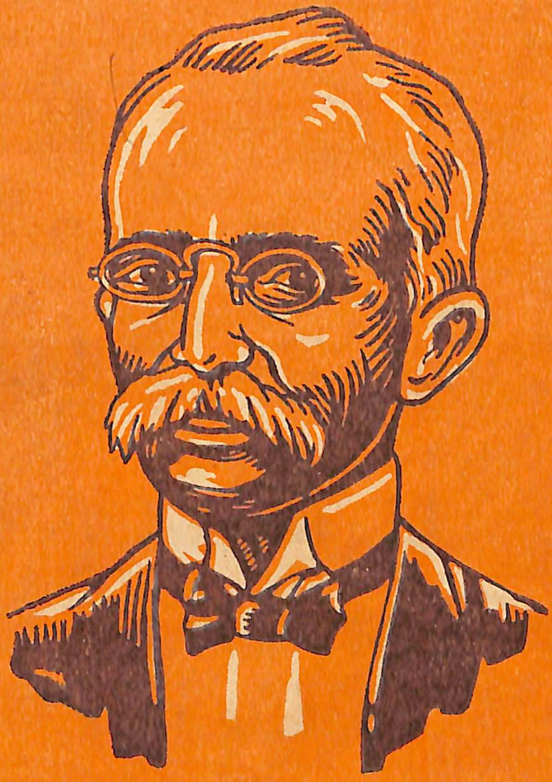
III

PATRIOTA



RUI BARBOSA

Klaus Ino Doering

Geometria - Exercícios

3ª Série A - 4ª Série

Exercícios às pag. 84-85:

25/6/63

11. A soma de dois ângulos, dos quatro que formam um replementar, vale 195°. Êstes ângulos são c e d. Calcular o ângulo formado pelas bissetrizes de a e b:

$a + b + c + d = 21600'$ (ou $360°$)

$c + d = 11700'$

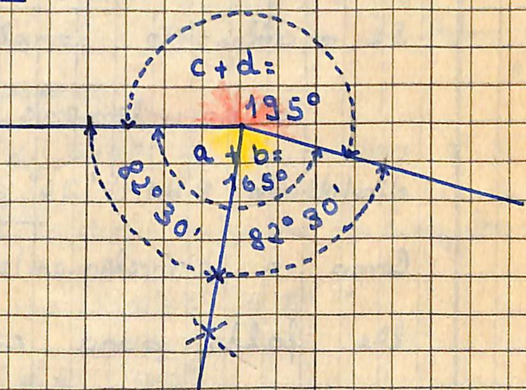
$a + b = 21600' - 11700'$

$a + b = \underline{9900'}$, ou $165°$

O ângulo formado pela bissetriz de a e b é:

$9900'(a+b) : 2 = 4950'$

$4950' = \underline{82°30'}$, que é o angulo formado pela bissetriz de a e b.



12. A soma de dois (c e d) dos quatro ângulos que são replementares é 195°. O ângulo a excede o ângulo b de 15°. Calcular os ângulos a e b:

$c + d = 195°$

$a + b + c + d = 360°$

$360° - 195° = 165°$

$a + b = \underline{165°}$

$a + b = 165°$

$\underline{a - b = 15°}$

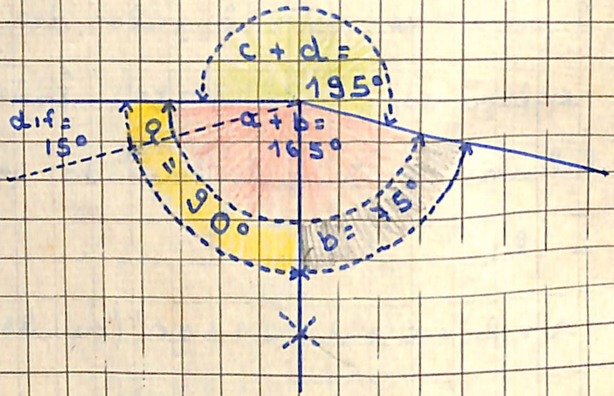
$2a = 180°$

$a = \underline{90°}$

$b = 165° - a$

$b = 165° - 90°$

$b = \underline{75°}$



26.6.

10. O dôbro do complemento de um ângulo vale 84°17′36″. Achar o ângulo:

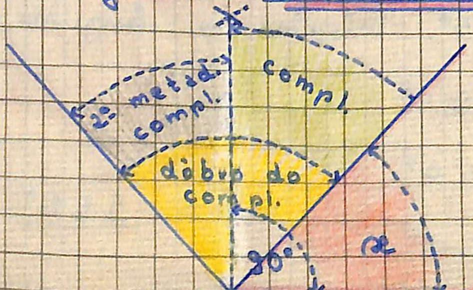
Se o dôbro do complemento é: 84° 17′ 36″;

o complemento só é: 42° 8′ 48″, pois dividindo 84°17′36″ por 2, resulta 42° 8′ 48″.

Como o complemento de um ângulo x é o que lhe falta para completar 90°; o ângulo em questão é:

$$\begin{array}{l} 90° \\ \underline{-42°\,8'\,48''} \end{array} = \begin{array}{l} 89°\,60' \\ \underline{-42°\,8'\,48''} \end{array} = \begin{array}{rl} 89°\,59'\,60'' & \text{(ângulo reto: 90°)} \\ \underline{-42°\,8'\,48''} & \text{(complemento)} \\ 47°\,51'\,12'' & \text{(ângulo } x\text{)} \end{array}$$

R: O ângulo é 47° 51′ 12″



27.6

13. A têrça parte do suplemento de um ângulo aumentada de 28° é igual ao complemento do mesmo ângulo. Calcular o ângulo:

$$\frac{180° - x}{3} + 28° = 90° - x$$

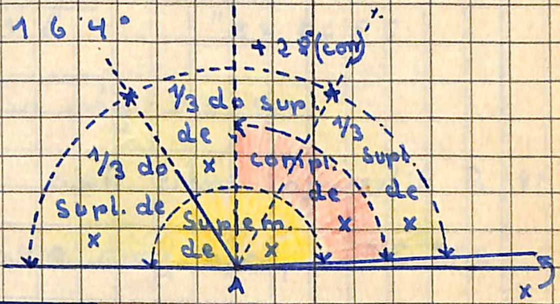
$$180° - x + 84° = 270° - 3x$$

$$3x - x = 270° - 180° - 84°$$

$$2x = 270° - 164°$$

$$2x = 6°$$

$$x = \underline{3°}$$



14. A soma de dois ângulos vale 125° e um dêles é a metade do suplemento do outro. Calcular os ângulos:

$x + y = 125°$

$y = \dfrac{180° - x}{2}$

$2y = 180° - x$

$x + 2y = 180°$

$x + y = 125° \ (-1)$

$x + 2y = 180°$

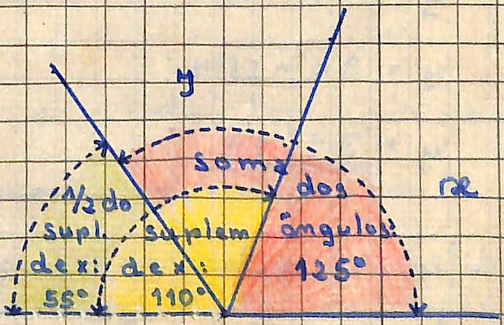
$\underline{-x - y = -125°}$

$y = \underline{55°}$

$x = 125° - y$

$x = 125° - 55°$

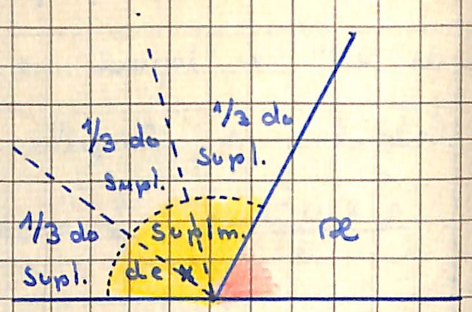
$x = \underline{70°}$



17. $38°26'45" = 138.405"$

$180° = 648.000"$

$\frac{648000"(180°) - x}{3} = 138.405"$



$648000" - x = 415.215"$

$648.000 - 415.215 = x$

$232.785 = x$

$232785" = 3879'45" = 64°39'45"$

18. A diferença entre dois ângulos complementares é de 27° 32'. Calcular os ângulos:

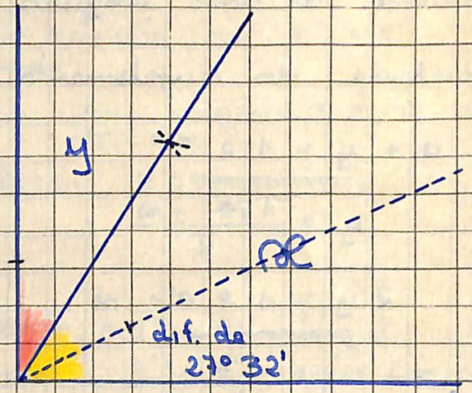
Os ângulos complementares são: x e y; portanto:

$x + y = 90°$

$x - y = 27°32'$

$2x = 117°32'$

$x = 58°46'$



$y = 90° - x$

$y = 90° - 58°46'$

$y = 31°14'$

19. A diferença entre dois ângulos suplementares é de 40°. Calcular os dois ângulos:

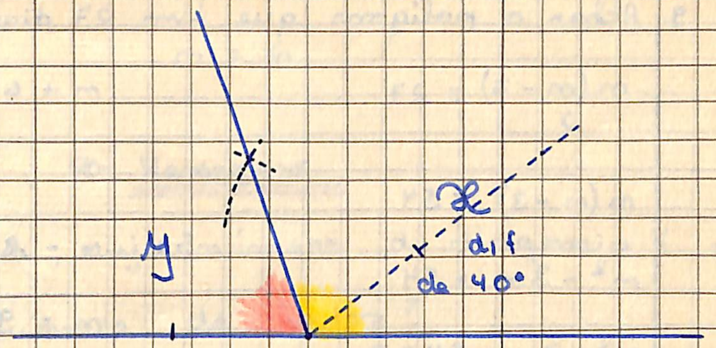
Os dois ângulos suplementares são: x e y.

$x + y = 180°$

$x - y = 40°$

$2x = 220°$

$x = 110°$



$y = 180° - x$

$y = 180° - 110°$

$y = 70°$

Exercícios às pág 89-90:

9.8.

3. Cada vértice dá origem a -n-3- diagonais; portanto, se o número de diagonais traçadas de um vértice é 12, o polígono é:

$n - 3 = 12$ $n = 12 + 3$ $n = 15$ ou pentadecágono

5. Pode existir um quadrilátero, cujos lados meçam respectivamente 3 m, 5 m, 8 m e 20 m? Justificar a resposta.

Não pode existir, pois um lado tem maiores dimensões do que a soma dos outros três.

8. Calcular o número de diagonais de um decágono.

$d_{10} = \frac{(10-3)10}{2}$ $d = 35$

9. Achar o polígono que tem 27 diagonais distintas.

$\frac{n(n-3)}{2} = 27$

$n(n-3) = 54$

$n^2 - 3n = 54$

$n^2 - 3n - 54 = 0$

$(n+6)(n-9) = 0$

$n + 6 = 0$

$n = 0 - 6$, portanto, não d

Se $n - 9 = 0$

$n = 9$, portanto o polígono é eneágono

11. Achar o polígono cujo número de lados é igual ao de diagonais.

$\frac{n(n-3)}{2} = n$

$n(n-3) = 2n$

$n^2 - 3n = 2n$

$n^2 - 3n - 2n = 0$

$n^2 - 5n = 0$

$\frac{n^2}{n} - \frac{5n}{n} = \frac{0}{n}$

$n - 5 = 0$

$n = 5$ ou pentágono

12. Qual o polígono cujo número de lados é igual a 2/3 do de diagonais.

$n = \frac{2}{3} d$

$d = \frac{3n}{2}$

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

$\frac{3n}{2} = \frac{n(n-3)}{2}$

$3n = n(n-3)$

$3n = n^2 - 3n$

$3n - n^2 + 3n = 0$

$6n - n^2 = 0$

$\frac{6n}{n} - \frac{n^2}{n} = 0$

$6 - n = 0$

$6 = n$

$n = 6$

R: Hexágono.

13. Qual o polígono, cujo número de diagonais é o quadruplo do número de lados?

$d = 4n$

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

$\frac{n(n-3)}{2} = 4n$

$n(n-3) = 8n$

$n^2 - 3n = 8n$

$n^2 - 3n - 8n = 0$

$n^2 - 11n = 0$

$\frac{n^2}{n} - \frac{11n}{n} = 0$

$n - 11 = 0$

$n = 11$

R: Undecágono.

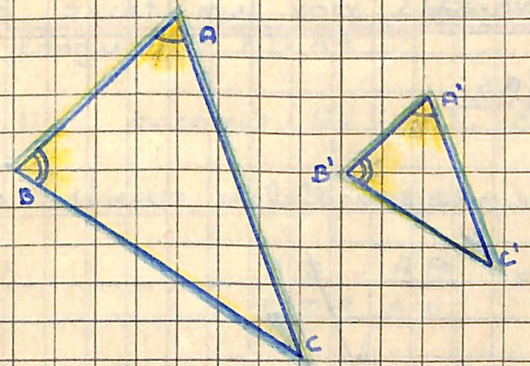
17.10.63

XI - Prorcionalidade de segmentos e semelhança de figuras geométricas:

C - Semelhança

3. Casos de semelhança de triângulos:

1º) Caso: Dois triângulos são semelhantes quando têm respectivamente dois ângulos iguais.



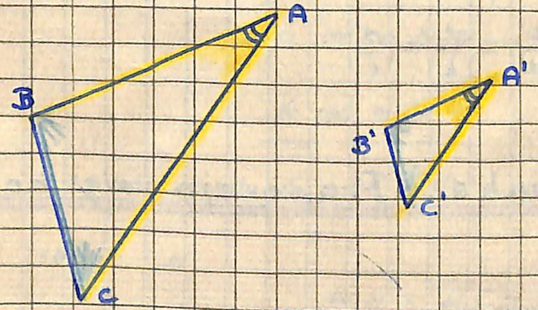
Sendo:

$\sphericalangle A = \sphericalangle A'$

$\sphericalangle B = \sphericalangle B'$

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

2º Caso: Dois triângulos são semelhantes quando têm um $\sphericalangle$ igual e os lados que formam o primeiro são proporcionais aos lados que formam o segundo



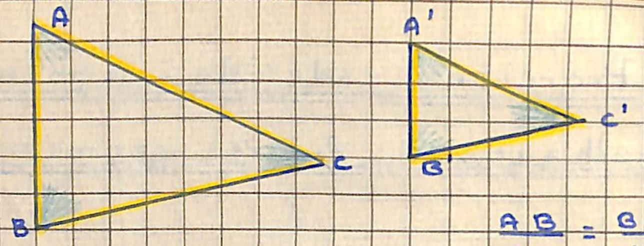
Sendo:

$\sphericalangle A = \sphericalangle A'$

$\frac{AB}{A'B} = \frac{AC}{A'C'}$

$\Delta ABC = \Delta A'B'C'$

3º Caso: Dois triângulos são semelhantes quando têm os seus três lados respectivamente proporcionais.



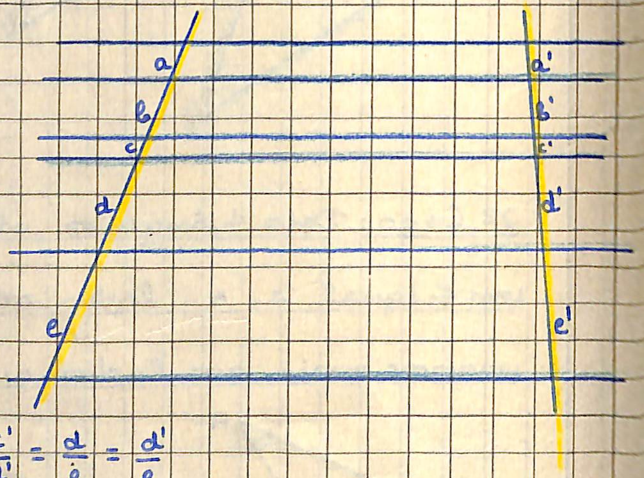
Sendo:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

d- Segmentos determinados sôbre transversais por um feixe de paralelas.

1. **Teorema:** Um feixe de paralelas divide duas transversais em segmentos proporcionais.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'}$$

ou

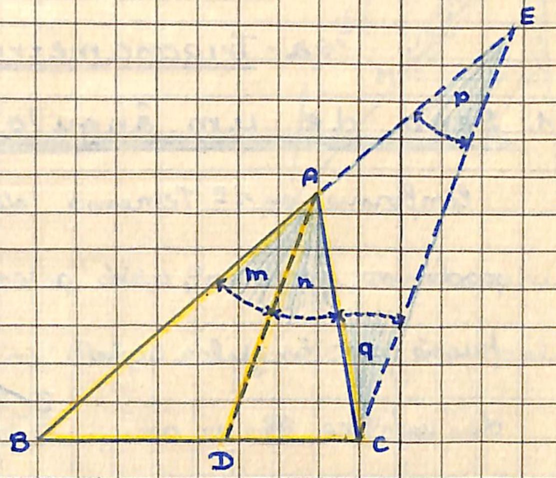
$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{c}{d} = \frac{c'}{d'} = \frac{d}{e} = \frac{d'}{e'}$$

b- Linhas Proporcionais no Triângulo

2. **Segundo Teorema:** A bissetriz do ângulo interno de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos outros dois lados.

1º: **Hipótese:** AD é a bissetriz do ∡A do Δ ABC

2º: **Tese:** $\boxed{\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}}$



3º: **Demonstração:** Seja ABC o Δ exigido e AD a bissetriz do ∡ A. Prolonguemos AB até E e tracemos EC ∥ AD. Considerando o Δ BCE, temos, conforme o 1º Teorema de Tales:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AE} \quad (I)$$

Mas o triângulo AEC é isósceles porque:

∡ m = ∡ p (correspondentes)

∡ n = ∡ q (alternos internos)

Sendo ∡ m = ∡ n (hipótese), podemos escrever:

∡ m = ∡ p

∡ m = ∡ q

Segue que ∡ p = ∡ q ; portanto o Δ AEC é isósceles e

AE = AC

Substituindo em (I), temos:

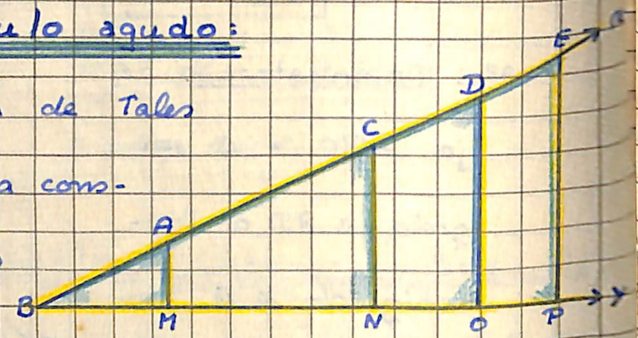
$$\boxed{\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}}$$

Q. E. D.

XII - Relações Trigonométricas

a - Trigonometria Elementar

1. Seno de um ângulo agudo:



Conforme o 1º Teorema de Tales podemos escrever, após a construção do ângulo agudo de vértice B e as perpendiculares a $\overline{Bx}$, $\overline{AM}$, $\overline{CN}$, $\overline{DO}$ e $\overline{EP}$:

$$\Delta BMA \sim \Delta CNB \sim \Delta DOB \sim \Delta BEP$$

Seus lados são, portanto, proporcionais:

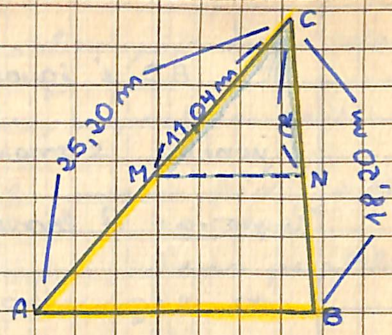
$$\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{DO}{DB} = \frac{EP}{EB} = \dots \text{ (razão constante)}$$

Essa razão constante entre o cateto oposto a um ângulo agudo B e a hipotenusa, chamamos "SENO" ou "sen", abreviadamente.

Problemas da pág 190:

3. Sabendo que dois lados de um triângulo valem, respectivamente, 25,20m e 18,20m e que a paralela ao terceiro lado corta o primeiro a 11,04 m do vértice comum, calcular os segmentos em que fica dividido o segmento, ou melhor, o segundo lado.

Cálculo: Segundo o 1º Teorema de Tales, podemos escrever:



$$25{,}20 : 11{,}04 :: 18{,}20 : x$$

$$x = \frac{11{,}04 \times 18{,}20}{25{,}20}$$

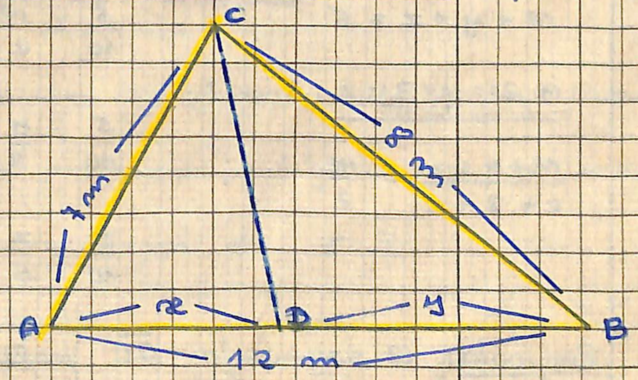
$$x = 7{,}98$$

Um segmento é, portanto, de 7,98m; o consecutivo, ou seja $\overline{NB}$ na figura ao lado é de 10,22 m, pois juntos formam o lado $\overline{CB}$ que mede 18,20 m

Resposta: Os segmentos em que fica dividido o segundo lado, medem 7,98m e 10,22m, aproximadamente.

8. Os três lados de um triângulo medem, respectivamente, 7m, 8m e 12m. Calcular os segmentos que a bissetriz interna determina sôbre o maior lado.

Cálculo: Segundo o teorema: – A bissetriz do ângulo interno de um triângulo, divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos outros dois lados – podemos escrever a relação:



AC : CB :: AD : DB

Substituindo, fica:

$7 : 8 :: x : y$

ou

$7 : x :: 8 : y$

e

$x + y = 12$

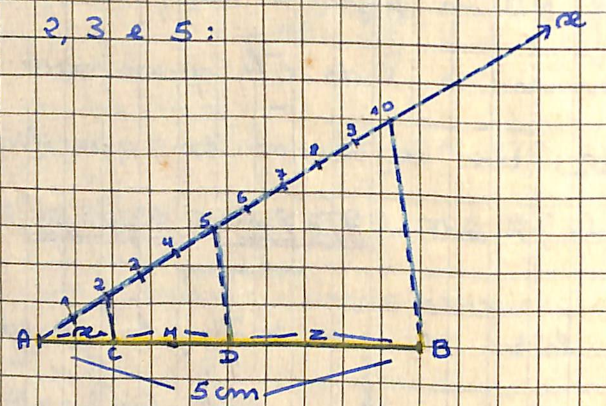
$$\frac{7+8}{x+y} = \frac{7}{x} \;;\; \frac{15}{12} = \frac{7}{x} \;;\; x = \frac{12 \times 7}{15} \;;\; x = 5{,}6.$$

Se $\overline{AD}$ é igual a 5,6 m, o $\overline{DB}$ é de 6,4 m, pois juntos, somam 12 m.

Resposta: A bissetriz sôbre a base de 12 m, determina os segmentos de 5,6 m e de 6,4 m.

11. Dividir um segmento de 5 cm em três partes proporcionais a 2, 3 e 5:

Demonstração:



Conclusão: Os pontos C e D dividem o segmento AB em 3 partes; $\overline{AC}$ respectivamente proporcional a 2; $\overline{CD}$ proporcional a 3 e $\overline{DB}$ proporcional a 5.

Cálculo: Armando a seguinte equação, obteremos a resposta:

$x + y + z = 5$

$x : 2 :: y : 3 :: z : 5$

$\frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{x}{2}$

$\frac{5}{10} = \frac{x}{2}$; $x = \frac{5 \times 2}{10}$; $x = 1$ cm

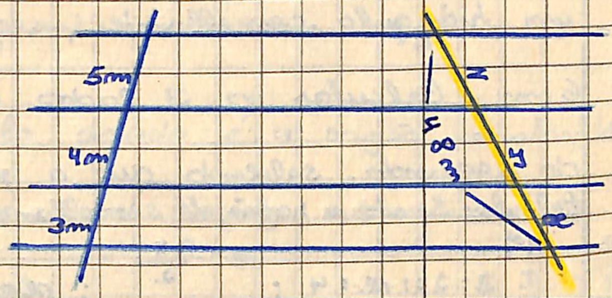
$\frac{5}{10} = \frac{y}{3}$; $y = \frac{3 \times 5}{10}$; $y = 1,5$ cm

$\frac{5}{10} = \frac{z}{5}$; $z = \frac{25}{10}$; $z = 2,5$ cm

Resposta: O segmento $\overline{AC}$ vale 1 cm, o $\overline{CD}$ vale 1,5 cm e o $\overline{DB}$, 2,5 cm.

1. Um feixe de quatro paralelas determina sôbre uma transversal três segmentos, de 3m, 4m e 5m, respectivamente. Calcular os segmentos determinados pelo mesmo feixe sôbre outra transversal, cujo comprimento total entre as paralelas externas é de 48 m.

Cálculo: Os outros três segmentos são denominados x, y e z:



$x + y + z = 48$

$x : 3 :: y : 4 :: z : 5$

$\frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{x}{3}$

$\frac{48}{12} = \frac{x}{3}$; $\frac{x}{3} = 4$

$x = 12$ m

$\frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{y}{4}$; $\frac{48}{12} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{4} = 4$

$y = 16$ m

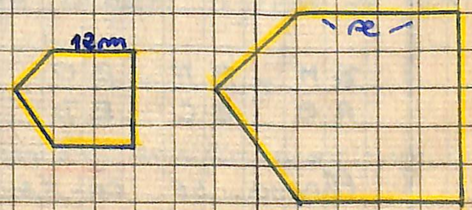
$\frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{z}{5}$; $\frac{48}{12} = \frac{z}{5}$; $\frac{z}{5} = 4$

$z = 20$ m

Resposta: Os segmentos determinados sôbre a outra transversal medem 12 m, 16 m e 20 m.

21. Num pentágono regular um dos lados mede 12 cm. Quanto mede o lado do outro polígono pentágono regular maior, sendo a razão de semelhança de 5:3.

Cálculo: Podemos estabelecer a proporcionalidade:



$3 : 5 :: 12 : x$ ou $3 : 12 :: 5 : x$

$x = \frac{12 \times 5}{3}$

$x = 20$ m

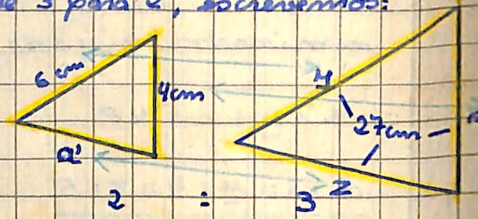
Resposta: O lado do outro polígono mede 20 metros.

22. O perímetro de um triângulo mede 27 cm. Dois dos lados de um triângulo semelhante medem respectivamente 4 cm e 6 cm. Calcular os 3 lados do primeiro e o terceiro lado do segundo, sabendo que a razão de semelhança é de 3:2

Cálculo: Sendo a razão de semelhança de 3 para 2, escrevemos:

1º) $3:2 :: x:4$; $x = \frac{3 \times 4}{2}$; $x = 6$

2º) $3:2 :: y:4$; $y = \frac{3 \times 6}{2}$; $y = 9$



O z será de 12 cm, pois os três lados juntos somam 27; portanto:

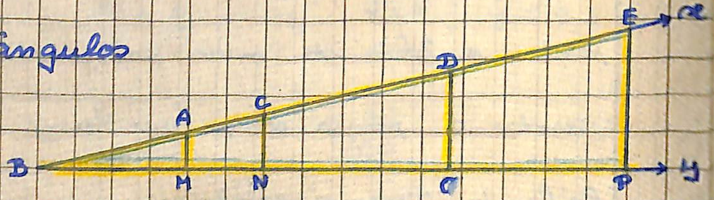
$3:2 :: 12:a'$; $a' = \frac{2 \times 12}{3}$; $a = 8$

Resposta: Os três lados do primeiro Δ medem 6, 9 e 12 cm e o terceiro lado do segundo Δ, 8 cm.

XII-Relações Trigonométricas

a-Trigonometria Elementar

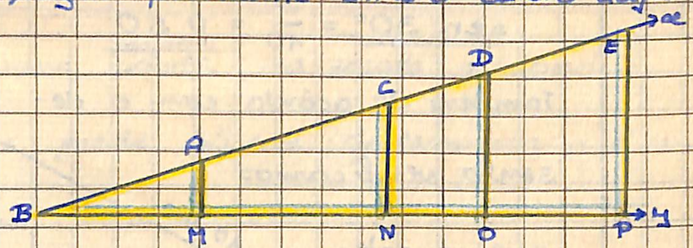
2. Co-seno: Continuando a usar a proporcionalidade dos lados dos triângulos semelhantes, temos:



$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{BO}{BD} = \frac{BP}{BE} = \text{co-seno ou "cos"}$$

Chama-se co-seno de um ângulo agudo B de um triângulo retângulo a razão constante entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

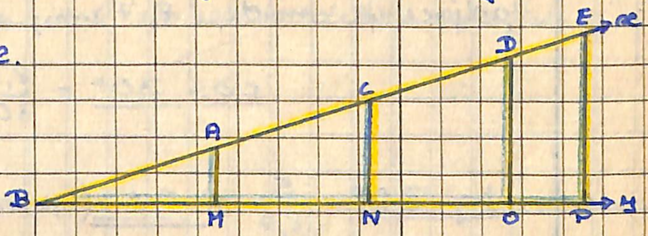
3. Tangente: A seguinte proporcionalidade:



$$\frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN} = \frac{DO}{BO} = \frac{EP}{BP} = \text{tangente ou "tg."}$$

Tangente de um ângulo agudo é a razão constante entre o cateto oposto a êsse ângulo, num triângulo retângulo, e o cateto adjacente.

4. Co-tangente: A última proporcionalidade:



$$\frac{BM}{AM} = \frac{BN}{CN} = \frac{OB}{DB} = \frac{BP}{EP} = \text{co-tangente ou "cot"}$$

Co-tangente do ângulo agudo do triângulo retângulo é a razão constante entre o cateto adjacente a êsse ângulo e o oposto ao mesmo.

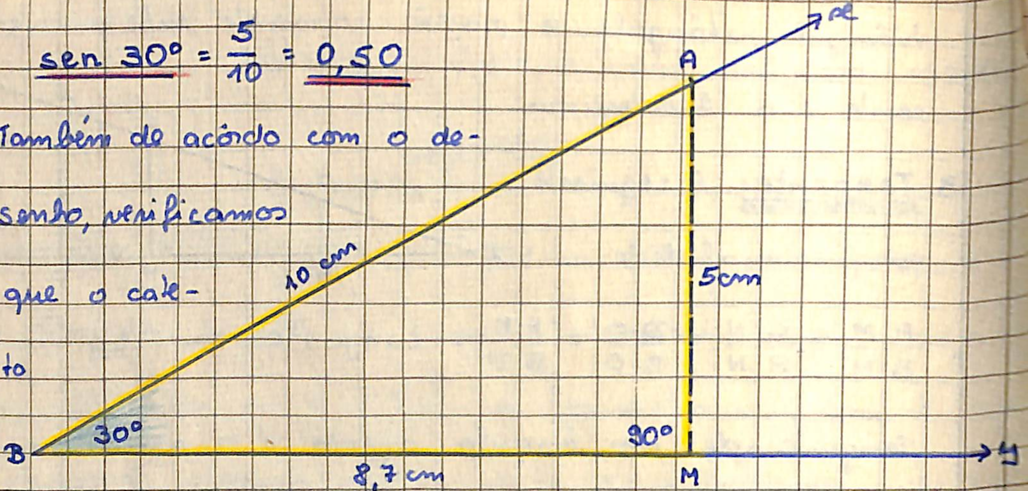
b-Problemas para achar o seno, o co-seno, a tangente e a co-tangente

1. Primeiro problema: Achar as quatro razões constantes de um triângulo retângulo de um ângulo agudo de 30° e a hipotenusa de 10 cm.

Cálculo: de acôrdo com o desenho, verificamos que o cateto oposto mede 5 cm; portanto:

$\text{sen } 30° = \frac{5}{10} = 0{,}50$

Também de acôrdo com o desenho, verificamos que o cateto adjacente mede 8,7 cm; então:



$\cos 30° = \frac{8{,}7}{10{,}0} = 0{,}87$ (aproximadamente)

$\text{tg } 30° = \frac{5}{8{,}7} = 0{,}57$ (aprox.) $\cot 30° = \frac{8{,}7}{5} = 1{,}74$ (aprox

2. Segundo problema: Calcular o seno, o co-seno, a tangente e a co-tangente de um ângulo agudo de 50° de um triângulo retangulo, cuja hipotenusa mede 10 cm.

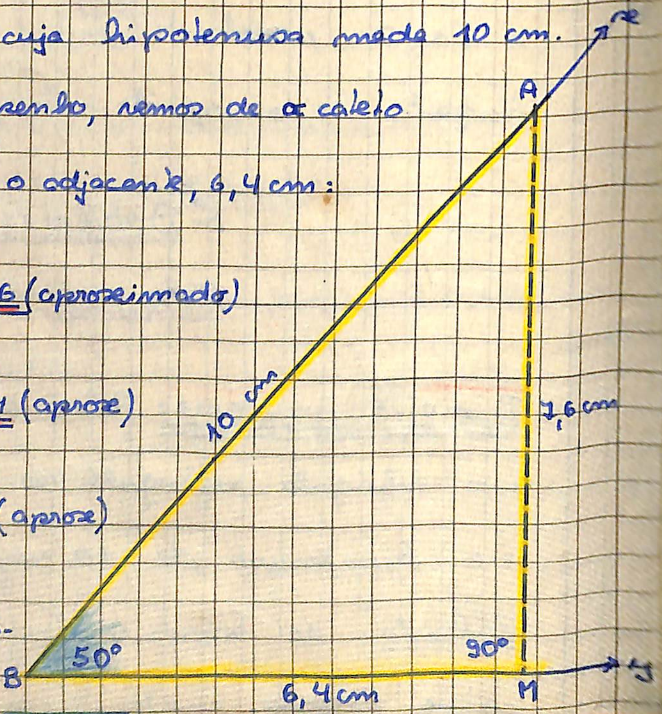
Cálculo: Conforme o desenho, vemos que o cateto oposto mede 7,6 cm e o adjacente, 6,4 cm:

$\text{sen } 50° = \frac{7{,}6}{10{,}0} = 0{,}76$ (aproximado)

$\cos 50° = \frac{6{,}4}{10} = 0{,}64$ (aprox)

$\text{tg } 50° = \frac{7{,}6}{6{,}4} = 1{,}19$ (aprox)

$\cot 50° = \frac{6{,}4}{7{,}6} = 0{,}83$ (aproximadamente)



Problemas acêrca da semelhança de polígonos

30 (pag 192) - Na planta de uma cidade, na escala 1/5000 a distância entre 2 praças mede 25 cm; determinar a distância natural entre as duas praças.

Cálculo: De acôrdo com a escala, estabelecemos:

$1 : 5000 :: 25 : x$; portanto:

$x = \frac{5000 \times 25}{1}$; $x = 125000$ cm ou 1250 m

Resposta: A distância natural entre as duas praças é de 1250 metros.

31 (pag 192) - Ao desenhar a planta de um edifício, na escala de 1/50, que dimensões devem ser dadas à uma sala de 4,5 m por 7 m?

Cálculo: Como a escala é de 1 por 50, estabelecemos, após transformar os metros em centímetros, dividindo:

4,5 m = 450 cm : 50 = 9 cm

7,0 m = 700 cm : 50 = 14 cm

Resposta: A sala deve ser desenhada com as medidas de 9 cm por 14 cm.

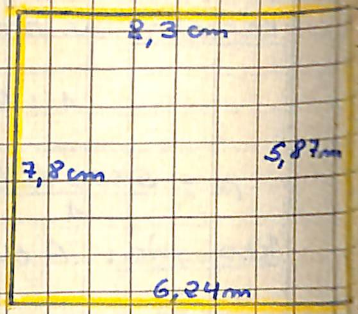
- Fazer uma planta da classe, à razão de 1/75, sendo as medidas de 6,24 m por 5,27 m

Cálculo: Procedendo como no problema acima, dividimos as dimensões, transformadas em cm, por 75:

$6,24\ m = 624\ cm : 75 = 8,3\ cm$, aproximadamente

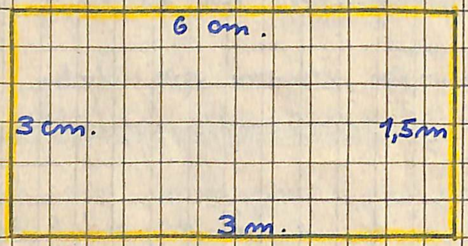
$5,87\ m = 587\ cm : 75 = 7,8\ cm$, aproximadamente.

Resposta: as medidas para a planta, à escala de 1:75 são de 8,3 cm e 7,8 cm aproximadamente.



- Fazer uma planta do quadro-negro, cujas dimensões são 3 metros por 1,5 metros, e à razão de 1/50.

Cálculo: Transformando em centímetros, as medidas, dividimo-as por 50:



$3\ m = 300\ cm : 50 = 6,0\ cm$

$1,5\ m = 150\ cm : 50 = 3,0\ cm$

Resposta: Para a planta, as medidas devem ser, de acôrdo com a escala, de 6 cm e 3 cm.

XII - Relações Trigonométricas:

b- Problemas para achar o seno, o co-seno, a tangente e a co-tangente

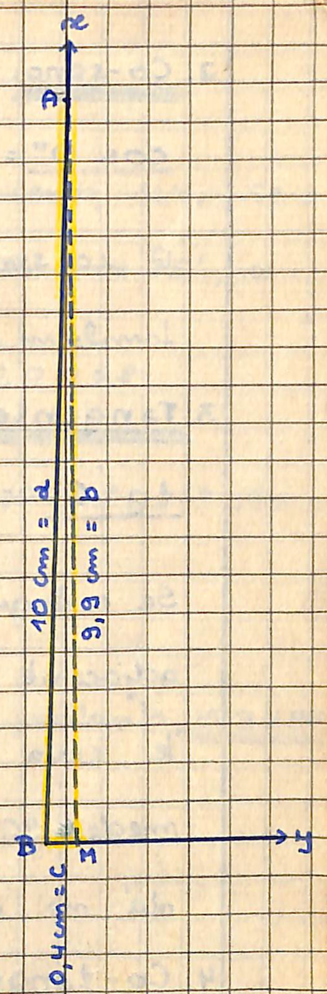
3. Terceiro problema: calcular as quatro razões constantes num Δ retângulo de 10 cm de hipotenusa e um ângulo agudo de 88°

$\text{sen } 88° = \frac{b}{a} = \frac{9,9}{10,0} = 0,99$ (aprox.)

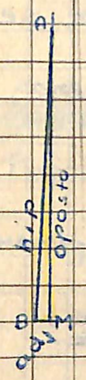
$\cos 88° = \frac{c}{a} = \frac{0,4}{10,0} = 0,04$ (aprox.)

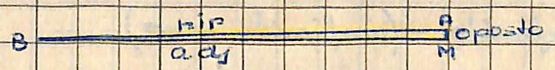
$\text{tg } 88° = \frac{b}{c} = \frac{9,9}{0,4} = 24,75$ (aprox.)

$\cot 88 = \frac{c}{b} = \frac{0,4}{9,9} = 0,04$ (aprox.)



c- Variações das funções trigonométricas:





Digamos que os dois Δ retângulos acima sejam os de maior e de menor abertura possível; se tivessem 0° e 90°, respectivamente, seriam uma, por assim dizer linha.

1. $\text{sen } 0° = \frac{0}{hip} = 0$; $\text{sen } 90° = \frac{igual}{igual} = 1$

Varia, portanto, o seno de 0 a 1, não indo, portanto, além de um inteiro: é sempre uma fração, ou então um inteiro só, sendo o ângulo de 90°.

2. **Co-seno:** Nos mesmos ângulos verificamos:

$\cos 0° = \frac{igual}{igual} = \underline{1}$; $\cos 90° = \frac{0}{hip} = \underline{0}$

O co-seno não é mais de 1 nem menos de 0; é também sempre uma fração.

3. **Tangente:** A relação entre o cateto oposto e o adjacente.

$tg\ 0° = \frac{0}{adj} = \underline{0}$; $tg\ 90° = \frac{op}{0} = \underline{\infty}$

Se o ângulo fosse uma fração menor do que 90°, o cateto adjacente já mediria algo; um "nada", porém; e a tangente, seria um número astronômico; portanto, se o ∡ mede 90°, é o cateto oposto dividido por zero, o que dá no infinito (infinito = ∞)

4. **Co-tangente:** nessa se dá o mesmo, só invertido:

$\cot 0° = \frac{adj}{0} = \underline{\infty}$; $\cot 90° = \frac{0}{op} = \underline{0}$

A co-tangente, varia, portanto de 0 ao infinito.

d- Cálculo das quatro razões constantes, sendo o ∡ uma fração:

1. **O seno de um ∡ de 20°25':** O ângulo consecutivo inteiro é de 21° e o anterior de 20°; seus senos achamos na tábua; portanto:

sen 21° - 0,3584

sen 20° - 0,3420

A diferença entre os ∡s é de 60' e dos senos, 164. Se o seno do ∡ de 60' vale 164, o de um ∡ de 25', x:

60' - 0,0164

25' - x

; $x = \frac{25 \times 0,0164}{60}$; $x = 0,0068$

O seno do ∡ de 25' vale então, 0,0068; somando ao valor do de 20°, temos:

0,3420 + 0,0068 = 0,3488.

O seno do ângulo de **20°25'** vale, portanto, **0,3488**

2. **A tangente do ∡ de 32°10':**

Procedendo como no item -1.-, temos:

tg 33° - 0,6494

tg 32° - 0,6249

60' - 0,0245

10' - x

; $x = \frac{0,0245 \times 10}{60'}$; $x = 0,0041$

Portanto:

tg 32° - 0,6249

tg 10' - 0,0041

tg 32° 10' - **0,6290**

3. **O co-seno de um ∡ de 25°30':**

Procurando na tábua, achamos o co-seno dos ângulos inteiros logo acima e abaixo de 25° 30'; então:

cos 25°	- 0,9063
cos 25° 30'	-
cos 26°	- 0,8988

Verificamos, porém, que de 25° para 26° aumentaram 60' e diminuiu de 0,0075 o valor do co-seno. Portanto, se de 25° aumentam 30' diminui de x o valor do co-seno:

$$\begin{matrix} 60' - 0{,}0075 \\ 30' - x \end{matrix} \; ; x = \frac{0{,}0075 \times 30'}{60'} \; ; x = 0{,}0037$$

Como dissemos antes, se a abertura do ∡ aumenta de 30', o valor do co-seno baixa de x ou 0,0037; então:

cos 25°	- 0,9063
cos 30'	- 0,0037
cos 25° 30'	- 0,9100

4. A co-tangente do ∡ de 15° 40':

No cot também acontece como no co-seno; aumentando o ângulo, diminui a co-tangente; portanto:

cotangente de 15°	- 3,7321
" de 16°	- 3,4874

Enquanto de 15° para 16° aumentaram 60', das co-tangentes, diminuíram 0,2447; então, se de 15° para 15° 40' aumentam 40', da co-tangente de 15° diminui x; portanto:

$$\begin{matrix} 60' - 0{,}2447 \\ 40' - x \end{matrix} \; ; x = \frac{0{,}2447 \times 40}{60} \; ; x = 0{,}1631$$

O valor da co-tangente diminui, então, de 0,1631, se a abertura do ∡ aumenta 40':

cot 15°	- 3,7321
cot 40'	- 0,1631
cot 15° 40'	- 3,5690

Problemas:

Achar:

1. O seno de 70° 20':

sen 71°	- 0,9455
sen 70° 20'	-
sen 70°	- 0,9397
60'	- 0,0058
20'	- x

$; x = 0{,}0019$

sen 70°	- 0,9397
sen 20'	- 0,0019
sen 70° 20'	- 0,9416

2. A tangente de 63° 40':

tg	64°		- 2,0503
tg	63° 40'		-
tg	63°		- 1,9626
	60'		- 0,0877
	40'		- x

; $x = 0,0584$

tg	63°		- 1,9626
tg		40'	- 0,0584
tg	63°	40'	- 2,0210

e- Uso da tábua na determinação de um ângulo:

1. Sen x = 0,9455: procuramos, simplesmente o número nas colunas do seno na tábua até dar com 0,9456 e vemos 71; portanto:

sen do ângulo de 71° = 0,9456

2. Sen x = 0,7235: procurando na tábua, não acharemos êsse número, sòmente os consecutivos:

0,7314	-	47°
0,7235	-	
0,7193	-	46°

Verificamos que o número dado fica compreendido entre os angulos de 47° e 46°, onde a diferença é 60'; a diferença entre os senos é de 0,0121; portanto, podemos afirmar que, se o seno aumentou de 0,0121 (de 0,7193 a 0,7314), o ângulo, de 60' (de 46° a 47°) e então se o seno aumenta de 0,0042 (de 0,7193 a 0,7235) o ∡ aumenta de x

0,0121 - 60'

0,0042 - x

; $x = \frac{60 \times 0,0042}{0,0121}$; $x = 21'$

Aumenta, portanto de 21':

0,7193 de sen, corresponde a	46°	
0,0042 de sen, corresponde a		21'
0,7235 de sen, corresponde a	46°	21'

3. Tg ∡ x = 1,8200: procurando na tábua, verificamos que a tangente fica compreendida entre os ∡s de 62° e 61°:

1,8807	-	62°
1,8200	-	
1,8041	-	61°

Como no ítem -2.- dêsse capítulo -e-, verificamos que, para aumentar 0,0766, de 1,8041 a 1,8807, o ∡ aumentou 60'; então, para aumentar 0,0159, de 1,8041 a 1,8200, o ∡ aumentou x:

766 - 60'

159 - x

; $x = \frac{60 \times 159}{766}$; $x = 12'$

Então podemos afirmar:

1,8041 de tg corresponde a um ∡ de 61°

0,0159 de tg corresponde a um ∡ de 12'

1,8200 de tg corresponde a um ∡ de 61° 12'

4. **Cos de um ∡ x = 0,8560**: conforme a tábua, vemos que o número fica entre os dos ∡s de 31° e 32°.

0,8572 - 31°

0,8560 -

0,8480 - 32°

Podemos deduzir daí que, para diminuir de 0,0092 o valor do cos, o ∡ aumentou 60'; então, para diminuir 0,0012, o ∡ aumenta x:

92 - 60' ; $x = \frac{60 \times 12}{92}$; $x = 7,8' \sim 8'$

12 - x

Como antes afirmamos, se o cos diminuir de 0,0012 o ângulo aumenta de 8':

0,8572 - 31°

0,0012 - 8'

0,8560 - 31° 8'

5. **Cot de um ∡ x = 0,9400**: procurando na tábua, verificamos que êsse valor fica compreendido entre os dos ∡s de 46° e 47°:

0,9657 - 46°

0,9400 -

0,9325 - 47°

Portanto, para diminuir de 0,0332 a cot, o ∡ aumenta de 60'; para diminuir, então, de 0,0257, o ∡ aumenta de x:

332 - 60' ; $x = \frac{60 \times 257}{332}$; $x = 47'$

257 - x

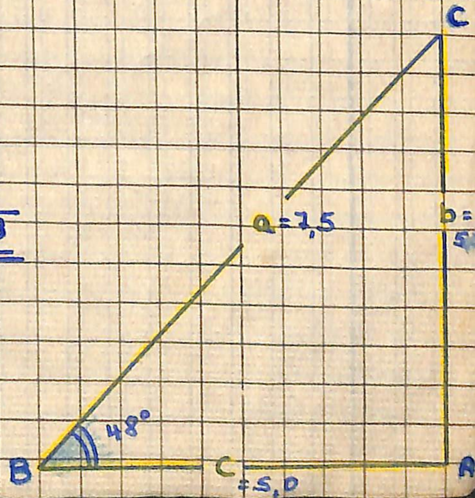
Para o valor da cot diminuir de 0,0257, o valor do ∡ aumenta de 47':

0,9657 - 46°

0,0257 - 47'

0,9400 - 46° 47'

f- Cálculo dos lados do triângulo retângulo com as funções trigonométricas:



$\text{sen } B = \frac{b}{a}$; então:

$b = a \times \text{sen } B$ e $a = \frac{b}{\text{sen } B}$

$\cos B = \frac{c}{a}$

$c = a \times \cos B$ e $a = \frac{c}{\cos B}$

$\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}$

$\underline{\underline{b = c \times \operatorname{tg} B}}$ e $\underline{\underline{c = \frac{b}{\operatorname{tg} B}}}$

$\cot B = \frac{c}{b}$

$\underline{\underline{c = b \times \cot B}}$ e $\underline{\underline{b = \frac{c}{\cot B}}}$

Ijuí, 4.3.64

ÁLGEBRA

A- Equações de 1º Grau:

1. $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{5} = 6$

$5x - 5 + 4x + 2 = 60$

$5x + 4x = 60 + 5 - 2$

$9x = 63$

$\boxed{x = 7}$

Verificação:

$\frac{6}{2} + \frac{15}{5} = 6$

$30 + 30 = 60$

$60 = 60$

Sistemas de Equações de 1º Grau com incógnitas:

1. $\begin{cases} 4x + 6y = 4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

(1) $4x + 6y = 4$

(2) $4x - 6y = 0$

$8x = 4$

$\boxed{x = 1/2}$

$2x - 3y = 0$

$2(1/2) - 3y = 0$

$1 - 3y = 0$

$1 = 3y$

$\boxed{y = 1/3}$

2. $\begin{cases} \frac{8x-3}{9} - \frac{y}{6} = 2 \\ \frac{4x+3}{12} - \frac{y}{8} = 1 \end{cases}$

$16x - 6 - 3y = 36$

$8x + 6 - 3y = 24$

$16x - 3y = 42$

$-8x + 3y = -18$

$8x = 24$

$\boxed{x = 3}$

$16x - 3y = 42$

$48 - 3y = 42$

$48 - 42 = 3y$

$6 = 3y$

$\boxed{y = 2}$

Verificação:

$\frac{8x-3}{9} - \frac{y}{6} = 2$

$\frac{24-3}{9} - \frac{2}{6} = 2$

$\frac{21}{9} - \frac{2}{6} = 2$

$41 - 6 = 36$

$36 = 36$

B- Equações de 2º Grau:

5.3.

1. Incompletas:

I-) $ax^2 + bx = 0$

$x(ax + b) = 0$

$\boxed{x' = 0}$

$ax + b = 0$

$ax = -b$

$\boxed{x'' = \frac{-b}{a}}$

II-) $x^2 - 4x = 0$

$x(x - 4) = 0$

$\boxed{x' = 0}$

$x - 4 = 0$

$\boxed{x'' = 4}$

III-) $5x^2 - 45x = 0$

$x(5x - 45) = 0$

$\boxed{x' = 0}$

$5x - 45 = 0$

$$5x = 45$$
$$x = \frac{45}{5}$$
$$\boxed{x'' = 9}$$

IV-) $ax^2 + c = 0$
$$ax^2 = -c$$
$$x^2 = \frac{-c}{a}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$
$$\boxed{x' = +\sqrt{\frac{-c}{a}}}$$
$$\boxed{x'' = -\sqrt{\frac{-c}{a}}}$$

V-) $3x^2 - 48 = 0$
$$3x^2 = 48$$
$$x^2 = \frac{48}{3}$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm\sqrt{16}$$
$$\boxed{x' = +4}$$
$$\boxed{x'' = -4}$$

VI-) $4x^2 - x\sqrt{5} = 0$
$$x(4x - \sqrt{5}) = 0$$
$$\boxed{x' = 0}$$
$$4x - \sqrt{5} = 0$$
$$4x = \sqrt{5}$$
$$\boxed{x'' = \frac{\sqrt{5}}{4}}$$

VII-) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{2}{9}$
$$\frac{9x+27}{9x^2-81} - \frac{9x-27}{9x^2-81} = \frac{2x^2-18}{9x^2-81}$$
$$9x + 27 - 9x + 27 = 2x^2 - 18$$
$$54 = 2x^2 - 18$$
$$54 + 18 = 2x^2$$
$$72 = 2x^2$$
$$72/2 = x^2$$
$$36 = x^2$$
$$x = \pm\sqrt{36}$$
$$x = \pm 6$$
$$\boxed{x' = +6}$$
$$\boxed{x'' = -6}$$

VIII) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{3}$
$$\frac{3x+6}{3x^2-12} - \frac{3x-6}{3x^2-12} = \frac{x^2-4}{3x^2-12}$$
$$3x + 6 - 3x + 6 = x^2 - 4$$
$$12 = x^2 - 4$$
$$-x^2 = -16 \ (-1)$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm\sqrt{16}$$
$$x = \pm 4$$
$$\boxed{x' = +4}$$
$$\boxed{x'' = -4}$$

b) Seu

2. Equações de 2º Grau Completas:

$$\boxed{ax^2 + bx - c = 0}$$

Fórmula usada para resolver eq. 2º grau comp.
$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

1. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

$a = 9$

$b = -12$

$c = 4$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \times 9 \times 4}}{2 \times 9}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{18}$$

$$x = \frac{12}{18}$$

$$\boxed{x' = +\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{x'' = +\frac{2}{3}}$$

2. $x^2 - 7x + 12 = 0$

$a = 1$

$b = -7$

$c = 12$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 1 \times 12}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{7 + 1}{2}$$

$$\boxed{x' = 4}$$

$$x'' = \frac{7 - 1}{2}$$

$$x'' = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{x'' = 3}$$

3. $4x^2 + 6 = 11x + x^2$

$$4x^2 + 6 - 11x - x^2 = 0$$

$$4x^2 - x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$a = 3$

$b = -11$

$c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \times 3 \times 6}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 72}}{6}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{6}$$

$$x = \frac{11 \pm 7}{6}$$

$$x' = \frac{11 + 7}{6}$$

$$x' = \frac{18}{6}$$

$$\boxed{x' = 3}$$

$$x'' = \frac{11 - 7}{6}$$

$$x'' = \frac{4}{6}$$

$$\boxed{x'' = \frac{2}{3}}$$

4. $\frac{x^2}{12} - \frac{x}{2} + \frac{2}{3} = 0$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{6x}{12} + \frac{8}{12} = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$a = 1$

$b = -6$

$c = 8$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 2}{2}$$

$$x' = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{x' = 4}$$

$$x'' = \frac{6 - 2}{2}$$

$$x'' = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{x'' = 2}$$

C - Caracteres de raízes

16.3.

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\sqrt{100 - 100}$

$\sqrt{0}$

$\sqrt{b^2 - 4ac} = 0$

RAIZES REAIS E IGUAIS

$x^2 - x - 16 = 0$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\sqrt{1 + 64}$

$\sqrt{65}$

$\sqrt{b^2 - 4ac} > 0$

RAIZES REAIS E DESIGUAIS

$4x^2 - x - 14 = 0$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\sqrt{1 - 216}$

$\sqrt{-215}$

$\sqrt{b^2 - 4ac} < 0$

RAIZES NULAS = NÃO HÁ RAIZES

D - Fórmula do "p"

18.3.

Simplificacao da fórmula original

Obs: sòmente usada quando o coeficiente de x^2 é a unidade.

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + px + q = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

$x = \frac{-p}{2} \pm \frac{\sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2 - 4q}{4}}$

$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

$$\boxed{x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}$$

1. $x^2 - 15x + 50 = 0$

$p = -15$

$q = 50$

$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

$x = \frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - 50}$

$x = 7,5 \pm \sqrt{56,25 - 50}$

$x = 7,5 \pm \sqrt{6,25}$

$x = 7,5 \pm 2,5$

$x' = 7,5 + 2,5$

$\boxed{x' = 10}$

$x'' = 7,5 - 2,5$

$\boxed{x'' = 5}$

2. $x^2 - 14x + 49 = 0$

$p = -14$

$q = 49$

$$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x = \frac{14}{2} \pm \sqrt{\frac{196}{4} - 49}$$

$$x = 7 \pm \sqrt{49 - 49}$$

$$x = 7 \pm \sqrt{0}$$

$$x = 7 \pm 0$$

$$\boxed{x' = 7}$$

$$\boxed{x'' = 7}$$

3. $x^2 + x - 12 = 0$

$p = 1$

$q = -12$

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{-1}{4} + 12}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{-1 + 48}{4}}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{11{,}75}$$

não há raízes

4. $x^2 - x - 16 = 0$

$p = -1$

$q = -16$

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 16}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} + 4$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{9}{2}$$

$$x' = \frac{1}{2} + \frac{9}{2}$$

$$x' = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{x' = 10}$$

$$x'' = \frac{1}{2} - \frac{9}{2}$$

$$x'' = -\frac{8}{2}$$

$$\boxed{x'' = -4}$$

E - Fórmula do "k"

19.3. Simplificação da fórmula original.

Obs: sòmente aplicada quando o coeficiente de x simples é nr. par.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a}$$

$$x = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a}$$

$$x = \frac{2(-k \pm \sqrt{k^2 - ac})}{2a}$$

$$\boxed{x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}}$$

20.3.

1. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

$a = 9$

$K = -6$

$c = 4$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 9 \times 4}}{9}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{9}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{9}$$

$$x = \frac{6 \pm 0}{9}$$

$$x' = \frac{6}{9}$$

$$\boxed{x' = \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{x'' = \frac{2}{3}}$$

2. $x^2 - 14x + 49 = 0$

$a = 1$
$k = -7$
$c = 49$

$x = -k \pm \sqrt{k^2 - c}$

$x = 7 \pm \sqrt{49 - 49}$

$x = 7 \pm \sqrt{0}$

$x = 7 \pm 0$

$\boxed{x' = 7}$

$\boxed{x'' = 7}$

3. $25x^2 + 20x + 4 = 0$

$a = 25$
$k = 10$
$c = 4$

$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 25}}{25}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 100}}{25}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{25}$

$x = \frac{-10 \pm 0}{25}$

$x' = \frac{-10}{25}$

$\boxed{x' = x'' = -\frac{2}{5}}$

23.3. Relações de Raízes e Coeficientes

F- SOMA:

$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\qquad x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x' + x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x' + x'' = \frac{-b - b}{2a}$

$x' + x'' = \frac{-2b}{2a}$

$\boxed{x' + x'' = \frac{-b}{a}}$

MULTIPLICAÇÃO:

$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\qquad x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x' \times x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x' \times x'' = \frac{b^2 + b\sqrt{b^2 - 4ac} - b\sqrt{b^2 - 4ac} - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$

$\frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$

$x' \times x'' = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$

$x' \times x'' = \frac{4ac}{4a^2}$

$\boxed{x' \times x'' = \frac{c}{a}}$

2) ORGANIZAR uma EQUAÇÃO de 2º GRAU, DADAS as RAÍZES:

1. $x' + x'' = \frac{-b}{a}$ $\qquad x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$x' = 6$ $\qquad x'' = 5$

$x' + x'' = \frac{-b}{a}$ $\qquad x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$6 + 5 = -\frac{b}{a}$ $\qquad 6 \times 5 = \frac{c}{a}$

$11 = -\frac{b}{a}$ $\qquad 30 = \frac{c}{a}$

$\boxed{\frac{b}{a} = 11 \qquad \frac{c}{a} = 30}$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\boxed{x^2 + 11x + 30 = 0}$$

2. $x' = 4$ $\qquad$ $x'' = -3$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$4 + (-3) = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $4 \times (-3) = \frac{c}{a}$

$1 = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $-12 = \frac{c}{a}$

$\boxed{\frac{b}{a} = -1}$ $\qquad$ $\boxed{\frac{c}{a} = -12}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\boxed{x^2 - x - 12 = 0}$$

3. $x' = -6$ $\qquad$ $x'' = -5$

1.4. $x' + x'' = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\boxed{\frac{b}{a} = 11}$ $\qquad$ $\boxed{\frac{c}{a} = 30}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{e}{a} = 0$$

$$\boxed{x^2 + 11 + 30 = 0}$$

4. $x' = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $x'' = \frac{6}{7}$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\frac{1}{5} + \frac{6}{7} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $\frac{1}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{c}{a}$

$\frac{7}{35} + \frac{30}{35} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $\frac{6}{35} = \frac{c}{a}$

$\frac{37}{35} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $\boxed{\frac{c}{a} = \frac{6}{35}}$

$\boxed{\frac{b}{a} = -\frac{37}{35}}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{37}{35}x + \frac{6}{35} = 0$$

$$\boxed{35x^2 - 37x + 6 = 0}$$

3.4. VERIFICAR se:

1. 2 e 5 são raízes de:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\boxed{b = -7}$ $\qquad$ SÃO $\qquad$ $\boxed{c = 10}$

2. 3 e -2 são raízes de

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$

$3 + (-2) = -\frac{b}{a}$

$\boxed{b = -1}$ SIM

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$3 \times -2 = \frac{c}{a}$

$\boxed{c = -6}$

3. 3 e 4 são raízes de

$x^2 + x - 12 = 0$

$x' + x'' = -b$

$\boxed{b = -7}$ NÃO

$x' \times x'' = c$

$\boxed{c = 12}$

4. $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ são raízes de

$6x^2 - 7x + 2 = 0$

$x' + x'' = -b$

$b = -(x' + x'')$

$b = -\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$

$b = -\left(\frac{4}{6} + \frac{3}{6}\right)$

$b = -\frac{7}{6}$

$\boxed{b = -7}$

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{c}{a}$

$\frac{2}{6} = \frac{c}{a}$

$\boxed{c = 2}$

SIM

5. $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ são raízes de

$4x^2 - 4x - 15 = 0$

$x' + x'' = -b$

$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = -b$

$\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = -b$

$x' \times x'' = c$

$\frac{6}{12} = c$

$\boxed{6 = c}$

$\frac{17}{12} = -b$

$\boxed{b = -17}$.

NÃO

6. -2 e -4 são raízes de

$x^2 + 6x + 8 = 0$

$x' + x'' = -b$

$-2 + (-4) = -b$

$\boxed{b = 6}$

$x' \times x'' = c$

$-2 \times -4 = c$

$\boxed{c = 8}$

SIM

PROBLEMAS

1. Achar 2 números cuja soma é 2 e o produto seja (−35)

S: $x' + x'' = 2$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$

$\boxed{\frac{b}{a} = -2}$

M: $x' \times x'' = -35$

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\boxed{\frac{c}{a} = -35}$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$\boxed{x^2 - 2x - 35 = 0}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2}$

$x = \frac{2 \pm 12}{2}$

$x' = \frac{14}{2}$

$\boxed{x' = 7}$

$\boxed{x'' = -5}$

modo que uma de suas raízes seja 5.

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$-m = x' + x''$

$5 \times x'' = \frac{c}{a}$

$-m = 5 + 2$

$5 \times x'' = 10$

$\boxed{m = -7}$

$x'' = 2$

3. Calcular a equação $x^2 - 6x + m = 0$ de modo que uma das raízes seja igual ao dôbro da outra.

$n + 2n = 6$

$2n = 2 \times 2$

$3n = 6$

$\boxed{2n = 4}$

$\boxed{n = 2}$

$n \times 2n = m$

$\boxed{m = 8}$

$2 \times 4 = 8$

$\boxed{x^2 - 6x + 8 = 0}$

4. Calcular "m" na equação $x^2 - 13x + m = 0$, de modo que a diferença das raízes seja 7.

$x' + x' = 20$

$x' + x'' = 13$

$2x' = 20$

$x' - x'' = 7$

$\boxed{x' = 10}$

$x' + x'' + x' - x'' = 13 + 7$

$\boxed{x'' = 3}$

$x'' = 13 - 10$

$m = 3 \times 10$

$\boxed{m = 30}$

6. 4. Calcular "m", de modo que as raízes da equação $25x^2 - mx + 16 = 0$ sejam iguais:

$x' = x''$

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$

$x' \times x' = \frac{c}{a}$

$x' + x' = -\frac{b}{a}$

$x' \times x' = \frac{16}{25}$

$2x' = \frac{m}{25}$

$(x')^2 = 16/25$

$x' = \sqrt{\frac{16}{25}}$

$\frac{50x'}{25} = \frac{m}{25}$

$50x' = m$

$x' = \frac{4}{5}$

$m = 50 \times \frac{4}{5}$

$\boxed{m = \pm 40}$

5. Encontrar 2 números cuja soma é -27 e o produto, 180

$x' + x'' = -27$

$x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$

$x' \times x'' = 180$

$\frac{b}{a} = 27$

$\frac{c}{a} = 180$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 27x + 180 = 0$$

$$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x = \frac{-27}{2} \pm \sqrt{\frac{729}{4} - 180}$$

$$x = \frac{-27}{2} \pm \sqrt{\frac{729}{4} - \frac{720}{4}}$$

$$x = \frac{-27}{2} \pm \sqrt{9}$$

$$x = \frac{-27 \pm 3}{2}$$

$$x' = \frac{-27+3}{2}$$

$$x' = \frac{-24}{2}$$

$$\boxed{x' = -12}$$

$$x'' = \frac{-27-3}{2}$$

$$\boxed{x'' = -15}$$

8.4. G

I - $ax^2 + bx + c$ → variáveis; → constantes

II - $ax^2 + bx + c = 0$ → incógnitas; → coeficientes

I - Trinômio de 2º grau

II - Equação de 2º grau

- As raízes são os números que obtemos para as variáveis ou incógnitas
- Para achar as raízes num trinômio, transformamo-lo em equação
- A constante ou o coeficiente "a" sempre é diferente de zero ($a \neq 0$)
- Os coeficientes ou constantes "b" e "c", podem ser iguais a zero
- O discriminante numa equação, que serve para determinar as raízes é "$b^2 - 4ac$"

10.4 **SABATINA DE 8 - 4 - 64**

1. Resolva a seguinte equação aplicando a fórmula própria para o caso:

$$3x^2 + 3 = 4x + 10$$

$$3x^2 + 3 - 4x - 10 = 0$$

$$3x^2 - 4x + 3 - 10 = 0$$

$$3x^2 - 4x - 7 = 0$$

$a = 3$
$b = -4$
$k = -2$
$c = -7$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3 \times -7}}{3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 21}}{3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{25}}{3}$$

$$x = \frac{2 \pm 5}{3}$$

$$x' = \frac{2+5}{3}$$

$$\boxed{x' = \frac{7}{3}}$$

$$x'' = \frac{2-5}{3}$$

$$x'' = \frac{-3}{3}$$

$$\boxed{x'' = -1}$$

---

2. A soma de dois números é -9 e o produto é -220. Quais são êstes números?

$x' + x'' = -9$ $\qquad$ $x' \times x'' = -220$

$x' + x'' = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $x' \times x'' = \frac{c}{a}$

$\frac{b}{a} = 9$ $\qquad$ $\frac{c}{a} = -220$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 9x - 220 = 0$$

$a = 1$
$b = 9$
$c = -220$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 1 \times -220}}{2 \times 1}$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 880}}{2}$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{961}}{2}$

$x = \frac{-9 \pm 31}{2}$

$x' = \frac{-9 + 31}{2}$

$x' = \frac{22}{2}$

$\boxed{x' = 11}$

$x'' = \frac{-9 - 31}{2} = \frac{-40}{2}$

$\boxed{x'' = -20}$

3. Diga se 3/4 e 2/3 são raízes da Equação:

$4x^2 - 4x - 15 = 0$ Porque?

$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{c}{a}$

$\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $\frac{6}{12} = \frac{c}{a}$

$\frac{17}{12} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ NÃO $\qquad$ $\frac{c}{a} = \boxed{\frac{6}{12}}$

$\frac{b}{a} = \boxed{-\frac{17}{12}}$ $\qquad$? $\quad$ $4x^2 - 4x - 15 = 0$

4. Qual é o discriminante de uma equação do 2º Grau? Qual a sua função?

R: O discriminante é o "$b^2 - 4ac$" que serve para determinar as raízes.

164. H - Decomposição da fórmula geral dos trinômios do 2º Grau em fatôres do 1º Grau; sendo o discriminante maior do que 0:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}$$

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \text{forma canônica}$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)^2$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2$$

$$" = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$$

$$ax^2+bx+c = a\left(x - \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

$$\boxed{ax^2+bx+c = a(x-x')(x-x'')}$$

FAZER A DECOMPOSIÇÃO:

17.4.

1. $2x^2-3x-5$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$a(x-x')(x-x'')$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2a}$

$a(x-5/2)(x+1)$

$x = \frac{3 \pm 7}{4}$

$\boxed{2(2x-5)(2x+2)}$

$x' = 5/2 \qquad x'' = -1$

2. $12x^2-17x+6$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$a(x-x')(x-x'')$

$x = \frac{17 \pm \sqrt{289-288}}{24}$

$12(x-3/4)(x-2/3)$

$12\left(\frac{12x}{12}-\frac{9}{12}\right)\left(\frac{12x}{12}-\frac{8}{12}\right)$

$x = \frac{17 \pm 1}{24}$

$\boxed{12(12x-9)(12x-8)}$

$x' = 3/4 \qquad x'' = 2/3$

3. $x^2-16x+63$

$x = -k \pm \sqrt{k^2-c}$

$x = 8 \pm \sqrt{64-63}$

$a(x-x')(x-x'')$

$x = 8 \pm 1$

$a(x-9)(x-7)$

$x' = 9$

$\boxed{(x-9)(x-7)}$

$x'' = 7$

17.4

I- Decomposição da fórmula geral dos trinômios do 2º Grau em fatores do 1º Grau; sendo o discriminante igual a 0 (dis = 0)

$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$

$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)$

$ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}$

$\boxed{ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ = forma canônica

$ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{0}{4a^2}$

$ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$

$ax^2+bx+c = a\left(x - -\frac{b}{2a}\right)^2$

$\boxed{ax^2+bx+c = a(x-x')^2}$

FAZER A DECOMPOSIÇÃO:

1. $x^2-10x+25$

$x = -k \pm \sqrt{k^2-c}$

$a(x-x')^2$

$x = 5 \pm \sqrt{25-25}$

$\boxed{(x-5)^2}$

$x' = 5 \qquad x'' = 5$

2. $x^2-12x+36$

$x = 6 \pm \sqrt{36-36}$

$x = -k \pm \sqrt{k^2-c}$

$x' = 6 \qquad x'' = 6$

$a(x-x')^2$ $\boxed{(x-6)^2}$

Decompor:

184

1. $\frac{x^2-4x+4}{5x^2-5x+6} = \frac{(x-2)^2}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x-2)(x-2)}{(x-3)(x-2)}$

$$\boxed{\frac{x-2}{x-3}}$$

2. $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-20} = \frac{(x+5)(x-3)}{(x-4)(x+5)} = \boxed{\frac{x-3}{x-4}}$

22.4

3. $\frac{x^2+2x-15}{x^2+3x-18} = \frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)(x+6)}$ $\boxed{\frac{x+5}{x+6}}$

4. $\frac{2x^2+2x-24}{2x^2+10x-48} = \frac{2(x-3)(x+4)}{2(x-3)(x+8)} = \boxed{\frac{x+4}{x+8}}$

5. $\frac{3x^2-7x-6}{2x^2-5x-3} = \frac{3(x-3)(x+2/3)}{2(x-3)(x+1/2)} = \frac{3(x+2/3)}{2(x+1/2)} = \frac{3(3x+2)}{2(2x+1)} =$

$$\boxed{\frac{9x+6}{4x+2}}$$

6. $\frac{6x^2+7x+2}{9x^2-4} = \frac{6(x+1/2)(x+2/3)}{9(x-2/3)(x+2/3)} = \frac{6(x+1/2)}{9(x-2/3)} = \frac{6(2x+1)}{9(3x-2)}$

$$\frac{2(2x+1)}{3(3x-2)} = \boxed{\frac{4x+2}{9x-6}}$$

7. $\frac{x^2+5x-14}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x+7)}{(x-2)(x+2)} = \boxed{\frac{x+7}{x+2}}$

J- PROBLEMAS APLICANDO AS PROPRIEDADES DAS EQUAÇÕES

1. Procurar um número cujo produto da metade pela terça parte seja 96.

Cálculo:

$\frac{x}{2} \times \frac{x}{3} = 96$ $\frac{x^2}{6} = 96$ $\frac{x^2}{6} = \frac{576}{6}$

$x^2 = 576$ $x = \pm\sqrt{576}$ $x = \pm 24$

Resposta:

O número é $\boxed{+24 \text{ ou } -24}$

Prova: $(+12) \times (+8) = +96$!

$(-12) \times (-8) = +96$!

2. A soma de certo número com o seu inverso é 25/12. Qual o número?

Cálculo:

$\frac{x}{1} + \frac{1}{x} = \frac{25}{12}$ $\frac{x^2+1}{x} = \frac{25}{12}$ $\frac{12x^2+12}{12x} = \frac{25x}{12x}$

$12x^2 + 12 = 25x$ $12x^2 + 12 - 25x = 0$

$$12x^2 - 25x + 12 = 0$$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{24}$

$x = \frac{25 \pm \sqrt{625-576}}{24}$ $x = \frac{25 \pm 7}{24}$

Respostas:

$x' = \frac{25+7}{24}$ $x' = \frac{32}{24}$ $\boxed{x' = \frac{3}{4}}$

$x'' = \frac{25-7}{24}$ $x' = \frac{18}{24}$ $\boxed{x'' = \frac{4}{3}}$

Prova: $\frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{25}{12}$? $\frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$!

3. Procurar um número cujo produto da quarta pela terça parte seja 12

23.4.

Cálculo:

$\frac{x}{3} \times \frac{x}{4} = \frac{12}{1}$ $\frac{x^2}{12} = \frac{12}{1}$ $x^2 = 144$

$x = \pm\sqrt{144}$ $x = \pm 12$

Resposta: O número é $+12$ ou -12

Prova:

$\frac{12}{3} \times \frac{12}{4} = \frac{12}{1}$? $4 \times 3 = 12$!

$\frac{-12}{3} \times \frac{-12}{4} = \frac{12}{1}$? $-4 \times -3 = 12$!

4. A diferença de certo número com o seu inverso é 15/56. Qual o número?

Cálculo:

$\frac{x}{1} - \frac{1}{x} = \frac{15}{56}$ $\frac{x^2-1}{x} = \frac{15}{56}$

$\frac{56x^2}{56x} - \frac{56}{56x} = \frac{15x}{56x}$ $56x^2 - 56 - 15x = 0$

$56x^2 - 15x - 56 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 12544}}{112}$

$x = \frac{15 \pm \sqrt{12769}}{112}$ $x = \frac{15 \pm 113}{112}$

Resposta: $x' = \frac{15+113}{112}$ $x' = \frac{128}{112}$ $\boxed{x' = \frac{8}{7}}$

$x'' = \frac{15-113}{112}$ $x'' = \frac{-98}{112}$ $\boxed{x'' = -7/8}$

Provas:

$\frac{8}{7} - \frac{7}{8} = \frac{15}{56}$? $\frac{64}{56} - \frac{49}{56} = \frac{15}{56}$! $15 = 15$!

$\left(-\frac{7}{8}\right) - \left(-\frac{8}{7}\right) = \frac{15}{56}$? $-\frac{7}{8} + \frac{8}{7} = \frac{15}{56}$! $-\frac{49}{56} + \frac{64}{56} = \frac{15}{56}$!

5. Um automóvel, animado de velocidade constante, percorre, em certo tempo, 360 km.; entretanto, se a sua velocidade fôsse diminuida de 30 km horários, o tempo necessário para que percorresse igual trajeto, seria acrescido de duas horas. Qual era a velocidade?

Cálculo:

$\frac{360}{x}$ = tempo na 1ª hipótese

$\frac{360}{x-30}$ = tempo na 2ª hipótese

$\frac{360}{x-30} - \frac{360}{x} = 2 \quad \Big| \quad \frac{360x}{x^2-30x} - \frac{360x+10.800}{x^2-30x} = \frac{2x^2-60x}{x^2-30x}$

$360x - 360x + 10.800 = 2x^2 - 60x$

$360x - 360x + 10.800 - 2x^2 + 60x = 0$

$-2x^2 + 60x + 360x - 360x + 10.800 = 0$

$-2x^2 + 60x + 10.800 = 0$

$2x^2 - 60x - 10.800 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x = \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 86.400}}{4}$

$x = \frac{60 \pm \sqrt{90000}}{4}$

$$x = \frac{60 \pm 300}{4} \qquad x = \frac{30 \pm 150}{2}$$

<u>Resposta</u>: $x' = \frac{30 + 150}{2} \qquad x' = \frac{180}{2} \qquad \boxed{x' = 90}$

$$x'' = \frac{30 - 150}{2} \qquad x'' = \frac{-120}{2} \qquad x'' = -60$$

Como a velocidade não pode ser negativa, a velocidade foi de $\boxed{90 \text{ km/h}}$

<u>Prova</u>: $360 : 90 = 4\,h \qquad 90 - 30 = 60$ km/h

$360 : 60 = 6\,h \qquad 6h - 4\,h = 2\,h$!

6\. Procurar 2 números inteiros e consecutivos cujo
25.4. produto seja 240.

Cálculo:

$x = 1^{\circ}$ número $\qquad (x+1) = 2^{\circ}$ número.

$$(x) \times (x+1) = 240 \qquad x^2 + x = 240$$

$$\underline{x^2 + x - 240 = 0}$$

$$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \qquad x = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{240}{1}}$$

$$x = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\frac{960}{4} + \frac{1}{4}} \qquad x = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{961}$$

$$x = \frac{-1 \pm 31}{2} \qquad x' = \frac{30}{2} \qquad \underline{x' = +15}$$

$$x'' = \frac{-1 - 31}{2} \qquad x'' = \frac{-32}{2} \qquad \underline{x'' = -16}$$

<u>Resposta</u>: os números são $\boxed{+15 \text{ e } +16}$ ou $\boxed{-15 \text{ e } -16}$

<u>Prova</u>: $+16 - +15 = +1$

$+16 \times +15 = +240$

$(-16) - (-15) = -1$

$-16 \times -15 = +240$

RUI BARBOSA

Pouco mais de um quarto de século decorrido desde o falecimento de Rui Barbosa, a memória dêste grande brasileiro conserva-se ainda bastante viva entre os seus patrícios que o admiram e não o esquecem, servindo de exemplo a todos aquêles que procuram seguir, durante a existência, o caminho do estudo, da perseverança pessoal e do saber.

Em seus 74 anos de vida, realizou a "Águia de Haia" tudo o que se possa imaginar com respeito aos múltiplos campos das atividades culturais. Foi republicano incansável, ferrenho batalhador abolicionista, diplomata notável, político hábil, jornalista combativo, orador arrebatador, escritor profícuo, educador emérito, lingüista erudito, advogado dos fracos e oprimidos, defensor intransigente da lei e da legalidade, jurista dos mais brilhantes, propagador dos sagrados princípios de liberdade, enfim, colocou a sua inteligência fora do comum e a sua personalidade e capacidade de trabalho extraordinários, inteiras, a serviço da Pátria que êle tanto soube amar e defender nas horas mais amargas.

O gênio nacional nasceu na Bahia a 5 de novembro de 1849. Revelou desde pequenino sua mente invulgar, aprendendo com facilidade espantosa as primeiras letras e concluindo ràpidamente os seus estudos preparatórios que o conduziram, muito jovem ainda, à Faculdade de Direito do Recife, onde cursou dois anos, transferindo-se depois para São Paulo, formando-se em 1868, com galhardia, na tradicional faculdade do Largo de São Francisco. Daí em diante, as fases luminosas que se seguiram em sua vida estão enquadradas como parte integrante da História do Brasil, e essa é a sua máxima glória.

O falecimento de Rui Barbosa, ocorrido em Petrópolis no dia 1.° de março de 1923, enlutou e constrangeu profundamente tôda a Nação. Foi uma perda irreparável.