

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

EDGARD HAENISCH PORTO

APLICAÇÃO DE AMORTECIMENTO TORCIONAL NÃO LINEAR EM DISCO DE
EMBREAGEM PARA REDUÇÃO DE RUÍDOS EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Joinville

2019

EDGARD HAENISCH PORTO

APLICAÇÃO DE AMORTECIMENTO TORCIONAL NÃO LINEAR EM DISCO DE
EMBREAGEM PARA REDUÇÃO DE RUÍDOS EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de bacharel no Curso de
Graduação em Engenharia Automotiva do
Centro Tecnológico de Joinville da
Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara

Joinville

2019

EDGARD HAENISCH PORTO

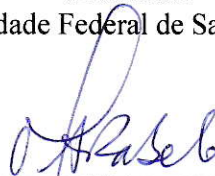
APLICAÇÃO DE AMORTECIMENTO TORCIONAL NÃO LINEAR EM DISCO DE
EMBREGEM PARA REDUÇÃO DE RUÍDOS EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado e adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Banca Examinadora:



Dr. Sérgio Junichi Idehara
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Dr. Marcos Alves Rabelo
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina



Dr. Filipe Dutra da Silva
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Dedico meus agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, tiveram a generosidade de me conduzir a esse momento:

Aos meus pais, Suzana e Saulo, que procuraram inculcar em mim a sede do conhecimento, aliada à vontade de vencer obstáculos, sem deixar de cultivar o caráter; seu amor incondicional tornou meu caminho menos árduo e repleto de alegrias.

Aos meus irmãos, Paulo e Luís Guilherme, amigos e companheiros de todas as horas que, compreendendo meus objetivos, sempre me apoiaram.

Aos professores e funcionários públicos da UFSC, que prestaram toda forma de auxílio e apoio, com gentileza e atenção, ao longo de toda a graduação.

Ao meu professor orientador Sérgio Junichi Idehara que, com profissionalismo, soube equilibrar rigor e paciência, não apenas orientando minhas pesquisas, como dando todo apoio que precisei na vida acadêmica e profissional.

Aos meus amigos e colegas, de hoje e de sempre, que através da troca de incentivos, companhia nos estudos e momentos de alegria, fizeram meus longos dias de universitário serem memoráveis.

E a Deus, cuja presença se fez sentir em todos os dias da minha vida, multiplicando-se nos atos daqueles de quem recebi força, apoio, solidariedade e amor.

RESUMO

Este trabalho procura fornecer uma alternativa mais simples para resolver problemas ergonômicos relacionados a ruídos e vibrações mecânicas originados do sistema de transmissão, denominados ruídos de rattle, sons de alta frequência semelhantes ao de um chocalho, que podem ser incômodos ao usuário. A força motriz de motores de combustão interna, que possuem picos de torque, são a origem de tais ruídos e vibrações, ocasionando choques entre dentes de engrenagens de transmissões manuais, uma vez que há folga entre estes. Assim, o usuário pode ouvir os sons das colisões. Molas cônicas possuem um comportamento não-linear que podem auxiliar no amortecimento de picos de torque, uma vez instaladas no disco de embreagem, e podem ser uma alternativa mais viável em termos de custo e/ou tempo de projeto, em comparação a outras soluções, como por exemplo o uso de volantes de dupla massa. Análises numéricas são realizadas para determinar o perfil de rigidez de mola cônica satisfatório para a embreagem e seus parâmetros geométricos correspondentes. Isso através da avaliação do desempenho dinâmico do sistema de transmissão e os dados de medição do trem de força, que já foram previamente estabelecidos. Novas análises numéricas são feitas, considerando a pré-carga das molas cônicas, para que atuem apenas em regime não linear. Com o emprego desta não-linearidade, os resultados indicam uma redução considerável de 65,26% na amplitude da vibração torcional da caixa de transmissão, em relação à amplitude considerando a embreagem normal de produção.

Palavras-chave: Ruídos. Embreagem. Caixa de transmissão. Molas cônicas.

ABSTRACT

This work seeks to provide a simpler alternative solution to ergonomic problems related to noise originated in the transmission system, which is called rattle noise, high frequency noise that may be uncomfortable to the user. The power from internal combustion engines that have peaks of torque are the source of such noises, causing impacts between transmission gear tooth, since there is a gap between them. Thus, the user can hear the impact sounds. Conical springs have a non-linear behavior that can aid in the damping of torque peaks once installed in the clutch disc and they may be a more feasible alternative in terms of cost and / or design time compared to other solutions, like the use of double-mass flywheel. Numerical analysis were carried out to determine the satisfactory conical spring stiffness profile to the clutch and its corresponding geometric parameters, through the evaluation of a dynamic performance of the transmission system and from the experimental data from the powertrain, whose parameters have already been previously established. New numerical analyzes were made, considering the preload of the conical springs, so that they act only in nonlinear regime. With the use of this nonlinearity, the results showed a reduction of 65.26% in the amplitude of the torsional vibration in the gearbox, compared to the amplitude considering a standard production clutch.

Keywords: Rattle noise. Clutch. Gearbox. Conical springs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema simplificado de trem de força de tração dianteira.	16
Figura 2 – Carcaça, mola membrana (esquerda), e disco de embreagem (direita).....	18
Figura 3 – Molas helicoidais do pacote de amortecimento torcional.	19
Figura 4 – Montagem do sistema de embreagem.	19
Figura 5 – Molas cônicas telescópica (esquerda) e não telescópica (direita).....	23
Figura 6 – Comportamento não linear de mola cônica.....	24
Figura 7 – Dissipador de energia, com uso de pares de molas cônicas e cilíndricas.	25
Figura 8 – Esquemas sobre o funcionamento do dissipador de energia.....	26
Figura 9 – Desenho de montagem com uso de amortecedor de elastômero no eixo secundário.	27
Figura 10 – Imagem da localização do amortecedor proposto por Zalewski.....	27
Figura 11 – Torque de arrasto, acelerações e velocidades angulares de engrenagens.	28
Figura 12 – Diagrama de massa, mola e amortecedor.....	30
Figura 13 – Amplitude de aceleração do volante do motor.....	31
Figura 14 – Elementos no disco de embreagem responsáveis pela rigidez e atrito torcional. .	32
Figura 15 – Diagramas de corpo livre das inércias.	33
Figura 16 – Perfil de rigidez de mola cônica sem pré-carga (Newtons por milímetros).....	37
Figura 17 – Comparativo de rigidez torcional cúbica com rigidez torcional de molas cônicas sem pré-carga.....	38
Figura 18 – Comparativo entre rigidezes torcionais de molas cônicas antes e após a aplicação de pré-carga, funções de pré-carga e torcional cúbica.....	39
Figura 19 – Vibração torcional do trem de força (segunda ordem).....	42
Figura 20 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto: com molas cilíndricas e sem amortecimento, com amortecimento, e com rigidez cúbica sem amortecimento.....	43
Figura 21 – Comparativo entre vibrações do volante e do eixo piloto, considerando a embreagem como normal de produção e vibração do eixo piloto como rigidez cúbica sem atrito.....	44
Figura 22 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto considerando embreagem sem atrito com mola cônica, sem atrito com mola cilíndrica e normal de produção.	45
Figura 23 – Deslocamento relativo entre volante e eixo piloto (para mola cônica sem pré- carga).	46

Figura 24 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto: com molas cilíndricas e sem amortecimento, com amortecimento, e com mola cônica sem amortecimento.....	47
Figura 25 – Comparativo entre vibrações, considerando mola cônica com pré-carga e rigidez cúbica ideal.....	48
Figura 26 – Deslocamento angular relativo entre o volante e o eixo piloto (considerando mola cônica com pré-carga).	49
Figura 27 – Ilustração de janela de conceito de disco de embreagem.....	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados do sistema de três graus de liberdade.	33
Tabela 2 – Parâmetros iniciais: tempo máximo a ser considerado na simulação e rotações por minuto inicial e máxima.	34
Tabela 3 – Parâmetros iniciais de mola cônica (sem pré-carga).	36
Tabela 4 – Parâmetros iniciais de mola cônica escolhidos (para pré-carga).	38

LISTA DE SÍMBOLOS

L_0	Comprimento total de mola cônica (não comprimida)
L_T	Comprimento de mola cônica na transição entre regimes linear e não linear
L_C	Comprimento de mola cônica totalmente comprimida
d	Diâmetro de arame
P_T	Força de compressão elástica de transição de mola cônica
P_C	Força de compressão máxima de mola cônica
I_1	Inércia equivalente do volante e do platô
I_2	Inércia equivalente do sistema de transmissão
I_3	Inércia equivalente do veículo
k_{12}	Rigidez do disco de embreagem
k_{23}	Rigidez equivalente dos semieixos
C_{12}	Amortecimento de fricção do disco de embreagem
C_{23}	Amortecimento de atrito entre os elementos entre a caixa de transmissão e o cubo de roda
θ_1	Deslocamento angular do conjunto de inércias do volante e platô
θ_2	Deslocamento angular do conjunto de inércias do sistema de transmissão
θ_3	Deslocamento angular da inércia equivalente ao restante do veículo
$\dot{\theta}_1$	Velocidade angular do conjunto de inércias do volante e platô
$\dot{\theta}_2$	Velocidade angular do conjunto de inércias do sistema de transmissão
$\dot{\theta}_3$	Velocidade angular da inércia equivalente ao restante do veículo
$\ddot{\theta}_1$	Aceleração angular do conjunto de inércias do volante e platô
$\ddot{\theta}_2$	Aceleração angular do conjunto de inércias do sistema de transmissão
$\ddot{\theta}_3$	Aceleração angular da inércia equivalente ao restante do veículo
m	Massa do veículo
r_d	Raio da roda do veículo
i_2	Relação da segunda marcha
i_d	Relação do diferencial
z	Variável auxiliar do modelo de Dankowicz
δ	Micro escorregamento máximo antes da ocorrência do macro deslizamento
F_{fric}	Força de fricção (modelo de Dankowicz)
$F_{máx}$	Força máxima de fricção (modelo de Dankowicz)
τ	Excitação torcional aplicada pelo motor
τ_{cubica}	Torque de rigidez torcional cúbica
D_1	Diâmetro de espira menor
D_2	Diâmetro de espira maior
G	Módulo de cisalhamento
n_A	Número de revoluções de espiras de mola ativas
n_i	Número de revoluções de espiras periféricas
L_A	Comprimentos de mola referente às espiras ativas
L_S	Comprimentos de mola referente às espiras sólidas (não ativas)
k	Rigidez do regime linear de mola cônica
$P(l)$	Força de compressão elástica de mola cônica, em função da deformação
l	Deformação (ou deslocamento) de mola
$P_{NL}(l)$	Força de compressão elástica de mola cônica, em função da deformação (regime não linear)
K_i	Variáveis auxiliares para formulação da função de regime não linear de mola

	cônica ($i = 1, \dots, 7$)
$P_{PC}(l)$	Força de compressão elástica de mola cônica, em função da deformação, com pré-carga
l_1	Deslocamento de mola cilíndrica
l_2	Deslocamento de mola cônica
R_1	Raio de distância de mola cilíndrica com relação ao cubo (a partir de apoio)
R_2	Raio de distância de mola cônica com relação ao cubo (a partir de apoio)

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
1.1.	OBJETIVO GERAL	14
1.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1.	COMPONENTES DE POWERTRAIN	16
2.1.1.	Motores de combustão interna	17
2.1.2.	Embreagem.....	17
2.1.3.	Transmissão manual.....	20
2.1.4.	Diferencial.....	20
2.2.	CRITÉRIOS ERGONÔMICOS.....	20
2.2.1.	Ruído de rattle.....	22
2.3.	MOLA CÔNICA	23
2.4.	INTRODUÇÃO À PRÉ-CARGA	24
2.5.	SOLUÇÕES ALTERNATIVAS	26
3.	METODOLOGIA	29
3.1.	ANÁLISE NUMÉRICA DO SISTEMA DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE.....	29
3.2.	MODELO NUMÉRICO DE MOLA CÔNICA.....	34
3.2.1.	Mola cônica sem pré-carga	36
3.2.2.	Mola cônica com pré-carga.....	38
4.	RESULTADOS	41
4.1.	CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO NORMAL DE PRODUÇÃO (NP)	41
4.2.	CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM RIGIDEZ CÚBICA IDEAL	42
4.3.	CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM MOLA CÔNICA SEM PRÉ-CARGA	44
4.4.	CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM MOLA CÔNICA COM PRÉ-CARGA	46
5.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	51
	ANEXO A-PROGRAMA PARA AUXÍLIO DE DEFINIÇÃO DO PERFIL DE RIGIDEZ DE MOLA CÔNICA (SEM PRÉ-CARAGA)	55
	ANEXO B-PROGRAMA PARA AUXÍLIO DE DEFINIÇÃO DO PERFIL DE RIGIDEZ DE MOLA CÔNICA (COM PRÉ-CARAGA)	59

ANEXO C – FUNÇÃO DE REGIME LINEAR DE MOLA CÔNICA PARA OS PROGRAMAS PRINCIPAIS.....	63
ANEXO D – FUNÇÃO DE REGIME NÃO LINEAR DE MOLA CÔNICA PARA OS PROGRAMAS PRINCIPAIS.....	64
ANEXO E – FUNÇÃO DO MAPA DE ORDEM.....	65
ANEXO F – PROGRAMA PRINCIPAL DO MODELO DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE, COM MOLA CÔNICA SEM PRÉ-CARGA	67
ANEXO G – PROGRAMA PRINCIPAL DO MODELO DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE, COM MOLA CÔNICA COM PRÉ-CARGA	71

1. INTRODUÇÃO

O veículo automotivo sempre teve um importante papel para a sociedade na Idade Contemporânea, tendo como objetivo o transporte de pessoas e/ou cargas. Pode-se considerar que o principal sistema, por ser responsável por realizar o deslocamento, é o trem de força ou cadeia cinemática (também conhecido, do termo inglês, como *powertrain*). Dependendo de seus requisitos como produto, possui uma certa combinação de seus constituintes principais.

Assim, por exemplo, o trem de força de um caminhão será totalmente diferente de um veículo esportivo, por ter demandas de torque, potência e velocidade diferentes, bem como as configurações de tração das rodas também podem ser diferentes. Tais constituintes são: a fonte de força motriz (ou motor); a embreagem, para os casos em que o motor é de combustão interna; a transmissão, cujo objetivo é a adequação de torque e velocidades originadas do motor para os componentes seguintes; eixos de transmissão, que transferem o torque da transmissão para o diferencial; e o próprio diferencial, com a função de adequar as velocidades das rodas, quando o veículo realiza uma curva (CROLLA, 2009).

A configuração típica de um trem de força em um veículo, na maioria dos países, incluindo o Brasil, é aquele cujo motor é de combustão interna e a transmissão manual. O princípio do funcionamento do motor possui a inconveniência das reações na câmara de combustão que geram picos de torque e flutuações na rotação do virabrequim.

Segundo Robinette et al. (2009), quando as engrenagens acionadas (isto é, as que recebem a força de outra engrenagem) estão com folga em relação à engrenagem que a conduz, e esta sofre flutuações de velocidade devido aos picos de torque de um motor alternativo, há possibilidade de ocorrer choque entre os dentes de tal par se o torque de arrasto na engrenagem conduzida for insuficiente para desacelerá-la na mesma taxa da engrenagem condutora.

Tal impacto entre os dentes provoca um ruído, chamado de ruído de rattle (do termo inglês, chocalho). Cada tipo de trem de força possui o próprio modo de vibrar, que é um dos parâmetros que influencia a amplitude do ruído de rattle, e o número de ordem é o que determina a frequência de excitação, que é o número de ignições por giro do virabrequim. Claramente, a quantidade de cilindros também interfere nesse número. Portanto, não é possível fornecer a mesma solução para todos os casos. Há certos meios de prevenção dos ruídos de rattle originados nas engrenagens da transmissão, uma vez que se pode considerar o

desenho adequado das engrenagens, profundidade de imersão de óleo, propriedades do óleo, desenho de rolamento e condições de operação (ROBINETTE et al., 2009).

Os ruídos dessa natureza podem ser um problema ergonômico muito grande, principalmente para usuários de veículos de grande porte que usam motores diesel (HUKERI; RAJ; TAMBADE, 2016). Sendo assim, um importante requisito de projeto é a eliminação dos ruídos de rattle. Segundo Genuit (2004), esses ruídos são considerados mais incômodos por serem de alta frequência.

Este trabalho pretende contribuir para o estudo da prevenção ou amenização dos ruídos e vibrações, em uma única fonte, que seria na transmissão, através da substituição de molas em discos de embreagem de veículos. As molas substitutas são de formato cônico, para introduzir uma não linearidade na rigidez do amortecimento torcional de modo a reduzir a transmissão dos picos de torque ao longo de todo trem de força, ao invés de prevenções mais complexas e custosas.

Para que isso seja possível, usa-se um modelo simplificado e ajustado numericamente de um diagrama de massa, mola e amortecedor torcionais de três graus de liberdade que representa o trem de força de um veículo (FLACH, 2014). Junto com uma função de excitação torcional, o modelo pode ser simulado considerando amortecimentos torcionais distintos, como o objetivo de verificar se há atenuações de vibrações no sistema de transmissão.

1.1. OBJETIVO GERAL

Reduzir parcial ou totalmente a propagação dos picos de torque originados de motores a combustão para o sistema de transmissão e, conseqüentemente para todos os outros componentes do trem de força restante, com a idealização de um novo componente no disco de embreagem.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Simular numericamente o comportamento dinâmico do trem de potência de um veículo normal de produção, para fins comparativos;
- Dimensionar as molas de torção, dadas as configurações do trem de força do veículo, possuindo critérios como máxima força e deslocamento de compressão semelhantes;

- Simular numericamente o comportamento dinâmico do trem de potência modificado através da substituição da rigidez torcional linear por uma não-linear.
- Avaliar e comparar os resultados e verificar a viabilidade de fabricação do novo produto.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

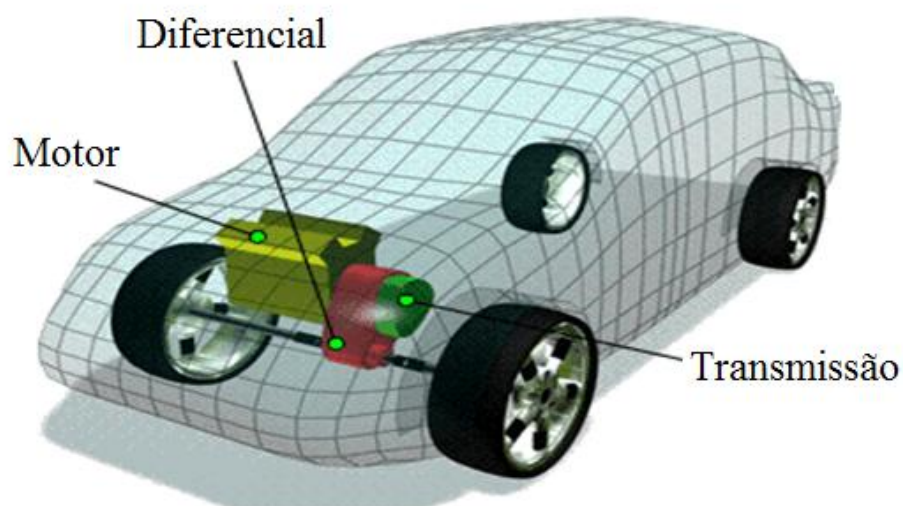
Este capítulo dedica-se à abordagem dos componentes do trem de força, soluções alternativas em relação à rigidez não linear apresentada no presente trabalho, critérios ergonômicos e a descrição de mola cônica.

2.1. COMPONENTES DE POWERTRAIN

Como foi dito anteriormente, o powertrain, ou trem de força, é considerado um conjunto de elementos de um veículo responsáveis por sua propulsão. Tais elementos essenciais são o motor, transmissão, conjunto de eixos, diferencial e conjunto de rodas (para veículos automotivos). Assume-se, neste trabalho, que a tração é dianteira, motor de combustão interna, sistema de transmissão manual e, conseqüentemente, com embreagem. O motor e a transmissão são transversais.

A Figura 1 ilustra a montagem do trem de força considerado. Conceitos básicos de modelagem de diagramas massa, mola e amortecedor para as simulações do comportamento dinâmico do powertrain serão abordados na seção de metodologia.

Figura 1 – Esquema simplificado de trem de força de tração dianteira.



Fonte: Adaptado de Pros An Cons (2018).

2.1.1. Motores de combustão interna

Os motores de combustão interna, segundo Heywood (1988), possuem o propósito de produzir energia mecânica provinda da energia química, liberada através da queima ou oxidação do combustível dentro do motor. A energia química se converte em energia térmica, aquecendo a mistura ar-combustível e o produto de combustão. Estes são considerados fluidos de trabalho, que empurram o pistão devido ao aumento de pressão dentro da câmara, resultando em energia mecânica.

Um motor de quatro tempos, que será considerado neste trabalho, possui os tempos de admissão, compressão, ignição e exaustão. Sequencialmente, o combustível é transferido para a câmara de combustão na admissão, sofre compressão juntamente com o ar, queimado na fase de ignição e o produto da ignição é expulso.

A ignição é o tempo que proporciona ao motor a força motriz. Os fluidos de trabalho, como o nome diz, transferem trabalho para o pistão, transladando-o. A força que move o pistão é convertida em torque para o virabrequim e um pico de torque é transferido ao virabrequim a cada instante que ocorre a queima de combustível. Ou seja, esse funcionamento ocasiona uma excitação torcional.

O conceito de ordem se faz necessário para as análises deste trabalho, ele representa a quantidade de eventos de combustões de todos os cilindros do motor que ocorrem em uma revolução do virabrequim. Assim, se o motor é de dois tempos e possui um cilindro, então o número da ordem é um, ou se o motor é de quatro cilindros e de quatro tempos, a vibração é de segunda ordem.

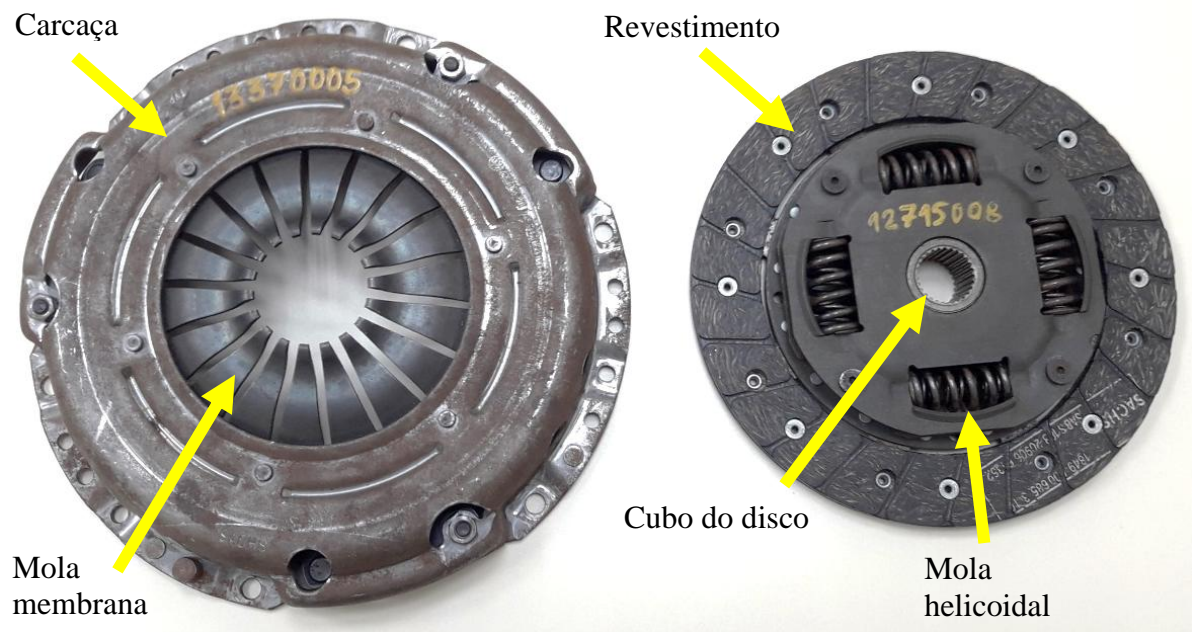
2.1.2. Embreagem

Como foi dito que a transmissão considerada é manual, o torque provindo do volante do motor passará primeiro pelo sistema de embreagem. O platô da embreagem é parafusado sobre o volante do motor que possui a mola membrana. Esta tem a função de pressionar a placa de pressão, contra o disco de embreagem, que por sua vez entra em contato com o volante do motor, permitindo a transmissão de torque. O único meio do torque ser transmitido é pelo disco de embreagem cujo revestimento entra em contato com a placa de pressão e volante. O torque passa pelas molas helicoidais, chegando à estria do eixo piloto.

Quando o motorista pressiona o pedal de embreagem, o rolamento de embreagem pressiona o centro da mola membrana, fazendo com que sua periferia deixe de pressionar a

placa de pressão, permitindo a interrupção de torque e a troca de marchas na transmissão. Na Figura 2, é possível observar alguns componentes do platô da embreagem, como a carcaça e a mola membrana (à esquerda) e o disco de embreagem (à direita). O revestimento, mola helicoidal e cubo do disco de embreagem (que se conecta com o eixo piloto) estão em destaque.

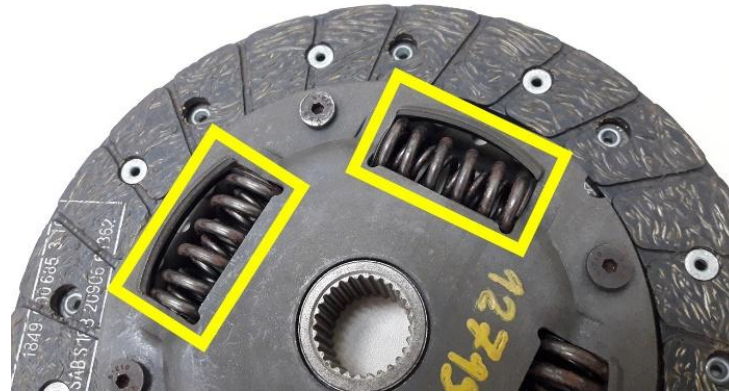
Figura 2 – Carcaça, mola membrana (esquerda), e disco de embreagem (direita).



Fonte: Autor (2019).

As molas helicoidais possuem a função de absorver as vibrações torcionais, ocasionadas pelos picos de torque do motor, enquanto que o componente de atrito (no interior do disco) possui a função de dissipar a energia absorvida pelas molas. A Figura 3 mostra de maneira mais explícita tais molas do disco de embreagem, destacadas em amarelo.

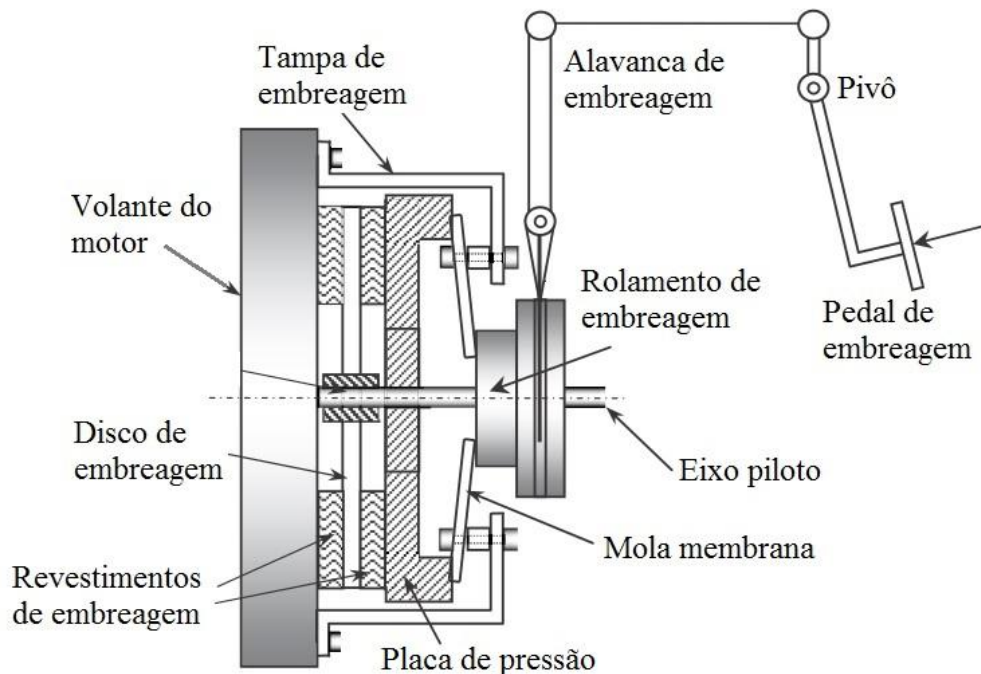
Figura 3 – Molas helicoidais do pacote de amortecimento torcional.



Fonte: Autor (2019).

O sistema de embreagem é necessário para que ocorra a seleção de marchas do sistema de transmissão (CROLLA; MASHADI, 2012). A Figura 4 mostra o esquema de montagem de embreagem, juntamente com os componentes periféricos do trem de força (volante do motor e eixo piloto da transmissão).

Figura 4 – Montagem do sistema de embreagem.



Fonte: Adaptado de Crolla e Mashadi (2012).

2.1.3. Transmissão manual

Segundo Naunheimer et al. (2011), “a tarefa de uma transmissão é fornecer a tração ao veículo disponibilizada pela unidade de força motriz, satisfazendo requisitos sobre o veículo, estrada, motorista e ambiente”. Ela proporciona a velocidade adequada de motor, dada a velocidade do veículo, considerando também o torque requerido em determinadas circunstâncias. Complementando com mais alguns pontos abordados por Crolla (2009), a transmissão tem a função de permitir que o veículo saia do repouso, com o motor ligado continuamente; deixar o veículo parar em momentos adequados, quando desconectada; e permitir com que o motor ligue em níveis variados, de maneira controlada.

Quando o pedal de embreagem é solto, o rolamento de embreagem deixa de pressionar a mola membrana que, junto com a placa de pressão, pressionam o disco de embreagem contra o volante do motor. Assim, o torque do motor é transmitido novamente para o eixo piloto da transmissão.

2.1.4. Diferencial

Depois da transmissão, o movimento é propagado para o diferencial. Segundo Crolla (2009), os diferenciais são usados para permitir que as rodas esquerdas e direitas girem em velocidades diferentes quando o veículo realiza uma curva, considerando os eixos motrizes. Isso permite com que a roda para fora de uma curva gire a uma velocidade angular maior do que a roda que está voltada para dentro da curva. Para o caso de direção dianteira, o diferencial se localiza no eixo frontal do veículo.

2.2. CRITÉRIOS ERGONÔMICOS

Nesta seção, procura-se evidenciar as consequências do ruído de rattle, que possam ser prejudiciais ao ser humano ou que apenas interfiram na escolha por um produto, impactando nas vendas de uma empresa, por meio da introdução a conceitos da qualidade do som (principalmente na indústria automotiva).

Além de ser verificado o nível de vibração por leituras da vibração torcional do virabrequim, que é o principal foco deste trabalho, é necessário posteriormente verificar se o nível de ruído, nas posições dos passageiros, é aceitável. E para que isso seja determinado,

não basta apenas a avaliação do nível de pressão sonora ruído, pois a audição humana é mais complexa e subjetiva, a ponto da avaliação da qualidade do ruído ser necessária.

Segundo Genuit (2004), a qualidade do som compreende na totalidade do cumprimento de requisitos de um teste auditivo: o físico (campo de som), psicoacústica (percepção do indivíduo) e psicológica (avaliação pessoal do indivíduo). Sobre o requisito físico, os ruídos podem variar com relação ao nível de pressão (dB) e frequência (Hz).

Com relação à psicoacústica, há três propriedades que são avaliadas de maneira subjetiva:

- A sonoridade (unidade: sone) está relacionado ao quão alto o som é percebido por um indivíduo. Essa propriedade não leva apenas em consideração ao nível de pressão, mas também à composição espectral do som. A sonoridade pode variar de acordo com as distribuições de bandas críticas da audição humana.
- A agudeza (unidade: acum) está relacionada à composição espectral. Se as componentes espectrais de alta frequência de um som aumentam, mais agudo será o som e, portanto, mais incomodo será considerado.
- A aspereza está relacionada ao quão rápido ocorrem as variações do nível de pressão e de frequência do som

Outra consideração sobre a psicoacústica é que a audição humana pode não distinguir um som de uma determinada composição espectral se um outro ruído de mesma composição espectral, porém a um nível de pressão maior, estiver presente. Contudo, se a composição espectral do ruído de menor nível de pressão for diferente, ambos os sons poderão ser percebidos pela audição humana.

A audição humana é considerada mais complexa por haver dois canais auditivos e os ouvidos externo e interno serem diferentes dos sistemas de medição sonoros convencionais. Portanto, para que o ruído de rattle possa ser identificado e avaliado de maneira satisfatória o uso de tecnologia biauditiva por meio de cabeças artificiais é preferível, quando há recursos financeiros para realizá-lo. O custo de equipamentos (cabeças artificiais, por exemplo) e de recursos humanos (avaliadores) podem ser muito maiores se foram comparados a equipamentos convencionais, como microfones simples que não poderiam simular a filtragem dos ouvidos externos humanos.

Na indústria automotiva, o aprimoramento acústico de veículos para níveis de ruído menores tem sido cada vez mais trabalhoso, uma vez que a sensibilidade acústica de clientes tem aumentado ao longo do tempo e que alguns meios de alcançar melhorias de qualidade

sonoras podem entrar em conflito com outros requisitos de projeto, como a redução de peso veicular e de custo de sua fabricação.

Há também esforços para prever o conforto de passageiros por meio de redes neurais artificiais (LERSPALUNGSANTI et al., 2015), associando mudanças objetivas (ou quantitativas) do veículo em processo de desenvolvimento com as avaliações subjetivas dos passageiros. Um dos exemplos de aplicação é a avaliação da tendência em ocorrer o ruído de rattle que é explicado na próxima seção em uma transmissão manual de 5 marchas. As informações objetivas coletadas são as vibrações medidas com acelerômetros piezoelétricos, velocidade do eixo piloto, torques de entrada e saída e temperaturas do óleo, que são comparadas com dados subjetivos de testes para avaliação da qualidade do som, como foi abordado anteriormente.

Não há regulações específicas que regem qual é o limite quantitativo de ruído no interior de veículos, sendo que a avaliação é qualitativa, por meio de testes acima citados.

2.2.1. Ruído de rattle

O ruído de rattle pode ser definido como um ruído originado do impacto entre dentes de engrenagens, sendo que há uma folga entre estes, e que a engrenagem condutora desacelera no instante que um pico de torque não está atuando e que a engrenagem conduzida não desacelera simultaneamente por não haver torque de arrasto que mantenha o contato entre os dentes. Assim, no momento em que ocorre novamente o contato (no mesmo contato anterior de dentes ou em contato com o dente oposto), o impacto pode ser ouvido pelos passageiros. “Todos os veículos de transmissões manuais possuem altos níveis de vibração torcional operando entre 1000 e 2000 rotações por minuto, relacionados a frequências naturais entre 50Hz e 70Hz em uma caracterização linear.” (DREXL, 1988 apud MIYASATO; SIMIONATTO, V; DIAS, M, 2011, tradução do autor). Segundo Hukeri (2016), esses ruídos são mais intensos em veículos com motores a diesel, em marcha lenta.

A condição considerada neste trabalho para a geração do ruído de rattle é a de tração (drive), ou seja, quando há a transmissão de torque para todo trem de força, quando o veículo se movimenta. Segundo Flach (2014), o teste veicular relacionado a essa condição consiste em deixar pressionar totalmente o pedal acelerador, fazendo o veículo operar da rotação mais baixa possível do motor (controlado com o uso do sistema de freios) até a rotação mais alta. Assim, é possível realizar uma análise considerando a maior faixa de frequências de excitação possível.

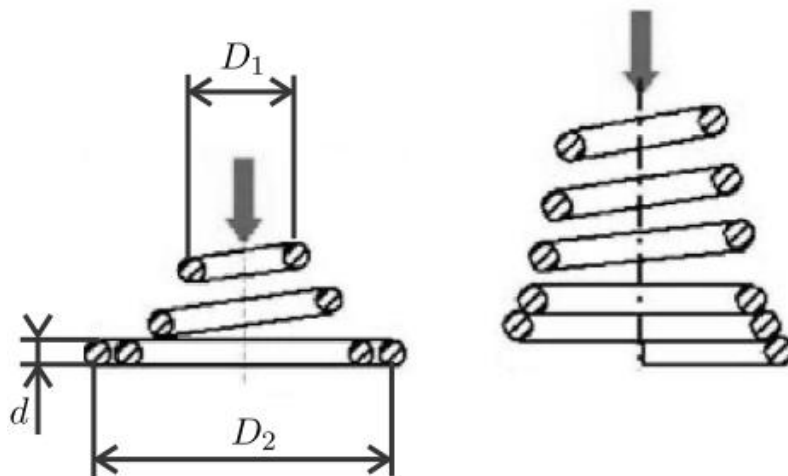
2.3. MOLA CÔNICA

São molas metálicas helicoidais cujos diâmetros das espiras são diferentes, desde a primeira, com o maior diâmetro, até a última, com o menor. Os demais diâmetros decrescem gradativamente, da primeira para última. Ela possui rigidez linear no começo da deformação, quando todas as suas espiras se deslocam, até a transição entre regimes, em que a maior espira começa a se assentar. Segundo Boer (2009), as molas cônicas possuem um regime não linear pois as espiras de maior diâmetro são menos rígidas e quando começam a se assentar, as espiras remanescentes exercem uma rigidez maior. Ou seja, é necessário uma taxa maior de carga para a mesma taxa de deformação. A variação de distância entre espiras e variação do diâmetro de arame ao longo da direção axial também são fontes de não linearidade.

As molas cônicas podem ser tanto telescópicas quanto não telescópicas, como mostra a Figura 5. As molas telescópicas possuem espiras as quais podem se assentar dentro do perímetro da espira anterior, a altura da mola na compressão máxima é igual ao diâmetro do arame. Enquanto que as espiras de molas não telescópicas se apoiam na espira anterior, quando comprimidas.

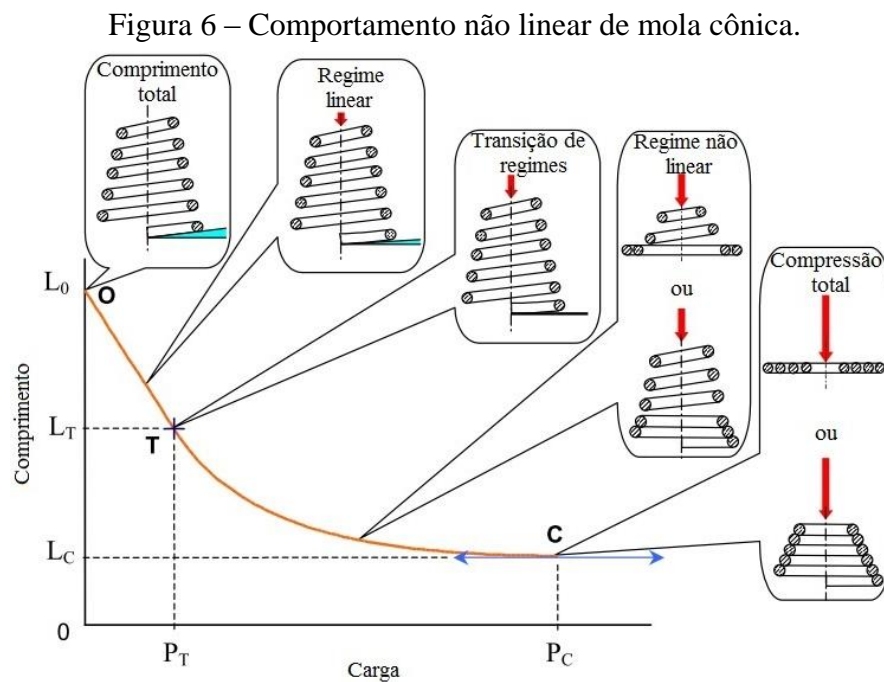
Neste trabalho, serão consideradas molas com o valor constante de diâmetro de arame e distância constante entre espiras (quando a mola não é comprimida), tanto devido à disponibilidade de trabalhos relacionados a esses tipos de molas cônicas quanto à melhor viabilidade de fabricação ou disponibilidade em catálogos.

Figura 5 – Molas cônicas telescópica (esquerda) e não telescópica (direita).



Fonte: Boer (2009).

O comportamento não linear pode ser melhor compreendido quando se observa a Figura 6. Em que L_0 é o comprimento total da mola; L_T é o comprimento em que ocorre a transição entre regimes linear e não linear; L_C é o comprimento da mola comprimida. Considerando que d é o diâmetro de arame, a mola cônica é telescópica se $L_C = d$. Igualmente, as cargas P_T e P_C são, respectivamente, as cargas de compressão no regime transiente e de compressão máxima.



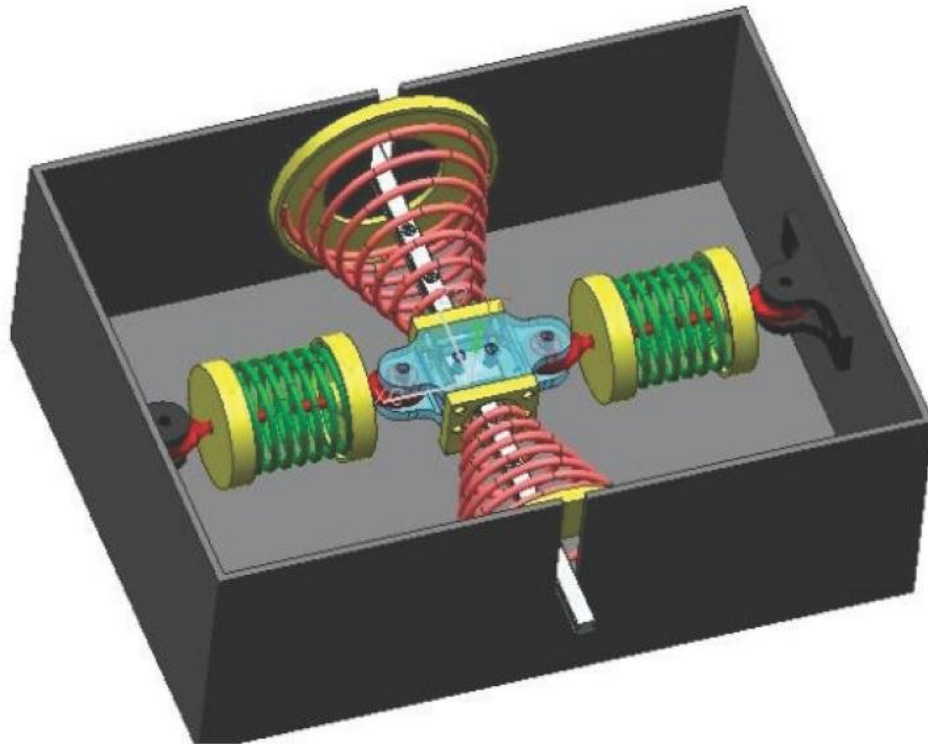
Fonte: Rodriguez e Paredez (2006).

2.4. INTRODUÇÃO À PRÉ-CARGA

O conceito de pré-carga, que será utilizado na metodologia, se baseia no conceito de dissipador de energia, feito por Qiu et al. (2016), em que há o objetivo de eliminar o regime linear de molas cônicas para a obtenção de uma curva de rigidez semelhante à uma função cúbica, através de uma rigidez negativa. Ou seja, a aplicação de uma pré-carga que varie (linearmente) conforme toda a deformação de mola.

Esse dispositivo, mostrado na Figura 7, consiste em um compartimento em preto, um eixo que o atravessa, uma peça central anexada ao eixo, um par de molas cônicas na direção do eixo e um par de molas cilíndricas, sendo esses dois pares conectados à peça central e às paredes do compartimento. O deslocamento da peça central ocorre apenas na direção do eixo

Figura 7 – Dissipador de energia, com uso de pares de molas cônicas e cilíndricas.

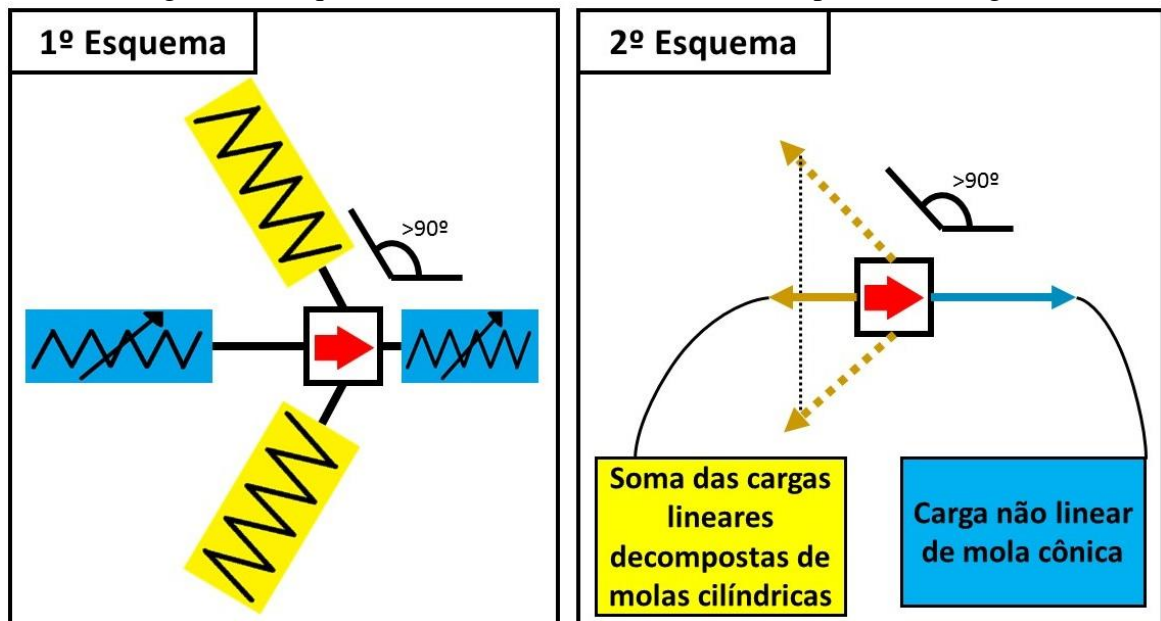


Fonte: Qiu et al (2016).

No começo do deslocamento, as molas cilíndricas não podem exercer uma carga na peça central devido à sua posição a 90° com relação ao eixo. Conforme o deslocamento da peça central ocorre, as decomposições das cargas das molas cilíndricas na direção do eixo começam a exercer uma pré-carga sobre ela.

A Figura 8 mostra com mais clareza o funcionamento do dispositivo em dois esquemas. No primeiro esquema, a peça central está localizada entre as molas cilíndricas (em amarelo, em cima e embaixo) e cônicas (em azul, nos lados), ela se move horizontalmente para a direita conforme indica a seta maior em vermelho, pressionando a mola cônica e a decomposição das cargas das molas cilíndricas também atuam sobre a peça central. O segundo esquema mostra o diagrama de corpo livre da peça central deslocada em que são mostradas apenas as cargas das molas cilíndricas, a soma de suas decomposições e a carga não linear da mola cônica.

Figura 8 – Esquemas sobre o funcionamento do dissipador de energia.



Fonte: Autor (2019).

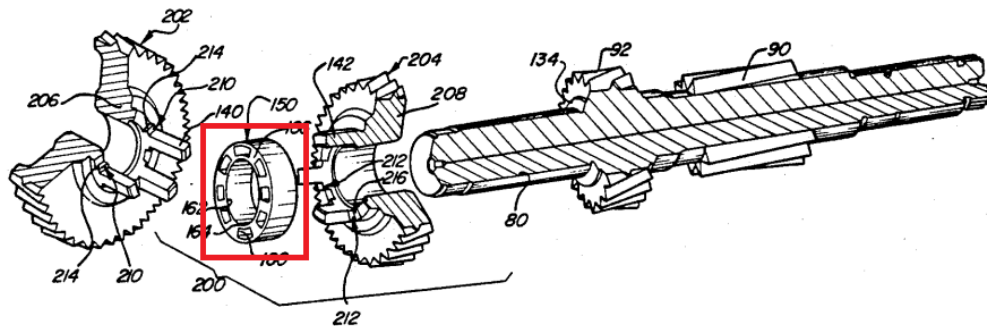
Se a embreagem conter as molas da mesma maneira que o dissipador, haveriam duas janelas, cada uma contendo dois pares de molas cônicas (totalizando em quatro), uma mola oposta a outra. Porém, as janelas seriam grandes demais, inviabilizando o projeto de embreagem.

2.5. SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

Também é interessante apresentar diferentes soluções propostas por outros autores sobre redução ou anulação de ruídos de rattle e as devidas reflexões para justificar a solução de amortecimento torcional apresentado neste trabalho.

Uma das alternativas para eliminar os ruídos de rattle pode ser encontrada em uma patente norte-americana de amortecedor contra vibrações torcionais, localizado em eixos secundários de transmissão. O amortecedor, por sua vez, é acoplado às duas primeiras engrenagens desses eixos, através de dentes longitudinais, como mostra montagem na Figura 9. O material utilizado para fabricá-lo é de material elastômero (ZALEWSKI, 1993).

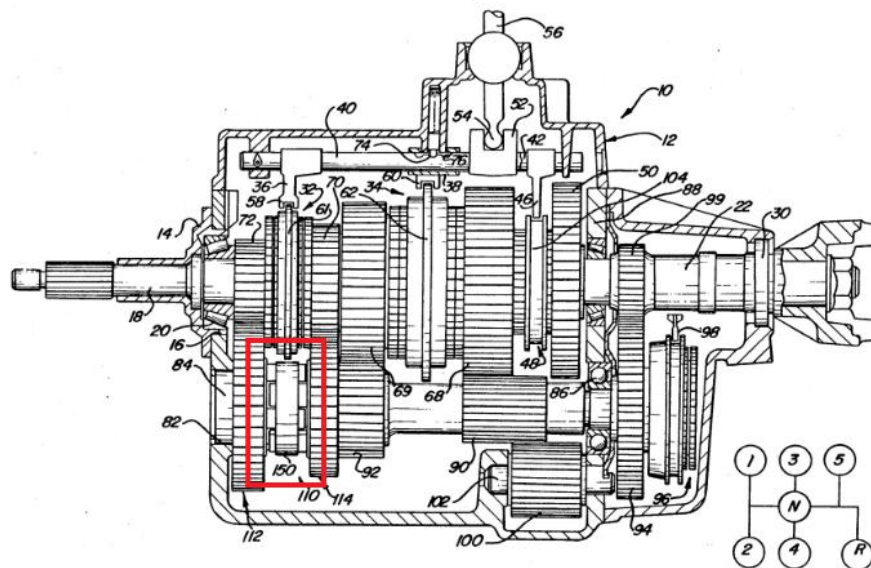
Figura 9 – Desenho de montagem com uso de amortecedor de elastômero no eixo secundário.



Fonte: Adaptado de Zalewski (1993).

O conjunto montado com a indicação da localização do amortecedor pode ser visto na Figura 10 a seguir.

Figura 10 – Imagem da localização do amortecedor proposto por Zalewski.

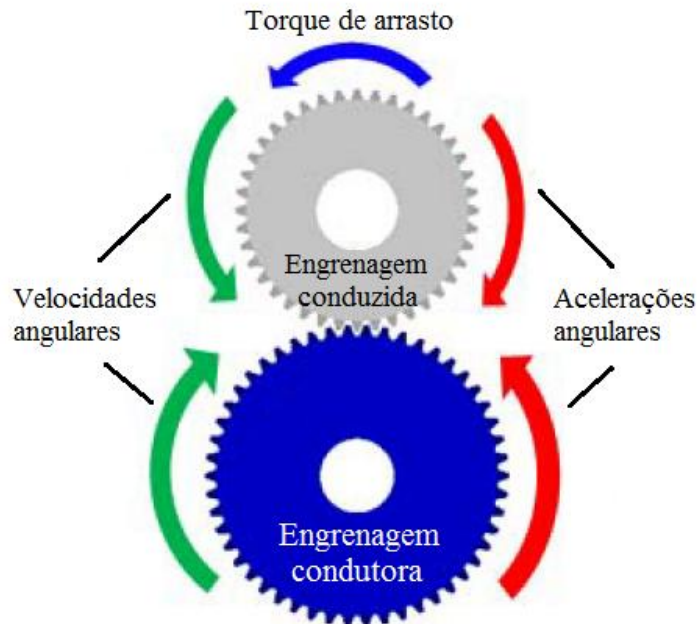


Fonte: Adaptado de Zalewski (1993).

Uma outra forma de prevenir os ruídos de rattle é, como dito anteriormente por Robinette et al. (2009), dimensionar apropriadamente os componentes do sistema de transmissão, como o as engrenagens e rolamentos; considerar propriedades e imersão de óleo; e as condições em que o sistema de transmissão estará operando. Com esses critérios combinados, o torque de arrasto atuando sobre a engrenagem conduzida (que é de direção contrária ao torque que a engrenagem condutora realiza sobre o mesmo) é o suficiente para

desacelerá-la na mesma proporção da engrenagem condutora. A Figura 11 mostra os torques que atuam nas engrenagens.

Figura 11 – Torque de arrasto, acelerações e velocidades angulares de engrenagens.



Fonte: Adaptado de Robinette et al. (2009).

Ainda sobre os dimensionamentos de engrenagens do sistema de transmissão, Bozca e Fietkau (2010) observam que dimensionamentos adequados da folga entre eixos de engrenagem também podem resolver o problema do surgimento de ruídos de rattle. Outra forma de amenizar o ruído é por meio de volantes de dupla massa. Porém, esta solução aumenta o peso total do veículo e a inércia a ser acelerada, aumentando o consumo de combustível (HUKERI; RAJ; TAMBADE, 2016). Também há a tentativa de amenizar tais ruídos ou outros provindos da transmissão otimizando as dimensões da carcaça de transmissão (CHOI et al., 2011).

Dadas as alternativas fornecidas por diferentes autores, a justificativa para a solução apresentada nesse trabalho se dá por meio da simplicidade de modificações de projeto, que seria somente substituição de molas de discos de embreagem para um determinado trem de força, não necessitando a fabricação de mais outras peças, tampouco grandes esforços para adaptação de projetos de sistemas de transmissão.

3. METODOLOGIA

Neste capítulo, há o intuito de apresentar os meios de cumprimento dos objetivos apresentados anteriormente. São realizadas simulações de um diagrama de massa, mola e amortecedor que simplifica o trem de força do Fiat Palio Fire 1.0, modelo entre 2010 e 2013. O modelo ajustado é de origem do trabalho de conclusão de curso feito por Flach (2014), adaptado em linguagem Python.

Um parâmetro considerado sobre o veículo para o programa é o torque máximo do motor, de 9,9 kgfm, a álcool, ou 97,10 Nm (REVISTA MECÂNICA ONLINE, 2010). O raio medido entre o centro de embreagem e o eixo central de mola é de 42mm.

Realiza-se um comparativo entre:

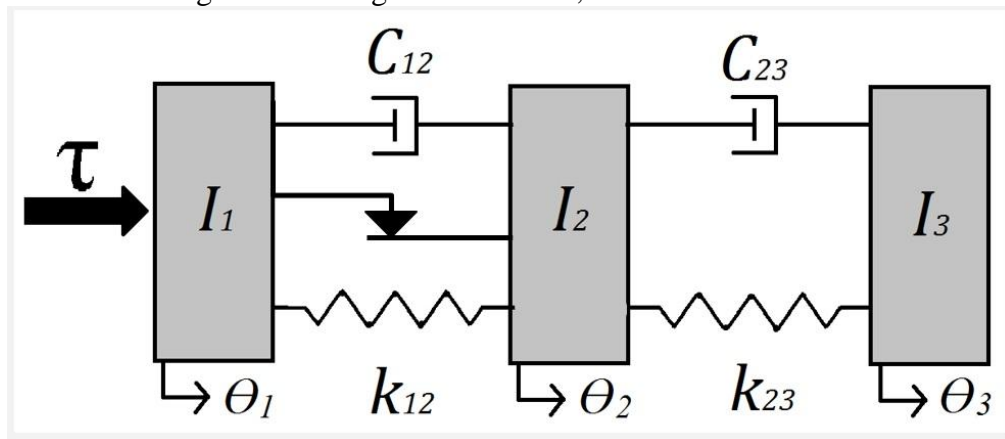
- Os dados do trem de força normal (de produção) do veículo;
- Simulação do trem de força com a substituição das quatro molas cilíndricas originais por uma rigidez cúbica ideal;
- Simulação do trem de força com a substituição das quatro molas cilíndricas originais por quatro molas cônicas, uma em cada janela;
- E a simulação de mesma configuração anterior, porém considerando uma pré-carga linear adicional nas molas, sem que a pré-carga interfira no sistema de três graus de liberdade.

Estas molas substitutas deverão possuir comportamento semelhante ao conjunto de molas cilíndricas para o deslocamento angular e torque máximos, para que não atinja o batente de molas ou tenha rigidez excessiva.

3.1. ANÁLISE NUMÉRICA DO SISTEMA DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE

A modelagem física do diagrama de massa, mola e amortecedor torcional feito por Flach (2014), pode ser visto na Figura 12. As inércias são representadas por I_1 , I_2 e I_3 ; as rigidezes são representadas por k_{12} e k_{23} ; os amortecimentos por C_{12} e C_{23} ; o modelo de atrito de Dankowicz é representado pelo conjunto de uma seta e uma linha entre as inércias I_1 e I_2 ; e, finalmente, a excitação torcional aplicada ao motor é representada pela letra τ , que serão descritos posteriormente. Os deslocamentos angulares de cada inércia são representados por θ_1 , θ_2 e θ_3 ; as velocidades por $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ e $\dot{\theta}_3$; e as acelerações por $\ddot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_2$ e $\ddot{\theta}_3$.

Figura 12 – Diagrama de massa, mola e amortecedor.



Fonte: Autor (2019).

A primeira inércia (I_1) é composta pelas inércias do volante e do platô, calculada por Flach (2014); a segunda (I_2) é composta pelas inércias do sistema de transmissão (em segunda marcha), obtida por meio de ajuste do modelo numérico após medições experimentais feitas por Flach (2014); e a terceira (I_3) representa a inércia do veículo. Flach (2014) considerou sua massa (m), raio de roda (r_d), relações de segunda marcha e de diferencial ($i_2 = 2,240$ e $i_d = 4,067$). A inércia do veículo é calculada a partir da Equação 1.

$$I_3 = \frac{m \cdot r_d^2}{i_2^2 \cdot i_d^2} \quad (1)$$

Os coeficientes de amortecimento C_{12} e C_{23} representam quaisquer fontes de amortecimento torcional entre o volante do motor e sistema de transmissão e entre o sistema de transmissão e o restante do veículo. O modelo de fricção usado nas simulações é de Dankowicz, conveniente para deslocamentos pequenos e que oscilam, o conjunto de equações abaixo (Equação 2 e Equação 3) representam o modelo citado por Anderson et al. (2005). Ele representa o disco de atrito no interior do disco de embreagem. A letra z é a variável auxiliar; δ é o micro escorregamento máximo antes da ocorrência do macro deslizamento; F_{fric} é a força de fricção, $F_{máx}$ é a força máxima de fricção.

Nota-se que há o uso de uma função sinal (“sign”), ou seja, para uma diferença de velocidades menor que zero, assume-se a unidade negativa, para diferença de velocidades igual a zero, assume-se valor nulo e, para uma diferença de velocidades maior que zero, assume-se a unidade positiva.

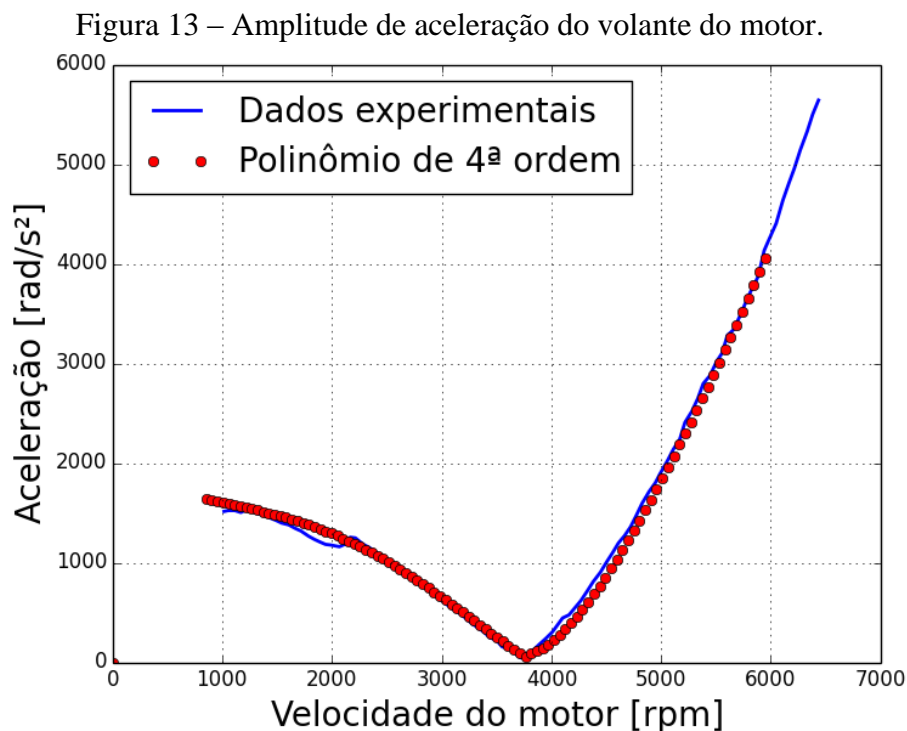
$$\dot{z} = (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \left[1 - \frac{z}{\delta} \operatorname{sign}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \right] \quad (2)$$

$$F_{fric} = \frac{F_{m\acute{a}x}}{\delta} z \quad (3)$$

A rigidez k_{12} é associada à rigidez do das molas helicoidais (que estará sendo mudada em simulações distintas). O valor k_{23} representa a rigidez associada aos semieixos, calculada usando a Equação 4 tomando como referência o volante do motor, a partir da rigidez equivalente de duas rigidezes em paralelo (2922,10 Nm/rad e 4812,85 Nm/rad), resultando em 7734,95 Nm/rad e considerando novamente as relações do diferencial e da segunda marcha (FLACH, 2014).

$$k_{23} = \frac{7734,95 \text{ Nm/rad}}{i_2^2 \cdot i_d^2} \quad (4)$$

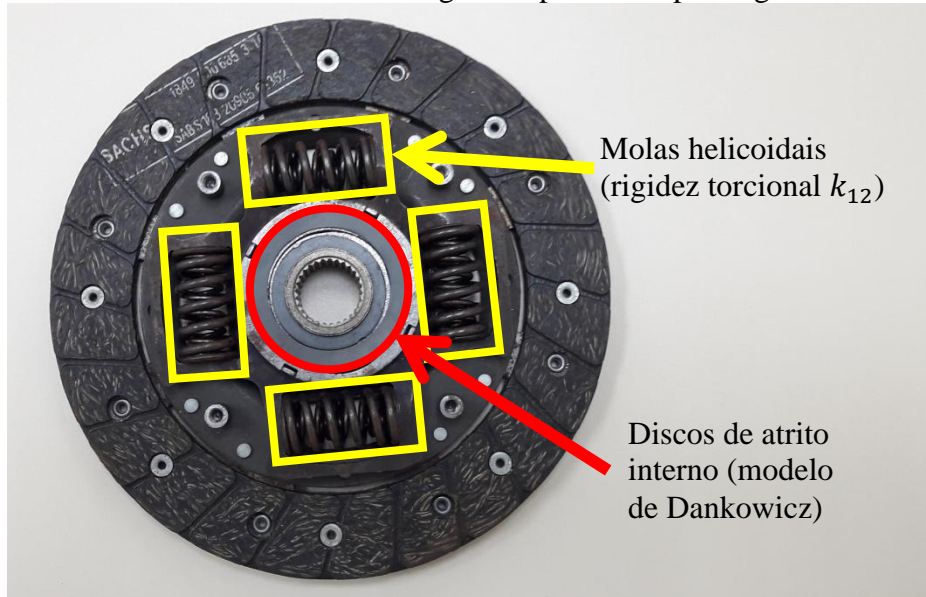
A letra τ é o torque de excitação aplicado ao conjunto, que é em função da rotação do motor, obtido experimentalmente por Flach (2014). Os dados foram coletados por meio deste teste e foram aproximados por um polinômio de 4ª ordem e, assim, pode ser implementado no programa. A Figura 13 mostra os dados experimentais juntamente com o polinômio ajustado.



Fonte: Autor (2019).

A Figura 14 ilustra os elementos de disco de embreagem k_{12} (em amarelo) e o modelo de atrito de Dankowicz (em vermelho) designados no diagrama de massa, mola e amortecedor. No caso dessa ilustração, a rigidez k_{12} representa as molas helicoidais cilíndricas, e o modelo de atrito de Dankowicz representado pelos discos de atrito interno. Estas são as configurações normais de produção do disco de embreagem.

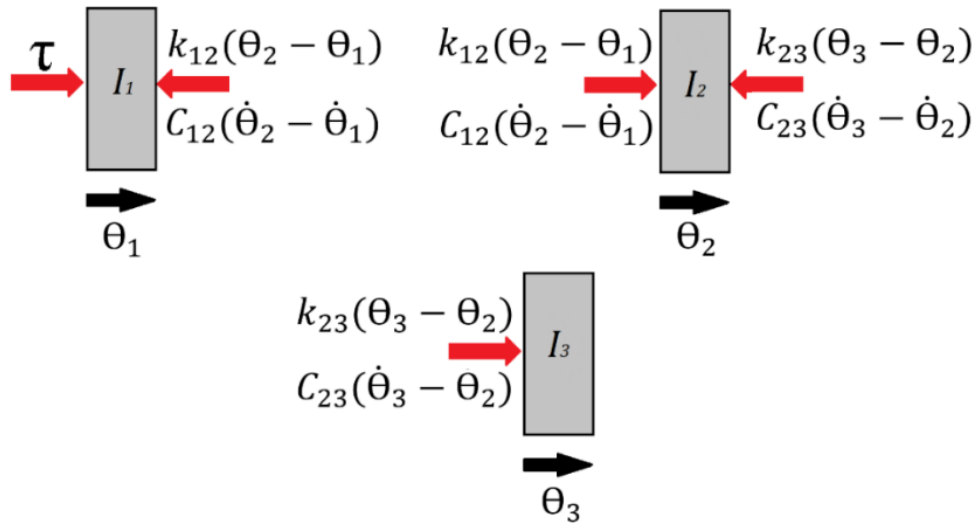
Figura 14 – Elementos no disco de embreagem responsáveis pela rigidez e atrito torcional.



Fonte: Autor (2019).

A equação matricial é obtida a partir dos somatórios de momentos atuando sobre cada inércia. A Figura 15 mostra, separadamente, cada uma delas, com os devidos deslocamentos angulares (θ_1 , θ_2 e θ_3) que, multiplicados pela rigidez, resultam em torque, bem como as velocidades angulares ($\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ e $\dot{\theta}_3$) multiplicadas pelos respectivos coeficientes de amortecimento torcional.

Figura 15 – Diagramas de corpo livre das inércias.



Fonte: Autor (2019).

Com as equações de diagrama de corpo livre que representam cada inércia, a solução da vibração torcional é obtida a partir da resposta de integração numérica de um sistema de equações diferenciais ordinárias. A forma final do sistema é expressa em uma equação matricial (Equação 5). Nela também constam as acelerações angulares ($\ddot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_2$ e $\ddot{\theta}_3$).

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{12} & -C_{12} & 0 \\ -C_{12} & C_{12} + C_{23} & -C_{23} \\ 0 & -C_{23} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} \\ 0 & -k_{23} & k_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Abaixo, na Tabela 1, são apresentados os valores de todos os elementos do sistema de três graus de liberdade.

Tabela 1 – Dados do sistema de três graus de liberdade.

Parâmetro	Valor
I_1	0,06153 kg.m ²
I_2	0,00324 kg.m ²
I_3	1,25750 kg.m ²
C_{12}	0,2
C_{23}	0,2
k_{12}	[rigidezes linear e não lineares]
k_{23}	93,2 Nm/rad

Fonte: Adaptado de Flach (2014).

O programa também necessita de valor de tempo máximo na simulação, e condições de contorno, que são as rotações por minuto inicial e máxima do motor, apresentados na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 – Parâmetros iniciais: tempo máximo a ser considerado na simulação e rotações por minuto inicial e máxima.

Parâmetro	Valor
Tempo máximo	10 s
Rotações por minuto mínimas	800 rpm
Rotações por minuto máximas	6000 rpm

Fonte: Flach (2014).

3.2. MODELO NUMÉRICO DE MOLA CÔNICA

Antes do início deste trabalho, foi constatado previamente que uma função cúbica simples, representando a rigidez torcional de embreagem, reduziu a vibração na simulação do sistema de três graus de liberdade (será apresentada no tópico de resultados). Sendo assim, procurou-se parâmetros de mola cônica cujo comportamento fosse semelhante à função, representada na Equação 6 abaixo.

$$\tau_{cubica}(\theta_2 - \theta_1) = 5000 \cdot (\theta_2 - \theta_1)^3 \quad (6)$$

Seguindo o trabalho realizado por Rodriguez e Paredes (2006), dois programas em Python foram criados para o auxílio de escolha de parâmetros de mola cônica a serem utilizados (dimensões e material). Os programas principais do sistema de três graus de liberdade foram alterados para receberem os parâmetros iniciais de mola cônica, tanto sem quanto com pré-carga, que melhor se adequem ao perfil da função cubica que atenuaram as vibrações torcionais.

Os parâmetros iniciais fornecidos em cada programa são: diâmetro de espira menor D_1 ; diâmetro de espira maior D_2 ; diâmetro de arame de mola d ; módulo de cisalhamento G ; número de revoluções de espiras ativas (mola não comprimida) n_A ; número de espiras periféricas n_i ; e comprimento total de mola L_0 .

A partir desses parâmetros, o mesmo programa criado pelo autor também determina parâmetros restantes para fornecer o comportamento da mola de acordo com a deformação, como: o comprimento de mola referente às espiras ativas L_A ; o comprimento de mola referente às espiras comprimidas ou sólidas L_S ; comprimento total de mola em compressão total L_C ; deformação de transição entre regimes linear e não linear L_T ; rigidez do regime

linear da mola cônica k ; a força de transição P_T ; a força de compressão P_C ; a função de força $P(l)$, que é dependente da deformação l .

Primeiramente, verifica-se se as molas a serem aplicadas são não telescópicas. Para isso, é necessário que a inequação abaixo seja satisfeita (Equação 7).

$$(n_A * d) > ((D_2 - D_1)/2) \quad (7)$$

Assim, calcula-se o comprimento de espiras sólidas L_S (não incluso o comprimento referente às espiras periféricas), usando a Equação 8, para molas cônicas não telescópicas. Se a inequação acima não é satisfeita, então $L_S = 0$.

$$L_S = (n_A * d)^2 - \left(\frac{D_2 + D_1}{2}\right)^2 \quad (8)$$

Em seguida, calculam-se os comprimentos de mola referentes às espiras ativas e à mola inteira comprimida, usando, respectivamente, a Equação 9 e a Equação 10.

$$L_A = L_O - n_i * d \quad (9)$$

$$L_C = L_S + n_i * d \quad (10)$$

Os parâmetros consecutivos a serem definidos são a rigidez do regime linear (Equação 11), a força de compressão elástica de transição entre os regimes linear e não linear (força e deformação de transição, Equação 12 e Equação 13), bem como a força máxima de compressão (Equação 14).

$$k = \frac{Gd^4}{2n_A(D_1^2 + D_2^2)(D_1 + D_2)} \quad (11)$$

$$P_T = \frac{Gd^4(L_A + L_S)}{8D_2^3 n_A} \quad (12)$$

$$L_T = L_O - P_T/k \quad (13)$$

$$P_C = \frac{Gd^4(L_A - L_S)}{8D_1^3 n_A} \quad (14)$$

E finalmente a função da carga não linear $P_{NL}(l)$, feita por Rodriguez e Paredes (2006) é mostrada na Equação 15.

$$P_{NL}(l) = (K_1/2)^{3/2} \left\{ 1 - \left(1 - 2 \left[1 - (1 + K_2/K_1^2)^{1/2} \right] \right)^{1/2} \right\}^3 \quad (15)$$

Sendo que os termos K_i ($i = 1, \dots, 7$) são constantes ou variáveis em função da deformação l (Equações de 16 a 22):

$$K_1 = K_3 - \frac{K_2}{3K_3} \quad (16)$$

$$K_2 = -K_6/K_5 \quad (17)$$

$$K_3 = \{(K_4/16) + [(K_4/16)^2 + (K_2/3)^3]^{1/2}\}^{1/3} \quad (18)$$

$$K_4 = \left(\frac{K_7 - L_0 + l}{K_5}\right)^2 \quad (19)$$

$$K_5 = -\frac{2D_1^4 n_a}{Gd^4(D_2 - D_1)} \quad (20)$$

$$K_6 = -\frac{3}{8(D_2 - D_1)} \left[\frac{Gd^4(L_a - L_s)^4}{n_A}\right]^{1/3} \quad (21)$$

$$K_7 = (L_a - L_s) \frac{D_2}{D_2 - D_1} \quad (22)$$

Assim, a função de carga da cônica com relação à deformação é representada na Equação 23.

$$P(l) = \begin{cases} kl, & 0 \leq l \leq L_T \\ (K_1/2)^{3/2} \left\{1 - \left(1 - 2 \left[1 - (1 + K_2/K_1^2)^{1/2}\right]\right)^{1/2}\right\}^3, & L_T \leq l \leq L_C \end{cases} \quad (23)$$

3.2.1. Mola cônica sem pré-carga

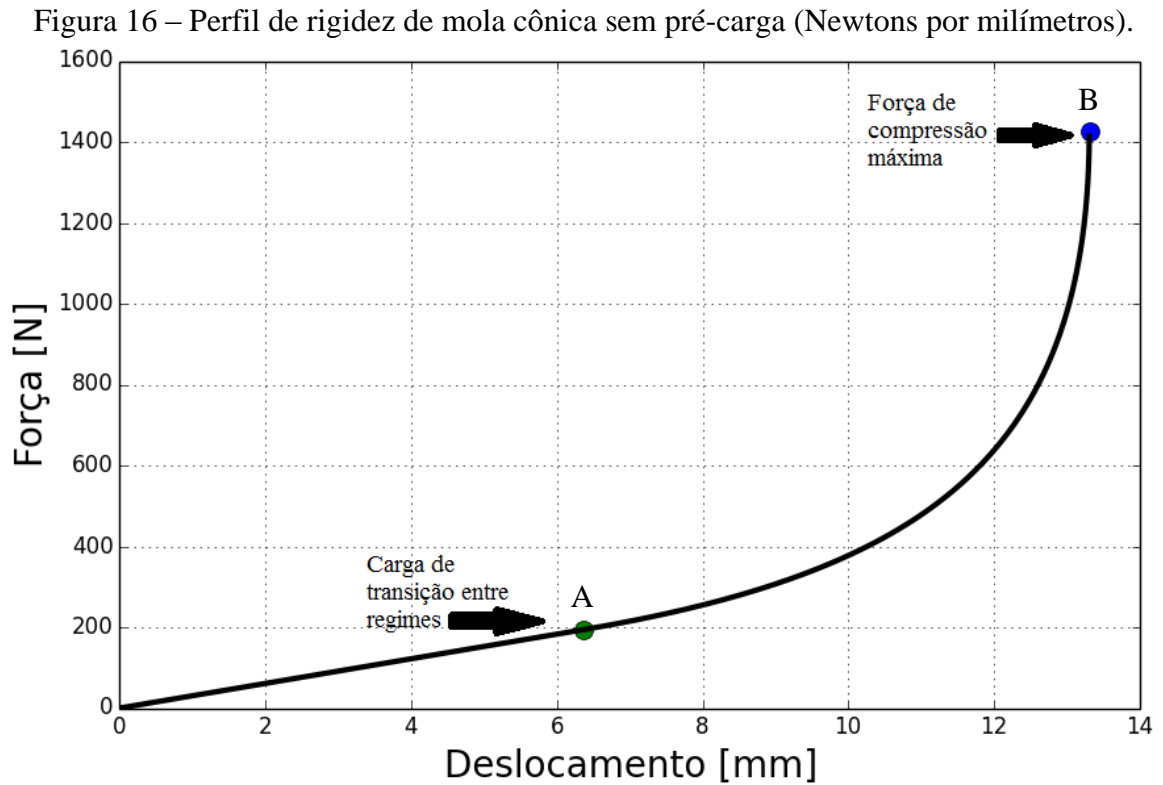
Assim, são calculadas as curvas de rigidez translacional (N/mm) de uma única mola cônica e rigidez torcional do conjunto de quatro molas cônicas na embreagem (Newton-metros por graus). Para o programa auxiliar referente às molas sem pré-carga os seguintes parâmetros iniciais foram utilizados (Tabela 3). Eles foram escolhidos por meio de tentativas e erros para que o perfil fosse adequado.

Tabela 3 – Parâmetros iniciais de mola cônica (sem pré-carga).

Parâmetro	Valor
Diâmetro de espira menor D_1 :	18 mm
Diâmetro de espira maior D_2 :	35 mm
Diâmetro de arame de mola d :	3.8 mm
Módulo de cisalhamento G :	72 GPa
Número de revoluções de espiras ativas (mola não comprimida) n_a :	3
Número de espiras periféricas n_i :	2
Comprimento total de mola L_0 :	28.5 mm

Fonte: Autor (2019).

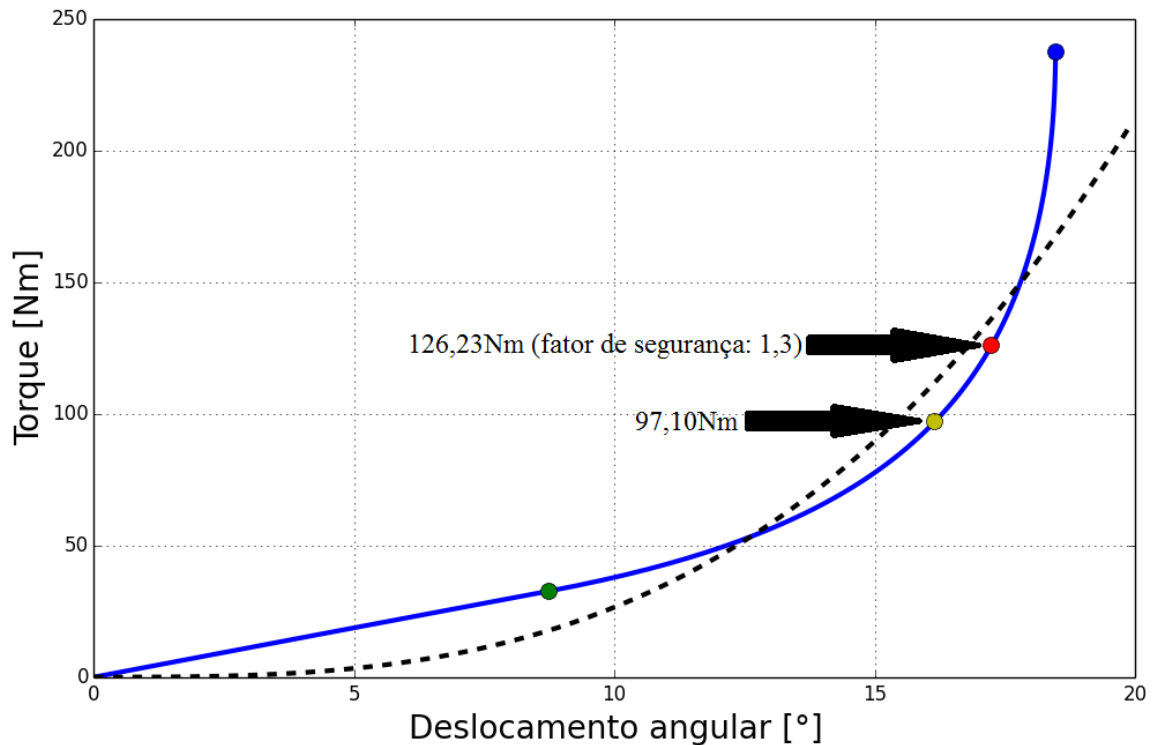
Assim, o perfil de rigidez de mola cônica resultante é mostrado na Figura 16, na qual o ponto em verde (A) se refere à transição entre o regime linear e o não linear, enquanto que o ponto em azul (B) refere-se à força máxima de compressão.



Fonte: Autor (2019).

Esse mesmo programa auxiliar fornece um comparativo entre a rigidez cúbica ideal e a curva de rigidez resultante do conjunto de molas cônicas na embreagem, mostrados na Figura 17. O pontos verde (A) e azul (B) se referem ao torque de transição entre os regimes linear e não linear e ao torque máximo, respectivamente. Percebe-se que o torque máximo do motor (97,10 Nm) é exibido em ponto amarelo (C), juntamente com o torque máximo considerando o fator de segurança de 1,3 (aproximadamente 126,23 Nm) como um ponto em vermelho (D) na curva de mola cônica, sem pré-carga.

Figura 17 – Comparativo de rigidez torcional cúbica com rigidez torcional de molas cônicas sem pré-carga.



Fonte: Autor (2019).

3.2.2. Mola cônica com pré-carga

Tal como o caso de molas cônicas sem pré-carga, os parâmetros de mola cônica com pré-carga são definidos da mesma maneira com o respectivo programa auxiliar, que são apresentados na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 – Parâmetros iniciais de mola cônica escolhidos (para pré-carga).

Parâmetro	Valor
Diâmetro de espira menor D_1 :	16 mm
Diâmetro de espira maior D_2 :	30 mm
Diâmetro de arame de mola d :	3.8 mm
Módulo de cisalhamento G :	72 GPa
Número de revoluções de espiras ativas (mola não comprimida) n_a :	3
Número de espiras periféricas n_i :	2
Comprimento total de mola L_0 :	30.75 mm

Fonte: Autor (2019).

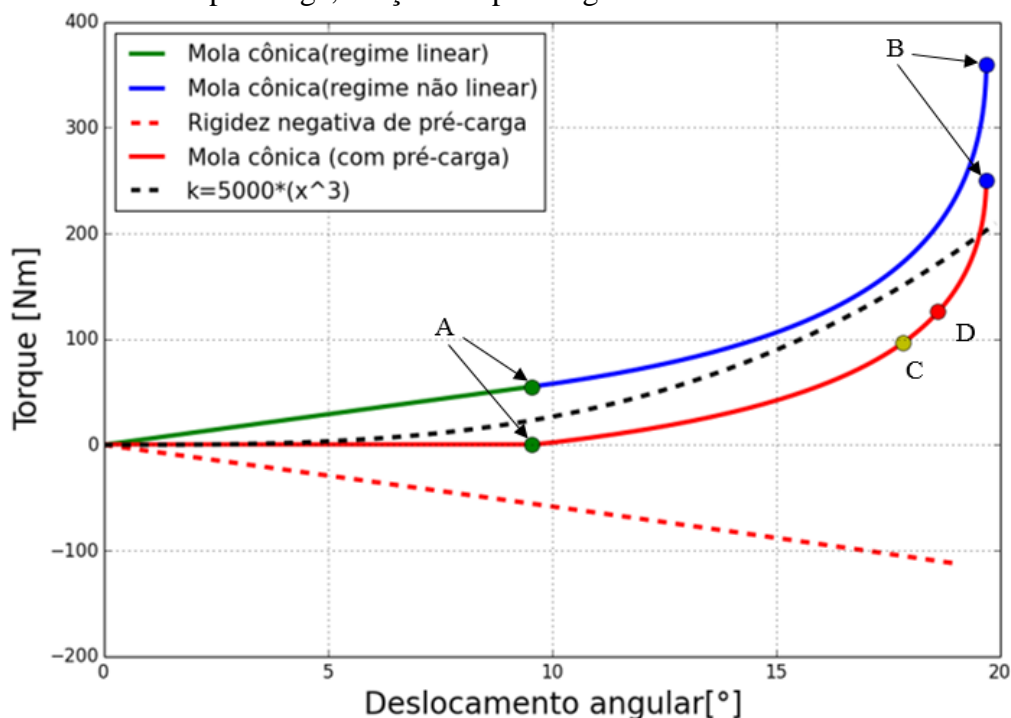
Assim, o programa também fornece a curva de rigidez translacional de mola cônica com pré-carga, mostrada na Figura 18, sendo os pontos verde (A) e azul (B) também considerados como força de transição entre regimes (linear e não linear) e força máxima de compressão, respectivamente.

A Equação 24 abaixo mostra a carga da mola cônica após adicionada a pré-carga.

$$P_{PC}(l) = \begin{cases} kl - kl = 0, & 0 \leq l \leq L_T \\ (K_1/2)^{3/2} \left\{ 1 - \left(1 - 2 \left[1 - (1 + K_2/K_1^2)^{1/2} \right] \right)^{1/2} \right\}^3 - kl, & L_T \leq l \leq L_C \end{cases} \quad (24)$$

Por último, o programa auxiliar usa a rigidez linear da mola cônica para a pré-carga, porém ao longo de toda a deformação nos regimes linear e não linear na forma negativa para representar a pré-carga. O gráfico também mostra as curvas de rigidez torcional de mola cônica com e sem a pré-carga, curva de rigidez cúbica e função de pré-carga. Sendo que os pontos em verde (A) e azul (B) se referem ao torque de transição entre os regimes linear e não linear e ao torque máximo, respectivamente, tanto para o caso sem pré-carga quando com pré-carga. Enquanto que os pontos em amarelo (C) e vermelho (D) também se referem ao torque máximo do veículo desconsiderando e considerando fator de segurança 1,3, respectivamente.

Figura 18 – Comparativo entre rigidezes torcionais de molas cônicas antes e após a aplicação de pré-carga, funções de pré-carga e torcional cúbica.



Fonte: Autor (2019).

Observa-se que o programa também realiza ajustes de eixos dos gráficos para uma melhor visualização, deixando o início da deformação na origem, sendo que os eixos de deformação são as abscissas e os da força (ou torque) são as ordenadas. Observa-se que a aplicação de uma mola cilíndrica nas janelas de embreagem para realizar a pré-carga, junto com as molas cônicas em outras janelas, não surtiria efeito, pois as cargas desses dois tipos de molas estariam se somando ao invés da carga da mola cilíndrica subtrair a carga exercida pela mola cônica.

4. RESULTADOS

Após a seleção de parâmetros de mola, são analisados dados experimentais coletados por Flach (2014) do veículo normal de produção (vibrações torcionais do volante e eixo piloto), e vibrações torcionais do eixo piloto desconsiderando os discos de fricção e mola ondulada no interior da embreagem.

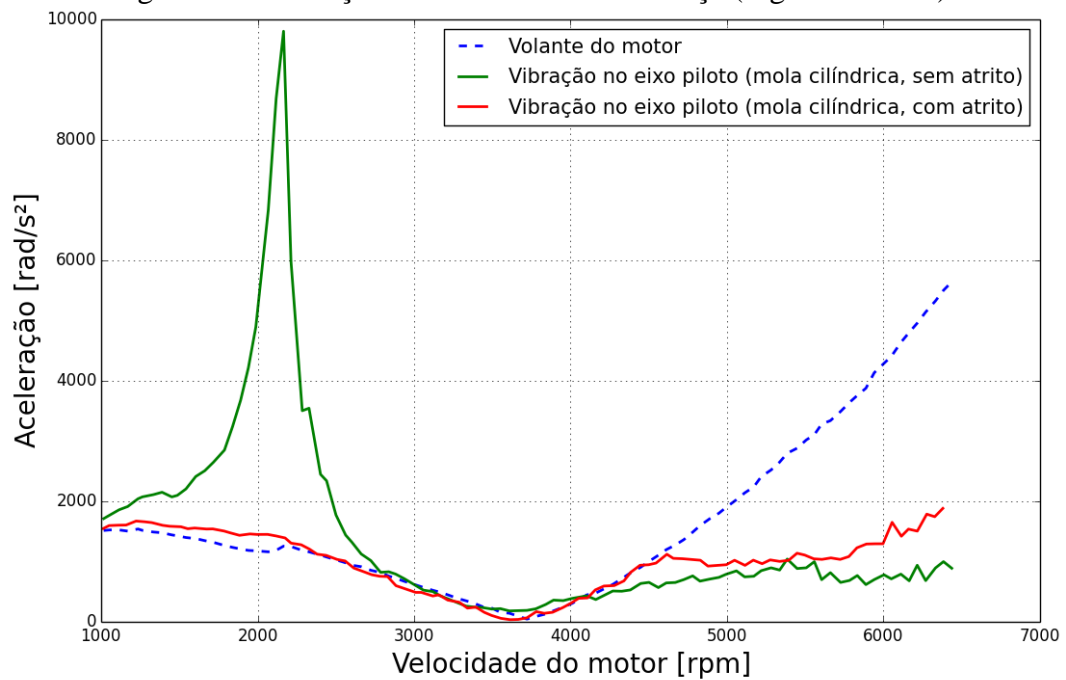
Depois são comparados com o resultado de simulação do trem de força considerando a rigidez cúbica ideal e os resultados das simulações com mola cônica sem e com pré-carga.

4.1. CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO NORMAL DE PRODUÇÃO (NP)

Primeiramente, é conveniente mostrar o nível de vibração torcional do eixo piloto do sistema de transmissão do veículo com as configurações normais de produção. A Figura 19 mostra traços contínuos para vibrações torcionais sobre o eixo piloto em função das rotações por minuto do motor, em verde (sem o atrito) e em vermelho (com o atrito) enquanto que os intermitentes se referem às vibrações do volante do motor. Estes foram obtidos a partir da integração numérica da equação matricial do trem de força (Equação 5) e dados indicados na Tabela 1 e Tabela 2. Essa simulação numérica representa o modelo ajustado experimentalmente por Flach (2014).

A frequência natural em que ocorre o pico de amplitude, quando não há amortecimento por atrito, é de 72,17Hz (453 rad/s), a 2165 rpm. A situação atual dos veículos de combustão interna com transmissão manual é que a vibração torcional do eixo piloto é reduzida aproximadamente ao mesmo nível de vibração do volante do motor quando o atrito é aplicado no disco de embreagem (considera-se assim, a embreagem como normal de produção com molas cilíndricas).

Figura 19 – Vibração torcional do trem de força (segunda ordem).



Fonte: Autor (2019).

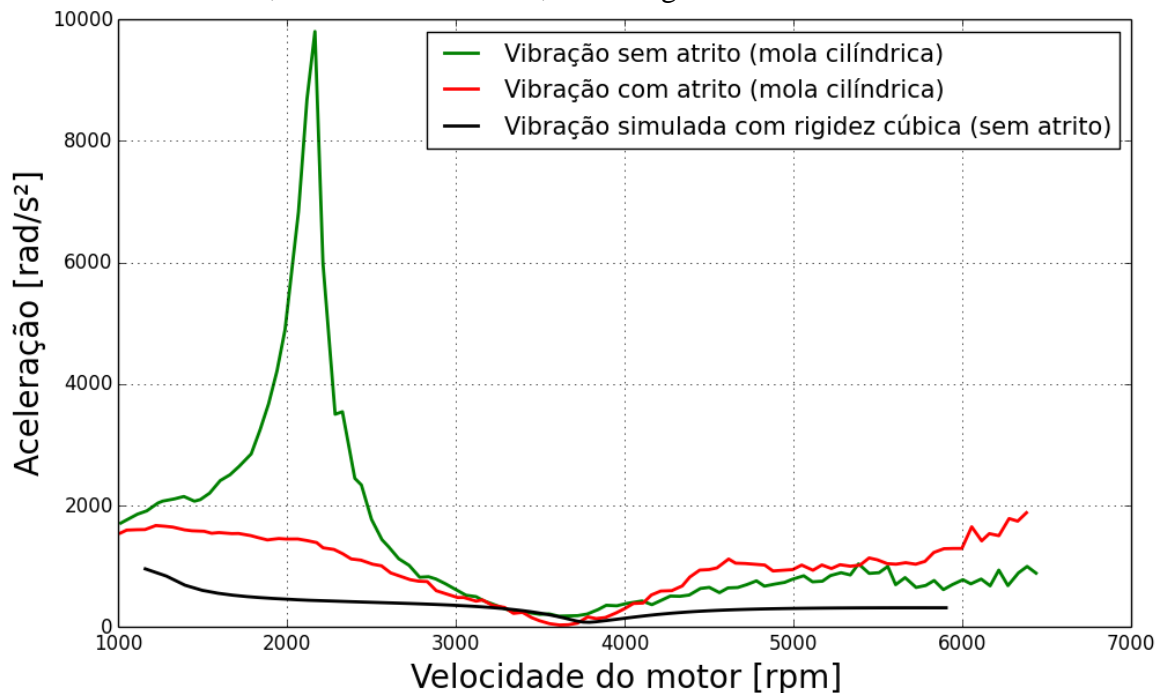
Mesmo que os níveis de vibração sejam bem reduzidos, se outras medidas preventivas do ruído de rattle não estiverem disponíveis (como bom desenho de engrenagens do sistema de transmissão e óleo lubrificante adequado), o mesmo poderá ocorrer, o que provocará efeitos indesejáveis de ruído para o usuário. Assim, os veículos de passeio atuais têm este tipo de característica vibratória do trem de potência. E é uma busca constante, pelas empresas do ramo, identificar meios de reduzi-la (curva em vermelho).

4.2. CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM RIGIDEZ CÚBICA IDEAL

Como dito anteriormente, foi constatado que a rigidez cúbica ideal, matematicamente modelada na Equação 6, quando aplicada em uma embreagem sem o atrito, reduziu a vibração de maneira mais eficaz, porém ainda não sendo uma solução na prática, pois um elemento de máquina deverá ter um comportamento igual ou semelhante.

Aplicando o modelo de rigidez cúbica ideal da seção 3.2 como sendo a rigidez torcional do modelo de três graus de liberdade referente à rigidez de embreagem, o programa retorna o resultado da simulação. A Figura 20 mostra o resultado junto com os dados experimentais do eixo piloto.

Figura 20 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto: com molas cilíndricas e sem amortecimento, com amortecimento, e com rigidez cúbica sem amortecimento.

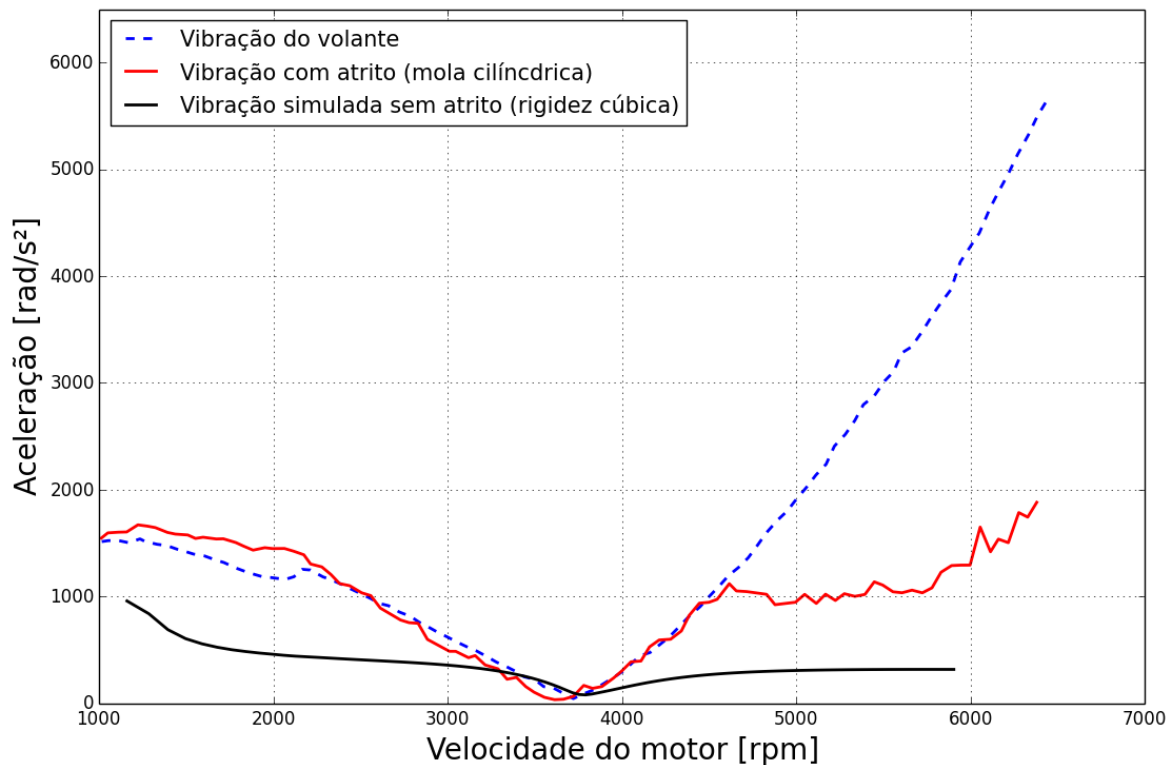


Fonte: Autor (2019).

Para uma melhor visualização, a Figura 21 mostra o comparativo entre os níveis de vibração do eixo piloto considerando a configuração normal de produção, dado o nível de vibração do volante do motor (linha azul tracejada), juntamente com a amplitude da simulação com rigidez cúbica.

Percebe-se que a configuração normal de produção apenas ajuda a amenizar a vibração em frequência natural (por volta de 72Hz ou a aproximadamente 2165rpm), deixando transmitir ainda o mesmo nível de vibração do volante para o restante do trem de potência. Já o nível de vibração simulado, considerando a rigidez cúbica e sem amortecimento, é significativamente menor. A redução é de 65,12% considerando a frequência natural. Esse resultado permitiria níveis de ruído de rattle bem baixos, além de eliminar a necessidade do atrito interno no disco de embreagem. Então, esse perfil de rigidez servirá de referência nos tópicos seguintes.

Figura 21 – Comparativo entre vibrações do volante e do eixo piloto, considerando a embreagem como normal de produção e vibração do eixo piloto como rigidez cúbica sem atrito.



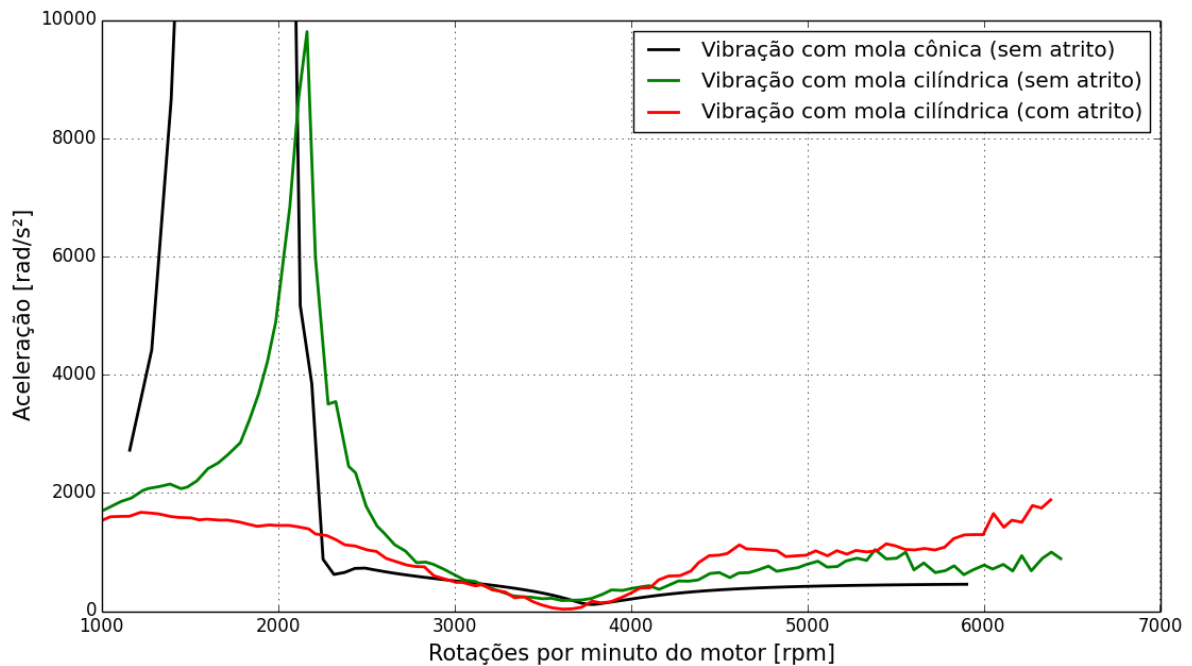
Fonte: Autor (2019).

4.3. CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM MOLA CÔNICA SEM PRÉ-CARGA

Como primeira tentativa de fornecer informações de um elemento de máquina projetado que pudesse amenizar a vibração, o programa principal alterado importa dois scripts que contêm informações sobre os regimes linear e não linear da mola cônica para serem atribuídos à rigidez k_{12} , considerando dimensões de mola para a aplicação na embreagem sem pré-carga.

A Figura 22 deixa evidente que a mola cônica proposta não foi o suficiente para amenizar a vibração transmitida pelo volante do motor. Além dessa configuração resultar em um nível de vibração maior do que o volante, ela supera o nível de vibração da embreagem com mola cilíndrica sem atrito.

Figura 22 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto considerando embreagem sem atrito com mola cônica, sem atrito com mola cilíndrica e normal de produção.

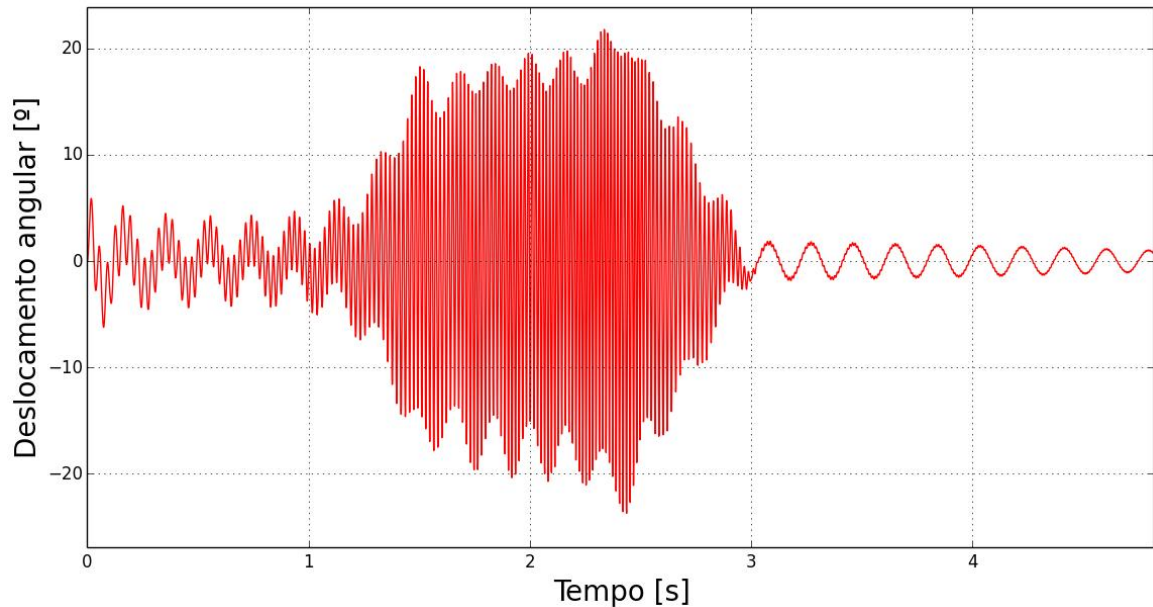


Fonte: Autor (2019).

Nota-se pela Figura 23 que os deslocamentos angulares entre o volante e o eixo piloto ao longo do tempo não estão em níveis aceitáveis, atingindo até 22° de deslocamento angular relativo, sendo que o limite de deslocamento relativo permitido pela compressão de mola cônica é menor que 20°, como foi mostrado na Figura 17. Os deslocamentos relativos se amenizam por volta de 3 segundos.

Lembrando o que foi considerado na Tabela 2, as rotações por minuto aumentam conforme o tempo escolhido de simulação, entre 0s e 10s, de 800rpm até 6000rpm. Então o período em que ocorrem maiores deslocamentos angulares são referentes às rotações em que ocorrem maiores níveis de vibração.

Figura 23 – Deslocamento relativo entre volante e eixo piloto (para mola cônica sem pré-carga).



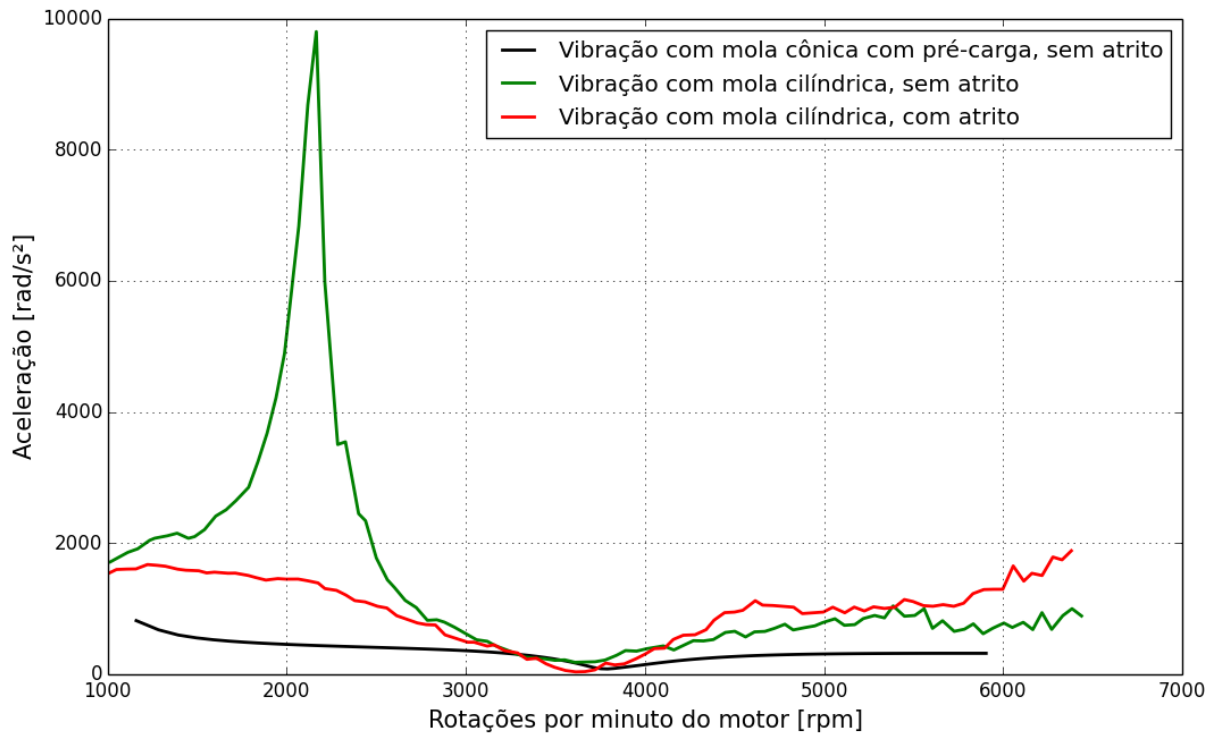
Fonte: Autor (2019).

4.4. CONFIGURAÇÕES DO VEÍCULO CONSIDERANDO EMBREAGEM COM MOLA CÔNICA COM PRÉ-CARGA

A próxima tentativa de aplicar uma rigidez não linear de um elemento de máquina é considerando a pré-carga adicional, formulada na seção 3.2.2. A função de pré-carga varia linearmente ao longo de todo o deslocamento da mola cônica. O comportamento não linear que a mola cônica promove nesta configuração continua preservada, conforme mostrado na Figura 18.

Observando a Figura 24, nota-se que ao utilizar a mola cônica com pré-carga o nível de amplitude aproxima-se do mesmo resultado do caso da aplicação da rigidez cúbica ideal (Figura 20), em que a vibração no eixo piloto também é significativamente reduzida. O fato de o resultado da simulação do sistema com mola cônica com pré-carga ser similar ao resultado da rigidez cúbica sugere que a vibração dificilmente pode ser reduzida ainda mais e que curva é característica da configuração do trem de força. Também, sugere-se que o sistema de três graus de liberdade, por ser uma versão simplificada do trem de força, é a causa de não haver uma variação significativa entre a simulação com rigidez cúbica e rigidez de mola cônica com pré-carga.

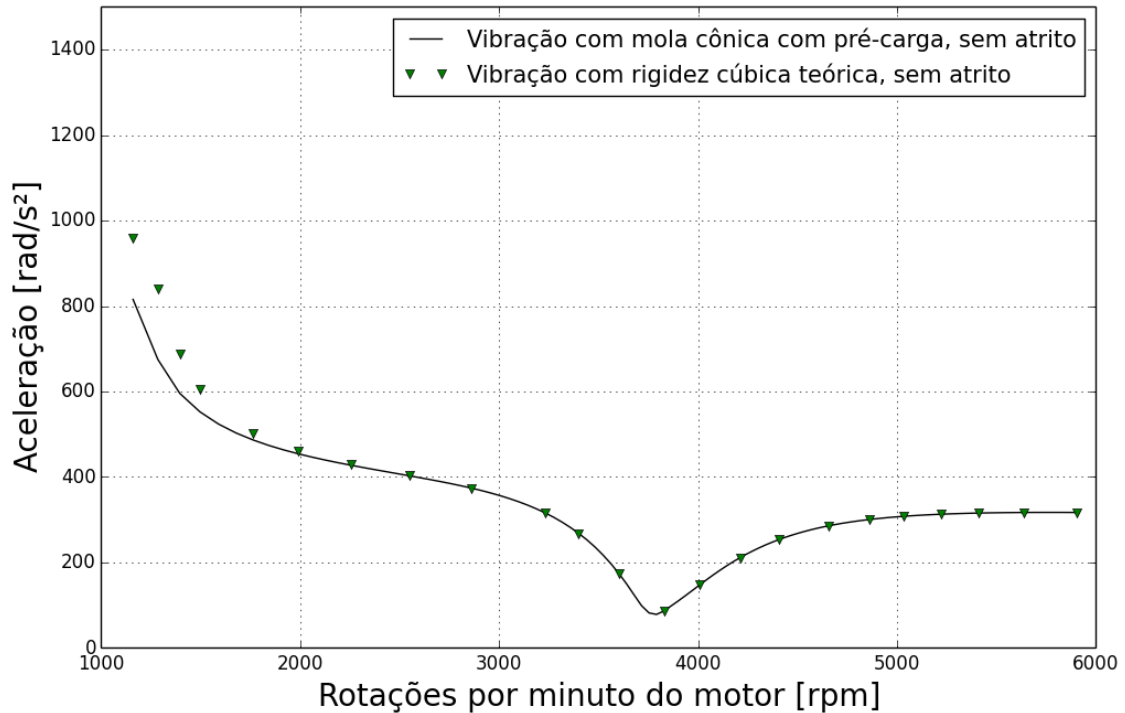
Figura 24 – Comparativo entre vibrações do eixo piloto: com molas cilíndricas e sem amortecimento, com amortecimento, e com mola cônica sem amortecimento.



Fonte: Autor (2019).

Para uma melhor visualização, a Figura 25 abaixo mostra a diferença entre os resultados de níveis de vibração das simulações considerando a rigidez cúbica ideal (triângulos verdes) e rigidez de mola cônica com pré-carga (linha preta). Nota-se que o nível de vibração considerando a mola cônica com pré-carga é levemente menor, sendo que a diferença é praticamente nula após 2000rpm. A redução de vibrações considerando o disco de embreagem normal de produção é de aproximadamente 65,26%, considerando a frequência natural de 72Hz ou 2165rpm.

Figura 25 – Comparativo entre vibrações, considerando mola cônica com pré-carga e rigidez cúbica ideal.

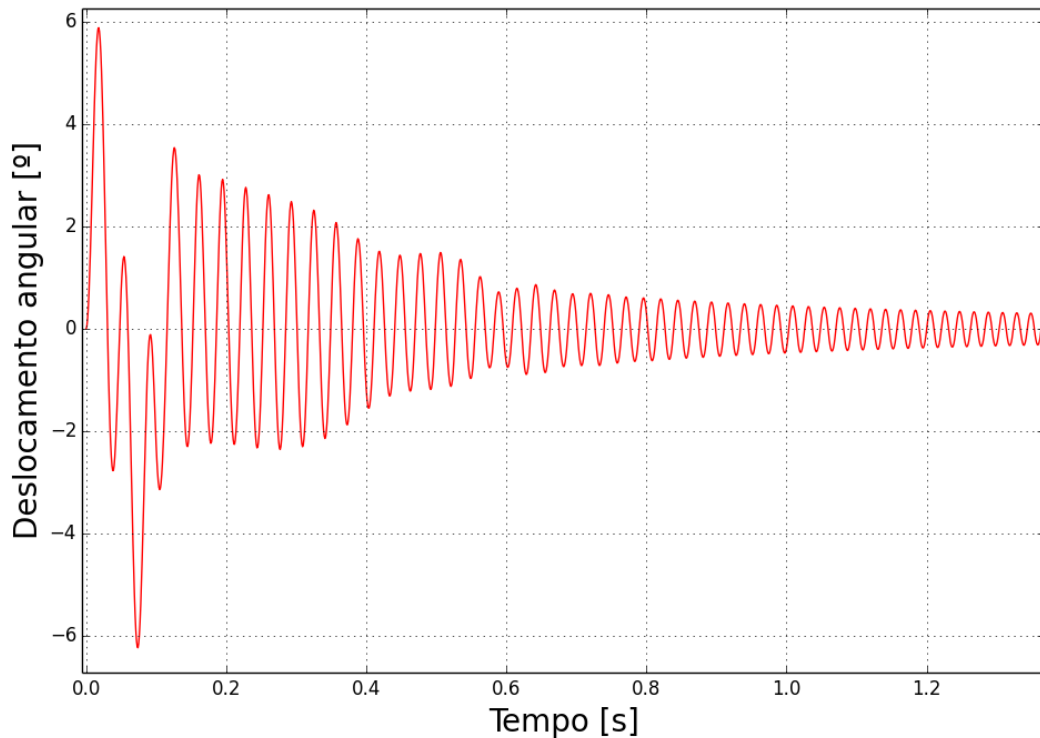


Fonte: Autor (2019).

Assim, nesta configuração do amortecimento torcional do disco da embreagem, a embreagem trabalharia para atenuar a excitação do motor, inclusive na faixa próxima da frequência natural. Com esses níveis de amplitude, o ruído de rattle e vibração mecânica na caixa de transmissão, excitado pela vibração torcional, seriam muito baixos, quando comparado aos produtos convencionais (normal de produção).

Já os deslocamentos angulares entre o volante e o eixo piloto são satisfatórios, por serem aproximadamente de no máximo 6° , no começo da contagem de tempo, como mostra a Figura 26. Assim, os dados da Tabela 4 da metodologia, referente aos dados iniciais de mola cônica com pré-carga, são os indicados para amenizar as vibrações do veículo em questão. Lembrando que não houve necessidade do uso do disco de fricção como amortecimento, o que pode reduzir os custos de fabricação de embreagens. Porém, essa possibilidade dependerá também de como será elaborado o conceito da nova embreagem, considerando os custos de outros elementos que proporcionarão a pré-carga.

Figura 26 – Deslocamento angular relativo entre o volante e o eixo piloto (considerando mola cônica com pré-carga).



Fonte: Autor (2019).

O que pode ser considerado sobre a implementação da pré-carga é que os elementos de máquina, devem ser distribuídos simetricamente em relação ao cubo do disco de embreagem, evitando o deslocamento do centro de massa do mesmo, garantindo que não surja mais uma fonte de vibração.

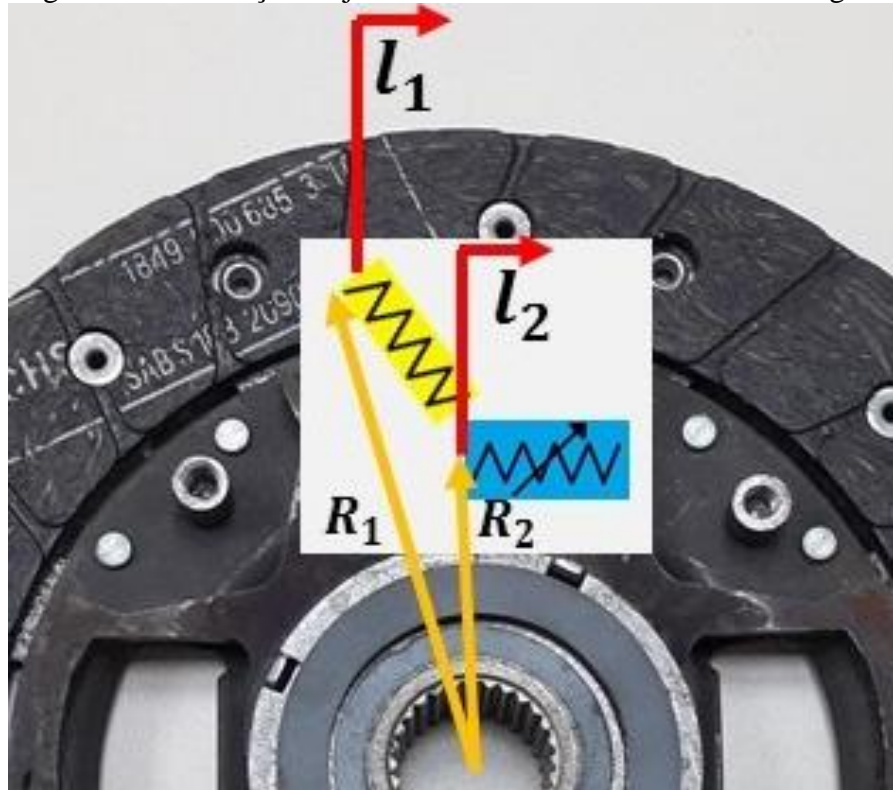
Os elementos de pré-carga provavelmente deverão ser molas helicoidais cilíndricas, pois estarão fornecendo uma força de regime linear. Necessita-se refletir que os elementos de máquina que proporcionam a pré-carga não podem estar instalados individualmente nas janelas, pois estariam em paralelo com as molas cônicas instaladas nas outras janelas, ou seja, as cargas seriam somadas ao invés de subtraídas e o regime linear da mola cônica não seria eliminado.

Com a finalidade das molas cônicas atuarem a partir do regime não linear, é proposto um conceito de embreagem, composto por uma janela expandida em relação ao cubo de embreagem, em que as molas cilíndricas estarão conectadas de um lado em um raio maior e de outro conectado à mola cônica que, por sua vez, localiza-se inteiramente mais próxima do cubo, como mostra a Figura 27.

Por haver um deslocamento maior, devido a um maior raio, a mola cilíndrica irá se comprimir a uma taxa maior do que a cônica, aumentando a pré-carga. O número de pares de

janela pode variar conforme as rigidezes dos dois tipos de molas. l_1 e l_2 são os deslocamentos de mola cilíndrica e mola cônica, respectivamente. R_1 é o raio de distância entre o encaixe de mola cilíndrica com a janela e o centro do cubo, enquanto que R_2 é o raio de distância do centro de mola cônica e o mesmo centro de cubo.

Figura 27 – Ilustração de janela de conceito de disco de embreagem.



Fonte: Autor (2019).

Um desafio para esse conceito de embreagem é que a janela deverá ter um tamanho suficientemente grande para tais molas que, para os requisitos de projeto, deverão ter determinadas dimensões, como limites mínimos de diâmetros de espiras e de arame.

Vale a pena ressaltar que todos os componentes que envolvem as molas deverão ser fabricados com o menor número de processos possíveis, para reduzir o custo. Eles devem garantir que as molas não escaparão das janelas. E nenhum componente deverá ter falhas por fadiga durante a vida útil do produto.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Com este trabalho, pode-se observar a relevância do desenvolvimento de produtos para a ergonomia, com o uso de conceitos básicos de vibração e elementos de máquinas, além de servir de incentivo para refletir em novas soluções para problemas relacionados a vibrações propagadas no trem de força.

Constatou-se que não é possível a aplicação de mola cônica no disco de embreagem na ausência de pré-carga, pois as vibrações não são reduzidas e, inclusive, são amplificadas devido ao seu regime linear e os deslocamentos angulares podem atingir o limite de compressão das molas.

Se a embreagem for fabricada de modo que as janelas se assemelham ao dissipador de energia apresentado por Qiu et al. (2006), na seção 2.4, ou seja, de modo que haja dois pares molas, haverá a complicação das janelas comprimirem as molas ou de se chocarem com as mesmas em regiões indesejadas, pois o deslocamento translacional seria grande o suficiente para desconsiderar que o seno de um valor em graus é igual a ele mesmo ($\text{sen}(\Theta) = \Theta$, quando $\Theta \rightarrow 0$).

Em relação ao conceito apresentado no final dos resultados, há a necessidade de trabalhos futuros para avaliar o dimensionamento de janelas e de molas que podem ser comportadas pelas mesmas, ou um elemento de máquina alternativo que promova a pré-carga. Considerando suas limitações, o conceito ainda apresenta pontos importantes a serem definidos, como os processos de fabricação, que deverão ser em menor número e menor custo possível. Os componentes também deverão ser isentos de falhas por fadiga. Outra limitação seria que as dimensões das janelas provavelmente serão grandes a ponto de serem viáveis apenas em discos de embreagem de veículos de grande porte (caminhões ou ônibus), que possuem discos de embreagem grandes.

Uma vez que a pré-carga possa ser aplicada na prática, há a possibilidade das vibrações torcionais providas do motor serem amenizadas a um nível muito satisfatório. Sugere-se que a derivada no perfil de rigidez tendendo a zero no início da curva, tanto da rigidez cubica quanto a de mola cônica com pré-carga, é uma característica que influencia na atenuação de vibração. Tal atenuação, pode chegar à redução de 65,26% da aceleração angular do eixo piloto (em relação à aceleração angular da configuração normal de produção), na frequência natural.

Após uma simulação bem-sucedida, podem ser realizados também testes experimentais para validar os dados simulados, bem como testes biauditivos, que podem fornecer mais informações sobre a qualidade do som e ganhos na redução da amplitude acústica.

REFERÊNCIAS

- ANDERSSON, S; SÖDERBERG, A; BJÖRKLUND, S. Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts. **Tribology International**, Estocolmo, v. 40, p. 580-587, 2005.
- BOER, L. **Nonlinear dynamic behavior of a conical spring with top mass**. Tese, originalmente apresentada como dissertação de mestrado. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2009.
- BOZCA, M; FIETKAU, P. Empirical model based optimization of gearbox geometric design parameters to reduce rattle noise in an automotive transmission. **Mechanism and Machine Theory**, v. 45, p. 1599-1612, 2010.
- CHOI, J; LEE, H; LEE, J; PARK, G; PARK, J; LIM, C; PARK, K. Structural optimization of an automobile transmission case to minimize radiation noise using the model reduction technique. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 25, p. 1247-1255, 2011.
- CROLLA, D. **Automotive engineering: Powertrain, chassis system and vehicle body**. USA, MA, Burlington: Butterworth-Heinemann, 2009. p. 107.
- CROLLA, D; MASHADI, B. Transmissions. In: **Vehicle powertrain systems**. Chichester, Reino Unido, 2012. cap. 4. p. 263-264.
- FLACH, F. **Vibração torcional em powertrain**. Monografia, originalmente apresentada como trabalho de conclusão de curso. Joinville: UFSC, 2014.
- GENUIT, K. The sound quality of vehicle interior noise: a challenge for the NVH engineers. **Internal Journal of Vehicle Noise and Vibration**, Herzongenrath, v.1, n. 1, p.158-168, 2004.
- HEYWOOD, J. Engine types and their operation. In: **Internal combustion engines fundamentals**. Estados Unidos: McGraw Hill, 1998. cap. 1, p. 1.
- HUKERI M.; RAJ G.; TAMBADE S. Gearbox Rattling Noise. **Journal of Information Technology & Mechanical Engineering**, Lavale, v.2, p. 1-5, jan. 2016.
- LERSPALUNGSANTI, S; ALBERS, A; OTT, S; DÜSSER, T. Human ride comfort prediction of drive train using modeling method based on artificial neural networks. **International Journal of Automotive Technology**, v.1, n. 1, p. 153-166, 2015.
- MIYASATO, H; SIMIONATTO, V; DIAS, M. Study of the gear rattle phenomena in automotive powertrain systems. In: COBEM, 2011, Natal. **Anais...** Natal: ABCM, 2011.
- NAUNHEIMER, H; BERTSCHE, B; RYBORZ, J. NOVAK, W. Overview of the Traffic – Vehicle – Transmission System. In: **Automotive Transmissions**. 2. ed. Heidelberg: Springer, 2011. cap. 1. p. 3.

PROS AN CONS, 2018. Altura: 346 pixels. Largura: 576 pixels. 72Kb. Formato PNG.
Disponível em: <<https://www.prosancons.com/vehicle/pros-and-cons-of-front-wheel-drive/>>.

QIU, D; SEGUY, S; PAREDES, M. Design of cubic stiffness for the absorber of Nonlinear Energy Sink (NES). In: **Congrès Français D'Acoustique**, 11-15 abril 2016, Le Mans. **Anais...** Toulouse: Université de Toulouse, Institut Clément Ader (ICA), 2016. P. 2295-2300.

REVISTA MECÂNICA ONLINE. Palio ELX 1.0 FLEX (2010) – ficha técnica.

Disponível em:

<<http://www.mecanicaonline.com.br/rodando/2009/01+janeiro/01+fiat+palio+fire+economy/ficha+tecnica+fiat+palio+2010.pdf>>. Acesso em: 28 abril 2019.

RODRIGUEZ, E; PAREDES, M. Analytical behavior law for a constant pitch conical compression spring. **Journal of Mechanical Design**, Toulouse, v. 128, nov. 2006.

ROBINETTE, D; BEIKMANN, R; POIORKOWSKI, P; POWELL, M. **Characterizing the onset of manual transmission gear rattle part I: Experimental Results**. USA: SAE International, 2009.

ZALEWSKI, J. United States Patent. **Transmission vibration damping**. US5214975A, 1 jun. 1993.

ANEXO A-PROGRAMA PARA AUXÍLIO DE DEFINIÇÃO DO PERFIL DE RIGIDEZ DE MOLA CÔNICA (SEM PRÉ-CARAGA)

```

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math

##### ===== Parâmetros de embreagem =====#####
print ("Parâmetros de embreagem:")
print ("")
R_emb = float(42)
print ("Distância ente o centro de embreagem com o centro de mola[mm]: ", R_emb)
R_emb=R_emb*pow(10,-3)
N_molas = 4
print ("Número de molas do disco de embreagem: ", N_molas)
print ("")

##### ===== Parâmetros de mola =====#####
print ("Parâmetros de mola:")
print ("")

print ("Parâmetros pré selecionados:")
D1 = float(18)
D2 = float(35)
d = float(3.8)
G = float(72)
na = float(3)
ni = float(2)
Lo = float(28.5)
print ("Diâmetro menor[mm]: ", D1)
print ("Diâmetro maior[mm]: ", D2)
print ("Diâmetro de arame[mm]: ", d)
print ("Módulo de cisalhamento[Gpa]: ", G)
print ("Número inicial de espiras ativas (livres e 'sólidas)': ", na)
print ("Número de espiras periféricas (soma da superior e inferior): ", ni)
print ("Comprimento total de mola[mm]: ", Lo)

print("")

# Conversão de milímetros para metros das dimensões de molas:
D1=D1*pow(10,-3)
D2=D2*pow(10,-3)
d=d*pow(10,-3)
Lo=Lo*pow(10,-3)

##### ===== Determinação de parâmetros adicionais =====#####
print ("-----")
print ("Determinação de parâmetros adicionais:")
print ("")

# Conversão de tensão de GPa para Pa:
G=G*pow(10,9)

# La é o comprimento da porção ativa da mola (livre)
# Lo é o comprimento total inicial da mola
# O comprimento das extremidades da mola é ni*d
# Lc é o comprimento total da mola comprimida,
# podendo ser apenas o valor do diâmetro de arame
# (para uma mola cônica telescópica)
# Ls é o comprimento das espiras ativas comprimidas (ou "sólidas"),
# entre os pontos centrais de seção transversal de arame
# ...e Ls=0 para uma mola telescópica

if (na*d)>((D2-D1)/2):
    Ls = math.sqrt(pow(na*d,2) -pow((D2-D1)/2,2))
    print ("Ls>0, MOLA NÃO TELESCÓPICA. Ls = ", Ls)
else:
    Ls = 0
    print ("Ls=0, MOLA TELESCÓPICA")
print ("Distância entre espiras ativas comprimidas (Ls)[mm]: ", Ls*pow(10,3))

La = Lo - ni*d
print ("Comprimento de porção ativa da mola (sem estar comprimida, La)[mm]:",La*pow(10,3))

```



```

Lc = Ls + ni*d #[correção] considerado sempre ni=2
print ("Comprimento total da mola comprimida (Lc)[mm]: ", Lc*pow(10,3))
print("")

# Definição da força e deformação (ou deslocamento) de transição de regime:

Ft = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D2,3)*na)
k = (G*pow(d,4))/(2*na*(pow(D1,2)+pow(D2,2))*(D1+D2)) #Rigidez linear de mola
Lt = Lo - (Ft/k)

print("Deslocamento de transição de mola (ponto amarelo, Lt)[mm]: ", Lt*pow(10,3))
print("... menos comprimento de mola comprimida,")
print("que é o deslocamento restante da mola (Lt-Lc)[mm]: ", (Lt-Lc)*pow(10,3))
print("Deslocamento líquido da mola (Lo-Lt)[mm]: ", (Lo-Lt)*pow(10,3))
print("Força de transição de mola (ponto amarelo, Ft)[N]: ", Ft)
print("")

# Ponto de máxima força:
F_max = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D1,3)*na)

##### ===== Regime linear ===== #####

# Definição do vetor distância (k já definido):
x_L=np.linspace(Lt,Lo,100)
x_1=np.linspace(0,(Lo-Lt),100)

F1 = [0]*100
for i in range(100):
    F1[i] = k*(x_1[i])

#----- Conversão para torque -----#

The_L_max = math.asin((Lo-Lt)/R_emb)
The_L_max = The_L_max*(180/math.pi) # Valor convertido de radianos para graus
print ("Lt = ",Lt, "R_emb = ", R_emb, "The_L_max = ", The_L_max, "o")

The_L = [0]*100
for i in range (100):
    The_L [i] = math.asin(x_1[i]/R_emb)*(180/math.pi)

# Cálculo do torque elástico máximo e regime de torque linear:

F_max_L = F1[99] # Força máxima do regime linear
T_max_L = F_max_L*R_emb*N_molas

T_L = [0]*100
for i in range(100):
    T_L[i]= F1[i]*R_emb*N_molas

##### ===== Regime não linear ===== #####

# Definição de vetor força:
F2_1=np.linspace(Ft,F_max,100)

# Definição de vetores de número de espiras livres:
nf=[0]*100
for i in range(100):
    nf[i]=(na/(D2-D1))*( pow( (La-Ls)*G*pow(d,4)/(8*F2_1[i]*na),1/3) -D1)

# Deformação em função da força:
x_NL=[0]*100
for i in range(100):
    x_NL[i]=Lo-((2*F2_1[i]*pow(D1,4)*na/(G*pow(d,4)*(D2-D1)))*
    (pow(1+((D2/D1)-1)*(nf[i]/na),4)-1)+(La-Ls)*(1-(nf[i]/na)))
x_2=[0]*100
for i in range(100):
    x_2[i]=Lo-x_NL[i]

##### ===== Regime não linear (força em função da deformação) ===== #####

# Determinação de constantes Ki e força em função da deformação:

K7 = (La-Ls)*(D2/(D2-D1))
K6 = -((3/(8*(D2-D1)))*pow(G*pow(d,4)*pow((La-Ls),4)/na,1/3))
K5 = -((2*pow(D1,4)*na)/(G*pow(d,4)*(D2-D1)))
K2 = -(K6/K5)
K4 = [0]*100
K3 = [0]*100

```

```

K1 = [0]*100
F2_2 = [0]*100
for i in range(100):
    K4[i] = pow( ((K7-Lo+x_NL[i])/K5) , 2)
    K3[i] = pow( (K4[i]/16) + pow(( pow((K4[i]/16),2) + pow((K2/3),3) ),1/2) ,1/3)
    K1[i] = K3[i] - (K2/(3*K3[i]))
    F2_2[i] = pow(K1[i]/2,3/2)*pow(1-pow(1-2*(1 - pow(1+(K2/pow(K1[i],2)),1/2)),1/2),3)

#----- Conversão para torque -----#

The_NL_max = math.asin((Lo-Lc)/R_emb)
The_NL_max = The_NL_max*(180/math.pi) # Valor convertido de radianos para graus

The_NL = [0]*100
for i in range (100):
    The_NL [i]= math.asin(x_2[i]/R_emb)*(180/math.pi)

# Cálculo do torque elástico máximo e regime de torque elástico não linear:
F_max_NL = F2_2[98] # Força elástica máxima do regime não linear
T_max_NL = F_max_NL*R_emb*N_molas

T_NL = [0]*100
for i in range(100):
    T_NL[i] = F2_2[i]*R_emb*N_molas

# Obtenção de vetores de força e deslocamento unificados:

X=[0]*200
for i in range(100):
    X[i]=x_1[i]*pow(10,3)
for i in range(100):
    X[i+100]=x_2[i]*pow(10,3)

F=[0]*200
for i in range(100):
    F[i]=F1[i]
for i in range(100):
    F[i+100]=F2_2[i]

##### ===== Plotagem de graficos =====#####

#Confecção de gráfico força(y)por deformação(x),
#a partir da força em função da deformação

plt.figure()
plt.plot((Lo-Lt)*pow(10,3),Ft,'og',
         (Lo-Lc)*pow(10,3),F_max,'ob',
         X,F,'-k',
         markersize=10,
         linewidth=3)
plt.xlabel('Deslocamento [mm]', fontsize=20)
plt.ylabel('Força [N]', fontsize=20)
plt.grid()

T_L_precarga = [0]*100
T_NL_precarga = [0]*100
for i in range (100):
    T_L_precarga[i] = (T_L[i] - T_L[i])
    T_NL_precarga[i] = (T_NL[i] - T_L[i] - T_max_L)

# 1 [kgfm] = 1 [kgfm*(N/kgf)] = 9.080 [Nm]
# 9.5kgfm * 9.808 [N/kgfm] = 93.176 kgfm
torque_Palio = float(97.10)
torque_FS = torque_Palio*float(1.3) # Fator de segurança de 1.3
ang_Palio = float(16.13)
ang_FS = float(17.22)

angcubic=np.arange(0,20,.1)
cubic=5000*(angcubic*(math.pi/180))**3

#Torque elástico em função da deformação de molas cônicas
#(sem e com pré-carga) e função cúbica
plt.figure()
plt.plot(The_L,T_L,
         The_NL,T_NL,'b',
         angcubic,cubic,'--k',
         ang_Palio,torque_Palio,'oy',
         ang_FS,torque_FS,'or',

```

```
    The_L_max, T_max_L, 'og',  
    The_NL[99], T_max_NL, 'ob',  
    markersize=10,  
    linewidth=3)  
plt.xlabel('Deslocamento angular [°]', fontsize=20)  
plt.ylabel('Torque [Nm]', fontsize=20)  
plt.grid()  
  
plt.show()
```

ANEXO B-PROGRAMA PARA AUXÍLIO DE DEFINIÇÃO DO PERFIL DE RIGIDEZ DE MOLA CÔNICA (COM PRÉ-CARAGA)

```

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math

##### ===== Parâmetros de embreagem =====#####
print ("Parâmetros de embreagem:")
print ("")
R_emb = float(42)
print ("Distância ente o centro de embreagem com o centro de mola[mm]: ", R_emb)
R_emb=R_emb*pow(10,-3)
N_molas = 4
print ("Número de molas do disco de embreagem: ", N_molas)
print ("")

##### ===== Parâmetros de mola =====#####
print ("Parâmetros de mola:")
print ("")

print ("Parâmetros pré selecionados:")
D1 = float(16)
D2 = float(30)
d = float(3.8)
G = float(72)
na = float(3)
ni = float(2)
Lo = float(30.75)
print ("Diâmetro menor[mm]: ", D1)
print ("Diâmetro maior[mm]: ", D2)
print ("Diâmetro de arame[mm]: ", d)
print ("Módulo de cisalhamento[Gpa]: ", G)
print ("Número inicial de espiras ativas (livres e 'sólidas)': ", na)
print ("Número de espiras periféricas (soma da superior e inferior): ", ni)
print ("Comprimento total de mola[mm]: ", Lo)

print("")

# Conversão de milímetros para metros das dimensões de molas:
D1=D1*pow(10,-3)
D2=D2*pow(10,-3)
d=d*pow(10,-3)
Lo=Lo*pow(10,-3)

##### ===== Determinação de parâmetros adicionais =====#####
print ("-----")
print ("Determinação de parâmetros adicionais:")
print ("")

# Conversão de tensão de GPa para Pa:
G=G*pow(10,9)

# La é o comprimento da porção ativa da mola (livre)
# Lo é o comprimento total inicial da mola
# O comprimento das extremidades da mola é ni*d
# Lc é o comprimento total da mola comprimida,
# podendo ser apenas o valor do diâmetro de arame (para uma mola cônica telescópica)
# Ls é o comprimento total das espiras ativas comprimidas (ou "sólidas"),
# entre os pontos centrais de seção transversal de arame
# ...e Ls=0 para uma mola telescópica

if (na*d)>((D2-D1)/2):
    Ls = math.sqrt(pow(na*d,2) -pow((D2-D1)/2,2))
    print ("Ls>0, MOLA NÃO TELESCÓPICA. Ls = ", Ls)
else:
    Ls = 0
    print ("Ls=0, MOLA TELESCÓPICA")
print ("Distância entre espiras ativas comprimidas (Ls)[mm]: ", Ls*pow(10,3))

La = Lo - ni*d
print ("Comprimento de porção ativa da mola (sem estar comprimida, La)[mm]: ", La*pow(10,3))

Lc = Ls + ni*d #[correção] considerado sempre ni=2

```

```

print ("Comprimento total da mola comprimida (Lc)[mm]: ", Lc*pow(10,3))
print("")

# Definição da força e deformação (ou deslocamento) de transição de regime:

Ft = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D2,3)*na)
k = (G*pow(d,4))/(2*na*(pow(D1,2)+pow(D2,2))*(D1+D2)) #Rigidez linear de mola
Lt = Lo - (Ft/k)

print("Deslocamento de transição de mola (ponto amarelo, Lt)[mm]: ", Lt*pow(10,3))
print("... menos comprimento de mola comprimida,")
print("que é o deslocamento restante da mola (Lt-Lc)[mm]: ", (Lt-Lc)*pow(10,3))
print("Deslocamento líquido da mola (Lo-Lt)[mm]: ", (Lo-Lt)*pow(10,3))
print("Força de transição de mola (ponto amarelo, Ft)[N]: ", Ft)
print("")

# Ponto de máxima força:
F_max = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D1,3)*na)

##### ===== Regime linear ===== #####

# Definição do vetor distância (k já definido):
x_L=np.linspace(Lt,Lo,100)
x_1=np.linspace(0,(Lo-Lt),100)

F1 = [0]*100
for i in range(100):
    F1[i] = k*(x_1[i])

#----- Conversão para torque -----#

The_L_max = math.asin((Lo-Lt)/R_emb)
The_L_max = The_L_max*(180/math.pi) # Valor convertido de radianos para graus
print ("Lt = ",Lt, "R_emb = ", R_emb, "The_L_max = ", The_L_max, "o")

The_L = [0]*100
for i in range (100):
    The_L [i] = math.asin(x_1[i]/R_emb)*(180/math.pi)

# Cálculo do torque elástico máximo;
# torque máximo permitido para o motor;
# e regime de torque linear:

F_max_L = F1[99] # Força máxima do regime linear
T_max_L = F_max_L*R_emb*N_molas
T_max_eng_L = T_max_L/float(1.3) # Fator de segurança de 1.3

T_L = [0]*100
for i in range(100):
    T_L[i]= F1[i]*R_emb*N_molas

##### ===== Regime não linear ===== #####

# Definição de vetor força:
F2_1=np.linspace(Ft,F_max,100)

# Definição de vetores de número de espiras livres:
nf=[0]*100
for i in range(100):
    nf[i]=(na/(D2-D1))*( pow( (La-Ls)*G*pow(d,4)/(8*F2_1[i]*na),1/3) -D1)

# Deformação em função da força:
x_NL=[0]*100
for i in range(100):
    x_NL[i]=Lo-(((2*F2_1[i]*pow(D1,4)*na/(G*pow(d,4)*(D2-D1)))*
    (pow(1+((D2/D1)-1)*(nf[i]/na),4)-1)+
    (La-Ls)*(1-(nf[i]/na))))

x_2=[0]*100
for i in range(100):
    x_2[i]=Lo-x_NL[i]

##### ===== Regime não linear (força em função da deformação) ===== #####

# Determinação de constantes Ki e força em função da deformação:

K7 = (La-Ls)*(D2/(D2-D1))
K6 = -((3/(8*(D2-D1)))*pow(G*pow(d,4)*pow((La-Ls),4)/na,1/3))
K5 = -((2*pow(D1,4)*na)/(G*pow(d,4)*(D2-D1)) )

```

```

K2 = -(K6/K5)
K4 = [0]*100
K3 = [0]*100
K1 = [0]*100
F2_2 = [0]*100
for i in range(100):
    K4[i] = pow( ((K7-Lo+x_NL[i])/K5) ,2)
    K3[i] = pow( (K4[i]/16) + pow(( pow((K4[i]/16),2) + pow((K2/3),3) ),1/2) ,1/3)
    K1[i] = K3[i] - (K2/(3*K3[i]))
    F2_2[i] = pow(K1[i]/2,3/2)*pow(1-pow(1-2*(1 - pow(1+(K2/pow(K1[i],2)),1/2)),1/2),3)

#----- Conversão para torque -----#

The_NL_max = math.asin((Lo-Lc)/R_emb)
The_NL_max = The_NL_max*(180/math.pi) # Valor convertido de radianos para graus

The_NL = [0]*100
for i in range (100):
    The_NL [i]= math.asin(x_2[i]/R_emb)*(180/math.pi)

# Cálculo do torque elástico máximo;
# torque máximo permitido para o motor;
# e regime de torque elástico não linear:

F_max_NL = F2_2[99] # Força elástica máxima do regime não linear
T_max_NL = F_max_NL*R_emb*N_molas
T_max_eng_NL = T_max_NL/float(1.3)

T_NL = [0]*100
for i in range(100):
    T_NL[i] = F2_2[i]*R_emb*N_molas

# Obtenção de vetores de força e deslocamento unificados:

X=[0]*200
for i in range(100):
    X[i]=x_1[i]*pow(10,3)
for i in range(100):
    X[i+100]=x_2[i]*pow(10,3)

F=[0]*200
for i in range(100):
    F[i]=F1[i]
for i in range(100):
    F[i+100]=F2_2[i]

##### ===== Plotagem de graficos =====#####

# Confeção de gráfico força(y) por deformação (x)
# a partir da força em função da deformação

plt.figure()
plt.plot((Lo-Lt)*pow(10,3),Ft, 'og',
         (Lo-Lc)*pow(10,3),F_max, 'ob',
         X,F, '-k',
         markersize=10,
         linewidth=3)
plt.xlabel('Deslocamento [mm]',fontsize=20)
plt.ylabel('Força [N]',fontsize=20)
plt.grid()

T_L_precarga = [0]*100
T_NL_precarga = [0]*100
for i in range (100):
    T_L_precarga[i] = (T_L[i] - T_L[i])
    T_NL_precarga[i] = (T_NL[i] - T_L[i] - T_max_L)

torque_Palio = float(97.10) # 9.9 [kgfm] (álcool)
torque_FS = torque_Palio*float(1.3) # Fator de segurança de 1.3
ang_Palio = float(17.83)
ang_FS = float(18.60)

angcubic=np.arange(0,20, .1)
cubic=5000*(angcubic*(math.pi/180))**3

tor_neg=[0]*200 #Rigidez torcional negativa
x_neg=np.linspace(0,(Lo-Lc),200)
x_neg_the=[0]*200

```

```

for i in range(200):
    x_neg_the[i]=math.sin(x_neg[i]/R_emb)*(180/math.pi)
for i in range(200):
    tor_neg[i]=-k*x_neg[i]*R_emb*N_molas

# Torque elástico em função da deformação de molas cônicas
# (com e sem pré-carga) e função cúbica
plt.figure()
plt.plot(The_L,T_L,'g', #1
         The_NL,T_NL,'b', #2
         x_neg_the,tor_neg, '--r', #3
         The_L,T_L_precarga,'r', #4
         angcubic,cubic,'--k', #5
         The_NL,T_NL_precarga,'r', #6
         ang_Palio,torque_Palio,'oy', #7
         ang_FS,torque_FS,'or', #8
         The_L_max,T_max_L,'og', #9
         The_NL[0],T_NL_precarga[0],'og', #10
         The_NL[98],T_NL[98],'ob', #11
         The_NL[98],T_NL_precarga[98],'ob', #12
         markersize=10,
         linewidth=3)
plt.xlabel('Deslocamento angular[°]', fontsize=20)
plt.ylabel('Torque [Nm]', fontsize=20)
plt.legend(["Mola cônica(regime linear)", #1
           "Mola cônica(regime não linear)", #2
           "Rigidez negativa de pré-carga", #3
           "Mola cônica (com pré-carga)", #4
           "k=5000*(x^3)", #5
           fontsize=15,
           loc='upper left'])
plt.grid()

plt.show()

```

ANEXO C – FUNÇÃO DE REGIME LINEAR DE MOLA CÔNICA PARA OS PROGRAMAS PRINCIPAIS

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math

def exe(del_theta, k_transl, R_emb, N_molas):

    x = R_emb*math.sin(del_theta)
    F = k_transl*x
    fk12 = (F*R_emb*N_molas) #Torque

    return fk12

def precarga_2(G, d, La, Ls, D2, na, R_emb, N_molas):

    Ft = (G*pow(d, 4)*(La-Ls))/(8*pow(D2, 3)*na)
    T_max_L = Ft*R_emb*N_molas

    return T_max_L
```


ANEXO D – FUNÇÃO DE REGIME NÃO LINEAR DE MOLA CÔNICA PARA OS PROGRAMAS PRINCIPAIS

```

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math

def exe(del_theta,R_emb,N_molas,La,Ls,Lo,D1,D2,d,na,G):

    if Lo>R_emb*math.sin(abs(del_theta)):
        x = Lo - R_emb*math.sin(abs(del_theta))
    else:
        x = 0

    # Determinação de constantes Ki e força em função da deformação:

    K7 = (La-Ls)*(D2/(D2-D1))
    K6 = -((3/(8*(D2-D1)))*pow(G*pow(d,4)*pow((La-Ls),4)/na,1/3))
    K5 = -( (2*pow(D1,4)*na)/(G*pow(d,4)*(D2-D1)) )
    K2 = -(K6/K5)
    K4 = pow( ((K7-Lo+ x )/K5) ,2)
    K3 = pow( (K4/16) + pow(( pow((K4/16),2) + pow((K2/3),3) ),1/2) ,1/3)
    K1 = K3 - (K2/(3*K3))
    F = pow(K1/2,3/2)*pow(1-pow(1-2*(1 - pow(1+(K2/pow(K1,2)),1/2)),1/2),3)

    if del_theta>0:
        fk12 = (F*R_emb*N_molas) # Torque
    else:
        fk12 = -(F*R_emb*N_molas)

    return fk12

```

ANEXO E – FUNÇÃO DO MAPA DE ORDEM

```

from pylab import *
from scipy import linalg as LA
from scipy.integrate import odeint
from scipy.integrate import cumtrapz
from matplotlib import pyplot
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import math
import numpy as np
import scipy
import pylab
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import mpl_toolkits
import matplotlib

def tvdft(t, rotRpm, x):
    # Dados de entrada
    #t=np.arange(0,10,.0005) # Tempo [s]
    #rotRpm=np.linspace(800,6000,np.size(t)) # Velocidade de rotação [rpm]
    #rotK=(max(rotRpm)-rotRpm[0])/max(t)
    #x=100*sin(2*math.pi*rotK/(60*2)*(t**2)+rotRpm[0]*2*math.pi/60*t)
    # Deslocamento angular [revoluções]
    angRev=scipy.integrate.cumtrapz(rotRpm/60)
    angRev=np.hstack([0, angRev])
    angMax=max(angRev)
    dang=angRev[1]-angRev[0]
    dt=t[1]-t[0]
    N=size(t)
    # Vetor de ordem
    ordemMax=10
    ordem=linspace(-ordemMax,ordemMax,100*(2*ordemMax)+1)
    No=size(ordem)
    # Blocos - mapa 3D
    Nb=3*40 # Número de blocos
    Npb=No# Número de pontos no bloco
    revb=np.floor(Npb*dang)
    revovlp=np.floor((angMax-revb)/Nb)
    ovlp=np.round(revovlp/revb*100)
    rev=np.zeros(Nb)
    revini=np.zeros(Nb)
    revfnl=np.zeros(Nb)
    for aux1 in range(0,Nb):
        rev[aux1]=aux1*revovlp
        revini[aux1]=sum(angRev<=rev[aux1])
        revfnl[aux1]=sum(angRev<=rev[aux1]+revb)
    a_tf=np.zeros((No,Nb))+1j*np.zeros((No,Nb))
    rotacaof=np.zeros((Nb,1))
    for aux3 in range(0,Nb):
        a_tfa=np.zeros((No,1))
        a_tfb=np.zeros((No,1))
        # Janela Hanning
        Npbt=len(x[revini[aux3]:revfnl[aux3]])
        wHanning=np.hanning(Npbt)
        xw=np.prod([x[revini[aux3]:revfnl[aux3]],wHanning],axis=0)
        for aux2 in range(0,No):
            nucleo1=np.prod([xw,cos(2*math.pi*ordem[aux2]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]])],axis=0)
            nucleo2=np.prod([xw,sin(2*math.pi*ordem[aux2]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]])],axis=0)
            a_tfa[aux2]=(1/Npbt)*sum(nucleo1)
            a_tfb[aux2]=(1/Npbt)*sum(nucleo2)
            a_tf[:,aux3]=2*2*hstack(a_tfa-1j*a_tfb)
            rotacaof[aux3]=rotRpm[(revini[aux3]+revfnl[aux3])/2];
        # Correção da amplitude:
        # vezes 2 - divisão da energia do sinal em freqs positivas e negativas
        # vezes 2 - redução da amplitude do sinal pela janela Hanning
    # Mapa de ordem
    plot_mapa=0
    if plot_mapa==1:
        fig=plt.figure()
        ax=Axes3D(fig)
        cont1=0
        Nop=floor(len(ordem)/2)

```

```

    Nf=len(ordem)
    while cont1<Nb:
        ax.plot(xs=ordem[Nop:Nf],
                ys=[rotacaoof[cont1]]*len(ordem[Nop:Nf]),
                zs=abs(a_tf[Nop:Nf,cont1]),
                color="black",
                zdir='z',
                label='ys=0, zdir=z')
        cont1=cont1+1
    ax.set_title('Order Map')
    ax.set_xlabel('Order')
    ax.set_ylabel('Rotation [rpm]')
    ax.set_zlabel('Amplitude')
    ax._grid0n

# Importa arquivo texto com as vibrações
import pylab

filename='Gearbox_2ndOrder (s atrito 1).txt'
datalist = pylab.loadtxt(filename, dtype='float')

filename2='Gearbox_2ndOrder (atrito 3).txt'
datalist2 = pylab.loadtxt(filename2, dtype='float')

# Amplitude da ordem - OCM
ordemAnalise=np.array([1,2,3])
Noa=len(ordemAnalise)
posordem=zeros(Noa)
a_ordem=zeros([Noa,Nb])
for aux3 in range(0,Nb):
    eocm=np.zeros([Noa,Noa])+1j*np.zeros([Noa,Noa])
    # Janela Hanning
    Npbt=len(angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]])
    wHanning=np.hanning(Npbt)
    for aux1 in range(0,Noa):
        for aux2 in range(0,Noa):
            exponencial_ia=cos(2*math.pi*ordemAnalise[aux1]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]]);
            exponencial_ib=sin(2*math.pi*ordemAnalise[aux1]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]]);
            exponencial_ja=cos(2*math.pi*ordemAnalise[aux2]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]]);
            exponencial_jb=sin(2*math.pi*ordemAnalise[aux2]*dt*angRev[revini[aux3]:revfnl[aux3]]);
            parte1=np.prod([exponencial_ia+1j*exponencial_ib,wHanning],axis=0)
            parte2=np.conj(exponencial_ja+1j*exponencial_jb)
            eocm[aux1,aux2]=(2/Npbt)*sum(np.prod([parte1,parte2],axis=0))
            a_tfparc=np.zeros([Noa,Nb])+1j*np.zeros([Noa,Nb])
            for aux4 in range(0,Noa):
                posordem[aux4]=sum(ordem<=ordemAnalise[aux4])-1
                a_tffparc[aux4,:]=a_tf[posordem[aux4],:]
            a_ordem=np.dot(linalg.inv(eocm),a_tffparc)

plt_fig=0
if plt_fig==1:
    fig=plt.figure()
    plot(rotacaoof,abs(a_ordem[1,:]),'-k',
         datalist[:,0],datalist[:,1],'-g',
         datalist2[:,0],datalist2[:,1],'-b',
         linewidth=2.0)
    legend(["Model simulation",
           "Measured vibration w/o friction",
           "Measured vibration 4.5Nm friction"],
          loc='upper right')
    title('Torsional Vibration - Second Order [Clutch Stiffness: 500Nm/rad]')
    xlabel('Engine Speed [rpm]')
    ylabel('Aceleration [rad/s²]')
    ylim([0,10000])
    grid()
    show()

return a_ordem, rotacaoof

```

ANEXO F – PROGRAMA PRINCIPAL DO MODELO DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE, COM MOLA CÔNICA SEM PRÉ-CARGA

```
#####
## Módulo gráfico
#from matplotlib.pyplot import plot
from pylab import *
from scipy import linalg as LA

#####
## Módulo matemático
## Característica modal do sistema
import math
import numpy as np
#import numpy.linalg as linalg

##### ===== Parâmetros de embreagem =====#####
print ("Parâmetros de embreagem:")
print ("")
R_emb = float(42)
print ("Distância ente o centro de embreagem com o centro de mola[mm]: ", R_emb)
R_emb=R_emb*pow(10,-3)
print ("")
N_molas = 4
print ("Número pares de molas do disco de embreagem: ", N_molas)

##### ===== Parâmetros do par de molas =====#####
print ("Parâmetros de mola:")
print ("")

print ("Parâmetros pré selecionados da primeira mola:")
D1 = float(18)
D2 = float(35)
d = float(3.8)
na = float(3)
ni = float(2)
Lo = float(28.5)
print ("Diâmetro menor[mm]: ", D1)
print ("Diâmetro maior[mm]: ", D2)
print ("Diâmetro de arâme[mm]: ", d)
print ("Número inicial de espiras ativas (livres e 'sólidas)': ", na)
print ("Número de espiras periféricas (soma da superior e inferior): ", ni)
print ("Comprimento total de mola[mm]: ", Lo)

print("")

# Conversão de milímetros para metros das dimensões de molas:
D1=D1*pow(10,-3)
D2=D2*pow(10,-3)
d=d*pow(10,-3)
Lo=Lo*pow(10,-3)

##### ===== Determinação de parâmetros adicionais das molas ===== #####
print ("-----")
print ("Determinação de parâmetros adicionais (primeira mola:")
print ("")

# Conversão de tensão de GPa para Pa:
G = float(72)
print ("Módulo de cisalhamento [GPa]: ", G)
G = G*pow(10,9)

# La é o comprimento da porção ativa da mola (livre)
# Lo é o comprimento total inicial da mola
# O comprimento das extremidades da mola é ni*d
# Lc é o comprimento total da mola comprimida,
# # podendo ser apenas o valor do diâmetro de arame (para uma mola cônica telescópica)
# Ls é o comprimento total das espiras ativas comprimidas (ou "sólidas"),
# # entre os pontos centrais de seção transversal de arame
# ...e Ls=0 para uma mola telescópica

if (na*d)>((D2-D1)/2):
    Ls = math.sqrt(pow(na*d,2) - pow((D2-D1)/2,2))
```

```

    print ("Ls>0, MOLA 1: NÃO TELESCÓPICA")
else:
    Ls = 0
    print ("Ls=0, MOLA 1: TELESCÓPICA")
print ("Comprimento entre espiras ativas comprimidas (Ls)[mm]: ", Ls*pow(10,3))

La = Lo - ni*d
print ("Comprimento de porção ativa da mola (sem estar comprimida, La)[mm]: ", La*pow(10,3))

Lc = Ls + ni*d
print ("Comprimento total da mola comprimida (Lc)[mm]: ", Lc*pow(10,3))
print("")

# Definição da força e deformação de transição de regime:

Ft = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D2,3)*na)
k_linear = (G*pow(d,4))/(2*na*(pow(D1,2)+pow(D2,2))*(D1+D2))
Lt = Lo - (Ft/k_linear)

print("Deslocamento de transição de mola (ponto amarelo, Lt)[mm]: ", Lt*pow(10,3))
print("... menos comprimento de mola comprimida,")
print("que é o deslocamento liquido da mola (Lt-Lc)[mm]: ", (Lt-Lc)*pow(10,3))
print("Força de transição de mola (ponto amarelo, Ft)[N]: ", Ft)
print("")

F_max = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D1,3)*na)

##### ===== Parâmetros do sistema (carro) =====#####

m1=0.06153
m2=0.00324
m3=1.2575
c1=.2
c2=.2
k1=0
k2=93.20

M=np.array([[m1,0,0],[0,m2,0],[0,0,m3]])# Matriz de massa
K=np.array([[k1, -k1, 0],[-k1, k1+k2, -k2],[0,-k2,k2]])# Matriz de rigidez
C=0.005*np.array([[c1, -c1, 0],[-c1, c1+c2, -c2],[0,-c2,c2]])# Matriz de amortecimento

# Frequencia natural (não amortecida)
#A=np.dot(np.linalg.inv(M),K)
#w,v=LA.eig(A) # w -> autovalor, v -> autovetor
#print('Undamped Natural Frequeny [Hz]:')
#print(sqrt(w)/(2*math.pi))

# Número de graus de liberdade
N=sqrt(size(M))

#####
## Módulo de integração
from scipy.integrate import odeint
from scipy.integrate import complex_ode
from matplotlib import pyplot

###
# dZ=Az+Bz.F
# Matrizes da equação de estado
I=np.identity(N)
O=np.zeros((N,N))
aux1=np.concatenate((C,M),axis=1)
aux2=np.concatenate((M,O),axis=1)
Az1=np.concatenate((aux1,aux2),axis=0)
aux1=np.concatenate((-K,O),axis=1)
aux2=np.concatenate((O,M),axis=1)
Az2=np.concatenate((aux1,aux2),axis=0)
Az=np.dot(np.linalg.inv(Az1),Az2)
Bz=np.linalg.inv(Az1)

#
# Condição inicial e vetor de tempo
Rot_inicial=800 # [rpm]
Rot_max=6000 # [rpm]
Tmax=10 # [s]
dt=.001 # [s]

```

```

t_output=np.arange(0,Tmax,dt)
dt=t_output[1]-t_output[0]
AcelAng=2*math.pi*(Rot_max-Rot_inicial)/(60*Tmax)
VelRpm=60*AcelAng/(2*math.pi)*t_output+Rot_inicial
Vzero=np.zeros((N,1))
y0=[0,0,0,0,0,0,0]

# Parâmetros do modelo da força de atrito
# sem atrito 2,0 - min. 5,0 - max. 9,0
Fmax=1
delta=.001

# Vetor de armazenamento de deslocamentos relativos:
V_del=[]

#for k in range(5000,6000,1500):
# Função de integração
def f(y,t):
    # Vetores dos GDL
    z=np.array([[y[0]], [y[1]], [y[2]], [y[3]], [y[4]], [y[5]], [y[6]]])
    # Modelo de atrito de Dankowicz
    #("Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts")
    if t<=100*dt:
        Fmax1=100*Fmax-100*Fmax*t/(100*dt)+Fmax
    else:
        Fmax1=Fmax
    Fatr_t=Fmax1/delta*y[6]

    # Força de excitação (variável no tempo através de um polinômio de 4ª ordem)
    VelRot=(AcelAng*t+Rot_inicial*2*math.pi/60)*(60/(2*math.pi))
    if VelRot<=3780:
        FExc=m1*(2.60741E-11*(VelRot)**4 -
                2.24204E-07*(VelRot)**3 +
                5.28540E-04*(VelRot)**2 -
                7.16207E-01*(VelRot) +
                1.98637E+03)+k1*(y[0]-y[1])
    else:
        FExc=m1*(9.11115E-11*(VelRot)**4 -
                1.92144E-06*(VelRot)**3 +
                1.54402E-02*(VelRot)**2 -
                5.37555E+01*(VelRot) +
                6.78310E+04)+k1*(y[0]-y[1])

    # Rigidez de mola cônica:
    if abs(y[0]-y[1])< math.asin((Lo-Lt)/R_emb):
        # regime linear subtraído
        import Conical_spring_linear
        fk12=Conical_spring_linear.exe((y[0]-y[1]),k_linear,R_emb,N_molas)
    elif abs(y[0]-y[1])>=math.asin((Lo-Lt)/R_emb):
        # regime não linear (com regime linear subtraído)
        import Conical_spring_non_linear
        fk12 = Conical_spring_non_linear.exe((y[0]-y[1]),R_emb,N_molas,
                                             La,Ls,Lo,D1,D2,d,na,G)

    V_del.extend([y[0]-y[1]])

    Vforca=np.array([[FExc*cos(2*(AcelAng*t**2/2+Rot_inicial*2*math.pi/60*t))+Fatr_t-fk12],
                    [-Fatr_t+fk12],
                    [0]])

    F=np.concatenate((Vforca,Vzero),axis=0)
    zd1=np.dot(Az,z[0:2*N])+np.dot(Bz,F)
    zd2=(y[4]-y[3])*(1-y[6])/delta*sign(y[4]-y[3])
    zd=np.hstack([np.hstack(zd1),zd2])
    return [zd[0],zd[1],zd[2],zd[3],zd[4],zd[5],zd[6]]

# Integração numérica da função
y_result=odeint(f,y0,t_output)

# Processamento de sinais (order tracking)
import order_tracking
a_ordemA, rotacaofof=order_tracking.tvdft(t_output[1:len(t_output)-1],

```

```

VelRpm[1:len(t_output)-1],
np.diff(y_result[:,1],n=2)/(dt**2))

# Importa arquivo texto com as vibrações
import pylab

filename='Gearbox_2ndOrder (s atrito 1).txt'
datalist = pylab.loadtxt(filename,dtype='float')
filename2='Gearbox_2ndOrder (atrito 3).txt'
datalist2 = pylab.loadtxt(filename2,dtype='float')

filenameEHP='Flywheel_2ndOrder 01.txt'
datalistEHP = pylab.loadtxt(filenameEHP,dtype='float')

# Vibração torsional - Segunda Ordem [Rigidez de embreagem: 500Nm/rad]
fig=plt.figure()
plot(rotacaoof,abs(a_ordemA[1,:]),'-k',
      datalist[:,0],datalist[:,1],'-g',
      datalist2[:,0],datalist2[:,1],'-r',
      linewidth=2.0)
xlabel('Rotações por minuto do motor [rpm]', fontsize=20)
ylabel('Aceleração [rad/s²]', fontsize=20)
legend(["Vibração com mola cônica (sem atrito)",
        "Vibração com mola cilíndrica (sem atrito)",
        "Vibração com mola cilíndrica (com atrito)"],
        loc="upper right",fontsize=15)
ylim([0,10000])
grid()

# Vibração torsional - Segunda Ordem [Rigidez de embreagem: 500Nm/rad]
fig=plt.figure()
plot(rotacaoof,abs(a_ordemA[1,:]),'-k',
      datalist2[:,0],datalist2[:,1],'-r',
      datalistEHP[:,0],datalistEHP[:,1], '--b',
      linewidth=2.0)
xlabel('Rotações por minuto do motor [rpm]', fontsize=20)
ylabel('Aceleração [rad/s²]', fontsize=20)
legend(["Vibração com mola cônica (sem atrito)",
        "Vibração com mola cilíndrica (com atrito)",
        "Vibração do volante do motor"],
        loc="upper right",
        fontsize=15)
ylim([0,6500])
grid()

#####
Deslocamento_ang=(y_result[:,1]-y_result[:,2])*180/math.pi

# Deslocamentos relativos
plt.figure()
plot(t_output,Deslocamento_ang,'r')
xlabel('Tempo [s]', fontsize=20)
ylabel('Deslocamento angular [°]', fontsize=20)
grid()

show()

```

ANEXO G – PROGRAMA PRINCIPAL DO MODELO DE TRÊS GRAUS DE LIBERDADE, COM MOLA CÔNICA COM PRÉ-CARGA

```
#####
## Módulo gráfico
#from matplotlib.pyplot import plot
from pylab import *
from scipy import linalg as LA

#####
## Módulo matemático
## Característica modal do sistema
import math
import numpy as np
#import numpy.linalg as linalg

##### ===== Parâmetros de embreagem =====#####
print ("Parâmetros de embreagem:")
print ("")
R_emb = float(42)
print ("Distância ente o centro de embreagem com o centro de mola[mm]: ", R_emb)
R_emb=R_emb*pow(10,-3)
print ("")
N_molas = 4
print ("Número pares de molas do disco de embreagem: ", N_molas)

##### ===== Parâmetros do par de molas =====#####
print ("Parâmetros de mola:")
print ("")

print ("Parâmetros pré selecionados da primeira mola:")
D1 = float(16)
D2 = float(30)
d = float(3.8)
na = float(3)
ni = float(2)
Lo = float(30.75)
print ("Diâmetro menor[mm]: ", D1)
print ("Diâmetro maior[mm]: ", D2)
print ("Diâmetro de arâme[mm]: ", d)
print ("Número inicial de espiras ativas (livres e 'sólidas)': ", na)
print ("Número de espiras periféricas (soma da superior e inferior): ", ni)
print ("Comprimento total de mola[mm]: ", Lo)

print("")

# Conversão de milímetros para metros das dimensões de molas:
D1=D1*pow(10,-3)
D2=D2*pow(10,-3)
d=d*pow(10,-3)
Lo=Lo*pow(10,-3)

##### ===== Determinação de parâmetros adicionais das molas ===== #####
print ("-----")
print ("Determinação de parâmetros adicionais (primeira mola:")
print ("")

# Conversão de tensão de GPa para Pa:
G = float(72)
print ("Módulo de cisalhamento [GPa]: ", G)
G = G*pow(10,9)

# La é o comprimento da porção ativa da mola (livre)
# Lo é o comprimento total inicial da mola
# O comprimento das extremidades da mola é ni*d
# Lc é o comprimento total da mola comprimida,
#podendo ser apenas o valor do diâmetro de arame (para uma mola cônica telescópica)
# Ls é o comprimento total das espiras ativas comprimidas (ou "sólidas"),
#entre os pontos centrais de seção transversal de arame, Ls=0 para uma mola telescópica.

if (na*d)>((D2-D1)/2):
    Ls = math.sqrt(pow(na*d,2) - pow((D2-D1)/2,2))
    print ("Ls>0, MOLA 1: NÃO TELESCÓPICA")
```



```

else:
    Ls = 0
    print ("Ls=0, MOLA 1: TELESCÓPICA")
print ("Comprimento entre espiras ativas comprimidas (Ls)[mm]: ", Ls*pow(10,3))

La = Lo - ni*d
print ("Comprimento de porção ativa da mola (sem estar comprimida, La)[mm]: ",La*pow(10,3))

Lc = Ls + ni*d
print ("Comprimento total da mola comprimida (Lc)[mm]: ", Lc*pow(10,3))
print("")

# Definição da força e deformação de transição de regime:

Ft = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D2,3)*na)
k_linear = (G*pow(d,4))/(2*na*(pow(D1,2)+pow(D2,2))*(D1+D2))
Lt = Lo - (Ft/k_linear)

print("Deslocamento de transição de mola (ponto amarelo, Lt)[mm]: ", Lt*pow(10,3))
print("... menos comprimento de mola comprimida,")
print("que é o deslocamento líquido da mola (Lt-Lc)[mm]: ", (Lt-Lc)*pow(10,3))
print("Força de transição de mola (ponto amarelo, Ft)[N]: ", Ft)
print("")

F_max = (G*pow(d,4)*(La-Ls))/(8*pow(D1,3)*na)

##### ===== Parâmetros do sistema (carro) =====#####

m1=0.06153
m2=0.00324
m3=1.2575
c1=.2
c2=.2
k1=0
k2=93.20

M=np.array([[m1,0,0],[0,m2,0],[0,0,m3]])# Matriz de inércias
K=np.array([[k1, -k1, 0],[-k1, k1+k2, -k2],[0, -k2,k2]])# Matriz de rigidez
C=0.005*np.array([[c1, -c1, 0],[-c1, c1+c2, -c2],[0, -c2,c2]])# Matriz de amortecimento

#Frequencia natural (não amortecida)
#A=np.dot(np.linalg.inv(M),K)
#w,v=LA.eig(A) # w -> autovalor, v -> autovetor
#print('Undamped Natural Frequency [Hz]:')
#print(sqrt(w)/(2*math.pi))

# Número de graus de liberdade
N=sqrt(size(M))

#####
## Módulo de integração
from scipy.integrate import odeint
from scipy.integrate import complex_ode
from matplotlib import pyplot

###
# dZ=Az+Bz.F
# Matrizes da equação de estado
I=np.identity(N)
O=np.zeros((N,N))
aux1=np.concatenate((C,M),axis=1)
aux2=np.concatenate((M,O),axis=1)
Az1=np.concatenate((aux1,aux2),axis=0)
aux1=np.concatenate((-K,O),axis=1)
aux2=np.concatenate((O,M),axis=1)
Az2=np.concatenate((aux1,aux2),axis=0)
Az=np.dot(np.linalg.inv(Az1),Az2)
Bz=np.linalg.inv(Az1)

#
# Condição inicial e vetor de tempo
Rot_inicial=800 # [rpm]
Rot_max=6000 # [rpm]
Tmax=10 # [s]
dt=.001 # [s]

```

```

t_output=np.arange(0,Tmax,dt)
dt=t_output[1]-t_output[0]

#Aceleração angular média em radianos por segundo ao quadrado:
AcelAng=2*math.pi*(Rot_max-Rot_inicial)/(60*Tmax)

#Vetor de velocidade RPM, da min à máx:
VelRpm=60*AcelAng/(2*math.pi)*t_output+Rot_inicial
Vzero=np.zeros((N,1))
y0=[0,0,0,0,0,0,0]

# Parâmetros do modelo da força de atrito
# sem atrito 2,0 - min. 5,0 - max. 9,0
Fmax=1
delta=.001

# Vetor de armazenamento de deslocamentos relativos:
V_del=[]

# Função de integração
def f(y,t):
    # Vetores dos GDL
    z=np.array([[y[0]], [y[1]], [y[2]], [y[3]], [y[4]], [y[5]], [y[6]]])

    # Modelo de atrito de Dankowicz
    #("Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts")
    if t<=100*dt:
        Fmax1=100*Fmax-100*Fmax*t/(100*dt)+Fmax
    else:
        Fmax1=Fmax
    Fatr_t=Fmax1/delta*y[6]

    # Força de excitação (variável no tempo através de um polinômio de 4ª ordem)
    VelRot=(AcelAng*t+Rot_inicial*2*math.pi/60)*(60/(2*math.pi))
    if VelRot<=3780:
        FExc=m1*(2.60741E-11*(VelRot)**4 -
                2.24204E-07*(VelRot)**3 +
                5.28540E-04*(VelRot)**2 -
                7.16207E-01*(VelRot) +
                1.98637E+03) + k1*(y[0]-y[1])
    else:
        FExc=m1*(9.11115E-11*(VelRot)**4 -
                1.92144E-06*(VelRot)**3 +
                1.54402E-02*(VelRot)**2 -
                5.37555E+01*(VelRot) +
                6.78310E+04) + k1*(y[0]-y[1])

    # Rigidez de mola cônica:
    if abs(y[0]-y[1])< math.asin((Lo-Lt)/R_emb):
        # regime linear subtraído
        fk12=0
    elif abs(y[0]-y[1])>=math.asin((Lo-Lt)/R_emb):
        # regime não linear (com regime linear subtraído)
        import Conical_spring_linear
        import Conical_spring_non_linear

        fk12 = [Conical_spring_non_linear.exe((y[0]-y[1]),
                                             R_emb,
                                             N_molas, La, Ls, Lo,
                                             D1, D2, d,
                                             na, G) -
                Conical_spring_linear.exe((y[0]-y[1]), k_linear,
                                             R_emb,
                                             N_molas)]

    V_del.extend([y[0]-y[1]])

    Vforca=np.array([[FExc*cos(2*(AcelAng*t**2/2+Rot_inicial*2*math.pi/60*t))+Fatr_t-fk12],
                    [-Fatr_t+fk12],
                    [0]])

    F=np.concatenate((Vforca,Vzero),axis=0)
    zd1=np.dot(Az,z[0:2*N])+np.dot(Bz,F)
    # Fórmula de Dankovicz
    zd2=(y[4]-y[3])*(1-y[6]/delta*sign(y[4]-y[3]))

    zd=np.hstack([np.hstack(zd1),zd2])
    return [zd[0],zd[1],zd[2],zd[3],zd[4],zd[5],zd[6]]

```

```

# Integração numérica da função
y_result=odeint(f,y0,t_output)

# Processamento de sinais (order tracking)
import order_tracking
a_ordemA, rotacaoof=order_tracking.tvdft(t_output[1:len(t_output)-1],
                                       VelRpm[1:len(t_output)-1],
                                       np.diff(y_result[:,1],n=2)/(dt**2))

# Importa arquivo texto com as vibrações
import pylab

filename='Gearbox_2ndOrder (s atrito 1).txt'
datalist = pylab.loadtxt(filename, dtype='float')
filename2='Gearbox_2ndOrder (atrito 3).txt'
datalist2 = pylab.loadtxt(filename2, dtype='float')

#Vibração torsional - Segunda Ordem [Rigidez de embreagem: 500Nm/rad]
fig=plt.figure()
plot(rotacaoof,abs(a_ordemA[1,:]),'-k',
      datalist[:,0],datalist[:,1],'-g',
      datalist2[:,0],datalist2[:,1],'-r',
      linewidth=2.0)
xlabel('Rotações por minuto do motor [rpm]', fontsize=20)
ylabel('Aceleração [rad/s²]', fontsize=20)
legend(["Vibração com mola cônica com pré-carga, sem atrito",
        "Vibração com mola cilíndrica, sem atrito",
        "Vibração com mola cilíndrica, com atrito"],
        loc="upper right",
        fontsize=15)
ylim([0,10000])
grid()

#Deslocamentos angulares
Deslocamento_ang=(y_result[:,1]-y_result[:,2])*180/math.pi
plt.figure()
plot(t_output,Deslocamento_ang,'r')
xlabel('Tempo [s]', fontsize=20)
ylabel('Deslocamento angular [°]', fontsize=20)
grid()

# Comparativo de resultados entre rigidez cúbica ideal
# e rigidez de mola cônica com pré-carga
filename3='Leitura_rigidez_cubica (rotação-amplitude, menos pontos).txt'
datalist3 = pylab.loadtxt(filename3, dtype='float')
plt.figure()
plot(rotacaoof,abs(a_ordemA[1,:]),'-k')
plot(datalist3[:,0],datalist3[:,1], 'vg',
      linewidth=3.0)
xlabel('Rotações por minuto do motor [rpm]', fontsize=20)
ylabel('Aceleração [rad/s²]', fontsize=20)
legend(["Vibração com mola cônica com pré-carga, sem atrito",
        "Vibração com rigidez cúbica teórica, sem atrito"],
        loc="upper right",
        fontsize=15)
ylim([0,1500])
grid()

show()

```