UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO - CED
CURSO DE GRADUAÇÃO EM PEDAGOGIA

FRANCIANE CRISTINA PEREIRA

OBJETOS DE CONHECIMENTO EM ÁLGEBRA: A CONSTITUIÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS

Florianópolis
2018

FRANCIANE CRISTINA PEREIRA

OBJETOS DE CONHECIMENTO EM ÁLGEBRA: A CONSTITUIÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido (a) ao curso de Pedagogia da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de licenciada em Pedagogia.

Orientador: Prof. Dr. Everaldo Silveira.

Florianópolis
2018

Franciane Cristina Pereira

OBJETOS DE CONHECIMENTO EM ÁLGEBRA: A CONSTITUIÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Licenciatura em Pedagogia,e aprovado em sua forma final pelo Coordenador do Curso de Pedagogia.

Florianópolis, 21 de novembro de 2018

____

Prof[a]. Dr[a]. Patrícia Laura Torriglia
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

____

Prof.[a] Dr. Everaldo Silveira
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

____

Prof.[a] Dr.[a] Regina Célia Grando
Universidade Federal de Santa Catarina

____

Prof.[a] Dr.[a] Roberta Schnorr Buehring
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares, pelo seu apoio incondicional, especialmente minha mãe Rejane e meu tio Side e tia Sonia, pelo enorme incentivo a chegar até aqui.

Ao meu namorado Eduardo que esteve presente por toda essa caminhada me incentivando.

Ao meu orientador, Professor Doutor Everaldo Silveira, por todo o apoio, incentivo, sugestões e pelos momentos de trocas de saberes na realização desta pesquisa. Acima de tudo, pelo imenso apreço de tê-lo como orientador.

A todos os colegas e professores que durante este percurso contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.

Aos amigos especiais, que foram companhia e alento. A Lilian, pelo seu constante apoio, a Rafaelly e a Bruna pelo companheirismo nesta trajetória.

Ao grupo de pesquisa ICEM Insubordinações Criativas Educação Matemática, pela contribuição e ensinamentos repassados em cada encontro.

Aos membros da banca examinadora, pela disposição e contribuições.

RESUMO

A pesquisa relatada nesse texto teve como objetivo principal identificar, compreender e discutir, a partir de atividades propostas em livros didáticos, os objetos de conhecimento apresentados na área temática Álgebra. A investigação, de natureza qualitativa, parte de uma análise da unidade temática Álgebra da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), focalizando os objetos de conhecimento subsidiadores do desenvolvimento do Pensamento Algébrico em crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. Buscamos localizar em livros didáticos de coleções aprovadas no PNLD 2019, algumas exemplificações de atividades relacionadas aos *Padrões, Relação de Igualdade e Relações de Proporcionalidade*, bem como discuti-las à luz da literatura disponível. Concluímos, que a constituição do Pensamento Algébrico é um processo que envolve diversas variáveis, das quais, destacam-se a influência de dois aspectos principais: a superação de dificuldades apresentadas nessa área da Matemática e o contexto de significados ao seu ensino.

Palavras-chave: Álgebra. Pensamento Algébrico. Objetos de aprendizagem. Livros didáticos. Anos Iniciais.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No decorrer do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), ao me deparar com a disciplina Educação Matemática e Infância, no primeiro dia de aula do ano letivo 2015.1, o professor nos questionou sobre o interesse da turma pela Matemática. Minha resposta sobre o referido questionamento era a vaga. Confesso que minha relação com a mesma não tinha muito significado. Ao longo dos dois semestres destinados a disciplina, isso foi mudando, tive o prazer de compreender melhor os princípios teórico-metodológicos do ensino e da aprendizagem de matemática, tanto na infância como nos anos iniciais do ensino fundamental.

Portanto, durante a graduação muitos aspectos relacionados a Matemática se fizeram presentes em meu percurso de formação, e o interesse em aprofundá-los tornou-se evidente, diante dos desafios que surgem em relação ao seu ensino. Atualmente, o ensino da Matemática, tem sido objeto de várias pesquisas. Nessa perspectiva, o estudo da Álgebra vem ganhando espaço na educação escolar, sendo esse, um fator de extrema importância para a Educação Matemática.

Sendo assim, meu interesse pela pesquisa e as concepções de Álgebra nos Anos Iniciais do ensino fundamental decorreu, em princípio, da necessidade de identificar uma compreensão de Álgebra própria, visando ampliar meu conhecimento sobre o tema. Um fator de grande influência no processo de significação sobre o ensino de Matemática, refere-se à construção do conhecimento, atualmente está área continua sendo "rotulada" como difícil de aprender, principalmente quando nos referimos a Álgebra.

Por esse viés, segundo D'Ambrosio (1989, p.16) afirma:

> […] Difícil o professor que consegue se convencer de que seu objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula.

Sendo possível refletirmos sobre as suas influências na educação, visto que dificilmente:

> Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. O processo de pesquisa matemática é reservado a poucos indivíduos que assumem a matemática como seu objeto de pesquisa. É esse processo de pesquisa que permite e incentiva a criatividade ao se trabalhar com situações problemas. (D'AMBROSIO, 1989, p.16)

Os alunos passam a acreditar que a sua aprendizagem, se dá somente através de uma sequência finita de regras, fórmulas e operações, a serem rigorosamente seguidas, não conseguindo perceber as aplicações possíveis desses conhecimentos e sua utilidade para compreender aspectos relacionados à realidade.

A dificuldade na aprendizagem da Álgebra torna-se evidente quando não é introduzida de maneira significativa no contexto escolar do aluno. Os possíveis motivos para esse fenômeno relacionado ao ensino, remete-se ao que Araujo (2008, p. 337), define:

> [...] Se a aprendizagem da Álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

Nessa perspectiva, trabalhar com atividades relacionadas a Álgebra, torna-se uma ferramenta essencial para construção de significados na resolução de problemas, portanto, é de extrema importância introduzir esse pensamento com intuito de construir sentidos para aprendizagens posteriores. Seguindo os apontamentos da autora:

> Para que ocorram mudanças, tão necessárias no ensino de álgebra, é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico. Entendemos que o pensamento algébrico está presente não apenas quando se trabalha na álgebra formal, mas em diversos campos do conhecimento manifestados por diversas linguagens, como a aritmética, a geometria ou mesmo a natural. (ARAUJO, 2008, p.338).

Podemos afirmar que o estudo da Álgebra se constitui um campo notório no desenvolvimento da aprendizagem Matemática. De acordo com as autoras Alvarenga e Vale (2007, p.28), sobre as características que contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático, de fato, desde os primeiros anos de escolaridade os alunos "podem e devem ser encorajadas a observar padrões e a representá-los tanto geométrica como numericamente, iniciando o estudo da álgebra de um modo fortemente intuitivo e informal".

No que se refere a aprendizagem do aluno, o entendimento do educador é um dos aspectos básicos necessários. Por isso, deve-se buscar estratégias de ensino eficientes para que o aluno consiga ter uma compreensão satisfatória no processo de aprendizagem, na tentativa de minimizar as dificuldades geradas nesta área do conhecimento. Desse modo, segundo Ribeiro (2011, p. 91), que defende que "os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares – e isto, claro está, em termos teóricos), daí a necessidade de que possuam um sólido conhecimento profissional, em todas as suas componentes”. Além disso, pode-se dizer que o professor(a) desempenha um papel preponderante na educação das crianças, pela contribuição nos aspectos relacionados à aprendizagem.

Nessa complexa tarefa, a grande maioria dos educadores “atribui ao livro didático um papel destacado entre os recursos didáticos que podem ser utilizados” em sua prática. (BRASIL, 2016, p.18). Seguindo o foco da pesquisa, destacamos que o livro didático se torna um recurso complementar da prática pedagógica, em termos de orientações para a ação docente, pois neles são definidos os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula, nas instituições públicas de ensino. Serve como um “instrumento de apoio para o professor e por construir uma organização possível do conteúdo a ser ensinado. (BARRETO; MONTEIRO, 2008, p.02).

No que diz respeito aos vários aspectos que influenciam a aprendizagem dos alunos, o livro didático, “instrumento de trabalho do professor e de aprendizagem do aluno, é adequado na medida em que favorece a aquisição, pelo aluno, de um saber matemático autônomo e significativo” (BRASIL, 2015, p.22). Sendo assim, podemos afirmar que o livro didático assume um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, considerando que não deve ser o único suporte disponível ao aluno, bem como, se deve fazer bom uso desta ferramenta de ensino.

> Entretanto, dependendo do uso que se fizer dele, poderá colher resultados significativos em variados âmbitos, ajudando os alunos, por meio de suas intervenções, a estabelecer relações e construir ideias, em vez de simplesmente realizar as tarefas propostas.
> [...]Assim, é importante considerar os limites desse material e buscar meios de ampliar suas possibilidades como recurso didático. (BORDEAUX, 2017, p. 39)

.

Por esse motivo, buscamos por meio desta ferramenta, apresentar e discutir os objetos de conhecimento[1] apresentados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na unidade temática Álgebra, a partir de exemplos coletados em livros didáticos aprovados no PNLD 2019.

Diante disso, a pesquisa tem como objetivo: identificar, compreender e discutir, a partir de atividades propostas em livros didáticos, os objetos de conhecimento apresentados na área temática Álgebra, na BNCC, subsidiadores do desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças dos anos iniciais do ensino fundamental.

Assim, buscamos por meio das motivações que fundamentam a constituição desse estudo, provocar estímulos para refletir sobre as contribuições de introduzir o ensino da Álgebra

---

[1] Entende-se como objetos de conhecimento – os conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas. (BRASIL, 2017, p.28)

nos Anos Iniciais de modo introdutório, que ofereçam subsídios para uma aprendizagem significativa do estudante, com o intuito de possibilitar a compreensão da relevância do tema para a formação docente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos subtópicos seguintes, apresentamos as categorias conceituais relacionadas à temática desta pesquisa, que subsidiam a discussão e estudo sobre os elementos constituintes do Pensamento Algébrico.

2.1 ALGUMAS ASSERÇÕES SOBRE ASPECTOS MATEMÁTICOS RELACIONADOS A ÁLGEBRA

Atualmente, no que diz respeito à Matemática e seu ensino, um dos principais aspectos que se evidencia são acerca dos resultados negativos que com frequência são obtidos. Lins e Gimenez (2001), discutem que muito se tem escrito sobre as dificuldades apresentadas por alunos na aprendizagem da Matemática. Os estudos recentes, apontam que, para superar tais dificuldades encontradas no ensino desses conteúdos, um caminho possível seria garantir o exercício de modo que traga significados, ao qual, por meio do trabalho desde as séries iniciais, colabore com uma aprendizagem melhor e mais completa. Considerando esses pressupostos, cabe mencionar a influência do ensino da Álgebra nesse contexto produção de conhecimentos.

O Pensamento Algébrico é uma forma de pensar a Matemática deve ser desenvolvida desde os primeiros anos de escolaridade por meio do estudo de padrões e regularidades. (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005)

Dentre as áreas da Matemática, a Álgebra era a que ganhava espaço no currículo apenas ao início dos anos finais do ensino fundamental, porém atualmente vem conquistando espaço já nos Anos Iniciais. Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC (2017), leva em conta que “os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideais fundamentais” (BRASIL, 2017, p.266). Deste modo, o documento afirma seu alinhamento com os propósitos relacionados ao trabalho com a Álgebra, para que estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o ensino fundamental - Anos Iniciais, como conteúdo fundamental. Ressaltando a importância de conduzir o estudante a atribuição de sentidos e significados ao trabalho com a Álgebra, de tal modo que, possa conduzir a uma melhor compreensão da linguagem matemática. Assim, como discute a BNCC (2016, p.278), desde sua versão anterior, as contribuições do trabalho com a Álgebra:

> O trabalho com a álgebra, no início da escolaridade, contribui para que os/as estudantes desenvolvam um tipo de raciocínio específico, denominado pensamento

> algébrico. Essa ideia, atualmente considerada, diferencia-se de uma ideia de álgebra escolar como um processo de manipulação de símbolos. Nessa perspectiva, algumas dimensões do trabalho com a álgebra estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência. (BRASIL, 2016, p. 278).

Destacamos, os problemas enfrentados no ensino como reflexo da importância de abordar a Álgebra desde as fases iniciais da construção do conhecimento. Diante disso, é possível refletirmos por meio da pesquisa, a necessidade de compreender quais são os objetos do conhecimento relacionados a temática, através de habilidades que favoreçam a compreensão da linguagem algébrica na apreensão de significados desses objetos matemáticos. Para que tragam subsídios para desenvolver o pensamento algébrico. Com base na BNCC (2017), torna-se:

> [...] Fundamental considerar que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada. A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL, 2017, p.274)

Nesse sentido, estimular aprendizagens que envolvam diferentes concepções na área da Álgebra, devem ser desenvolvidas diversas habilidades como uma maneira dos estudantes serem capazes de resolver determinados tipos de problema, e posteriormente transformar essas “situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa”. (BRASIL, 2017, P.269).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) de Matemática (1998):

> Para uma tomada de decisões para o ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim é mais proveitoso propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p. 116).

Portanto, com a inserção da Álgebra no currículo, sobretudo, quando nos referimos aos PCNs, que trazem um eixo novo a ser explorado em suas orientações para o ensino, partem do pressuposto de que para o aluno possa entender álgebra de forma simbólica, torna-se necessário que os professores considerem já nos anos iniciais seu estudo. Isto é, a sua “aprendizagem desenvolve-se de forma gradual e em diferentes níveis e supõe o estabelecimento de relações com conceitos anteriores". (BRASIL, 1998, p.49)

A partir das orientações, cabe evidenciar que é de extrema importância pensar em como desenvolver o pensamento algébrico nas crianças, privilegiando a compreensão dos conteúdos de forma que permita a elas, posteriormente, usufruir desse conhecimento para entender a Matemática, tornando significativa sua aprendizagem.

2.2 A CONSTITUIÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para discutir sobre a constituição do pensamento algébrico, faz-se necessário compreender que ao longo dos anos, esse campo vem sendo discutido por uma quantidade apreciável de pesquisadores, os quais se debruçam em desenvolver pesquisas referentes ao seu ensino e aprendizagem (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Na Base Nacional Comum Curricular:

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p.268)

Para Ponte (2005), há muitos anos, a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Atualmente, ela tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico. Então, podemos definir que este pensar algebricamente, está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas matemáticos. É importante, que o estudante seja envolvido em atividades de caráter exploratório e investigativo, contribuindo para o desenvolvimento das atividades relacionadas a tal pensamento. (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999)

O pensamento algébrico é definido, a partir de Cyrino e Oliveira (2011, p. 103), como: "um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos". Em relação ao processo de desenvolvimento deste pensamento em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, Blanton e Kaput (2005, p.413) caracterizam-no como "um processo, no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade".

Ao discutir sobre os aspectos relacionados à Álgebra nos anos iniciais, um constituinte essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, refere-se ao papel desempenhado pela generalização[2], a qual, a partir de um conjunto particular de dados, possibilita uma busca pelas regularidades matemáticas.

Conforme orientam o PCN (1998):

> É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p.117)

Assim, um dos principais aspectos que se evidencia é a importância de trabalhar com os alunos com vista ao desenvolvimento de tal pensamento. Embora, possam aprender a usar algum simbolismo característico da álgebra, o que importa é que aprendam a raciocinar algebricamente com incentivo a usar essa simbologia para expressar e justificar as suas ideias, focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes.

Segundo Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), o pensamento pode ser considerado algébrico, quando o aluno:

> [...] Estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente...(FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 5)

No que se refere esse tipo de pensamento é acerca da resolução de problemas que identificamos características da possibilidade de produzir significados para a Álgebra e consequentemente, se desenvolvem a capacidade de pensar algebricamente. Portanto, deve-se considerar ainda, que os estudantes não apresentem uma linguagem simbólica algébrica, ou até

[2] Segundo Mestre e Oliveira (2011), generalização é a "Capacidade de, ao evidenciar uma característica comum em alguns elementos de uma sequência, analisar se essa característica aparece em todos os termos dessa sequência e conseguir providenciar uma expressão direta para qualquer um dos termos dessa sequência. A construção dessa expressão directa que permite obter qualquer termo de uma sequência exige a elaboração de uma regra". (MESTRE; OLIVEIRA, p. 23, 2011).

mesmo resolvam as tarefas corretamente, há possibilidades de perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação problema.

Ainda, sobre a influência que cercam o pensamento, Blanton e Kaput (2005), apontam a Aritmética como uma das formas do pensamento algébrico, pois esse expressa e formaliza as generalizações daquela e possibilita o raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números.

> [...] O uso da aritmética como o domínio da expressão e formalização da generalização (aritmética generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); a modelação como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413)

A pesquisa de Canavarro (2007, p. 89), aborda que existe uma relação intrínseca entre álgebra e aritmética:

> É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente)

Desta forma, deve-se desenvolver a capacidade nos alunos para que envolva algum tipo de relação com a Aritmética na busca de generalizações, utilizando a estrutura das relações numéricas e as propriedades das operações. Ir além do cálculo, buscando na estrutura deste ramo da matemática aos aspectos sintáticos da Álgebra; em outros termos, saber que 4 + 7 = 7 + 4, não porque as somas resultam em onze, mas porque "na adição a ordem das parcelas é indiferente". (CANAVARRO, 2007, p. 89)

Nesse contexto, pode-se dizer, que o ensino em álgebra voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico proporciona muitas contribuições, tornando significativas ao processo de aprendizagem, independentemente da idade dos estudantes. Nesse processo, os alunos tornam-se elementos centrais, e assim, o objetivo da aprendizagem se desloca para o desenvolvimento de elementos tais como: estabelecimento de relações; padrões; comparações; generalizações; entre outros. Conforme assinala Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p.5), esse desenvolvimento ocorre:

> [...] Gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica. Isso acontece, sobretudo, quando a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos [...]; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou,

> reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização. [...]

Segundo Lins e Gimenez (1997, p.10), é necessário desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, visto que se torna "preciso começar mais cedo o trabalho com Álgebra de modo que ela e a Aritmética se desenvolvam juntas, uma relacionada no desenvolvimento da outra". E para que este trabalho com a Álgebra possa iniciar desde cedo, como incentivo na compreensão das coisas que os cercam, como afirma Usiski (1995, p.21):

> Podemos cristalizar algumas questões importantes no ensino e aprendizagem da álgebra inserindo no quadro de concepções da álgebra e usos das variáveis, concepções que se alteram com a explosão das aplicações da matemática. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas.

Quando não há estímulos necessários para apropriar-se dos conhecimentos matemáticos relacionados ao pensamento algébrico, o estudante distancia-se do prazer que terá em aprendê-los. De acordo com o PCN (1998):

> [...] é importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução e não atividades voltadas para a memorização desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce de conceitos (BRASIL, 1998, p.63).

Desta forma, destacamos a importância do professor ser um sujeito que utiliza estratégias variadas para ensinar determinados conteúdos, sendo esta uma ação, que pode proporcionar aos estudantes experiências importantes para a construção de conceitos matemáticos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, notando que os alunos perceberam padrões, regularidades e generalizam noções importantes para o desenvolvimento de tal pensamento.

Nesse sentido, considerando os apontamentos das autoras Ponte, Branco e Matos (2009), torna-se essencial que os estudantes desenvolvam esse pensamento, a fim de construírem conhecimentos, por meio de experiências em sala de aula. Por meio da intervenção do professor, deve-se construir junto aos alunos estratégias algébricas para resolução de problemas, sendo esse, um aspecto de extrema importância na aprendizagem. É preciso "levar o aluno a encarar a Álgebra, não só como um assunto que se deve dominar, mas também como uma ferramenta que é importante saber mobilizar em diferentes situações". (MATOS, 2005, p.54)

Em relação aos aspectos que influenciam a aprendizagem dos alunos, Cavalcante (2013, p. 14) afirma que os professores são:

> Responsáveis pelo primeiro contato dos alunos com a matemática escolar, os professores dos anos iniciais têm a complexa tarefa de, nessa fase da escolaridade, lançar muitas das sementes para a aprendizagem dos mais diversos conceitos matemáticos que devem fazer parte da sua vida escolar futura. Esse fato ratifica a importância de esses professores possuírem uma sólida formação em matemática e nos seus processos de ensino e aprendizagem, fornecendo-lhes subsídios para desempenhar o seu papel satisfatoriamente.

Considerando os apontamentos mencionados, uma das "sementes" a serem lançadas para a aprendizagem dos alunos, e consequentemente para o desenvolvimento do pensamento algébrico, deve estar relacionada a construção de significados ao conhecimento. Portanto, na ação docente, devem-se propiciar espaços para que haja interação entre os alunos, nos quais, os mesmos possam ser ouvidos e ter oportunidade de expressar seu pensamento.

No que se refere o estudo da Álgebra, para que a mesma possa fazer parte das aulas de Matemática nos anos inicias do Ensino Fundamental, concordamos que seja de extrema importância a criação de "uma cultura de sala de aula adequada à discussão e confronto de ideias, à argumentação e à construção coletiva de generalizações matemáticas" (CANAVARRO, 2007, p. 82). Outro aspecto relevante para este estudo, se refere a necessidade se ter um conhecimento sólido sobre os conteúdos Matemáticos relacionados a Álgebra, pois sem este conhecimento o professor não tem a possibilidade de reproduzi-los.

Esses elementos constituintes de tal pensamento nos anos iniciais podem colaborar na aprendizagem futura da Álgebra, ao mesmo tempo em que fornecem aos alunos um pensar matematicamente mais profundo e significativo. (FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2018).

Como descrito anteriormente, a falta de interesse por determinada área do conhecimento, muitas vezes, advém da maneira em que se abordam os conteúdos. Assim, em relação aos conhecimentos a serem ensinados, é fundamental que durante o processo de ensino aprendizagem, neste caso, que dizem respeito à Matemática, que o professor tenha clareza das habilidades a serem ensinadas na prática docente. Segundo Passos e Romanatto (2010, p.20) o "domínio dos conhecimentos matemáticos atuais sobre a natureza da Matemática, articulando com a ciência da educação, pode resultar em caminhos férteis para que essa área do conhecimento seja apreendida pelos nossos estudantes de forma efetiva e com significado".

Portanto, ao pensar nos profissionais que irão atuar nas instituições de ensino, se deve considerar que para o professor possa ensinar ele deve ter segurança e conhecimento sobre o tema.

> Está aqui presente a ideia de que o desenvolvimento do pensamento algébrico se coaduna bem com uma organização de aula em que os alunos têm oportunidade de trabalhar autonomamente sobre a tarefa proposta e que posteriormente confrontam as suas produções, retirando daí aprendizagens colectivas e crescendo para o apurar de generalizações amplas colectivamente construídas. (CANAVARRO, 2007, p,111)

Assim, para que o pensamento algébrico possa ser desenvolvido em sala de aula, cabe ao professor mediar o conhecimento, de modo que possa “preparar e explorar tarefas e situações que tenham por finalidade promover a capacidade e conhecimento de chegar a uma generalização por parte dos alunos. (FERREIRA; RIBEIRO; SILVA, 2017, p.175).

Dessa forma, torna-se necessário que haja incentivo para que os alunos tenham a oportunidade de aprender e desenvolver o pensamento algébrico. Conforme afirma Liping Ma (2009, p. 246), “a qualidade do conhecimento da matéria pelo professor afecta directamente a aprendizagem dos alunos”, e existe, portanto, uma relação direta entre o conhecimento do professor – no que diz respeito tanto ao saber, quanto ao saber fazer – e o sucesso escolar dos alunos. Nesse sentido, ao pensar nos profissionais que irão atuar nas instituições de ensino, considerando seu papel preponderante, o seu entendimento sobre a temática, é um fator extremamente necessário para a aprendizagem do aluno como à prática docente.

3 METODOLOGIA

Nosso objetivo nessa pesquisa é identificar, compreender e discutir, a partir de atividades propostas em livros didáticos, os objetos de conhecimento apresentados na área temática Álgebra, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), subsidiadores do desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No percurso metodológico da pesquisa, realizamos primeiramente um estudo bibliográfico buscando compreender algumas concepções sobre o pensamento algébrico.

A pesquisa se configura como qualitativa. Assim, a escolha dos instrumentos que pressupõe a obtenção de dados, se deu com a intenção de fornecer informações significativas a prática docente. Para discutir as questões que envolvem o tema da pesquisa, realizamos uma análise da unidade temática Álgebra da BNCC e destacamos as orientações contidas no documento, como base para agregar novos conhecimentos que possam contribuir no estudo sobre a formação do pensamento algébrico. A partir de uma leitura detalhada, identificamos e trouxemos para essa pesquisa os objetos de conhecimentos que, segundo a BNCC (2017), são imprescindíveis ao processo de ensino e aprendizagem, que subsidiam as habilidades matemáticas, que os alunos devem desenvolver no que tange ao pensamento algébrico.

Conforme a BNCC (2017), é "imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o ensino fundamental – anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade". (BRASIL, 2017, p.268). Diante da amplitude dos conteúdos dessa unidade temática destinados ao ensino de Matemática no ensino fundamental, delineamos um recorte focando os objetos de conhecimento, destinados ao ensino fundamental - anos iniciais, considerando o futuro contexto profissional de atuação como docente.

Em seguida, partindo do objetivo de compreender quais são os objetos de conhecimento que contribuem para a constituição do pensamento algébrico, ressaltando a pertinência de seu ensino nas etapas iniciais do desenvolvimento, elencamos três objetos de conhecimento em Álgebra considerados fundamentas a serem explorados no decorrer da pesquisa. Os objetos selecionados foram:

a) Padrões;

b) Relação de Igualdade;

c) Relações de Proporcionalidade.

Sobre as fontes de pesquisa, mapeamos o conjunto das coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD 2019, bem como algumas questões conceituais e metodológicas inerentes aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Em nossas buscas, por exemplificações sobre os objetos de conhecimentos referentes ao eixo temático Álgebra e sua relação com as habilidades da BNCC, optamos pelas coleções: Buriti mais matemática, onde selecionamos atividades referentes ao 1°, 2°, 4° e 5° anos; Ápis matemática, onde selecionamos atividades do 1°, 2°, 3° e 4º anos; e Novo bem-me-quer matemática, onde selecionamos atividades dos 3º e 5º anos.

Entre as obras aprovadas decidimos trabalhar com aquelas que, segundo informações do MEC apresentadas em Silveira (2018), estão entre as cinco mais compradas pelo MEC no ano de 2017. Embora saibamos que as obras sofreram alterações, o fato de serem as coleções preferidas no ano anterior, nos parece suficientemente relevante para subsidiar tal opção. Nos livros escolhidos, buscamos criteriosamente atividades que exemplificam os três objetos do conhecimento Algébrico a serem desenvolvidos nos anos iniciais do ensino fundamental, segundo informações da BNCC. Essas atividades são apresentadas e discutidas recorrendo à ainda escassa literatura sobre o assunto.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS DA PESQUISA

Os subtópicos a seguir destinam-se à apresentação e discussão dos objetos de conhecimento relacionados à Álgebra, no sentido de enfatizar a importância de um conhecimento significativo desse eixo, como descrito nas seções anteriores. Os objetivos de conhecimento exemplificados são Padrões, Relações de Igualdade e Relações de Proporcionalidade.

4.1 PADRÕES

Para melhor compreender os objetos de conhecimento para o desenvolvimento do pensamento algébrico é preciso entender primeiramente que os padrões e regularidades assumem um papel preponderante no ensino da Matemática, pois se encontram nas várias formas do nosso cotidiano. Borralho, Cabrita Palhares e Vale (2007) afirmam que os padrões são a base este pensamento e o trabalho com padrões, convida os estudantes a identificar relações e a fazer generalizações.

No âmbito da Matemática, utiliza-se o termo padrão quando, numa disposição ou arranjo de números, formas, sons, cores, se identifica alguma regularidade. (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007).

Os padrões são achados em todas as áreas da matemática. (WALLE, 2009). Nesta direção, para que os alunos aprendam sobre padrões, é necessário que tenham contato com diversas experiências algébricas informais, bem como, desenvolvam a capacidade de identificar e descrever padrões e regularidades, continuar um determinado padrão ou de criar novos, entretanto, para que isso aconteça, seu estudo deve ser introduzido ao ensino desde cedo. Para tanto, os professores devem estar cientes das características relevantes do trabalho com padrões.

> [...] Devem propor-se actividades exploratórias que recorram a materiais manipuláveis diversificados para identificar, criar e continuar padrões e lidar com as diferentes propriedades das relações, em particular as que envolvem conceitos de proporcionalidade, que são aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p.6).

Existem várias formas de trabalhar acerca de questões que envolvam os padrões em sala de aula. Walle (2009), destaca que um bom lugar para começar com a exploração da repetição de padrões. Para ele

> O conceito de padrão *repetitivo* e como um padrão é *ampliado* ou *continuado* podem ser introduzidos para toda a turma de vários modos. Uma possibilidade é desenhar padrões de forma simples no quadro e ampliá-los em uma discussão com a turma. Os padrões orais podem ser incluídos para todas as crianças. Por exemplo: “dó, mi, mi, dó, mi, mi, ...” é um padrão musical simples. Posições de braço para cima, para baixo, para o lado fornecem três elementos com os quais fazer padrões: Para cima, para o lado, lado, para baixo para cima, lado, lado, para baixo. Padrões meninas-meninos ou padrões de sentar-levantar também são divertidos. (WALLE, 2009, p.296).

Através de ações propostas pelo professor, que tenham como objetivo a exploração dos padrões, permitem ao aluno realizar as atividades com propósito significativo para sua compreensão. Sendo os padrões essenciais ao estudo do pensamento algébrico, o envolvimento dos alunos em atividades como mencionadas acima, colaboram para que aprendam mais facilmente o conceito de padrões. Segundo apontamentos de Devlin (2002), a Matemática pode ser caracterizada como a “ciência dos padrões”. Na sua perspectiva, a atividade matemática baseia-se na análise dos mesmos, como por exemplo, padrões numéricos, padrões de formas e padrões de movimento.

Os alunos devem começar a aprendizagem da álgebra de um modo intuitivo e motivador, partindo do estudo dos padrões no mundo que nos rodeia, além do esforço de analisar e descrever esses padrões. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), referem-se a importância de os alunos reconhecerem regularidades em matemática, por exemplo através de investigações de padrões em sequências numéricas e geométricas.

Segundo Mason e Johnston-Wilder (2006 apud CARDOSO, 2010), em atividades que consistem em continuar uma sequência de números ou figuras geométricas, o motivo para a ação é continuar essa sequência, ou seja, a atividade resulta quando a pessoa atua para responder a um motivo, esse motivo dá origem a uma série de objetivos que a pessoa tenta atingir realizando ações.

A partir da exploração de padrões os estudantes, podem ir além de simplesmente expandir as sequências, formulando as suas generalizações. Dessa forma, apresentaremos a seguir esses dois tipos de padrões: Geométricos e Algébricos.

4.1.1. Padrões Geométricos

Ao entrar na escola, as crianças já sabem muitas coisas de Geometria. Dessa forma, esse campo de conhecimento deve ser explorado a partir de situações simples do mundo da criança. (BIGODE, 1998). Os padrões geométricos são os primeiros tipos de padrões escolares que as crianças precisam ter contato. Nesta perspectiva, o professor necessita buscar proporcionar tarefas que estimulem as crianças a perceberem o quanto as formas geométricas estão presentes nos espaços e nos objetos utilizados no dia a dia.

Segundo Branco (2008), uma maneira de se trabalhar um padrão é pedindo que os alunos descrevam identificando o conjunto de figuras que se repetem, relacionando cada uma delas que fazem parte do conjunto, com as diferentes ordens que ocupam na sequência, identificando as regularidades. Processo fundamental nas primeiras etapas do conhecimento. Considerando os apontamentos de Branco (2008, p.46):

> [...] Os padrões não são formados por conjuntos de figuras que se repetem, são constituídos por figuras geométricas que se modificam em cada posição de acordo com uma regra. Também na exploração destes padrões os alunos podem seguir duas abordagens. Podem analisar a transformação que ocorre de uma figura para a figura seguinte ou podem explorar as relações entre a ordem de uma figura na sequência e o número de objetos que a constitui. (BRANCO, 2008, P.46).

Situações como essas permitem que a criança efetue generalizações, essencialmente, através de uma pequena descrição, sendo um processo que estimula a reflexão sobre o padrão. Trazemos a seguir, exemplos de atividade coletadas de livros didáticos dos anos iniciais, nas quais as crianças devem observar regularidades em uma sequência de representações geométricas, já nos primeiros anos de escolaridade.

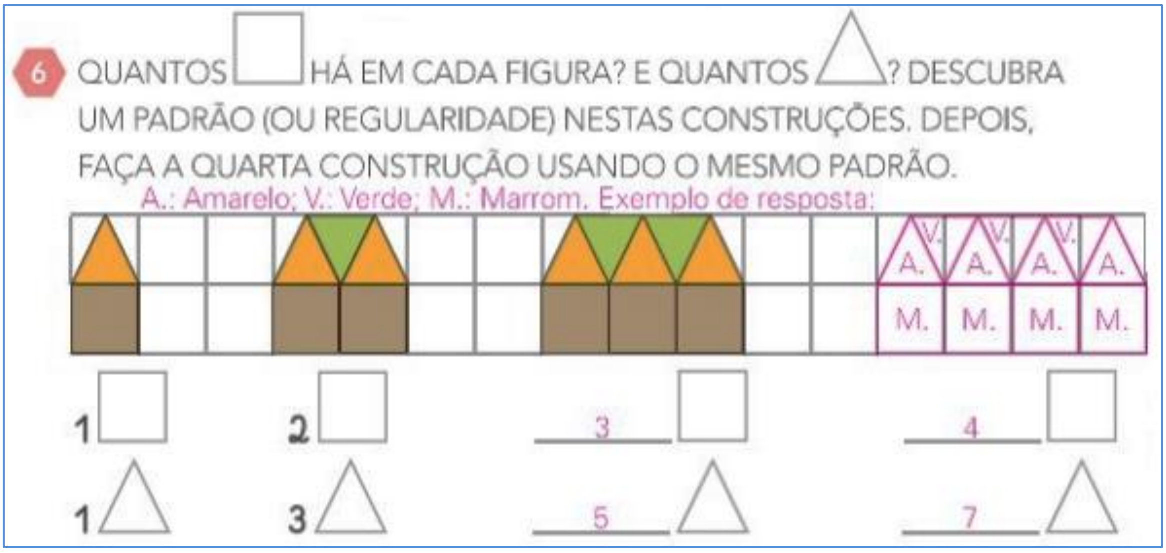
A Figura 1, evidencia um padrão em uma sequência envolvendo figuras de formas geométricas. Nesse caso, a tarefa da criança é identificar a regularidade por meio dos atributos forma e cor. Nesta sequência, visualizando o motivo entre as três figuras de formas geométricas diferentes, pretendendo-se que os alunos continuem o padrão. Espera-se que a criança marque um x na figura do cubo, já que a ideia induzida é de um padrão com a figura de um cubo roxo, a figura de uma pirâmide amarela, a figura de um cilindro vermelho e começa a repetir as imagens, deixando claro o padrão. Apresentamos a seguir mais um exemplo ainda de uma atividade para o 1º ano dos anos iniciais.

Figura 1 - Atividade 1ºano - Padrão Geométrico

Fonte: Toledo (2017, p.82)

Na Figura 2, os alunos devem identificar a regularidade na sequência de figuras. O trabalho com sequências geométricas também propicia aos alunos observar os padrões numéricos mais facilmente.

Figura 2 - Atividade 1ºano - Padrão Geométrico



Fonte: Dante (2017, p.91).

Trazemos como exemplo a Figura 3, em que os alunos devem associar a cada figura os números correspondentes com o padrão da sequência (acrescenta-se 1 unidade ao elemento anterior).

Figura 3 - Atividade 2ºano - Padrão Geométrico

Fonte: Toledo (2017, p.65)

Ao trabalhar com os alunos os padrões geométricos, devemos verificar se estão compreendendo o conceito, eles devem ser capazes de descrever (podendo se expressar verbalmente) e expandi-lo, para o desenvolvimento de generalizações das relações matemáticas encontradas em determinados padrões.

> Deste modo, podem descobrir a regra de formação da sequência que podem apresentar com uma descrição em linguagem natural ou que podem representar por uma expressão linear, recorrendo, assim, à linguagem algébrica. Reconhecendo e compreendendo as regularidades existentes, conseguem identificar novos elementos da sequência e descrever e generalizar essas regularidades, através de palavras, tabelas e expressões simbólicas. (BRANCO, 2008, p.46).

Ao investigar os padrões geométricos, os alunos podem explorar as regularidades entre as figuras. As "construções geométricas, além de representar a figura ajudam na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações". (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015, p.7). Nessa direção, espera-se que, mais adiante, o estudante adquira ferramenta necessário para expressar, sob as formas algébricas, a regularidade dos padrões geométricos das tarefas propostas.

4.1.2. Padrões Numéricos

Os padrões numéricos oferecem grandes oportunidades para que os alunos possam expandir sua compreensão sobre os padrões matemáticos. Esses tipos de padrões “encontrados em quadros (tabelas) ou sequências numéricas baseadas em uma regra particular promovem desafios apropriados ao pensamento algébrico”. (WALLE, 2009, p.297).

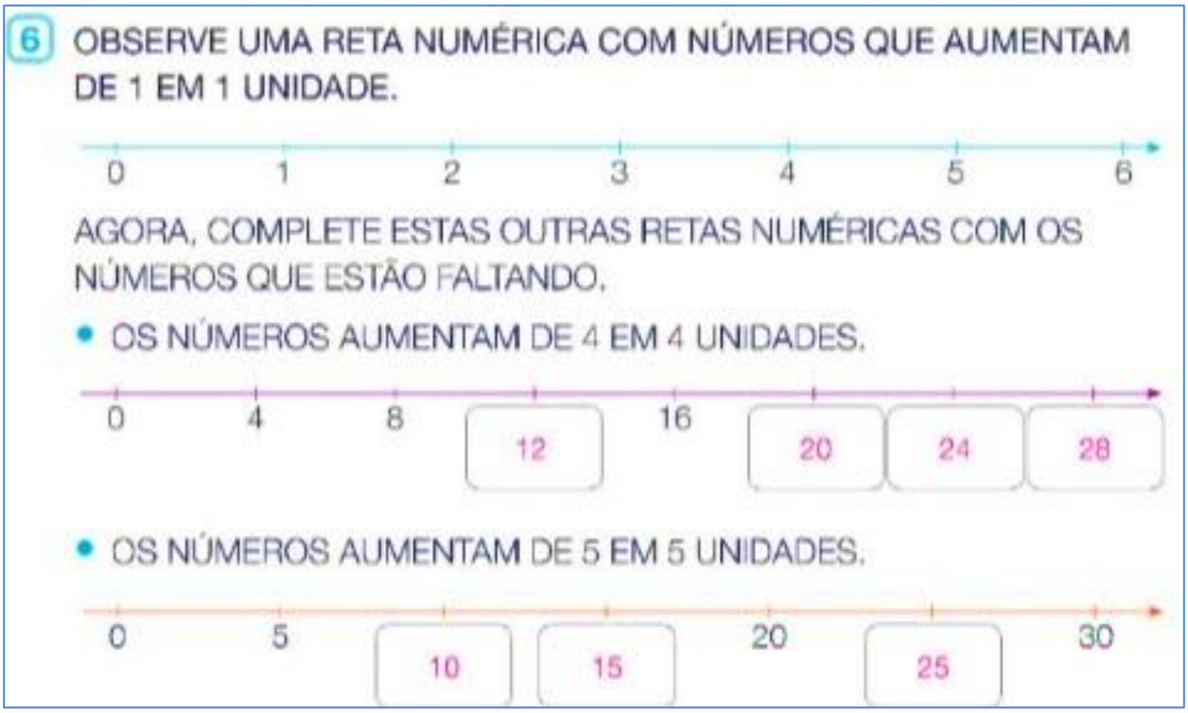
As atividades que envolvem o trabalho com padrões numéricos e com relações numéricas antes dos conceitos de álgebra fazem parte da pré-álgebra. Ressalta-se que “encontrar termos numa sequência é normalmente o primeiro passo para chegar à álgebra”. Nesse tipo de atividade busca-se encontrar a regra que conduz ao termo geral. O papel do professor é compreender e problematizar a forma como os alunos o fazem. (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p. 6).

Segundo os autores:

> Com a análise das regras e padrões os alunos desenvolvem um forte sentido do número ao mesmo tempo que desenvolvem o conceito de função. Os padrões lineares são normalmente os mais utilizados nesta abordagem com alunos do ensino básico, podendo ser utilizados também padrões não lineares. (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p.6).

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos. (BRASIL, 2017, p.268). A Figura 4 apresenta um exemplo de sequência numérica crescente.

Figura 4 - Atividade 1º ano - Padrão Numérico



Fonte: Toledo (2017, p.59)

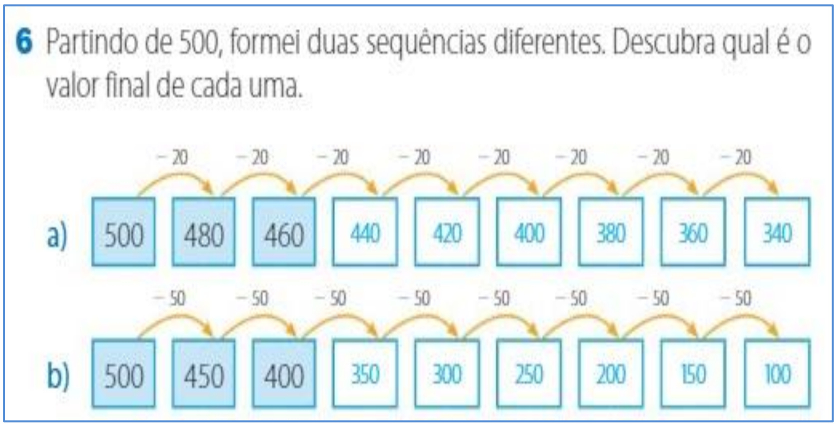
Os alunos devem interpretar e explorar a reta numérica, descobrir a regularidade e formular uma resposta A representação de números em uma reta numérica, facilita a visualização e a comparação dos números de uma sequência. Nesse caso, os alunos devem observar regularidades em uma sequência, por meio da descoberta de padrões de formação que envolvem adição de uma determinada quantidade.

Trabalhar com padrões numéricos e sequências contribuem para desenvolver o raciocínio lógico do aluno, pois auxiliam:

> Preparando-os para a compreensão da sequência dos números naturais do sistema de numeração com seu princípio posicional, bem como para a compreensão dos algoritmos (esquemas práticos que facilitam os cálculos) de adição, subtração, etc., em que os procedimentos são sequências que são realizadas passo a passo. (DANTE, 2017, p.22).

Conforme as Figuras 5 e 6, dada a regra de formação das sequências, os alunos devem descobrir as regularidades estabelecidas e usá-la para compreender e completar os termos que faltam em cada uma. À “medida que o aluno desenvolve a capacidade para detectar esses padrões, vai aprofundando a sua compreensão da ordenação e regularidade do sistema numérico e começa a usar esse conhecimento”. (CARDOSO, 2010, p.113)

Figura 5 - Atividade 3ºano - Sequência Numérica


6 Partindo de 500, formei duas sequências diferentes. Descubra qual é o valor final de cada uma.

a) 500 $\xrightarrow{-20}$ 480 $\xrightarrow{-20}$ 460 $\xrightarrow{-20}$ 440 $\xrightarrow{-20}$ 420 $\xrightarrow{-20}$ 400 $\xrightarrow{-20}$ 380 $\xrightarrow{-20}$ 360 $\xrightarrow{-20}$ 340

b) 500 $\xrightarrow{-50}$ 450 $\xrightarrow{-50}$ 400 $\xrightarrow{-50}$ 350 $\xrightarrow{-50}$ 300 $\xrightarrow{-50}$ 250 $\xrightarrow{-50}$ 200 $\xrightarrow{-50}$ 150 $\xrightarrow{-50}$ 100

Fonte: Bordeaux (2017, p.75).

Outro exemplo fica evidenciado na Figura 6.

Figura 6 - Atividade 3º ano - Sequência Numérica


6 Descubra uma regra para cada sequência e complete todas elas.

Algumas respostas possíveis:

								Regra
a)	2	7	12	17	22	27	32	+5
b)	2	8	14	20	26	32	38	+6
c)	2	11	20	29	38	47	56	+9

Fonte: Bordeaux (2017, p.93).

A ação de identificar regularidades vai além de simplesmente reconhecer padrões, pois muitas vezes envolve conceitos de multiplicação, adição e subtração. Os alunos começam por observar a disposição dos números e procurar regularidades, para em seguida fazer conjecturas relativas à posição de determinados números neste padrão (BRANCO,2008). Portanto, as investigações de padrões e suas relações são fundamentais no desenvolvimento do pensamento, além de serem ferramentas fundamentais para resolução de problemas de modo significativo.

Essas potencialidades:

> […] Vão muito mais além do que a exploração de padrões de repetição e além do campo da Geometria. A sua riqueza reside na sua transversalidade, tanto ao nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível, e também na forte ligação que tem com a resolução de problemas, como uma estratégia riquíssima que é a procura de padrões. (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p.11).

Assim, a exploração de padrões funciona como um contexto muito rico para desenvolver a capacidade de generalização das crianças, na medida em que promove o reconhecimento das características comuns aos diferentes termos do padrão e possibilita a construção de uma regra geral. O envolvimento da generalização no estudo de padrões, permitirá que os alunos passem de estratégias recursivas para estratégias que possibilitem obter qualquer termo da sequência, sem necessitarem conhecer o termo anterior, conseguindo assim construir a regra geral de formação do padrão. (RÉZIO, 2013).

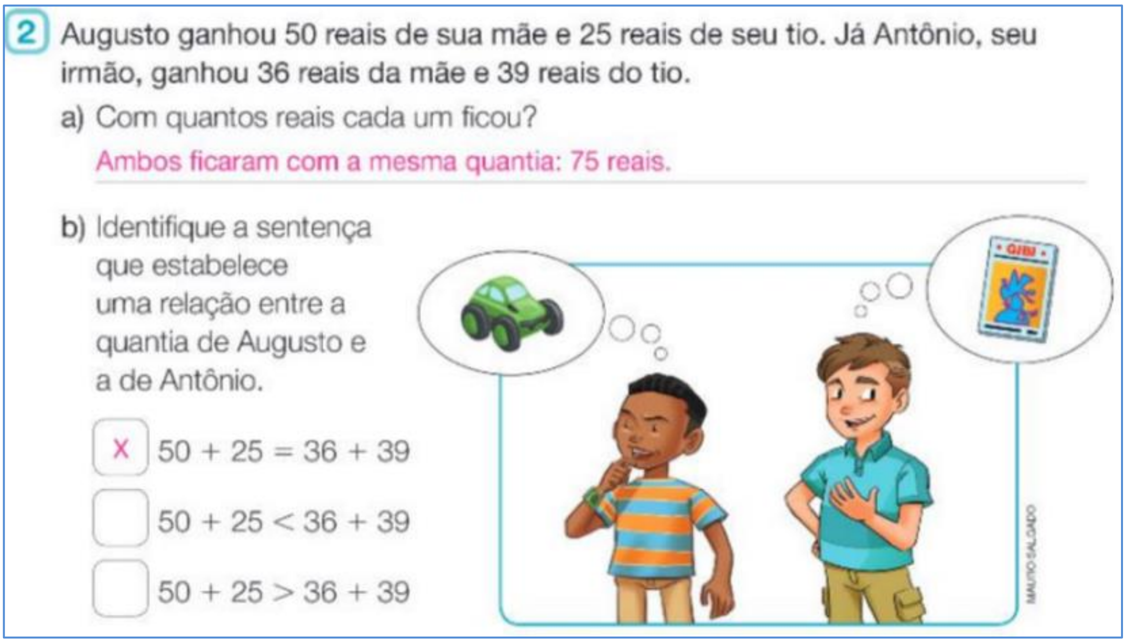
4.2 RELAÇÃO DE IGUALDADE

A compreensão das utilizações do sinal de igualdade é outro fator importante na construção dos conceitos relacionados a Álgebra e consequentemente ao seu respectivo pensamento. Nas atividades em sala de aula, o significado do sinal de igualdade é interpretado enquanto busca de uma resolução de problema. Nesse sentido, para "compreender significantemente os primeiros elementos constituintes dessa relação, pode-se utilizar atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. Atividades como essa, contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita" (BRASIL, 2017, p.268).

Avaliamos que, a relação de igualdade desempenha um papel essencial no desenvolvimento do pensamento algébrico. Apresentaremos alguns exemplos para ressaltar as propriedades do sinal de igualdade.

Na Figura 9, explora-se o fato de que se duas operações matemáticas resultam em quantidades iguais entre si, quando ambas têm a mesma quantidade de unidades. Como por exemplo: 15+15+15=45; ou 10+10+5=15+10 ou 18-2-4-1=19-8. Cabe lembrar que ao substituir qualquer uma das quantidades por uma operação matemática equivalente, a igualdade é mantida.

Figura 7 - Atividade 4º ano: Relação de Igualdade



Fonte: Buriti (2017, p.55)

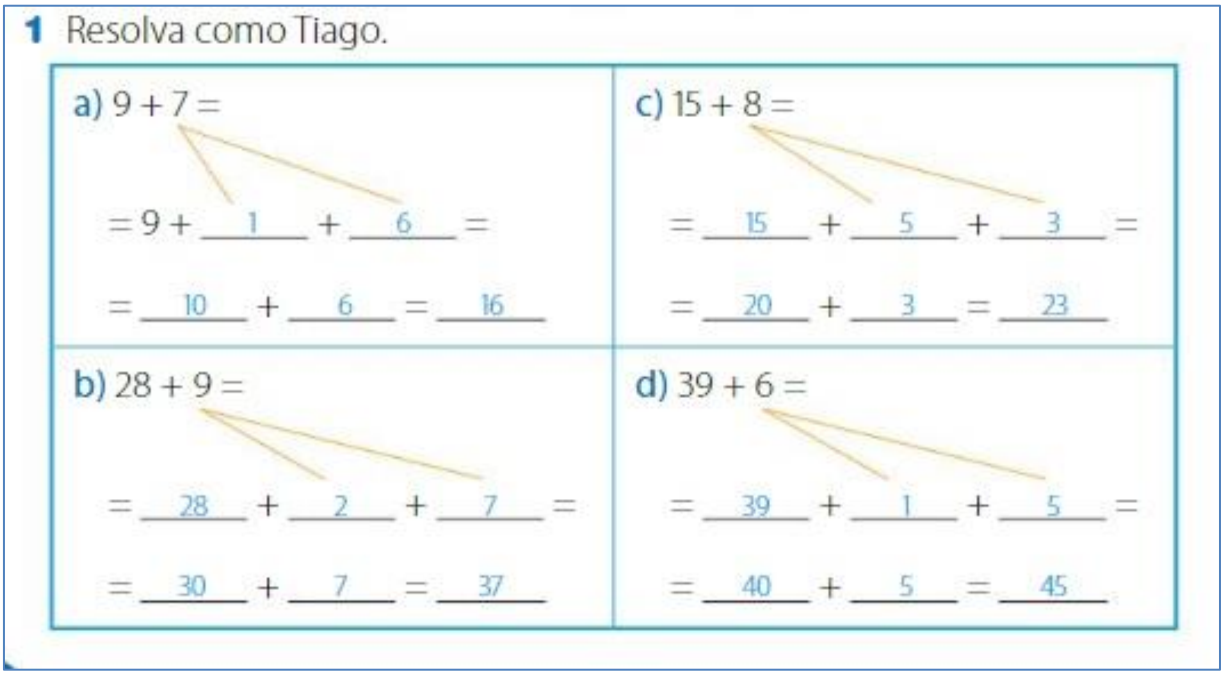
Conforme Ponto, Branco e Matos (2009, p.20):

> O sentido do sinal de igual como resultado de uma operação é largamente usado nos primeiros anos. No entanto, é fundamental que não se perca o sentido mais geral deste sinal como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas. Os alunos devem, por isso, ser capazes de começar por reconhecer igualdades muito simples. Contudo, o professor deve ter em conta que estas igualdades não devem surgir apenas do modo que é mais habitual, ou seja, na forma $a + b = c$, mas também como $c = a + b$. Os alunos podem, assim, começar por reconhecer diferentes formas de representar 7 através de igualdades numéricas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.20).

Torna-se importante que os alunos reconheçam o sinal de igualdade, considerando seus diferentes significados. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), eles apontam três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção operacional; o segundo, envolvendo a ideia de equivalência; e, por último, a noção relacional.

A noção operacional surge, essencialmente, em contextos aritméticos. As atividades com operações aritméticas conduzem as crianças a compreenderem o sinal de igualdade como um símbolo operacional - um símbolo que indica uma ação (operação) a ser realizada. (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015). Conforme exemplo demonstrado na Figura 10.

Figura 8 - Atividade 3º ano: Relação de Igualdade



Fonte Dante (2017, p.87)

O segundo significado, de equivalência do sinal de igualdade, ele é muito importante para a compreensão de conceitos algébricos. Desde cedo, deve-se procurar promover nos alunos a compreensão do sinal de igualdade como indicando equivalência entre duas quantidades. A situação das balanças em equilíbrio ajuda a desenvolver essa compreensão e a promover o surgimento de estratégias informais para a resolução de equações, que os alunos devem conseguir justificar. Muitas vezes, estas estratégias permitem estabelecer relações com a representação da situação em linguagem algébrica e com os princípios de equivalência. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

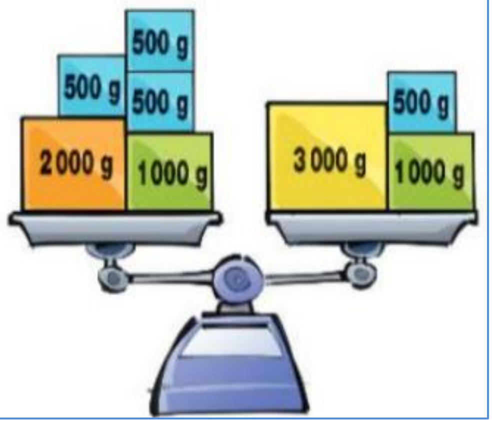
Na Figura 9, como descrito anteriormente, a atividade proporciona que o aluno reconheça que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou subtrai um mesmo número a seus dois termos (dois lados da balança). Situações como as discutidas acima podem favorecer a compreensão dos alunos em relação às ideias associadas à noção de equivalência. Assim, uma diversidade de atividades pode ser desenvolvida nos anos iniciais do ensino fundamental, com o objetivo de discutir o significado do sinal de igualdade. (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015)

Figura 9 - Atividade 4ºano: Relação de Igualdade

3 A balança ao lado está em equilíbrio.

Que objeto pode ser tirado de ambos os pratos de modo que a balança continue em equilíbrio?

Exemplos de resposta: Tirar um objeto de 500 g de cada prato ou tirar um objeto de 1 000 g de cada prato.



Fonte: Toledo (2017, p.55)

.

O terceiro significado do sinal de igualdade - a noção relacional - envolve a compreensão de uma relação estática numa igualdade aritmética ou algébrica. Trivilin e Ribeiro (2015, p.46) em sua pesquisa sobre os significados do sinal de igualdade explicam que "a noção relacional é identificada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional. Na Figura 10, os alunos terão que descobrir o número desconhecido que deve ser colocado no lugar de cada símbolo.

Figura 10 - Atividade 4º ano - Relação de Igualdade

5 Sabendo que as igualdades a seguir são verdadeiras, que números devem substituir os símbolos ▲, ◆, ⬟ e ● nas igualdades a seguir?

a) 35 + ▲ = 27 + 8 — ▲ = 0

b) 123 − 56 = ◆ + 42 — ◆ = 25

c) 729 + ⬟ = 879 − 20 — ⬟ = 130

d) 1 455 − 365 = 850 + ● — ● = 240

- Explique ao professor e aos colegas como você pensou para encontrar cada número. Resposta pessoal.

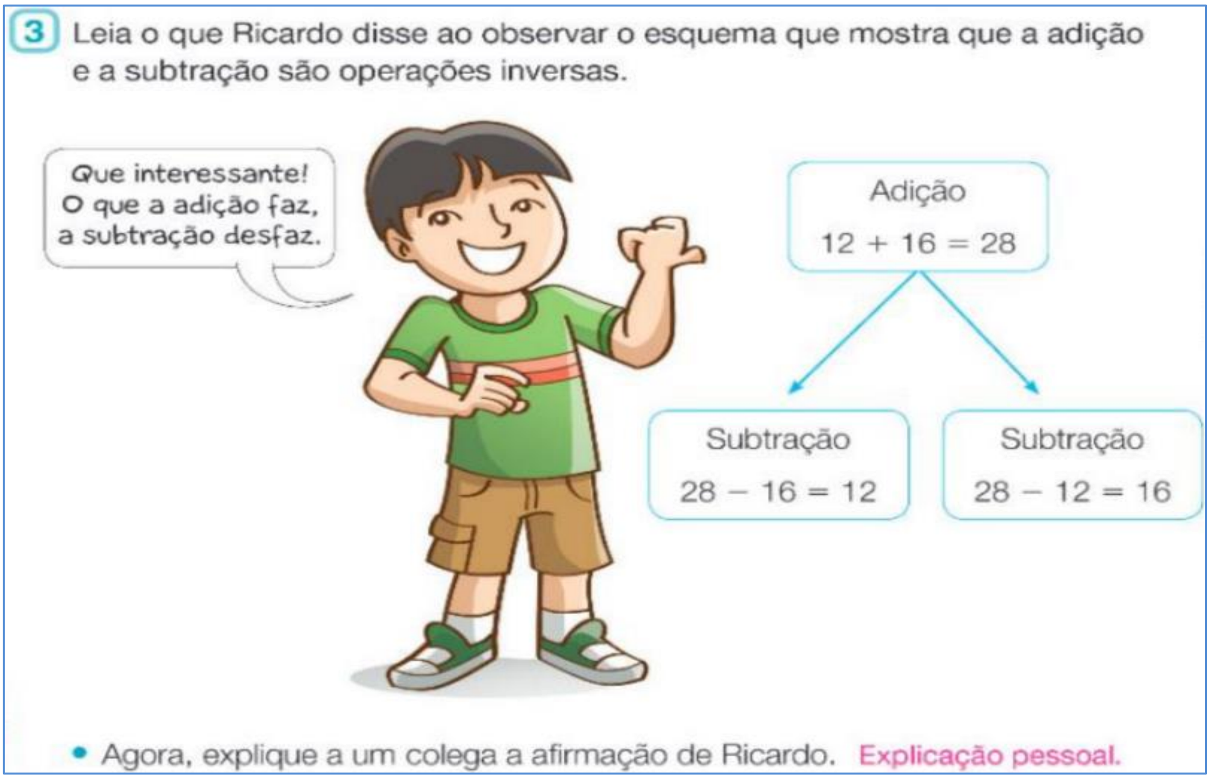
Fonte: Toledo (2017, p.57)

No que se refere ao sinal de igualdade, Ponte, Branco e Matos (2009) consideram fundamental que os alunos explorem situações nas quais o sinal de igualdade apresente diferentes significados. A forma limitada como os estudantes compreendem os significados do sinal de igualdade é resultado de suas experiências matemáticas no ensino básico, uma vez que as situações de aprendizagem mais utilizadas, resumem-se na realização de cálculos para obter uma resposta numérica. (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015).

Muitas dessas situações podem ser igualmente trabalhadas procurando identificar e generalizar regularidades, promovendo assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico. Exemplos destas situações são a relação inversa entre adição e subtracção (39 −17 = 22 pois 39 = 22 +17). (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.25).

Na Figura 11, pretende-se com a atividade, apresentar naturalmente as relações entre as duas operações, objetivando que as crianças consigam ampliar seu repertório de estratégias na resolução de problemas. Ressaltamos que são atividades como essa, que se formulam na ordem inversa, os números envolvidos são apresentados, e os alunos precisam descobrir quais as operações conduzem aos resultados. Com isso, obtém-se a oportunidade de reconhecer a importância do conceito de adição e subtração como operações inversas

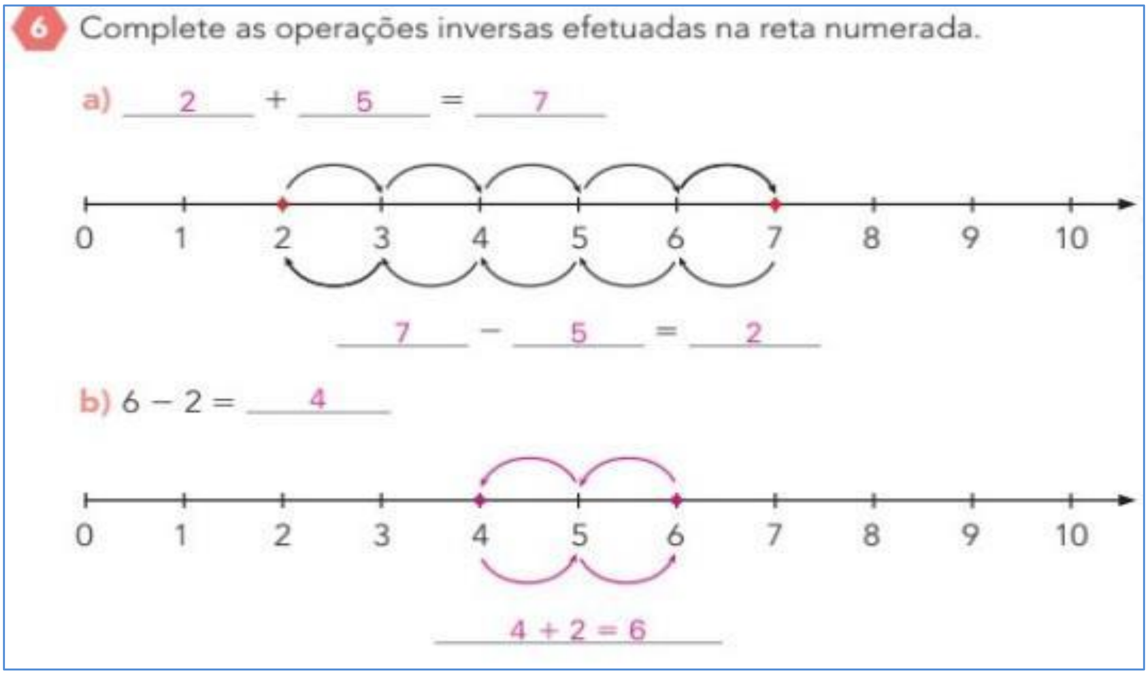
Figura 11 - Atividade 4ºano - Relação entre as Operações Inversas



Fonte: Toledo (2017, p.52)

A Figura 12 elenca exemplos, onde uma atividade utiliza a reta numérica como um recurso a mais para a compreensão do aluno da relação inversas entre as operações de adição e subtração para resolver equações. O sentido da seta determina a operação a ser efetuada.

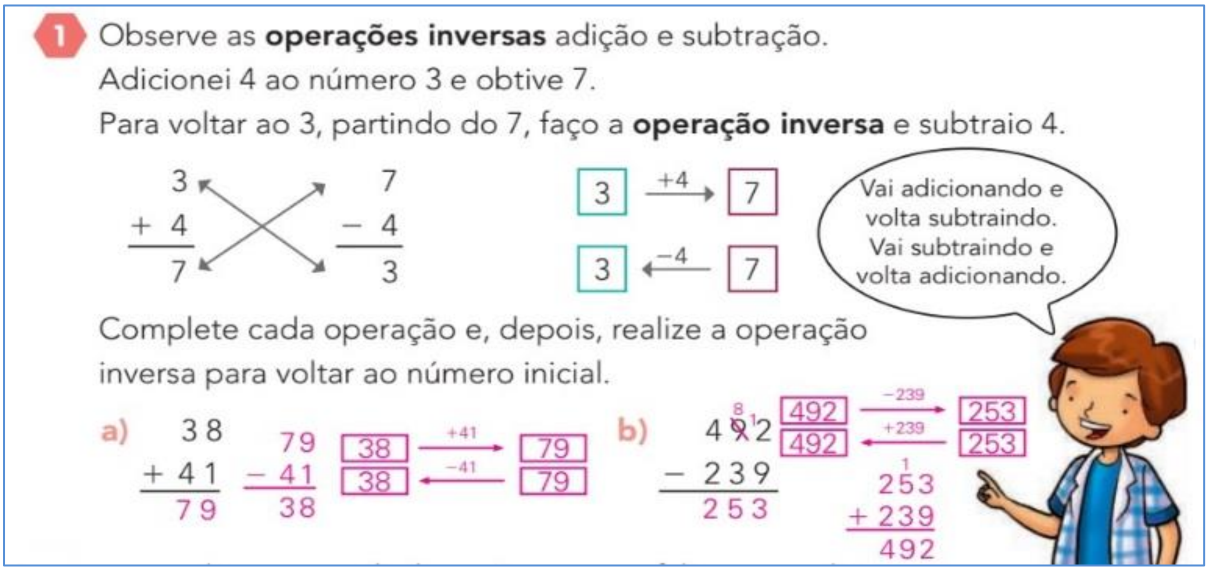
Figura 12 - Atividade 2º ano - Operações Inversas



Fonte: Dante (2017, p.119)

Outro exemplo é demonstrado na Figura 13.

Figura 13 - Atividade 4ºano - Operação Inversa



Fonte: Dante (2017, p.115)

Além disso, na resolução destas equações, o “objetivo é que os alunos sejam capazes de atender ao significado das operações que nelas surgem, bem como à respectiva operação inversa”. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.25). Com as tarefas propostas, pretende-se desenvolver nos alunos a compreensão da noção de equivalência, para que compreendam e atribuam ao sinal de igual o significado adequado.

4.3 RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE

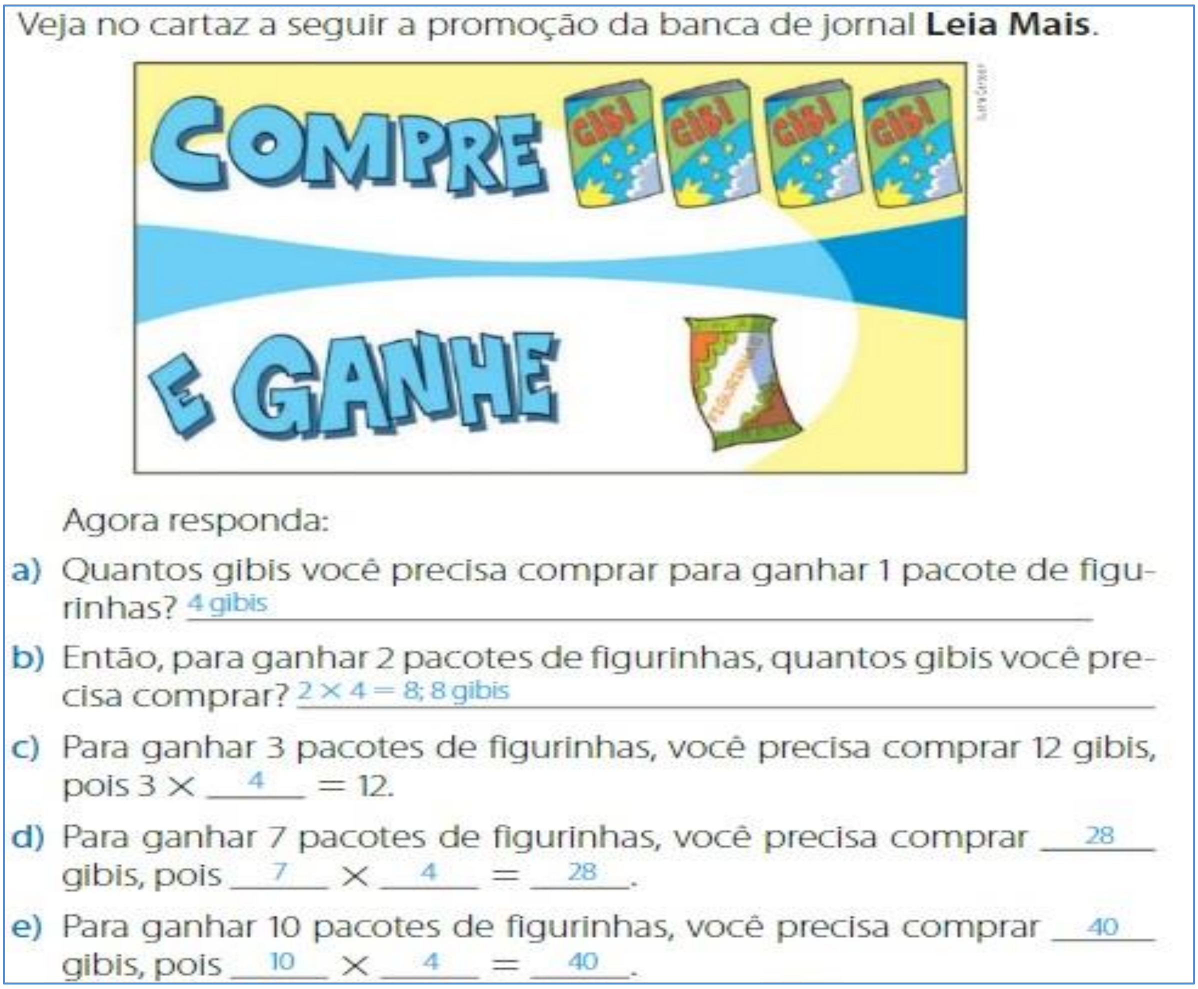
O raciocínio proporcional é um tipo de "objeto de conhecimento" também relevante na resolução de problemas ligados ao cotidiano dos alunos. Com base na compreensão conceitual dos componentes constituintes para o desenvolvimento do pensamento algébrico, "o conceito de proporção é aprofundado através da exploração de diversas situações que envolvem os conceitos de proporcionalidade direta, razão e proporção". (RÉZIO, 2013, p. 95). Através do raciocínio proporcional, busca-se representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas e de resolver problemas em contextos diversos.

A resolução de problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, pode se dar, por exemplo, em situações que envolvam a associação da quantidade de um produto ao valor a pagar por ele, ou, quem sabe à alteração das quantidades de ingredientes de receitas, ampliação ou redução de mapas respeitando as escalas, entre outros. Além disso, tais considerações reafirmam que "essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.". (BRASIL, 2017, p.266).

A noção de proporcionalidade, a partir do contexto dos anos iniciais, pode ser abordada formas simples, como na determinação do número de figurinhas em diferentes quantidades de pacotes iguais.

A Figura 14, apresenta formas de trabalhar a multiplicação com a ideia de proporcionalidade, partindo de um fator muito utilizado no cotidiano das crianças. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações. (BRASIL, 2017, p. 266).

Figura 14 - Atividade 3ºano - Relação de Proporcionalidade



Veja no cartaz a seguir a promoção da banca de jornal **Leia Mais**.

Agora responda:

a) Quantos gibis você precisa comprar para ganhar 1 pacote de figurinhas? 4 gibis

b) Então, para ganhar 2 pacotes de figurinhas, quantos gibis você precisa comprar? 2 × 4 = 8; 8 gibis

c) Para ganhar 3 pacotes de figurinhas, você precisa comprar 12 gibis, pois 3 × __4__ = 12.

d) Para ganhar 7 pacotes de figurinhas, você precisa comprar __28__ gibis, pois __7__ × __4__ = __28__.

e) Para ganhar 10 pacotes de figurinhas, você precisa comprar __40__ gibis, pois __10__ × __4__ = __40__.

Fonte: Bordeaux (2017, p.148).

Spinillo (2006, p.83) ressalva que:

> Quantificamos, medimos e comparamos nas mais distintas situações: dividimos uma quantidade de objetos entre pessoas, estimamos a velocidade de um carro que se aproxima ao atravessarmos a rua, medimos a distância entre objetos, estabelecemos uma razão entre preço e quantidades de produtos aos comprarmos alimentos no supermercado e na feira, contamos os pontos em um jogo de videogame, estimamos o tempo gasto para realizar uma atividade etc.

Acerca desses apontamentos Lamon (2005 apud COSTA e PONTE, 2008), afirmam que o raciocínio proporcional é a condição necessária para a compreensão de contextos e aplicações baseadas na proporcionalidade. Para os autores, o conceito de raciocínio proporcional vai além da mecanização de estratégias formais de resolução de problemas, estando associado à capacidade de analisar conscientemente as relações entre quantidades; onde esta capacidade é evidenciada por argumentos e explicações sobre as relações proporcionais.

Outro exemplo desse constituinte, envolve a multiplicação na resolução de um problema utilizando outra estratégia, relacionada a receita e suas respectivas quantidades a serem exploradas. Partindo da resolução envolvendo variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas para alterar as quantidades de ingredientes de receitas, conforme exemplo a seguir.

Figura 15 - Atividade 5º ano - Relação de Proporcionalidade

1 Veja quais são os ingredientes para uma receita de biscoitinhos de goiaba.

Ingredientes

2 xícaras (chá) de farinha de trigo
150 gramas de manteiga
1 xícara (chá) de açúcar
3 colheres (sopa) de água
150 gramas de goiabada firme cortada em tiras finas

a) Sabendo que essa receita rende 36 biscoitos, quantos gramas de goiabada seriam necessários para fazer 18 biscoitos? E 72 biscoitos? Explique suas respostas.

Como 18 é a metade de 36, para fazer 18 biscoitos são necessários 75 gramas de goiabada; e como 72 é o dobro de 36, são necessários 300 gramas de goiabada.

b) Maria quer fazer 360 desses biscoitos para vender. Quanto ela precisará de cada ingrediente para fazer esses biscoitos? Complete a lista a seguir com as quantidades correspondentes.

20 xícaras (chá) de farinha de trigo
1 500 gramas de manteiga
10 xícaras (chá) de açúcar
30 colheres (sopa) de água
1 500 gramas de goiabada firme cortada em tiras finas

Fonte Toledo (2017, p.115).

Outro aspecto, que se evidencia o conceito de proporcionalidade direta, pode ser apresentado aos alunos como uma igualdade entre duas razões. Pelo seu lado, Lamon (2005) refere, que o raciocínio proporcional está associado à capacidade de analisar relações entre grandezas, o que implica compreensão da relação constante entre estas (invariância) e a noção de que ambas variam em conjunto (covariação). Isto pressupõe que os alunos já tenham a capacidade de perceber que, na equivalência entre razões, há algo que muda (quantidades absolutas) e que, ao mesmo tempo, há algo que se mantém constante (na mesma proporção). (PONTE et al., 2010, p.4).

Quando afirmamos que a cada seis balas duas são de menta, a fração 2/6, explicita a relação entre o número de balas de menta e o total de balas. Na Figura 16, espera-se que o aluno compreenda a noção de proporcionalidade direta e usar o raciocínio proporcional.

Figura 16 - Atividade 5ºano - Relação de Proporcionalidade


Duas das minhas seis balas são de menta.

2 Complete a expressão que corresponde a cada situação. Indique também a fração que a representa.

a) Uma em cada cinco estrelas é amarela. Fração: $\frac{1}{5}$

b) Seis em cada oito corações são vermelhos. Fração: $\frac{6}{8}$

3 Na escola em que Maria estuda, a cada 10 litros de suco preparados pelas merendeiras, 6 litros são de suco de caju. Se em um dia foram preparados 50 litros de suco, quantos litros de suco de caju foram preparados? 30 litros

4 Lucinda dará a seus irmãos Paulo e Lucas 9 bolinhas de gude, de modo que Paulo ganhe o dobro do que Lucas irá ganhar. Quantas bolinhas de gude ganhará Paulo? E Lucas?

Paulo ganhará 6 bolinhas de gude e Lucas, 3.

Fonte: Bordeaux (2017, p.149)

Ponte et al. (2010, p.9), destaca que:

> Para isso, uma abordagem algébrica da proporcionalidade pode dar continuidade ao trabalho iniciado nos primeiros anos de escolaridade, mobilizando tópicos matemáticos em que a proporcionalidade directa está presente, explorando a natureza multiplicativa da relação proporcional e ampliando as experiências dos alunos nos diferentes tipos de problemas que envolvem esta relação.

Nestas vertentes, deve-se propor situações em que o aluno desenvolva a capacidade de ampliar seus conhecimentos e trazer significados aos seus aprendizados. Por fim, deve-se considerar as influências dos conteúdos mencionados acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Considerando a riqueza pedagógica que existe no eixo temático Álgebra, concordamos com Blanco e Ponte (2011, p.64), quando afirmam que:

> A perspectiva de iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos exige um aprofundamento da compreensão da Álgebra, do que está envolve e de onde está presente e, também, das suas relações com outros temas matemáticos, de modo a fomentar o estabelecimento de conexões da Álgebra com toda a Matemática, fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

O que nos leva a entender que para que se alcance os objetivos com sucesso, é primordial que o professor propicie momentos de discussão, que auxiliem a pensar, refletir, raciocinar no que diz respeito ao ensino de Matemática, favorecendo uma intervenção que promova avanços.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como finalidade identificar, compreender e discutir, a partir de atividades propostas em livros didáticos, os objetos de conhecimento apresentados na área temática Álgebra, na BNCC, subsidiadores do desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças dos anos iniciais do ensino fundamental.

Tendo em vista, o desenvolvimento nos alunos no que se refere a esta linha de pensamento, foram expostas atividades que visam à exploração desse campo do saber, enfatizando aspectos que dizem respeito aos conhecimentos necessários à docência e suas implicações na aprendizagem dos alunos.

Partindo das análises dos objetos de conhecimento elencados, foi possível determinar conceitos indispensáveis para descrever alguns elementos que compõem a constituição das habilidades a serem trabalhadas nas primeiras etapas do desenvolvimento, sendo aspectos que se relacionam à Álgebra e à pertinência de seu ensino no início da escolarização.

Destaco como pontos relevantes dessa constituição, os estudos que evidenciaram compreender a importância de uma relação de aprendizagem significativas para o ensino dos conteúdos da temática Álgebra nos anos iniciais. Partindo da necessidade premente de uma formação docente que faça frente aos desafios de ir além de uma Matemática que privilegia a busca de resultados, de modo que ampliem os significados para o processo de aprendizagem do aluno. Para lidar com as dificuldades apresentadas nesta área temática que, "aliadas à heterogeneidade das turmas, assumem contornos cada vez mais problemáticos, é preciso elaborar estratégias que conduzam a uma maior motivação e a um crescente interesse, por parte dos alunos, para a Matemática". (BRANCO,2008, p.2). Considerando o referencial teórico adotado nesta pesquisa, pode-se caracterizar os objetos de conhecimento relacionados a álgebra, como um elemento rico em aprendizagens que possuem elementos favoráveis à sua aplicação educacional nos anos iniciais, na medida que favoreça o processo de construção do conhecimento.

Porém, a maior relevância dessa pesquisa está relacionada à significativa contribuição que ela oferece a própria autora, quando analisada está ao seu desenvolvimento pessoal e profissional. Pesquisar e escrever sobre esse tema foi como caminhar em uma floresta que, em meu imaginário, está repleta de monstros de toda sorte de formas. Foi mágico ir desvendando cada mistério, ler cada texto e perceber que os monstros não eram tão horrendos assim, e que eu sou capaz de lidar com eles. Hoje, me sinto mais à vontade para lidar com os conteúdos matemáticos e penso que essa tranquilidade está enraizada na intimidade que precisei desenvolver com a temática dessa pesquisa. Assim, meu trabalho de conclusão de curso foi um momento de grande e rica aprendizagem que se abrem no momento que vivencio o fechamento desse ciclo de formação.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P., SERRAZINA, L. e OLIVEIRA, I. **A matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação,1999.

ALVARENGA, D.; VALE, I. **A exploração de problemas de padrão:** um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Quadrante, Lisboa, v. 16, n.1, p.27 – 55. 2007.

ARAUJO, E. A. **Ensino de álgebra e formação de professores.** São Paulo, v.10, n.2, p. 331–346. 2008.

BARRETO, B. C; MONTEIRO, M. C. G. G. Professor, Livro Didático e Contemporaneidade**. Revista Pesquisa em Discurso Pedagógico**. Fascículo 4. 2008.

BIGODE, A. J. L. A Geometria, as crianças e a realidade. In: MEC, Secretaria de Educação à Distância. (Org.). **Cadernos da TV Escola**. PCN na Escola. Brasília: MEC, Secretaria de Educação à Distância, 1998, v. 1, p. 5-8.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BORRALHO, A; CABRITA, I; PALHARES, P; e VALE, I. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2007.

BRANCO, N. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Dissertação de Mestrado. Lisboa, 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Segunda versão revista. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2016. Disponível em:< http://historiadabncc.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf> . Acesso em: 17 jul. 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf> . Acesso em: 19 jul. 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> . Acesso em: 31 jul. 2018

BORDEAUX, A. L. **Novo bem-me-quer matemática**. 4. ed. - São Paulo: Editora Brasil,2017.

CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** Quadrante, Lisboa-PT, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARDOSO, M. T. P. **O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico:** que relações com um programa de formação continua?. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro:2010.

CAVALCANTE, J. L. **Formação de professores que ensinam matemática**: saberes e vivências a partir da resolução de problemas. Jundiaí: Paco Editorial, 2013.

COSTA, S.; PONTE, J. P. O Raciocínio Proporcional dos alunos do 2º ciclo do Ensino Básico. **Revista da Educação**, Vol. XVI, nº 2, p.65-100, 2008

.

DANTE, L. R. **Ápis matemática.** 3. ed. – São Paulo: Moderna, 2017.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19

DEVLIN, K. **Matemática**: A ciência dos padrões. Porto: Porto Editora, 2002.

FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, A. J; RIBEIRO, C. M. **Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental:** investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 11, n. 25, 2018. Disponível em: < http://www.seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3275/4612>. Acesso em 22 ago. 2018

FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, M; SILVA, T. H. I. **Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico.** Campinas, SP: Edições Leitura Crítica, 2017.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** In: Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo.Portugal. 2005.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding:** Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (2ª ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum, 2005.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

LINS, R. C.; GIMENEZ J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

MA, L. **Saber e ensinar:** Matemática elementar. Lisboa: Gradiva, 2009

MATOS, A.; BRANCO, N. & PONTE, J. P. Como vai o pensamento algébrico dos alunos? In: Educação & Matemática: **Revista da Associação de professores de matemática.** Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 54-60.

MESTRE, C. OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, C.; REIS, P. (Org.). **Professores e infâncias:** estudos e experiências. São Paulo: Junqueira & Marin Editores, 2011. p. 201-223.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento algébrico:** uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. In: VII EMEM, 2015, São João Del Rei - MG. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%C3%89BRICO-UMA-RELA%C3%87%C3%83O-ENTRE-%C3%81LGEBRA-ARITM%C3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf.> Acesso em: 6 set. 2018.

PASSOS, C. L. B.; ROMANATTO, M. C. **A Matemática na formação de professores dos anos iniciais:** aspectos teóricos e metodológicos. São Paulo: EDUFSCar, 2010.

PIRES, C. M. C. Formação inicial e continuada de professores de matemática: possibilidades de mudança. In: **Anais do XV Encontro Regional ee Educação Matemática** - UNINISOS. Porto Alegre, 2003.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC) do Ministério da Educação de Portugal, 2009.

PONTE, J. P.; SILVESTRE, A. I.; GARCIA, C.; COSTA, S. **O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades. Tarefas para 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico:** Materiais de Apoio ao Professor. 2010.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. Educação e Matemática. **Revista da Associação dos Professores de Matemática**. Lisboa n. 85, nov./dez, 2005

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: ME – DGIDC, 2009.

RÉZIO, A. S. R. **Desenvolvimento do Pensamento Algébrico Concepções de Professores e Manuais Escolares.** Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias – Instituto de Educação. Lisboa, 2013.

RIBEIRO, C. M. **A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora:** discutindo um modelo de análise**.** Zetetiké, Campinas, v. 19, n. 35, p.71- 102, 2011.

SILVEIRA, E. **Afinal? Está certo ou errado? Um estudo sobre indicações de uso de blocos base dez em livros didáticos de matemática no Brasil.** SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Paraná, 2018.

TOLEDO, C. M. **Buriti mais: matemática**. 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2017.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. **Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade**: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, 2015.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As idéias da Álgebra.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.