

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE**

Lucas Casaril

**SIMULAÇÃO DA DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE PASSIVO DE ATITUDE DE  
NANOSATÉLITES**

Joinville

2019

Lucas Casaril

**SIMULAÇÃO DA DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE PASSIVO DE ATITUDE DE  
NANOSATÉLITES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.  
Orientador: Prof. Dr. Alexandro Garro Brito

Joinville

2019

Lucas Casaril

**SIMULAÇÃO DA DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE PASSIVO DE ATITUDE DE  
NANOSSATÉLITES**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville, 03 de julho 2019.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Alexandro Garro Brito  
Presidente

---

Prof. Dr. Helton da Silva Gaspar

---

Prof. Dr. Kleber Vieira de Paiva

## AGRADECIMENTOS

Agradeço às seguintes pessoas pela presença e ajuda durante os meus anos de faculdade.

À minha irmã Me. Fernanda, por toda ajuda que me deu, não apenas na conclusão dessa monografia, mas durante minha vida inteira. Você sempre cuidou de mim, amo-te muito por isso. Também ao Pedro, por deixar as portas de sua casa aberta sempre que eu precisei.

Agradeço à minha mãe, que sempre foi uma grande inspiração para mim. Sei que nunca conseguiria nada sem a sua presença e suas belas palavras de motivação. Nunca poderei restituir todo o amor e carinho que você me deu, mas passarei a vida tentando!

As amizades duradouras que fiz durante a graduação. Bruno, embarcamos nessa pesquisa juntos, e você sempre esteve do meu lado me ajudando em cada passo que tomei, sempre estarei em dívida com você por isso. Lucas, obrigado por sempre me apoiar em todas as decisões que tomei, e por me amparar quando precisei de sua ajuda. Matheus, agradeço por sempre estar presente quando precisei de ti e pela sua amizade.

Professor Alexandro, obrigado pela oportunidade que você me deu, por estar presente durante todos esses anos de pesquisas, sempre me orientando e me moldando para que eu me torne um melhor pesquisador. Sou grato pela sua paciência, tolerância e confiança.

*That small word "Force," they make a barber's block,  
Ready to put on  
Meanings most strange and various, fit to shock  
Pupils of Newton....  
The phrases of last century in this  
Linger to play tricks—  
Vis viva and Vis Mortua and Vis Acceleratrix:—  
Those long-nebbed words that to our text books still  
Cling by their titles,  
And from them creep, as entozoa will,  
Into our vitals.  
But see! Tait writes in lucid symbols clear  
One small equation;  
And Force becomes of Energy a mere  
Space-variation.*

James Clerk Maxwell

## RESUMO

O presente texto relata o estudo de uma simulação orbital utilizada para analisar um sistema de controle de atitude passivo de um cubesat. Tal sistema de controle visa a orientar o corpo do satélite sem gasto de energia elétrica. Essa simulação é um estudo orbital completo que considera diversos fatores, tais como: i) rotação do planeta; ii) atitude do corpo; iii) campo geomagnético, etc. A atitude do corpo é influenciada por alguns fenômenos físicos, como a interação entre os elementos magnéticos presentes no corpo do satélite e o campo magnético da Terra, o gradiente de gravidade, entre outros. O princípio de funcionamento desse sistema de controle é baseado no alinhamento do campo magnético dos ímãs incrustados no corpo do cubesat com o campo geomagnético local, para que assim, o nanossatélite acompanhe as linhas do campo magnético terrestre. Também são utilizadas barras de histerese, compostas por um material de alta permeabilidade magnética, a fim de dissipar a energia do sistema durante o processo de correção de atitude. O texto apresenta resultados que demonstram a eficácia do sistema de controle passivo magnético em estabilizar e orientar o cubesat para diversas órbitas.

**Palavras-chave:** Simulação orbital. Controle passivo magnético de atitude. Cubesat.

## ABSTRACT

This work reports the study of an orbital simulation used to analyze a cubesat's passive attitude control system. Such control system aims to guide the satellite's body without any electrical energy consumption. This simulation is a complete orbital study that take into account several factors, such as: i) the rotation of the planet; ii) the body's attitude; iii) the geomagnetic field, etc. The satellite's attitude is influenced by some physical phenomena, like the interaction between the magnetic elements within the satellite's body and the magnetic field of the Earth, the gravity gradient, among others. The operating principle of this control system is based on the alignment of the magnetic field of the magnets embedded in the cubesat's body with the local geomagnetic field, so that the nanosatellite follows the lines of the Earth's magnetic field at any given point. Hysteresis rods are also used, composed of a high permeability material, in order to dissipate the energy of the system during the process of attitude correction. The text presents results that demonstrate the effectiveness of the magnetic passive control system in stabilizing and guiding the cubesat in several orbits.

**Keywords:** Orbital simulation. Passive magnetic attitude control. Cubesat

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Sistemas de referência SGF e SGG.....	18
Figura 2	Sistema de referência SCS.....	18
Figura 3	rotações principais.....	19
Figura 4	Representação dos diferentes vetores de força em um mesmo corpo devido ao gradiente de gravidade.....	22
Figura 5	Retrato dos vetores devido ao campo geomagnético $\vec{B}$ e ao dipolo magnético $\vec{m}$ .....	23
Figura 6	Representação do campo geomagnético como dipolo.....	25
Figura 7	Coordenadas do dipolo magnético no sistema magnético girante.....	26
Figura 8	Modelagem da simulação feita em ambiente SIMULINK.....	28
Figura 9	Elementos orbitais clássicos.....	29
Figura 10	Posição do satélite no SGF representando o raio $\vec{r}$ , que sai do centro da Terra e vai até o centro de massa do cubesat.....	30
Figura 11	Sistemas SGG e SMG.....	32
Figura 12	Sistema de coordenadas esféricas para expressão do campo magnético local no SMG.....	33
Figura 13	Representação da órbita do satélite e das linhas do campo geomagnético.....	35
Figura 14	Coeficiente de arrasto calculado utilizando simulação direta de Monte Carlo....	37
Figura 15	Divisão de uma face do cubo em elementos.....	38
Figura 16	Vetores $\vec{r}_i$ , $\hat{N}_i$ e $\vec{V}$ em um elemento do cubo.....	39
Figura 17	Curva de histerese a partir da Equação 3.27.....	40
Figura 18	Apresentação dos elementos $H_R$ e $H_L$ para determinados valores de $H$ e $B$ ....	41
Figura 19	Curva de histerese aproximada de acordo com o algoritmo de Flatley e Henretty (1995).....	42
Figura 20	Torque aerodinâmico para uma órbita com $altitude = 300\ km$ , $i = 0$ e $e = 0$ ...	45
Figura 21	Torque gradiente de gravidade para uma órbita com $altitude = 300\ km$ , $i = 0$ e	

$e = 0$ .....	46
Figura 22 Torque de histerese para uma órbita com $altitude = 300\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ . ...	47
Figura 23 Torque magnético para uma órbita com $altitude = 300\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ . ....	48
Figura 24 Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com $altitude = 300\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ .....	49
Figura 25 Velocidade angular do cubesat durante a órbita com $a = 300\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ .	49
Figura 26 Comparação entre o tempo de alinhamento do ímã com o campo geomagnético quando o torque aerodinâmica está ou não presente. ....	50
Figura 27 Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ .....	51
Figura 28 Velocidade angular do cubesat durante a órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 0$ e $e = 0$ .....	51
Figura 29 Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 45^\circ$ e $e = 0$ .....	52
Figura 30 Velocidade angular do cubesat durante a órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 45^\circ$ e $e = 0$ .....	52
Figura 31 Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com $a = 7020\text{ km}$ , $i = 45^\circ$ e $e = 0,0071$ .....	53
Figura 32 Velocidade angular do cubesat durante a órbita com $a = 7020\text{ km}$ , $i = 45^\circ$ e $e = 0,0071$ .....	53
Figura 33 Comparação entre os torques magnéticos das órbitas com e sem excentricidade.	54
Figura 34 Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 90^\circ$ e $e = 0$ .....	55
Figura 35 Velocidade angular do cubesat durante a órbita com $altitude = 600\text{ km}$ , $i = 90^\circ$ e $e = 0$ .....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Propriedades do Ímã Alnico-5. ....	44
Tabela 2	Propriedade da Histerese HyMu-80 .....	44
Tabela 3	Condições iniciais da simulação. ....	45
Tabela 4	RMS das componentes do torque aerodinâmico apresentado na Figura 20. ....	46
Tabela 5	RMS das componentes do gradiente de gravidade apresentado na Figura 21. ....	46
Tabela 6	RMS das componentes do torque de histerese apresentado na Figura 22. ....	47
Tabela 7	RMS das componentes do torque magnético apresentado na Figura 23. ....	47
Tabela 8	RMS das componentes do torque magnético apresentado na Figura 33. ....	54

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADCS	Attitude determination and control system.....	15
PMAC	Passive magnetic attitude control.....	15
SGF	Sistema geográfico fixo.....	17
SGG	Sistema geográfico girante.....	17
SMG	Sistema magnético girante.....	17
SCS	Sistema corpo do satélite.....	18
LEO	Órbita terrestre baixa.....	20
PMAS	Estabilização aerodinâmica passiva com amortecimento magnético.....	27
CFD	Fluidodinâmica computacional.....	36
DSMC	Simulação direta de Monte Carlo.....	36
RMS	Root mean square.....	46

## LISTA DE SÍMBOLOS

$X_{gf}$	Eixo X do sistema SGF .....	17
$Y_{gf}$	Eixo Y do sistema SGF .....	17
$Z_{gf}$	Eixo Z do sistema SGF .....	17
$X_{gg}$	Eixo X do sistema SGG .....	17
$Y_{gg}$	Eixo Y do sistema SGG .....	17
$Z_{gg}$	Eixo Z do sistema SGG .....	17
$X_{mg}$	Eixo X do sistema SMG .....	17
$Y_{mg}$	Eixo Y do sistema SMG .....	17
$Z_{mg}$	Eixo Z do sistema SMG .....	17
$X_{cs}$	Eixo X do sistema SCS .....	18
$Y_{cs}$	Eixo Y do sistema SCS .....	18
$Z_{cs}$	Eixo Z do sistema SCS .....	18
$\phi$	Ângulo de rolamento .....	19
$\gamma$	Ângulo de arfagem .....	19
$\rho$	Ângulo de guinada .....	20
$J$	Matriz de momento de inércia do satélite .....	20
$\vec{M}$	Torque total aplicado no satélite .....	20
$\vec{\omega}$	Velocidade angular do cubesat .....	20
$d\vec{f}_{aero}$	Diferencial da força aerodinâmica .....	21
$dA$	Diferencial de área .....	21
$\hat{N}$	Vetor unitário normal ao corpo .....	21
$\hat{V}$	Vetor unitário da velocidade .....	21
$C_d$	Coeficiente de arrasto .....	21

$\vec{V}$	Vetor velocidade .....	21
$\rho_{ar}$	Densidade atmosférica .....	21
$\vec{M}_{aero}$	Torque aerodinâmico .....	21
$\vec{r}$	Vetor do centro de massa para a superfície do elemento .....	21
$\vec{M}_{gg}$	Torque gradiente de gravidade .....	22
$\mu$	Constante gravitacional geocêntrica .....	22
$R$	Distância do centro da Terra até o satélite .....	22
$\vec{u}_e$	Vetor apontando para Nadir .....	22
$\vec{M}_{mag}$	Torque magnético .....	23
$\vec{m}$	Momento do dipolo magnético .....	23
$\vec{B}$	Campo geomagnético .....	23
$\vec{M}_{hist}$	Torque gerado pela histerese .....	24
$\vec{m}_{hist}$	Momento magnético da histerese .....	24
$B_{hist}$	Indução magnética da histerese .....	24
$\vec{V}_{hist}$	Vetor volume da barra de histerese .....	24
$\mu_0$	Permeabilidade do vácuo .....	24
$V_B$	Escalar do campo geomagnético .....	24
$R_0$	Raio equatorial da Terra .....	24
$g_n^m$	Coefficiente Gaussiano .....	24
$h_n^m$	Coefficiente Gaussiano .....	24
$\delta$	Co-elevação .....	24
$\sigma$	Longitude a partir de Greenwich .....	24
$P_n^m$	Função de Legendre .....	24
$\vec{B}_r$	Vetor radial do campo magnético .....	26
$\vec{B}_\theta$	Vetor transversal do campo magnético .....	26

$B_0$	Valor médio do campo magnético no equador magnético .....	26
$\theta$	Latitude medida a partir do Equador magnético .....	26
$a$	Semi eixo maior .....	29
$e$	Excentricidade da órbita .....	29
$i$	Inclinação do plano orbital .....	29
$\Omega$	Longitude do nó ascendente .....	29
$\omega$	Argumento do periapse .....	29
$\tau$	Instante de passagem pelo periapse .....	29
$h$	Magnitude do momento angular orbital .....	30
$f$	Anomalia verdadeira .....	30
$T$	Período orbital .....	30
$M$	Anomalia média .....	30
$t$	Tempo .....	30
$E$	Anomalia excêntrica .....	31
$B_{mr_x}$	Componente radial do campo geomagnético descrito no eixo $X_{mg}$ .....	34
$B_{mr_y}$	Componente radial do campo geomagnético descrito no eixo $Y_{mg}$ .....	34
$B_{mr_z}$	Componente radial do campo geomagnético descrito no eixo $Z_{mg}$ .....	34
$B_{m\theta_x}$	Componente transversal do campo geomagnético descrito no eixo $X_{mg}$ .....	34
$B_{m\theta_y}$	Componente transversal do campo geomagnético descrito no eixo $Y_{mg}$ .....	34
$B_{m\theta_z}$	Componente transversal do campo geomagnético descrito no eixo $Z_{mg}$ .....	34
$\vec{V}_r$	Velocidade atmosférica .....	37
$\omega_E$	Velocidade rotacional terrestre .....	37
$R$	Distância do satélite até o centro da Terra .....	37
$\rho_0$	Densidade atmosférica de referência .....	37
$h_0$	Altitude de referência .....	37

$h_{ellp}$	Altitude do satélite .....	37
$H$	Peso escalar .....	37
$B_m$	Indução de saturação .....	39
$B_0$	Indução remanescente .....	39
$H_0$	Coercividade .....	39
$H$	Campo magnético sobre a histerese .....	39
$H_L$	Limite esquerdo da curva de histerese correspondente a um valor de $B$ .....	40
$B'$	Inclinação da curva teórica de histerese .....	40
$H_R$	Limite direito da curva de histerese correspondente a um valor de $B$ .....	41
$\Gamma$	Fator geométrico usado para correção da inclinação da curva de histerese .....	41
$q$	Expressão utilizada para corrigir inclinação da curva de histerese .....	41
$I_{xx}$	Eixo $X$ da matriz de inércia principal .....	42
$I_{yy}$	Eixo $Y$ da matriz de inércia principal .....	42
$I_{zz}$	Eixo $Z$ da matriz de inércia principal .....	42
$p$	Velocidade angular em torno do eixo $X_{cs}$ .....	43
$q$	Velocidade angular em torno do eixo $Y_{cs}$ .....	43
$r$	Velocidade angular em torno do eixo $Z_{cs}$ .....	43
$T_M$	Matriz de transformação de velocidades angulares para taxas de ângulos de Euler ..	43

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	15
1.1 OBJETIVO GERAL .....	16
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	16
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	17
2.1 SISTEMAS DE REFERÊNCIA .....	17
2.2 ROTAÇÕES E TEOREMA DE EULER .....	19
2.3 EQUAÇÃO DINÂMICA .....	20
2.4 MODELAGEM DOS TORQUES .....	20
<b>2.4.1 Torque aerodinâmico</b> .....	20
<b>2.4.2 Gradiente de gravidade</b> .....	21
<b>2.4.3 Torque magnético</b> .....	22
<b>2.4.4 Torque de histerese</b> .....	23
2.5 MODELAGEM DO CAMPO GEOMAGNÉTICO .....	24
2.6 SISTEMAS DE CONTROLE PASSIVOS .....	26
<b>2.6.1 Estabilização por gravidade</b> .....	26
<b>2.6.2 Estabilização aerodinâmica</b> .....	27
<b>2.6.3 Estabilização magnética</b> .....	27
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	28
3.1 PROPAGAÇÃO DA ÓRBITA E CÁLCULO DO CAMPO GEOMAGNÉTICO .....	28
3.2 CÁLCULO DOS TORQUES .....	35
<b>3.2.1 Metodologia para o cálculo do torque aerodinâmico</b> .....	35
<b>3.2.2 Metodologia para o cálculo do torque de histerese</b> .....	39
<b>3.2.3 Metodologia para o cálculo da Equação de Euler</b> .....	42
<b>4 RESULTADOS</b> .....	44
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	56
5.1 TRABALHOS FUTUROS .....	56
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	57

## 1 INTRODUÇÃO

A indústria de nanossatélites vem conquistando um grande mercado nos últimos anos, por se tratar de uma ferramenta excepcional para aprendizado e estudo. O cubesat é um exemplo de nanossatélite, sendo que seu tamanho é padronizado por cubos de arestas com dimensões de 10 *cm*. Esse conceito de satélite em miniatura foi criado em 1999 numa colaboração entre a Universidade Politécnica do Estado da Califórnia (Cal Poly) e a Universidade de Stanford, que teve como objetivo permitir o desenvolvimento de pesquisas espaciais com baixo custo. A partir disso, os cubesats permitiram que universidades exercessem atividades práticas de exploração científica do espaço (FORTEESCUE; SWINERD; STARK, 2011).

O satélite é composto por vários subsistemas com diferentes funções, sendo um desses subsistemas o de attitude determination and control (ADCS), que pode ser traduzido para controle e determinação de atitude. Esse subsistema tem grande importância para o satélite, sendo crítico para outros subsistemas, como o de telemetria e comunicação, controle térmico, entre outros. O ADCS é responsável por estabilizar o nanossatélite e orientá-lo em direções desejadas durante a missão, apesar das perturbações externas e torques agindo sobre ele (WERTZ et al., 1999).

Os sistemas de controle são divididos em ativos e passivos. Sistemas passivos mantêm a atitude do satélite obtendo equilíbrio em uma orientação desejada sem gasto de energia. Já os sistemas ativos, mantêm a atitude do satélite medindo sua orientação nos três eixos e fazendo correções baseadas nessas medições (MAINI; AGRAWAL, 2014).

Para conhecer a eficiência do sistema de controle proposto, faz-se necessário o desenvolvimento de uma simulação da trajetória que o satélite realizará ao redor da Terra. Essa trajetória é um estudo orbital que considera vários aspectos, tais como: i) rotação da terra; ii) atitude do corpo; iii) modelagem do campo geomagnético; entre outros (CASARIL et al., 2018). A atitude do corpo é relacionada a fenômenos físicos, como a interação entre os elementos magnéticos presentes no corpo do satélite e o campo magnético da Terra, o gradiente de gravidade, entre outros (HUGHES, 2004).

O sistema de controle de atitude visa a controlar a orientação do satélite em relação a um referencial, neste caso, a Terra. O princípio de funcionamento do passive magnetic control system (PMAC), ou sistema de controle passivo magnético de atitude, é o alinhamento do campo magnético dos ímãs fixados ao corpo do cubesat com o campo geomagnético local, para que assim, a orientação do satélite varie de acordo com a do campo geomagnético ao longo de sua órbita. Também são usadas barras de histerese, compostas por um material de grande permeabilidade magnética, com o objetivo de dissipar a energia rotacional do nanossatélite durante o processo de correção de atitude, a fim de estabilizá-lo (RAWASHDEH, 2010).

O princípio de funcionamento do sistema de controle ativo é bem semelhante ao do controle passivo, porém, ao invés de usar ímãs permanentes, usa-se magnetorqueres, um atuador constituído a partir de bobinas eletromagnéticas que cria um campo magnético quando uma corrente passa por ele. Dessa forma, diferentemente do sistema passivo, o ativo consegue controlar o torque magnético imposto no nanossatélite em razão de ser possível controlar a corrente que passa pelas bobinas, e conseqüentemente, o campo magnético criado (WERTZ et al., 1999)

Assim, o objetivo deste trabalho é estudar os sistemas de controle de atitude magnético passivo por meio de uma simulação orbital. A metodologia utilizada será a análise matemática da dinâmica orbital do satélite por meio do equacionamento da sua trajetória, dos torques que afetam a sua atitude durante o seu voo e da influência do sistema de controle.

### 1.1 OBJETIVO GERAL

Modelar e implementar uma simulação orbital para nanossatélites para testar o sistema de controle proposto.

### 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos são:

1. Definir as equações a ser utilizadas para descrever a atitude do satélite durante a trajetória;
2. Descrever matematicamente a órbita do satélite;
3. Modelar os torques que atuam no cubesat durante sua trajetória;
4. Implementar o sistema de controle na simulação;
5. Analisar os dados resultantes da simulação para o sistema de controle simulado e verificar sua eficácia.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada a teoria relacionada ao tema do presente trabalho. Serão abordadas as definições dos sistemas de referências usados e dos mecanismos para a transferência desses sistemas. Serão também apresentadas as equações utilizadas para a realização do modelo matemático da dinâmica orbital do satélite e do ambiente espacial.

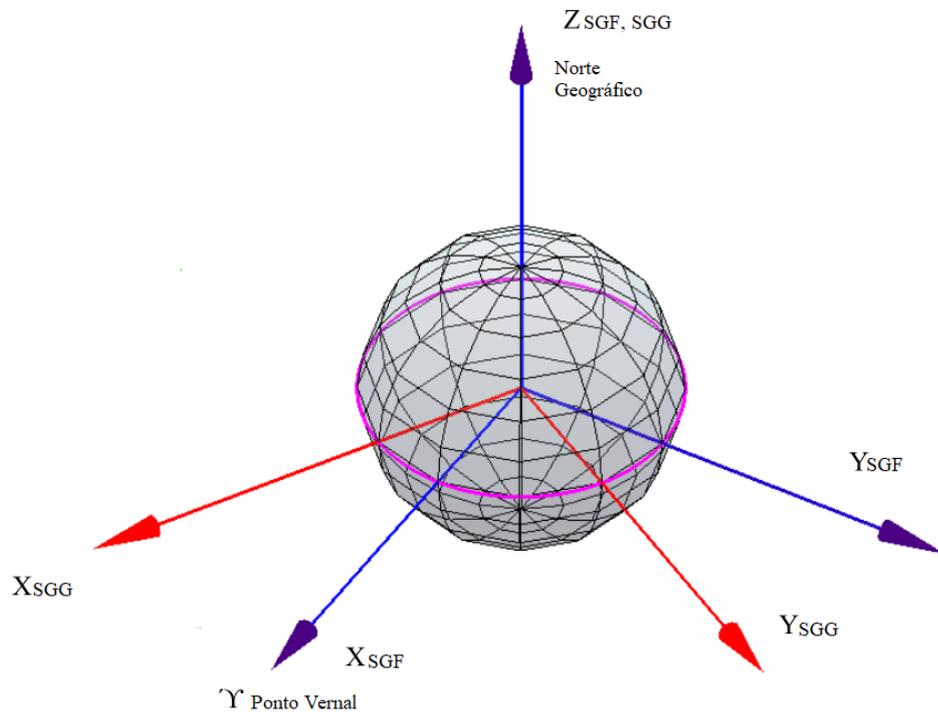
### 2.1 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Os principais sistemas de referência usados neste trabalho são explicados nessa seção. O sistema geográfico fixo (SGF) é um referencial inercial, tendo como características: origem no centro da Terra; eixo  $Z_{gf}$  apontando para o norte geográfico terrestre; eixo  $X_{gf}$  apontando para o ponto Vernal, que é o ponto em que o plano da órbita da Terra em torno do Sol cruza o plano do Equador, quando passa do hemisfério Sul para o Norte (ZANARDI, 2018); e seu eixo  $Y_{gf}$  completa o sistema ortogonal devido à regra da mão direita.

O sistema geográfico girante (SGG) tem sua origem no centro da Terra, seu eixo  $Z_{gg}$  aponta para o norte geográfico terrestre, o eixo  $X_{gg}$  aponta para a interseção entre a linha do Equador e o meridiano de Greenwich, e o eixo  $Y_{gg}$  completa o sistema com a regra da mão direita. Esse sistema é importante, pois o fenômeno de rotação terrestre pode ser modelado como uma rotação ao redor do eixo  $Z_{gg}$ .

O sistema magnético girante (SMG) tem sua origem no centro terrestre, o eixo  $Z_{mg}$  aponta para o sul magnético terrestre, o eixo  $X_{mg}$  aponta para a interseção entre a linha do Equador e o meridiano de Greenwich, e seu eixo  $Y_{mg}$  completa o sistema com a regra da mão direita. Usa-se esse sistema para calcular o campo magnético durante o voo orbital do satélite. A Figura 1 mostra o SGF e o SGG centralizados no centro da Terra.

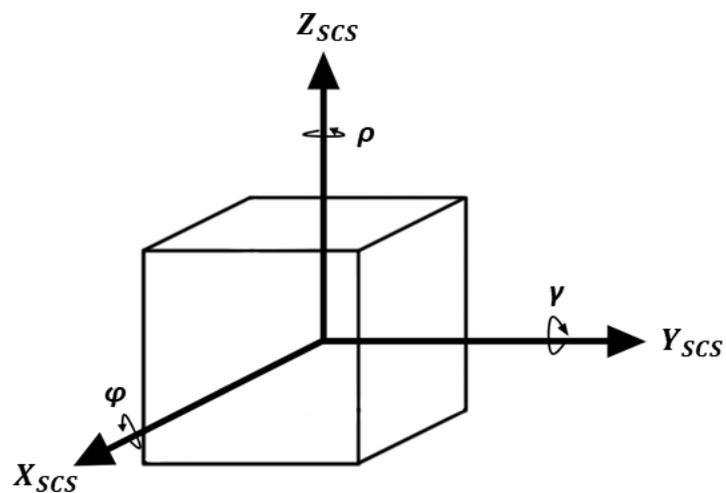
Figura 1 – Sistemas de referência SGF e SGG.



Fonte: Adaptado de Rawashdeh (2010, p.6).

O sistema corpo do satélite (SCS) tem sua origem no centro de massa do satélite e seus eixos  $X_{cs}$ ,  $Y_{cs}$  e  $Z_{cs}$  estão fixados nas arestas do cubesat. A Figura 2 apresenta o SCS no corpo do satélite, juntamente com as rotações ao redor de seus eixos.

Figura 2 – Sistema de referência SCS.



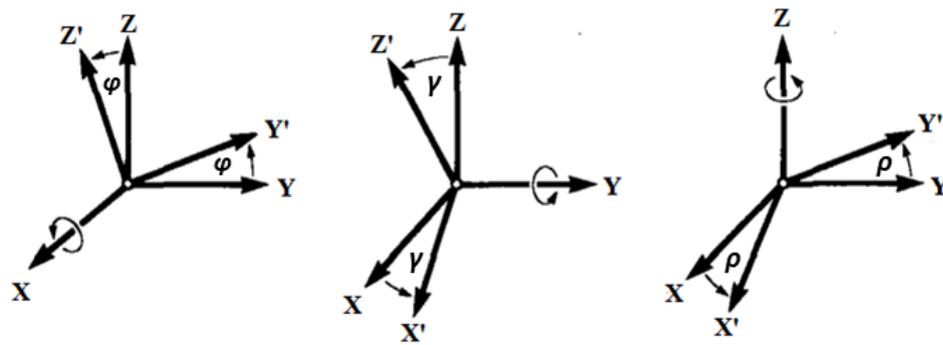
Fonte: Autor (2019).

## 2.2 ROTAÇÕES E TEOREMA DE EULER

Segundo Markley e Crassidis (2014), a determinação da atitude de uma espaçonave é basicamente emprego de métodos para estimar a matriz ortogonal que transforma os vetores do sistema de referência fixo no espaço para o sistema fixo no corpo da espaçonave. O teorema de Euler afirma que qualquer rotação é uma rotação sobre um sistema fixo (HUGHES, 2004).

Logo, os ângulos de Euler expressam uma rotação de um sistema inicial para um sistema de referência final por meio do produto de três matrizes de rotação (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014). Assim, é possível fazer com que um vetor escrito no SGF seja representado no sistema SCS com um produto de três matrizes de rotação. A Figura 3 representa as três rotações que podem ser feitas.

Figura 3 – Rotações principais.



Fonte: Adaptado de Hughes (2004, p.15).

Para se realizar a rotação em torno do eixo X mostrado na Figura 3, é necessário definir uma matriz de rotação de rolamento, com a denotação de  $C_1(\phi)$  (HUGHES, 2004).

$$C_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Segundo Hughes (2004), para se realizar a rotação de arfagem em torno do eixo Y, é preciso utilizar a matriz de rotação com denotação de  $C_2(\gamma)$ .

$$C_2(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 & -\sin(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Finalmente, para uma rotação de guinada em torno do eixo Z, utiliza-se da matriz de rotação com denotada como  $C_3(\rho)$  (HUGHES, 2004).

$$C_3(\rho) = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) & 0 \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Portanto, uma matriz global, que é resultante do produto das três matrizes de rotação, é definida como:

$$C(\phi, \gamma, \rho) = C_1(\phi)C_2(\gamma)C_3(\rho) \quad (2.4)$$

Assim, para escrever um vetor  $\vec{v}^c$  nas coordenadas do sistema fixo no corpo a partir de um vetor  $\vec{v}^r$  escrito no sistema de referência inercial, faz-se:

$$\vec{v}^c = C(\phi, \gamma, \rho)\vec{v}^r \quad (2.5)$$

## 2.3 EQUAÇÃO DINÂMICA

A partir do equacionamento da dinâmica de corpo rígido, é possível representar a rotação de um corpo rígido usando a equação de Euler (HUGHES, 2004). É importante salientar que é necessário que os vetores estejam escritos no sistema de referência que coincidam com os eixos principais de inércia do corpo do satélite. Assim, a equação é a seguinte:

$$J \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} + \vec{\omega} \times (J \cdot \vec{\omega}) = \vec{M}_{total} \quad (2.6)$$

sendo  $J$  a matriz de momento de inércia do satélite,  $\vec{M}$  a soma de todos os momentos angulares aplicados nos eixos principais do corpo e  $\vec{\omega}$  velocidade angular do cubesat.

## 2.4 MODELAGEM DOS TORQUES

Segundo Hughes (2004), torques externos surgem pela interação do veículo espacial com o ambiente onde está situado. Cálculos dos torques externos requerem uma especificação tanto das propriedades do satélite, quanto do ambiente espacial onde ele está localizado.

Para este trabalho serão considerados quatro torques: o torque aerodinâmico, gradiente de gravidade, torque magnético e o torque de histerese. Outros torques, como a radiação solar, serão desconsiderados, pois são de magnitudes desprezíveis para um cubesat à altitudes estudadas neste trabalho (MONTENBRUCK; EBERHARD, 2000).

### 2.4.1 Torque aerodinâmico

A atmosfera é de extrema importância quando se fala em decaimento de órbita, principalmente para satélites em orbitas baixas (LEO). As forças translacionais, devido ao arrasto,

causam a diminuição da velocidade do corpo, o que resulta na reentrada do satélite. Ademais, o arrasto atmosférico também induz momentos para uma espaçonave assimétrica (RAWASHDEH, 2010).

Segundo Wertz et al. (1978), a força devido ao impacto das moléculas atmosféricas na espaçonave pode ser modelada como um impacto elástico sem reflexão, ou seja, a energia que a molécula carregava consigo é completamente absorvida pelo corpo do satélite. A diferencial da força  $d\vec{f}_{aero}$  sobre um elemento de superfície com área  $dA$ , com seu vetor normal apontando para fora do corpo  $\hat{N}$  é dado pela Equação 2.7.

$$d\vec{f}_{aero} = -\frac{1}{2}C_d\rho_{ar}V^2(\hat{N} \cdot \hat{V})\hat{V}dA \quad (2.7)$$

sendo  $\hat{V}$  o vetor unitário na direção translacional da velocidade  $\vec{V}$ ;  $\rho_{ar}$  a densidade atmosférica; e  $C_d$  o coeficiente de arrasto.

Ainda segundo Wertz et al. (1978), o torque aerodinâmico agindo sobre o satélite devido a força  $d\vec{f}_{aero}$  é:

$$\vec{M}_{aero} = \int_A \vec{r} \times d\vec{f}_{aero} \quad (2.8)$$

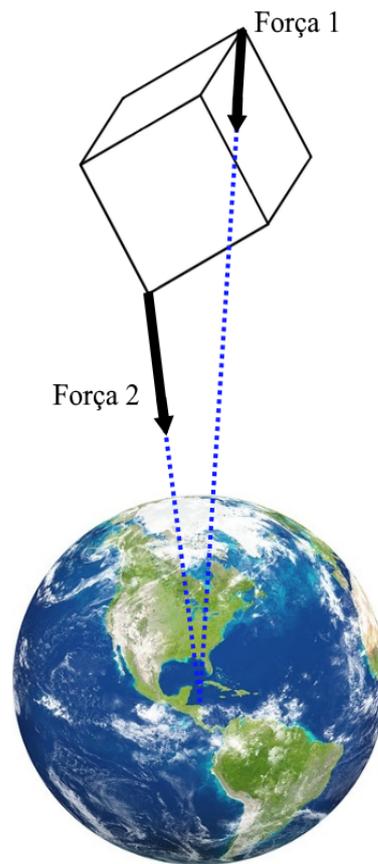
sendo  $\vec{r}$  o vetor que sai do centro de massa do satélite e vai até a superfície do elemento  $dA$ .

#### 2.4.2 Gradiente de gravidade

Segundo Hughes (2004), os torques devido a gravidade são fundamentais para a dinâmica de atitude de uma espaçonave. Se o campo gravitacional terrestre fosse uniforme sobre o corpo, o centro de massa se tornaria o centro de gravidade, e o torque gravitacional sobre o centro de massa seria zero. Porém, como no espaço o campo gravitacional não é uniforme, esse gradiente de gravidade sobre o corpo gera um momento sobre o centro de massa. Assim, torque de gradiente de gravidade é causado pela diferença de distância da Terra através do corpo do satélite. Massa que está mais próxima da Terra sofre uma atração gravitacional maior. Para uma dada geometria de satélite, o torque causado pela gravidade é uma função da atitude (HUGHES, 2004).

A Figura 4 representa esse fenômeno, sendo que as duas forças representadas apontam para o centro da Terra, e a Força 2 tem uma magnitude maior que a Força 1, pois sua superfície está mais próxima do planeta.

Figura 4 – Representação dos diferentes vetores de força em um mesmo corpo devido ao gradiente de gravidade.



Fonte: Autor(2019).

O torque de gradiente de gravidade é dado pela seguinte equação (HUGHES, 2004).

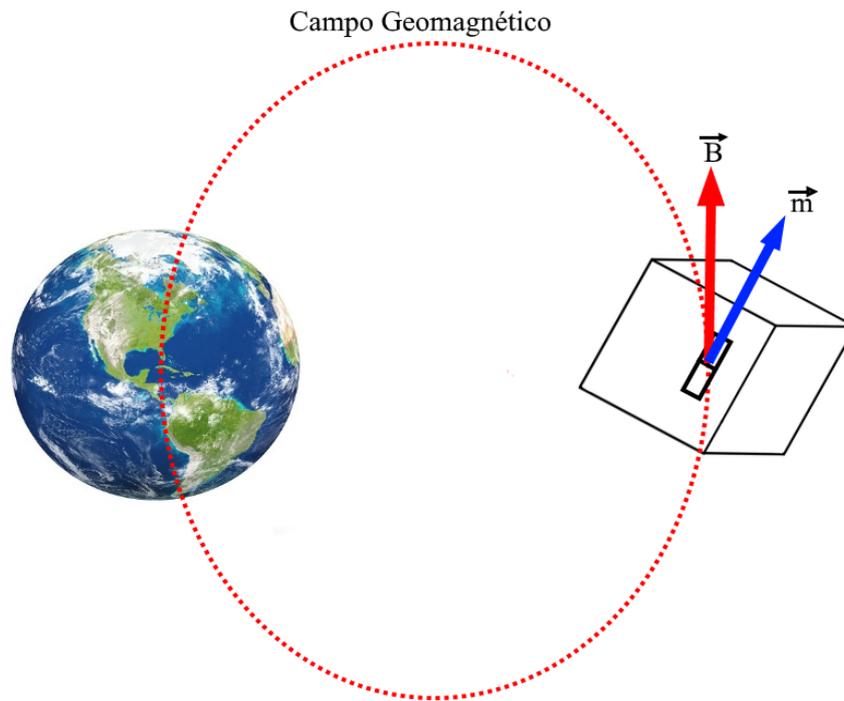
$$\vec{M}_{gg} = \frac{3\mu}{R} (\vec{u}_e \times J\vec{u}_e) \quad (2.9)$$

sendo  $\vec{u}_e$  o vetor unitário apontado para Nadir, vetor esse que tem origem no centro de massa do satélite e aponta para o centro da Terra (VALLADO, 1997);  $R$  a distância do centro da Terra para o satélite; e  $\mu$  a constante gravitacional geocêntrica.

### 2.4.3 Torque magnético

Quando o satélite está imerso em um campo magnético e o veículo tem um momento magnético, um torque pode ser identificado (HUGHES, 2004). A partir da Figura 5, é possível identificar os dois vetores presentes: o vetor do campo magnético  $\vec{B}$  e o vetor de dipolo magnético  $\vec{m}$  devido ao ímã. Além disso, há uma diferença entre suas direções, e é por causa dessa diferença que o torque magnético é criado.

Figura 5 – Retrato dos vetores devido ao campo geomagnético  $\vec{B}$  e ao dipolo magnético  $\vec{m}$ .



Fonte: Autor(2019).

Esse torque é representado pela equação a seguir.

$$\vec{M}_{mag} = \vec{m} \times \vec{B}_{Earth} \quad (2.10)$$

sendo  $\vec{m}$  o momento do dipolo magnético e  $\vec{B}$  o campo geomagnético local.

#### 2.4.4 Torque de histerese

Para amortecer a rotação do satélite, barras de histerese são colocadas no corpo. Essas barras são compostas de materiais ferromagnéticos que possuem permeabilidade magnética maior que a do ímã. Segundo Jayaram e Pais (2012), a barra de histerese tende a exibir o realinhamento de seus dipolos sob a influência de um campo magnético variável. Essas mudanças resultam em dissipação de energia por fricção em nível molecular, fenômeno conhecido como dissipação por histerese. O equacionamento utilizado para a modelagem física da histerese é apresentado na seção 3.2.2.

O torque gerado pela barra de histerese tem a mesma forma que o torque magnético, ou seja:

$$\vec{M}_{hist} = \vec{m}_{hist} \times \vec{B}_{Earth} \quad (2.11)$$

porém, para utilizar essa equação, é preciso calcular as componentes do vetor momento de dipolo magnético realizado pela barra de histerese, dado pela seguinte fórmula (GERHARDT; PALO, 2010):

$$\vec{m}_{hist} = \frac{B_{hist} \vec{V}_{hist}}{\mu_0} \quad (2.12)$$

sendo  $\vec{V}_{hist}$  o vetor volume da barra de histerese que apresenta os volumes utilizados nos eixos  $X_{cs}$ ,  $Y_{cs}$  e  $Z_{cs}$ ;  $\mu_0$  a permeabilidade no vácuo; e  $B_{hist}$  a indução magnética provida pela histerese.

## 2.5 MODELAGEM DO CAMPO GEOMAGNÉTICO

Segundo Wertz et al. (1978), apesar da natureza do gerador do campo magnético não ser totalmente compreendida, o fato de ser interno sugere que ele pode ser descrito como a solução de um problema de valor de contorno. A falta de corrente elétrica na superfície do planeta implica que fora da Terra o campo magnético  $\vec{B}$  tem o rotacional nulo, o que mostra que o vetor campo pode ser expresso como o gradiente de um escalar.

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (2.13)$$

$$\vec{B} = -\nabla V_B \quad (2.14)$$

Ainda segundo Wertz et al. (1978), por causa da natureza esférica do problema de contorno, é possível apresentar uma solução para o potencial do campo geomagnético utilizando harmônicas esféricas, como mostrado na Equação 2.15:

$$V_B = R_0 \sum_{n=1}^k \left( \frac{R_0}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos(m\sigma) + h_n^m \sin(m\sigma)) P_n^m(\delta) \quad (2.15)$$

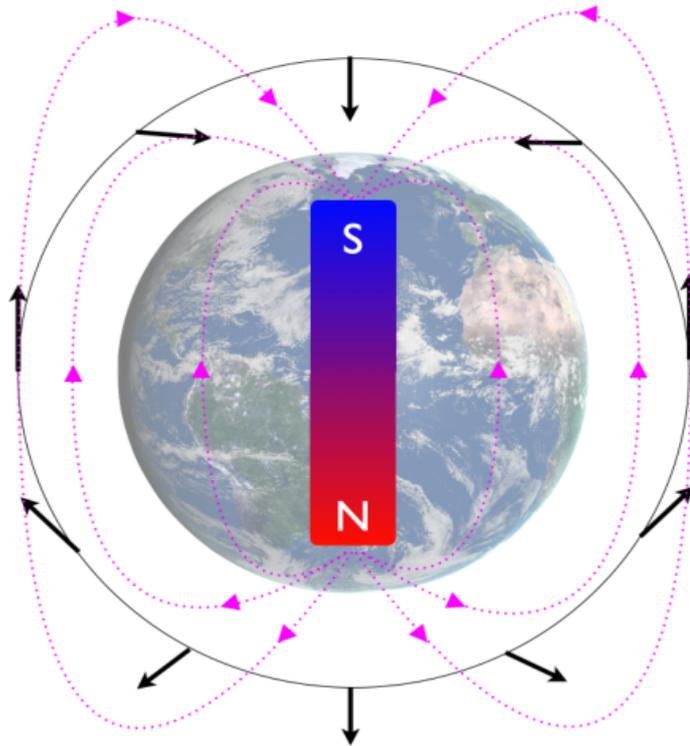
sendo  $R_0$  o raio equatorial da Terra;  $g_n^m$  e  $h_n^m$  são chamados de coeficientes Gaussianos, os quais são ajustados para se encaixar com valores experimentais;  $R_0$ ,  $\delta$  e  $\sigma$  são a distância geocêntrica, co-elevação e longitude de Greenwich, respectivamente; e  $P_n^m$  é associada com as funções de Legendre.

Quanto menor a ordem dos termos do somatório da Equação 2.15, maior sua contribuição na formação do potencial  $V_B$ . Tem-se a caracterização de um dipolo magnético quando  $n = 1$  e  $m = 0$ . Segundo Walt (1994), o potencial magnético do dipolo, neste caso, é dado por:

$$V_B = R_0 \left( \frac{R_0}{r} \right) g_1^0 \cos(\delta) \quad (2.16)$$

Para um satélite em LEO, é possível aproximar o campo magnético terrestre como um dipolo. Isso significa que se pode considerar a Terra como um grande dipolo magnético (ALVENES, 2012). Uma representação do modelo dipolo é vista na Figura 6, sendo que as linhas magnéticas saem do norte magnético e chegam ao sul magnético.

Figura 6 – Representação do campo geomagnético como dipolo.



Fonte: Adaptado de Alvenes (2012, p.13).

Portanto, a partir da representação de um dipolo, o equacionamento para o campo geomagnético pode ser dado pelas seguintes equações, onde  $B_r$  é o vetor radial e  $B_\theta$  é o vetor transversal do campo geomagnético local (WALT, 1994):

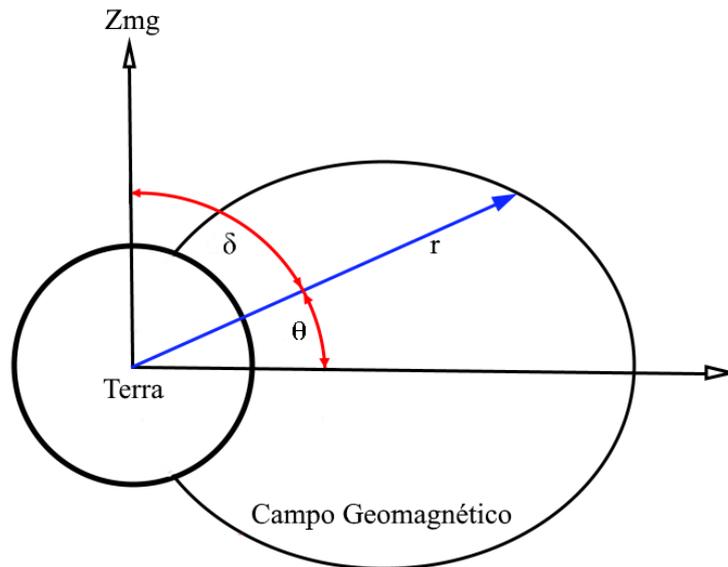
$$B_r = -2B_0 \left( \frac{R_0}{r} \right)^3 \sin(\theta) \quad (2.17)$$

$$B_\theta = B_0 \left( \frac{R_0}{r} \right)^3 \cos(\theta) \quad (2.18)$$

sendo  $B_0$  o valor médio do campo magnético no equador magnético na superfície terrestre,  $R_0$  é o valor médio do raio da Terra,  $r$  é o raio da órbita escolhida e  $\theta$  é a latitude medida a partir do Equador magnético. A representação das coordenadas do dipolo magnético da Terra é

apresentada na Figura 7:

Figura 7 – Coordenadas do dipolo magnético no sistema magnético girante.



Fonte: Autor (2019).

## 2.6 SISTEMAS DE CONTROLE PASSIVOS

O controle de atitude passivo utiliza-se de propriedades físicas do satélite e do ambiente espacial para controlar a atitude. Essa opção é atraente na medida em que o requisito de hardware é menos complicado e mais barato do que no caso de controle ativo (SIDI, 1997). Segundo Rawashdeh (2010), estabilização de atitude por controle passivo foi demonstrado efetivo para satélites pequenos. A teoria sobre estabilização por gravidade, estabilização aerodinâmica e estabilização magnética serão discutidos a seguir.

### 2.6.1 Estabilização por gravidade

Segundo Hughes (2004), o torque decorrente do gradiente de gravidade sobre o corpo do satélite pode ser usado para obter um controle sobre um eixo, ou seja, alcançar uma estabilização a partir de um apontamento sobre o vetor Nadir.

Ainda segundo Hughes (2004), analiticamente é possível atingir uma estabilidade de atitude do satélite sobre a orientação do vetor nadir explorando o torque gradiente de gravidade, ou seja, ocorre a estabilização sobre a rolagem e arfagem, deixando a guinada sem controle. Para que essa estabilização seja efetiva, é necessário que o corpo tenha uma distribuição inercial favorável.

### **2.6.2 Estabilização aerodinâmica**

Segundo Rawashdeh (2010), a interação entre as moléculas do ar e o satélite pode ser usada para obter uma estabilidade via alinhamento do satélite com o vetor velocidade, isso se chama estabilização aerodinâmica. Essa estabilidade aerodinâmica tipicamente age sobre a arfagem e guinada enquanto deixa a rolagem sem controle.

A aeroestabilização foi testada em 1996 quando um experimento fez parte do payload do ônibus espacial Endeavour. A estabilização aerodinâmica passiva com amortecimento magnético (PMAS) foi desenvolvida para caracterizar e demonstrar a estabilização aerodinâmica e amortecimento utilizando histerese. O projeto dessa espaçonave continha uma distribuição de massa tal que o centro de pressão e o centro de massa tivessem um distanciamento necessário para prover estabilidade (KUMAR; MAZANEK; HECK, 1995).

### **2.6.3 Estabilização magnética**

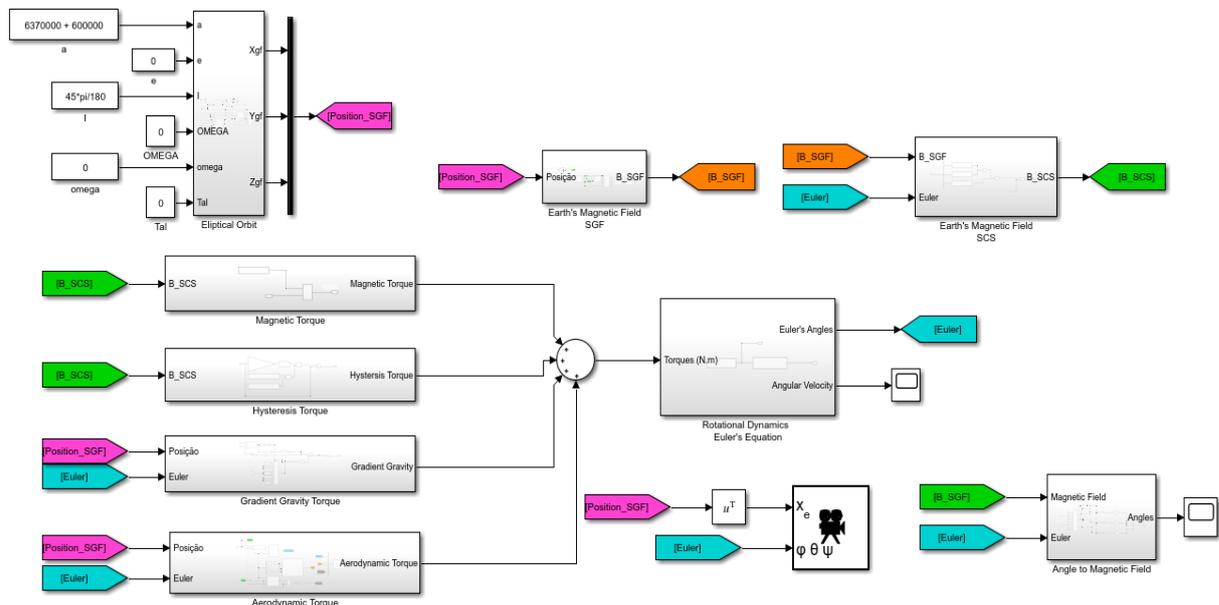
O sistema de controle passivo magnético de atitude (PMAC) é composto de ímãs permanentes e barras de histerese. Os ímãs são usados para que ocorra o alinhamento do corpo do satélite com o campo geomagnético local. Já as barras de histerese realizam o torque de amortecimento necessário para a estabilização (GERHARDT; PALO, 2010). Essa técnica é popular para estabilizar cubesats e sua eficácia já foi comprovada por alguns lançamentos, tais como o QuakeSat, Delfi-C3, GeneSat, entre outros. Uma importante observação a ser feita com relação aos ímãs é que a força decorrente do torque magnético deve ser forte o suficiente para superar qualquer perturbação produzida por outros torques (RAWASHDEH, 2010).

Segundo Gerhardt e Palo (2010), esse sistema de controle tem duas fontes de erro. O primeiro é o erro de estado estacionário, no qual o torque da barra de histerese causa um desalinhamento entre o ímã e o campo geomagnético, diminuindo a precisão de apontamento. O outro erro é o oscilatório, que ocorre quando o campo magnético terrestre muda no decorrer da órbita, causando um atraso antes do alinhamento. Aumentando a histerese, o erro oscilatório diminui, junto com o tempo necessário para obter um apontamento razoável. Mas esse aumento da histerese causa, por outro lado, acarreta um aumento do erro estacionário. Um bom sistema PMAC tem a relação ímã-histerese ideal para a missão necessária.

### 3 METODOLOGIA

O principal objetivo deste trabalho é a análise do método de controle magnético passivo de atitude, utilizando-se para tanto de uma simulação orbital. A metodologia consiste na modelagem matemática da dinâmica orbital do satélite por meio do equacionamento da sua trajetória, dos torques que afetam a sua atitude durante seu voo, e da influência do sistema de controle. Toda a simulação foi feita no ambiente SIMULINK, ferramenta do programa MATLAB. A modelagem do problema foi feita utilizando-se diagramas de blocos, como é possível verificar na Figura 8. Cada bloco executa uma parte específica da solução das equações diferenciais associadas ao movimento rotacional e translacional do satélite.

Figura 8 – Modelagem da simulação feita em ambiente SIMULINK.



Fonte: Autor (2019).

#### 3.1 PROPAGAÇÃO DA ÓRBITA E CÁLCULO DO CAMPO GEOMAGNÉTICO

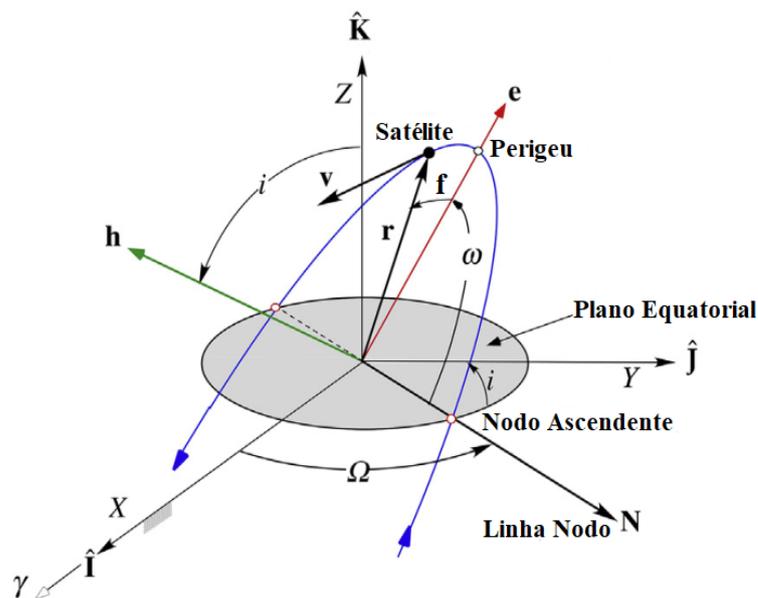
Segundo Bate, Mueller e White (1971), cinco quantidades chamadas de elementos orbitais são suficiente para descrever completamente o tamanho, formato e orientação de uma órbita. Um sexto elemento é necessário para determinar a posição do satélite ao longo da órbita em um determinado momento. Os chamados elementos orbitais clássicos, ou keplerianos, são:

- $a$  (Semi eixo maior): uma constante que define o tamanho da órbita cônica;
- $e$  (Excentricidade): uma constante que define o formato da órbita cônica;

- $i$  (Inclinação): o ângulo entre o vetor  $\vec{K}$ , que mostra a direção do eixo  $Z_{gf}$ , e o vetor de momento angular  $\vec{h}$ ;
- $\Omega$  (Longitude do nó ascendente): o ângulo, no plano fundamental, entre o vetor unitário  $\vec{I}$ , que mostra a direção do eixo  $X_{gf}$ , e o ponto onde o satélite cruza o plano fundamental numa direção norte, medindo de forma horária quando visto ao norte do plano fundamental;
- $\omega$  (Argumento do periapse): o ângulo, no plano da órbita do satélite, entre a direção do nodo ascendente (ponto da órbita onde o corpo passa do hemisfério sul ao norte, referente ao plano de referência) e a direção do periapse (ponto mais próximo ao corpo central), medido na direção do movimento do satélite;
- $\tau$  (Instante de passagem pelo periapse): o tempo quando o satélite estava no periapse.

A Figura 9 apresenta os elementos orbitais discutidos acima.

Figura 9 – Elementos orbitais clássicos.



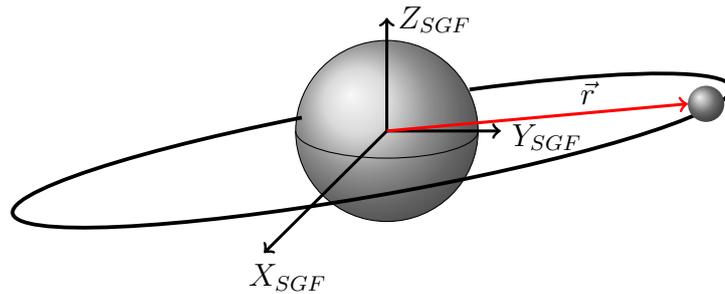
Fonte: Adaptado de Curtis (2014, p.196).

Assim, utilizando os elementos orbitais e considerando um satélite em órbita ao redor da Terra, é possível utilizar o equacionamento do problema de dois corpos para propagar a órbita do cubesat. Para o problema de dois corpos, é possível definir a trajetória de um corpo secundário ao redor do primário e relativo ao primário. Segundo Curtis (2014), a equação da órbita é dada por:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos(f)} \quad (3.1)$$

sendo  $r$  a distância do satélite tendo a Terra como referência,  $h$  sendo a magnitude do momento angular específico da órbita,  $\mu$  o parâmetro gravitacional, que possui a informação da massa dos dois corpos, e  $f$  a anomalia verdadeira. A Figura 10 apresenta o vetor posição do nanossatélite em sua órbita, sendo que a magnitude desse vetor é calculado com a Equação 3.1.

Figura 10 – Posição do satélite no SGF representando o raio  $\vec{r}$ , que sai do centro da Terra e vai até o centro de massa do cubesat.



Fonte: Autor (2019).

Ainda segundo Curtis (2014), a magnitude do momento angular específico da órbita e o período da órbita elíptica são dados respectivamente pelas seguintes equações:

$$h = \sqrt{a\mu(1 - e^2)} \quad (3.2)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (3.3)$$

A Equação 3.1 encontra a posição do satélite na sua órbita ao redor da Terra como função da anomalia verdadeira. Para ser possível propagar a órbita, é preciso determinar a posição como função do tempo. Dessa forma se define a anomalia média  $M$ , que seria a posição azimutal de um corpo fictício se movendo ao redor da elipse a uma velocidade angular constante. A Equação 3.4 determina a anomalia média (CURTIS, 2014).

$$M = \frac{2\pi}{T}(t - \tau) \quad (3.4)$$

O chamado problema de Kepler consiste em expressar a anomalia verdadeira em termos do tempo, e não há solução analítica. Tem-se três anomalias, a verdadeira identifica a posição do corpo em sua órbita, a média é uma representação do tempo, e a excêntrica  $E$  é a usada para solucionar o problema de Kepler (CAPDEROU, 2006). A solução desse problema vem na forma da Equação de Kepler, mostrada na Equação 3.5.

$$M = E - e \sin(E) \quad (3.5)$$

A partir das Equações 3.4 e 3.5, chega-se a:

$$\frac{2\pi}{T}(t - \tau) = E - e \sin(E) \quad (3.6)$$

Encontra-se a raiz dessa equação transcendental por métodos iterativos, e dessa forma, obtém-se  $E$  como função de  $M$ , para que na sequência se encontre  $f$ . Acha-se  $f$  a partir da Equação 3.7.

$$f = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \left( \frac{E}{2} \right) \right) \quad (3.7)$$

tendo a anomalia verdadeira, consegue-se encontrar as componentes  $X_{gf}$ ,  $Y_{gf}$  e  $Z_{gf}$  de um satélite em cada instante de tempo a partir dos parâmetros orbitais, com a Equação 3.8 (MURRAY; DERMOTT, 1999).

$$\begin{bmatrix} X_{gf}(t) \\ Y_{gf}(t) \\ Z_{gf}(t) \end{bmatrix} = R_{\Omega} R_i R_{\omega} \begin{bmatrix} \cos(f) \\ \sin(f) \\ 0 \end{bmatrix} \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos(f)} \quad (3.8)$$

sendo:

$$R_{\Omega} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & -\sin(\Omega) & 0 \\ \sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$R_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$R_{\omega} = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) & 0 \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

As equações acima permitem encontrar a posição do satélite na órbita descrita no SGF, mas o campo geomagnético local é modelado como um dipolo que rotaciona juntamente com a Terra. Além disso, o eixo longitudinal desse dipolo não está perfeitamente alinhado com o norte geográfico (WALT, 1994). Então, para o cálculo do campo geomagnético é necessário que essas coordenadas sejam descritas no SMG. Isso é feito em duas etapas: primeiro, escreve-se o vetor

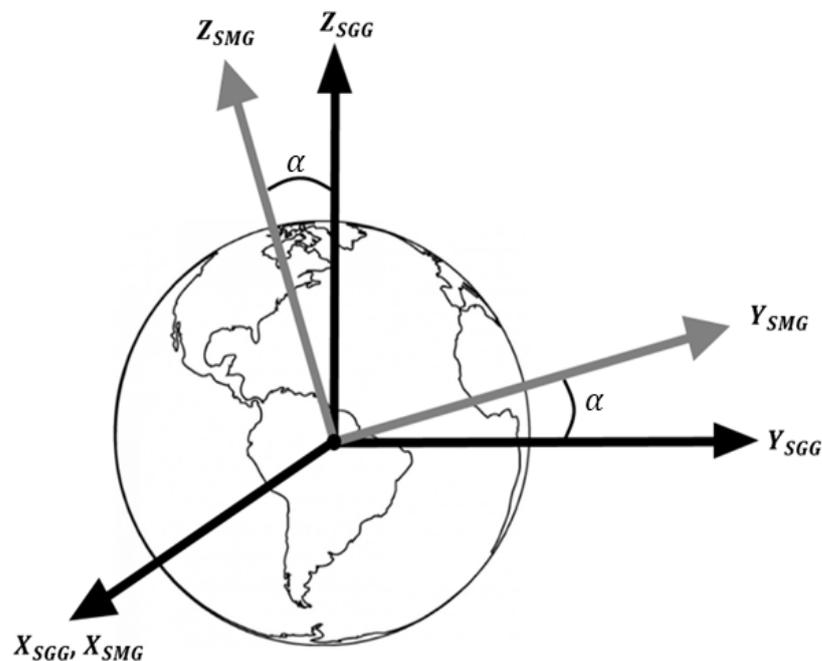
do SGF para o SGG a fim de levar em conta a rotação da Terra. Depois, converte-se este vetor para o SMG.

Assim, considera-se a rotação da Terra a partir de uma matriz de rotação em torno do eixo  $Z_{gf} = Z_{gg}$ , como mostrado na Figura 1. O período de rotação terrestre é de 24 horas e sua velocidade de rotação é de 15 graus por hora. Desta forma, a posição do satélite em termos do SGG é:

$$\begin{bmatrix} X_{gg} \\ Y_{gg} \\ Z_{gg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{gf} \\ Y_{gf} \\ Z_{gf} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

sendo  $\psi$  o ângulo entre os eixos do SGF e do SGG, que descreve a rotação da Terra. Assim, é possível rotacionar o vetor posição mais uma vez para descrever a posição no SMG. Para isso, utiliza-se uma matriz de rotação em torno de  $X_{gg} = X_{mg}$  com um ângulo de  $\alpha$ , sendo essa rotação apresentada na Figura 11.

Figura 11 – Sistemas SGG e SMG.



Fonte: Autor (2019).

Esse ângulo  $\alpha$  contabiliza a fase entre o norte geográfico e o sul magnético terrestre. Portanto, a posição do satélite em termos do SMG é:

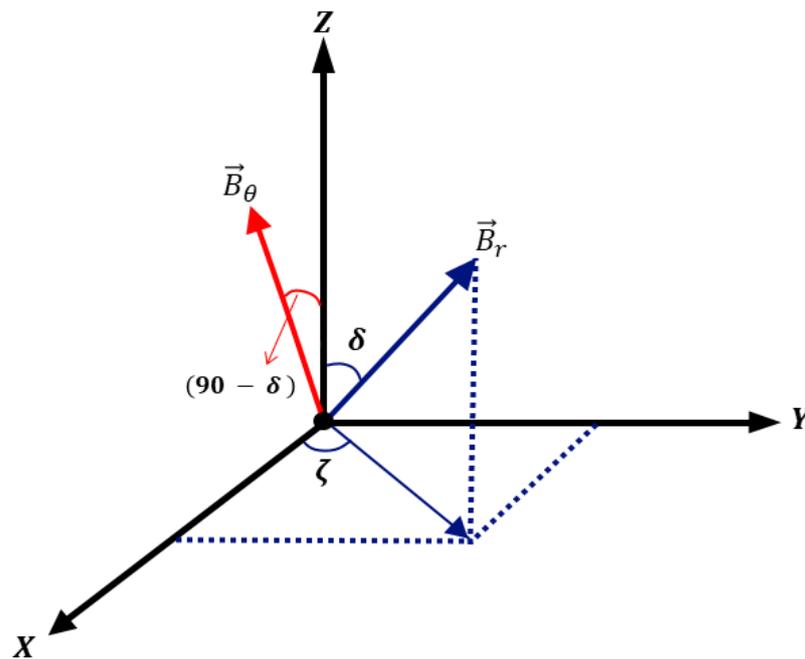
$$\begin{bmatrix} X_{mg} \\ Y_{mg} \\ Z_{mg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{gg} \\ Y_{gg} \\ Z_{gg} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Assim, tendo a posição do cubesat no SMG é possível utilizar as Equações 2.17 e 2.18 para calcular o campo geomagnético no ponto onde está o satélite, sendo o ângulo  $\delta$  calculado por:

$$\delta = \arccos\left(\frac{Z_{mg}}{r}\right) \quad (3.14)$$

descobrendo o ângulo  $\delta$ , calcula-se o valor radial  $B_r$  e transversal  $B_\theta$  do campo geomagnético local. Realiza-se uma transformação do sistema esférico para o sistema cartesiano em SMG. Para isso, é preciso entender como essas componentes variam de acordo com o quadrante em que o satélite está. A Figura 12 apresenta as componentes do campo geomagnético em um sistema esférico.

Figura 12 – Sistema de coordenadas esféricas para expressão do campo magnético local no SMG.



Fonte: Autor (2019).

Sendo que o campo  $\vec{B}$  está no plano feito pelos vetores  $\vec{B}_r$  e  $\vec{B}_\theta$ , assim a componente  $\zeta$  depende somente da posição do satélite no espaço. E como a componente radial está sempre

na mesma direção do vetor nadir, o ângulo  $\zeta_r$  sempre será igual à  $\zeta$ . Já o ângulo referente a componente transversal  $\zeta_\theta$ , depende se o nanossatélite está acima ou abaixo do plano XY. Assim:

$$\zeta_r = \zeta \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} \zeta_\theta = \zeta, & \text{se } z \geq 0 \\ \zeta_\theta = \zeta + 180, & \text{se } z < 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Portanto, é possível decompor as componentes esféricas de  $B_r$  e  $B_\theta$  em componentes cartesianas pelas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} B_{mrx} \\ B_{mry} \\ B_{mrz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_r \sin(\delta) \cos(\zeta_r) \\ B_r \sin(\delta) \sin(\zeta_r) \\ B_r \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} B_{m\theta x} \\ B_{m\theta y} \\ B_{m\theta z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_\theta \sin(|90 - \delta|) \cos(\zeta_\theta) \\ B_\theta \sin(|90 - \delta|) \sin(\zeta_\theta) \\ B_\theta \cos(|90 - \delta|) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

dessa forma, as componentes cartesianas no campo geomagnético no sistema de coordenada SMG são:

$$\begin{bmatrix} B_{mx} \\ B_{my} \\ B_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{mrx} + B_{m\theta x} \\ B_{mry} + B_{m\theta y} \\ B_{mrz} + B_{m\theta z} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Para rotacionar essas componentes para o SMG, precisa-se usar uma matriz de rotação no sentido horário em torno do eixo X, conforme a Equação 3.20.

$$\begin{bmatrix} B_{gx} \\ B_{gy} \\ B_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{mx} \\ Y_{my} \\ Z_{mz} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

precisa-se agora rotacionar o vetor em torno do eixo Z num sentido horário para que as componentes sejam representadas no SGF, como mostrado na Equação 3.21.

$$\begin{bmatrix} B_{fx} \\ B_{fy} \\ B_{fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{gx} \\ Y_{gy} \\ Z_{gz} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

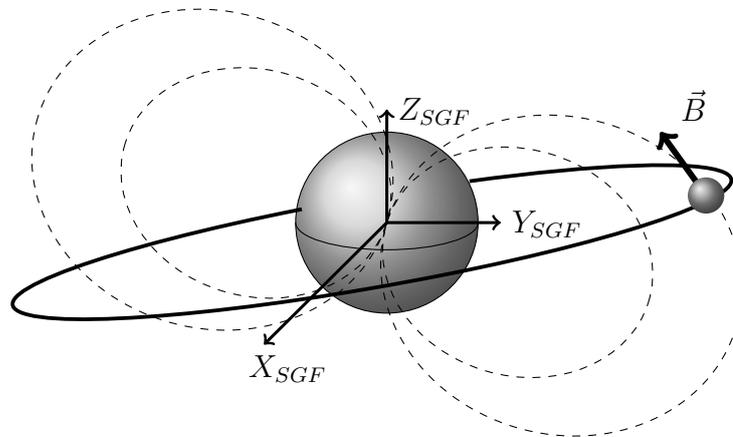
finalmente, realiza-se uma última rotação utilizando os ângulos de Euler para que o campo magnético local esteja representado no SCS, com a finalidade de ser contabilizado no cálculo dos torques, conforme a Equação 3.22.

$$\begin{bmatrix} B_{cx} \\ B_{cy} \\ B_{cz} \end{bmatrix} = C(\phi, \gamma, \rho) \begin{bmatrix} B_{fx} \\ B_{fy} \\ B_{fz} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

### 3.2 CÁLCULO DOS TORQUES

Um fenômeno físico conhecido é que um dipolo magnético sofre um momento de força quando imerso em um campo magnético. Esse é o cerne da estratégia para uma estabilização magnética passiva de um cubesat. A ideia é introduzir ímãs permanentes no corpo do satélite, pois, assim, o campo magnético do dipolo tenderá a se alinhar com o campo magnético da Terra durante seu voo orbital. A Figura 13 ilustra o satélite em sua órbita e o vetor magnético  $\vec{B}$  tangenciando as linhas geomagnéticas.

Figura 13 – Representação da órbita do satélite e das linhas do campo geomagnético.



Fonte: Autor (2019).

Para realização da simulação orbital, precisa-se contabilizar os torques que ocorrem sobre o cubesat em seu voo orbital. O torque magnético e o torque gradiente de gravidade têm cálculo menos complicados que o dos torques de histerese e aerodinâmico, portanto as seções abaixo serão dedicadas para apresentar a metodologia adotada para computar os torques complexos.

#### 3.2.1 Metodologia para o cálculo do torque aerodinâmico

Como dito na seção 2.4.1, a atmosfera causa forças translacionais e momentos no satélite durante seu voo orbital, sendo que o momento calculado pela Equação 2.8.

A linha de Kármán é uma fronteira convencional, a qual é usada para definir o limite entre a atmosfera terrestre e o espaço. Essa linha está localizada a 100 km acima do nível do mar. Isso ocorre pois nessas altitudes o número de Knudsen (relação entre o caminho livre das moléculas e o tamanho característico do corpo) é maior do que um. Assim, devido à baixa densidade atmosférica, a interação entre as moléculas é negligenciada e apenas ocorre interação entre o gás e a superfície sólida estudada (GOMBOSI, 1994).

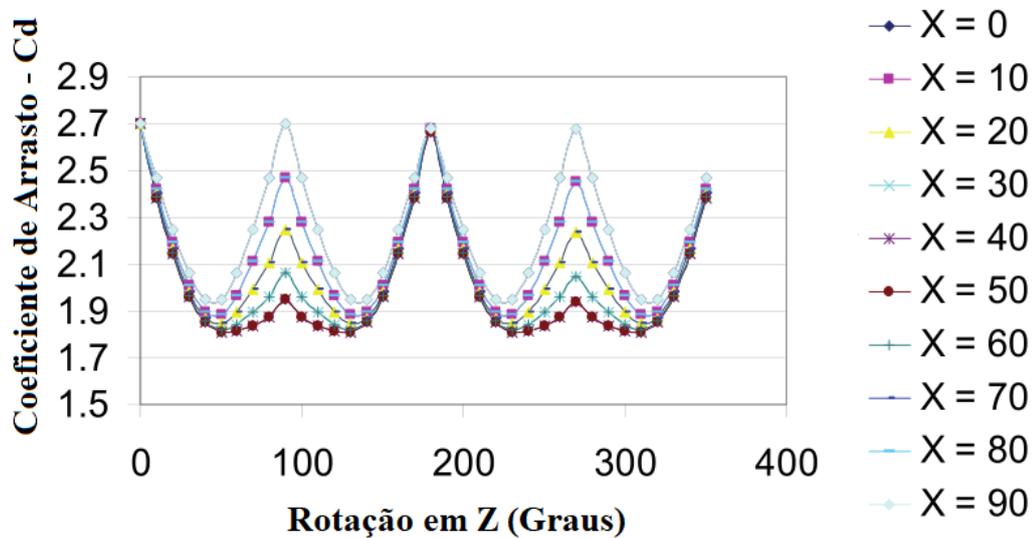
Segundo Gombosi (1994), devido ao número de Knudsen ser maior que um, o escoamento que ocorre nessa região se chama escoamento rarefeito, ou escoamento de moléculas livre. Esse escoamento é diferente de um escoamento contínuo, pois a interação molecular com um corpo sólido nesse gás rarefeito é governado pela interação individual das partículas com a superfície do corpo.

Um dos desafios de calcular o torque atmosférico é saber qual o coeficiente de arrasto para um cubo nestas condições, e como o escoamento é rarefeito, não é possível utilizar de ferramentas como fluidodinâmica computacional (CFD). Assim, é preciso utilizar métodos como elementos finitos de placa ou simulação direta de Monte Carlo (DSMC) (REYNERSON, 2011).

Segundo Hughes (2004) a interação entre o gás e a superfície acontece de duas formas: especular e difusa. A reflexão especular ocorre quando não há variação na energia da molécula, ou seja, o ângulo de incidência e reflexão são iguais e as velocidades de chegada e saída são idênticas em magnitude. Na reflexão difusa a molécula é absorvida pela superfície, perdendo a memória de sua direção e energia. Essa molécula interage com as moléculas do material e eventualmente sai dessa interação de acordo com uma distribuição de Maxwell para a velocidade. Dessa forma, a distribuição de Maxwell pode considerar que uma parcela das moléculas incidentes seja refletida de maneira especular enquanto o resto sofre uma reflexão difusa (PADILLA; BOYD, 2007).

Segundo Reynerson (2011), usando um fator de especularidade de 25%, os modelos de DSMC e elementos finitos de placa fornecem o mesmo resultado para o coeficiente de arrasto de um cubo quando imposto um escoamento rarefeito a uma altitude de 300 km. A Figura 14 apresenta o resultado.

Figura 14 – Coeficiente de arrasto calculado utilizando simulação direta de Monte Carlo.



Fonte: Adaptado de Reynerson (2011, p.336).

Segundo Ravindran e Hughes (1972), a velocidade que deve ser levada em conta para o cálculo do torque não é apenas a velocidade do cubesat, mas sim a velocidade relativa da atmosfera em relação ao satélite, no sistema de coordenadas do corpo do satélite. Assim, a velocidade atmosférica local para uma atmosfera terrestre girante é descrita pela Equação 3.23.

$$\vec{V}_r = V \left[ 1 - \left( \frac{\omega_E R}{V} \right) \cos(i) \right] C(\phi, \gamma, \rho) \begin{bmatrix} -1 \\ \left( \frac{\omega_E R}{V} \right) \sin(i) \cos(f) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

sendo  $V$  a magnitude da velocidade orbital do satélite,  $R$  a distância até o centro da Terra,  $\omega_E$  a velocidade angular de rotação terrestre e  $C(\phi, \gamma, \rho)$  a matriz global definida pelo Teorema de Euler. Portanto, a magnitude da velocidade que entra no cálculo do torque aerodinâmico é a magnitude de  $\vec{V}_r$ .

Segundo Vallado (1997), é possível assumir que a densidade atmosférica decaia de forma exponencial com a altitude. Também é possível assumir uma distribuição esfericamente simétrica de partículas, em que a densidade  $\rho_{ar}$  varia de acordo com a Equação 3.24.

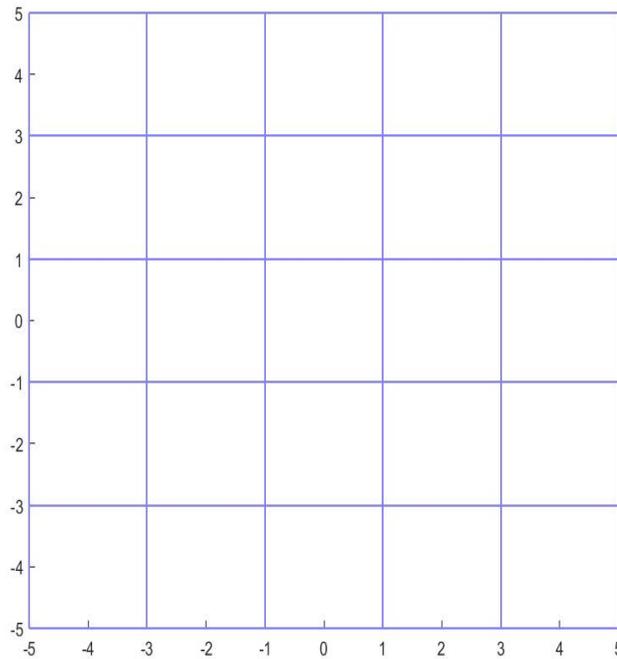
$$\rho_{ar} = \rho_0 \exp \left[ - \frac{h_{ellp} - h_0}{H} \right] \quad (3.24)$$

sendo  $\rho_0$  a densidade de referência, que é usada com a altitude de referência  $h_0$ ,  $h_{ellp}$  é a altitude do satélite, e  $H$  é um peso escalar.

Conseguindo descrever todas as variáveis necessárias para calcular a força e o torque

aerodinâmico, ainda é necessário resolver a integral da Equação 2.8. Uma alternativa comum, segundo Fortescue, Swinerd e Stark (2011), é representar o corpo estudado como uma coleção de geometrias simples, como por exemplo, placas planas. O caso nesta monografia é o cubo e pode-se dividir as faces em vários elementos, como mostrado na Figura 15.

Figura 15 – Divisão de uma face do cubo em elementos.



Fonte: Autor (2019).

Ainda segundo Fortescue, Swinerd e Stark (2011), a partir dessa divisão, para um modelo composto de  $n$  placas planas, sendo que cada placa tem uma normal  $\hat{N}_i$  apontada para fora do corpo e área  $A_i$ , o torque é representado pela Equação 3.25.

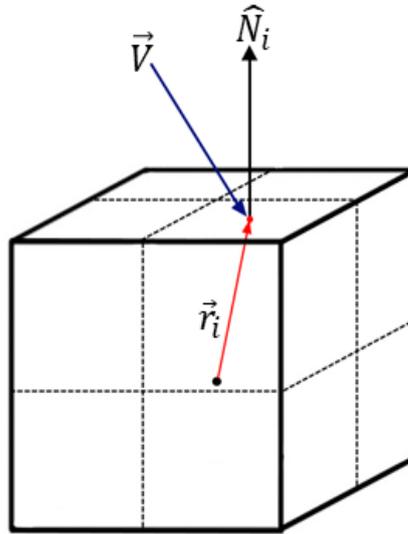
$$\vec{M}_{aero} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{aero,i} \quad (3.25)$$

Para a força aerodinâmica com a seguinte forma:

$$\vec{F}_{aero,i} = -\frac{1}{2} \rho_{ar} C_d V_r^2 A_i (\hat{N}_i \cdot \hat{V}) \hat{V} \quad (3.26)$$

A Figura 16 mostra a divisão de elementos na face do cubo com o vetor  $\vec{r}_i$ , o vetor  $\hat{N}_i$  e a velocidade  $\vec{V}$ .

Figura 16 – Vetores  $\vec{r}_i$ ,  $\hat{N}_i$  e  $\vec{V}$  em um elemento do cubo.



Fonte: Autor (2019).

### 3.2.2 Metodologia para o cálculo do torque de histerese

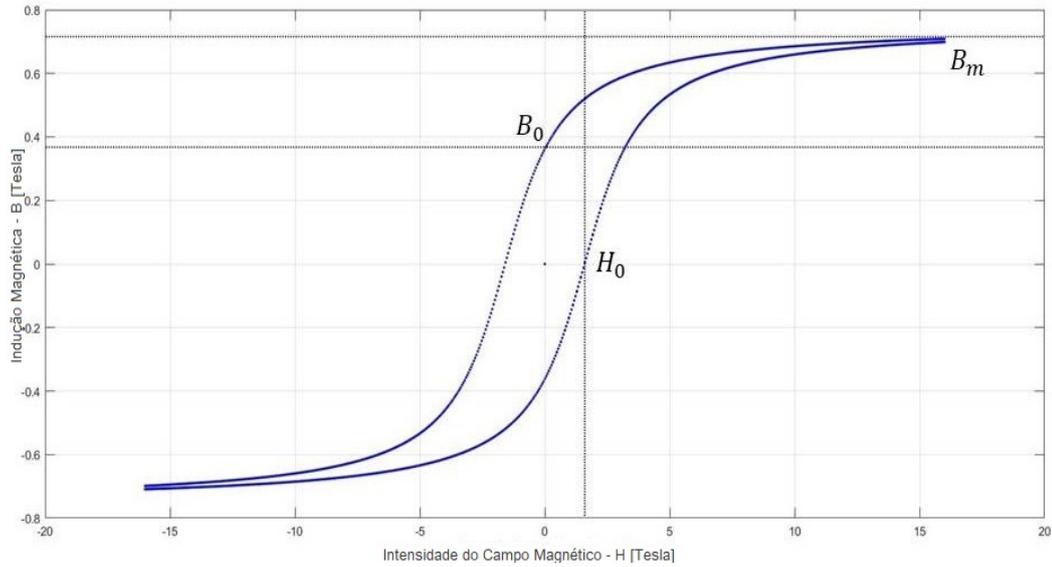
Os materiais de histerese são definidos por três parâmetros: indução de saturação  $B_m$  (Tesla); a indução remanescente  $B_0$  (Tesla); e a coercividade  $H_0$  (Ampere/metro). Usando esses três parâmetros, aplica-se a seguinte equação para modelar a histerese do material (JAYARAM; PAIS, 2012):

$$B_{hist} = \frac{2B_m}{\pi} \tan^{-1} \left[ \frac{1}{H_0} \tan \left( \frac{\pi B_0}{2B_m} \right) (H \pm H_0) \right] \quad (3.27)$$

nota-se que o termo  $\pm H_0$  pode ter dois valores, dependendo da natureza do campo magnético. Assim,  $+H_0$  será usado quando  $dH/dt < 0$ , e  $-H_0$  será usado quando  $dH/dt > 0$ .

A partir da equação 3.27 é possível ilustrar o comportamento da barra de histerese pela Figura 17.

Figura 17 – Curva de histerese a partir da Equação 3.27.



Fonte: Autor (2019).

A modelagem matemática da histerese a partir da Equação 3.27 pode se tornar complicada. Assim, segundo Flatley e Henretty (1995), é possível usar um algoritmo para adquirir uma aproximação de testes empíricos feitos com apenas algumas equações simples. Dado o campo magnético local  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $dH/dt$ , e com as constantes  $q_0 = 0,085$  e  $p = 4,75$ , determinadas por métodos iterativos de tentativa e erro para que o valor da inclinação da curva seja próxima dos valores encontrados em laboratório, faz-se:

1. Calcula-se  $H_L$ , o valor de  $H$  no limite esquerdo da curva correspondente a um valor de  $B$ , como apresentado na Figura 18.

$$H_L = \left( \frac{\tan\left(\frac{\pi B}{2B_m}\right)}{\frac{1}{H_0} \tan\left(\frac{\pi B_0}{2B_m}\right)} \right) - H_0 \quad (3.28)$$

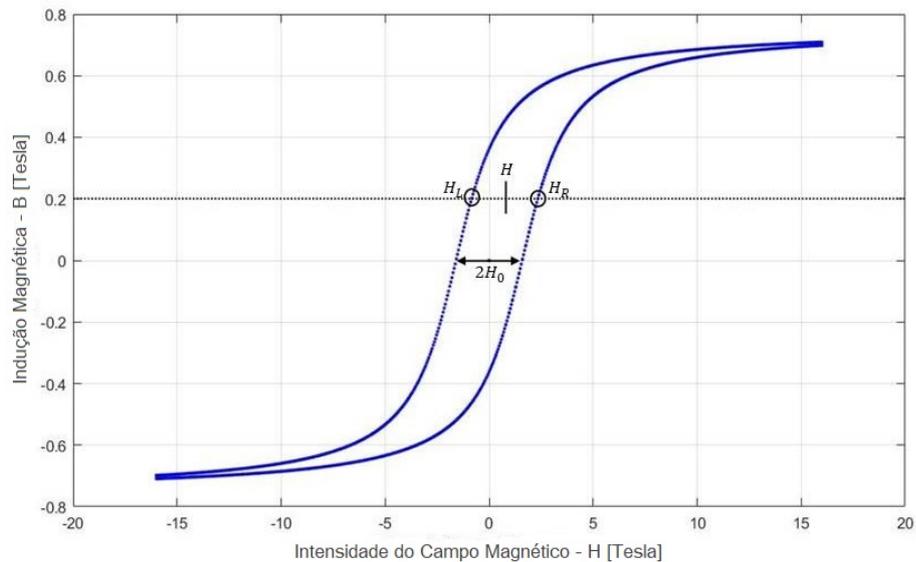
2. Calcula-se  $B'$ , a inclinação da curva teórica correspondente ao valor de  $B$ .

$$B' = \frac{2B_m \tan\left(\frac{\pi B_0}{2B_m}\right)}{\pi H_0} \left( \cos^2 \left( \frac{\pi B}{2B_m} \right) \right) \quad (3.29)$$

3. Acha-se  $\Gamma$ , um fator geométrico usado para a correção da inclinação da curva. A Figura 18 retrata os elementos mostrados abaixo.

$$\begin{cases} \Gamma = \frac{(H-H_L)}{2H_0}, & \text{se } dH/dt > 0 \\ \Gamma = \frac{(H_R-H_L)-(H-H_L)}{2H_0} = \frac{1-(H-H_L)}{2H_0}, & \text{se } dH/dt < 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Figura 18 – Apresentação dos elementos  $H_R$  e  $H_L$  para determinados valores de  $H$  e  $B$



Fonte: Autor (2019).

4. Calcula-se  $q$ , uma expressão utilizada para que a inclinação da curva teórica se aproxime dos valores encontrados em testes empíricos.

$$q = q_0 + (1 - q_0)\Gamma^p \quad (3.31)$$

5. A inclinação da curva adaptada é calculada como:

$$\frac{dB}{dH} = qB' \quad (3.32)$$

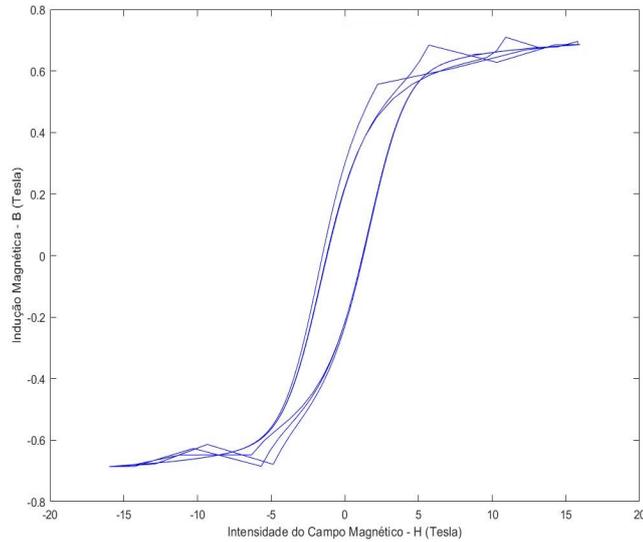
6. Por fim, calcula-se  $dB/dt$ .

$$\frac{dB_{hist}}{dt} = \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt} \quad (3.33)$$

Encontra-se o valor de  $B_{hist}$  integrando o resultado de  $dB_{hist}/dt$

A partir do algoritmo apresentado acima, a curva de histerese tem o seguinte formato.

Figura 19 – Curva de histerese aproximada de acordo com o algoritmo de Flatley e Henretty (1995).



Fonte: Autor (2019).

Como dito anteriormente, o método para a representação da histerese é complexo, assim usa-se o algoritmo explicado acima para a modelagem desse problema. Porém, pela Figura 19, percebe-se que a curva de histerese tem certa divergência quando a derivada  $\frac{dB}{dH}$  se aproxima de zero. Apesar disso, os resultados obtidos utilizando esse método são bem próximos dos obtidos em laboratório (FLATLEY; HENRETTY, 1995).

### 3.2.3 Metodologia para o cálculo da Equação de Euler

Após ter modelado os momentos que atuam no satélite devido ao ambiente espacial e sua interação com o sistema de controle, usa-se a equação de Euler 2.6 para calcular a dinâmica rotacional do corpo. Porém, é possível fazer uma simplificação conforme a Equação 3.34, o que facilita a resolução do problema. Assume-se que o satélite tem uma distribuição homogênea de massa nos eixos principais, assim a matriz de inércia pode ser escrita como uma matriz diagonal.

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Considerando o vetor de velocidades angulares  $\vec{\omega}$  como:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

nestas condições, e equação de Euler 2.6 da dinâmica rotacional de um corpo rígido resulta no seguinte sistema de equações diferenciais (HUGHES, 2004).

$$\begin{cases} I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr = M_x \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr = M_y \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq = M_z \end{cases} \quad (3.36)$$

Segundo Stevens e Lewis (2003), dado um vetor variante no tempo de ângulos de Euler que descreve o movimento de um sistema rotacional, é possível determinar as componentes da velocidade angular do corpo estudado. Assim, considerando as derivadas no tempo dos ângulos de Euler, acha-se o vetor velocidade angular no corpo do satélite através da multiplicação de uma matriz de transformação  $T_M^{-1}$ .

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = T_M^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\rho} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

sendo,

$$T_M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\gamma) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\gamma) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Tendo o vetor velocidade angular do cubesat, calcula-se a derivada no tempo dos ângulos de Euler através da inversa da matriz  $T_M^{-1}$ . Ou seja,

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan(\gamma)\sin(\phi) & \tan(\gamma)\cos(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\gamma)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\gamma)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Integrando o vetor acima, descobrem-se os ângulos que constituem a atitude do satélite. A partir disso, calcula-se novamente a posição do corpo, o campo geomagnético local e os torques externos, fazendo-se isso por meio de um método numérico iterativo.

## 4 RESULTADOS

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos pelo simulador descrito nas seções anteriores. Como explicado, o cerne da estratégia de controle magnético passivo é implantar ímãs no corpo do cubesat e barras de histerese, para que assim se tenha um acompanhamento das linhas do campo geomagnético e dissipação de energia. Dessa forma, as Tabelas 1 e 2 descrevem as características dos materiais selecionados para suprir as necessidades do ADCS.

Tabela 1 – Propriedades do Ímã Alnico-5.

<b>Input</b>	<b>Valor</b>
<i>Coercividade</i>	$5,09 \cdot 10^4 [A/m]$
<i>Indução Remanescente</i>	$1,28 [Tesla]$
<i>Dipolo Magnético no Eixo <math>X_{sc}</math></i>	$0,7 [A \cdot m^2]$
<i>Dipolo Magnético no Eixo <math>Y_{sc}</math></i>	$0 [A \cdot m^2]$
<i>Dipolo Magnético no Eixo <math>Z_{sc}</math></i>	$0 [A \cdot m^2]$

Tabela 2 – Propriedade da Histerese HyMu-80

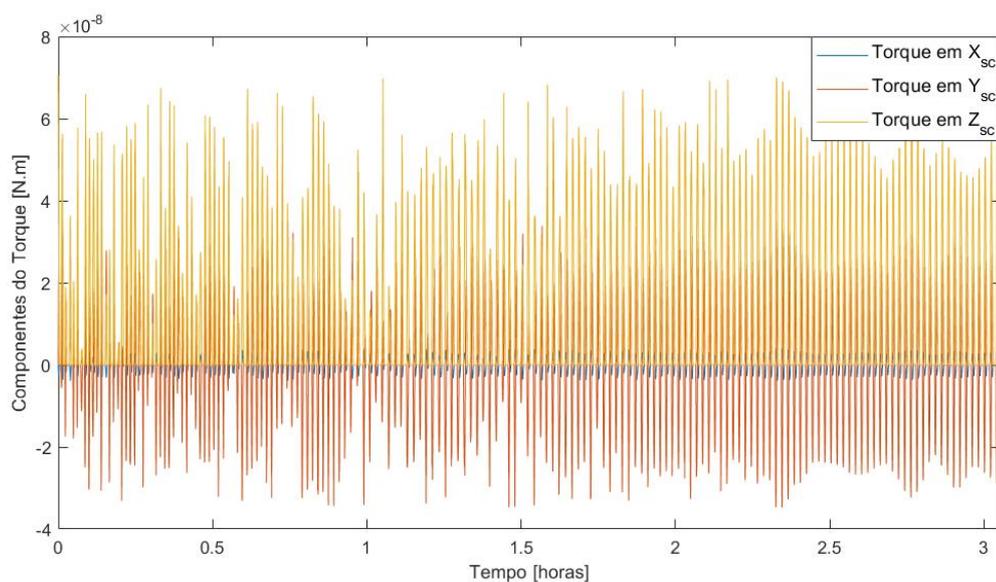
<b>Input</b>	<b>Valor</b>
<i>Coercividade</i>	$1,59 [A/m]$
<i>Indução de Saturação</i>	$0,73 [Tesla]$
<i>Indução Remanescente</i>	$0,35 [Tesla]$
<i>Volume no Eixo <math>X_{sc}</math></i>	$5 \cdot 10^{-9} [m^3]$
<i>Volume no Eixo <math>Y_{sc}</math></i>	$7 \cdot 10^{-8} [m^3]$
<i>Volume no Eixo <math>Z_{sc}</math></i>	$7 \cdot 10^{-8} [m^3]$

Também é necessário descrever quais são as propriedades mecânicas do cubesat e as condições iniciais da simulação. Essas informações são dadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Condições iniciais da simulação.

Input	Valor
$I_{xx}$	0,00182 [kg.m <sup>2</sup> ]
$I_{yy}$	0,00185 [kg.m <sup>2</sup> ]
$I_{zz}$	0.00220 [kg.m <sup>2</sup> ]
$\omega_{x0}$	6 °/s
$\omega_{y0}$	3 °/s
$\omega_{z0}$	4 °/s
$\phi_0$	0°
$\gamma_0$	0°
$\rho_0$	0°

As Figuras 20 a 25, são referentes à simulação de uma órbita circular, com inclinação igual a zero, ou seja, na linha de equador, e com uma altitude de 300 km. Esses parâmetros foram escolhidos para simular a contribuição do torque aerodinâmico com auxílio dos resultados de Reynerson (2011) para o coeficiente de arrasto. Para essa simulação, usou-se uma malha no cubesat de 25 elementos por face, ou seja, 150 elementos totais, e calculou-se a densidade atmosférica de acordo com a equação 3.24. O torque devido a atmosfera rarefeita é mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Torque aerodinâmico para uma órbita com  $altitude = 300\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .

Fonte: Autor (2019).

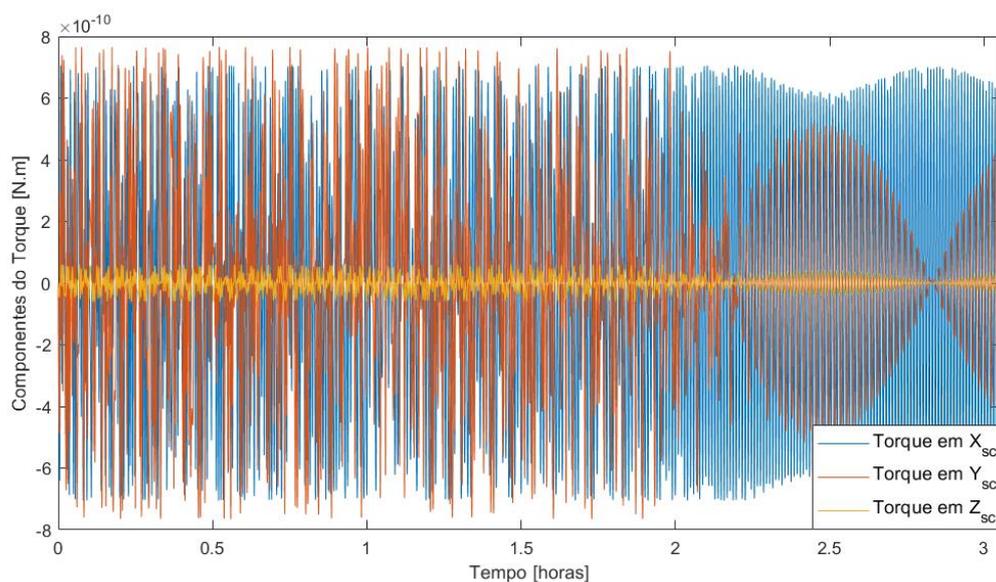
A raiz do valor quadrático médio (RMS), ou em inglês, root mean square, é calculado no torque aerodinâmico para indicar um valor eficaz da magnitude do torque nos eixos do satélite. Esse resultado é apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – RMS das componentes do torque aerodinâmico apresentado na Figura 20.

Eixos	RMS do Torque
$X_{sc}$	$0,0134 \times 10^{-7} [N.m]$
$Y_{sc}$	$0,1207 \times 10^{-7} [N.m]$
$Z_{sc}$	$0,2158 \times 10^{-7} [N.m]$

Outro torque calculado foi o torque gradiente de gravidade, apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Torque gradiente de gravidade para uma órbita com  $altitude = 300 km$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

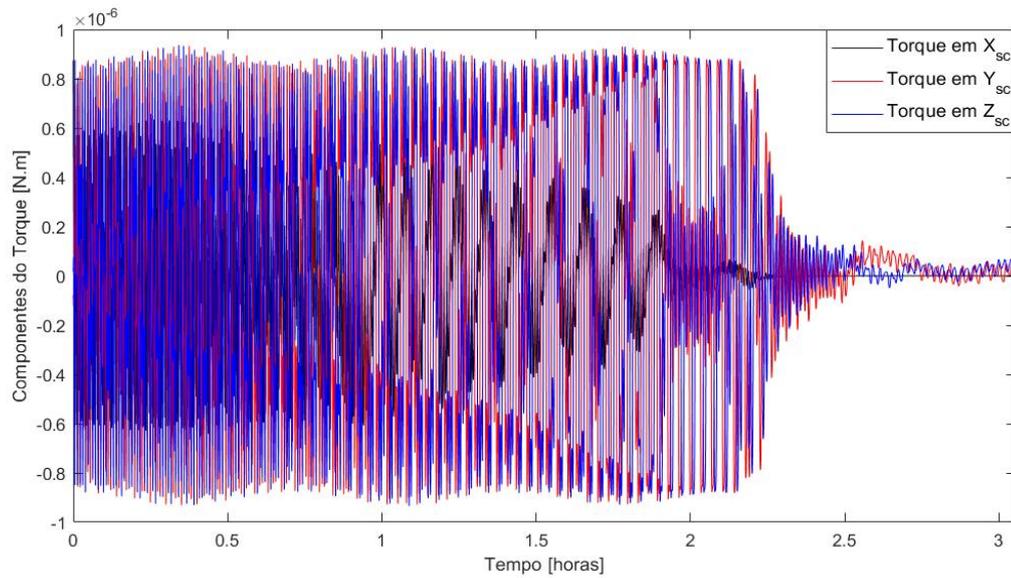
A Tabela 5 expõe o RMS calculado a partir dos resultados do torque gradiente de gravidade.

Tabela 5 – RMS das componentes do gradiente de gravidade apresentado na Figura 21.

Eixos	RMS do Torque
$X_{sc}$	$0,4253 \times 10^{-9} [N.m]$
$Y_{sc}$	$0,3303 \times 10^{-9} [N.m]$
$Z_{sc}$	$0,0263 \times 10^{-9} [N.m]$

A Figura 22 exhibe o torque em razão das barras de histerese presentes no corpo.

Figura 22 – Torque de histerese para uma órbita com  $altitude = 300\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

O RMS do torque de histerese é exibido na Tabela 6.

Tabela 6 – RMS das componentes do torque de histerese apresentado na Figura 22.

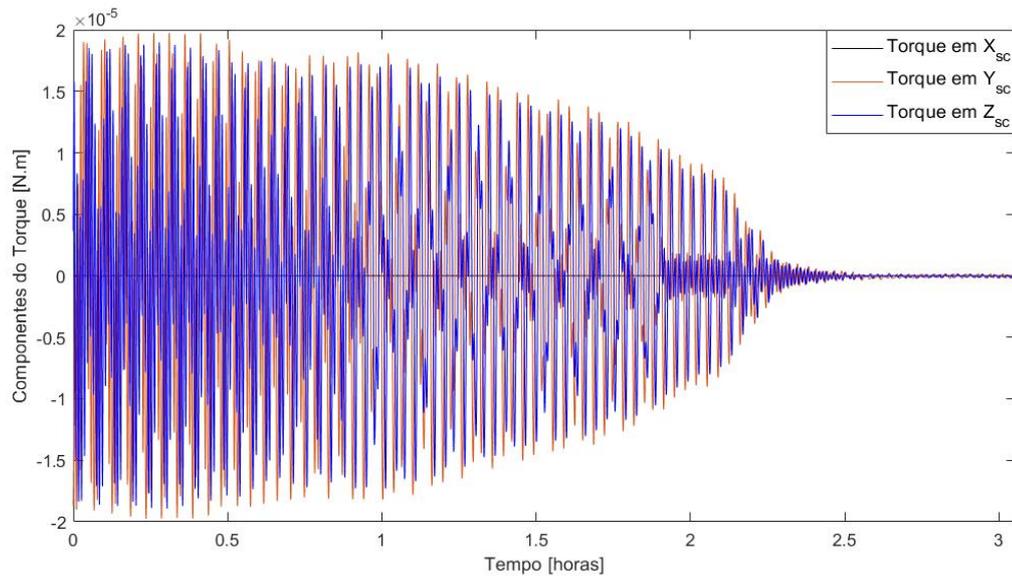
Eixos	RMS do Torque
$X_{sc}$	$0,2091 \times 10^{-6} [N.m]$
$Y_{sc}$	$0,5581 \times 10^{-6} [N.m]$
$Z_{sc}$	$0,5631 \times 10^{-6} [N.m]$

Finalmente, apresenta-se na Figura 23 o torque em virtude dos ímãs permanentes presentes no cubesat. Expõem-se também na Tabela 7 o resultado da raiz do valor quadrático médio dos valores das componentes do torque magnético nos eixos do cubesat.

Tabela 7 – RMS das componentes do torque magnético apresentado na Figura 23.

Eixos	RMS do Torque
$X_{sc}$	$0,2091 \times 10^{-6} [N.m]$
$Y_{sc}$	$0,5581 \times 10^{-6} [N.m]$
$Z_{sc}$	$0,5631 \times 10^{-6} [N.m]$

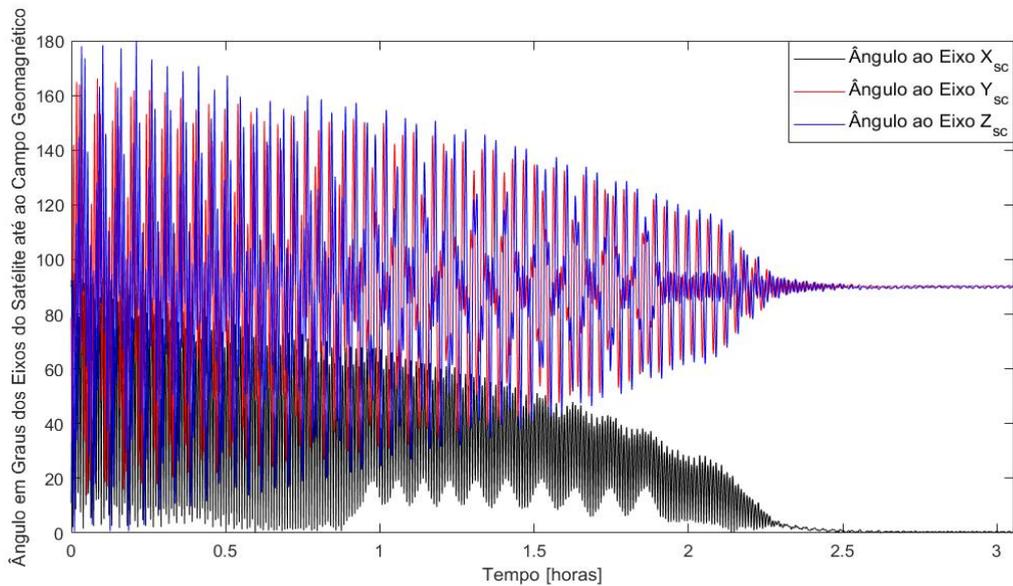
Figura 23 – Torque magnético para uma órbita com  $altitude = 300\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

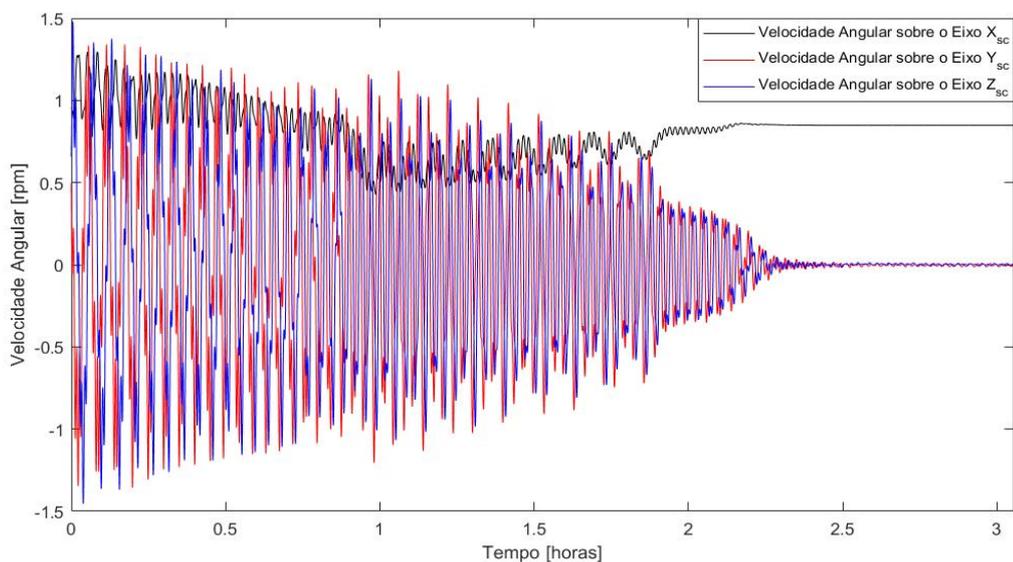
Segundo Rawashdeh (2010), a força decorrente do torque magnético deve superar qualquer perturbação produzida por outros torques, como é possível observar nas Figuras 20 a 23, esse foi o caso para o sistema de controle escolhido. As Figuras a seguir representam importantes resultados obtidos. A Figura 24 apresenta a angulação entre os eixos do satélite em respeito ao campo geomagnético, e a Figura 25 exhibe as velocidades angulares do cubesat durante seu voo orbital.

Figura 24 – Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com  $altitude = 300\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

Figura 25 – Velocidade angular do cubesat durante a órbita com  $a = 300\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .

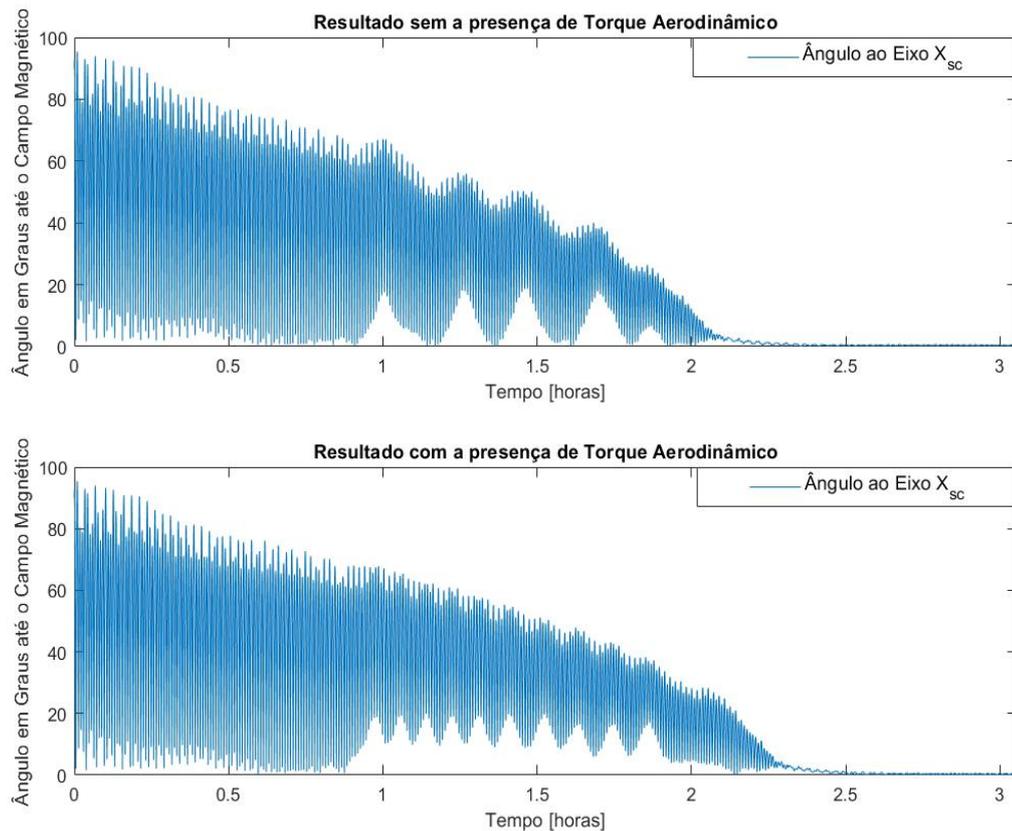


Fonte: Autor (2019).

Percebe-se pela Figura 24 que o sistema de controle conseguiu fazer com que o satélite seguisse o campo geomagnético local, pois a diferença de angulação entre o eixo onde está no ímã e o campo magnético cai para valores muito baixos. Nota-se também que as velocidades angulares sobre os eixos  $Y_{sc}$  e  $Z_{sc}$  variam em torno de zero, o que também sugere a estabilização

da atitude do cubesat. A Figura 26 apresenta a comparação em relação ao tempo que leva para o ímã se alinhar com o campo geomagnético quando há a presença do torque aerodinâmico e quando não há.

Figura 26 – Comparação entre o tempo de alinhamento do ímã com o campo geomagnético quando o torque aerodinâmica está ou não presente.

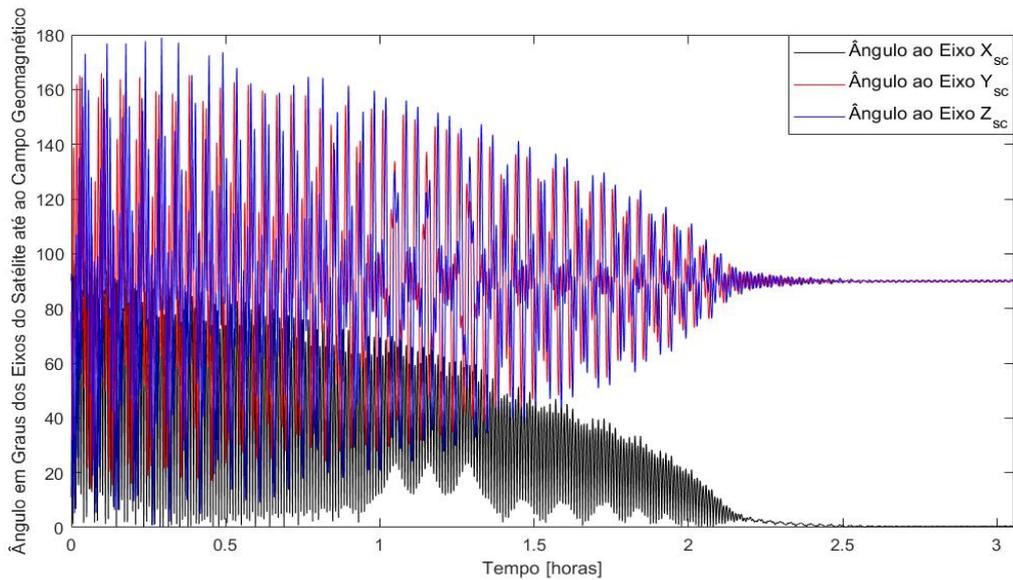


Fonte: Autor (2019).

A literatura, no que diz respeito ao torque aerodinâmico, aborda esse torque como dominante em espaçonaves grandes para altitudes de até 400 *km* (WERTZ et al., 1978). Porém, percebe-se pelos resultados acima que o fato do cubesat ter uma área pequena, faz com que o torque aerodinâmico a uma altitude de 300 *km* não seja uma grande fonte de perturbações. Portanto, para os próximos resultados, será desconsiderado o torque aerodinâmico, pois seus efeitos são ainda menores para maiores altitudes.

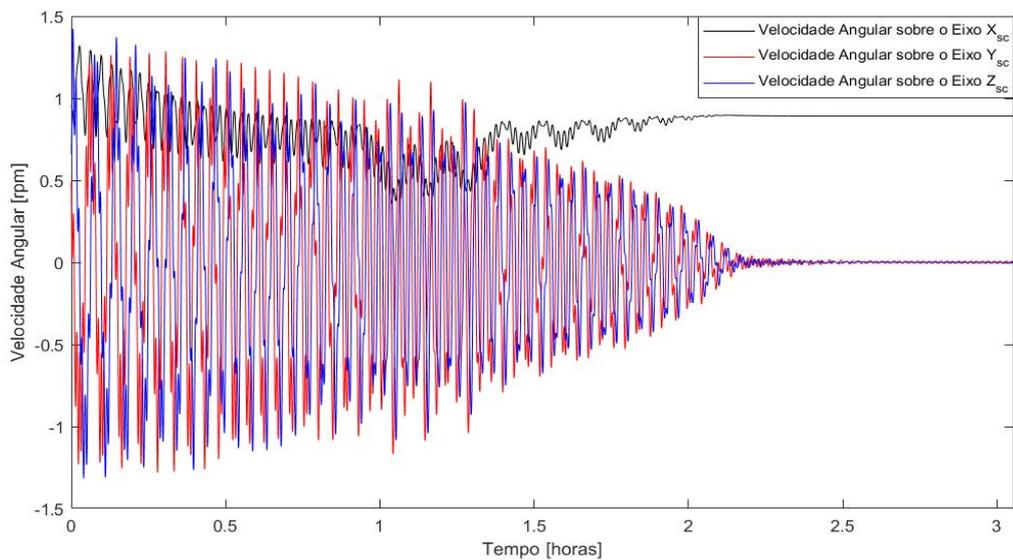
Outros resultados serão expostos neste capítulo para comprovar o funcionamento do sistema de controle passivo para diferentes inclinações e excentricidade de órbita. As Figuras 27 e 28 apresentam os resultados para uma órbita circular, com altitude de 600 *km* e inclinação igual a zero.

Figura 27 – Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

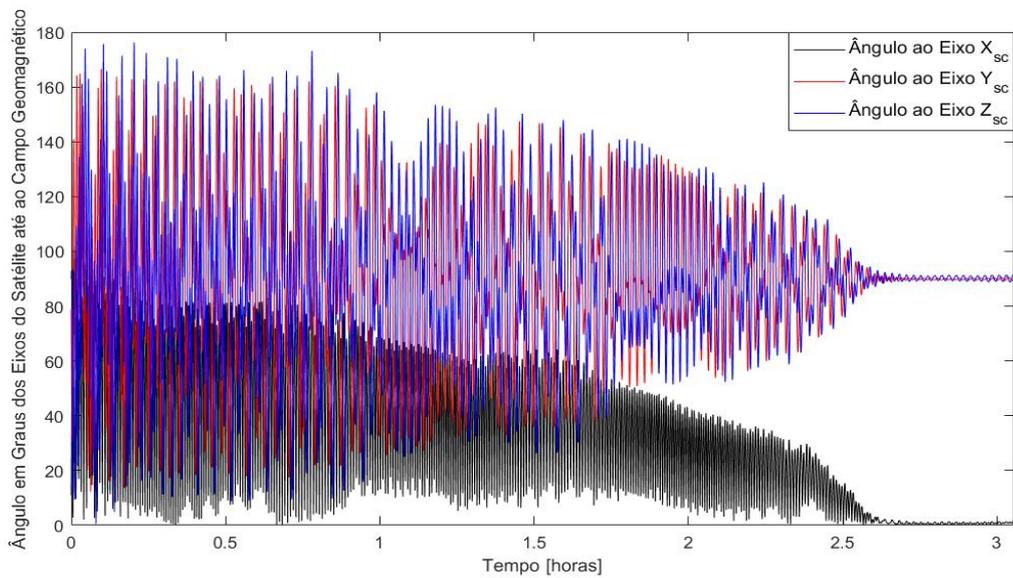
Figura 28 – Velocidade angular do cubesat durante a órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 0$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

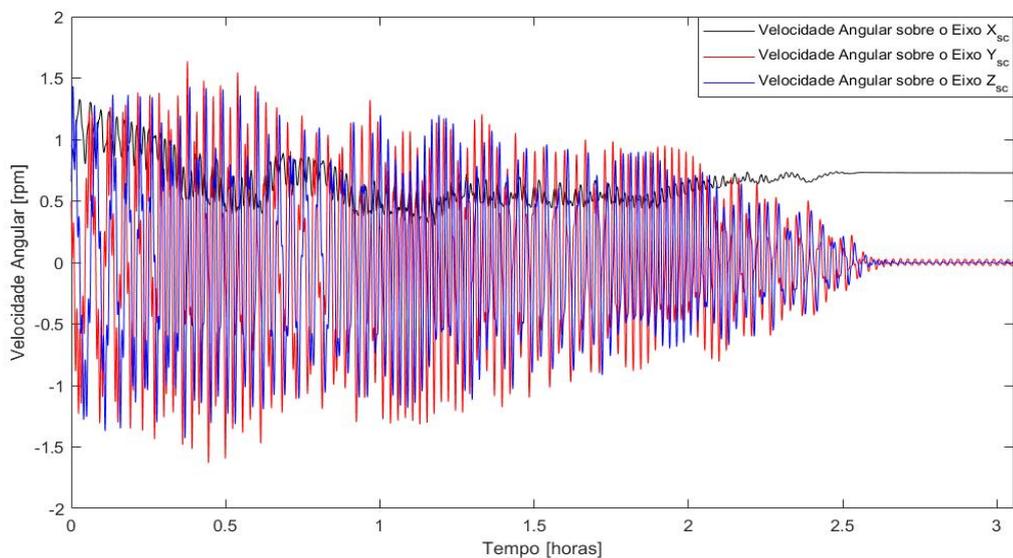
As Figuras 29 e 30 expõem os resultados para uma órbita circular, com altitude de  $600\text{ km}$  e inclinação de  $45^\circ$  em relação ao Equador.

Figura 29 – Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 45^\circ$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

Figura 30 – Velocidade angular do cubesat durante a órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 45^\circ$  e  $e = 0$ .

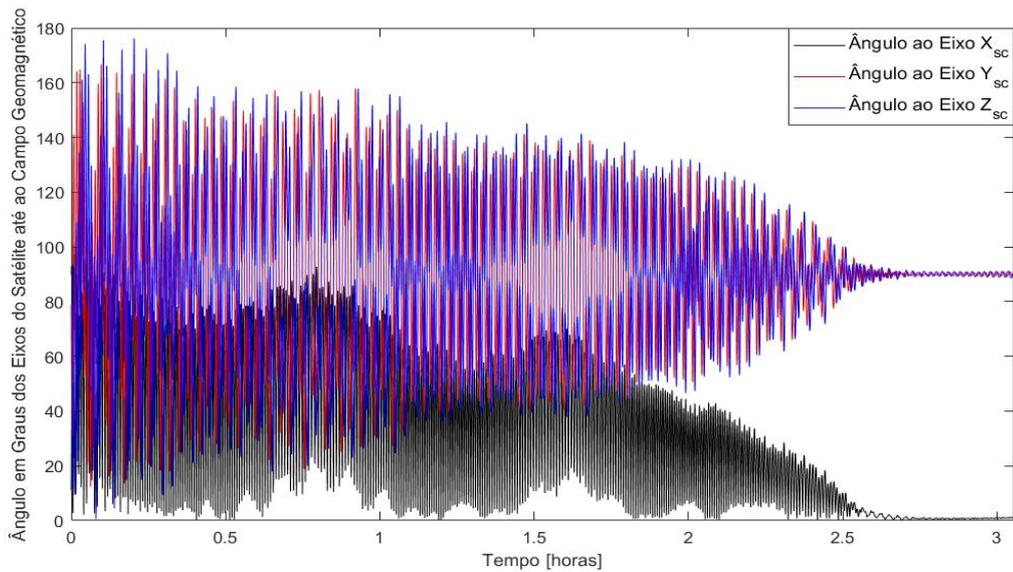


Fonte: Autor (2019).

É interessante ressaltar o fato de que o tempo de acomodação para o caso onde a inclinação é de  $45^\circ$  é maior do que o caso onde a inclinação é zero. Isso ocorre pelo fato de que com tal inclinação, as variações do campo geomagnético são maiores, assim delonga a dissipação de

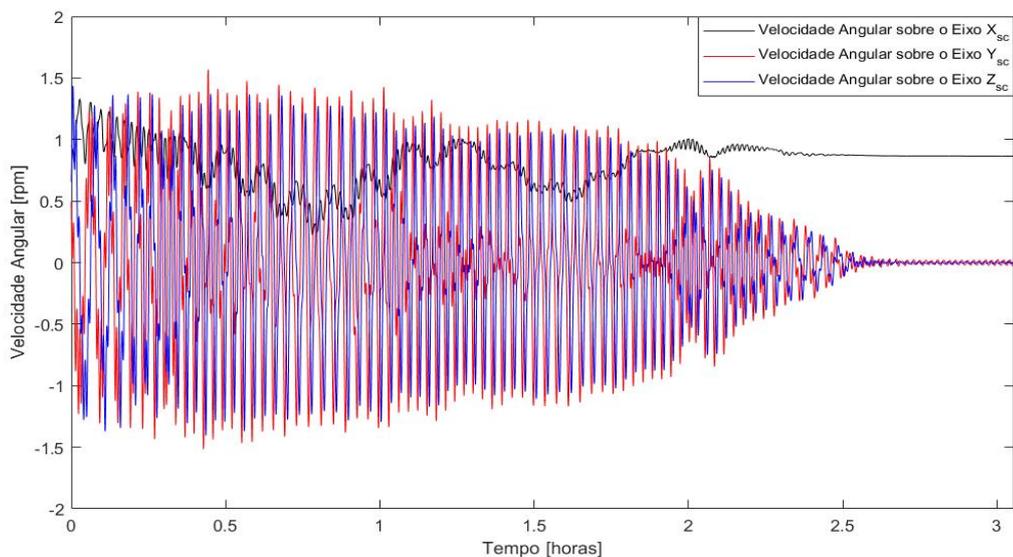
energia por parte do sistema de controle. Os próximos resultados, dados pelas Figuras 31 e 32 indicam a solução para uma órbita com semi eixo maior de  $7020 \text{ km}$ , inclinação de  $45^\circ$  e excentricidade de  $0,0071$ . Com essa excentricidade, o perigeu se dá para um altitude de  $600 \text{ km}$  e o apogeu se dá para uma altitude de  $700 \text{ km}$ .

Figura 31 – Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com  $a = 7020 \text{ km}$ ,  $i = 45^\circ$  e  $e = 0,0071$ .



Fonte: Autor (2019).

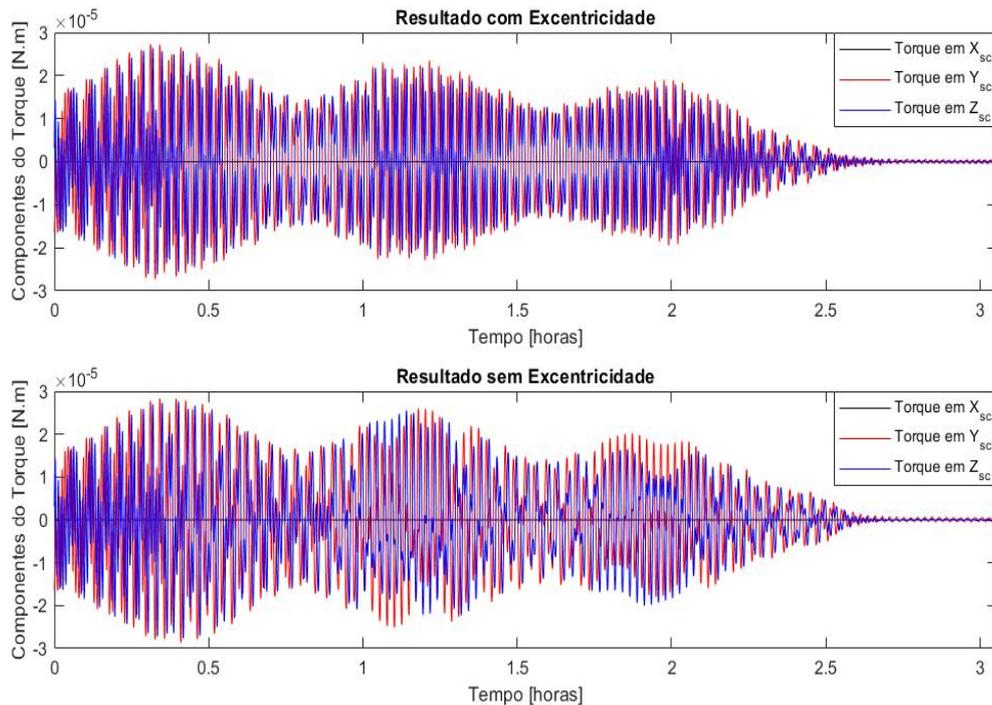
Figura 32 – Velocidade angular do cubesat durante a órbita com  $a = 7020 \text{ km}$ ,  $i = 45^\circ$  e  $e = 0,0071$ .



Fonte: Autor (2019).

Nota-se uma ligeira diferença nos resultados entre os casos de órbitas circulares e elípticas. Essa diferença se dá pelo fato de que o cubesat está em órbitas com maior altitude, sendo que a magnitude do campo geomagnético enfraquece com o aumento da distância da superfície terrestre, o que resulta em torques menores. A Figura 33 apresenta a comparação entre os torques magnéticos das órbitas com e sem excentricidade.

Figura 33 – Comparação entre os torques magnéticos das órbitas com e sem excentricidade.



Fonte: Autor (2019).

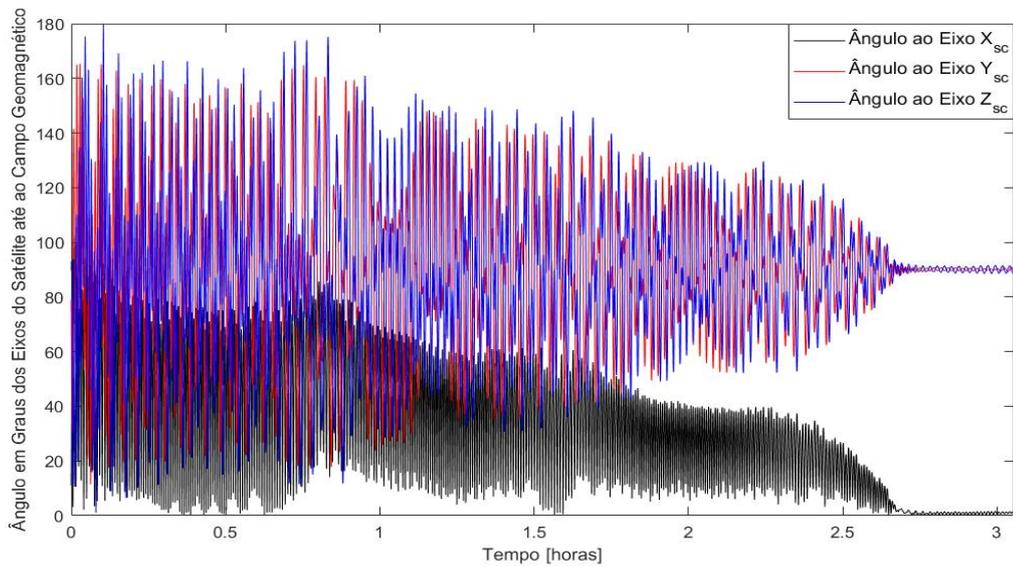
Para deixar mais claro a diferença nos valores das magnitudes das componentes do torque magnético nos dois resultados, é possível exibir o valor eficaz por meio do RMS. Assim, a Tabela 8 apresenta o valor RMS das componentes do torque nos eixos do nanossatélite.

Tabela 8 – RMS das componentes do torque magnético apresentado na Figura 33.

<b>Eixos</b>	<b>RMS com Excentricidade</b>	<b>RMS sem Excentricidade</b>
$X_{sc}$	0 [N.m]	0 [N.m]
$Y_{sc}$	$0,8929 \times 10^{-5}$ [N.m]	$0,9098 \times 10^{-5}$ [N.m]
$Z_{sc}$	$0,8325 \times 10^{-5}$ [N.m]	$0,8830 \times 10^{-5}$ [N.m]

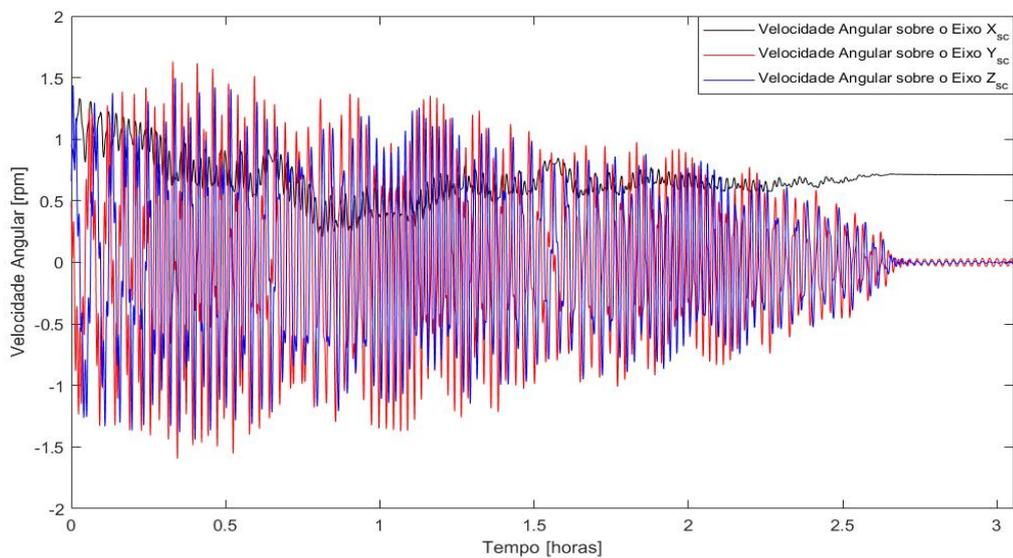
Os últimos resultados são para o caso de uma órbita circular, a 600 km do solo e com uma inclinação de 90° em relação a linha do Equador, exibidos nas Figuras 34 e 35.

Figura 34 – Ângulo entre eixos do cubesat e campo geomagnético para uma órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 90^\circ$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

Figura 35 – Velocidade angular do cubesat durante a órbita com  $altitude = 600\text{ km}$ ,  $i = 90^\circ$  e  $e = 0$ .



Fonte: Autor (2019).

Os resultados apresentados nesse capítulo estão coerentes com o esperado para o comportamento do satélite.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho analisou um sistema de controle passivo magnético de atitude para diferentes órbitas via simulação numérica. Os resultados indicam que o sistema de controle proposto fornece estabilização para o satélite para diversas condições de órbita (altitude, excentricidade, inclinação, etc.). Leva em conta também diversos aspectos dinâmicos importantes, como a rotação da Terra, variação do campo magnético local, e torques como: aerodinâmico, gradiente de gravidade, magnético e de histerese.

A partir dos resultados apresentados nas Figuras 24 e 25, conclui-se que para órbitas com altitudes maiores que  $300\text{ km}$  o torque aerodinâmico não influenciará de maneira dominante a dinâmica do satélite. Com os resultados apresentados, entende-se que o sistema de controle é efetivo para órbitas com altitudes maiores que  $300\text{ km}$  e com quaisquer inclinações, pois a variação da inclinação ou da excentricidade não influenciou de forma impactante a dinâmica rotacional do cubesat.

A principal contribuição desta monografia foi a realização de uma simulação mais abrangente fisicamente da eficácia do controle passivo magnético de atitude para nanossatélites. Estudos publicados como o de Jayaram e Pais (2012), Gerhardt e Palo (2010), Santoni e Zelli (2009) e Park, Seagraves e Mcclamroch (2010) apresentam pesquisas de extrema importância sobre a física desse sistema de controle, principalmente sobre o comportamento da histerese, porém utilizam somente dos torques magnético e de histerese para obtenção de seus resultados. Já a dissertação de mestrado do Rawashdeh (2010) retrata todos os torques mostrados nessa monografia, particularmente uma ótima representação do torque aerodinâmico, já que parte de sua pesquisa foi apresentar a estabilização aerodinâmica em cubesats. Todavia, seu trabalho retrata apenas órbitas circulares em seus resultados, diferentemente deste que retrata órbitas circulares e excêntricas.

### 5.1 TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho adotou algumas simplificações ao calcular o torque aerodinâmico, utilizando-se de resultados publicados para os valores de coeficiente de arrasto. Assim, recomenda-se um estudo mais aprofundado no cálculo do coeficiente de arrasto em escoamentos de moléculas livres e também um detalhamento maior na construção da malha utilizada para o desenvolvimento do equacionamento para a computação do torque. Isso seria muito relevante para órbitas mais baixas ou com cubesats maiores e com menor regularidade na distribuição de massa.

## REFERÊNCIAS

- ALVENES, F. *Satellite Attitude Control System*. Trondheim, 2012.
- BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. *Fundamentals of astrodynamics*. 1. ed. New York: Dover Publications, 1971.
- CAPDEROU, M. *Satellites: Orbits and Mission*. 1. ed. Paris: Springer, 2006.
- CASARIL, L. et al. Control system development for a r-lemma testing cubesat experiment. In: NORTON, C. D.; PAGANO, T. S. (Ed.). San Diego: SPIE, 2018. p. 25–31.
- CURTIS, H. D. *Orbital mechanics for engineering students*. 3. ed. Oxford: Elsevier, 2014.
- FLATLEY, T. W.; HENRETTY, D. A. A magnetic hysteresis model. In: HARTMAN, K. R. (Ed.). Greenbelt: NASA-Goddard Space Flight Center, 1995. p. 405–415.
- FORTESCUE, P.; SWINERD, G.; STARK, J. *Spacecraft systems engineering*. 4. ed. Hoboken: Wiley, 2011.
- GERHARDT, D. T.; PALO, S. E. Passive magnetic attitude control for cubesat spacecraft. In: AIAA (Ed.). Logan: AIAA, 2010. p. 1–10.
- GOMBOSI, T. I. *Gaskinetic theory*. 1. ed. Cambridge: Cambridge university press, 1994.
- HUGHES, P. *Spacecraft attitude dynamics*. 1. ed. Mineola: Dover Publications, 2004.
- JAYARAM, S.; PAIS, D. Model-based simulation of passive attitude control of slucube-2 using nonlinear hysteresis and geomagnetic models. *International Journal of Aerospace Sciences*, v. 4, n. 1, p. 77–84, 2012.
- KUMAR, R. R.; MAZANEK, D. D.; HECK, M. L. Simulation and shuttle hitchhiker validation of passive satellite aerostabilization. *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 32, n. 5, p. 806–811, 1995.
- MAINI, A. K.; AGRAWAL, V. *Satellite technology: principles and applications*. 3. ed. Chichester: Wiley, 2014.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*. 1. ed. New York: Springer, 2014.
- MONTENBRUCK, O.; EBERHARD, G. *Satellite orbits: models, methods, and applications*. 1. ed. Berlin: Springer, 2000.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. *Solar system dynamics*. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- PADILLA, J.; BOYD, I. Assessment of gas-surface interaction models in dsmc analysis of rarefied hypersonic flow. In: AIAA (Ed.). Miami: AIAA, 2007. p. 1–15.
- PARK, G.; SEAGRAVES, S.; MCCLAMROCH, N. A dynamic model of a passive magnetic attitude control system for the rax nanosatellite\*. In: AIAA (Ed.). Toronto: AIAA, 2010. p. 1–18.

- RAVINDRAN, R.; HUGHES, P. C. Optimal aerodynamics attitude stabilization of near-earth satellites. *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 9, n. 7, p. 499–506, 1972.
- RAWASHDEH, S. A. *Passive attitude stabilization for small satellites*. Dissertação (Mestrado) — University of Kentucky, Lexington, 2010.
- REYNERSON, C. Aerodynamics disturbance force and torque estimation for spacecraft and simple shapes using finite plate elements - part i: Drag coefficient. In: HALL, J. (Ed.). *Advances in spacecraft technologies*. Rijeka: InTech, 2011. cap. 15, p. 333–352.
- SANTONI, F.; ZELLI, M. Passive magnetic attitude stabilization of the unisat-4 microsatellite. *Acta Astronautica*, v. 65, n. 5, p. 792–803, 2009.
- SIDI, M. J. *Spacecraft dynamics and control: A practical engineering approach*. 1. ed. Cambridge: Cambridge university press, 1997.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. *Aircraft control and simulation*. 2. ed. Hoboken: Wiley, 2003.
- VALLADO, D. A. *Fundamentals of astrodynamics and applications*. 1. ed. New York: McGraw Hill, 1997.
- WALT, M. *Introduction to geomagnetically trapped radiation*. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- WERTZ, J. R. et al. *Spacecraft attitude determination and control*. 1. ed. Dordrecht: Kluwer, 1978.
- WERTZ, J. R. et al. *Space mission analysis and design*. 3. ed. Dordrecht: Kluwer, 1999.
- ZANARDI, M. C. F. P. S. *Dinâmica do voo espacial*. 1. ed. Santo André: Editora UFABC, 2018.