chile há alguns meses, como parte de uma missão científica, é de opinião que os requisitos são maiores que os para a obtenção de diploma de Mestre em muitas universidades.

Deve ser mencionado também que a Faculdade de Ciências Matemáticas e Físicas sob o deão D'Etigny, recentemente nomeado, teve grande expansão, chegando a ter 600 estudantes no primeiro ano de estudo, estando portanto em condições de absorver grande número de estudantes, formados em matemática, para atender as suas necessidades de ensino. Além de enriquecer seus programas de matemática em qualidade e variedade, ela estabeleceu um programa de graduação em engenharia matemática, aparentemente nos moldes do modelo francês.

Finalmente, desejo mencionar a Universidade Técnica Estadual, que em anos recentes fez grandes esforços para fortalecer seus programas de matemática em variedade e conteúdo. O Conselho Educacional A do Departamento de Ciências Básicas das universidades receberá brevemente um anteprojeto para criação do grau de Mestre com especialização em matemática, trabalho do Professor Mesa, presidente do Conselho Educacional A e do Dr. Michelow.

Progresso do ensino da matemática no Brasil

OSVALDO SANGIORGI

(São Paulo, Brasil)

1. Introdução

A partir da 1.^a Conferência Interamericana de Educação Matemática, realizada em Bogotá, em 1961, e considerada na expressão do Dr. Jayme Posada, em seu discurso de abertura como “uma assembléia do pensamento científico americano”, resultou uma série de bons e até magníficos resultados no que respeita ao ensino da matemática em um grande número de países do hemisfério ocidental.

- *O preparo de professores secundários em conteúdos de matemática moderna;*
- *a reformulação de programas de matemática da escola secundária e as correspondentes articulações com o ensino primário e superior;*
- *a elaboração de livros-textos em novo estilo de abordagem dos assuntos de matemática*

têm constituído os alvos mais intensamente visados pelos responsáveis pela Educação Matemática dos jovens americanos.

2. Ensino da matemática na escola secundária brasileira

É com certo orgulho que podemos considerar o Brasil entre aqueles países que nestes últimos cinco anos saíram de um quadro pouco alentador, para hoje ostentar, de um modo geral, uma fase *progressista* com boas perspectivas para os próximos anos. Lembrando a famosa sentença do Prof. Omar Catunda, um dos representantes do meu país na Conferência de Bogotá, quando

ao invés do “*Abaixo Euclides*” (preconizada pelo ilustre Prof. Dieudonné e defendida com ardor por participantes daquele Congresso), propôs para o Brasil de então, “*Pelo menos Euclides*”, podemos aquilatar a salutar reação dada pelo meu país nos anos seguintes e de cujas conseqüências trataremos em nossa palestra.

Como sabem os distintos congressistas, o Brasil é mais que um país; é um continente pelas dimensões que ocupa neste hemisfério. Nestas condições, não é fácil aferir-se, com precisão, todo o progresso havido no ensino da matemática nos 22 Estados que o compõem, mais 4 Territórios e um Distrito Federal.

Se em alguns Estados, principalmente os da faixa litorânea (Norte-Centro-Sul), os índices de progresso são expressivos, já não se poderá dizer o mesmo com relação a todos os Estados do Centro, com a brilhante exceção do Distrito Federal, Brasília, e portanto, qualquer quadro estatístico que pudesse incluir dados globais correria o risco de não refletir a graduação de um progresso que realmente existe e do qual fomos convidados a falar.

Um dos fatores principais, responsável direto pela mudança do ensino da matemática em meu país — e, torno a repetir, às vezes radical em alguns Estados — é o novo clima atualmente reinante entre as *Universidades*, os *Institutos de Matemática*, os *Grupos de Estudos* e as *Autoridades Públicas Educacionais* (Ministério de Educação e Cultura, por intermédio da Diretoria do Ensino Secundário, no âmbito federal e as Secretarias de Educação, no âmbito estadual), que permitiram dar maior unidade no atendimento dos anseios de renovação exigidos pelo professorado de matemática do país.

Aliás, foi este o vaticínio do ilustre Prof. Dr. Marshall Stone quando, na qualidade de Presidente da Comissão Internacional sobre Instrução Matemática, percorreu o Brasil, em princípios de 1962, dando cumprimento às resoluções da Conferência de Bogotá. O previsto por aquele insigne matemático americano hoje já é realidade. Dentro das possibilidades que o Brasil apresentava foi dada mais unidade ao trabalho dos matemáticos, dentro das Universidades, com vistas ao ensino secundário. Formaram-se alguns Grupos de Estudos ligados às Universidades com a intenção de melhorar e atualizar o ensino da matemática, principalmente no nível secundário.

Já havia sido fundado em 31/10/1961 o primeiro Grupo de Estudos do Ensino da Matemática — GEEM — de São Paulo, que abrisse o problema propiciando: Cursos de Aperfeiçoamento para professores secundários e posteriormente para professores

primários; elaborando um currículo moderno de matemática que servisse de base e guia para professores do ensino secundário; redigindo e publicando textos, onde eram expostos resultados com classes experimentais em matemática e outros trabalhos que figuram no Relatório referente ao "Melhoramento do Ensino da Matemática no Brasil", apresentado pelo Prof. Dr. Alfredo Pereira Gomes, à *Reunião Interamericana do Rio de Janeiro*, promovida pela "National Science Foundation", de 30 de novembro a 2 de dezembro de 1964 e da qual participamos como convidados.

Poderíamos, agora, sintetizar em números, para que o plenário pudesse melhor acompanhar a evolução sentida:

	1962	1965
Número de Faculdades de Filosofia Ciências e Letras, com Departamentos de Matemática.....	13	46
Número de Institutos de Matemática.....	1	13
Centro de Treinamento para Professores de Ciências e Grupos de Estudo para o Ensino de Matemática.....	2	8
Número de professores secundários que participaram de Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática.....	578	7.250
Taxa percentual dos professores de matemática do ensino secundário com formação superior.....	22%	47%

Os dados relativos somente ao Estado de São Paulo, por os possuímos com mais precisão, dizem respeito a um total de 1.324 estabelecimentos de Ensino Secundário, dos quais 686 são públicos e 638 particulares. Existem em 1966 6.276 professores de matemática, dos quais 63% têm grau universitário.

Enquanto em 1962, no Estado de São Paulo, as Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras que possuíam Departamentos de Matemática eram 6, formando um total de 128 licenciados em matemática e física, em 1966 existem 12 Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras com Departamentos de Matemática e que formaram em 1965, 265 licenciados em matemática e física. Quer dizer que de lá para cá, praticamente duplicou-se o número de licenciados em matemática no Estado de São Paulo. Todavia, os 265 licenciados em matemática, descontando os que perma-

necem nas próprias Faculdades como instrutores, estão longe de atender à demanda de novos professores de matemática exigida pelas escolas secundárias paulistas que somente neste ano requerem cerca de 400 novos professores.

Portanto continua o *deficit* de professores e como este quadro, com possíveis alterações, é análogamente apresentado pelos outros Estados, fica o país com a necessidade de preparar outros professores que, sem a formação superior desejada, possam fazer frente às novas classes criadas.

Para que se veja um *progresso* nessa curiosa dinâmica de se preencher os claros do quadro do magistério secundário com professores não-licenciados é preciso atentar para o cuidadoso preparo que, nestes últimos três anos a Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES) do Ministério de Educação e Cultura, tem dado aos que se destinam a ensinar matemática na escola secundária. São realizados, em um grande número de Estados, *Cursos de Iniciação à Matemática Moderna* (com teoria dos conjuntos, lógica matemática e práticas modernas) e *Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática* (com álgebra moderna, matemática aplicada, técnicas dedutivas).

Tais Cursos, entregues às vezes à direção dos Institutos de Matemática (como na Paraíba e Bahia), outras vezes aos Centros de Treinamento para Professores de Ciência (atualmente com sedes em Recife-Pe, Salvador-Ba, Belo Horizonte-Mg, Rio de Janeiro-Gb, São Paulo-Sp, e Porto Alegre-Rs) e outras vezes ainda a Grupos de Estudos ligados às Universidades (como é o caso do GEEM de São Paulo) têm peculiaridades sobre as quais falará a minha colega Prof. Martha Souza Dantas.

3. Principal componente do progresso do ensino da matemática no Brasil: maior participação de matemáticos

O ilustre Prof. Dr. Luís A. Santaló, da Argentina, disse textualmente no Congresso de Bogotá: "Lo que necesita de un bueno profesor de matemáticas es principalmente, y sobre todo, saber matemáticas y quanto más mejor!"

Daí a necessidade de, em todos os Cursos programados, figurarem matemáticos das Universidades que propiciam aos futuros professores secundários uma boa vivência com a matemática atual. Esta tem sido a fórmula empregada.

Por sua vez a fonte de alimentação dos matemáticos brasileiros tem sido aferida pelos seus Institutos de Pesquisa Matemática (hoje em número de 13 por todo o país). Entre êles destaca-se o IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) com sede na Guanabara e que foi o primeiro a ser criado, em 1952, pelo Conselho Nacional de Pesquisas. Atualmente dirigido pelo Prof. Dr. Lindolpho de Carvalho Dias e tendo como Chefe de Pesquisa o matemático brasileiro Dr. Leopoldo Nachbin, tem o IMPA, mediante bôlsas de estudos, oferecido oportunidade a um grande número de estudiosos de conseguirem cursos de mestrado bem como o doutoramento em matemática, sob a orientação de professores nacionais e estrangeiros. É o maior centro de pesquisas de matemática de todo o país.

Suas atividades específicas e a dos demais Institutos e Departamentos de Matemática ligados às Universidades constarão do relatório relativo à Educação Matemática nas Universidades do Brasil a ser apresentado neste Congresso pelo Prof. Dr. Leopoldo Nachbin.

Os *Colóquios Brasileiros de Matemática*, promovidos pelo IMPA, cada dois anos, a partir de 1957, têm sido sede das comunicações e resultados dos que pesquisam matemática no Brasil, bem como local para cursos avançados de matemática dados por professores brasileiros e estrangeiros especialmente convidados. O alto nível com que se têm desenvolvido tais Colóquios poderá ser aferido pelas *Atas* que se encontram no Setor de Publicações dêste Congresso, para apreciação dos interessados.

O importante é assinalar que nos Colóquios de 1961 e de 1963 já foram realizadas Sessões de Estudos destinadas ao ensino da matemática na escola secundária e sua articulação com o ensino superior. Nessas Sessões é que se precisa justamente o que se entende por matemática, a fim de que sejam assessorados os Grupos de Estudos que orientam os professores secundários.

Outras assembléias responsáveis pela maior aproximação dos matemáticos das Universidades Brasileiras com os professores secundários de matemática são os *Congressos Brasileiros do Ensino da Matemática*. Êsses congressos, iniciados em 1955 na cidade do Salvador (Bahia), têm-se constituído numa mola propulsora dos progressos apresentados pela matemática ensinada na escola secundária.

Num resumo rápido, basta dizer que no IV Congresso realizado em 1962, em Belém (Estado do Pará), foram exibidos pela

primeira vez no Brasil, pelo GEEM de São Paulo, os primeiros resultados da aplicação da chamada Matemática Moderna na escola secundária, mediante 8 Sessões de Estudos, inclusive com classes de alunos. Embora, na época, fôssem ainda no Brasil controvertidas as opiniões, acêrea da aplicabilidade da Matemática Moderna no ensino secundário, é fora de dúvida que aquêlê Congresso se constituiu na maior fonte de emulação para alguns professores que embora estivessem preparados para a renovação — não o faziam por pura timidez.

O V Congresso, promovido pelo GEEM, no Centro Técnico de Aeronáutica — ITA, na cidade de São José dos Campos (Estado de São Paulo), de 10 a 15 de janeiro de 1966, e que reuniu cêrea de 350 participantes de todo o país, contou pela primeira vez com a colaboração de ilustres matemáticos estrangeiros e *experts*, ligados ao problema do ensino da matemática, entre os quais destacamos o Prof. Marshall Stone (E.U.A.), Prof. George Papy (Bélgica), Prof. Hector Merklen (do Uruguai e representando o Programa Interamericano para Melhorar a Ciência — PIMEC) e o Prof. Helmuth Renato Völker (representando o Ministério de Educação da Argentina) e que honram, neste instante, êste conclave com suas presenças.

Êste Congresso constituiu-se numa afirmação bem objetiva dos progressos realizados por um bom número de Estados brasileiros, nos últimos três anos no campo da modernização da matemática na escola secundária. Também foi palco de excelentes sugestões metodológicas levadas a plenário por ilustres professores estrangeiros e brasileiros. O seu temário "Matemática Moderna na Escola Secundária" permitiu a apresentação de inúmeros trabalhos (considerados inclusive ousados) como também a apresentação de classes-demonstração com a participação de alunos.

No Setor de Publicações, desta reunião, encontra-se um Relatório com mais especificações aos interessados.

Consequências imediatas do V Congresso:

1.º) O Ministério de Educação e Cultura, através da CADES, atendeu às solicitações provenientes de diversos Estados no sentido de propiciar-lhes Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática, realizando neste ano (julho) por intermédio dos Centros de Treinamento para Professores de Ciências, 25 Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática, por todo o país para professores secundários, nos chamados Cursos de 120 horas envolvendo cêrea de 600 professores.

2.º) Em convênios com as Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras, do Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Bahia, Alagoas, Espí-

rito Santo, B. Horizonte (M. Gerais), Londrina (Paraná), Presidente Prudente (São Paulo), Florianópolis (Santa Catarina), Pôrto Alegre e Santa Maria (Rio Grande do Sul), a CADES vem realizando Cursos de 120 dias, com uma carga de 5h por dia de trabalho, envolvendo, além dos conteúdos modernos de matemática, cultura geral e didática. Sim, porque de nossa parte, completando a sentença do Prof. Santaló, o professor além de conhecer bem a matemática deve dominar *perfeitamente a língua pátria*. Tais Cursos preenchem também o objetivo de preparação de candidatos a professores secundários com registro definitivo, para enfrentar o *deficit* anual de professores secundários de matemática.

3.º O GEEM de São Paulo, realizou em 1966, em convênios com as Universidades, Institutos de Matemática e Associações de Classe, Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática (1.º, 2.º e 3.º Estágios) em:

João Pessoa (Paraíba); Brasília (Distrito Federal); Vitória (Espírito Santo); São Paulo (Cap.); Pôrto Alegre (Rio Grande do Sul); Franca (São Paulo); São Carlos (São Paulo);

envolvendo cerca de 800 professores secundários nas áreas da teoria dos conjuntos, lógica matemática, álgebra moderna, programação linear, tópicos de topologia, probabilidades e estatística.

4. Programações de matemática atualmente desenvolvidas na escola secundária brasileira

Atualmente em cerca de 70% dos estabelecimentos secundários brasileiros, entre os quais 40% iniciados em 1963, desenvolvem a seguinte programação de matemática:

Faixa de 11-12 anos: noções sobre conjuntos e relações; operações no conjunto dos números inteiros; propriedades estruturais; operações no conjunto dos números racionais; propriedades estruturais. Geometria intuitiva: fase manipuladora e problemas sobre medições de figuras.

Faixa de 13-14 anos: operações no conjunto \mathbb{R} ; cálculo algébrico; funções; função linear, função quadrática.

Geometria: figuras geométricas planas; curvas fechadas simples, polígonos convexos, circunferência.

NOTA: o tratamento agora é axiomático, porém numa fase de iniciação, ao contrário do excesso de rigor axiomático que prevaleceu durante muitos anos na escola secundária brasileira e com resultados desastrosos; transformações geométricas: translação, simetria, rotação, semelhança e homotetia.

Faixa de 15-17 anos: Funções: função exponencial, função logarítmica; funções trigonométricas.

Seqüências.

Análise combinatória.

Matrizes e determinantes. Sistemas de equações lineares. Operações no conjunto. Introdução ao cálculo infinitesimal. Polinômios e equações algébricas.

Estudo analítico da reta, da circunferência e das cônicas.

Geometria no espaço: tratamento axiomático.

Todavia, existem Classes Experimentais, em alguns Estados, que desenvolvem programas mais avançados sob controle de professores ligados a Grupos de Estudos. Existem classes desse tipo em Salvador, Belo Horizonte, Niterói, Guanabara, São Paulo, Curitiba e Pôrto Alegre.

Como exemplo, citaremos o que vem sendo feito há quatro anos, na Capital de São Paulo por alguns estabelecimentos da rede pública, como por exemplo o Ginásio Estadual Vocacional e alguns estabelecimentos particulares como por exemplo, o Colégio Santa Cruz, sob controle de professores do GEEM:

Faixa de 11-12 anos:

1. Relação de ordem, relação de equivalência, partição.
2. Operações como relações; operação inversa; conjunto dos números inteiros; propriedades estruturais (estrutura de grupo).
3. Números racionais; operações, propriedades estruturais.
4. Conjunto Universo; determinação do conjunto-verdade de sentenças numéricas; equações do 1.º grau.
5. Medidas: associação de números a figuras geométricas.
6. Função afim: $y = ax + b$ ($a \neq 0$); construções geométricas.
7. Sistemas de equações simultâneas do primeiro grau a duas variáveis; uso dos conectivos *e*, *ou*.

Faixa de 13-14 anos:

1. Números reais; operações, propriedades estruturais (estrutura de grupo).
2. Conjunto dos polinômios; operações, propriedades estruturais (estrutura de anel).
3. Função quadrática ($y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$) equações do segundo grau.
4. Noções de lógica; cálculo proposicional; preparo a axiomatização.
5. Congruência de figuras geométricas.
6. Transformações geométricas planas: *a*) que conservam a congruência (translação, rotação, simetria); *b*) que conservam a proporção (semelhança, homotetia).

Faixa de 15-17 anos:

1. Funções: seqüências (progressões), função exponencial, função logarítmica; funções trigonométricas.
2. Indução; problemas de contagem, probabilidades.
3. Matrizes; operações, propriedades estruturais.

4. Sistemas de equações lineares.
5. Polinômios (seqüência quase-nula).
6. Introdução ao cálculo; equações algébricas.
7. Geometria no espaço (tratamento axiomático).

Em novembro de 1964, a Associação Nacional de Professores e Pesquisadores de Matemática (ANPPM — RJ) de Niterói, realizou a 1.^a Semana Fluminense de Estudo e Ensino da Matemática, onde foi apresentado um trabalho experimental de tratamento moderno da geometria na escola secundária, levada a efeito em classes locais. Essa experiência foi realizada no Centro Educacional de Niterói, com resultados positivos. No Setor de Publicações deste Congresso figurará um exemplar do trabalho realizado.

Em Salvador (Bahia), experimenta-se, pela segunda vez, inclusive em colégios públicos, um programa moderno de 1.^a Série Ginásial, em caráter experimental, sob o controle de professores do Instituto de Matemática e Física da Bahia. Tal programa figura incluso ao Relatório de nossa representação.

O Colégio Municipal de Belo Horizonte (Minas Gerais), iniciou em 1965 um programa mínimo de Matemática Moderna, a partir da 1.^a Série Ginásial e continua o seu desenvolvimento este ano, para a 2.^a Série Ginásial.

Em Pôrto Alegre (Rio Grande do Sul), o Colégio Oficial "Júlio de Castilhos" mantém diversas áreas da matemática em caráter experimental, controladas pelo Grupo de Estudos de Matemática ligado ao Colégio.

Em Curitiba (Paraná) o GEEM local coordena as experiências no Colégio Estadual (o maior do país, abriga cerca de 6.000 alunos), relativas às três primeiras séries ginásiais.

5. Reformulação do ensino da Matemática nas escolas primárias

Em meu país, e de resto, acredito, em outros países americanos, o grande problema é levar a nova reformulação da matemática ao ensino primário. Dado o contingente muito grande de professores primários existentes (só no Estado de São Paulo, existem mais de 60.000), as soluções vêm sendo estudadas a curto e a longo prazo. A partir de 1962, foram desenvolvidos 12 Cursos de Iniciação à Matemática Moderna para professores

primários, pelos diversos Estados brasileiros. O Setor do Ensino Primário do GEEM de São Paulo já desenvolveu Cursos para mais de 1.500 professores primários em exercício, estendendo-se inclusive para os Estados do Rio de Janeiro, Paraná e Rio Grande do Sul.

A Secretaria de Educação de São Paulo mantém programas de TV Escolar, desde 1962, destinados ao ensino primário, que vão ao ar diariamente das 9h às 11h e das 17h às 17h30min, e em todos eles são dadas aulas de Matemática Moderna em faixas destinadas a professores e alunos. Inclusive a amostra de uma aula televisionada destinada ao Japão, por ocasião do "Prêmio Japão" a realizar-se este ano naquele país do Oriente, é sobre Matemática Moderna destinada a professores primários, elaborada pelo Setor Primário do GEEM de São Paulo.

As soluções preconizadas pela maioria dos Estados é enviar equipes de professores credenciados ao interior, a fim de, em Cursos de uma semana, iniciarem junto aos professores primários a reformulação da matemática a ser ensinada na escola primária atual. É o caso do Serviço de Expansão Cultural, do Departamento de Educação de São Paulo que vem realizando, mensalmente, Sessões de Matemática Moderna para professores primários do interior e que, juntamente, com o Setor Primário do GEEM, preparam uma nova programação de matemática, em bases modernas, a ser iniciada em 1967 para todas as Escolas Primárias Públicas. A longo prazo, tal reformulação se inicia no preparo dos futuros professores primários por intermédio das Escolas Normais destinadas a esse fim e existentes em grande número em todo o país.

Publicações das mais diversas, com relação à modernização do ensino da matemática, no ensino primário já existem. Inclusive alguns livros didáticos de Matemática Moderna, destinados à Escola Primária, já estão sendo usados há quase dois anos com bons resultados. No Setor de Publicações deste Congresso figurarão algumas amostras de tais livros.

6. Publicações atualizadas

a) de caráter informativo:

No Setor Superior, o IMPA, os demais Institutos de Matemática, a Sociedade de Matemática de São Paulo, a Sociedade Paranaense de Matemática mantêm publicações regulares (algu-

mas financiadas pelo Conselho Nacional de Pesquisas) que inserem trabalhos de pesquisa de alto nível matemático.

Nos últimos Boletins da Sociedade Paranaense de Matemática constam trabalhos relativos à Matemática Moderna no ensino secundário.

No Setor do ensino secundário o GEEM de São Paulo mantém um Boletim Informativo das principais ocorrências no setor do ensino da matemática. Além desse Boletim, o GEEM já publicou:

Série Professor

- n.º 1 — “Matemática moderna para o ensino secundário”.
- n.º 2 — “Um programa moderno de matemática para o ensino secundário — OECE” (tradução).
- n.º 3 — “Elementos da teoria dos conjuntos”.
- n.º 4 — “Lógica matemática para o curso secundário” (no prelo).
- n.º 5 — “Combinatória e probabilidades”.

Série Ensino Primário

- n.º 1 — “Introdução da matemática moderna na escola primária”.

b) de caráter didático:

Os atuais livros didáticos de matemática, destinados ao ensino secundário brasileiro, 1.º ciclo, já abordam o ensino da matemática de maneira moderna, introduzindo paulatinamente alguns conceitos fundamentais, colocando as técnicas operatórias em lugar apropriado.

Alguns autores já confeccionam, juntamente com o livro-texto, um Guia, destinado aos professores, que procura esclarecer e fundamentar cientificamente as novas idéias, bem como atualizá-los nas novas instruções metodológicas.

Tôdas as publicações mencionadas terão amostras no Setor de Publicações da 2.ª Conferência Interamericana de Educação Matemática.

7. Alguns fatos de relêvo

Dentro do assunto “Progresso do Ensino da Matemática no Brasil”, acreditamos que alguns fatos ocorridos em Educação Matemática, nos últimos anos em meu país, mereçam ser citados.

Existem no Brasil, entidades como a *Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência* (SBPC), que possui uma tradição altamente científica, pelas Reuniões que promove anualmente em diversos pontos do país e que envolvem centenas de professores universitários especialistas em ciências de um modo geral. Nos últimos três anos a SBPC, em suas Reuniões de uma semana de julho, tem programado Sessões de Matemática Moderna com grande repercussão por todo o país, de acordo com as Sessões realizadas em Curitiba (Paraná), em 1964, em Belo Horizonte (Minas Gerais), em 1965 e este ano em Blumenau (Santa Catarina).

Também o *Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura* — IBECC — UNESCO, Secção de São Paulo, tem o seu Setor de Matemática desenvolvendo atividades junto aos professores de ensino secundário, através de Cursos e de publicações, entre as quais se encontram traduzidos e adaptados, por professores daquele Setor, os textos da School Mathematics Study Group (smsg), da Série Mathematics for High School, como volumes I, II e III em português.

Uma nota importante: Nos últimos Concursos, conhecidos como “Cientistas de Amanhã”, organizados pelo IBECC e no qual concorrem centenas de alunos de todo o Brasil, com trabalhos originais em física, química, história natural e matemática (cuja seleção é feita por professores universitários na Reunião anual da SBPC) foram premiados em 1.º lugar os trabalhos relativos à Matemática Moderna, de alunos de institutos de São Paulo (Capital) e Santos quebrando uma tradição de longos anos!

Outrossim, nas “Feiras de Ciências”, que nestes dois últimos anos vêm empolgando todo o país, os stands de Matemática Moderna têm-se constituído em centros de grande atração entre o povo em geral.

Em janeiro de 1964, em convênio com a TV Escolar da Secretaria de Educação de São Paulo, o GEEM realizou o primeiro Curso de Matemática Moderna pela Televisão, destinado a professores secundários. Foram desenvolvidos, durante duas semanas, por professores universitários, Sessões de Estudos de teoria dos conjuntos, lógica matemática e práticas modernas, com um resultado surpreendente nas provas de avaliação propostas pelo vídeo, e realizadas em locais públicos sob o controle de professores do Estado.

Nos meses de setembro e outubro deste ano, foi realizado na Capital de São Paulo, pelo Ginásio Estadual Vocacional (da rede pública), em colaboração com o GEEM, o *Primeiro Curso de Atualização em Matemática Moderna para País*, com cêrca

de 200 pais participando ativamente das Sessões de Estudos. Os congressistas poderão verificar o nível dos trabalhos desenvolvidos por intermédio da amostra que figura no Setor de Publicações. O êxito desse Curso está na revelação de que os pais modernos, porém antigos alunos, revelaram-se bons estudantes de Matemática Moderna...

No dia 31 de outubro deste ano (1967), na Universidade Mackenzie (São Paulo) foram lançadas as bases para a 1.^a Olimpíada de Matemática Moderna, destinada a alunos da escola secundária e cujo objetivo é propiciar a criatividade e estimular valores no campo da matemática.

Lembramos ainda que nos Concursos de Ingresso para o Magistério Secundário Oficial que recrutam professores para o ensino secundário do Estado, tem sido exigido um conteúdo moderno nas provas escritas, de erudição e de didática a que estão sujeitos os candidatos ao cargo.

Também os atuais exames vestibulares de ingresso dos estudantes às Escolas Superiores (Faculdades diversas), em muitos Estados brasileiros, exigem em suas provas de matemática, conteúdo moderno. Com isso, as articulações entre o ensino secundário e o ingresso dos estudantes ao ensino superior desenvolvem-se atualmente num clima harmonioso de progresso de acordo com os resultados conhecidos.

Conclusões

Muita e muita coisa ainda deve ser feita em matéria de ensino no Brasil, apesar do muito que já se fez nestes últimos anos e do muito que se está fazendo atualmente.

A realidade é que existe um sentido progressista no ensino da matemática de meu país e que todos sentem.

Não é um progresso programado. É um progresso em "Disparada" — para usar o nome de uma música do povo, muito em voga no Brasil atualmente — feito na base do idealismo de um grande número de professores brasileiros que honram o país.

Atividades da OEA em matemática

ANDRES VALEIRAS

(OEA)

A OEA, através de seu gabinete de secretaria-geral, a União Pan-americana, tem contribuído, durante alguns anos, aos esforços feitos na América Latina a fim de completar a educação de matemáticos profissionais e aperfeiçoar a instrução matemática.

Originalmente, a Divisão de Desenvolvimento Científico tornara-se a responsável por diversos programas; então, a partir da data de sua criação, julho de 1962, o Departamento de Assuntos Científicos deu apoio a esta ação com seus próprios meios e em cooperação com outros departamentos da OEA e órgãos particulares ou estaduais de diversos países. Suas atividades relacionadas com matemática têm sido dirigidas às seguintes metas:

- a) Ajuda a Ministérios da Educação na tarefa de modernizar os planos de estudo.
- b) Ajuda a Ministérios da Educação e Instituições de Instrução para aperfeiçoar seu corpo docente em exercício e modernizar seus planos de estudo para treinamento de professores.
- c) Assistência à pesquisa.

As atividades empreendidas para preencher estes objetivos incluem Cursos de Férias na América Latina, intercâmbio de cientistas, encontros regionais, bolsas de estudo para Cursos de Férias e cursos de um ano nos EUA, um estudo sobre a instrução de ciências em engenharia na América Latina (ECIAL) e publicações diversas.

Deve-se mencionar também a importância da ação do Departamento de Cooperação Técnica através de seus diversos pro-

gramas que são os programas de bôlsas, de cátedra universitária, de treinamento especial, de ajuda dupla direta, do projeto integrado e de cooperação técnica.

Para maior clareza, consideraremos em primeiro lugar os programas gerais da União Pan-americana aos quais é dada assistência pelo Departamento de Assuntos Científicos e em seguida os programas específicos deste departamento, desenvolvidos independentemente ou com a assistência de outras instituições.

1. Programa de bôlsas de estudo

O programa de bôlsas da OEA é administrado pelo Departamento de Cooperação Técnica; elas são concedidas a cidadãos de países membros da organização para continuação de estudos avançados em instituições de alto nível nos outros países americanos que não o de origem do bolsista, e podem ser para um período de dois anos. As primeiras, em número de 50, foram concedidas em 1958; até 30 de junho de 1964, um total de 2.552 bôlsas, sendo 38 em matemática e 57 em estatística, apesar de que não fôssem tôdas de estatística matemática.

Entre 1.º de julho de 1963 e 31 de agosto de 1966 foram dadas 1.688 bôlsas das quais 17,23% foram designadas para trabalho científico e cultural. Destas, 24 eram de matemática, 51 de desenvolvimento econômico e 37 de estatística. Em 1962, houve 8 de matemática e 20 de estatística.

2. Programa de assistência técnica direta

Neste programa, trabalhos de consulta e outra ajuda qualquer são prestados a instituições por visitas breves de peritos, geralmente por cerca de três meses.

O programa foi iniciado em 1959. Recentemente, 77 missões foram efetuadas, das quais nenhuma em matemática, mas 16 em estatística. Em realidade, não houve nenhuma missão deste tipo em matemática desde o início do programa.

3. Programa de cátedra universitária

Através deste programa são fornecidos fundos que possibilitam visitas a professorados universitários nos países membros. A posição dura em geral um ano. O programa foi esta-

belecido em 1960 e a primeira cadeira a experimentá-lo foi a de matemática. Até 1964, houve mais 37 das quais 4 em matemática e uma em estatística.

4. Programa de treinamento especial

Foi estabelecido em 1952 com a colaboração da UNESCO. Ele concede bôlsas a grupos organizando cursos de treinamento especial para os bolsistas nos países latino-americanos e dando bôlsas individuais aos elementos que freqüentarão os cursos. Os cursos são dados em países fora das Américas, sendo o país patrocinador responsável por parte das despesas. Até julho de 1964, foram dados 13 destes cursos, um dos quais, na Espanha, com 9 participantes, tratou de estatística.

Outros cursos foram dados, dos quais somente um incluía matemáticos. Este foi um curso para aperfeiçoamento em ciências básicas, dividido em quatro setores a saber: física, química, biologia e matemática. Está sendo levado a efeito atualmente na Espanha.

5. Programa de cooperação técnica

Foi criado em 1951. Em 1958 foi incorporado ao novo Departamento de Cooperação Técnica. O objetivo do programa é contribuir com elemento social e econômico dos países americanos para o treinamento de pessoal de níveis avançados em centros, criados especialmente para fazer progredir tanto quanto possível as instituições nacionais de educação e de pesquisa.

Até hoje, 26 projetos foram aprovados, dos quais 13 estão em funcionamento. Entre eles está o programa interamericano para aperfeiçoamento do ensino de ciências, o único dos projetos executados que se relaciona com educação.

5a. Programas para projetos integrados

Foi iniciado em 1965. Por projetos integrados queremos dizer aqueles que procuram fornecer, de acordo com a necessidade e de maneira coordenada, treinamento, auxílio técnico, equipamento, etc., a agências governamentais, instituições e universidades na América Latina, com o objetivo de reforçar efetivamente seu trabalho.

Êstes projetos têm a vantagem de concentrarem fundos para treinamento e assistência técnica nas instituições ao invés de dispersar esforços com bôlsas e consultas, atitudes isoladas e esporádicas, tornando difícil manter uma estrutura e um padrão no tempo e no meio.

6. Programa Interamericano para Aperfeiçoamento da Instrução em Ciências (PIMEC)

Êste é um dos 13 projetos do Programa de Cooperação Técnica agora em operação. Foi proposto pelo Departamento de Assuntos Científicos que é o órgão colaborador encarregado da administração e foi aprovado pelo Conselho Econômico e Social em 1963. Começou a funcionar em julho de 1964 com quartel-general estabelecido em Montevideu em abril de 1965.

Entre as atividades do PIMEC que interessam a esta reunião podemos citar os seguintes:

a) *Curso para Professôres Universitários de Matemática*

Foi desenvolvido em Montevideu entre 13 de setembro e 10 de dezembro de 1965 com a participação de 32 professôres de 13 diferentes nações. Cursos de álgebra e introdução à teoria dos conjuntos foram ministrados em comum a todos os participantes; o primeiro durante todo o Curso e o outro nas 6 últimas semanas. Houve também cursos optativos sôbre probabilidades, estatística e geometria, durante as seis primeiras semanas.

b) *Curso de Álgebra para Professôres de Matemática*

Foi dado em Montevideu entre 10 de janeiro e 1.º de abril de 1966, com a participação de 24 professôres de 11 países. Outros professôres freqüentaram o curso como ouvintes, sem bôlsas. Durante as primeiras nove semanas, foram dados cursos sôbre estruturas algébricas, e álgebra linear, com a inclusão de uma seção sôbre álgebra booleana. Durante as últimas três semanas, foram feitos exercícios de aplicação da teoria de Galois e de álgebra linear.

c) *Curso para Professôres de Nível Médio no Uruguai*

Foi um curso local de duas semanas, durante as quais foram apresentados conceitos de álgebra, análise, probabilidade e estatística aos professôres secundários.

d) *Curso de Probabilidades e Estatística para Biólogos*

Êste curso foi dado a pedido dos professôres de biologia uruguaios e expôs elementos de estatística descritiva e matemática além de probabilidades e estatística. Não se seguiu nenhum livro e usaram-se anotações preparadas pelos instrutores; algumas destas notas serão publicadas na forma de monografias. Em alguns casos, êstes cursos são complementados por palestras, trabalhos individuais e por informações fornecidas pelos estudantes sôbre a situação do ensino em seus países.

Em particular, para o segundo desses cursos, o PIMEC convidou o Professor George Papy, que veio ao Uruguai e fêz várias palestras públicas.

e) A fim de analisar o estado atual dos programas de ensino para nível médio na América Latina e adaptar futuros cursos e seminários às circunstâncias, e estudar sugestões para modificações posteriores dos cursos, duas pesquisas foram feitas com o objetivo de obter informações adequadas.

f) *O Boletim de Informação do PIMEC está sendo publicado*

Nêle, faz-se uma tentativa de compilação de tudo o que se sabe sôbre iniciativas e resultados experimentais na América Latina e em outros países para aperfeiçoar o ensino das ciências e em particular de matemática. Considerando que a maior parte das pessoas interessadas nestes problemas acha-se aqui reunida, tendo para si a responsabilidade de conduzir as tentativas de aperfeiçoamento da função dos professôres de matemática, acho importante incitá-los a providenciar o envio de informações sôbre seus trabalhos para nós, de modo que se possa fazê-los conhecidos na América Latina.

7. Centro Interamericano para o Ensino de Estatística (CIENES)

O CIENES foi criado em 1962 por uma transformação do Centro Interamericano para o Ensino de Estatística Econômica e Financeira (CIEF), instituição que existia desde 1953. O CIEF manteve cursos regulares em seu quartel-general e cursos regionais em centros de estudo na América Latina. Em 1961, o CIEF concedeu 31 bôlsas. O CIENES tem seu comando em Santiago,

Chile, e é uma dependência do Departamento de Estatística. Desde 1962, o CIENES vem dando três espécies de cursos:

- a) Cursos sobre técnicas estatísticas para funcionários de instituições que lidam com estatística básica, principalmente os Departamentos de Estatística e Censo ou agências similares. Estes cursos duraram em geral 10 meses.
- b) Cursos sobre Estatística Econômica e Social para pessoal de instituições, que formulam e coletam estatísticas e fazem estudos de natureza econômica e social, tais como bancos centrais, agências para estímulo de produção, grupos responsáveis pelo desenvolvimento de programa econômico e social. Estes cursos duram 10 meses.
- c) Cursos sobre Estatística Matemática para professores de estatística de nível universitário e consultores de metodologia estatística. Duraram dois anos, com dois períodos de 10 meses.

Em seu primeiro ano, o CIENES manteve respectivamente 41, 43 e 18 destes cursos. Em 1966, 35 bolsistas participaram do curso *a*; 32 do *b*, e 25 do *c*, os últimos subdivididos em 13 no primeiro ano e 12 no segundo. Deve-se esclarecer que dos bolsistas, 65 receberam bolsa do CIENES e os outros de diversas instituições nacionais e internacionais.

Conquanto os cursos do tipo *c* possam parecer particularmente úteis, penso que se deve mencionar o panorama geral do trabalho do CIENES, já que é uma instituição de influência considerável no desenvolvimento dos estudos estatísticos na América Latina.

Consideremos agora os programas especiais, sob a direção do Departamento de Assuntos Científicos da União Pan-americana:

1. Cursos de férias no EUA — cursos anuais

Devido a um acordo com a Fundação Nacional de Ciência (NSF), 20 bolsas têm sido concedidas anualmente desde 1960, a fim de possibilitar aos professores secundários e universitários da América Latina sua participação em cursos de férias patrocinados pela NSF. Tais cursos são mantidos em faculdades ou universidades norte-americanas e podem ser para professores de matemática, biologia, física, química ou ciências aplicadas. Sua duração varia entre 4 e 12 semanas.

Durante os três primeiros anos, até 1962, 56 bolsas foram concedidas, das quais 11 foram para professores de matemática. Entre 1963 e 1965, houve 67 bolsas das quais 17 para matemática e 2 para estatística.

Durante o ano de 1966, houve 26 bolsas, 4 das quais para matemática. Estes cursos têm estimulado os participantes pelo fato de alguns conseguirem prolongar suas bolsas por um ano e às vezes chegando até ao mestrado.

Em conjunção com este plano, cientistas latino-americanos foram convidados a familiarizarem-se com o sistema de cursos de férias através de visitas na qualidade de expositores.

2. Cursos de férias na América Latina

Desde o início de 1961, cursos de verão sobre ciências foram realizados nos países da América Latina. Os que se relacionavam com matemática foram os seguintes:

a) Curso de Férias de Ciências para a América Central e o Panamá.

Foi realizado em São José da Costa Rica, em janeiro e fevereiro de 1961, e durou seis semanas. Era destinado a tratar de biologia, química e matemática. O número total de participantes foi 41. Em 1963, cursos similares foram realizados com a participação de 138 professores.

A União Pan-americana e a Fundação Nacional de Ciência dos EUA financiaram estes cursos, agindo em colaboração com a Universidade da Costa Rica, quartel-general dos cursos e da USUCA.

b) Curso de Férias de Matemática, Lima, Peru.

Foi realizado com a colaboração do Instituto para a Promoção do Ensino da Matemática de Lima, Peru, e financiado pela União Pan-americana, Fundação Nacional de Ciência e Fundação Ford. Era indicado a professores de escolas de treinamento de professores e programas de ensino para o secundário. Durou seis semanas em fevereiro e março de 1962. Oitenta professores participaram, dos quais 67 eram peruanos e 13 de 6 países diferentes.

c) Curso de Férias de Matemática, Lima, Peru.

Semelhante ao primeiro, mas desenvolvido em dois níveis. Em sua organização colaboraram a União Panamericana, a Universidade Nacional de Engenharia, o Ministério da Educação com apoio financeiro da AID e da Fundação Nacional de Ciência dos EUA; os participantes eram professores secundários e professores de escolas para treinamento de professores. Setenta eram peruanos e sessenta estrangeiros. O curso durou seis semanas e foi realizado em fevereiro e março de 1964.

d) Curso de Férias na América Central.

Foi realizado na Costa Rica em 1963 e seguiu as linhas do curso de 1961.

3. Programa de intercâmbio de cientistas

Foi iniciado em 1960 com a cooperação da NSF. Seu objetivo tem sido fortalecer os centros de pesquisa e os programas de ensino na América Latina através do estímulo à formulação e execução de projetos conjuntos entre grupos de cientistas e instituições diversas.

Nos últimos quatro anos, 46 cientistas participaram do programa, 3 dos quais eram matemáticos. Os projetos duram um semestre ou dois.

Um programa semelhante em colaboração com várias instituições possibilitou aos matemáticos e professores de matemática dos países latino-americanos familiarizarem-se com os diversos projetos para o aperfeiçoamento do ensino da matemática nos EUA.

4. Reuniões regionais

A OEA colaborou no financiamento e organização de várias reuniões regionais sobre o ensino de ciências, em particular, da primeira Conferência Interamericana sobre o Ensino da Matemática, efetuada em Bogotá em 1961 e desta segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática que ora se desenrola. As recomendações destas reuniões foram publicadas num fascículo para a América Latina.

5. Publicações

O Departamento de Assuntos Científicos da União Pan-americana preocupara-se constantemente com a distribuição de publicações de interesse de cientistas e professores de ciência. Já foram lançadas as seguintes publicações relacionadas com matemática:

- 1961: *Guia para canais científicos e técnicos na América Latina*, de caráter geral.
- 1963: Primeira monografia intitulada: *Revolução na matemática de nível primário e secundário*.
- 1965: Segunda monografia sobre espaços vetoriais e geometria analítica.

Em dezembro de 1965, a comissão consultiva especial reuniu-se em Washington e propôs a publicação de uma série de 12 monografias sobre os seguintes tópicos:

- 1) Funções
- 2) Estruturas algébricas fundamentais
- 3) Álgebra linear
- 4) Fundamentos da geometria euclidiana do ponto de vista da álgebra linear
- 5) Introdução à topologia (topologia dos espaços métricos)
- 6) Fundamentos da matemática
- 7) Introdução às probabilidades e à inferência estatística
- 8) Programação linear
- 9) Números reais e complexos
- 10) Características numéricas
- 11) Algumas aplicações da matemática
- 12) História das idéias modernas em matemática.

Nomes de matemáticos latino-americanos de destaque foram propostos para a redação e edição da série.

Este programa de monografias científica está sendo financiado com o auxílio da NSF, e neste momento alguns dos volumes estão quase prontos para publicação.

Gostaria de mencionar aqui a publicação dos números 37 e 38 da *Education Review* (1965), uma publicação do Departamento de Assuntos Educacionais da União Pan-americana, totalmente devotados ao ensino da matemática.

6. Estudo do Ensino de Ciências e Engenharia na América Latina (ECIAL)

O estudo do ECIAL está sendo feito graças ao apoio da Fundação Ford, e procura atualizar o conhecimento existente sobre o ensino de ciência e engenharia na América Latina.

Na publicação, correspondentemente a cada país, são fornecidos dados sobre organização escolar, planos de estudo para o secundário e universidade, os programas e bibliografia de cada curso, indicação de cursos de pós-graduação, campos de pesquisa e publicações.

Já publicamos os relatórios para o Chile, países da América Central e México; os da Argentina, Brasil, Colômbia, Uruguai e Venezuela estão em andamento, e os restantes serão publicados no segundo semestre de 1967.

7. Guia para o cientista e para instituições científicas na América Latina

Em colaboração com a UNESCO, guias para instituições científicas e para cientistas foram publicados para cinco países. Estas publicações atualizam aquelas publicadas há sete anos.

Conclusões

Tudo isto foi um esboço das atividades da OEA em anos recentes contribuindo ao aperfeiçoamento do ensino da matemática nos países latino-americanos. Os esforços tiveram várias orientações dos quais as mais importantes podem bem ser o esforço muito útil em despertar o interesse no aperfeiçoamento e usar a análise para sugestão de linhas de ação no futuro.

A OEA espera que de uma reunião deste tipo surjam sugestões concretas, as quais serão certamente levadas em conta, tendo como única restrição qualitativa os recursos financeiros disponíveis para manutenção das atividades necessárias.

C) SÔBRE CURRÍCULOS E TRANSIÇÃO

Uma experiência na reconstrução do currículo para matemática na escola secundária

HOWARD F. FEHR
(EUA)

É lugar-comum falar sobre matemática moderna, métodos modernos e um programa novo de matemática como se o que estamos tentando fazer hoje nas escolas fôsse muito diferente do que o que fizemos há dez ou vinte anos. É um fato, no entanto, que apesar de algumas mudanças estrondosas que foram efetuadas recentemente, o que estamos fazendo agora em matemática não é muito diverso do programa tradicional de ingresso à faculdade há quarenta anos. A álgebra ainda é estudada durante um ano e meio a dois como um ramo separado, isolado do estudo de todos os outros ramos da matemática. O estudo de geometria foi reduzido a um ano, mas consiste ainda, na maior parte, da maneira sintética de Euclides de fazer geometria.

De modo algum quero depreciar os esforços e aperfeiçoamentos que realizamos, pois representam um grande passo adiante. Mas é apenas o primeiro passo em direção ao tipo de educação matemática necessário no mundo atual. Vemos agora, mais claramente do que nunca, a diferença entre a atualização ou modernização de um programa tradicional e a reconstrução de todo um currículo.

Na confecção de um programa moderno, o primeiro passo é selecionar um grupo dos tópicos mais importantes, usando um critério aprovado para a seleção. Se todos os preconceitos forem abandonados, este primeiro passo resultará na adoção de novos tópicos bem como na rejeição de outros, que têm es-

tado entrincheirados em nossos currículos. Esta seleção deve ser feita por pessoas altamente competentes em matemática, pois só eles têm conhecimento suficiente para saber quais os elementos essenciais e necessários para um programa de matemática moderna. Uma vez que os tópicos tenham sido selecionados, devem ser organizados em uma seqüência conveniente. No entanto, a ordem dos tópicos dependerá do ponto de vista que se adote. Dependendo do fato de se estar preocupado com:

- a) uma organização racional dos tópicos,
- b) a urgência de aprender e aplicar os tópicos;
- c) o processo pelo qual a mente vem a compreender o tópico, pode-se considerar respectivamente uma ordem lógica, prática ou psicológica. *É essencial que, sem exigir um trabalho muito grande, tôdas as três ordens devam ser reconciliadas numa boa seqüência pedagógica.*

Atualmente, encontramos-nos sob pressão para ensinar mais matemática a estudantes mais jovens por causa do rápido crescimento do campo de aplicações da matemática. Ao mesmo tempo, somos mais sensíveis à psicologia do aprendizado relacionada com a matemática apesar de que nosso conhecimento sobre ela seja limitado. Estes fatores tornam muito complexo o problema de compilar um programa de matemática. Por outro lado uma compreensão maior e uma visão mais profunda dos conceitos e teorias da matemática contemporânea. É este aspecto da matemática que nos coloca em boa posição para produzir um programa unificado.

Para chegar a nosso objetivo, não é suficiente eliminar assuntos obsoletos, nem substituí-los por assuntos de tipo mais moderno, nem inserir alguns conceitos modernos em um programa antiquado. *A matemática para a Escola Secundária deve ser reconstruída do uso das estruturas matemáticas.*

Projeto de um programa

Na construção de um programa genuinamente moderno, devemos considerar certo número de idéias-chave, essenciais como elementos unificadores, e então adicionar outros que têm valor por suas aplicações extensivas, tanto na matemática pura como na aplicada. Nesse contexto, conjuntos, aplicações, rela-

ções e funções são fundamentais para o estudo de toda a matemática — eles são elementos unificadores. São básicos para toda a matemática de nível secundário as estruturas algébricas de grupo, anel e corpo, a estrutura algébrico-geométrica de espaço vetorial e a álgebra linear. O cálculo, probabilidade e inferência estatística, e alguma teoria matemática relacionada com os computadores fornecem um clímax conveniente e satisfatório para o programa da escola secundária. Em todos os tempos, o ensino devia ser dirigido ao desenvolvimento de espaços vetoriais.

Esses tópicos não só atendem às necessidades daqueles que usarão a matemática, mas mais significativamente eles fornecem a substância para uma completa educação matemática geral ou para profissões liberais, que a escola secundária deve fornecer no futuro.

É necessário adotar uma atitude sensata e *responsável* no ato de propor qualquer programa para fazer com que o que é proposto seja feito com calma, convenientemente e com compreensão total. Assume-se naturalmente na proposta experimental abaixo esquematizada que a matemática, organizada funcionalmente, sob conceitos mais amplos e gerais, baseada na aquisição e no uso de estruturas dominantes, e ensinada com pedagogia inteligente e psicologicamente sólida, pode alcançar, num menor período de tempo do que antes se levava, maior aprendizado matemático de natureza contemporânea e útil.

Ao interpretar a ênfase que foi dada às estruturas pode-se pensar que ela se refere à estrutura e ao rigor axiomático ou dos postulados. Não é isso o que se pretende. Na escola primária e secundária, um estudo formal e axiomático de matemática não fornece um meio no qual se possa desenvolver a liberdade da mente. A lógica nada descobre — e em suas provas tudo deve ser previsto. No aprendizado real a descoberta vem sempre antes da prova.

Os assuntos

Ao dar uma sinopse de um currículo de matemática realmente moderno, é freqüentemente necessário falar sobre tópicos ou ramos de maneira tal que possam ser construídos como constituindo um ano escolar ou meio ano ou ainda estudo ordenado. Este não é o intuito desta apresentação. Todos os tópicos devem

ser introduzidos no início do programa e estendidos, alargados e aprofundados nos anos de estudo subsequente. Portanto, somente consideramos o escopo, ou a quantidade e qualidade de matemática que constitui o programa. Nenhuma seqüência é aqui indicada e, de fato, pode haver um número de seqüências diferentes, todas eficientes e efetivas no alcance dos objetivos anteriormente descritos. Estas seqüências devem ser obtidas por experiência de classe na organização de assuntos e atitudes pedagógicas.

- I. Conjuntos
- II. Relações
- III. Funções
- IV. O conjunto de números cardinais
- V. A reta e o plano
- VI. Grupóides e grupos
- VII. O anel dos inteiros
- VIII. A reta e o corpo ordenado dos números reais
- IX. Cálculos numéricos
- X. Polinômios com coeficientes reais
- XI. O plano vetorial e a geometria afim
- XII. Geometria métrica euclidiana do plano
- XIII. Estatística descritiva
- XIV. O plano e o corpo dos números complexos
- XV. Um estudo normal dos grupos, anéis e corpos
- XVI. Espaços vetoriais (dependência linear, matrizes, soluções de equações lineares)
- XVII. Geometria coordenada afim (Vide Levi)
- XVIII. Geometria espacial euclidiana (por coordenadas e vetores)
- XIX. Probabilidades em espaços amostrais finitos

O último ano do curso secundário deveria incluir:

- XX. Espaços métricos e topologia simples (esferas abertas, vizinhanças, distâncias)
- XXI. Funções contínuas (continuidade num ponto e num intervalo); limite de uma função num ponto
- XXII. Cálculo diferencial
- XXIII. Cálculo integral
- XXIV. Equações diferenciais simples; probabilidade avançada.

ções e funções são fundamentais para o estudo de toda a matemática — eles são elementos unificadores. São básicos para toda a matemática de nível secundário as estruturas algébricas de grupo, anel e corpo, a estrutura algébrico-geométrica de espaço vetorial e a álgebra linear. O cálculo, probabilidade e inferência estatística, e alguma teoria matemática relacionada com os computadores fornecem um clímax conveniente e satisfatório para o programa da escola secundária. Em todos os tempos, o ensino devia ser dirigido ao desenvolvimento de espaços vetoriais.

Êsses tópicos não só atendem às necessidades daqueles que usarão a matemática, mas mais significativamente eles fornecem a substância para uma completa educação matemática geral ou para profissões liberais, que a escola secundária deve fornecer no futuro.

É necessário adotar uma atitude sensata e *responsável* no ato de propor qualquer programa para fazer com que o que é proposto seja feito com calma, convenientemente e com compreensão total. Assume-se naturalmente na proposta experimental abaixo esquematizada que a matemática, organizada funcionalmente, sob conceitos mais amplos e gerais, baseada na aquisição e no uso de estruturas dominantes, e ensinada com pedagogia inteligente e psicologicamente sólida, pode alcançar, num menor período de tempo do que antes se levava, maior aprendizado matemático de natureza contemporânea e útil.

Ao interpretar a ênfase que foi dada às estruturas pode-se pensar que ela se refere à estrutura e ao rigor axiomático ou dos postulados. Não é isso o que se pretende. Na escola primária e secundária, um estudo formal e axiomático de matemática não fornece um meio no qual se possa desenvolver a liberdade da mente. A lógica nada descobre — e em suas provas tudo deve ser previsto. No aprendizado real a descoberta vem sempre antes da prova.

Os assuntos

Ao dar uma sinopse de um currículo de matemática realmente moderno, é freqüentemente necessário falar sobre tópicos ou ramos de maneira tal que possam ser construídos como constituindo um ano escolar ou meio ano ou ainda estudo ordenado. Este não é o intuito desta apresentação. Todos os tópicos devem

ser introduzidos no início do programa e estendidos, alargados e aprofundados nos anos de estudo subsequente. Portanto, somente consideramos o escopo, ou a quantidade e qualidade de matemática que constitui o programa. Nenhuma seqüência é aqui indicada e, de fato, pode haver um número de seqüências diferentes, todas eficientes e efetivas no alcance dos objetivos anteriormente descritos. Estas seqüências devem ser obtidas por experiência de classe na organização de assuntos e atitudes pedagógicas.

- I. Conjuntos
 - II. Relações
 - III. Funções
 - IV. O conjunto de números cardinais
 - V. A reta e o plano
 - VI. Grupóides e grupos
 - VII. O anel dos inteiros
 - VIII. A reta e o corpo ordenado dos números reais
 - IX. Cálculos numéricos
 - X. Polinômios com coeficientes reais
 - XI. O plano vetorial e a geometria afim
 - XII. Geometria métrica euclidiana do plano
 - XIII. Estatística descritiva
 - XIV. O plano e o corpo dos números complexos
 - XV. Um estudo normal dos grupos, anéis e corpos
 - XVI. Espaços vetoriais (dependência linear, matrizes, soluções de equações lineares)
 - XVII. Geometria coordenada afim (Vide Levi)
 - XVIII. Geometria espacial euclidiana (por coordenadas e vetores)
 - XIX. Probabilidades em espaços amostrais finitos
- O último ano do curso secundário deveria incluir:
- XX. Espaços métricos e topologia simples (esferas abertas, vizinhanças, distâncias)
 - XXI. Funções contínuas (continuidade num ponto e num intervalo); limite de uma função num ponto
 - XXII. Cálculo diferencial
 - XXIII. Cálculo integral
 - XXIV. Equações diferenciais simples; probabilidade avançada.