

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Andresa de Liz

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA A GESTÃO
FINANCEIRA PESSOAL**

Florianópolis
2019

Andresa de Liz

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA A GESTÃO
FINANCEIRA PESSOAL**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Alexandre Augusto Biz

Florianópolis
2019

ANDRESA DE LIZ

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA A GESTÃO
FINANCEIRA PESSOAL**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Graduação em Matemática do
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

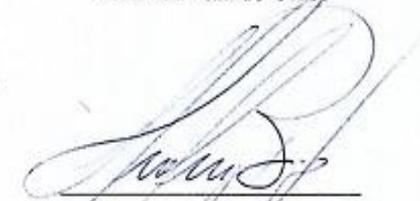
Trabalho aprovado.

Florianópolis, 26 de junho de 2019.



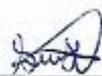
Prof.ª Dra. Sonia Elena Palomino Castro
Coordenadora do Curso

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Alexandre Augusto Biz
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina



Prof.ª Dra. Silvia Martini de Holanda
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof.ª Dra. Sonia Elena Palomino Castro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por nunca me abandonar e me deixar desamparada e, acima de tudo, por me dar forças para enfrentar toda e qualquer batalha até aqui.

Agradeço aos meus pais, Ivan Claret de Liz e Marli Oliveira de Liz, por serem sempre tão compreensivos comigo, por me estimularem durante toda essa graduação, por vibrarem comigo a cada conquista e também por tomarem as minhas dores sempre que as coisas não saíram como o planejado.

Agradeço ao meu doce e amado afilhado, Alex Souza de Liz, por sempre compreender quando eu não pude brincar com você porque precisava estudar. Apesar dos seus 5 anos de idade, você me ensina muitas coisas diariamente.

Agradeço ao meu namorado e meu grande parceiro nessa vida, Joaquim Couto Braga, por encarar comigo toda e qualquer aventura e por me fazer acreditar, todos os dias, que sou capaz de realizar o que eu quiser. Agradeço por toda paciência comigo em todos estes anos, por compreender as minhas ausências, principalmente nesta reta final, e por todo seu carinho, amor e cuidado comigo.

Aos grandes amigos que a Matemática me proporcionou, Hingrid Rosa, Matheus Pimenta e Mateus Patrício, a sua amizade, sem dúvidas, tornou esta caminhada mais leve, mais rica e muito mais feliz. Perto ou longe, sempre levarei vocês em meu coração.

Aos demais amigos e companheiros de estudos com quem compartilhei momentos de tensão, alegrias e tristezas durante esta graduação, Beli Thomaz, Juliane Scheidt, Victória Gittens, Mateus Bruscatto, Mayana Campos, Victor Damian e Wander Vladenidis, vocês foram, sem dúvidas, fundamentais para a minha chegada até aqui.

A todos os professores que participaram da minha formação, em especial à professora Silvia Martini de Holanda por ser este exemplo de pessoa e profissional em quem me espelho, por ter feito eu me apaixonar pelo Cálculo e, além disso, por sempre me ouvir, me acalmar e me confortar nos momentos de tensão. À professora Sonia Elena Palomino Castro por sempre me receber de braços abertos – mesmo quando eu apareci com diversos problemas – e, além disso, por ter se envolvido e se interessado tanto por este trabalho. E ao querido professor Leandro Batista Morgado, por sempre estar disponível para me auxiliar e por ser esse professor que nitidamente ama o que faz. Você é um exemplo de professor que, sem dúvidas, irei seguir.

Agradeço ao meu orientador, Alexandre Augusto Biz, por todo auxílio e suporte durante a produção deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a conclusão deste ciclo.

“Se uma menina que recebeu educação pode mudar o mundo, imagine o que 130 milhões são capazes de fazer.”

(Malala Yousafzai)

RESUMO

A Gestão das Finanças Pessoais é indispensável na vida de qualquer indivíduo, independente da sua classe social ou profissão, especialmente diante das estratégias de marketing de empresas que estimulam o consumo desenfreado dissuadindo, portanto, o hábito de poupar e investir. Perante este cenário e tendo em vista os altos índices de endividamento dos brasileiros, constata-se a carência de conhecimentos referentes à aplicabilidade real da Gestão Financeira na vida das pessoas. Diante do exposto, esta pesquisa terá como objetivo geral a elaboração de um capítulo que apresentará a Matemática Financeira como ferramenta para auxiliar as pessoas na gestão de suas finanças. Para atender tal objetivo, inicialmente serão apresentadas as discussões teóricas acerca dos temas principais da Matemática Financeira e da Gestão Financeira que irão nortear esta pesquisa que será fundamentada, principalmente, nas obras de Fernando Guerra, José Dutra Vieira Sobrinho e Assaf Neto no contexto da Matemática Financeira e contará com o aporte nas obras de Jurandir Sell Macedo Junior e André Massaro no contexto da Gestão das Finanças Pessoais. Posteriormente, serão apresentados os procedimentos metodológicos adotados durante a elaboração desta pesquisa, bem como as análises obtidas através da aplicação do questionário sobre Matemática Financeira e Finanças Pessoais, que serviu como aporte para a construção do material final. Por fim, será apresentado um capítulo que abordará a Matemática Financeira como ferramenta para a gestão financeira pessoal, que terá com finalidade principal auxiliar as pessoas na gestão das suas finanças, abordando questões cotidianas que podem ser resolvidas com o auxílio da Matemática Financeira.

Palavras chave: Matemática Financeira. Gestão Financeira. Finanças Pessoais.

ABSTRACT

The Personal Financial Management is essential in the life of any individual, regardless of social class or occupation, especially before marketing strategies from companies that encourage unbridled consumption, thus deterring the habit of saving and investing. In face of this scenario and considering the high rates of debt among brazilians, one observes the need for knowledge pertaining the real applicability of Financial Management in people's lives. In view of the above, this research will have as general objective the elaboration of a chapter that will present Financial Mathematics as a tool to assist people in the management of their finances. In order to meet such goal, firstly, theoretical discussions regarding the key themes of Financial Mathematics and Financial Management will be presented and will guide this research, which will be grounded, mainly, in the works of Fernando Guerra, José Dutra Vieira Sobrinho and Assaf Neto in the context of Financial Mathematics and will reckon on the input in the works of Jurandir Sell Macedo Junior and André Massaro in the context of Personal Financial Management. Subsequently, the methodological procedures used in the construction of this research will be presented, as will the analyses obtained through the implementation of a questionnaire about Financial Mathematics and Personal Finances, which served as input for the construction of the final material. Finally, a chapter will be presented that will deal with Financial Mathematics as a tool for personal financial management, whose main purpose is to help people manage their finances by addressing everyday issues that can be solved with the help of Financial Mathematics.

Keywords: Financial Mathematics. Financial Management. Personal Finances.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1: GRÁFICO COMPARATIVO: JUROS SIMPLES X JUROS COMPOSTOS. | 21 |
| FIGURA 2: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA – EXEMPLO 4. | 23 |
| FIGURA 3: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA DO VALOR ATUAL. | 25 |
| FIGURA 5: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA DO MONTANTE. | 32 |
| FIGURA 6: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA – EXEMPLO 8. | 34 |
| FIGURA 7: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA SAC. | 37 |
| FIGURA 8: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PRICE. | 42 |
| FIGURA 9: EVOLUÇÃO DOS PREÇOS DE UM CELULAR. | 82 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| TABELA 1: COMPARAÇÃO ENTRE JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS..... | 21 |
| TABELA 2: TABELA $a(20,i)$ – EXEMPLO 6..... | 30 |
| TABELA 3: PLANO DE PAGAMENTO SAC – EXEMPLO 9..... | 41 |
| TABELA 4: PLANO DE PAGAMENTO PRICE – EXEMPLO 10..... | 48 |
| TABELA 5: EMBASAMENTO TEÓRICO PARA O QUESTIONÁRIO DE PRÉ-TESTE..... | 68 |
| TABELA 6: EMBASAMENTO TEÓRICO PARA O QUESTIONÁRIO FINAL..... | 73 |
| TABELA 7: CURSOS E CENTROS PARTICIPANTES DO QUESTIONÁRIO..... | 77 |
| TABELA 8: IDADE DOS PARTICIPANTES DO QUESTIONÁRIO..... | 78 |
| TABELA 9: CARACTERÍSTICAS DOS INVESTIMENTOS..... | 85 |
| TABELA 10: TIPOS DE INVESTIMENTOS..... | 86 |
| TABELA 11: PLANO DE PAGAMENTO SAC – FINANÇAS PESSOAIS..... | 91 |
| TABELA 12: PLANO DE PAGAMENTO PRICE - FINANÇAS PESSOAIS..... | 91 |

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 11 |
| 2 | CONSTRUÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA | 12 |
| 2.1 | DELIMITAÇÃO DO TEMA | 12 |
| 2.2 | PROBLEMA DE PESQUISA | 12 |
| 2.3 | OBJETIVO GERAL | 13 |
| 2.4 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 13 |
| 2.5 | JUSTIFICATIVA | 13 |
| 3 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 15 |
| 3.1 | MATEMÁTICA FINANCEIRA | 15 |
| 3.1.1 | Juros simples | 17 |
| 3.1.2 | Juros compostos | 18 |
| 3.1.3 | Comparação: juros simples e juros compostos | 20 |
| 3.2 | SÉRIES DE PAGAMENTOS OU RECEBIMENTOS | 21 |
| 3.2.1 | Classificação das rendas | 22 |
| 3.2.1.1 | Quanto ao prazo | 22 |
| 3.2.1.2 | Quanto ao valor dos termos | 22 |
| 3.2.1.3 | Quanto ao intervalo de tempo entre seus termos | 22 |
| 3.2.1.4 | Quanto ao vencimento dos termos | 22 |
| 3.2.1.5 | Quanto à ocorrência do primeiro termo | 22 |
| 3.2.2 | Modelo Básico de rendas | 23 |
| 3.2.2.1 | Valor atual no Modelo Básico de rendas | 25 |
| 3.2.2.2 | Montante no Modelo Básico de rendas | 32 |
| 3.3 | SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO DE DÍVIDAS | 35 |
| 3.3.1 | Sistema de amortização constante (SAC) | 36 |
| 3.3.2 | Sistema Francês de Amortização (Tabela Price) | 41 |
| 3.4 | EDUCAÇÃO FINANCEIRA | 48 |
| 3.4.1 | Educação financeira – conceitos básicos | 48 |
| 3.4.2 | O endividamento e a inadimplência no Brasil | 49 |
| 3.5 | EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO – ANÁLISE DOCUMENTAL | 50 |
| 3.5.1 | Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Ensino Médio | 51 |
| 3.5.2 | Base Nacional Comum Curricular (BNCC) | 52 |
| 3.6 | GESTÃO FINANCEIRA PESSOAL | 54 |
| 3.6.1 | Planejamento Financeiro | 54 |
| 3.6.2 | Uso do crédito | 58 |
| 3.6.3 | Investimentos | 59 |

| | |
|--|-----------|
| 3.6.3.1 Investimentos de renda fixa | 60 |
| 3.6.3.2 Investimentos de renda variável | 61 |
| 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS | 64 |
| 4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA | 64 |
| 4.2 ETAPAS DO PROCEDIMENTO METODOLÓGICO | 64 |
| 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS | 77 |
| 6 APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NAS FINANÇAS PESSOAIS | 81 |
| 6.1 PLANEJAMENTO FINANCEIRO | 81 |
| 6.2 POUPANÇA E INVESTIMENTO | 85 |
| 6.3 USO DO CRÉDITO | 88 |
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 93 |
| 8 REFERÊNCIAS | 95 |
| 9 APÊNDICES | 99 |
| 9.1 APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE PRÉ-TESTE | 99 |
| 9.2 APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL | 103 |

1 INTRODUÇÃO

Nunca é cedo demais para aprender a lidar com o dinheiro, com o que vale a pena gastar, o que seria um gasto supérfluo, saber diferenciar o que se quer do que se precisa comprar. O verbo “comprar”, está diretamente ligado ao forte investimento de marketing apresentado pelas empresas para que os indivíduos consumam os seus produtos. É uma cartela cada vez maior de produtos disponíveis no mercado, alta tecnologia, propagandas que nos fazem pensar que “é impossível viver sem comprar o produto X” (OLIVEIRA, *et al.*, 2014, p. 2).

Então encontra-se o seguinte cenário: de um lado há o constante investimento de marketing para ampliar o consumo de produtos, do outro existe uma população pouco instruída financeiramente consumindo, muitas vezes, muito acima da sua capacidade de endividamento. Baseado neste cenário, existe a necessidade de ensinar os indivíduos, desde o princípio da construção de sua carreira, a lidarem com seu dinheiro para fazê-lo prosperar.

Para que as pessoas aprendam as melhores maneiras de gerir o seu orçamento, é indispensável que saibam fazer um bom planejamento financeiro, saibam organizar suas finanças e entendam como funciona o mercado financeiro, desde o conhecimento sobre os produtos de créditos que utilizam no cotidiano (cartão de crédito, cheque especial, empréstimos, entre outros) até as opções de investimentos e os demais produtos que farão sua renda expandir. Ao estudar sobre estes produtos de créditos, é importante que haja a compreensão sobre como eles funcionam. Para tal, é fundamental o conhecimento da Matemática Financeira, que trata do estudo dos juros, as formas de pagamento e, além disso, possibilita o entendimento sobre o comportamento do dinheiro ao longo do tempo.

Diante do exposto, este trabalho abordará o estudo da Gestão Financeira Pessoal, utilizando a Matemática Financeira como ferramenta neste processo.

Este trabalho foi estruturado em capítulos, conforme especificados a seguir. No capítulo 2 será apresentada a construção do objeto de pesquisa. No capítulo 3 será feita a fundamentação teórica, apresentando conceitos de Matemática Financeira, Educação Financeira e a Gestão Financeira pessoal. No capítulo 4 serão apresentados os procedimentos metodológicos realizados. Já no capítulo 5 serão explicitadas as análises dos resultados obtidos. No capítulo 6 será apresentada a aplicabilidade da Matemática Financeira em situações financeiras do cotidiano e, por fim, no capítulo 7 serão feitas as considerações finais.

2 CONSTRUÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA

2.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

A pesquisa se limitou a buscar a relação entre a Matemática e as Finanças Pessoais, ou seja, buscar compreender de que forma a Matemática pode servir como uma ferramenta na gestão financeira pessoal, analisando as vertentes da Matemática Financeira e sua aplicabilidade efetiva nas finanças, abordando a Gestão Financeira, o Planejamento Financeiro e o Comportamento Financeiro de uma pessoa.

2.2 PROBLEMA DE PESQUISA

A Matemática Financeira é a área da Matemática que estuda os juros, descontos, séries de pagamentos e aborda alternativas para fazer investimentos e financiamentos e, para além disso, aborda a importância de saber lidar com o dinheiro, de forma que faça-o prosperar. Ela é um instrumento indispensável aos operadores de mercado e também tem grande importância na organização das finanças de uma pessoa (VIEIRA SOBRINHO, 2007).

Segundo Macedo (2010, p. 26), “o planejamento financeiro é o processo de gerenciar o dinheiro a fim de atingir a satisfação pessoal. Um bom planejamento inclui programar o orçamento, otimizar seus investimentos e reduzir os gastos”.

Juntamente com a Gestão Financeira pessoal, a Matemática Financeira desempenha um papel fundamental pois, unindo estas duas vertentes, é possível aprender a lidar de forma inteligente com o dinheiro, seus ganhos e suas despesas, visto que, em diversas situações cotidianas, somos inclinados a recorrer aos conhecimentos das Finanças e da Matemática Financeira para que saibamos fazer bons negócios e boas escolhas.

Durante a formação acadêmica na Universidade, aprende-se muito sobre a futura profissão, porém, em nenhum momento, é ensinado como lidar com o dinheiro, obtido através do exercício desta profissão. Os alunos entram na Universidade, na maioria das vezes, sem ter uma grande noção de despesas e custos de vida de um estudante. Muitos destes alunos saem da casa de seus pais e precisam, pela primeira vez, morar sozinhos e administrar as despesas de uma residência.

Com base neste cenário e tendo em vista a necessidade de aprender a administrar as finanças, surge o seguinte questionamento: De que modo a Matemática Financeira pode ser utilizada como ferramenta na Gestão das Finanças de uma pessoa?

2.3 OBJETIVO GERAL

Apresentar a Matemática Financeira como ferramenta para a gestão das finanças de uma pessoa através de situações financeiras do cotidiano.

2.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Contextualizar conceitos de Matemática Financeira, Educação Financeira bem como sua abordagem no contexto escolar, a Gestão Financeira pessoal, o Planejamento Financeiro e suas relações;
- Identificar o nível de conhecimento dos alunos da UFSC sobre aplicação da Matemática Financeira nas suas finanças pessoais;
- Correlacionar o nível de conhecimento dos alunos da UFSC com a aplicabilidade da Matemática Financeira em situações financeiras do cotidiano a fim de auxiliar na construção do material final.

2.5 JUSTIFICATIVA

O endividamento dos brasileiros, a pouca capacidade de formação de patrimônio, o alto consumismo e a incapacidade de criar reservas financeiras está diretamente ligado à escassez da Educação Financeira durante a formação do indivíduo, seja ela no ensino escolar, acadêmico ou a formação do indivíduo como parte da sociedade.

Segundo uma pesquisa realizada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo em 2018, a porcentagem de brasileiros endividados era de 59,8%. Com isto, é nítido o quanto estes dados têm contribuído para a apresentação do quadro de inadimplência do país. Um dos fatores que vem colaborando para este cenário é o desconhecimento do mercado financeiro, que gera o descontrole com relação aos seus ganhos e suas dívidas, que acarreta na má – ou até mesmo a falta – de organização nas suas finanças pessoais.

A Educação Financeira é o fator essencial que faz com que o indivíduo entenda o que ocorre na economia do seu país e fora dele e saiba relacionar este fator às suas próprias finanças. Com este entendimento, o indivíduo possui uma melhor capacidade de tomada de decisões no que diz respeito ao consumo e melhor utilização de seus recursos financeiros (PIRES, 2005).

Ainda, de acordo com o autor, este conhecimento não é atingido por todos. Por vezes, o indivíduo sabe o que deve fazer, mas, ao colocar em prática, faltam conhecimentos prévios

para o desenvolvimento de uma boa organização das suas finanças pessoais. “O dinheiro sem a inteligência financeira é dinheiro que desaparece depressa” (KIYOSAKI, LECHTER, 2000, p. 60).

Então, para que seja possível fazer uma boa gestão das suas finanças pessoais, o indivíduo deve entender de que forma funciona o mercado financeiro e utilizar este conhecimento ao seu favor. É de suma importância entender como funcionam as variáveis econômicas e, para alcançar este entendimento, é imprescindível o conhecimento da Matemática Financeira e a compreensão da sua relação com as finanças pessoais.

Visto que há esta deficiência, surge a necessidade de investigar e identificar como a população brasileira tem desenvolvido o conhecimento sobre Educação Financeira e de que forma lida com as suas finanças pessoais. Ainda, é importante identificar como este assunto é abordado durante a formação acadêmica do indivíduo, já que é neste contexto que, em geral, ele inicia sua entrada no mercado de trabalho e dá início à sua vida financeira.

A partir disto, busca-se explorar de que maneira essa abordagem é feita e, apesar de existirem diversas ferramentas frequentemente utilizadas para a melhoria das finanças pessoais do indivíduo, esta pesquisa se limitará a explorar a Matemática Financeira enquanto ferramenta útil na gestão financeira de uma pessoa.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira é a área da Matemática que investiga o comportamento do dinheiro com o passar do tempo. Neste trabalho, iremos abordá-la através de três vertentes: o estudo dos juros, as séries de pagamentos ou recebimentos e os sistemas de amortização.

Definição 1: Juros (J)

Receber uma quantia hoje e recebê-la no futuro não é a mesma coisa. Adiar o recebimento de um capital gera prejuízo e, para que este prejuízo seja amenizado, é necessário definir uma recompensa que o receptor deverá receber por ter emprestado o capital. Esta recompensa é chamada de **juros** (VIEIRA SOBRINHO, 2007; ASSAF NETO, 2012).

Existem, no meio das finanças, fatores que são importantes a serem analisados para verificar a rentabilidade o empréstimo de determinado valor. Estes fatores são:

- Risco: a probabilidade de o cedente do valor emprestado não reaver o dinheiro;
- Despesas: todas as despesas contidas durante a operação;
- Inflação: o quanto variam os preços dos produtos e serviços que estão disponíveis no mercado durante o prazo do empréstimo;
- Lucro: os juros da operação devem compensar o tempo em que o cedente do empréstimo se privou do uso do dinheiro que foi emprestado.

Para que a operação seja rentável para quem empresta, a receita dos juros deve ser suficiente para cobrir o risco, as despesas, a perda do poder aquisitivo do capital emprestado e render determinado lucro (VIEIRA SOBRINHO, 2007).

O juro, portanto, nada mais é do que uma compensação em dinheiro que se paga – ou se recebe – por um capital emprestado.

Definição 2: Capital (PV)

Possuir uma certa quantia em dinheiro possibilita a cessão deste, visando o recebimento de juros. O dinheiro disponível para tal fim é denominado de capital. Ou seja, o capital, nada mais é, do que o dinheiro disponível para ser cedido a quem necessitar (ponto de

vista do investidor) ou dinheiro que toma-se emprestado (ponto de vista do tomador). O capital também pode ser denominado como valor presente ou valor atual.

Definição 3: Período (n)

O período é determinado como o intervalo de tempo em que o capital permanecerá aplicado ou emprestado. Veremos a seguir que os fatores dos juros e do período são diretamente proporcionais, ou seja, quanto maior for o período de empréstimo ou aplicação, maiores serão os juros referentes à operação.

Definição 4: Montante (FV)

O montante é o valor resultante da operação financeira no final do período. Ou seja,

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros}$$

$$\Leftrightarrow FV = PV + J$$

$$\Leftrightarrow FV = PV + (PV \times i \times n)$$

$$\Leftrightarrow FV = PV(1 + i \times n)$$

Definição 5: Taxa de Juros (i)

A taxa de juros é o coeficiente que determina o valor dos juros, isto é, é a razão entre os juros totais recebidos e o capital inicialmente emprestado ou tomado, no período determinado.

Temos, portanto, que

$$i = \frac{J}{PV \times n}$$

Sendo que

i : Taxa de juros;

J : Juros;

PV : Capital.

As taxas de juros são representadas por medidas de tempo (mensal, trimestral, anual, etc.).

3.1.1 Juros simples

No regime de capitalização simples, os juros crescem de maneira linear ao longo do tempo, como os termos de uma progressão aritmética, ou seja, os juros são calculados somente sobre o capital inicial e não sobre os juros acumulados anteriormente (VIEIRA SOBRINHO, 2007).

Dado que

J : valor dos juros

PV : capital

i : taxa de juros referente a um período de capitalização

n : prazo (expresso na mesma unidade de tempo da taxa de juros)

Ao fim do primeiro período, os juros apresentam-se da seguinte forma:

$$J_1 = PV \times i$$

Já no segundo período, os juros são apresentados como

$$J_2 = PV \times i$$

Como os juros serão sempre calculados somente sobre o Capital PV , os juros em um instante n será dado por

$$J_n = PV \times i$$

Dado que o juro total é a soma dos juros tem-se, portanto, que

$$J_T = J_1 + J_2 + \dots + J_n$$

$$\Leftrightarrow J_T = \underbrace{(PV \times i) + (PV \times i) + \dots + (PV \times i)}_{n \text{ vezes}}$$

Daí, segue que os valores dos juros podem ser obtidos através da seguinte expressão:

$$J_T = J = PV \times i \times n$$

Exemplo 1: Sabendo que uma pessoa aplicou R\$1.700,00 à uma taxa de juros simples de 1,2% ao mês, durante 9 meses, quanto ela deverá resgatar ao fim deste período?

Solução:

Temos, neste problema, os seguintes dados:

$$PV = 1.700,00$$

$$i = 1,2\% \text{ ao mês ou } 0,012 \text{ a. m.}$$

$$n = 9 \text{ meses}$$

$$FV = ?$$

Então, temos:

$$\begin{aligned} FV &= PV \times (1 + i \times n) \\ \Rightarrow FV &= 1.700 \times (1 + 0,012 \times 9) \\ \Rightarrow FV &= 1.700 \times (1 + 0,108) \\ \Rightarrow FV &= 1.700 \times 1,108 \\ \Rightarrow FV &= 1.883,60 \end{aligned}$$

Portanto, o montante ou valor futuro resgatado ao fim dos 9 meses será de R\$1.883,60.

3.1.2 Juros compostos

No regime de capitalização composta, a taxa de juros será aplicada sobre o capital inicialmente investido somente no primeiro período, a partir do segundo período, os juros são incorporados ao montante obtido no período anterior (VIEIRA SOBRINHO, 2007).

Então, se um capital PV for emprestado por n períodos a uma taxa de juros i – dada na mesma unidade de tempo de n –, na capitalização composta teremos, ao fim de n períodos, o montante:

$$\begin{aligned} FV_1 &= PV \times (1 + i) \\ FV_2 &= FV_1 \times (1 + i) = PV \times (1 + i)^2 \\ FV_3 &= FV_2 \times (1 + i) = PV \times (1 + i)^3 \\ &\vdots \\ FV_n &= FV_{n-1} \times (1 + i) = PV \times (1 + i)^n \end{aligned}$$

Portanto, o montante, ao fim de n períodos, segundo as condições acima será:

$$FV_n = FV = PV \times (1 + i)^n$$

E os juros podem ser obtidos pela diferença:

$$\begin{aligned}
 J &= FV - PV \\
 \Rightarrow J &= PV \times (1 + i)^n - PV \\
 \Rightarrow J &= PV \times [(1 + i)^n - 1]
 \end{aligned}$$

Os juros compostos crescem de maneira exponencial, ou seja, quanto maior for o prazo de uma aplicação ou empréstimo, maior será o valor do montante ao final do período (ASSAF NETO, 2012).

Segundo o assessor de investimentos e professor da PUC-RS, André Bona (2018), o juro composto é uma das principais ferramentas para acumulação de patrimônio ao longo do tempo. Em um investimento, a partir de um determinado período, os juros compostos acabam tornando-se mais relevantes que o capital inicial investido.

Para Albert Einstein “o juro composto é a maior invenção da humanidade, porque permite uma confiável e sistemática acumulação de riqueza”. Ao compreender o funcionamento dos juros compostos e utilizá-lo ao seu favor, é possível ampliar exponencialmente o seu patrimônio e, de forma contrária, pode-se destruir rapidamente um patrimônio. Para enfatizar este conceito, analisa-se o comportamento do juro composto nos dois lados: do pagador e do investidor.

Vejamos a seguinte situação.

Exemplo 2: Uma pessoa possui uma dívida de R\$1.000,00 no cartão de crédito. Analisaremos de que forma a dívida se comportará em 12 meses:

Segundo dados do Banco Central (2019), as taxas mensais de juros de cartão de crédito, no mês de maio de 2019 em bancos convencionais, estavam em torno de 11% ao mês, ou 0,11 ao mês. Em um período de 12 meses, uma dívida de R\$1.000,00 terá como montante:

$$\begin{aligned}
 FV &= 1.000(1 + 0,11)^{12} \\
 \Rightarrow FV &= 3.498,45
 \end{aligned}$$

Ou seja, em 12 meses, a dívida de R\$1.000,00 se transformará em um montante de R\$3.498,45.

Agora, considere um investimento de R\$1.000,00 na capitalização composta. Tomaremos a taxa de juros de 1% ao mês a ser aplicada em 12 meses sobre o capital de R\$1.000,00. Temos, portanto:

$$FV = 1.000(1 + 0,01)^{12}$$

$$\Rightarrow FV = 1.126,82$$

Isto é, em 12 meses, uma aplicação de R\$1.000,00 irá transformar-se em um montante de R\$1.126,82, sem levar em consideração os descontos administrativos envolvidos.

Portanto, para que o juro composto seja tido como um aliado, é importante saber evitá-lo quando se é um pagador e recorrer a ele quando se é um investidor. Novamente, segundo Albert Einstein “O juro composto é a oitava maravilha do mundo. Quem entende, ganha, quem não entende, paga”.

3.1.3 Comparação: juros simples e juros compostos

Para a comparação entre a capitalização simples e composta, será elaborado um quadro comparando como se comportam os valores de cada regime.

Exemplo 3: Vamos comparar como se comportam os juros simples e compostos de um capital de R\$1.000,00 aplicado à uma taxa de 22% ao ano durante 4 anos.

Solução:

Temos as seguintes informações:

$$PV = 1.000,00$$

$$i = 22\% \text{ ao ano ou } 0,22 \text{ a. a.}$$

$$n = 4 \text{ anos}$$

$$FV = ?$$

Observe a tabela a seguir:

| Final do ano | Valor Futuro | |
|--------------|---|--|
| | Capitalização simples (juros simples) | Capitalização composta (juros compostos) |
| 0 | 1.000 | 1.000 |
| 1 | $1.000 \times (1 + 0,22 \times 1) = 1.220,00$ | $1.000 \times (1 + 0,22) = 1.220,00$ |

| | | |
|---|---|--|
| 2 | $1.000 \times (1 + 0,22 \times 2) = 1.440,00$ | $1.000 \times (1 + 0,22)^2 = 1.488,40$ |
| 3 | $1.000 \times (1 + 0,22 \times 3) = 1.660,00$ | $1.000 \times (1 + 0,22)^3 = 1.815,84$ |
| 4 | $1.000 \times (1 + 0,22 \times 4) = 1.880,00$ | $1.000 \times (1 + 0,22)^4 = 2.215,33$ |

TABELA 1: COMPARAÇÃO ENTRE JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS.

FONTE: Elaborada pela autora.

Com base nesta comparação é possível observar que, ao final do primeiro período – um ano –, os juros simples e compostos são iguais e o valor futuro também. Além disso, na capitalização simples, os juros crescem de forma linear, como os termos de uma progressão aritmética. Já na capitalização composta, os juros evoluem exponencialmente, como uma progressão geométrica.

Observe o gráfico comparativo a seguir.

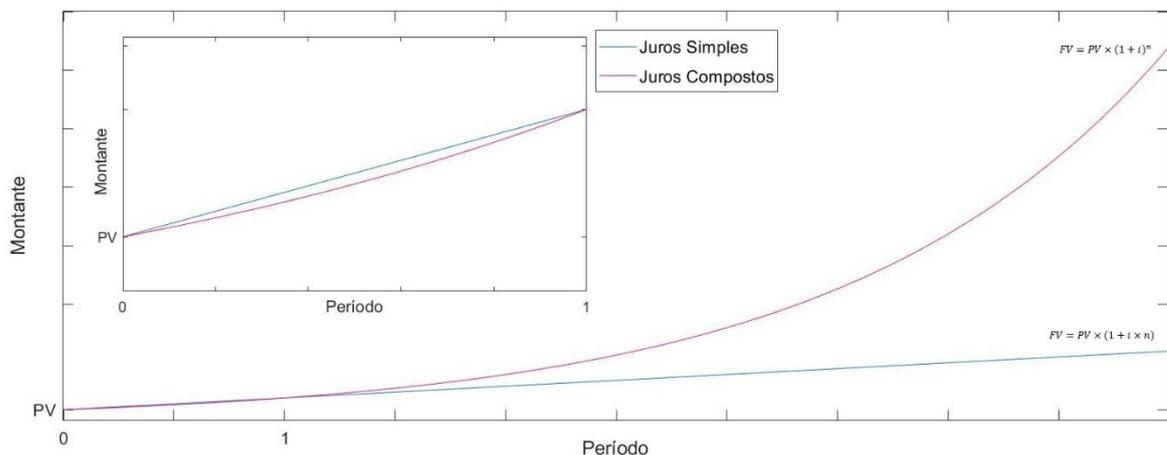


FIGURA 1: GRÁFICO COMPARATIVO: JUROS SIMPLES X JUROS COMPOSTOS.

FONTE: Elaborada pela autora.

Nota-se que, como a capitalização composta incorpora os juros periodicamente ao saldo devedor anterior, quanto maior for o período da capitalização composta, maior será a diferença entre o valor futuro da capitalização composta e da simples.

Neste exemplo em questão, como trata-se de uma operação de apenas 4 anos, sendo capitalizada anualmente, a diferença entre os juros foi sucinta.

Portanto, observa-se que no final do quarto ano, o empréstimo obtido pela capitalização em juros simples rendeu um montante de R\$1.880,00 enquanto o mesmo empréstimo, obtido pela capitalização composta gerou um montante de R\$2.215,33.

3.2 SÉRIES DE PAGAMENTOS OU RECEBIMENTOS

Em aplicações financeiras o capital pode ser pago ou recebido de uma única vez, ou através de uma série de pagamentos ou recebimentos.

Definição 6: Chamamos de renda certa, ou de séries de pagamentos ou recebimentos, ou séries de prestações ou anuidades a toda sequência finita ou infinita de pagamentos ou recebimentos em datas estipuladas previamente.

Cada um destes pagamentos ou recebimentos, sujeitos a uma certa taxa de juros compostos, é chamando de termo da série ou da anuidade (GUERRA, 2012).

De acordo com o autor, o intervalo de tempo entre dois termos chama-se período e a soma de todos os períodos define a duração da série de pagamentos ou anuidades.

3.2.1 Classificação das rendas

3.2.1.1 Quanto ao prazo

Quanto ao prazo, as rendas podem ser finitas, quando sua duração for limitada, ou seja, quando existir a última prestação. Ou então, podem ser classificadas como infinitas, que ocorre quando sua duração é ilimitada, ou seja, quando não houver uma última prestação (GUERRA, 2012).

3.2.1.2 Quanto ao valor dos termos

Mathias (2004), afirma que os valores dos termos de uma renda podem ser classificados como uniformes ou constantes, quando todos seus termos são iguais. Ou, de forma contrária, os termos podem ser classificados como não uniformes ou variáveis, quando os termos não são iguais entre si.

3.2.1.3 Quanto ao intervalo de tempo entre seus termos

Quando o intervalo de tempo entre os termos da renda for constante, a renda é periódica. Já quando o intervalo de tempo não for constante, a renda é denominada não-periódica (GUERRA, 2012).

3.2.1.4 Quanto ao vencimento dos termos

Quando os pagamentos ocorrem no final de cada período, a renda é denominada postecipada. Já quando os pagamentos ocorrem no início de cada período, determina-se renda antecipada (GUERRA, 2012).

3.2.1.5 Quanto à ocorrência do primeiro termo

Dizemos que uma renda é imediata quando o primeiro termo ocorre no primeiro período (no início ou no final). Ou então, denomina-se diferida a renda em que o seu primeiro

termo ocorre após alguns períodos, ou seja, quando há um período de carência (MATHIAS, 2004).

3.2.2 Modelo Básico de rendas

São classificadas no Modelo Básico de rendas as rendas que são, simultaneamente:

- Finitas: quando sua duração é limitada;
- Uniformes: quando seus termos são todos iguais;
- Periódicas: quando o intervalo de tempo entre os termos for constante;
- Postecipada: quando os pagamentos ocorrem no fim de cada período;
- Imediata: quando o primeiro termo ocorre no primeiro período.

Para melhor compreensão do Modelo Básico de rendas, vejamos o exemplo a seguir.

Exemplo 4: Alex compra um carro, que será pago em 4 parcelas mensais de R\$3.939,40. As prestações serão pagas a partir do mês seguinte ao da compra e a loja afirmou que está cobrando uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Com base nestas informações, determine o valor do carro à vista.

Solução:

Temos o seguinte diagrama representando a situação do problema

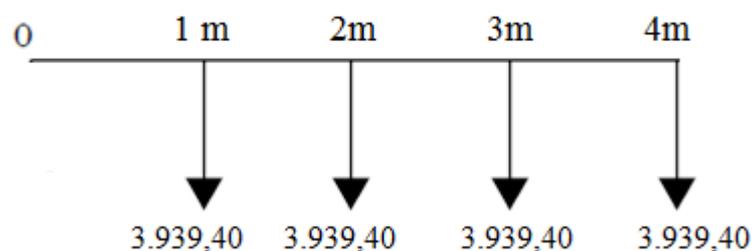


FIGURA 2: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA – EXEMPLO 4.
FONTE: Elaborado pela autora.

A soma dos valores atuais é dada por:

$$PV = \frac{PMT}{1+i} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \frac{PMT}{(1+i)^4} \quad (1)$$

Em que

PV : Valor atual;

PMT : Valor dos termos ou prestações;

i : Taxa de juros.

n : Número de períodos.

E, no exemplo em questão, temos:

PV é o valor procurado

$$PMT = 3.939,40$$

$$i = 2\% \text{ ao mês ou } 0,02 \text{ a. m.}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

Substituindo estes valores em (1), temos:

$$\begin{aligned} PV &= \frac{3.939,40}{1 + 0,02} + \frac{3.939,40}{(1 + 0,02)^2} + \frac{3.939,40}{(1 + 0,02)^3} + \frac{3.939,40}{(1 + 0,02)^4} \\ \Rightarrow PV &= \frac{3.939,40}{1,02} + \frac{3.939,40}{(1,02)^2} + \frac{3.939,40}{(1,02)^3} + \frac{3.939,40}{(1,02)^4} \\ \Rightarrow PV &= 3.939,40 \times \left[\frac{1}{1 + 0,02} + \frac{1}{(1 + 0,02)^2} + \frac{1}{(1 + 0,02)^3} + \frac{1}{(1 + 0,02)^4} \right] \\ \Rightarrow PV &= 3.939,40 \times [0,980392 + 0,961169 + 0,942322 + 0,923845] \\ \Rightarrow PV &= 3.939,40 \times [3,807728] \\ \Rightarrow PV &= 15.000,16 \end{aligned}$$

Portanto, conclui-se que o carro custa R\$15.000,16 à vista.

Observe que, por se tratar de apenas 4 prestações, foi possível fazer facilmente os cálculos. Mas se o número de prestações fosse 60, de que forma encontraríamos o valor à vista do carro?

Para isso, apresenta-se a fórmula para o valor atual no Modelo Básico.

3.2.2.1 Valor atual no Modelo Básico de rendas

Seja um capital PV a ser pago em n termos iguais a PMT , imediatos, postecipados e periódicos. Seja também uma taxa de juros i , referida ao mesmo período dos termos conforme o fluxo de caixa abaixo:

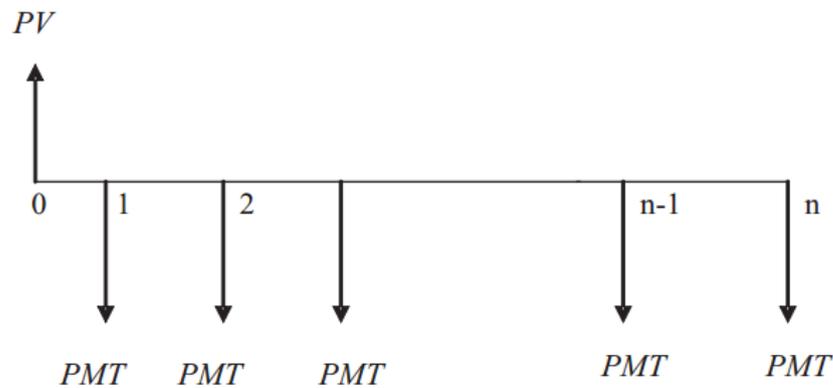


FIGURA 3: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA DO VALOR ATUAL.
FONTE: Guerra (2012)

A soma do valor atual dos termos na data zero é dada por:

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

Podemos escrever

$$PV = PMT \times \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (2)$$

Seja $a(n, i)$ a soma acima.

Então

$$PV = PMT \times a(n, i)$$

Observe que a soma em (2) refere-se à soma de uma PG finita, com n termos.

Para obtermos a soma de uma PG finita, temos:

$$S_{PG} = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Em que

$$a_1 = \frac{1}{(1+i)} \text{ e } q = \frac{1}{(1+i)}$$

Segue que:

$$\begin{aligned}
 a(n, i) &= \frac{\frac{1}{(1+i)} \times \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{\frac{1}{(1+i)} \times \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right]}{\frac{1 - (1+i)}{(1+i)}} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{\frac{1}{(1+i)} \times \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right]}{\frac{-i}{(1+i)}} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{1}{(1+i)} \times \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right] \times \frac{(1+i)}{(-i)} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{1}{(-i)} \times \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right] \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{-[1 - (1+i)^n]}{i(1+i)^n} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{[(1+i)^n - 1]}{i} \times (1+i)^{-n} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{[(1+i)^{n-n} - 1(1+i)^{-n}]}{i} \\
 \Rightarrow a(n, i) &= \frac{[(1+i)^0 - 1(1+i)^{-n}]}{i}
 \end{aligned}$$

Como $(1+i)^0 = 1$, segue que

$$a(n, i) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Esta fórmula obtida para $a(n, i)$ encontra-se, no Anexo A, tabelada para diversos valores de i e de n .

A dedução feita permite obter o valor atual do modelo básico como sendo

$$PV = PMT \times a(n, i)$$

$$\Rightarrow PV = PMT \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Podemos obter o valor da prestação (PMT), sendo fornecido o valor atual (PV), a taxa de juros (i) e o número de períodos (n). Temos, portanto:

$$PMT = \frac{PV}{a(n, i)}$$

$$\Rightarrow PMT = \frac{PV}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$

$$\Rightarrow PMT = PV \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Faremos novamente o Exemplo 1, porém, desta vez, utilizando a fórmula obtida para o cálculo do valor presente (PV).

Temos:

PV é o valor procurado;

$$PMT = 3.939,40$$

$i = 2\%$ ao mês ou $0,02$ a. m.

$n = 4$ meses

Solução:

$$PV = 3.939,40 \times a(4; 0,02)$$

$$\Rightarrow PV = 3.939,40 \times \left[\frac{1 - (1 + 0,02)^{-4}}{0,02} \right]$$

$$\Rightarrow PV = 3.939,40 \times \left[\frac{1 - (1,02)^{-4}}{0,02} \right]$$

$$\Rightarrow PV = 3.939,40 \times 3,807728$$

$$\Rightarrow PV = 15.000,16$$

Agora, veremos um exemplo em que conhecemos o valor presente (PV), o valor das prestações (PMT), a taxa de juros (i) e desejamos obter o número de prestações ou período (n).

Exemplo 5: Um lustre é vendido por R\$20.000 à vista. Ele pode ser pago também em prestações mensais de R\$1.200,26 à juros de 4% ao mês. Determine o número de prestações, sabendo que elas vencem a partir do mês seguinte da compra.

Solução:

No exemplo em questão, temos:

$$PV = 20.000,00$$

$$PMT = 1.200,26$$

$$i = 4\% \text{ ao mês ou } 0,04 \text{ a. m.}$$

n é o valor procurado

Então, temos que:

$$PV = PMT \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\Rightarrow 20.000 = 1.200,26 \times \left[\frac{1 - (1 + 0,04)^{-n}}{0,04} \right]$$

$$\Rightarrow 0,666552 = 1 - (1,04)^{-n}$$

$$\Rightarrow 0,3335 = (1,04)^{-n}$$

$$\Rightarrow \log(0,3335) = \log(1,04)^{-n}$$

$$\Rightarrow \log(0,3335) = -n \log(1,04)$$

$$\Rightarrow n \cong 28$$

Portanto, o número de prestações mensais que satisfaz o problema é $n = 28$.

Agora, veremos um exemplo em que conhecemos o valor presente (PV), o valor das prestações (PMT), o período (n) e desejamos obter a taxa de juros (i).

Exemplo 6:

“Se um veículo que custa R\$30.000,00 à vista é pago em 20 parcelas mensais de R\$1.713,11 cada (sendo a primeira um mês após a compra), qual é a taxa de juros cobrada?” (HOLANDA, 2019)

Solução:

Temos os seguintes dados:

$$PV = 30.000,00$$

$$PMT = 1.713,11$$

$$n = 20 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

Sabemos que

$$PV = PMT \times a(n, i)$$

$$\Rightarrow 30.000 = 1.713,11 \times a(20, i)$$

$$\Rightarrow a(20, i) = 17,5120$$

E ainda,

$$a(20, i) = \frac{1 - (1 + i)^{-20}}{i}$$

Ou seja,

$$a(20, i) = 17,5120 = \frac{1 - (1 + i)^{-20}}{i}$$

$$\Rightarrow 17,5120 = \frac{1 - (1 + i)^{-20}}{i}$$

$$\Rightarrow 17,5120 \times i = 1 - (1 + i)^{-20}$$

Multiplicando ambos os lados da equação acima por $(1 + i)^{20}$, temos:

$$17,5120 \times i \times (1 + i)^{20} = [1 - (1 + i)^{-20}] \times (1 + i)^{20}$$

$$\Rightarrow 17,5120 \times i \times (1 + i)^{20} = (1 + i)^{20} - 1$$

$$\Rightarrow -17,5120 \times i \times (1 + i)^{20} + (1 + i)^{20} - 1 = 0$$

Temos, portanto, uma equação de grau 21. Neste caso, não podemos isolar o i para obter seu valor. Desta maneira, devemos resolver esta equação numericamente, para obter uma aproximação para i .

Sabemos que para o problema em questão, $a(20, i) = 17,5120$. Alguns valores encontram-se tabelados na tabela do $a(n, i)$. Ao buscar na tabela em questão, vimos que para $i = 1\% = 0,01$, temos:

$$a(20; 0,01) = 18,0456$$

Já para $i = 2\% = 0,02$, temos:

$$a(20; 0,02) = 16,3514$$

Como

$$16,3514 \leq 17,5120 \leq 18,0456$$

segue que

$$a(20; 0,02) \leq a(20, i) \leq a(20; 0,01)$$

Portanto, o valor de i procurado está entre 1% e 2%.

Temos os seguintes dados:

| i | $a(20, i)$ |
|-------|------------|
| 0,01 | 18,0456 |
| i^* | 17,5120 |
| 0,02 | 16,3514 |

TABELA 2: TABELA $a(20, i)$ – EXEMPLO 6.
FONTE: Elaborada pela autora.

Com os valores acima, podemos obter uma reta que passa pelos pontos $(0,01 ; 18,0456)$, $(0,02 ; 16,3514)$.

Temos que:

$$\begin{vmatrix} i & a(20, i) & 1 \\ 0,02 & 16,3514 & 1 \\ 0,01 & 18,0456 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow a(20, i) = -169,42 \times i + 19,7398 \quad (3)$$

Conhecendo a equação da reta que passa pelos pontos dados, podemos descobrir o valor de i que nos dá $a(20, i) = 17,5120$.

Substituindo $a(20, i) = 17,5120$ em (3), temos:

$$17,5120 = -169,42 \times i + 19,7398$$

$$\Rightarrow 169,42 \times i = 19,7398 - 17,5120$$

$$\Rightarrow 169,42 \times i = 2,2278$$

$$\Rightarrow i = \frac{2,2278}{169,42}$$

$$\Rightarrow i = 0,0131$$

$$\Rightarrow i \cong 1,31\% \text{ a. m.}$$

Vamos substituir $i = 0,0131$ em

$$a(20, i) = \frac{1 - (1 + i)^{-20}}{i}$$

Temos que

$$a(20; 0,0131) = \frac{1 - (1 + 0,0131)^{-20}}{0,0131}$$

$$= 17,4945.$$

Observe que $17,4945 \neq 17,5120$. A diferença se dá pela aproximação obtida para i . Vamos tomar $i = 0,013$ e verificar o valor obtido para $a(20, i)$.

Temos:

$$a(20; 0,013) = \frac{1 - (1 + 0,013)^{-20}}{0,013}$$

$$= 17,51195$$

$$\cong 17,5120.$$

Portanto, a taxa i^* procurada é de 1,3% ao mês.

3.2.2.2 Montante no Modelo Básico de rendas

Quando se tem um processo de capitalização em que são aplicadas n parcelas imediatas iguais a PMT , periódicas e postecipadas, à uma taxa de juros i , referida ao mesmo período dos termos. Deseja-se obter o montante FV , na data focal n – data do pagamento da última parcela –, que resulta deste processo de capitalização. A representação gráfica deste modelo é a seguinte: (MATHIAS, 2004)

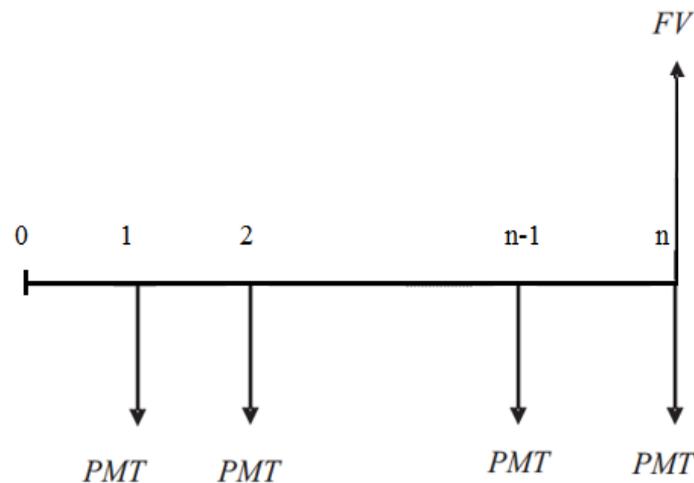


FIGURA 4: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA DO MONTANTE.
FONTE: Elaborada pela autora.

O montante FV é o resultado da soma dos montantes de cada termo PMT , à uma taxa de juros i , na data focal n (MATHIAS, 2004).

O montante para a série acima é dado por:

$$FV = PMT + PMT(1 + i) + PMT(1 + i)^2 + \dots + PMT(1 + i)^{n-1}$$

$$\Rightarrow FV = PMT \times [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-1}] \quad (4)$$

A soma nos colchetes é chamada $S(n, i)$. Portanto, temos que:

$$S(n, i) = [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-1}]$$

Observe que, novamente, a soma entre os colchetes é uma soma de uma Progressão Geométrica, em que

$$a_1 = 1$$

$$q = (1 + i)$$

Então, utilizando a fórmula para a soma de uma PG finita, temos:

$$S_{PG} = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S_{PG} = S(n, i) = \frac{1 \times [(1 + i)^n - 1]}{(1 + i) - 1}$$

$$\Rightarrow S(n, i) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \quad (5)$$

Substituindo (5) em (4), temos que:

$$FV = PMT \times S(n, i)$$

$$\Leftrightarrow FV = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Através desta relação, conhecendo o montante (FV), o período (n) e a taxa (i), é possível obter o valor das prestações (PMT), da seguinte forma:

$$FV = PMT \times S(n, i)$$

$$\Rightarrow PMT = \frac{FV}{S(n, i)}$$

Vejamos um exemplo para melhor compreensão.

Exemplo 7: Um casal, com intenção de criar uma reserva de dinheiro para pagar a faculdade do filho que acabou de nascer, fará depósitos mensais no valor de R\$100,00 durante 216 meses, à uma taxa de 0,8% ao mês. Calcule o valor futuro que o casal irá dispor para a faculdade do filho.

Solução:

Temos que

$$PMT = 100,00$$

$$n = 216 \text{ meses}$$

$i = 0,8\%$ ao mês ou $0,008 a. m.$

$FV = ?$

Utilizando a fórmula obtida para o cálculo do montante no modelo básico, temos:

$$\begin{aligned} FV &= 100 \times S(216; 0,008) \\ \Rightarrow FV &= 100 \times \left[\frac{(1 + 0,008)^{216} - 1}{0,008} \right] \\ \Rightarrow FV &= 100 \times \left[\frac{(1,008)^{216} - 1}{0,008} \right] \\ \Rightarrow FV &= 100 \times 573,85 \\ \Rightarrow FV &= 57.385,15 \end{aligned}$$

Portanto, o valor que os pais irão dispor para pagar a faculdade do seu filho quando ele tiver 18 anos (216 meses) é de R\$57.385,15.

Agora, vejamos um exemplo em que utilizamos o montante e o valor presente do modelo básico.

Exemplo 8: Um casal, planejando morar durante 3 meses no Canadá, pretende sacar, nos meses de janeiro, fevereiro e março, quantias mensais de R\$100.000,00. Que quantia esse casal deve depositar mensalmente, de junho à dezembro para que seja possível efetuar estas retiradas, considerando que o rendimento dos depósitos é de 4% ao mês.

Solução:

Temos o seguinte problema:

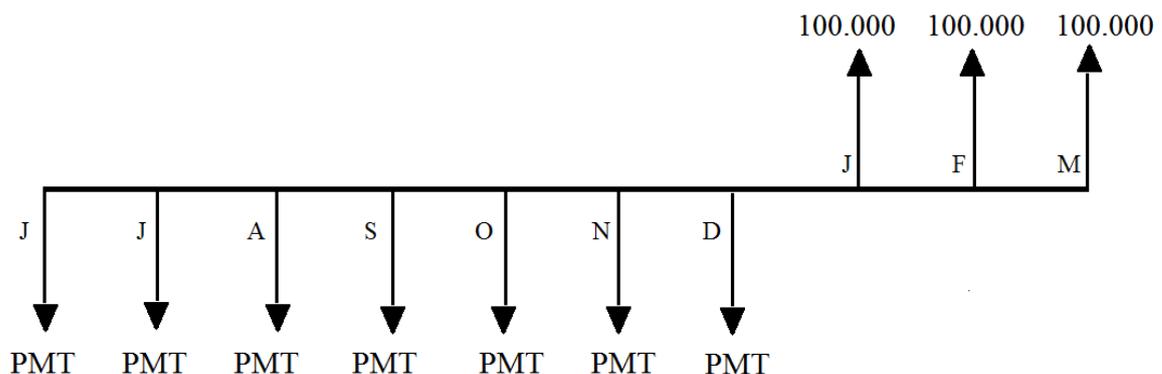


FIGURA 5: DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA – EXEMPLO 8.

FONTE: Elaborada pela autora.

Observe que o montante, após os 7 depósitos (PMT), deve ser igual ao valor atual das três retiradas, à taxa de 4% ao mês.

Ou seja:

$$\begin{aligned}
 FV &= PMT \times S(7; 0,04) = 100.000 \times a(3; 0,04) = PV \\
 \Rightarrow PMT \times S(7; 0,04) &= 100.000 \times a(3; 0,04) \\
 \Rightarrow PMT \times \left[\frac{(1 + 0,04)^7 - 1}{0,04} \right] &= 100.000 \times \left[\frac{1 - (1 + 0,04)^{-3}}{0,04} \right] \\
 \Rightarrow PMT \times 7,892944 &= 100.000 \times 2,775091 \\
 \Rightarrow PMT &= \frac{100.000 \times 2,775091}{7,892944} \\
 \Rightarrow PMT &= 35.159,14
 \end{aligned}$$

Portanto, para que seja possível fazer as 3 retiradas de R\$100.000,00 de acordo com os dados do problema, serão necessários 7 depósitos mensais de R\$35.159,14.

3.3 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO DE DÍVIDAS

Em termos financeiros, um Sistema de Amortização de dívidas nada mais é do que um plano de pagamento de um empréstimo ou financiamento.

O empréstimo é uma modalidade de crédito que não possui restrições para seu uso. Ou seja, ao tomar o dinheiro, cliente pode utilizá-lo onde desejar, sem precisar justificar seu uso. Já o financiamento exige que o cliente especifique para qual fim este dinheiro será utilizado, ou seja, o dinheiro será utilizado para adquirir um bem de consumo específico. Entre os exemplos mais comuns de financiamento estão os financiamentos de imóveis e automóveis.

Ao tomar um empréstimo ou financiamento, determina-se a forma que o cliente deverá restituir o capital emprestado, acrescido dos juros e encargos financeiros, ao credor. Para isso, existem os Sistemas de Amortização de dívidas. Amortizar uma dívida nada mais é do que liquidá-la aos poucos.

Para compreender esta seção, estabelece-se, as seguintes definições.

- **Definição 7:** Denomina-se *credor* quem concede o empréstimo ou financiamento.

- **Definição 8:** Denomina-se *devedor* quem toma ou recebe o empréstimo ou financiamento.
- **Definição 9:** Denomina-se *amortização* as parcelas de devolução do capital emprestado.
- **Definição 10:** Denomina-se *prestação* a soma da amortização, somada aos juros e demais encargos financeiros.
- **Definição 11:** Denomina-se *prazo de amortização* o intervalo de tempo durante o qual serão pagas as amortizações.
- **Definição 12:** Denomina-se *saldo devedor* o estado da dívida em um determinado instante de tempo.
- **Definição 13:** Denomina-se *prazo de carência* o período de tempo compreendido entre a liberação do empréstimo e a data do pagamento da primeira amortização.
- **Definição 14:** Denomina-se *prazo total do financiamento* a soma do prazo de carência com o prazo de amortização.
- **Definição 15:** Denomina-se *planilha* o quadro onde serão apresentados os valores referentes ao empréstimo ou financiamento.

3.3.1 Sistema de amortização constante (SAC)

Neste sistema, os valores das **amortizações** são todos iguais ou constantes.

O valor da amortização (A) é calculado através da divisão do capital emprestado (PV) pelo número de amortizações (n). Os juros, neste sistema, são calculados, a cada período, multiplicando-se a taxa de juros pelo saldo devedor existente no período anterior.

A representação gráfica do Sistema de Amortização Constante é a seguinte.

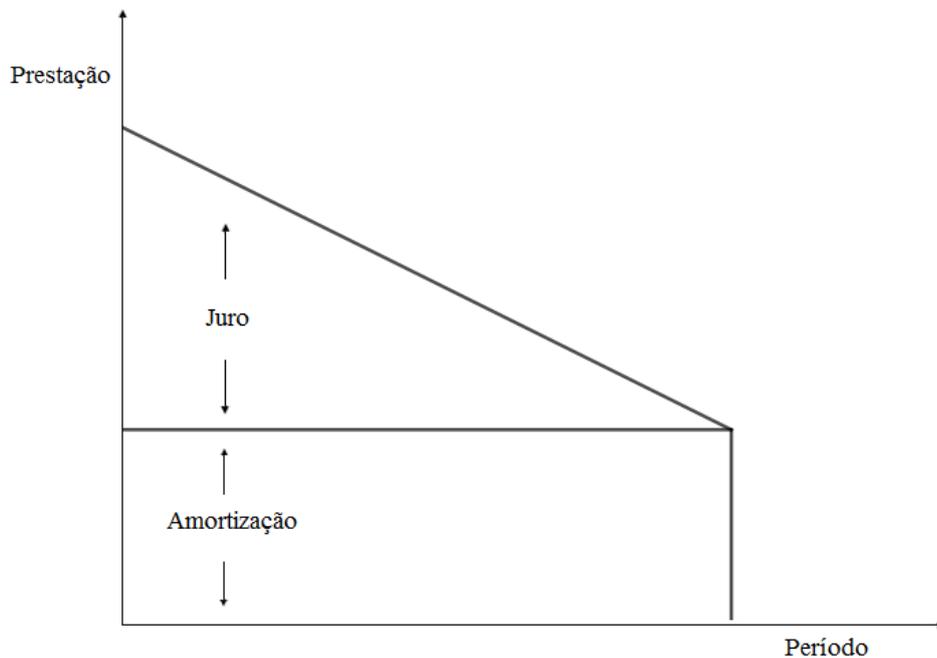


FIGURA 6: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA SAC.
 FONTE: Elaborada pela autora.

Neste sistema, os valores das prestações são continuamente decrescentes.

Para obter o valor da **amortização** no sistema SAC:

$$A = \frac{PV}{n}$$

Para obter o valor do **saldo devedor** no instante t , denotado por P_t , temos:

$$P_1 = PV - A$$

$$P_2 = P_1 - A = PV - 2 \times A$$

$$P_3 = P_2 - A = PV - 2 \times A - A = PV - 3 \times A$$

⋮

$$P_t = PV - tA \Rightarrow P_t = n \times A - t \times A$$

$$\Rightarrow P_t = (n - t) \times A$$

Os juros são obtidos, a cada período, através da multiplicação da taxa de juros contratada pelo saldo devedor existente sobre o período anterior, assumindo valores decrescentes nos períodos (GUERRA, 2012).

O valor dos **juros da prestação** no instante t , denotado por J_t , é dado por:

No período 1:

$$J_1 = i \times P_0 = i \times PV$$

No período 2:

$$J_2 = i \times P_1 = i \times (P_0 - A)$$

$$\Rightarrow J_2 = i \times \underbrace{\left(PV - \frac{PV}{n} \right)}_{P_1}$$

$$\Rightarrow J_2 = i \times PV \times \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

No período 3:

$$J_3 = i \times P_2 = i \times (P_1 - A)$$

$$\Rightarrow J_3 = i \times \underbrace{\left(PV - \frac{PV}{n} - \frac{PV}{n} \right)}_{P_2}$$

$$\Rightarrow J_3 = i \times PV \times \left(1 - \frac{2}{n} \right)$$

No período 4:

$$J_4 = i \times P_3 = i \times (P_2 - A)$$

$$\Rightarrow J_4 = i \times \left(PV - \frac{PV}{n} - \frac{PV}{n} - \frac{PV}{n} \right)$$

$$\Rightarrow J_4 = i \times PV \times \left(1 - \frac{3}{n} \right)$$

Seguindo este padrão, obtermos o valor dos juros no instante t .

$$J_t = i \times PV \times \left(1 - \frac{t-1}{n} \right)$$

Já o valor da prestação, em cada período, é obtido através da soma da amortização com os juros. As prestações, no SAC, são decrescentes.

Segue, portanto, que o valor da **prestação** no instante t , denotada por PMT_t , é:

$$\begin{aligned} PMT_t &= A + J_t \\ \Rightarrow PMT_t &= \frac{PV}{n} + i \times PV \times \left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \\ \Rightarrow PMT_t &= \frac{PV}{n} \times [1 + i \times (n - t + 1)] \end{aligned}$$

A soma dos **juros acumulados** do primeiro período até o período de ordem t é dada por:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t J_k &= J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_t \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k &= i \times PV + i \times PV \times \left(1 - \frac{1}{n}\right) + i \times PV \times \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \dots + i \times PV \times \left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \\ &\Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k = i \times PV \times \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \dots + \left(1 - \frac{t-1}{n}\right)\right] \\ &\Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k = i \times PV \times \left[t - \frac{1}{n} \times (1 + 2 + 3 + \dots + (t-1))\right] \quad (6) \end{aligned}$$

Observe que a soma $(1 + 2 + 3 + \dots + (t-1))$ trata-se da soma de uma PA de razão 1 e $t-1$ termos.

Sabendo que a soma de uma PA de $t-1$ termos, cujo primeiro termo é $a_1 = 1$ e $a_{t-1} = t-1$ é dada por

$$\begin{aligned} S_{PA} &= \frac{[1 + (t-1)] \times (t-1)}{2} \\ \Rightarrow S_{PA} &= \frac{t}{2} \times (t-1) \quad (7) \end{aligned}$$

Substituindo (7) em (6), temos

$$\sum_{k=1}^t J_k = i \times PV \times \left[t - \frac{1}{n} \times \frac{t}{2} \times (t-1)\right]$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k = i \times PV \times t \times \left[1 - \frac{(t-1)}{2n} \right]$$

Ou seja, a soma dos juros acumulados pode ser obtida por

$$\sum_{k=1}^t J_k = \frac{i \times t \times PV \times (2n - t + 1)}{2 \times n}$$

E a soma das **prestações acumuladas** do primeiro período até o período de ordem t é dada por:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t PMT_k &= PMT_1 + PMT_2 + PMT_3 + \dots + PMT_t \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t PMT_k &= \frac{PV}{n} \times (1 + i \times n) + \frac{PV}{n} \times (1 + i \times (n-1)) + \frac{PV}{n} \times (1 + i \times (n-2)) \\ &\quad + \dots + \frac{PV}{n} \times (1 + i \times (n-t+1)) \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t PMT_k &= \frac{PV}{n} \times \{t + i \times [n + (n-1) + (n-2) + \dots + (n-t+1)]\} \quad (8) \end{aligned}$$

Observe que a soma $[n + (n-1) + (n-2) + \dots + (n-t+1)]$ trata-se de uma PA com t termos. Então, temos que

$$\begin{aligned} S_{PA} &= \frac{[n + (n-t+1)] \times t}{2} \\ \Rightarrow S_{PA} &= \frac{(2n-t+1) \times t}{2} \quad (9) \end{aligned}$$

Substituindo (9) em (8), temos:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t PMT_k &= \frac{PV}{n} \times \left[t + i \times \left(\frac{2n-t+1}{2} \right) \right] \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t PMT_k &= \frac{PV}{n} \times t \times \left[\frac{2 + i \times (2n-t+1)}{2} \right] \end{aligned}$$

Temos, portanto, que a soma das prestações acumuladas pode ser obtida por

$$\sum_{k=1}^t PMT_k = \frac{2 \times PV \times t + i \times PV \times t \times (2n - t + 1)}{2 \times n}$$

Exemplo 9: Elaborar uma planilha contendo um plano de pagamento com base no SAC correspondente a um empréstimo de R\$1.000,00 à uma taxa de 10% ao mês, a ser liquidado em 5 prestações mensais.

Solução:

Temos os seguintes dados:

$$PV = 1.000,00$$

$$i = 10\% \text{ ao mês ou } 0,1 \text{ a. m.}$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$A = \frac{PV}{n} = \frac{1.000}{5} = 200,00$$

Vamos elaborar a planilha com os dados:

| T | Saldo devedor (P_t) | Amortização (A) | Juros (J_t) | Prestação (PMT_t) |
|-------|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------------|
| 0 | R\$1.000,00 | - | | |
| 1 | R\$800,00 | R\$200,00 | R\$100,00 | R\$300,00 |
| 2 | R\$600,00 | R\$200,00 | R\$80,00 | R\$280,00 |
| 3 | R\$400,00 | R\$200,00 | R\$60,00 | R\$260,00 |
| 4 | R\$200,00 | R\$200,00 | R\$40,00 | R\$240,00 |
| 5 | - | R\$200,00 | R\$20,00 | R\$220,00 |
| TOTAL | - | R\$1.000,00 | R\$300,00 | R\$1.300,00 |

TABELA 3: PLANO DE PAGAMENTO SAC – EXEMPLO 9.

FONTE: Elaborada pela autora.

3.3.2 Sistema Francês de Amortização (Tabela Price)

Neste sistema, as **prestações** são todas iguais e fixas e são calculadas de forma que uma parte dela corresponde os juros e a outra o capital.

A representação gráfica do Sistema de Amortização pela Tabela Price é a seguinte.

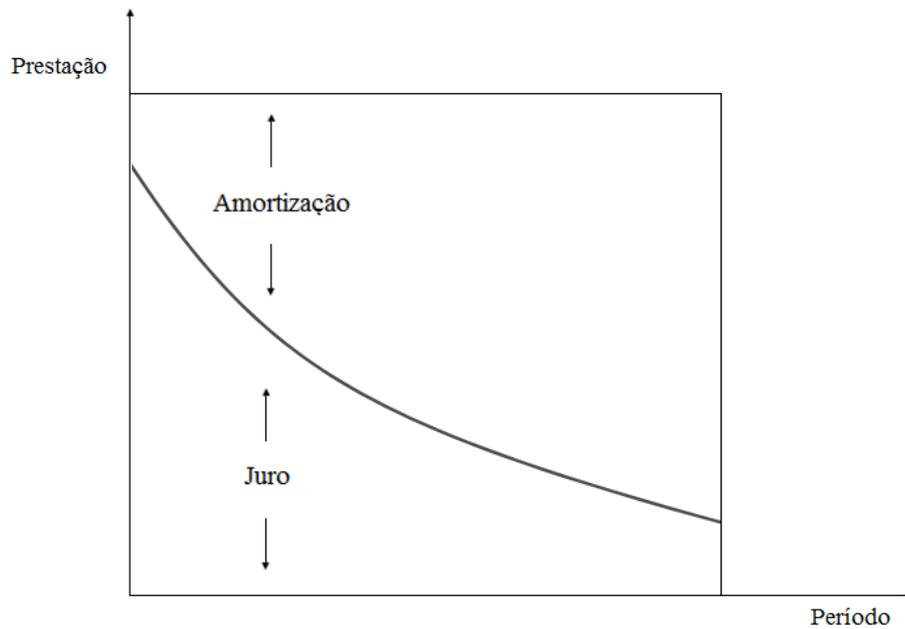


FIGURA 7: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PRICE.

FONTE: Elaborada pela autora.

O Sistema Francês de Amortização, ou tabela Price, é o mais frequentemente utilizado pelas instituições financeiras e pelo comércio.

No Sistema Price, um empréstimo (PV), que será pago em (n) prestações iguais (PMT), condicionado à uma taxa de juros (i) tem suas prestações calculadas de acordo com os termos (PMT) de uma renda imediata com valor presente (PV), conforme abordado no capítulo anterior, em séries de pagamentos (GUERRA, 2012).

Com base nisto, obtém-se o valor das prestações na Tabela Price:

$$PMT = \frac{PV}{a(n, i)}$$

Como vimos no capítulo anterior,

$$a(n, i) = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Daí, segue que

$$PMT = \frac{PV}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$

$$\Rightarrow PMT = PV \times \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$\Rightarrow PMT = \frac{PV \times i \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

Veremos a seguir como determinar o valor da **parcela de amortização** no instante t .

Sabemos que, na primeira prestação, o valor dos juros é dado por

$$J_1 = i \times PV$$

E o valor da parcela de amortização na primeira prestação é dada por:

$$\begin{aligned} A_1 &= PMT - J_1 \\ \Rightarrow A_1 &= \frac{PV \times i \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} - i \times PV \\ \Rightarrow A_1 &= \frac{PV \times i}{(1 + i)^n - 1} \end{aligned}$$

Já para a segunda parcela de amortização, como as prestações são constantes neste sistema, temos que:

$$PMT_1 = PMT_2$$

Segue que

$$A_1 + J_1 = A_2 + J_2$$

Mas

$$J_2 = J_1 - i \times A_1$$

Então, segue que

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 + i \times A_1 \\ \Rightarrow A_2 &= A_1 \times (1 + i) \end{aligned}$$

Para a terceira parcela de amortização, como $PMT_2 = PMT_3$, temos que

$$\begin{aligned} A_2 + J_2 &= A_3 + J_3 \\ \Rightarrow A_3 &= A_2 + J_2 - J_3 \end{aligned}$$

Mas $J_3 = J_2 - i \times A_2$, portanto,

$$\begin{aligned} A_3 &= A_2 + J_2 - (J_2 - i \times A_2) \\ \Rightarrow A_3 &= A_2 \times (1 + i) \\ \Rightarrow A_3 &= A_1 \times (1 + i) \times (1 + i) \\ \Rightarrow A_3 &= A_1 \times (1 + i)^2 \end{aligned}$$

Do mesmo modo, para obter a parcela de amortização no instante t , temos que

$$\Rightarrow A_t = A_1 \times (1 + i)^{t-1}$$

Mas como $A_1 = \frac{PV \times i}{(1+i)^n - 1}$, segue que

$$A_t = \frac{PV \times i \times (1 + i)^{t-1}}{(1 + i)^n - 1}$$

Já para obter valor do **saldo devedor** após o pagamento de da prestação de ordem t , basta observar que esse é igual ao número de prestações que faltam ser pagas, isto é, as $n - t$ prestações restantes.

Assim,

$$\begin{aligned} P_t &= PMT \times a(n - t, i) \\ \Rightarrow P_t &= PMT \times \frac{1 - (1 + i)^{-(n-t)}}{i} \end{aligned} \quad (10)$$

Como vimos anteriormente que

$$PMT = \frac{PV \times i \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \quad (11)$$

Substituindo (11) em (10), temos

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{PV \times i \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \times \frac{1 - (1 + i)^{-(n-t)}}{i} \\ \Rightarrow P_t &= \frac{PV \times (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \times [1 - (1 + i)^{-(n-t)}] \\ \Rightarrow P_t &= \frac{PV \times (1 + i)^n - PV \times (1 + i)^t}{(1 + i)^n - 1} \\ \Rightarrow P_t &= PV \times \frac{(1 + i)^n - (1 + i)^t}{(1 + i)^n - 1} \\ \Rightarrow P_t &= PV \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-(n-t)}}{1 - (1 + i)^{-n}} \right] \end{aligned}$$

A **soma das amortizações** do primeiro período até o período de ordem t :

$$\sum_{k=1}^t A_k = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_t$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sum_{k=1}^t A_k &= A_1 + A_1 \times (1+i) + A_1 \times (1+i)^2 + \dots + A_1 \times (1+i)^{t-1} \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t A_k &= A_1 \times [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{t-1}] \quad (12) \end{aligned}$$

Observe que a soma $1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{t-1}$ trata-se da soma de uma PG de t termos e razão $1+i$.

Então, segue que

$$\begin{aligned} S_{PG} &= \frac{1 \times [(1+i)^t - 1]}{1+i-1} \\ \Rightarrow S_{PG} &= \frac{(1+i)^t - 1}{i} \quad (13) \end{aligned}$$

Substituindo (13) em (12), temos

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t A_k &= A_1 \times \frac{(1+i)^t - 1}{i} \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t A_k &= \frac{PV \times i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^t - 1}{i} \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t A_k &= PV \times \left[\frac{(1+i)^t - 1}{(1+i)^n - 1} \right] \end{aligned}$$

Já valor da **parcela de juros** de ordem t é calculado sobre o saldo devedor do período anterior, então:

$$\begin{aligned} J_t &= i \times P_{t-1} \\ \Rightarrow J_t &= i \times \left[PV \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-(n-(t-1))}}{1 - (1+i)^{-n}} \right) \right] \\ \Rightarrow J_t &= PV \times i \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-(n-t+1)}}{1 - (1+i)^{-n}} \right) \end{aligned}$$

A soma dos juros acumulados do primeiro período até o período de ordem t é dada por

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t J_k &= J_1 + J_2 + \dots + J_t \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k &= t \times PMT - (A_1 + A_2 + \dots + A_t) \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k &= t \times PV \times i \times \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - PV \times \frac{(1+i)^t - 1}{(1+i)^n - 1} \\ \Rightarrow \sum_{k=1}^t J_k &= PV \times \left[\frac{t \times i \times (1+i)^n - [(1+i)^t - 1]}{(1+i)^n - 1} \right] \end{aligned}$$

Exemplo 10: Elaborar uma planilha de pagamentos com base na Tabela Price correspondente a um empréstimo de R\$1.000,00 à uma taxa de 10% ao mês, a ser liquidado em 5 prestações mensais.

Solução:

O valor das prestações (PMT) é dado por

$$\begin{aligned} PMT &= PV \times \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right] \\ \Rightarrow PMT &= 1.000 \times \left[\frac{0,1}{1 - (1+0,1)^{-5}} \right] \\ \Rightarrow PMT &= 263,80 \end{aligned}$$

O valor do saldo devedor no instante t é dado por

$$P_t = PV \times \frac{1 - (1+i)^{-(n-t)}}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Então, no primeiro mês, temos:

$$\begin{aligned} P_1 &= 1.000 \times \frac{1 - (1+0,1)^{-(5-1)}}{1 - (1+i)^{-5}} \\ \Rightarrow P_1 &= 836,20 \end{aligned}$$

E, nos meses seguintes, temos que os respectivos saldos devedores são:

$$P_2 = 656,02$$

$$P_3 = 457,82$$

$$P_4 = 239,80$$

Já para o valor da amortização no instante t , temos:

$$A_t = \frac{PV \times i \times (1 + i)^{t-1}}{(1 + i)^n - 1}$$

Então, no primeiro mês, quando $t = 1$, temos:

$$A_1 = \frac{1.000 \times 0,1 \times (1 + 0,1)^{1-1}}{(1 + 0,1)^5 - 1}$$

$$\Rightarrow A_1 = 163,80$$

Para os meses seguintes, temos os valores para as amortizações:

$$A_2 = 180,18$$

$$A_3 = 198,20$$

$$A_4 = 218,02$$

$$A_5 = 239,82$$

E, para obter o valor dos juros no instante t , temos:

$$J_t = PV \times i \times \frac{1 - (1 + i)^{-(n-t+1)}}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Quando $t = 1$, ou seja, no primeiro mês, temos:

$$J_1 = 1.000 \times (0,1) \times \frac{1 - (1 + 0,1)^{-(5-1+1)}}{1 - (1 + 0,1)^{-5}}$$

$$\Rightarrow J_1 = 100,00$$

Para os seguintes meses, temos os valores dos juros:

$$J_2 = 83,62$$

$$J_3 = 65,60$$

$$J_4 = 45,78$$

$$J_5 = 93,98$$

Então, agora que possuímos os valores das amortizações, dos saldos devedores, dos juros e das prestações, basta montar a planilha.

Temos, portanto:

| t | Saldo devedor (P_t) | Amortização (A_t) | Juros (J_t) | Prestação (PMT_t) |
|-------|-------------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|
| 0 | R\$1.000,00 | - | | |
| 1 | R\$836,20 | R\$163,80 | R\$100,00 | R\$263,80 |
| 2 | R\$656,02 | R\$180,18 | R\$83,62 | R\$263,80 |
| 3 | R\$457,82 | R\$198,20 | R\$65,60 | R\$263,80 |
| 4 | R\$239,80 | R\$218,02 | R\$45,78 | R\$263,80 |
| 5 | - | R\$239,82 | R\$23,98 | R\$263,80 |
| TOTAL | - | R\$1.000,00 | R\$319,00 | R\$1.319,00 |

TABELA 4: PLANO DE PAGAMENTO PRICE – EXEMPLO 10.
FONTE: Elaborada pela autora.

3.4 EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Segundo a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) de 2005, educação financeira é definida como:

O processo pelo qual consumidores e investidores melhoram sua compreensão sobre conceitos e produtos financeiros e, por meio de informação, instrução e orientação objetiva, desenvolvem habilidades e adquirem confiança para se tornarem mais conscientes das oportunidades e dos riscos financeiros, para fazerem escolhas bem informadas e saberem onde procurar ajuda ao adotarem outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar e a sua proteção (OECD, 2005, p. 13).

De acordo com o Banco Central do Brasil (BACEN), a partir da implantação do Plano Real no Brasil e a estabilidade no cenário financeiro, as ofertas de produtos e serviços, entre eles o crédito financeiro, tornaram-se bastante acessíveis para boa parte da população, inclusive àqueles que antes não tinham acesso ao sistema financeiro. Com isso, surge a necessidade de que os clientes saibam como usufruir destes produtos e serviços adequadamente.

Assim, para que haja esta conscientização na utilização dos recursos financeiros por parte da população, alguns conhecimentos básicos são indispensáveis e estes serão discutidos nas seções seguintes.

3.4.1 Educação financeira – conceitos básicos

De acordo com o Caderno de Educação Financeira, desenvolvido pelo Banco Central do Brasil (2013), alguns comportamentos são imprescindíveis na hora de lidar com o dinheiro. O consumidor deve entender e conhecer como funciona o mercado e de que forma os juros

influenciam nas finanças do cidadão. É de suma importância, também, saber controlar o consumismo compulsivo, sabendo diferenciar o que é um gasto supérfluo do que é um gasto necessário, deve-se saber como agir diante dos produtos de crédito disponíveis, utilizando os produtos com sabedoria de forma a evitar o superendividamento.

Além destes, o indivíduo deve entender as vantagens e a importância de planejar e acompanhar o orçamento pessoal e familiar e ter ciência de que poupar é vantajoso, tanto para concretizar sonhos, como para reduzir riscos de eventos inesperados tendo, assim, uma reserva financeira de emergência.

Ainda, segundo Jacob, Sharyl e Malcolm (2000, apud Sant Ana 2014, p. 22) “a Educação Financeira diz respeito à capacidade de tomada de decisões quanto ao uso inteligente do dinheiro, o conhecimento da Matemática Financeira para interpretar dados financeiros e o conhecimento de termos financeiros de mercado.”

Já para Lucci *et al.*, (2006), a educação financeira refere-se às atitudes e conceitos voltados para ações financeiras abrangendo um conjunto de atividades, como o controle de gastos, controle de cartão de crédito, empréstimos e financiamentos. Em complemento, Peter e Palmeira (2013) afirmam que a educação financeira aborda a capacidade de conhecer e aplicar matemáticas básicas para a tomada de decisões no âmbito financeiro e abrange o conhecimento de termos e atitudes que são necessárias para a compreensão e efetivação destas tarefas. Em resumo, é a capacidade do indivíduo de julgar corretamente e tomar decisões efetivas e benéficas sobre o uso e gerenciamento do seu dinheiro.

3.4.2 O endividamento e a inadimplência no Brasil

O termo endividamento é usado quando uma pessoa realiza uma compra e não a paga à vista, ou seja, quando posterga o pagamento. Este adiamento será, portanto, uma dívida que acaba de ser contraída. Quando uma pessoa possui dívidas, dizemos que está endividada.

A Pesquisa Nacional de Endividamento e Inadimplência do Consumidor, realizada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC, 2018), mostra que o percentual de famílias brasileiras endividadas em dezembro de 2018 diminuiu com relação ao mesmo período de 2017. De acordo com dados do mês de dezembro de 2018, um percentual de 59,8% de famílias brasileiras estavam endividadas enquanto que, no mesmo período em 2017, teve-se 62,2% de famílias com dívidas. Dentre esses endividamentos,

encontra-se o cartão de crédito como o principal motivo da dívida (78,1%), seguido por carnês (14,7%) e, em terceiro, há o financiamento de carros (10,2%).

De acordo com o administrador e consultor financeiro André Massaro (2015), as causas de endividamento dos brasileiros são diversas, mas entre elas, as principais são: inexistência de uma reserva financeira, má administração de ganhos e gastos, consumo em excesso, uso inconsciente do cartão de crédito e cheque especial. O consultor afirma que a maior parte das pessoas não possui uma reserva financeira adequada para sustentar um imprevisto como, por exemplo, arcar com os custos de uma doença, afinal, não há como prever este acontecimento, então caso ocorra, na maioria das vezes, as pessoas acabam gastando uma parcela da renda que estaria comprometida com o pagamento de outra dívida. Além deste fator, existe a falta de conhecimento e administração dos ganhos e gastos que está diretamente ligada à escassez do ensino de educação financeira.

Existem atualmente no mercado de crédito muitos produtos que, quando não utilizados corretamente, são potenciais causadores do endividamento e, em seguida, da inadimplência. Entre estes produtos, encontram-se o cartão de crédito e o cheque especial. Ambos são bastante acessíveis ao público, muitas vezes é possível adquiri-los sem, sequer, ter de comprovar que possui renda fixa. Estes dois produtos de crédito possuem juros altíssimos no Brasil – aproximadamente 317,9% ao ano para o cheque especial e 295,5% ao ano para o cartão de crédito – e podem comprometer as finanças de um indivíduo durante anos, se não usado conscientemente (AGÊNCIA BRASIL, 2019).

Evitar o endividamento e sair da inadimplência não é uma tarefa fácil. O consumidor precisa ter uma real noção sobre a grandeza das suas dívidas, sua renda real, suas despesas básicas e mensais – como água, supermercado e eletricidade – saber controlar seus gastos entre outros. Todos estes aspectos fazem parte das competências abordadas no ensino da Educação Financeira. Novamente, depara-se com a importância de conhecer, estudar e empregar esta cultura em ações e decisões cotidianas (PERETTI, 2008).

3.5 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO – ANÁLISE DOCUMENTAL

Através dos dados identificados na seção anterior, é possível notar a deficiência na administração dos recursos financeiros pessoais. A partir desta questão, surge a necessidade de investigar como a população brasileira, e em particular, os jovens, têm desenvolvido o

conhecimento sobre educação financeira. Ainda, busca-se identificar como este assunto é abordado nas escolas durante a formação acadêmica do indivíduo.

Kiyosaki e Lechter (2000) afirmam que os fundamentos financeiros devem ser ensinados desde os primeiros anos escolares, tendo em vista que o conhecimento sobre este assunto será fundamental a qualquer indivíduo ao longo de sua vida. Além disso, será um dos fatores essenciais para aqueles que pretendem desfrutar de uma saúde financeira equilibrada e tranquila.

Com base nesta notória necessidade, será feita, nas próximas seções, uma análise documental sobre os documentos básicos que regem o ensino médio atualmente para identificar a existência ou não da abordagem financeira no âmbito escolar.

3.5.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Ensino Médio

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio fazem parte de uma proposta governamental de reforma curricular, aprovado pelo Conselho Nacional de Educação e promovido pelo MEC. Sua principal finalidade é orientar os educadores por meio da padronização dos aspectos fundamentais de cada disciplina, e é dividido em 3 temas (BRASIL, 1999):

- 1) Álgebra, números e funções, que contempla os conteúdos: variação de grandezas, trigonometria, estudo das funções, sequências, números e operações, equações polinomiais e sistemas lineares.
- 2) Geometria e medidas, que contempla os conteúdos: geometria plana, espacial, métrica e analítica.
- 3) Análise de dados, que contempla os conteúdos: estatística, contagem e probabilidade.

Observa-se que, segundo as propostas do PCN no ensino médio, não há a abordagem específica sobre Educação Financeira em sala de aula. Somente no ensino fundamental é possível encontrar a proposta de abordagem do tema através da proposta de resolução de problemas. O PCN de matemática visualiza a necessidade de educar financeiramente os alunos, em virtude de um novo quadro econômico que se encontra o país e o restante do mundo.

Segundo o PCN de matemática do ensino fundamental:

Com a criação permanente de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo.

O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico etc., é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho (BRASIL, 1998, p.36).

Apesar de ter sido mencionado o tema no documento do ensino fundamental, não se encontram, entre os conteúdos propostos, a Educação Financeira, tampouco seus conceitos básicos. De acordo com Peter e Palmeira (2013), sem que haja os investimentos, por parte do governo, principalmente em educação, não haverá mudanças efetivas. Os autores enfatizam o fato de que o país enfrenta grandes mudanças econômicas e, baseados nisso, salientam a urgência de fazer uma reformulação nos currículos escolares, fazendo a inserção do tema Educação Financeira desde a base e sendo aperfeiçoada e aprofundada ao longo dos anos escolares.

3.5.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Segundo o MEC, a Base Nacional Comum Curricular trata-se de um documento oficial e padronizado, voltado à Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, e que aborda aprendizagens essenciais que os alunos devem obter ao longo da trajetória escolar no ensino básico. A BNCC está baseada na LDB (Lei nº 9.394/1996) e tem como finalidade nortear os currículos das redes de ensino públicas e privadas de educação básica de todo o Brasil. (BRASIL, 2017)

Após a crise econômica mundial, em 2008, o tema educação financeira ganhou destaque no âmbito político em todo o mundo. A partir disso, nota-se a necessidade de incluir este tema nos currículos das escolas básicas em todo o país (BRASIL, 2017).

Com a efetivação da Base Nacional Comum Curricular, a Educação Financeira passa a ser um tema obrigatório e deverá ser abordado na área de Matemática e Ciências da Natureza. A inserção deste tema na BNCC teve iniciativa através do Banco Central que participou, através de audiências públicas, da elaboração deste conteúdo.

De acordo com o Banco Central, na área de Matemática, o tema Educação Financeira apresenta-se na BNCC através dos conceitos básicos de economia e finanças. Já na área de

História, o tema é abordado indiretamente, através do estudo do dinheiro e sua função na sociedade, estudo do consumo em diferentes momentos históricos e a relação do dinheiro e o tempo.

A Base foi homologada em dezembro de 2017 e as Instituições de Educação estaduais e municipais terão até 2 anos para adequarem seus currículos de acordo com a Base. Isto é, somente no início de 2020 é que haverá a padronização efetiva nos currículos das escolas de todo o país, de acordo com a proposta da BNCC (MEC, 2017).

Segundo Carvalho (1999), baseado no código de defesa do consumidor e nos conhecimentos matemáticos envolvidos, a escola é o lugar ideal para que seja desenvolvida uma cultura financeira de qualidade, visto que a falta de habilidade em lidar com os números juntamente com a falta de educação financeira faz com que as pessoas tenham dificuldade em tomar decisões em situações cotidianas como, por exemplo, identificar se é melhor efetuar uma compra à vista ou a prazo, saber recorrer aos seus direitos no âmbito financeiro e ter o conhecimento adequado para que não sejam enganados enquanto clientes do sistema financeiro.

Em complemento, Sant Ana (2014) afirma que as questões financeiras devem ser abordadas, no contexto escolar, fazendo referência ao contexto social dos alunos, não apenas como resolução de listas de exercícios ou atividades mecanizadas e sim por meio do uso do raciocínio lógico, desenvolvendo atividades apropriadas ao nível dos alunos e contextualizadas de modo que o aluno compreenda a importância de tal conhecimento. Para o autor, estas atividades podem ser desenvolvidas em forma de projetos que estimulem os alunos a pensarem utilizando a matemática e a sua correspondência com o contexto em que está inserido.

Um exemplo da necessidade da implantação da Educação Financeira desde o contexto escolar é que, cada vez mais, há profissionais com formidáveis currículos e elevados salários, porém, sem a habilidade financeira desejada para que se tenha uma independência financeira (Oliveira, *et al.*, 2014). Para além dos motivos explicitados acima, o endividamento no Brasil é preocupante e é mais um fator que retrata a importância do conhecimento adequado sobre Educação Financeira.

3.6 GESTÃO FINANCEIRA PESSOAL

Uma gestão das finanças pessoais aplicada no cotidiano de uma pessoa faz com que o indivíduo desenvolva habilidades para melhorar sua qualidade de vida através de atitudes comportamentais e conhecimentos básicos de finanças (BACEN, 2013).

Diante de crises financeiras, baixos salários e alto custo de vida, surge a necessidade de que os brasileiros saibam de que forma lidar com suas finanças pessoais (MASSARO, 2015).

Uma gestão financeira eficaz se dá, principalmente, através de um planejamento financeiro bem estruturado, o uso consciente do crédito e, além disso, saber poupar para investir. Nas seções a seguir, serão abordados estes conceitos.

3.6.1 Planejamento Financeiro

Segundo Macedo (2010, p. 24) “por mais moderno que possa parecer, o conceito de planejamento financeiro é questão discutida há mais tempo do que imaginamos”. No século XVIII, La Fontaine criou a fábula que abordava dois insetos: a formiga e a cigarra. Esta fábula fala sobre a formiga, que trabalhou durante todo o verão estocando comida para que, no inverno, pudesse usufruir do fruto do seu trabalho, em segurança, enquanto o inverno rigoroso castigava as criaturas que estivessem expostas ao frio. Por outro lado, havia a cigarra, que durante todo o verão só pensou em cantarolar e aproveitar o verão, sem se preocupar com o inverno que estaria por vir. Esta fábula nos traz a seguinte reflexão: deve-se aproveitar a vida e curtir o momento sem se preocupar com o amanhã ou ser previdente e trabalhar pensando no futuro?

Macedo (2010) afirma que ter um planejamento financeiro influencia mais o futuro do que muitos anos de trabalho e, com um bom planejamento financeiro é possível, além de só trabalhar para pagar as contas, poupar e investir o capital obtido, fazendo-o render juros, ou seja, fazê-lo prosperar. De acordo com o autor, quando dispomos de um planejamento financeiro sistematizado podemos utilizar os produtos de créditos ofertados no mercado financeiro para nos beneficiar e até para investir e poupar.

De acordo com Massaro (2015), ter um planejamento financeiro é saber organizar as finanças, conhecendo e controlando as entradas e saídas de dinheiro e saber relacionar os objetivos de vida com os recursos financeiros.

O planejamento financeiro deve funcionar como um mapa, que mostra onde se está e aonde quer chegar. Porém, ao traçar uma meta, é importante que se tenha conhecimento das limitações financeiras e considerar a realidade na qual se está inserido. É imprescindível que o estilo de vida de uma pessoa esteja muito bem alinhado com sua realidade econômica (BM&F BOVESPA, 2013).

Segundo Macedo (2010), para criar um planejamento financeiro pessoal adequado a sua realidade, é importante seguir os seguintes passos:

- Determinar sua situação financeira pessoal;
- Definir seus objetivos;
- Estabelecer pequenas metas para atingir cada objetivo;
- Colocar em prática seu plano de ação.

Para que seja possível determinar a sua situação financeira pessoal, é necessário que o indivíduo conheça suas receitas e seus gastos mensais. Ao registrar todas as despesas mensais, é possível subtrair este valor do valor recebido (salário, fundos de investimentos, imóveis alugados) e, assim, obter o seu saldo líquido, ou seja, o que sobrou após o pagamento das despesas mensais.

Após determinar a sua situação financeira, detalhando todas as receitas e despesas, será possível identificar a situação financeira pessoal.

Segundo Macedo (2010), se os ganhos são maiores do que as despesas, o orçamento encontra-se em “sinal verde”. Significa que está sobrando dinheiro, o que possibilita fazer um investimento deste dinheiro, visando a multiplicação da sua poupança. Porém, se os ganhos são iguais as despesas, é necessário ficar atento e já começar a agir para modificar o orçamento, começando o corte de gastos e fazendo com que sobre dinheiro no fim do mês, este é o momento de agir preventivamente. Ou, ainda, se os ganhos são menores do que as despesas, é necessário rever esta situação com urgência, agindo corretivamente, cortando gastos menos importantes imediatamente para que não seja vítima dos juros do mercado.

Um bom planejamento financeiro pessoal permite que sonhos sejam realizados e objetivos sejam alcançados, portanto é importante definir seus objetivos. Um problema que muitas pessoas enfrentam é não saber como transformar seus objetivos em realidade. Isto ocorre, muitas vezes, quando não se tem uma visão clara do caminho a ser percorrido entre o sonho e sua realização (BACEN, 2013).

Macedo (2010) assegura que, para que a tarefa de poupar dinheiro não seja um fardo e sim, uma tarefa prazerosa, é importante estabelecer metas concretas. Estas metas devem ser atingíveis, mensuráveis e específicas, ou seja, ao traçar objetivos, é importante analisar se estes estão ao alcance e qual deseja-se realizar primeiro.

É importante que se saiba aonde quer chegar. Para tal, é necessário projetar uma visão de futuro dada através da perspectiva de pôr em prática um projeto ou um sonho e, para isso, estabelecer metas claras e objetivas.

Ao estabelecer pequenas metas para atingir cada objetivo, deve-se detalhar qual será a forma utilizada para que o objetivo seja alcançado. Este detalhamento se dará planejando e descrevendo, de maneira específica e clara, as pequenas metas que deverão ser realizadas para que seja atingido cada objetivo (BACEN, 2013).

A partir disso, deve-se pensar em como incluir estas metas no planeamento financeiro. Para esta inclusão, é importante identificar se será necessário trabalhar mais ou cortar gastos. Além disso, para que seja criado um hábito, é importante tratar esta quantia como um gasto fixo a ser usado na realização dos objetivos anteriormente estabelecidos (MACEDO, 2010).

Somente ao estabelecer metas claras e objetivas é que se saberá quando um objetivo estará prestes a ser concretizado.

Assim que traçado o plano de ação é essencial pô-lo em prática e, para isso, é fundamental tomar atitudes e dar o primeiro passo. Para tal, não é necessário esperar que a situação financeira melhore, afinal, a situação financeira raramente estará 100% como o desejado. Além disso, quanto antes iniciada a prática para alcance do objetivo, mais cedo será obtida a recompensa – a realização do objetivo estabelecido (MACEDO, 2010).

Além destes passos, para que seja possível criar um planeamento financeiro pessoal eficiente, deve-se levar em consideração que existem fatores externos que podem influenciar de maneira positiva ou negativa o planeamento. Os fatores externos responsáveis pelos maiores impactos no planeamento são de natureza econômica e, entre estes fatores está o desemprego e a inflação (MASSARO, 2015).

A inflação, nada mais é, do que a perda do valor da moeda. Quando dizemos que a moeda perdeu seu valor, significa que, para comprar um mesmo produto, será necessária uma quantidade maior de moeda comparado à quantidade que era necessária para comprar o

mesmo produto anteriormente, em outras palavras, é a perda do poder aquisitivo da moeda (BM&FBOVESPA, 2013).

Normalmente, a maioria dos indivíduos possui renda fixa e, por este motivo, acabam sendo prejudicados quando a inflação cresce em ritmo acelerado pois a renda dificilmente acompanha o aumento dos preços dos produtos fazendo com que, desta maneira, a segurança e a estabilidade financeira fiquem comprometidas (MASSARO, 2015).

Já a importância do desemprego, no planejamento financeiro, está no fato de que, para a maior parte dos indivíduos, a renda provém de alguma atividade profissional. Massaro (2015) afirma que em uma economia com altos níveis de desemprego é difícil encontrar uma ocupação e que, devida à grande busca por oportunidades, as remunerações tendem a ser mais baixas. Desta forma, quando a taxa de desemprego está alta, significa que muitas pessoas perderam sua renda, desencadeando, muitas vezes, endividamento e crises financeiras.

O autor enfatiza também que quando os níveis de desemprego em uma economia são baixos, é mais fácil conseguir uma ocupação e também, para os que já possuem emprego, existem mais oportunidades de evoluir profissionalmente. Uma promoção ou uma proposta melhor de trabalho geralmente acompanham-se de um aumento na renda, que permite maiores oportunidades de consumir e investir.

Além dos fatores externos de natureza econômica, existem também os fatores que não dependem da economia como, por exemplo, ficar doente, sofrer um acidente ou quebrar o carro. Não há uma maneira de prever estes acontecimentos, porém, uma maneira de lidar com estes infortúnios é agindo preventivamente. Quando este tipo de evento ocorre, causa um desequilíbrio nas finanças e, para que estas situações não prejudiquem o planejamento, é necessário ter uma poupança voltada para eventualidades (BACEN, 2013).

Ao formar uma poupança voltada para estes imprevistos, é necessário ter constância para colocá-la em prática e mantê-la e, além disso, é fundamental que se tenha disciplina para não usar em outras finalidades o recurso poupado.

Quando temos uma poupança destinada à ocorrência de possíveis imprevistos, dizemos que esta é uma poupança de curto prazo. Já uma poupança de longo prazo, por exemplo, é a poupança que visa o resgate no futuro – em 10, 20, 30 anos ou mais. Normalmente, quando se faz uma poupança visando o resgate a longo prazo, intitula-se esta poupança de previdência.

Segundo dados do IBGE de 2018, atualmente, a expectativa de vida do brasileiro é de 76 anos, em média. Envelhecer é um processo natural e esperado e, por tratar-se de um processo esperado, é que devemos nos planejar financeiramente para a aposentadoria (BACEN, 2013).

Apesar de a expectativa de vida dos brasileiros estar em torno dos 76 anos de idade, é improvável que todos consigam permanecer exercendo a sua profissão até esta idade. Pensando nisso, deve-se refletir e se planejar sobre como será a sua vida financeira quando não houver mais o recebimento de salário por exercer determinada profissão.

O planejamento financeiro para a aposentadoria exige que o indivíduo determine, previamente, de que forma deseja viver a vida após se aposentar. Independente da escolha de cada um, esta escolha sempre terá implicações financeiras.

Quanto antes for iniciado o investimento, menor será o subsídio necessário para a aposentadoria. Levando em consideração que os investimentos para a aposentadoria crescem exponencialmente, através do regime de juros compostos, é importante que se faça um planejamento para longo prazo pois, quanto maior for o prazo, mais os juros compostos trabalharão a nosso favor. Ou seja, nunca é cedo demais para iniciar uma poupança para a aposentadoria (BACEN, 2013).

3.6.2 Uso do crédito

O crédito, em um contexto de finanças pessoais, é uma fonte de recursos que possibilita a antecipação de consumo quando não se tem os recursos financeiros disponíveis, naquele momento, para tal fim. Esta fonte provém de terceiros, como bancos, financeiras ou cooperativas de crédito. Como recompensa ao credor por essa antecipação do capital, o cliente paga os juros (MASSARO, 2015).

Algumas das modalidades mais comuns de crédito são o cheque especial, cartão de crédito, compras a prazo em lojas, empréstimos, financiamentos de móveis ou imóveis, entre outros (BACEN, 2013).

Segundo Massaro (2015), o crédito deve ser utilizado com cautela e somente em casos de grande necessidade pois, devida à atuação dos juros, a sua utilização descontrolada pode ocasionar um endividamento crônico e uma grande desordem no planejamento financeiro.

Além disso, ao utilizar um produto de crédito, compromete-se o orçamento futuro visto que o crédito tomado hoje deverá ser pago no futuro reduzindo, desta forma, as possibilidades financeiras futuras (BACEN, 2013).

Por outro lado, Massaro (2015) aborda, ainda, que existem casos em que o uso do crédito se faz necessário pois, retardar a decisão do consumo, pode gerar impactos negativos à qualidade de vida e causar ainda mais impasses. Um exemplo em que o uso do crédito se faz necessário é quando a geladeira estraga. Considerando que o indivíduo não tenha uma poupança visando este tipo de imprevisto, deve-se apelar ao uso do crédito. Neste caso, a solicitação do recurso é plausível pois geraria muitos transtornos e gastos ficar sem uma geladeira em casa até acumular o capital necessário para a compra do bem em questão do que fazer o uso do crédito. Porém, se faz necessário analisar atentamente qual a melhor ferramenta para cada necessidade, uma vez que, utilizar uma linha de crédito de alto custo – como o cheque especial – para fim supérfluo é rasgar dinheiro.

3.6.3 Investimentos

No mundo das finanças pessoais, muito se almeja o equilíbrio financeiro, porém, o perfeito equilíbrio financeiro – em que os ganhos são os mesmos que os gastos – não traz uma situação confortável. O ideal, quando se trata das finanças, é que haja o desequilíbrio financeiro, pendendo para o lado positivo, ou seja, um desequilíbrio em que os ganhos sejam sempre maiores que as despesas de uma pessoa (MASSARO, 2015).

Quando os ganhos forem maiores do que as despesas de uma pessoa, haverá um excedente de dinheiro. Com este excedente é possível formar uma reserva financeira de emergência e, além disso, fazer investimentos. O investimento nada mais é do que aplicar os recursos poupados, a fim de obter uma remuneração por esta aplicação (BACEN, 2013).

De acordo com Macedo (2010), o dinheiro poupado deve ser visto como uma semente. Em posse dela, é preciso regá-la para que ela dê frutos. O autor ainda afirma que é imprescindível que se saiba o que fazer com o dinheiro que sobra, o dinheiro que foi poupado, pois há uma grande diferença entre poupar e investir. Ao poupar, o dinheiro fica apenas guardado e parado e, ao investir, o dinheiro poupado estará crescendo e prosperando.

Ao fazer um investimento, é importante que se conheça as suas três características básicas: liquidez, risco e rentabilidade.

A liquidez de um produto ou de um investimento é a capacidade de este ser convertido em dinheiro caso o investidor tenha a necessidade do recurso financeiro. Por exemplo, o ativo com maior liquidez existente é o próprio dinheiro. Já imóveis ou automóveis, por exemplo, são considerados ativos de baixa liquidez, uma vez que podem levar muito tempo para serem convertidos em dinheiro, ou seja, podem levar tempo para serem vendidos.

Já o risco é a probabilidade de que ocorram perdas e, quanto maior for o risco, maiores serão as chances de que ocorra, efetivamente, um prejuízo para o investidor. Um exemplo de investimento com baixo risco é a caderneta de poupança, desde que o investidor se atenha à data de seu vencimento. Já um investimento de alto risco é a compra de ações. Uma estratégia para diminuir os riscos é diversificar as aplicações (BACEN, 2013).

A rentabilidade é a remuneração que será obtida com o investimento em questão (BM&FBOVESPA, 2013).

É importante que o investidor saiba que estas três características nunca se encontram simultaneamente em um mesmo investimento. Ou seja, é improvável que haja um investimento com boa liquidez de mercado, baixo risco e alta rentabilidade. O mais comum é encontrar investimentos em que estas três características são tomadas duas a duas, ou seja, em um investimento é comum ter, por exemplo, boa liquidez e baixo risco, porém com baixa rentabilidade ou, em outro caso, obter um investimento com boa liquidez e alta rentabilidade e com altos riscos ou, ainda, baixo risco e boa rentabilidade mas com baixa liquidez (BM&FBOVESPA, 2013).

Os investimentos podem ser classificados em duas modalidades: investimentos de renda fixa e de renda variável.

3.6.3.1 Investimentos de renda fixa

Os investimentos de renda fixa são aqueles nos quais seu retorno é obtido através dos juros. Estes juros, nesta modalidade de investimentos, podem ser definidos como prefixado, que ocorre quando a taxa de juros fica definida desde o princípio da operação, ou pode ser definido também como pós-fixado, que consiste em definir a taxa de juros somente no futuro, quando eles forem pagos. Um exemplo de investimento com taxa de juros pós-fixada são os investimentos cujos juros estão vinculados à taxa Selic. Neste caso, é necessário esperar até o momento do resgate para conhecer o retorno do capital investido, que se dará através da apuração da taxa Selic do período em questão (MASSARO, 2015).

Ainda segundo o autor, entre os investimentos de renda fixa mais populares, estão a caderneta de poupança e o CDB (Certificados de Depósito Bancário). Nestes casos, o investidor está confiando seu dinheiro à uma instituição financeira e a mesma irá emprestar este dinheiro a outros clientes, a uma taxa de juros muito maior do que a que o investidor receberá.

De acordo com o Banco Central (BACEN), a caderneta de poupança, nada mais é, do que uma modalidade de aplicações financeiras que se caracteriza pelo pagamento de uma taxa de juros fixa – que atualmente é de 6% ao ano – com acréscimo da correção do saldo aplicado pela Taxa Referencial.

Nos últimos 20 anos, a rentabilidade real da poupança – já descontada a inflação – foi de, aproximadamente, 1,53% ao ano, em média (BACEN, 2018).

A caderneta de poupança é a forma de investimento mais conservadora do mercado financeiro, mas esta segurança é limitada. Atualmente, os investidores e depositantes estão protegidos contra possíveis perdas e instabilidades da instituição financeira através do Fundo Garantidor de Crédito (FGC). O FGC trata-se de uma instituição que tem como finalidade garantir o crédito de clientes de instituições financeiras associadas ao fundo em casos de falência ou liquidação extrajudicial. Caso ocorra, o FGC garante a liquidez dos depósitos de até R\$250.000,00 (BACEN, 2013; MASSARO, 2015).

Os Certificados de Depósito Bancário (CDB) também contam com a proteção dos depósitos de até R\$250.000,00 através do Fundo Garantidor de Crédito (BACEN, 2013).

Além destes, o Tesouro Direto tem aumentado sua popularidade entre os investimentos. Segundo Macedo (2010), o Tesouro Direto é um programa desenvolvido pelo Tesouro Nacional em parceria com a Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia que oferta títulos públicos a pessoas físicas. Ao comprar estes títulos, o investidor estará emprestando dinheiro ao governo, que pagará, ao final do prazo de investimento, o valor do empréstimo e mais os juros. Essa é uma forma de a União obter recursos para financiar operações do governo federal como, por exemplo, melhorias na saúde, infraestrutura e educação.

3.6.3.2 Investimentos de renda variável

Os investimentos de renda variável são aqueles em que a remuneração não pode ser estabelecida no momento da aplicação (BACEN, 2013).

Estes investimentos não consistem em “emprestar” uma certa quantidade de capital para uma instituição e sim apropriar-se de algo. Quem investe em renda variável está, na verdade, comprando um ativo. Ao fazer esta compra, o investidor espera que o ativo aumente a sua valorização – para poder vendê-lo posteriormente gerando, assim, lucro – ou espera-se que ele gere rendas (MASSARO, 2015).

Ao obter um ativo, o investidor espera que este se valorize múltiplas vezes, diferentemente dos investimentos em renda fixa, que possui ganhos limitados, em que o investidor receberá somente o que emprestou acrescido dos juros.

Massaro (2015) aborda que, no Brasil, os investimentos de renda variável mais comuns são os imóveis e as ações de empresas de capital aberto, que são ofertadas através da bolsa de valores. Segundo o autor, os investimentos em rendas variáveis são mais propícios à oscilação de preços e, conseqüentemente, mais vulneráveis ao risco. Nestes casos, o risco de desvalorização é grande, mas o risco de multiplicação é igualmente grande.

Ao tomar um imóvel como investimento, é necessário fazer um levantamento sobre o valor do aluguel que se pretende obter, a valorização e depreciação do imóvel e as despesas com manutenção. Para que o imóvel seja um investimento rentável, a depreciação e as despesas com manutenção devem ser inferiores ao valor do aluguel e a sua valorização. Além destes fatores, devem ser levados em consideração, no momento da compra, os juros do financiamento do imóvel, sua localização, as reformas necessárias, entre outros (BM&FBOVESPA, 2013).

Já os investimentos através de ações de empresas de capital aberto se dão quando uma empresa deseja expandir seus negócios e necessita de recursos adicionais. Para captar tais recursos, a empresa emite ações e oferta-as na bolsa de valores. Ao comprar ações de uma determinada empresa, o investidor torna-se sócio dela. Quando a empresa tem lucros, ela reserva uma parte para distribuir entre seus acionistas. Esta divisão dos lucros distribuída chama-se dividendo (BM&FBOVESPA, 2013).

Para comprar ações, é necessária a intermediação de uma corretora de valores. As corretoras de valores são instituições financeiras reconhecidas pelo Banco Central (BACEN) e pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) e que atuam na intermediação entre compradores e vendedores de ações.

Uma das maneiras de participar do mercado de ações é através dos fundos de investimentos. Ao fazer aplicações em fundos de investimentos, tornamo-nos cotistas deste fundo. Para escolher um fundo de investimento para fazer aplicações, é necessário analisar seu regulamento, conhecer sua política de investimentos, conhecer a performance do gestor e do administrador do fundo e, ainda, conhecer as taxas de administração (BM&FBOVESPA, 2013).

Uma outra maneira de entrar no mercado de ações é buscando ações e comprando-as de maneira individual, através do intermédio das corretoras, porém, sem o auxílio de um gestor de investimento (BM&FBOVESPA, 2013).

Os investimentos em renda variável são tidos como investimentos de alto risco, porém, de grande potencial de valorização. Enquanto os investimentos em renda fixa são considerados investimentos sujeitos a baixos riscos, mas com potencial limitado de ganhos (MASSARO, 2015).

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta seção apresentará as metodologias e os métodos que foram utilizados para a elaboração deste trabalho, bem como a caracterização da pesquisa, os instrumentos de coletas de dados, instrumentos de análise e as etapas para a produção do projeto.

Segundo Richardson (2007, p. 15) “não há fórmula mágica para aprender a fazer uma pesquisa, não é como uma receita de bolo, logo a única maneira de aprender é pesquisando”. Assim, tem-se que a investigação é um processo humano e, portanto, falível.

O autor ainda afirma que:

(...) método é o caminho ou a maneira para chegar a determinado fim ou objetivo.
 (...) A metodologia são os procedimentos e regras utilizadas por determinado método. Por exemplo, o método científico é o caminho da ciência para chegar a um objetivo. A metodologia são as regras estabelecidas para o método científico (...)
 (RICHARDSON, 2007, p. 22).

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa trata-se de um estudo exploratório, com objetivo de investigar de que forma os alunos da UFSC utilizam a Matemática Financeira como ferramenta para a organização e planejamento das suas finanças pessoais.

Ainda, pode-se dizer que a pesquisa foi de caráter qualitativo e quantitativo. Trata-se de uma abordagem qualitativa pois utiliza, como base para a construção do material final, as respostas obtidas através de questionários (Apêndices A e B) aplicado com os alunos da UFSC. Por outro lado, classifica-se como quantitativa pois, na elaboração do questionário, foram inseridas perguntas cujas respostas estão dispostas em múltipla escolha e para analisá-las, foram utilizadas ferramentas estatísticas como tabelas e gráficos.

4.2 ETAPAS DO PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

A pesquisa, conforme mencionado nas seções anteriores, foi de caráter exploratório com embasamento em pesquisas bibliográficas pré-definidas e utilizadas na formulação do embasamento teórico. As sete principais etapas do procedimento serão apresentadas a seguir.

A primeira etapa deu-se através da exploração da literatura acerca do assunto, bem como investigar de que forma o tema em questão está sendo abordado/estudado, buscando artigos e trabalhos práticos sobre o assunto.

A segunda etapa do procedimento foi a construção de um questionário de pré-teste (Apêndice A), que abordou situações cotidianas em que se utiliza a Matemática Financeira como ferramenta para o planejamento financeiro e a gestão financeira pessoal. Para a construção do questionário, foi elaborada uma tabela em que se mostram as perguntas do questionário, sua importância para o trabalho, o objetivo desta pergunta e em qual base teórica as perguntas se fundamentam. A tabela será apresentada a seguir.

| PERGUNTA | OBJETIVO | POR QUE? | BASE TEÓRICA |
|--|---|---|---------------------|
| Qual a sua idade? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Qual o seu curso? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Mora com quem? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Trabalha/faz estágio remunerado? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Se sustenta somente com seu salário ou recebe auxílio (dos parentes ou bolsa da universidade)? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Teve algum tipo de educação financeira no ensino fundamental ou médio? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Como você se considera a respeito dos seus conhecimentos em finanças, para administrar o seu próprio dinheiro? | Identificar se o estudante questionado se sente seguro ao administrar suas finanças | Orientar sobre os princípios básicos da gestão eficiente das finanças. | PERETTI, 2008. |
| Ao receber seu salário, o que você costuma fazer? | Identificar a forma que o estudante questionado costuma agir, referente ao seu dinheiro, assim que recebe o salário | Para apresentar a melhor escolha referente ao que fazer ao receber o salário | MACEDO SELL, 2012. |
| Você tem uma agenda/planilha/aplicativo ou ferramentas semelhantes para controle dos seus gastos e receitas? | Identificar se o estudante questionado possui controle e conhecimento dos seus gastos e receitas | Para apresentar uma maneira eficiente para organizar e controlar seus gastos e receitas | MACEDO SELL, 2012. |
| Você possui uma poupança para emergências? | Identificar se o estudante questionado possui uma reserva para emergências | Orientar sobre a importância de possuir uma poupança para emergências | MACEDO SELL, 2012. |

| | | | |
|---|---|---|--------------------|
| Como você se comporta no momento das compras? | Identificar o comportamento do estudante questionado ao sair às compras | Orientar sobre o melhor comportamento a adotar no momento das compras, para que não faça compras desnecessárias ou por impulso | MACEDO SELL, 2012. |
| Qual é a forma de pagamento que você mais costuma utilizar ao fazer uma compra? | Identificar como o estudante questionado costuma pagar suas compras | Apresentar as melhores formas de pagamento a serem utilizadas numa compra | PERETTI, 2008. |
| Você tem o hábito de investir o seu dinheiro mensalmente? | Identificar se o estudante conhece as opções de investimentos disponíveis no mercado e se tem o hábito de investir o seu dinheiro | Apresentar as principais opções de investimentos disponíveis e a importância de fazer investimentos mensalmente | MACEDO SELL, 2012. |
| Suponha que você acabou de quitar uma dívida. No mês seguinte você consegue guardar o dinheiro equivalente à dívida que vinha pagando há meses? | Identificar a forma que o estudante questionado se comporta quando sobra dinheiro | Abordar a importância de poupar e investir o dinheiro | MACEDO SELL, 2012. |
| Como você se sente ao analisar suas finanças? | Identificar se o estudante questionado possui controle sobre suas finanças e, caso não possua, se isso o incomoda | Orientar sobre os princípios básicos da gestão eficiente das finanças | MACEDO SELL, 2012. |
| Você costuma usar o cheque especial? | Identificar se o estudante questionado costuma gastar mais do que ganha | Abordar os juros provenientes do uso do cheque especial e orientar sobre a melhor maneira de organizar as finanças para que não haja a necessidade do uso do mesmo | PERETTI, 2008. |
| Você já atrasou, alguma vez, o pagamento de uma fatura de cartão de crédito? | Identificar se o estudante questionado já pagou juros de cartão de crédito por atraso no pagamento da fatura | Abordar os juros excessivos cobrados ao atrasar a fatura do cartão de crédito e orientar sobre a melhor maneira de organizar as finanças para que não ocorra o descontrole com o pagamento da fatura de cartão de crédito | PERETTI, 2008. |

| | | | |
|--|---|--|---|
| <p>Qual porcentagem do seu salário está comprometida com prestações mensais?</p> | <p>Identificar qual a porcentagem da renda do estudante questionado está comprometida em prestações mensais</p> | <p>Instruir que há um percentual máximo de comprometimento de renda considerado adequado</p> | <p>MACEDO SELL, 2012.</p> |
| <p>Como foi o rendimento da poupança, comparado à inflação, em 2018?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o rendimento da poupança comparado à inflação</p> | <p>Instruir sobre o rendimento da poupança em relação à inflação</p> | <p>MACEDO SELL, 2012.</p> |
| <p>Uma loja de eletrodomésticos vendia uma televisão por R\$1.000,00 em março de 2018. No mês de abril, a loja aumentou o valor da televisão em 30%. Manteve-se este novo valor nos meses de abril e maio. Ao notar que as vendas da televisão diminuíram nestes dois meses, a loja decidiu dar um desconto de 30% no valor atual da televisão. Com isso, no mês de junho, a televisão passou a ter um novo valor. Sabendo destas informações, quem você considera que pagou menos pela televisão?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o conceito de porcentagens</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de descontos e porcentagens a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |
| <p>Mariana queria comprar um carro novo e fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros compostos de 4% ao mês. Já Juliana, sua irmã, queria fazer um curso fora do país e, para isto, fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros de 4% ao mês, na capitalização simples. É correto afirmar que, no fim do primeiro mês, Mariana e Juliana pagaram o mesmo valor referente à primeira parcela do empréstimo?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante sobre juros simples e compostos e se tem capacidade de comparar os dois tipos de capitalização</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de juros simples e compostos a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |

| | | | |
|--|---|--|--|
| Apresenta-se, através de um gráfico, a evolução dos preços de uma televisão ao longo de 7 meses. Ao analisar o gráfico, considera-se mais vantajoso comprar a televisão em parcelas, quando seu valor está em alta ou comprar à vista, quando seu valor está em baixa? | Identificar se o estudante questionado possui capacidade de escolher a melhor opção de compra de um produto, tendo em vista que os preços diminuem cerca de 40% em 7 meses. | Instruir sobre a importância de planejar uma compra, fazendo pesquisas e comparando preços | MACEDO SELL, 2012. |
| Qual é o sistema de amortização em que o devedor faz o desembolso de modo que o valor das prestações seja uniforme durante todo o prazo, com amortização crescente e juros decrescentes? | Identificar se o estudante sabe diferenciar os tipos de amortização | Definir a melhor abordagem a respeito de amortizações a ser inserida no material final | VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012. |
| Suponha que você queira fazer um financiamento para a compra de um apartamento. O valor financiado será de R\$100.000,00 com juros de 9% ao ano e será pago em 240 meses. Em qual opção de amortização você pagaria menos, ao final dos 240 meses? | Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o conceito de amortizações e sua capacidade de compará-las | Definir a melhor abordagem a respeito de amortizações a ser inserida no material final | VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012. |

TABELA 5: EMBASAMENTO TEÓRICO PARA O QUESTIONÁRIO DE PRÉ-TESTE.

FONTE: Elaborada pela autora.

A terceira etapa resumiu-se na aplicação do questionário de pré-teste (Apêndice A) com a turma de Finanças Pessoais da UFSC. A aplicação ocorreu no dia 24 de abril de 2019 e contou com quarenta respostas, das quais, quatro foram eliminadas dado que os alunos deixaram de responder o verso da folha de questionário. Sendo assim, obteve-se trinta e seis respostas válidas através do questionário de pré-teste.

A quarta etapa deste procedimento limitou-se a análise dos resultados obtidos através da aplicação do questionário de pré-teste (apêndice A) e correção do mesmo para, posteriormente, elaborar o questionário final (Apêndice B). Com os resultados do questionário de pré-teste (Apêndice A), foi possível observar que diversas perguntas deixaram de ser respondidas pois os alunos, em geral, não possuíam conhecimento sobre alguns assuntos abordados.

Com base nisso, dentre as opções de respostas, foi adicionada a opção “não possui conhecimento sobre o assunto”. Além disso, foram realizadas alterações nas opções de respostas sobre a idade dos estudantes para que pudesse ser feita uma melhor comparação

posteriormente, no questionário final (Apêndice B). Ademais, foram incluídas duas novas perguntas sobre o conhecimento dos participantes referente aos juros de cartão de crédito e cheque especial. A última alteração feita no questionário de pré-teste (Apêndice A) foi a exclusão de uma pergunta que mostrava a evolução dos preços de uma televisão e questionava qual seria a melhor opção de compra deste bem.

A partir destas alterações, foi elaborado uma nova tabela de embasamento teórico para o questionário final (Apêndice B). A tabela apresenta-se a seguir.

| PERGUNTA | OBJETIVO | POR QUE? | BASE TEÓRICA |
|--|---|--|---------------------|
| Qual a sua idade? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Qual o seu curso? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Mora com quem? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Trabalha/faz estágio remunerado? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Se sustenta somente com seu salário ou recebe auxílio (dos parentes ou bolsa da universidade)? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Teve algum tipo de educação financeira no ensino fundamental ou médio? | Identificar o perfil do estudante questionado | Organizar a análise de dados de acordo com o perfil identificado | - |
| Como você se considera a respeito dos seus conhecimentos em finanças, para administrar o seu próprio dinheiro? | Identificar se o estudante questionado se sente seguro ao administrar suas finanças | Orientar sobre os princípios básicos da gestão eficiente das finanças. | PERETTI, 2008. |
| Ao receber seu salário, o que você costuma fazer? | Identificar a forma que o estudante questionado costuma agir, referente ao seu dinheiro, assim que recebe o salário | Para apresentar a melhor escolha referente ao que fazer ao receber o salário | MACEDO SELL, 2007. |

| | | | |
|---|---|--|--------------------|
| Você tem uma agenda/planilha/aplicativo ou ferramentas semelhantes para controle dos seus gastos e receitas? | Identificar se o estudante questionado possui controle e conhecimento dos seus gastos e receitas | Para apresentar uma maneira eficiente para organizar e controlar seus gastos e receitas | MACEDO SELL, 2007. |
| Você possui uma poupança para emergências? | Identificar se o estudante questionado possui uma reserva para emergências | Orientar sobre a importância de possuir uma poupança para emergências | MACEDO SELL, 2007. |
| Como você se comporta no momento das compras? | Identificar o comportamento do estudante questionado ao sair às compras | Orientar sobre o melhor comportamento a adotar no momento das compras, para que não faça compras desnecessárias ou por impulso | MACEDO SELL, 2007. |
| Qual é a forma de pagamento que você mais costuma utilizar ao fazer uma compra? | Identificar como o estudante questionado costuma pagar suas compras | Apresentar as melhores formas de pagamento a serem utilizadas numa compra | PERETTI, 2008. |
| Você tem o hábito de investir o seu dinheiro mensalmente? | Identificar se o estudante conhece as opções de investimentos disponíveis no mercado e se tem o hábito de investir o seu dinheiro | Apresentar as principais opções de investimentos disponíveis e a importância de fazer investimentos mensalmente | MACEDO SELL, 2007. |
| Suponha que você acabou de quitar uma dívida. No mês seguinte você consegue guardar o dinheiro equivalente à dívida que vinha pagando há meses? | Identificar a forma que o estudante questionado se comporta quando sobra dinheiro | Abordar a importância de poupar e investir o dinheiro | MACEDO SELL, 2007. |

| | | | |
|--|---|---|--------------------|
| Como você se sente ao analisar suas finanças? | Identificar se o estudante questionado possui controle sobre suas finanças e, caso não possua, se isso o incomoda | Orientar sobre os princípios básicos da gestão eficiente das finanças | MACEDO SELL, 2007. |
| Você costuma usar o cheque especial? | Identificar se o estudante questionado costuma gastar mais do que ganha | Abordar os juros provenientes do uso do cheque especial e orientar sobre a melhor maneira de organizar as finanças para que não haja a necessidade do uso do mesmo | PERETTI, 2008. |
| Qual foi o percentual da taxa de juros do cheque especial em dezembro de 2018? | Identificar se o estudante questionado conhece a taxa de juros do cheque especial | Alertar e instruir sobre a cobrança de juros do cheque especial | - |
| Você já atrasou, alguma vez, o pagamento de uma fatura de cartão de crédito? | Identificar se o estudante questionado já pagou juros de cartão de crédito por atraso no pagamento da fatura | Abordar os juros excessivos cobrados ao atrasar a fatura do cartão de crédito e orientar sobre a melhor maneira de organizar as finanças para que não ocorra o descontrole com o pagamento da fatura de cartão de crédito | PERETTI, 2008. |
| Qual foi o percentual da taxa de juros do cartão de crédito em dezembro de 2018? | Identificar se o estudante questionado conhece a taxa de juros do cartão de crédito | Alertar e instruir sobre a cobrança de juros do cartão de crédito | - |
| Qual porcentagem do seu salário está comprometida com prestações mensais? | Identificar qual a porcentagem da renda do estudante questionado está comprometida em prestações mensais | Instruir sobre o percentual máximo de comprometimento de renda considerado adequado | MACEDO SELL, 2007. |

| | | | |
|--|--|---|---|
| <p>Como foi o rendimento da poupança, comparado à inflação, em 2018?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o rendimento da poupança comparado à inflação</p> | <p>Instruir sobre o rendimento da poupança em relação à inflação</p> | <p>MACEDO SELL, 2007.</p> |
| <p>Uma loja de eletrodomésticos vendia uma televisão por R\$1.000,00 em março de 2018. No mês de abril, a loja aumentou o valor da televisão em 30%. Manteve-se este novo valor nos meses de abril e maio. Ao notar que as vendas da televisão diminuíram nestes dois meses, a loja decidiu dar um desconto de 30% no valor atual da televisão. Com isso, no mês de junho, a televisão passou a ter um novo valor. Sabendo destas informações, quem você considera que pagou menos pela televisão?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o conceito de descontos e porcentagens</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de descontos e porcentagens a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |

| | | | |
|---|---|--|---|
| <p>Mariana queria comprar um carro novo e fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros compostos de 4% ao mês. Já Juliana, sua irmã, queria fazer um curso fora do país e, para isto, fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros de 4% ao mês, na capitalização simples. É correto afirmar que, no fim do primeiro mês, Mariana e Juliana pagaram o mesmo valor referente à primeira parcela do empréstimo?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante sobre juros simples e compostos e se tem capacidade de comparar os dois tipos de capitalização</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de juros simples e compostos a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |
| <p>Qual é o sistema de amortização em que o devedor faz o desembolso de modo que o valor das prestações seja uniforme durante todo o prazo, com amortização crescente e juros decrescentes?</p> | <p>Identificar se o estudante sabe diferenciar os tipos de amortização</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de amortizações a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |
| <p>Suponha que você queira fazer um financiamento para a compra de um apartamento. O valor financiado será de R\$100.000,00 com juros de 9% ao ano e será pago em 240 meses. Em qual opção de amortização você pagaria menos, ao final dos 240 meses?</p> | <p>Identificar o conhecimento do estudante questionado sobre o conceito de amortizações e sua capacidade de compará-las</p> | <p>Definir a melhor abordagem a respeito de amortizações a ser inserida no material final</p> | <p>VIEIRA SOBRINHO 2007, ASSAF NETO 2012.</p> |

TABELA 6: EMBASAMENTO TEÓRICO PARA O QUESTIONÁRIO FINAL.

FONTE: Elaborada pela autora.

A quinta etapa deste procedimento deu-se através da aplicação do questionário final (Apêndice B), já corrigido, aos alunos dos cursos de graduação da UFSC. A aplicação do questionário final (Apêndice B) ocorreu de duas maneiras: presencial e *online*.

A aplicação *online* ocorreu no período de 05 de maio de 2019 à 19 de maio de 2019. O questionário foi disponibilizado para os alunos de todos os cursos de graduação da UFSC em meio eletrônico, em que foi utilizado formulário do Google para sua construção e a sua divulgação ocorreu através de um grupo de Facebook de alunos da UFSC, grupo de Facebook do Centro Acadêmico Livre de Matemática e, também, através da divulgação pelo *e-mail* da Coordenadoria do Curso de Matemática.

Já a aplicação presencial do questionário (Apêndice B) ocorreu no período de 06 de maio de 2019 à 14 de maio de 2019 e contou com o auxílio de professores dos departamentos de Matemática, Engenharia do Conhecimento e Psicologia da UFSC, no campus Trindade, que aplicaram o questionário (Apêndice B) com seus alunos, em sala de aula.

Com o fim das aplicações do questionário final (Apêndice B) – presencial e *online* – foram obtidas, em sua totalidade, 422 respostas. Destas, 13 foram descartadas por motivos de que os alunos esqueceram-se de responder o verso do questionário ou, então, tratavam-se de pessoas que não recebiam salário e nem auxílio – da universidade ou de parentes – e, sendo assim, como o questionário buscava compreender o comportamento dos alunos da UFSC com suas finanças pessoais, não seria possível obter resultados conclusivos, considerando que o aluno em questão não possuía uma fonte de renda.

Com isso, foram obtidas, portanto, 409 respostas válidas a serem analisadas para a construção do material final.

A sexta etapa limitou-se à análise dos resultados obtidos através do questionário (Apêndice B) aplicado aos alunos dos cursos de graduação da UFSC. Esta análise será abordada no próximo capítulo. Por fim, a sétima e última etapa deu-se através da elaboração do material final dispondo, como ferramenta deste material, a Matemática Financeira. O material foi elaborado com base nos resultados obtidos anteriormente através dos questionários (Apêndices A e B) aplicados e será apresentado nos próximos capítulos.

O instrumento utilizado na coleta de dados para esta pesquisa foram dois questionários. Um questionário de pré-teste (Apêndice A), aplicado apenas presencialmente, na turma de Finanças Pessoais da UFSC, no mês de abril do ano de 2019, obtendo-se um total de 36

respostas válidas. E o segundo foi o questionário final (Apêndice B), que foi obtido através de alterações no questionário de pré-testes. O questionário final (Apêndice B) foi aplicado presencialmente e também *online* e contou com 409 respostas válidas. O público alvo em questão foram os alunos dos cursos de graduação da UFSC. Trata-se de uma população finita de, aproximadamente, 23.500 alunos no campus Trindade (UFSC, 2018).

Por tratar-se de uma população relativamente grande, segundo Barbetta (2002) para que a pesquisa não tome muito tempo e nem gere tantos gastos, toma-se uma amostra – uma parte – desta população. A amostra desta população foi calculada da seguinte forma. Sejam:

N: Tamanho (número de elementos) da população;

n: Tamanho (número de elementos) da amostra;

n_0 : Uma primeira aproximação para o tamanho da amostra;

E: Erro amostral tolerável;

O tamanho da população é $N = 23.500$ e o erro amostral tolerável pretendido será de 5%, ou seja, $E = 0,05$. Temos, portanto:

$$n_0 = \frac{1}{E^2}$$

$$n_0 = \frac{1}{0,05^2}$$

$$n_0 = 400$$

Agora, para obtermos o tamanho da amostra, utilizamos a fórmula:

$$n = \frac{N \times n_0}{N + n_0}$$

$$n = \frac{23500 \times 400}{23500 + 400}$$

$$n = 393,3$$

Como os elementos desta amostra são pessoas – estudantes da ufsc – o número de elementos deve ser um número inteiro. Então, para que o erro não fosse maior do que 5%, tomou-se uma amostra de, no mínimo, 394 elementos. Ao fim das aplicações dos questionários, foram obtidas 409 respostas válidas.

Os instrumentos utilizados para análise dos dados foram duas planilhas. Uma delas foi obtida através dos dados do questionário online, gerada automaticamente pelos Formulários do Google. A segunda planilha foi obtida através do provisionamento manual dos dados obtidos nos questionários que foram aplicados presencialmente. Ambas as planilhas foram tabuladas em Excel.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, serão discutidos os resultados obtidos através da aplicação do questionário final (Apêndice B). No total, foram obtidas 409 respostas válidas, de alunos dos cursos e centros explicitados a seguir.

| CURSO | CENTRO |
|-------------------------|---|
| Agronomia | Centro de Ciências Agrárias - CCA |
| Zootecnia | Centro de Ciências Agrárias - CCA |
| Biologia | Centro de Ciências Biológicas - CCB |
| Design Gráfico | Centro de Comunicação e Expressão - CCE |
| Letras | Centro de Comunicação e Expressão - CCE |
| Pedagogia | Centro de Ciências da Educação - CED |
| Direito | Centro de Ciências Jurídicas - CCJ |
| Enfermagem | Centro de Ciências da Saúde - CCS |
| Farmácia | Centro de Ciências da Saúde - CCS |
| Fonoaudiologia | Centro de Ciências da Saúde - CCS |
| Medicina | Centro de Ciências da Saúde - CCS |
| Odontologia | Centro de Ciências da Saúde - CCS |
| Educação física | Centro de Desportos - CDS |
| Arquivologia | Centro de Ciências da Educação - CED |
| Geografia | Centro de Ciências da Educação - CED |
| Geologia | Centro de Ciências da Educação - CED |
| Filosofia | Centro de Filosofia e Ciências Humanas - CFH |
| História | Centro de Filosofia e Ciências Humanas - CFH |
| Psicologia | Centro de Filosofia e Ciências Humanas - CFH |
| Física | Centro de Ciências Físicas e Matemática - CFM |
| Matemática | Centro de Ciências Físicas e Matemática - CFM |
| Meteorologia | Centro de Ciências Físicas e Matemática - CFM |
| Oceanografia | Centro de Ciências Físicas e Matemática - CFM |
| Química | Centro de Ciências Físicas e Matemática - CFM |
| Administração | Centro Socioeconômico - CSE |
| Ciências Contábeis | Centro Socioeconômico - CSE |
| Economia | Centro Socioeconômico - CSE |
| Arquitetura e Urbanismo | Centro Tecnológico - CTC |
| Ciências da computação | Centro Tecnológico - CTC |
| Engenharia | Centro Tecnológico - CTC |
| Sistemas de Informação | Centro Tecnológico - CTC |

TABELA 7: CURSOS E CENTROS PARTICIPANTES DO QUESTIONÁRIO.

FONTE: Elaborada pela autora.

Os cursos definidos como “Engenharia” e “Letras” não receberam especificação pois, em diversos questionários, os alunos não esclareceram de qual Engenharia ou de qual curso de Letras se tratava.

Conforme mencionado na tabela anterior, o questionário contou com a participação de alunos de 31 cursos de 12 centros da Universidade Federal de Santa Catarina.

Observou-se, entre os cursos participantes, que o centro que obteve o maior número de acertos nas questões de Matemática Financeira e Finanças Pessoais do questionário foi o Centro Socioeconômico. Em seguida, o centro que teve o segundo maior número acertos nessas questões foi o Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Em terceiro lugar observou-se o Centro Tecnológico com mais acertos, seguido pelos Centro de Ciências da Saúde, Centro de Ciências Biológicas, Centro de Ciências Jurídicas, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Centro de Ciências da Educação, Centro de Ciências Agrárias, Centro de Comunicação e Expressão e Centro de Desportos respectivamente.

Os estudantes participantes foram divididos em seis faixas etárias, conforme quadro abaixo.

| IDADE | POPULAÇÃO | % |
|--------------------|------------------|------------|
| Menos de 18 anos | 6 | 1,47 |
| Entre 18 e 19 anos | 75 | 18,34 |
| Entre 20 e 22 anos | 155 | 37,90 |
| Entre 23 e 25 anos | 96 | 23,47 |
| Entre 26 e 30 anos | 43 | 10,51 |
| Mais de 30 anos | 34 | 8,31 |
| TOTAL | 409 | 100 |

TABELA 8: IDADE DOS PARTICIPANTES DO QUESTIONÁRIO.

FONTE: Elaborada pela autora.

Observa-se que a maior parte dos participantes possui entre 20 e 25 anos somando, assim, 62% do total. Do total de estudantes que participaram da pesquisa, respondendo o questionário, 41,5% mora sozinho, ou com outros estudantes ou em uma república. Destes, aproximadamente 53% trabalha ou faz estágio.

Entre os estudantes que moram sozinhos ou com outros estudantes, observa-se que 31,17% deles considera que conhece a maioria das coisas que precisa saber sobre finanças ou que possui conhecimentos bastante amplos sobre finanças. Além disso, nota-se que entre os estudantes que moram sozinhos ou com outros estudantes, 83,52% deles consideram-se controlados no momento das compras, ou seja, não costumam comprar coisas no impulso e nem costumam fazer várias parcelas para conseguir comprar o que desejam, mesmo que seja uma compra supérflua. Observa-se, também, que os estudantes que moram sozinhos ou com outros estudantes não têm o hábito de gastar seu salário/auxílio assim que o recebe, ou seja, 91,76% destes estudantes costuma, assim que recebe o seu salário, primeiro pagar as despesas

ou separar uma parte para investimento. Entre 409 participantes, observou-se que 72,86% destes não se sente seguro para administrar o seu próprio dinheiro, ou seja, gostaria de saber mais sobre finanças.

Já os outros 27,14% que se sente seguro com relação aos seus conhecimentos financeiros para administrar suas finanças, somente 18,9% destes possuíram algum tipo de educação financeira na escola (Ensino Fundamental ou Ensino Médio). Além disso, entre os participantes que dizem sentir-se seguros para administrar suas finanças pois têm conhecimentos bastante amplos sobre finanças, 68,46% possuem uma reserva para eventuais emergências e costumam monitorar muito bem suas despesas.

Além disso, entre os participantes que consideram que possuem conhecimentos bastante amplos sobre finanças, somente 7,2% julga-se impulsivo no momento das compras. Os outros 92,8% consideram-se controlados.

Observa-se também que a maior parte dos participantes que consideram saber sobre finanças possuem o hábito de investir seu dinheiro, ou seja, 62,16% afirma fazer algum tipo de investimento enquanto 37,84% diz não fazer nenhum tipo de investimento.

Outro fator importante a ser analisado sobre os participantes que julgam ter amplos conhecimentos sobre finanças é que metade destes alegam ter menos de 30% da sua renda comprometida com gastos fixos mensais. E ainda, 22% destes possui uma faixa de 31 a 50% da sua renda comprometida, enquanto os outros 28% afirma ter mais de metade da sua renda comprometida com gastos fixos mensais.

Entre os participantes que consideram possuir conhecimentos bastante amplos sobre finanças, notou-se, através da análise das respostas obtidas nas perguntas que contemplam a Matemática Financeira, que 59,45% deles não sabe a diferença entre Juros Simples e Juros compostos e, para além disso, 79,28% não soube responder ou respondeu incorretamente sobre qual Sistema de Amortização possui o valor das suas prestações uniformes. Observou-se, portanto, que somente 5,4% dos alunos que consideram saber sobre finanças, responderam corretamente todas as questões de Matemática Financeira aplicados nas finanças.

Uma outra análise foi realizada sobre o total dos alunos participantes e foi constatado que aproximadamente 45% dos participantes faz algum tipo de investimento, seja ele na Caderneta de Poupança, Tesouro Direto, CDB, em Fundos de Investimentos, adquirindo bens ou comprando ações.

Um fato curioso observado entre os participantes que afirmam investir seu dinheiro na Caderneta de Poupança é que, entre os que investem nessa modalidade, somente 9,82% soube responder corretamente quando questionado sobre o rendimento da Poupança, ou seja, mais de 90% dos participantes que investem na Caderneta de Poupança não conhece a sua rentabilidade.

Uma outra observação bastante relevante a ser feita é que, do total de participantes, constatou-se que 51,1% não conhece porcentagens. Em uma pergunta, em que é informado que o valor de um produto aumenta 30% e depois diminui 30%, mais da metade dos participantes afirmou que o valor antes e depois das alterações era o mesmo, ou afirmou que o valor antes das alterações foi menor, ou afirmou não possuir conhecimento sobre o assunto. O caso se agrava quando se observa que, dos 51,1% de alunos que responderam incorretamente esta questão, 16,1% deles são alunos dos cursos de Matemática ou Engenharia.

Observa-se, ainda, que entre os participantes que já atrasaram, alguma vez, o pagamento da fatura de cartão de crédito, 86% desconhece as suas taxas de juros anuais. O caso se agrava ainda mais ao notar que, entre os participantes que possuem o hábito de usar o cheque especial, 91,6% deles desconhecem seus percentuais de taxas de juros anuais.

Por fim, notou-se que somente 3,91% dos estudantes participantes souberam responder corretamente as questões de Matemática Financeira aplicadas às Finanças Pessoais. Os participantes que souberam responder corretamente estas questões são alunos dos cursos de Ciências Contábeis, Administração, Matemática, Engenharia e Sistemas de Informação.

Os resultados obtidos através do questionário final aplicado (Apêndice B) fornecem diversas análises a serem exploradas. Contudo, para este trabalho, as análises acima apresentadas se fazem suficientes para o objetivo final deste trabalho, que é a construção do material final, desenvolvido levando em consideração as principais características observadas entre os participantes do questionário em questão, considerando a Matemática Financeira como base para a construção do material.

6 APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NAS FINANÇAS PESSOAIS

Neste capítulo apresenta-se o produto final deste trabalho, que consiste na apresentação da Matemática Financeira como ferramenta para a gestão das finanças pessoais através da abordagem em situações financeiras do cotidiano.

Esta abordagem será apresentada através de três viés principais:

- Planejamento financeiro;
- Poupança e investimentos;
- Uso do crédito.

6.1 PLANEJAMENTO FINANCEIRO

O planejamento financeiro, nada mais é do que a organização das finanças pessoais, o conhecimento e o controle eficaz sobre as entradas e saídas de dinheiro bem como a relação entre os recursos financeiros e os objetivos pessoais de uma pessoa. Além disso, este planejamento envolve questões financeiras, psicológicas e sociais.

Uma das principais características do planejamento financeiro é o controle dos ganhos e gastos. Para que uma pessoa não venha a gastar mais do que ganha, é importante que se faça um controle de todas as entradas e saídas de dinheiro. Desde as despesas mais insignificantes – como um cafezinho na lanchonete da faculdade – até as despesas mais relevantes – como, por exemplo, a parcela do financiamento do carro.

Somente com um controle eficiente dos ganhos e gastos é possível identificar para onde está indo o dinheiro e, caso os gastos fiquem maiores que os ganhos, será possível identificar com facilidade quais despesas devem ser cortadas. Além disso, ao listar todos os gastos, é possível identificar com clareza para onde está indo o dinheiro e se estão ocorrendo gastos supérfluos e desnecessários.

Além disso, com o planejamento financeiro, é possível se organizar para a compra de um bem, por exemplo. Ao planejar-se para uma compra que irá afetar o orçamento, é importante pesquisar e identificar o melhor momento para a compra. Vamos a um exemplo real.



FIGURA 8: EVOLUÇÃO DOS PREÇOS DE UM CELULAR.

FONTE: Site Buscapé¹

A imagem acima representa uma situação real que mostra a evolução dos preços de um celular entre os dias 04/11/2018 e 22/11/2018. Em apenas 18 dias o valor do celular foi de R\$923,12 para R\$703,95, ou seja, ocorreu uma diminuição de 23,74% no seu valor.

Através desta imagem, é possível observar a importância de pesquisar valores e, além disso, não agir por impulso no momento de uma compra.

Ao decidir comprar um produto, após se planejar financeiramente para tal, deve-se iniciar uma pesquisa em valores, opções, custo x benefício e, acima de tudo, saber ser paciente para não acabar comprando um produto que, em poucos dias, estará em uma boa promoção.

Um outro fator indispensável no planejamento financeiro é ter uma reserva para emergências. Todos estamos sujeitos à perda de emprego, à ocorrência de um acidente ou demais imprevistos. Para que não haja uma desestabilização financeira caso ocorra esse tipo de situação desagradável, é importante que se tenha uma quantia em dinheiro reservada exclusivamente para este tipo de acontecimento. Este tipo de reserva trata-se de reserva de curto prazo.

Um exemplo de reserva financeira de longo prazo é o plano de previdência. Atualmente, a expectativa de vida dos brasileiros está em 76 anos de idade. Envelhecer é um

¹ Disponível em: <<https://www.buscape.com.br/smartphone-motorola-moto-g-6-xt1925-32gb>>. Acesso em mai. 2019

processo natural e, por tratar-se de um evento esperado, devemos nos planejar para tal. Independente da escolha de cada um sobre como deseja viver após se aposentar, esta escolha certamente terá implicações financeiras.

Vamos considerar um exemplo prático:

Juliana, aos 25 anos, começa a pensar na sua aposentadoria. Ela começa a aplicar, mensalmente, uma quantia de R\$200,00 e pretende fazer esta aplicação durante 30 anos, ou seja, 360 meses. Juliana encontra uma instituição financeira que oferece uma opção de taxa de rendimento de 1,3% ao mês. Um mês após completar 30 anos de aplicação, qual será o valor que Juliana terá disponível para sua aposentadoria?

Vejamos os dados do problema:

- Os depósitos mensais serão de R\$200,00, ou seja, $PMT = 200,00$.
- O período em que serão feitos os depósitos será de 360 meses, ou seja, $n = 360$.
- A taxa de juros será de 1,3% ao mês, ou seja, $i = 0,013$ a. m.
- Queremos saber qual será o valor futuro que Juliana receberá, ou seja, o FV .

Temos, portanto:

$$FV = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\Rightarrow FV = 200 \times \left[\frac{(1 + 0,013)^{360} - 1}{0,013} \right]$$

$$\Rightarrow FV = 1.593.359,51$$

Ou seja, após 30 anos, aplicando apenas R\$200,00 mensalmente, à uma taxa de 1,3% ao mês, Juliana terá uma quantia de R\$1.593,359,51 para usufruir durante sua aposentadoria.

Agora, vamos comparar com o seguinte exemplo.

Jorge, aos 25 anos, considerava muito cedo para começar a se planejar para sua aposentadoria. Com isso, deixou o tempo passar e, aos 35 anos, decidiu fazer um plano de previdência. Jorge pretende ter o dinheiro em mãos aos 55 anos, ou seja, 20 anos depois. Considerando a mesma taxa de juros que Juliana obteve, ou seja, de 1,3%, qual valor Jorge deverá aplicar mensalmente durante 20 anos (240 meses), para que, um mês após completar

20 anos de aplicações, possa retirar uma quantia no valor de R\$1.593,359,51 assim como Juliana?

Vamos aos dados do problema:

- Jorge deseja resgatar R\$1.593,359,51, ou seja, $FV = 1.593,359,51$.
- Jorge fará aplicações durante 240 meses, ou seja, $n = 240$ meses.
- O rendimento mensal da aplicação será de 1,3%, ou seja, $i = 0,013$ a.m.
- Queremos saber qual valor Jorge deverá depositar mensalmente, ou seja, o PMT .

Temos, portanto:

$$\begin{aligned}
 FV &= PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \\
 \Rightarrow 1.593,359,51 &= PMT \times \left[\frac{(1+0,013)^{240} - 1}{0,013} \right] \\
 \Rightarrow 1.593,359,51 &= PMT \times 1.630,43 \\
 \Rightarrow PMT &= 977,26
 \end{aligned}$$

Jorge deverá depositar, mensalmente, durante 20 anos, a quantia de R\$977,26 para que, ao fim desse período, possua o mesmo valor que Juliana possuirá para sua aposentadoria.

Observe que, como Jorge adiou seu planejamento para a aposentadoria, decidiu não se preocupar com isso enquanto tinha apenas 25 anos, para que pudesse acumular mais de R\$1,5 milhão, assim como Juliana, ele precisou aplicar uma quantia de R\$977,26 mensalmente, valor este que corresponde à 488,63% do valor que Juliana aplicou para obter o mesmo montante.

Além disso, se Jorge decidisse aplicar os mesmos R\$200,00 mensalmente, assim como Juliana, em 20 anos ele iria obter um montante de apenas R\$326.086,00. Este valor corresponde a 20,47% do montante que Juliana obteve.

Estas situações reais nos mostram a importância do planejamento financeiro pessoal e a relevância de começá-lo o quanto antes. Não se deve esperar que a situação financeira esteja perfeita para começar a se planejar, poupar e investir até porque, muito provavelmente, a situação financeira perfeita nunca existirá.

Estes exemplos nos mostram que um planejamento financeiro sistematizado pode gerar mais resultados do que anos de trabalho pois permite, além de somente trabalhar para pagar contas, fazer investimentos e usufruir de sua rentabilidade, ou seja, fazer o dinheiro prosperar ao longo do tempo.

6.2 POUPANÇA E INVESTIMENTO

Poupar e investir são duas coisas distintas. Poupar é reservar uma certa quantia em dinheiro. Investir é tomar o dinheiro poupado e dar um destino a ele, destino esse que o fará prosperar, render juros e crescer. Portanto, para que seja possível fazer investimentos, primeiramente deve-se poupar o dinheiro.

Conforme abordado na seção anterior, um planejamento financeiro sistematizado conta com uma poupança destinada exclusivamente para imprevistos. Esta poupança deve ficar esquecida e só deve recorrer a ela nestas circunstâncias.

Porém, além desta poupança para ocorrência de imprevistos, deve-se ter uma porcentagem da renda destinada a investimentos.

Ao buscar uma opção de investimento, é importante que se conheça suas três características principais: rentabilidade, risco e liquidez.

| Investimentos | |
|-----------------------|---|
| Característica | O que significa |
| Rentabilidade | É a remuneração que será obtida com o investimento. |
| Risco | É a probabilidade de ocorrência de perdas. |
| Liquidez | É a capacidade de este ser convertido em dinheiro. |

TABELA 9: CARACTERÍSTICAS DOS INVESTIMENTOS.

FONTE: Elaborada pela autora.

O ideal, para um investimento, é que ele possua alta rentabilidade, baixo risco e alta liquidez. Porém, estas características nunca são encontradas ambas num mesmo investimento. O que ocorre, geralmente, é um investimento com alta rentabilidade e alta liquidez, porém com alto risco. Ou então, baixo risco e alta liquidez, porém com baixa rentabilidade ou, então, alta rentabilidade e baixo risco, mas com baixa liquidez.

As principais opções de investimento são a Caderneta de Poupança, Certificado de Depósito Bancário, Tesouro Direto, Imóveis e Ações.

Mostra-se, através do quadro abaixo, as características de cada uma delas.

| Tipo de investimento | Rentabilidade | Risco | Liquidez |
|----------------------------------|----------------------|--|-----------------|
| Caderneta de Poupança | Baixa | Baixo (até R\$250.000,00) | Alta |
| Certificado de Depósito Bancário | Baixa | Baixo (até R\$250.000,00) | Alta |
| Tesouro Direto | Baixa | Baixo - prefixado Alto - pós-fixado | Alta |
| Imóveis | Alta | Baixo | Baixa |
| Ações | Alta | Alto | Alta |

TABELA 10: TIPOS DE INVESTIMENTOS.

FONTE: Elaborada pela autora.

Tendo em vista que alta liquidez, baixo risco e alta rentabilidade não se encontram simultaneamente num mesmo investimento, para as pessoas que não têm o hábito de investir, mas que desejam começar a fazer investimentos, uma boa opção é diversificar sua carteira de investimentos. Ou seja, dividir o dinheiro entre diversas modalidades de investimentos com características diferentes. Isso fará com que se tenha um bom retorno e baixos riscos.

Veremos a seguir um exemplo real.

Joaquim pretende comprar um carro no valor de R\$20.000,00, mas não possui dinheiro guardado para tal. Atualmente, ele ganha R\$1.500,00 por mês e possui gastos fixos de R\$490,00. Com a intenção de fazer um financiamento, Joaquim vai até uma instituição financeira, que lhe oferece os R\$20.000,00 a serem pagos durante 24 meses, com uma taxa de 1,58% ao mês. Sabendo que Joaquim só pode pagar prestações de, no máximo, R\$1.010,00, qual será o montante que ele irá desembolsar, no fim dos 24 meses?

Os dados do problema são os seguintes:

- Joaquim pagará parcelas de R\$1.010,00, ou seja, $PMT = 1.010,00$.
- O período em que Joaquim irá pagar o financiamento será de 24 meses, ou seja, $n = 24$ meses.
- A taxa de juros é de 1,58% ao mês, ou seja, $i = 0,0158$ a.m.
- Gostaríamos de saber qual será o montante desta operação, ou seja, o FV .

Temos, portanto:

$$FV = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\Rightarrow FV = 1.010 \times \left[\frac{(1 + 0,0158)^{24} - 1}{0,0158} \right]$$

$$\Rightarrow FV = 29.199,87$$

Ou seja, Joaquim irá desembolsar um montante de, aproximadamente, R\$29.200,00.

Observe que, dadas as condições, Joaquim irá demorar 2 anos para pagar o seu carro e como estará com todo seu salário totalmente comprometido durante os 2 anos, ele não conseguirá colocar gasolina no carro e nem fazer manutenção, caso necessário. Ou seja, fazendo desta forma, ele só conseguirá utilizar o carro após terminar de pagar, que será quando ele terá dinheiro para manter o carro.

Uma outra alternativa seria aplicar estes R\$1.010,00 mensalmente para, então, comprar o carro à vista.

Suponha que Joaquim encontrou uma opção de investimento que rende 1,0% ao mês, quantos meses serão necessários para que ele atinja o montante de R\$20.000,00 para, então, comprar o carro à vista?

Temos os seguintes dados do problema:

- Joaquim dispõe de R\$1.010,00 para pagar as parcelas mensais, ou seja, $PMT = 1.010,00$.
- A taxa de juros da aplicação é de 1,0% ao mês, ou seja, $i = 0,01$ a.m.
- O valor que ele pretende resgatar é de R\$20.000,00, ou seja, $FV = 20.000,00$.
- Gostaríamos de obter o prazo da aplicação (em meses), ou seja, n .

Temos que

$$FV = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\Rightarrow 20.000 = 1.010 \times \left[\frac{(1 + 0,01)^n - 1}{0,01} \right]$$

$$\Rightarrow 19,8019802 = \frac{(1 + 0,01)^n - 1}{0,01}$$

$$\Rightarrow 0,198019802 = (1,01)^n - 1$$

$$\Rightarrow 1,198019802 = (1,01)^n$$

$$\Rightarrow \log(1,198019802) = \log(1,01)^n$$

$$\Rightarrow \log(1,198019802) = n \times \log(1,01)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log(1,198019802)}{\log(1,01)}$$

$$\Rightarrow n \cong 18,15$$

Portanto, serão necessários, no mínimo, 19 meses para obter o montante de R\$20.000,00, considerando uma economia estável, em que o valor do veículo não aumente seu valor.

Observe que, ao fazer a aplicação, Joaquim ficará com seus R\$1.010,00 comprometidos durante 19 meses apenas, enquanto no financiamento, o salário estaria comprometido em 24 parcelas mensais. Além disso, ao optar por fazer o investimento para compra do carro, quanto estiver com o carro em mão, ele poderá destinar seu salário para a compra de gasolina e as possíveis manutenções necessárias, ou seja, poderá utilizar o carro imediatamente.

6.3 USO DO CRÉDITO

O crédito, nas finanças pessoais, é uma fonte de recursos que possibilita a antecipação do consumo quando não se tem recursos financeiro para tal no dado momento. Entre as modalidades mais comuns de crédito estão o cartão de crédito, cheque especial, empréstimos e financiamentos.

O crédito deve ser usado com cautela e somente quando houver grande necessidade, pois, devida a atuação dos juros, sua utilização descontrolada pode causar um endividamento crônico e uma grande desordem no planejamento financeiro. Observe, em um exemplo prático, como comporta-se uma dívida de cartão de crédito.

Uma pessoa perde o emprego e, por não possuir uma reserva de emergência, não consegue pagar a dívida de R\$2.000,00 que possuía no cartão de crédito. Sabendo que as taxas de juros de cartão de crédito estão em torno de 11% ao mês, observe como se comportará a dívida em 12 meses:

- O valor da dívida atualmente é de R\$2.000,00, ou seja, $PV = 2.000,00$.
- A taxa de juros é de 11% ao mês, ou seja, $i = 0,11 \text{ a. m.}$
- O período em que a dívida fica correndo é de 12 meses, ou seja, $n = 12 \text{ meses.}$
- Deseja-se saber o valor futuro da dívida em 12 meses, ou seja, o FV .

Temos, portanto:

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$\Rightarrow FV = 2.000 \times (1,11)^{12}$$

$$\Rightarrow FV = 6.996,90$$

Ou seja, em 12 meses, a dívida de cartão de crédito que era inicialmente de R\$2.000,00 transformou-se num montante de R\$6.996,90. O valor futuro é 245,85% maior do que o valor inicial da dívida.

Agora, vamos analisar o comportamento de uma aplicação de R\$2.000,00 sob uma taxa de juros de 1% ao mês, por um período de 12 meses.

- O valor inicial da aplicação é de R\$2.000,00, ou seja, $PV = 2.000,00$.
- A taxa de juros da aplicação é de 1% ao mês, ou seja, $i = 0,01 \text{ a.m.}$
- O período da aplicação é de 12 meses, ou seja, $n = 12 \text{ meses.}$
- Gostaríamos de obter o valor futuro desta aplicação, ou seja, o FV .

Temos:

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$\Rightarrow FV = 2.000 \times (1,01)^{12}$$

$$\Rightarrow FV = 2.253,65$$

Ou seja, em 12 meses, uma aplicação de R\$2.000,00 gera um valor futuro de R\$2.253,65. O valor futuro da aplicação é 12,68% maior do que o valor inicial da aplicação.

Estas taxas representam valores reais existentes no mercado financeiro atualmente.

Através desta situação, é possível observar a atuação dos juros compostos nas modalidades de crédito do mercado financeiro. Observa-se que os juros compostos podem agir tanto como um aliado quanto como um vilão. É importante fugir dele no papel de devedor e recorrer a ele no papel de investidor.

Conforme abordado anteriormente, o crédito deve ser utilizado com cautela e somente em casos de grande necessidade para que não gere uma desordem no planejamento financeiro.

Porém, existem casos em que o uso do crédito é admissível. Um exemplo deste é quando a geladeira de uma residência estraga. Ficar sem a geladeira durante alguns meses, até que se disponha do dinheiro para a compra de uma nova, poderia gerar um grande transtorno e até grandes dispêndios de dinheiro, uma vez que seriam comprados produtos que poderiam rapidamente estragar fora dela. Tendo em vista essa situação, é aceitável que se recorra ao crédito e se sujeite aos juros para a aquisição de uma nova.

No entanto, esta situação nos evidencia, novamente, sobre a importância de possuir uma reserva para emergências. Caso a família dispusesse de uma reserva para emergências, não seria necessário passar pelo transtorno de ficar sem a geladeira e nem mesmo seria preciso recorrer ao uso do crédito, se sujeitando ao pagamento de altas taxas de juros.

Entre os produtos de crédito existentes, outros dois muito utilizados são os empréstimos e financiamentos.

O empréstimo é uma modalidade de crédito que não possui restrições para seu uso. Ou seja, ao tomar o dinheiro, cliente pode utilizá-lo onde desejar, sem precisar justificar seu uso. Já o financiamento exige que o cliente especifique para qual fim este dinheiro será utilizado, ou seja, o dinheiro será utilizado para adquirir um bem de consumo específico. Entre os exemplos mais comuns de financiamento estão os financiamentos de imóveis e automóveis.

Ao tomar um empréstimo ou financiamento, determina-se a forma que o cliente deverá restituir o capital emprestado, acrescido dos juros e encargos financeiros, ao credor. Para isso, existem os Sistemas de Amortização de dívidas. Amortizar uma dívida nada mais é do que liquidá-la aos poucos.

Entre os mais utilizados Sistemas de Amortização de dívidas estão os Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price).

No sistema SAC, as amortizações são constantes e as prestações variam, começando com um valor mais alto e diminuindo a cada período. Já no sistema Price, as amortizações são crescentes e as prestações são constantes.

Na prática, qual destes Sistemas de Amortização de dívidas é mais vantajoso? Veremos a comparação destes dois sistemas no exemplo a seguir.

Suponha que uma pessoa contrate um empréstimo de R\$10.000,00 a ser pago em 5 prestações mensais, a uma taxa de juros de 10% ao mês. Veremos como será feita a amortização da dívida nos sistemas Price e SAC.

No sistema SAC, a amortização da dívida pode ser apresentada através da tabela a seguir. Para entender sua construção, consultar a seção 3.3.1.

| T | Saldo devedor (P_t) | Amortização (A) | Juros (J_t) | Prestação (PMT_t) |
|--------------|---|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 0 | R\$10.000,00 | - | | |
| 1 | R\$8.000,00 | R\$2.000,00 | R\$1.000,00 | R\$3.000,00 |
| 2 | R\$6.000,00 | R\$2.000,00 | R\$800,00 | R\$2.800,00 |
| 3 | R\$4.000,00 | R\$2.000,00 | R\$600,00 | R\$2.600,00 |
| 4 | R\$2.000,00 | R\$2.000,00 | R\$400,00 | R\$2.400,00 |
| 5 | - | R\$2.000,00 | R\$200,00 | R\$2.200,00 |
| TOTAL | - | R\$10.000,00 | R\$3.000,00 | R\$13.000,00 |

TABELA 11: PLANO DE PAGAMENTO SAC – FINANÇAS PESSOAIS

FONTE: Elaborada pela autora.

Já no sistema Price, a amortização da dívida se dá através da tabela abaixo. Para compreender sua construção, consultar a seção 3.3.2.

| T | Saldo devedor (P_t) | Amortização (A_t) | Juros (J_t) | Prestação (PMT_t) |
|--------------|---|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 0 | R\$10.000,00 | - | | |
| 1 | R\$8.362,00 | R\$1.638,00 | R\$1.000,00 | R\$2.638,00 |
| 2 | R\$6.560,20 | R\$1.801,80 | R\$836,20 | R\$2.638,00 |
| 3 | R\$4.578,22 | R\$1.981,98 | R\$656,02 | R\$2.638,00 |
| 4 | R\$2.398,04 | R\$2.180,18 | R\$457,82 | R\$2.638,00 |
| 5 | - | R\$2.398,20 | R\$239,80 | R\$2.638,00 |
| TOTAL | - | R\$10.000,15 | R\$3.189,85 | R\$13.190,00 |

TABELA 12: PLANO DE PAGAMENTO PRICE - FINANÇAS PESSOAIS.

FONTE: Elaborada pela autora.

Observe que, no sistema SAC, o valor total desembolsado é de R\$13.000,00, enquanto no sistema Price, o valor total desembolsado é de R\$13.190,00. O total dos juros, no sistema SAC foram, portanto, de R\$3.000,00, enquanto no sistema Price o total dos juros foram de R\$3.190,00. Esta diferença apresenta-se, neste caso, de forma sutil, pois trata-se de um empréstimo de um valor consideravelmente pequeno a ser liquidado em poucas parcelas. Porém, se o empréstimo fosse de, por exemplo, R\$100.000,00 a ser liquidado em 60 meses, a diferença dos juros pagos nestes sistemas seria ainda mais exorbitante.

Além disso, neste exemplo, no sistema Price as prestações permaneceram todas iguais a R\$2.638,00, do início ao fim do empréstimo, enquanto no sistema SAC, as prestações começaram com um valor de R\$3.000,00 e, no final, a última prestação foi de R\$2.200,00. E ainda, já na terceira prestação do sistema SAC, a parcela do empréstimo já estava menor do que as parcelas no sistema Price.

Atualmente, no mercado financeiro, o Sistema de Amortização mais utilizado é o Sistema Price. Porém, tendo em vista o menor valor total a ser desembolsado pelo cliente ao fim do empréstimo, a melhor opção seria utilizar o sistema SAC.

Por outro lado, se, neste caso, o cliente não pudesse assumir parcelas com valor maior do que R\$2.700,00, por exemplo, o sistema SAC seria inviável para ele. Tendo em vista esse tipo de situação, ao optar por um Sistema de Amortização, deve-se levar em consideração não somente o valor total que será desembolsado, mas também a capacidade de pagamento do cliente ao longo do período previamente acordado do empréstimo ou financiamento.

Por fim, através das situações abordadas neste capítulo, é possível constatar a relevância da Matemática Financeira no contexto das Finanças Pessoais e compreender de que forma estas duas, quando abordadas simultaneamente, podem auxiliar na gestão financeira de uma pessoa, desde as situações mais simples até as mais complexas do cotidiano.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi desenvolvido visando compreender o papel da Matemática Financeira na Gestão Financeira de uma pessoa. Ao abordar estas duas, foi possível estabelecer uma conexão entre elas.

Ao fazer a gestão das finanças é imprescindível o conhecimento dos elementos da Matemática Financeira. Ou seja, muito mais do que um apanhado de fórmulas, a Matemática Financeira pode ser usada como uma ferramenta para tomada de decisões e entendimento referente aos produtos ofertados no mercado financeiro.

Através da análise documental sobre as diretrizes curriculares que regem o Ensino Médio no Brasil, foi possível observar que a proposta referente ao ensino da Educação Financeira na Matemática existe, nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, através da abordagem por meio de resolução de problemas. Porém, com a implementação da Base Nacional Comum Curricular a partir de dezembro de 2019, a Educação Financeira será tomada como uma abordagem obrigatória relacionada aos conteúdos de Matemática Financeira a ser dissertada no Ensino Fundamental em todas as escolas públicas e privadas brasileiras.

Durante a análise dos resultados obtidos através da participação dos alunos de diversos cursos de graduação da UFSC no questionário elaborado para esta pesquisa (Apêndice B), foi ainda mais notória a defasagem na abordagem da Educação Financeira nas escolas, uma vez que a maior parte dos estudantes alegou nunca ter tido esta matéria em seu currículo escolar e, para além disso, a grande maioria dos participantes alegam sentir-se inseguros com relação aos seus conhecimentos sobre finanças para administrar a sua vida financeira.

Com base nesta defasagem, este trabalho buscou elaborar um material que pudesse auxiliar as pessoas a lidarem, de forma prática, com as suas Finanças Pessoais, utilizando a Matemática Financeira como uma ferramenta para tal.

Foi feita, inicialmente, uma contextualização dos conceitos de Matemática Financeira, Educação Financeira e Gestão Financeira pessoal. Em seguida, identificou-se o nível de conhecimento dos alunos da UFSC referente à aplicação da Matemática Financeira na gestão das suas Finanças Pessoais e os resultados obtidos serviram como norteamento para a construção do material que aborda a Matemática Financeira como uma ferramenta que auxilia na tomada de decisão em situações financeiras do cotidiano.

Ao fim desta pesquisa, constatou-se que existem outras perspectivas que podem ser exploradas em trabalhos futuros. Serão apresentadas, a seguir, sugestões de trabalhos futuros que poderão ser desenvolvidos a partir do estudo deste trabalho em questão.

- A abordagem da Educação Financeira através da Matemática com a homologação da BNCC. Verificar sua efetiva abordagem nas escolas e identificar de que forma esta abordagem está sendo feita;
- Explorar e identificar de que forma a falta de Educação Financeira em casa e na escola pode contribuir para o quadro de inadimplência no Brasil;
- Explorar a demanda de alunos dos mais variados cursos da UFSC pela disciplina de Finanças Pessoais. Buscar identificar o fator que faz com que os alunos procurem esta disciplina, mesmo ela não estando presente em suas grades curriculares.

8 REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas Aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas. 2012.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. BCB. BACEN. **Caderno de Educação Financeira: Gestão de Finanças Pessoais**. Brasília: BCB, 2013.

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística aplicada às Ciências Sociais**. 5. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2002.

BM&FBOVESPA. **Finanças Pessoais: Master**. São Paulo, SP: 2013.

BONA, André. **O poder dos juros compostos**. BTG Pactual Digital, 2018. Disponível em: <https://www.btgpactualdigital.com/blog/coluna-andre-bona/o-poder-dos-juros-compostos>. Acesso em: 07 de mai. de 2019.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Médio e Tecnológico. PCNEM (1999). **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília. DF. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 12 jun. 2019.

CARVALHO, Valéria de. **Educação matemática: matemática & educação para o consumo**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — FE, Unicamp, Campinas (SP). Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/Carvalho.pdf. Acesso em: 01 jun. 2018.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO COMÉRCIO DE BENS, SERVIÇOS E TURISMO. CNC. **Percentual de famílias com dívidas apresenta a segunda queda consecutiva em dezembro de 2018.** 2019. Disponível em: http://cnc.org.br/sites/default/files/arquivos/release_peic_dezembro_2018.pdf. Acesso em: 19 de mar. de 2019.

GUERRA, Fernando; TANEJA, Inder Jeet. **Matemática financeira.** 2. ed. rev. atual. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2012.

HOLANDA, Silvia Martini de. **Valor atual no Modelo Básico de rendas.** Notas de aula, Departamento de Administração. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2019.

Juros. **Governo do Brasil**, 2012. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/economia-e-emprego/2012/04/juros>. Acesso em: 6 de mai. de 2019.

KIYOSAKI, Robert T; LECHTER, Sharon L. **Pai rico, pai pobre.** 56. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2000.

LUCCI, Cintia Retz, *et al.*, **A influência da educação financeira nas decisões de consumo e investimento dos indivíduos.** In: Seminário em Administração, 9, 2006, São Paulo. Disponível em: http://sistema.semead.com.br/9semead/resultado_semead/trabalhosPDF/266.pdf. Acesso em: 14 jun. 2018.

MACEDO JUNIOR, Jurandir Sell. **A árvore do dinheiro:** guia para cultivar a sua independência financeira. 6. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MASSARO, André. **Como cuidar de suas finanças pessoais: CFA (2015).** Brasília, DF: Conselho Federal de Administração, 2015.

MATHIAS, Washington Franco; GOMES, José Maria. **Matemática financeira.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

OECD – ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **Improving Financial Literacy: Analysis of issues and policies.** Paris, 2005.

OLIVEIRA, Anessandra Eliza de, *et al.* **A importância da educação financeira no contexto escolar e familiar: uma amostra do projeto implantado na unespar.** 2014. 16 f. Projeto de graduação. Universidade Estadual do Paraná - Campus de Apucarana, 2014.

OLIVEIRA, Kelly. Juros do cheque especial e do cartão de crédito sobem em fevereiro. **Agência Brasil**, Brasília, 27 de mar. de 2019. Disponível em: <http://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2019-03/juros-do-cheque-especial-e-do-cartao-de-credito-sobem-em-fevereiro>. Acesso em: 28 de mar. de 2019.

PERETTI, Luiz Carlos. **Educação financeira: Aprenda a cuidar do seu dinheiro.** 3. ed. Dois vizinhos: Impressul, 2008.

PETER, Luciani Dallmann; PALMEIRA, Eduardo Mauch. **Estudo sobre a educação financeira como disciplina escolar a partir das séries iniciais.** 2013. Disponível em: < <http://atlante.eumed.net/educacao-financeira/>>. Acesso em 10 jun. 2018.

PIRES, Elandro Maicou. **Manual de Finanças Pessoais: Contabilidade pessoal, planejamento financeiro e fontes de investimentos utilizados na gestão e controle das finanças pessoais.** Florianópolis: UFSC, 2005.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social: métodos e técnicas.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

SANT'ANA, Marcus Vinicius Sousa. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO BRASIL: Um estudo de caso.** Belo Horizonte. Centro Universitário UNA 2014. Disponível em: <<http://www.mestradoemadm.com.br/wp-content/uploads/2015/01/Marcus-Vinicius-Sousa-Sant-Ana.pdf>>. Acesso em 17 jun. 2019.

SANTOS, Silvio Ronaldo dos. **A matemática financeira e a estatística como ferramentas para uma gestão financeira consciente.** Presidente Prudente, 2016. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/134328/santos_sr_me_prud.pdf. Acesso em 13 de set. de 2018.

SOUZA, José F.; MENDONÇA, Luzinete O.; AMARAL, Luiz H. **Desenvolvendo competências para lidar com as finanças pessoais: contribuições de um ambiente de modelagem matemática.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 6, n. N.2, 2015. ISSN ISSN 2179-426X.

THEODORO, Flavio R. F. **O uso da matemática para a educação financeira a partir do ensino fundamental.** São Paulo, 2008. Disponível em: <http://www.educacaofinanceira.com.br/tcc/tccflaviotaubate.PDF>. Acesso em: 08 de out. de 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA. **UFSC em números: 2008 a 2017. 2018.** Disponível em: <http://dpgi.seplan.ufsc.br/files/2018/07/UFSC-EM-NUMEROS-2008-A-2017.pdf>. Acesso em: 02 de mai. de 2019.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática Financeira.** 7. ed. São Paulo: Atlas. 2007.

9 APÊNDICES

9.1 APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE PRÉ-TESTE

QUESTIONÁRIO DE FINANÇAS PESSOAIS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Este questionário faz parte de um projeto para o Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina.

- 1) Qual a sua idade?
 - a. () Menos de 18 anos.
 - b. () Entre 18 e 25 anos.
 - c. () Entre 25 e 30 anos.
 - d. () Mais de 30 anos.

- 2) Qual o seu curso?

- 3) Você mora com
 - a. () Pais/parentes.
 - b. () Esposo(a)/namorado(a).
 - c. () Outros estudantes/república.
 - d. () Sozinho.
 - e. () Outro.

- 4) Trabalha ou faz estágio remunerado?
 - a. () Sim.
 - b. () Não.

- 5) Se sustenta somente com seu salário ou recebe auxílio (de parentes ou bolsa da universidade)?
 - a. () Recebo auxílio.
 - b. () Me sustento somente com meu salário.

- 6) Você teve algum tipo de educação financeira no ensino fundamental ou médio?
 - a. () Sim.
 - b. () Não.

- 7) Como você se considera a respeito dos seus conhecimentos em finanças, para administrar o seu próprio dinheiro? (Escolha apenas **uma** opção).
 - a. () Eu gostaria saber mais sobre finanças.
 - b. () Eu conheço a maioria das coisas que preciso saber sobre finanças.
 - c. () Eu possuo conhecimentos bastante amplos sobre finanças.

- 8) Ao receber o seu salário, o que você costuma fazer? (Escolha apenas **uma** opção).
 - a. () Primeiro pagar as contas.
 - b. () Primeiro separar uma parte para investimento.
 - c. () Primeiro gastar, comprando algo que eu já desejava.

- 9) Você tem uma agenda/planilha/aplicativo ou ferramentas semelhantes para controle dos seus gastos e receitas?
- Sim.
 - Não.
- 10) Você possui uma poupança para emergências?
- Sim.
 - Não.
- 11) Como você se comporta na hora das compras? (Escolha apenas **uma** opção).
- Se considera controlado.
 - Compra por impulso, sem pensar nas consequências.
 - Quando não tem capacidade de comprar à vista, faz várias parcelas, mas não deixa de comprar.
- 12) Qual é a forma de pagamento que você mais costuma utilizar ao fazer uma compra? (Escolha apenas **uma** opção).
- À vista, no cartão de débito ou boleto.
 - No cheque.
 - No cartão de crédito, à vista.
 - No cartão de crédito, parcelado sem juros.
 - No cartão de crédito, parcelado com juros.
 - No carnê, parcelado sem juros.
 - No carnê, parcelado com juros.
- 13) Você tem o hábito de investir o seu dinheiro mensalmente? (Assinale quantas opções desejar).
- Sim, comprando ações.
 - Sim, no tesouro direto.
 - Sim, na poupança.
 - Sim, adquirindo bens (imóvel, automóvel, etc).
 - Sim, em fundos de investimentos.
 - Sim, no CDB (certificado de depósito bancário).
 - Não.
- 14) Suponha que você acabou de quitar uma dívida. No mês seguinte você consegue guardar o dinheiro equivalente à dívida que vinha pagando há meses?
- Sim.
 - Não.
- 15) Ao analisar suas finanças, você: (Escolha apenas **uma** opção).
- Percebe que gasta mais do que ganha, faltando dinheiro pra terminar o mês.
 - Tem contas atrasadas e é comum pagar juros e multas.
 - Sabe que suas contas estão em dia pois controla muito bem o orçamento.
 - Não possui um controle dos gastos e ganhos.
- 16) Você costuma usar o cheque especial?
- Sim, sempre.

- b. () Às vezes.
c. () Não, nunca.
- 17) Você já atrasou, alguma vez, o pagamento de uma fatura de cartão de crédito?
a. () Sim, somente uma vez.
b. () Sim, mais de uma vez.
c. () Não, nunca.
- 18) Qual porcentagem do seu salário está comprometida com prestações mensais?
a. () Menos de 20%.
b. () De 21% a 40%.
c. () De 41% a 70%.
d. () De 71% a 90%.
e. () Mais de 90%.
- 19) Como foi o rendimento da poupança, comparado à inflação, em 2018?
a. () O rendimento da poupança foi menor que a inflação.
b. () O rendimento da poupança foi maior que a inflação, com rendimento líquido inferior à 3%.
c. () O rendimento da poupança foi maior que a inflação, com rendimento líquido superior à 3%.
- 20) Uma loja de eletrodomésticos vendia uma televisão por R\$1.000,00 em março de 2018. No mês de abril, a loja aumentou o valor da televisão em 30%. Manteve-se este novo valor nos meses de abril e maio. Ao notar que as vendas da televisão diminuiram nestes dois meses, a loja decidiu dar um desconto de 30% no valor atual da televisão. Com isso, no mês de junho, a televisão passou a ter um novo valor. Sabendo destas informações, você considera que
a. () O cliente que comprou a televisão no mês de março pagou menos pelo aparelho.
b. () O cliente que comprou a televisão no mês de junho pagou menos pelo aparelho.
c. () O valor da televisão em março e em junho foi o mesmo.
- 21) Mariana queria comprar um carro novo e fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros compostos de 4% ao mês. Já Juliana, sua irmã, queria fazer um curso fora do país e, para isto, fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros de 4% ao mês, na capitalização simples. É correto afirmar que, no fim do primeiro mês, você considera que Mariana e Juliana pagaram o mesmo valor referente à primeira parcela do empréstimo?
a. () Sim.
b. () Não.
- 22) Uma loja X está vendendo uma televisão cujos preços variam de acordo com o gráfico abaixo:

Histórico de Preços - Smart TV 4K 50 polegadas



De acordo com a evolução dos preços vista acima, o que você considera mais vantajoso:

- Comprar em 6 de abril, pagando parcelado em 12x sem juros.
- Comprar em 14 de abril, pagando à vista em dinheiro.

23) O sistema de amortização em que o devedor faz o desembolso de modo que o valor das prestações seja uniforme durante todo o prazo, com amortização crescente e juros decrescentes, é o sistema:

- Sistema de amortização constante (SAC).
- Sistema de amortização francês (PRICE).
- Sistema de amortização misto (SAM).
- Sistema de amortização simples (SAS).

24) Suponha que você queira fazer um financiamento para a compra de um apartamento. O valor financiado será de R\$100.000,00 com juros de 9% ao ano e será pago em 240 meses. Em qual opção de amortização você pagaria menos, ao final dos 240 meses?

- Amortização SAC, onde as amortizações são constantes e as parcelas mensais variam.
- Amortização pela tabela PRICE, onde as amortizações variam e as parcelas mensais são constantes.
- Não possui conhecimento sobre o assunto.

9.2 APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL

QUESTIONÁRIO DE FINANÇAS PESSOAIS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Este questionário faz parte de um projeto para o Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina.

- 1) Qual a sua idade?
 - a. Menos de 18 anos.
 - b. Entre 18 e 19 anos.
 - c. Entre 20 e 22 anos.
 - d. Entre 23 e 25 anos.
 - e. Entre 26 e 30 anos.
 - f. Mais de 30 anos.

- 2) Qual o seu curso?

- 3) Você mora com
 - a. Pais/parentes.
 - b. Esposo(a)/namorado(a).
 - c. Outros estudantes/república.
 - d. Sozinho(a).
 - e. Outro.

- 4) Trabalha ou faz estágio remunerado?
 - a. Sim.
 - b. Não.

- 5) Se sustenta somente com seu salário ou recebe auxílio (de parentes ou bolsa da universidade)?
 - a. Recebo auxílio.
 - b. Me sustento somente com meu salário.

- 6) Você teve algum tipo de educação financeira no ensino fundamental ou médio?
 - a. Sim.
 - b. Não.

- 7) Como você se considera a respeito dos seus conhecimentos em finanças, para administrar o seu próprio dinheiro? (Escolha apenas **uma** opção).
 - a. Eu gostaria saber mais sobre finanças.
 - b. Eu conheço a maioria das coisas que preciso saber sobre finanças.
 - c. Eu possuo conhecimentos bastante amplos sobre finanças.

- 8) Ao receber o seu salário, o que você costuma fazer? (Escolha apenas **uma** opção).
 - a. Primeiro pagar as contas.
 - b. Primeiro separar uma parte para investimento.
 - c. Primeiro gastar, comprando algo que eu já desejava.

- 9) Você tem uma agenda/planilha/aplicativo ou ferramentas semelhantes para controle dos seus gastos e receitas?
- Sim.
 - Não.
- 10) Você possui uma reserva para emergências?
- Sim.
 - Não.
- 11) Como você se comporta na hora das compras? (Escolha apenas **uma** opção).
- Se considera controlado.
 - Compra por impulso, sem pensar nas consequências.
 - Quando não tem capacidade de comprar à vista, faz várias parcelas, mas não deixa de comprar.
- 12) Qual é a forma de pagamento que você mais costuma utilizar ao fazer uma compra? (Escolha apenas **uma** opção).
- À vista, no cartão de débito ou boleto.
 - No cheque.
 - No cartão de crédito, à vista.
 - No cartão de crédito, parcelado sem juros.
 - No cartão de crédito, parcelado com juros.
 - No carnê, parcelado sem juros.
 - No carnê, parcelado com juros.
- 13) Você tem o hábito de investir o seu dinheiro mensalmente? (Assinale quantas opções desejar).
- Sim, comprando ações.
 - Sim, no tesouro direto.
 - Sim, na poupança.
 - Sim, adquirindo bens (imóvel, automóvel, etc).
 - Sim, em fundos de investimentos.
 - Sim, no CDB (certificado de depósito bancário).
 - Não.
- 14) Suponha que você acabou de quitar uma dívida. No mês seguinte você consegue guardar o dinheiro equivalente à dívida que vinha pagando há meses?
- Sim.
 - Não.
- 15) Ao analisar suas finanças, você: (Escolha apenas **uma** opção).
- Percebe que gasta mais do que ganha, faltando dinheiro pra terminar o mês.
 - Tem contas atrasadas e é comum pagar juros e multas.
 - Sabe que suas contas estão em dia pois controla muito bem o orçamento.
 - Não possui um controle dos gastos e ganhos.
- 16) Você costuma usar o cheque especial?
- Sim, sempre.
 - Às vezes.
 - Não, nunca.

- 17) Assinale a opção referente ao percentual de juros de cheque especial em dezembro de 2018:
- a. A taxa de juros de cheque especial foi maior do que 300% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - b. A taxa de juros de cheque especial ficou entre 40 e 300% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - c. A taxa de juros de cheque especial foi menor do que 40% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - d. Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 18) Você já atrasou, alguma vez, o pagamento de uma fatura de cartão de crédito?
- a. Sim, somente uma vez.
 - b. Sim, mais de uma vez.
 - c. Não, nunca.
- 19) Assinale a opção referente ao percentual de juros de cartão de crédito em dezembro de 2018:
- a. A taxa de juros de cartão de crédito foi maior do que 300% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - b. A taxa de juros de cartão de crédito ficou entre 40 e 300% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - c. A taxa de juros de cartão de crédito foi menor do que 40% ao ano, no mês de dezembro de 2018.
 - d. Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 20) Qual porcentagem do seu salário está comprometida com prestações mensais?
- a. Menos de 30%.
 - b. De 31% à 50%.
 - c. De 51% à 70%.
 - d. De 71% a 90%.
 - e. Mais de 90%.
- 21) Como foi o rendimento da poupança, comparado à inflação, em 2018?
- a. O rendimento da poupança foi menor que a inflação.
 - b. O rendimento da poupança foi maior que a inflação, com rendimento líquido inferior à 3%.
 - c. O rendimento da poupança foi maior que a inflação, com rendimento líquido superior à 3%.
 - d. Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 22) Uma loja de eletrodomésticos vendia uma televisão por R\$1.000,00 em março de 2018. No mês de abril, a loja aumentou o valor da televisão em 30%. Manteve-se este novo valor nos meses de abril e maio. Ao notar que as vendas da televisão diminuiram nestes dois meses, a loja decidiu dar um desconto de 30% no valor atual da televisão. Com isso, no mês de junho, a televisão passou a ter um novo valor. Sabendo destas informações, você considera que
- a. O cliente que comprou a televisão no mês de março pagou menos pelo aparelho.

- b. () O cliente que comprou a televisão no mês de junho pagou menos pelo aparelho.
- c. () O valor da televisão em março e em junho foi o mesmo.
- d. () Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 23) Mariana queria comprar um carro novo e fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros compostos de 4% ao mês. Já Juliana, sua irmã, queria fazer um curso fora do país e, para isto, fez um empréstimo de R\$30.000,00 a serem pagos em 24 vezes, com uma taxa de juros de 4% ao mês, na capitalização simples. É correto afirmar que, no fim do primeiro mês, você considera que Mariana e Juliana pagaram o mesmo valor referente à primeira parcela do empréstimo?
- a. () Sim.
- b. () Não.
- c. () Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 24) O sistema de amortização em que o devedor faz o desembolso de modo que o valor das prestações seja uniforme durante todo o prazo, com amortização crescente e juros decrescentes, é o sistema:
- a. () Sistema de amortização constante (SAC).
- b. () Sistema de amortização francês (PRICE).
- c. () Sistema de amortização misto (SAM).
- d. () Sistema de amortização simples (SAS).
- e. () Não possui conhecimento sobre o assunto.
- 25) Suponha que você queira fazer um financiamento para a compra de um apartamento. O valor financiado será de R\$100.000,00 com juros de 9% ao ano e será pago em 240 meses. Em qual opção de amortização você pagaria menos no total, ao final dos 240 meses?
- a. () Amortização SAC, onde as amortizações são constantes e as parcelas mensais variam.
- b. () Amortização pela tabela PRICE, onde as amortizações variam e as parcelas mensais são constantes.
- c. () Não possui conhecimento sobre o assunto.