

Stefany Patricia Dutra

PROJETO INTEGRADO DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR

Projeto de Dissertação de Mestrado submetido ao Exame de Qualificação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Sistemas Eletrônicos.

Orientador: Prof. Dr. Alexandro Garro Brito.

Joinville

2019

Stefany Patricia Dutra

PROJETO INTEGRADO DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR

Este Projeto de Dissertação de Mestrado foi julgado adequado como requisito parcial para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Sistemas Eletrônicos” e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville, 28 de fevereiro de 2019.

Prof. Alexandro Garro Brito, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Alexandro Garro Brito, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Lucas Weihmann, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Tiago Jackson May Dezuó, Dr.
Universidade do Estado de Santa Catarina



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE SISTEMAS ELETRÔNICOS - PPGESE

Avaliação de Exame de Qualificação

No **28/02/2019** a partir das **13h30min**, sala **U155**, Bloco U do Centro Tecnológico de Joinville da UFSC, reuniu-se a Banca Avaliadora de Exame de Qualificação composta pelos seguintes membros:

Nome	Instituição	Função
Prof. Dr. Alexandro Garro Brito	Universidade Federal de Santa Catarina	Presidente
Prof. Dr. Lucas Weihmann	Universidade Federal de Santa Catarina	Membro
Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo	Universidade do Estado de Santa Catarina	Membro

para a avaliação do Projeto de Pesquisa da estudante Stefany Patricia Dutra, orientada pelo **Prof. Dr. Alexandro Garro Brito**, com trabalho intitulado **Projeto Integrado De Sistemas De Suspensão Ativa Veicular**.

Da avaliação da Banca, o estudante foi considerado APROVADO () REPROVADO no Exame de Qualificação.

Para o caso de reprovação, a Banca levou em conta os seguintes aspectos, que devem ser considerados pelo estudante para nova submissão de requerimento de Exame de Qualificação, nos termos da resolução específica vigente:

Nestes termos, assinam:

Prof. Dr. Alexandro Garro Brito
Presidente

Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo
Membro

Prof. Dr. Lucas Weihmann
Membro

Stefany Patricia Dutra
Estudante

RESUMO

Neste projeto de trabalho de mestrado, é estudada a aplicação da estratégia de otimização (iterativa ou simultânea) no problema de projeto integrado dos parâmetros da estrutura mecânica e do controlador H_∞ em sistemas de suspensão automotiva. O problema de controle H_∞ é formulado usando desigualdades matriciais lineares. Esta abordagem permite que os parâmetros da estrutura mecânica sejam considerados como variáveis de decisão, caracterizando o problema de projeto combinado da planta e do controlador. O estudo é baseado no modelo de um quarto de carro com dois graus de liberdade. O controlador é projetado visando otimizar o conforto de condução e a segurança veicular, sujeito às restrições físicas da mola e do amortecedor. O desempenho do projeto integrado (iterativo ou simultâneo) é avaliado e comparado com o projeto ativo sequencial, mediante simulações computacionais. As irregularidades da estrada são representadas pelas excitações do tipo lombada, senoidal e randômica. A aceleração vertical sobre a massa suspensa é utilizada para avaliar o conforto proporcionado pelo sistema, enquanto a segurança veicular é aferida através da força de contato entre o pneu e a pista.

Palavras-chave: Projeto combinado. Controle H_∞ . Suspensão automotiva. Desigualdades matriciais lineares. Estratégia iterativa ou simultânea.

ABSTRACT

In this graduate research proposal, optimization strategies (iterative or simultaneous) for the co-design problem are studied. This includes both the mechanical structure and the H_∞ controller design for an automotive suspension system. The control design problem is formulated using linear matrix inequalities. This approach allows that the parameters of the mechanical structure to be considered as decision variables, characterizing the combined design problem of the plant and the controller. The study is based on the quarter car model with two degrees of freedom. The controller is designed to optimize ride comfort and vehicle safety, subject to the physical restrictions of the spring and damper. The performance of the co-design (iterative or simultaneous) is evaluated and compared to the active sequential design methodology. The road irregularities are represented by spine, sinusoidal and random inputs. The vertical acceleration over the sprung mass is used to evaluate the comfort provided by the system, while the vehicle safety is measured through the contact force between the tire and the track.

Keyword: Combined design. H_∞ control. Automotive suspension. Linear matrix inequalities. Iterative or simultaneous strategy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Estratégias de otimização da planta e do controlador.	13
Figura 2 – Componentes da suspensão passiva e representação dos principais parâmetros. ...	25
Figura 3 – Tipos de molas de sistemas de suspensão passiva.	27
Figura 4 – Amortecedor hidráulico.	28
Figura 5 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa: (a) eletro-hidráulica ou pneumática e (b) eletromagnética.	29
Figura 6 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa.	30
Figura 7 – Diagrama de corpo livre para o modelo de um quarto de carro.	31
Figura 8 – Mola de compressão helicoidal.	34
Figura 9 – Diagrama de blocos para o controle H_{∞}	39
Figura 10 – Excitação lombada.	50
Figura 11 – Aceleração da massa suspensa para excitação lombada.	51
Figura 12 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação lombada.	52
Figura 13 – Excitação senoidal.	52
Figura 14 – Aceleração da massa suspensa para excitação senoidal.	53
Figura 15 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação senoidal.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do veículo Hyundai Elantra de 1992.	49
Tabela 2 – Valores das normas H_{∞}	50
Tabela 3 – Aceleração da massa suspensa para excitação lombada.	51
Tabela 4 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação lombada.	51
Tabela 5 – Cronograma preliminar da dissertação de mestrado para o ano de 2019.	56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>LMI</i>	Linear Matrix Inequalities – Desigualdades Matriciais Lineares
<i>ARE</i>	Algebraic Riccati Equations – Equações Algébricas de Riccati
<i>SISO</i>	Single Input Single Output – Entrada Única Saída Única
<i>MIMO</i>	Multiple Input Multiple Output – Entrada Múltipla Saída Múltipla
<i>RMS</i>	Root Mean Square
<i>SeDuMi</i>	Self-Dual-Minimization package
<i>LQR</i>	Linear Quadratic Regulator – Regulador Quadrático Linear
<i>LQG</i>	Gaussian Quadratic Linear – Gaussiano Quadrático Linear

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbf{x}	Letras minúsculas e em negrito itálico representam vetores
\mathbf{X}	Letras maiúsculas e em negrito itálico representam matrizes
\mathbf{I}	Matriz identidade
\mathbf{A}^*	Complexo conjugado transposto da matriz \mathbf{A}
\mathbf{A}^T	Transposta da matriz \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Inversa da matriz \mathbf{A}
$\lambda_i(\mathbf{A})$	Autovalor λ_i da matriz \mathbf{A}
$\mathbf{A} > 0$	\mathbf{A} é simétrica e positiva-definida, isto é, $\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} > 0, \forall \mathbf{y} \neq \mathbf{0}$
$\mathbf{A} \geq 0$	\mathbf{A} é simétrica e positiva-semidefinida, isto é, $\mathbf{y}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \geq 0, \forall \mathbf{y} \neq \mathbf{0}$
$\sigma_i(\mathbf{G}(s))$	Valor singular σ_i de $\mathbf{G}(s)$
$\underline{\sigma}(\mathbf{A})$	Menor valor singular da matriz \mathbf{A}
$\bar{\sigma}(\mathbf{A})$	Maior valor singular da matriz \mathbf{A}
$ \mathbf{A} $	Módulo da matriz \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ _2$	Norma euclidiana da matriz \mathbf{A}
$\ \mathbf{G}(s)\ _\infty$	Norma infinita da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$
$\sup(\cdot)$	Supremo de (\cdot)
$G(j\omega)$	Função de transferência
$\mathbf{G}(j\omega)$	Matriz de transferência
j	Unidade imaginária $j = \sqrt{-1}$
s	Variável no domínio da transformada de Laplace $s = j\omega$

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 OBJETIVOS	12
1.1.1 Objetivo geral	12
1.1.2 Objetivos específicos	12
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 OTIMIZAÇÃO SEQUENCIAL	14
2.2 OTIMIZAÇÃO ITERATIVA	14
2.3 OTIMIZAÇÃO ANINHADA.....	15
2.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA	15
2.5 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
3 SUSPENSÃO VEICULAR	24
3.1 SUSPENSÃO PASSIVA	25
3.1.1 Molas	26
3.1.2 Amortecedores.....	27
3.2 SUSPENSÃO ATIVA	28
3.2.1 Modelagem matemática do sistema de suspensão ativa	29
3.2.1.1 Projeto da mola.....	33
3.2.1.2 Projeto do amortecedor	35
4 CONTROLE H_∞	37
4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS.....	37
4.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA H_∞	39
4.3 PROBLEMA H_∞ SOB ENFOQUE LMI.....	41
4.3.1 Desigualdades matriciais lineares.....	42
4.4 MALHA FECHADA PARA A SÍNTESE DO CONTROLADOR H_∞	43
4.5 NORMA H_∞ COMO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO COM RESTRIÇÃO LMI	45
5 RESULTADOS PRELIMINARES DO PROJETO	47

5.1 PROJETO INTEGRADO ANINHADO.....	47
5.1.1 Análise da dinâmica do sistema de suspensão	48
5.1.2 Desafios da metodologia	54
6 METODOLOGIA DE ESTUDO PROPOSTA	55
6.1 CRONOGRAMA.....	56
7 CONCLUSÕES	57
REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

A demanda em alcançar as rigorosas especificações de desempenho de conforto de condução, estabilidade e segurança dos veículos rodoviários motivaram muitas indústrias automotivas a considerar o uso de suspensões ativas. (TAGHIRAD; ESMAILZADEH, 1998). De acordo com Santos (1998), estes sistemas utilizam atuadores cuja entrada de comando é dada pela saída de um controlador, possibilitando modificar as características dinâmicas do sistema em tempo real. Pela capacidade de modular o fluxo e prover de energia o sistema, a suspensão ativa é capaz de prover as compensações entre os requisitos de desempenho conflitantes. (ALYAQOUT; PAPALAMBROS; ULSOY, 2012).

Segundo Crivellaro (2008), os primeiros trabalhos expressivos relacionados ao controle ativo de sistemas de suspensão datam do início dos anos de 1970. Desde então, esta área têm sido objeto de intensa investigação e desenvolvimento e muitos trabalhos têm sido propostos na literatura. (APPLEYARD; WELLSTEAD, 1995; HROVAT, 1997; XUE et al., 2011; TSENG; HROVAT, 2015).

O projeto convencional do sistema de suspensão ativa embasa-se em técnicas de projeto dos parâmetros da estrutura mecânica, seguido do projeto de controle, com a finalidade de melhorar o desempenho dinâmico do sistema. (DUTRA; BRITO, 2018 apud WUWEI; QIRUI, 2003). Contudo, embora a estratégia sequencial tenha sido usada com êxito na maioria dos trabalhos presentes na literatura, ela conduz a sistemas com desempenho ótimo somente para um conjunto nominal de parâmetros. Se os parâmetros da estrutura mecânica forem modificados, o controlador deixa de ser ótimo e precisa ser reprojetoado (SOUBHIA, 2011).

Dessa forma, a principal desvantagem de resolver os problemas de projeto da estrutura mecânica e do controlador sequencialmente é que ele não garante a otimização completa do sistema dinâmico. (DUTRA; BRITO, 2018 apud PATIL et al., 2010). Portanto, o método convencional não garante o ideal acoplamento entre o projeto mecânico e o sistema de controle, produzindo resultados sub-ótimos. (DUTRA; BRITO, 2018 apud ALLISON; GUO; HAN, 2014).

Estratégias de projeto que gerenciam o acoplamento entre a definição dos artefatos físicos e do sistema de controle estão sendo desenvolvidos e são nomeados métodos de projeto integrado (do inglês *co-design*). (DUTRA; BRITO, 2018 apud ALLISON; GUO; HAN, 2014). Essa abordagem propicia realizar o projeto com base no equilíbrio entre o desempenho da estrutura mecânica e do controlador. Dessa maneira, um método de projeto integrado da estrutura mecânica e dos parâmetros do controlador permite que os valores ótimos possam ser obtidos. (DUTRA; BRITO, 2018 apud WUWEI; QIRUI, 2003).

De acordo com Fathy (2003 apud REYER, 2000), existem diversas estratégias de otimização que podem ser aplicadas aos problemas de projeto integrado. As principais estratégias são: a estratégia sequencial, a estratégia iterativa, a estratégia aninhada e a estratégia simultânea.

A maioria dos estudos de projeto integrado com aplicação em sistemas de suspensão ativa presentes na literatura simplificou o projeto físico desprezando as restrições de desigualdade não lineares e fazendo com que as variáveis dependentes fossem tratadas como variáveis de otimização dependentes. Os problemas de projeto integrado que tratam os aspectos do projeto físico de forma mais realista apresentam as seguintes dificuldades: i) devido à inclusão de restrições de desigualdade não lineares o projeto integrado da planta e do controlador tem acoplamento bidirecional, ou seja, o projeto da planta depende do projeto de controle e vice-versa e, ii) realizam a otimização em relação às variáveis dependentes, o que pode resultar em formulações problemáticas que não são bem representadas. (DUTRA; BRITO, 2018 apud ALLISON; GUO; HAN, 2014).

Neste sentido, esta proposta de trabalho de mestrado propõem aplicar uma estratégia de otimização de projeto integrado em sistemas de suspensão automotiva, com o intuito de melhorar o desempenho do sistema em termos de conforto de condução e segurança veicular. Apesar de desenvolver o projeto integrado de forma unidirecional, nesta proposta se pretende tratar o coeficiente de rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão como variáveis de otimização dependentes, os relacionando através de restrições geométricas, seguindo o mesmo raciocínio de Allison, Guo e Han (2014).

A aplicação de controladores H_∞ no projeto é interessante, pois eles podem ser usados com a finalidade de manter um determinado desempenho no sistema sob condições adversas tais como erros de modelagem e perturbações externas. Além disso, sua obtenção pode ser feita através da solução de problemas de otimização, baseados na utilização de

Desigualdades Matriciais Lineares (LMI)¹, que causa flexibilidade na formulação dos problemas de otimização. (SANTOS, 2010).

A contribuição principal desta proposta de trabalho de mestrado é a realização do projeto integrado de sistemas de suspensão ativa com um enfoque na área mecânica em termos de identificação de parâmetros mais reais e apropriados para construção da mola e do amortecedor da suspensão automotiva.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Esta proposta de trabalho de mestrado tem como objetivo aplicar uma estratégia de otimização no problema de projeto integrado dos parâmetros da estrutura mecânica e do controlador H_∞ de um sistema de suspensão automotiva, com o intuito de melhorar o desempenho do sistema em termos de conforto de condução e segurança veicular.

1.1.2 Objetivos específicos

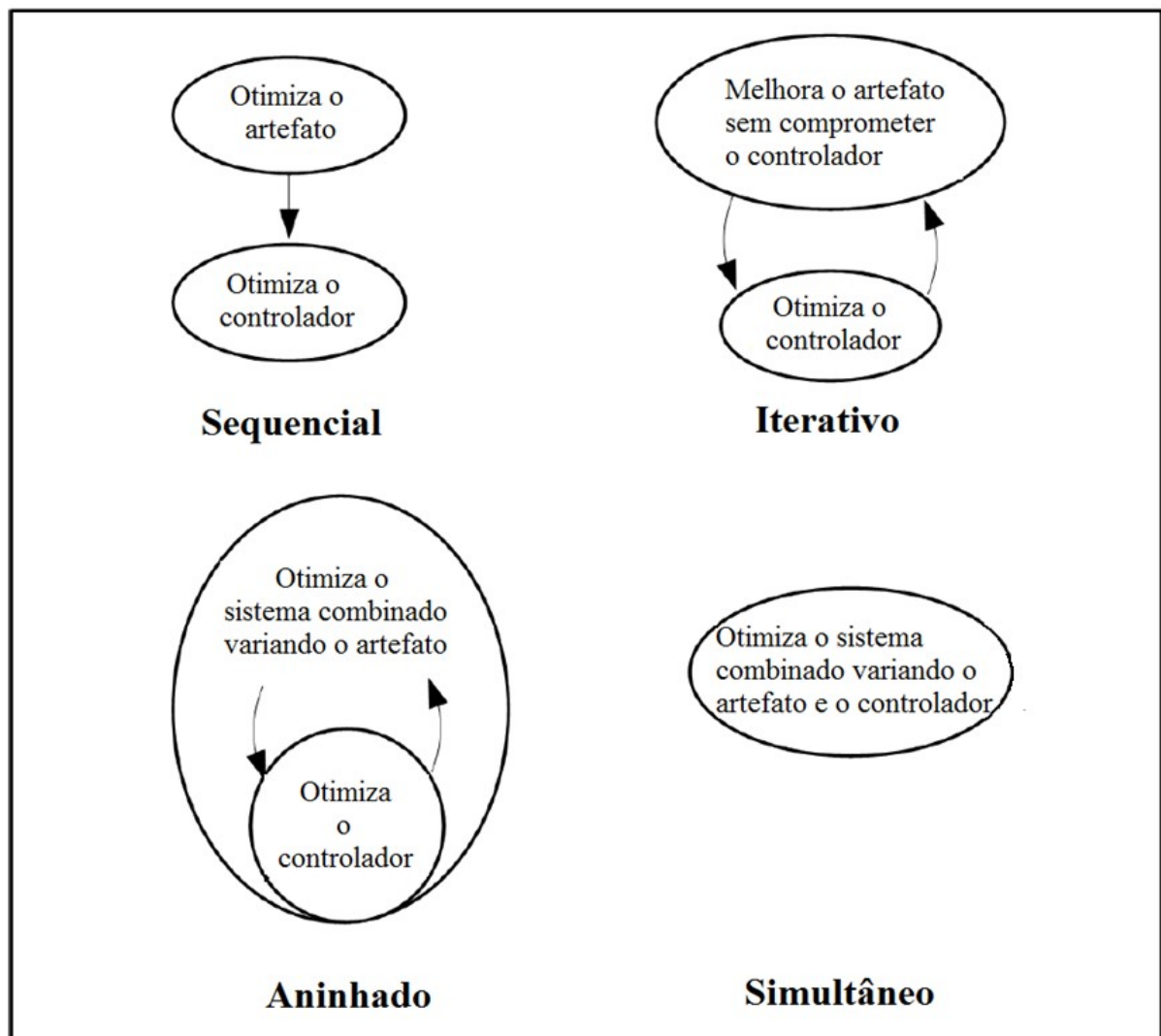
- ✓ Estudar os tipos de estratégias de otimização aplicados no projeto integrado;
- ✓ Compreender os conceitos básicos do controle H_∞ e sua abordagem sob enfoque de desigualdades matriciais lineares;
- ✓ Realizar a modelagem matemática de um quarto do sistema de suspensão veicular;
- ✓ Implementar o método de projeto integrado proposto para o sistema de suspensão automotiva;
- ✓ Utilizar dados do veículo Hyundai Elantra de 1992 como estudo de caso;
- ✓ Simular numericamente o comportamento em malha fechada do sistema de suspensão ativo sequencial e do projeto integrado proposto a partir de excitações do tipo lombada, senoidal e randômica;
- ✓ Obter as respostas do veículo no domínio do tempo e analisar os resultados com base na aceleração vertical da massa suspensa e na força de contato entre o pneu e a pista.

¹ Linear Matrix Inequalities (LMI).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Estudos sobre projeto integrado podem ser encontrados em diversos contextos na literatura. De acordo com Fathy (2003 apud REYER, 2000), existem várias estratégias para o projeto de otimização da planta e do controlador. As principais estratégias podem ser divididas em quatro categorias: estratégias sequenciais, iterativas, aninhadas e simultâneas, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Estratégias de otimização da planta e do controlador.



Fonte: Adaptado de Fathy (2003, p. 11).

2.1 OTIMIZAÇÃO SEQUENCIAL

A estratégia sequencial é a abordagem convencional para otimizar problemas de projeto integrado, no qual existem pelo menos dois problemas de otimização separados. (HERBER, 2014). Na estratégia sequencial o artefato (ou a planta) é otimizado primeiro. No caso do acoplamento unidirecional, a arquitetura do controlador é completamente ignorada na fase do projeto do artefato. Se houver acoplamento bidirecional, assumem-se determinados valores para as variáveis do projeto de controle, que são considerados parâmetros na otimização inicial. Concluído o projeto do artefato, as variáveis de projeto são tratadas como parâmetros no projeto do controlador. (PETERS, 2010).

De acordo com Fathy (2003), os problemas de otimização da planta e do controlador eram resolvidos, tradicionalmente, de forma sequencial. No entanto, fazendo uso dessa técnica de otimização, é possível encontrar um projeto ótimo somente se não houver acoplamento entre o artefato e o controlador. Em sistemas com acoplamento unidirecional, a solução otimizada é ótima para o objetivo do artefato, porém, o mesmo não ocorre para o objetivo de controle, podendo até não ser possível encontrar uma solução factível para o projeto do controlador. Em sistemas com acoplamento bidirecional, a solução otimizada pode não ser ótima para ambas as funções objetivas. (PETERS, 2010).

2.2 OTIMIZAÇÃO ITERATIVA

Nesta estratégia a otimização é resolvida iterativamente, realizando primeiro o projeto do artefato, sem comprometer o projeto do controlador. A seguir, o projeto do controlador é realizado com os parâmetros do artefato congelados. Este ciclo ocorre até que a convergência seja alcançada. Nesta abordagem, a solução de cada iteração torna-se o ponto inicial da nova iteração. (PETERS, 2010 apud GRIGORIADIS; SKELTON, 1998).

Sendo assim, o problema de otimização do artefato e do controlador é subdividido em um problema de reprojeto do artefato e um problema de reprojeto do controlador, e estes dois subproblemas são resolvidos iterativamente até a convergência. Se ambos os subproblemas forem convexos, cada etapa de otimização resolverá um subproblema de otimização convexa. Neste caso, para cada etapa de otimização existirá um ótimo global (FATHY, 2003).

O projeto integrado iterativo pode ser formulado como um problema multiobjetivo cuja solução é um conjunto de Pareto, que consiste em um conjunto de pares

artefato/controlador para o qual o desempenho do artefato não pode ser aprimorado sem comprometer o desempenho do controlador e vice-versa. (FATHY, 2003 apud PAPALAMBROS; WILDE, 2000). Uma das formas de gerar pontos no conjunto de Pareto é formular um problema de otimização cujas variáveis incluam as variáveis de projeto do artefato e do controle, as restrições sejam a totalidade de todas as restrições individuais do artefato e do controlador e o objetivo seja uma função objetiva escalar que substitui o vetor de objetivos do artefato e do controlador. No entanto, mesmo que os subproblemas de otimização do artefato e do controlador para um determinado sistema sejam convexos, montá-los em um problema de otimização desta maneira pode resultar em perda de convexidade. (FATHY, 2003).

2.3 OTIMIZAÇÃO ANINHADA

A estratégia de otimização aninhada (ou de dois níveis) requer duas rotinas de otimização: um laço externo que resolva o problema de projeto ótimo do artefato e um laço de otimização interno que identifica o controle ótimo para cada projeto do artefato considerado pelo laço exterior. (DUTRA; BRITO, 2018 apud HERBER, 2014). Os resultados de cada iteração se tornam o ponto de partida para a próxima iteração, sendo este processo repetido até a convergência. (PETERS, 2010).

A principal vantagem da abordagem aninhada é a capacidade de empregar os métodos de projeto de controle existentes para resolver o problema do laço interno, sem a complexidade de gerenciar variáveis de projeto do artefato. (DUTRA; BRITO, 2018 apud HERBER, 2014). Tem sido demonstrado na literatura que, no caso do acoplamento unidirecional, esta abordagem produz soluções ótimas para o sistema (PETERS, 2010 apud FATHY, 2003), porém no caso do acoplamento bidirecional não é capaz de produzir soluções ótimas. (PETERS, 2010 apud REYER, 2000).

2.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

O projeto integrado simultâneo otimiza as variáveis do artefato e do controle na mesma formulação de otimização. Ou seja, o algoritmo de otimização simultâneo tenta otimizar uma função combinada de objetivo do artefato/controlador, variando os projetos do artefato e do controlador simultaneamente, sujeito ao conjunto combinado de restrições do artefato e do controlador. (FATHY, 2003; DUTRA; BRITO, 2018 apud HERBER, 2014).

Esta abordagem tem a vantagem de, se uma solução for encontrada, tal sistema é ótimo. Porém, esta estratégia tem algumas desvantagens. A otimização não pode ser resolvida até que os objetivos do artefato e do controle tenham sido formulados, isto requer que a escolha da arquitetura do controle seja feita no início do processo de projeto. (PETERS, 2010).

Mesmo que os subproblemas de otimização do artefato e do controlador individuais sejam convexos, os problemas de otimização combinada geralmente são não convexos. Além disso, o problema combinado de otimização do artefato/controlador é frequentemente apresentado como um problema de otimização estático/variacional, no qual o projeto do artefato é expresso em termos de variáveis que são invariantes no tempo, e o projeto do controlador descrito em termos de variáveis que são funções do tempo, como os vetores de entrada de estado e de controle. (FATHY, 2003).

A otimização simultânea também é computacionalmente intensiva devido ao seu tamanho maior. Por essas razões, a solução simultânea dos problemas de otimização combinados é, em geral, complexa. (FATHY, 2003; PETERS, 2010).

2.5 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em Niewhoener e Kaminer (1996), o problema de projeto integrado dos parâmetros de uma aeronave com o projeto do sistema de controle H_∞ foi reduzido a um problema de otimização restrita, onde o custo a ser minimizado foi uma função linear dos tamanhos das superfícies de controle da aeronave e o conjunto de restrições foi descrito por desigualdades matriciais lineares. O algoritmo iterativo baseado em LMI consistia em cada iteração para uma planta fixa encontrar um controlador factível e então para um controlador fixo minimizar a função custo sobre os parâmetros da planta. A solução numérica proposta pelos autores resultou em tamanhos reduzidos das superfícies da aeronave e um controlador de realimentação de estado que atendeu aos requisitos de desempenho para uma única condição de voo. No entanto, as propriedades de convergência não puderam ser garantidas para o algoritmo proposto.

Em Fathy et al., (2001) as condições necessárias de otimalidade do projeto integrado da planta e do controlador para as estratégias sequenciais, aninhadas e iterativas foram derivadas. No artigo foi considerado que todos os estados estavam acessíveis para medição e que os objetivos de otimização da planta e do controlador eram separáveis. Os autores mostraram que o conjunto das condições para a otimização combinada não consiste na união

dos conjuntos de condições para otimização da planta e do controlador. Esta diferença consiste no termo de acoplamento, cuja expressão analítica quantifica o acoplamento entre os problemas de otimização da planta e do controlador considerando a influência do projeto da planta no objetivo de controle ótimo. No entanto, a formulação desenvolvida pelos autores pressupõe que há somente o acoplamento unidirecional.

Yang e Lum (2003) continuaram o trabalho desenvolvido por Niewhoener e Kaminer (1996), na busca para o problema de projeto integrado dos parâmetros da aeronave e do controlador H_∞ de realimentação de estado. No artigo de Yang e Lum (2003), dois algoritmos iterativos baseados em LMI foram desenvolvidos para obter soluções para o problema, sendo que os algoritmos propostos garantiram convergência. Porém, apenas a realimentação de estados foi considerada.

O problema dinâmico de realimentação de saída que satisfaz o requisito de desempenho H_∞ de malha fechada foi tratado por Chen et al., (2003). O projeto integrado simultâneo da suspensão semiativa foi realizado com base em algoritmos genéticos (GA) e controle H_∞ de realimentação de saída, também usando a abordagem LMI. O sistema de suspensão semiativa foi projetado com o objetivo de satisfazer aos requisitos mutuamente conflitantes de melhoria do conforto de condução e segurança veicular. Para comprovar a eficácia do método proposto foram realizadas simulações computacionais e uma análise experimental foi proposta para verificar a melhoria do conforto de condução. As simulações mostraram que o projeto integrado do sistema de suspensão semiativo conduziu a melhores resultados em termos de conforto de condução e segurança veicular. Além disso, os resultados experimentais comprovaram que, de fato, o método de projeto integrado proposto conduziu a melhores resultados em termos de conforto.

Em Fathy et al., (2003), o projeto integrado aninhado foi aplicado ao problema de otimização de uma suspensão ativa. Foram selecionados dois parâmetros da planta para serem otimizados, sendo estes a rigidez da mola da suspensão e o amortecimento do amortecedor da suspensão. O vetor de ganho de realimentação foi selecionado como sendo a variável de otimização do controlador. No projeto considerou-se o controlador Regulador Quadrático Linear (LQR)², com realimentação estática de estados, tendo como objetivo de otimização uma soma ponderada da aceleração da massa suspensa, deflexão do pneu, curso da suspensão e força de controle ativa. Foram realizadas simulações no domínio do tempo e da frequência, as quais mostraram que o projeto integrado aninhado apresentou desempenho superior em

² Linear Quadratic Regulator (LQR).

comparação com as suspensões passivas e ativas otimizadas sequencialmente. No entanto, a suspensão aninhada superou a suspensão otimizada sequencialmente por apenas 2,35% em termos de desempenho global.

Fathy, Papalambros e Ulsoy (2003) continuaram o trabalho desenvolvido por Fathy et al., (2003), apresentando pela primeira vez um estudo do acoplamento entre otimização da planta, controle e observadores. O acoplamento trilateral foi estudado através de um estudo de caso de projeto integrado aninhado da suspensão ativa. A estratégia de otimização aninhada consistiu em dois laços de otimização: um laço externo que otimizou o projeto da planta e um laço interno que encontrou o par observador/controlador ótimo para cada planta projetada pelo laço externo. Dessa forma, a otimização foi realizada para as variáveis de projeto da planta, do observador e do controlador. O laço interno consistiu em um problema de controle ótimo Gaussiano Quadrático Linear (*LQG*)³, que foi particionado em dois subproblemas de otimização, um referente ao observador e o outro ao controlador *LQR*. Com base no estudo de caso, os autores concluíram que a escolha entre a otimização sequencial e a aninhada depende da magnitude do acoplamento do problema, sendo que o projeto aninhado é atraente somente quando o acoplamento é forte. Caso contrário a estratégia sequencial conduz a resultados satisfatórios de forma mais rápida.

O problema dinâmico de realimentação de saída que satisfaz o requisito de desempenho H_∞ de malha fechada foi tratado também por Liao, Lum e Wang (2005a), usando uma abordagem LMI iterativa. No artigo, foi considerado o modelo da planta com incertezas politópicas e a otimização de um único parâmetro da planta. Neste caso, onde somente um único parâmetro da planta teve que ser determinado, o problema de otimização do parâmetro da planta foi reformulado como um problema de autovalor generalizado. De acordo com os autores esta abordagem não pode garantir a obtenção dos parâmetros ótimos da planta. Sendo assim, com o valor do parâmetro subótimo da planta, os parâmetros do controlador foram obtidos. No entanto, os autores não abordaram o problema de projeto de otimização da planta/controlador integrado para o caso de otimização de vários parâmetros da planta.

Em um estudo subsequente, Liao, Lum e Wang (2005b), investigam o problema de otimização do artefato e do controlador de realimentação dinâmica de saída, que satisfaz o desempenho H_2/H_∞ , com vários parâmetros da planta a serem otimizados. No artigo também foi considerado o modelo da planta com incertezas politópicas e o uso de um algoritmo

³ Gaussian Quadratic Linear (LQG).

iterativo baseado em LMIs. O problema de projeto dos parâmetros da planta e dos parâmetros do controlador foram separados em dois problemas de otimização. O projeto da planta consistiu em projetar, através do problema de autovalor generalizado, um único parâmetro da planta, enquanto mantinham em valores nominais os demais parâmetros, e em seguida, este procedimento era repetido até que todos os parâmetros da planta fossem definidos. Com os valores dos parâmetros subótimos da planta, os parâmetros do controlador foram obtidos. No entanto, de acordo com os autores, esta abordagem não pode garantir a obtenção dos parâmetros ótimas do sistema.

Em Velni, Meisami-Azad e Grigoriadis (2009), o projeto integrado simultâneo foi aplicado em sistemas estruturais, com o objetivo de determinar os valores dos parâmetros de amortecimento da estrutura e o ganho de controle de realimentação de saída. O problema de otimização dos parâmetros da planta e dos controladores H_2 e H_∞ foram tratados utilizando a abordagem LMI. O método de projeto integrado proposto foi aplicado primeiramente no modelo de uma estrutura de construção isolada com cinco andares, considerando o controlador H_∞ e na segunda simulação computacional, o método foi aplicado em um sistema estrutural aeroespacial de grande porte, considerando o controlador H_2 . Os autores comprovaram que o método de projeto integrado proposto pode ser aplicado em sistemas de grande escala, uma vez que as simulações conduziram a resultados satisfatórios.

Em Hiramoto, Mohammadpour e Grigoriadis (2009), o problema de projeto integrado dos parâmetros de amortecimento da planta de sistemas simétricos e do controlador H_2 e H_∞ de realimentação estática de saída foi estendido para incluir também como um objetivo de projeto adicional o posicionamento dos sensores e atuadores do sistema. Foi desenvolvido um algoritmo iterativo baseado em LMI, obtendo nas simulações uma solução ótima localmente para o problema de controle modal de um sistema de vigas flexíveis.

Paiva (2009) realizou o projeto integrado dos parâmetros da estrutura e do controlador de vibração de uma viga flexível usando as estratégias de otimização passiva estrutural, que consiste em uma estratégia de controle passivo com otimização apenas estrutural, otimização iterativa e otimização simultânea. O projeto foi baseado na minimização da norma H_∞ , onde se considerou o controlador de realimentação dinâmica das saídas e a formulação foi desenvolvida em termos de LMIs. Para a resolução dos problemas de otimização foi utilizado o comando *hinflmi* do *Matlab*. As estratégias de otimização foram aplicadas em quatro tipos de viga flexíveis e verificou-se que a o algoritmo simultâneo foi o que apresentou maior redução no valor da norma H_∞ , no entanto, ele conduziu ao pior desempenho no quesito de tempo de processamento.

Em Soubhia (2011), o projeto integrado de uma suspensão ativa usando a estratégia de otimização iterativa e simultânea foi realizado. Três parâmetros da planta foram selecionados para serem otimizados: o coeficiente de rigidez da mola da suspensão, o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão e o coeficiente de rigidez do pneu. No projeto considerou-se o controlador ótimo *LQR* de realimentação completa de estado. O índice de desempenho considerado foi um índice quadrático, que levou em conta os requisitos de conforto de condução, deformação do pneu e espaço de trabalho da suspensão. As estratégias foram resolvidas utilizando a função *fmincon* do *Matlab*. Verificou-se que os menores valores da função-custo foram obtidos com a estratégia simultânea, no entanto, a estratégia iterativa conduziu a valores próximos. Com relação ao desempenho do sistema em malha fechada, observou-se que a otimização simultânea apresentou os melhores resultados.

Em Alyaqout, Papalambros e Ulsoy (2011) foi realizado o projeto integrado de um motor elétrico DC, considerando as estratégias de otimização sequencial, iterativa e simultânea. No artigo foi examinada a relação entre o nível de incerteza e a força de acoplamento entre o artefato robusto e o controle robusto. As otimizações foram realizadas fazendo uso da função *fmincon* do *Matlab*. Considerando incertezas nos modelos, os resultados mostraram que a estratégia sequencial apresentou a menor robustez quando comparado com as demais estratégias. Apesar de possuir um tempo computacional eficiente comparado às estratégias iterativa e simultânea, os resultados que a otimização sequencial conduziu foram altamente dependentes dos valores iniciais dos parâmetros estabelecidos para iniciar o projeto. A estratégia iterativa produziu maior robustez em comparação com a estratégia sequencial. No entanto, devido à incerteza, o esforço computacional aumentou consideravelmente e exigiu mais iterações até a convergência. A estratégia simultânea conduziu ao melhor desempenho e, apesar de aumentar o esforço computacional em relação à estratégia sequencial, permaneceu menor do que na estratégia iterativa. Os autores concluíram que o aumento do nível de incerteza tende a aumentar o acoplamento entre o artefato e o controlador. Além disso, se a estratégia iterativa for utilizada, os autores recomendam que os modelos sejam bem representados na prática, ou seja, possuam baixa incerteza, a fim de obter bons resultados.

Alyaqout, Papalambros e Ulsoy (2012) propõem uma metodologia de projeto combinado sequencial e controle robusto aplicado ao problema de otimização de uma suspensão ativa tendo como objetivo investigar a relação entre o acoplamento e robustez resultante da variação de diferentes parâmetros da suspensão. Foram selecionados dois parâmetros da planta para serem otimizados, sendo estes o coeficiente de rigidez da mola da

suspensão e o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão. Consideraram-se também incertezas associadas à massa suspensa, que é um dos parâmetros de projeto da planta. O vetor de ganho de realimentação de estados foi selecionado como sendo a variável de otimização do controlador. Com base em simulações os autores mostraram que o acoplamento entre o projeto da planta e do controlador robusto aumenta à medida que o nível de incerteza aplicado na planta aumenta. Mostraram também que os sistemas de suspensão com grande coeficiente de rigidez do pneu tende a ter robustez aprimorada e grande acoplamento. Além disso, os sistemas de suspensão com pequena massa não suspensa tendem a aumentar a robustez quanto menor for o acoplamento. No entanto, os autores consideraram somente o modelo de um quarto de carro para realizar a análise e também a inclusão de incertezas em apenas uma variável de parâmetro da planta.

Patil, Filipi e Fathy (2012) propõem uma abordagem que usa o termo de acoplamento derivado em Fathy et al., (2001) para quantificar o impacto das variáveis de projeto da planta no custo ótimo de controle do projeto combinado simultâneo de um feixe cantilever (feixe ancorado em apenas uma das extremidades) e seu controlador. O problema de otimização da planta tinha como objetivo obter uma estrutura com a massa total mínima do feixe e o problema de otimização do controlador foi representado como um problema *LQR*. O problema combinado foi resolvido utilizando a função *fmincon* do *Matlab*. Os resultados mostraram que a abordagem proposta apresentou melhorias computacionais significativas em relação à estratégia de otimização sequencial. Além disso, mostrou-se também que a redução no custo computacional torna-se mais evidente à medida que o número de variáveis de projeto da planta aumenta.

Medeiros (2013) propôs uma extensão ao trabalho de Paiva (2009), com o objetivo de estudar a teoria sobre modelagem e otimização do referido trabalho, adicionando a técnica de algoritmos genéticos para a resolução do problema de otimização simultânea. A estratégia simultânea proposta foi aplicada em um estudo de caso de uma viga engastada, visando à otimização da base de sua seção transversal e a minimização da norma H_∞ de malha fechada. Tal estratégia foi comparada com a otimização passiva estrutural e otimização iterativa, conforme derivado em Paiva (2009). Com base nos resultados, comprovou-se que a redução da norma H_∞ no projeto simultâneo foi de fato verificada. No entanto, a otimização simultânea demonstrou necessidade de maiores esforços de controle do que as demais abordagens, além disso, foi mais custosa em termos de tempo nas simulações computacionais.

Allison, Guo e Han (2014) realizam o projeto integrado de uma suspensão ativa usando uma otimização dinâmica simultânea conhecida como transcrição direta. Dois

parâmetros da planta foram selecionados para serem otimizados: o coeficiente de rigidez da mola da suspensão e o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão. Porém, diferentemente dos outros trabalhos, os autores realizaram o projeto tratando as variáveis de otimização da planta dependentes, os relacionando através das variáveis geométricas independentes de projeto da mola e do amortecedor. Para isso, os autores desenvolveram a modelagem matemática da mola e do amortecedor da suspensão, juntamente com suas respectivas restrições físicas. Os requisitos do controlador foram selecionados como sendo a segurança veicular, o conforto de condução e a força de controle. A abordagem de otimização simultânea foi resolvida utilizando um algoritmo de ponto interior do *toolbox* de otimização do *Matlab*. Através de uma comparação da abordagem proposta com a estratégia de otimização sequencial, os autores concluíram que, apesar do problema de otimização simultânea ser extensa, ela tem vantagens sobre a abordagem de projeto sequencial, pois conduziu a melhores resultados em termos de projeto.

Em Herber e Allison (2017), as formulações e as condições de otimalidade para os projetos combinados simultâneos e aninhados foram examinados e uma comparação das estratégias, com base na literatura, foi fornecida. Os autores comentam que, em alguns casos, o tamanho e a complexidade das formulações simultâneas pode tornar a estratégia inviável, sendo melhor aplicar a estratégia de otimização aninhada. Em contrapartida, em alguns problemas, tal estratégia pode ser o único método viável devido à complexidade ou a impossibilidade de separar os domínios da planta e do controlador. Os autores expressam a dificuldade em fazer recomendações gerais, pelo fato de não ser comum para o estudo de projeto integrado comparar as estratégias simultâneas e aninhadas para um mesmo problema de projeto específico. Isso ocorre, pois, em grande parte dos estudos de projeto integrado, apenas uma estratégia é necessária se estiver produzindo os resultados desejados.

Em Hofman e Janssen (2017) foi realizado o projeto integrado do sistema de transmissão e do sistema de controle para um veículo elétrico, com o objetivo de minimização do consumo de energia. Os autores selecionaram dois sistemas de transmissão, uma engrenagem fixa e uma transmissão continuamente variável (CVT). O problema integrado foi formulado como um problema de otimização aninhado, onde o laço externo otimizou os parâmetros do projeto da transmissão e no laço interno a otimização de controle foi executada. O problema do laço externo foi resolvido a partir da função *fminsearch* do *Matlab*, e o problema do laço interno pelo algoritmo *Bocop*, que consiste em um método direto de solução. Os resultados das simulações mostraram que o método de projeto aninhado proposto tem potencial para melhorar o consumo de energia. Ainda, segundo os autores, quando os

sistemas têm forte acoplamento entre os parâmetros da planta e os parâmetros de controle, as abordagens de projeto sequencial e iterativo podem não conduzir a soluções ótimas globais, quando poucas iterações são executadas.

Herber e Allison (2018) desenvolveram o projeto integrado aninhado de um sistema de suspensão ativa considerando mudanças de arquitetura dos elementos da suspensão, ou seja, consistiu em um projeto de três níveis, que englobou arquitetura, planta e controle combinados. O primeiro nível consiste em definir e fornecer as arquiteturas candidatas para os outros níveis. O próximo nível recebe as arquiteturas candidatas e executa as tarefas do laço externo do projeto integrado aninhado para o projeto da planta. Com a planta candidata, o terceiro nível, que consiste no laço interno da abordagem aninhada, realiza o projeto do controlador. Os autores obtiveram 4374 arquiteturas candidatas à suspensão ativa e pelos resultados obtidos demonstraram que as mudanças na arquitetura da suspensão resultam em melhor desempenho, porém ao custo de maior complexidade mecânica.

3 SUSPENSÃO VEICULAR

A suspensão veicular existe desde os primórdios da indústria automotiva, antes mesmo da invenção do primeiro veículo automotor. No princípio, o sistema de suspensão era composto basicamente por uma mola, porém, ao longo do tempo, foi adicionado um elemento amortecedor. Nos anos de 1930, foram adotados sistemas com baixo amortecimento, que garantiam aos ocupantes uma considerável sensação de conforto. No entanto, com o surgimento dos veículos mais velozes e potentes, o número de acidentes começou a aumentar nos anos de 1940. Nesse momento, os projetos de sistemas de suspensão passaram a não se preocupar somente com o conforto, mas também com a segurança e estabilidade veicular. (CRIVELLARO, 2008).

Segundo Gillespie (1992) as funções principais de um sistema de suspensão são: isolar os passageiros das perturbações rodoviárias a fim de proporcionar boa qualidade de passeio; manter os pneus em contato com o solo com variações mínimas de carga para garantir boa aderência à estrada; reagir às forças de controle geradas nos pneus, como forças longitudinais (aceleração e frenagem), forças laterais (esterçamentos), torques de frenagem e direção; e resistir a rolagem do chassi.

Em síntese, diz-se que os conceitos de segurança e conforto devem sempre acompanhar o projeto de suspensões automotivas. Dessa forma, os primeiros fabricantes de automóveis começaram a procurar soluções para os problemas de conforto de condução e segurança veicular. (ANDRADE, 2001).

No entanto, segundo Dutra (2016 apud SENTHILKUMAR, 2012), uma suspensão rígida e amortecida é capaz de produzir boa movimentação e controle do veículo em várias condições de funcionamento, pois é capaz de garantir contato constante das rodas com o solo, porém transfere grande parte das irregularidades da estrada para a carroceria. Em contrapartida, uma suspensão suave e levemente amortecida garante alto nível de conforto, mas reduz significativamente a estabilidade do veículo em curvas e manobras de mudança de pista. Verifica-se, portanto, que em projetos de suspensão automotiva, os conceitos conforto e segurança são conflitantes, uma vez que a melhoria de um conceito gera a deterioração do outro. (DUTRA, 2016 apud PICADO, 1998).

De acordo com Andrade (2001), diferentes sistemas de suspensão satisfazem os critérios de conforto e segurança em diferentes graus. Podem-se classificar as suspensões em ordem ascendente de desempenho desejado em: suspensões passivas, semiativas e ativas. As suspensões passivas e ativas serão abordadas com mais detalhes nas próximas seções.

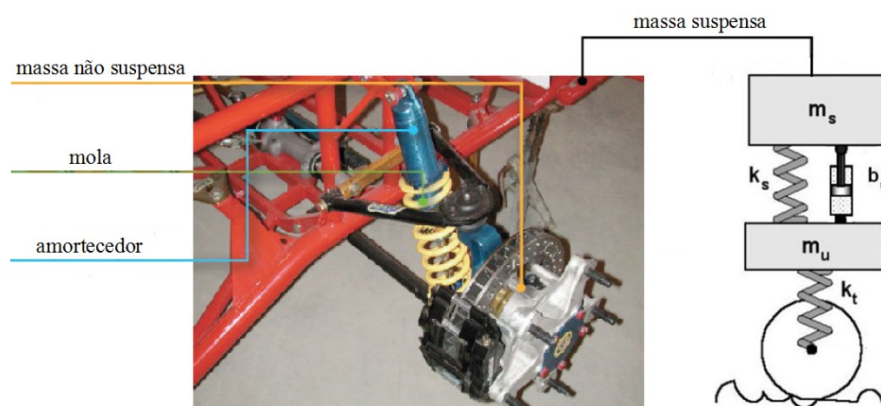
3.1 SUSPENSÃO PASSIVA

Suspensão passiva é aquela em que as propriedades dos componentes mecânicos não podem ser modificadas em tempo real através de sinais externos. Neste sistema de suspensão não é possível a adição de energia externa para exercer qualquer tipo de ação de controle. A vibração é controlada apenas armazenando ou dissipando a energia mecânica associada ao movimento, e para isso, utiliza elementos convencionais como molas e amortecedores trabalhando mecanicamente entre a massa suspensa e a massa não suspensa. (PICADO, 1998; ANDRADE, 2001; DUTRA, 2016).

Apesar do avanço tecnológico alcançado no projeto e desenvolvimento dos sistemas de suspensão semiativas e ativas, as suspensões passivas demonstram ser bastante competitivas, devido ao baixo custo, confiabilidade, simplicidade de montagem e manutenção. São as suspensões mais utilizadas pela indústria automotiva, pois têm apresentado a melhor relação entre o custo do sistema e a satisfação dos anseios de conforto e segurança aos ocupantes do veículo. (PICADO, 1998; ANDRADE, 2001; CRIVELLARO, 2008 apud MOTTA; ZAMPIERI, 2005).

Os principais componentes do sistema de suspensão passiva são as molas e os amortecedores, os quais podem ser visualizados na Figura 2.

Figura 2 – Componentes da suspensão passiva e representação dos principais parâmetros.



Fonte: Adaptado de Pereira (2011, p. 22) e Martins et al. (2006, p. 87).

No modelo de um quarto de carro, ilustrado na Figura 2, a massa suspensa m_s representa um quarto da massa da carroceria do veículo. De acordo com Gillespie (1992), toda massa sustentada ou suportada pelas molas é designada como massa suspensa do veículo. Segundo Pereira (2011), o termo massa não suspensa m_u é usado para definir os componentes do veículo que estão diretamente sujeitos aos choques da superfície da estrada, os quais incluem os eixos, as rodas, os cubos de rodas e partes do sistema de direção.

As massas não suspensas estão separadas da superfície da estrada pelos pneus, que funcionam como pequenas molas pneumáticas, com coeficiente de rigidez k_t . Além disso, as massas não suspensas estão conectadas às massas suspensas através dos componentes do sistema de suspensão: mola com coeficiente de rigidez k_s e amortecedor com coeficiente de amortecimento b_s . (PEREIRA, 2011).

Dessa forma, a vibração da massa não suspensa é transmitida para a massa suspensa através da mola, e uma vez que a vibração de elevada frequência da massa não suspensa é convertida em vibração de baixa frequência pelos elementos da suspensão, as duas massas vibram em frequências diferentes. (PEREIRA, 2011).

3.1.1 Molas

De acordo com Pereira (2011), “qualquer elemento mecânico, metálico ou não, pode ser considerado uma mola”. Segundo Andrade (2001), as molas são o elo flexível que permite ao corpo do veículo trafegar relativamente tranquilo enquanto os pneus e a suspensão acompanham os buracos e impactos da estrada. Assim sendo, as molas têm papel fundamental para absorver as irregularidades da estrada, suportar o peso do veículo e manter a distância do solo durante o percurso. (PEREIRA, 2011 apud PASSARINI, 2009).

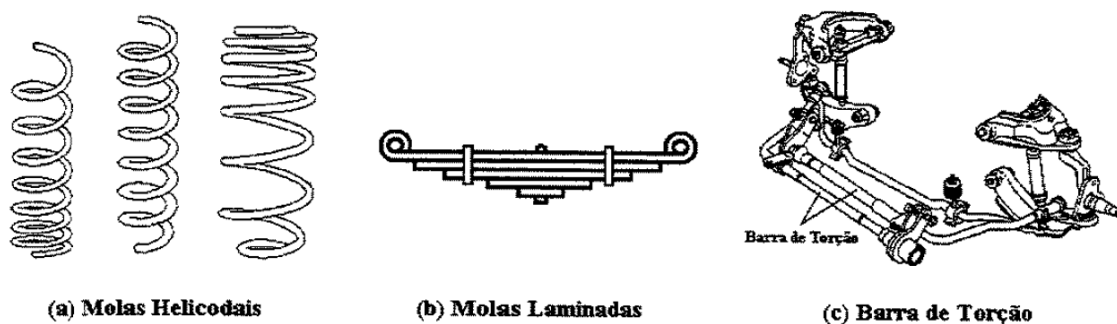
De acordo com Pereira (2011), é possível encontrar três concepções principais de molas para veículos, que consistem em molas helicoidais, molas laminadas e molas de torção, conforme ilustrado na Figura 3. As molas helicoidais são as mais utilizadas nos veículos por ser de fácil montagem e pela forma dimensional que ocupa pouco espaço na carroceria. (PEREIRA, 2011 apud MAIA, 2002). Segundo Andrade (2001), na mola helicoidal não ocorre atrito interno e, devido a isso, esta mola proporciona um percurso mais suave.

Nas molas laminadas, em contrapartida, há a presença de atrito interno pelo fato deste tipo de mola ser construída por certo número de feixes de lâminas de aço superpostas de comprimento decrescente e mantidas unidas através de um parafuso central. As molas laminadas têm a vantagem de serem de mais simples fabricação em relação às molas

helicoidais. Além disso, outra vantagem da mola laminada é a obtenção facilitada da ligação entre o eixo e o chassi longitudinalmente e transversalmente. (PEREIRA, 2011 apud ALMEIDA, 2002). No entanto, sua desvantagem é que devido à sua alta histerese, quando submetida a pequenas vibrações, o tipo construtivo da mola laminada gera alta transmissibilidade aos condutores dos veículos e seus passageiros, comprometendo o conforto de condução. (MONDADORI, 2017).

A barra de torção pode ter um formato reto ou ser em forma de L. Uma das suas extremidades é montada firmemente no chassi, enquanto a outra extremidade é fixada na suspensão. Durante o movimento do veículo, a barra de torção irá se torcer, exercendo dessa maneira a ação da mola. (ANDRADE, 2001).

Figura 3 – Tipos de molas de sistemas de suspensão passiva.



Fonte: Andrade (2001, p. 25).

3.1.2 Amortecedores

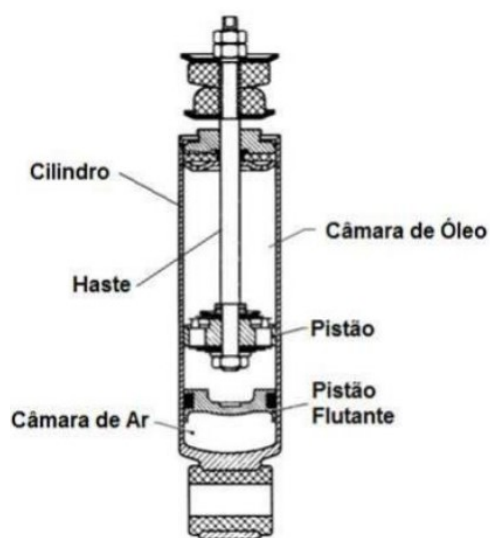
Segundo Pereira (2011 apud MAIA, 2002), o amortecedor é o componente responsável pela dissipação da energia oriunda das irregularidades da estrada e absorvida pelas molas. Ele é montado associado às molas e tem a função de, através das rodas do veículo, absorver as vibrações do sistema.

No momento em que as rodas do veículo passam sobre um obstáculo, as mesmas podem oscilar para cima ou para baixo devido à ligação elástica que mantém com o chassi ou com a carroceria. Essa oscilação situa-se entre dois valores máximos fixados pelo projeto e delimitados pelos designados limitadores de curso. As molas continuam oscilando por certo tempo, mesmo após o término da passagem do veículo pelo obstáculo. Sem a presença de um elemento dissipativo na suspensão a absorção dessas oscilações ficaria confinada aos atritos da suspensão e à geração de calor na mola. Dessa forma, sem a presença de amortecedores

adequados, a roda perderia o contato com o terreno, contra o qual se chocaria com violência. (ANDRADE, 2001).

Os amortecedores utilizados nos veículos são mecanismos hidráulicos sensíveis a variações de velocidade, ou seja, quanto mais rápido a suspensão se mover, maior será a resistência oferecida pelo amortecedor, conforme ilustrado na Figura 4. O princípio de funcionamento do amortecedor se dá através da dissipação de energia. Para que ocorra essa dissipação é necessário que o pistão se mova no interior de um cilindro fechado agindo sobre um fluido. À medida que o veículo trafega pelas irregularidades da estrada, o fluido é forçado a passar por pequenos orifícios dentro do pistão para ir de uma câmara à outra. Essa passagem é controlada fazendo com que apenas pequena quantidade de fluido consiga fluir pelo pistão, desacelerando o mesmo, que por sua vez, desacelera a mola e a suspensão. (ANDRADE, 2001; PEREIRA, 2011).

Figura 4 – Amortecedor hidráulico.



Fonte: Mondadori (2017, p. 13).

3.2 SUSPENSÃO ATIVA

Os projetos de suspensão ativa têm sido amplamente analisados desde os anos de 1970 como alternativa para solucionar o conflito inerente entre os requisitos de desempenho de conforto de condução e segurança veicular. Segundo Dutra (2016 apud ANDRADE, 2001), a suspensão ativa possibilita modificar as características dinâmicas do sistema em tempo real através de forças de controle geradas pelos atuadores, e ao contrário da suspensão passiva que

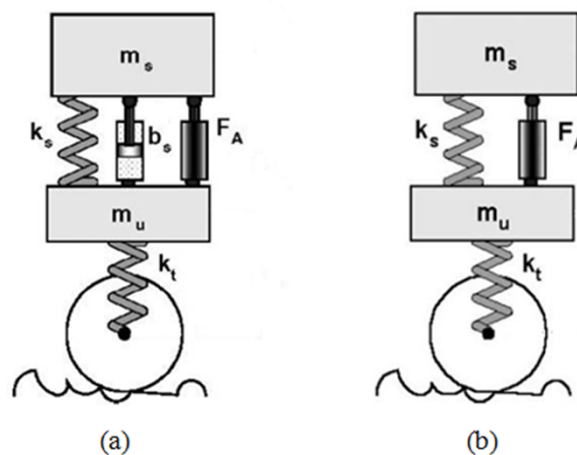
só pode armazenar ou dissipar energia, é possível modular o fluxo e prover de energia o sistema.

Este sistema é caracterizado por um atuador embutido que pode fornecer força ativa através de algoritmos de controle usando dados de sensores ligados ao veículo. O atuador é posicionado entre o corpo do veículo e o eixo, sendo responsável por exercer os movimentos verticais, elevando ou abaixando a carroceria do veículo. Sendo assim, ele é o elemento fundamental no sistema de suspensão ativa. (DUTRA, 2016).

De acordo com Dutra (2016 apud XUE et al., 2011), a suspensão ativa pode ser classificada, em relação ao tipo de componente de atuação, em: suspensão eletro-hidráulica, pneumática ou eletromagnética. A suspensão eletro-hidráulica ou pneumática é composta por um atuador eletro-hidráulico ou pneumático em paralelo com uma mola e um amortecedor, conforme mostrado na Figura 5(a). A suspensão eletromagnética consiste de um atuador eletromagnético e uma mola, ambos trabalhando mecanicamente em paralelo, conforme mostrado na Figura 5(b).

A descrição e o princípio de funcionamento dos atuadores eletro-hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos podem ser consultados em Dutra (2016).

Figura 5 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa: (a) eletro-hidráulica ou pneumática e (b) eletromagnética.



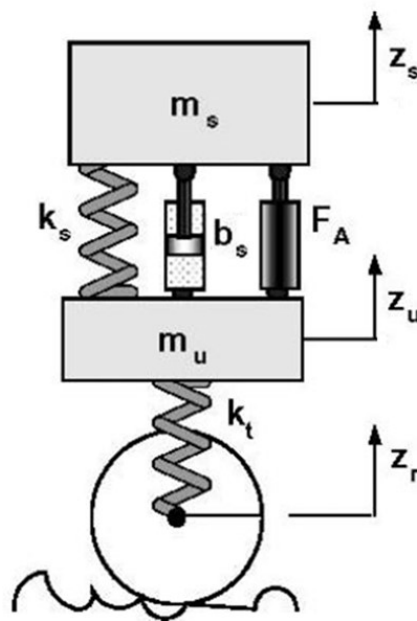
Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

3.2.1 Modelagem matemática do sistema de suspensão ativa

A dinâmica da suspensão baseia-se no modelo de um quarto de carro, representado por um sistema linear de dois graus de liberdade, conforme ilustrado na Figura 6. Neste

modelo, a mola e o amortecedor são funções lineares do deslocamento e da velocidade, respectivamente. A área de contato entre o pneu e a pista é considerada como sendo pontual, produzindo forças somente na direção vertical proporcional à deformação do pneu, cuja modelagem se dá através de uma mola mecânica. (DUTRA, 2016 apud PICADO, 1998; SANTOS, 1998).

Figura 6 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa.



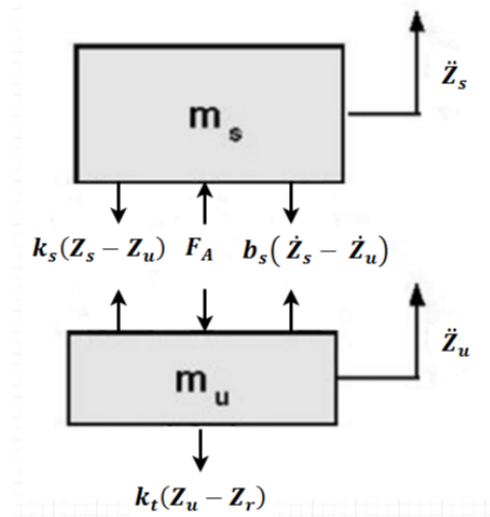
Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

Para o modelo de um quarto de carro apresentado na Figura 6, têm-se os seguintes parâmetros:

m_s	Massa suspensa
m_u	Massa não suspensa
k_s	Coefficiente de rigidez da mola da suspensão
b_s	Coefficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão
k_t	Coefficiente de rigidez do pneu
F_A	Força aplicada pelo atuador no sistema de suspensão
Z_s	Deslocamento vertical da massa suspensa
Z_u	Deslocamento vertical da massa não suspensa
Z_r	Irregularidade da pista

O diagrama de corpo livre é formulado, conforme ilustra a Figura 7, considerando como ponto de referência de coordenadas a posição da massa suspensa e da massa não suspensa.

Figura 7 – Diagrama de corpo livre para o modelo de um quarto de carro.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

O modelo dinâmico do sistema de suspensão ativa é obtido por meio da aplicação da segunda lei de Newton a cada uma das massas. De acordo com a segunda lei de Newton, o somatório das forças atuando em um determinado corpo é igual à massa do corpo multiplicada pela aceleração do corpo:

$$\sum F = ma \quad (1)$$

Sendo assim, o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa, mostrado na Figura 7, pode ser descrito a partir das equações diferenciais do movimento dadas pelas Equações (2) e (3), referentes ao somatório de forças da massa suspensa e da massa não suspensa, respectivamente.

$$m_s \ddot{z}_s + b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) = F_A \quad (2)$$

$$m_u \ddot{z}_u - b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s(z_s - z_u) + k_t(z_u - z_r) = -F_A \quad (3)$$

Para o projeto de controle, as Equações (2) e (3), são representadas na forma de espaço de estado, sendo as equações diferenciais escritas como um sistema de equações diferenciais de primeira ordem. Para isso, se definem as seguintes variáveis de estado (DUTRA, 2016 apud ZAGO, 2010):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= Z_s && \text{Deslocamento vertical da massa suspensa} \\
 x_2 &= \dot{Z}_s && \text{Velocidade vertical da massa suspensa} \\
 x_3 &= Z_u && \text{Deslocamento vertical da massa não suspensa} \\
 x_4 &= \dot{Z}_u && \text{Velocidade vertical da massa não suspensa}
 \end{aligned}$$

As derivadas das variáveis de estado se relacionam com as variáveis originais de velocidade e aceleração, conforme:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= Z_s & \dot{x}_1 &= \dot{Z}_s = x_2 \\
 x_2 &= \dot{Z}_s & \dot{x}_2 &= \ddot{Z}_s \\
 x_3 &= Z_u & \dot{x}_3 &= \dot{Z}_u = x_4 \\
 x_4 &= \dot{Z}_u & \dot{x}_4 &= \ddot{Z}_u
 \end{aligned} \tag{4}$$

Substituindo as variáveis de estado nas Equações (2) e (3), obtém-se o seguinte sistema de equações de estado:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -\frac{k_s}{m_s} x_1 - \frac{b_s}{m_s} x_2 + \frac{k_s}{m_s} x_3 + \frac{b_s}{m_s} x_4 + \frac{1}{m_s} F_A \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= \frac{k_s}{m_u} x_1 + \frac{b_s}{m_u} x_2 - \frac{(k_s + k_t)}{m_u} x_3 - \frac{b_s}{m_u} x_4 - \frac{1}{m_u} F_A + \frac{k_t}{m_u} Z_r
 \end{aligned} \tag{5}$$

A equação de estado em forma matricial é dada por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_A F_A(t) + B_r Z_r(t) \quad (6)$$

onde:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_s/m_s & -b_s/m_s & k_s/m_s & b_s/m_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_s/m_u & b_s/m_u & -(k_s + k_t)/m_u & -b_s/m_u \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B_A = [0 \quad 1/m_s \quad 0 \quad -1/m_u]^T \quad (9)$$

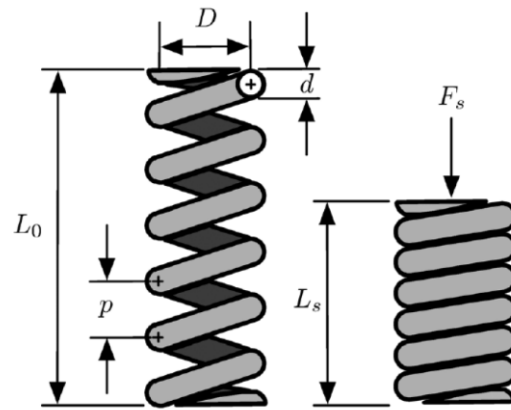
$$B_r = [0 \quad 0 \quad 0 \quad k_t/m_u]^T \quad (10)$$

Como mencionado anteriormente, os parâmetros k_s e b_s têm sido tratados como variáveis de projeto independentes em muitos trabalhos de projeto integrado de sistemas de suspensão, no entanto, sabe-se que, de fato, eles dependem do projeto geométrico e restrições. Nesta proposta de trabalho de mestrado, com base nos estudos apresentados em Allison, Guo e Han (2014), k_s e b_s são tratados como variáveis dependentes, os relacionando através de restrições geométricas. É utilizado um modelo de planta que calcula o coeficiente de rigidez e o coeficiente de amortecimento em função das variáveis geométricas independentes do projeto da mola e do amortecedor.

3.2.1.1 Projeto da mola

A Figura 8 apresenta uma mola de compressão helicoidal com extremidades quadradas e uma das extremidades fixadas na terra. No sistema de suspensão, a mola envolve o amortecedor, formando um conjunto coaxial.

Figura 8 – Mola de compressão helicoidal.



Fonte: Allison, Guo e Han (2014, p. 6).

O comprimento livre da mola é dado por $L_o = pN_a + 2d$ e o comprimento sólido é dado por $L_s = d(N_a + Q - 1)$, onde $Q = 1,75$ para mola com extremidade quadrada e fixada na terra. O coeficiente de rigidez da mola da suspensão é dado por (ALLISON; GUO; HAN, 2014):

$$k_s = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right)} \quad (11)$$

onde $G = 77,2$ GPa é o módulo de cisalhamento para ASTM A401 e $C = D/d$ é o índice da mola, que é uma medida de curvatura da espira. De acordo com Shigley, Mischke e Budynas (2003), para a maioria das molas helicoidais C situa-se na faixa de 4 a 12. Esses requisitos fornecem as duas primeiras restrições de projeto da planta (\mathbf{x}_p):

$$f_1(\mathbf{x}_p) = 4 - C \leq 0 \quad (12)$$

$$f_2(\mathbf{x}_p) = C - 12 \leq 0 \quad (13)$$

Como forma de evitar o encurvamento:

$$f_3(\mathbf{x}_p) = L_o - 5,26D \leq 0 \quad (14)$$

A mola não comprimida deve caber dentro do comprimento especificado ($L_{o_{max}} = 0,40$ m) para o veículo:

$$f_4(\mathbf{x}_p) = L_o - L_{o_{max}} \leq 0 \quad (15)$$

O diâmetro externo da mola não deve exceder $D_{o_{max}} = 0,250$ m para evitar interferências com os componentes do veículo:

$$f_5(\mathbf{x}_p) = d + D - D_{o_{max}} \leq 0 \quad (16)$$

O diâmetro interno da mola deve ser grande o suficiente para caber em torno do amortecedor com pelos menos $\delta_{dc} = 0,0090$ m de folga:

$$f_6(\mathbf{x}_p) = d - D + D_p + 2(\delta_{dc} + t_d) \leq 0 \quad (17)$$

onde D_p é o diâmetro do pistão de trabalho do amortecedor e $t_d = 0,0020$ m é a espessura da parede do amortecedor. (ALLISON; GUO; HAN, 2014).

3.2.1.2 Projeto do amortecedor

No projeto se considera um amortecedor telescópico de tubo único, conforme foi mostrado na Figura 4, onde se assume amortecimento linear, no qual a força de amortecimento é proporcional à velocidade do pistão do amortecedor. O coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão é dado por (ALLISON; GUO; HAN, 2014):

$$b_s = \frac{D_p^4}{8C_d C_2 D_o^2} \sqrt{\frac{\pi k_v \rho_1}{2}} \quad (18)$$

onde C_d é o coeficiente de descarga, que é aproximadamente 0,70 para válvulas de carretel, C_2 é o coeficiente da válvula do amortecedor, considera-se neste estudo $C_2 = 0,00130$, $k_v = 7500$ N/m é a constante da mola da válvula do carretel, $\rho_1 = 850$ kg/m³ é a densidade do fluido do amortecedor.

O curso do amortecedor, que consiste no deslocamento axial disponível do pistão de trabalho, D_s é designado como variável de projeto independente. O curso da suspensão de veículos de grande porte é de 175 a 200 mm e veículos de pequeno porte de 125 a 150 mm.

Para garantir uma amplitude de movimento do amortecedor adequada, tem-se como restrição:

$$f_7(\mathbf{x}_p) = L_o - L_s - D_s \leq 0 \quad (19)$$

O amortecedor deve encaixar dentro do comprimento especificado ($L_{o_{max}} = 0,40$ m):

$$f_8(\mathbf{x}_p) = 2D_s + l_{d1} + l_{d2} - L_{o_{max}} \leq 0 \quad (20)$$

onde $l_{d1} = 0,020$ m e $l_{d2} = 0,040$ m quantificam o espaço necessário para os componentes do amortecedor acima e abaixo da faixa do pistão de trabalho, respectivamente. (ALLISON; GUO; HAN, 2014).

4 CONTROLE H_∞

O controle H_∞ é empregado quando se deseja que um sistema mantenha um determinado desempenho em condições adversas. Em termos gerais, almeja-se, através de um método de otimização no domínio da frequência, reduzir os efeitos de perturbações externas e ruídos de sensores no processo tendo em vista o pior caso, ou seja, o valor de pico da função de resposta em frequência. (SARRACINI JÚNIOR, 2006; DUTRA, 2016).

O termo H_∞ faz referência ao espaço de Hardy, em que as funções de transferência devem ser assintoticamente estáveis⁴ e próprias⁵, e o termo ∞ denota a norma H_∞ . (SARRACINI JÚNIOR, 2006; DUTRA, 2016).

4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS

Seja um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO)⁶ escrito como:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \quad (22)$$

Os valores singulares, σ_i , são as raízes quadradas positivas dos autovalores do produto $\mathbf{G}^*(j\omega)\mathbf{G}(j\omega)$, onde $\mathbf{G}^*(j\omega)$ é o complexo-conjugado transposto da matriz $\mathbf{G}(j\omega)$, isto é (SARRACINI JÚNIOR, 2006 apud SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1996; DUTRA, 2016):

$$\sigma_i(\mathbf{G}(s)) = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{G}^*(j\omega)\mathbf{G}(j\omega))} \quad (23)$$

⁴ Função de transferência com polos no semiplano esquerdo do eixo imaginário.

⁵ Função de transferência com grau do polinômio do numerador menor ou igual ao grau do polinômio do denominador.

⁶ Multiple Input Multiple Output (MIMO).

Definindo, respectivamente, o menor e o maior valor singular como:

$$\begin{aligned}\underline{\sigma} &= \min\{\sigma_i\} \\ \bar{\sigma} &= \max\{\sigma_i\}\end{aligned}\quad (24)$$

tem-se que:

$$\underline{\sigma} \leq \|G(s)\| \leq \bar{\sigma} \quad (25)$$

ou seja, os ganhos de um sistema multivariável são limitados pelo maior e menor valor singular do sistema, e estes valores podem ser utilizados para análise do sistema. (DUTRA, 2016 apud MACIEJOWSKY, 1989).

A norma H_∞ da matriz de transferência $G(s)$, denotada $\|G(s)\|_\infty$, é calculada como sendo o maior valor singular de $G(j\omega)$ para todos os valores de frequência ω :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(G(j\omega)), \quad 0 < \omega < \infty \quad (26)$$

onde $\bar{\sigma}(\cdot)$ denota o maior valor singular do argumento. (DUTRA, 2016).

No caso em que se tem apenas uma única entrada e uma única saída (SISO)⁷, a norma H_∞ é o valor de pico no diagrama de Bode da amplitude (DUTRA, 2016 apud OGATA, 2000):

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_\omega |G(j\omega)|, \quad 0 < \omega < \infty \quad (27)$$

De forma a compreender o significado de $\|G(s)\|_\infty$ em um sistema monovariável, suponha o sinal de entrada $u(t)$ e defina:

$$\|u(t)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^T(t)u(t)dt \quad (28)$$

se o sinal de entrada é limitado em energia, $\|u\|_2 < \infty$, o sinal de saída $y(s) = G(s)u(s)$, e $G(s)$ uma função de transferência assintoticamente estável, própria e não tem polo no eixo

⁷ Single Input Single Output (SISO).

imaginário, então:

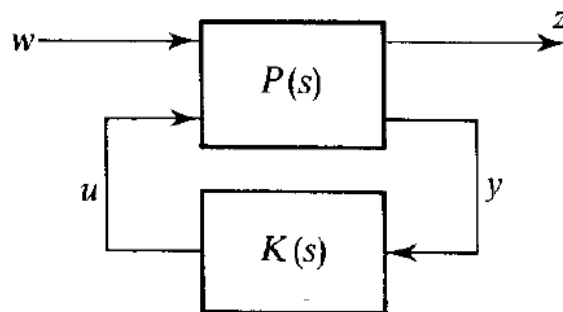
$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{u(t)} \frac{\|y(t)\|_2}{\|u(t)\|_2} \quad (29)$$

ou seja, $\|G(s)\|_{\infty}$ representa o maior aumento de energia que pode ocorrer entre a entrada e a saída para um dado sistema. (DUTRA, 2016).

4.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA H_{∞}

O diagrama de blocos geral para o sistema de controle H_{∞} é mostrado na Figura 9. Neste modelo \mathbf{w} é o vetor de entradas exógenas (sinais de perturbação e ruídos de medição), \mathbf{u} é o vetor de controle, \mathbf{z} consiste do sinal utilizado para avaliar o desempenho do sistema face às entradas \mathbf{w} e \mathbf{y} é o sinal medido e usado para realimentar o sistema. (DUTRA, 2016 apud BOYD; BARRATT, 1991).

Figura 9 – Diagrama de blocos para o controle H_{∞} .



Fonte: Maciejowsky (1989, p. 267).

A planta $\mathbf{P}(s)$ do sistema mostrado na Figura 9 possui a seguinte realização em espaço de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \quad (30)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u} \quad (31)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u} \quad (32)$$

Este sistema pode ser representado de forma compacta por:

$$P \triangleq \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Com isso, a matriz de transferência do sistema pode ser representada da seguinte maneira (SARRACINI JÚNIOR, 2006):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (34)$$

onde P_{zw} é a função de transferência entre a entrada \mathbf{w} e a saída \mathbf{z} , P_{zu} é a função de transferência entre a entrada \mathbf{u} e a saída \mathbf{z} , P_{yw} é a função de transferência entre a entrada \mathbf{w} e a saída \mathbf{y} e P_{yu} é a função de transferência entre a entrada \mathbf{u} e a saída \mathbf{y} .

Portanto, tem-se que:

$$\mathbf{z} = P_{zw} \mathbf{w} + P_{zu} \mathbf{u} \quad (35)$$

$$\mathbf{y} = P_{yw} \mathbf{w} + P_{yu} \mathbf{u} \quad (36)$$

A lei de controle é dada por:

$$\mathbf{u} = K(s) \mathbf{y} \quad (37)$$

Substituindo a Equação (37) na Equação (36), obtém-se \mathbf{y} em função de \mathbf{w} :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= P_{yw} \mathbf{w} + P_{yu} K \mathbf{y} \\ (I - P_{yu} K) \mathbf{y} &= P_{yw} \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= (I - P_{yu} K)^{-1} P_{yw} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (38)$$

Da mesma maneira, substituindo Equação (37) na Equação (35), obtém-se \mathbf{z} em função de \mathbf{w} e \mathbf{y} :

$$\mathbf{z} = P_{zw} \mathbf{w} + P_{zu} K \mathbf{y} \quad (39)$$

A relação entre \mathbf{w} e \mathbf{z} no sistema de malha fechada pode ser obtida substituindo a Equação (38) na Equação (39):

$$\mathbf{z} = [\mathbf{P}_{zw} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{yw}] \mathbf{w} \quad (40)$$

A Equação (40) é chamada de transformação linear inferior e é tradicionalmente representada da seguinte forma (SARRACINI JÚNIOR, 2006):

$$\mathbf{T}_{zw} = \mathbf{P}_{zw} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{yw} \quad (41)$$

onde \mathbf{T}_{zw} é a matriz de transferência entre a entrada de perturbação \mathbf{w} e a saída de desempenho \mathbf{z} .

No projeto H_∞ deseja-se encontrar um controlador real e racional próprio $\mathbf{K}(s)$ que estabilize a planta generalizada $\mathbf{P}(s)$ de modo a minimizar J , dado por (PEREIRA, 2008):

$$J = \|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty = \max_\omega \bar{\sigma}(\mathbf{T}_{zw}(j\omega)) \quad (42)$$

Desse modo, o controlador ótimo H_∞ minimiza o valor de pico da matriz de transferência \mathbf{T}_{zw} entre a entrada de perturbação \mathbf{w} e a saída de desempenho \mathbf{z} , considerando a resposta em frequência respectiva. No entanto, encontrar o controlador ótimo H_∞ pode ser muito complicado. Dessa forma, é comum satisfazer os requisitos para o controlador utilizando uma solução sub-ótima (PEREIRA, 2008; PAIVA, 2009), expresso como:

$$\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty < \gamma, \text{ com } \gamma > 0 \quad (43)$$

onde se procura o menor γ possível de forma que a estabilidade seja mantida.

4.3 PROBLEMA H_∞ SOB ENFOQUE LMI

A solução do problema H_∞ no espaço de estados é abordada por dois métodos: Equações Algébricas de Riccati (ARE)⁸ ou Desigualdades Matriciais Lineares (LMI). O primeiro método, de formulação analítica, parte das equações de espaço de estados propostas

⁸ Algebraic Riccati Equations (ARE).

por Doyle et al., (1989) e baseia-se nas Equações de Riccati. Esta forma de solução não é o objetivo de investigação deste trabalho, e conforme Mazoni (2008), informações desse método podem ser encontradas em (GAWRONSKI, 1998; SÁNCHEZ-PENÃ; SZNAIER, 1998).

Uma das técnicas mais recentes para a solução do problema H_∞ representado pela Equação (43) é o emprego das formulações baseadas em desigualdades matriciais lineares, no qual a síntese do controlador pode ser simplificada devido às propriedades de linearidade e convexidade desta abordagem matemática quando aplicada na teoria de controle. (MEDEIROS, 2013 apud BOYD et al., 1994).

4.3.1 Desigualdades matriciais lineares

Uma desigualdade matricial linear tem a forma (BOYD et al., 1994):

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{F}_i > 0, \quad (44)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^m$ é a variável e as matrizes simétricas $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ são dadas. O símbolo de desigualdade na Equação (44) significa que $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ é positivo-definida, isto é, $\mathbf{u}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) \mathbf{u} > 0$ para todo $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^n$ diferente de zero. Dado que todos os autovalores de uma matriz simétrica real são reais, Equação (44) é equivalente a dizer que todos os autovalores $\lambda(\mathbf{F}(\mathbf{x}))$ são negativos. De forma equivalente, o máximo autovalor $\lambda_{max}(\mathbf{F}(\mathbf{x})) < 0$.

A LMI dada na Equação (44) é uma restrição convexa em \mathbf{x} , ou seja, o conjunto $\{\mathbf{x} | \mathbf{F}(\mathbf{x}) > 0\}$ é um conjunto convexo, sendo este resultado importante no contexto dos problemas de otimização. (SARRACINI JÚNIOR, 2006; SANTOS, 2010).

Embora a LMI pareça possuir uma forma padrão, ela pode representar uma ampla variedade de problemas de restrições convexas em \mathbf{x} . (SARRACINI JÚNIOR, 2006). Um típico problema de otimização com restrições na forma de LMI é escrito, de forma genérica, como (PAIVA, 2009):

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && v \\ & \text{s. a} && \mathbf{A}(\mathbf{x}) < 0 \end{aligned} \quad (45)$$

para o qual v representa o objetivo linear, $A(x)$ representa a matriz dependente das variáveis de otimização x e $A(x) < 0$ significa que a matriz $A(x)$ é negativo-definida.

O problema quando expresso nesta forma permite que os problemas de projeto de controladores sejam numericamente resolvidos como problemas de otimização convexa, onde diversas restrições podem ser adicionadas. (PAIVA, 2009).

4.4 MALHA FECHADA PARA A SÍNTESE DO CONTROLADOR H_∞

O modelo de estados do controlador dinâmico $K(s)$ do sistema mostrado na Figura 9 é definido como:

$$\dot{x}_K = A_K x_K + B_K y \quad (46)$$

$$u = C_K x_K + D_K y \quad (47)$$

onde y é o vetor de entrada do controlador, u é o vetor de saída do controlador e x_K é o vetor de estados do controlador.

Com o modelo de estados da planta e o modelo de estados do controlador definidos, a obtenção do sistema em malha fechada é realizada através de algumas manipulações algébricas. Substituindo a Equação (32) na Equação (47), obtém-se:

$$\begin{aligned} u &= C_K x_K + D_K (C_2 x + D_{21} w + D_{22} u) \\ (I - D_K D_{22}) u &= C_K x_K + D_K C_2 x + D_K D_{21} w \\ u &= N C_K x_K + N D_K C_2 x + N D_K D_{21} w \end{aligned} \quad (48)$$

com $N = (I - D_K D_{22})^{-1}$.

Considera-se x e x_K como estados do sistema de malha fechada, o vetor w como entrada exógena e o vetor z como saída de desempenho e se escrevem as equações de \dot{x} , \dot{x}_K e z em função da entrada w e dos estados x e x_K . (PEREIRA, 2008).

Substituindo a Equação (48) na Equação (30), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 (N C_K x_K + N D_K C_2 x + N D_K D_{21} w) \\ \dot{x}_K &= (A + B_2 N D_K C_2) x + B_2 N C_K x_K + (B_1 + B_2 N D_K D_{21}) w \end{aligned} \quad (49)$$

Substituindo a Equação (48) na Equação (31), obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{C}_1 \mathbf{x} + \mathbf{D}_{11} \mathbf{w} + \mathbf{D}_{12} (\mathbf{N} \mathbf{C}_K \mathbf{x}_K + \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2 \mathbf{x} + \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21} \mathbf{w}) \\ \mathbf{z} &= (\mathbf{C}_1 + \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2) \mathbf{x} + \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{C}_K \mathbf{x}_K + (\mathbf{D}_{11} + \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21}) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (50)$$

Substituindo as Equações (32) e (48) na Equação (46), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_K &= \mathbf{A}_K \mathbf{x}_K + \mathbf{B}_K (\mathbf{C}_2 \mathbf{x} + \mathbf{D}_{21} \mathbf{w} + \mathbf{D}_{22} \mathbf{u}) \\ \dot{\mathbf{x}}_K &= \mathbf{A}_K \mathbf{x}_K + \mathbf{B}_K \mathbf{C}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{21} \mathbf{w} + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} (\mathbf{N} \mathbf{C}_K \mathbf{x}_K + \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2 \mathbf{x} + \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21} \mathbf{w}) \\ \dot{\mathbf{x}}_K &= (\mathbf{B}_K \mathbf{C}_2 + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2) \mathbf{x} + (\mathbf{A}_K + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{C}_K) \mathbf{x}_K + \\ &\quad + (\mathbf{B}_K \mathbf{D}_{21} + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21}) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (51)$$

Logo, o sistema de malha fechada pode ser obtido agrupando-se matricialmente as Equações (49), (50) e (51), que de forma compacta é dado por (PAIVA, 2009):

$$\dot{\mathbf{x}}_{cl} = \mathbf{A}_{cl} \mathbf{x}_{cl} + \mathbf{B}_{cl} \mathbf{w} \quad (52)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_{cl} \mathbf{x}_{cl} + \mathbf{D}_{cl} \mathbf{w} \quad (53)$$

onde:

$$\mathbf{x}_{cl} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_K \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$\mathbf{A}_{cl} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2 & \mathbf{B}_2 \mathbf{N} \mathbf{C}_K \\ \mathbf{B}_K \mathbf{C}_2 + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_K + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{C}_K \end{bmatrix}, \quad (55)$$

$$\mathbf{B}_{cl} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21} \\ \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{21} + \mathbf{B}_K \mathbf{D}_{22} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21} \end{bmatrix}, \quad (56)$$

$$\mathbf{C}_{cl} = [\mathbf{C}_1 + \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{C}_2 \quad \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{C}_K], \quad (57)$$

$$\mathbf{D}_{cl} = \mathbf{D}_{11} + \mathbf{D}_{12} \mathbf{N} \mathbf{D}_K \mathbf{D}_{21}. \quad (58)$$

Caso particular de $D_{22} = 0$

Neste caso, $N = I$ e as matrizes de malha fechada tornam-se (PAIVA, 2009):

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_K C_2 & B_2 C_K \\ B_K C_2 & A_K \end{bmatrix}, \quad B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_K D_{21} \\ B_K D_{21} \end{bmatrix}, \quad (59)$$

$$C_{cl} = [C_1 + D_{12} D_K C_2 \quad D_{12} C_K], \quad D_{cl} = D_{11} + D_{12} D_K D_{21} \quad (60)$$

De acordo com Santos (2010 apud SÁNCHEZ-PENÁ; SZNAIR, 1995), a matriz de transferência do sistema de malha fechada entre w e z pode ser descrita por:

$$T(s) = C_{cl}(sI - A_{cl})^{-1}B_{cl} + D_{cl} \quad (61)$$

4.5 NORMA H_∞ COMO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO COM RESTRIÇÃO LMI

Como critério de desempenho do sistema em malha fechada, se deseja limitar em certo valor γ a norma H_∞ da matriz de transferência expressa na Equação (61) entre a entrada de perturbação w e a saída de desempenho z , isto é (PAIVA, 2009):

$$\|T(s)\|_\infty < \gamma. \quad (62)$$

Lema 1: Lema Real Limitado. Seja um sistema estável descrito como na Equação (61). Este possui uma norma H_∞ limitada por $\gamma > 0$ se e somente se existir uma matriz simétrica positivo-definida P tal que (MAZONI, 2008):

$$\begin{bmatrix} A'_{cl}P + PA_{cl} & PB_{cl} & C'_{cl} \\ B'_{cl}P & -\gamma^2 I & D'_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (63)$$

Dessa forma, o Lema Real Limitado (*Bounded Real Lemma*) é uma ferramenta teórica que ajuda a transformar o problema do projeto de controladores sub-ótimos H_∞ em um problema de otimização convexa com restrições matriciais lineares. (MAZONI, 2008).

Para transformar a restrição dada pela Equação (63) em uma Desigualdade Matricial Linear, aplica-se a Transformação de Congruência (PAIVA, 2009):

$$\begin{bmatrix} \gamma^{-\frac{1}{2}}I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma^{-\frac{1}{2}}I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma^{\frac{1}{2}}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{cl}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{P}\mathbf{B}_{cl} & \mathbf{C}'_{cl} \\ \mathbf{B}'_{cl}\mathbf{P} & -\gamma^2I & \mathbf{D}'_{cl} \\ \mathbf{C}_{cl} & \mathbf{D}_{cl} & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma^{-\frac{1}{2}}I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma^{-\frac{1}{2}}I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma^{\frac{1}{2}}I \end{bmatrix} < 0, \quad (64)$$

cujo resultado é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{cl}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{X}\mathbf{B}_{cl} & \mathbf{C}'_{cl} \\ \mathbf{B}'_{cl}\mathbf{X} & -\gamma I & \mathbf{D}'_{cl} \\ \mathbf{C}_{cl} & \mathbf{D}_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (65)$$

com $\mathbf{X} = \gamma^{-1}\mathbf{P} > 0$.

O problema de cálculo da norma H_∞ é colocado como um problema de otimização da seguinte maneira (PAIVA, 2009):

$$\begin{aligned} \min & \quad \gamma \\ \text{s. a} & \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{cl}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{X}\mathbf{B}_{cl} & \mathbf{C}'_{cl} \\ \mathbf{B}'_{cl}\mathbf{X} & -\gamma I & \mathbf{D}'_{cl} \\ \mathbf{C}_{cl} & \mathbf{D}_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (66) \\ & \quad \mathbf{X} > 0. \quad (67) \end{aligned}$$

As Inequações (66) e (67) têm como incógnitas γ , \mathbf{X} e as matrizes do modelo de estados do controlador ($\mathbf{A}_K, \mathbf{B}_K, \mathbf{C}_K, \mathbf{D}_K$), conforme Equações (46) e (47), que se encontram dentro das matrizes do modelo de estados da malha fechada ($\mathbf{A}_{cl}, \mathbf{B}_{cl}, \mathbf{C}_{cl}, \mathbf{D}_{cl}$), conforme Equações (59) e (60).

É possível verificar que a expressão dada pela Equação (66) é uma desigualdade não linear e apresenta as seguintes variáveis $\gamma, \mathbf{X}, \mathbf{A}_K, \mathbf{B}_K, \mathbf{C}_K, \mathbf{D}_K$. Dessa forma, é necessário transformar a Equação (66) em uma desigualdade matricial linear, e para isso pretende-se utilizar o Lema da Projeção. Com a aplicação do Lema da Projeção, as incógnitas $\mathbf{A}_K, \mathbf{B}_K, \mathbf{C}_K, \mathbf{D}_K$, referentes às matrizes do controlador dinâmico são eliminadas do problema. Com isso, é possível resolver o problema de otimização dos parâmetros da planta e a síntese do controlador H_∞ pode ser realizada após a obtenção das variáveis relacionadas ao projeto da planta. Esta etapa ainda está sendo estudada, e será apresentada na versão final da dissertação de mestrado.

5 RESULTADOS PRELIMINARES DO PROJETO

Em uma primeira tentativa, optou-se por utilizar a estratégia de otimização aninhada para realizar o projeto integrado dos parâmetros da planta e do controlador do sistema de suspensão veicular. Essa abordagem foi escolhida, a princípio, pela vantagem de empregar os métodos de projeto de controle existentes para resolver o problema do laço interno, sem a complexidade de gerenciar variáveis de projeto da planta.

5.1 PROJETO INTEGRADO ANINHADO

Nesta metodologia, como apresentado nas seções anteriores, um laço de otimização externo executa o projeto da planta e um laço de otimização interno identifica o controle ótimo para cada projeto de planta testado pelo laço externo. O estudo e resultados apresentados nesta seção foram publicados por Dutra e Brito (2018) no XXII Congresso Brasileiro de Automática.

Em Dutra e Brito (2018), as variáveis de otimização para a planta, que compõe o vetor do projeto da planta \mathbf{x}_p , foram selecionados como sendo o coeficiente de rigidez do pneu k_t , o diâmetro da hélice D , o diâmetro do fio d , o número de bobinas ativas N_a , o diâmetro do pistão de trabalho D_p , e para o controlador, o ganho de realimentação $\mathbf{K}(s)$. Limites inferiores e superiores foram impostos às variáveis de projeto da planta para evitar que elas se desviassem dos seus valores típicos, e a estabilidade em malha fechada foi imposta como restrição nos projetos da planta e do controlador. (DUTRA; BRITO, 2018 apud FATHY et al., 2003).

Nestas condições, o problema do laço interno foi definido como:

$$\min_{\mathbf{x}_p} \phi(\mathbf{x}_p) \quad (68)$$

sujeito à restrições de desigualdade, que dependem somente do projeto da planta. Para cada avaliação da função de valor ótimo $\phi(\cdot)$, o seguinte problema do laço interno foi resolvido:

$$\min_{x_c} \Phi(x_p^\dagger, x_c) \quad (69)$$

sujeito à restrições de igualdade e desigualdade, que dependem somente do projeto da planta candidato e do projeto de controle. Na Equação (69), x_p^\dagger é um projeto de planta candidato e $\Phi(\cdot)$ é a função objetivo.

Os objetivos do projeto da suspensão são isolar a massa suspensa das irregularidades da estrada a fim de maximizar o conforto de condução, e produzir o contato contínuo entre o pneu e a pista para garantir boa aderência à estrada. Dado que a entrada exógena w é a perturbação Z_r proveniente das irregularidades da estrada, a saída controlada z é determinada como sendo a combinação ponderada do deslocamento vertical da massa suspensa Z_s e da diferença entre o deslocamento da massa não suspensa e da irregularidade da pista ($Z_u - Z_r$).

O procedimento do projeto integrado aninhado foi o seguinte: no estágio inicial, a arquitetura ótima da planta x_p é encontrada, empregando o Método *Nelder-Mead Simplex* (LAGARIAS et al., 1998) para solução da Equação (68). No segundo estágio, com o projeto da planta candidato x_p^\dagger , encontrou-se a arquitetura de controle ótimo x_c , solucionando a Equação (69) através do processo de otimização do controlador H_∞ de realimentação dinâmica das saídas que minimiza (43). Com base no valor de γ , que é o custo ou valor mínimo encontrado para $\|T_{wz}(s)\|_\infty$ obtido no laço interno, retorna-se, então ao projeto da planta, no qual o laço externo otimiza a função objetivo em relação à planta, com o controlador para essa planta. O laço interno encontra o novo controlador ótimo para a nova planta candidata gerado pelo laço externo. Esse processo iterativo é repetido até que o índice de desempenho otimizado do sistema é encontrado, e dessa forma, a estrutura mecânica e os parâmetros de controle do sistema de suspensão são determinados.

5.1.1 Análise da dinâmica do sistema de suspensão

Dado que tenha sido aceito que uma suspensão ativa tem melhor conforto de condução e segurança veicular do que uma suspensão passiva se presta mais atenção às comparações entre a suspensão ativa sem projeto integrado (sequencial) e com projeto integrado aninhado. Ao se projetar o controlador H_∞ para ambos os sistemas, os mesmos vetores de medição e vetores de controle foram adotados.

Os sistemas de suspensão são comparados em relação às respostas a uma dada excitação a partir das irregularidades da estrada. Os índices de desempenho de conforto e segurança veicular são, respectivamente, a aceleração da massa suspensa \ddot{Z}_s e a força de contato entre o pneu e a pista F_z , dada pela soma da força dinâmica com a força estática (LAJQI; PEHAN, 2012):

$$F_z = f_{din} + f_{est} = k_t(Z_u - Z_r) + g(m_s + m_u) \quad (70)$$

Para o projeto sequencial considerou-se o veículo Hyundai Elantra do ano de 1992, com seus parâmetros definidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros do veículo Hyundai Elantra de 1992.

Variável	Descrição	Valor	Unidade
m_s	Massa suspensa	515,45	kg
m_u	Massa não suspensa	23,61	kg
k_s	Coefficiente de rigidez da mola da suspensão	12394	N/m
b_s	Coefficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão	1385	Ns/m
k_t	Coefficiente de rigidez do pneu	181818	N/m

Fonte: Patole e Sawant (2015).

No projeto integrado aninhado, utilizam-se os valores da massa suspensa e da massa não suspensa, definidos na Tabela 1. Em relação aos parâmetros da planta, se estipula $p = 0,020$ m, $D_o = 0,014280$ m e $D_s = 0,150$ m. Empregando o Método *Nelder-Mead Simplex* (LAGARIAS et al., 1998) com as condições iniciais $k_t^o = 181818$ N/m, $D^o = 0,0760$ m, $d^o = 0,0090$ m, $N_a^o = 10$ e $D_p^o = 0,030$ m e, dadas as seguintes restrições:

$$\begin{aligned}
 120000 \text{ N/m} &\leq k_t \leq 190000 \text{ N/m} \\
 0,065 \text{ m} &\leq D \leq 0,088 \text{ m} \\
 0,0085 \text{ m} &\leq d \leq 0,0095 \text{ m} \\
 6 &\leq N_a \leq 15 \\
 0,02794 \text{ m} &\leq D_p \leq 0,03257 \text{ m}
 \end{aligned} \quad (71)$$

obtêm-se os valores otimizados de $k_t = 178044$ N/m, $D = 0,07789260$ m, $d = 0,00940150$ m, $N_a = 10$ e $D_p = 0,029830$ m. Substituindo estes valores nas Equações (11) e (18), resulta, respectivamente, em $k_s = 15837$ N/m e $b_s = 1687$ Ns/m.

Os valores das normas H_∞ da matriz de transferência entre a entrada exógena e as saídas controladas $\mathbf{T}_{wz}(s)$ para o projeto sequencial e o projeto aninhado são apresentados na Tabela 2.

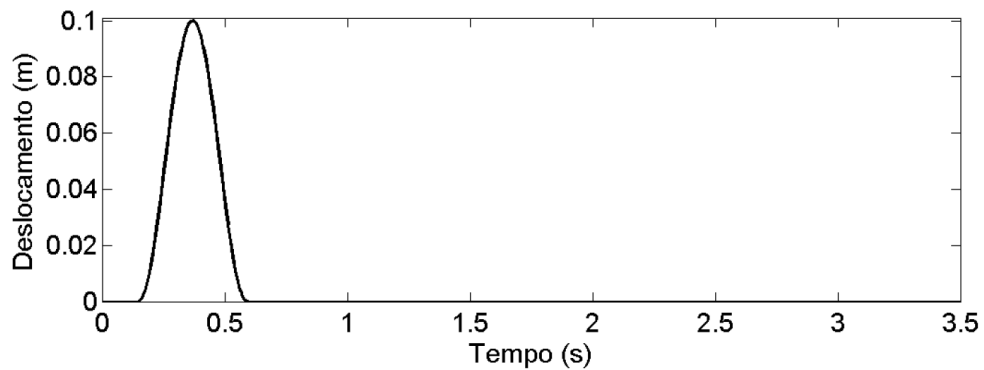
Tabela 2 – Valores das normas H_∞ .

Projeto	$\ \mathbf{T}_{wz}(s)\ _\infty$
Sequencial	6,9962
Aninhado	6,8962

Fonte: Dutra e Brito (2018).

Para análise comparativa do desempenho entre os sistemas sequencial e aninhado considera-se o veículo passando pela excitação lombada, de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura, a uma velocidade de 30 km/h, conforme ilustrado na Figura 10.

Figura 10 – Excitação lombada.

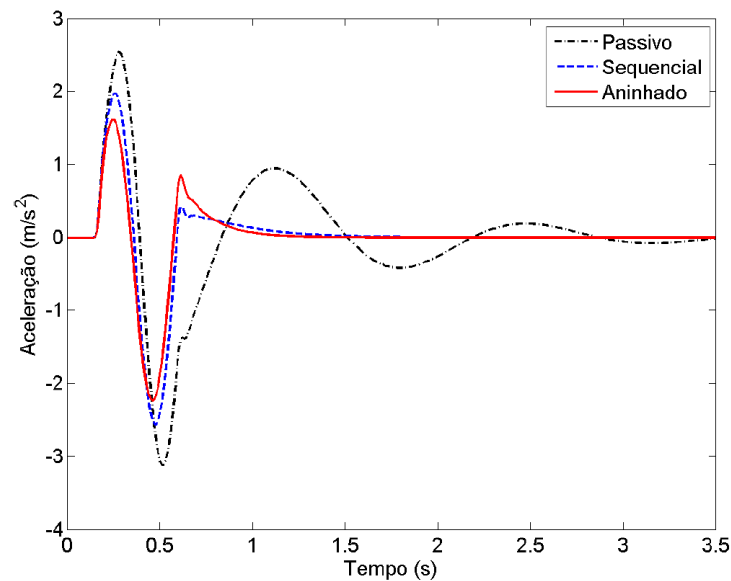


Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 5).

A Figura 11 mostra o comportamento da aceleração da massa suspensa. Na Tabela 3 são apresentados os valores de pico máximo, pico mínimo e (RMS) ⁹ da aceleração da massa suspensa para o sistema sequencial e o aninhado.

⁹ Root Mean Square (RMS).

Figura 11 – Aceleração da massa suspensa para excitação lombada.



Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 5).

Tabela 3 – Aceleração da massa suspensa para excitação lombada.

Aceleração [m/s^2]	Pico Máximo	Pico Mínimo	RMS
Sistema Sequencial	1,973	-2,566	0,5825
Sistema Aninhado	1,61	-2,239	0,5018

Fonte: Dutra e Brito (2018).

Analisando-se os resultados da Figura 11 e da Tabela 3, verifica-se que o sistema aninhado apresenta valores *RMS* da aceleração da massa suspensa inferiores ao do sistema sequencial. Além disso, o sistema aninhado reduz em 18% o maior valor de pico da resposta temporal da aceleração em relação ao projeto sequencial.

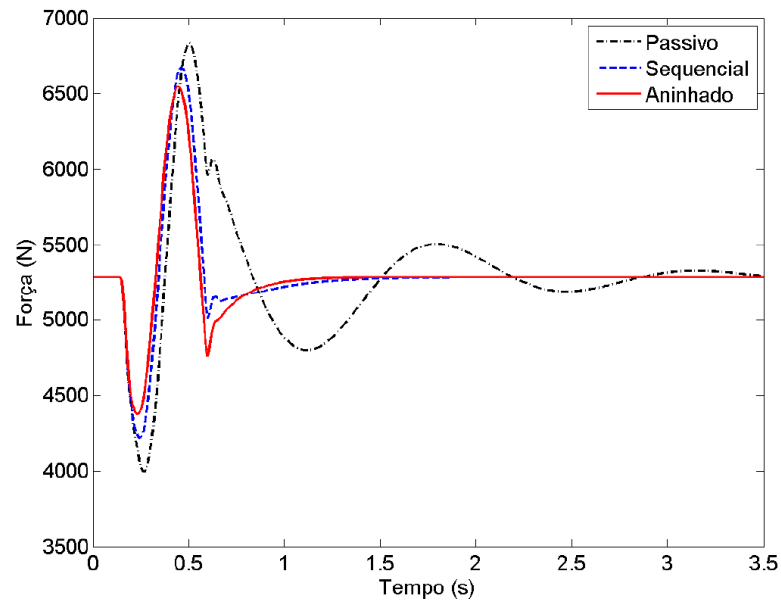
A Figura 12 mostra o comportamento força de contato entre o pneu e a pista. Os valores de pico máximo e mínimo da força de contato para o projeto sequencial e o aninhado, são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação lombada.

Força de contato [N]	Pico Máximo	Pico Mínimo
Sistema Sequencial	6674	4220
Sistema Aninhado	6548	4377

Fonte: Dutra e Brito (2018).

Figura 12 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação lombada.

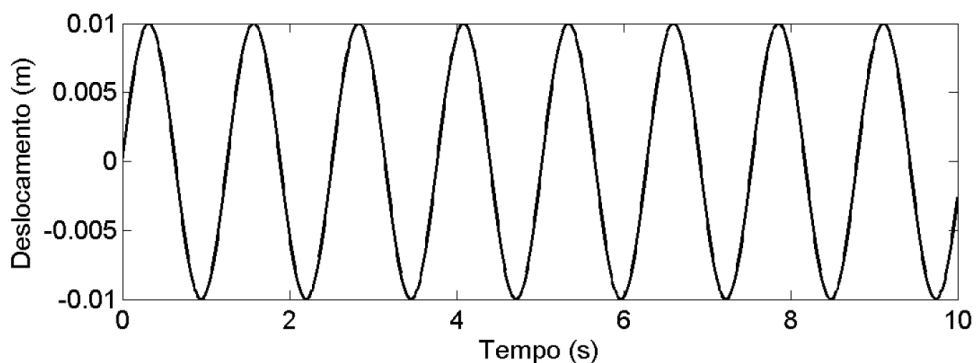


Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 5).

A Figura 12 demonstra que a variação da força de contato entre o pneu e a pista no projeto integrado aninhado é geralmente menor do que no projeto sequencial. Isso significa que a variação da força do pneu é diminuída. A partir dos valores da Tabela 4, verifica-se que o sistema ativo reduz em 3,72% o maior valor de pico da resposta temporal da força de contato entre o pneu e a pista.

Na segunda simulação utiliza-se a excitação senoidal com $\omega = 5 \text{ rad/s}$, que é próximo da frequência de ressonância da massa suspensa. Considera-se a amplitude da onda senoidal 0,010 m, conforme mostrado na Figura 13.

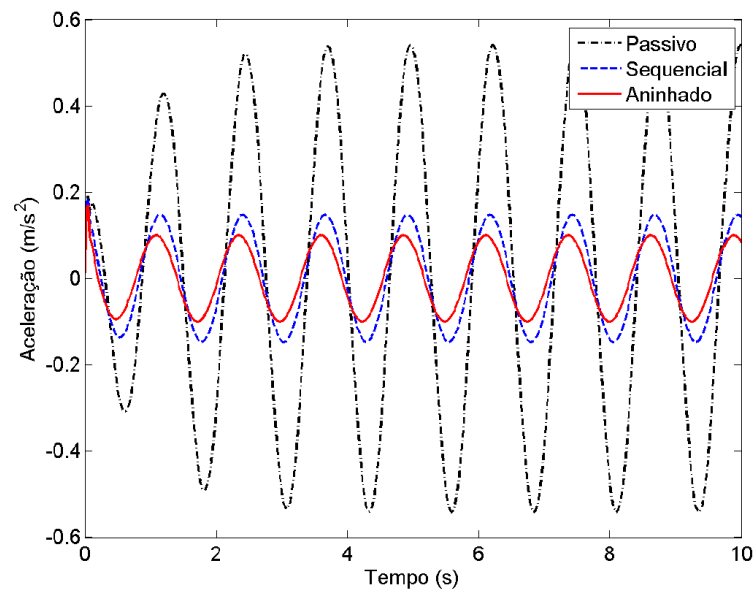
Figura 13 – Excitação senoidal.



Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 6).

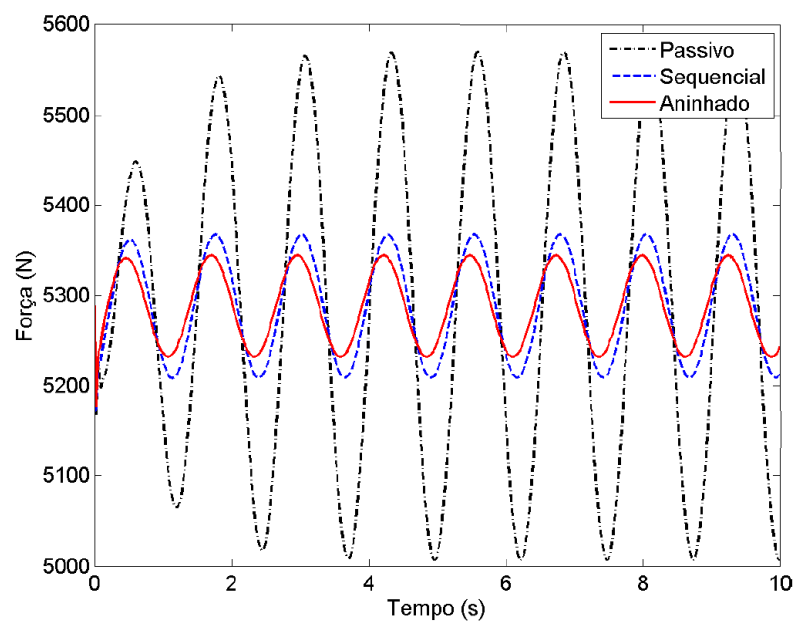
Na Figura 14 e na Figura 15 são mostradas, respectivamente, a aceleração da massa suspensa e a força de contato entre o pneu e a pista. Verifica-se que a aceleração da massa suspensa e a variação da força de contato entre o pneu e a pista do sistema usando a abordagem do projeto integrado aninhado são menores do que a aceleração e a força de contato do sistema usando a abordagem sequencial.

Figura 14 – Aceleração da massa suspensa para excitação senoidal.



Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 6).

Figura 15 – Força de contato entre o pneu e a pista para excitação senoidal.



Fonte: Dutra e Brito (2018, p. 7).

5.1.2 Desafios da metodologia

Os resultados das simulações indicam que o método de projeto integrado aninhado apresenta melhorias em termos de conforto de condução e segurança veicular para este caso específico. No entanto, ao alterar os parâmetros do veículo, perde-se a garantia de que o projeto aninhado conduzirá sempre a melhores resultados quando comparado com o projeto sequencial. Dessa forma, não é possível garantir a convergência do algoritmo proposto para um mínimo global (se é que ele existe). Acredita-se que isso se deve a condições de otimalidade e/ou de convexidade, que não foram satisfeitas. Porém, este aspecto ainda está sob estudo neste trabalho de mestrado.

Devido a este fator, optou-se em utilizar a estratégia de otimização iterativa ou simultânea para realizar o projeto integrado dos parâmetros da planta e do controlador do sistema de suspensão veicular.

6 METODOLOGIA DE ESTUDO PROPOSTA

A suspensão automotiva tem duas principais funcionalidades. Uma delas é isolar a carroceria do veículo das irregularidades da estrada a fim de maximizar o conforto dos passageiros. A outra funcionalidade é produzir o contato contínuo entre o pneu e a pista para garantir boa aderência à estrada. (DUTRA, 2016 apud GILLESPIE, 1992).

O objetivo principal do trabalho é aplicar uma estratégia de otimização no problema de projeto integrado dos parâmetros da estrutura mecânica e do controlador H_∞ do sistema de suspensão automotiva, com o intuito de melhorar o desempenho do sistema em termos de conforto de condução e segurança veicular.

Dentro desse contexto, é necessário estudar métodos para realizar o projeto iterativo e o projeto simultâneo da estrutura mecânica e do controlador do sistema de suspensão automotiva. Independente de qual estratégia for escolhida, será empregada a metodologia baseada na minimização da norma H_∞ com formulações baseadas em desigualdades matriciais lineares como restrições.

O modelo dinâmico do sistema de suspensão ativa com dois graus de liberdade é obtido utilizando a segunda lei de Newton para formular as equações diferenciais de movimento. De forma equivalente, o modelo é representado na forma de espaço de estado segundo a metodologia apresentada em Dutra (2016 apud Zago, 2010).

A efetividade do método de projeto integrado será verificada através de simulações de um sistema de suspensão automotiva, considerando como estudo de caso o veículo Hyundai Elantra de 1992. Serão impostas como entrada do modelo do sistema veicular, diferentes tipos de excitações: lombada, senoidal e randômica. Serão obtidas as respostas no domínio do tempo e a partir dos gráficos dos movimentos que representam o conforto de condução e a segurança do sistema veicular, aceleração da massa suspensa e força de contato entre o pneu e a pista, respectivamente, serão feitas as análises e comparações entre os sistemas de suspensão sequencial e iterativo ou simultâneo. Além disso, os valores das normas H_∞ do sistema sequencial e iterativo ou simultâneo também serão comparados a fim de comprovar a eficácia do método proposto.

No trabalho, serão utilizadas funções do *Yalmip Toolbox* (SANTOS, 2010 apud MAZONI; SERPA, 2007 e LÖFBERG, 2004) para a solução dos problemas de otimização. Esse *Toolbox* permite ao usuário entrar com os dados do problema e a solução para os problemas é dada de forma intuitiva. As principais características desse aplicativo é que ele tem uma interface amigável e oferece a possibilidade de uso de *solvers* externos para encontrar a solução dos problemas de otimização. No trabalho, será utilizado o *solver SeDuMi*¹⁰ (SANTOS, 2010 apud MAZONI; SERPA, 2007 e STURM, 2001).

6.1 CRONOGRAMA

As próximas etapas do trabalho estão apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Cronograma preliminar da dissertação de mestrado para o ano de 2019.

Tarefa	Janeiro				Fevereiro				Março			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1. Produzir o projeto de dissertação de mestrado;	■	■	■	■	■	■						
2. Apresentar o exame de qualificação;								■				
3. Estudar o cálculo do controlador H_{∞} dinâmico por meio de LMI's;									■	■	■	■
4. Selecionar a estratégia de otimização;											■	■
	Abril				Maio				Junho			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
5. Implementar o método de projeto integrado;	■	■	■	■	■	■	■	■				
6. Realizar a otimização do estudo de caso;									■	■	■	■
	Julho				Agosto				Setembro			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
7. Realizar as simulações computacionais;	■	■	■	■	■	■						
8. Analisar os resultados;			■	■	■	■	■	■				
9. Produzir a dissertação de mestrado;	■	■	■	■	■	■	■	■	■			
10. Entregar a dissertação de mestrado;									■	■		
11. Defender a dissertação de mestrado.												■

Fonte: Autora (2019).

¹⁰ Self-Dual-Minimization package (SeDuMi).

7 CONCLUSÕES

Nessa proposta de trabalho de mestrado é apresentado um panorama das estratégias de otimização para aplicação no problema de projeto integrado dos parâmetros da estrutura mecânica e do controlador H_∞ de sistemas de suspensão automotiva. Essa abordagem tem o intuito de melhorar o desempenho do sistema em termos de conforto de condução e segurança veicular. No trabalho, o coeficiente de rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão são tratados como variáveis de otimização dependentes, os relacionando através de restrições geométricas.

Os resultados preliminares foram apresentados para a estratégia de otimização aninhada. O projeto se baseou no modelo de um quarto de carro, utilizando o controlador H_∞ cujo objetivo foi minimizar o deslocamento vertical da massa suspensa e a deflexão do pneu, sujeito às restrições físicas da mola e do amortecedor da suspensão. O sistema ativo aninhado foi comparado com o sistema ativo sequencial em relação à resposta temporal dos movimentos que representam o conforto e a segurança do sistema veicular, os quais foram, respectivamente, a aceleração vertical da massa suspensa e a força de contato entre o pneu e a pista.

As simulações mostraram que a estratégia de otimização aninhada apresentou melhorias em termos de conforto de condução e segurança veicular. No entanto, verificou-se que ao alterar os parâmetros do veículo, perdeu-se a garantia de que o projeto aninhado conduzisse sempre a melhores resultados quando comparado com o projeto sequencial. Como não foi possível garantir a convergência do algoritmo proposto para um mínimo global usando a abordagem aninhada, optou-se em utilizar a estratégia de otimização iterativa ou simultânea para realizar o projeto integrado do sistema de suspensão. A seleção do melhor método de otimização, iterativo ou simultâneo, para o projeto integrado do sistema de suspensão ativa é uma questão ainda em aberto, e é foco de estudo deste trabalho de mestrado.

Ao utilizar ou a estratégia iterativa ou a estratégia simultânea se almeja alcançar resultados satisfatórios. Ao fazer uso dessas estratégias espera-se reduzir a norma H_∞ do sistema de suspensão automotiva, melhorando o comportamento em termos de conforto de condução e segurança veicular. Busca-se otimizar os parâmetros da planta e do controlador,

sem tornar o problema extremamente custoso em termos computacionais e sem exigir demasiado esforço de controle em comparação com a estratégia sequencial. Pretende-se contribuir com a literatura apresentando o projeto integrado do sistema de suspensão com um enfoque na área mecânica em termos de identificação de parâmetros mais reais e apropriados para construção da mola e do amortecedor.

Muitas inovações automotivas estão baseadas em melhorias significativas de subsistemas antigamente puramente mecânicos, usando a eletrônica integrada em conjunto com o processamento de informações complexas. Tais sistemas, como é o caso da suspensão ativa, exigem o projeto concomitante de mecânica, controle e processamento de informações dos subsistemas a fim de alcançar os requisitos da indústria automotiva. Sendo assim, este estudo vai ao encontro da proposta do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos (PPGESE), contribuindo com a literatura no desenvolvimento da área de controle aplicada a projetos mecânicos.

REFERÊNCIAS

- ALLISON, J. T.; GUO, T.; HAN, Z. Co-design of an active suspension using simultaneous dynamic optimization. **Journal of Mechanical Design**, v. 136, p. 1-14, 2014.
- ALYAQOUT, S. F.; PAPALAMBROS, P. Y.; ULISOY, A. G. Combined robust design and robust control of an electric DC motor. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 16, n. 3, p. 574-582, set. 2011.
- ALYAQOUT, S. F.; PAPALAMBROS, P. Y.; ULISOY, A. G. Combined design and robust control of a vehicle passive/active suspension. **International Journal Vehicle Design**, v. 59, n. 4, p. 315-330, 2012.
- ANDRADE, A. F. A. de. **Controle de suspensões utilizando redes neurais**. 2001. 155 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2001.
- APPLEYARD, M.; WELLSTEAD, P. E. Active suspensions: some background. In: Control Theory Applications, p. 123-128, **Proceedings...** mar. 1995.
- BOYD, S. et al. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. Vol. 15.
- CHEN, W. et al. Integrated design of structure/control systems of semi-active suspension using genetic algorithms and H_∞ control scheme. **International Journal Vehicle Autonomous Systems**, v. 1, n. 3/4, p. 387-404, 2003.
- CRIVELLARO, C. **Controle robusto de suspensão semi-ativa para caminhonetes utilizando amortecedores magneto-reológicos**. 2008. 439 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. São Paulo. 2008.
- DOYLE, J. C. et al. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 34, n. 8, p. 831-847, aug. 1989.
- DUTRA, S. P. **Controle H_∞ de sistemas de suspensão ativa veicular**. 2016. 86 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville. 2016.
- DUTRA, S. P.; BRITO, A. G. Projeto integrado da planta e do controlador de sistemas de suspensão ativa usando a estratégia de otimização aninhada. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2018, João Pessoa. **Anais...** João Pessoa: ISSN, 2010. Disponível em: < <https://ssl4799.websiteseuro.com/swge5/PROCEEDINGS/PDF/CBA2018-0659.pdf> >. Acesso em: 31 jan. 2019.

FATHY, H. K. **Combined plant and controller optimization: theory, strategies and applications**. 2003. 177 p. Thesis (Doctoral) –Mechanical Engineering, University of Michigan, Ann Arbor. 2003.

FATHY, H. K. et al. On the coupling between the plant and controller optimization problems. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2001, Arlington. **Proceedings...** Virginia: IEEE, 2001, p. 1864-1869.

FATHY, H. K. et al. Nested plant/controller optimization with application to combined passive/active automotive suspensions. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2003. **Proceedings...** 2003, p. 3375-3380.

FATHY, H. K.; PAPALAMBROS, P. Y.; ULSOY, A. G. Integrated plant, observer, and controller optimization with application to combined passive/active automotive suspensions. In: MECHANICAL ENGINEERING CONGRESS AND EXPOSITION, 2003, Washington. **Proceedings...** USA: ASME, 2003, p. 15-21.

GAWRONSKI, W. K. **Dynamic and control of flexible structures**. New York: Springer, 1998.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992.

HERBER, D. R. **Dynamic system optimization of wave energy converters utilizing direct transcription**. 2014. 137 p. Thesis (Master) – Science in Systems and Entrepreneurial Engineering, Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana. 2014.

HERBER, D. R.; ALLISON, J. T. Nested and simultaneous solution strategies for general combined plant and controller design problems. In: INTERNATIONAL DESIGN ENGINEERING TECHNICAL CONFERENCES AND COMPUTERS AND INFORMATION IN ENGINEERING CONFERENCE, 2017, Cleveland. **Proceedings...** Ohio: ASME, 2017, p. 1-12.

HERBER, D. R.; ALLISON, J. T. A problem class with combined architecture, plant, and design applied to vehicle suspensions. In: INTERNATIONAL DESIGN ENGINEERING TECHNICAL CONFERENCES AND COMPUTERS AND INFORMATION IN ENGINEERING CONFERENCE, 2018, Quebec City. **Proceedings...** Canada: ASME, 2018, p. 1-12.

HIRAMOTO, K.; MOHAMMADPOUR, J.; GRIGORIADIS, K. M. Integrated design of system parameters, control and sensor/actuator placement for symmetric mechanical systems. In: 48TH IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL AND 28TH CHINESE CONTROL CONFERENCE, 2009, Shanghai. **Proceedings...** China: IEEE, 2009, p. 2855-2860.

HOFMAN, T.; JANSEN, N. H. J. Integrated design optimization of the transmission system and vehicle control for electric vehicles. **IFAC PapersOnline**, v. 50, n. 1, p. 10072-10077, 2017.

HROVAT, D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications. **Automatica**, v. 33, n. 10, p. 1781-1817, 1997.

LAGARIAS, J. C. et al. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. **SIAM Journal of Optimization**, v. 9, n. 1, p. 112-147, dec. 1998.

LAJQI, S.; PEHAN, S. Designs and optimizations of active and semi-active non-linear suspension systems for a terrain vehicle. **Journal of Mechanical Engineering**, v. 58, n. 12, p. 732-743, out. 2012.

LIAO, F.; LUM, K. Y; WANG, J. L. An LMI-based optimization approach for integrated plant/output-feedback controller design. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2005a, Portland. **Proceedings...** Orlando: AACC, 2005a, p. 4880-4885.

LIAO, F.; LUM, K. Y; WANG, J. L. Mixed H_2/H_∞ sub-optimization approach for integrated aircraft/controller design. In: IFAC WORLD CONGRESS, 2005b, Prague. **Proceedings...** Czech Republic: IFAC, 2005b, p. 103-108.

MACIEJOWSKY, J. M. **Multivariable feedback design**. Cambridge: Addison-Wesley, 1989.

MARTINS, I. et al. Permanent-magnets linear actuators applicability in automobile active suspension. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, New York, v. 55, n. 1, p. 86-94, jan. 2006.

MAZONI, A. F. **Estudo de técnicas de controle H-infinito para estruturas flexíveis com incertezas**. 2008. 130 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2008.

MEDEIROS, M. M. **Otimização simultânea de estrutura e controlador para atenuação de vibrações em estruturas via algoritmos genéticos**. 2013. 125 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2013.

MONDADORI, V. Y. **Análise do comportamento de um sistema de suspensão com diferentes alturas de molas**. 2017. 56 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville. 2017.

NIEWHOENER, R. J.; KAMINER, I. On integrated aircraft/controller design using linear matrix inequalities. **AIAA Journal of Guidance and Control**, v. 19, n. 2, p. 445-452, mar. 1996.

PAIVA, M. Z. de. **Controle de estruturas flexíveis levando em conta o projeto simultâneo da estrutura e do controlador**. 2009. 135 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2009.

PATIL, R.; FILIPI, Z.; FATHY, H. Computationally efficient combined plant design and controller optimization using a coupling measure. **Journal of Mechanical Design**, v. 134, p. 1-8, 2012.

PATOLE, S. S.; SAWANT, S. H. Theoretical and numerical analysis of half car vehicle dynamic model subjected to different road profiles with wheel base delay and nonlinear parameters. **International Journal of Multidisciplinary and Current Research**, v. 3, p. 542-546, jun. 2015.

PEREIRA, D. A. **Projeto de filtros para detecção de falhas usando a norma H-infinito**. 2008. 144 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2008.

PEREIRA, L. D. **Análise da metodologia de levantamento experimental para obtenção dos parâmetros da suspensão de um veículo automotor**. 2011. 78 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Pará, Belém. 2011.

PETERS, D. L. **Coupling and controllability in optimal design and control**. 2010. 155 p. Thesis (Doctoral) – Mechanical Engineering, University of Michigan, Ann Arbor. 2010.

PICADO, R. M. **Controle semi-ativo em suspensões automotivas**. 1998. 101 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 1998.

SÁNCHEZ-PENÃ, R. S.; SZNAIER, M. **Robust systems: theory and applications**. United States of America: John Wiley & Sons, 1998.

SANTOS, J. F. C. dos. **Análise de suspensões veiculares utilizando técnicas de controle robusto**. 1998. 116 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 1998.

SANTOS, M. M. dos. **Controle H-infinito em suspensões ativas aplicando técnicas baseadas em desigualdades matriciais lineares**. 2010. 200 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2010.

SARRACINI JÚNIOR, F. **Síntese de controladores H_∞ de ordem reduzida com aplicação no controle ativo de estruturas flexíveis**. 2006. 178 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2006.

SHIGLEY, J.; MISCHKE, C.; BUDYNAS, R. **Mechanical engineering design**. New York: McGraw-Hill, 2003.

SOUBHIA, A. L. **Otimização simultânea dos parâmetros da planta e do controlador LQR usando uma formulação analítica para o gradiente.** 2011. 75 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2011.

TAGHIRAD, H. D.; ESMAILZADEH, E. Automobile passenger comfort assured through LQG/LQR active suspension. **Journal of Vibration and Control**, v. 4, n. 5, p. 603-618. 1998.

TSENG, H. E.; HROVAT, D. State of the art survey: active and semi-active suspension control. **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 53, n. 7, p. 1034-1062, maio. 2015.

VELNI, J. M.; MEISAMI-AZAD, M.; GRIGORIADIS, K. M. Integrated damping parameter and control design in structural systems for H_2 and H_∞ specifications. **Struct Multidisc Optim**, v. 38, p. 377-387, 2009.

XUE, X. D. et al. Study of art of automotive active suspensions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS SYSTEMS AND APPLICATIONS, 4., 2011, Pittsburgh. **Proceedings...** New York: IEEE, 2011, p. 1-7.

YANG, G. H.; LUM, K. Y. An optimization approach to integrated aircraft-controller design. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2003, Denver. **Proceedings...** Colorado: IEEE, 2003, p. 1649-1654.