



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA



Roberta Nara Sodré de Souza

**DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL DAS FORMAS: GESTO
INTELLECTUAL NECESSÁRIO À APRENDIZAGEM DE
GEOMETRIA**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutora em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Mércles Thadeu Moretti.

**FLORIANÓPOLIS
2018**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

de Souza, Roberta Nara Sodré
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL DAS FORMAS: : GESTO
INTELCTUAL NECESSÁRIO À APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA /
Roberta Nara Sodré de Souza ; orientador, Méricles
Thadeu Moretti, 2018.
269 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa
de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica,
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

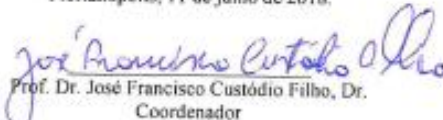
1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Sistemas
semióticos. 3. Desconstrução Dimensional. 4. Ensino
de Geometria. I. Moretti, Méricles Thadeu. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III.
Titulo.

Roberta Nara Sodré de Souza

Desconstrução dimensional das formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria

Esta Dissertação/Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de "Doutor (a)" e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica

Florianópolis, 11 de julho de 2018.



Prof. Dr. José Francisco Custódio Filho, Dr.
Coordenador

Banca Examinadora:


Prof. (a) Mércles Thadeu Moretti, Dr.
(Orientador - PPGET/UFSC)


Prof. (a) Saddy Ag Almouloud,
Dr. (Examinador - PUC/SP)


Prof. (a) Lisani Geni Wachholz Coan, Dra.
(Examinadora suplente - IFSC)


Prof. (a) Afrânio Augustegésio Thiel, Dr.
(Examinador - IFC/Camboriú)


Prof. (a) David Antonio da Costa, Dr.
(Examinador - MEN/UFSC)

É sobre saber que em algum lugar

alguém zela por ti...

(VILELA, 2017)

Dedico este trabalho a memória
de Eli Sodré de Souza, minha
mãe, professora e educadora
brilhante que me incentivou aos
estudos e crescimento
profissional em todas as fases de
minha vida. Você foi e sempre
será minha fonte inspiradora que
me move em busca de conquistas.
Te amo!

AGRADECIMENTOS

Não é sobre chegar no topo do mundo e saber que venceu. É sobre escalar e sentir que o caminho te fortaleceu. É sobre ser abrigo e também ter morada em outros corações. E assim ter amigos contigo em todas as situações...
(VILELA, 2017)

O desenvolvimento de uma produção científica, como uma tese de doutorado, encaminha-se juntamente com um turbilhão de desafios e aprendizados e provoca o desenvolvimento de uma mente com novas ideias pela união de vivências e adaptações. As triplas jornadas de trabalho, como mãe e dona de um lar, como profissional, iniciando numa rede de ensino federal, e como estudante, cursando um programa de doutorado conceituado em uma nova cidade, provocaram adversidades que me testaram com situações emocionais extremas. Motivada pelo alcance de sonhos, com determinação, orientação e apoio, ultrapassei meus limites anteriores. Como já diria Albert Einstein, minha estrutura pensante não voltará mais ao tamanho original, ela se agigantou por novos olhares. E de novas lentes para o mundo, destaco fortemente meus agradecimentos às pessoas que contribuíram na minha caminhada do doutoramento que finaliza com a defesa desse trabalho:

A Deus pela vida, saúde e por todas as minhas conquistas.

Aos meus pais, por serem meus alicerces, minha orientação na caminhada da vida em todos os aspectos.

Aos meus queridos tios Ivanir e Ion, grandes seres humanos e educadores, pelo grande abraço, força, carinho, diálogo e acolhida em sua residência na nova cidade.

A meu orientador, pelas contribuições e encaminhamentos que me direcionaram sempre com carinho, paciência, confiança e amizade. Agradeço o tempo, a atenção e o conhecimento dispensados a mim.

Aos professores doutores Afrânio Austregésilo Thiel, Celia Finck Brandt, David Antonio da Costa, Lisani Geni Wachholz Coan, Saddo Ag Almouloud, por participarem da banca examinadora ou de qualificação da tese e por tecerem contribuições imprescindíveis a este trabalho.

À minha família, em especial meus filhos, pelo incentivo e motivação por meio das palavras e do orgulho estampado pela minha continuidade na vida acadêmica.

Aos meus amigos de doutorado da UFSC, pelo carinho, doações, pelas trocas, correções, aconselhamentos e diálogos estabelecidos que participaram de meu desenvolvimento.

Aos amigos presentes, pelas traduções, pelas escutas, conforto, conselhos e incentivos.

Aos colegas de profissão do CA/UFSC e do IFSC, *campus* Itajaí, por todo o companheirismo nas substituições e trocas de aulas que facilitaram, assim, o envolvimento com o doutorado.

Aos estudantes e monitores do IFSC do *campus* Itajaí, pela participação voluntária, como sujeitos na pesquisa, pelo envolvimento e comprometimento com as atividades desenvolvidas para compor esta tese e cuja contribuição foi essencial.

Ao IFSC, *campus* Itajaí, nos nomes da direção geral, direção de ensino e da coordenação do curso de Engenharia Elétrica, pela concessão de meu afastamento para a finalização do doutorado, fomentando esta pesquisa.

À UFSC, em nomes dos docentes e técnicos do PPGECT, por todos os espaços formativos e atividades administrativas desenvolvidas, que muito contribuíram para o meu crescimento profissional e pessoal.

Meu muito obrigada!

A Autora

*É sobre cantar e poder
escutar mais do que a própria
voz. É sobre dançar na chuva
de vida que cai sobre nós. É
saber se sentir infinito num
universo tão vasto e bonito, é
saber sonhar. Então fazer
valer a pena cada verso
daquele poema sobre
acreditar... (VILELA, 2017).*

RESUMO

A resolução de problemas que possuem figuras geométricas requer, em sua grande maioria, mudança(s) de dimensão(ões) para que se reconheçam e designem seus elementos. Esta operação se constitui como cognitiva e semiótica, visto associar os objetos matemáticos ao(s) tratamento(s) e conversão(ões) de registros de representação e constituem o gesto intelectual nomeado de desconstrução dimensional das formas. Estudos sobre esta operação são recentes e essa intencionalidade não povoa ainda ações de atividades propostas em livros didáticos. A ausência da intenção sobre a desconstrução dimensional pode explicar alguns bloqueios que os estudantes encontram na resolução desse tipo de problemas. Outro aspecto importante a ser considerado no desenvolvimento do pensamento geométrico é o desenvolvimento do olhar com direcionamento do icônico para o olhar não icônico, que revela a ampliação na conceitualização do objeto matemático. Essas operações semiocognitivas de desconstrução dimensional, de mudança de olhares e das diferentes apreensões em geometria, envolvem-se aos diferentes registros de representação, compondo as diferentes semioses, que, no conjunto de intersecções, compõem o que chamamos de semiosfera da aprendizagem em geometria. Esta tese teve como objetivo apontar direcionamentos que podemos indicar em problemas que envolvem figuras geométricas, de abordar intencionalmente a desconstrução geométrica no Ensino Básico de forma a possibilitar a aprendizagem dessa operação fundamental à construção dos conceitos em Geometria. A teoria dos registros de representação semiótica se revela nas funções da Língua, nas apreensões, nos olhares e também na desconstrução dimensional, propostas por Duval e que constituíram a base teórica e metodológica dessa investigação, unidas a elementos da engenharia didática. Por meio de uma sequência de atividades afinadas à fundamentação, propusemos a aplicação de problemas para estudantes do Ensino Médio com foco em diferentes apreensões e mudanças dimensionais, envolvendo figuras geométricas. A pesquisa desenvolveu-se com treze sujeitos, estudantes do IFSC, *campus* Itajaí, em seis encontros compostos de treze atividades. Os dados foram coletados em instrumentos escritos e orais dos sujeitos, nos encontros e entrevistas individualizadas, ou, quando necessário, por meio de aplicativo de mensagens em telefone celular. O pensar com intencionalidade sobre as atividades a serem aplicadas de forma a provocarem a ação dos sujeitos à desconstrução dimensional da figura, uniu a pesquisa com a

característica da ação docente, mostrando a viabilidade e suas possibilidades. Os resultados apontam para a relevância da desconstrução dimensional de formas como um gesto intelectual intrínseco à aprendizagem da geometria que leva ao desenvolvimento do olhar não icônico em diferentes tipos de atividades. Dessa forma, a intencionalidade e a criticidade da ação do docente sobre a figura proposta em problemas, ampliando a orientação ou a abordagem, possuem um papel essencial no contexto escolar no desenvolvimento da desconstrução dimensional das formas. O uso de aplicativo do Geogebra, com a orientação de questionamentos, mostrou-se como uma atividade que proporcionou aos sujeitos um avanço nas suas observações e designações em dimensões inferiores. A proposição de atividades que envolvam figuras geométricas que tendem a levar o estudante ao enclausuramento numa determinada dimensão, em função do aspecto perceptivo, pode, numa segunda vista, quando orientada para encaminhamentos de cálculos ou questionamentos, levar os sujeitos à desconstrução dimensional, inicialmente não realizada. O caráter transitório de figuras geométricas em problemas viabiliza a desconstrução dimensional, que pode ocorrer por atividades que provoquem modificações mereológicas, cálculos em que se tenha a necessidade de identificar e designar elementos em dimensões diferentes das que foram dadas, construções de figuras, geometria dinâmica, acréscimo de elementos às figuras dadas, com um olhar de inventor, como o prolongamento de lados ou arestas. As inserções didáticas, em ambientes escolares, podem, preferencialmente, ocorrer por meio de ações intencionais sob problemas que possibilitem a não fixação na figura inicial dada e concedam um estado transitório às figuras geométricas fornecidas. Especialmente no Ensino Básico, essas ações podem formar um alicerce fundamental necessário ao desenvolvimento dos objetos desse campo.

Palavras-chave: Sistemas semióticos. Desconstrução Dimensional. Ensino de Geometria.

ABSTRACT

The resolution of problems those get geometrics figures requires, on majoroty, dimensions changing for recognize and nominate its elements. This operation consists as cognitive n'semiotics to connect maths objects to treatment n'of representation registers conversions and Consist on intectual act nominated as dimensional forms deconstruction. Studies about this operation are recent and this proposition doesn't get activities's actions propose on didatic books. The absence about dimensional deconstruction may explains some kind difficulties that students face on resolution on this kind of problems. Other important issue to be considered on geometric studies development is the look expansion iconic to noniconic look, that reveals an enlargement on math object conception. These semiocognitives operations of dimensional deconstruction, changing looks and different apprehensions on geometric, involve themselves on different registers representation, composing the different semiosis, that in set of intersections, compose that we call of semiosphere of geometric learning. This thesis aims to point directions that we may indicate on problems based on geometric figures, to approach, intentionally, the geometric deconstruction on elementary school to enable the leaning of this fundamental operation to geometric conception development. The theory of registers of semiotic representation reveals on the language funtions, on apprehentions, on looks and also on dimensional deconstruction, purposed by Duval and that developed the basis of methology of this investigation, linked on elemems of didact engeneering. Throughout of sequence of activities tuned to the foundation, we purposed the application of problems to the high school studants, focusing on differents apprehensions and dimensional changes, involving geometric figures. The seaching was developed with thirteen IFSC studants, Itajaí *campus*, in six appointments composed with thirteen activities. The data were collected on written 'n oral instruments of subjects, in appointments and individual interviews, or by cellphone chats, when it was possible. The think with intentionality about the activities to be applied, in a way to star the subjects actions to dimensional deconstruction figure, linked the search itself with teacher features action, showing the viability and their possibilities. The results points to the importance of dimensional deconstruction of forms as an intellectual act intrinsic to geometric learning that leads to the development of noniconic look in differents kind of activities. This way, the intentionality and the criticality of

teacher action about the geometric figure purposed in the problems, expanding the orientation or the approaching, gets an essential function in the school context on the development of dimensional deconstruction forms. The use of Geogebra App, with orientation of questionings, showed up as an activity that provided to subjects an advance on their observations and designations on lower dimensions. The proposition of activities that involves geometric figures and tend to get the student to the enclosure in a determined dimension, in function of perceptive aspect, may, on a second view, when orientated to calculus referrals or questionings, takes to the subject to dimensional deconstruction, initially not realized. The transitory character of geometric figures in problems enable the dimensional deconstruction, that may occur by activities that provokes meridians modifications, calculus that requires identify and designate elements on different dimensions of the same given forms, figures constructions, dynamic geometric, addition of elements to the given figures, with a inventor look, as a extension of sides and edges. The didact intersections in enviromental school, may, preferably, occur on intentional actions on problems that enable to non fixation in the initial figure given and allows a transient state to the geometric figures given. Especially on elemntary school, these actions can be an essential pillar necessary to the development of objects of this matter.

Key Words: Semiotics systems. Dimensional deconstruction. Geometry teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema das trocas intersemióticas entre semiosferas	50
Figura 2 - Nó de Borromeu	53
Figura 3 - Triângulo e o movimento do balão	54
Figura 4 - Percepção de Unidade Gestalt	59
Figura 5 - Segregação Gestalt	60
Figura 6 - Símbolo Yin Yang	60
Figura 7 - Retângulo fechamento Gestalt	61
Figura 8 - Imagem continuidade Gestalt	61
Figura 9 - Elementos próximos Gestalt	61
Figura 10 - Decomposição estritamente homogênea	65
Figura 11 - Decomposição homogênea	65
Figura 12 - Decomposição heterogênea	65
Figura 13 - Pirâmide com projeções de sombra	66
Figura 14 - Triângulo em malha quadriculada	67
Figura 15 - Triângulos e teorema de Tales	67
Figura 16 - Rotação do triângulo inicial	68
Figura 17 - Designações num problema de área de um triângulo equilátero	73
Figura 18 - Descrição da Escada	74
Figura 19 - Resolução problema do ENEM 2006	75
Figura 20 - Vista superior de uma pirâmide	80
Figura 21 - Secção Meridiana de um Cilindro	82
Figura 22 - Secção transversal triangular num cubo	82
Figura 23 - Decomposição em unidades figurais por desconstrução dimensional de um paralelogramo	84
Figura 24 - Triângulo Equilátero	85
Figura 25 - Cubo	86
Figura 26 - Alternativas de planificações da superfície do cubo	87
Figura 27 - Possibilidade correta de planificação da superfície do cubo	87
Figura 28 - Classificação das unidades figurais elementares	88
Figura 29 - Montagem com as peças do TANGRAM	90
Figura 30 - Forma Geométrica do Quadro 4 com alterações visuais	91
Figura 31 - Formas Geométricas e alterações de preenchimento	92
Figura 32 - Triângulo qualquer e réguas não graduadas	93
Figura 33 - Explicação no quadro do primeiro dia de aplicação da pesquisa	113
Figura 34 - Pirâmide de base triangular	114

Figura 35 - Registro do sujeito SA na Atividade 1	118
Figura 36 - Alternativa C da atividade 1	119
Figura 37 - Diálogo 1 com sujeito SB via aplicativo	120
Figura 38 - Diálogo 2 com sujeito SB via aplicativo	121
Figura 39 - Diálogo 1 com sujeito SC via aplicativo	122
Figura 40 - Diálogo 2 com sujeito SC via aplicativo	123
Figura 41 - Registros da atividade 2 do sujeito SL	129
Figura 42 - Figura triangular	141
Figura 43 - Imagem do quadrado subdividido nos polígonos A e B	143
Figura 44 - Registro da atividade 4.1 do sujeito SB	146
Figura 45 - Registro do Sujeito SB na atividade 4.2	147
Figura 46 - Registro do Sujeito SC na atividade 4.2	148
Figura 47 - Explanação no quadro do segundo encontro	151
Figura 48 - Triângulo e régua da Atividade 5	152
Figura 49 - Registro sujeito SI na atividade 5	157
Figura 50 - Registro do sujeito SN na Atividade 5	158
Figura 51 - Planta baixa da sala	160
Figura 52 - Registro do sujeito SA na atividade 6	163
Figura 53 - Globo da Morte	166
Figura 54 - Esfera apoiada no plano com luz	166
Figura 55 - Imagem refletida no plano	167
Figura 56 - Foto 1 do quadro com orientações do 3º encontro	174
Figura 57 - Foto 2 do quadro do esboço da revisão do 3º Encontro	175
Figura 58 - Aplicativo Geogebra Cubo Fechado	176
Figura 59 - Aplicativo Geogebra Cubo Aberto	176
Figura 60 - Registro do sujeito SC na atividade 8.2	180
Figura 61 - Print da tela de abertura do aplicativo Geogebra da atividade 9	184
Figura 62 - Print da tela inicial do aplicativo Geogebra da atividade 9	184
Figura 63 - Print da tela Perímetro ao movimentar a tecla "Voir"	186
Figura 64 - Registro do sujeito SJ na atividade 9 questão 3	189
Figura 65 - Entrevista do Sujeito SB sobre a 9.4 via aplicativo	191
Figura 66 - Esboço ao quadro da revisão do 4º encontro	193
Figura 67 - Trapézio	193
Figura 68 - Trapézio com designação de lados e repartição interna	194
Figura 69 - Container e Terreno da Atividade 11	200
Figura 70 - Reconfiguração Figura 1 dada na Atividade 11	201
Figura 71 - Esboço no quadro da revisão do 5º encontro	209
Figura 72 - Retas Concorrentes	210
Figura 73 - Retas Concorrentes com a construção final	211

Figura 74 - Registro do sujeito SL na atividade 14	214
Figura 75 - Registro do sujeito SE na atividade 12	214
Figura 76 - Registro do sujeito SD na atividade 12	215
Figura 77 - Registro do sujeito SC na atividade 12	216
Figura 78 - Registro do sujeito SC na atividade 12	216
Figura 79 - Registro do sujeito SE na atividade 13	222
Figura 80 - Registro do sujeito SJ na atividade 13	224
Figura 81 - Registro da produção do sujeito SL na atividade 13	224
Figura 82 - Registro do sujeito SN na atividade 13	225
Figura 83 - Registro do sujeito SH na atividade 13	226

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Esquema da Tese.....	37
Quadro 2 - Pentágonos em Pregnância Gestalt	62
Quadro 3 - Figuras geométricas iguais em diferentes formas perceptivas	89
Quadro 4 - Maneiras de ver uma figura geométrica plana	91
Quadro 5 - Etapas de resolução da proposição do problema da Figura 32	94
Quadro 6 - Problema envolvendo a não congruência semântica.....	96
Quadro 7 - Resumo da sequência de aplicação dos problemas da pesquisa.....	108
Quadro 8 - Resumo das análises dos problemas propostos na sequência	111
Quadro 9 - Opções de planificação da superfície da pirâmide	115
Quadro 10 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da atividade 1	117
Quadro 11 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 1	124
Quadro 12 - Embalagens.....	125
Quadro 13 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos na Atividade 2.....	128
Quadro 14 - Entrevista do sujeito SN para a atividade 2 via aplicativo	131
Quadro 15 - Entrevista do sujeito SJ para a atividade 2 via aplicativo	132
Quadro 16 - Entrevista do sujeito SB para a atividade 2 via aplicativo	133
Quadro 17 - Entrevista 2 do sujeito SN para a atividade 2 via aplicativo	134
Quadro 18 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 2	136
Quadro 19 - Sequência da formação do triângulo de Sierpinski	137
Quadro 20 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 3	139
Quadro 21 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 3	142
Quadro 22 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 4	145
Quadro 23 - Registro da atividade 4. 2 do sujeito SG e SN	149
Quadro 24 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 4	150
Quadro 25 - Etapas de resolução da atividade 5.....	153
Quadro 26 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 5	155

Quadro 27 - Registro da atividade 5 dos sujeitos SF e SE.....	156
Quadro 28 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 5	159
Quadro 29 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 6	162
Quadro 30 - Registros da atividade 6 dos sujeitos SN e SJ.....	164
Quadro 31 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 6	165
Quadro 32 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 7	169
Quadro 33 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 7	171
Quadro 34 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 8	179
Quadro 35 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 8	183
Quadro 36 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 9	188
Quadro 37 - Entrevista do Sujeito SB sobre a 9.4 via aplicativo	190
Quadro 38 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 9	191
Quadro 39 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da Atividade 10	197
Quadro 40 - Registros dos sujeitos SB, SG e SJ na atividade 10.....	198
Quadro 41 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 10.....	199
Quadro 42 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 11	203
Quadro 43 - Registros do Sujeito SB na resolução da atividade 11	205
Quadro 44 - Reconfiguração dos sujeitos na resolução da atividade 11	207
Quadro 45 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 11	208
Quadro 46 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da Atividade 12	213
Quadro 47 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 12	217
Quadro 48 - Cata-vento.....	218
Quadro 49 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 13	220
Quadro 50 - Registros dos sujeitos SM, SI e SC na atividade 13	221
Quadro 51 - Registro do sujeito SB na atividade 13	223
Quadro 52 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 13	226

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

0D - dimensão zero

1D - primeira dimensão

2D - segunda dimensão

3D -terceira dimensão

CA - Colégio de Aplicação

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CONFECUB - Comitê Francês de Avaliação da Cooperação Universitária Brasil

BDTD - Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia

DNA - Ácido desoxirribonucleico

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

IFSC - Instituto Federal de Santa Catarina

MEC - Ministério de Educação e Cultura

OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGECT - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

RRS - Registro de Representação Semiótica.

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

SIPEM - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

URSS - União das Repúblicas Socialistas Soviéticas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	25
CAPÍTULO 1: RAZÕES E INTENÇÕES DA TESE.....	29
1.1. O ESTADO DA ARTE, LEVANTAMENTOS DAS DISCUSSÕES ATUAIS DE PESQUISAS CIENTÍFICAS.....	31
1.2. PERGUNTA NORTEADORA	34
1.3. OBJETIVOS	34
1.4. HIPÓTESES	35
1.5. ESTRUTURA DA TESE	35
CAPÍTULO 2: O OLHAR EPISTEMOLÓGICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS	39
2.1. O TERCEIRO ELEMENTO NA ESSÊNCIA DO CONHECIMENTO DE OBJETOS IDEAIS NA MATEMÁTICA ..	39
2.2. RELAÇÕES DA LINGUAGEM E PENSAMENTO: A SEMIÓTICA	42
2.3. OS SIGNOS NA FORMAÇÃO DE NOÇÕES SOBRE OS OBJETOS DA MATEMÁTICA.....	44
2.4. CULTURA E INTELIGENCIA SEMIOTICA.	46
2.4.1. Íuri Mikháilovitch Lotman	47
2.4.2. A cultura e a semiótica	48
2.4.3. A semiosfera no contexto do ensino da matemática.....	52
CAPÍTULO 3: O OLHAR COGNITIVO E SEMIÓTICO DA DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA	57
3.1. AS OPERAÇÕES SEMIO-COGNITIVAS EM GEOMETRIA.....	57
3.1.1. A forma dos objetos, o primeiro contato	57
3.1.2. As apreensões em geometria	63
3.1.3. Funções metadiscursivas e discursivas no uso de uma língua	71
3.2. O VER E O VISUALIZAR NA GEOMETRIA.....	76
3.2.1. A maneira matemática de ver: a visualização.....	77
3.2.2. A desconstrução dimensional: o ver na Geometria	83
CAPÍTULO 4: O OLHAR DA PESQUISA.....	101
4.1. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS.....	101
4.1.1. Indicações do caminho da pesquisa.....	102

4.1.2.	Local e Sujeitos da parte à campo	105
4.1.3.	Formas de registro do campo	107
4.1.4.	Aplicação das questões junto aos sujeitos	108
4.2.	APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES, ANALISES E DISCUSSÃO DE DADOS	112
4.2.1.	Primeiro Encontro de Aplicação	112
4.2.2.	Segundo Encontro de Aplicação	150
4.2.3.	Terceiro Encontro de Aplicação.....	172
4.2.4.	Quarto Encontro de Aplicação	192
4.2.5.	Quinto Encontro de Aplicação	209
4.2.6.	Sexto Encontro	227
	REFLEXÕES FINAIS E INDICATIVOS FUTUROS	229
	REFERÊNCIAS	237
	ANEXO 1: TCLE PARTICIPANTES	247
	ANEXO 2: ATIVIDADES TRABALHADAS.....	249
	ANEXO 3: TCLE RESPONSÁVEIS	265
	ANEXO 4: CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL.....	268

INTRODUÇÃO

Os problemas que envolvem a geometria podem trazer abordagens relacionadas às demais áreas do conhecimento matemático e das ciências em geral, tornando, dessa forma, o campo geométrico um centro de atividades intelectuais.

Aspectos relacionados aos conceitos geométricos participam da nossa relação com o mundo físico, na visualização do que é construído em nossa arquitetura, nas formas da natureza, nas artes e em diferentes culturas. Encontramos em modelos químicos ou biológicos, exemplificando a representação da matéria e do nosso próprio DNA, a geometria. "No mundo de hoje, cada vez mais da imagem nos meios semióticos, o "aprender a ver" torna-se cada vez mais importante não só para a disciplina de geometria, mas para grande parte das nossas atividades cotidianas" (MORETTI, 2013, p. 290).

O ensino dos conceitos da geometria perpassa, ou pelo menos deveria perpassar, toda a estrutura curricular do Ensino Básico em nosso país, desde os menores na Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental até a finalização do Ensino Médio, já que é um campo importante que acompanha a formação escolar. A geometria é destacada mesmo em provas de avaliação do sistema de ensino reconhecidas nacionalmente, como é o exame nacional do Ensino Médio (ENEM). Em treze edições, de 1998 a 2011, analisadas por um levantamento da Universia Brasil, houve o indicativo de que o assunto mais abordado foi a geometria (GOMES, 2012).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) destacam também a importância da geometria como eixo, Espaço e Forma, que contempla a formação de habilidades cognitivas necessárias a várias outras áreas do conhecimento: [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1997, p. 39). A relevância do ensino da geometria no contexto escolar é notória, e a importância dada nos encontros, congressos e pesquisas converge para o entendimento de que o ensino da geometria fornece elementos indispensáveis à formação escolar (PASSOS, 2000, p. 53).

No entanto, deficiências na formação dos conceitos do campo geométrico são reveladas em pesquisas (OLIVEIRA; MORELATTI, 2006; BARRANTES; BLANCO, 2004). Os estudos indicam que "os estudantes têm lacunas de conceitos de geometria escolar; alguns não

conhecem sequer os conteúdos básicos” (BARRANTES; BLANCO, 2004, p. 14). É antagônico perceber que uma parte da Matemática, pela qual existe uma aproximação maior da abstração dos conceitos, por meio da visualização e semelhança com as formas físicas de nosso mundo, remeta os estudantes, em diferentes níveis de ensino, às dificuldades em suas aprendizagens.

É fato que os problemas em geometria que envolvem figuras perpassam obrigatoriamente por, pelo menos, dois registros de representação semióticos, a linguagem materna e a linguagem figural. Essa duplicidade de linguagens leva a situações ricas para o desenvolvimento conceitual, contudo, são caminhos que possivelmente, irão trazer dificuldades. Entretanto, não é possível seguir atalhos e desviar do trânsito entre esses registros, já que eles mesmos vão permitir a elaboração dos objetos matemáticos em nossas mentes (DUVAL, 1995), revelando-se como um terreno fértil à ação docente e ao desenvolvimento conceitual.

Alguns pesquisadores consideram que o auge da Matemática Moderna, fase que enfatizou os aspectos lógicos e estruturais da Matemática, influenciou o declínio no ensino da Geometria na década de setenta. Neste período, os professores, e inclusive os manuais didáticos, acabavam por deixar em segundo plano a abordagem dos temas da Geometria, não dirigindo a atenção necessária ao seu desenvolvimento (BARRANTES; BLANCO, 2004, p. 17).

No entanto, Pavanello (1989) indica que, mesmo antes do movimento da Matemática Moderna, o abandono da geometria no currículo escolar já vinha ocorrendo, isso dado em função do conhecimento dos professores, seus métodos e as relações da geometria inicial com os métodos axiomáticos do ensino secundário.

Para Almouloud et.al (2004, p. 99), a origem de dificuldades que os professores encontram no processo de ensino e de aprendizagem de saberes e de conhecimentos geométricos está vinculada, no público investigado, ao despreparo na formação de docentes para seguir as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCN e às deficiências das situações de ensino vinculadas aos manuais didáticos, que criam no aluno concepções inadequadas ao aprimoramento dos conceitos geométricos. Unido a esses elementos existe o fato de ser deixado para cada escola definir os conteúdos necessários à formação de seus alunos, sendo a geometria frequentemente esquecida.

Desse modo, este conteúdo escolar fica em segundo plano (SENA; DORNELLES, 2013, p. 140) e as operações de construtos cognitivos essenciais são ingenuamente ignorados ou deliberadamente

rejeitados (DUVAL, 2005b, p. 48). Passos (2000, p. 54) considera, tendo por base diversas pesquisas, o indicativo do abandono do ensino de geometria ainda existente, tanto no país como no exterior.

Mesmo com esforços de mudanças no campo do ensino e de práticas diferenciadas, após a década de noventa, com novas propostas curriculares do Ministério de Educação e Cultura (MEC), existe o indicativo de que muitos estudantes estão chegando às Universidades com dificuldades e experiências didáticas como as das anteriores às reformas (BARRANTES; BLANCO, 2004, p. 18). Além disso, aparecem ocorrências de padrões incorretos dos professores ao lidarem com os conceitos da Geometria (PASSOS, 2000, p. 59).

Atualmente, as tendências curriculares consideram a Geometria fundamental na compreensão do espaço em que nos movemos e na percepção de elementos essenciais da atividade matemática (PONTE et al, 2005, p. 83). No que tange ao ensino, discutir questões ligadas às operações semióticas e cognitivas envolvidas com o ensino de geometria e à organização de situações de aprendizagem que revelem o conhecimento da complexidade da articulação do ver são essenciais. “A falta de conhecimento da complexidade cognitiva envolvida em qualquer abordagem da geometria não é apenas prejudicial ao ensino, é também para pesquisa sobre o aprendizado de geometria” (DUVAL, 2005b, p. 51).

A compreensão do que se quer ver numa figura, de como ver e fazer ver por meios dos registros de representação e seus tratamentos, sejam na mesma unidade dimensional ou em unidades diferentes, são premissas para a própria construção do conceito de figura geométrica e nos move à pesquisa científica.

No capítulo 1, **Razões e Intenções da Tese**, trazemos os aspectos iniciais que justificam a pesquisa e problematizam os caminhos e escolhas de nossa temática, trazendo um olhar sobre o estado da arte. Por fim, apresentamos a questão de investigação, os objetivos e as hipóteses que nortearão os capítulos seguintes.

Capítulo 1: RAZÕES E INTENÇÕES DA TESE

Um problema bidimensional, por exemplo de área, pode requerer que se desça às dimensões inferiores: reconhecer um segmento de reta, um ponto em um problema de área, para que a sua solução possa ser alcançada. Chamamos a estas mudanças de dimensão como parte da operação mais complexa, denominada desconstrução geométrica.

Em muitos casos, para que um objeto matemático seja destacado em um problema que envolve uma figura, e, deste modo, um nome seja atribuído e reconhecido como algum elemento importante na composição de uma solução, a mudança de dimensão torna-se imprescindível. A percepção ou não de elementos iniciais em uma figura pode, inclusive, tornar-se impedimento para a continuidade da heurística da resolução de um problema, em que o estudante não consegue “ver” o que se deseja. Mas a habilidade de se movimentar em diferentes dimensões das formas geométricas dadas, que nos parece tão intrínseca, pode nos levar a acreditar que a mesma seja construída naturalmente, apenas pela percepção.

A intenção didática precisa agir num “trabalho longo e específico para entrar nessas formas particulares de ver que são peculiares a geometria” (DUVAL, 2005b, p. 50).

As relações semióticas entre a linguagem figural e discursiva interagem nos problemas de geometria, designam, intencionam o olhar para um objetivo que contém por vezes caminhos implícitos ao que temos à primeira vista. Grillo (2014, p. 12) revela que atividades que procuram promover a mudança de dimensão, ou a construção de dimensões maiores, a partir do trabalho com atividades dirigidas, com planificações do cubo, mostraram dificuldades dos estudantes de interpretação nas atividades propostas.

O olhar em geometria conjuga conceitos, vê em perspectiva, muda de dimensão, acrescentando repartições, traços, pontos. Toda a interação cognitiva e semiótica e as dificuldades ainda apontadas por estudantes em diferentes níveis no campo geométrico nos motivam a pesquisar e colaborar.

Interessa-nos compreender os elementos que perpassam a ação didática, identificando fatores que favorecem ou inibem o surgimento de dificuldades à resolução dos problemas relacionados aos conceitos geométricos. Esses elementos desvelados podem se constituir como variáveis didáticas importantes ao ensino nos seus diferentes níveis. Além disso, “podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se

revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original” (PONTE et al, 2005, p. 17).

Em atividades que envolvem figuras geométricas, existem várias situações a serem analisadas, para que a passagem texto-figura possa se apresentar como facilitadora e não limitar o processo de desenvolvimento dos conceitos geométricos. As limitações podem ocorrer sob vários aspectos: questões perceptivas, do envolvimento das funções da língua no problema, da não aproximação das periferias das linguagens envolvidas, das dificuldades do estudante de não ter desenvolvido a desconstrução dimensional. Essas variáveis precisam ser estudadas e consideradas em processos de análises envolvendo as semioses e cognição (semiocognitiva), em construções didáticas voltadas ao ensino da Geometria de forma a colaborarem com a ação docente em seus ambientes escolares. A consciência da interferência das variáveis em jogo precisam ser reveladas pelas pesquisas para que possam ser consideradas na ações didáticas.

Dentre vários aspectos que formam os conceitos geométricos, DUVAL (2011) revela a necessidade de operar uma desconstrução geométrica das formas como operação fundamental à resolução de problemas com imagens. O autor nos revela algumas características das desconstruções dimensionais e coloca ser uma aprendizagem restrita à escola, ou seja, precisa ser ensinada. No entanto, existe a necessidade de pesquisas direcionadas às mudanças dimensionais que possam revelar elementos mais específicos das interações teóricas envolvidas e de como, na prática, a resolução de problemas que contenham imagens envolvem esse gesto intelectual.

Por meio de buscas em pesquisas científicas nacionais, descrevemos a seguir, no item 1.2, a escassez de produções científicas em teses que abordam o aspecto da desconstrução dimensional das formas na geometria voltadas à aprendizagem dos conceitos e a não existência de análises específicas direcionadas à temática, com prática junto de estudantes de Ensino Básico. Dessa forma, justificamos a importância da abordagem de nossa investigação, trazendo elementos que abordam essa operação cognitiva e semiótica como um gesto intelectual fortemente importante ao ensino da Matemática.

Nossos aportes teóricos estão direcionados para teorias que abordam a construção do conhecimento matemático e a sua didática, revelando a importância das diferentes semioses ligadas à cognição. Abordamos diferentes estudos que interagem na construção de nosso texto: a semiótica em Pierce, a teoria dos registros de representação semióticos de DUVAL, a semiosfera em Yuri Lotman, as leis da

Gestalt, as diferenciações das funções da Língua, os tipos de apreensões, a visualização nos diferentes olhares e a desconstrução geométrica de Raymond Duval. As análises teóricas unidas das respostas dos sujeitos em atividades práticas subsidiaram nossa tese de doutoramento.

Segue no item 1.1 a pesquisa realizada sobre as produções científicas que encontramos e que se relacionam à temática em estudo.

1.1. O estado da arte, levantamentos das discussões atuais de pesquisas científicas

Fizemos uma busca procurando mapear as produções científicas significativas relacionadas a nossa temática e tecer um estado da arte. Nosso interesse se volta aos apontamentos de elementos e tendências atuais que se relacionam às mudanças de dimensão das formas nos conceitos que envolvem a Geometria, relacionados à aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Das produções científicas realizadas no âmbito de programas de Pós-Graduação na base da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD, do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia, que integra os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa brasileiras, foi selecionado o período de 2007 a 2017. Inserindo a busca com a palavra "desconstrução dimensional", não foi encontrado registro de nenhum título ligado ao ensino ou aprendizagem. Em seguida, optou-se por inserir a informação "geometria e dimensões" e apareceram 709 pesquisas, sendo que onze foram relacionadas à área da Educação Matemática e geometria e apenas uma pesquisa em dissertação se remeteu a alguma atividade de promoção de desconstrução. Grillo (2014), uma das buscas encontradas em nossa procura, em sua pesquisa de mestrado, elaborou um estudo com uma sequência didática em forma de um estudo dirigido, com a menor interferência do professor e aplicada a estudantes do Ensino Médio. Tal pesquisa apontou que, nas atividades que procuram promover a construção e desconstrução dimensional a partir do trabalho com atividades dirigidas envolvendo planificações do cubo, a dificuldade apresentada pelos sujeitos da pesquisa foi na interpretação das atividades propostas.

No banco da CAPES (2018)¹, resolvemos ampliar o olhar sobre as produções científicas em teses com as palavras-chave de pesquisa: "geometria ensino" e "geometria aprendizagem", com refinamento na área de concentração em Ensino de Ciências e Matemática e Educação Matemática, no período de 2008 a 2018, em 13/04/2018. Com essa perspectiva, tivemos cento e trinta e nove teses, e com a palavra-chave "desconstrução dimensional", nas mesmas áreas de concentração e período, tivemos três teses. Analisando os resumos, palavras-chave da tese e, quando houve dúvidas, o sumário e as considerações finais, duas pesquisas apontaram alguma relação mais explícita com a desconstrução geométrica das formas.

Moran (2015) abordou como o tipo de registro figural influência nas apreensões de figuras geométricas para professores de matemática da Educação Básica. Os registros figurais foram utilizados em questões-problema num curso de extensão com doze professores e variaram entre materiais manipulativos, software e expressões gráficas. Dos resultados, percebemos a teoria mais voltada aos tipos de apreensão mobilizados em problemas e, por vezes, aparece a desconstrução dimensional como partícipe das apreensões. Aponta que o tipo de registro figural disponível influencia a resolução de problemas nos seus tratamentos, nas mobilizações de registros e nas diferentes apreensões, sejam elas perceptivas, operatórias ou discursivas e considera que os materiais manipulativos que permitem recortar, medir ou construir e desconstruir as representações entre outras manipulações, fazem com que o objeto matemático seja manifestado. Demonstra, ainda, que o conhecimento dos processos de desconstrução é intrínseco dos problemas e podem ser pensados para as aulas de geometria.

Mello (2015), em sua tese, procura compreender como o estudante cego visualiza os objetos geométricos. Num estudo de caso com quatro sujeitos, em entrevista semiestruturada e embasada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Visão e Visualização de Raymond Duval, procurou trazer elementos para seu questionamento. Em relação à abordagem da desconstrução geométrica, traz brevemente um texto no qual relaciona a desconstrução à necessidade de ver como intrínsecas as construções de figuras, contudo, não se remete com especificidades às dimensões. Coloca a mudança dimensional como uma etapa intermediária entre o reconhecimento perceptivo imediato das formas e a identificação de objetos matemáticos. Pareceu-nos que, com

¹ < Disponível em: <<http://catalogodeteses.capes.gov.br>>, acesso em 11 de abr. 2018

a desconstrução, Mello (2015) quis entender se o aluno cego percebe as partes de um todo que compõem uma figura e como faz. Observa que um dos sujeitos consegue desconstruir relatando lados, vértices e altura de um triângulo dado, mas em geral existe dificuldade para este processo. A pesquisa traz forte contribuição para a didática da matemática numa perspectiva inclusiva centrada nas apreensões do sujeito cego, mas não na forma como o mesmo desconstrói as figuras em suas dimensões.

Desenvolvemos uma busca nos artigos dos Anais dos Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), em todos os anos existentes, de 2000 a 2015. O simpósio foi selecionado como relevante para a busca em função de sua natureza, que é com base na pesquisa científica, sendo um evento de grande representação nacional e internacional. Com a palavra da pesquisa: "desconstrução dimensional" ou "mudança de dimensão", encontramos um único trabalho. A pesquisa levantada traz as questões dimensionais, fazendo uma investigação sobre o processo ensino-aprendizagem dos conceitos geométricos, com estudantes de 5ª série do Ensino Fundamental, especificamente tratando da relação do tridimensional com o plano. Foram reafirmadas as suas dificuldades em conceitos básicos e pontuam que os conceitos unidimensionais e bidimensionais são mais enfatizados em relação ao tridimensionais na educação escolar, avaliados pelos testes aplicados aos estudantes e pelas suas respostas (OLIVEIRA; MORELATTI, 2006).

Observamos que, das investigações realizadas, em nenhum caso se levantam, de forma consciente, ou como objetivo da investigação, questões voltadas diretamente para a desconstrução dimensional das formas geométricas e a sua relevância à aprendizagem. Portanto, consideramos nosso estudo uma necessidade ao campo do ensino da Geometria, firmando-se como relevante e atual ao pesquisar por contribuições fortemente importantes aos processos semióticos e cognitivos.

Continuando nossas investigações, surgem-nos vários questionamentos que nos movem na busca de respostas e da pesquisa. Que elementos cognitivos e semióticos se apresentam na desconstrução dimensional das formas, para que a mesma tenha o status de real importância nas ações didáticas em ambientes escolares? Que desconstruções são estas? Em que momento a abordagem sobre as mudanças dimensionais são importantes e por quê? Todo tipo de atividade que traz uma figura está necessariamente desenvolvendo as mudanças de dimensionais? Nas resoluções de problemas geométricos que são compostos de figuras, a desconstrução dimensional se faz

necessária em que momentos? Como operacionalizar, na prática docente, a inserção didática de situações que possam explorar a desconstrução geométrica dimensional? Diante de inúmeras lacunas e interrogações direcionadas à temática abordada, trazemos nossa pergunta norteadora da investigação e objetivos que delinearão o caminho de nossos estudos, levando-nos ao que deve ser considerado na aprendizagem dos conceitos da geometria numa abordagem intencional ligada à desconstrução geométrica em problemas que envolvem figuras.

1.2. PERGUNTA NORTEADORA

Problemas que envolvem figuras podem intencionalmente envolver a desconstrução geométrica das formas, possibilitando a aprendizagem desse gesto intelectual na construção dos conceitos de Geometria no Ensino Básico?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo Geral

Apontar, por meio de reflexões analíticas, maneiras e direcionamentos que podemos indicar em problemas que envolvem figuras, para abordar intencionalmente a desconstrução geométrica das formas, de modo a possibilitar a sua aprendizagem como operação fundamental à construção de conceitos de Geometria no Ensino Básico.

1.3.2. Objetivos específicos

- Levantar e explicitar elementos teóricos intrínsecos aos objetos matemáticos e à sua aprendizagem necessários a se considerar no campo da Geometria.

- Situar, por meio da abordagem teórica e de exemplos, elementos semióticos e cognitivos que interagem na desconstrução dimensional das formas geométricas.

- Apresentar e utilizar atividades de Geometria que envolvam imagens baseadas em análises semiocognitivas, compreendendo e localizando posicionamentos, mudanças e reações dos estudantes em suas produções diante das operações de desconstrução dimensional propostas.

1.4. HIPÓTESES

- Os objetos ideais que compõem o conhecimento matemático se diferenciam na sua forma de constituição do saber, sendo que os que tratam de aspectos geométricos que envolvam figuras possuem características semiocognitivas especiais a serem consideradas na aprendizagem.

- A desconstrução geométrica é a operação intelectual e constituinte de muitos problemas com figuras em Geometria, ela não é algo que se constrói naturalmente, pois envolve elementos semióticos e cognitivos que interagem junto aos problemas que precisam ser aprendidos.

- A desconstrução geométrica pode ser abordada de forma intencional em problemas que envolvem figuras e que tenham esse objetivo.

- A desconstrução geométrica constitui-se um gesto intelectual essencial nas significações dos objetos matemáticos da Geometria e pode contribuir para que os estudantes minimizem dificuldades de visualizar elementos em dimensões diferentes das dadas.

1.5. ESTRUTURA DA TESE

Visando alcançar os objetivos propostos, a estrutura textual da tese será desenvolvida em mais quatro capítulos, além das considerações finais, referências e anexos.

No capítulo 2, **O OLHAR EPISTEMOLÓGICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS**, delineamos nosso olhar epistemológico em relação aos conceitos matemáticos, trazendo um embasamento de como se constituem e o que ocorre na aproximação de várias semioses, trazendo Pierce, Duval e Lotman como elementos principais.

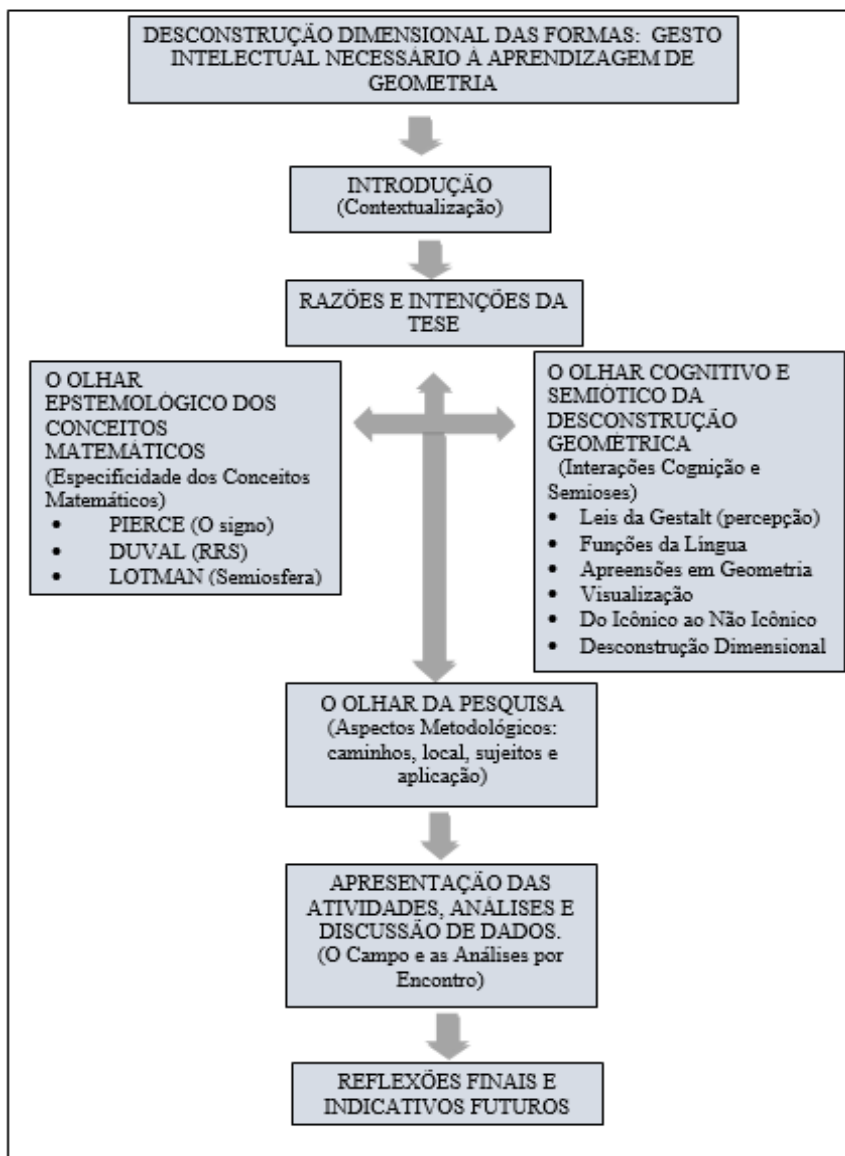
No capítulo 3, **O OLHAR COGNITIVO E SEMIÓTICO DA DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA**, trazemos para discussão o olhar cognitivo e semiótico da desconstrução geométrica. Aqui, abordamos estruturas que interagem diretamente na visualização de elementos e que juntas corroboram à desconstrução geométrica. Preponderantemente baseados nas leis da Gestalt, nas funções da Língua, na visualização e na Desconstrução Dimensional das formas em si.

Para o capítulo 4, **O OLHAR DA PESQUISA**, abordamos o olhar da pesquisa, trazendo os encaminhamentos metodológicos que optamos no desenho de nossa investigação. A unidade traz também as atividades, suas análises e discussão dos dados, após a aplicação com sujeitos. Nesse momento se faz todo o confronto entre análises realizadas anteriormente à aplicação e a posteriori em seis encontros, em que os sujeitos resolveram treze atividades, envolvendo problemas de geometria com figuras.

Para finalizar, trouxemos no capítulo 5, **REFLEXÕES FINAIS E INDICATIVOS FUTUROS**, buscando o olhar das considerações finais. Nesse momento, remetemo-nos à problemática e aos objetivos traçados inicialmente e confrontamos com as hipóteses, trazendo nossa tese, embasada teórica e empiricamente articulada aos capítulos anteriores construídos e traçando as possibilidades de indicativos futuros às investigações.

No quadro 1, sintetizamos a estrutura de nossa tese.

Quadro 1 - Esquema da Tese



Fonte: a autora.

Capítulo 2: O OLHAR EPISTEMOLÓGICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS

Ao direcionar nossa pesquisa para elementos essenciais da aprendizagem em geometria entendemos que o aprofundamento relacionado as compreensões epistemológicas se encontram com o objetivo de nossa investigação.

No capítulo que segue, procuramos discutir os alicerces que revelam e sustentam a forma como conhecemos os objetos matemáticos, diferenciando-os na sua essência dos objetos reais e trazendo encadeamentos fundamentais para o desenvolvimento de nossa tese.

2.1. O TERCEIRO ELEMENTO NA ESSÊNCIA DO CONHECIMENTO DE OBJETOS IDEAIS NA MATEMÁTICA

Em nosso cotidiano, escolar ou científico, estamos expostos a aprendizagem dos objetos de conhecimento. Sejam objetos reais ou ideais as aprendizagens dos mesmos são intrínsecas ao ensino.

" Chamamos de reais ou efetivos todos que nos são dados na experiência externa ou interna ou são inferidos a partir dela. Comparados a eles, os objetos ideais aparecem como irrealis, meramente pensados. Esses objetos ideais são, por exemplo, as estruturas da matemática, os números e as figuras geométricas" (HESSEN, 2012, p. 21).

O ato de conhecer pressupõe apreender o objeto, seja real ou ideal. Nas metodologias aplicadas ao ensino perpassam concepções epistemológicas que tendem a dar centralidade aos papéis do sujeito e do objeto, da razão e do empírico na constituição do conhecimento da realidade.

Em se tratando dos objetos da Matemática, algumas colocações relacionadas ao empírico e à realidade, não seguem as mesmas relações que as dos objetos físicos, o que por muitas vezes, é um aspecto que gera controvérsias de identidades epistemológicas em termos de especificidades da aprendizagem matemática para docentes de outras áreas de ensino. Considerando os objetos ideais e a sua relação epistemológica com o real, nos questionamos sobre a interferência do terceiro elemento na centralidade do conhecer, a linguagem. São as diferentes formas de expressão e comunicação que também cumprem a

tarefa de compor a nossa compreensão dos objetos, especialmente na Matemática.

A linguagem, na tradição antiga, foi entendida como algo dado convencionalmente, dessa forma não teve uma relevância filosófica central na relação entre sujeito e conhecimento. Foi na contemporaneidade, início do século XX, que a linguagem assumiu maior importância. Inicialmente foi tratada como estrutura lógica ou como um sistema de signos, com Frege e Saussure, depois com a inserção de um aspecto cultural ligado ao linguístico, com Wittgenstein e Austin (MARCONDES, 2009, p. 10).

Percebemos, portanto, que na apreensão desses objetos reais ou ideais, a linguagem, nas suas mais diferentes formas, é essencial na relação com o saber. "A linguagem é, assim, a forma propriamente humana da comunicação, da relação com o mundo e com os outros, da vida social e política, do pensamento e das artes" (CHAUÍ, 2003, p. 148).

Tudo o que chega a nossa mente, ou seja, as imagens que formamos do objeto é feito por processos que envolve a linguagem nas suas diferentes formas, que aqui representarão na sua amplitude, os signos, esses darão a estrutura do que pensamos e conhecemos (DUVAL, 2012c, p. 270). Dessa forma, "o exercício da linguagem como pensamento é inseparável da linguagem, [...] pois a linguagem é o que nos permite estabelecer relações, concebê-las e compreendê-las" (CHAUÍ, 2003, p. 160). Para Wittgenstein "[...]nossa linguagem determina a concepção que temos de realidade, porque através da linguagem é que são vistas as coisas" (PEARS, 1988, p. 13).

Os objetos ideais não são sensíveis, mas possuem a materialidade do que se quer conhecer. Assim, na relação entre sujeito e objeto, as noções conceituais, formadas em nossas mentes, ocorrem pela interferência dos signos. A possibilidade de conhecer, na Matemática, pressupõe que o sujeito possa atribuir sentido a um conjunto simbólico que expressa pontos de vista de seus objetos, onde o pensamento situa-se a reboque da linguagem matemática (MACHADO, 1989, p. 60). Nessa interação "o conhecimento consiste de significados e significantes: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito no mundo material" (VERGNAUD, 2000, p. 13). Entendemos que todo esse corpo simbólico, que representa a linguagem matemática é conhecimento e é ele que permite a interação entre sujeito e seus objetos.

Na evolução histórica de muitos conceitos matemáticos, a linguagem mostrou a sua relevância em processos que permitiram as ampliações conceituais. Como exemplo, citamos os gregos, que paralisaram a construção Matemática por falta de sistemas semióticos apropriados. Ainda na geometria analítica, o grande avanço que ocorreu com Descartes e seguidores, se deram com as linguagens que perpassaram sobre o plano cartesiano. Já os logaritmos, permitiram a redução dos cálculos de forma intensa, dada sua simbologia e propriedades (BOYER, 1974). Não é difícil observar, nos mais variados exemplos descritos historicamente, que a linguagem, presente em qualquer comunicação é positiva para o avanço e desenvolvimento científico.

A influência simbólica na construção de nossos pensamentos é estudada pela semiótica. O pensamento envolve conceitos, que ocorrem por signos de natureza mista, nessa concepção, a linguagem, adquire um papel central. A formação de imagens dos objetos que possibilitam construir os conceitos matemáticos ocorre por interações entre signos, aproximando-nos de sistemas semióticos que interagem (DUVAL,1995).

Os diferentes signos que possibilitam construções mentais em nosso intelecto, não são objetos apenas criados convencionalmente para atender a determinada necessidade de nominar coisas, eles nascem e se projetam das interações sociais e se fazem num processo histórico de devir. As linguagens de uma determinada cultura estão conectadas a mesma (semiosfera), são partes de um sistema onde toda forma de inteligência está ligada à produção de textos, seja pela transmissão, pela criação de novas informações ou para trazer à memória e à condensação (LOTMAN,1990, p. 13). A aprendizagem de cada objeto matemático é composta por um conjunto de semióticas que permite desvendar as diversas facetas deste mesmo objeto (MORETTI; BRANDT; SOUZA, 2016, p. 5).

Consideramos na teoria levantada, o papel relevante da linguagem na mediação sujeito-objeto-conhecimento, especialmente na abordagem dos objetos ideais, como os da Matemática. Procuramos compreender, de forma mais ampla, as relações que nos possibilitam caracterizar o papel dos sistemas semióticos na construção da realidade. Em seguida, ampliaremos a discussão dos conceitos básicos da semiótica, levantando o papel dos signos na constituição da significação.

2.2. RELAÇÕES DA LINGUAGEM E PENSAMENTO: A SEMIÓTICA

Como o que conhecemos vem a nossa mente? A semiótica se ocupa desse questionamento e procura investigar as relações entre a linguagem e o pensamento relacionando elementos estruturais indispensáveis para formação de conceitos pelos indivíduos.

Para Lotman (1990, p. 4), a semiótica deve ser definida como um caminho da consciência cognitiva, a ciência que estuda os signos como parte da vida social. Segundo Santaella (2004, p. 10), "a semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido".

Em Pierce (2000, p. 46), teórico precursor dessa ciência, existe sempre uma relação triádica que constitui os esquemas do que conhecemos: o signo, o objeto e o interpretante. Essas relações triádicas são dinâmicas e se articulam constantemente com outros signos desenvolvendo as imagens dos objetos em nossas mentes.

“Um signo, ou representâmen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente desta pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido” (PIERCE, 2000, p. 46). O próprio pensamento ocorre na intermediação entre signos, sendo ele mesmo uma tradução do objeto em si (PIERCE, 2000, p. 47). Temos assim, a relevância dos signos na relação do sujeito com o real, é na sua ação que ocorre o funcionamento da mediação entre o objeto e o efeito que o signo produz na mente, por intermédio do interpretante, o signo, de alguma maneira, representa o objeto e este só é acessível pela mediação do signo (SANTAELLA, 2005, p. 43).

Pierce (2000, p. 52) designa uma tricotomia, que subdivide o signo nas relações com o objeto, dada pela divisão: ícone, índice e símbolo. Nessa divisão o signo pode ter essas três funções e, em geral, alguma exerce maior predomínio de acordo com a mensagem e o meio que está comunicando.

Os símbolos crescem e se desenvolvem a partir de outros signos. O ícone é um signo que tem alguma semelhança com o objeto representado. O índice é um signo que se refere ao objeto denotado em virtude de ser diretamente afetado por ele, já o símbolo é um signo que se refere ao objeto denotado em virtude de uma associação de ideias produzidas por uma convenção (PIERCE, 2000, p. 52).

A dinâmica da constituição da interpretação dos signos ocorre em níveis entre o imediato, o dinâmico e o final, considerando, dessa forma, que o fator humano no processo de significações constantes e na possibilidade do conhecimento, atestam o estado de devir. Como sentido, temos o efeito total que o signo pode produzir de forma imediata e sem prévia. O significado, é o efeito produzido no intérprete pelo signo e a significação, trata do efeito produzido pelo signo sobre o intérprete (TEIXEIRA, 2001, p. 20).

Na semiótica pierciana, podemos falar de uma realidade possível de conhecer, na qual o objeto é dividido em imediato e dinâmico. O primeiro seria o que supomos que ele é, e o segundo é aquilo que ele, na sua condição real e com os processos de interpretações sucessivas (semiose), se dariam constantemente, até se chegar numa interpretação final uma fusão entre os dois objetos, entre o que pensamos e o que é a realidade.

As classificações de Pierce (2000) mostram-se como base para a compreensão das formas de pensamento, pois “qualquer coisa que esteja presente à mente, seja ela de uma natureza similar a frases verbais, a imagens, a diagramas de relações de quaisquer espécies, a reações ou a sentimentos, isso deve ser considerado como pensamento” (SANTAELLA, 2005, p. 56).

As diferentes linguagens, presentes nos meios aos quais acessamos diariamente, agem de forma perceptiva e combinada entre vários de nossos sentidos, formando as matrizes do que conhecemos. O amplo espectro de signos nos levam a considerar que podemos pensar com as diferentes linguagens, que elas carregam em si conteúdos referentes aos objetos que as significam. As inúmeras combinações de signos permitem extrapolar, superar o empírico, estabelecer diálogos e formar novas inter-relações que vão dando sentido aos objetos abstratos. A ligação entre sujeito e objeto, no que tange a área da matemática, se distancia cada vez mais dos objetos concretos, conservando a articulação de retornar e de se referirem a uma realidade imediata nos diferenciados níveis (MACHADO, 1989, p. 56).

Percebemos que diferentes formas sgnicas agem na percepção que temos dos objetos e interferem na construção de imagens e significados em nossas mentes. Pelas discussões de Pierce (2000, p. 46) consideramos que na estrutura do que podemos conhecer existe e se faz necessária a intermediação dos signos. Não obstante, também essa relação triádica na história do desenvolvimento dos conceitos matemáticos apontando a sua evolução paralela ao desenvolvimento das

formas de comunicar ideias matemáticas e dos meios que as difundiram (BOYER, 1974).

Na concepção Pierciana nos parece ficar ausente uma explicação, com elementos mais específicos, do relacionamento da tríade que compõe a estrutura do que se quer conhecer. O detalhamento mais específico das relações estruturais permitiriam levar para diferentes áreas do conhecimento como tratar as relações de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, traremos para essa discussão a interferência e a relevância das relações sógnicas na formação das noções que possuímos dos objetos da Matemática, sob a ótica de Raymond Duval.

2.3. OS SIGNOS NA FORMAÇÃO DE NOÇÕES SOBRE OS OBJETOS DA MATEMÁTICA

Os objetos matemáticos são estruturas abstratas, objetos ideais, por isso, não só na comunicação como também na interação com os mesmos se faz necessário um corpo simbólico.

A abstração característica da formação de um objeto matemático nos leva a pensar sobre os registros que eles socialmente adquiriram no processo histórico, para fins de comunicação das representações dos sujeitos. Os signos revelam as primeiras imagens compatíveis dos objetos matemáticos, por meio dos quais estabelecemos comunicação não somente com o real, mas também com nossos próprios esquemas. Segundo Nunes e Bryant (1998, p. 31), “[...]para pensar matematicamente, precisamos conhecer os sistemas matemáticos de representação que utilizaremos como ferramentas “, Danyluk (1998) revela que a linguagem matemática e as outras formas de representação dos conceitos utilizadas por essa ciência, são carregadas de significados de seus objetos.

O papel dos sistemas simbólicos na formação dos conceitos matemáticos, se destaca na teoria de Duval (1993, 1995, 2011, 2016) que se entrelaça a semiótica de Pierce, restringindo-se as relações entre os signos, que envolve a formação das noções matemáticas. Na sua abordagem, mostra ser indispensável o papel da semiótica, especialmente ligados ao que chamou de “registros de representação semiótica (RRS)”, quando se remetiam aos conceitos matemáticos e suas relações.

As diferentes semioses formam os sistemas semióticos e esses podem formar ou não registros de representação. Para que um sistema semiótico possa ser considerado de registro de representação, ele

necessariamente deve possibilitar três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável que respeite algumas regras do sistema simbólico utilizado; o tratamento, uma transformação interna da representação e a conversão, considerada como a transformação de uma representação em outra representação de outro registro, mantendo a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial (DUVAL, 1993, 1995, 1996).

Duval (2012c, p. 294) considera que não existe a apreensão conceitual de um objeto sem a utilização de sistemas semióticos para representá-lo e o recurso a muitos registros é apontado como uma condição necessária para que os objetos matemáticos não se confundam com suas representações e assim, sejam ampliados na sua significação. Ao transitar num ir e vir entre diferentes semioses, o sujeito consegue diferenciar os símbolos do objeto ideal em si, dessa forma, constrói a imagem do referido objeto, não o confundindo a um registro A ou a um B.

Entre as representações, destacam-se três planos: as representações subjetivas e mentais - as imagens conscientes, as próprias concepções, as ideias que possuímos acerca do mundo e dos objetos sem serem expressas por símbolos; as representações internas ou computacionais - as tratadas internamente de maneira inconsciente e as representações semióticas - externas e conscientes, constituídas pelo emprego de signos que pertencem a um sistema de representações (DUVAL, 1993, p. 269).

O trânsito entre diferentes registros de representação semiótica (RRS) compreende as variações dadas sobre o RRS inicial relacionadas a associações para um segundo, essas variações precisam ser coordenadas pelo sujeito que nesse processo, aprende. A isso denominamos coordenação entre registro de representações e é por meio dela que o conhecimento é ampliado (DUVAL, 1995).

A conversão entre registros de representação semiótica exige dos sujeitos o estabelecimento de diferenciação entre significado e significante, e é essa diferenciação, que descola os registros de representação da formação da noção em si. O conhecimento científico requer uma via dupla entre situações e um corpus simbólico que desenvolverá atitudes e métodos (ASTOLFI; DEVELAY, 1995, p. 116).

Poderíamos citar, como exemplo, o processo de construção da noção de função. Ao desenvolvermos uma base conceitual para aproximar o estudante do objeto em si, se focarmos, em nossa ação didática, na linguagem gráfica de uma função, a tendência da significação será que "uma função é um gráfico", tomando uma das

linguagens, que expressa apenas parte do conceito, pelo objeto em si. Quando o estudante faz do signo o próprio objeto não apresenta uma imagem compatível com a materialidade do referido objeto matemático. Em contrapartida, se aproximarmos o sujeito do real, permeados por uma coordenação entre pelo menos dois registros de representação semiótica do conceito, para o exemplo citado, a linguagem gráfica e algébrica da função, podemos permitir que desenvolva uma imagem compatível ao objeto ideal, que é abstrato, e não faça associativismos a um de seus registros de representação como o objeto em si (SOUZA, 2003, p. 85).

Para conhecermos a estrutura dos objetos ideais devemos considerar o caráter atemporal envolvido das linguagens e seu ir e vir entre diferentes sistemas semióticos (DUVAL, 1995). No entanto, além de critérios atemporais, como as relações sógnicas estabelecidas por Pierce e os elementos específicos das conversões entre registros pontuadas por Duval, temos elementos temporais que trazem o aspecto cultural relacionado com as linguagem e assim sobre o que conhecemos. Buscamos o aprofundamento teórico da inserção cultural das linguagens e meios por Iúri Mikháilovitch Lotman (1922-1993). A seguir, apresentamos elementos da sua contribuição epistemológica e relações pertinentes à nossa discussão.

2.4. CULTURA E INTELIGENCIA SEMIOTICA.

Estamos mergulhados em inúmeros contextos sógnicos em nosso conhecer, nos relacionamos socialmente por meio deles e podemos fazer evoluir nossas concepções dos objetos. As diferentes semioses dos objetos não surgem, em geral, simultaneamente, contudo, as mudanças semióticas interagem e nos modificam culturalmente.

A cada período, a cultura científica provoca trocas entre as suas linguagens e estas geram novos mundos que interferem em nossa cultura, não se mantendo apenas como símbolos que codificam. Para exemplificar nossa colocação, podemos nos remeter a própria formação de nosso sistema de numeração, onde por meio de inúmeras trajetórias culturais unidas com as simbólicas, novos signos e estruturas foram sendo desenvolvidos e considerados, nos fazendo avançar.

Em Lotman (1990, 1996, 2005) encontramos apoio para pensarmos nas relações entre as semioses e o pensamento, no aspecto cultural, além disso, sua abordagem revela-se em consonância com Duval trazendo a importância das aproximações entre as diferentes

linguagens. Para entendermos os fundamentos do pensador contemporâneo, trazemos uma breve contextualização da sua trajetória.

2.4.1. Iúri Mikháilovitch Lotman

Iúri Mikháilovitch Lotman (1922-1993), foi um filósofo russo e se interessou pela literatura e entomologia, nascido em San Peterburgo, veio de uma família de intelectuais de origem judaica. Sua vida se constituiu simultaneamente à criação da URSS e foi contemporâneo ao poder de Stalin, até o pós-guerra. Foi recrutado e lutou na guerra por quatro anos. Em 1952, defendeu sua tese em Leningrado, com a temática das relações artísticas entre Aleksandr Radíchev e Nikolai Karamzín. Posteriormente tornou-se professor de literatura na Universidade de Tártu, onde foi uma figura de destaque, nos anos 60, trouxe a ideia de que a cultura é uma combinação de variados sistemas de signos (MACHADO, 2003, p. 27).

Os estudos interdisciplinares de Lotman e interesses investigativos diversos ligados à literatura dos séculos XVIII e XIX levaram para uma interação com a cultura, a semiótica e a história. Consequentemente, nessa perspectiva, a produção semiótica se une a produção cultural sendo considerada para além de uma questão de códigos com intuito de comunicação, já que traz um paradigma da interferência de todo um entorno na geração de signos e nas suas intersecções, próprias de cada época.

A dificuldade em publicar, tanto dentro como fora da União Soviética, na época, ocorreu em função das censuras diretas. Hoje, possui traduções em mais de vinte línguas (LOTMAN, 1996; AMERICO, 2014, p. 76). Na Escola Semiótica de Tártu-Moscou, aproximou-se de diferentes especialistas em Linguística, Estudos Literários, Folclorística, Culturologia e das Ciências Exatas. Os livros publicados focaram nos estudos da cultura e da literatura, especialmente a russa, com os seguintes títulos: “Artigos a Tipologia da Cultura: Materiais para o Curso de Teoria da Literatura” (1970), “A Estrutura de Texto Artístico” (1970), “Análise do texto poético” (1972), “Semiótica do Cinema e os Problemas da Estética Cinematográfica” (1973), “The Universe of the Mind” (1990). “Cultura e Explosão” (1992), “Conversas sobre a Cultura Russa” (1994), edição sobre palestras dadas a uma emissora de televisão da qual o volume foi publicado um ano após a sua morte (AMERICO, 2014, p. 83).

Nas obras de Lotman, ficam evidentes uma combinação que os fenômenos são vistos em seu contexto histórico-social e artístico, portanto, analisados a partir de diferentes aspectos. Seus estudos envolvendo várias ciências revelaram a sua tendência interdisciplinar (AMERICO, 2014, p. 84). A seguir, abordamos os fundamentos teóricos do pensador que convergem para nossos estudos.

2.4.2. A cultura e a semiótica

Cada cultura carrega seus símbolos e as relações entre os mesmos e estes nos permitem levar sua memória. O ato de significar os objetos do conhecimento em determinado tempo histórico, ocorrem na existência de um universo integrado de fatores que geram a cultura atual.

Vivemos numa estrutura entre a cultura, as semioses e o pensamento designada de semiosfera por Lotman (1990, 1996, 2005). Ao conceito de semiosfera, considera-se que representa toda a semiótica dada em época específica, sendo composta de diferentes sistemas semióticos.

[...] um espaço semiótico para a existência e funcionamento de linguagens, não a soma total das diferentes linguagens; em um certo sentido, a semiosfera tem uma existência prévia e está em constante interação com as linguagens (LOTMAN, 1990, p. 123).

As relações entre os diferentes signos, presentes num contexto histórico, sofrem períodos de trocas intersemióticas, onde ocorrem a aceitação do novo e do heterogêneo. As trocas sógnicas, relacionadas aos objetos de determinada época, ocorrem numa região mais externas ao que compõe a estrutura do que pensamos, como uma região de fronteiras periféricas, os signos interagem.

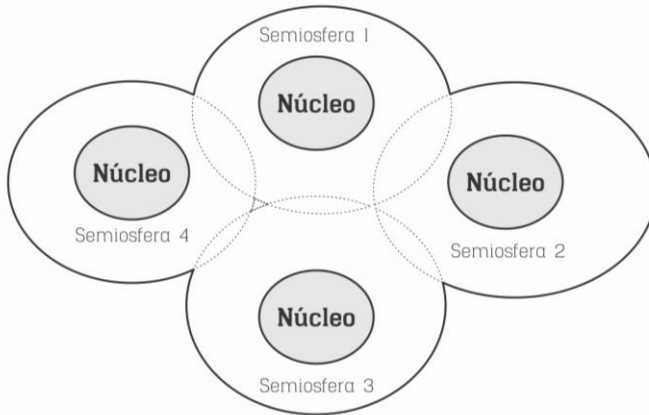
A semiosfera se compõe como ladrilhos, os espaços do rejunte são as fronteiras que fazem a tradução de uma linguagem a outra, e como filtros limitam a semiotização do externo para o interno e sua conversão numa informação (LOTMAN, 2005, p. 210).

Os sujeitos que se encontram em mais de um sistema semiótico são como habitantes em dois mundos, na fronteira de um espaço cultural de natureza bilíngue cultural, garantindo contatos semióticos entre esses dois mundos, como procuramos trazer na Figura 1 um esquema demonstrativo dessa dinâmica. Nas periferias semióticas é onde encontramos mais ativos os processos de trocas sógnicas. Para que as

periferias interajam é preciso haver semelhanças e diferenças entre as suas linguagens, uma heterogeneidade e um tempo para que ocorra essa transmissão e a recepção.

O espaço central da estrutura de determinada semiosfera é onde se encontram os sistemas semióticos dominantes de determinada época, chamado de núcleo. O núcleo é modificado pelas periferias bilíngues, essas, tem a tarefa de promover o desenvolvimento do núcleo cultural onde ocorre o desenvolvimento histórico (LOTMAN, 1996, p. 18). Podemos trazer um recorte e nos remeter numa ligação da teoria que estamos trazendo com LOTMAN (1996) ao contexto das aprendizagens matemáticas, a criança, por exemplo, é inserida num sistema semiótico aritmético no seio de sua convivência familiar e contato social, posteriormente ela vai se aproximando de outros sistemas semióticos, como o geométrico e o algébrico. A riqueza das aproximações sígnicas entre os sistemas, depende de uma região de fronteira que fará ligações com o sistema semiótico que o sujeito já opera. As diferentes semioses que se relacionam, compõem a semiosfera de aprendizagem e fazem evoluir as estruturas dos objetos matemáticos conhecidos pelo sujeito.

Observa-se no esquema da Figura 1, um processo dinâmico, que gera a constituição da semiosfera, já que, o contato com outras semiosferas “[...] perde qualquer caráter de conversa encerrada, resolvida num ponto final qualquer, para se aproximar da ideia de ato: cada leitura ativa conexões singulares [...]” (ROCHA, 2010, p. 5). Os níveis da semiosfera compreendem um grupo interligado de semiosferas, cada um deles sendo simultaneamente participante do diálogo (como parte da semiosfera) e o espaço de diálogo (a semiosfera como um todo) (LOTMAN, 2005, p. 205).

Figura 1 - Esquema das trocas intersemióticas entre semiosferas

Fonte: a autora.

As linguagens de uma determinada cultura estão conectadas à mesma e como partes de um sistema criam um significado no conjunto. Sendo assim, um texto não é apenas uma junção de códigos para realizar uma mensagem, mas um dispositivo complexo de variados códigos que recebe mensagens e geram outras. É preciso movimentar nosso olhar para além de linguagens e códigos convencionalizados para uma compreensão de que [...] as linguagens e os meios se combinam e se misturam (SANTAELLA, 2005, p. 28).

Para compreender a relevância sígnica de cada símbolo, procuremos retirar um elemento desse contexto, dessa realidade e tentarmos analisar, observaremos que tiramos parte de sua significação e mudamos o sentido. Exemplificamos a situação com uma visita num ambiente de museu, no seu interior, encontramos toda uma atmosfera criada, visualizamos escritos, objetos onde geramos a interpretação numa composição de determinada época, numa semiosfera de diferentes linguagens. Ao retirarmos um objeto do seu contexto sígnico, do ambiente de museu visitado, por exemplo, este perderá toda a composição ali presente e possivelmente nosso pensamento e interpretação sobre o mesmo. Da mesma forma, ao abordarmos um objeto do conhecimento, apenas por uma linguagem da época, tirando-o da cultura a qual está inserido, haverá prejuízos no seu sentido, na sua significação, visto que está vinculado a outros elementos que provocam uma heurística quando imersos no mesmo (LOTMAN, 1990).

Os símbolos representam os elementos que possuem mais estabilidade num processo cultural e levam consigo seus sentidos. O espaço de uma cultura pode ser assim definido, o espaço de textos comuns, que podem ser conservados e atualizados (LOTMAN, 1990, p. 13).

Ao descontextualizarmos um elemento de análise de um todo não lhe concedemos o sentido mais próximo do real. Nossa cultura, pressupõe sistemas de signos, cuja organização reproduz comportamentos distintos daqueles considerados naturais, esses são culturalizados por algum tipo de codificação. Os códigos como sistemas modelizantes e modeladores tem a função de culturalizar o mundo, isto é, de conferir-lhe uma estrutura da cultura (MACHADO, 2003, p. 39).

Se toda forma de inteligência está ligada à produção de textos, então as linguagens não são fatos isolados. O texto transmite algo além do que se quis depositar nele, como também não termina no ponto final. A cultura funciona como um cérebro: armazena/transmite/cria informação – atributos de uma inteligência semiótica (ROCHA, 2010, p. 5).

Lotman (1990, p. 11) contempla a inserção cultural, a interferência dos processos de trocas sógnicas no interior das semiosferas como um elemento que concede a dinâmica da construção da verdade, ou de uma imagem compatível com determinado período e época.

Valendo-nos do exemplo da construção dos objetos do Cálculo, percebemos toda uma semiosfera na formação dos objetos que o circundam, observamos que não se distancia do empírico e que se aproxima cada vez mais do abstrato, inclusive pelas linguagens e pela evolução dos signos. Se retomarmos os conceitos da Física e da Geometria, ligados à noção de derivação, de integração e partindo da velocidade, das taxas de aceleração, da reta tangente, mais tangíveis concretamente em objetos reais, houve uma interação de sistemas semióticos ligados a uma inserção cultural, que proporcionou uma abstração, fazendo evoluir o objeto em si.

A inter-relação entre os sistemas semióticos, em Duval e Lotman, nos aponta para uma ampliação das significações dos objetos, nesse contexto, vimos as considerações para olharmos à aprendizagem dos objetos da matemática, no contexto escolar.

A seguir, procuramos explorar as implicações das interações entre as semiosferas para o ensino da matemática, no que tange a desconstrução dimensional das formas, especificamente, na resolução de problemas de geometria que envolvem figuras.

2.4.3. A semiosfera no contexto do ensino da matemática

Poderíamos nos questionar se a dificuldade dos estudantes na resolução de problemas, que envolvem Geometria, estão ligadas a questões que se remetem a forma geométrica dada, porque não excluímos a linguagem figural do contexto desses problemas, ou de determinados níveis de ensino?

Justificando pelas teorias anteriormente abordadas, em Duval e Lotman, ao retirarmos o registro de representação da linguagem figural do contexto de problemas, estaríamos escolhendo para nossos estudantes, um prejuízo cognitivo e cultural, que seria dado pela maior distância que provocaríamos, impedindo as aproximações e interações de diferentes semiosferas. As formas, em nosso contexto cultural, constituem nosso universo sógnico e nossas interpretações de variados textos, logo a procura, como educadores, pela junção dos diferentes RRS torna-se pertinente à ação didática para que as trocas e a dissipação ao núcleo ocorram.

Para ilustrar a relação entre os sistemas semióticos, Moretti (2013, p. 289) introduz a semiosfera do olhar em geometria. Nessa semiosfera mostra como a abordagem de figuras geométricas pode permitir ligações entre diferentes semiosferas, articulando o icônico e o não icônico na construção de uma imagem do objeto (MORETTI, 2013, p. 300).

A Figura 2 a seguir, procura trazer a compreensão sobre as variadas relações estabelecidas na composição do real, ela procura resumir a intersecção e os movimentos das semiosferas. Nessa figura, cada circunferência realiza um movimento tridimensional nas linhas e traz os sistemas semióticos imersos na linguagem natural se combinando para formar um novo espaço e uma nova maneira de olhar em geometria que possibilita que as capacidades espaciais e dinâmicas se interliguem.

Figura 2 - Nó de Borromeu

Semiosfera do olhar em geometria

Fonte: (MORETTI, 2013, p. 300).

Também podemos perceber a aproximação de diferentes sistemas semióticos quando um estudante se propõe a resolver um problema matemático. No desenvolvimento da resolução do problema surgem objetos da matemática que evocam estruturas nos diferentes registros de representação. Além disso, a identificação das relações da linguagem natural com outros signos e com os seus tratamentos e conversões, numa semiosfera em que se encontram as diferentes linguagens, elas conversam, se articulam, não se isolam e interagem. Os sujeitos da pesquisa de BARICCATTI e VERTUAN (2012) em suas resoluções, numa questão da OBMEP (Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), convergem com o exposto já que, demonstram utilizar diferentes signos em interação para conhecer o objeto em questão e resolver o problema proposto. Esse fato aponta a existência da semiosfera com a interconexão dos elementos do espaço semiótico, onde coexiste uma pluralidade de linguagens, podendo, em função de aspectos perceptivos, algumas se destacarem.

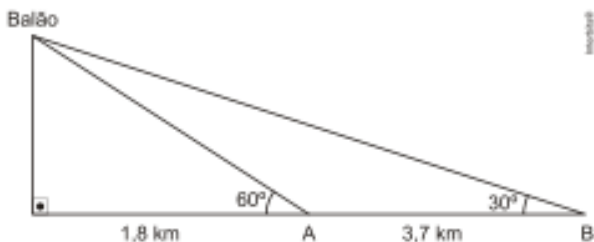
"Na elaboração da semiosfera da aprendizagem matemática há, para um mesmo objeto matemático, muitos registros que o representam e que cada um desses registros comporta o objeto em sua plenitude, mas revela mais fortemente uma das suas facetas" (MORETTI, BRANDT e SOUZA, 2016, p. 7).

Em problemas de Geometria são comuns a influência de contextos em vários sistemas semióticos, esses interagem em diferentes línguas e a forma com que se mesclam, limitam e/ou contribuem para a formação conceitual, sendo fortemente importante para a ampliação de significados pelos estudantes. É fato que, observando livros didáticos e provas de avaliação nacional, ocorre um destaque para figuras e

imagens. Também evidenciamos uma tendência de contextualização nas interações de linguagens com informações de ambientes diversos e são nas intersecções de textos diversos que fluem aproximações entre semiosferas. Observe a exemplificação, no texto do problema a seguir:

(ENEM, 2010)² Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição, conforme Figura 3.

Figura 3 - Triângulo e o movimento do balão



Fonte: ENEM³, 2010.

Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60° ; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na Figura 3, e o avistou sob um ângulo de 30° . Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

Na sua contextualização, o problema do ENEM (2010), aproxima o estudante do mundo científico, trazendo o balão atmosférico, aproximando esse conhecimento ao contexto cotidiano da queda de um balão. A figura do triângulo dada é o primeiro aspecto perceptivo que cabe ao olhar, é uma linguagem formal que se destaca. No aspecto do conhecimento matemático, o problema envolve um texto discursivo, designando elementos de medidas que compoem a figura plana dada. Dessa forma, aproxima e interage duas linguagens, ou semiosferas, com

³ Disponível em: < <http://portal.inep.gov.br/web/guest/provas-e-gabaritos> >. Acesso em 22 fev., 2016.

funções linguísticas distintas, a do discursivo, com a da imagem, compondo os triângulos.

A inserção de diferentes semiosferas para compor um problema, como no caso em questão, que se remetem a textos com informações atuais e figuras, apontam para a potencialidade das trocas das periferias dessas linguagens e dos conhecimentos, por consequência, se encaminham para trazer diferenciais ao aprendizado dos estudantes dados as potencialidades de aproximações entre semiosferas (LOTMAN, 1990).

O conhecimento é interligado com a cultura semiótica, rica em pluralidades e conjecturas. "A semiosfera da aprendizagem matemática comporta diversos registros que interagem entre si em um ambiente didático" (MORETTI, BRANDT e SOUZA 2016, p. 5). Dessa forma, a prática pedagógica voltada ao ensino da matemática deve considerar o foco da inserção em diferentes sistemas semióticos, que apontam potencializar as trocas das periferias desse conhecimento.

Nas aproximações entre as semiosferas, e no interior das trocas entre as periferias, é preciso estabelecer conexões que desenvolvam a habilidade da mudança de dimensão, fortalecendo outras unidades figurais além das que estão à primeira vista, oportunizando um contexto de trocas que permitem a constituição do núcleo da semiosfera. As trocas dimensionais em figuras são necessárias em grande parte de problemas que se compõem de contextos geométricos, conectam as periferias das semiosferas e oportunizam interconexões entre diferentes sistemas semióticos que constroem o núcleo.

No próximo capítulo, procuramos trazer a discussão, o entorno das operações semio-cognitivas imbricadas ao conhecimento dos objetos de geometria. Nosso interesse se volta ao embasamento das mudanças dimensionais em figuras geométricas na constituição da aprendizagem.

Capítulo 3: O OLHAR COGNITIVO E SEMIÓTICO DA DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

Nesse capítulo apresentamos e discutimos conceitos e concepções que permeiam o entorno da aprendizagem dos objetos da geometria.

Em um primeiro momento, trazemos as operações semio-cognitivas envolvidas no processo de significação e em seguida, como parte central de nosso estudo, os aspectos teóricos da desconstrução dimensional das formas geométricas com as implicações que constituem e embasam a sua importância à aprendizagem nesse campo.

3.1. AS OPERAÇÕES SEMIO-COGNITIVAS EM GEOMETRIA

Diferentes sistemas semióticos podem estar envolvidos em problemas matemáticos que apresentam figuras geométricas, mas necessariamente, dois deles são intrínsecos, a linguagem natural e a figural. Da aproximação e trocas entre as periferias dessas semioses se configuram os elementos de significação que consolidam uma estrutura nuclear ao objeto.

Após o primeiro contato visual do estudante com a imagem e o texto de um problema, que traz a atividade proposta, se revelam, direcionam, ou até mesmo se encerram, a heurística às outras apreensões. Nesse sentido, se faz necessário nosso embasamento teórico sobre os processos visuais relacionados a forma dos objetos, os tipos de apreensão que podem estar envolvidos nas propostas de atividades e as funções meta discursivas e discursivas no uso de uma Língua, que a seguir trataremos.

3.1.1. A forma dos objetos, o primeiro contato

Ao olharmos uma forma, existem elementos que nos são intrínsecos à percepção, como se "saltassem aos nossos olhos", outros são desprovidos de nossa atenção imediata, isso ocorre em função de estímulos visuais das formas e imagens que atingem diferentemente a percepção humana.

O primeiro contato do olhar com as formas e assim, com uma figura geométrica, trazem estruturas de informação e nos influenciam na

interpretação das mesmas por leis básicas estudadas a partir da observação do comportamento do cérebro.

A Gestalt, ou psicologia Gestalt, representa um movimento de filósofos, iniciado no fim do século XIX, na Áustria, que atuaram no campo da teoria da forma. Os precursores da Psicologia da Gestalt ou Psicologia da Boa Forma, foram os psicólogos Kurt Koffka, Wolfgang Köhler e Max Wertheimer. Esses pensadores contribuíram de forma relevante, com seus estudos experimentais, trazendo respostas sobre as formas mais harmônicas à nossa percepção visual, que chamaram de "boa forma" (GOMES FILHO, 2009, p. 18).

Ao colocarmos uma figura na composição de um desenho planejado de uma casa, temos a tendência em olhar a totalidade da casa e não a figura geométrica específica que a compõem. Do mesmo modo, ao inserirmos uma figura, composta de subfiguras e traçados, no contexto de um problema de geometria, nossa tendência inicial é ler a imagem completa e não suas partes. As percepções do cérebro, relacionadas a uma forma, influenciam a nossa interpretação sobre ela. “É importante mostrar ao aprendiz que o ensino de geometria não é uma via de mão única, que vai das partes ao todo. Mas sim uma via de mão dupla, do todo para suas partes e das partes para o todo” (SABBA, 2003, p. 12).

O termo "forma" possui vários significados, na interpretação da Gestalt é entendido como a imagem que nos é visível de um objeto físico, dos seus limites externos, que lhe confere uma configuração e nos permite informar sobre a sua aparência (GOMES FILHO, 2009, p. 39).

Muitos dos problemas em geometria são compostos por formas que podem se constituir em elementos não heurísticos para a cognição dos estudantes, e podem dificultar as mudanças de dimensão, em função de não estarem acessível à percepção.

[...] É imprescindível que os processos cognitivos que o acompanham devam ser clarificados e tornados explícitos, para que se possa não só diminuir os problemas de aprendizagem que normalmente o acompanham como também identificar os modos de pensamento visual com que os alunos lidam (COSTA, 2000, p. 180).

Por meio das leis da Gestalt, podemos teorizar o como vimos, e nos conscientizar que algumas formas se destacam em relação a outras, ou impedem uma melhor percepção. São “leis que governam a percepção dos todos” (LEFRANÇOIS, 2008, p. 207). Os estudos gestálticos trazem elementos científicos para compor o sistema de

leitura visual que permitem analisar e interpretar os objetos compostos de estruturas com individualidade própria, que compõem uma totalidade, como um conjunto não somativo de partes (PENNA, 2000, p. 27).

No caso de nossa tese, procuramos entender o sistema de leitura, para permitir uma aproximação com a leitura das figuras geométricas, colocadas em atividades de ensino. A teorização da Gestalt traz elementos ao nosso olhar contribuindo com os aspectos relacionados a percepção de uma "boa forma", que objetiva na tendência em preservar o equilíbrio, como elemento indissociável (PENNA, 2000, p. 28).

Consideramos também, que as aproximações periféricas de semiosferas, que tragam boas formas, podem contribuir para as trocas intersemióticas. Dessa forma, o olhar do problema sobre aspectos destacados, ampliados ou que sofram ações na forma do objeto, podem levar o estudante a se aproximar da percepção de dimensões. A resolução do problema proposto pode exigir indiretamente a mudança da dimensão da forma e os elementos perceptivos na forma dada pode facilitar as leituras e conversões entre as representações.

GOMES FILHO (2009) destaca as sete leis básicas que compõem as capacidades perceptivas da leitura visual de um objeto.

1) Unidades: o conjunto de todos os elementos que dão a própria forma ao objeto. Um círculo, a forma da letra S, uma rosa, ou cada uma de suas pétalas. Podemos ver em unidades principais e secundárias ao ver um todo, como na Figura 4, identificando o 'T' unificado, ou no 'E' em partes, temos a ideia das partes e vemos o todo.

Figura 4 – Percepção de Unidade Gestalt

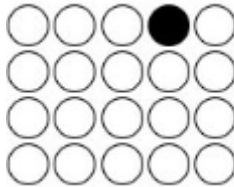


Fonte: Design Cultura, 2013.

2) Segregação: a separação, a percepção ou identificação das unidades de um todo. Alguns aspectos, destacam ou evidenciam mais essa capacidade perceptiva, como exemplo, indicamos o maior ou menor contraste de cores, o maior contraste de cores, esse simples aspecto, propicia à nossa leitura visual, uma maior intensidade na

segregação de um todo nas suas partes, como exemplificamos da Figura 5.

Figura 5 - Segregação Gestalt



Fonte: Ageometriasagrada⁴, 2016.

3) **Unificação:** se relaciona a coesão visual de um objeto, trazendo ou não um maior equilíbrio e harmonia da sua forma em si. Essa capacidade perceptiva, se manifesta em maior ou menor intensidade, a proximidade, a semelhança, o fechamento e uma boa continuidade, permitem uma melhor coesão do todo numa forma. Ex: O Símbolo de Yin Yang da Figura 6.

Figura 6 - Símbolo Yin Yang



Fonte: Freepik⁵, 2017.

4) **Fechamento:** é a capacidade perceptiva que mostra uma continuidade na estrutura, agrupando elementos na constituição de uma figura mais completa. Nossa percepção, se dirige de maneira natural para as linhas fechadas, mesmo que colocados objetos que aparentam se completar. Como exemplo, a Figura 7 de um retângulo tracejado.

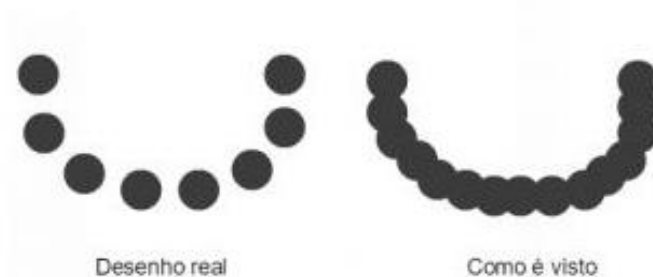
⁴ Disponível em: <<http://ageometriasagrada.blogspot.com.br/2016/02/gestalt-psicologia-da-gestalt.html>>. Acesso: 08, mai. 2017

⁵ Disponível em: <https://br.freepik.com/icones-gratis/yin-yang-simbolo_705809.htm>. Acesso: 08, mai. 2017.

Figura 7 - Retângulo fechamento Gestalt

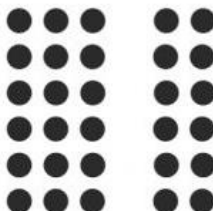
Fonte: a autora.

5) Continuidade: refere-se a organização de nossa percepção na visão de como as partes apresentam seqüências que fluem, onde os elementos acompanham no sentido de uma direção para a melhor forma possível de um objeto. No exemplo da Figura 8, a visualização do desenho real e de como é visto.

Figura 8 - Imagem continuidade Gestalt

Fonte: Significados Gestal⁶, 2017.

6) Proximidade: a capacidade perceptiva que constitui a tendência de agrupar num todo os objetos com elementos ópticos próximos uns dos outros, compondo uma unidade na forma. Exemplificamos essa lei na Figura 9.

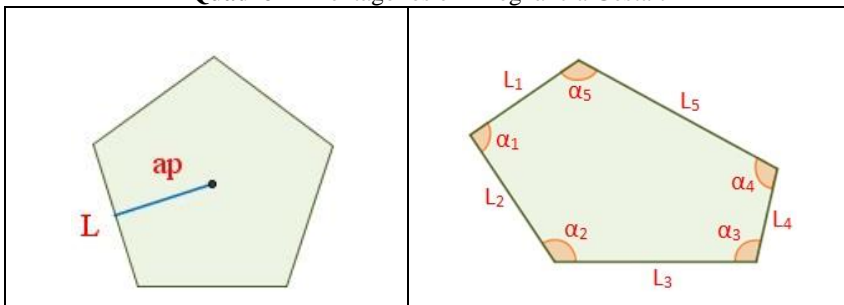
Figura 9 - Elementos próximos Gestalt

Fonte: Significados Gestalt⁷, 2017.

⁶ Disponível em: <<https://www.significados.com.br/gestalt/>>. Acesso: 08, de mai. 2017.

7) **Pregnância da Forma:** é a lei básica da percepção visual que indica a tendência de dirigirmos espontaneamente a nossa leitura visual ao campo de estruturas mais simples, com o mínimo de complicações visuais possíveis, levando nosso olhar para estruturas mais unificada, clara, equilibrada, homogênea e regular. Exemplificamos os diferentes pentágonos no Quadro 2 e conseguiremos observar que o pentágono regular e sem a denotação de muitos elementos dirige a nossa percepção, nosso primeiro olhar.

Quadro 2 - Pentágonos em Pregnância Gestalt



Fonte: Universo das Fórmulas⁸, 2017.

Nossa percepção, ocorre por variações de contrastes, que podem ocorrer por diferenças de estímulo visual por diferentes unidades da forma, sejam elas: ponto, linha, plano, volume, configuração real ou esquemática (GOMES FILHO, 2009, p. 36). O ato de perceber é dado em função da presença de um objeto, objetos ausentes, não podem ser percebidos, apenas evocados (PENNA, 2000, p. 42). Para evocar objetos ausentes requeremos uma apreensão diferenciada, que vão além de processos perceptivos, por parte dos sujeitos envolvidos na visualização, daí provém as dificuldades maiores dos estudantes, quando esses processos são envolvidos, pois, requerem processos operatórios que modificam a figura inicial.

Para complementar as sete leis da Gestalt de forma para melhorar a análise da leitura visual, subdividiram-se em outras categorias, designadas como conceituais fundamentais. Na descrição de Gomes Filho (2009), as categorias conceituais fundamentais são:

⁷ Disponível em: <https://www.significados.com.br/gestalt/>. Acesso: 08, de maio, 2017.

⁸ Disponível em: <
www.universoformulas.com/matematicas/geometria/poligono-irregular/>.
 Acesso: em 08, de mai. 2017.

a) **Harmonia:** define uma perfeição na articulação visual, seja de ordem ou de regularidade, transmitindo uma integração e uma disposição organizada das formas. Ao contrário, temos a desarmonia, de desordem ou de irregularidade.

b) **Equilíbrio:** se relaciona as forças, sejam de peso ou de direção, de simetria ou de assimetria, que trazem uma compensação visual pelo aspecto de puxarem em sentidos opostos. Ao contrário, temos o desequilíbrio.

c) **Contraste:** é a técnica mais importante no aspecto da percepção visual, pode intensificar significados e simplificar a comunicação. Pode ser de luz e tom, de cor, vertical, horizontal, movimento, dinamismo, ritmo, passividade, proporção, escala, agudeza.

Todas as leis e categorias da Gestalt, permitem gerar uma observação sobre as figuras geométricas a serem inseridas nos problemas, estas podem conter ou não, elementos facilitadores da leitura visual e assim convergem a uma facilitação da desconstrução geométrica de dimensões. Perceber "como as figuras organizam-se e são percebidas pelo sujeito; tipos de formas, dimensões das figuras e passagens entre dimensões; identificação e designação de elementos nas figuras" definem os olhares em geometria (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 18).

Ainda podemos destacar alguns processos visuais ligados a matemática que podem mexer com a visibilidade de uma operação num problema: a percepção de plano, percepção de profundidade, percepções ambíguas, percepções não interpretáveis (DUVAL, 2012c, p. 293). Dentro de cada aspecto perceptivo elencado, ainda podem haver outros elementos que inibem ou aceleram, conforme já tratado na Gestalt.

Com o olhar da discussão que trouxemos, sobre o aspecto perceptivo que está envolvido nas formas, convergimos para observar a forte tendência dos processos visuais intrínsecos as figuras geométricas, constituindo um elemento indispensável a aplicação de outras apreensões e concomitantemente ao “desmanche” de dimensões.

Seguimos nosso aprofundamento, abordamos os aspectos das apreensões em geometria, que revelam as possíveis ações cognitivas dos estudantes em problemas que envolvem figuras geométricas.

3.1.2. As apreensões em geometria

A *apreensão* é um palavra do uso de nossa língua que possui etimologia do latim "apprehensio", que significa compreensão, captação (JAPIASSU; MARCONDES, 2000, p. 14). O termo foi introduzido no

séc. XIV, pela Escolástica, para designar o ato com que se apreende ou se toma como objeto um termo qualquer (conceito, proposição ou qualidade sensível) (ABBAGNANO, 2007, p. 75).

Para obter apreensão de objetos matemáticos, que são objetos ideais, é preciso desenvolvermos habilidades próprias, já pontuadas anteriormente. No entanto, no caso dos objetos da geometria, em que podemos ter representações e construções numa linguagem figural, para representar os objetos em si, existem especificidades, como a necessidade de descer a dimensões inferiores as dadas. A mudança dimensional de figuras geométricas dadas em problemas requer em apreensões características dos objetos geométricos.

Existem quatro tipos de apreensões de uma figura geométrica: a **apreensão perceptiva**, que permite identificar de imediato uma forma ou um objeto bidimensional ou tridimensional, a **apreensão discursiva**, que acontece quando um enunciado ou explicação acompanha um desenho, a **apreensão sequencial** refere-se a construções de figuras, que depende de suas propriedades e das restrições técnicas dos instrumentos utilizados, a **apreensão operatória**, que se relaciona às modificações ou transformações possíveis de uma figura inicial (DUVAL, 1994, p. 123). “A resolução de problemas de geometria e a utilização do tipo de raciocínio que essa resolução exige dependem da distinção das formas de apreensão da figura” (ALMOULOU et.al, 2004, p. 99).

A apreensão perceptiva, também intitulada, apreensão gestáltica (DUVAL, 1995, p. 181-182) se revela no aspecto visual, dessa forma, não exige conhecimento matemático mas, pode comandar outras apreensões, como a operatória, que "diz respeito às possíveis modificações que uma figura pode permitir e as reorganizações perceptivas que estas mudanças operam" (MORETTI, 2013, p. 292).

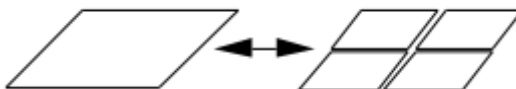
A forma de pensar as possíveis modificações, ocorrem já de primeiro momento, sob a forma de ver a figura. É por meio da apreensão perceptiva, que podemos conseguir ideias para resolver um problema, por exemplo, ao prevermos caminhos de subdivisões, criação de linhas auxiliares, rotações, dentre outros procedimentos, permitimos que a figura possa exercer o seu papel heurístico (DUVAL, 1998, p. 147).

As modificações e reorganizações possíveis numa figura geométrica, caracterizam a apreensão chamada de **apreensão operatória**. São modificações que podem se realizar graficamente ou ainda mentalmente. Os diferentes caminhos a serem utilizados pelo processo operatório podem ser: de modificações mereológicas, óticas e/ou posicionais.

As modificações de repartições de uma figura em subfiguras, ou acréscimo de outras é chamada de modificação mereológica, é um exemplo a reconfiguração figural (DUVAL, 1998, p. 148). A decomposição mereológica de figuras pode ser de tres tipos (DUVAL, 2005b, p. 21-22).

a) Estritamente homogênea: quando a figura é decomposta em unidades da mesma forma da figura inicial, como na Figura 10.

Figura 10 - Decomposição estritamente homogênea



Fonte: Duval (2005b, p. 21-22).

b) Homogênea: a decomposição é em figuras diferentes da inicial, mas todas as partes tem a mesma forma, como exemplificamos na Figura 11.

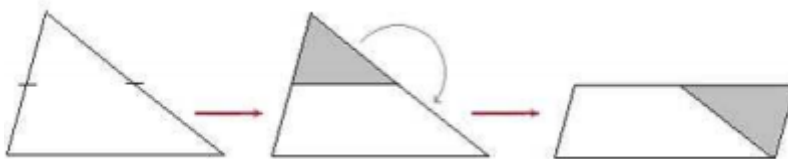
Figura 11 - Decomposição homogênea



Fonte: Duval (2005b, p. 21-22).

c) Heterogênea: a decomposição é feita em unidades diferentes umas das outras, como na Figura 12.

Figura 12 - Decomposição heterogênea



Fonte: Duval (2005b, p. 21-22).

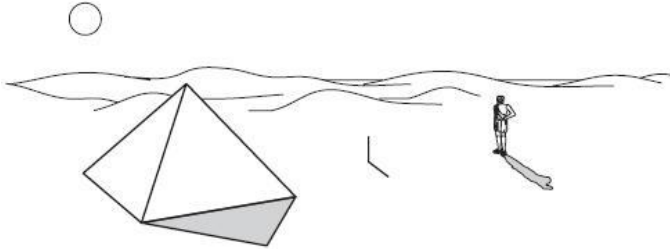
A divisão mereológica é utilizada como heurística em um procedimento de resolução de problema em geometria, na sua ação temos uma reconfiguração onde a partir dela aparecem novas formas, na mesma dimensão da figura inicial, que eram irreconhecíveis na figura de partida (DUVAL, 2005b, p. 24).

Veja no problema (USP⁹, 2015) :

⁹ Disponível em: <<http://www.cienciamao.usp.br>>. Acesso em 04 mar., 2016.

Uma pessoa se coloca ao lado de uma pirâmide e sua respectiva sombra, no mesmo momento a sua sombra é projetada ao solo, conforme Figura 13 abaixo. Sabe-se que a altura da pessoa é de 1,70m e sua respectiva sombra é de 0,60 m. Qual a altura dessa pirâmide, se a sua sombra projetada ao solo possui 5m?

Figura 13 - Pirâmide com projeções de sombra



Fonte: USP¹⁰, 2015.

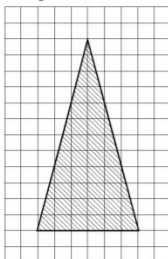
Na leitura da Figura 13, podemos adicionar linhas a construção para perceber as relações entre os segmentos, construindo os respectivos triângulos. Nesse sentido, estará envolvida para além da percepção da forma, uma apreensão operatória mereológica heterogênea, de forma a compreender os objetos ausentes.

A modificação ótica, ocorre ao deformarmos, ampliarmos ou reduzirmos as figuras em outras, que são as suas imagens (DUVAL, 1998, p. 148). Por exemplo no problema a seguir (Prova Brasil¹¹-SAEB-5º ano):

A Figura 14 mostra o projeto original da árvore de natal da cidade em que Roberto mora. Como consideram a árvore muito grande, fizeram um novo projeto, de modo que suas dimensões se tornaram 2 vezes menores que a do projeto original.

¹⁰ Disponível em: <<http://www.cienciamao.usp.br>>. Acesso em 04 mar., 2016

¹¹ Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/4_matematica.pdf> Acesso: 04 mar. 2016.

Figura 14 - Triângulo em malha quadriculada

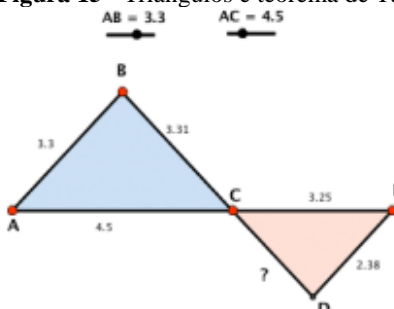
Fonte: SAEB¹², 2016.

Para o novo projeto, as dimensões foram

(A) multiplicadas por 2 (B) divididas por 2 (C) subtraídas em 2 (D) divididas por 4

No problema, é possível, que o estudante realize uma redução da Figura 14, como estratégia de resolução, desenvolvendo assim, um processo operatório de modificação ótica sobre a figura geométrica dada.

As modificações posicionais, se referem a mudança de posição, geralmente em relação ao plano paralelo, são exemplos: a rotação e a translação (DUVAL, 1998, p. 148). Por exemplo, no problema a seguir. Usando Teorema de Tales na Figura 15, encontre a medida CD.

Figura 15 - Triângulos e teorema de Tales

Fonte: Intef¹³, 2016.

Para resolver o problema da Figura 15, é possível que o estudante realize a rotação do triângulo menor sobre o maior, como na Figura 16,

¹² Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/4_matematica.pdf >. Acesso: 04 mar. 2016

¹³ Disponível em:

<http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Una_configuraci%C3%B3n_para_el_teorema_de_Tales>. Acesso: 04 març. 2016.

para visualizar melhor as equivalências do Teorema de Tales, solicitado para resolução.

Figura 16 - Rotação do triângulo inicial



Fonte: Intef¹⁴, 2016.

Se o estudante realizar o processo de modificação na Figura 16 por rotação, além da apreensão visual, estará operando uma apreensão operatória por modificação posicional.

A apreensão operatória de uma figura geométrica refere-se a uma estrutura triádica (PIERCE, 2000), dessa forma, existe uma dependência de quem significa. Consequentemente, uma mesma figura pode não representar unicamente um objeto matemático em questão levando a interpretações diferenciadas do interpretante. A apreensão perceptiva, pode encaminhar pistas figurais que trazem elementos para compor o significante do referido objeto matemático (DUVAL, 1998, p. 153).

O aspecto perceptivo torna-se um elemento chave na resolução de problemas que apresentam figuras geométricas, já que elas possuem uma organização interna de elementos e limitações, que os desenhos de objetos físicos não possuem.

A apreensão gestáltica, "permite discriminar características qualitativas: formas retilínea, arredondadas, etc.: posição espacial e tamanho das figuras; diferenças nos tamanhos das áreas das figuras; figuras com uma característica em comum, mas que possuem outras características que as diferenciam" (MORETTI; BRANDT; SOUZA, 2016, p. 10).

As figuras podem possuir uma função heurística já que são usadas para ajudar a resolver problemas, trazer ideias e caminhos para provar determinadas proposições matemáticas (DUVAL, 1998, p. 142). Mas, existem diferenças ao percebermos o estímulo visual, quando é dado, no contexto de um problema, uma figura geométrica. Nem

¹⁴ Disponível em:

<http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Una_configuraci%C3%B3n_para_el_teorema_de_Tales>. Acesso: 04 març. 2016.

sempre, uma figura geométrica, contida num problema, é utilizada pelos estudantes como um caminho facilitador do raciocínio matemático em questão (DUVAL, 1998, p. 143). O fato pode ocorrer mais especificamente em geometria, pois em problemas de geometria temos conexões entre mais de um tipo de apreensão e cada uma delas possui o seu custo cognitivo.

Também, as necessidades de modificações nas figuras, que não alteram o processo operatório, podem trazer diferenças significativas quanto ao seu tratamento, permitindo ver elementos, que a figura inicial mostrava certa dificuldade para evidenciar. Inclusive, diferenciar ou não a linha de fundo em objetos em terceira dimensão, na figura geométrica dada, ou ainda reconfigurações figurais, utilizadas fora do contorno da figura inicial, são exemplos de fatores que geralmente, desencadeiam maiores dificuldades na utilização heurística da figura geométrica no problema (DUVAL, 1998, p. 148).

As outras duas apreensões são: a **apreensão discursiva** que se relaciona aos enunciados que descrevem a figura e a **apreensão sequencial** que se faz necessária nas construções geométricas, observando suas técnicas.

As formas de apreensão são necessárias e requeridas na resolução de problemas que contenham figuras e ainda, a consciência da oposição entre as primeiras formas de apreensão das figuras mostram-se relevantes ao ensino de geometria (DUVAL, 2012b, p. 120). Na minimização das dificuldades que os estudantes enfrentam na compreensão dos conceitos de geometria, é imprescindível integrar no processo de ensino e de aprendizagem as apreensões perceptiva, discursiva, operatória e sequencial (ALMOULOU et.al, 2004, p. 99).

A forma perceptiva, se destaca em relação a discursiva, pois existe um tendência de olhar para o aspecto visual do problema proposto (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 605). Essa tendência perceptiva gestáltica, que envolvem figuras geométricas, perpassam pelas dificuldades encontradas nos estudantes para observarem aspectos que relacionam a figura ao problema a ser desenvolvido e podem também comandar ou não a possibilidade da desconstrução geométrica. Isso ocorre pois, a figura desenhada num problema de matemática, é objeto de três apreensões, a perceptiva das formas, que é a mais imediata, a discursiva dos elementos figurais e do texto envolvido no problema que indicam instruções e a operatória, que envolve os aspectos heurísticos do pensamento para resolver o problema em si (DUVAL, 2012b, p. 136). As simples diferenciações na forma de perguntar uma informação, a ser vista numa figura geométrica em um problema, pode influenciar a

variação das performances dos estudantes na resolução do mesmo (DUVAL, 1998, p. 145).

Toda a forma de pensar que emerge de uma figura inicial, tem grande relação de dependência com a congruência, para alguma dessas modificações da apreensão operatória, além de outros fatores relacionados a percepção visual do estudante (DUVAL, 2012b, p. 125-126). Na resolução de atividades em geometria existem dois problemas de congruência que podem ocorrer, a primeira entre figura e enunciado e a outra entre, figura e tratamento. Contudo, considera-se que as propriedades pertinentes quanto a utilização heurística da figura geométrica dada, cada vez mais estão no enunciado dos problemas, e aí temos a apreensão perceptiva subordinada e se estabelecendo como parte da apreensão discursiva (DUVAL, 2012b, p. 133).

Duval (2012b, p. 135) pontua três níveis cognitivos de problemas em Geometria. Os problemas que considerou como nível um, indicam haver congruência entre a apreensão operatória da figura e seu possível tratamento matemático. A prática dos problemas do primeiro nível, unidos a uma consciência da oposição existente entre a apreensão perceptiva e discursiva, contribui na evolução aos problemas dos níveis mais avançados, dois e três, que focam na justificação teórica e/ou demonstrações (DUVAL, 2012b, p. 136).

Outro ponto destacado nas atividades que envolvem figuras geométricas é a dificuldade de olhar e reduzir as informações que constam para dimensões inferiores a que é dada (MORETTI e BRANDT, 2015, p. 602). As mudanças dimensionais, de terceira dimensão (3D), que são as figuras espaciais, para a segunda dimensão (2D) que são as figuras planas, de 2D para a primeira dimensão (1D), que são as figuras lineares, e de 1D para dimensão zero (0D) que são as figuras adimensionais, exemplificadas pelo conceito de ponto, são essenciais na maioria das atividades de geometria, que contemplam figuras geométricas. A simples percepção de um ponto médio, localizado numa figura em 2D, não se faz por uma observação natural, já que existe uma passagem para 1D, ao observar o lado ao qual esse ponto pertence e em 0D, considerando que o ponto referido é adimensional.

Ao buscarmos, na ação didática, trazer a intencionalidade a desconstrução dimensional das formas, necessária aos problemas de geometria, que envolvam figuras, precisamos considerar, os aspectos das apreensões como forma heurística de pensar as mudanças dimensionais. A seguir, abordamos outras relações que unem aspectos do ato de conhecer e compreender o objeto matemático com as

diferentes funções da Língua, sejam no que tange o discurso ou o que o transcende.

3.1.3. Funções metadiscursivas e discursivas no uso de uma língua

Na resolução dos problemas que envolvem figuras geométricas uma conversão entre registros de representação se mostra intrínseca, é a do texto, que procura comunicar o problema e a relação do mesmo com uma figura apresentada. No desenvolvimento do procedimento de resolução de um problema os estudantes, em geral, também fazem uso da Língua com fins de substituir ou acumular informações e conhecimentos específicos que o levarão a uma solução com valor lógico, epistêmico ou social (DUVAL, 2004, p. 105).

As funções do uso de uma Língua, como um sistema semiótico, se dividem em duas: as metadiscursivas e as discursivas (DUVAL, 1995, p. 89-91).

As metadiscursivas, envolvem os aspectos da comunicação, tratamento e objetivação. A comunicação, necessária à qualquer sistema semiótico que procure representar algo à alguém. O tratamento e a objetivação, se relacionam aos registros, ambos com objetivo de designação, o primeiro que possibilita o tratamento no interior do mesmo e o segundo que possibilita dar consciência a algo anterior que não se tinha pela própria língua, desenho, etc. (DUVAL, 2004, p. 87-88).

Para que uma Língua seja considerada como um sistema semiótico também deve permitir as funções discursivas que se subdividem em: Referencial, Apofântica, Reflexividade e de Expansão Discursiva. A referencial se relaciona a possibilidade dessa Língua designar objetos, ocorre nos modos de designação pura, categorização simples, determinação ou por descrição, sendo a última responsável por nominar objetos pelo cruzamento de informações simples, isso ocorre por não termos um nome diferente para cada objeto (DUVAL, 2004, p. 94-95).

A função discursiva apofântica, ocorre quando por meio de proposições pode dizer algo sobre o objeto, sendo ela que nos permite argumentar a validade de uma solução, já que opera nas formas de predicação e/ou elocução (DUVAL, 2004, p. 106-107). Essa função relaciona o que se quer dizer ao engajamento do locutor e emite valores lógicos e/ou sociais aos argumentos, revelando uma natureza cognitiva

entre os interlocutores, um exemplo o aluno falando ao professor sobre a solução de um problema. O ato da elocução revela conceitualizações, incompreensões e fragilidades conceituais.

A função reflexividade está relacionada ao marcar o valor ou modo de uma expressão, essa função tem fins científicos onde o valor lógico sobressai em relação ao demais. Já a Expansão Discursiva, diz respeito ao estabelecimento de uma conexão coerente entre as proposições, permitindo estender significados implícitos tornando-o explícito, ocorrendo por substituição ou acumulação de informações ou traços. A substituição, traz ao texto novas inferências sobre as proposições feitas e a acumulação, narra, descreve e explica, enriquecendo o discurso e fazendo-o progredir com a união de frases (DUVAL, 1995, p. 123).

As operações de expansões discursivas ainda se subdividem em funções de acordo com a aspecto da língua utilizada: lexical, formal, natural e cognitiva. A função natural, ocorre pelo emprego comum da linguagem, já o formal, é embasada exclusivamente na aplicação de regras de substituição de símbolos que representam variáveis ou proposições de um conhecimento específico. A função de expansão discursiva lexical ocorre na identificação sonora ou gráfica de um mesmo significante em contextos diferentes e a função de expansão discursiva cognitiva, se remete ao emprego especializado da linguagem natural com vocabulário limitado a um conhecimento, como exemplo as explicações técnicas, demonstrações, ... (DUVAL, 1995, p. 125-132).

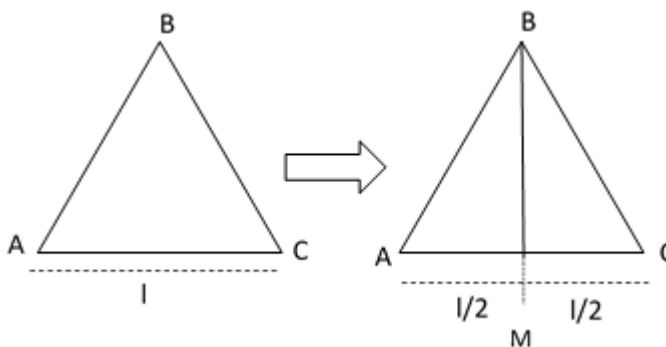
Em particular, a função de referência e a de expansão discursiva, no uso da Língua, tomam lugar de destaque no tema em discussão, visto que estão diretamente ligadas as resoluções de problemas geométricos que contenham figuras. Da primeira função destacada, vem a necessidade da designação, identificando o que é referenciado no texto do problema e relacionando com a localização na figura dada. Já a segunda, a função de expansão discursiva, estende e une proposições entre texto e imagem, para em seguida, ocorrer a passagem da figura ao texto, ao solucionar o problema geométrico em questão. Das quatro funções discursivas, a expansão é a mais importante, pela razão de que é ela que permite articular os enunciados dando coerência a um relato, a uma descrição, a explicação de um raciocínio (DUVAL, 2004, p. 94).

Os tipos de expansão discursiva se relacionam e interagem tanto no texto do problema, no procedimento de resolução e na solução apresentada pelos estudantes, de acordo com a proposta do problema e as escolhas dos caminhos heurísticos a seguir.

A função discursiva de Referencial é chamada em problemas geométricos que envolvem mudança de dimensão, para que um objeto seja descrito e assim designado, possibilitando, desse modo, que um nome seja atribuído e/ou reconhecido na composição de categorizações simples. Na operação referencial, temos a identificação dos objetos, seja por um gesto, um signo, uma associação ou por uma combinação deles (DUVAL, 2004, p. 94).

Por exemplo, ao calcular a área de um triângulo equilátero em que, na figura, apenas os lados são dados, o estudante precisa perceber a mudança dimensional de 2D do triângulo, para 1D do segmento de reta, acumulando as informações, e depois desta para 0D, ao designar o ponto médio. As desconstruções são necessárias para a construção da altura desse triângulo. Na Figura 17, tentamos reproduzir a passagem das funções da Língua envolvidas no tratamento figural, onde a objetivação se une às mudanças dimensionais, e as designações a serem realizadas, de forma escrita ou mental.

Figura 17 - Designações num problema de área de um triângulo equilátero



Fonte: a autora.

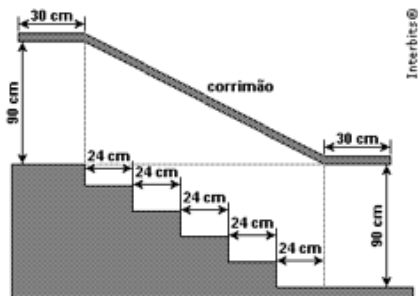
A expansão, como função discursiva do uso da Língua, precisa se fazer presente em situações problemas que envolvem a passagem da figura ao texto. Essa função da Língua estabelece coerência e ligações entre as proposições dadas no problema às relacionadas na figura e

depois o retorno ao texto final, com a solução. Observemos no exemplo do ENEM¹⁵ (2006), os procedimentos de resolução esperado.

(ENEM¹⁶- 2006) - Na Figura 18, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a?

- a) 1,8m b) 1,9m c) 2,0m d) 2,1m e) 2,2m

Figura 18 - Descrição da Escada



Fonte: ENEM¹⁷, 2006.

Resolução esperada:

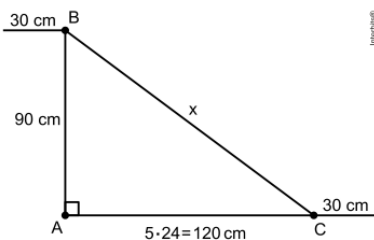
¹⁵ Disponível em: < <http://soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos/exercicios-triangulo-retangulo> >. Acesso: 22 fev. 2016).

¹⁶ Disponível em: < <http://soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos/exercicios-triangulo-retangulo> >. Acesso: 22 fev. 2016).

¹⁷ Disponível em: < <http://soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos/exercicios-triangulo-retangulo> >. Acesso: 22 fev. 2016).

Figura 19 - Resolução problema do ENEM18 2006

Considere a figura, em que $\overline{BC} = x$.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC, obtemos

$$x^2 = 90^2 + 120^2 \Rightarrow x = \sqrt{22500} = 150\text{cm} = 1,5\text{ m}.$$

Portanto, o comprimento total do corrimão é $1,5 + 2 \cdot 0,3 = 2,1\text{ m}$.

Fonte: ENEM¹⁹, 2006.

Destacamos alguns elementos que constam na Figura 18, à discussão das especificidades das funções da Língua nas relações com as mudanças de dimensão da forma dada. O problema traz a função referencial, com as designações e a função de expansões discursivas, com acumulações de informações, que precisam se relacionar para que o estudante desenvolva uma heurística de resolução. No caso, seria necessário: converter fazendo interagir o texto com a figura, que requer elementos da apreensão perceptiva, para designar na imagem da escada dada, a composição de um triângulo. A designação dos lados da Figura 19 desconstrói a imagem plana, mudando da dimensão 2D à 1D. A conexão das proposições dos elementos de medidas, dados separadamente, modificando a imagem inicial à um triângulo retângulo, trazem uma apreensão operatória mereológica heterogênea. Além disso, é preciso relacionar a Figura 19 ao teorema de Pitágoras, designando as medidas relevantes à situação proposta, posteriormente a conversão para uma linguagem algébrica, tratando-a para compor a resolução e retornando a linguagem discursiva. Ao integrar as informações, expandindo-a para encontrar o comprimento do corrimão relacionando-o ao lado do triângulo retângulo construído, o estudante acessa a resolução do problema.

¹⁸ Disponível em: <soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos>. Acesso: 22 fev. 2016).

¹⁹ Disponível em: <soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos>. Acesso: 22 fev. 2016).

Observemos, que a passagem texto e da Figura 18 para uma linguagem algébrica, evidencia-se o filtro da linguagem formal para que a transformação no sistema de equação pudesse ocorrer. Esse filtro não pode deixar de ser considerado na aprendizagem matemática, já que ao considerar diferenças entre as duas linguagens (natural e formal) observa-se as passagens assimétricas entre elas (MORETTI; BRANDT; SOUZA, 2016, p. 5). Nesse momento, ao aproximar as linguagens dos dois mundos, as trocas intersemióticas ocorrem nas periferias dos registros de representação semióticos utilizados.

Ao trabalharmos com problemas que envolvem textos e figuras geométricas, as funções da Língua se fazem necessariamente presentes e perpassam por elas também os tratamentos e conversões entre os registros semióticos que constroem os objetos matemáticos em nossas mentes. O pensar nas conexões entre as linguagens ao propor um problema, que envolve uma figura geométrica, não é simplesmente uma questão de adorno nas atividades didáticas, elas realmente influenciam a heurística da sua resolução.

Percebemos na análise semiótica e cognitiva de um problema que contenha figuras geométricas, que os aspectos de mudanças dimensionais das formas são intrínsecos à sua resolução e ligados com as apreensões e as funções da língua. No próximo capítulo, desenvolveremos discussões importantes relacionadas a operação de desconstrução dimensional das formas.

3.2. O VER E O VISUALIZAR NA GEOMETRIA

Muitas vezes, nos deparamos com a estagnação de estudantes diante de problemas que envolvem figuras, se colocando numa posição de não ver a proposição da atividade e a relação com os elementos na imagem dada. Nesse ponto, não é apenas o aspecto perceptivo de uma boa forma que trará “o ver” necessário a aprendizagem matemática, processos semiocognitivos relacionados aos visuais interagem para permitir a visualização.

Unidos aos aspectos perceptivos e as opções por procedimentos operatórios a se desenvolver num problema que contenha uma figura geométrica, estão geralmente imbricados as mudanças dimensionais. São gestos que possibilitam a resolução de determinadas situações propostas onde a redução para dimensões inferiores são necessárias, de forma a localizar faces, lados e pontos, são necessárias à heurística da resolução.

Para nossas discussões e análises teóricas trazemos os aspectos da visualização na matemática, especialmente na geometria, como um processo que se encontra com os nossos objetivos de investigação, procurando a compreensão de seu status ligado à desconstrução dimensional das formas.

3.2.1. A maneira matemática de ver: a visualização

Como visualizamos os conceitos matemáticos em problemas de geometria que envolvem figuras?

O termo visualização nos remete a diferentes significações, nos mais variados campos, em acordo, Costa (2000, p. 169) indica que "tem diferentes conotações, as vezes está restrito à mente do aluno, outras restrito a algum meio e ainda outras a visualização é definida como um processo para viajar entre estes dois domínios."

Para Dondis (2007, p. 8) "visualizar é ser capaz de formar imagens mentais." Nós possuímos um sistema próprio de leitura visual que compõe o nosso espaço cotidiano. "A idéia geral de um pássaro com características comuns avança até o pássaro específico através de fatores de identificação cada vez mais detalhados. Toda essa informação visual é facilmente obtida através dos diversos níveis da experiência direta do ato de ver" (DONDIS, 2007, p. 52).

A visualização na matemática, representa um tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, podendo estes serem mentais ou físicos (GUTIÉRREZ, 1996, p. 9). Atualmente, ao nos depararmos com pesquisas, livros didáticos e a popularização dos computadores e das ferramentas multimídias, o campo da visualização matemática avança, atingindo também outras partes, como o Cálculo e a Álgebra (GUTIÉRREZ, 1996, p. 4).

A exemplo do olhar inicial do pássaro, o ato de ver na especificidade do olhar consciente e matemático à composição do visualizar figuras em problemas de geometria, precisa ser construído.

As figuras geométricas se distingue de todas as outras representações visuais pelo fato que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras. As unidades figurais que reconhecemos pode ser os cubos, as pirâmides, as esferas (3D), ou os polígonos, os círculos (2D), ou

as retas , as curvas (1D) , ou, ainda, os pontos (1D) (DUVAL, 2011, p. 86).

Ao visualizarmos uma forma, apreendemos ela através da sua organização e pelas características de seus contornos, contudo, na leitura natural, realizada pela nossa percepção inicial, não denotamos as suas propriedades, por não ser intrínseca a mesma, dessa maneira, temos imagens mentais iniciais relacionada ao nível de conhecimento que possuímos. A boa notícia é que os olhares para além de uma identificação da forma dada, tal como um modelo, à um nível perceptivo desejado, podem ser desenvolvidos.

Podemos considerar que a Geometria, é o campo onde a visualização matemática teve a sua origem e é reconhecidamente dada como necessária para o ensino e aprendizagem da mesma. "A visualização é geralmente considerada útil, para apoiar a intuição e a formação de conceitos na aprendizagem da matemática" (COSTA, 2000, p. 176).

De todas as áreas de conhecimento em que os alunos devem entrar, geometria é a que requer a mais completa atividade cognitiva, já que solicite o gesto, a linguagem e o olhar. Lá, devemos construir, raciocinar e ver, inseparavelmente (DUVAL, 2005b, p. 6).

O pensar geométrico desenvolve-se, inicialmente, pela percepção, assim, as crianças conhecem o espaço remetendo-se à algo que existe ao redor delas. Essa percepção inicial é uma visão natural onde se inicia um criar e compreender a mensagens visuais. Os elementos e unidades da Gestalt, influenciam a primeira forma de ver. No entanto, a evolução do ver só é alcançada por meio do estudo (DONDIS, 2007, p. 9).

As dificuldades dos estudantes em resolver problemas de geometria ocorrem por serem incapazes, muitas vezes de unir o duplo estatuto necessário para raciocinar e argumentar em matemática, considerando a parte teórica (definições, teoremas, ...) unida aos processos operatórios (desconstruir e reconstruir formas, por exemplo) que coordenarão a visualização em matemática. A forma do proceder matemático se remete ao que chamamos de um gesto intelectual e está fortemente ligada a mobilização entre registros de representação semiótica caracterizando a maneira de pensar na área e que revela a face oculta de sua aprendizagem, sem a qual seria impossível compreender matemática (DUVAL, 2016).

Ao resolver problemas que envolvem figuras geométricas e necessariamente explicações ou enunciados discursivos, é necessário

que os estudantes visualizem muitos elementos, usando funções da Língua, para que possam desencadear processos de apreensão operatória sobre as mesmas, de acordo com a necessidade da situação proposta. Já na primeira fase da visualização aparece, em geral a necessidade de operar cognitivamente sobre a figura geométrica dada.

Existe, portanto, um salto cognitivo considerável entre a maneira de ver normal e a maneira matemática de ver. Na maneira normal de ver, não levamos jamais em conta a dimensão das unidades figurais que reconhecemos e não temos preocupação de fazer variar essa dimensão para reconhecer outras unidades figurais que não vemos, mas que vão se tornar mais importantes que aquelas que vemos (DUVAL, 2011, p. 88).

As ações didáticas na escola regular sobre problemas com figuras geométricas, desenvolvem os aspectos da visualização, abarcam muitos elementos a serem considerados, dentre eles as operações de mudanças de dimensão. As sequencias didáticas construídas e exploradas a partir dos gestos intelectuais e não da introdução de um conceito (quadriláteros, por exemplo, como tratado no ensino fundamental), vão fazendo com os estudantes construam maior consciência sobre esses gestos e assim permitem fazer matemática (DUVAL, 2016). Claro que exige um longo trabalho curricular, já que a maneira de ver uma figura espontaneamente e rapidamente, muitas vezes, vai contra o reconhecimento perceptual das formas (DUVAL, 2011, p. 88).

Como exemplo do aspecto da mudança de dimensão, trazemos na Figura 20, uma situação didática sobre a vista superior de uma pirâmide. Se não houvesse legenda na Figura 20, como em geral nas atividades propostas aos estudantes, não há, poderíamos identificar, dependendo da abstração da visualização, quatro triângulos, ou ainda, um retângulo com suas diagonais ou a vista superior de um octaedro. O simples exemplo, colocado na Figura 20, demonstra que a representação, que releva a semiose presente e a visualização, que confere o ato do ver matemático, estão no núcleo da compreensão dos conceitos em atividades de geometria e o papel de ambas são fundamentais no pensar e aprender a matemática (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 68).

Figura 20 - Vista superior de uma pirâmide

Fonte: a autora.

Assim,

Visualizar não é o mesmo que ver. [...] visualizar é desenvolver uma habilidade para criar imagens mentais daquilo que o indivíduo manipula. Nisto estimula a sua mente para diferentes representações do conceito e, se necessário, utiliza papel e lápis, o visor da calculadora ou a tela do computador, para explorar, analisar e compreender a ideia Matemática em questão (MACHADO, 2008, p. 10).

Os aspectos visuais de uma figura geométrica, não estão no problema por acaso, eles se incorporam ao mesmo, trazem significação e fazem pensar sobre as proposições do texto. A habilidade de visualização permitiu que o estudante utilize as propriedades conceituais e/ou de traçados não explícitos na figura geométrica inicial para resolvê-lo.

Para GUTIÉRREZ (1996, p. 9), a visualização que se relaciona a matemática, é composta de quatro principais elementos: imagens mentais, as representações externas, os processos de visualização e as habilidades de visualização. A subdivisão anteriormente descrita, também nos indica, a composição de elementos que se fazem necessários ao núcleo do entendimento dos problemas matemáticos que envolvem figuras geométricas e justifica também as dificuldades que os estudantes enfrentam nas situações que envolvem a visualização. Que processos de visualização são importantes? Quais habilidades podemos desenvolver na escola regular?

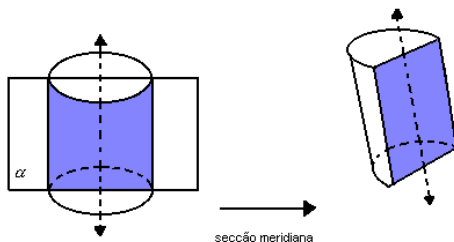
No que se relaciona as dificuldades voltadas na relação da visualização com a desconstrução dimensional, Gutiérrez (1996, p. 11), pontua as dificuldades dos estudantes em deslocar-se de figuras geométricas que estão na terceira dimensão, para formas usuais da segunda dimensão e vice-versa. Ryu, Chong e Song (2007, p. 137), que procurou analisar a capacidade de visualização espacial de alunos, do ensino fundamental utilizando tarefas que exigiam que distinguíssem componentes relevantes de um objeto tridimensional nas suas

representações bidimensionais, por meio da manipulação mental ou rotação, pontuou também a dificuldade de alguns dos estudantes, em imaginar essa passagem da terceira dimensão do objeto para a segunda dimensão. Fica evidente nas pesquisas, a influência dos aspectos gestálticos dos estudantes e assim, da apreensão perceptiva, indicando que o ato da visualização pode levar, dependendo da figura, à dificuldades na continuidade da resolução de um problema, gerando a estagnação.

Uma figura não é o que vimos a primeira vista, mas sim, o que precisamos visualizar diante das hipóteses de um problema onde perpassam as diferentes dimensões. Geralmente, no ensino da Matemática, são requeridas duas maneiras de ver figuras que são: um centrado na construtibilidade das figuras, usando instrumentos e outro com foco em seu enriquecimento heurístico, para revelar formas. Contudo, essas duas formas de ver são uma manifestação superficial de um terceiro, que constitui o mecanismo da função cognitiva da visualização matemática: a desconstrução dimensional de formas (DUVAL, 2005b, p. 7).

A construção da visualização matemática é integrada pela desconstrução dimensional de figuras geométricas, pois, por meio dessa dinâmica de ver, ela envolve o perceber e interpretar elementos e propriedades conceituais dos objetos geométricos. Ao resolver um problema que envolve uma figura geométrica, em geral, o estudante precisa identificar elementos conceituais em outras dimensões, e que estão ausentes explicitamente. Como exemplo, o ponto médio de uma figura plana para determinar a altura de um triângulo isósceles, desconstruindo a segunda dimensão. Outro exemplo, numa secção ortogonal de um cilindro, no qual o aluno precisa, na Figura 21 em terceira dimensão, inserir um plano, que se encontra na segunda dimensão.

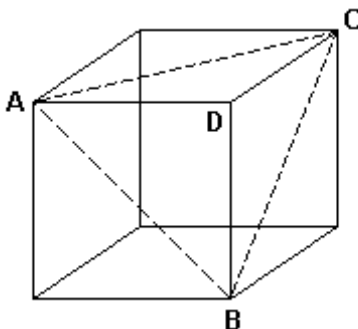
Figura 21 - Secção Meridiana de um Cilindro



Fonte: Sómatemática²⁰, 2015.

Na Figura 22, apontamos as necessidades de realizar desconstruções da figura em 3D para calcular a área de uma secção transversal do cubo. Na heurística se faz necessário descer da terceira dimensão para a segunda dimensão ao identificar o plano da secção transversal como um retângulo.

Figura 22 - Secção transversal triangular num cubo



Fonte: a autora.

Ao perceber, a Figura 22, enxergamos primeiro a terceira dimensão, quando da primeira leitura visual, ou seja, a sua totalidade, como citada na discussão sobre a Gestalt. O estudante, precisará, como mostramos de forma pontilhada na Figura 22, passar da terceira para a segunda dimensão afim de visualizar a secção transversal inserida no cubo e também, quando necessitar a medida do segmento de uma diagonal de uma face, que comporá a área. Identificar, por exemplo, uma forma plana de uma figura, na sua terceira dimensão, construindo-a

²⁰ Disponível em:

<<http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial15.php>>. Acesso: 20 dez. 2015.

no olhar da perspectiva, mostra-se como entrave para alguns estudantes, já que alguns podem não ter desenvolvido a habilidade de visualizar a mudança dimensional.

É interessante ressaltar, que as discussões relacionadas ao papel da visualização matemática na educação, são atuais, especialmente no que se relaciona ao papel dos registros de representação semiótica. Apenas na década de 1990, é que a pesquisa em visualização, foi reconhecida como campo de investigação na Educação Matemática e em 2000, que foram incluídos elementos teóricos relacionados à semiótica (PRESMEG, 2006, p. 208). Dado o momento de uma cultura digital, com a expansão da inserção das ferramentas tecnológicas no ensino da matemática, a visualização envolve cada vez mais uma diversidade de temas a serem investigados (BURATTO et al, 2011, p. 2).

A percepção didática da construção da visualização, perpassa pela potencialidade da ferramenta, mas especialmente pelo olhar docente sobre os gestos intelectuais que focaliza a sua ação sobre os conceitos desenvolvendo o fazer matemática. A visualização da desconstrução dimensional compõe um dos elementos importantes no conjunto do educar matemático, especialmente no que tange a geometria, constando assim, como um intrínseca a ser explorada e pensada nas ações de natureza didática.

A seguir, discutimos uma das operações importantes da visualização das figuras geométricas, inseridas na maior parte dos problemas de geometria, e que leva a construção desse gesto intelectual necessário a sua aprendizagem, a desconstrução dimensional das formas.

3.2.2. A desconstrução dimensional: o ver na Geometria

O ver na matemática, especialmente quando ligada aos conceitos da geometria, difere do ver em outras disciplinas, ele se remete a um gesto intelectual.

“Ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados, justapostos, superpostos, separados” (DUVAL, 2011, p. 85). Definimos, por figura, "as propriedades do objeto representado pelo desenho, ou ainda, a classe de todos os desenhos que podem ser representações visuais desse objeto" (DUVAL, 2011, p. 91).

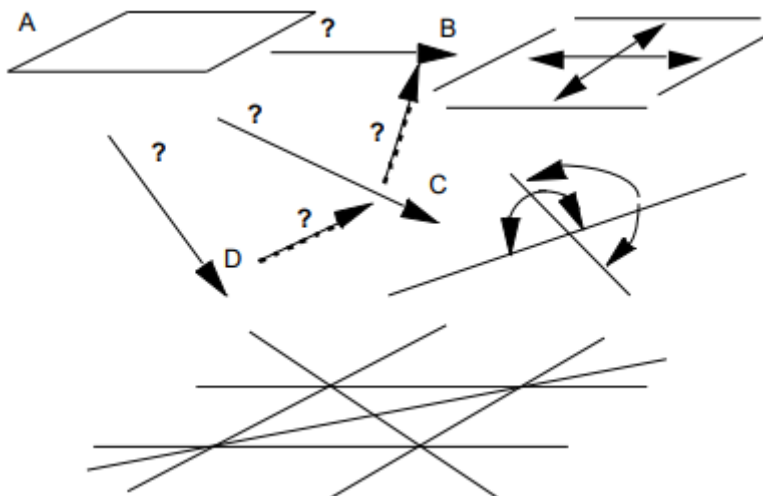
Vemos primeiramente um cubo, do que os quadrados que o compõe. Vemos os lados de um retângulos, antes de seus vértices. Para ver uma figura geométrica, num problema, temos a tendência de olhar aquela de maior dimensão que é apresentada, nos colocando,

geralmente, em clausura para ver as dimensões inferiores, dadas as questões gestálticas. "Em certos casos, os fatores próprios à apreensão perceptiva podem favorecer estas operações e, em outros casos, ao contrário, inibi-las" (DUVAL, 2012c, p. 287).

"A desconstrução dimensional é onipresente em toda a definição, em todo o raciocínio como em toda explicação em relação as figuras em geometria" (DUVAL, 2011, p. 90). No modo de ver da desconstrução geométrica, o espaço não é mais dado sob o tamanho, escala, ou sob propriedades topológicas e afins, é abordado sob o aspecto de suas dimensões e a mudança no número de suas dimensões. Assim, a mudança no número de dimensões é o centro da aparência geométrica (DUVAL, 2005b, p. 7).

Para ilustrarmos os avanços cognitivos quando o estudante perpassa pela desconstrução geométrica para elaborar a sua heurística de resolução, colocamos abaixo o paralelogramo da Figura 23. Na Figura 23, apontamos a decomposição envolvida e as interrogações que o estudante, pode precisar transitar na sua visualização.

Figura 23 - Decomposição em unidades figurais por desconstrução dimensional de um paralelogramo



Fonte: Duval (2005b, p. 23).

Observamos na Figura 23, a caminhada cognitiva entre as dimensões inferiores que transita no seu “desmanche”. O estudante, ao se deparar numa imagem como a da Figura 23, na qual terá que executar algum procedimento sobre a mesma, pode precisar ver os lados opostos paralelos, pela imagem formada no prolongamento de seus lados e na

inserção de diagonais, pode precisar ver as relações de medidas entre ângulos suplementares. As reflexões advindas de desconstruir em dimensões se remetem a outras unidades figurais diferentes das explícitas, transformando a figura. “Com a desconstrução dimensional, a figura não é mais do que uma configuração particular e transitório” (DUVAL, 2005b, p. 26).

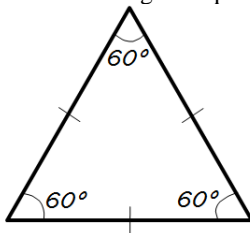
A desconstrução geométrica de formas em 2D, envolve uma profundidade cognitiva, no entanto dois pontos são essenciais para entendermos:

A) O quadro de unidade 1D/2D é o campo real de trabalho nas figuras, e não mais os de 2D / 2D que são frequentemente introduzidas como figuras básicas, no ensino regular e isso também requer reconhecer formas não visíveis imediatamente, do tipo que é requerido na decomposição merológica.

B) A desconstrução dimensional das formas é uma condição prévia indispensável para a compreensão efetiva de enunciação de propriedades geométricas e, portanto, para a mobilização efetiva pelos estudantes na resolução de problemas (DUVAL, 2005b, p. 26).

Observamos na exemplificação do problema da Figura 24, onde solicitamos ao estudante que determine a altura no triângulo de lado 4 cm.

Figura 24 - Triângulo Equilátero



Fonte: a autora.

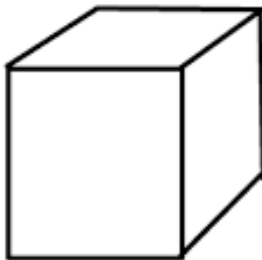
A forma da Figura 24, passa a ter um status de figura geométrica, no contexto apresentado, pois ao ver matematicamente, precisamos que sejam evocados propriedades e significados, fundamentais na resolução da situação. Ao resolver o problema da altura do triângulo dado na Figura 24, haverá necessidade de expandir os significados das palavras que se remetem a conceitos e ver o aspecto transitório da figura dada. Para o caso, o triângulo é equilátero, assim, possui lados da mesma medida, para o cálculo da área, é preciso que seja designado a altura, projetando o vértice superior, sobre o lado que está na base da figura, de forma perpendicular, ainda considerar que, a partir da projeção da altura,

se formarão dois triângulos retângulos e para estes cabe usar o teorema de Pitágoras, necessário ao cálculo da altura e requisitado no cálculo da área. No decorrer dessa trajetória de significações, o estudante executa em vários momentos mudanças para a primeira dimensão, ao se remeter aos lados, à altura da figura, ao reconhecimento que a altura em questão, também é a mediatriz, além de descer para a dimensão zero, ao se remeter a pontos relevantes, como o vértice e o ponto médio.

O exemplo simples da determinação da área de uma figura geométrica, que se encontra em segunda dimensão, nos mostra quantas relações, propriedades, desconstruções, inserções e assim, significações podem emergir, apontando como o ver em matemática, se diferencia do ver em outras disciplinas. "Ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. Isto depende do papel que a figura tem na atividade matemática" (DUVAL, 2012b, p. 1). Por meio da descrição da possível heurística na resolução do problema da área do triângulo, podemos nos questionar sobre o processo, de mudanças dimensionais das formas: São gestos intelectuais desenvolvidos naturalmente em nossos estudantes?

Observe a Figura 25 e o problema solicitado a partir dessa imagem.

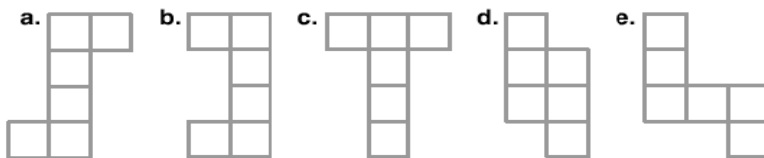
Figura 25 - Cubo



Fonte: a autora.

Assinale, na Figura 26 aquela(s) que pode(m) representar planificações da superfície da superfície cubo na Figura 25.

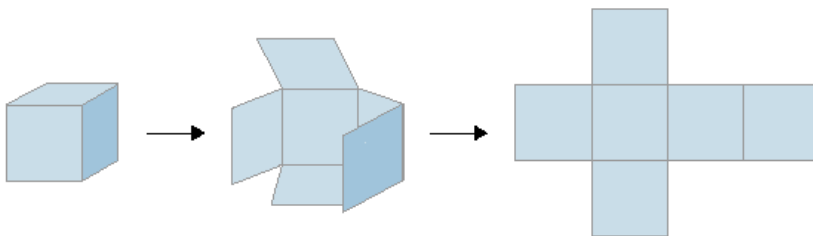
Figura 26 - Alternativas de planificações da superfície do cubo



Fonte: a autora.

No problema proposto utilizando as imagens dadas nas Figuras 25 e 26, o estudante precisará desconstruir da terceira dimensão, em forma de cubo, a sua superfície, para uma dimensão plana, 2D, "desmanchando", a Figura 25, visualizando partes "escondidas" e evocando propriedades das figuras na segunda dimensão. Procurando descrever uma etapa próxima ao pensamento do estudante, ou seja, a forma como manipular a desconstrução, teríamos algo próximo da Figura 27.

Figura 27 - Possibilidade correta de planificação da superfície do cubo



Fonte: Junior²¹, 2016.

Por meio das alternativas, dadas na Figura 25, o estudante deverá ser capaz de tratar a planificação da superfície em segunda dimensão e ver a superfície do cubo, de forma dinâmica, rotacionando ou transladando. Para realizar essa tarefa, que pode ser feita mentalmente, terá que expandir o texto, já que pode haver mais respostas, fazendo juntamente com a apreensão perceptiva, a apreensão operatória ao aplicar a desconstrução da dimensão 3D para 2D.

Quando um objeto visível, muda de dimensão, poderá apresentar diferentes características no seu "desmanche". Para que possa ser analisado as variáveis didáticas na desconstrução de dimensões que um

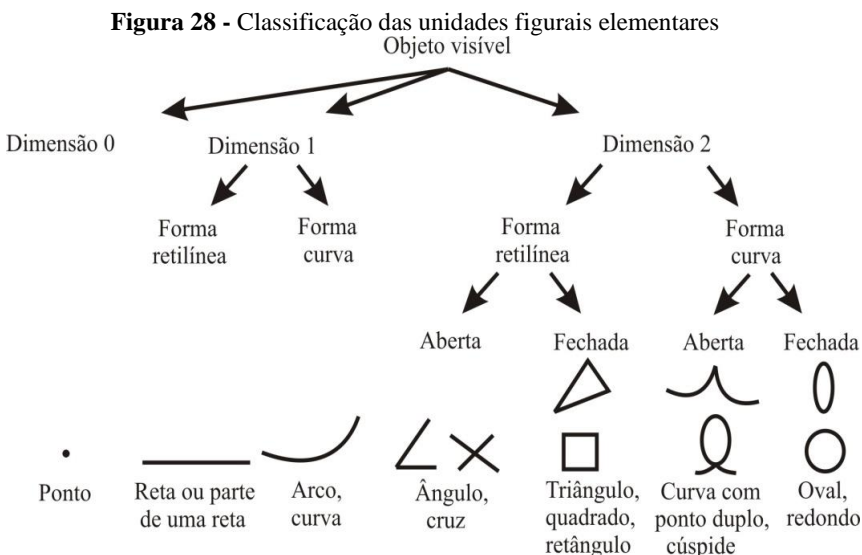
²¹ Disponível em:

<<http://www.junior.te.pt/escolinha/anosLista.jsp?id=236&p=5&d=mat&t=apr>>. Acesso: 03 mar. 2016.

problema contempla se requer uma classificação organizada das unidades figurais elementares (DUVAL, 1995, p. 177).

Para ver matematicamente uma figura ou desenho é preciso mudar o olhar sem que a representação visual no papel ou no monitor seja modificada. Para analisar o funcionamento cognitivo dessa mudança de olhar é preciso considerar a dimensão das unidades figurais (DUVAL, 2011, p. 86).

A Figura 28, traz um esquema que procura apresentar como a mudança de dimensão se operacionaliza mentalmente.




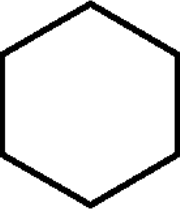
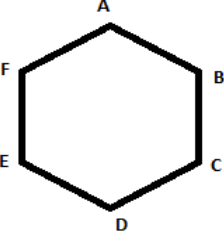
Fonte: Duval (1995, p. 177).

Na classificação da Figura 28, observamos as subdivisões que um objeto visível possui, pertencendo a dimensão zero, um ou dois. Nos ramos, vimos como se diferenciam e se subdividem.

Um hexágono regular, por exemplo, nesta classificação, estaria na dimensão 2, possuindo forma retilínea fechada. Para que um estudante, ao olhar o hexágono, como parte de um problema, tenha que definir um de seus lados, e neste um ponto médio, é preciso que realize mudanças dimensionais. Na classificação das unidades figurais trazidas por Duval (1995, p. 177), na Figura 28, ele estaria trazendo o seu olhar do último desmembramento a direita para o primeiro, mais à esquerda na classificação, perpassando um estágio intermediário de tratamento da figura. Considera-se, ainda que, se hexágono possuir elementos vazados,

ou sólidos, ou ainda possuir designações, de seus vértices, poderá facilitar ou não a desconstrução, sendo mais congruente para o estudante essa passagem. As figuras do Quadro 3, denotam a variedade da apresentação que se remetem a diferentes percepções visuais.

Quadro 3 - Figuras geométricas iguais em diferentes formas perceptivas

Figura Geométrica cor sólida	Figura Geométrica Contorno	Figura Geométrica contorno e designação de Vértices
		

Fonte: a autora.

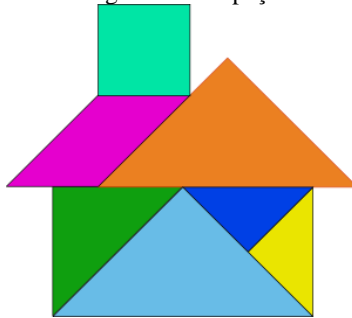
No exemplo do primeiro hexágono do Quadro 3, o estudante, ao dar elementos de cor sólida, por questões perceptivas gestálticas, tende a olhar o plano em segunda dimensão. No caso, mudará a forma original dada para uma forma retilínea, na dimensão 1, ao diferenciar seus lados e em seguida, os pontos, como o vértice e o ponto médio, na dimensão 0. A passagem de uma dimensão a outra não é algo natural, estão localizadas em ramificações diferentes e requerem um custo cognitivo que perpassa por ter esse nível de experiência é necessário a intencionalidade na docência. Não é algo que se aprenderá naturalmente, é uma aprendizagem restrita à escola.

A relevância da dimensão, ao olhar um objeto visível, vem de que “a causa de insucesso em muitos problemas em geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada” (MORETTI; BRANDT, 2015, p.602). Dessa forma, é importante conhecer as unidades pertinentes aos conteúdos de cada representação e as transformações de cada registro para fazer qualquer coisa em relação a matemática (DUVAL, 2011, p.86). Além desse ponto, é preciso considerar que levar um olhar de superfícies e seus contornos para um olhar de pontos e retas, por exemplo, falando especificamente da passagem de desconstrução 2D para 1D, se apresenta como uma questão

decisiva na aprendizagem da geometria, já que sem esse olhar, o ensino das propriedades geométricas e suas formulações podem se tornar esvaziadas. Contudo, essa transição requer o desenvolvimento de análise visual das capacidades das figuras (DUVAL, 2005a, p.8).

Quando os objetos visíveis são composições de mais de uma figura, as situações em que a percepção age ocorreria de forma diferenciada para cada estudante e as dificuldades de visualização aumentam. Por exemplo, na Figura 29, dada a construção realizada com as peças de um Tangran, na posição em que se encontra, determine a altura do paralelogramo com diagonais diferentes.

Figura 29 - Montagem com as peças do TANGRAN



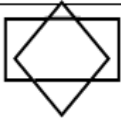
Fonte: a autora.

No caso da Figura 29, a composição de figuras que se constrói aqui é maior, do que se a figura fosse dada isoladamente. Por questões perceptivas, a tendência do estudante é olhar a imagem como um todo, para que numa segunda leitura ele designe o objeto pretendido, essa situação de apreensão já é carregada de propriedades geométricas e uma decomposição de unidades da imagem dada, em unidades de figura em segunda dimensão. Como as peças tem cores diferenciadas, ainda se destacam as figuras planas, ficando mais congruente a identificação. O paralelogramo poderia ser também o quadrado, ao desconstruir para a primeira dimensão procurando qual a figura teria as diagonais diferentes, para o estudante significa que só existiria uma, assim, executa, pelo menos, a desconstrução em primeira dimensão.

Na visão geométrica da figura, é preciso operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas imediatamente e as que não estão à primeira vista (DUVAL, 2011, p. 87). No exemplo do Quadro 4 abordamos a desconstrução de uma figura em 2D e seus vários aspectos de ver. Observe que dependendo de como atua a apreensão perceptiva do estudante ela poderá facilitar a desconstrução dimensional, ou não, da figura composta em 2D, às dimensões

inferiores. Se houvesse ainda sombreados ou destaques em partes pintadas, a Gestalt pode direcionar o olhar imediato para a visualização que desejamos favorecendo o gesto intelectual.

Quadro 4 - Maneiras de ver uma figura geométrica plana

Figura 2D	Decomposições em unidades figurais 2D		Decomposição em Unidades figurais 1D
	Acoplamento/decomposição por Justaposição	Acoplamento por Superposição	Construção instrumental
	5 formas poligonais (dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono)	2 polígonos regulares (um quadrado e um retângulo)	10 lados

Fonte: DUVAL (2011, p. 87).

Podemos mostrar algumas exemplificações, se a figura estivesse totalmente pintada, ou ainda fosse tirada a base dos triângulos, ou, se apresentasse totalmente vazada, como na Figura 30, seria mais congruente a decomposição em 1D. Nosso olhar foca a figura como um todo e o olhar aos dez lados, seria mais natural para a apreensão perceptiva, ligada a um problema que se vincularia a uma apreensão discursiva e um vai e vem entre estas.

Figura 30 - Forma Geométrica do Quadro 4 com alterações visuais



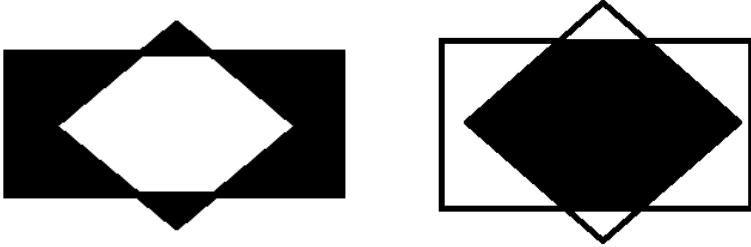
Fonte: a autora.

Se partes do triângulo e pentágono, ou apenas o hexágono, fosse destacado, sendo pintado seu interior, como na Figura 30, direcionaria a percepção para a justaposição em 2D. Nesse caso um problema que direcionasse a percepção do aluno para dois triângulos, dois pentágonos e um hexágono se apresentaria como figura mais congruente.

Como temos elementos vazados, apenas linhas, direcionamos nosso primeiro olhar de desconstrução para a decomposição em unidades figurais em 2D, por superposição, como na Figura 31, para o

caso, num problema onde pretende-se focar o olhar do estudante para um quadrado e um retângulo, a figura dada, no quadro, seria a mais congruente para que a desconstrução dimensional ocorresse.

Figura 31 - Formas Geométricas e alterações de preenchimento



Fonte: a autora.

É preciso lembrar que também para as figuras geométricas, suas representações semióticas são importantes, e assim podem ser melhor conceituadas, a medida que podem se transformar em outras, dando o movimento responsável pela heurística das figuras e pela aprendizagem do ver e fazer matemática.

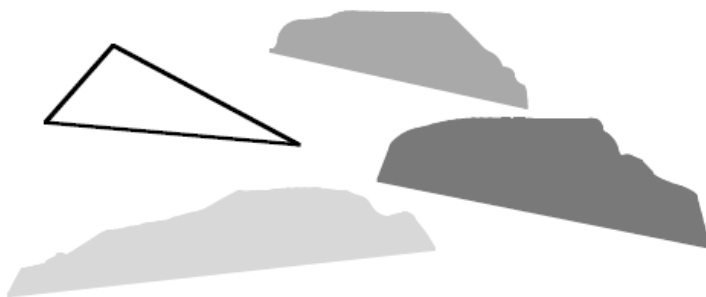
As operações de reconfiguração, separação mereológica, dentre outras são chaves no processo de ensinar a ver as figuras (DUVAL, 2011, p. 92). Na desconstrução de dimensões de 3D para 2D, 2D para 1D, 1D em 0D, existe um salto cognitivo ao se reduzir a dimensão de uma figura a outra, em diferentes formas. Sendo assim, a importância da aprendizagem para olhar não apenas um desenho, mas as figuras, que se agregam, as suas propriedades e as múltiplas unidades figurais são essenciais no fazer docente.

O conhecimento geométrico requer como gesto intelectual a desconstrução dimensional das formas o que fica, algumas vezes, restrito, na forma habitual com que alguns livros didáticos vem trabalhando a questão. DUVAL (2015, p. 8), revela que "a importância cognitiva da desconstrução dimensional das formas - que é o implícito, por excelência, dos conceitos e das definições geométricas - permaneceu totalmente ignorada no ensino e pelas teorias didáticas dominantes."

Para treinar o olhar, a ver além do desenho, Duval (2011, p. 92) propõe estabelecer tarefas que não se relacionem a questões de medida e de cálculo, separando atividades de desconstrução dimensional das de operações mereológicas, pois uma pode ser obstáculo para outra. É preciso também contemplar variações nas figuras e nas situações possibilitando o ver, e tornando-se variáveis didáticas relevantes para a organizar a aprendizagem em matemática (DUVAL, 2011, p. 92).

No exercício da desconstrução dimensional, a reprodução de figuras com a variação de instrumentos, mostra-se também importante na transição entre dimensões, já que, além da percepção e do conhecimento geométrico, as formas de construir ou reproduzir uma figura trazem elementos de análises independentes. Os instrumentos impõem restrições, mas também possibilitam novas formas cognitivas de desenvolver os conceitos geométricos ao passar de um mundo de que enfatiza o corporal para uma orientação à um mundo de técnicas (DUVAL, 2005a, p.13). Por exemplo, no problema da Figura 32, deseje-se, dado um triângulo, que o estudante reconstrua-o, utilizando as réguas em papel, não graduadas, disponibilizadas.

Figura 32 - Triângulo qualquer e réguas não graduadas



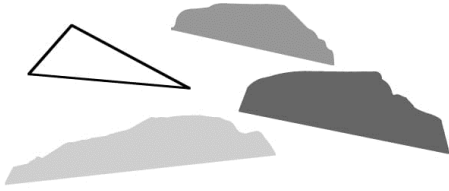
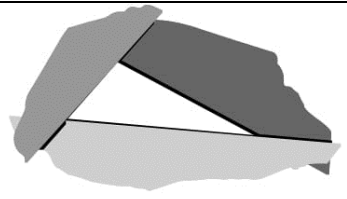
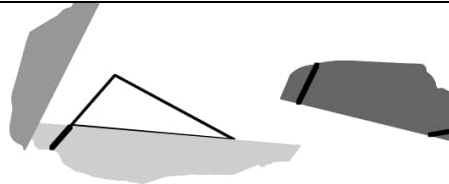
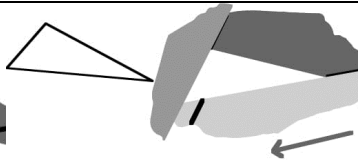
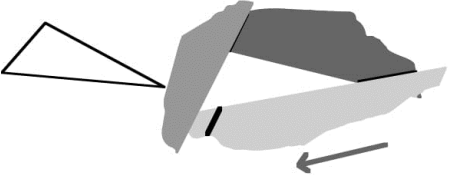
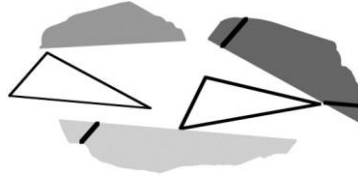
Fonte: Adaptado de Duval (2005a, p.18).

Para realizar a atividade proposta pela Figura 32, utilizando os instrumentos não graduados, o estudante necessariamente realizará etapas de desconstrução dimensional, percebendo realmente a composição da figura 2D pela dimensão inferior.

A reprodução de figuras com instrumentos, revela-se um caminho, desde que a escolha da figura a ser reconstruída seja rica e combinada com a escolha do instrumento e que provoque uma decomposição visual da figura dada como modelo, assim, por justaposição dos instrumentos ou sobreposição, a construção vai se desenvolvendo (DUVAL, 2005a, p. 25).

Uma das possibilidades de estratégia para desenvolver o problema estão colocadas no Quadro 5.

Quadro 5 - Etapas de resolução da proposição do problema da Figura 32

Etapa 1	Etapa 2
	
Etapa 3	Etapa 4
	
Etapa 5	Etapa 6
	

Fonte: Duval (2005a, p.19).

A percepção inicial do estudante nas etapas de resolução do problema expostas no Quadro 5, ocorre pela leitura e visualização simultânea, numa apreensão perceptiva, do triângulo dado em 2D. Na etapa 2, terá que fazer uma sobreposição das régua de modo a reconstituir um lado, em seguida, precisa desenhar três linhas em dois instrumentos concedidos, como na etapa 3 do Quadro 5. Dessa forma, relacionando o discurso a imagem dada, o estudante elabora mentalmente uma relação entre apreensão discursiva-perceptiva, procurando estabelecer atividades operatórias que possibilitem a

resolução do problema e a interferência sobre a figura e os instrumentos dados. A partir desse momento a desconstrução dimensional é requisitada no processo heurístico de procurar reproduzir a figura. O estudante quebra a unidade e o contorno da unidade visual em cada uma das três arestas (DUVAL, 2005a, p. 19). Dessa forma, executa apreensões que podem trazer os aspectos mereológicos e ou, posicionais, ao desenhar segmentos não existentes para determinar a medida dos lados ou rotacionar a Figura 32, inicialmente dada. Na etapa operatória, o estudante, também executar a mudança de dimensão 2D para 1D, e no encontro dos moldes dos lados e na sua junção, para 0D, ao determinar seus vértices. Por fim, na etapa 4, do Quadro 5, deslizará uma das régua sobre uma das linhas que desenhou, fazendo o gabarito do triângulo da Figura 32, apresentado nas etapas 5 e 6. Observamos novamente como a desconstrução das figuras geométricas em dimensões inferiores, requeridas na atividade da reconstrução do triângulo da Figura 32, não é algo natural para ao estudante.

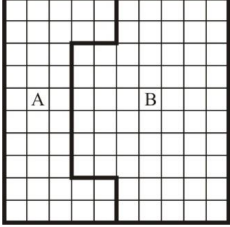
As operações a serem desenvolvidas que envolvem o pensar são "operações próprias de cada registro são operações cognitivas. Isso significa que o sujeito deve ter consciência para poder cumpri-las intencionalmente e espontaneamente" (DUVAL, 2011, p. 99). Essas operações cognitivas induzem a possibilidade de cumprir as três funções cognitivas que caracterizam o ato de pensar: que são as de referência, a objetivação, as transformações de representações (tratamento e conversão) (DUVAL, 2011, p. 99). A desconstrução dimensional das formas se revela como uma operação que envolve a cognição unida aos elementos semióticos do RRS de forma intencional.

Os dados a ver, num problema que contenha uma figura são vistos de forma diferenciada pelos estudantes. Existem dificuldades na desconstrução dimensional de 3D, para 2D, 1D e/ou 0D, dadas por questões primeiras gestálticas. Além disso, a desconstrução dimensional encontra-se na contramão da percepção de unidades de figuras, sendo assim, organizar as tarefas torna-se complexo, já que, o que se vê de imediato é o que se torna obstáculo a percepção das demais unidades figurais. (DUVAL, 2011, p. 93).

Pelo menos dois registros de representação semiótica são utilizados para pensar em matemática, pelo menos implicitamente, no caso da geometria, a linguagem e a visualização das figuras operam para a construção de noções, quando não no terceiro registro, ao pedirmos os cálculos numéricos (DUVAL, 2011, p. 99). Ainda há que se considerar na resolução de problemas que envolvem figuras geométricas, que a congruência semântica, entre o explícito pedido e a visualização pode

vir a impedir ou a não favorecer, a desconstrução dimensional das figuras envolvidas. Trazemos no Quadro 6, um problema que destaca e exemplifica o que colocamos.

Quadro 6 - Problema envolvendo a não congruência semântica

<p>1) Assinale a resposta correta:</p> <p>a) O perímetro da parcela A é igual ao perímetro da parcela B</p> <p>b) O perímetro da parcela A é maior do que o perímetro da parcela B</p> <p>c) O perímetro da parcela A é menor do que o perímetro da parcela B</p>	
--	---

Fonte: Adaptado de CAPES/COFECUB, 1996.

Na figura do Quadro 6, no cálculo do perímetro, a congruência semântica, não torna-se natural, dado que a visualização inicial, permite fortemente equívocos entre considerar o perímetro maior numa figura do que em outra, o que pode não favorecer a desconstrução dimensional de 2D (a figura plana) para 1D, no caso, a linha que representará o perímetro. Percebe-se no exemplo que "há um custo cognitivo para a compreensão no caso de duas expressões que podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes e não serem semanticamente congruentes" (DUVAL, 2012a, p. 100). A combinação utilizada foca o olhar para a diferença entre as áreas em 2D, levando o aspecto de 1D para a diferença dada pela questão 2D, ainda mais destacada pelos quadriculados internos colocados. Portanto, algumas combinações entre enunciados e figuras, podem trazer uma ligeira não congruência visual e assim, a não congruência semântica (DUVAL, 2012b, p. 123).

Em atividades propostas aos estudantes, verificou-se em termos de acertos, que mais da metade do número de alunos de uma turma que acertaram o problema com a versão semanticamente congruente, não reconheciam mais o mesmo problema apresentado em uma versão semanticamente não congruente (DUVAL, 2012b, p. 123). É preciso assim, considerar a subordinação cognitiva da forma visual aos dados, ou informações do problema, como uma verdadeira barreira à entrada na Geometria para aos estudantes.

A evolução de nossa capacidade visual e heurística vai de um olhar focado na imagem, na percepção, para um processo cognitivo operatório onde relacionamos as possíveis transformações nas figuras

geométricas relacionadas com as propriedades dos objetos envolvidos. O funcionamento cognitivo, ligado ao pensar sobre uma figura geométrica dada, vai do olhar icônico ao não icônico, onde a nossa forma de ver implica na sinergia automática entre reconhecer e identificar (DUVAL, 2015b, p. 13).

Os mecanismos de identificação dos objetos visuais icônicos, revelam o olhar como se fossem objetos reais, identificando a partir de modelos padrão, figuras típicas, são os olhares de botanista e/ou agrimensor. No mecanismo não icônico, se envolve o reconhecimento de propriedades geométricas e de linhas subjacentes, saindo do contorno das figuras dadas, são os olhares do Construtor e/ou do Inventor. A capacidade ou não de mobilizar as operações em cada um dos olhares limita e especifica o mesmo (DUVAL 2015b, p. 12-15).

O olhar do Botanista permite reconhecer o contorno de formas, qualifica a forma, observa semelhanças e diferenças. São vinculadas a esse olhar atividades de reconhecimento e nomeação, como se houvesse um gabarito, assim, não podemos dizer que envolve a geometria. No olhar do Agrimensor temos as propriedades geométricas utilizadas para fins de medição, com intuito de passar para o plano do papel, dessa forma, quantifica ou estabelecer relações métricas entre elas, não sendo um procedimento natural e que pode envolver dificuldades na transposição ao papel. É um olhar icônico fortemente importante na leitura de mapas, por exemplo (DUVAL 2015b, p. 9-10).

O olhar não icônico, é constituído do olhar do Construtor e/ou do Inventor. O do Construtor requer o uso de instrumentos, régua não graduada, compasso e o estudante tem um papel de tomada de consciência sobre as propriedades geométricas agregada às características perceptivas (DUVAL, 2005a, p. 6). O acréscimo de formas ou linhas são dadas para construção de figuras, exigindo o uso de instrumentos (DUVAL 2015b, p. 16). O olhar do inventor é aquele que transforma e enxerga além dos contornos dados, é independente do uso de instrumentos. O inventor, adiciona traços, opera sobre a figura de forma heurística com reconfigurações e necessariamente a desconstrução dimensional em formas elementares envolvem a utilização heurística de figuras com suas reconfigurações (DUVAL 2015b, p. 11-12).

Quando envolvemos um problema de Geometria que contenha uma figura geométrica pelo menos um dos olhares estará envolvido. Os olhares caminham lado à lado, interagem entre si na resolução de um problema na medida do envolvimento das apreensões e desconstruções dimensionais com fins da busca de uma solução. “Apreender a olhar em

geometria é aprender a fazer os olhares desse percurso. O passo inicial é a aprendizagem do olhar icônico (sem perder de vista o olhar não icônico)” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 605).

Os diferentes olhares, icônicos e não icônicos, estão ligados aos processos de visualização em matemática, que vão além da simples percepção dos traçados e revelam um dos objetivos do ensino de Geometria. Para Duval (2005b, p. 27), são duas as habilidades a serem desenvolvidas em paralelo aos conteúdos com os estudantes para levá-los ao caminho matemático de ver as figuras, a decomposição mereológica e a desconstrução dimensional. São assim necessárias situações particulares para aprender a ver nos seus múltiplos olhares uma figura 2D ou 3D (DUVAL, 2011, p. 93).

Podemos considerar que toda a heurística, a explicação de propriedades, a articulação do enunciado com a figura ou a demonstração de conjecturas dependem das operações de tratamento figural e da desconstrução dimensional. Sem a consciência dessas habilidades podemos esperar que os alunos nos peçam o que fazer quando diante de um problema com figuras (DUVAL, 2011, p. 90).

As dificuldades de desenvolver problemas que envolvam figuras geométricas passam pela forma de ver geometricamente elementos em dimensões diferentes das que são dadas. No currículo é simples que operações importantes como as transformações em figuras e a mudança dimensional passem despercebidas já que as mesmas não estão ligadas a nenhum conteúdo perpassando de forma oculta (DUVAL, 2011, p. 92). Para que isso não ocorra, temos que ser capazes, de propor ações didáticas, que intencionalmente, possibilitem aos estudantes mudarem a forma de ver as dimensões, percebendo as suas unidades figurais. No olhar que envolve a desconstrução dimensional das formas, uma boa forma em 2D com contornos fechados assumirá caráter transitório e passará facilmente a ser vista como um conjunto de linhas e pontos.

Certamente, para que cheguemos a atingir uma passagem automática por parte dos estudantes, entre as dimensões, que revelaria a habilidade em ação, será necessário pensarmos sobre as experiências que oportunizaremos com esse gesto intelectual diante de nossa intencionalidade de explorar esse processo operatório. As funções da Língua, os tipos de apreensões, as aproximações entre as semiosferas de uma linguagem natural à formal, a coordenação em registros de representação semiótica e as passagens entre olhares icônicos e não icônicos, em problemas que possam envolver as funções mereológicas e/ou desmanches dimensionais, revelam-se, no resgate teórico que

fizemos, como fortemente importantes ao desenvolvimento desse gesto intelectual.

Neste capítulo, procuramos delimitar as compreensões, discussões e análises que permeiam a desconstrução geométrica como gesto intelectual essencial ao ensino de geometria. Os aprofundamentos teóricos construídos nos permitiram, como análise preliminar, juntamente com um pré-teste, elaborar as questões, estabelecer unidades de análises e construir a metodologia de aplicação das mesmas junto aos sujeitos de investigação. Em nossa pesquisa procuramos também desvelar elementos teóricos/práticos para a discussão da desconstrução geométrica das formas, como operação fundamental na resolução de problemas com figuras, portanto, seguimos para a parte ‘prática’ que nos forneceu subsídios ao objetivo.

No **capítulo 4** a seguir, contemplamos o ‘Olhar da pesquisa’ onde descrevemos os aspectos metodológicos referentes ao desenvolvimento da investigação na sua parte prática a partir da sua caracterização, detalhamento do local e dos sujeitos, as questões aplicadas e suas análises, baseadas em todo nosso referencial teórico e pesquisas bibliográficas construídas.

Capítulo 4: O OLHAR DA PESQUISA

Nosso desenho metodológico de pesquisa contemplou a interdisciplinaridade entre os campos teóricos abordados com a continuidade da investigação trazendo elementos da aplicação de problemas que envolvem figuras geométricas voltados ao nosso foco à mudança dimensional das formas em sujeitos.

Na união da prática da investigação aos constructos teóricos desenvolvidos na tese e confrontados com o antes e depois da aplicação nos permitimos um olhar da investigação para o campo real, aonde gostaríamos que nossas análises e conjecturas pudessem alcançar.

4.1. Encaminhamentos metodológicos

Em nossas análises buscamos seguir um caminho que provocasse a reflexão do docente ao considerar elementos operatórios essenciais ao ensino de geometria, sejam cognitivos ou semióticos. Ao colocarmos os estudantes a resolver problemas que envolvam figuras consideramos fortemente relevantes observamos as seguintes categorias de análise: as questões ligadas a teoria Gestalt que abrangem uma dimensão perceptiva inicial, as funções discursivas e metadiscursivas no uso Língua, as semiosferas envolvidas quando procuramos aproximar sistemas semióticos diferentes, as apreensões e os aspectos sobre a visualização nos diferentes olhares das figuras geométricas entrelaçados a desconstrução dimensional.

As leis e categorias da Gestalt (GOMES FILHO, 2009), permitem gerar uma consciência da tendência de nossa percepção visual sob as figuras geométricas a serem inseridas nos problemas. O nosso olhar num problema que contenha parte discursiva e parte contida numa figura tem a tendência do olhar primeiro a figura. No entanto, as figuras podem conter ou não elementos facilitadores, conectando texto e imagem, ou podem provocar maiores dificuldades à interpretação. Nossa percepção dos processos visuais podem gerar ou não: percepções ambíguas, percepção de plano, percepção de profundidade ou ainda percepções não interpretáveis (DUVAL, 2012c, p. 293).

Ao analisarmos atividades didáticas que envolvem textos e figuras, na Geometria, a ação didática sobre as funções da língua, as metadiscursivas, próprias da comunicação da linguagem natural e as discursivas próprias da linguagem formal, se fazem necessariamente

presentes e perpassam por elas também os tratamentos e conversões entre os registros semióticos utilizados no texto e na sua resolução (DUVAL, 1995).

A inserções semióticas que compõem a semiosfera (LOTMAN, 1996) de um problema, ao relacionar diferentes textos com informações e registros de representação em contextos diferenciados, apontam a riqueza que ocorre nas trocas entre as periferias das linguagens e como ali flui conhecimento, segundo a visão de DUVAL (1995).

No que tange a visualização (MACHADO, 1989; GUTIERREZ, 1996), e a relação linguagem e ver com diferentes olhares do icônico ao não-icônico (DUVAL, 2015b), destacamos a desconstrução dimensional das formas (DUVAL, 2016) como categoria chave que relaciona todas as anteriores. A falta de ação didática consciente sobre esse gesto semio-cognitivo, ou intelectual que “desmancha as formas”, que traz um olhar entre dimensões, pode ser causadora de dificuldades iniciais nos problemas ligados a geometria.

Analisarmos as maneiras e direcionamentos, num olhar que entrelaça a semiose e a cognição e o que perpassam por práticas pedagógicas envolvidas em problemas com figuras geométricas nos conduz ao caminho de pesquisa. A desconstrução dimensional de figuras geométricas é possivelmente uma habilidade operatória que pode facilitar a compreensão sobre a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

4.1.1. Indicações do caminho da pesquisa

Nosso interesse está em abordar a desconstrução dimensional das formas, aplicada à problemas que envolvam figuras, percebendo, na abordagem com estudantes do Ensino Básico, a constituição da mesma como operação cognitiva fundamental à aprendizagem dos conceitos em Geometria.

Inicialmente levantamos questões diversas que se mostraram interessantes sob o ponto de vista dos aspectos teóricos levantados na pesquisa. Posteriormente realizamos em torno de cada questão selecionada, observações sobre o que está posto, numa análise preliminar, no sentido de contemplar e perceber o que está disponível diante dos nossos sentidos (SANTAELLA, 2002, p. 29). Com base na observação, tecemos análises específicas dos aspectos semióticos envolvidos de natureza relacionadas as nossas categorias de análise:

apreensão, as funções da língua, as semiosferas, os olhares, a desconstrução dimensional.

Após as análises dos problemas relacionados ao nosso foco teórico de discussão, entendemos que seria a partir dos registros dos procedimentos utilizados em resoluções que se desvelariam, com discussões práticas, a relação dos estudantes com nosso foco teórico. “Os registros são as ferramentas que permitem analisar todas as produções matemáticas, e, em primeiro lugar aquelas construídas com objetivo de ensino ou de aprendizagem” (DUVAL, 2011, p. 104). Nessa etapa lançamos nossas análises sobre a percepção da dinâmica semiocognitiva de atuação dos sujeitos na resolução dos problemas, por meio de suas produções. Além disso, “os registros permitem analisar as produções dos sujeitos e evidenciar seus pontos de bloqueio” (DUVAL, 2011, p. 141).

Nosso interesse ao fazer elos de observação teórica e da aplicação das atividades com sujeitos, se direcionou em "extrair relações entre pesquisa e ação(...) sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos" (ARTIGUE, 1988, p. 285).

Anteriormente a aplicação das questões com os sujeitos e nossa pesquisa, realizamos um pré-teste, com oito sujeitos voluntários, estudantes do Ensino Médio que assinaram o termo de consentimento, conforme anexo 1. Na aplicação, utilizamos os problemas selecionados aos seis encontros, de forma a viabilizar possíveis ajustes em elementos textuais e figurais, como definir o tempo de aplicação e a forma.

O pré-teste foi essencial, funcionou como um piloto das atividades a serem aplicadas. Essa pré-testagem também foi considerada nas análises preliminares para reelaborar os instrumentos. “Sob o ponto de vista metodológico, o trabalho realizado nos locais do caso-piloto podem fornecer algumas informações sobre as questões de campo relevantes e sobre a logística da investigação de campo” (YIN, 2003, p. 109). Elaborar um piloto das atividades com sujeitos da instituição ao qual a pesquisa seria de fato desenvolvida, possibilitou alterar textos, que não ficaram claros, alterar ordem de aplicação de atividades, de forma a dar mais dinamicidade ao processo de resolução das mesmas, perceber o tempo real de desenvolvimento das questões e melhorar perceptivamente figuras, que para nossa percepção estavam inadequadas.

Nossa abordagem metodológica encontra elementos de uma Engenharia Didática (ARTIGUE, 1998) inserida num estudo de caso, com análises qualitativas e um direcionamento investigativo. Intencionamos num contexto de vida real chegar a generalizações

analíticas e não estatísticas (YIN, 2003, p. 29). Ponte (2006, p. 107) afirma que, “na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores”.

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa bastante utilizada nas investigações em sala de aula, no que se relaciona à aprendizagem dos conceitos matemáticos. Essa forma de pesquisar é desenvolvida em quatro etapas e traz elementos essenciais da teoria, unindo-os a uma discussão da prática em sala, oportunizando dar voz aos sujeitos. A primeira fase são as análises preliminares, a segunda a da concepção e análise a priori, em terceiro a experimentação e a última fase a da análise a posteriori e validação (ARTIGUE, 1998).

Na etapa das análises preliminares, apoiada no referencial teórico elaborado, realizamos um estudo campo, onde realizamos a experiência didática, que possui relação intrínseca com os objetivos da investigação. Os elementos das análises preliminares e a reelaboração da questões foram se encontrando com a fundamentação teórica e deram direcionamento a construção e escolha dos problemas que aplicamos.

Elencamos em cada análise os conteúdos envolvidos por encontro a fim de abordarmos da revisão inicial e acrescentamos itens a posteriori, quando foi o caso, que poderiam trazer mais esclarecimentos, conforme as colocações externadas pelos sujeitos.

Na fase da concepção e análise a priori, definimos as variáveis que estariam em jogo quando o sujeito se deparasse com as atividades propostas, conforme anexo 2. Essa análise foi realizada anterior a aplicação da sequência didática, a fase da experimentação, em função da adaptação da sequência aos nossos objetivos. Esta etapa comportou uma parte descritiva e preditiva, onde as considerações feitas a priori elencaram hipóteses da investigação (ARTIGUE, 1998, p. 295).

Em seguida da análise a priori, a sequência didática foi aplicada de fato. Nessa fase foi importante, além da experimentação em si, com a aplicação de instrumentos de pesquisa, os registros de acompanhamento da pesquisa, peculiares a situação e ao número de sujeitos. Nesse momento da pesquisa privilegamos os relatos de compreensão, respostas abertas, entrevistas com sujeitos e relato de observações que procuraram evidenciar os dados sensíveis, de concepções, de estados mentais e acontecimentos (BICUDO, 2004, p. 105). Utilizamos o diário de bordo para as anotações durante a aplicação, as produções dos sujeitos que descreveram por registros de suas resoluções e procedimentos e entrevistas individuais, Em caso de dúvidas sobre os

registros dos sujeitos ainda ocorreram entrevistas por meio de aplicativo de mensagem em telefone celular.

Em nossa pesquisa prática, devolvemos uma sequência de seis encontros, onde os sujeitos revisaram conteúdos básicos de geometria relacionados as atividades propostas no anexo 2 e registraram suas resoluções para cada grupo de atividades sugeridos por dia. Os instrumentos e materiais necessários para cada encontro foram disponibilizados por nós aos sujeitos.

Os princípios da análise a posteriori e validação, compuseram a quarta fase da Engenharia Didática. Nessa etapa, foram realizadas análises sobre o material produzido pelos sujeitos e recolhido quando da aplicação da sequência didática. Foram consideradas as análises preliminares, a análise a priori confrontando-as com o que na prática ocorreu, procurando as generalizações. Procuramos abstrair o geral do particular, percebendo no fenômeno aquilo que ele tem em comum que compõe uma classe geral (SANTAELLA, 2002, p. 31).

Construímos a partir das produções dos sujeitos e dos fatos ocorridos na aplicação uma análise qualitativa do caminho desenvolvido. Na etapa de pesquisa, denominada, segundo DUVAL (2012c, p. 269), de análise semiocognitiva das questões, procuramos detalhar, por meio das categorias, com fundamento teórico, baseado nos sistemas semióticos e na possibilidade de conhecimento dos conceitos matemáticos no campo geométrico, aspectos dos problemas que envolvem figuras. Em seguida, do confronto do que esperávamos, dado o aporte teórico e análises sobre as questões do que ocorreu, desvelamos a validação das hipóteses de nossa tese.

Nas categorias de análise semióticas e cognitivos apresentadas nas produções dos sujeitos, procuramos levantar as situações que indicassem potencializar, inibir ou reforçar dificuldades do ver em diferentes dimensões.

4.1.2. Local e Sujeitos da parte à campo

O local de aplicação escolhido foi Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), *campus* Itajaí, pois contemplaria a aplicação no ensino básico público e facilitaria as questões de contato e aplicação das atividades, por ser a pesquisadora docente da instituição.

Foi solicitado autorização para realização da pesquisa ao setor dirigente em 2006-1, por meio de um processo interno em diferentes níveis, no final houve o despacho favorável ao processo solicitando a

apreciação de Comitê de Ética em Pesquisa pela Plataforma Brasil (CEP), já que esta instituição até o momento não contava com esse órgão internamente. A submissão ao CEP ocorreu com morosidade devido a alguns processos burocráticos, obtendo após ajustes solicitados, o despacho aprovado à autorização da investigação, parecer de número 2.390.937, dado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFSC. Após a aprovação do CEP e ciência por parte da instituição escolar, a pesquisa foi iniciada.

Foram convidados a integrar a pesquisa quarenta e dois estudantes dos módulos 3, 4 e 5 do Ensino Médio Integrado de Mecânica, do Instituto Federal de Santa Catarina, *campus* Itajaí. A motivação para a participação dos sujeitos foi especialmente realizada pela responsabilização da importância de avanços nas pesquisas sobre o ensino da Matemática de forma que seriam coadjuvantes no processo.

A escolha por selecionar os sujeitos nos semestres mencionados ocorreu em função de possibilitar uma maior aderência à realização das atividades de pesquisa, já que os candidatos estão melhor ambientados ao sistema escolar, visto que ingressam no módulo 1 do Ensino Médio e vieram de outras escolas do entorno, na sua maioria pública. No momento da aplicação das atividades, estava implantado até o quinto semestre do curso de Ensino Médio Integrado em Mecânica.

Os estudantes que se propusessem a serem sujeitos da pesquisa, em conformidade com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, submetida via Plataforma Brasil e encaminhada para análise e despacho final do Comitê da Universidade Federal de Santa Catarina, apenas pudessem participar tendo a ciência do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, TCLE, (Anexo 1), com explicações éticas e sobre a pesquisa, que incluía a necessidade das atividades no contra turno e entrevistas. Os TCLE's foram elaborados para os sujeitos colaboradores e responsáveis (Anexo 3), em caso de menor, solicitando as respectivas assinaturas em duas vias.

Para ter uma maior aderência dos estudantes, visitamos nas salas de aulas, os possíveis sujeitos, duas vezes, com a devida autorização dos professores regentes da turma no dia. A cada entrada em sala de aula explicamos a importância da investigação, seus objetivos, como se daria a participação deles e o retorno dos resultados. Obtivemos com as inserções em sala, em horário de aula normal, treze respostas favoráveis, entregamos aos mesmos o TCLE, solicitando que trouxessem assinados no primeiro encontro, agendado para o contra turno da semana que seguia.

Os treze estudantes que aceitaram participar de nossa investigação como sujeitos, possuíam em média, entre 16 e 18 anos de idade, e cursavam três semestres diferentes. Quatro estudantes do módulo três foram ex-alunos da pesquisadora, oito estudantes do módulo quatro, eram atuais alunos e ainda um estudante do módulo cinco.

Alguns dos estudantes convidados, nas inserções em sala, foram sujeitos de pesquisa no pré-teste de nossas atividades, assim, de modo a não excluir a participação de ninguém, informei que esses poderiam atuar como monitores voluntários na ação de pesquisa. Quatro estudantes aceitaram o convite para monitoria e integraram a equipe de pesquisa, trazendo assinados os termos de consentimento (Anexo 4). A equipe atuou, no dia da aplicação de cada encontro na logística da realização das atividades, entrega e coleta dos instrumentos de pesquisa, monitoramento para que um sujeito não interferisse na atividade do outro, no momento da realização dos problemas que houvesse identificação nos instrumentos a serem entregues. A cada encontro, os monitores chegaram de dez a quinze minutos antes da aplicação e recebiam as instruções daquele encontro. Solicitamos aos monitores que se os sujeitos se dirigissem a eles com questões, deveriam direcionar ao pesquisador e não respondê-las, mesmo se soubessem. Cada monitor esteve responsável por atender a 3 ou 4 sujeitos de pesquisa durante os encontros, sendo que os sujeitos ficaram enfileirados alternadamente com as cadeiras vazias na sala de aplicação.

Dado o número de sujeitos reduzido em treze estudantes e as especificidades de grupo serem de períodos diferentes que cursam o ensino técnico integrado, caracterizamos nossa investigação como um estudo de caso. Iniciamos a fase de aplicação das atividades que foram anteriormente analisadas e discutidas, no âmbito semiótico e cognitivo.

4.1.3. Formas de registro do campo

Os sujeitos foram acompanhados em sala pela pesquisadora e monitores, estes últimos foram sujeitos de pesquisa, na fase de pré-teste. As produções escritas foram recolhidas para análise ao final de cada atividade. Houveram, registros de diário de campo e quando surgiram dúvidas sobre as produções, ocorreram entrevistas individuais, baseada nos registros de resolução dos problemas, no dia seguinte ao encontro. Além disso, ainda restando dúvidas na heurística da resolução, no

momento da condensação de dados, os sujeitos foram entrevistados via aplicativo de mensagem no telefone celular.

4.1.4. Aplicação das questões junto aos sujeitos

Os sujeitos tiveram aulas de revisão sobre os conceitos básicos matemáticos que envolviam os treze problemas selecionados para serem resolvidos. A revisão de conteúdos também se deu como um momento de contrapartida a participação dos sujeitos que poderiam estar revisitando e discutindo algumas de suas concepções sobre os conceitos básicos tratados.

A ação da revisão no início dos encontros procurou amenizar dificuldades conceituais que poderiam promover o olhar à parte teórica de nossa pesquisa. Em seguida os sujeitos recebiam uma a uma as atividades do encontro. Os encontros foram subdivididos em seis e neles foram alocadas, em cinco encontros, as treze atividades, de acordo com análise do pré-teste e considerando: tempo disponível, o material a ser utilizado no dia da aplicação e a fadiga. O sentido de atividade em nossa investigação é entendido como a ação do aluno ao fazer os problemas encaminhados pelos pesquisadores. Assim, ficamos com a nossa organização de aplicação conforme a distribuição do Quadro 7.

Quadro 7 - Resumo da sequência de aplicação dos problemas da pesquisa

Encontro	Tempo	Atividade realizada
	30 min	Duas visitas de divulgação em sala, no turno dos estudantes, convidando-os a participar voluntariamente da pesquisa no contra turno escolar. Entrega aos interessados o termos de consentimento livre e esclarecido (TCLE) a ser assinado pelos pais/responsáveis e entregues no 1º encontro.
1º	1h	1º momento: acolhida e recolhimento do TCLE assinado. 2º momento: Revisão conceitual envolvendo as atividades propostas (vértices e ponto médio, ângulos, vista frontal, secção transversal, perímetro, área, figuras espaciais e nomenclaturas: pirâmide, cilindro e prismas). 3º momento: esclarecimento sobre os registros nas atividades. Distribuição dos materiais e folhas para registros. 4º momento: realização das atividades (1, 2, 3 e 4, cada sujeito só recebia a seguinte ao finalizar a

		anterior)
2º	1 h e 30 min	1º momento: Revisão conceitual envolvendo as atividades propostas (pontos, área, volumes e nomenclaturas, esfera, instrumentos de medida, projeções). 2º momento: esclarecimento sobre os registros e organização da atividade. Distribuição dos instrumentos de pesquisa (atividades). 3º momento: realização das atividades (5, 6 e 7, cada sujeito só recebia a seguinte ao finalizar a anterior).
3º	1h e 30 min	1º momento: ajuste das máquinas no laboratório de Informática. 2º momento: revisão conceitual envolvendo as atividades propostas (perímetro e fórmulas, planificações, geometria dinâmica). 3º momento: esclarecimento sobre os registros e organização. Distribuição dos instrumentos de pesquisa (atividades). 4º momento: realização das atividades (8 e 9, entregues ao mesmo tempo).
4º	1h e 30 min	1º momento: revisão conceitual envolvendo as atividades propostas: volume, área, potenciação, áreas e fórmulas. Esclarecimento sobre os registros e organização em duplas. 2º momento: distribuição dos instrumentos de pesquisa (atividades). 3º momento: realização das atividades (10, 11, cada sujeito só recebia a seguinte ao finalizar a anterior).
5º	1h	1º momento: revisão conceitual envolvendo as atividades propostas; retas concorrentes, ângulos, bissetriz, triângulos, quadriláteros, circunferência, uso de instrumentos de medida (transferidor, compasso). 2º momento: esclarecimento sobre os registros, instrumentos disponíveis e organização. Distribuição dos materiais e instrumentos de pesquisa (atividades) 3º momento: realização das atividades (12 e 13, cada sujeito só recebia a seguinte ao finalizar a anterior).
6º	30 min	Devolutiva aos sujeitos, discussão dos resultados.

Fonte: a autora.

As atividades foram selecionadas de forma a contemplar uma variação nos tipos de apreensões, unidos aos aspectos das dimensões, aos tipos de conversão dos RRS e elementos significativos de outras semiosferas que trouxessem contextualizações, quando esgotamos essa

variação finalizamos nossas escolhas. Em nossas pesquisas, das atividades, estiveram com foco as fontes de avaliações nacionais disponíveis na rede, livros didáticos ou quando necessário, elaboradas pela autora. Nossa intenção foi compreender, com as atividades selecionadas, que trazem uma ampla variação, as desconstruções dimensionais das formas. Apresentamos no Quadro 8 a análise sintética das atividades que selecionamos categorizadas.

Quadro 8 - Resumo das análises dos problemas propostos na sequência²²

Ativ.=atividade

A.Op. = apreensão operatória

A.Per. = apreensão perceptiva

A.Dis. = apreensão discursiva

A.Seq. = apreensão sequencial

Ativ.	A.Op.	A.Per.	A.Dis.	A.Seq.	3D	2D	Outros
1	X P	X	X	-	2D	-	-
2	X M	X	X	X	2D 1D 0D		Aspectos cotidianos: Embalagem
3	X O	X	X	-	-	1D 0D	-
4	-	X	X	-	-	1D	-
5	X M	X	X	X	-	0D 1D	-
6	X M	X	X	-	-	1D	Linguagem Algébrica e numérica
7	X M	X	X	-	1D 0D	-	Aspectos cotidianos: Globo da Morte
8	X P O	X	X	-	2D 1D	-	Geometria Dinâmica
9	X P O	X	X	-	-	1D 0D	Geometria Dinâmica
10	X M	X	X	-		1D	-
11	X P O	X	X	X	2D 1D	1D	Aspectos cotidianos: Container, Duas figuras
12	X M	X	X	X	-	1D 0D	Construção
13	X P	X	X	X	-	0D 1D 3D	Aspectos cotidianos: Cata-vento

Fonte: a autora.²² Tipos de Apreensão Operatória: P = posicional, O = ótica, M = mereológica

4.2. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES, ANÁLISES E DISCUSSÃO DE DADOS

O foco das atividades se centraram no gesto intelectual da desconstrução dimensional das formas consideramos os diferentes tipos de apreensão e as dimensões.

Para cada atividade desenvolvemos inicialmente a análise semiocognitiva preditiva, focada nos aspectos teóricos e das possíveis trajetórias de resolução dos sujeitos. Depois apresentamos um quadro síntese dos aspectos detalhados a priori, elencando as mudanças ocorridas e observadas na análise posteriori. Após o quadro, trazemos a discussão sob uma perspectiva qualitativa, dado sob os resultados, trazendo as falas dos sujeitos em recortes dos registros produzidos durante a aplicação, entrevistas e relatos de procedimentos. Os resultados analisados dialogaram com os aspectos teóricos abordados em nossa tese.

Na sequência da composição de nossos encaminhamentos metodológicos apresentamos as treze atividades aplicadas subdivididas nos seus respectivos encontros.

4.2.1. Primeiro Encontro de Aplicação

Após a abordagem em sala de aula convidando os estudantes do Ensino Médio Integrado de Mecânica do IFSC, *campus* Itajaí, iniciamos a aplicação das atividades da pesquisa com o primeiro encontro. Os quatro monitores voluntários foram recebidos quinze minutos antes do horário dos sujeitos, recebendo as orientações de suas abordagens com a entrega e recebimento das atividades dos sujeitos. Após a orientação dos monitores, chegaram os treze sujeitos de nossa investigação.

Organizamos com os sujeitos o melhor horário de aplicação, para termos uma maior aderência em todos os encontros, que ficou para treze horas de cada quarta feira, de forma consecutiva.

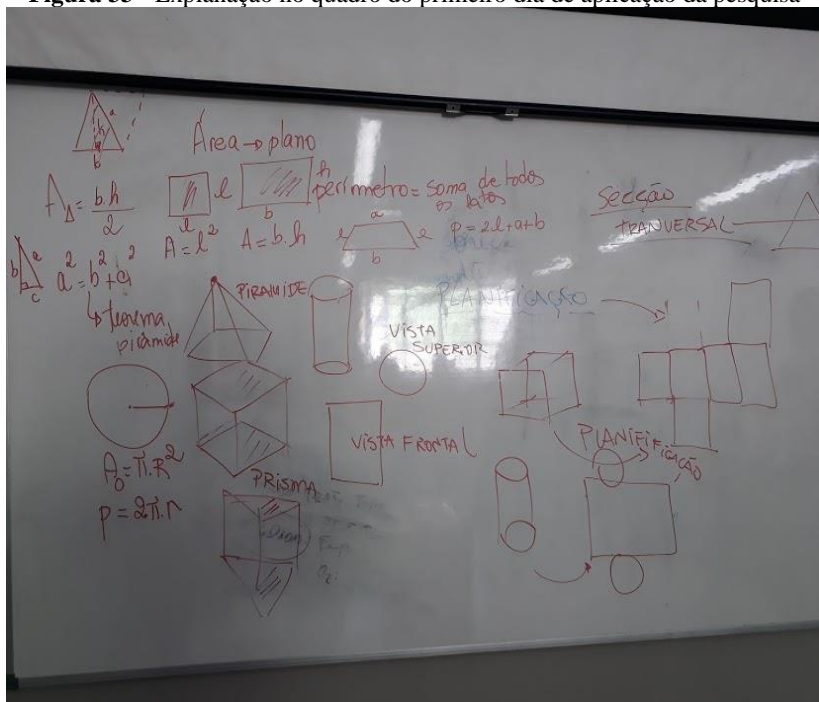
Cada dia de aplicação da pesquisa, foi composto pela acolhida dos sujeitos, certificação da presença, explanação resumida de conceitos a serem utilizados no dia e pela realização das atividades planejadas. Observamos que agrupamos as atividades a serem desenvolvidas no encontro, conforme o tempo que possuíamos para cada um, em média, cinquenta minutos a uma hora e também, em função dos materiais que

os sujeitos teriam que manipular para desenvolvê-las. A percepção da redistribuição de atividades por encontro ocorreu em função da realização do pré-teste, com outro grupo de sujeitos.

No primeiro encontro foram planejadas e aplicadas as atividades 1, 2, 3 e 4 (4.1, 4.2). Cada atividade só era entregue após a finalização da anteriormente fornecida e recolhida pelo monitor responsável.

Na acolhida dos sujeitos de pesquisa recolhemos os TCLE e fizemos novamente a explanação sobre os objetivos da pesquisa, enfatizando a importância dos seus registros detalhados. Após a orientação, trabalhamos uma revisão dos conceitos que poderiam ser utilizados na realização das atividades propostas do dia, que abordou a planificação de figuras espaciais, as pirâmides, prismas e cilindro, área e perímetro de figuras planas, teorema de Pitágoras e secção transversal. Na Figura 33, apresentamos o esboço feito ao quadro para revisão dos conceitos, verbalizados naquela oportunidade.

Figura 33 - Explanação no quadro do primeiro dia de aplicação da pesquisa



Fonte: a autora.

Após trinta minutos, iniciamos a entrega dos instrumentos de pesquisa que continham a atividade designada, no caso a atividade 1 e

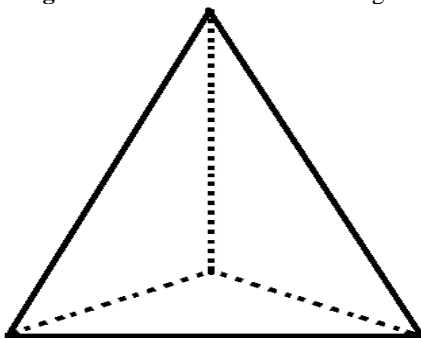
assim após o seu término, receberam a atividade 2, depois a atividade 3 e por fim, a atividade 4, dividida nos itens 4.1 e 4.2. Os quatro primeiros sujeitos a entregarem todas as atividades, fizeram em 15 minutos, percebi certa motivação em conseguirem desenvolver o que estava sendo solicitado. O sujeito SD fala "Muito bom adorei", enquanto SI coloca "Descobri que amo a matemática". Possivelmente a motivação manifestada no momento tenha ocorrido pela facilidade de interpretação das atividades propostas. Nosso objetivo não era focar em dificultar as proposições e sim observar a produção da desconstrução da figura geométrica em cada atividade.

Durante a realização dos registros pelos sujeitos e as entregas das atividades, procuramos observar suas anotações e perguntar sobre suas dúvidas, ou pontos em branco, contudo, como o volume da entrega foi sendo rápido, não nos permitiu continuar nessa dinâmica. Dessa forma, optamos, já no momento da aplicação da pesquisa, por fazer os questionamentos em entrevistas individuais durante a semana pós-encontros, buscando os mesmos em sala de aula, com apoio dos professores regentes da aula no turno regular dos sujeitos, o matutino.

As colocações dos sujeitos foram registradas em diário de campo pela pesquisadora. O último sujeito de pesquisa, SB, entregou o seu registro da atividade 4.2, cinquenta e oito minutos após o início do encontro, observamos em suas atividades todas as questões com explanações estendidas em relação aos demais sujeitos.

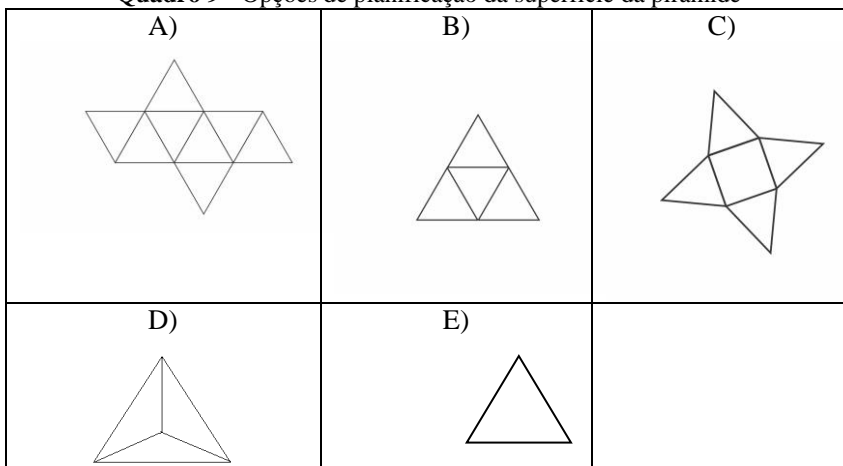
A **atividade 1**, realizada no primeiro encontro, trouxe a seguinte proposta. Observe a Figura 34 e responda:

Figura 34 - Pirâmide de base triangular



Fonte: a autora.

Qual das planificações, colocadas no Quadro 9, representa a superfície da pirâmide acima?

Quadro 9 - Opções de planificação da superfície da pirâmide

Fonte: a autora.

Na atividade 1, pretendíamos que os sujeitos percebessem o objeto visível em terceira dimensão, a pirâmide. No problema proposto, o objeto em que se centraria a análise tinha como objetivo ser percebido como uma pirâmide de base triangular, vazada em terceira dimensão (3D). Para que seus elementos de perceptivos de profundidade fossem destacados, o traçado pontilhado objetivou oportunizar uma boa forma em relação a perspectiva.

O problema inicialmente levava o sujeito a visualizar a figura, a observar o todo da imagem e das opções, em seguida cumprindo a função da língua metadiscursiva, comunicando com fins a um objetivo e requisitando um tratamento figural na planificação. Nesse momento, se mescla a percepção as funções discursiva num sentido de interpretação do olhar icônico de botanista e coloca, necessariamente, os sujeitos frente a desconstrução dimensional para a segunda dimensão (2D).

As dimensões planificadas da superfície da figura inicial foram compostas de quatro faces triangulares, o que levaria os sujeitos a escolherem a alternativa B do Quadro 9, como solução. Acreditávamos que não haveria percepções ambíguas para a atividade 1, que seria solucionada rápida e espontaneamente pelos sujeitos.

Nas alternativas apresentadas no Quadro 9, escolhemos possibilidades para erros conceituais e/ou perceptivos que poderiam vir a ocorrer na interpretação dos sujeitos. As alternativas A, B e C poderiam representar planificações de figuras tridimensionais, já a D, objetivava perceber se os sujeitos não visualizariam a profundidade,

considerando os tracejados como bissetrizes da face frontal da pirâmide. Na alternativa E, considerariam apenas a face frontal como uma figura plana, um triângulo.

Quanto as apreensões envolvidas, elencamos a perceptiva, dada pela análise visual da figura e a discursiva, no enunciado da questão apresentada. Na interação entre essas apreensões, os sujeitos podem desenvolver o olhar da desconstrução da terceira dimensão para a segunda dimensão, entrando em ação algumas funções da língua que elencam aspectos formais, como a "planificação", que se remete aos aspectos conceituais da matemática, se remetendo às funções: referencial e de expansão. Se o conceito não apresentasse significação nas redes de relações conceituais dos sujeitos poderia revelar um empecilho à desconstrução dimensional. Logo, as palavras que se remetem a conceitos, como foi o caso, trazem elementos da designação essenciais à interpretação e a continuidade da heurística de resolução.

Trazendo as conversões e tratamentos da atividade 1, percebemos a ocorrência da conversão língua natural-formal para uma figural em terceira dimensão e desta um tratamento para a sua planificação em segunda dimensão, não mudando o registro. A desconstrução dimensional se revela na ligação com o tratamento da linguagem figural, que pode ocorrer mentalmente. Não há necessidade de nova conversão a uma representação de um registro de representação discursivo para a finalização, dessa forma. O sujeito, possivelmente se situaria num nível cognitivo de maior consciência entre discurso e percepção, existindo o que DUVALL (2012b, p. 135) aponta como congruência entre figura e enunciado, que relaciona a apreensão operatória da figura com o seu possível tratamento matemático.

As figuras tridimensionais compõem muitas construções reais como as formas das embalagens, assim, prevíamos constar as aproximações de sistemas semióticos, formando a semiosfera, entre a linguagem natural e a formal, no que se relaciona as designações próprias da matemática escolar. Acreditávamos, a priori, para resolução da atividade 1, que apenas o olhar icônico do botanista.

Sintetizamos no Quadro 10, as análises a priori da atividade 1, anteriormente a aplicação da mesma, onde pontuamos as categorias de análise nas dimensões semiótica e cognitiva. No mesmo Quadro 10, acrescentamos a análise a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos, realizada após a sua aplicação. Inserimos, no Quadro 10, os aspectos que se diferenciaram do que a priori estabelecemos, numa análise a posteriori.

Quadro 10 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da atividade 1

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
1) A priori: a) 3D ↔ 2D: Tratamento da figura espacial 2) A posteriori: b) 3D ↔ 2D: Na contagem das faces	a) Figura em 3D b) Pontilhados c) Profundidade d) Destaque Frontal	1) A priori: a) Perceptiva b) Discursiva c) Operatória Posicional 2) A posteriori: d) Operatória mereológica	a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial: Designação, identificação -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural	1) A priori: a) Botânico 2) A posteriori: b) Construtor	1) A priori: a) Planificação de figuras espaciais b) Pirâmides 2) A posteriori: c) Formas de figuras planas	

Fonte: a autora.

Da análise realizada sob os registros dos sujeitos nos instrumentos de pesquisa, surgiram elementos de análise qualitativa que nos permitiram, para além da síntese apresentada no Quadro 10, descrever e considerar elementos qualitativos relevantes sobre a heurística dos sujeitos na atividade 1.

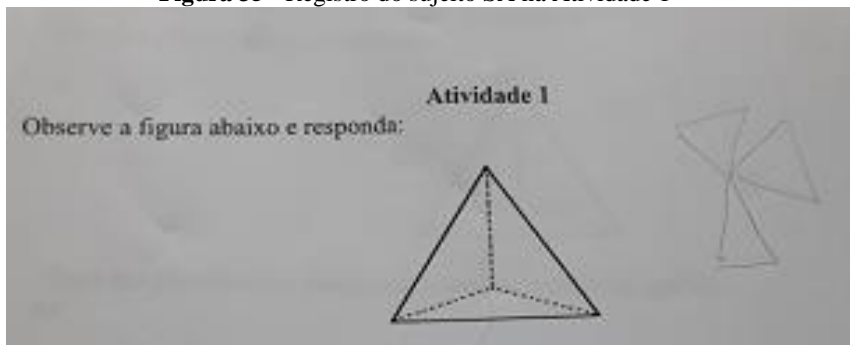
A atividade 1 solicitava uma desconstrução da figura geométrica dada em 3D para 2D, de forma explícita, observa-se que 11 dos 13 sujeitos, conseguiram ver a imagem correspondente quando planificada sua superfície convergindo com o que prevíamos em relação aos processos visuais de percepção de profundidade. A figura inicial se apresentou como uma boa forma desenvolvendo congruência entre os processos de apreensão perceptivo, discursivo e operatório, no tratamento da solução.

A designação do que haveria de ser realizada, não trouxe dificuldades, pois todos se referiram a planificar a superfície da pirâmide.

Consideramos sob o aspecto da apreensão perceptiva que houve a visualização da figura em 3D já no primeiro olhar dos sujeitos, os pontilhados, possivelmente, conseguiram dar a profundidade necessária para visualizar. Consoante com os cuidados apontados na Gestalt (GOMES FILHO, 2009) ao dar uma pregnância na forma, também observamos que o destaque da parte frontal do desenho contribui para a identificação de que as faces laterais eram triângulos, já que todos tiveram esse olhar icônico de botanista nas alternativas escolhidas.

O sujeito "SA", deixa claro a apreensão ao apresentar a planificação lateral pelo esboço do desenho realizado a lápis no canto direito da sua folha, como mostramos na Figura 35.

Figura 35 - Registro do sujeito SA na Atividade 1



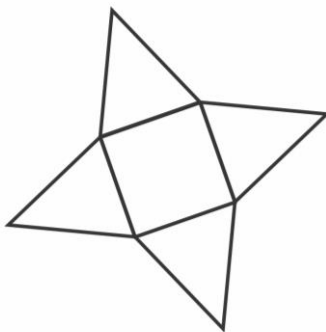
Fonte: a autora.

O esboço da planificação do sujeito SA na Figura 35, mostra a abertura das faces laterais pelo vértice da pirâmide superior, o que traz uma planificação fora dos “padrões” expostos na maioria dos livros didáticos. Dessa forma, apareceu a apreensão com foco nas modificações mereológicas (DUVAL, 1998, p. 148) ao operar a figura inicial de forma explícita e possivelmente, indícios do olhar não icônico do construtor (DUVAL, 1994, p. 123), na construção realizada, o que não prevemos a priori. Observamos na mudança dimensional que os aspectos de apreensão e funções da língua se articulam para que o “desmanche” ocorra.

Dois sujeitos de pesquisa responderam a alternativa C, SB e SC, conforme mostramos na Figura 36, encaminhando resoluções incorretas. Na situação, observamos que ambos os sujeitos mostraram como solução a planificação da superfície de uma pirâmide de base quadrada.

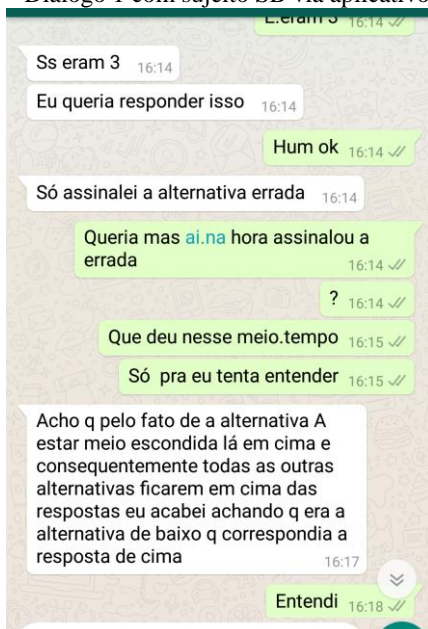
Ao analisar seus registros, após toda a sequência realizada e no momento da produção das análises de dados, decidimos voltar a campo e entrevistar os sujeitos sobre as dúvidas que surgiram no momento da condensação de dados e análise de suas produções. Para o contato com os sujeitos, encaminhamos e-mail e também mensagem no celular por meio de aplicativo, os contatos foram fornecidos por um dos monitores. As respostas dos sujeitos vieram apenas pelo aplicativo de mensagem no telefone celular.

Figura 36 - Alternativa C da atividade 1



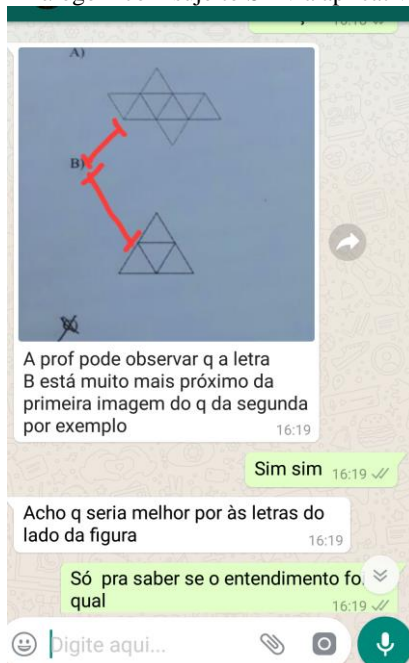
Fonte: a autora.

Ao questionar os dois sujeitos que assinalaram a alternativa C, apresentada na Figura 36, o sujeito "SB", pontuou que o erro se deu pela disposição das alternativas mesmo, pois achou ter assinalado a alternativa B, observe a conversa dada pelo aplicativo de mensagens, colocada na Figura 37.

Figura 37 - Diálogo 1 com sujeito SB via aplicativo

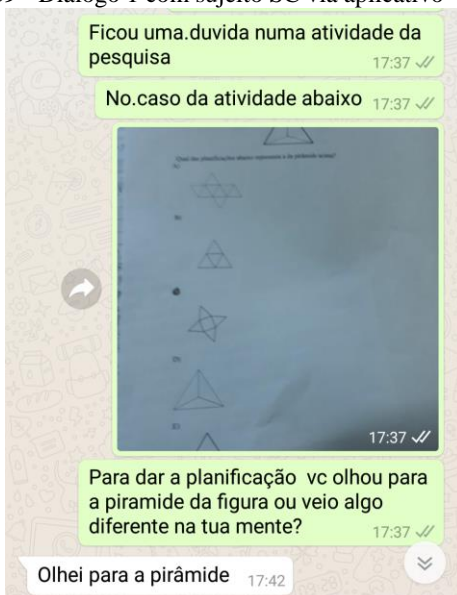
Fonte: a autora.

O sujeito "SB", mostra na imagem enviada que consta na Figura 38, a confusão com as alternativas e sugere que as indicações das letras estejam centralizadas ao lado do desenho, de forma a não gerar a situação. O fato relatado por SB, não ocorreu para os outros 12 sujeitos.

Figura 38 - Diálogo 2 com sujeito SB via aplicativo

Fonte: a autora.

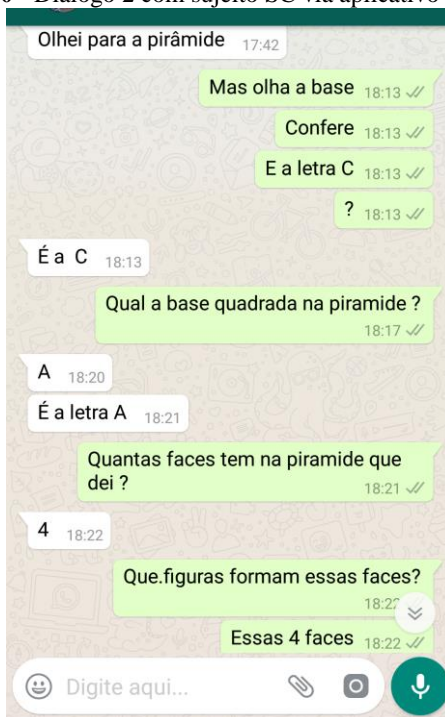
No contato com o segundo sujeito "SC", que assinalou incorretamente a alternativa, percebemos, na Figura 39, que ele confirma a visualização em 3D para a realizara a desconstrução em 2D, ao afirmar que olhava a pirâmide ao pensar na planificação de sua superfície.

Figura 39 - Diálogo 1 com sujeito SC via aplicativo

Fonte: a autora.

Observamos uma percepção incorreta da unidade figural da base e começamos a indagar o sujeito, via aplicativo de mensagem, para colocá-lo no foco no objetivo desejado, a desconstrução correta da figura. Solicitamos que olhasse a base da pirâmide dada e rapidamente o sujeito SC respondeu qual seria a alternativa correta, onde só temos as faces triangulares. Observamos que já havia operado a desconstrução em 2D, na percepção das faces corretas, orientamos para descer a segunda dimensão, observando a face da base da figura tridimensional dada, como mostramos na Figura 40, com a entrevista e diálogo.

Figura 40 - Diálogo 2 com sujeito SC via aplicativo



Fonte: a autora.

Por fim, na finalização do diálogo, para entendimento da nova trajetória de desconstrução geométrica do sujeito SC, observamos a desconstrução 3D para 2D, e a concentração na segunda dimensão com a ação da orientação de nosso olhar intencional para que conseguisse obter sucesso ao desconstruir. Os questionamentos "Quantas faces têm?" e "Qual a figura que forma as faces?", despertou a percepção das unidades figurais das faces e mostrou-se essencial para direcionar o olhar do sujeito em direção tratamento do objeto matemático em questão.

A **atividade 1**, não se apresentou com muitos registros de resolução, pois a maioria dos sujeitos apenas assinalou a alternativa. O diálogo realizado pelo aplicativo foi importante na análise dos sujeitos que apresentaram erros. Com a orientação do olhar do sujeito numa percepção do plano o envolvemos para a desconstrução dimensional coerente com a figura inicial dada. Assim, a desconstrução das formas geométricas se apresentou como um gesto intelectual não espontâneo e

sim construído no tratamento figural numa junção entre a orientação intencional, as apreensões, e as funções da língua.

Para termos uma visão mais ampla da produção dos sujeitos na atividade 1, elaboramos o Quadro 11 que traz uma síntese do que encontramos na análise a posteriori por meio dos instrumentos de pesquisa.

Quadro 11 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 1

Sujeitos/Produção	3D ↔ 2D	Especificidades
SD, SE, SF, SG, SH, SI, EJ, SL, SN, SM	Sim	Não apresentaram RRS.
SA	Sim	Apresentou planificação das faces laterais explicitamente.
SB	Não	Apresentou erro na identificação da alternativa.
SC	Não	Apresentou erro na identificação da figura planificada, trocou a base.

Fonte: a autora.

Os sujeitos da pesquisa encontraram facilidade na desconstrução da terceira dimensão para a segunda dimensão e possivelmente para a primeira dimensão, já que oito deles acertaram de forma ágil e já seguiram para a próxima atividade. Atividades contendo alternativas de planificação de figuras em 3D se apresentaram como situações que podem viabilizar o desenvolvimento do gesto da desconstrução de 3D para 2D. No entanto, consideramos, que atividades que apresentam respostas em alternativas, podem prejudicar a análise sobre o percurso dos sujeitos. Em nossa investigação, foi necessário voltar ao sujeitos de pesquisa que apontaram erros, a fim de questioná-los sobre os caminhos realizados procurando compreender as trajetórias.

Seguimos para análise das produções da atividade 2 realizada no primeiro encontro.

A **atividade 2** ocorreu no primeiro encontro em seguida da realização da atividade 1, com a seguinte proposição de tarefas. Dadas as embalagens do Quadro 12 e algumas informações, desenhe e pinte a figura plana, que representaria a secção transversal ao "cortar" de cima para baixo as embalagens, determinando a área, em cada caso.

Quadro 12 - Embalagens

<p>a) Diâmetro= 8 cm Altura=1 0cm</p> 	<p>Desenho da seção transversal</p>	<p>Medida de Área: _____</p>
<p>b) Comprimento(C)=altura (h)=40 cm Largura(l)=30 cm</p> 	<p>Desenho da seção transversal</p>	<p>Medida de Área: _____</p>

Fonte: a autora.

Nessa atividade pretendíamos que os sujeitos percebessem os objetos visíveis em 3D e os reconhecessem, mesmo que não designando-os como cilindro e prisma retangular, como formalmente são denominados. Para que seus elementos de perspectiva fossem destacados trouxemos a semelhança com figuras reais, combinando e misturando linguagens e meios (SANTAELLA, 2005, p.28). As imagens trouxeram a percepção da profundidade ao retratarem objetos do mundo físico, comumente utilizados em embalagens. A escolha das duas embalagens ocorreu pela diferenciação de aspectos de suas bases que poderiam, na solução dos sujeitos, trazer aspectos diferentes quanto a dificuldade de mudança para a segunda dimensão.

A atividade 2 foi prevista, inicialmente, para cumprir sua função metadiscursiva ao comunicar com fins de um objetivo, requisitando um tratamento que passaria por uma apreensão operatória do tipo

mereológica e sequencial (DUVAL, 1998, p. 148). Na construção da secção transversal do objeto visível, se faria necessária a percepção do plano e nesse tratamento do registro de representação semiótica figural se revelaria explícito a desconstrução dimensional para 2D.

A secção transversal de ambos objetos eram formadas pela mesma figura plana, um retângulo. O que poderia levar os sujeitos à percepções ambíguas relacionadas ao mesmo desenho plano como secção transversal para figuras tridimensionais diferentes.

Em relação a dimensão gestáltica, a forma sólida é considerada uma boa forma (GOMES FILHO, 2009, p. 18), nesse sentido existe o primeiro olhar para a figura como um todo em 3D. Mas os frisos, característicos da lata, que representa o cilindro poderia trazer perceptivamente, subdivisões, o que poderia gerar, outras interpretações do objeto visível subdividido, na construção da sua secção transversal.

No aspecto da função da Língua, a não significação formal de uma secção transversal, do cilindro e do prisma, poderiam gerar o distanciamento da linguagem natural com a formal, já que não haveria aproximações das periferias dessas semioses, podendo gerar o impedimento da passagem 3D para 2D.

No aspecto da apreensão discursiva e relação desta com a perceptiva, os sujeitos poderiam estar desenvolvendo o olhar da desconstrução. Na terceira dimensão para a primeira dimensão, e para a dimensão zero, entrariam em ação algumas funções da Língua que trazem os aspectos formais das dimensões que tratam o comprimento, largura e altura dos objetos que suscitam as funções referencial e de expansão (BRANDT, MORETTI, BASOI, 2014, p. 3).

Interagindo nessa ação cognitiva estariam os olhares icônicos, de botânico e agrimensor seguindo ao olhar não icônico, do construtor (DUVAL, 2005a, p. 6). Caso as designações das medidas não encontrassem significação nas redes de relações conceituais dos sujeitos, gerariam empecilho à desconstrução dimensional 3D para 1D e 3D para 0D. Considerando que os aspectos de designação poderiam ser entaves à resolução abordamos na revisão conceitual do primeiro encontro.

No que tange nossas análises a priori sobre as conversões e tratamentos da atividade 2, consideramos a necessidade da conversão língua natural-formal para uma linguagem figural. Após essa conversão ocorreria um tratamento em segunda dimensão, obtendo a secção transversal, mantendo o registro de representação e estando implícita a mudança de dimensão 1D, na identificação das medidas e uma conversão ao registro de representação numérico. Alguns sujeitos poderiam desenvolver uma conversão figural-algébrica-numérica e em

seguida o seu tratamento ao designar fórmulas e operar com as mesmas para determinar o cálculo das áreas solicitadas. Não haveria necessidade do retorno a um registro discursivo para finalizar a atividade 2. Consideramos a existência de congruência entre figura e enunciado, já que os sujeitos se situariam num nível cognitivo de maior consciência entre discurso e percepção.

Quanto aos sistemas semióticos envolvidos na atividade consideramos uma ligação entre as embalagens, de uma semiosfera na linguagem natural e cotidiana com as figuras geométricas, de uma semiosfera formal. As ligações buscam conexões mas, consideram que possam existir passagens assimétricas entre elas (MORETTI; BRANDT; SOUZA, 2016, p. 5). As trocas intersemióticas nas atividades aproximam as periferias da linguagem natural com a linguagens formal e fazem essas regiões fronteiriças interagirem e se converterem em informação para os sujeitos (LOTMAN, 2005, p. 210).

Na atividade 2, delineamos à priori as possibilidades na dimensão semiótica e cognitiva, sintetizada no Quadro 13. No mesmo quadro, acrescentamos a análise a posteriori, em relação aos aspectos não citados na análise a priori e que surgiram analisando a produção dos sujeitos.

Quadro 13 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos na Atividade 2

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
1) A priori: a) 3D ↔ 2D No tratamento da figura espacial para a secção, no cálculo de área e passagem da linguagem figural para algébrica e numérica. b) 3D ↔ 1D Definir os lados. A posteriori: a) 2D ↔ 1D Identificação dos lados sobre a figura plana.	1) A priori: a) Sólidos com partes ocultas b) Percepções ambíguas: frisos na lata cilíndrica c) Figuras cotidianas d) Percepção de profundidade c) Percepção de plano 2) A posteriori: Disposição em vista lateral da caixa a ser seccionada.	a) Perceptiva b) Discursiva c) Operatória Mereológica e do tipo Sequencial	1) A priori: a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial 2) A posteriori: Discursiva no modo expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
Linguagem: 1) A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural 2) A posteriori: Linguagem a) Algébrica b) Numérica	a) Botânico b) Agrimensor c) Construtor	1) A priori: a) Cilindro, Prisma b) Secção transversal c) Área 2) A posteriori: a) Planificação b) Unidade de medidas	

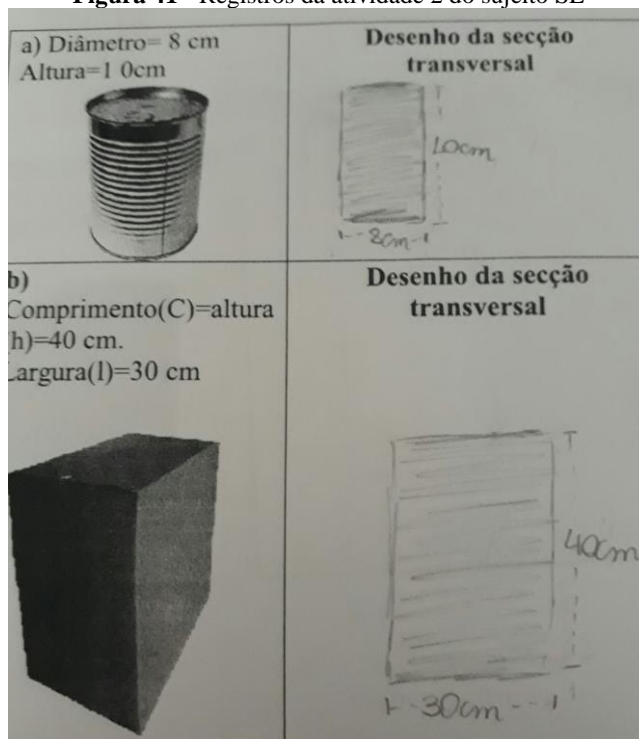
Fonte: a autora.

Nas considerações a seguir, feita sob a produção dos sujeitos, apresentamos elementos da análise qualitativa que nos permitiram acrescentar aspectos ao Quadro 13. Quando não houve alteração dos aspectos inicialmente previstos (a priori), não os detalhamos.

A atividade 2 objetivou por meio da linguagem natural e formal, com o uso de figuras geométricas, possibilitar as desconstruções dimensionais explícitas de 3D para 2D e 1D, com a finalização no cálculo da área, na linguagem numérica.

Das análises sobre os registros do sujeito SL, entendemos ser possível desenvolver o gesto intelectual da desconstrução dimensional das formas dadas na atividade fazendo as ligações entre as semioses do natural ao formal. Fica evidente em seus registros, colocados na Figura 41, numa linguagem figural, as desconstruções realizadas de 3D em 2D, mostrando na secção plana a identificação dos seus lados que revela mudança a 1D. Ainda em 1D, o sujeito SL indicou o pontilhado para dar o destaque a informação interpretada.

Figura 41 - Registros da atividade 2 do sujeito SL



Fonte: a autora.

Observamos que, ao definirmos, intencionalmente os objetivos didáticos envolvidos na atividade sobre as operações semiocognitivas envolvendo figuras geométricas, estas podem levar os sujeitos a

desenvolver o gesto intelectual da desconstrução dimensional que é intrínseca ao desenvolvimento do conhecimento geométrico. Essa percepção didática, da intenção viabiliza a interação do ir e vir entre as dimensões e nem sempre é considerada na docência.

Analisando as produções dos sujeitos, percebemos de forma clara a dificuldade em lidar com as dimensões das figuras geométricas relacionando-as com as unidades de medida. Em geral, em seus registros percebemos que ou não apareceu a unidade, ou apareceu como uma unidade linear. Dois, dos treze sujeitos, colocaram de forma correta a unidade.

Analisamos que alguns elementos do enunciado são desconsiderados no decorrer da realização da atividade pelos sujeitos. A questão de pintar a figura plana que representa a secção transversal, não foi considerada na elaboração da resolução por cinco sujeitos. Dessa forma, observamos que a atividade solicitava vários procedimentos e as muitas informações no conjunto da atividade proposta, fizeram com que alguns elementos, que comporiam a resolução final, fossem esquecidos de serem realizados pelos sujeitos.

Muitas vezes, é possível descer de dimensão, sem mostrar explicitamente que isso ocorreu. Os registros do sujeito SN, não deixou explícito a mudança dimensional e para esclarecermos fizemos uma entrevista via aplicativo de mensagens no telefone celular. No Quadro 14 apresentamos o diálogo e podemos esclarecer e confirmar a sua desconstrução dimensional implícita, quando coloca “então ficaria um retângulo com altura 10 cm...”

Quadro 14 - Entrevista do sujeito SN para a atividade 2 via aplicativo

Olha só fiquei com dúvida em interpretar uma resposta sua 20:03 ✓

Pode me ajudar a ver como pensou? 20:04 ✓

Claro Prof! 20:04

Ok 20:05 ✓

Vamos lá 20:05 ✓

Atividade 2
Dados as informações abaixo e algumas referências, desenhe e plane a figura plana que representa a seção transversal ao "cortar" da caixa para baixo no comprimento dividido a área para cada caso.

O Diâmetro é 4 cm Altura é 10 cm 	Desenhe da seção transversal 	Área: _____ de _____ de _____ de _____
Imprimos C=altura 10 cm 	Desenhe da seção transversal 	Área: _____ de _____ de _____ de _____

Olha sua seccao transversal.no.cilindro 20:05 ✓

Desenhou duas metades de.cilindro 20:06 ✓

Qual seria a seccão 20:06 ✓

Cada uma das metades? 20:06 ✓

Ahh sim, é que quando o enunciado disse "cortar" eu intendi que deveríamos desenhas como o cilindro ficaria cortado...mas depois que eu entendi que era pra desenhar como ficaria ao ver o corte. Então ficaria um retângulo com altura de 10cm e largura de 8cm totalizando uma área de 80cm. (acredito que seja isso) 20:10

Não sei se se deu pra entender meu raciocínio... 20:11

Hum.sim.entendi agora 20:11 ✓

Fonte: a autora.

Observe que ao demonstrar, no Quadro 14, a secção transversal na figura em 3D, dá a impressão no seu registro, que o sujeito não desconstruiu para 2D. Ao esclarecer, por meio de entrevista, observamos que havia entendido de outra forma o enunciado e o equívoco ocorreu pela significação da palavra “cortar” como dividir em duas partes. Contudo, compreendeu que seria um retângulo, pelo cálculo de área elaborado ao lado e pelo diálogo relatado no Quadro 14, que confirma a desconstrução. Nesse caso, o sujeito faz a passagem 3D, 2D e 1D, mesmo não mostrando a figura plana nos seus registros.

Ao analisar os registros do sujeito SJ, ficamos com dúvidas quanto a sua resolução no que se relaciona a área, visto que tanto para o cilindro como para a caixa ele faz a divisão por 2, para identificar os lados da secção transversal. Entrevistamos o sujeito SJ via mensagens de aplicativo, conforme mostramos no Quadro 15. O sujeito SJ indicou que foi uma confusão quanto a fórmula do triângulo, que utilizou de forma incorreta. Ocorreu, nesse caso, um erro de designação e não na desconstrução dimensional de 2D para 1D.

Quadro 15 - Entrevista do sujeito SJ para a atividade 2 via aplicativo

The image shows a WhatsApp chat interface with a math problem and several messages. The problem is titled 'Atividade 2' and asks to find the perimeter and area of a rectangle given its width and area. The user is confused about the word 'seção' (section) and asks for clarification. The chat shows the user's questions and the assistant's responses.

Messages:

- Green bubble: Oi tudo bem? 21:30 ✓
- Green bubble: Olha só fiquei com dúvida em interpretar uma resposta sua 21:31 ✓
- Green bubble: Pode me ajudar a ver como pensou? 21:31 ✓
- Blue bubble: HOJE
- White bubble: claro 06:26
- Green bubble: Ok vamos lá 09:12 ✓
- Image: A screenshot of a math problem. The text reads: "Atividade 2: Dado um retângulo abster o algumas informações, descreva e pinte a figura plana, e represente a seção horizontal do 'tubo' de como para fazer as medições e desenhe a área para cada caso." Below this, there are two parts: "1) Descrição: 8 cm (largura) 12 cm (altura)" and "2) Descrição da seção horizontal". To the right, there are handwritten calculations for area: $A = 8 \times 12 = 96$ and $A = 8 \times 12 = 96$.
- Green bubble: 09:14 ✓
- Green bubble: O que você pensou ao dividir o diâmetro por 2? 09:15 ✓
- White bubble: eu confundi 11:10
- White bubble: as formulas 11:11
- Green bubble: Pk sera que gerou essa confusão? 11:11 ✓
- Green bubble: Entendeu que seria que formula? 11:11 ✓
- White bubble: acho que eu tava apressado e não reli o que eu fiz 11:12
- White bubble: eu acho que peguei a formula errada 11:14
- Green bubble: A sua secção parece correta 11:15 ✓
- Green bubble: Um retangulo 11:15 ✓
- Green bubble: Será que entendeu na palavra secção que seria a metade do retângulo? 11:16 ✓
- Green bubble: Ou usou a fórmula da área de um triangulo? 11:17 ✓
- White bubble: duvido que tenha sido secção que me confundiu pq eu sei oq é uma secção 11:27
- White bubble: usei a formula da área de um triangulo** 11:27

Fonte: a autora.

Para o sujeito SB, também a situação de dividir a largura da seção por dois apareceu, buscamos em entrevista com o aplicativo de mensagens alguns esclarecimentos que mostramos no Quadro 16.

Quadro 16 - Entrevista do sujeito SB para a atividade 2 via aplicativo

The image shows a screenshot of a WhatsApp chat conversation. The chat is in Portuguese and contains several messages. At the top, there are three incoming messages: "Oi bom.dia" (11:43), "Mais um.esclarecimento" (11:43), and "Nessa arividade" (11:44). Below these is a screenshot of a math problem from a textbook. The problem asks to calculate the area of a cylinder's lateral surface. The solution involves dividing the base by 2 and then calculating the area. The solution is: "Bom dia. Eu imaginei q fosse para calcular apenas a área de uma metade e nn do todo" (13:08) and "Por isso calculei só a metade obtendo assim apenas metade da área" (13:09). Below the solution is another incoming message: "Vc dividiu a base por 2, me fala sobre seu raciocínio?" (11:45). To the right of the chat is a separate text box containing a reflection: "Pra.mim.imaginou.que a secção era a metade mesmo" (17:18), "As vezes a palavra no portugues interfere" (17:18), "E na matemática quer dizer algo.alem" (17:18), and "O q eu quis dizer é que peguei a metade do desenho pq ele foi dividido pelo corte transversal e por ele ter sido dividido eu imaginei q a área q a questão pedia era dessa metade e não do inteiro" (17:18).

Fonte: a autora.

No Quadro 16, observamos que o sujeito SB, em seus registros, colocou "eu imaginei q era para calcular apenas a metade", como a situação se repetiu para a caixa, consideramos, neste caso, que a expansão da língua realizada para a palavra "secção" interferiu na sua heurística de resolução. O conceito remeteu o sujeito para repartir, dividir no meio, em dois, levando também essa interpretação para o cálculo da área. Nesse caso, o erro não ocorreu pela desconstrução e sim pela designação na expansão da palavra, como coloca o sujeito no diálogo do Quadro 16 "...eu peguei a metade do desenho pq foi dividido pelo corte transversal...".

O conceito de secção transversal, solicitado na questão, mostrou dificuldade na aproximação da linguagem natural dos sujeitos de forma que expandissem o seu significado e desenvolvessem a desconstrução dimensional de maneira apropriada. Observamos ainda, nos registros do sujeito SN, colocado no Quadro 17. O sujeito SN, ao ser questionado pelo pesquisador, na entrevista via mensagem de aplicativo, pontua que imaginou que a secção poderia ser em qualquer sentido, o que levou a fazer na diagonal e ocasionou o erro na secção e no cálculo de área. Ele não conseguiu descer a dimensão 2, ao desenhar a figura 3D para

representar a parte plana que comporia a resolução e identificou um triângulo, como secção.

Quadro 17 - Entrevista 2 do sujeito SN para a atividade 2 via aplicativo

The image shows a WhatsApp chat interface with a background of mathematical symbols. On the left, a screenshot of a geometry problem is shared. The problem text in Portuguese reads: "15. Comprimento (l) = altura (h) = 1,2 m. Largura (l) = 30 cm. Desenhe a secção transversal". Below the screenshot, the chat messages are as follows:

Green bubble (User): E, nessa questão 20:11 ✓

White bubble (Assistant): Não tem problema 20:24 ✓

White bubble (User): E que na verdade não era necessário dividir 20:24

Green bubble (User): Quero entender seu erro 20:24 ✓

Green bubble (User): E fazer você pensar 20:24 ✓

White bubble (Assistant): Sim, claro! E é com os erros que aprendemos 20:24

Green bubble (User): Pois se dividisse na diagonal veja que com o corte teria uma base maior que o 30 e o 40 20:25 ✓

Green bubble (User): Seria necessário aplicar Pitágoras para achar a medida da base e a altura seria a mesma 20:26 ✓

White bubble (Assistant): Sim, acho que fiz na pressa e não me concentrei o suficiente.. 20:26

Green bubble (User): O fato de optar por dois cortes em sentidos diferentes foi que chamou atenção de entender o motivo. 20:26 ✓

White bubble (User): Acho que nessa eu tive o mesmo entendimento da outra e desenhei como ficaria cortado...mas se for olhar como ficaria o corte imaginado que seja um retângulo também, com 40cm de altura e 30cm de largura totalizando uma área de 1200cm ou 1,2m (não sei exatamente se está correto mas está de acordo com meu raciocínio) 20:16

Green bubble (User): Entao você indicou 15, fazendo uma divisao por 2 20:17 ✓

Fonte: a autora.

O sujeito SN, em entrevista exposta no Quadro 17, justificou que havia entendido que o corte poderia ser em qualquer sentido, mas observou que a secção 2D seria um retângulo com largura 30 cm, mesmo fazendo o corte na diagonal da face superior. Questionamos que haveria indicado 15 cm, como poderia observar na figura ampliada e que esta foi a nossa dúvida. O sujeito observou que não seria necessário dividir, mas não percebeu que a largura não seria de 30 cm. No diálogo de orientação percebe-se que o sujeito compreendeu que o corte da secção poderia ser em qualquer sentido. Como observamos, o conceito de secção mostrou dificuldade para expansão em consequência à desconstrução dimensional em 2D.

Consideramos que os erros cometidos pelos sujeitos na atividade não ocorrem apenas direcionados a desconstrução dimensional da

figura, mas também sob diferentes aspectos semióticos e cognitivos que se entrelaçam. Para os casos dos sujeitos SJ, SB e SN, nas funções da Língua.

Os diálogos por mensagens de aplicativo e a discussão das falas dos sujeitos se constituíram elementos importantes em nossas análises qualitativas, percebemos, por meio dos diálogos, considerações relevantes que não seriam destacadas sem o uso dessa ferramenta de coleta de dados.

A desconstrução dimensional 2D para 1D ficou mais evidente nos registros dos sujeitos do que a 3D para 1D, previamente considerada.

Na questão da apreensão gestáltica (DUVAL, 1995, p. 181), um dos sujeitos levou junto com sua secção transversal os frisos da “lata” para a linguagem formal, do cilindro, indicando o que havíamos previsto na análise a priori. A formação da secção transversal da caixa numa disposição em vista lateral não forneceu para todos uma boa forma (PENNA, 2000, p. 28) já que para um dos sujeitos a forma de visualizar interferiu na secção que foi construída na diagonal, dificultado a desconstrução para 2D.

O conceito de secção transversal, como linguagem formal utilizada no enunciado do problema revelou dificuldades com a expansão no uso da função da Língua (DUVAL, 1995, p. 89-91), à priori não prevíamos essa dificuldade e acreditamos que a revisão conceitual inicial, seria bastante para esclarecer o conceito, de forma a ter significação, o que não ocorreu para todos. Os conceitos de planificação e de unidade de medidas também se fizeram necessários para a atividade. Especialmente a unidade de medida no cálculo de área foi um erro comum entre 11 dos 13 sujeitos. Cinco dos treze sujeitos fizeram as desconstruções de 3D, 2D, 1D, todas de forma coerente. A conversão da linguagem natural para figural, numérica, algébrica e o retorno para a linguagem numérica ocorreram na atividade proposta.

No intuito de termos uma visão geral da produção dos sujeitos na atividade 2, elaboramos o Quadro 18 que apresenta uma síntese do que encontramos nas análises a posteriori da atividade 2, do primeiro encontro.

Quadro 18 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 2

Sujeitos/ Produção	3D ↔2D	2D ↔1D	3D ↔2D	2D ↔1D	Especificidades
	Cilindro	Cilindro	Prisma	Prisma	
SD	Não	Sim	Sim	Sim	Semicírculo e retângulo como secção.
SB, SJ	Sim	Não	Sim	Não	SB, confunde a secção com divisão na metade
SC	Sim	Sim	Sim	Não	Não identifica lados.
SA, SG, SH, SL, SM	Sim	Sim	Sim	Sim	SL, lado da secção por pontilhados.
SE, SI	Sim	Não	Sim	Sim	Não pintaram a secção.
SN	Não	Sim	Não	Não	Visualiza a secção pela figura em 3D

Fonte: a autora.

Numa visão geral consideramos que houve facilidade na desconstrução dimensional na atividade 2, já que cinco sujeitos a desenvolveram com sucesso em todos os seus subitens. Os demais sujeitos apresentaram diversificação quanto aos erros ocorridos em relação a desconstrução dimensional. A desconstrução 3D para 2D foi bem evidenciada em 11 sujeitos, para o cilindro, e 12 sujeitos para o prisma. Também na passagem para 1D, 9 sujeitos fizeram corretamente. A finalização com sucesso do cálculo de área foi inferior à da construção da secção transversal.

As dificuldades dos sujeitos ficaram mais evidente na desconstrução de segunda dimensão para a primeira dimensão, três sujeitos, que mostraram de forma incorreta a identificação dos elementos dimensionais lineares. Para esse caso, a designação da secção, impediu a passagem a primeira dimensão corretamente. As mudanças

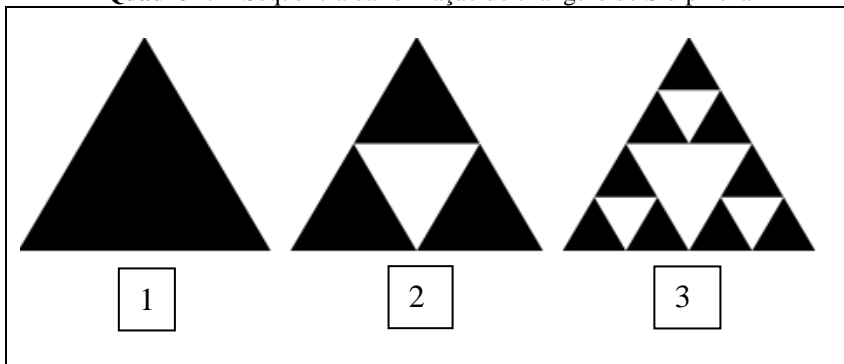
dimensionais tiveram igual dificuldades para ambas as figuras, cilindro e prisma, observadas pelas não desconstruções com o enclausuramento na terceira dimensão ou a expansão inadequada do conceito de secção transversal.

As atividades que envolvem construções de secções transversais de figuras em terceira dimensão mostraram-se relevantes ao desenvolvimento do processo semiocognitivo da desconstrução dimensional. As designações e falta de expansões da língua podem impedir que a desconstrução dimensional ocorra com sucesso. Os sujeitos podem apresentar os “desmanches” de dimensão implicitamente ou explicitamente em seus registros, e por vezes, existe a necessidade de retornarmos aos sujeitos para entender as suas construções.

A seguir apresentamos a atividade 3, realizada no primeiro encontro após a entrega da atividade 2.

Na **atividade 3** propomos a seguinte questão: Que características destacam-se na construção da imagem dos triângulos do Quadro 19 a seguir, de 1 para 2 e para 3?

Quadro 19 - Sequência da formação do triângulo de Sierpinski



Fonte: a autora.

Na atividade proposta, pretendíamos que os sujeitos percebessem o objeto visível em segunda dimensão e seus elementos internos apontados na sequência dos triângulos apresentados nas etapas da construção do triângulo de Sierpinski. Os triângulos foram numerados para enfatizar a necessidade do olhar sobre o processo e facilitar a visualização de uma sequência, referenciando elementos para a interpretação e descrição. Era esperado que os sujeitos percebessem que todos os triângulos formados possuem lados de mesma medida, equiláteros, que ligando os pontos médios dos lados de cada triângulo formado se obtinham novos triângulos com as mesmas características do inicial em proporções reduzidas a cada nova divisão.

O objeto em que deveriam centrar a análise era composto de várias etapas para chegar a imagem final, iniciava por um triângulo com pintura total, com o passar das etapas da construção ocorriam subdivisões em quatro triângulos iguais, a partir dos pontos médios de seus lados e assim sucessivamente. O destaque de cores preto e branco utilizados cumpriam o papel de estimular a visualização no contraste (GOMES FILHO, 2009, p. 18).

O problema delimitou sua função metadiscursiva, pois comunicava com fins a requisitar a análise sobre um tratamento de dimensões (DUVAL, 1995, p. 89-91). Inicialmente a passagem da desconstrução da segunda dimensão para a primeira dimensão se dariam na observação dos triângulos compostos por lados menores, e para a dimensão zero, na construção dos novos triângulos baseados na ligação entre pontos médios dos lados dos triângulos anteriores.

A percepção inicial do contraste, levando-o a uma boa forma, estimularia que os sujeitos pudessem ter bons elementos para seus processos visuais e realizar a observação desejada e não explicitada totalmente na atividade requerida, aguçando a apreensão perceptiva. Da percepção, provocaria uma ação sob o discurso para elementos de apreensão operatórios onde se envolveriam as funções de expansão. Juntamente com a questão da significação sobre a imagem que apresentada como etapas de construção explorariam uma apreensão sequencial.

Sobre as conversões e tratamentos da atividade 3, a priori consideramos que haveria a conversão língua natural-formal para uma figura geométrica bidimensional e desta ao tratamento em primeira dimensão, mantendo o registro. Existiria a necessidade de uma conversão a um registro discursivo, para poder relatar as observações desenvolvidas e o uso da função referencial de designação dos objetos que levaria, a coordenação entre registros semióticos. Com a inserção de uma boa forma existiria uma congruência entre figura e enunciado, situando os sujeitos num nível cognitivo de maior consciência entre discurso e percepção.

No problema proposto constaram aproximações de sistemas semióticos, que formaram a sua semiosfera (LOTMAN, 1990, p. 123), revelada nas aproximações entre linguagem natural e formal, relações desta com o aspecto visual da figura, além de que o triângulo de Sierpinka, já se apresenta como uma construção notadamente curiosa, pela relação ótica que traz de redução de figuras. Estas aproximações de sistemas semióticos de periferias, poderiam levar os sujeitos a saltos

cognitivos no núcleo das semiosferas, já que exploramos diferentes sistemas na resolução (LOTMAN, 1996, p. 18).

Para a atividade 3, delineamos uma síntese, no Quadro 20, trouxemos as análises a priori nas dimensões semiótica e cognitiva e acrescentamos, quando observado diferenciações, os aspectos da análise a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 20 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 3

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
1) A priori: a) 2D ↔ 1D Lados dos triângulos. b) 1D ↔ 0D Ponto médio. 2) A posteriori: c) 2D ↔ 0D Centralidade da figura e vértices.	1) A priori: a) Contraste Preto e Branco b) Figuras cheias 2) A posteriori: Os contrastes fixaram para o plano mantendo 2D ↔ 2D	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória: Ótica	A priori: Função: a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural	A priori: a) Botânico b) Agrimensor	1) A priori: a) Triângulos: b) Triângulos Equiláteros c) Ponto Médio 2) A posteriori: d) Vértices	

Fonte: a autora.

Nas considerações que seguem, feita sob a produção dos sujeitos, apresentamos elementos da análise qualitativa que nos permitiu acrescentar os aspectos a posteriori ao Quadro 20.

Na fala do sujeito SG, que finaliza a resolução indicando que a característica em destaque seria o fato de serem triângulos compostos por mais triângulos que se repetem, condensamos o que ocorreu na maioria das análises dos textos produzidos, o enclausuramento na

segunda dimensão. Dez dos treze instrumentos dos sujeitos, indicaram procedimentos de resolução com a manutenção da segunda dimensão para resolver a proposta da atividade 3. A desconstrução dimensional da forma para compor a análise foi dificultada e até inibida pela visibilidade da operação de apreensão perceptiva (DUVAL, 2012c, p. 287).

A atividade 3 revelou nos sujeitos a dificuldade de ver a sequência de figuras do Quadro 19 em dimensões inferiores as dadas. Nesse sentido, desvela-se a não naturalidade dos sujeitos no olhar sobre dimensões inferiores, se o exercício não aponta intencionalmente essa necessidade, os sujeitos procuram se mantêm na mesma dimensão da figura dada.

O olhar dos sujeitos se manteve no icônico, não havendo indícios de olhares de construtor ou inventor. Esse indicativo pode nos desvelar a relevância de um maior direcionamento nas atividades para que os estudantes sigam no caminho do olhar não icônico. Possivelmente, se pedíssemos para fazerem o quarto triângulo, que viria na sequência do Quadro 19, numa caminhada para os olhares de construtor poderíamos desvelar as desconstruções dimensionais desejadas.

A troca de dimensão ocorreu, nos registros de três dos sujeitos da pesquisa. A desconstrução dimensional apresentou-se no sentido da indicação do vértice do triângulo, pelo sujeito SH e pelo sujeito SE nomeado como "ponta". O sujeito SB não deixou claro a indicação do vértice, mas em sua produção colocou em destaque que os triângulos vão ficando no centro. Na entrevista individualizada realizada com SB, indicamos outra forma de ficar ao centro, como mostramos na Figura 42, e mostramos que assim também seria estar ao centro. O sujeito SB pontua "eu esqueci o nome certo da ponta", então, falamos orientando o seu pensamento "Vértice?", SB diz "sim, se encostam no lados ou base do triângulo maior". Nesse momento, consideramos que ficou explícita a passagem para 2D. Observamos que quando levamos o sujeito a pensar sobre a forma do discurso produzido, e que poderia dar margem a outras interpretações, ele corrige e dá o indicativo da desconstrução dimensional, permitindo desenvolver e se remeter aos objetos de forma adequada.

Figura 42 - Figura triangular

Fonte: a autora.

A mudança da segunda dimensão para a dimensão zero, sem a necessidade de passar pela primeira dimensão fica mais evidente, contudo, com dificuldades do uso adequado das designações. A indicação do ponto médio, que mais apareceu na fala dos sujeitos, foi como "meio", "centro" da figura plana, para sete sujeitos, não deixando clara a mudança à dimensão zero. O sujeito SE, indicou, ao ser questionado em entrevista, sobre a palavra centralizado, que utilizou no seu registro, colocando, "triângulos perfeitos, um bem no meio do outro".

No caso dos elementos de apreensão perceptiva, pensados a priori para a atividade como uma boa forma, observamos eles contribuíram para fixar a manutenção na mesma dimensão, ou seja, 2D. A desconstrução 2D para 1D foi realizada por um sujeito e a 1D ou 2D para 0D foi realizada por sete sujeitos, mostrando a dificuldade de desmanche da figura.

Consideramos que a não requisição de cálculos e ou construções na questão promoveram a não percepção, ou até mesmo a "cegueira" para as dimensões inferiores da figura, mantendo um olhar de botanista. No caso da atividade 3, os sujeitos procuram explicar o raciocínio da construção do triângulo de Sierpinka na mesma dimensão. A possibilidade da repetição infinita dos triângulos, e a construção fractal é indicada apenas pelo sujeito SB, "isso pode se repetir infinitamente se tornando um fractal", o sujeito SB, conseguiu desconstruir nas dimensões 1D e 0D na sua explanação.

Para termos a visão geral da produção dos sujeitos na atividade 3, elaboramos o Quadro 21, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori referente a mudança de dimensões.

Quadro 21 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 3

Sujeitos/Produção	2D ↔1D	1D ↔0D	2D ↔0D	2D ↔2D Exclusi- vamente	Especificidades
SB	Sim	Sim	Sim	Não	Fala em lados e base na entrevista.
SH, SE	Não	Não	Sim	Não	-
SD, SA, SI, SM	Não	Não	Sim	Sim	Indicações de centralidade, deixam em dúvida a passagem à 0D
SC, SG, SF, SJ, SL, SN	Não	Não	Não	Sim	-

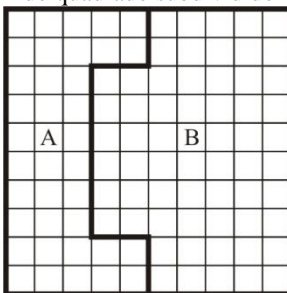
Fonte: a autora.

Numa visão mais geral, confirmamos a manutenção na mesma dimensão para a resolução da atividade, não havendo um salto cognitivo na interpretação da maioria dos sujeitos, em função da não percepção das demais dimensões. A dificuldade de designação conceitual mostrou-se em variados momentos, o uso da palavra meio, centralizado, triângulos perfeitos também mostraram as dificuldades de uso das funções da língua como a expansão, que acabaram caracterizaram a interpretação como primária e incompleta.

A **atividade 4**, realizada ainda no primeiro encontro, foi subdividida em 4.1 e 4.2 e entregues após a finalização da atividade 3. O sujeito só recebia o item 4.2, após finalizar e entregar ao monitor a resolução do 4.1. O monitor recebia a questão 4.1 resolvida, anotava no instrumento 4.2 a resposta dada no 4.1 e entregava a atividade ao sujeito para ser desenvolvida. As atividades propostas foram as seguintes.

4.1- Assinale a resposta correta referente a Figura 43.

Figura 43 - Imagem do quadrado subdividido nos polígonos A e B



Fonte: Adaptado de CAPES/ COFECUB, 1996.

- O perímetro da parcela A é igual ao perímetro da parcela B
- O perímetro da parcela A é maior do que o perímetro da parcela B
- O perímetro da parcela A é menor do que o perímetro da parcela B

4.2- Anote a resposta dada no item 4.1. Calcule o perímetro de A e de B, mostre o desenvolvimento e compare com a resposta dada anteriormente. Justifique.

No problema proposto, item 4.1, pretendíamos que os sujeitos percebessem o objeto visível, identificando-o como um quadrado, que foi repartido em duas figuras de oito lados, A e B, vazadas e com quadriculados, no preenchimento. A partir disso, percebessem as medidas dos lados, em primeira dimensão e calculassem o perímetro de A e B, considerando por fim, serem iguais e apontando a alternativa "a" como correta.

O objetivo de comunicar e requisitar a análise sobre um tratamento dimensional é delimitado no problema por meio da função metadiscursiva. O objeto visível, em que se centrará a análise, tem os lados que compõem o todo da imagem destacados, o que estimula a visualização para figura bidimensional, e pode levar a se enclausurar gerando essa percepção ambígua. Como por regras gestálticas, temos o nosso foco inicial sobre o todo, é possível se transformar num impedimento ou em uma não congruência à desconstrução dimensional, levando o sujeito para o olhar centrado no conceito de área. Para o caso apresentado na figura do item e 4.1, as duas figuras teriam medidas de área diferentes observada visualmente, mas o mesmo perímetro que teria que ser observado na dimensão um.

O elemento formal do perímetro, trouxe a função de expansão, juntamente com a questão da significação sobre a imagem construída, remetendo para aspectos conceituais da matemática unidos aos da função referencial. Se a imagem não se relacionasse o conceito, nas

redes de relações do sujeito, certamente se apresentaria como um empecilho para a desconstrução dimensional para o sucesso na atividade. Os elementos conceituais foram tratados na revisão inicial dada no início do encontro.

Quando nos remetemos às conversões, haveria a necessidade da conversão da língua natural-formal para uma linguagem figural bidimensional e desta um tratamento em primeira dimensão, mantendo o registro de representação. Posteriormente haveria uma conversão a um registro discursivo no relato das observações desenvolvidas, dessa forma, teríamos a coordenação de registros discursivo-figural com a desconstrução dimensional permeando as atividades.

Para garantir um registro numérico e a confirmação da resposta dada no item 4.1, foi proposto o item 4.2 possibilitando um confronto dos resultados numéricos com a relação perceptiva da imagem inicial. O sujeito, na atividade poderia passar por um registro algébrico, utilizando a fórmula de perímetro. Esperávamos que os sujeitos na sua maioria conseguissem apontar a mesma solução, indicando perímetros iguais e acrescessem o valor exato de 34 unidades de medida para os perímetros das figuras A e B. Os sujeitos que se enclausurassem na segunda dimensão no item 4.1, ao realizarem a atividade no item 4.2, contendo a necessidade da conversão para o registro de representação numérico perceberiam o erro cometido no item anterior.

Na atividade 4, constaram aproximações entre linguagem natural e formal, relacionando-as com o aspecto visual da figura. A interação entre as periferias dos sistemas semióticos, aproximariam os elementos semióticos diferenciados que poderiam levar a ampliação dos aspectos cognitivos de aprendizagem. Apenas, por questões gestálticas, ficariam aprisionados na segunda dimensão.

O olhar icônico seria previsto para essa atividade, perfazendo o botanista na atividade 4.1 e do agrimensor na atividade 4.2. O fato da atividade 4.1 estar centrada apenas no olhar de botanista, se une ao aspecto perceptivo do enclausuramento na segunda dimensão, que prevíamos ocorrer para alguns dos sujeitos nesse item.

Sintetizamos no Quadro 22 as análises das dimensões semiótica e cognitiva envolvidas na atividade 4 à priori e acrescentamos, quando observado, a posteriori, os aspectos não citados previamente, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 22 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 4

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: a) 2D ↔ 1D Figura plana para a percepção do perímetro	A priori: a) Olhar o todo em 2D. b) Falta de congruência da apreensão perceptiva, com a linguagem discursiva	1) A priori: a) Discursiva b) Perceptiva 2) A posteriori: c) Operatória no modo mereológico: pontilhados e repartições	A priori: Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
1) A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural 2) A posteriori: d) Numérica	1) A priori: a) Botânico b) Agrimensor 2) A posteriori: Inventor	A priori: Perímetro de figuras planas	

Fonte: a autora.

Nas considerações que seguem, feita sob a produção dos sujeitos na atividade 4, apresentamos elementos de análise posteriori qualitativa que nos permitiu acrescentar elementos ao Quadro 22.

Na atividade 4, item 4.1, onde não haviam requisitos para desenvolvimento do cálculo, apenas caracterização sobre o perímetro dada pela forma perceptiva, seis dos 13 sujeitos ficaram enclausurados na segunda dimensão. Mesmo com o destaque para o contorno escurecido, o enclausuramento na segunda dimensão desencadeou uma dificuldade na utilização heurística da figura (DUVAL, 1998, p. 148).

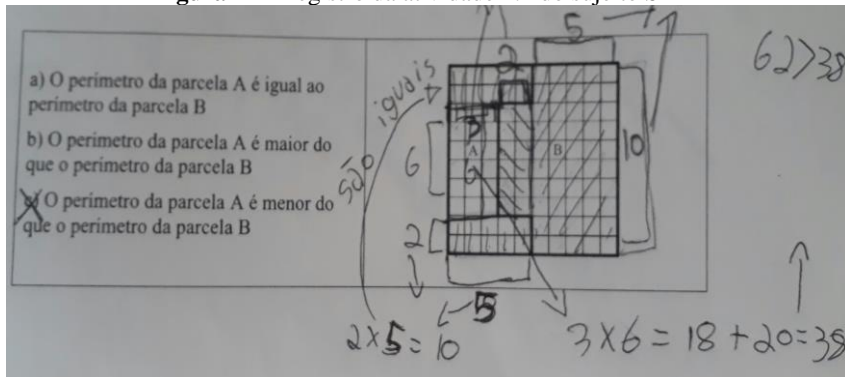
Seguindo a atividade confirmamos o descrito a priori, que ao desenvolver a atividade 4.2, que orientou os sujeitos à reflexão sobre o processo dimensional permitindo um afastamento da apreensão perceptiva inicial com o processo de cálculo e fazendo medições num olhar de agrimensor, a desconstrução dimensional ocorreu. A atividade 4.2 proposta permitiu uma decomposição visual da figura. A situação registra como a cognição está ligada ao aspecto visual, sendo necessário operar a desconstrução geométrica das formas reconhecidas

imediatamente e as que não estão à primeira vista (DUVAL, 2011, p. 87).

Consideramos com o olhar sobre os registros dos sujeitos na passagem do item 4.1 para o 4.2 que a questão exposta por Duval (2011, p. 92), com a proposta de lançar tarefas que não relacionem questões de medidas e de cálculo para separar a desconstrução dimensional das operações mereológicas, não se confirma para todos os casos. Sendo assim, atividades que estabeleçam tarefas que sigam do foco de uma apreensão perceptiva e um enclausuramento na dimensão da figura dada para o desenvolvimento de medidas e cálculos que permitam o olhar para a dimensão inferior podem possibilitar o desenvolvimento da desconstrução dimensional das formas.

O sujeito SH indicou ser o perímetro de A maior do que B ($A > B$) e os outros 5 sujeitos indicaram ser o perímetro de A menor do que o de B ($A < B$). O sujeito SB, mostra vários cálculos de área de retângulos certificando a sua visualização para o cálculo da área numa apreensão operatória com modificação mereológica, aos fazer os recortes na figura dada, como mostra na Figura 44 o seu registro.

Figura 44 - Registro da atividade 4.1 do sujeito SB



Fonte: a autora.

O sujeito SC, na atividade 4.1 pergunta em voz alta na sala "Como vou fazer os cálculos se não tem medida?" Ao sujeito respondemos "Você pode usar as marcações dos quadradinhos como unidade". Observamos para o sujeito a necessidade de conversão numérica com unidades padrão, unidades que fogem do padrão podem provocar questionamentos tornando-se um momento rico para as discussões que envolvem esses processos.

Nem sempre uma figura se encaminha como um elemento facilitador do raciocínio (DUVAL, 1998, p. 143). As atividades, como a

quarta, trazem a forma como o pensamento visual e os processos cognitivos ocorrem quando o sujeitos estão diante de figuras geométricas em problemas. O levantamento dessas situações em pesquisa permitem que tornemos as mesmas discutidas, claras e explícitas de forma a reduzir as dificuldade de aprendizagem que acompanham nossos estudantes (COSTA, 2000, p. 180).

Os sujeitos entregaram a folha com o item 4.1 desenvolvido e receberam em seguida a folha que completava a atividade 4 com o item 4.2, onde os monitores registraram a resposta dada pelo sujeito no item 4.1.

No item da 4.2 da atividade 4, observamos que mesmo solicitando a forma como o sujeito operou o cálculo do perímetro, alguns ficaram aprisionados no olhar da dimensão maior, no caso, a 2D continuando com o conceito de área. A situação ocorreu para os sujeitos SB, SC e SJ, que mostramos pelos registros nas Figuras 45 e 46. Na Figura 45 pelos cálculos de áreas apresentados e repartições da figura dada inicialmente e na Figura 46, pelas contagens mostradas por pontos no interior da figura, percebemos a não desconstrução dimensional da forma.

Figura 45 - Registro do Sujeito SB na atividade 4.2

4.2 - Anote a resposta dada no item 4.1

$A_1 = 2 \times 5 = 10$

$A_2 = A_1 = 10$

$A_3 = 3 \times 6 = 18$

$A = A_1 + A_2 + A_3$

$A = 10 + 10 + 18 = 38$

4.1 *A e meio B*

A_2			
	B_1		
A		B	
A_3		B_2	
A_1			

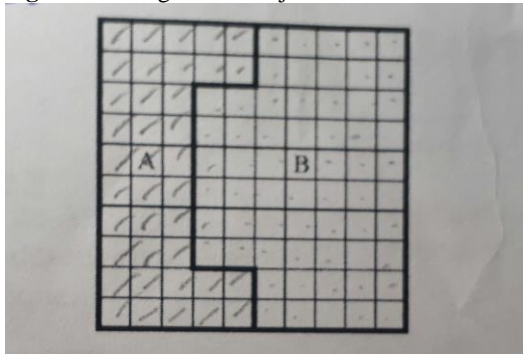
$B_1 = 2 \times 6 = 12$

$B_2 = 5 \times 10 = 50$

$B = B_1 + B_2$

$B = 12 + 50 = 62$

Fonte: a autora.

Figura 46 - Registro do Sujeito SC na atividade 4.2

Fonte: a autora.

No caso do item 4.1, as expressões figurais e discursivas são referencialmente equivalentes mas não são semanticamente congruentes, (DUVAL, 2012a, p. 100), pois trazem uma ligeira não congruência visual. Podemos ver a ação de percepção do erro, quando foi distribuída a folha com o item 4.2, que solicitavam os cálculos, alguns sujeitos verbalizaram se poderiam arrumar a 4.1, como o sujeito SN. Nesse sentido a colocação de SN nos fornece indicativos que a orientação à demonstração do cálculo em si, de forma intencional, como na atividade 4.2, provocou um menor obstáculo entre a apreensão discursiva, perceptiva e operatória.

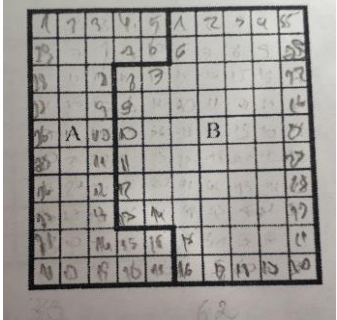
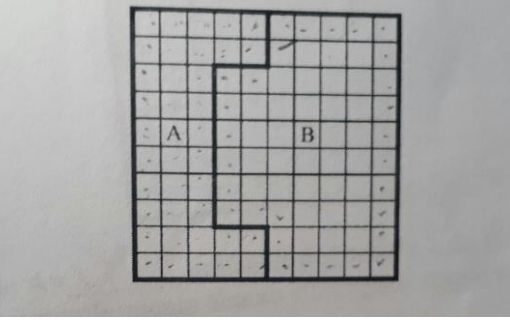
Os olhares icônicos foram os que prevaleceram para a resolução da atividade, a migração ao não icônico avançou para um olhar de inventor ao utilizar modificações mereológicas como ocorreu para o sujeito SB, mostrado na Figura 45. A passagem para o olhar não icônico, nesse caso, não levou o sucesso na questão já que o sujeito estava aprisionado na segunda dimensão.

Nos registros para o cálculo do perímetro na atividade 4.2 percebemos o sujeito SL coloca "A=B porque o contorno de cada um (A e B) é igual" deixando clara a desconstrução da forma de 2D para 1D. Em consonância, o sujeito SM, indica "é só somar todos os lados da figura A e B" e o sujeito SA, escreve que o "perímetro é igual as extremidades" e faz pontilhados ao redor da figura, confirmando com esse registro a desconstrução em 1D. As falas deixam nítido que os sujeitos ao serem envolvidos por atividades que exigem uma passagem numérica, a mesma pode provocar a desconstrução para 1D.

Mesmo indicando de forma incorreta o valor final do perímetro na atividade 4, percebemos que cinco sujeitos conseguiram descer a 1D, quando solicitado os cálculos do perímetro. No entanto, observa-se, um

erro dado pela contagem incorreta de unidades que circulam a figura, sejam por números ou pontilhados, indicados nos instrumentos dos sujeitos. Os erros ocorreram sempre nos vértice dos polígonos de oito lados formados na subdivisão do quadrado e que exemplificamos abaixo pelos registros dos sujeitos SG e SN, no Quadro 23.

Quadro 23 - Registro da atividade 4. 2 do sujeito SG e SN

Sujeito SG	Sujeito SN
 <p>A 10x10 grid with a complex shape drawn inside. The shape is composed of several connected squares. The top row of the shape is 1 square wide. The second row is 2 squares wide. The third row is 3 squares wide. The fourth row is 4 squares wide. The fifth row is 5 squares wide. The sixth row is 6 squares wide. The seventh row is 7 squares wide. The eighth row is 8 squares wide. The ninth row is 9 squares wide. The tenth row is 10 squares wide. The shape is labeled 'A' and 'B'.</p>	 <p>A 10x10 grid with a simpler shape drawn inside. The shape is composed of several connected squares. The top row of the shape is 1 square wide. The second row is 2 squares wide. The third row is 3 squares wide. The fourth row is 4 squares wide. The fifth row is 5 squares wide. The sixth row is 6 squares wide. The seventh row is 7 squares wide. The eighth row is 8 squares wide. The ninth row is 9 squares wide. The tenth row is 10 squares wide. The shape is labeled 'A' and 'B'.</p>

Fonte: a autora.

Observamos, no Quadro 23, que a conversão da representação da linguagem discursiva para a figural, ocorreu pela linguagem numérica e também um tratamento pela linguagem geométrica (figural), utilizando os pontos. Os diferentes registros de representação semióticas interagem num ambiente didático construindo a semiosfera de aprendizagem (MORETTI, BRANDT e SOUZA, 2016, p. 5). As diferentes linguagens se combinam e se misturam (SANTAELLA, 2005, p. 28).

Todos os sujeitos finalizaram as atividades propostas para o primeiro encontro 30 minutos, terminando antes do previsto. O último sujeito a entregar, SB, finalizou em 60 minutos. A atividade 4.1 obteve sete acertos e a 4.2, dez acertos, sendo que dos sete sujeitos que desconstruíram na atividade 4.1. Tivemos um acréscimo de três sujeitos que fizeram a desconstrução dimensional, aumentando para dez sujeitos que fizeram o “desmanche” 2D para 1D.

Para termos a visão geral da produção dos sujeitos na atividade 4 elaboramos o Quadro 24, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori em seus registros.

Quadro 24 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 4

Sujeitos/Produção	2D ↔1D (5.1)	2D ↔1D (5.2)	Especificidades
SA, SF, SE, SI, SL e SM	Sim	Sim	3 acertaram o valor
SJ	Sim	Não	-
SD, SG,SH e SN	Não	Sim	Erraram o valor
SB, SC	Não	Não	Foco na 2D

Fonte: a autora.

A atividade mostra que a composição com figuras geométricas podem gerar a apreensão discursiva subordinada a perceptiva. No item 4.1 a subordinação provocada pela Gestalt da figura causa um enclausuramento na segunda dimensão e esta influenciou a não desconstrução dimensional para 1D que, influenciou na performance dos sujeitos. A dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria causa de insucesso (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602).

Mesmo deixando explícito que o objetivo na atividade 4 era o cálculo do perímetro, seis sujeitos focaram no cálculo da área e três ainda ficaram na segunda dimensão, mesmo quando a atividade solicitou os valores numéricos, mostrando nesse ponto um problema de congruência entre enunciado e figura e de figura com seu tratamento (DUVAL, 2012a, p. 125-126). Nesse ponto conseguimos observar como fica fortemente impregnado a questão dos processos visuais na resolução de problemas quando a figura possui uma tendência para a manutenção na mesma dimensão.

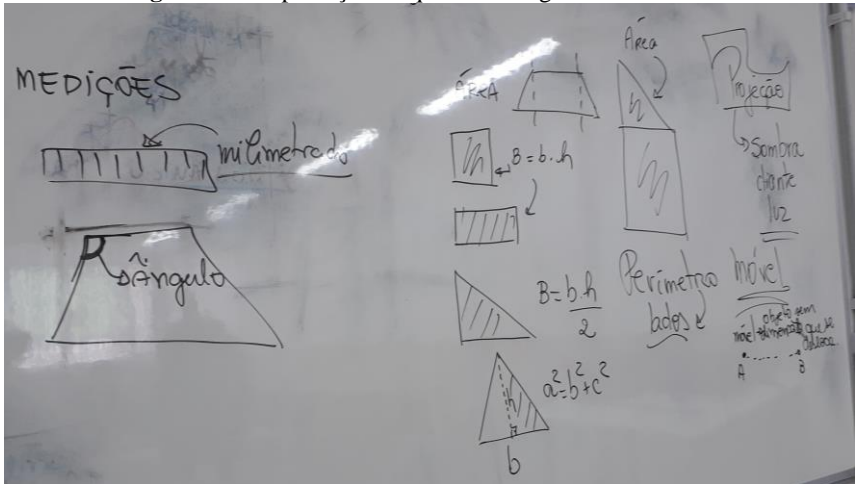
4.2.2. Segundo Encontro de Aplicação

Seguimos a parte prática de nossa investigação no segundo encontro com a aplicação das atividades 5, 6 e 7 com os sujeitos. A segunda etapa ocorreu na semana seguinte a aplicação do primeiro encontro.

Os quatro monitores foram recebidos quinze minutos antes do horário dos sujeitos, onde explanamos as atividades a serem realizadas no dia e revisamos a forma como deveriam se organizar para a entrega das mesmas, o monitoramento e a realização do encontro. As 13h00min os sujeitos de pesquisa entraram, quatro deles chegaram atrasados. Fizemos as explicações revisando os conteúdos necessários às atividades do dia. A revisão se referiu aos conceitos de ponto, área,

volume, nomenclaturas (esfera), graduação de instrumentos de medida e projeções. Fixamos alguns esboços de figuras na lousa realizadas durante as explicações orais. Abaixo, na Figura 47, segue a foto dos esboços construídos à mão livre na lousa.

Figura 47 - Explicação no quadro do segundo encontro

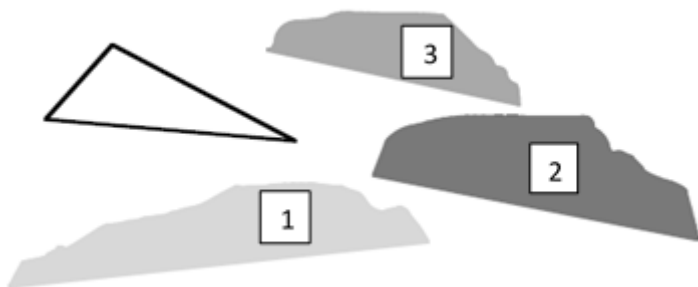


Fonte: a autora.

A revisão conceitual foi realizada em vinte e cinco minutos, em seguida iniciamos a atividade 5. A medida que os sujeitos finalizavam uma atividade recebiam a outra, no caso a atividade 6 e em seguida a 7. Os sujeitos finalizaram as três atividades do segundo encontro em cinquenta e oito minutos.

A seguir esboçamos elementos das nossas análises a priori e a posteriori baseadas nas aplicações e registros dos sujeitos sobre cada uma das atividades do segundo encontro.

A **atividade 5** seguiu com a seguinte proposta aos sujeitos. Dado o modelo de um triângulo na Figura 48, reconstrua ele utilizando as régua em papel não graduadas que foram disponibilizadas.

Figura 48 - Triângulo e régua da Atividade 5

Fonte: Duval (2005, p. 19).

Na quinta atividade, o sujeito, ao perceber o objeto visível da Figura 48, em segunda dimensão, o triângulo, precisaria reconstruí-lo desenvolvendo heurísticamente um processo de utilização das régua não graduadas o que traria um potencial dada pelo seu uso à desconstrução dimensional a 1D. As régua foram numeradas para facilitar a descrição dos sujeitos e para que nós pudéssemos verificar como ocorreu o uso das mesmas na produção.

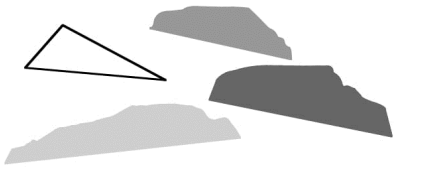
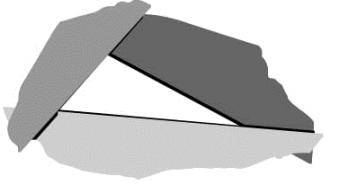
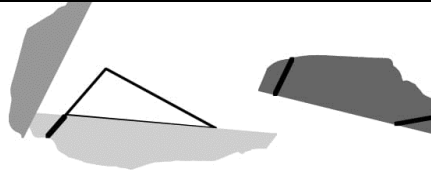
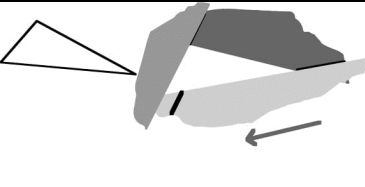
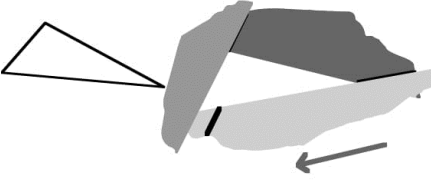
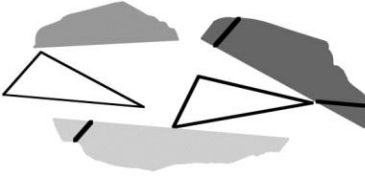
Para que a atividade fosse desenvolvida, o sujeito precisaria identificar os lados que compõem a figura, desconstruindo à primeira dimensão e no encontro desses lados, ao fazer marcações e posicionamentos de régua, ocorreria a desconstrução para a dimensão zero, determinando os vértices.

Com o objetivo de que os lados fossem destacados, o objeto visível dado, um triângulo, foi fornecido vazado, de forma a direcionar o olhar da segunda para a primeira dimensão, o que entendemos que tornaria congruente a parte discursiva, perceptiva e figural da imagem. As régua dadas visualmente foram fornecidas recortadas, de modo que pudessem facilitar a construção e identificação de marcações. Os instrumentos de medida da atividade dados em cores diferentes, tal como se apresenta na imagem, destacando as diferentes régua.

O problema procurou levar o sujeito a criar um modelo para transpor as dimensões desejadas e construí-lo em outro espaço. Nesse sentido, faz emergir as funções metadiscursivas, dentre elas a de tratamento, com objetivo de comunicar com fins ao objetivo a situação proposta.

Esperávamos que os sujeitos da pesquisa seguissem os procedimentos de resolução apresentados no Quadro 25.

Quadro 25 - Etapas de resolução da atividade 5

Etapa 1	Etapa 2
	
Etapa 3	Etapa 4
	
Etapa 5	Etapa 6
	

Fonte: Duval (2005, p. 19).

Ao realizar a atividade 5, os sujeitos precisariam quebrar a unidade figural e o contorno visual em cada uma das três arestas (DUVAL, 2005, p. 19). A priori, o sujeito executaria apreensões que podem trazer os aspectos mereológicos e ou, posicionais, ao desenhar segmentos não existentes para determinar a medida dos lados ou rotacionar a Figura 48, inicialmente dada. Na etapa operatória, também executaria a mudança de dimensão 2D para 1D, e no encontro dos moldes dos lados e na sua junção, para 0D, ao determinar seus vértices. No entanto, a percepção inicial do sujeito poderia não se remeter para os lados da figura e gerar dúvidas quanto a identificação de réguas não

graduadas com serventia para desenvolver a atividade proposta, podendo impedir a desconstrução para 1D.

As apreensões envolvidas são as perceptivas sob o aspecto figural e a relação das mesmas aos aspectos discursivos, neste caso, o enunciado da questão apresentada. Os sujeitos possivelmente desenvolveriam o olhar da desconstrução para a primeira dimensão e desta para a dimensão zero, desde o primeiro momento, já que o aspecto perceptivo traria o olhar para as construções presentes. Acreditamos que em relação as funções referencial e de expansão da língua que elencam aspectos formais da palavra " triângulo", não haveria dificuldades, visto que a base da geometria plana, já é tratada desde a educação infantil, na maior parte dos processos educativos escolares e ligadas a representações cotidianas.

Na atividade 5, inserimos uma nova apreensão, que é a sequencial, e se remete a construção de uma figura, exigindo do sujeito uma sequência de procedimentos ligados a um objetivo final de construção, processos que são recheados de conceitualização de elementos geométricos (DUVAL, 1994, p. 123). A não visualização da sequência de construção, perpassada dessa conceitualização, poderia impedir a desconstrução para a primeira dimensão e a dimensão zero.

Os sujeitos perpassariam aqui de um olhar icônico, que observa e tenta medições para um olhar não icônicos com a construção do modelo baseados em régua não graduadas. Essa passagem de olhares permitiria, na passagem, ocorrer as desconstruções dimensionais da figura dada.

No que se refere às conversões e tratamentos, percebemos a conversão língua natural-formal para uma figural e desta para um tratamento na mesma linguagem, com a construção de segmentos. Ao terminar a atividade 5, não foi necessária uma nova conversão a um registro discursivo.

Acreditamos que as aproximações entre as linguagens, formal (figuras) e natural, ultrapassam questões periféricas, chegando ao núcleo dos sistemas. Mesmo que a utilização do tipo de régua, não graduada, não sendo algo usual, as questões de medição e reconstrução de modelos se aproxima de situações experimentadas pelos estudantes desde muito cedo na escola regular.

Para a atividade 5, dispomos no Quadro 26, um resumo da análise a priori sob os aspectos semióticos e cognitivos envolvidos. No mesmo quadro inserimos os elementos não previstos que ocorreram a posteriori, com o olhar sob os registros dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 26 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 5

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: a) 2D ↔ 1D Transporte dos lados e na medição b) 1D ↔ 0D União dos segmentos para identificar os pontos que formariam os vértices.	A priori: a) Figura Vazada b) Réguas de cores diferenciadas e numeradas	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória: Tipo mereológica d) Sequencial	1) A priori: a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão 2) A posteriori: c) Apofântica
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural	1) A priori: a) Botânico b) Agrimensor c) Construtor 2) A posteriori: Inventor	1) A priori: Triângulos- Lados e vértices 2) A posteriori: Ângulos	

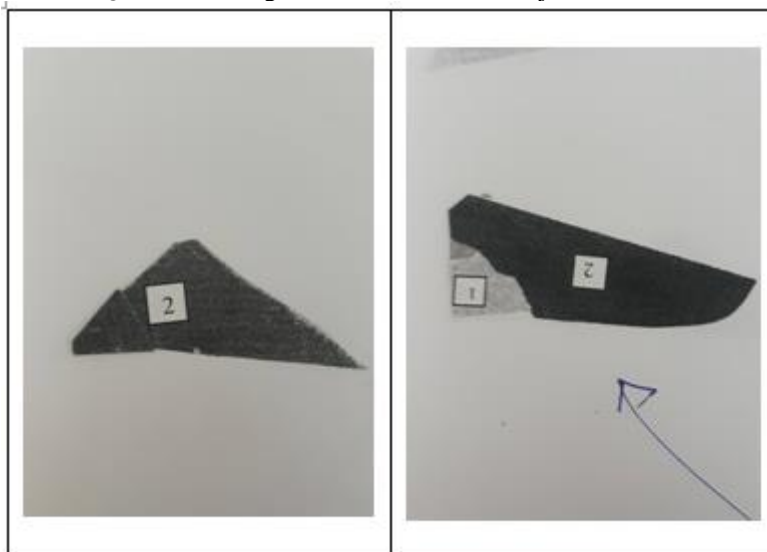
Fonte: a autora.

Na atividade 5 exploramos o processo de reconstrução do objeto visível utilizando as réguas (sem marcas de medidas). A atividade procurava levar os sujeitos a criar um modelo para transpor as dimensões desejadas e reconstruí-lo em outro espaço. Ao ler a atividade no segundo encontro, os sujeitos fizeram perguntas que se remeteram a forma de operacionalizar a proposta solicitada: "Pode cortar?", "Pode Colar?" Informamos que poderiam usar o material disponível, e que não utilizassem outro tipo de medições que não fossem por meio das réguas não graduadas.

Diferentes formas e técnicas foram utilizadas para a resolução da atividade com os instrumentos disponibilizados, alguns pelo desenho de segmentos não existentes na figura, outros por recortes nas réguas, outros por dobraduras, outros por justaposição das réguas. No entanto, para a resolução precisamente, o sujeito precisaria quebrar a unidade visual dada, mudando as dimensões.

Algumas resoluções foram feitas pelas dobraduras e recortes, mantendo a figura plana, não desconstruindo para a primeira dimensão. No Quadro 27, mostramos os registros dos sujeitos SF e SE que confirmam o ocorrido.

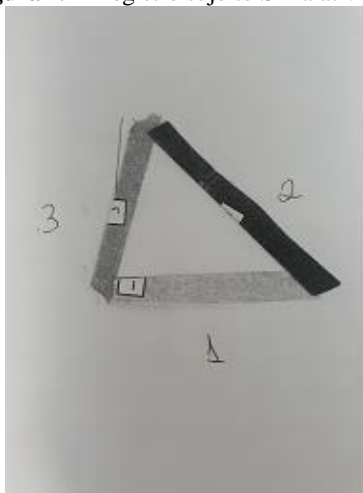
Quadro 27 - Registro da atividade 5 dos sujeitos SF e SE



Fonte: a autora.

A situação do Quadro 27 traz construções de moldes com formas que se aproximavam do triângulo dado, contudo mantendo a segunda dimensão, esse procedimento usado pelos sujeitos não era esperado a priori. Confirmamos que a desconstrução dimensional encontra-se na contramão da percepção de unidades de figuras, sendo assim, organizar as tarefas torna-se complexo, já que, o que se vê de imediato é o que se torna obstáculo a percepção das demais unidades figurais (DUVAL, 2011, p. 93).

Na Figura 49 temos o registro de resolução do sujeito SI, na mesma situação de criar um molde, por recortes ou dobraduras, no entanto, percebemos a desconstrução para 1D ao procurar fazer moldes dos lados do um triângulo, não registrando a percepção do vértice num sentido de desconstruir para dimensão zero e manter as medidas do triângulo inicial fornecido. O sujeito SI, constrói um triângulo qualquer, não se remete a expansão discursiva do que foi proposto.

Figura 49 - Registro sujeito SI na atividade 5

Fonte: a autora.

No caso da produção de triângulos, entrevistamos individualmente os sujeitos em horário regular de aulas, com a autorização do professor regente para esclarecer dúvidas quanto a apresentação do modelo e a desconstrução dimensional das formas. Nosso objetivo com os questionamentos era perceber se a desconstrução à primeira dimensão e a dimensão zero havia se realizado, pois apenas com os registros das construções, nem sempre tínhamos essa certeza. Perguntamos se o triângulo reproduzido era igual ao dado e como garantiram que os ângulos permanecessem os mesmos da figura original.

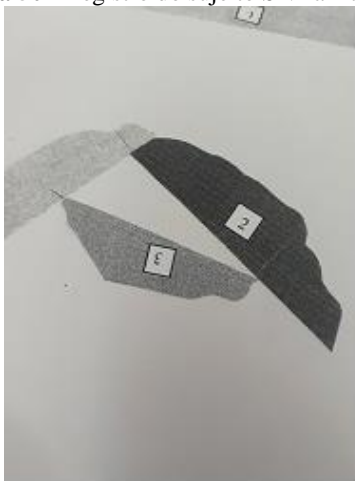
Os sujeitos SI e SL consideraram que o molde construído não estava igual, e que acharam que poderia ser um triângulo parecido, já o sujeito SF indicou que não estava igual, que faltou ter cortado reto para ficar igual ao modelo. O sujeito SC pontuou que usou as régulas soltas separadamente e não garantiu os ângulos. Para o sujeito SH, disse que viu mais ou menos a medida com uma régua e sujeito SM colocou que "o ângulo foi meio no olho". Os sujeitos SA e SG colocam que garantiram a manutenção dos ângulos dados na figura original pela colocação das três régulas ao mesmo tempo.

No registro da resolução da atividade 5 o sujeito SN, revela: "Quis usar todas as régulas pois achei que seria mais fácil, então vi como eu iria encaixar para que formassem o mesmo ângulo da figura original e depois marquei". O sujeito expõe o que esperávamos a priori que fosse realizado, o desenho de segmentos existentes em cada régua, observados

pelas marcações, a justaposição das réguas para compor os vértices com os mesmos ângulos e então a reprodução do triângulo solicitado.

O sujeito SN, conforme mostramos o registro na Figura 50, consegue estabelecer uma sequência de construção para reproduzir a figura e elabora uma estratégia com proposições e uso de técnicas que envolveram a expansão conceitual não explícita, apreensões perceptivas, discursivas, operatórias e sequenciais (DUVAL, 1994, p. 123). Na explicação da técnica utilizada destaca a função apofântica no uso da língua e um olhar de construtor (DUVAL, 1995, p. 89-91).

Figura 50 - Registro do sujeito SN na Atividade 5



Fonte: a autora.

Para termos a visão ampliada da produção dos sujeitos na atividade 5 elaboramos o Quadro 28, traz a síntese do que encontramos na análise a posteriori sobre as passagens de desconstrução dimensional.

Quadro 28 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 5

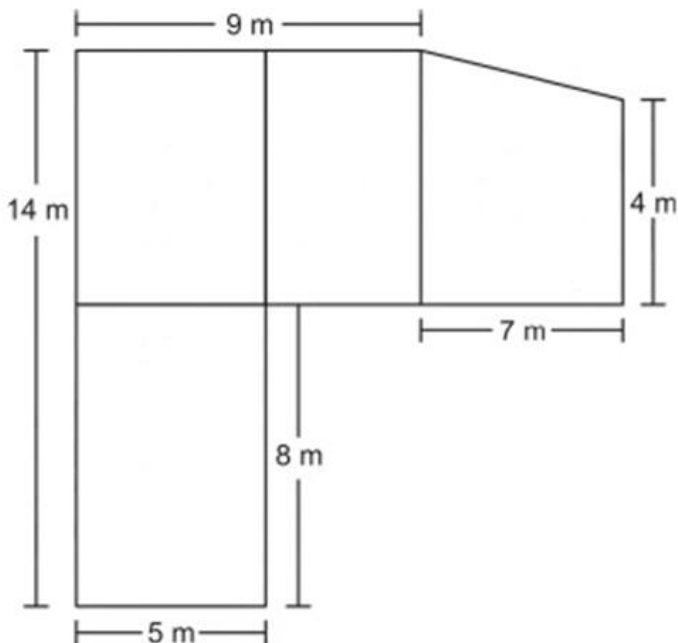
Sujeitos/Produção	2D ↔1D	1D ↔0D	Ficou em 2D	Especificidades
SD, SF, SE, SH	Não	Não	Sim	Não fez desconstrução, insucesso na questão
SG, SI, SL, SC	Sim	Não	Não	Não fez desconstrução para 0D, insucesso na questão
SB, SA, SJ, SM, SN	Sim	Sim	Não	Fizeram ambas as desconstruções, sucesso na resolução.

Fonte: a autora.

Os instrumentos de medida para a atividade de reprodução da figura (triângulo) pode ter causado restrições aos sujeitos, alguns não conseguiram visualizar etapas de construção, mas possibilitaram novas formas cognitivas, ricas na decomposição visual e justaposição de instrumentos (DUVAL, 2005, p.25).

Os sujeitos que não conseguiram dispor das etapas de uma apreensão sequencial que se envolveria a desconstrução dimensional da forma em 1D e 0D não finalizaram corretamente a Atividade 5. Apenas cinco sujeitos concluíram com sucesso a atividade cinco e apenas esses cinco sujeitos fizeram as passagens de desconstrução de 1D a 0D. A dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria causa de insucesso (MORETTI, BRANDT, 2015, p. 602).

A atividade seis seguiu após a realização e entrega da atividade cinco. A proposição da **atividade 6**, colocada na Figura 51 solicita o cálculo da sua área.

Figura 51 - Planta baixa da sala

Fonte: Adaptada ENEM²³ (2012).

O objeto visível em que se centrou a análise compõe-se de vários quadriláteros. Na atividade 6, pretendia-se que o sujeito, ao ser requisitado, operasse no objeto visível em segunda dimensão, percebendo todas as partes implícitas nas subdivisões, considerando os elementos conceituais formais como retângulos, trapézio, área e planta baixa.

Exploramos na atividade a necessidade do olhar para a primeira dimensão provocando a desconstrução dimensional de 2D para 1D, que ocorreria na composição dos lados para calcular a área total da figura dada. Esperávamos que os sujeitos observassem a falta de algumas das medidas dos lados, reduzindo à dimensão realizando a apreensão operatória com modificações mereológicas. Ao definirem as subdivisões

²³ Disponível em: < <http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/153.html> >. Acesso: 16 ago. 2016.

necessárias na Figura 51, isso permitiria obter os elementos numéricos não explicitados.

No aspecto visual da figura geométrica, destacamos partes, com indicação de medidas, estimulando a visualização para uma boa forma. Existe uma congruência entre figura e enunciado, no entanto as conversões figurais para numéricas podem trazer obstáculos à finalização com sucesso.

O problema delimitou sua função da língua metadiscursiva com o objetivo de comunicar com fins a requisitar a análise sobre um tratamento de dimensões, foco de nossa investigação. A necessidade do olhar para a primeira dimensão provocaria obrigatoriamente a desconstrução dimensional de 2D para 1D, na composição dos lados dos quadriláteros.

A função discursiva da língua, nas funções de expansão, se remetendo a área e planta baixa, não trata de elementos conceituais complexos, sendo assim, seriam convergente para uma significação dos conceitos matemáticos envolvidos. Caso a imagem não se relacionasse ao conceito de "área", nas redes de relações conceituais dos sujeitos poderiam apresentar entraves à desconstrução dimensional.

Trazendo elementos sobre as conversões e tratamentos da atividade 6, teríamos a conversão língua natural-formal para uma figura geométrica bidimensional e dessa a necessidade de um tratamento em primeira dimensão alternado com conversões e tratamentos do registro numérico e talvez algébrico. A linguagem algébrica poderia surgir caso o sujeito buscasse as fórmulas nas subdivisões, o que acreditávamos que seria difícil ocorrer. Esperávamos que os sujeitos encontrassem a solução da área na composição por adição da área de três retângulos e um trapézio no valor de 129 m^2 .

Sobre as aproximações de sistemas semióticos, formando a semiosfera são tratadas aqui de uma forma mais tradicional, não explorando elos com a aplicação cotidiana. A opção foi realizada para deixar a atividade mais simplificada possível e que as desconstruções fossem mais perceptíveis.

Sintetizamos as análises à priori da atividade 6 no Quadro 29, trazendo um resumo dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos. Acrescentamos, quando surgiram, elementos da análise a posteriori com o olhar sob a produção dos sujeitos.

Quadro 29 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 6

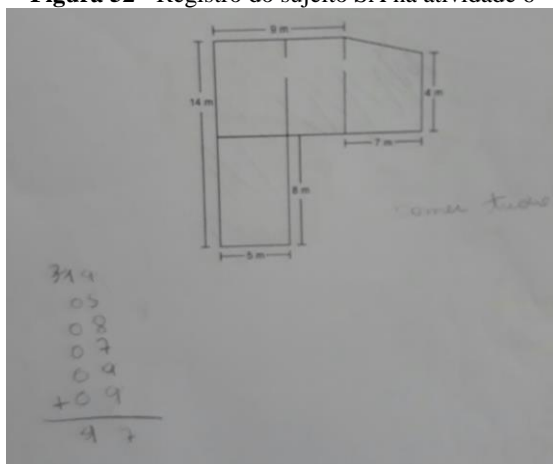
Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: 2D ↔ 1D Lados ausentes na figura plana.	A priori: a) Boa forma- vazada e subdividida b) Identificação de medidas com marcadores 2) A posteriori: Percepções Ambíguas	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória no modo mereológica	A priori: -Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: -Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural d) Algébrica e) Numérica	A priori: a) Botânico b) Agrimensor 2) A posteriori: c) Inventor	1) A priori: Área de quadriláteros 2) A posteriori: Área de triângulos	

Fonte: a autora.

Observamos a posteriori, que outros elementos conceituais referentes a subdivisões em triângulos, foram trazidas pelos sujeitos para a resolução. Além disso, a habilidade do olhar do inventor, indo de um olhar icônico para um não icônico também apareceu na atividade 6.

No registro do sujeitos SA, percebemos que a função metadiscursiva de comunicar o que se deseja com um determinado objetivo não se cumpriu totalmente, visto que o sujeito SA, teve a sua percepção voltada a primeira dimensão e considerou área a ser calculada como um perímetro, somando todas as medidas do contorno como observamos na Figura 52.

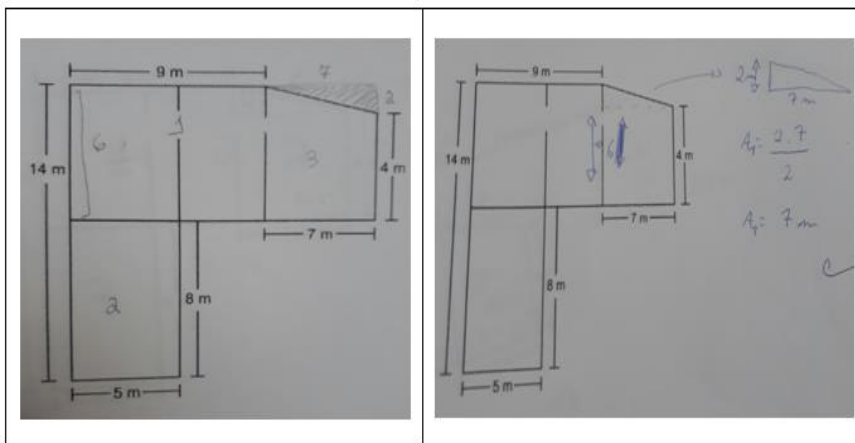
Figura 52 - Registro do sujeito SA na atividade 6



Fonte: a autora.

Os sujeitos SI e SC também relevaram cálculos de perímetro em seus registros. É possível que a indicação de marcações para identificar as medidas dos lados das figuras, levou estes sujeitos a se fixarem seus olhares na primeira dimensão. No entanto, não seria o que os estudos dos aspectos gestálticos relatam sobre a tendência de olhar dimensão maior, no caso, a figura plana e assim voltar os olhares icônicos para a sua área.

Uma das apreensões operatórias realizadas para a resolução da atividade, num modo mereológico, foi completar o trapézio como um retângulo, acrescentando um triângulo, o que demonstraria a passagem para o não icônico na resolução de um problema. O olhar do inventor se apresentou, como mostramos nos registros dos sujeitos SN e SJ colocados no Quadro 30. No mesmo Quadro 30, podemos observar os registros da desconstrução 2D para 1D e vice versa, realizados para determinar lados não explícitos na figura, com marcação do número seis. Para o sujeito SJ, a indicação de uma flecha com a medida seis apontam para o olhar do agrimensor, num sentido icônico da figura. As subdivisões de triângulos elaboradas, num olhar de inventor, indicam a necessidade de revisar os conceitos de área de triângulos.

Quadro 30 - Registros da atividade 6 dos sujeitos SN e SJ

Fonte: a autora.

Cinco sujeitos indicaram numerações nos quadriláteros que compõe a figura, no mesmo modelo indicado pelo registro do sujeito SN no Quadro 30, demonstrando que a conversão para o uso da linguagem algébrica e numérica ocorreu pela reconfiguração.

Nos registros do sujeito SG, observamos erros na identificação de fórmulas no cálculo da área. Para o caso, fizemos entrevista individual, sobre a forma de visualização da figura dada, o que veio a confirmar a confusão que houve da imagem dada com um retângulo. Consideramos que a pequena inclinação de um dos lados do trapézio, não paralelo, pode ter conduzido o sujeito ao erro num processo perceptivo ambíguo (DUVAL, 2012c) relacionado à figura. Entendemos que para conferir uma boa forma na figura e a melhoria na apreensão perceptiva, uma inclinação mais acentuada entre os lados não paralelos do trapézio possibilita eliminar a ambiguidade.

Os sujeitos SM, SH e SF, consideraram um único retângulo para o cálculo da área da figura dada na atividade 6. Levamos a situação para uma entrevista de forma a entender o olhar dos sujeitos sobre a figura. O sujeito SH, fala "imaginei que se fechasse daria um retângulo". Percebemos na entrevista, que ambos desconstruíram para a primeira dimensão, porém se fixaram no olhar icônico de uma figura única, que englobaria todas as subfiguras internas, não necessitando modificações mereológicas. Os sujeitos não avançam para um olhar não icônico de inventor na desconstrução da dimensão dada na figura.

Para termos a visão ampliada da produção dos sujeitos na atividade 6 elaboramos o Quadro 31, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori referente a desconstrução dimensional.

Quadro 31 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 6

Sujeitos/Produção	2D ↔ 1D	Especificidades
SH, SF, SM	1	Consideraram um retângulo único
SL, SJ, SE, SB	1	Subdivisões retângulo e triângulo, sucesso na atividade
SI, SC, AS	0	Resolução como perímetro
SD, SN, SG	1	Erro na parte identificação fórmulas ou figuras

Fonte: a autora.

Onze sujeitos fizeram passagens da segunda para a primeira dimensão, contudo, apenas os sujeitos que fizeram também uma apreensão operatória no trapézio, acrescentando ou reconfigurando para um retângulo e um triângulo, obtiveram sucesso na atividade, foram quatro sujeitos.

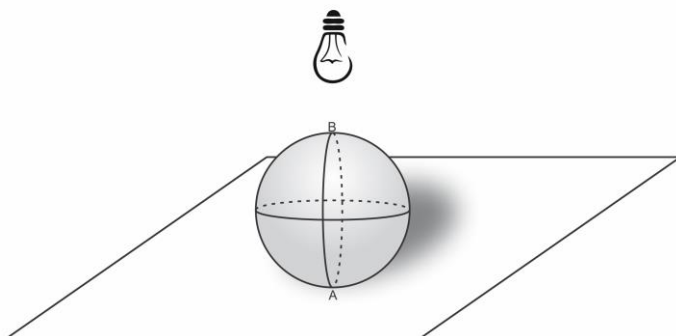
Ao analisar a atividade e fazer entrevistas com os sujeitos percebemos que a atividade 6 não se apresentou como uma atividade em que se explore intencionalmente elementos que fortalecem a desconstrução dimensional.

A **Atividade 7** foi a última a ser realizada no segundo encontro. Nessa atividade propomos aos sujeitos o seguinte problema: tem-se, na Figura 53, uma foto de um globo da morte, utilizado em apresentações de circo e, na Figura 54, uma esfera que ilustra a sua forma geométrica (Adaptado ENEM²⁴, 2012).

²⁴ Disponível em: <<http://soumaisenem.com.br/matematica>>. Acesso: 16 ago. 2016.

Figura 53 - Globo da Morte

Fonte: Adaptado ENEM²⁵, 2012.

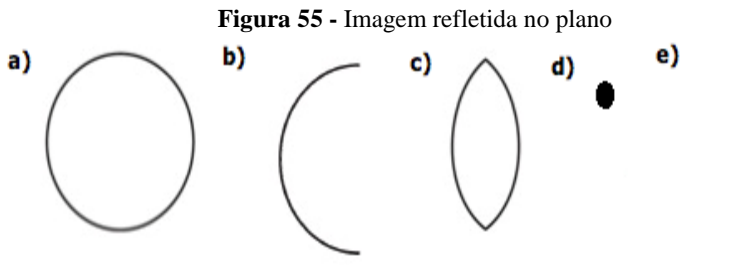
Figura 54 - Esfera apoiada no plano com luz

Fonte: a autora.

Na Figura 54, o ponto A está no plano do chão, onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera, sendo perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz, como apontado na imagem da Figura 54, direcionado para o chão, colocado sobre o ponto B e que um móvel faça trajeteto dentro da esfera.

7.1-A imagem no plano do chão do trajeto do móvel percorrendo de A para B é melhor representada por qual alternativa da Figura 55?

²⁵ Disponível em: <<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/153.html>>. Acesso: 16 ago.2016.



Fonte: Adaptado ENEM²⁶, 2012.

7.2- A imagem no plano do chão do trajeto do móvel percorrendo de A para B na superfície da esfera é melhor representada por qual alternativa da Figura 55?

Na atividade pretendíamos que o sujeito percebesse o objeto visível em terceira dimensão com percepção de profundidade, desconstruindo-o em 1D e 0D ao visualizar os elementos formais da geometria da esfera e com as percepções de plano, elaborassem as projeções solicitadas.

Para a escolha da atividade objetivamos encontrar um problema que envolve-se a desconstrução dimensional em terceira dimensão para a primeira dimensão, fazendo passagens de forma direta, sem passar pela 2D. Encontramos esse referencial em um contexto com um globo da morte, ligado a necessidade de desconstruir, onde fizemos algumas adaptações, baseados na aplicação do pré-teste. As alterações buscaram por uma boa forma direcionando o olhar à visualização dos objetos pretendidos com a diferenciação de trajetórias do móvel e a operação da desconstrução com sucesso.

Esperávamos como solução para a proposta de atividade na pergunta 7.1 a imagem “d” da Figura 55, um ponto, onde necessitaria do sujeito uma desconstrução 3D para 0D. Já para a questão 7.2, esperávamos como solução a imagem “e”, da Figura 55, uma linha reta, representando a passagem 3D para 1D. Fizemos a diferenciação do questionamento 7.1 e 7.2 para perceber se os sujeitos conseguiriam diferenciar a imagem da projeção no plano e não confundi-la com a trajetória do móvel, o que prevíamos ocorrer.

Alguns sujeitos podem revelar a falta de conhecimento sobre o que seria um “globo da morte” e isso poderia não estimular o seu olhar

²⁶ Disponível em: <<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/153.html>>. Acesso: 16 ago.2016.

para a atividade revelando percepções interpretáveis (DUVAL, 2012c, p. 293).

A proposta da atividade levaria os sujeitos a vários objetos matemáticos: esfera, projeção, circunferência, segmento, perpendicular, diâmetro, centro da esfera, ponto pertencentes a circunferência. A significação desses objetos teria forte importância na visualização dos sujeitos em relação as figuras fornecidas.

Em relação as funções da Língua, colocadas na atividade 7, evidenciamos o uso da metadiscursiva, no próprio texto do enunciado, contemplando a intenção de comunicar com objetivo a algo, no caso realizar as projeções ao plano. A função discursiva seria empregada juntamente a referencial com indicativos da designação de elementos que estão na imagem ou nas alternativas. Além disso a função de expansão, fariam o sujeito olhar para figura num sentido de visualizar o que não estaria explícito, os conceitos de esfera, segmento e perpendicular, exemplificam o uso dessa função discursiva.

A Figura 54, foi adaptada procurando dar mais uma informação ao sujeitos que agregasse na sua visualização e na desconstrução dimensional da forma objetivando escolha da alternativa correta. Procuramos desenhar o plano abaixo da esfera onde estaria a projeção e o foco da luz ao topo, mostrando onde estaria o referencial da iluminação. Previamente esperávamos que as Figuras 53 e 54, fornecidas representassem uma boa forma à questão perceptiva, quanto aos elementos vazados, a percepção da profundidade e a projeção em si.

Observamos que as questões das alternativas e a forte chamada para a questão visual da atividade, poderia levar o sujeito a focar o seu procedimento de resolução apenas na apreensão discursiva e perceptiva, num olhar icônico de botanista. A situação proposta na atividade exigiu desconstruções, mas não solicita a ação do sujeito por meio de construções ou cálculos, focou o pensar heurístico nos processos visuais e prevíamos que isso, provavelmente, acarretaria dificuldades de sucesso por parte dos sujeitos da investigação. Contudo, acreditávamos que alguns sujeitos pudessem desenvolver algumas repartições nas imagens dadas procurando elos com as unidades figurais ao pensar na trajetória do móvel, podendo caminhar no olhar não icônico de inventor.

Quanto ao ir e vir entre os registros de representações semióticas, esperávamos que os sujeitos fizessem conversão da linguagem discursiva, natural e formal, para uma linguagem figural e dela um tratamento no mesmo registro chegando a alternativa correta. A linguagem figural traz elementos que procuram fazer elos entre a semiosfera formal e a linguagem cotidiana do uso de esferas com o

globo da morte, das atividades circenses. Essa intersecção de semiosfera procurou estabelecer ligações semióticas reais buscando a melhor visualização dos sujeitos.

Dispomos no Quadro 32, uma síntese dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos à priori na atividade 7, acrescentamos elementos da análise a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 32 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 7

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: a) 3D ↔ 0D Projeção em linha reta, formando um ponto b) 3D ↔ 1D Projeção em linha curva, formando uma reta.	1) A priori: a) Olhar em 3D b) Elementos vazados c) Percepção de profundidade 2) A posteriori As relações 3D e projeções não se mostraram como boa forma	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória No modo mereológico	A priori: a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural -Elementos Cotidianos	A priori: a) Botânico b) Inventor	A priori: Esfera, Projeção, Circunferência, Segmento, Perpendicular, Diâmetro, Pontos Centro da esfera.	

Fonte: a autora.

Observamos analisando as produções dos sujeitos nos instrumentos, dificuldades em perceberem a mudança de dimensão de 3D para 0D, já que ninguém obteve sucesso. Já a mudança para a primeira dimensão, ocorreu de forma mais presente, contudo, houve a tendência de resposta na forma de unidade figural em curva, perfazendo a trajetória do móvel e não a sua projeção ao plano, como prevíamos a priori. Apenas dois sujeitos não fizeram essa mudança, SA e SG.

Consideramos que a complexidade perceptiva da atividade, quanto a projeção, foi um elemento que dificultou o olhar à desconstrução dimensional da figura em relação ao aspecto discursivo do problema. Em entrevista individual, posterior a aplicação, SJ coloca, “não entendi essa parte aqui”, apontando para o início do enunciado do item 7.1 que indicava “a imagem no plano do chão do trajeto do móvel”.

A dificuldade de pensar a projeção no plano com a sombra do móvel em movimento, dadas as alternativas estáticas, foi um elemento que dificultou uma congruência visual que convergisse para o sucesso na atividade. Se a atividade tivesse aspectos dinâmicos, provavelmente, um maior número de sujeitos poderiam ter realizado uma imagem mental adequada. A questão do movimento tratadas por imagens estáticas mostra um elemento que dificulta a desconstrução das dimensões.

Entrevistas com oito, dos treze sujeitos, foram realizadas, já que o problema era de múltipla escolha e os sujeitos não demonstraram outro registro além de indicar a alternativa. O sujeito SB, que assinalou na mudança para a dimensão 1, um semicírculo, coloca "Do ponto A para o B temos meio círculo, pois a figura é uma esfera", deixa claro a mudança para a primeira dimensão corretamente, contudo, mostra dificuldades de visualizar a projeção no plano e revela, como solução, a trajetória do móvel na esfera. Já o sujeito SJ, coloca ter imaginado o móvel se deslocando de A para B, em forma de um círculo completo. O fato relatado ocorreu com mais sujeitos, em ambas as questões, tivemos um número considerável de sujeitos que optaram por dar como solução linhas curvas fazendo a mudança para a unidade figural em 1D, indicando uma tendência em não conseguir se deslocar da esfera à uma projeção no plano.

Dispomos do Quadro 33, para termos uma visão ampliada da produção dos sujeitos na atividade 7, trazendo uma síntese do que encontramos na análise a posteriori no que se relaciona a desconstrução dimensional.

Quadro 33 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 7

Sujeitos/Produção	3D ↔0D (7.1)	3D ↔1D (7.2)	Especificidades
SE, SL, SN	Não	Sim	Sucesso na 7.2
AS, SG	Não	Não	Projeção como um ponto na mudança para 1D na 7.2
SB, SC, SD, SF, SH, SI, SJ, SM	Não	Sim	Sem sucesso, identificação de linha curva na mudança para 1D, na 7.2

Fonte: a autora.

Nenhum sujeito na primeira projeção da esfera no plano, no item 7.1, conseguiu sair da terceira dimensão e ir a dimensão zero, a mudança para unidades figurais de um ramo mais distante pode ser um dos elementos que acarreta uma falta de congruência semiótica visual. Isso se confirma pelo número alternativas assinaladas no item 7.2, foram três sujeitos para o semicírculo, que acertaram, quatro sujeitos assinalaram no círculo e dois a elipse, ou seja, todos para 1D. Quando a projeção ocorre para 1D, um ramo mais próximo na redução dimensional nos parece facilitar a heurística do “desmanche”, já que, onze sujeitos desconstruíram em 1D.

No item 7.2, de onze sujeitos que fizeram a desconstrução para 1D, apenas 3 acertaram a projeção corretamente. Os sujeitos ligaram fortemente a solução da questão com a trajetória do móvel e não com a sua projeção ao plano. O sujeito SM coloca em entrevista, “acho que não interpretei bem a pergunta, não entendi bem, acho que chutei”, já SH, coloca “entendi que os dois contornavam”, SI diz, “para mim é o mesmo”, ambos querendo dizer que tanto no item 7.1 como no 7.2, a trajetória do móvel seria a mesma e então a sombra da projeção também.

As duas questões, da atividade 7, fizeram com que os sujeitos voltassem para pensar diferenciações, eles externaram no momento da aplicação, se as duas questões não eram iguais, solicitamos que pudessem ler com atenção novamente o enunciado. Percebemos existir uma tendência do sujeito em se fixar na imagem, da Figura 53, o globo da morte, no olhar do botanista para chegar a uma solução. Esse olhar, exige pouco conhecimento conceitual e acarreta certo desprezo ao enunciado do problema, que designa o que se pede.

As atividades de pesquisa que contém alternativas para escolher a solução final, não nos permitiu resgatar indícios da imagem mental formulada pelo sujeito em relação a desconstrução dimensional ocorrida. Houve necessidades de questionamentos individuais para refazer a trajetória da heurística dos sujeitos e nos certificarmos do caminhos escolhidos, esse fato também ocorreu na atividade 1, no primeiro encontro.

4.2.3. Terceiro Encontro de Aplicação

Nosso terceiro encontro ocorreu na terça feira da semana consecutiva ao segundo encontro. O elemento diferenciador nesse encontro foi a aplicação da desconstrução dimensional por meio de aplicativo de geometria dinâmica, disponibilizado gratuitamente em site.

Por meio de pesquisas na internet, buscando aplicativos que pudessem compor nossa atividade, observamos que o material digital que escolhemos, continha janelas que acessavam figuras interativas, baseadas na geometria dinâmica, utilizando o Geogebra. O Geogebra é um software gratuito e de código aberto que reúne recursos da Álgebra, Cálculo e Geometria e traz como único pré-requisito que este contenha o programa Java. Para o caso da Geometria, o Geogebra se diferencia por permitir inserções e movimentações que garantem propriedades das figuras geométricas. Escolhemos três janelas de aplicativos com conceitos mais simplificados das formas para explorar as desconstruções dimensionais pretendidas. A aplicação prática de nossa investigação seguiram com as atividades 8 e 9.

Recebemos os monitores com quinze minutos de antecedência ao horário dos sujeitos e fizemos as orientações para que realizassem a entrega do material e o apoio.

A pesquisa, nesse dia, foi aplicada com onze sujeitos, pois, SM e SG, estiveram ausentes. Quatro sujeitos chegaram atrasados na atividade, três deles, SN, SL e SJ, chegaram cinquenta minutos após o início, não participando da revisão de conteúdo. Com SM e SG, combinamos de aplicar posteriormente e individualmente os instrumentos 8 e 9. O sujeito SM, realizou na semana seguinte juntamente ao quarto encontro, e o SG não realizou a atividade, recombinaamos duas vezes e não houve comparecimento.

As atividades 8 e 9, foram organizadas para aplicação no mesmo dia, já que ambas utilizariam os computadores ligados à internet. A sala de aplicação do encontro foi no laboratório de informática do IFSC,

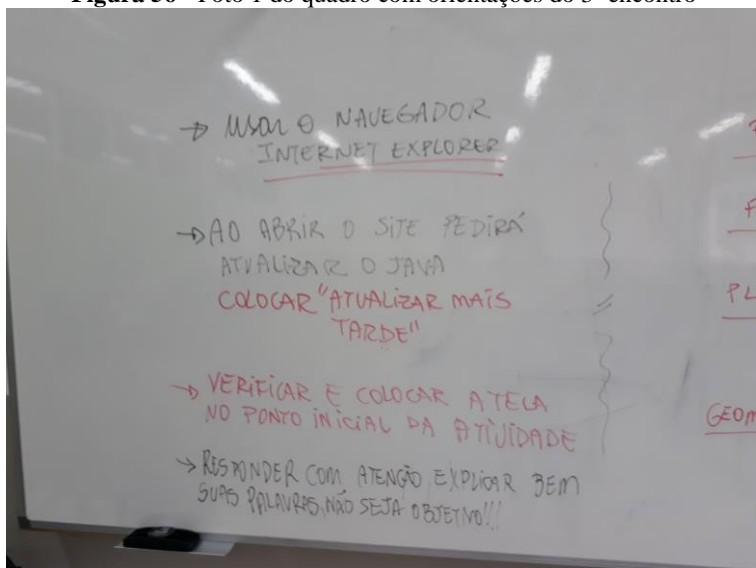
campus Itajaí, onde tínhamos disponíveis 40 máquinas. Deixamos os sujeitos bem espaçados entre as máquinas para impedir possível contato entre eles.

Mesmo com o apoio anterior da equipe de informática do *campus*, para verificação do acesso das máquinas no ambiente desejado, tivemos que chamar dois técnicos para ajudar no dia do encontro, já que algumas máquinas não permitiam o acesso aos sites que precisávamos. O fato ocorreu em função de que o ambiente era bloqueado para acesso pelo IFSC, por questões de segurança. A situação do acesso foi resolvida e com um atraso de vinte minutos, do que havíamos programado, foi iniciada a aplicação com os sujeitos.

Após uma hora e oito minutos os sujeitos que chegaram no horário pré-agendados para o terceiro encontro já haviam finalizado. Os sujeitos SN, SL e SJ finalizaram posteriormente, contudo, levaram em média o mesmo tempo dos demais sujeitos, apresentando poucos questionamentos.

Neste dia, deixamos os dois sites necessários a realização da atividade abertos em cada máquina e os dois instrumentos de pesquisa, das atividades 8 e 9 foram entregues juntos, colocados em frente ao teclado, evitando a necessidade de circular entre as carteiras, já que, a disposição das bancadas dificultava o acesso.

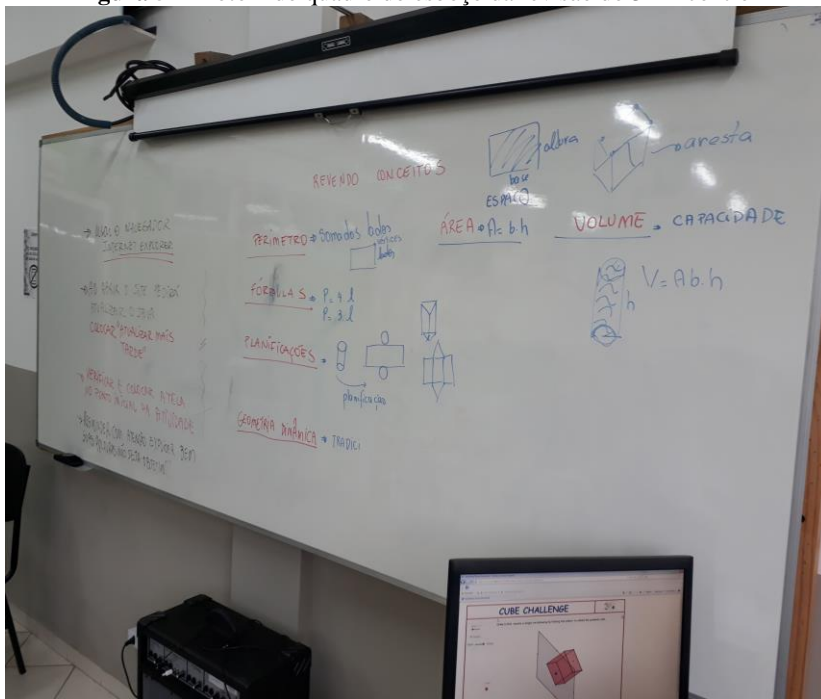
Em seguida aos computadores estarem com acesso as páginas desejadas, fizemos as primeiras orientações do uso da máquina e sites. Nesse momento, estávamos com oito sujeitos em sala, os outros chegaram atrasados, após revisão dos conceitos básicos pelo pesquisador. A Figura 56, mostra o esboço das orientações orais e também descritas ao quadro.

Figura 56 - Foto 1 do quadro com orientações do 3º encontro

Fonte: a autora.

Em seguida, fizemos explanações sobre os conceitos envolvidos nas atividades a serem realizadas. Os conceitos revisados foram relacionados ao perímetro, planificações e a geometria dinâmica. Fizemos uma foto dos nossos esboços e anotações ao quadro que segue na Figura 57.

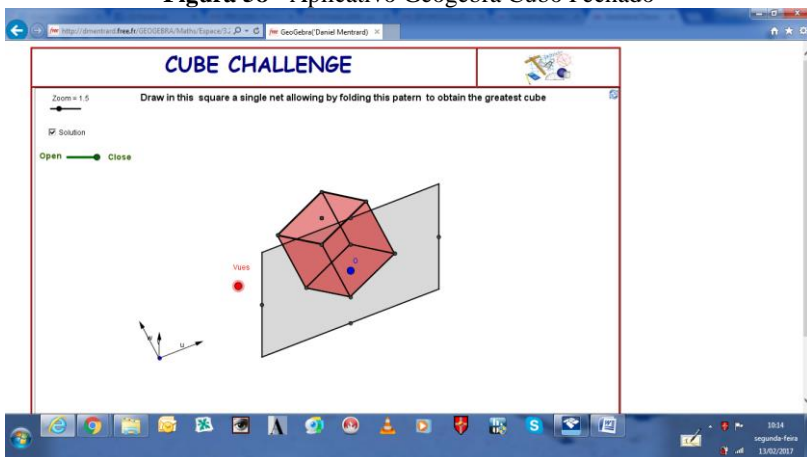
Figura 57 - Foto 2 do quadro do esboço da revisão do 3º Encontro



Fonte: a autora.

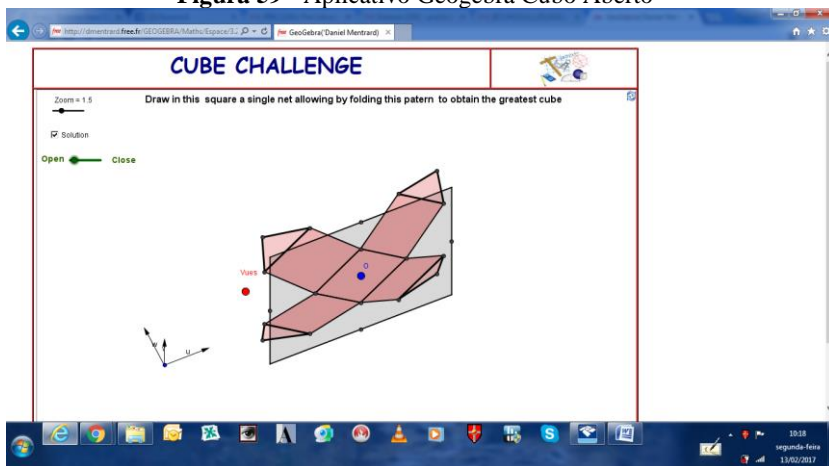
A atividade 8, pressupôs o uso de computadores ligados à internet, o que para nosso caso, foi no laboratório de informática. O site específico da atividade 8, já aberto para a primeira atividade, estava na posição do cubo, conforme mostra a Figura 58, de forma que os sujeitos prosseguissem na realização da mesma todos do mesmo ponto e formato da figura.

A **atividade 8**, foi elaborada baseada nos movimentos e figuras geométricas do aplicativo do Geogebra disponibilizado no site, conforme mostra a Figura 58.

Figura 58 - Aplicativo Geogebra Cubo Fechado

Fonte: DMENTRARD²⁷, 2017.

O aplicativo mostrava a abertura e fechamento da superfície do cubo, desconstruindo-o, conforme Figura 59. Era possível mudar a orientação tridimensional e suas medidas possibilitando ver as faces nas suas várias vistas, fechando e abrindo.

Figura 59 - Aplicativo Geogebra Cubo Aberto

Fonte: DMENTRARD²⁸, 2017.

²⁷ Disponível em: <
<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Espace/3.247/decubeMD.html>>
 Acesso: 13 fev. 2017.

O ponto externo à figura do cubo (na tela do computador, em vermelho), disposto na lateral da Figura 59, guiava o ângulo de visualização do sujeito sobre a mesma. A tecla open-close, que aparecia na parte superior da tela, como mostra na Figura 59, tinha a função da desconstrução do cubo, planificando-o. A abertura do cubo ocorria de forma diferente do que comumente vimos em figuras geométricas dos manuais didáticos, abrindo uma das faces em quatro triângulos, como mostra a Figura 59. Em geral, nos manuais didáticos, a desconstrução do cubo, planificando-o em segunda dimensão, mantém as faces quadradas. O cubo ao ser planificado seria visto num acoplamento por superposição com o plano dado.

Com o posicionamento do cubo, conforme Figura 58, no computador, os sujeitos observavam a figura inicial na tela e iam aplicando os comandos solicitados e orientados pelos questionamentos abaixo.

8.1-Descreva o que você consegue ver sem alterar a figura inicial dada?

8.2-Em seguida, movimente para a esquerda a tecla "open-close" no botão verde, e descreva o que você visualiza. Ocorreu algo com a figura inicial dada? Se sim, descreva.

8.3- Com a figura aberta, segure o ponto em vermelho e movimente-o. O que ocorre ao movimentarmos o ponto vermelho? Descreva.

8.4-O ponto em azul dos eixos também se encontra dentro do cubo, o que ele quer representar?

O aplicativo permitiu uma interação perceptiva da profundidade e dos planos de forma dinâmica e diferenciada, já que se fundamentou no movimento da figura mantendo suas propriedades geométricas. Pretendíamos que o sujeito percebendo o objeto visível, no caso, o cubo em movimentação, identificasse uma figura geométrica espacial, em 3D. O objeto visível poderia ser desconstruído em suas faces planas e poderia aplicar a rotação, pelas teclas de acionamento, presentes no aplicativo, elas possibilitavam a ampla visualização do movimento.

Com as novas possibilidades dadas na atividade 8, prevíamos que os sujeitos encaminhariam com facilidade à desconstrução dimensional 3D para 2D. Certamente as transformações possíveis com os botões de acionamento no aplicativo, permitiriam aos sujeitos a visualização

²⁸ Disponível em: <

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Espace/3.247/decubeMD.html>>

Acesso: 13 fev. 2017.

matemática pretendida de várias ângulos e com as propriedades da figura em movimento.

Diante das questões propostas, com o uso do aplicativo, esperávamos que os sujeitos apresentassem as seguintes respostas para atividade 8.

Para o questionamento 8.1, a descrição do cubo visualizado na unidade figural em terceira dimensão. Seguindo ao segundo questionamento, os sujeitos descreveriam a desconstrução para a segunda dimensão, a partir da abertura das faces do cubo, ao utilizar a tecla open-close e percebessem que a figura se "desmancharia" no plano. Na questão 8.3, prevíamos que relatariam sobre a mudança de ângulo de visualização da figura planificada ou, em terceira dimensão, se voltassem a fechar a figura, quando movimentassem o botão externo (em vermelho, na tela do computador). No questionamento 8.4, os sujeitos perceberiam que o ponto interno, centralizado na face inferior o cubo (em azul, na tela do computador) indicaria o referencial de sentido e direção das dimensões. Posteriormente, o item 4 sugeria a interpretação da relação entre o botão azul fora da figura e o ponto que estava dentro da figura. Esperávamos que o ponto interno centralizado na face inferior do cubo, para ambos os casos, daria a referência da rotação na atividade 8.

Ao nos remeter aos olhares que a atividade oito envolveria, acreditávamos o olhar de botanista seria suficiente para a sua realização, trazendo o olhar mais icônico e visual para os procedimentos de resolução.

Ao movimentar o cubo e relacionar os aspectos metadiscursiva e discursivos da Língua, o sujeito precisaria passar a dimensão inferior, de forma que pudesse relatar a abertura em figuras planas, isso envolveria uma apreensão perceptiva conjunta à desconstrução dimensional. Em seguida, na tecla de redução, ampliação e rotação poderiam interagir com outra apreensão, a operatória, numa modificação ótica e/ou posicional, direcionando à desconstrução 1D. A proposta da atividade, a partir dos gestos intelectuais, intencionavam construir maior consciência das propriedades geométricas (objetos) e o fazer matemática (DUVAL, 2016).

Considerando o aspecto de conversões e tratamento estariam presentes a conversão linguagem figural à natural, com a interpretação das proposições solicitadas. Seguindo, fariam uma coordenação para uma figura geométrica bidimensional ao solicitar um movimento no aplicativo e desta um tratamento, desconstruindo à primeira dimensão, ainda na mesma linguagem. Posteriormente, acreditávamos que

relacionar-se-ia os tratamentos figurais realizados com os movimentos no aplicativo nas respostas, fazendo um retorno a um registro natural, coordenando esses dois registros (DUVAL, 1995).

Na atividade 8, fizemos interagir a linguagem figural, dinâmica e virtual, da linguagem natural e formal, aproximando semiosferas (LOTMAN, 1990, p. 123). Esperávamos uma dinâmica que estabelecesse a congruência entre a visualização e o aspecto discursivo na atividade 8 que levariam a facilitação na sua resolução.

Sintetizamos no Quadro 34 os aspectos semióticos e cognitivos envolvidos a priori e acrescentamos os elementos da análise a posteriori, quando se diferenciaram das previstas, com base sob os registros dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 34 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 8

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
1) A priori: a) 3D ↔ 2D b) 3D ↔ 1D 2) A posteriori: c) 3D ↔ 0D	1) A priori: a) Figura em 3D com faces pintadas translúcidas. b) Movimento c) Acoplamento por superposição 2) A posteriori: - Cores diferentes para o cubo e para o plano	1) A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória: -Posicional -Ótica 2) A posteriori: Não ficou expresso a ótica.	1) A priori: -Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial 2) A posteriori: a) Discursiva: -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural	1) A priori: a) Botânico 2) A posteriori: Agrimensor Construtor	1) A priori: Planificação 2) A posteriori: Situações cotidianas: caixa, flor	

Fonte: a autora.

As atividades do terceiro encontro foram recebidas com bastante expectativa. Os sujeitos demonstraram facilidade e motivação aos estarem utilizando o computador para desenvolvê-las. A língua francesa ou inglesa, utilizada no aplicativo, não foi elemento que veio a dificultar à realização da proposta. Alguns se manifestaram pela surpresa do

aplicativo trabalhar com a dinâmica da figura geométrica e externaram que deveria ser utilizado nas aulas regulares.

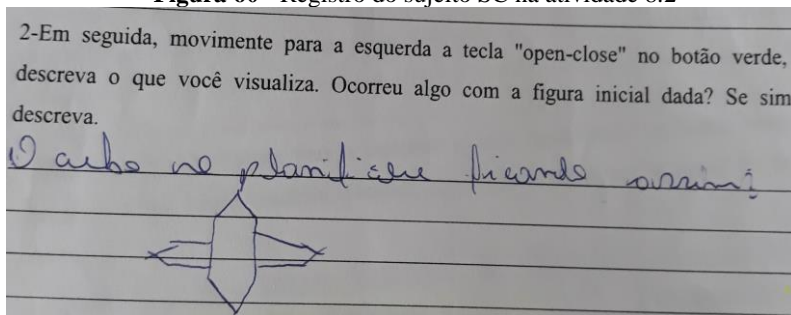
Na questão 8.1, nove sujeitos visualizaram as figuras separadamente, o cubo e o plano, ou as duas figuras, sem se remeter a desconstrução, que ficou mais ligada a solicitação da segunda questão da atividade 8, que solicitava a planificação.

Em geral, a cor destacada (em vermelho, na tela do computador), sugere a atividade principal sobre o cubo e o plano para um segundo olhar, contudo, seis sujeitos se remeteram a visualizar as duas figuras inicialmente. SA, SE, SJ, SN, visualizaram apenas o cubo, na primeira questão. O sujeito SL, foi o único que, inicialmente, visualizou apenas o plano inclinado (em cinza, na tela do computador).

A priori, observamos que no primeiro questionamento abordariam apenas o cubo, por estar em destaque (vermelho na tela do computador), o que não se confirmou, para quatro sujeitos a posteriori. A questão da Gestalt influencia e direciona os olhares dos sujeitos que possuem diferentes percepções à primeira vista. A atividade 8 nos indica que é preciso direcionar os olhares dos sujeitos nos questionamentos propostos. Logo, usar as funções metadircursivas da Língua procurando uma máxima objetivação ao comunicar-se o que se espera é fortemente relevante para que os sujeitos possam visualizar e desconstruir as formas em suas unidades figurais dentro do esperado.

No registro natural ao dar as soluções a cada questionamento, os sujeitos designaram elementos formais relacionando-os com os figurais, coordenando as duas semioses com objetivo de relatar as observações desenvolvidas, como mostramos o sujeito SC na Figura 60.

Figura 60 - Registro do sujeito SC na atividade 8.2



Fonte: a autora.

A Figura 60 nos mostra ainda, mesmo de forma simplificada, a aplicação de olhares concomitantes. O botanista e o construtor se unem

na montagem de um esboço do que ocorria no momento com a imagem dinâmica na tela do computador.

Os sujeitos SA, SN e SB, num olhar de inventor conseguem visualizar para além dos contornos da figuras e fizeram as mudanças para dimensões inferiores, na 8.1. Todos os 12 sujeitos fizeram a passagem 3D para 2D, com facilidade, até a segunda pergunta, a 8.2. Cinco sujeitos fizeram a mudança para a primeira dimensão e quatro sujeitos fizeram a mudança para a dimensão zero, não prevista em nossa análise a priori, designando vértices e pontos médios, ao tratar das teclas contidas no aplicativo. Observamos que ocorreu diferentes interpretações e em profundidades diferenciadas, o que dificultou definir certo ou errado, apenas observamos respostas mais completas ou menos.

A planificação da superfície do cubo, num ponto não trivialmente tratado nos materiais didáticos, mostrou-se como elemento perceptivo favorável ao aprofundamento das descrições e a ligações semióticas formais com situações cotidianas. SD, pontua “ela se abre como uma flor”, já SJ e SL, relatam “uma caixa se abrindo” para abertura do cubo. A face superior ao ser planificada e separada em quatro triângulos, foi descrita por cinco sujeitos na atividade 8.2.

O acesso a Geometria Dinâmica no aplicativo facilitou a percepção da planificação e a elaboração da desconstrução de 3D para 2D executada por todos os sujeitos, além disso, para alguns sujeitos desenvolveu a percepção de outras unidades figurais em dimensões inferiores, a priori não pensadas. O sujeito SI, coloca “quando aperta o botão ela se abre e vemos como ela e formada.”, já SJ, pontua: “a figura foi se abrindo a partir de um ponto cinza, que estava no meio de uma das faces. A figura passa para o estado planificado”, e o sujeito SL considera “o plano se mexe”.

Nos itens 8.3 e 8.4 que se remetiam a percepção da rotação, conseguimos perceber a tendência em compreenderem o movimento para as diferentes vistas do cubo quando da movimentação da tecla externa ao cubo (na tela do computador em vermelho). O sujeito SA, coloca “o plano muda”, questionei em entrevista individual e ele colocou, “plano frontal, plano superior, como em desenho técnico a gente aprendeu”, já o sujeito SH, coloca “se mexe”. O sujeito SE, caminha para o olhar do agrimensor ao pontuar em seus registros “Consigno movimentá-la para todos os lados. As dimensões continuam iguais.”

Para o ponto que estava na face inferior centralizada (na tela do computador em azul) a identificação como o “ponto central” do cubo, foi o que apareceu fortemente nos registros. O sujeito SI, pontua “Ele

centraliza não importa para que lado mexamos, ele sempre fica no meio”, o AS, afirma “o centro do cubo”, já SM diz “o centro da figura”, e SJ considera, “é o ponto central da figura planificada, se mover ela move todo o quadro para os lados”, SL diz, “representa o ponto central, a origem” e SE coloca, “o botão movimenta sem mexer nas coordenadas”. O movimento é presente na fala dos sujeitos e se mostra representativo, sempre se remetendo a dinamicidade do aplicativo, as questões de coordenadas e aos eixos aparecem na fala dos sujeitos SE e SL. Na percepção do movimento em seus textos se revela a apreensão posicional. A apreensão do tipo ótica, com aumento ou diminuição da figura dada, não foi mencionada explicitamente pelos sujeitos.

Nos parece que os sujeitos que transitaram mais tranquilamente, mesmo quando não solicitado o olhar sob algum ponto específico de unidades figurais de menor dimensão, se remetem em seu discurso a designações e/ou propriedades mais elaboradas das figuras para a atividade 8 do que nas atividades anteriores.

Na questão 8.2, quando foi proposto o olhar sobre o que está ocorrendo, os sujeitos se remeteram as unidades figurais nas duas dimensões inferiores, designando elementos com propriedade. SB, por exemplo, no item 8.1, relata “vejo um cubo vermelho sobre um plano cinza e nos vértices do cubo tem pontos, no centro da face superior do cubo e no meio dos lados do plano, também tem pontos”, relatando o acoplamento por superposição. Já o SN considera “consigo ver um cubo juntamente com sua base, neste cubo eu posso ver arestas, vistas, não consigo calcular o volume, mas vejo que certamente possui, vejo o ponto médio. Noto também que nesta figura temos apenas quadrados e retângulos”. O sujeito SL coloca que “sim ela abriu, como se fosse uma caixa. A parte superior do cubo se dividiu em 4 triângulos e a partir do ponto central o cubo se abriu. E então o cubo passou a ser uma planificação.”

Para termos a visão ampliada da produção dos sujeitos na atividade 8 elaboramos o Quadro 35, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori.

Quadro 35 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 8

Sujeitos/Produção	3D ↔2D	3D ↔1D	3D ↔0D	Especificidades
SB, SL, SN	Sim	Sim	Sim	Descrições mais elaboradas, várias designações remetendo-se as dimensões inferiores. Propriedades dos objetos aparecendo no discurso.
SD	Sim	Sim	Não	-
SC, SA, SF, SH, SI, SJ, SM	Sim	Não	Não	-

Fonte: a autora.

Analisando a síntese do Quadro 35, percebemos, para os sujeitos de nossa pesquisa, que a atividade de planificação do cubo por meio de um dispositivo de geometria dinâmica foi adequado a desconstrução 3D à 2D, já que todos tiveram sucesso. Consideramos uma progressão em relação a atividade 3, do primeiro encontro, na elaboração do discurso e designação de elementos em outras dimensões por três sujeitos. A passagem para 1D ficou clara para cinco sujeitos também representando um salto em relação a atividade 3. Comparamos a atividade 8 com a 3 por serem atividades que não exigiram cálculo.

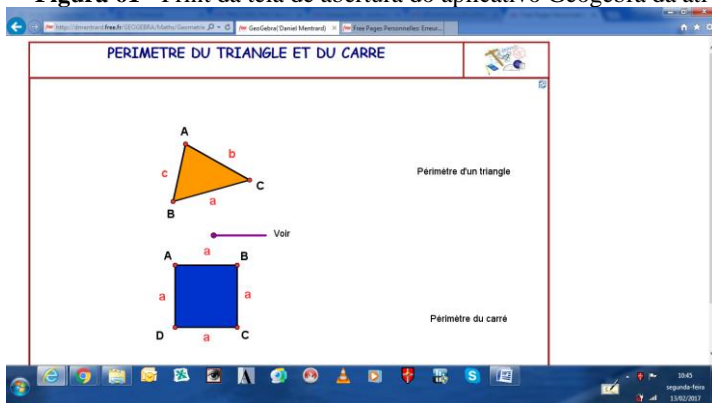
A dinâmica do aplicativo Geogebra disponibilizado no aplicativo, guiado pelas perguntas lançadas, geraram a facilitação da percepção da desconstrução da terceira para a segunda dimensão. As atividades realizadas com uso do aplicativo Geogebra, se consolidaram para nossos sujeitos como uma atividade que potencializou a construção da operação de desconstrução dimensional das formas dadas inicialmente.

A **atividade 9** foi entregue aos sujeitos juntamente com a atividade 8, no terceiro encontro de pesquisa. A atividade foi aplicada também com de computador ligado a rede, com acesso a um site que utilizava o aplicativo baseado no Geogebra. Para a realização da atividade nove, os sujeitos acessaram dois links, um contendo o triângulo e o quadrado e outro, contendo o retângulo. Os sujeitos SM e SG estavam ausentes neste dia, e SG não completou a atividade em outra data.

Pretendíamos com a atividade nove que os sujeitos percebessem os objetos visíveis em movimentação, identificando-o como figuras geométricas em segunda dimensão. Os objetos visíveis nas telas iniciais do aplicativo, como mostramos na Figura 61 e 62, permitiam a desconstrução em primeira dimensão, mostrando a união de seus lados

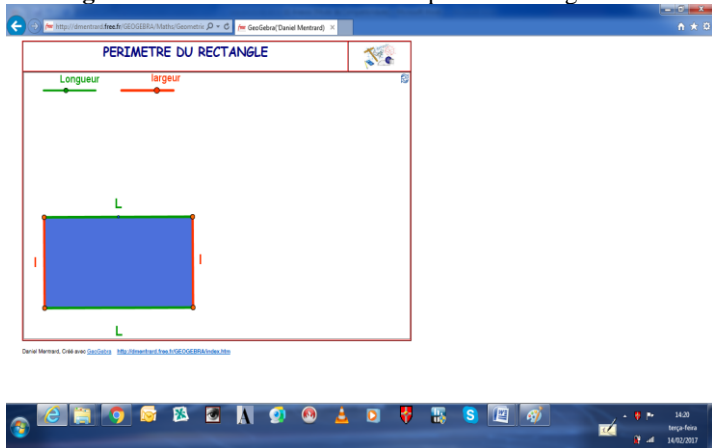
que formavam o perímetro. A tecla ‘voir’ permitia rotacionar os lados ao abrir possibilitando o movimento.

Figura 61 - Print da tela de abertura do aplicativo Geogebra da atividade 9



Fonte: DMENTRAND²⁹, 2017.

Figura 62 - Print da tela inicial do aplicativo Geogebra da atividade 9



Fonte: DMENTRAND³⁰, 2017.

²⁹ Disponível em: <<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perimetres.html>>. Acesso: 13 fev. 2017.

³⁰ Disponível em: <<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perimetres.html>>. Acesso: 13 fev. 2017.

Observamos que, no caso do aplicativo com o perímetro do retângulo, mostrado na Figura 62, era possível alterar as dimensões, largura e o comprimento.

Após finalizarem a atividade 8, foram aos sites com os aplicativos mostrados nas Figuras 61 e 62. A partir do acesso as telas iniciais indicadas nas Figuras 61 e 62, esperávamos que os sujeitos lessem as orientações e procurassem responder, descrevendo alguns elementos da desconstrução dimensional, a partir das cinco questões propostas a seguir.

9.1- O que ocorre com o perímetro do quadrado, ao girá-lo no vértice A?

9.2- O que ocorre ao perímetro do triângulo, ao movimentar seus vértices?

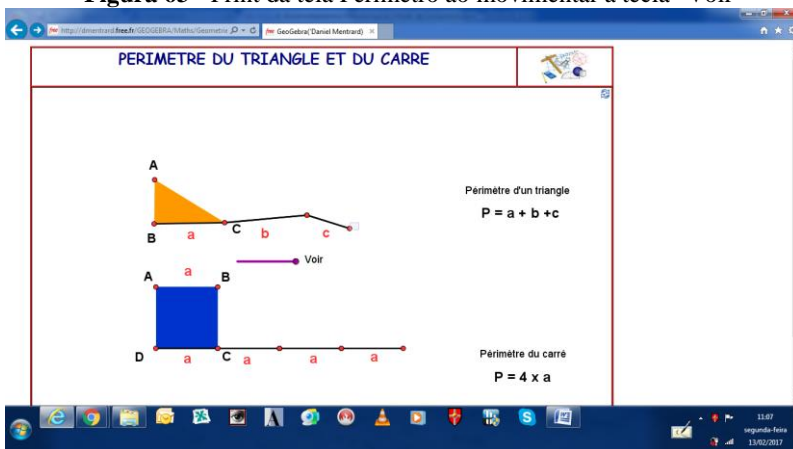
9.3- O que ocorre no perímetro do retângulo, ao movimentar um vértice que gira?

9.4- O que ocorre no perímetro do retângulo, ao movimentar um ponto médio?

9.5- O que ocorre ao alterar a largura ou o comprimento do retângulo?

A priori, acreditávamos que para o questionamento 9.1, no aplicativo "Perímetro do Triângulo e do Quadrado", os sujeitos fariam sobre a visualização da parte algébrica, ao movimentarem a tecla "VOIR", e que observariam os lados do quadrado e do triângulo se abrindo, mostrando a relação com a parte algébrica ao desconstruir a figura inicial. Esperávamos que observariam a movimentação de um dos vértices não alterando a composição da fórmula do perímetro. Contudo, para o triângulo observariam que modificaria o valor do perímetro pois movimentaria seus lados ao acionar um ponto. Para o quadrado, o perímetro perceberiam que permaneceria o mesmo, pois não alteraria os lados ao rotacionar o vértice, conforme mostra Figura 63.

Figura 63 - Print da tela Perímetro ao movimentar a tecla "Voir"



Fonte: DMENTRAND³¹, 2017.

A semiosfera do problema proposto traz aproximações de sistemas semióticos, entre linguagem figural, apresentada de maneira dinâmica, a linguagem natural, do próprio aplicativo e a formal, no aspecto das designações, também apresentou formulários. Em todo o processo de resolução era necessário interagir com a percepção visual envolvendo o aspecto gestáltico da figura. A boa forma relacionada ao aspecto visual apresentado na atividade 9 levariam os sujeitos ao sucesso na sua resolução.

Os sujeitos passariam a dimensões inferiores, já de início, na questão 9.1, para relatar a abertura dos lados à primeira dimensão e posteriormente ao acionar tecla de movimento de seus vértices, desceriam a dimensão zero. O movimento proposto pelo aplicativo revelaria combinações entre outras apreensões, como a operatória ótica e a posicional, num olhar de construtor, seja na redução ampliação ou na rotação da figura.

Quanto aos conceitos envolvidos, que foram revisados no início do terceiro encontro, teríamos os conceitos de figuras planas, especificamente os triângulos e retângulos e elementos relacionados como lados, vértices, ponto médio, além do conceito de perímetro. Os destaques as questões perceptivas, como, as figura planas coloridas com

³¹ Disponível em: <http://

dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perimetres.html>. Acesso: 13 fev. 2017.

contornos escuros, os elementos dinâmicos e as designação de elementos, contribuiriam na construção da boa forma.

As funções da língua envolvidas na atividade cumpririam seu papel de comunicação objetiva, na metadiscursiva e na discursiva, trariam os elementos necessários para os sujeitos os designarem e que utilizavam para referenciar seus discursos, expandindo conceitualmente elementos do texto com as questões propostas. Quanto as conversões e tratamento ficaria evidente a conversão linguagem figural para natural para a primeira dimensão e desta um tratamento na dimensão zero.

Analisando a figura dada e os procedimentos a serem executados em confronto com os tipos de olhares de Duval (2015b, p. 12-15), um olhar icônico, observador se instalaria inicialmente, dada a questão dinâmica da proposta da atividade. Posteriormente no olhar de agrimensor, procurariam estabelecer relações de medidas ao buscar pelo perímetro das figuras com as alterações pontuadas e também ao olhar de construtor, já que ao desmancharem e retornarem ao estado inicial da figura, a reconstruiriam nas concepções do aplicativo utilizado.

Para atividade 9 fizemos uma síntese dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos que consta no Quadro 36, acrescentamos elementos da análise a posteriori, quando ocorreu diferenças do previsto, com base nos registros dos sujeitos de pesquisa.

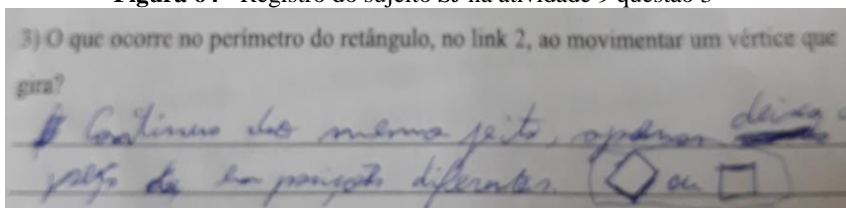
Quadro 36 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 9

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: a) 2D ↔ 1D Acionando a tecla voir b) 1D ↔ 0D Na percepção do perímetro Vértices e pontos se deslocam	A priori: a) Figuras coloridas b) Contornos escuros b) Elementos dinâmicos c) Designação de elementos	1) A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória do tipo mereológica 2) A posteriori: Sequencial	A priori: -Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural	1) A priori: a) Botânico b) Agrimensor c) Construtor 2) A posteriori: Inventor	A priori: -Triângulos -Retângulos -Ponto médio -Perímetro	

Fonte: a autora.

Na atividade 9, exploramos a desconstrução dimensional de figuras em 2D num ambiente virtual de geometria dinâmica. Observamos o desempenho satisfatório dos sujeitos na atividade pelas passagens dimensionais facilitadas. Na atividade 9.1 e 9.2, ocorreram 11 passagens de 2D para 1D e 12 passagens de 2D para 0D, com onze e nove acertos, respectivamente, na finalização das questões. Para as atividades 9.3, 9.4 e 9.5, ocorreram dez mudanças dimensionais de 2D para 1D e de 2D para 0D, com nove, seis e dez acertos, respectivamente. Na maior parte das vezes as desconstruções foram implícitas as soluções apresentadas e observadas em seus registros discursivos.

O movimento proposto pelo aplicativo do Geogebra revelou combinações entre as apreensões, como previsto, as apreensões operatória ótica e a posicional revelaram o olhar de construtor, seja na redução/ampliação ou, na rotação das figuras geométricas, como mostramos na Figura 64 o registro da questão 3 do sujeito SJ.

Figura 64 - Registro do sujeito SJ na atividade 9 questão 3

Fonte: a autora.

As apreensões posicionais e óticas mostraram-se envolvidas nas respostas dos sujeitos direcionadas ao movimento. A apreensão sequencial (DUVAL, 1994, p. 123) pode ter ocorrido implicitamente no uso do aplicativo Geogebra, visto que, o movimento de construção e reconstrução ocorria pelo acionamento de uma botão.

A questão 9 4, demonstrou maior insucesso por parte dos sujeitos, já que seis dos doze, que realizaram, não conseguiram concluir corretamente. A posteriori, analisando os registros, entendemos que possivelmente a dificuldade mostrada ocorreu no sentido de expansão do conceito de ponto médio relacionado ao movimento de dinâmica do aplicativo, o que não era esperado. Ainda sobre os erros ocorridos, os sujeitos apontaram dificuldades para visualizar a primeira dimensão e focar na segunda dimensão, quando a movimentação do aplicativo ocorria de forma dinâmica.

Ao ser perguntado sobre o que ocorre na largura e no comprimento do retângulo, o sujeito SA coloca “vai aumenta a figura mas continua o mesmo desenho, já o sujeito SC, diz: "eu movimento o retângulo" e SD considera, “ele muda”. Para SD, não ficou claro se estava focando na primeira dimensão ou na segunda, então, em entrevista posterior individual, perguntamos “muda o que?”, SD coloca “pode virar um quadrado ou continuar um retângulo (ficando maior ou menor)”, observamos que a mudança que falou seria o tratamento da figura geométrica mantendo a segunda dimensão, nesse momento direcionamos o foco do sujeito, de forma intencional, então perguntamos “o que maior ou menor?”, SD pontua "os lados, o perímetro", fazendo com que o sujeito revela-se a mudança à primeira dimensão por orientação desse questionamento.

Observamos um foco na mudança da posição, dada a dinâmica do ambiente, em detrimento ao olhar de agrimensor. As duas coisas ocorrendo juntas, movimento e medidas, para alguns sujeitos, desvelou dificuldades de concentração à primeira dimensão e de voltar na pergunta para observar o que era realmente solicitado, se fixaram mais

no movimento do aplicativo Geogebra. Veja que o sujeito SJ, coloca, referente ao questionamento 9.4, quando perguntado sobre o que ocorre ao perímetro ao movimentar o ponto médio: "move a peça para o lado", já SB, considera "é possível mover a figura de lugar". Fizemos entrevista via aplicativo de mensagens no telefone celular com os sujeitos SB e SJ e obtivemos o que colocaremos no Quadro 37 e na Figura 65. Nas falas dos referidos sujeitos, percebemos a concentração no movimento da figura geométrica pela na dinâmica do aplicativo Geogebra.

Quadro 37 - Entrevista do Sujeito SB sobre a 9.4 via aplicativo

Mas se eu respondi q o retângulo inteiro se movia, então posso dizer q na vdd nn ocorria nada com o perímetro 17:32

sim isso 17:32 ✓✓

Você
lembra que ela abria e mostrava o.perímetro?

Ss 17:32

Isso eu lembro 17:32

parece que vc ficou com o.olhar só no.movimento 17:33 ✓✓

e esqueceu do perímetro 17:33 ✓✓

que era o objeto da pergunta 17:33 ✓✓

foi isso? 17:33 ✓✓

Deve ter sido isso 17:33

vc acredita que a dinâmica possível no aplicativo, de movimentos pode ter sido o elemento que provocou essa dispersão da pergunta do.problema? 17:34 ✓✓

Muito provavelmente minha distração foi parte do problema mas se a figura fosse fixa o aluno se concentraria no perímetro pq veria q nada ia acontecer com ele. Como a única coisa q acontece é o movimento da figura o aluno acaba colocando isso 17:38

É o q eu penso 17:38

Fonte: a autora.

Figura 65 - Entrevista do Sujeito SB sobre a 9.4 via aplicativo

Fonte: a autora.

Nas falas encaminhadas em áudio pelo sujeito SB, considerou que como no perímetro não ocorreu nada, chamou atenção para falar do que ocorria, que no caso era o movimento. Então, perguntamos: Você acha que o movimento do retângulo promovido pela dinâmica do aplicativo lhe prendeu mais atenção do que o conceito que foi solicitado? E como vimos na Figura 65, ele responde “sim foi isso”.

De maneira sintética apresentamos a produção dos sujeitos na atividade 9 no Quadro 38 baseados na análise a posteriori.

Quadro 38 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 9

Sujeitos/Produção	2D ↔ 1D	2D ↔ 0D	Especificidades
SA e SD	0	0	Enclausuramento em 2D
Todos os outros (10)	1	1	-

Fonte: a autora.

Na produção dos sujeitos como um todo, percebemos que a atividade com uso do aplicativo Geogebra, que procurava desenvolver a desconstrução 2D para 1D e deste à 0D, teve seu objetivo alcançado, já que a maioria dos sujeitos fizeram as passagens previstas. A atividade se apresentou como uma situação que pode potencializar esses “desmanches”. No entanto, é preciso considerar que os elementos operatórios solicitados de forma discursiva, em primeira dimensão, como o perímetro, podem ter o foco desviado pela atenção ao movimento do aplicativo, mostrando estar assim subordinado à apreensão visual (DUVAL, 2012b, p. 133).

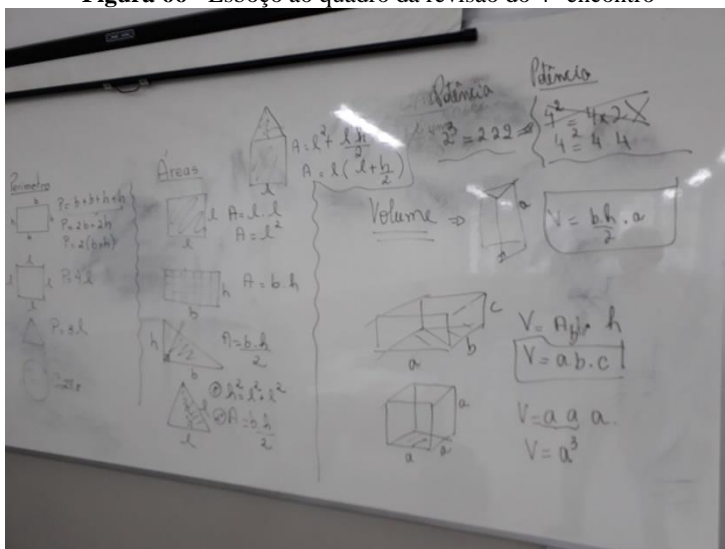
4.2.4. Quarto Encontro de Aplicação

O quarto encontro com os sujeitos para aplicação dos instrumentos de pesquisa, foi realizado na semana seguinte ao terceiro encontro onde foram desenvolvidas as atividades 10 e 11.

Quinze minutos antes do encontro se iniciou com os sujeitos, recebemos os quatro monitores e fizemos a orientação para aplicação das atividades do dia. Em seguida, recebemos os sujeitos e desenvolvemos a revisão conceitual que abordou os conceitos de volume, área, perímetro, potenciação. Três alunos chegaram dez minutos atrasados e as atividades se encerraram após oitenta minutos.

Na Figura 66 mostramos os esboços construídos à mão livre que fizemos durante as explicações orais no quarto encontro.

Figura 66 - Esboço ao quadro da revisão do 4º encontro

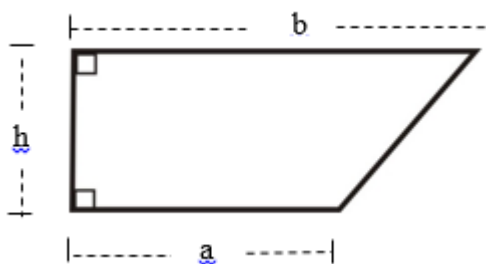


Fonte: a autora.

Após a revisão, iniciamos a atividade 10. A medida que os sujeitos finalizavam recebiam a atividade 11. A seguir, esboçamos elementos das nossas análises a priori e a posteriori baseadas nas aplicações e registros dos sujeitos sobre cada um dos instrumentos.

Na **atividade 10**, solicitamos, dado o trapézio da Figura 67, que estabelecessem a fórmula da área, mostrando como foi construída. Os seus lados foram designados de forma a possibilitar maior referência no momento da análise das produções dos sujeitos.

Figura 67 - Trapézio



Fonte: Adaptado de Moretti; Brandt e Souza (2016, p. 7).

No problema proposto, pretendíamos que os sujeitos ao perceberem o objeto visível, um trapézio, identificassem os elementos descritos na Figura 67 simbolicamente, designando-os e expandindo seus significados para a elaboração do procedimento de resolução.

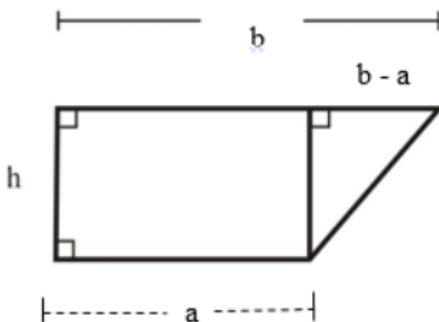
A atividade 10 provocava a sua função da língua metadiscursiva, já que comunicava e requeria a análise sobre um tratamento dimensional da segunda para a primeira dimensão, também definia a sua função discursiva composta do texto do problema, trazendo elementos de forma objetiva e simplificada.

A priori, entendemos que o objeto visível inicial se apresentaria como uma boa forma, já que existe congruência entre ele o que foi solicitado, no caso a área. O primeiro aspecto perceptivo seria o de ver o todo, no caso, a figura geométrica em segunda dimensão, os elementos vazados e o contorno reforçado dariam o destaque a visualização necessária da superfície a ser medida

A inserção de uma linha, ocorreria como opção de procedimento de resolução pelos sujeitos, subdividindo o trapézio inicial em um retângulo e um triângulo. A subdivisão, acarretaria em uma apreensões perceptiva, discursiva e operatória, com uma modificação mereológica (DUVAL, 1998, p. 148). Essa subdivisão traria necessidade de significar elementos básicos de figuras geométricas, contudo, haveria a necessidade de refazer algumas das designações algébricas, dadas inicialmente, para que esse tratamento algébrico ocorresse, o que acarretaria dificuldades.

Ao optarem pela reconfiguração e a repartição da figura geométrica dada, prevíamos que conduzissem o procedimento como na Figura 68, determinando a expressão para o cálculo da área do trapézio.

Figura 68 - Trapézio com designação de lados e repartição interna



Fonte: Adaptado de Moretti; Brandt e Souza (2016, p. 7).

A linha inserida na Figura 68, permitiria identificar, no trapézio, o retângulo de lados b e h e o triângulo retângulo de dimensões $(b - a)$ e h . Justamente na definição do $(b - a)$, ao repartir a figura, que se concentraria um dos entraves dos sujeitos. A operação que realizariam é denominada reconfiguração intermediária e é um dos tipos possíveis de modificação mereológica e é comum no ensino de geometria em todos os níveis de ensino (DUVAL, 2012b, p. 127). Para Duval (2011, p. 92), mostra-se como uma das chaves do processo de ensinar a ver figuras.

Após as designações ocorridas, relacionadas ao aspecto visual do objeto dado, os sujeitos iniciaram a compor a área da figura, conhecendo como calcular a área do retângulo e do triângulo. A operação poderia ser efetuada, como designamos na fórmula da área a seguir:

$$ah + \frac{(b - a).h}{2}.$$

Os sujeitos perceberiam formas de condensar a expressão inicial elaborada deixando os termos sob mesmo denominador, fatorando "h" e agrupando os termos semelhantes, como segue:

$$ah + \frac{(b - a).h}{2} = 2 \frac{2ah + (b - a).h}{2} = \frac{2ah + bh - ah}{2} = \frac{bh + ah}{2} = \frac{(b + a)}{2} h$$

A apreensão discursiva contribuiria na designação dos valores desconhecidos que dirigem os sujeitos para um encaminhamento de resolução algébrica, nomeando-as e inferindo que medida caberá para as substituições necessárias. Neste caso, se utilizaria da função referencial, podendo se utilizar também da função de expansão discursiva (DUVAL, 2004, p. 94).

A mudança de dimensão para buscar elementos de resolução, se faria necessária. A questão proposta referiu-se a área de dimensão dois, mas a construção do segmento de reta, que provocaria a modificação mereológica para formar o retângulo e o triângulo, é um elemento de primeira dimensão. Nesse momento se uniria a apreensão operatória com a desconstrução dimensional requerida.

Na situação da atividade 10, com uma figura compondo o problema, percebemos aproximações de sistemas semióticos com aproximações entre linguagem natural formal e a linguagem figural, interligando semiosferas que criam significado no conjunto (LOTMAN, 2005, p. 205). Existiria um distanciamento entre sistemas semióticos

figural e algébrico, o que poderia levar a falta de aproximação das periferias, dificultando os processos de resolução proposto.

Os conteúdos geométricos envolvidos para a realização dessa atividade seriam: área, propriedades das figuras, elementos de figuras planas. Os conteúdos foram revisados no início do quarto encontro de forma a amenizar impedimentos de desconstrução dimensional das formas.

Quanto às conversões e tratamentos ocorreria uma conversão da língua natural para uma linguagem figural e desta para uma linguagem algébrica, na designação da medida dos lados por letras. É possível coordenações entre registros figural e algébricos, serem realizadas mentalmente ou através de inserção de linhas, numa apreensão operatória, para compor a conversão da figura aos termos desconhecidos e vice-versa. Ao condensar a expressão final, que representaria a solução, os sujeitos poderiam desenvolver o tratamento algébrico, sendo assim, realizariam simultaneamente um ir e vir entre linguagem figural e linguagem algébrica.

Quanto a passagem do olhar icônico para um não icônico, os sujeitos iniciariam necessariamente pelo icônico, com o botanista e avançariam ao não icônico, no olhar inventor, com o acréscimo no contorno da Figura 67. A procura por figuras mais simplificadas e de fórmulas conhecidas se estabeleceria interagindo com o olhar do inventor e as passagens 2D para 1D.

No Quadro 39, apresentamos um resumo dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos a priori e algumas colocações de mudanças a posteriori, quando ocorreram e que em seguida são discutidas.

Quadro 39 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da Atividade 10

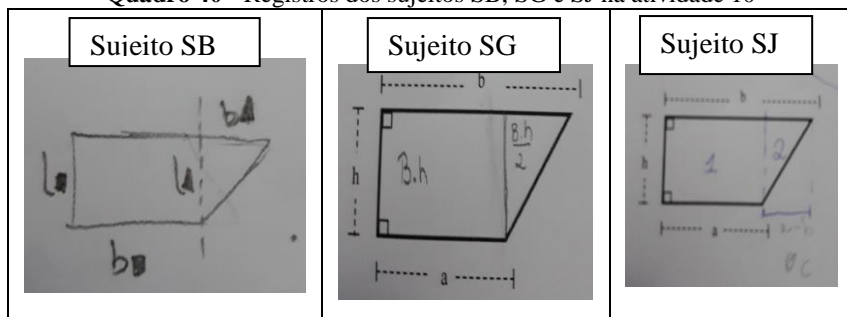
Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da língua
A priori: 2D-1D	A priori: a) Figura Vazada b) Designação de elementos c) Contorno escurecido	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória: d) Mereológica -Reconfiguração intermediária	A priori: -Função: a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosfera	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural d) Algébrica	A priori: a) Botânico b) Inventor	1) A priori: Área, propriedades e elementos de figuras planas. 2) A posteriori: Pitágoras	

Fonte: a autora.

A posteriori percebemos que as mudanças de dimensão da figura geométrica dada, de 2D para 1D, não trouxeram dificuldades, já que todos os sujeitos conseguiram realizar o olhar para os lados. Nossa análise se deu por observarmos designações de medidas realizadas pelos sujeitos na construção de suas soluções.

A forma de resolução ocorreu pela passagem da apreensão perceptiva e discursiva, seguida da operatória. A modificação utilizada por onze sujeitos foi a mereológica, com a reconfiguração. Os sujeitos fizeram a subdivisão do triângulo e do retângulo, formando a área total do trapézio, conforme previsto a priori.

Destacamos no Quadro 40, os registros dos sujeitos SB e SG com modificação realizada internamente a figura. Já o sujeito SJ, provocou o olhar do inventor mas, saindo do contorno da figura dada, completando o trapézio com um triângulo externo, como observamos no Quadro 40.

Quadro 40 - Registros dos sujeitos SB, SG e SJ na atividade 10

Fonte: a autora.

No entanto, mesmo com a subdivisão das áreas indicando a reconfiguração intermediária, observamos que as designações dos lados, que foram dados inicialmente, não foram utilizadas, na sua maioria. Os sujeitos se fixaram em usar designações mais comuns, como base= b , altura= h e não as variáveis dadas na situação, como apresentaram no Quadro 40, os registros dos sujeitos SB e SG. Os sujeitos SJ e SM, foram os únicos que usaram as variáveis nominadas na própria atividade 10. Como o problema não tinha alternativas para a solução final, acabou permitindo essa conjecturas.

Também observamos que os sujeitos fizeram as somas das duas áreas, triângulo e retângulo, mas não agrupavam termos semelhantes, apenas deixavam indicado a resposta final com uma adição de duas áreas. Perguntando aos sujeitos, em entrevista individual, sobre a não utilização das designações dadas e de como fariam com as que foram fornecidas inicialmente a solução, os sujeitos procuraram fazer a substituição no momento da entrevista e apresentaram dificuldades na designação de um dos lados, implícito na imagem, como previsto. O sujeito SJ, deixou claro a designação, $a - b$, como mostra no Quadro 40, e SM, designou, ' $b - a$ '.

Dois sujeitos, SH e SN, utilizaram exclusivamente a fórmula comumente utilizada do trapézio, não se utilizando de apreensão operatória para realização da atividade, o que não esperávamos que ocorresse por não recordarem da fórmula.

O sujeito SE, que fez a atividade posteriormente, se remeteu ao teorema de Pitágoras e a possibilidade de utilizá-lo. Em entrevista individual com SE, obtivemos como resposta que iria calcular a área do triângulo por meio dele, indicando um erro conceitual na sua escolha. Em seguida, abordamos sobre a utilização de Pitágoras fazendo-a perceber seu erro, quanto a fórmula selecionada.

A posteriori percebemos a distância, que ainda, no Ensino Médio, os sujeitos possuem da linguagem algébrica e a inter-relação da mesma com a linguagem natural e figural ocorre periféricamente. O processo operatório de tratamento e condensação não se mostrou como procedimento relevante à finalização da atividade, sendo que onze sujeitos não o fizeram. Consideramos que a função discursiva poderia deixar mais claro aos sujeitos, quanto a utilização das designações da figura geométrica inicial.

Para vermos de maneira ampliada a produção dos sujeitos na atividade 10 elaboramos o Quadro 41, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori.

Quadro 41 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 10

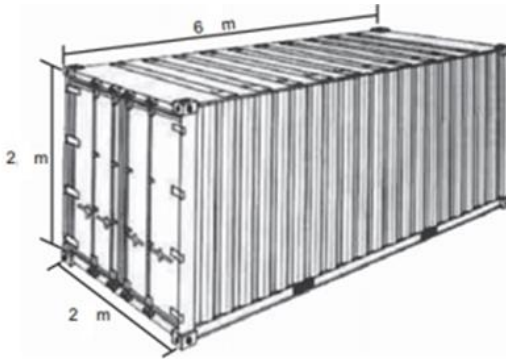
Sujeitos/Produção	2D ↔ 1D	Especificidades
SB, SH, SN	Sim	Uso da fórmula do trapézio
AS, SB, SC, SD, SE, SF, SI, SJ, SL, SM	Sim	Reconfiguração intermediária

Fonte: a autora.

A atividade 10 que envolveu o cálculo de área com a possibilidade de reconfiguração de figuras planas, se mostrou como potencializadora da desconstrução dimensional à segunda dimensão. Os sujeitos demonstraram facilidade na percepção da primeira dimensão, porém dificuldades na parte algébrica que levaram a sete alunos ao insucesso na finalização de suas atividades.

A **atividade 11** ocorreu no quarto encontro e finalizou o mesmo. Os treze sujeitos realizaram a atividade. A proposta dessa atividade que segue abaixo, foi adaptada da proposta inicialmente aplicada em nosso pré-teste, no que tange ao campo numérico. A adaptação na atividade, ocorreu retirando as alternativas de resposta e na diminuição das dificuldade das operações numéricas com os números decimais, proporcionando o foco dos sujeitos às mudanças dimensionais necessárias e a possibilidade de termos mais acesso aos registros de resolução sobre o pensamento heurístico. Abaixo descrevemos a atividade 11 aplicada.

Uma carga de 60 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 69, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 36 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres.

Figura 69 - Container e Terreno da Atividade 11

Fonte: (Adaptado ENEM³², 2015).

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é?

Para o problema pretendíamos que os sujeitos relacionassem as orientações textuais ao objeto visível, o container, ou, paralelepípedo, em terceira dimensão e ao formato do terreno, um retângulo, em segunda dimensão. Na heurística do desenvolvimento da atividade, os

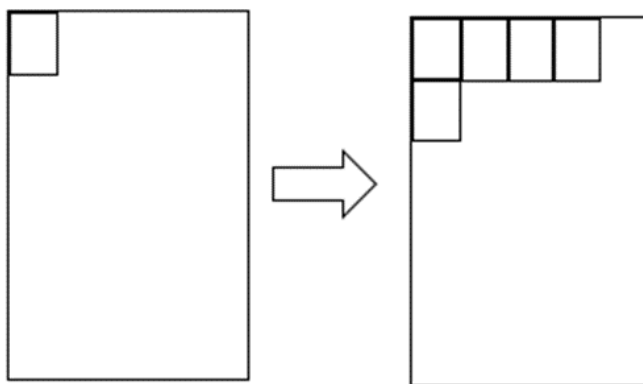
³² Disponível em: < <https://vocênoenem.com.br/provas-e-gabaritos-do-enem-2015/>>. Acesso em 20 de fev.,2017.

sujeitos, envolveriam os elementos dos seguintes conceitos: operações elementares, proporção, área, retângulo e paralelepípedo.

Na comparação com elementos formais da geometria, no contexto das duas imagens dadas, destacamos as medidas importantes para o desenvolvimento dos cálculos, como a altura e a comparação da área da base do container com a área do terreno dado, de forma a alocar os 60 containers. Esperávamos que o sujeito encaminhasse o desenvolvimento da questão para chegar a seguinte solução: na superfície do terreno temos espaço para 30 containers, como são 60 containers, precisaremos de 2 andares de containers para abrigar todos, como a altura de um container é de 2 m, logo teremos $2 \cdot 2 = 4$ m. Assim, a altura mínima da pilha seria de 4 metros.

Ao procurar relacionar as áreas entre os dois objetos visíveis, ocorreriam alterações posicionais e óticas, de forma que procurariam colocar a figura em 3D em comparação com a 2D e 1D. Nesse ponto, os sujeitos executariam funções de apreensão operatória. Na construção da Figura 70 exemplificamos como, possivelmente, procederiam nossos sujeitos. Inicialmente alocariam um container, e verificariam quantos precisariam para preencher toda a largura e o comprimento.

Figura 70 - Reconfiguração Figura 1 dada na Atividade 11



Fonte: a autora.

No aspecto visual, a priori e com fundamento teórico, consideramos que o estímulo da visualização para uma apreensão perceptiva ou gestálticas, na atividade 11, poderia ser melhor. As escalas diferentes mostradas entre o container e o esboço do terreno dado, poderiam não facilitar a congruência visual (DUVAL, 2012b, p. 125-126) à operação figural, dificultando a ação cognitiva.

Analisando a aproximação entre a linguagem natural e a formal, as relações dos elementos formais da geometria, com possíveis experiências dos sujeitos aos objetos cotidianos ligados a logística portuária com a representação do container a ser colocado em um terreno, poderiam contribuir nas aproximações da linguagem formal às conversões necessárias. No entanto a contextualização poderia tornar-se um elemento motivador às ligações entre as periferias das linguagens e do olhar entre esses dois mundos, modificando os respectivos núcleos dessas linguagens.

O problema trouxe a função da língua metadiscursiva, já que objetivava comunicar com fins a requisitar a análise sobre um tratamento de dimensões entre as figuras geométricas dadas (DUVAL, 1995, p. 89-91). Na situação proposta, ocorreria o olhar para a segunda e primeira dimensão provocando desconstruções dimensionais e a caminhada do olhar icônico ao não icônico.

No aspecto das conversões e tratamentos do problema levantado, haveria a conversão língua natural-formal da figura geométrica tridimensional e dessa a necessidade de um tratamento em segunda e primeira dimensão. No tratamento figural apareceriam aspectos comparativos entre as figuras geométricas, o container e o retângulo, alternando conversões algébricas, que trariam o conceito de área e as numéricas, ao calcular os mesmos.

Para a atividade 11, dispomos no Quadro 42, um resumo dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos na análise a priori e a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 42 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 11

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
1) A priori: a) $3D \leftrightarrow 2D$ Base do container b) $2D \leftrightarrow 1D$ Lados necessários para cálculo da área 2) A posteriori: a) $3D \leftrightarrow 2D$ Modificações mereológicas nas composições para 2D	1) A priori: Formas em escalas diferentes 2) A posteriori: Elementos indicativos de dimensões na primeira figura por traços	1) A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Operatória: -posicional -ótica 2) A posteriori: a) Operatória mereológica	A priori: -Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural d) Numérica	1) A priori: a) Botânico b) Agrimensor c) Construtor 2) A posteriori: a) Inventor	1) A priori a) Paralelepípedo b) Área c) Retângulo d) Proporção e) Operações básicas 2) A posteriori: a) Volume b) Perímetro c) Equação do 1º grau	

Fonte: a autora.

A **atividade 11**, procurou levar os sujeitos a desenvolverem um procedimento de resolução em problemas que necessitava da integração entre duas figuras geométricas fornecidas em dimensões diferentes, no caso a terceira dimensão e a segunda dimensão.

Observamos na aplicação da atividade 11, que os sujeitos, não fizeram perguntas em relação ao texto e as figuras. O silêncio nos revelou que as figuras disponibilizadas mostraram-se como uma boa

forma em relação ao discurso apresentado, o que não prevíamos inicialmente.

Os sujeitos perceberam que a base da figura em 3D era relevante, identificaram seus lados e calcularam área. Da mesma forma, calcularam a área do terreno em 2D e efetuaram uma divisão percebendo quantos containers preencheriam o espaço apoiados no chão do terreno. No processo de resolução operaram as mudanças dimensionais necessárias, da terceira dimensão, a segunda e a primeira, como previsto inicialmente.

Seis sujeitos se apoiaram em subdivisões nas figuras dadas para prosseguir na resolução da atividade. Esses seis sujeitos, estavam entre os sete sujeitos que obtiveram sucesso na questão e que apontaram passagens de desconstrução dimensional 3D-2D-1D. O sujeito SB utilizou da contagem e subdivisões, mas não mostrou no seu registro subdivisões, ele fez seus registros por processos numéricos e elaborou uma equação do primeiro grau para finalizar a resolução. SB, calculou também a altura necessária para a capacidade em m^3 do volume dos 60 containers, numa área de $360 m^2$, apresentando a solução esperada.

O sujeito SB, revelou uma evolução ao apresentar duas formas de resolução, não mostrada em atividades anteriores e ainda não apresentada por outros sujeitos, evolui para conceitos de volume, equação, comparativos entre o volume e a área da base do terreno, como podemos ver em seus registros no Quadro 43.

Quadro 43 - Registros do Sujeito SB na resolução da atividade 11

$10m = 5$ containers
 $36m = 6$ containers
 $5 \times 6 = 30$
 $30 + x = 60$
 $x = 60 - 30$
 $x = 30$
 então cabem
 30 containers na
 Área, para acomodar
 os 60 containers é
 preciso por mais 30
 no, os containers deverão ser empilhados de forma
 a passarem a área delimitada. Após o empilhamento
 a do porto, a altura mínima a ser atingida por essa
 m
 Sobre eles.
 Cada container tem $2m$
 de altura, sendo 2 pilhas
 do containers: $2 \times 2 = 4m$

- Volume do
 Container.
 $2 \times 2 \times 6 = 24$
 - Volume de
 60 containers:
 $24 \times 60 = 1440$
 - Área de Armazém
 $96m$:
 $36 \times 10 = 360$
 - Volume de Armazém
 $96m$: $360 \times V = 1440$
 $V = \frac{1440}{360}$
 $V = 4$
 De acordo com as normas desse porto, os contêi-
 a não sobra-rem espaços nem ultrapassarem a área
 total da carga e atendendo à norma do porto, a
 pilha de containers é: $4m$ Sobr

Fonte: a autora.

Os sujeitos utilizaram também outra forma de resolução, talvez mais simplificada, num olhar de agrimensor ao fazerem comparativos de medidas, desenhando traços e retângulos representativos, procuraram o melhor encaixe dos containers na imagem, como previmos a priori. Nesse ponto, em nossa análise prévia, não tínhamos incluídos os tracejados dessa resolução como olhar do inventor, acrescentamos assim a posteriori, pois se revelou caminho para o olhar não icônico de nossos sujeitos, já que oito deles tiveram essa estratégia.

Em relação a falta de questionamentos dos sujeitos na atividade 11, nos parece que as relações de interação entre os registros metadiscursivos, discursivos e os objetos geométricos dados nas figuras não apresentaram dificuldades para encaminhar o procedimento de resolução desconstruindo dimensões. Apesar de acreditarmos que as diferenças de escala nas duas figuras da atividade trariam impedimentos de percepção visual à resolução, isso não ocorreu. Percebemos que a disposição das figuras contextualizadas trouxeram ideias e caminhos que contribuíram para organizar os procedimentos de resolução (DUVAL, 1998, p. 142).

É possível também, que sendo as sequências de atividades envolvidas com figuras nos três encontros anteriores, o ir e vir entre as linguagens naturais e formais, discursivas e figurais, figurais e numéricas, os sujeitos possivelmente desenvolveram habilidades conceituais para conversões e tratamentos (DUVAL, 1993, 1995, 1996, 2011, 2016). Essas habilidades podem ser descritas ao percebermos que apresentam propostas de resolução à atividade, considerando as diferentes necessidades de desconstrução dimensional, sem verbalizar em voz alta.

Algumas considerações dos registros dos sujeitos na resolução da atividade 11 nos chamam a atenção. Todos os sujeitos consideram algumas das passagens entre as dimensões terceira, a segunda e a primeira para resolver o problema proposto. O sujeito SC, foi o único que apenas realizou a passagem 2D para resolução, já os sujeitos SA, SG e SH, realizaram apenas a passagem 3D para 1D, mas todos os quatro sujeitos não apresentaram sucesso em suas resoluções.

A articulação entre os registros de representação como procedimento de resolução escolhido pelos sujeitos, aponta, que a desconstrução dimensional das formas apresentadas precisou ser realizada interagindo com a conversão para a linguagem numérica.

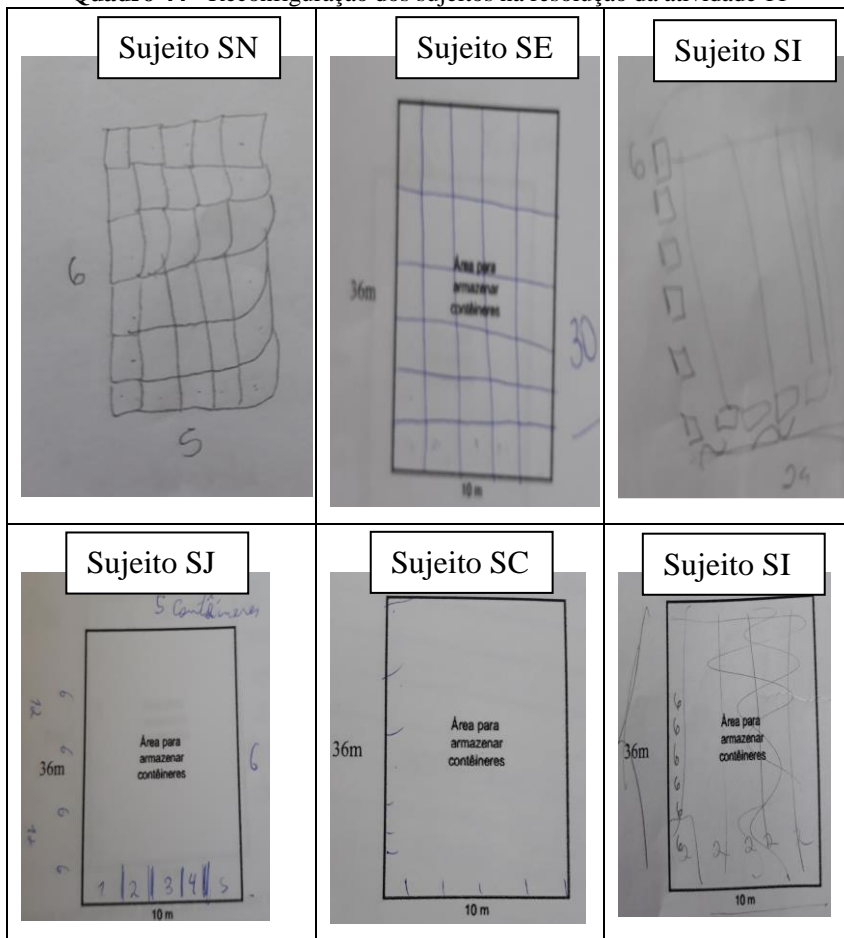
Dos 13 sujeitos, 12 utilizaram operações fundamentais de multiplicação, divisão, adição para resolver a situação, onde percebemos conversões do registro de representação natural e figural para o numérico. O sujeito SN, indicou a utilização de operações básicas, quando questionado sobre os procedimentos realizados em entrevista individual. Já o sujeito SC, que mostrou não utilizar, fez subdivisões com pequenos traços na figura do terreno, fazendo um comparativo de quantos containers caberiam no comprimento do terreno, indicando seis e colocando o valor como solução. Possivelmente, SC confundiu o seu comprimento com a altura dos containers a serem colocados.

Os sujeitos SA, SD e SH, apresentaram cálculos de área, perímetro ou volume, não coerentes com passagens a serem utilizadas, possivelmente provocadas por erros conceituais. Esses visualizam uma figura geométrica e se direcionaram aos cálculos sem referência com o enunciado, revelando falhas na apreensão discursiva e enclausuramento na imagem.

Diferentes composições mereológicas (DUVAL, 1998, p. 148) ocorreram nas mudança dimensional para 2D e o seu tratamento, contudo concentraram-se na figura do retângulo, que representava o terreno. Os sujeitos optaram por sair dos contornos dados, num olhar de inventor, que demonstra um salto cognitivo e o desenharam novos

traçados. Os novos contornos ocorreram com subdivisões em retângulos, tracejados, indicações externas à figura representativa do terreno, desconstruindo em 1D e passando a uma conversão numérica na finalização, como mostramos no Quadro 44 o registro dos sujeitos. As modificações posicionais ocorreram também, já que na imagem dada a base do container precisou ser rotacionada e transladada, para ser encaixada na figura, observada no Quadro 44.

Quadro 44 - Reconfiguração dos sujeitos na resolução da atividade 11



Fonte: a autora

As imagens do Quadro 44, demonstram um sair da evidência perceptiva e juntar um novo traçado deixando emergir novas formas. As novas formas agregadas mobilizam registros e se ligam à desconstrução

dimensional das figuras dadas, esses gestos mostram-se fortemente importantes para a aprendizagem em geometria (DUVAL, 2016).

Para termos uma visão geral da produção dos sujeitos na atividade 11 elaboramos o Quadro 45, que traz uma síntese do que encontramos na análise a posteriori, com base nos registros dos instrumentos de pesquisa.

Quadro 45 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 11

Sujeitos/Produção	3D ↔2D	3D ↔1D	2D ↔1D	Especificidades
SB, SE, SI, SJ, SL, SM, SN	Sim	Sim	Sim	SB mostra avanços com duas resoluções. Sucesso. Apenas SB não apresentou subdivisões visíveis na figura do terreno e apresenta também a resolução por conceitos de volume e área.
SC	Sim	Não	Não	Não teve sucesso. Erros conceituais.
SA, SG, SH	Não	Sim	Não	Não teve sucesso. Erros conceituais.
SF	Sim	Não	Sim	Não teve sucesso. Erros conceituais.
SD	Não	Não	Não	Não se remete em sua resolução a segunda figura. Erros conceituais.

Fonte: a autora.

As atividades integradas entre duas figuras 3D e 2D que se relacionam, deixaram claras a mudança dimensionais para nossos sujeitos de pesquisa, assim mostram-se como atividades que podem potencializar esse gesto intelectual nas dimensões colocadas. Os sujeitos utilizam fortemente a interações entre as apreensões perceptiva e operatória, numa modificação mereológica e articularam os olhares entre o icônico e o não icônico, promovendo habilidades cognitivas superiores.

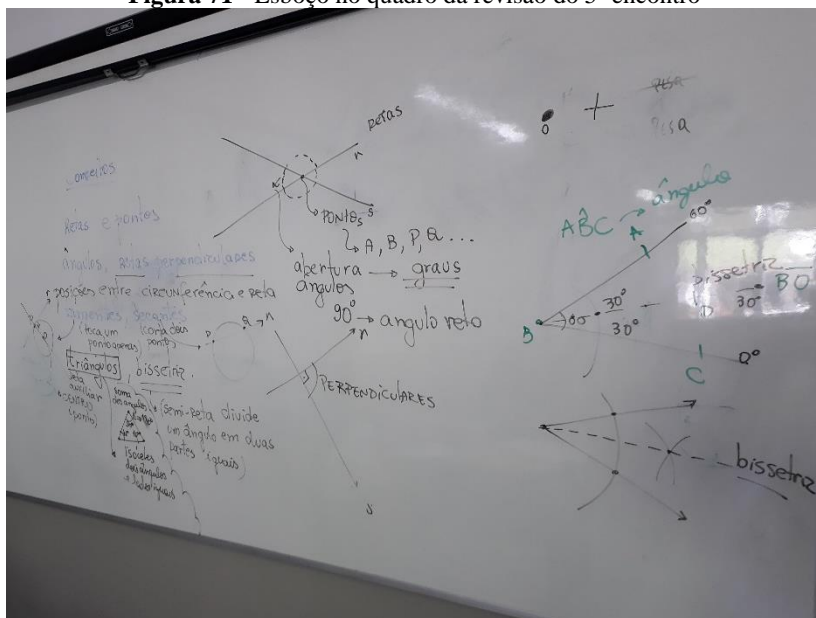
4.2.5. Quinto Encontro de Aplicação

O quinto encontro da pesquisa ocorreu com a aplicação das atividades 12 e 13. Esse foi o último encontro de aplicações de atividades.

Os quatro monitores vieram quinze minutos antes do horário dos sujeitos, explanamos as atividades que seriam realizadas no dia e a forma como deveriam se organizar para a entrega das mesmas, bem como o monitoramento na realização do encontro.

As 13 h os sujeitos de pesquisa entraram. O sujeito SC faltou na aplicação, realizando-a na semana seguinte. Fizemos as explicações sobre os conteúdos necessários às atividades do dia. A revisão se referiu aos conceitos de retas concorrentes, ângulos, bissetriz, triângulos, quadriláteros, circunferência, uso de instrumentos (compasso e transferidor). Fixamos alguns esboços de figuras, realizadas à mão livre, conforme mostramos ao quadro e dispomos na Figura 71.

Figura 71 - Esboço no quadro da revisão do 5º encontro

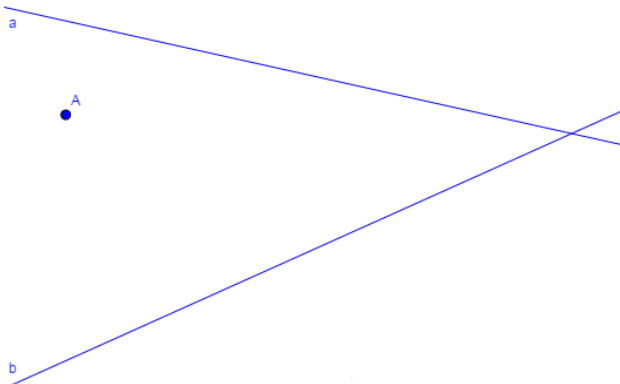


Fonte: a autora.

Inicialmente, prevíamos que este encontro seria o mais moroso, conforme avaliamos na aplicação do pré-teste, em função do uso de materiais, recortes e montagens.

A **atividade 12** foi a primeira a ser aplicada. Os sujeitos receberam apenas o instrumento e os materiais foram disponibilizados em cima da mesa da pesquisadora para que buscassem, como necessário. Foi disponibilizado aos sujeitos régua, transferidor e compasso. A atividade trouxe uma semiosfera que envolvia as construções geométricas formais realizadas manualmente e a necessidade de uma apreensão sequencial com elementos básicos, levando a uma necessidade de visualizar a desconstrução 1D à 0D. A proposição era a construção de uma circunferência tangente as duas retas dadas 'a' e 'b', com uso de material a partir da Figura 72, seguindo as instruções dadas na sequência.

Figura 72 - **Retas Concorrentes**

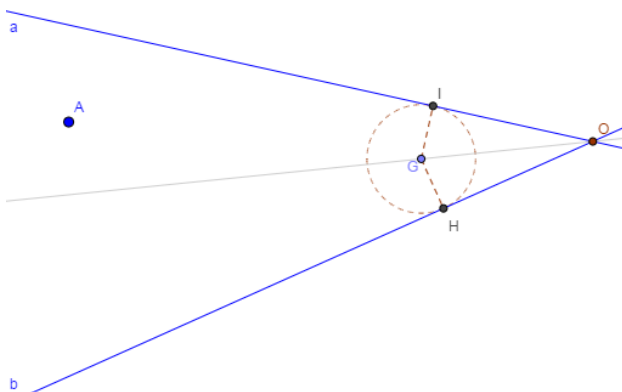


Fonte: Adaptado de Geometrias.blogsopt, 2014.

1. Determine a bissetriz do ângulo formado pelas retas 'a' e 'b', onde se encontrará o centro da circunferência desejada, que as tangencia, isso é, toque em apenas um ponto de cada uma.
2. Localize um ponto **G** sobre a bissetriz construída e trace a circunferência com centro em **G** e tangente a reta 'a' no ponto **I**, e a reta 'b' no ponto **H**.

Esperávamos que os sujeitos realizassem os passos dados à construção da solução e com essas descrições de procedimentos explicitados anteriormente, esperávamos que a solução final fosse conforme apresentamos na Figura 73.

Figura 73 - Retas Concorrentes com a construção final



Fonte: Adaptado de Geometrias.blogspot³³, 2014.

A escolha da atividade ocorreu da necessidade de analisarmos a desconstrução geométrica 1D à 0D a partir dos registros dos sujeitos e da utilização dos elementos de construção com régua e compasso. A atividade, já de início, envolvia as apreensões perceptiva e discursiva, com a necessidade da apreensão sequencial, que é específica do conhecimento matemático. A apreensão sequencial é referente aos procedimentos de construção de figuras com uso de material seguindo sequência de orientações com um objetivo final (DUVAL, 1994, p. 123).

Esperávamos que os sujeitos procurassem encontrar o centro da circunferência por tentativas com a abertura do compasso e o seu traçado. Após a percepção de que seria inviável o sucesso na finalização da construção, sem não haver alguns procedimentos que lhes possibilitassem serem mais precisos, iriam optar pela construção da bissetriz. A bissetriz se revelaria como uma linha de apoio onde estaria inserida o centro da circunferência a ser traçada, procurando desenvolver o uso de materiais de desenho disponibilizado na mesa da pesquisadora.

³³ Disponível em: <<http://geometrias.blogspot.com.br/2014/05/>>. Acesso: 05 mar. 2016.

No caso de nossa investigação, os sujeitos da pesquisa, eram de um curso técnico em Mecânica e já haviam estudado a disciplina de desenho técnico, logo esperávamos que a facilitação da aproximação entre as semiosferas de construções geométricas com as outras (natural, formal e figural).

A figura, dada em 1D, exigiu pouco conhecimento matemático para o reconhecimento e a observação, num olhar icônico de botanista. Os sujeitos deveriam tratar a figura fazendo mudanças dimensionais para 0D orientados pelas apreensões sequenciais, interagindo com o olhar não icônico de construtor.

Ao analisar o objeto visível da Figura 72, com as retas concorrente 'a' e 'b', consideramos haver congruência visual entre a semântica do texto e a imagem dada. A atividade delimitou a função da língua metadiscursiva de forma objetiva trazendo o aspecto de comunicar com fins a requisitar algo, mas explora elementos conceituais exigidos na construção e não explícitos de forma inicial, contudo esperado na resolução do problema. O uso referencial da Língua com a tangencia nas retas 'a' e 'b', dadas, ocorreriam com sucesso. As funções específicas discursivas trouxeram proposições (tipo apofântica) para o desenvolvimento da construção. A atividade previa uma construção, contudo, poderiam ocorrer diferenciações no engajamento do locutor (BRANDT; MORETTI; BASOI, 2014, p.3). Na construção haveria expansão dos elementos conceituais como: tangente, bissetriz, perpendicular.

No aspecto das categorias de análise relacionadas às conversões e tratamentos, a priori, entendemos que ocorreria a conversão língua natural-formal para uma figural unidimensional e desta a necessidade de um tratamento figural em dimensão zero.

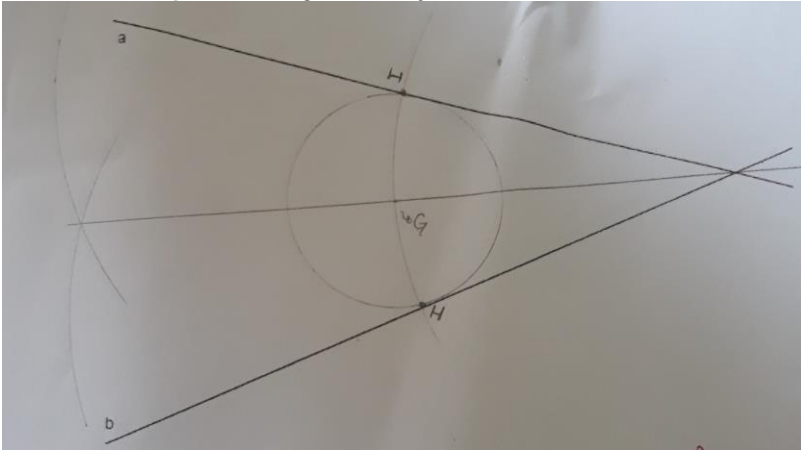
No Quadro 46 apresentamos um resumo dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos na análise a priori e, a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa na atividade 12.

Quadro 46 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos da Atividade 12

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da língua
A priori: 1D-0D	A priori: Destaque visual para o ponto em termos de ampliação	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) Sequencial	A priori: Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão -Apofântica
Semiosfera	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem a) Natural b) Formal c) Figural	1) A priori: a) Botânico b) Construtor 2) A posteriori: a) Agrimensor b) Inventor	1) A priori: Ponto e Retas Perpendicular e Tangentes, Bissetriz 2) A posteriori: Raio, Esfera, Círculo, circunferência, Ângulo Central	

Fonte: a autora.

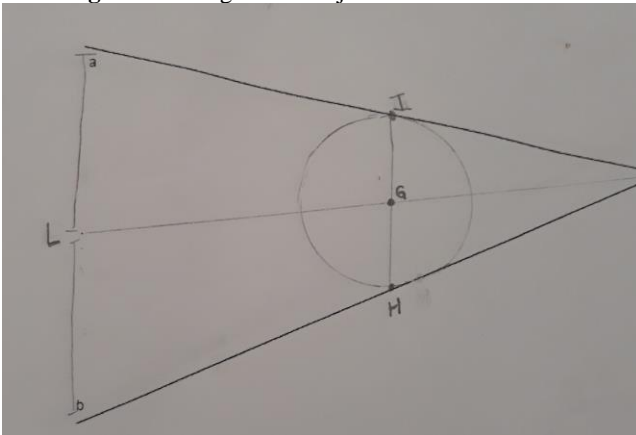
Dos treze sujeitos que realizaram a atividade 12, nove concluíram com sucesso, contudo, dos nove sujeitos, apenas três, os sujeitos SL, SJ e SB, fizeram a atividade com precisão de utilização de instrumentos, como mostramos o registro de SL na Figura 74.

Figura 74 - Registro do sujeito SL na atividade 14

Fonte: a autora.

Na Figura 74, percebemos as apreensões discursiva, perceptiva e sequenciais interagindo na elaboração do procedimento de resolução e nas mudanças dimensionais 1D para 0D.

Os outros seis sujeitos, acertaram a tangência da circunferência por meio de tentativas, conforme prevíamos. Mostramos com o exemplo da situação colocada no registro do sujeito SE na Figura 75.

Figura 75 - Registro do sujeito SE na atividade 12

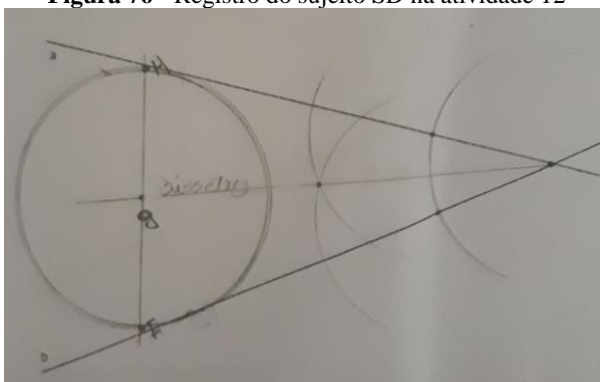
Fonte: a autora.

Prevíamos a priori, na passagem do olhar icônico ao não icônico, o olhar do botanista e do construtor, a posteriori observamos, que os olhares se expandiram para o agrimensor e o inventor. Na fala do sujeito SB, percebemos o olhar do agrimensor unido a desconstrução para a

dimensão zero, “acho que eu medi vendo com a régua até as duas fossem o mesmo 19 mm, ai marquei os pontos e fiz a esfera com 19 de raio”, bem como o sujeito SE, que indicou, na figura dada, as medidas iguais ao apresentar a bissetriz, como consta na Figura 75.

Já o sujeito SD, mostrou o olhar do inventor, como apresentamos na Figura 76, ao acrescentar uma reta perpendicular, expandindo o contorno da figura inicial e das, para encontrar os pontos de tangência da circunferência as retas ‘a’ e ‘b’ (DUVAL, 2005, p. 6). O olhar do inventor apontou necessariamente à uma desconstrução dimensional, ao traçar retas para encontrar pontos relevantes.

Figura 76 - Registro do sujeito SD na atividade 12

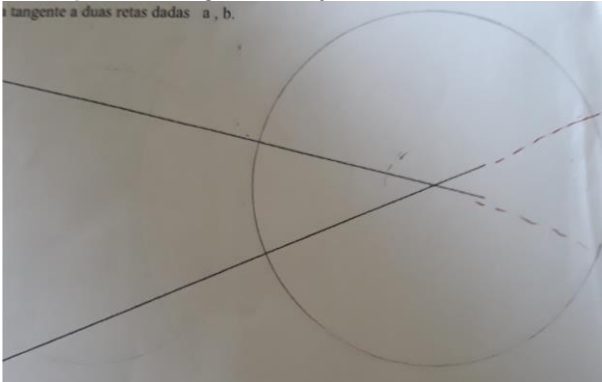


Fonte: a autora.

Outros conceitos mostraram-se relevantes para serem revisados, já que foram citados pelos sujeitos e provocaram designações incorretas por parte dos mesmos. Um exemplo, foi a designação correta ao terem como referência a circunferência e as diferenças desta para os conceitos de esfera e o círculo. Poderíamos acrescentar a revisão dos elementos da circunferência como o raio, diâmetro, visto que, foi pertinente para os registros do sujeito SB.

Dois sujeitos não fizeram a desconstrução da primeira para a dimensão zero, SC e SA, mantendo-se na primeira dimensão. O uso de linhas para tentar a solução e a manutenção na primeira dimensão, mesmo sendo dadas instruções de pontos, foi presente na atividade de SC, como mostramos na Figura 77.

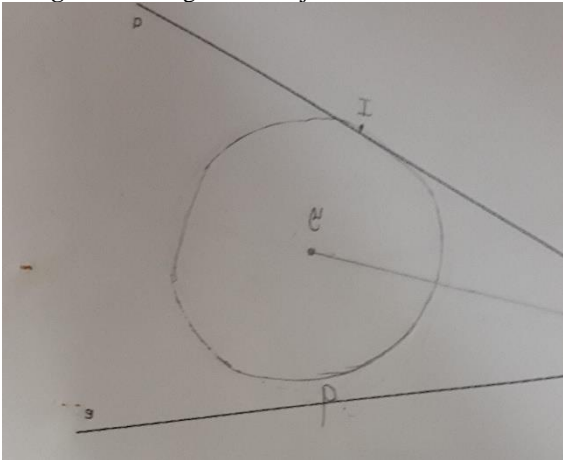
Figura 77 - Registro do sujeito SC na atividade 12



Fonte: a autora.

Alguns sujeitos relataram a falta de habilidade com o uso do compasso, foram eles os sujeitos: SJ, SC e AS. Na entrevista individual perguntamos apontando para as construções feitas “É uma circunferência?”, o sujeito SJ coloca “era para ser não sou bom de compasso”, mostramos na Figura 78 o registro feito por SJ. Esse registro revela a ausência da utilização de instrumentos de medida como o compasso nos ambientes escolares em que esses sujeitos tiveram contato.

Figura 78 - Registro do sujeito SC na atividade 12



Fonte: a autora.

As construções com régua e compasso, com instruções, mostraram-se, para os sujeitos de nossa investigação, como uma

atividade que pode desenvolver o olhar à passagem da dimensão 1D à 0D, pela localização precisa dos pontos no encontro das linhas.

Para termos uma visão geral da produção dos sujeitos na atividade 12 elaboramos o Quadro 47, com uma síntese do que encontramos na análise a posteriori, dada nos registros dos instrumentos de pesquisa, sob as desconstruções dimensionais e especificidades observadas.

Quadro 47 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 12

Sujeitos/Produção	1D ↔0D	Especificidades
SC, AS	Não	Sem sucesso. Indicaram ter dificuldades com o compasso.
SD, SG, SE, SF, SH, SI, SM, SN	Sim	Sem precisão, não usaram construções.
SL, SJ e SB	Sim	Com precisão e uso de instrumentos e construções.

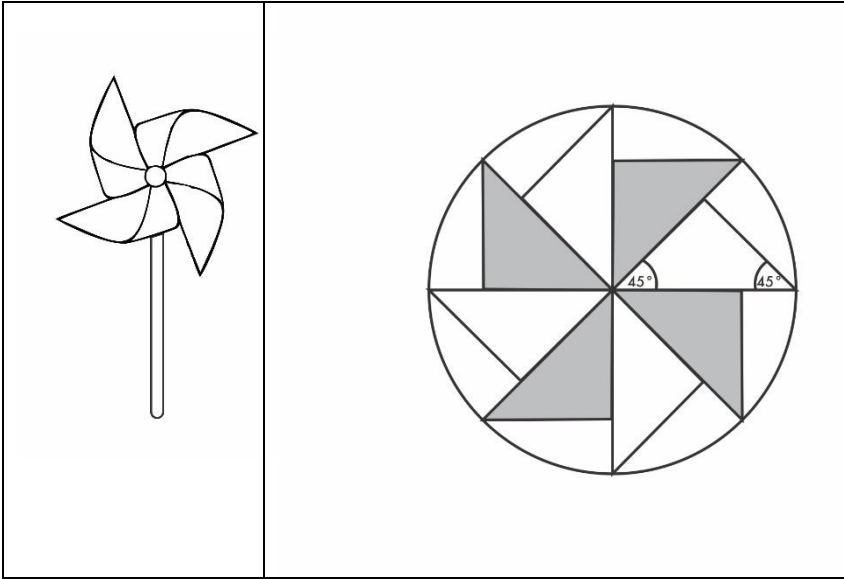
Fonte: a autora.

Os sujeitos aderiram a realização da proposta, utilizando fortemente a desconstrução dimensional em dimensão zero. Observamos a necessidade do trabalho conceitual, mais amplo sobre as construções utilizando instrumentos de medida, isso pelas construções por tentativas apresentadas nos registros e a descrição da falta de habilidade por parte de alguns sujeitos.

A **atividade 13** foi realizada no quinto encontro, após a entrega da atividade 12. Esta atividade trazia como diferencial a necessidade de construção com manipulação de material de desenho unida a construção com recortes e colagem para a construção de um cata-vento.

Foi disponibilizado os seguintes materiais para que sendo necessário, utilizassem: régua, compasso, transferidor, tachinhas, tesoura, palitos grandes, fita adesiva e cola. Os materiais extras ficaram sobre a mesa do pesquisador e os sujeitos poderiam pegar o que avaliassem como necessário.

Para a atividade 13 propomos que a partir do Quadro 48, com o modelo tridimensional e a planificação da estrutura de um cata-vento construíssem o mesmo e descrevessem esse processo de construção.

Quadro 48 - Cata-vento

Fonte: a autora.

A proposição desta atividade envolvia o aspecto lúdico do cata-vento e de sua construção, trazendo elementos do lazer, onde procuramos relacionar a linguagem natural e cotidiana articulando-a com a linguagem formal. Nossa intenção, foi de que os sujeitos ao perceberem os elementos e nomenclaturas expostas no molde, pudessem interagir com as figuras do Quadro 48 e colocassem em ação conceitos matemáticos, imprescindíveis para a realização do procedimento de forma precisa, implicitamente estariam desconstruindo às dimensões inferiores.

Ao se depararem com a apreensão perceptiva dos objetos visíveis do Quadro 48, esperávamos, a priori, que os sujeitos, identificassem que os triângulos que compõe o cata-vento são iguais e formados por oito triângulos retângulos isósceles, sendo que quatro deles deveriam ser duplicados, para que fosse feito a dobradura unindo seus vértices ao centro. Os triângulos duplicados foram dados na figura plana em cor diferenciada (cinza) com o intuito de dar o contraste visual. O círculo externo, desenhado na figura planificada do Quadro 48, foi colocado para que os sujeitos percebessem que a medida da base do triângulo seria o raio dessa circunferência, isso estaria relacionado a abertura do compasso, podendo assim flexibilizar o tamanho das suas construções.

O Quadro 48 trouxe o cata-vento em 3D, a esquerda, e a direita, a sua planificação, em 2D, permitindo que os sujeitos descessem a 1D, ao definir lados e ou raio da figura plana e a 0D, ao delimitar os vértices e ponto central da circunferência.

Com os elementos cotidianos presentes no entorno da atividade 13, prevíamos que nossos sujeitos poderiam estabelecer a necessidade de alguns triângulos duplos para as dobraduras, de forma a trazer o elemento do giro no cata-vento construído. Contudo, dependendo das experiências anteriores de nossos sujeitos, a linguagem natural poderia se revelar como elemento de não congruência, já que se não houvesse o trânsito da figura em 3D do cata-vento à construção formal, no plano 2D, apenas essa última, não levariam os sujeitos ao sucesso em suas construções.

A atividade delimitou a função da língua metadiscursiva de forma objetiva e anteriormente a aplicação da proposta, acreditamos que permitiria que o sujeito fizesse escolhas quanto ao processo de construção, trazendo certa flexibilidade à tarefa, assim, poderiam não seguir exatamente as figuras dadas. O aspecto de comunicar com fins a requisitar algo poderia provocar uma sensação de dúvida quanto ao que se fazer, que medidas usar, por exemplo, e isso retornasse em forma de perguntas durante a aplicação, requisitando orientações da pesquisadora.

No que tange aos olhares e apreensões envolvidas na atividade prevíamos, inicialmente, a apreensão discursiva ligada a perceptiva o que exigiria o olhar do botanista, que observa. Nas desconstruções ocorridas seria necessário a apreensão sequencial, própria do conhecimento matemático, com a necessidade de elaborar um passo a passo e ainda de compor medidas no olhar de agrimensor. O olhar de construtor, se revelaria na busca por fazer a planificação do cata-vento (DUVAL, 2005, p.6).

No aspecto das categorias das conversões e tratamentos ocorreria a conversão língua natural-formal para uma figural em 3D e desta a necessidade de um tratamento figural em dimensões inferiores. A maneira de visualizar a figura geométrica em 2D, seria dada pelas cores diferenciadas (cinza) da imagem à direita do Quadro 48 e na forma de ver a figura plana numa sobreposição, talvez não reconhecida imediatamente (DUVAL, 2011, p. 87).

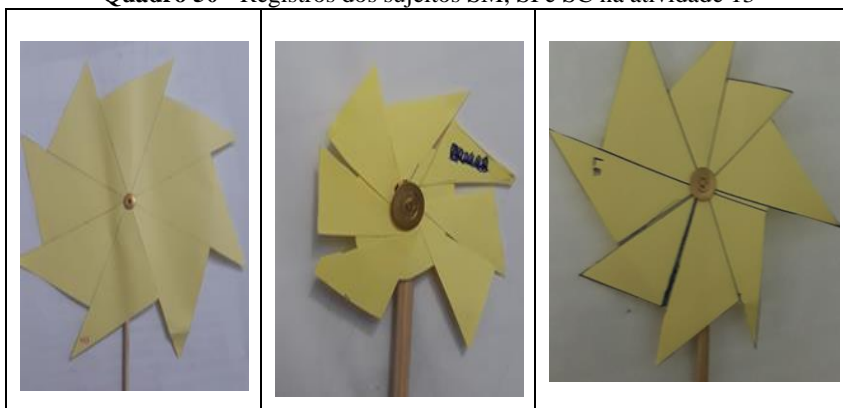
No Quadro 49 apresentamos um resumo dos aspectos semióticos e cognitivos envolvidos na análise a priori e, a posteriori, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa na atividade 13.

Quadro 49 - Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade 13

Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da língua
1) A priori: 3D-2D-1D-0D 2) A posteriori: 3D-2D 2D-1D-0D	1) A priori: a) Imagem em 3D b) Cores diferenciadas para sobreposições 2) A posteriori: As cores diferenciadas não deram ideia do sobreposto.	A priori: a) Discursiva b) Perceptiva c) sequencial	A priori: Função a) Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosfera	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
A priori: Linguagem a) Natural: Elementos cotidianos b) Formal c) Figural	A priori: a) Botânico b) Agrimensor c) Construtor	A priori: a) Triângulos b) Ângulos c) Lados d) Vértices	

Fonte: a autora.

Trazendo os registros dos sujeitos para a análise a posteriori, observamos uma tendência em se fixarem na figura dada em segunda dimensão para o desenvolvimento da atividade 13. Cinco sujeitos mostraram uma construção plana como resultado final, não demonstrando utilizar a figura 3D em sua heurística e procedimentos descritos. No entanto, a não desconstrução, ligando as duas imagens do Quadro 48, não permitiu o sucesso à construção final elaborada, possivelmente, a imagem em 3D, não demonstrou ser significativa ou ligada a imagem em 2D disponibilizada. Destacamos no Quadro 50, algumas das construções dos sujeitos SM, SI e SC que ilustram essa análise, mostrando a fixação na imagem em 2D do Quadro 48.

Quadro 50 - Registros dos sujeitos SM, SI e SC na atividade 13

Fonte: a autora.

A sobreposição dos triângulos na figura planejada do Quadro 48, não se mostrou, na resolução dos sujeitos, uma boa forma, já que não houve apreensão perceptiva desejada, por meio dela, dando a característica da duplicidade do triângulo.

Os sinais do olhar do agrimensor e assim da redução em primeira dimensão e dimensão zero, foi relatado na fala do sujeito SE, “fiz um triângulo de 3,7 cm, depois vi o meio e depois usei a mesma medida do meio para fazer o outro vértice para puxar as retas. Usei como molde e fiz todos os outros”, ilustramos com Figura 79, abaixo, a construção que realizou. No entanto, observamos na Figura 79, que a desconstrução da segunda, a primeira e a dimensão zero não o levou ao sucesso na finalização, já que o sujeito precisaria iniciar a desconstrução da terceira dimensão, percebendo que ela era existente.

Figura 79 - Registro do sujeito SE na atividade 13

Fonte: a autora.

Procurando subsidiar nossas análises e compreender o motivo pelo qual o cata-vento do sujeito SE ficou num formato 2D, perguntamos em entrevista individual, apontando a sua construção e as figuras dadas na atividade 13. “O modelo ficou igual ao que foi proposto?”, ‘SE’ coloca: “Não, pois não fiz exatamente nesse ângulo, fiz 8 triângulos só que não fechou certo”. Então, questionamos: “Em qual imagem você se baseou (do Quadro 48)?”, o sujeito SE apontou para a figura plana, a direita, no Quadro 47. Continuamos perguntando: “A primeira imagem (do Quadro 48) tem relação com a segunda imagem (do Quadro 48)?”, e o sujeito SE afirma: “eu não achei, nem parece que tem triângulos, foquei no ângulo e nem olhei para a outra”. Consideramos que em todo o momento o sujeito SE se referiu a segunda e a primeira dimensão, revelando de fato que a figura em 3D fornecida no Quadro 48, a esquerda, não se apresentou como parte das suas apreensões e construções.

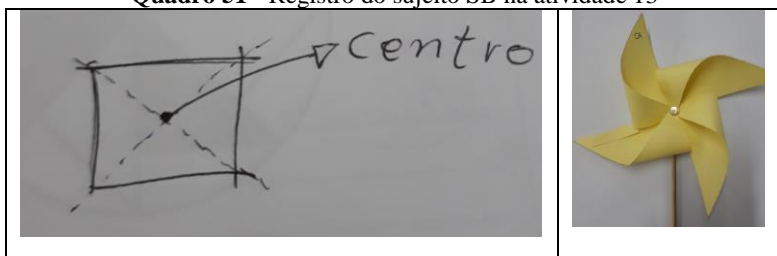
A priori, colocamos que o distanciamento da linguagem natural do cata-vento poderia levar os sujeitos a dificuldades de resolução, dadas, onde as periferias das semiosferas não estivessem próximas, ou existissem, não havendo trocas para esse sujeito, a sua estrutura para o universo disposto na questão não é bilíngue (LOTMAN, 1996, p. 18).

A não aproximação entre as periferias da linguagem cotidiana, com a figura em 3D, levou a um entrave com a formalização da construção formal do desenho no formato plano, podendo revelar uma não desconstrução por ausência de relações perceptivas com a situação do objeto físico real colocado. O que demonstra que nem sempre uma

figura presente em um problema ligada aos aspectos cotidianos, com funções de permitir a melhoria de processo visuais ou contextualizações, permite estar executando esse papel na heurística da situação problema proposta, não se revelando como elemento facilitador à sua resolução.

O olhar não icônico, do inventor, aparece no registro do sujeito SB, que apresenta uma nova forma de planificação do objeto em 3D, a partir das diagonais de um quadrado, que por meio dessa elaborou o seu cata-vento, como mostramos no Quadro 51. A elaboração realizada demonstra as passagens 3D à 0D, passando por dimensões intermediárias. A partir da planificação pensada e elaborada, o sujeito SB, obteve sucesso na construção 3D desejada.

Quadro 51 - Registro do sujeito SB na atividade 13



Fonte: a autora.

Nos parece que SJ, também utilizou a mesma técnica de construção que o sujeito SB, encontrando uma nova forma de planificar a partir da figura em terceira dimensão. SJ, coloca em seus registros, que recortou esse quadrado em triângulos e juntou as “pontas” de cada triângulo, isso pode ser observado no registro da Figura 80.

Figura 80 - Registro do sujeito SJ na atividade 13



Fonte: a autora.

Iniciando da terceira dimensão, também o sujeito SL, indicou em entrevista individual que “na minha cabeça desmontei esse aqui (apontando para 3D do Quadro 48), vi que era só puxar as pontas”. No entanto, a Figura 81, com o registro do sujeito SL, revela que a planificação trouxe elementos arredondados nas extremidades, resultado da construção de um círculo. O sujeito SL, faz recortes centralizados nos raios, colocados de 90 em 90 graus, indicando a passagem e o olhar da figura em 2D, contudo, não fazendo a ligação entre as figuras de forma coerente.

Figura 81 - Registro da produção do sujeito SL na atividade 13



Fonte: a autora.

O sujeito SN, indicou em seus registros, mostrado na Figura 82, iniciar em segunda dimensão, fazendo triângulos separadamente, dobrando-os e unindo-os. O sujeito SN não teve sucesso na finalização, o fato pode ocorrer, por não operar o desmanche 3D à 2D e o retorno a 3D, não conseguindo entender o motivo do encontro não ter finalizado corretamente. O sujeito SN ficou centrado no fato de duplicar todos os triângulos do cata-vento, sendo que seria de forma alternada, um duplicado e outro não, fato que revelou a construção dele a partir da figura em 2D.

Figura 82 - Registro do sujeito SN na atividade 13



Fonte: a autora.

O sujeito SH, procedeu igualmente ao sujeito SN, iniciando a construção de 2D, contudo, não colocou oito triângulos e sim apenas quatro, provavelmente os destacados em cinza (do Quadro 48). Ao tentar o movimento os triângulos dobrados, acabavam se unindo, conforme mostramos na Figura 83 a imagem do seu cata-vento.

Figura 83 - Registro do sujeito SH na atividade 13

Fonte: a autora.

Para termos uma visão geral da produção dos sujeitos na atividade 13 elaboramos o Quadro 52, com a síntese do que encontramos na análise a posteriori dada sob os instrumentos de pesquisa.

Quadro 52 - Síntese da produção dos sujeitos da Atividade 13

Sujeitos/Produção	3D ↔2D↔ 1D↔0D	3D ↔2D	3D ↔1D ↔0D	2D↔1D ↔0D	Especificidades
SB, SG	Sim	Sim	Sim	Sim	Sucesso
SL	Sim	Sim	Sim	Não	-
SD, SE, SM	Não	Não	Não	Sim	-
SC, SA, SI, SJ	Não	Não	Não	Não	Fixação em 2D
SH, SN	Não	Sim	Não	Não	Oito triângulos duplicados.
SF	Não	Não	Sim	Não	-

Fonte: a autora.

Observamos para os sujeitos de nossa pesquisa a dificuldade de visualizar a terceira dimensão na figura 3D dada no Quadro 48. A maior parte dos sujeitos, fizeram suas construções a partir da figura planificada e não conseguiram voltar a 3D com sucesso. A sobreposição da imagem

dada no Quadro 48, mostrou-se como elemento que dificultou essa percepção. As figuras da atividade 13 não se revelaram como boa forma à apreensão perceptiva para os demais sujeitos (PENNA, 2000, p. 28).

Para dois sujeitos de pesquisa que construíram com sucesso o cata-vento, iniciaram pela figura em 3D, revelaram a importância da desconstrução da maior dimensão presente em seus procedimentos de desconstrução dimensional para chegar ao sucesso. A referência a imagens de cata-ventos anteriormente vistas, foi revelada pelos mesmos em entrevista individual, tendo a imagem dada em 3D na atividade 13, como referência a sua construção mental, mas trouxeram a nova construção em 2D para concluir a solução da atividade, mostrando eles a essa imagem cotidiana da linguagem formal. Ao apresentar uma nova estrutura, mais simplificada em 2D, os sujeitos SB e SG, mostram a forma como a estrutura perceptiva estariam mais próximas dos processos visuais para a construção do cata-vento. A aproximação das linguagens próximas aos núcleos de suas semiosferas favoreceu as passagens dimensionais e a conclusão com sucesso.

4.2.6. Sexto Encontro

No sexto encontro, conforme programamos, fizemos uma devolutiva dos resultados aos sujeitos participantes. Nesse dia, fizemos a discussão das atividades exploradas nos cinco encontros das semanas anteriores, com a intenção de propiciar um retorno das suas produções e viabilizar um momento de avanço para suas aprendizagens.

Inicialmente fizemos uma exposição ao quadro das atividades de pesquisa, explorando alguns dos registros realizados pelos sujeitos de pesquisa, sem identificação, que pudessem ilustrar possíveis formas de resolução, ou também discutir os insucessos que encontramos.

Para cada questão das atividades propostas, os sujeitos eram convidados a observar e a refletir sobre os registros apresentados. Podemos destacar a participação ativa dos sujeitos que lembravam das respostas dadas e se colocavam numa posição de refazerem algumas percepções diferentes do que colocaram. No sexto encontro com a participação efetiva, conseguimos fazer uma construção coletiva das produções dos sujeitos pela observação dos outros caminhos, ou formas de pensar. O Sujeito SE pontua “como não pensei nisso antes”, quando apresentamos um dos registros de atividade e SB coloca “posso mostrar ao quadro como fiz?”, onde mostrou as repartições e acréscimos realizados sobre a figura inicial dada na atividade. Outros sujeitos

fizeram falas e intervenções semelhantes durante a exposição das atividades pela pesquisadora.

A espontaneidade que surgiu no momento das discussões com os sujeitos, bem como se apresentou no quinto encontro de atividades com as dobraduras, nos fizeram compreender como se sentiram a vontade de expor as suas formas de pensar aos demais promovendo a educação para a atividade de pensar matemática.

No contexto geral, o sexto encontro se revelou como um momento prazeroso onde os sujeitos participaram ativamente com falas em voz alta ou demonstração ao quadro e, dessa forma, se estabeleceu como oportuno para reelaborações e reflexões conceituais. Para nós pesquisadores e educadores, o sexto encontro, também se mostrou muito positivo, já que pudemos oportunizar uma contribuição das suas participações voluntárias à nossa pesquisa e contribuir com o conhecimento desses sujeitos.

REFLEXÕES FINAIS E INDICATIVOS FUTUROS

Com o propósito de apontar maneiras e direcionamentos para abordagem da desconstrução dimensional de figuras geométricas que possibilitem a aprendizagem desse gesto intelectual na construção dos conceitos de Geometria no Ensino Básico, propomos a nossa tese de doutoramento. Após toda a trajetória de pesquisa realizada, consideramos importante destacar o quão é desafiadora a tarefa de investigação que procura revelar aspectos da aprendizagem dos sujeitos inseridos em seu cotidiano escolar. Buscando dar conta de múltiplos aspectos que estão envolvidos na constituição desse gesto intelectual, tomamos como unidade de análise os fatores semióticos e cognitivos relacionados à aprendizagem no campo da geometria.

Em nossos estudos, pautados numa investigação científica, trouxemos problemas, comumente utilizados em práticas escolares, que possibilitam o aspecto transitório das figuras, trazendo as mudanças dimensionais requeridas e, assim, a importância de se considerar didaticamente esta operação para permear todo o processo educativo do ensino de geometria. Em cada figura dos problemas selecionados, analisamos os elementos semióticos imbricados e que podem, inclusive, trazer bloqueios para o prosseguimento das aprendizagens.

O fato de abordarmos conceitos abstratos, centrados em objetos ideais, os da matemática, trazem os aspectos semióticos, os signos, como essenciais para a natureza de sua constituição. O trânsito e a coordenação entre diferentes sistemas semióticos tornam-se, dessa forma, condição necessária para desvincular os registros de representação semióticas dos conceitos ideais em si, desenvolvendo os objetos da matemática. Em relação aos conceitos geométricos, observa-se que as figuras, consideradas como um registro de representação, tornam-se fortemente relevantes ao ensino e diferentes aspectos estão envolvidos na sua apreensão.

Percebemos, com base nas colocações de Duval, que o foco de ações sobre a habilidade de ver para além da figura permaneceu ignorada no ensino e teorias didáticas, e, assim, se construiu uma dificuldade de olhar as suas dimensões inferiores. Dessa forma, como está posto, valorizamos nosso potencial de visualização aprisionado em figuras típicas, expostas pelos manuais didáticos e mídias. Em consequência, quando os estudantes se deparam com diferenciações e necessidades de modificações, com acréscimos de elementos, não conseguem avançar com sucesso.

Do ponto de vista teórico, a literatura científica revela que os processos semiocognitivos devem perpassar de forma contínua o ensino da matemática, já que eles em si constituem as ferramentas operatórias para que o estudante transite com mais facilidade em problemas que envolvam figuras.

No entanto, evidenciamos que ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa e é preciso ver qual o papel dela na atividade proposta, já que as figuras são permeadas de elementos teóricos, semióticos e cognitivos. Faz-se necessário pensarmos na intencionalidade das figuras colocadas nas atividades dos estudantes. No caso do objeto de estudo de nossa tese, observa-se que a desconstrução geométrica é uma operação imbricada com as figuras e interage com as funções da língua, da Gestalt e de todo um entorno de processos que envolvem as apreensões e manipulação dos registros de representação semiótica (RRS). No entanto, os dados nos mostram que a desconstrução dimensional de uma figura não é algo natural aos aprendizes, e sim um gesto a ser desenvolvido pela escola.

As treze atividades selecionadas, construídas ou modificadas, para os instrumentos de pesquisa foram pensadas intencionalmente, incorporadas dos aspectos teóricos estudados na tese e subdivididas em encontros de aplicação, cinco para os instrumentos em si e uma para a ação de devolutiva aos sujeitos. O pensar com intencionalidade sobre as atividades a serem aplicadas de forma a provocarem a ação dos sujeitos à desconstrução dimensional da figura, uniu a pesquisa com a característica da ação didática do docente, mostrando, na prática, aliada à base teórica construída, a viabilidade desse olhar intencional sobre o gesto intelectual que propomos.

Na aplicação da parte prática de nossa investigação, fomos a campo, trazendo os sujeitos na realidade de seu cotidiano escolar, no caso o IFSC, *campus* Itajaí, onde aplicamos uma sequência de encontros com estudantes voluntários da pesquisa e que cursavam do terceiro ao quinto período do Ensino Médio Técnico em Mecânica. Das análises de campo realizadas em conjunto com as entrevistas, destacamos elementos essenciais que possibilitam indicar problemas que envolvem figuras geométricas, de abordar intencionalmente a desconstrução geométrica no Ensino Básico de forma a possibilitar a aprendizagem dessa operação fundamental à construção dos conceitos de geometria. O retorno a campo, por meio de entrevistas, via aplicativos de mensagens em telefone celular, revelou-se um elemento estratégico à pesquisa. O acesso rápido pelas mensagens permitiu mandar foto das construções e, aos sujeitos, retornarem com suas alterações rapidamente, sendo

decisivo para esclarecimento de dúvidas sobre os seus registros. Os sujeitos demonstram bastante habilidade no retorno das mensagens pelo celular. Com acesso aos dados registrados, construímos análises e trazemos os posicionamentos, mudanças e reações dos estudantes que se destacaram como resultados da investigação e sintetizamos a seguir.

Observamos, na mudança dimensional, que os aspectos de apreensão (perceptiva, operatória, discursiva e sequencial) e funções da língua se articulam para que os ‘desmanches’ ocorram.

As apreensões perceptivas e operatórias, base para o desenvolvimento da heurística de resolução de um problema que contenha uma figura, interagem com as mudanças dimensionais e são necessárias no primeiro contato visual-discursivo. Essa necessidade ocorre seja para olhar além dos limites da figura colocada, seja para inserção de novos elementos, não explícitos, por modificações da mesma. A heurística que a resolução de um problema de geometria exige depende da distinção das formas de apreensão da figura.

Atividades que envolvem figuras geométricas tridimensionais que contenham alternativas de planificação mostraram viabilizar a exercitação da desconstrução 3D para 2D. Para os sujeitos que ficam enclausurados na terceira dimensão, por aspectos gestálticos, uma ação que possibilita descerem à segunda dimensão pode ocorrer com questionamentos intencionais, por parte do educador, que permitam a orientação à visualização.

As construções de secções transversais de figuras em terceira dimensão envolvidas em atividades mostraram-se relevantes ao processo cognitivo da desconstrução dimensional.

As designações de palavras que são conceituais sem significação, não promovendo as expansões da Língua, podem impedir que a desconstrução dimensional ocorra com sucesso.

Os sujeitos podem apresentar os ‘desmanches’ de dimensão implicitamente ou explicitamente em seus registros e, por vezes, no ato de analisar os seus registros nas atividades, existe a necessidade de retornar ao sujeito, dialogar para entender as suas construções. Assim, mesmo construções e registros aparentemente incorretos na sua finalização mostram uma heurística de desconstruções e procedimentos parcialmente corretos.

Consideramos, para nossa investigação, que não ocorre um salto cognitivo na interpretação da maioria dos sujeitos em atividades dissertativas ocorridas sobre figuras geométricas em função da não percepção das demais dimensões. A não requisição de cálculos e ou construções na atividade proposta promove a não percepção, ou até

mesmo a "cegueira" às dimensões inferiores. Ocorreram fortes indicativos de fatores de apreensão perceptiva que inibiram a desconstrução (DUVAL, 2012c, p. 287), confirmados pela não observação, dos sujeitos, de análises descritivas de lados e/ou de pontos. Os sujeitos nesse tipo de atividade procuram explicar na mesma dimensão da figura dada, caracterizando interpretações primárias e incompletas. Quando, por meio de entrevista individual, levamos o sujeito a pensar sobre a forma do discurso produzido, e que poderia dar margem a outras interpretações, temos o indicativo da desconstrução, permitindo desenvolver e se remeter aos objetos matemáticos de forma adequada. Em atividades dissertativas que privilegiam a observação para construção de um discurso, a ação de 'construir algo' parece tornar-se essencial para que os sujeitos possam desenvolver processos de desconstrução dimensional, sem a ação de questionamentos do educador.

A questão exposta por Duval (2011, p. 9 2), que propõe que as tarefas que não se relacionem com questões de medidas e de cálculo, separando a desconstrução dimensional das operações mereológicas e garantindo a desconstrução dimensional, não se confirmou em nossa investigação para todos os casos. O avanço para o olhar não icônico não garante que o sujeito conseguirá se livrar do obstáculo perceptivo, como se revelou para um sujeito de nossa investigação, que, mesmo estabelecendo novos traçados, não avançou para a desconstrução 1D, focando um enclausuramento em 1D, a situação ocorreu nas atividades quatro e cinco. A situação confirma que a dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria é causa de insucesso (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602).

Ao analisar a atividade seis, que continha a composição de uma figura para cálculo de área total, e fazer entrevistas com os sujeitos, percebemos que a mesma não se apresentou como uma proposta didática em que conseguimos explorar fortemente elementos que fortalecessem a consciência sobre a desconstrução dimensional. Os erros ocorreram pelo enclausuramento na dimensão e na consideração de que pretendíamos determinar o perímetro. Figuras geométricas, com trapézios, que possuem pouca inclinação entre lados não paralelos, não se comportam como boa forma (GOMES FILHO, 2009), visto que alguns dos sujeitos consideraram como um retângulo, revelando a influência da questão perceptiva no processo de apreensão operatória.

O foco no olhar icônico do botanista, em atividades, pode dificultar a desconstrução dimensional das formas, especialmente quando exigem considerar os resultados por apreensões óticas tratadas

por imagens estáticas, como na atividade sete, com a projeção da trajetória de um móvel num globo. Nenhum dos sujeitos conseguiu observar o movimento do móvel sem estar “apoiado” sobre o contorno da figura no item 7.1. Quando a atividade provoca o olhar da trajetória sobre o contorno do globo, no item 7.2, as respostas foram mais congruentes e revelaram as desconstruções dimensionais necessárias em 1D. Nesse sentido, podemos considerar também que as desconstruções com unidades figurais distantes como de 3D para 0D de forma direta, provocaram maior insucesso para nossos sujeitos. Esse ponto nos traz uma relevância para o ensino da geometria espacial, pois pode revelar a dificuldade dos estudantes em denotarem em sólidos geométricos os pontos importantes à resolução de um problema.

A dinâmica de atividades desenvolvidas com uso do aplicativo Geogebra e questões direcionando o olhar dos sujeitos mostraram gerar a facilitação da percepção das desconstruções dimensionais pretendidas, nas atividades oito e nove, realizadas no computador. Consideramos uma progressão dos sujeitos, se compararmos com o ocorrido nos registros da atividade três, já que oito sujeitos construíram, na elaboração dos seus discursos, a visualização das outras dimensões e a designação de elementos, remetendo-se a propriedades mais elaboradas e formais das figuras geométricas envolvidas. No entanto, é preciso considerar que os elementos operatórios em primeira dimensão, como o perímetro, podem ter o foco desviado em função da concentração dada ao movimento das figuras no aplicativo, que demonstraram ser significativas à apreensão perceptiva.

Ao dispormos de uma atividade que contenha duas figuras, como a atividade onze, a diferença de escala entre elas não se apresentou como um limitador à resolução por nossos sujeitos. Nesses casos, e em nossa pesquisa, observamos que ocorre a desconstrução dimensional das formas no desenvolvimento da conversão da linguagem figural para uma numérica que se fez necessária à resolução do problema onze. Os sujeitos desenvolvem diferentes formas de modificações mereológicas em que as mudanças dimensionais aparecem ao procurar uma heurística de organização para uma sobreposição entre as figuras disponibilizadas. Os sujeitos utilizam fortemente as interações entre as apreensões perceptiva e operatória, numa modificação mereológica, e articulam os olhares entre o icônico e o não icônico, promovendo habilidades cognitivas superiores. Observamos que os sujeitos que deixaram as passagens dimensionais explícitas e nas dimensões que seguem de 3D para 2D e 1D, não pulando uma das dimensões da sequência, tiveram sucesso na atividade. As atividades com figuras geométricas em 3D e

2D, que precisam se relacionar, deixam explícitas as mudanças dimensionais e mostram-se como situações que podem potencializar esse gesto intelectual.

Em processos de reconfiguração intermediária, que se relacionam com o processo cognitivo de apreensão operatória, com o cálculo de áreas de figuras compostas, a desconstrução dimensional para 1D ocorre de forma ágil. No processo heurístico que se dirige a um olhar não icônico, de inventor que acrescenta linhas, os sujeitos, dez deles, se orientam na decomposição da imagem em figuras mais conhecidas, como triângulos e retângulos, e daí para os cálculos. Houve facilidade, por parte dos sujeitos, na percepção da primeira dimensão e designação de elementos na mesma.

As atividades de construção com compasso e régua, dadas instruções de pontos a localizar, como a atividade doze, mostraram-se, pelos registros dos sujeitos, facilitadoras das desconstruções 1D para 0D, mesmo se os sujeitos apresentem dificuldades no manuseio do compasso. A dificuldade na construção geométrica precisa com utilização de instrumentos, como compasso, foi evidente, mesmo em sujeitos que já haviam feito um semestre da disciplina de desenho técnico. As dificuldades expressadas podem talvez evidenciar a necessidade de ampliar ações docentes direcionadas a utilização de instrumentos em construções geométricas.

Observamos a dificuldade de visualizar a terceira dimensão na figura 3D que simulava um cata-vento, na atividade treze, já que a maior parte dos sujeitos, procuraram construir o objeto a partir da figura planificada. A figura planificada, contudo, continha a justaposição de triângulos, que também se revelou como elemento que impediu a visualização, já que os sujeitos não conseguiram voltar a 3D com sucesso. Os dois sujeitos que concluíram a atividade com sucesso iniciaram pela figura em 3D, e revelaram a importância da desconstrução pela maior dimensão nessa atividade. O olhar do inventor revelou as desconstruções dimensionais, ao traçar retas para encontrar pontos, transformavam a figura plana e tridimensional, dadas, em transitórias, em um ir e vir entre 3D e 1D. Os sujeitos que tiveram sucesso mostram já terem referências com a semiosfera do cata-vento e propuseram uma nova planificação para concluir a atividade, diferente da que foi fornecida no instrumento de pesquisa. Nesse ponto, mostram que a aproximação entre as semiosferas favoreceu as passagens dimensionais e a conclusão com sucesso.

Os sujeitos que transitaram desconstruindo em todas as dimensões em sequência demonstraram maior agilidade e desenvoltura

nas construções e reconstruções das figuras geométricas do que aqueles que se fixaram numa dimensão única.

As dificuldades de desenvolver problemas que envolvam figuras geométricas passam pela forma de ver geometricamente elementos em dimensões diferentes das que são dadas. Os elementos que compõem a desconstrução destacados nessa investigação deveriam perpassar de forma contínua no ensino de matemática, especialmente no Ensino Básico, de forma a possibilitar o desenvolvimento de gestos intelectuais que permitam resoluções de situações-problema com figuras geométricas. Diante disso, faz-se necessária uma mudança na cultura dos processos de ensino e aprendizagem dos objetos de geometria, com o exercício do pensar intencional sobre a transformação das unidades figurais, num estado transitório e provocando situações de efemeridade nas mudanças dimensionais em todo processo educativo. A análise visual das capacidades das figuras geométricas, percebendo as variáveis didáticas que o problema contempla, é necessária ao desenvolvimento do gesto de desconstrução dimensional.

Os estudantes precisam mudar a forma de ver as dimensões, aprender a quebrar o que se impõe perceptivamente, enxergar o implícito e as possibilidades de operações numa figura em dimensões inferiores. Mas como virar a chave da visualização de figuras geométricas típicas para a de figuras transitórias em suas unidades figurais inferiores?

Os resultados encontrados na tese nos revelaram algumas maneiras e direcionamentos para abordar a desconstrução dimensional das formas em atividades, selecionando e adaptando algumas delas. No entanto, outras questões merecem aprofundamentos, fortalecendo e revelando os indicativos do olhar intencional do docente que vislumbra consolidar o desenvolvimento da desconstrução dimensional das formas para os diferentes anos escolares.

Temos que ser capazes de propor, na estruturação curricular do ensino de geometria, o permear dos gestos intelectuais como fio condutor de ações didáticas, permitindo a própria constituição dos seus objetos de conhecimento. Mas em que ano escolar devemos iniciar a disposição de figuras geométricas transitórias que promovam a desconstrução dimensional? Como abordá-la na sua relação específica com cada objeto de conhecimento? O direcionamento de futuras pesquisas que abordem maiores especificidades na desconstrução dimensional de figuras geométricas aplicado nos diferentes níveis de ensino nos habilitará na ampliação desses saberes didáticos, compondo um corpo teórico/prático essencial.

Evidenciamos, a partir dos constructos teóricos e dos registros dos sujeitos nas atividades experimentais desenvolvidas na investigação, que a desconstrução geométrica, quando abordada de forma intencional em problemas que envolvam figuras, constitui-se como um gesto intelectual fortemente importante para dar significações e sentido aos conceitos de geometria. As maneiras e direcionamentos que podemos compor para desenvolver esse gesto intelectual variam de acordo com as potencialidades e aspectos transitórios para outras unidades da figura geométrica apresentada, seu aspecto perceptivo, as apreensões envolvidas e desses elementos para um olhar não icônico.

As inserções pedagógicas em ambientes escolares para o desenvolvimento da desconstrução dimensional podem preferencialmente ocorrer por meio de ações didáticas intencionais direcionadas a atividades que possibilitem um estado transitório da figura geométrica dada, especialmente no Ensino Básico, formando um alicerce desse gesto intelectual. Os aspectos transitórios das figuras podem ser explorados por modificações mereológicas, se relacionados na mesma dimensão e em dimensões inferiores pelas desconstruções dimensionais. As mudanças dimensionais ocorrem, para nossos sujeitos, por construções de figuras com ou sem instrumentos, pelo olhar do inventor que extrapola o limite das figuras, identificando elementos e propriedades importantes, pelo acesso orientado em aplicativos de geometria dinâmica, pela orientação na realização de cálculos, designando elementos em dimensões diferentes da que foi dada.

Por fim, ressaltamos que esse estudo não teve como ambição apresentar todas as possibilidades que constam de problemas com figuras geométricas que promovam a desconstrução dimensional das formas. Nossa intenção foi a de concluir respondendo ao questionamento de pesquisa e constituir-se como ponto de partida para outras reflexões e pesquisas sobre esse gesto intelectual, possibilitando a sua intencionalidade como uma ferramenta didática necessária à aprendizagem de geometria.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALMEIDA, I. A. C.; SANTOS, M. C. **A visualização como fator de ruptura nos conceitos geométricos**. In: XVIII Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico – GRAPHICA. Artigos. Paraná, 2007. Disponível em:
<http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/AVISUALIZACAO.pdf>
Acesso: 17 jun. 2011.

ALMOULOU, S. A.; Manrique, A. L., Silva, M. J. F; Campos, T. M. M.. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**. [on line]. 2004, n. 27.

ARTIGUE, M.. **Ingèniere didactique**. RDM, v.9, n.3, pp. 231-308, 1998.

AMÉRICO, E.V.. **Iúri Lotman: entre biografia e obra**. Disponível em: <VOLKOVA-E-Iuri-Lotman>. Acesso: 25 Jul.2014.

ASTOLFI, J.P.; DEVELAY, M. **A didática das ciências**. Tradução Magda S. S. Fonseca. 4º edição. Campinas, SP: Papyrus, 1995.

BARRANTES, M. y BLANCO, L. J.. Estudo das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da Geometria. **Educação Matemática em Revista**, nº 17, p. 29-39, 2004. Disponível em:
<http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/2004%20Barrantes,%20Blanco%20_portugues_%20SBEM.pdf>. Acesso: 19 jan. 2016.

BARICCATTI, K. H.; VERTUAN, R. E.. Os diferentes sentidos das representações dos objetos matemáticos e as atividades de tratamento e conversão entre registros. **Revmat**. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.32-47, 2012.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 99-112, 2004.

BOYER, C. **História Da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.; BASSOI, T. S.. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 2, pp. 479-503, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br>> Acesso: 16 fev. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURATTO, I. C. F.; FLORES, C. R.; SZTAJN, P. Visualização Matemática na Formação Inicial de Professores. In: XIII CIAEM-IACME, Recife. **Anais do XIII CIAEM-IACME**. Recife, 2011. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/390.pdf>>. Acesso: 17 nov. 2015.

CAPES. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Serviços: Banco de teses**, 2018. Disponível em: <<http://catalogodeteses.capes.gov.br>>. Acesso: 11 abr. 2018.

CAPES/COFECUB. Relatório n. 174/95 – Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996. Brasília, 1996. Relatório n. 174/95 – **Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996**. Brasília, 1996.

CHAUÍ, M. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2003.

COSTA, C. **Visualização, veículo para a educação em geometria**. 2000. Disponível em: <<http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2011.

DANYLUK, O. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Sulina, Passo Fundo, 1998.

DMENTRARD. Aplicativo Geogebra Cubo. Disponível em: <<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Space/3.247/decubeMD.html>> Acesso: 13 fev. 2017.

DMENTRARD. Print da tela de abertura do aplicativo Geogebra da atividade 9. Disponível em: <<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perimetres.html>>. Acesso: 13 fev. 2017.

DONDIS, D. A. **Sintaxe da linguagem visual**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives. IREM de Stasbourg*, n. 5, p. 37-65, 1993.

_____. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. **Répères**. Pont-à-Mousson, Topiques éditions, n. 17, p. 121-138, 1994.

_____. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

_____. Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? **RDM**, v. 16, n. 3, 1996.

_____. **Geometry from a Cognitive Point of View**. In C Mammana and V Villani (Eds), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: an ICMI study*. Dordrecht: Kluwer, 1998.

_____. **Semiosis y pensamiento humano**: Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales. Tradução: Myriam Vega Restrepo. Cali, Colombia: Universidade del Valle, 2004.

DUVAL, R.; GODIN, M. Les changements de regard nécessaires sur les figures. **Grand N**, n. 76, p. 7-27, 2005a.

_____. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. **Annales de didactique et sciences cognitives**, v. 10, p. 5 – 53, IREM de Strasbourg, 2005b.

_____. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

_____. Diferenças semânticas e coerência matemática. Tradução Mércles T. Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012a. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/1856 >. Acesso: 15 ago. 2015.

_____. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Mércles T. Moretti. **REVEMAT**, v. 7, n. 1,

UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis: 2012b. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso: 21 ago. 2015.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012c. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso: 17 mai. 2016.

_____. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030! In: Conferência proferida na Faculdade de Ciências Sociais e de Ciências da Educação da Universidade de Chipre. Tradução Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, v. 10, n. 1, 2015.

_____. Questions épistémologiques et cognitives, avant d'entrer dans une classe de mathématiques. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, V.11, n. 2, p. 1-78, 2016. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso: 20 abr. 2017.

Educação. Globo da Morte. Disponível em: <<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/153.html>>. Acesso: 16 ago.2016.

ENEM 2010. Caderno Azul. Prova 2. Questão 160. Triângulo e o movimento do balão. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/provas-e-gabaritos>>. Acesso em 22 fev., 2016.

ENEM 2012. Planta baixa da sala. Disponível em: <<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/153.html>>. Acesso: 16 ago. 2016.

"**Geometria espacial**" em *Só Matemática*. Secção Meridiana de um Cilindro. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial15.php>>. Acesso: 20 dez. 2015.

GOMES FILHO, J. **Gestalt do objeto: Sistema de leitura visual da forma**. 9 ed. São Paulo: Escrituras, 2009.

GOMES, R. Enem: geometria é conteúdo mais cobrado nas provas de matemática, segundo levantamento. **O Globo**. 2012. Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/enem-geometria-conteudo-mais-cobrado-nas-provas-de-matematica-segundo-levantamento->>> Acesso em 22 fev. 2016.

GRILLO, D. **Atividades e problemas de geometria espacial para o ensino médio**. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra). Universidade Federal de São Carlos, 2014.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-dimensional Geometry: In search of a framework. Proceedings of the 20th PME Conference. Valencia, 1996. Disponível em:
<http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso: 01 mar. 2016

HESSSEN, J. **Teoria do conhecimento**. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2012.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário básico de Filosofia**. 3ª ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

Imagem continuidade Gestalt. Disponível em:
 <<https://www.significados.com.br/gestalt/>>. Acesso: 08 mai. 2017.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem**. Tradução Vera Magyar. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

LOTMAN, Y. M. **Universe of the Mind**. London: I. B. Tauris & CO LTD, 1990.

_____. **La semiosfera I**. Tradução de Desidério Navarro. Madrid: Ediciones Cátedra, 1996.

_____. **On the semiosphere**. Tradução Wilma Clark. Tartu: Sign Systems Studies, 2005.

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Cortez, 1989.

MACHADO, I. **Escola de semiótica: a experiência de Tártu-Moscou para o estudo da cultura**. São Paulo: Ateliê Editorial, 2003.

MACHADO, R. M. **A Visualização na Resolução de Problemas de Cálculo Diferencial e Integral no Ambiente Computacional MPP**. 2008, 289f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2008.

MARCONDES, D. **Textos básicos de Linguagem: de Platão à Foucault**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009.

Matriz de Matemática de 4ª série - Ensino Fundamental
Comentários sobre os Temas e Descritores Exemplos de itens.
 Triângulo em malha quadriculada. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/4_matematica.pdf> Acesso: 04 mar. 2016.

MELLO, E. M. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos**: um estudo sob a ótica de Duval. 177 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2015.

MELLO, J. **Exercícios –Triângulo Retângulo**. ENEM 2006. Disponível em: <http://soumaisenem.com.br/matematica/conhecimentos-geometricos/exercicios-triangulo-retangulo>. Acesso: 16 ago. 2016.

MORAN, M. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da educação básica acerca de registros figurais**. 257 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Maringá, 2015.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 2, p. 289-303, maio/ago., 2013.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 17, n. 3, pp. 597-616, 2015. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/25673/pdf.>> Acesso: 23 mar. 2016.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C; SOUZA, R.N.S de. **Linguagem natural versus formal**: diferenciação importante na construção de uma semiosfera de aprendizagem da matemática. ANPED: Curitiba, 2016. Disponível em: <<http://www.anpedsul2016.ufpr.br>> Acesso: 01 ago. 2016.

OLIVEIRA, E. A.; MORELATTI, M. R. M. Os conhecimentos prévios de alunos da 5ª série do ensino fundamental: um caminho para a aprendizagem significativa de conceitos geométricos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006. Águas de Lindoia – SP. **Anais**. Águas de Lindoia: SBEM, 2006.

NUNES, T.; BRYANT, P.. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula.** 348 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2000. Disponível em:

<<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000196909>>. Acesso: 19 jan. 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica.** Campinas, 196 p., 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 1989.

PENNA, A. G. **Introdução ao Gestaltismo.** Rio de Janeiro: Ed. Imago, 2000.

PRESMEG, N. **Research on Visualization in Learning an Teaching Mathematics.** In: Gutierrez, A.; BOERO, P. (eds). Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future, pp. 205-235. The Netherlands, Sense Publishers, 2006. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books>>. Acesso: 23 mar. 2016.

PEARS, D. **As ideias de Wittgentein.** São Paulo: Cultrix, 1988.

PEIRCE, C. S. **Semiótica.** Trad. J. T. Coelho Netto. São Paulo: Perspectiva, 2000.

Pentágonos em Pregnância Gestalt. Disponível em: <www.universoformulas.com/matematicas/geometria/poligono-irregular/>. Acesso: 08 mai. 2017.

Pirâmide com projeções de sombra. Disponível em: <<http://www.cienciamao.usp.br>>. Acesso: 04 mar., 2016.

Planificações. Possibilidade correta de planificação da superfície do cubo. Disponível em:

<<http://www.junior.te.pt/escolinha/anosLista.jsp?id=236&p=5&d=mat&t=apr>>. Acesso: 03 mar. 2016.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas em sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, n. 25, p. 105- 132, 2006.

ROCHA, R. da C. Em torno da poética da pesquisa: semiosfera como epistemologia. **Semeiosis: semiótica e transdisciplinaridade em revista**. Setembro de 2010. Disponível em: <<http://www.semeiosis.com.br/poetica-da-pesquisa/>>. Acesso em: 16 ago. 2016.

RYU, H., CHONG, Y., & SONG, S. **mathematically gifted students' spatial visualization ability of solid figures**. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 137-144. Seoul: PME, 2007.

SABBA, C. G. **A Gestalt e o ensino de Geometria**. In: Nílson José Machado, Marisa O. Cunha (Org.). Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática. São Paulo: Escrituras editora, 2003. (Coleção ensaios transversais, 23).

SENA, R. M; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**, v. 8, p. 138, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>. Acesso: 14 jul. 2016.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson, 2002. 185 p.

_____. **O que é a semiótica**. 20ª reimpressão. 1 ed. 1983. São Paulo: Brasiliense, 2004.

_____. **Matrizes da Linguagem e pensamento: sonora visual verbal**: aplicações na hipermídia. 3 ed. São Paulo: Iluminuras: FAPESP, 2005.

Segregação Gestalt. 2016. Disponível em: <<http://ageometriasagrada.blogspot.com.br/2016/02/gestalt-psicologia-da-gestalt.html>>. Acesso: 08, mai. 2017.

Símbolo Yin Yang. Disponível em: <https://br.freepik.com/icones-gratis/yin-yang-simbolo_705809.htm>. Acesso: 08 mai. 2017.

SOUZA, R. N. S. de. **A construção da noção de função linear**: transitando em diferentes registros de representação semióticos. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Vale do Itajaí. Itajaí, 2003.

TEIXEIRA, C. N. J. **Debates SEMIÓTICA, informação e comunicação**. 5 ed. São Paulo: Perspectiva, 2001.

Uma configuração para el Teorema de Tales. Rotação do triângulo inicial.

http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Una_configuraci%C3%B3n_para_el_teorema_de_Tales. Acesso em 04 març., 2016.

Usando o Método das transformações geométricas. Adaptado de Geometrias. Retas Concorrentes. Disponível em:

<<http://geometrias.blogspot.com.br/2014/05/>>. Acesso: 05 mar. 2016.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad:** problemas de la enseñanza de las matemáticas e la escuela primaria. México: Trilhas, 2000.

VILELA, A. **Ana Vilela.** 2017. São Paulo: Som Livre, 2017, CD. Faixa 13

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos.** Tradução: Ana Thorell. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.

ANEXO 1: TCLE participantes

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, _____, brasileiro, idade _____, solteiro(a), residente _____ e de RG _____ estou sendo convidado a participar de um estudo denominado **A DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL: GESTO INTELLECTUAL NECESSÁRIO À APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA**, cujos objetivos e justificativas são: o estudo se destina a trazer elementos para a docência no ensino da geometria, no que se direciona a problemas que envolvem figuras geométricas analisar as maneiras e direcionamentos da desconstrução dimensional das formas em minha produção na pesquisa.

A minha participação no referido estudo será no sentido de participar dos encontros da pesquisa a serem realizados dentro do IFSC-Campus Itajaí, no período vespertino, nas segundas feiras das 13h30min até no máximo 15h , durante seis a sete encontros e produzir as resoluções dos problemas selecionados.

Fui alertado de que, da pesquisa a se realizar, posso esperar alguns benefícios, tais como: revisão de noções sobre os conceitos de geometria, interação entre estudantes de mesma idade relacionadas aos conceitos geométricos, perceber a minha evolução na resolução dos problemas, interagir em diversos instrumentos e ferramentas selecionadas pelo professor.

Recebi, por outro lado, os esclarecimentos necessários sobre os possíveis desconfortos e riscos decorrentes do estudo, levando-se em conta que é uma pesquisa, e os resultados positivos ou negativos somente serão obtidos após a sua realização. Assim, a participação assídua no contra turno escolar, disciplina de estudo na realização das atividades elencadas, procurando cumprir o proposto, respeito ao ambiente de pesquisa, ao pesquisador e aos demais colegas.

Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar, será mantido em sigilo.

Também fui informado de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa, não sofrerei qualquer prejuízo.

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto são

Roberta Nara Sodré de Souza e poderei manter contato pelo telefone 999227506.

É assegurada a assistência durante toda pesquisa, bem como me é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas conseqüências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.

Enfim, tendo sido orientado quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.

No entanto, caso eu tenha qualquer despesa decorrente da participação na pesquisa, haverá ressarcimento na forma seguinte, depósito em conta-corrente. De igual maneira, caso ocorra algum dano decorrente da minha participação no estudo, serei devidamente indenizado, conforme determina a lei.

Florianópolis, _____ de _____ de 2017.

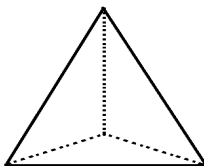
Nome: _____ Ass: _____
Sujeito da pesquisa

Nome: _____ Ass: _____
Responsável do sujeito da pesquisa (quando de menor)

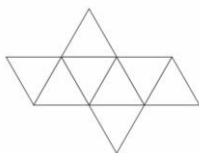
Roberta Nara Sodré de Souza
Pesquisadora

ANEXO 2: atividades trabalhadas**Sequência de Atividades****Atividade 1**

Observe a figura abaixo e responda:



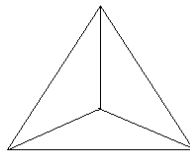
Qual das planificações abaixo representa a da superfície da pirâmide acima?



A)



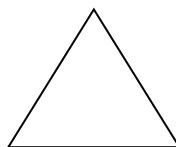
B)



D)





C)



E)

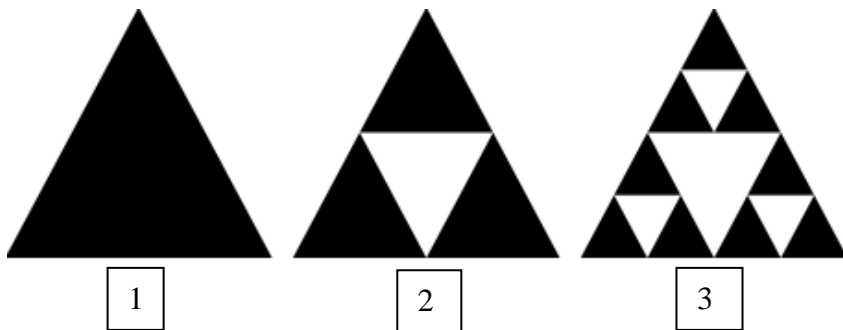
Atividade 2

Dadas as embalagens abaixo e algumas informações, **desenhe e pinte a figura plana**, que representaria a secção transversal ao "cortar" de cima para baixo as embalagens e determine a área para cada caso.

<p>a) Diâmetro= 8 cm Altura=10 cm</p> 	<p>Desenho da secção transversal</p>	<p>Área: _____</p>
<p>b) Comprimento(C)=altura (h)=40 cm. Largura(l)=30 cm</p> 	<p>Desenho da secção transversal</p>	<p>Área: _____</p>

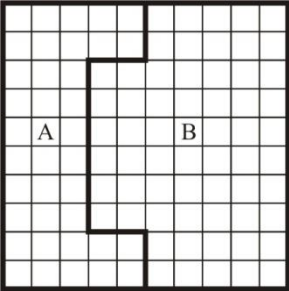
Atividade 3

Que características destacam-se na construção da imagem dos triângulos a seguir de 1 para 2 e para 3?

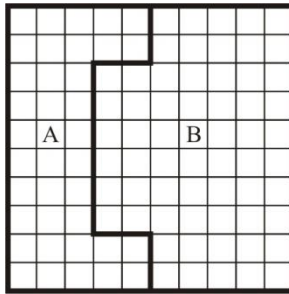


Atividade 4

4.1- Assinale a resposta correta:

<p>a) O perímetro da parcela A é igual ao perímetro da parcela B</p> <p>b) O perímetro da parcela A é maior do que o perímetro da parcela B</p> <p>c) O perímetro da parcela A é menor do que o perímetro da parcela B</p>	
--	---

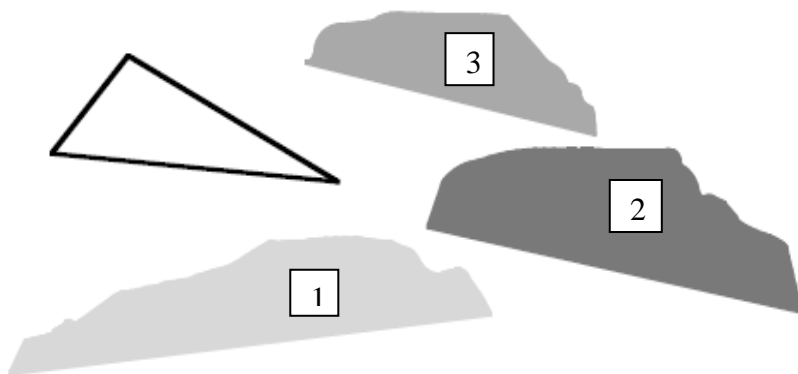
4.2- Anote a resposta dada no item 4.1 _____



Calcule o perímetro de A=_____ e de B=_____, mostre o desenvolvimento abaixo e compare com a resposta dada anteriormente. Justifique.

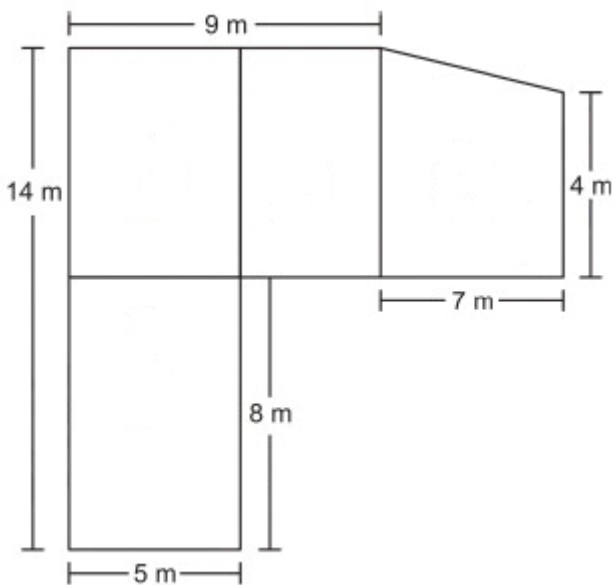
Atividade 5

Dado o modelo de um triângulo, reconstrua ele utilizando as régua em papel (sem marcas de medidas) que foram disponibilizadas. Explique como construiu.



Atividade 6

Calcule a área da figura a seguir? $A = \underline{\hspace{2cm}}$ (Mostre como você fez)



Atividade 7

(Adaptado-ENEM-2012) A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte, utilizado em apresentações de circo e, na Figura 2, uma esfera que ilustra de forma geométrica um globo da morte.

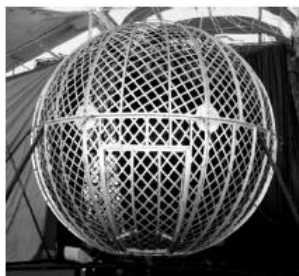


Figura 1

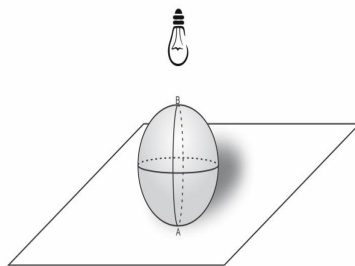
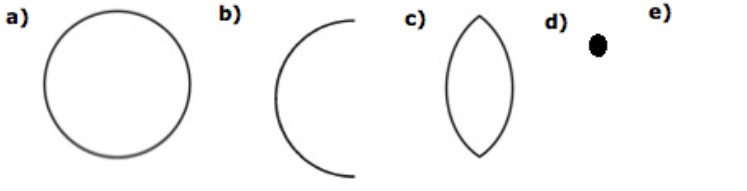


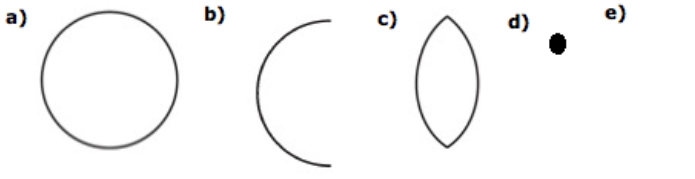
Figura 2

Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um móvel faça trajetos dentro da esfera, percorrendo a circunferência:

7.1-A imagem no plano do chão do trajeto do móvel percorrendo de A para B é melhor representada por:



7.2- A imagem no plano do chão do trajeto do móvel percorrendo de A para B na superfície da esfera é melhor representada por:

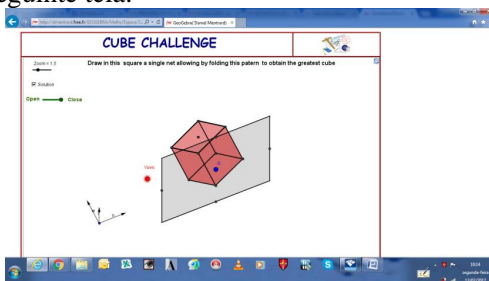


Atividade 8

Acesso à:

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Espace/3.247/decubeMD.html>

Você verá a seguinte tela:



Observe a figura e responda às questões:

8.1-Descreva o que você consegue ver sem alterar a figura inicial dada?

8.2-Em seguida, movimente para a esquerda a tecla "open-close" no botão verde, e descreva o que você visualiza. Ocorreu algo com a figura inicial dada? Se sim, descreva.

8.3- Com a figura aberta, segure o ponto em vermelho e movimente-o. O que ocorre ao movimentarmos o ponto vermelho? Descreva.

8.4-O ponto em azul dos eixos também se encontra dentro do cubo, o que ele quer representar?

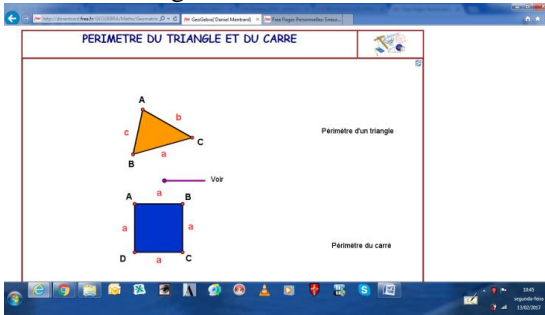
Atividade 9

Acesse os links 1 e 2, abaixo, no computador em janelas diferentes.

Responda as questões:

Link 1: <http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perimetres.html>

Neste link 1 você verá a seguinte tela:



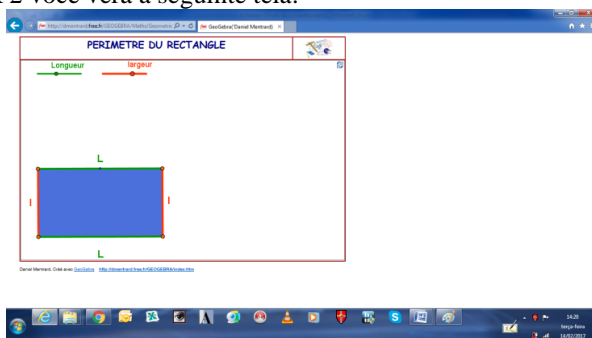
9.1-O que ocorre com o perímetro do quadrado, no link 1, ao girá-lo no vértice A?

9.2-O que ocorre ao perímetro do triângulo, no link 1, ao movimentar seus vértices?

Link 2:

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/perirectangle.html>

Neste link 2 você verá a seguinte tela:



9.3 O que ocorre no perímetro do retângulo, no link 2, ao movimentar um vértice que gira?

9.4 O que ocorre no perímetro do retângulo, no link 2, ao movimentar um ponto médio?

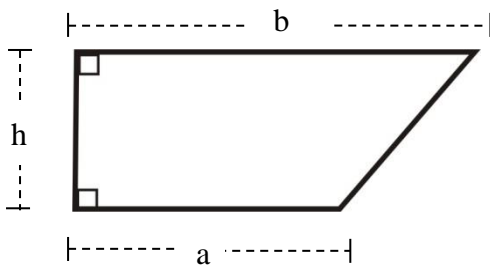
9.5 O que ocorre ao alterar a largura ou o comprimento do retângulo, no link 2?

Atividade 10

Estabelecer a fórmula da área do trapézio a seguir.

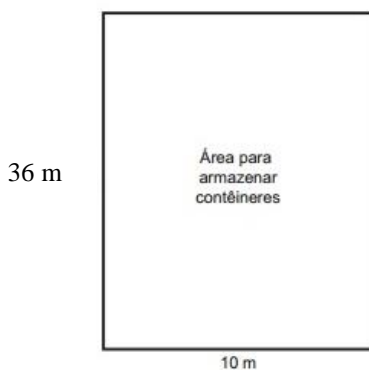
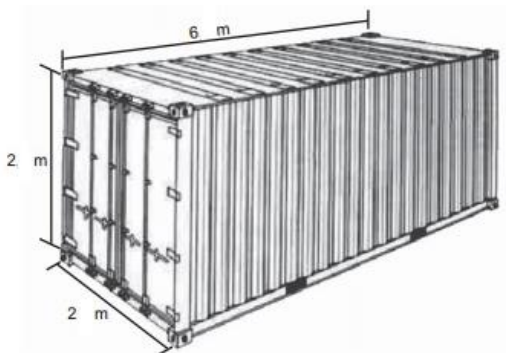
Fórmula: _____

(Mostre como você fez)



Atividade 11

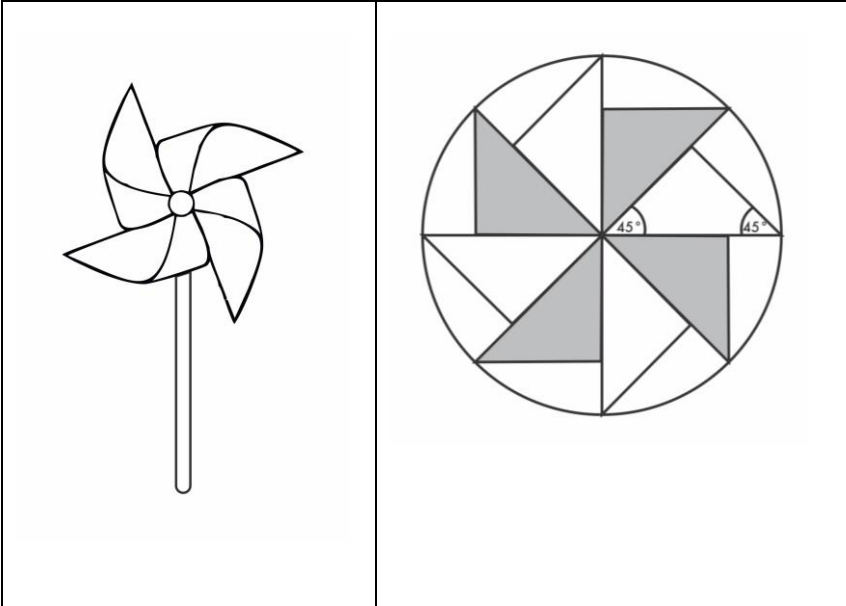
(Adaptado ENEM-2015) Uma carga de 60 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na figura a seguir, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 36 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres.



De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobraem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é: _____m

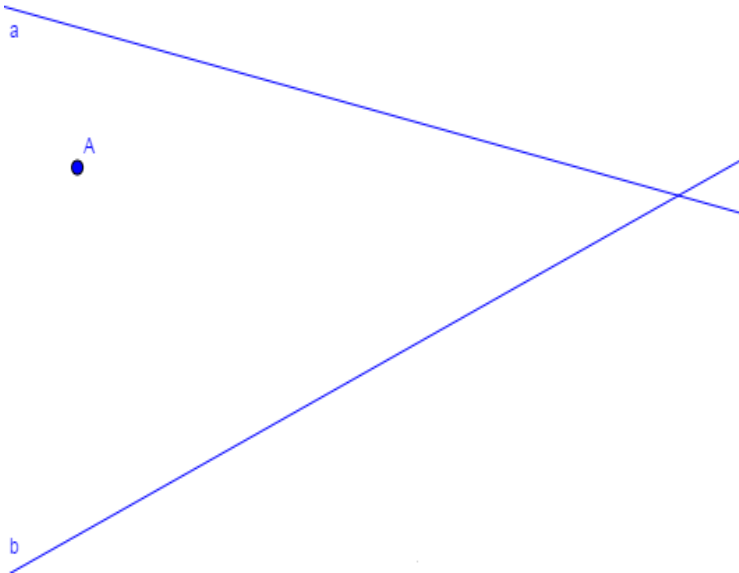
Atividade 12

Observe abaixo o modelo tridimensional e a planificação da estrutura de um cata-vento. Como construí-lo? (Descreva como você fez)



Atividade 13

Utilizando régua e compasso, siga as instruções a seguir e desenhe uma circunferência tangente a duas retas dadas a , b .



Instruções dos passos para a construção:

3. Determine a bissetriz do ângulo formado pelas retas a e b onde se encontrará o centro da circunferência desejada que as tangencia, isso é-toque em apenas um ponto de cada uma.
4. Localize um ponto G sobre a bissetriz construída e trace a circunferência com centro em G e tangente a reta a no ponto I , e a reta b no ponto H .

ANEXO 3: TCLE responsáveis

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO Senhores Pais e/ou Responsáveis,

O menor _____, sob sua responsabilidade, está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa de doutorado intitulada “Desconstrução Dimensional das Formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria”, desenvolvido por Roberta Nara Sodré de Souza. A pesquisa   orientada pela Prof. Dr. Méricles Tadeu Moretti, vinculada ao Departamento de Metodologia de Ensino –CED/ MEN e ao Programa de Pós-Gradua o em Educa o Científica e Tecnológica da UFSC e foi devidamente autorizada pelo coordenador do curso Integrado em Mecânica, pelo departamento de ensino e dire o geral do campus IFSC-Itajaí, além de autoriza o do setor de pesquisa e extensão da institui o IFSC, sede em Florianópolis. A pesquisa tem como objetivo investigar as maneiras e direcionamentos que problemas que envolvem figuras geométricas, indicam potencializar a aprendizagem da desconstru o dimensional como um gesto intelectual a ser tratado no currículo de matemática de forma consciente pelo docente envolvido na aprendizagem dos estudantes. A participa o dos estudantes no referido estudo será de vir aos encontros agendados no contra turno escolar, assistir breve revisão de conceitos matemáticos, responder os problemas selecionados pelo pesquisador e apresentados em folhas disponibilizadas, e em caso de dúvidas sobre os registros elaborados responder questionamentos do pesquisador através de entrevista, onde todas as cópias serão disponibilizadas, sem  nus, das produ oes escolares. A coleta de dados acontecerá ao longo do ano letivo de 2017, sem qualquer prejuízo de outras atividades realizadas na institui o. Para participar deste estudo o estudante não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. A relevância da pesquisa está na contribui o que pretende dar para o (re)pensar da escola enquanto espaço de produ o de conhecimento, ao considerar as que participaram como sujeitos de uma prática de pesquisa científica, além de terem a oportunidade de revisão sobre os conceitos da geometria plana e espacial. A participa o na pesquisa terá como benefício pessoal a oportunidade de contribuir para o entendimento das questões acima colocadas, revisão conceitual e de terem experiência com tal prática, da

qual o(a) estudante se vê como parte do processo de investigação e pode contribuir com seus resultados. Por outro lado, como em qualquer investigação que envolva seres humanos, a participação na pesquisa pode acarretar alguns riscos e/ou desconfortos. Numa situação de extravio do diário de campo as informações prestadas poderão ser publicamente expostas de forma desordenada, criando situação delicada de constrangimento para que as prestou. Para evitar eventual circunstância, o pesquisador terá especial cuidado para com os meios de registros de dados e tomará providências para que as informações coletadas não tenham qualquer identificação dos sujeitos, nem da instituição a qual pertencem. A participação na pesquisa poderá também trazer alguns desconfortos, proveniente da condição de ser observado durante as atividades de coleta de dados. Sobre este aspecto, o pesquisador acatará o que define a Resolução do Conselho Nacional de Saúde nº 466/12, respeitando as atitudes e habilidades do observado, bem como os encaminhamentos concernentes a atividade desenvolvida. Se necessário for, estará aberto ao diálogo para resolver qualquer questão de ajuste na relação/convivência. Outra situação de desconforto que o sujeito poderá sentir é o de compartilhar informações pessoais ou confidenciais, ou em alguns tópicos que ele possa sentir incômodo em falar. Nesta situação, é importante registrar que o estudante não precisa responder a qualquer pergunta ou parte de informações obtidas entrevista/pesquisa, se reconhecer que ela é muito pessoal ou sentir desconforto em falar. Os estudantes poderão demonstrar fadiga na resolução dos problemas propostos, já que serão dois ou três problemas que levaram cerca de 20 minutos a uma hora para serem respondidos, nesse sentindo, o pesquisador tentará amenizar tal situação selecionando conjuntos de atividades que dinamizem o encontro, bem como em caso do estudante não se sentir bem durante as aplicações, poderá se retirar do encontro sem prejuízo para investigação e agendar com o pesquisador, se assim desejar concluir, de acordo com a sua disponibilidade. Como as atividades serão realizadas no contra turno do horário escolar em horários que já terão alguma atividade extraclasse referente ao seu curso, informamos que qualquer custo com alimentação e ou transporte para manutenção no horário agendado pelo pesquisador serão custeadas pelo estudante. Por fim, informamos que a privacidade do(a) menor será respeitada, ou seja, o nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, lhe identificar, será mantido em sigilo. Ressalta-se que o(a)estudante poderá retirar-se da pesquisa a qualquer momento, sem prejuízos, ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos. Este termo de consentimento encontra-se impresso

em duas vias, devidamente assinadas e rubricadas, sendo que uma via ficará com o pesquisador responsável e a outra será fornecida a você. Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos/PRP/UFSC, sito no Campus Universitário - Trindade - Florianópolis/SC, CEP 88040-900-Caixa Postal 476, Fone (48) 3721-6094, bem como a pesquisadora Roberta Nara Sodré de Souza, residente à Rua Adolfo Cugnier, nº 133, bairro Ressacada – Itajaí/SC, CEP 88063037, Fone (47) 999227506. Agradecemos antecipadamente sua atenção e colaboração.

Professor Dr. Mércles Tadeu Moretti

Roberta Nara Sodré de Souza

Orientador

PPGECT/UFSC

Pesquisador PPGECT/UFSC

ANEXO 4: CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL**CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO(A)**

Eu _____, CPF _____, abaixo assinado, responsável por _____, autorizo a sua participação no estudo “Desconstrução Dimensional das Formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria”, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade (ou interrupção de seu acompanhamento/ assistência/tratamento) para mim ou para o (a) menor em questão.

Itajaí, ____ de _____ de 2017.

(Assinatura)

ASSENTIMENTO DO(DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR
COMO VOLUNTÁRIO(A)

Eu, _____, portador
(a) do documento de Identidade _____, abaixo
assinado, concordo em participar do estudo “Desconstrução Dimensional
das Formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria”,
como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a)
pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os
possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha
participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer
momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Itajaí, ____ de _____ de 2017.

(assinatura do menor)