

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA**

Fernando Luis Bordignon

**MÉTODOS HÍBRIDOS PARA MODELAGEM DE
INCERTEZA EM INVERSÃO SÍSMICA ACÚSTICA E
INVERSÃO PARA PROPRIEDADES PETROFÍSICAS**

Florianópolis

2018

Fernando Luis Bordignon

**MÉTODOS HÍBRIDOS PARA MODELAGEM DE
INCERTEZA EM INVERSÃO SÍSMICA ACÚSTICA E
INVERSÃO PARA PROPRIEDADES PETROFÍSICAS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação para a obtenção do Grau de Doutor em Ciência da Computação.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina: Prof. Dr. Mauro Roisenberg

Coorientador

Universidade de Lisboa: Prof. Dr. Amílcar Soares

Florianópolis

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Bordignon, Fernando Luis
Métodos Híbridos para Modelagem de Incerteza em
Inversão Sísmica Acústica e Inversão para
Propriedades Petrofísicas / Fernando Luis Bordignon
; orientador, Mauro Roisenberg, coorientador,
Amilcar Soares, 2018.
91 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Ciência da Computação, Florianópolis,
2018.

Inclui referências.

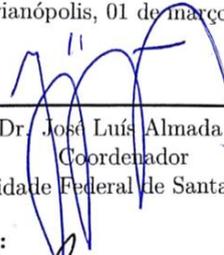
1. Ciência da Computação. 2. Inversão Sísmica. 3.
Modelagem de Incerteza. 4. Física de Rochas. I.
Roisenberg, Mauro. II. Soares, Amilcar. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Ciência da Computação. IV. Título.

Fernando Luis Bordignon

**MÉTODOS HÍBRIDOS PARA MODELAGEM DE
INCERTEZA EM INVERSÃO SÍSMICA ACÚSTICA E
INVERSÃO PARA PROPRIEDADES PETROFÍSICAS**

Esta Tese foi julgada aprovada para a obtenção do Título de
“Doutor em Ciência da Computação”, e aprovada em sua forma final
pelo Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.

Florianópolis, 01 de março 2018.

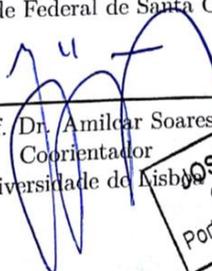


Prof. Dr. José Luís Almada Guntzel
Coordenador
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:

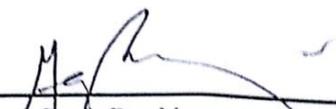


Prof. Dr. Mauro Roisenberg
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

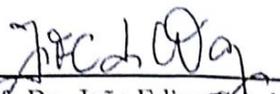


Prof. Dr. Amílcar Soares
Coorientador
Universidade de Lisboa

JOSÉ LUÍS ALMADA GÜNTZEL
Coordenador do PPGCC/UFSC
Portaria nº 2392/2017/IGR, de 27/10/2017



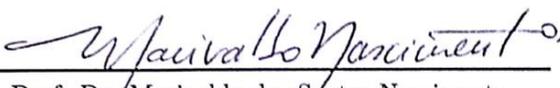
Prof. Dr. Mauro Roisenberg
Universidade Federal de Santa Catarina



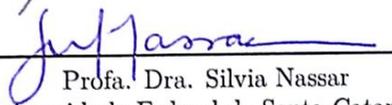
Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa
Universidade Federal do Rio Grande do Sul



Prof. Dr. Moisés Dantas dos Santos
Universidade Federal da Paraíba



Prof. Dr. Marivaldo dos Santos Nascimento
Universidade Federal de Santa Catarina



Profa. Dra. Silvia Nassar
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES pela bolsa de estudos de processo número 4041/15-1 para realização do doutorado sanduíche no exterior e pela bolsa CAPES/DS durante o restante do curso, ao grupo de pesquisas CERENA/IST da Universidade de Lisboa pela contribuição e orientação, ao CENPES/PETROBRAS pelo suporte financeiro e disponibilidade durante os projetos de pesquisa executados ao decorrer da minha formação, aos meus orientadores e colegas do L3C pelo excelente ambiente de trabalho e aprendizado constante.

RESUMO

Problemas inversos consistem uma ampla área de pesquisa, com aplicações em diversos campos da indústria. São chamados inversos pois partem dos resultados de experimentos para descobrir as causas. Sua importância se deve ao fato da solução produzir informações sobre parâmetros que não são observáveis diretamente. Na área de óleo e gás, a inversão sísmica é uma técnica importante para modelagem e caracterização de reservatórios devido ao seu potencial de inferir propriedades da subsuperfície, as quais não são observáveis diretamente por experimentos na superfície, e.g. impedância acústica. A presente tese avança nas técnicas de inversão sísmica acústica e inversão para propriedades petro-físicas. A primeira contribuição utiliza uma truncagem no modelo de continuidade espacial, possibilitando a imposição de correlação horizontal no resultado da inversão Bayesiana linearizada por máximo a posteriori. A próxima contribuição utiliza os resultados da inversão por máximo a posteriori como médias locais na amostragem da distribuição posterior, evitando a necessidade utilizar um método iterativo para buscar o modelo que se ajusta aos dados experimentais. Finalmente, a terceira contribuição utiliza a distribuição experimental de física de rochas encontrada nos logs de poço para amostrar propriedades petro-físicas. A amostragem é feita dentro do fluxo de trabalho da inversão sísmica conjunta para propriedades elásticas e petrofísicas e fácies, utilizando um algoritmo de Gibbs. As propostas foram validadas utilizando conjuntos de dados sintéticos e reais. Testes de poço cego foram realizados em conjunto com uma estimativa de função de densidade para avaliar a capacidade de modelagem da incerteza da segunda proposta. A terceira proposta foi validada comparando-se com a inversão sísmica conjunta Bayesiana com modelagem a priori integrada com física de rochas linearizada.

Palavras-chave: Problemas inversos. Inversão sísmica. Inversão Bayesiana linearizada. Modelagem de incerteza. Física de rochas.

ABSTRACT

Inverse problems are a broad research area with applications in many fields. They are called inverse because they start with the experiment results aiming to discover its causes. Its importance is due to its solution producing information about non observable parameters. In the oil and gas field the seismic inversion is an important technique for reservoir modeling and characterization by virtue of its capability of inferring subsurface properties, e.g. acoustic impedance. This thesis presents advances on acoustic inversion and petro-physical inversion techniques. The first contribution make use of a truncation on the spatial continuity model, allowing for the imposition of horizontal correlation on the results of the Bayesian linearized inversion by maximum a posteriori. The next contribution uses the maximum a posteriori results as local means for sampling the posterior distribution, avoiding the need for an iterative method to search for a model that matches the experimental data. Lastly, the third contribution employ the rock physics experimental distribution found at the well logs to sample petro-physic properties. The sampling is performed inside the workflow for joint seismic inversion for elastic and petrophysical properties with facies, using a Gibbs algorithm. The proposals were validated using synthetics and real datasets. Blind well tests were performed in combination with a kernel density estimation to assess the uncertainty modeling capabilities of the second proposal. The third proposal were validated comparing against the joint seismic Bayesian inversion with a priori modeling integrated with linearized rock physics.

Keywords: Inverse problems. Seismic inversion. Bayesian linearized inversion. Uncertainty modeling. Rock physics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Método de sismica de reflexão (FISHSAFE, 2014)	3
Figura 2	<i>Wavelet</i> extraída de dados reais	5
Figura 3	Distribuição experimental no poço de porosidade e impedância	8
Figura 4	Efeito da tolerância na função de erro	16
Figura 5	Diferentes simulações com variogramas dos tipos Gaussiano, exponencial e esférico e respectivas distâncias de correlação (h).	20
Figura 6	Bandas de frequência dos dados sísmicos e de conhecimento a priori.	21
Figura 7	Amostragem global via transformação local feita pela SSD (SOARES, 2001)	22
Figura 8	Processo de horizontalização (CAERS, 2011, p. 143)	24
Figura 9	Representação da janela deslizante na grade 3D	29
Figura 10	Fluxograma do método de inversão e simulação	32
Figura 11	Resultado da impedância para o caso traço-a-traço sem ruído no conjunto de dados sintéticos	38
Figura 12	Resultado da impedância para o caso traço-a-traço com ruído no conjunto de dados sintéticos	39
Figura 13	Resultado da impedância para o caso da inversão com correlação lateral com ruído no conjunto de dados sintéticos	39
Figura 14	Resultado da impedância para o caso traço-a-traço no conjunto de dados reais	40
Figura 15	Resultado da impedância para o caso da inversão com correlação lateral com ruído no conjunto de dados reais	41
Figura 16	Autocorrelação de uma linha horizontal em $t = 150$	41
Figura 17	Impedância acústica MAP para o caso de alta relação sinal-ruído	43
Figura 18	Uma simulação típica do método MAP-GSI	44
Figura 19	Evolução da correlação para o primeiro caso de estudo	45
Figura 20	KDE em 2D para o MAP-GSI com o poço representado por um x vermelho	46
Figura 21	KDE em 2D para a GSI com o poço representado por um x vermelho	46

Figura 22 Verossimilhança em 14D durante as iterações para MAP-GSI e GSI.....	47
Figura 23 Seção da inversão MAP.....	49
Figura 24 Simulação típica do MAP-GSI na primeira iteração para o segundo estudo de caso.....	49
Figura 25 Evolução da correlação global durante as iterações.....	50
Figura 26 Evolução da verossimilhança do poço para o conjunto de simulações durante as iterações.....	51
Figura 27 Dados de poço com curvas teóricas e modelos a priori log-normais.....	52
Figura 28 Crossplot de 10.000 pontos de amostras de impedância e porosidade da nova proposta.....	53
Figura 29 Crossplot de 10.000 pontos de amostras de impedância e porosidade da proposta de Figueiredo et al. (2017).....	53
Figura 30 Histograma da porosidade por fácies comparando os dados do poço com as amostras nas coordenadas do poço.....	55
Figura 31 Histograma marginal da porosidade comparando os dados do poço com as amostras nas coordenadas do poço 3.....	56
Figura 32 Médias para 200 realizações de I_p	57
Figura 33 Médias para 200 realizações de Φ	58
Figura 34 Realizações de Impedância.....	59
Figura 35 Realizações de Porosidade.....	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SSD	Simulação Sequencial Direta
Ip	Impedância Primária
IA	Impedância Acústica
Is	Impedância Secundária
IE	Impedância Elástica
MAP	Máximo <i>a posteriori</i>
GSI	<i>Global Stochastic Inversion</i>
PCA	<i>Principal Component Analysis</i>
KDE	<i>Kernel Density Estimation</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	Densidade
ϕ	Porosidade
m	Parâmetros do modelo
L	Distância de correlação
Σ	Matriz de covariância
G	Matriz do modelo direto
d	Dados experimentais ou dados sísmicos
r	Refletividade
Δ	Derivada discreta

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	PROBLEMA INVERSO E INCERTEZA	1
1.2	INVERSÃO SÍSMICA	3
1.3	FÍSICA DE ROCHAS	7
1.4	OBJETIVO	9
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	10
2	INVERSÃO SÍSMICA COM MODELAGEM DE INCERTEZA	11
2.1	INVERSÃO SÍSMICA LINEAR E NÃO LINEAR	11
2.1.1	Inversão Bayesiana Linearizada por Máximo <i>a posteriori</i>	13
2.2	MODELAGEM DE INCERTEZA	15
2.2.1	Métodos para Simulação Geoestatística	18
2.2.2	<i>Global Stochastic Inversion</i>	19
2.3	ANÁLISE DE INCERTEZA	23
2.3.1	Análise de Componentes Principais e <i>Kernel Density Estimation</i>	25
3	METODOLOGIA	27
3.1	CORRELAÇÃO HORIZONTAL NA INVERSÃO BAYESIANA LINEARIZADA	27
3.2	MODELO HÍBRIDO BAYESIANO GEOESTATÍSTICO	30
3.3	INVERSÃO CONJUNTA PARA PROPRIEDADES PETROFÍSICAS	32
4	RESULTADOS	37
4.1	INVERSÃO MAP COM CORRELAÇÃO LATERAL	37
4.1.1	Conjunto de dados sintético	37
4.1.2	Aplicação em dados reais	40
4.2	INVERSÃO HÍBRIDA PETRO-ELÁSTICA	42
4.2.1	Conjunto de Dados com Alta Relação Sinal-Ruído	42
4.2.2	Conjunto de Dados com Baixa Relação Sinal-Ruído	48
4.3	INVERSÃO PARA IMPEDÂNCIA E POROSIDADE	51
5	CONCLUSÃO	61
6	PUBLICAÇÕES	65
	REFERÊNCIAS	67

1 INTRODUÇÃO

Teorias físicas permitem a realização de previsões do comportamento de um sistema, ou seja, dada a descrição completa de um sistema físico, é possível prever o resultado de medidas de interesse, também chamadas de variáveis observáveis. O processo de prever o resultado das medidas a partir dos parâmetros físicos é chamado de problema direto (*forward problem*). O problema de inversão (*inverse problem*) consiste em utilizar as medidas das variáveis observáveis para inferir os valores de parâmetros que caracterizam o sistema (TARANTOLA, 2005). O problema direto é bem aproximado por uma função determinística em muitos casos, pois dado o comportamento do sistema, é possível prever o resultado da medida. Contrariamente, o problema inverso muitas vezes não é determinístico.

Por exemplo: considere uma configuração de lâmpadas e suas potências luminosas dentro de uma sala de aula. É possível determinar a luminosidade em um certo ponto utilizando o modelo direto, que opera sobre os parâmetros do sistema e resulta na luminosidade em um dado ponto no espaço. O problema inverso, neste caso, consiste em determinar a quantidade de lâmpadas e suas potências, dada a luminosidade medida em um ponto. É possível perceber que este problema é ambíguo, pois existem várias configurações de lâmpadas que produzem a mesma luminosidade. Ainda utilizando o mesmo exemplo, é possível inserir conhecimentos *a priori*, como os tipos de lâmpadas que usualmente são utilizadas em salas de aula, para auxiliar na inversão. Num sistema real, existem ruídos que influenciam na medida. No exemplo em questão, a sala pode sofrer entrada de luz externa e alterar a medida num dado ponto.

1.1 PROBLEMA INVERSO E INCERTEZA

A teoria de inversão é utilizada em diversas áreas para inferir os valores de parâmetros relacionados com processos importantes a partir dos dados medidos, também chamados de dados experimentais. Pode-se descrever o problema inverso como o processo de obter informações de um sistema parametrizado, a partir de dados observáveis, das relações teóricas destes dados observáveis com os parâmetros não observáveis e do conhecimento *a priori* sobre os dados não observáveis (FIGUEIREDO, 2017).

Diversas áreas precisam relacionar os parâmetros físicos caracterizando um modelo, m , com medidas coletadas em um conjunto de dados, d . Assume-se que a física fundamental por trás dessa relação é entendida adequadamente. Desta forma uma função G pode ser especificada para relacionar m com d da seguinte forma:

$$d = G(m) \tag{1.1}$$

Na prática d pode ser uma função no domínio do tempo e/ou espaço, ou pode ser uma coleção de observações discretas. Uma questão relevante é a presença de ruído nas observações. Geralmente considera-se que os dados são observações de um experimento perfeito d_v mais uma componente de ruído e :

$$\begin{aligned} d &= G(m_v) + e \\ &= d_v + e \end{aligned} \tag{1.2}$$

onde d_v satisfaz 1.1 para o modelo considerado verdade m_v , $d_v = G(m_v)$, assumindo o operador G como exato. Em muitos casos é possível ajustar matematicamente todas as partes do ruído e utilizado a equação 1.1, deixando o ruído aparecer no modelo encontrado. Esta situação pode ser indesejável na prática, pois em muitos casos uma solução de m que é influenciada por até mesmo um pequeno ruído e pode ter pouca similaridade com o modelo verdadeiro m_v (ASTER; BORCHERS; THURBER, 2013, p. 19).

Dada a natureza dos problemas de inversão mais complexos, encontrar matematicamente modelos que expliquem os dados não é suficiente para caracterizar qual solução foi obtida e o quão próxima ela está do modelo verdadeiro m_v , o quão adequada é em termos de plausibilidade física e se é consistente com outras restrições do problema. Os principais desafios encontrados em problemas de inversão que precisam ser considerados e também levam à incerteza no resultado são:

- Existência. Pode não existir um modelo que ajuste exatamente aos dados, devido a aproximações feitas no modelo físico ou porque os dados contém ruído.
- Unicidade. No caso de existir solução exata, ela pode não ser única, mesmo para um número infinito de observações. Ou seja, podem existir outros m além m_v que satisfazem $G(m) = d_v$. Esta questão gera a estimativa de modelos suavizados em relação à realidade, o que é estudado pelo tópico de análise de resolução.

- Instabilidade. O processo de computar uma solução inversa geralmente é instável pois pequenas mudanças nos dados d podem gerar grandes mudanças no modelo estimado. Problemas em que esta situação ocorre são ditos mal postos ou mal condicionados. Para contornar esta questão, restrições adicionais devem ser impostas, as quais adicionam viés à solução para incorporar os conhecimentos *a priori*, procedimento chamado de regularização.
- Regularização: Informações adicionadas para restringir o resultado de modo a integrar o conhecimento *a priori* são incertas, pois são baseadas no conhecimento e experiência do especialista.

1.2 INVERSÃO SÍSMICA

No contexto da indústria de óleo e gás, o problema de inversão sísmica é importante para o processo de caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos, que consiste na determinação tridimensional e quantitativa da estrutura e das propriedades petrofísicas (e.g. porosidade) das rochas da subsuperfície. O método de aquisição sísmica de reflexão utiliza pulsos sísmicos de uma fonte artificial controlada e monitora a resposta em função do tempo. Neste sistema, cada interface entre dois tipos de rochas diferentes gera reflexão e refração do pulso sísmico (Figura 1).

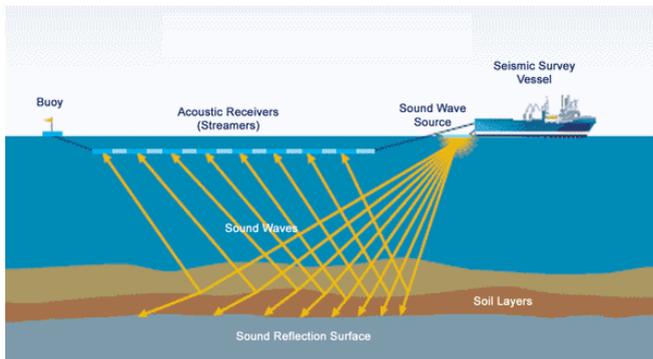


Figura 1: Método de sísmica de reflexão (FISHSAFE, 2014)

Para inversão acústica, o modelo mais utilizado para representar a resposta do pulso sísmico atravessando as interfaces entre rochas é o

convolucional. Nele, é assumido um modelo em camadas para a sub-superfície e ângulo de incidência e reflexão de 90° . A medida efetuada é representada pelo resultado da convolução do pulso sísmico, também chamado de *wavelet*, com as refletividades das interfaces. Os coeficientes de reflexão com ângulo de reflexão normal são modelados como mostrados na Equação 1.3 (SEN, 2006, p. 69):

$$r(t) = \frac{z(t + \delta t) - z(t)}{z(t + \delta t) + z(t)} \quad (1.3)$$

onde $z(t)$ é a impedância acústica no tempo t definida por $z(t) = \rho(t)v(t)$, onde $\rho(t)$ é a densidade da rocha e $v(t)$ a velocidade de propagação da onda acústica. Utilizando os coeficientes de reflexão, modela-se a resposta do sistema $d(t)$ aplicando a convolução da *wavelet* s com os coeficientes de refletividade:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)r(t - \tau)d\tau + e_d(t) \quad (1.4)$$

onde é assumida a presença de um ruído aleatório $e_d(t)$ e d é o chamado dado sísmico. Diferentes funções d podem ser atribuídas a um ponto no plano xy e suas posições (t) são coordenadas em tempo que são proporcionais a profundidade de forma não linear. Cada função d_{xy} é também denominada traço sísmico, o que no caso discreto pode ser um vetor coluna de uma matriz 2D, por exemplo. Um conjunto de traços sísmicos lado-a-lado também é chamado de uma imagem ou seção, e no caso de um levantamento 3D é conhecido como cubo sísmico. Uma *wavelet* ideal seria um pulso tipo delta contendo todas as frequências, mas gerar tal pulso não é viável. Na prática, as *wavelets* são pulsos de banda limitada entre $6Hz$ e $65Hz$, o que limita a frequência da sísmica e sua resolução na mesma faixa de frequência (SEN, 2006, p. 11). A Figura 2 ilustra uma *wavelet* típica estimada a partir de dados reais.

O objetivo da inversão sísmica acústica é determinar os valores de impedância acústica das camadas de rocha. Esse é um problema não linear, pois as equações que determinam o modelo direto são não lineares. Também é considerado mal posto, pois é ambíguo, ou seja, várias combinações de camadas e suas impedâncias podem gerar o mesmo resultado no dado sísmico. Essas características geram a necessidade de alta intervenção de especialistas para restringir o resultado (regularização). Quando poços são perfurados, são utilizadas outras ferramentas para observar dados mais próximos aos reais. Os principais métodos de inversão utilizam os dados de poços, também chamados de logs de poço, para regularização e geração de estatísticas. Estas estatísticas

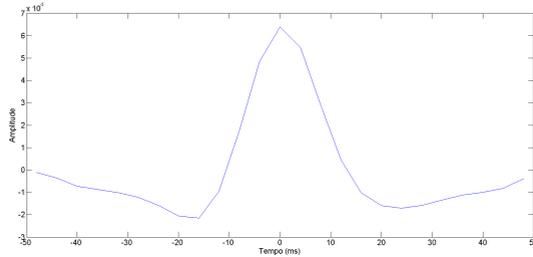


Figura 2: *Wavelet* extraída de dados reais

podem estar enviesadas, pois os poços já são perfurados em regiões mais propensas à produção.

No processo de inversão, é importante a modelagem da incerteza dos resultados obtidos, ou seja, obter realizações estocásticas respeitando os dados medidos e as informações *a priori*. Essas soluções devem representar bem a região onde o erro é menor que a tolerância desejada, chamada de região de equivalência (TOMPKINS; MARTÍNEZ; MUÑIZ, 2013). Existem várias razões para essa região de equivalência existir, incluindo erros nas medidas, cobertura dos dados sobre as localizações desejadas, limitação de banda do pulso sísmico, suposições sobre o modelo físico (e.g. isotropia, modelo de camadas, homogeneidade, etc.) e aproximações matemáticas do modelo direto. A modelagem de incerteza ajuda na avaliação dos riscos envolvidos nos processos de perfuração, exploração e produção de óleo e gás.

As médias e variâncias locais das soluções não são suficientes para caracterizar a incerteza na inversão, pois os modelos de impedância são utilizados como passo intermediário para gerar as entradas de processos como a simulação de fluxo, que estima qual será a produção de hidrocarbonetos. Esse tipo de simulação é essencialmente uma função não linear, ou seja, a média das simulações de fluxo não é necessariamente igual a simulação da média das impedâncias: $F(\bar{\mathbf{m}}) \neq \overline{F(\mathbf{m})}$, onde \mathbf{m} representa as soluções aceitáveis, $F(\cdot)$ a função não linear da simulação de fluxo e $\overline{(\cdot)}$ a operação de média. Amostragem, de uma forma geral, possibilita análises mais sofisticadas da distribuição posterior (HANSEN; CORDUA; MOSEGAARD, 2012).

Na literatura recente, diversos métodos foram propostos para tentar solucionar o problema da inversão sísmica com modelagem de incerteza. Modelos envolvendo técnicas de inteligência computacional

foram propostos para tentar resolver o problema (SEN; STOFFA, 1991; MALLICK, 1995; MA, 2002; ARTUN; MOHAGHEGH, 2011; MARTÍNEZ et al., 2012; SEN; STOFFA, 2013; SAMBRIDGE, 2013; DING et al., 2015). Apesar de terem oferecido bons resultados, esses modelos baseados em otimização não capturam de forma ideal o conhecimento do especialista. A incerteza resultante desses métodos é relacionada com o nível em que foi explorada a superfície de erro, ao invés da incerteza relacionada aos dados e conhecimentos *a priori* inseridos.

Uma proposta proeminente na literatura é o uso de ferramenta probabilístico baseado no teorema de Bayes, que aplicado em conjunto com o amostrador de Gibbs, gera realizações estocásticas da distribuição posterior (BULAND; OMRE, 2003a). Assim, pode-se computar estatísticas do conjunto de soluções, obtido com alto custo computacional. A proposta é mais aceita em comparação aos métodos de otimização por estimar a incerteza levando em consideração as informações prévias sobre os dados e o modelo de forma natural, além de respeitar as restrições geoestatísticas (GRANA; ROSSA, 2010; FIGUEIREDO, 2017).

A área de Geoestatística teve início a partir do uso de ferramentas estatísticas para tratar dados espaciais, modelar suas continuidades e lidar com incertezas presentes nos problemas da Geologia. Antes de sua criação, uma propriedade de rocha, por exemplo porosidade, era tratada como se fosse uma só variável aleatória. Ou seja, os valores desse atributo nos pontos espaciais de uma área eram tratados como amostras de uma mesma distribuição de probabilidade. A Geoestatística passou a assumir a característica espacial dos dados, onde cada posição da área é tratada como uma variável aleatória possuindo correlações com suas vizinhas (MATHERON, 1963).

Soares, Diet e Guerreiro (2007) propõem um método de inversão, chamado *Global Stochastic Inversion (GSI)*, baseado em *Direct Sequential Simulation (DSS)* (SOARES, 2001), uma importante ferramenta da Geoestatística. Na DSS, são utilizados modelos de continuidade espacial dos dados (variogramas direcionais, ou funções de correlação) para simular pontos não observados da área, respeitando assim a continuidade espacial, a variabilidade e o histograma observados nos dados de poços. O processo de inversão faz uso de DSS para encontrar um conjunto de soluções que tenha alta correlação das suas sísmicas sintéticas com o dado sísmico. Apesar da vantagem de se modelar a continuidade espacial em quaisquer direções desejadas, o método foi concebido para trabalhar em áreas pequenas, pois assume a estacionariedade das médias. Além disso, não converge em problemas mais avançados como a inversão para dados de porosidade (SOARES; DIET; GUERREIRO, 2007).

1.3 FÍSICA DE ROCHAS

Inicialmente, os processos para inversão sísmica foram propostos para estimar as propriedades elásticas das rochas, as quais são relacionadas diretamente com o comportamento da rocha quando atravessada por ondas sísmicas. Como estas propriedades por sua vez estão relacionadas com as propriedades físicas das rochas, os métodos de inversão começaram a incorporar a estimativa de propriedades petro-físicas como porosidade, por exemplo.

Para obter propriedades petro-físicas, é necessário criar um modelo que relacione uma ou mais propriedades petro-elásticas com uma ou mais propriedades petro-físicas, por exemplo a relação entre impedância e porosidade. Esse modelo é chamado de modelo de física de rochas, pois é descrito o comportamento elástico das rochas utilizando parâmetros físicos como: conteúdo de mineral, de fluidos, porosidade, forma do grão e cimentação. Diversos modelos são descritos na literatura, e.g. modelo de inclusão (KUSTER; TOKSÖZ, 1974) e o de Pride (PRIDE; BERRYMAN; HARRIS, 2004).

Esse processo também tem influência da incerteza, pois os modelos de física de rochas possuem incertezas em seus parâmetros, além das rochas serem heterogêneas. Portanto, existe o interesse em utilizar um método que seja capaz de modelar a incerteza envolvida, justificado pelo fato das propriedades petro-físicas serem relacionadas diretamente com o processo de produção de hidrocarbonetos. Por exemplo, a porosidade é um indicador direto de óleo e essencial para o cálculo do volume de poros do reservatório. Por sua vez, o volume é um dos principais indicadores para escolher as posições de perfuração de poços, tendo sua incerteza um impacto direto nos resultados das perfurações e das estratégias de produção (GRANA; ROSSA, 2010). A Figura 3 demonstra um *crossplot* com a relação experimental medida no poço entre porosidade e impedância acústica.

É possível notar na Figura 3, que um modelo determinístico não representará bem a relação, pois dado um valor de impedância existem diversos valores de porosidade possíveis observados no poço. Além disso, as regiões de maiores porosidades são as de maior interesse para exploração de hidrocarbonetos, pois possuem mais chances de serem viáveis para extração, sendo, ao mesmo tempo, as que possuem menos observações no poço. Este fator leva a necessidade de inserir conhecimento prévio, ou a priori.

Para inserir conhecimento a priori, são utilizados modelos teóricos de física de rochas, os quais dependem do tipo de rocha intrínseco.

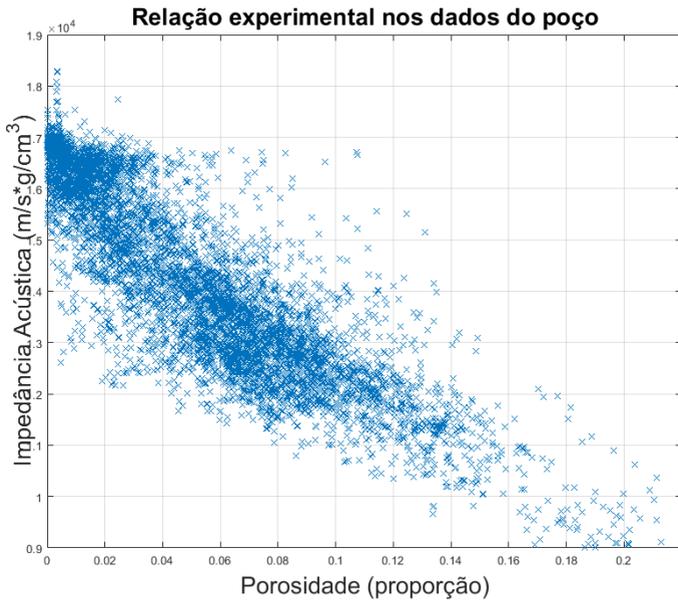


Figura 3: Distribuição experimental no poço de porosidade e impedância

Os tipos de rochas são classificados ou agrupados de acordo com a aplicação, e os grupos são chamados de litofácies ou fácies. Mukerji et al. (2001) foram pioneiros em modelar as relações de físicas de rochas utilizando estatística, levando em consideração a incerteza e resultando em probabilidade de fácies.

Grana e Rossa (2010) avançaram no tema, utilizando uma integração de inversão Bayesiana linearizada com modelos estatísticos de física de rochas para calcular a distribuição de probabilidades das variáveis petro-físicas. Figueiredo et al. (2017) utilizaram uma linearização dos modelos estatísticos de física de rochas, integrado ao algoritmo de Gibbs para gerar amostras e calcular as probabilidades de fácies e propriedades petrofísicas.

1.4 OBJETIVO

Os modelos atuais de inversão com modelagem de incerteza possuem uma relação de compromisso entre complexidade computacional e a quantidade de informação a priori que a metodologia integra no processo de inversão. Em outras palavras, quando se integra mais informação na inversão, a complexidade computacional aumenta. Para diminuir o custo computacional, são feitas aproximações, sacrificando a generalidade do método. A presente Tese tem o objetivo de integrar técnicas consolidadas de inversão sísmica com modelagem de incerteza, afim de avançar no compromisso entre custo e abrangência. A primeira principal contribuição diminui a complexidade computacional da técnica de inversão GSI e a segunda aumenta a aplicabilidade da inversão Bayesiana linearizada com física de rochas.

O primeiro objetivo do presente trabalho consiste em propor um modelo capaz de integrar a atualização Bayesiana no processo de inversão GSI. Resultados experimentais indicam que utilizar o método determinístico de inversão Bayesiana (BULAND; OMRE, 2003a), como base para iniciar a simulação geoestatística, obtém maior ajuste aos dados na primeira iteração. O novo modelo aumenta a eficiência da amostragem comparada à GSI pura, pois inicia o processo a partir de uma solução que já possui toda a informação da sísmica.

A modelagem da continuidade espacial é outra vantagem obtida ao integrar as propostas. No modelo de amostragem Bayesiana atual, é impraticável computacionalmente modelar a continuidade em direções que não sejam a vertical, pois para tanto é necessário inserir as covariâncias entre todos os pontos a serem invertidos. Neste tópico, é proposto

um objetivo minoritário deste Tese, o qual é propor uma aproximação que faz uso de uma truncagem no modelo de continuidade espacial, solucionando o problema de forma local e obtendo complexidade linear na computação da resolução da inversão Bayesiana linearizada por máximo a posteriori.

O segundo objetivo majoritário consiste em propor um modelo que integre a inversão Bayesiana no processo de inversão para propriedades petrofísicas, utilizando modelos de física de rochas experimentais. A contribuição consiste em utilizar os dados do poço diretamente para amostrar as propriedades petrofísicas dado as elásticas, para tanto, fazendo uso da DSS com distribuições marginais (HORTA; SOARES, 2010). O uso deste tipo de simulação é vantajoso pois não possui restrições quanto a forma da distribuição dos dados do poço, e portanto, dos modelos de física de rochas. Se espera que essa metodologia seja eficiente na modelagem de incerteza para a inversão conjunta de impedância acústica com porosidade, reproduzindo nas simulações geoestatísticas a relação experimental observada no poço. A proposta tem caráter inédito na literatura, pois segue a mesma linha e adiciona abrangência à metodologia de inversão sísmica Bayesiana com modelagem a priori integrada com física de rocha e litofácies (FIGUEIREDO et al., 2017).

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este documento está organizado da seguinte forma. Após esta breve introdução, o Capítulo 2 apresenta o estado da arte em modelos de inversão sísmica com modelagem de incerteza para propriedades elásticas e petrofísicas. O Capítulo 3 trata das contribuições do presente trabalho, apresentando as metodologias propostas. No Capítulo 4, são apresentados resultados experimentais para todas as contribuições da Tese, utilizando conjuntos de dados sintéticos e reais. O Capítulo 5 conclui o trabalho discutindo as contribuições e propondo trabalhos futuros.

2 INVERSÃO SÍSMICA COM MODELAGEM DE INCERTEZA

Numa configuração de experimentos físicos se tem o espaço dos parâmetros do modelo e o espaço das medidas. No contexto da sismica de reflexão, os dados sísmicos d são representados no espaço das medidas e a propriedade de impedância acústica m das rochas é representada no espaço do modelo.

A princípio parece descomplicada a utilização de equações físicas que descrevem o sistema de forma inversa, fazendo o mapeamento do espaço das medidas ao espaço do modelo. No entanto, esses métodos de inversão direta sofrem de instabilidades devido à ruído e características de ambiguidade e não-linearidade do problema (SEN, 2006, p. 50). Outra opção é utilizar tentativa e erro para ajustar os parâmetros até conseguir uma resposta semelhante aos dados experimentais. Formalmente este processo é automatizado utilizando métodos de otimização. Para tanto, é preciso definir uma função de custo, ou função objetivo, que mede o ajuste dos dados produzidos pelos parâmetros do modelo (dado sintético) ao dado medido.

O objetivo da inversão, no entanto, vai além de encontrar os parâmetros que melhor se ajustam aos dados. Quando os dados são ruidosos, o modelo direto não é exato e não existem dados suficientes, a inversão tem solução não única, ou seja, vários modelos ajustam aos dados de forma equivalente. Consequentemente é importante modelar a incerteza envolvida no processo, indicando qual a variabilidade dos modelos que se ajustam bem aos dados.

A relação entre o modelo e os dados (modelo direto) é dada por:

$$d = G(m_v) + e \quad (2.1)$$

onde $G(\cdot)$ é uma função não linear, e assume-se que um ruído e está presente. Em teoria o ruído é uma interferência aleatória que não se tem controle, na prática se considera ruído tudo que não é explicado pela função G , e.g. imprecisões no modelo físico e problemas com filtragem e processamento dos dados.

2.1 INVERSÃO SÍSMICA LINEAR E NÃO LINEAR

O modelo mais utilizado para aproximar a função G , no caso da inversão sísmica, é o modelo convolucional. No caso discreto a con-

volução é dada pelo produto acumulado de cada amostra do vetor de refletividades por todas as amostras da *wavelet*. Portanto pode ser representado por uma operação matricial:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{r} \quad (2.2)$$

onde \mathbf{G} é uma matriz convolucional construída utilizando uma *wavelet* e \mathbf{r} o vetor das refletividades definido por:

$$r(t) = \frac{z(t + \delta t) - z(t)}{z(t + \delta t) + z(t)} \quad (2.3)$$

o que torna não linear a relação entre impedância \mathbf{z} e o dado sísmico. Uma aproximação aceitável quando valores de refletividades não ultrapassam 0.3 é dada por (STOLT; WEGLEIN, 1985):

$$r(t) = \frac{1}{2} \Delta \ln(z(t)) \quad (2.4)$$

Utilizando estas aproximações para o modelo direto, a alternativa mais objetiva é incorporar as aproximações na matriz \mathbf{G} e invertê-la para obter $\ln(\mathbf{z})$, por fim aplicar o exponencial para obter \mathbf{z} . Neste caso temos os seguintes problemas: existência; unicidade; estabilidade; e robustez (SEN, 2006, p. 56-57). Utilizando a formulação de mínimos quadrados também é possível resolver sistemas sobredeterminados, solucionando problemas com a melhor estimativa possível no sentido de minimizar o erro quadrático (norma L_2). Apesar de ser uma solução mais geral, ainda é utilizado somente um critério de ajuste aos dados, o que não possibilita a inserção de conhecimento *a priori*. É possível regularizar o método de mínimos quadrados, mas ainda não se tem muita liberdade para inserir conhecimentos *a priori* e de outras fontes (CLAPP; CLAPP; BIONDI, 2005).

Quando não é possível o uso da aproximação da Equação 2.4, o problema deve ser abordado utilizando métodos de otimização não linear. Com isso, os erros devido às aproximações do modelo direto diminuem, mas a otimização se torna mais custosa. Como a relação entre os dados e os parâmetros é não linear, a função objetivo a ser minimizada irá possuir mínimos locais, tornando necessário o uso de métodos de otimização global. Esta prática está bem documentada na literatura de inversão, como o uso de *simulated annealing* (MA, 2002), de algoritmos genéticos (MALLICK, 1995) e enxame de partículas (ZHE; HANMING, 2013).

Outra forma de inversão presente na literatura é a elástica (AZEVEDO et al., 2013; BULAND; OMRE, 2003a). Nesse tipo de inversão os

dados sísmicos estão em um nível diferente de processamento onde os traços sísmicos são empilhados em intervalos de ângulos de incidência. Com isso é possível inverter para Vp (velocidade primária/compressional), Vs (velocidade secundária/cisalhante) e ρ (densidade), ao invés de somente impedância acústica. A Equação 2.5 modela a relação da refletividade c_{pp} com Vp (α), Vs (β) e ρ para cada ângulo disponível.

$$c_{pp}(\theta) = a_\alpha(\theta) \frac{\Delta\alpha}{\bar{\alpha}} + a_\beta(\theta) \frac{\Delta\beta}{\bar{\beta}} + a_\rho(\theta) \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} \quad (2.5)$$

onde:

$$a_\alpha(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \tan^2 \theta), \quad (2.6)$$

$$a_\beta(\theta) = -4 \frac{\bar{\beta}^2}{\bar{\alpha}^2} \sin^2 \theta, \quad (2.7)$$

$$a_\rho(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 - 4 \frac{\bar{\beta}^2}{\bar{\alpha}^2} \sin^2 \theta \right). \quad (2.8)$$

Neste caso, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ e $\bar{\rho}$ são as respectivas médias sobre a interface; $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ e $\Delta\rho$ são os contrastes e θ o ângulo médio de reflexão. Essas propriedades são importantes, pois a velocidade secundária é indicador de hidrocarbonetos por não se propagar em meio líquido. Desta forma, áreas com presença destes compostos se destacam numa imagem de Vs, podendo indicar contatos da água com óleo. As metodologias para resolução do problema são semelhantes, mas neste caso aumentando a dimensão dos dados e números de parâmetros a serem estimados (BULAND; OMRE, 2003a).

2.1.1 Inversão Bayesiana Linearizada por Máximo *a posteriori*

A inversão Bayesiana linearizada por Máximo *a posteriori* (BULAND; OMRE, 2003a; FIGUEIREDO et al., 2014), a partir deste momento referida como MAP para simplificação, é realizada para cada traço individualmente. Baseado no modelo convolucional e assumindo que o ruído presente nos dados é Gaussiano, o vetor das sísmicas experimentais \mathbf{d} , é modelado pela distribuição de probabilidade:

$$p(\mathbf{d}|\boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Sigma}_d) = N(\boldsymbol{\mu}_d, \boldsymbol{\Sigma}_d), \quad (2.9)$$

onde $\boldsymbol{\mu}_d = \mathbf{G}\mathbf{m}$ é o vetor com a sísmica sintética e $\boldsymbol{\Sigma}_d$ é a matriz de covariância do ruído da sísmica, a qual é definida conforme a confiabilidade que o especialista tem no dado sísmico ou seu nível de ruído. Geralmente se utiliza uma matriz diagonal com mesma variância para todos os elementos.

Para o vetor modelo \mathbf{m} com o logaritmo natural da impedância acústica, considerou-se também uma distribuição normal:

$$p(\mathbf{m}|\boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m) = N(\boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m), \quad (2.10)$$

no qual $\boldsymbol{\mu}_m$ é um vetor contendo a média a priori e $\boldsymbol{\Sigma}_m$ é a matriz de covariância a priori.

A média $\boldsymbol{\mu}_m$ também é chamada de baixa frequência, pois como os dados sísmicos não possuem amplitude nas frequências abaixo de 6 a 8Hz, um modelo suavizado que contém as frequências faltantes é fornecido para a inversão. Os modelos de baixa frequência podem ser obtidos utilizando análise de velocidades, o qual é um processo que antecede a inversão e foge do escopo desta Tese. Outra forma de obter tal modelo, é a interpolação espacial dos dados de poços filtrados. Portanto, a baixa frequência é uma informação adicional que é fornecida pelo especialista e pode incluir conhecimento prévio como contatos óleo/água (PENDREL, 2015).

Os componentes da matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}_m$ foram definidos conforme (FIGUEIREDO et al., 2014):

$$\nu_{t,t'} = \sigma_m^2 \exp\left(-\frac{(t-t')^2}{L^2}\right), \quad (2.11)$$

que define a correlação entre as componentes de \mathbf{m} no tempo t e t' , na qual σ_m^2 é a variância da impedância acústica calculada nos dados de poços sem a baixa frequência, e L é a distância de correlação vertical a ser imposta ao resultado.

Neste arcabouço a média e variância posterior para cada traço podem ser calculadas analiticamente via (BULAND; OMRE, 2003a):

$$\boldsymbol{\mu}_{m|} = \boldsymbol{\mu}_m + \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G}\boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1} (\mathbf{d}_o - \mathbf{G}\boldsymbol{\mu}_m), \quad (2.12)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{m|} = \boldsymbol{\Sigma}_m - \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G}\boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1} \mathbf{G}\boldsymbol{\Sigma}_m. \quad (2.13)$$

A computação da matriz inversa utilizada na resolução das equações acima pode ser aproveitada quando o problema é resolvido traço-a-traço, ou seja, quando não é imposta nenhuma restrição de correlação

entre traços vizinhos. Isto implica em utilizar matrizes de covariâncias constantes para todos os traços da área a ser invertida. Portanto, alteram-se a sísmica \mathbf{d}_0 e a baixa frequência μ_m para cada traço, enquanto os demais termos são mantidos constantes e calculados somente uma vez, obtendo-se a média e covariância posterior para o traço desejado. Esta metodologia é denominada inversão Bayesiana linearizada por máximo a posteriori traço-a-traço, a qual será referida a partir deste ponto por MAP traço-a-traço.

Utilizando esta metodologia a solução é representada por uma distribuição posterior Gaussiana com expressões explícitas para o valor esperado e para a covariância. Não são necessárias iterações para ajuste do modelo, tornando o método eficiente e útil em casos de uso reais, possibilitando o especialista alterar parâmetros e avaliar o resultado em tempo real numa pequena área. Satisfeito com a parametrização, o método é aplicado a todo o campo. A matriz de covariância posterior indica a incerteza presente no resultado, o ajuste aos dados é controlado pela matriz de covariância *a priori* de erro da sísmica e também é preciso definir a matriz de covariância *a priori* da impedância, ou seja, é preciso ter conhecimento, mesmo que de forma grosseira, das correlações espaciais e variâncias que se deseja no resultado. Ao final, a covariância posterior é calculada, atualizando essas informações.

Uma desvantagem destacada na literatura é a dificuldade em inserir modelos de continuidade mais abrangentes, pois é necessário incluir as covariâncias entre traços vizinhos, aumentando as matrizes de covariância e a matriz a ser invertida. Inserindo as correlações horizontais também inviabiliza aproveitar o cálculo da matriz inversa, pois desta forma o resultado da inversão precisa ser calculado para todos os pontos a serem invertidos ao mesmo tempo.

2.2 MODELAGEM DE INCERTEZA

Novas propostas surgiram recentemente para tentar encontrar modelos $\mathbf{m}_f \in \mathbf{M} \subset \mathbf{R}^N$, onde \mathbf{M} é o conjunto de modelos admissíveis que atendem o conhecimento *a priori* e são consistentes com o domínio do problema (TOMPKINS et al., 2011). Para o problema da incerteza, o objetivo é encontrar o conjunto de modelos pertencentes a \mathbf{M} que se ajustam aos dados observados com uma certa tolerância (*tol*):

$$\|G(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|_p \leq tol \quad (2.14)$$

onde $\|\cdot\|_p$ é uma norma L_p de erro escolhida. Na prática esse parâmetro cria um vale plano na função de erro (MARTÍNEZ; MUÑIZ; TOMPKINS, 2012), como ilustrado em uma dimensão na Figura 4.

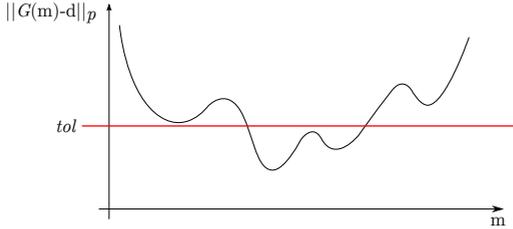


Figura 4: Efeito da tolerância na função de erro

A justificativa para o uso desse nível de tolerância é evitar o ajuste dos dados ao ruído. No caso do erro atingir o mínimo, o modelo está tentando explicar o ruído presente nos dados medidos. Apesar da Figura 4 ser uma simplificação, consegue-se perceber que ao adicionar a tolerância um conjunto de modelos passa a ser aceitável. Sem a tolerância um só modelo seria eleito como melhor e não teríamos a estimativa da incerteza, apesar de se ajustar melhor aos dados. Este parâmetro é definido empiricamente e deve refletir a incerteza e o ruído presente nos dados.

Na técnica MAP, citada anteriormente na Seção 2.1.1, além de retornar a matriz de covariância indicando a incerteza presente no resultado, não é necessário definir a tolerância explicitamente, mas é preciso definir a matriz de covariância *a priori* do modelo, ou seja, é preciso ter conhecimento, mesmo que de forma grosseira, das correlações espaciais e variâncias que se espera do resultado. Ao final, a covariância posterior é calculada e o conhecimento *a priori* é atualizado com os dados. Uma desvantagem importante é a dificuldade em inserir modelos de continuidade mais abrangentes, pois para tanto é necessário incluir as covariâncias entre todos os pontos a serem estimados. Atualmente é inserida somente covariância entre amostras no mesmo traço, ou seja, somente na direção vertical. Inserir covariância em outras direções aumenta o número de elementos da matriz de covariância de forma quadrática, tornando o processo custoso.

Utilizando uma abordagem estocástica Bayesiana, Figueiredo et al. (2013) leva em consideração a incerteza na *wavelet* gerando amostras das distribuições posteriores da impedância acústica e da *wavelet*. O problema continua linearizado e com suposição Gaussiana, mas

é preciso utilizar um esquema de amostragem baseado em simulação *Markov-chain Monte Carlo* (MCMC) via algoritmo de Gibbs, pois não é possível obter as distribuições posteriores analiticamente. Com realizações da distribuição posterior, é possível calcular as estatísticas de interesse e modelar a incerteza envolvida. A desvantagem é o alto custo computacional para gerar amostras dessas distribuições, principalmente com o aumento da dimensão do problema. Um estudo recente utiliza MCMC para realizar amostragem das propriedades de porosidade e permeabilidade das rochas (ZUNINO et al., 2014). Estas propriedades são geralmente estimadas em uma etapa posterior à estimativa de propriedades primárias, como a impedância. Portanto o método gera interesse ao realizar inversão de forma mais avançada no fluxo de trabalho, além de gerar estimativas da incerteza. Apesar de sofrer com o alto custo computacional da amostragem o autor relata bons resultados.

A estimativa de *wavelets* também é objeto de estudo na literatura. O problema consiste em determinar o pulso sísmico que gerou o sinal medido, utilizando os dados de poços como referência. *Wavelets* podem ser consideradas o elo entre os dados sísmicos e as propriedades de rocha. Como podem haver erros de conversão da escala de profundidade dos poços para a escala de tempo dos dados sísmicos, é necessário avaliar a incerteza na estimativa da *wavelet*. Por isso, um esquema de amostragem semelhante, baseado em MCMC, foi utilizado em Buland e Omre (2003b).

Esforços na área de inteligência computacional foram inicialmente empregados utilizando métodos que possuem componentes estocásticas, mas foram desenvolvidos originalmente para exploração, ou seja, encontrar rapidamente o mínimo global da função objetivo (SEN; STOFFA, 1995). Otimização por enxame de partículas é um exemplo. O método foi modificado para permanecer em sua fase de exploração, favorecendo soluções que ficam abaixo de certa tolerância. Realizando, portanto, o que é chamado de *importance sampling* (MARTÍNEZ et al., 2010). Os autores dessa metodologia defendem que a função de erro é um bom *proxy* para a distribuição posterior.

Trabalhos anteriores tentaram sem êxito utilizar várias execuções de algoritmos genéticos (GA) para estimar a incerteza (SEN; STOFFA, 1995, p. 152). A hipótese era que ao executar o algoritmo várias vezes, seriam encontrados vários mínimos locais que representariam a incerteza. Mas como demonstrado em Martínez, Muñoz e Tompkins (2012), a topografia da função de erro em inversão sísmica possui grandes vales alongados de mínimo global. Com isso os métodos devem ser modificados para capturar essa característica e portanto, a simples execução

múltipla não gera boa estimativa da incerteza.

A metodologia de Scheidt e Caers (2009) utiliza redução dimensional baseada em *Multi-Dimensional Scaling* (MDS). Técnica que visa preservar distâncias do espaço original no espaço reduzido. Característica que possibilita o uso de diferentes métricas para modelar distâncias entre modelos. Análise de agrupamento de dados (*cluster analysis*) é utilizada para definir modelos equivalentes no espaço reduzido, selecionando somente poucos modelos para simulação de fluxo de petróleo. Esse fluxo de trabalho é possível pois os autores modelam a incerteza já com o objetivo de verificar sua influência na simulação de fluxo. Essa metodologia permite realizar análise de sensibilidade e integrar outras fontes de incerteza ao processo de inversão, como diferentes *wavelets* ou parâmetros de continuidade espacial. Desta forma, é possível verificar os pontos que mais influenciam na incerteza do modelo final visualizando os modelos em um espaço reduzido e selecionando representativos via agrupamento de dados (CAERS, 2011, p. 188).

2.2.1 Métodos para Simulação Geoestatística

Com o surgimento da área de geoestatística, as primeiras metodologias a ganharem espaço na literatura foram os tipos de Krigagem (KRIGE, 1951) seguidos pelas simulações sequenciais (MATHERON, 1963). O objetivo principal é extrapolar o conhecimento localizado em pequenas áreas para uma área maior da subsuperfície (DOYEN, 2007). Os resultados das simulações representam as heterogeneidades, simulando a variabilidade espacial, que por sua vez está relacionada à estratigrafia de uma determinada área de interesse.

Para atingir tal objetivo, a principal ferramenta utilizada é o variograma teórico, obtido pela análise das correlações experimentais ou utilizando um conhecimento prévio sobre a heterogeneidade da área a ser simulada. A função que representa o variograma geralmente pode ser dos tipos: Gaussiano, exponencial e esférico (DOYEN, 2007). O variograma experimental é definido por:

$$\lambda(\Delta t) = E\{[y(t) - y(t + \Delta t)]^2\}, \quad (2.15)$$

onde y é a variável de interesse, $E\{\cdot\}$ é o operador da média e t o domínio de y . O variograma é relacionado com a função de correlação $c(\Delta t)$, também chamada de correlograma, por:

$$\lambda(\Delta t) = c(0) - c(\Delta t), \quad (2.16)$$

onde

$$c(\Delta t) = E\{[y(t) - \mu(t)][y(t + \Delta t) - \mu(t + \Delta t)]\}. \quad (2.17)$$

Ou seja, ambas as funções descrevem o comportamento da correlação dos pontos separados por diferentes distâncias (Δt), em outras palavras, descrevem sua correlação espacial.

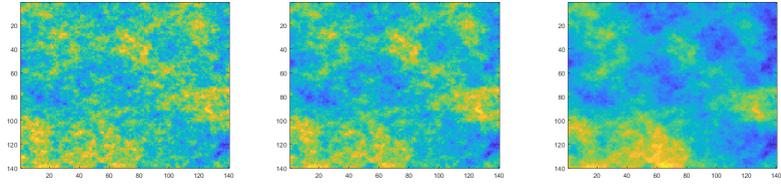
As simulações geoestatísticas utilizam o variograma como entrada e visam reproduzi-lo nos resultados, extrapolando assim o conhecimento da variabilidade dos dados experimentais para toda a área de interesse. A Figura 5 demonstra as características de diferentes modelos de variogramas nos resultados de simulações geoestatísticas. Conforme a distância de correlação h aumenta, é possível verificar a formação de estruturas maiores e mais correlacionadas, indicando menor heterogeneidade do campo aleatório simulado.

Na geração das simulações da Figura 5, foi utilizado um dos métodos pioneiros, chamado de Simulação Sequencial Gaussiana (*Sequential Gaussian Simulation*, SGS) (DEUTSCH; JOURNAL, 1998). As simulações sequenciais utilizam um caminho aleatório pelo espaço a ser simulado, para cada ponto do caminho é calculada a média e variância da Krigagem (ISAAKS; SCIENCES, 1990) utilizando os dados experimentais e as posições já simuladas. Conforme o espaço é preenchido, as variâncias calculadas em cada ponto do caminho vão diminuindo, assim a continuidade espacial fornecida pelo variograma teórico é garantida.

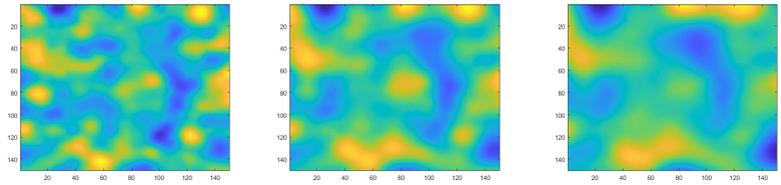
No contexto da inversão sísmica, como os dados sísmicos possuem banda limitada, a modelagem utilizando simulação geoestatística é importante para fornecer informações nas bandas superiores de frequência. Os dados sísmicos mais comuns oferecem informações entre 8 e 65Hz. A Figura 6 representa no espectro de frequências as informações vindas dos dados sísmicos, do modelo de baixa frequência e obtido via amostragem.

2.2.2 *Global Stochastic Inversion*

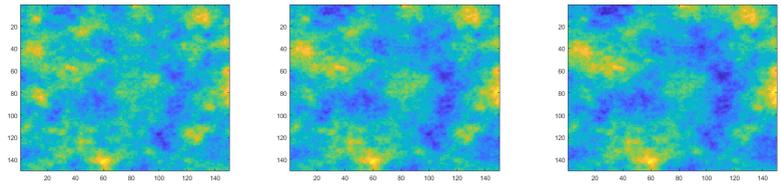
Soares (2001) propõe o uso de Simulação Sequencial Direta (SSD) utilizando dados de poços e seus variogramas para realizar amostragem sequencial da distribuição de probabilidades da impedância baseada na média e variância da Krigagem. O autor avança no sentido de amostrar da distribuição global sem precisar fazer transformações para variáveis Gaussianas. Inversão sísmica utilizando SSD, chamada de *Global Stochastic Inversion* (GSI), é proposta em Soares, Diet e Guerreiro (2007),



(a) Exponencial $h = 10$ (b) Exponencial $h = 20$ (c) Exponencial $h = 100$



(d) Gaussiano $h = 20$ (e) Gaussiano $h = 30$ (f) Gaussiano $h = 40$



(g) Esférico $h = 20$ (h) Esférico $h = 30$ (i) Esférico $h = 40$

Figura 5: Diferentes simulações com variogramas dos tipos Gaussiano, exponencial e esférico e respectivas distâncias de correlação (h).

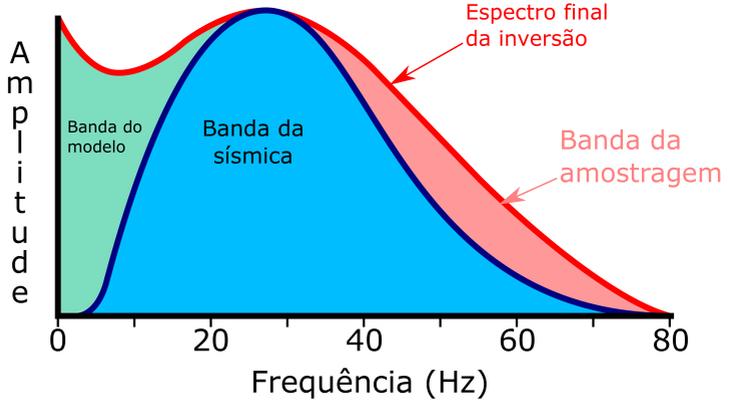


Figura 6: Bandas de frequência dos dados sísmicos e de conhecimento a priori.

onde a ideia de combinação presente em algoritmos genéticos é utilizada. Regiões locais de simulações estocásticas são combinadas afim de encontrar uma amostra global que maximize a correlação da sísmica sintética com a medida. Como o método utiliza SSD, a continuidade espacial é modelada em qualquer direção definida pelos variogramas.

Pode ser utilizado qualquer tipo de Krigagem para a SSD, incluindo a co-Krigagem que utiliza uma variável secundária Z_1 . Esta variável representa um atributo ou outra propriedade que possui correlação com a variável primária Z_2 a ser simulada, por exemplo, o resultado de um método determinístico. A SSD utilizando co-Krigagem é denominada co-SSD. A estimativa de co-Krigagem simples para a variável primária Z_2 é dada por (SOARES, 2001):

$$[Z_2(x_u)^*]_{CKS} = \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha} z_2(x_{\alpha}) + \lambda_{\beta} z_1(x_u)^* \quad (2.18)$$

onde x_u são as coordenadas dos pontos onde se quer estimar e x_a são as coordenadas dos pontos onde possuem dados amostrados ou que já foram simulados, λ são os pesos calculados pela Krigagem (GOOVAERTS, 1997, p. 169). Para calcular os pesos da co-Krigagem, é necessário definir uma correlação da variável primária com a secundária, informação retirada dos dados de poço ou informada por um especialista e que pode ser global, todos os pontos de Z_1 tem a mesma correlação com

Z_2 , ou local onde cada ponto possui sua correlação entre as variáveis primária e secundária. A variância da co-Krigagem simples é dada por:

$$\sigma_{CKS}^2(x_u) = Var\{Z_2(x_u)^* - Z_2(x_u)\} \quad (2.19)$$

A variância e média da Krigagem são então utilizadas para amostrar a distribuição global F_{Z_2} via transformação local Gaussiana como demonstrado na Figura 7.

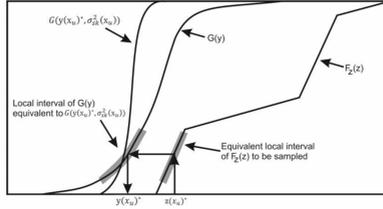


Figura 7: Amostragem global via transformação local feita pela SSD (SOARES, 2001)

Com esta transformação, o autor demonstra que é possível amostrar a distribuição global utilizando amostras de Gaussianas equivalentes a $G(y(x_u)^*, \sigma_{SK}^2(x_u))$, ou seja, centrada nas médias e com as variâncias locais da Krigagem. Esta abordagem se diferencia da *Sequential Gaussian Simulation* (SGS) (ISAAKS; SCIENCES, 1990) por não realizar a transformação da distribuição global para uma variável Gaussiana (SOARES, 2001).

O processo de inversão GSI inicia-se sem imagem secundária, efetuando uma SSD somente utilizando os variogramas e dados de poço. As melhores regiões dos dados simulados são selecionadas baseado na correlação da sísmica sintética com a original. Uma imagem auxiliar é então criada com essas melhores regiões e utilizada como variável secundária na próxima iteração. Os passos da inversão GSI estão resumidos a seguir:

1. Gerar um conjunto de inicial de imagens de impedância acústica utilizando SSD
2. Calcular a sísmica sintética efetuando a convolução das refletividades, calculadas a partir das impedâncias, com uma *wavelet* conhecida

3. Avaliar o casamento das sísmicas sintéticas com a real utilizando correlação local
4. Ordenar as impedâncias por melhor casamento de sua sísmica sintética e selecionar delas os melhores traços de impedância. Com os melhores traços, compor uma imagem auxiliar para o próximo passo
5. Gerar um novo conjunto de imagens utilizando co-SSD e retornar ao passo 2 até que um critério de convergência seja atingido

Uma limitação dos métodos geostatísticos é a necessidade de transformar o espaço físico para um espaço deposicional, ou seja, levar em consideração que ao longo do tempo a estrutura em que foram depositados os sedimentos foi deformada por falhas e dobramentos. No espaço físico, são modelados os processos de propagação de ondas e fluxo, por exemplo. No espaço deposicional, são modeladas as propriedades das rochas. Para contornar essa limitação, é feita uma transformação onde são utilizados dados chamados de horizontes, criados pelo especialista para acompanhar as deformações sofridas pelas camadas utilizando uma superfície interpretada na sísmica. Desta forma, assume-se que quando as camadas de sedimentos foram depositadas elas eram planas e os dados são transformados horizontalizando as superfícies (CAERS, 2011, p. 140). O processo é ilustrado na Figura 8. A transformação deve ser aplicada aos dados de poços e à variável secundária antes de modelar os variogramas e efetuar a SSD, e revertida para visualizar os resultados e calcular a sísmica sintética (Equações 2.3 e 2.2). Esta transformação também é chamada de conversão para grade estratigráfica ou transformação para condições pré-falhas.

Com esta transformação feita para o domínio deposicional, é possível modelar mais precisamente as continuidades horizontais das camadas de rochas, obtendo maior coerência nas simulações finais. Por exemplo, no domínio físico da Figura 8, a camada azul não se conecta entre os lados esquerdo e direito da falha. No entanto, quando é feito o processo de horizontalização, a camada fica conectada e pode ser modelada sua continuidade horizontal.

2.3 ANÁLISE DE INCERTEZA

Os métodos de inversão que utilizam amostragem, como os propostos em Soares, Diet e Guerreiro (2007), Grana e Rossa (2010), Figueiredo et al. (2013), produzem um conjunto de modelos que são

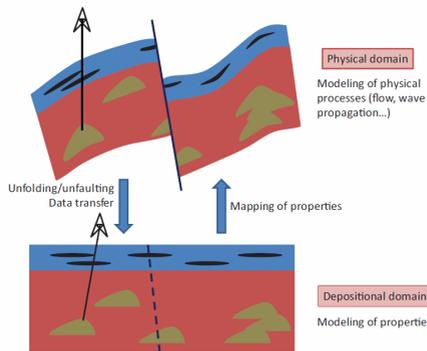


Figura 8: Processo de horizontalização (CAERS, 2011, p. 143)

amostras da distribuição posterior dos parâmetros do modelo. Portanto, é preciso calcular estatísticas e utilizar métodos que sumarizem a informação apresentada pelo conjunto de modelos, afim de extrair conhecimento útil para tomada de decisão posterior (DOYEN, 2007).

Um problema que surge nas metodologias estocásticas é garantir que foi produzido um número suficiente de amostras representando a distribuição posterior. No caso do algoritmo de Gibbs, existem metodologias que indicam como testar se um número suficiente de amostras foi gerado (BOSCH; MUKERJI; GONZALEZ, 2010). Para a GSI, em Azevedo et al. (2014) foi proposta uma análise baseada em *Multi-Dimensional Scaling* (MDS), onde as amostras da subsuperfície são comparadas com os dados de poço em um espaço de dimensão reduzida. Como esta análise foi feita utilizando a distância Euclidiana, o MDS se torna correspondente à metodologia de Análise de Componentes Principais, ou do inglês *Principal Component Analysis* (PCA). A próxima seção detalha o funcionamento da PCA, juntamente com uma técnica de estimativa de função de densidade de probabilidade chamada *Kernel Density Estimation* (KDE), estas técnicas são amplamente utilizadas para visualização de incerteza (CAERS, 2011, cap. 9).

2.3.1 Análise de Componentes Principais e *Kernel Density Estimation*

Para visualizar a incerteza dos parâmetros, é possível aplicar a técnica de PCA juntamente com uma estimativa da função de densidade de probabilidade do conjunto de modelos resultante da inversão estocástica. Desta forma, podemos visualizar uma aproximação da distribuição de probabilidades subjacente. A redução dimensional tem o objetivo de projetar as amostras originais em um espaço de dimensão reduzida onde os primeiros componentes representam as maiores variabilidades encontradas nas amostras originais. Amostras similares acabam por se agrupar no espaço reduzido, enquanto as dissimilares são projetadas distantes entre si.

A técnica de estimativa da função de densidade de probabilidade tem o objetivo de suavizar a distribuição experimental para melhor estimar a verossimilhança de qualquer ponto no espaço. Em outras palavras, a distribuição de densidade de probabilidade é estimada para que seja possível avaliar o quão provável é uma nova amostra de pertencer ao conjunto de amostras já disponível previamente. No caso da aplicação para a presente Tese, o objetivo é avaliar o quão provável uma amostra de log de poço é de pertencer ao conjunto de realizações amostradas pelo método a ser avaliado. Neste caso, o log de poço não foi utilizado diretamente na geração destes modelos, configurando o que é chamado de teste cego.

A ideia principal do PCA é reduzir a dimensão de um conjunto de dados com um certo número de variáveis correlacionadas, para um número menor de variáveis não correlacionadas (JOLLIFFE, 2002). As variáveis não correlacionadas são então denominadas componentes principais, ordenados de forma que os primeiros retêm maior variabilidade do espaço original. Para tanto, o primeiro passo é centrar as amostras em torno da origem, computar a matriz de covariância dessas amostras e finalmente calcular os autovalores e autovetores da matriz de covariância. Os autovetores correspondentes aos maiores autovalores são os que retêm maior variabilidade no espaço transformado. Podemos então descartar os autovetores com menos importância, desta forma representando nossas amostras por uma transformação linear dos autovetores retidos.

No caso particular de modelos de subsuperfície, considere uma matriz \mathbf{X} onde cada linha representa uma realização diferente da subsuperfície e cada coluna representa um ponto no espaço xyz . Portanto, a transformação que o PCA aplica aos dados é a seguinte:

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{W} \quad (2.20)$$

onde \mathbf{W} é uma matriz $m \times m$ com as colunas iguais aos autovetores de $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, sendo m a dimensão original das amostras, ou seja, o número de colunas da matriz \mathbf{X} .

O KDE é então aplicado aos componentes principais, ou seja, às primeiras colunas de \mathbf{T} , para suavizar sua função de densidade experimental, para tanto são utilizados funções de kernel $K(\cdot)$ centradas em cada amostra do espaço reduzido:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_i(t) \quad (2.21)$$

onde n é o número de amostras e K_i é uma função de kernel centrada na amostra T_i , e.g. a função Gaussiana $K_i(t) = e^{-\frac{(t-T_i)^2}{2\sigma^2}}$. A escolha da variância adequada, que também é referida como largura de banda (*bandwidth*), é crucial para prevenir sobre ou sub-suavização da função. Uma discussão mais completa sobre este parâmetro é encontrada em (SCHEIDT et al., 2015).

3 METODOLOGIA

Os problemas identificados nas metodologias de inversão sísmica da literatura foram: o alto custo computacional para inserir correlação horizontal nos resultados de inversões sísmicas; a geração de realizações da distribuição posterior resultante de inversões sísmicas probabilísticas; e a incorporação de modelos de física de rochas nas realizações. Portanto, a primeira contribuição da tese foi concebida inicialmente para atacar os alto custo da correlação horizontal.

No entanto, o problema de amostrar realizações da distribuição posterior da inversão Bayesiana linearizada com correlação horizontal persiste. Logo, a segunda contribuição da tese ataca esse problema propondo uma alternativa para a amostragem, utilizando resultados da inversão Bayesiana linearizada como médias locais para a amostragem da distribuição posterior.

Para enfrentar o problema de amostragem das propriedades petrofísicas, a terceira contribuição combina a utilização da solução da inversão Bayesiana linearizada como médias locais, com o uso de distribuições experimentais de física de rochas para relacionar propriedades petrofísicas e petro-elásticas. Portanto, as seções seguintes demonstram essas contribuições na sequência supracitada.

3.1 CORRELAÇÃO HORIZONTAL NA INVERSÃO BAYESIANA LINEARIZADA

Como citado na seção 2.1.1, a inserção de correlação entre amostras vizinhas horizontalmente na grade de inversão é custosa, pois é preciso definir uma matriz de covariância de tamanho $n \times n$, contendo covariâncias cruzadas entre todas as amostras da grade a ser invertida. Esta característica é o que faz o método possuir complexidade exponencial, pois como a matriz de covariância cresce quadraticamente, a inversão de matriz na Equação 2.12 domina a complexidade com $O(n^3)$. Portanto, o método com correlações horizontais é impraticável devido aos grandes volumes de dados sísmicos, que mesmo limitados ao tamanho de reservatórios de hidrocarbonetos, contém facilmente milhões de células, ou seja, na prática $n > 10^6$.

Para atacar este problema, Buland, Kolbjørnsen e Omre (2003) propõem a inversão com correlação no espaço das frequências, reduzindo a complexidade para $O(n \log n)$. No entanto, Bordignon et al.

(2016c) apresenta a primeira contribuição minoritária desta Tese, utilizando um esquema de janelamento para tratar o problema do crescimento exponencial da complexidade, atingindo complexidade $O(n)$, na prática alcançando um tempo de execução aceitável.

A metodologia Bayesiana apresentada é a solução de um sistema linear na forma $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{b}$, onde \mathbf{x} é a impedância acústica, $\mathbf{A} = \Sigma_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \Sigma_m \mathbf{G}^T + \Sigma_d)^{-1}$, $\mathbf{y} = (\mathbf{d}_o - \mathbf{G}\boldsymbol{\mu}_m)$ e $\mathbf{b} = \boldsymbol{\mu}_m$.

Adicionar correlação lateral não altera a forma da solução, pois se trata de um problema linear. A imposição de correlação é feita utilizando um operador linear sobre o vetor \mathbf{y} , em outras palavras, a matriz \mathbf{A} aumenta e fica mais complexa, mas ainda sim continua sendo um operador linear sobre \mathbf{y} . A medida que a área de interesse aumenta, a matriz \mathbf{A} fica ainda mais esparsa. Esse efeito é devido ao parâmetro de distância de correlação ser relacionado aos vizinhos mais próximos, ou seja, a solução do problema depende muito das amostras que estão numa vizinhança horizontal próxima, tendo pouca influência de amostras muito distantes umas das outras.

Utilizando a equação 2.11 para definir também a correlação horizontal, a esparsidade da matriz \mathbf{A} é notável para $L = 2$. Por exemplo, quando $t - t' = 4$, a covariância é 50 vezes menor do que a diagonal da matriz. Portanto, é razoável assumir que a partir desta distância as amostras não influenciam na solução umas das outras, podendo truncar esses valores para zero sem grandes efeitos na solução.

Portanto, a linearidade da solução é explorada para conceber um método de inversão com complexidade linear, além da truncagem do modelo de continuidade lateral. Assuma que o objetivo é inverter uma grade 3D com coordenadas $G \in \mathbb{Z}^3$ onde $|G| = n = ijk$, sendo i o número de células na direção x , j na direção y e k no tempo t . Assuma uma janela contínua $W \subset G$ onde $|W| = w^2k$, sendo w o tamanho da janela em ambas as direções x e y , com $w < i$ e $w < j$.

A seguir, o problema é posto como se o objetivo fosse inverter os traços somente dentro da janela 3D W , i.e. as matrizes de covariância são definidas e os traços sísmicos e modelos de baixa frequência são empilhados nos seus respectivos vetores \mathbf{d}_o e $\boldsymbol{\mu}_m$. Consequentemente, as matrizes de covariância terão tamanhos $w^2k \times w^2k$. Uma nova matriz de covariância Σ'_m é então definida utilizando somente as linhas de Σ_m correspondentes ao traço central da janela W , ou sejam somente as linhas relativas às coordenadas $(\lceil \frac{w}{2} \rceil, \lceil \frac{w}{2} \rceil, t) \forall t \in k$ são selecionadas de Σ_m para compor Σ'_m .

Finalmente, um operador é computado modificando a Equação 2.12 como segue:

$$\mathbf{O} = \Sigma'_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \Sigma_m \mathbf{G}^T + \Sigma_d)^{-1} \quad (3.1)$$

A matriz \mathbf{O} tem k linhas e $w^2 k$ colunas, que quando multiplicadas por $(\mathbf{d}_o - \mathbf{G}\boldsymbol{\mu}_m)$, definidas com todas as amostras dentro da janela W , produz a solução de impedância para o traço central da janela. Para inverter toda a área de interesse, a janela é então deslizada para a próxima coordenada x ou y da grade 3D por 1 índice, sobrepondo com a maioria das amostras da janela anterior. O operador \mathbf{O} é reutilizado e aplicado novamente para computar o próximo traço central de impedância da janela, o qual é 1 índice distante do traço central da janela anterior. Os passos são repetidos para todas as coordenadas de janelas possíveis da grade 3D G . Os traços centrais resolvidos são salvos para compor a solução final 3D para o problema. A figura 9 mostra uma projeção no plano (x, y) da janela deslizante dentro da grade 3D, com o seu traço central.

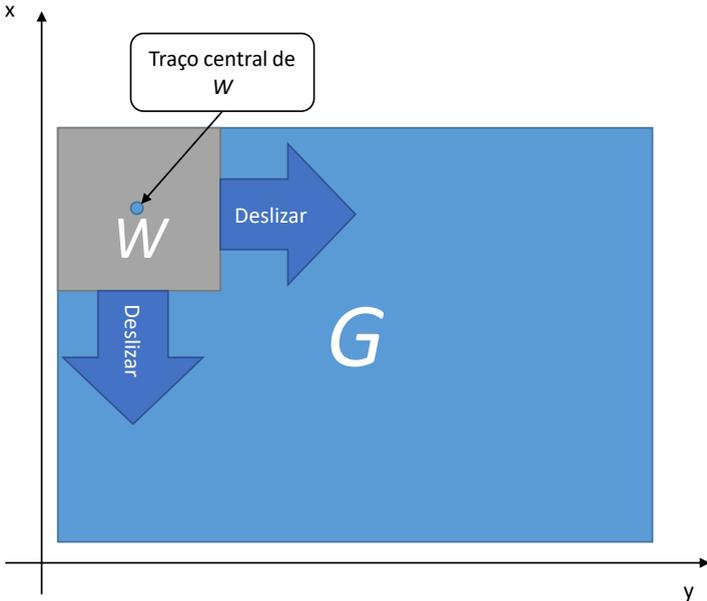


Figura 9: Representação da janela deslizante na grade 3D

A truncagem de \mathbf{O} também pode ser aplicada na direção vertical

para que o algoritmo tenha sua complexidade mais próxima de $o(n)$, no entanto, para a maioria dos casos, o tamanho vertical k da grade 3D é limitado a um máximo de 1000 amostras. Portanto, o procedimento descrito acima é de complexidade $O(n)$ se k for considerado constante, ou seja, o crescimento de n é dado principalmente pelo crescimento de i e j .

3.2 MODELO HÍBRIDO BAYESIANO GEOESTATÍSTICO

No capítulo anterior, foram apresentados dois métodos para realizar a inversão sísmica, o primeiro, chamado GSI, ataca o problema utilizando otimização populacional e amostragem via simulação sequencial direta (SOARES; DIET; GUERREIRO, 2007). O segundo método, utiliza inversão Bayesiana linearizada com o cálculo do máximo *a posteriori* (MAP) para determinar o resultado mais provável (BULAND; OMRE, 2003a).

Objetivo do método híbrido Bayesiano Geoestatístico (BORDIGNON et al., 2016b, 2017, 2016a) é aumentar a eficiência do método GSI (SOARES; DIET; GUERREIRO, 2007) afim de evitar amostrar soluções que não estejam dentro da distribuição posterior. Neste caso, o termo distribuição posterior é utilizado para denotar o conjunto de soluções que é consistente com os conhecimentos *a priori* e com os dados sísmicos. Para melhorar a eficiência do método, mantendo sua capacidade de modelagem da continuidade espacial direcional, serão utilizados resultados de Buland e Omre (2003a) para guiar a amostragem via imagem secundária.

A inversão Bayesiana linearizada irá fornecer toda a informação das frequências da sísmica e do modelo de baixa frequência, ou seja, as duas primeiras partes da Figura 6, até $\approx 65Hz$. A amostragem irá fornecer as frequências mais altas, não presentes nos dados sísmicos, que são inseridas utilizando os variogramas modelados pelos dados dos poços.

Portanto, o primeiro passo é efetuar a inversão acústica Bayesiana linearizada traço-a-traço, conforme apresentado na Seção 2.1.1. Os resultados de impedância acústica dados pela média posterior são obtidos utilizando a Equação 2.12, reproduzida abaixo:

$$\boldsymbol{\mu}_{m|d} = \boldsymbol{\mu}_m + \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1} (\mathbf{d}_o - \mathbf{G} \boldsymbol{\mu}_m) \quad (3.2)$$

Para cada posição (x, y) da grade a ser invertida, somente os

termos \mathbf{d}_o e $\boldsymbol{\mu}_m$ são alterados com os valores para todas as posições em z do traço sísmico e do modelo de baixa frequência, respectivamente. Portanto, o termo $\boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1}$ é calculado somente uma vez e reaproveitado para processar todas as posições (x, y) .

O próximo passo é executar a simulação sequencial direta utilizando os resultados da inversão como imagem secundária. No entanto, antes de efetuar a SSD, os dados de poços e resultado do MAP são submetidos à um filtro passa alta com frequência de corte de $8Hz$. Desta forma, a simulação é efetuada somente para as frequências onde a sísmica tem amplitude significativa, assumindo o mesmo modelo para as baixas frequências ($< 8Hz$) que foi utilizado para o cálculo do MAP. Após a simulação, o modelo de baixa frequência é adicionado aos resultados para cálculo das sísmicas sintéticas e correlações.

O método híbrido necessita dos seguintes dados de entrada: impedância acústica medida nos poços na escala da sísmica, *wavelet*, modelo de baixa frequência para impedância acústica ($< 8Hz$), matriz de covariância da sísmica, distância de correlação vertical L (Equação 2.11), modelo de horizontes e variogramas verticais e horizontais modelados nos dados filtrados ($> 8Hz$) para simulação sequencial. Resumindo, os principais passos são:

1. Preparar dados de entrada e modelar variogramas
2. Inversão pelo método MAP utilizando as matrizes de covariância da sísmica e do modelo, *wavelet* e modelo de baixa (Equação 2.12).
3. Filtragem dos dados de poços e resultado do MAP com filtro passa alta ($> 8Hz$)
4. Horizontalização dos dados de poços e resultado do MAP filtrados utilizando o modelo de horizontes fornecido
5. SSD utilizando dados filtrados e horizontalizados com resultado do MAP como imagem secundária
6. Reverter horizontalização das amostras simuladas pelo SSD
7. Adicionar o modelo de baixa frequência às amostras simuladas, calcular refletividades e sísmica sintética.
8. Avaliar os resultados com análises dos momentos estatísticos e comparação com a sísmica original.

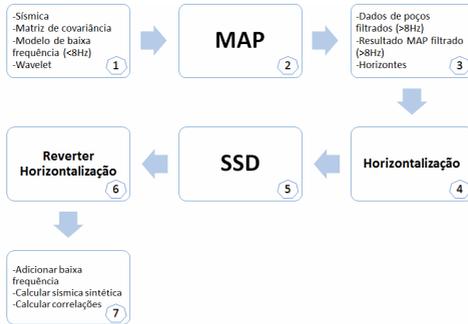


Figura 10: Fluxograma do método de inversão e simulação

O fluxo do método é ilustrado na Figura 10:

Utilizando esta metodologia, é possível gerar várias realizações da inversão para impedância à um custo menor do que apresentado em (SOARES; DIET; GUERREIRO, 2007), pois não é mais necessário selecionar melhores amostras e efetuar iterações para realizar a inversão, dado que o resultado do MAP já fornece uma estimativa próxima à média desejada. A extensão para inversão AVA é direta e foi apresentada por (BORDIGNON et al., 2016a).

3.3 INVERSÃO CONJUNTA PARA PROPRIEDADES PETROFÍSICAS

Com os modelos de propriedades elásticas disponíveis, é necessário estabelecer uma relação para gerar os modelos de propriedades petro-físicas, o que é feito pelos modelos de física de rochas. Grana e Rossa (2010) integram a inversão elástica Bayesiana com física de rocha estatística, utilizando mistura de Gaussianas para atacar limitações de métodos similares propostos anteriormente. Figueiredo et al. (2017) seguem a mesma linha, mas linearizando os modelos de física de rocha. Com isso, obtém-se melhor eficiência computacional, possibilitando a amostragem de propriedades elásticas e petrofísicas e fácies conjuntamente. A amostragem conjunta, utilizada num algoritmo de Gibbs, possibilita a amostragem eficiente da distribuição posterior.

A seguir é descrita a metodologia de Figueiredo et al. (2017) para amostrar impedância, porosidade e fácies. A partir desta metodologia será proposta uma modificação afim de tornar o método mais

abrangente no sentido de evitar a aproximação utilizada para amostrar a relação entre a impedância e porosidade.

A inversão conjunta Bayesiana linearizada modela os dados sísmicos por:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m} + \mathbf{e}_d, \quad (3.3)$$

onde \mathbf{d} é o dado sísmico, \mathbf{m} é o vetor com todos os parâmetros do modelo e \mathbf{e}_d é um ruído aleatório. No caso da inversão para impedância e porosidade, $\mathbf{m} = (\ln \mathbf{z}, \phi)^T$ e o operador $\mathbf{G} = (\mathbf{C} \ \mathbf{0})$, ou seja, a porosidade ϕ não tem relação direta com os dados sísmicos.

Incluindo o modelo de física de rochas $f_{RPM}(\phi)$, a relação entre a impedância acústica e a porosidade ϕ é dada por:

$$\ln(z) = \ln(f_{RPM}(\phi)) \quad (3.4)$$

Utilizando a linearização em Figueiredo et al. (2017), a distribuição a priori é dada por:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{m}) &= p(\ln(\mathbf{z}), \phi) = N_{2n}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m) \\ &= N_{2n} \left(\begin{pmatrix} \ln(\mathbf{z}) \\ \phi \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_{\ln} \\ \boldsymbol{\mu}_{\phi} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{\ln} & \Sigma_{\ln, \phi} \\ \Sigma_{\ln, \phi} & \Sigma_{\phi} \end{pmatrix} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde Σ são as respectivas matrizes de covariância. A definição das matrizes de covariância entre porosidade e impedância são de suma importância, pois elas definem o modelo de física de rochas aproximado (FIGUEIREDO et al., 2017).

A distribuição posterior é definida como na inversão por máximo a posteriori:

$$p(\mathbf{m} | \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m) = N(\boldsymbol{\mu}_{m|d}, \boldsymbol{\Sigma}_{m|d}), \quad (3.6)$$

onde

$$\boldsymbol{\mu}_{m|d} = \boldsymbol{\mu}_m + \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1} (\mathbf{d}_o - \mathbf{G} \boldsymbol{\mu}_m), \quad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{m|d} = \boldsymbol{\Sigma}_m - \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_m \mathbf{G}^T + \boldsymbol{\Sigma}_d)^{-1} \mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_m. \quad (3.8)$$

A distribuição a priori pode ser definida utilizando uma mistura de Gaussianas:

$$p(\mathbf{m}) = \sum_{\pi=1}^M \omega_{\pi} p(\mathbf{m}|\pi) = \sum_{\pi=1}^M \omega_{\pi} N_{2n}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{m}}^{\pi}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{m}}^{\pi}), \quad (3.9)$$

onde ω_{π} pode ser interpretado como a proporção de cada fácies. A inversão é parametrizada e executada para M fácies π , obtendo a posterior por fácies $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}, \pi)$. Portanto, a distribuição posterior final também é uma mistura Gaussiana (GRANA; MUKERJI et al., 2012):

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \sum_{\pi=1}^M \lambda_{\pi} p(\mathbf{m}|\mathbf{d}, \pi) = \sum_{\pi=1}^M \lambda_{\pi} N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{m}|\mathbf{d}}^{\pi}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{m}|\mathbf{d}}^{\pi}), \quad (3.10)$$

O Algoritmo 1 resume os passos da metodologia para amostrar a distribuição posterior de fácies, impedância e porosidade segundo Figueiredo et al. (2017):

Algoritmo 1 Algoritmo de Gibbs para amostragem da posterior

1. Define as componentes Gaussianas a priori para obter $p(\mathbf{m}|\boldsymbol{\pi})$
 2. Calcula as soluções a posteriori para cada fácies a fim de definir $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}, \boldsymbol{\pi})$ para todos os traços
 3. Define a configuração inicial das propriedades como $\mathbf{m}^0 = \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{m}|\mathbf{d}}^{\pi}$
for $i=1, \dots, n$ **do**
 4. Calcula $p(\boldsymbol{\pi}|\mathbf{d}, \mathbf{m}^{i-1})$
 5. Amostra $\boldsymbol{\pi}^i$ de $p(\boldsymbol{\pi}|\mathbf{d}, \mathbf{m}^{i-1})$
 6. Amostra \mathbf{m}_i de $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}, \boldsymbol{\pi}^i)$
 - end for**
 7. Análise estatística das amostragens \mathbf{m}^i e $\boldsymbol{\pi}^i$ de $i = k, \dots, n$.
-

O cálculo no passo 4 é uma inferência Bayesiana simples (GRANA; ROSSA, 2010), o passo 5 executa uma amostragem de fácies utilizando *Truncated Gaussian Simulation* (MATHERON et al., 1987). Já o passo 6 é executado utilizando as distribuições da Equação 3.6 para cada fácies, gerando uma realização via *Fast Fourier Transform-Moving Average* (FFT-MA) (PYRCZ; DEUTSCH, 2001) para cada fácies, e depois montando o \mathbf{m}^i utilizando as fácies definidas em $\boldsymbol{\pi}^i$. Ao final, temos n amostras de fácies, impedância e porosidade, onde podem ser computadas estatísticas e feitas análises de permeabilidade, volume de reservatório e conectividade. Recomenda-se descartar as primeiras amostras para deixar o algoritmo estabilizar a amostragem de fácies.

A metodologia proposta consiste em não utilizar a Equação 3.9 para definir a distribuição a priori conjunta, pois esta assume que a distribuição experimental nos dados do poço pode ser aproximada por uma distribuição log-normal (FIGUEIREDO et al., 2017). A alternativa proposta é utilizar o método *Direct Sequential Co-simulation with Joint Probability Distributions* (HORTA; SOARES, 2010)(joint-DSS), ou seja, co-simular para cada fácies o modelo de porosidade utilizando o modelo de impedância e os próprios dados experimentais do poço como distribuição conjunta.

Os passos gerais da metodologia ficam similares aos apresentados no Algoritmo 1, exceto pelo passo 6 onde a amostragem de \mathbf{m}^i é dividida em duas partes: primeiro amostram-se as propriedades elásticas, no caso a impedância, conforme é feito na metodologia anterior; e em segundo lugar são amostradas as propriedades petrofísicas (porosidade, no caso) utilizando a joint-DSS.

Basicamente, a joint-DSS propõe-se a amostrar $Z_2(x)$ dada a distribuição conjunta $F(z_1, z_2)$, ou mais precisamente, da distribuição condicional de $Z_2(x_0)$ na localização x_0 dado um valor amostrado de Z_1 , ou seja, $F(Z_2|Z_1 = z_1(x_0))$ (HORTA; SOARES, 2010). Neste caso, será amostrada a porosidade dada a impedância, substituindo parte do passo 6 do Algoritmo 1, contornando a limitação de assumir que a distribuição conjunta é log-normal.

4 RESULTADOS

Nas seções a seguir, são apresentados experimentos para os modelos propostos como contribuição para a Tese. A primeira seção trata da correlação lateral no resultado da inversão Bayesiana linearizada determinística, aqui referida como MAP. Na seguinte, a inversão petroelástica com o modelo híbrido MAP-GSI é utilizada para os experimentos. Por fim, a proposta de amostragem de propriedades petrofísicas é utilizada para amostrar porosidade dentro de um algoritmo para estimativa de impedância e porosidade. Neste capítulo, o coeficiente de correlação entre a sísmica sintética, gerada pelo modelo direto aplicado às simulações ou resultados de inversão, e a sísmica original é referido como correlação global para fins de simplicidade. Quando mencionados, os tempos de execução dos métodos foram medidos em um computador pessoal comum, com processador de 4 núcleos de 3GHz e placa gráfica dedicada.

4.1 INVERSÃO MAP COM CORRELAÇÃO LATERAL

Nesta seção, dois conjuntos de dados foram utilizados para comparar os resultados da inversão com correlação horizontal, também chamada de inversão acoplada espacialmente, com a inversão MAP traço-a-traço tradicional.

4.1.1 Conjunto de dados sintético

O primeiro experimento desta seção foi conduzido em um conjunto de dados com $101 \times 101 \times 90$ células. Os dados sísmicos não contêm ruído, portanto uma inversão traço-a-traço dos dados originais é utilizada como base de comparação. Para avaliar a robustez do método, um ruído branco com amplitude de 10% do valor RMS da sísmica foi adicionado aos dados sísmicos. Portanto, é possível comparar a inversão traço-a-traço com a acoplada utilizando a inversão dos dados com ruído, evidenciando a correlação lateral imposta. A Figura 11 demonstra uma seção vertical da inversão traço-a-traço com os dados originais livres de ruído.

Para este caso, a distância de correlação foi estipulada como 1,3 em todas as direções. Um modelo de baixa frequência constante foi

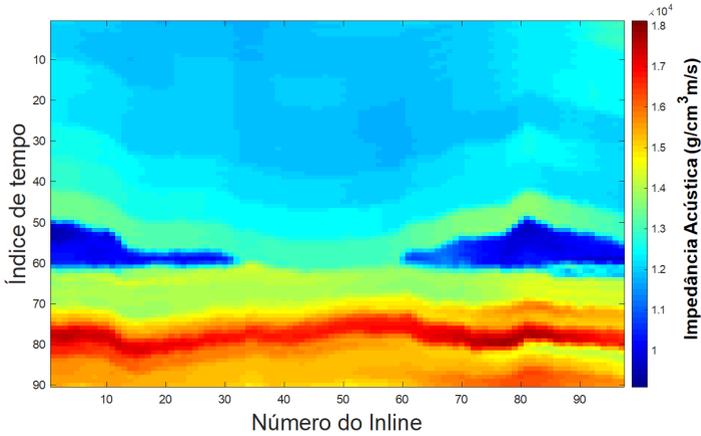


Figura 11: Resultado da impedância para o caso traço-a-traço sem ruído no conjunto de dados sintéticos

utilizado com $13000g/cm^3m/s$ para todas as células. Uma wavelet utilizada para gerar os dados sísmicos sintéticos foi utilizada. A variância do modelo σ_m^2 da Equação 2.11 foi estipulado em 0.0077, o qual foi extraído do logaritmo dos logs filtrados com um filtro passa-alta de $8Hz$. A variância da sísmica σ_d^2 foi estipulada como 10% do valor RMS da sísmica. A janela W foi definida como sendo de tamanho $5 \times 5 \times 90$ para a inversão acoplada.

A inversão traço-a-traço utilizou 2 segundos para executar e produziu uma correlação global de 0,99. A Figura 12 exibe uma seção vertical da inversão traço-a-traço com os dados ruidosos. Note o efeito que realça faixas verticais, pois o ruído na direção horizontal ainda está presente.

A inversão acoplada utilizou 18 segundos para processar a grade toda, resultando numa correlação global de 0,99. A impedância resultante está demonstrada na Figura 13. A imposição da correlação lateral filtra um pouco do ruído lateralmente e é possível observar a melhora na definição das camadas deposicionais, como por exemplo no índice de tempo 80, onde a imagem agora é mais suave e tem mais contraste comparado com a inversão traço-a-traço.

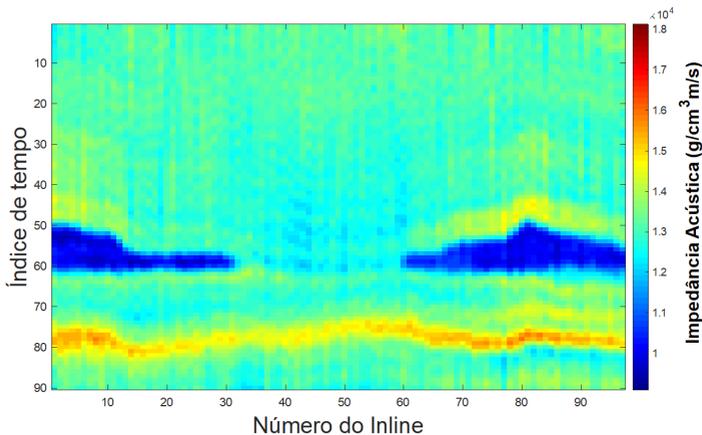


Figura 12: Resultado da impedância para o caso traço-a-traço com ruído no conjunto de dados sintéticos

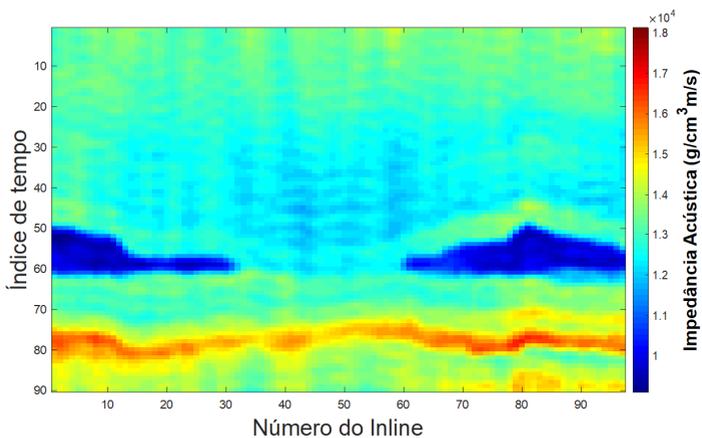


Figura 13: Resultado da impedância para o caso da inversão com correlação lateral com ruído no conjunto de dados sintéticos

4.1.2 Aplicação em dados reais

O segundo experimento para a inversão acoplada utilizou um conjunto de dados de um caso real, onde a sísmica possui baixo nível de ruído. Uma linha arbitrária que passa pelos 4 poços foi selecionada para a inversão. A seleção possui 707 traços com 250 amostras de tempo cada. A janela W tem tamanho 5×250 porque a inversão é 2D. A inversão traço-a-traço utilizou 0,6 segundos para executar, enquanto a com correlação tomou 2,2 segundos. O resultado da inversão traço-a-traço está demonstrado na Figura 14.

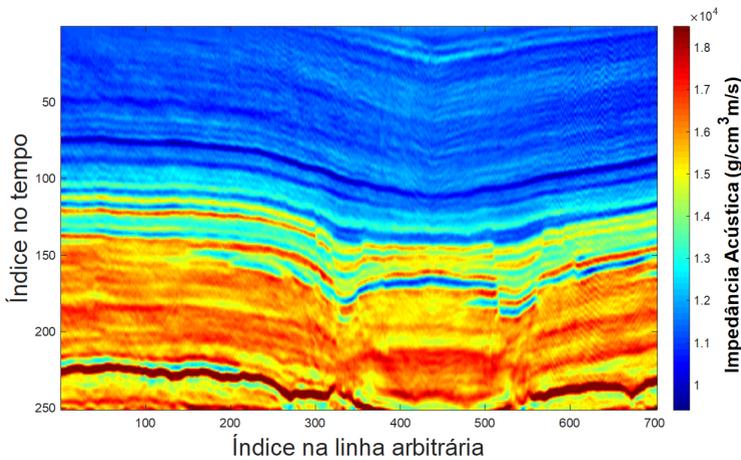


Figura 14: Resultado da impedância para o caso traço-a-traço no conjunto de dados reais

Neste caso, apesar do baixo nível de ruído e boa definição das camadas, é possível notar um ruído presente em toda a seção, principalmente na parte superior direita. Note, que a continuidade vertical foi imposta, mas existem descontinuidades na direção horizontal, indicando a presença de ruído nos dados.

A inversão acoplada tem seus resultados apresentados na Figura 15. Neste caso, a continuidade horizontal está mais presente, como é possível ver, principalmente, na parte superior direita da seção.

Como a diferença neste caso é sutil, foi calculada a autocorrelação na direção horizontal para os dois casos. Primeiramente, foi utilizado um filtro passa alta com frequência de corte de $8Hz$ para remover os efeitos da baixa frequência inserido pelo modelo a priori. A

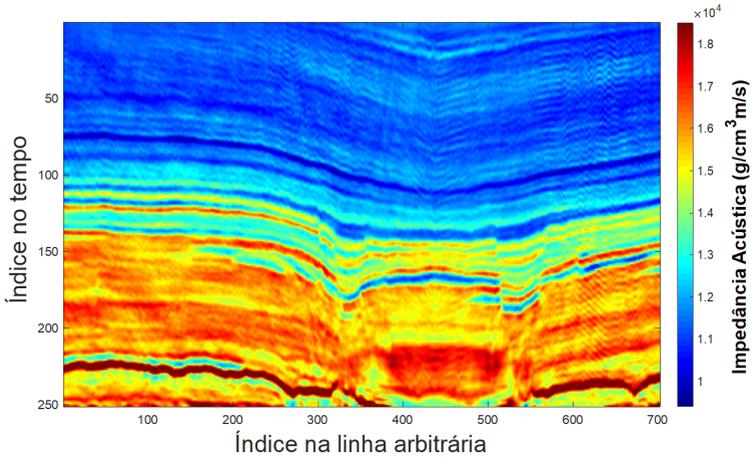


Figura 15: Resultado da impedância para o caso da inversão com correlação lateral com ruído no conjunto de dados reais

Figura 16 demonstra as duas funções de autocorrelação horizontais.

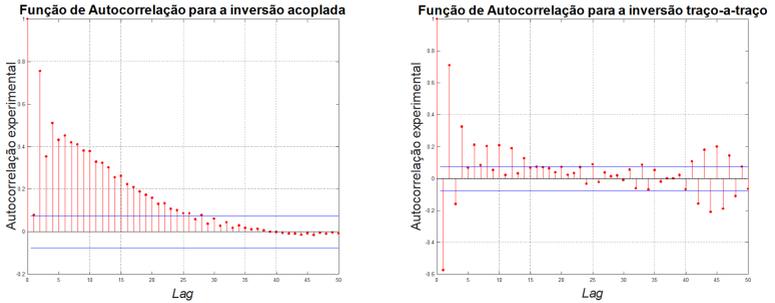


Figura 16: Autocorrelação de uma linha horizontal em $t = 150$

A inversão acoplada resultou em uma correlação maior para os lags próximos, reduzindo de forma gradual até o lag 25, enquanto a inversão traço-a-traço tem correlações menores e cai para um nível desprezível no lag 25. É observado uma imposição da correlação em lags maiores do que o tamanho da janela W na horizontal, o qual foi utilizado como 5, ou seja, dois traços vizinhos para cada lado.

4.2 INVERSÃO HÍBRIDA PETRO-ELÁSTICA

Experimentos foram executados em dois casos de estudo com dados reais. O primeiro caso é um conjunto de dados com baixo nível de ruído, nele um modelo de baixa frequência foi obtido via análise de velocidades e horizontes interpretados por especialistas também estão disponíveis. O segundo conjunto de dados não possui modelos de baixa frequência e nem horizontes interpretados, e apresenta um nível maior de ruído.

Em ambos os casos, foi aplicada uma validação onde um log de poço foi removido do conjunto de dados para servir como teste cego, comparando com os resultados das simulações. Análise de componentes principais e *Kernel Density Estimation* foram aplicados para estimar e visualizar a função de densidade dos modelos simulados, como em Scheidt et al. (2015).

4.2.1 Conjunto de Dados com Alta Relação Sinal-Ruído

O primeiro conjunto de dados consiste em uma linha arbitrária 2D cruzando os poços de um campo maior, com dimensões de 707 traços por 250 amostras verticais. A linha passa por 4 poços que possuem logs de impedância acústica (I_p). Os poços estão posicionados nos traços número 17, 210, 409 e 698. Todos os poços possuem dados de I_p no intervalo de tempo selecionado, que neste caso foi entre dois horizontes presentes no conjunto, diminuindo o tamanho da seção para 120 amostras verticais.

O parâmetro de correlação vertical neste caso foi de $10ms$ o qual representa o L na Equação 2.11, σ_m^2 foi estipulado como a variância do logaritmo natural dos logs de I_p nos poços e σ_d^2 foi utilizado como 5% do valor RMS dos dados sísmicos. A Figura 17 exibe os resultados da inversão MAP para a área selecionada, que possui uma correlação global de 0,998. O tempo utilizado para a inversão MAP é aproximadamente o mesmo de uma simulação DSS da seção, ou seja, $1s$. Note a falta de correlação horizontal, evidenciada pelo ruído na direção horizontal presente nos resultados, o qual pode ser identificado na área superior próximo ao índice 100 no tempo e entre os traços 400 e 500.

A *wavelet* utilizada na inversão foi extraída dos poços, um modelo de baixa frequência foi fornecido junto ao conjunto de dados, além de horizontes interpretados. Para comparar efetivamente o GSI com o MAP-GSI, após a primeira iteração para este experimento, o processo

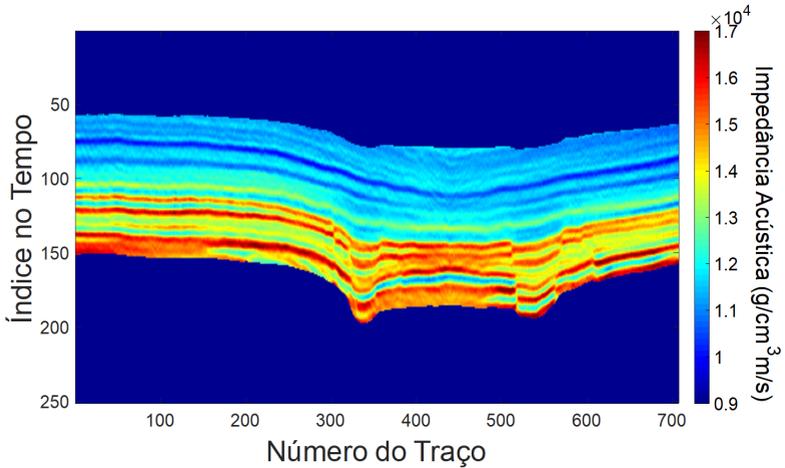


Figura 17: Impedância acústica MAP para o caso de alta relação sinal-ruído

iterativo foi continuado no MAP-GSI. As iterações tem o objetivo de verificar o impacto na convergência e analisar a modelagem de incerteza. Portanto, ambos os métodos foram executados com as mesmas entradas, a única diferença é que o MAP-GSI utiliza o resultado MAP como médias locais para a DSS da primeira iteração. A partir da segunda iteração, ambos os métodos executam o mesmo procedimento. Os passos aplicados para o MAP-GSI estão resumidos abaixo:

1. Remover um poço do *dataset*, chamando-o de poço de teste
2. Executar a inversão MAP traço-a-traço utilizando o modelo de baixa frequência, dados sísmicos, *wavelet* e matrizes de covariâncias.
3. Filtrar o resultado do MAP e logs de poço com um filtro passa alta e frequência de corte de 8Hz.
4. Modelar os variogramas utilizando os logs de poço filtrados
5. Executar uma DSS utilizando o resultado MAP filtrado como médias locais, logs de poço filtrados como dados condicionantes e os variogramas modelados.

6. Adicionar o modelo de baixa frequência aos resultados da simulação.
7. Calcular a sísmica sintética utilizando o modelo direto
8. Verificar se o critério de parada na correlação global foi atingido; caso foi atingido parar o procedimento, caso contrário continue.
9. Ordenar os melhores traços de I_p baseados na correlação da sísmica sintética e original para cada simulação
10. Utilizar os melhores traços de cada simulação para construir o melhor modelo segundo a ordem do passo anterior
11. Executar a coDSS utilizando como imagem secundária o melhor modelo construído no passo anterior
12. Retornar ao passo 6.

A Figura 18 demonstra uma realização da primeira iteração do MAP-GSI. Note a preservação da tendência e camadas mais grossieras fornecidas pelos resultados da inversão MAP, enquanto as variabilidades locais menores são produzidas pela DSS.

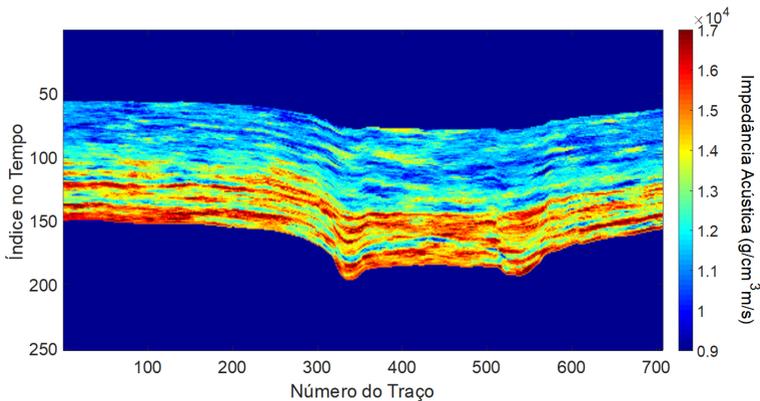


Figura 18: Uma simulação típica do método MAP-GSI.

O MAP-GSI foi executado por 6 iterações com 16 simulações cada e a GSI foi executada utilizando os mesmos parâmetros. A Figura 19 demonstra a evolução da correlação global durante as iterações para

os dois testes. Um degrau inicial na correlação é observado no MAP-GSI na primeira iteração devido a influência das informações fornecidas pelo resultado da inversão MAP. Durante as iterações as correlações aumentam conforme o processo de otimização evolui.

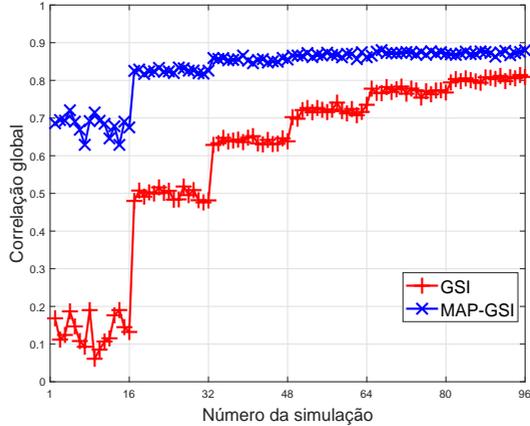


Figura 19: Evolução da correlação para o primeiro caso de estudo

Para comparar os dois métodos em relação a proximidade do poço de teste e as capacidades de modelagem de incerteza, todas as simulações da GSI e do MAP-GSI foram adicionadas a um conjunto de dados para aplicar PCA e KDE. A primeira análise foi efetuada utilizando o poço de teste no traço 409, as amostras da mesma posição foram coletadas das simulações resultantes da GSI e do MAP-GSI. Portanto, o conjunto de dados inclui 96 traços das simulações do MAP-GSI, 96 da GSI e 1 entrada para o log do poço de teste, totalizando 193 entradas com dimensão 97 - que é o número de amostras do log de poço com *upscaling*.

O PCA foi aplicado ao conjunto de dados, reduzindo para dois componentes principais, os quais explicam 54% da variabilidade original. Para visualizar a evolução das funções de densidade durante as iterações, uma grade 2D foi criada onde a densidade foi estimada utilizando KDE para ambos os métodos. A Figura 20 exhibe os resultados para o MAP-GSI e a Figura 21 para a GSI.

Nessas representações, é possível notar que o MAP-GSI inicia a amostragem em volta da posição do poço, com uma variância maior.

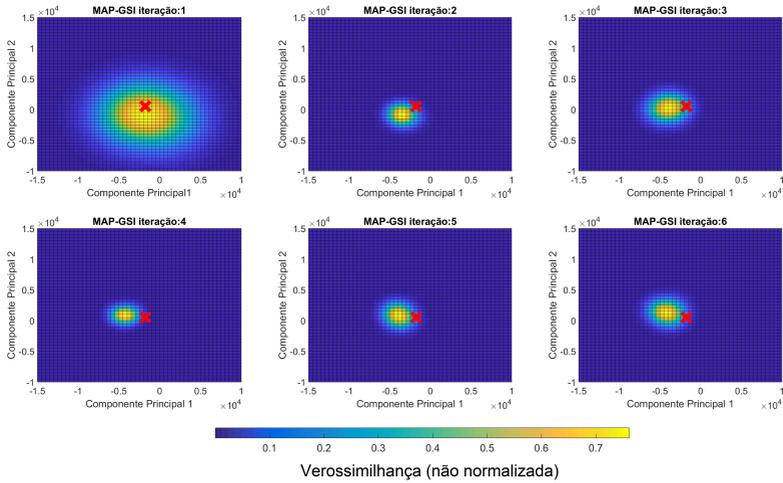


Figura 20: KDE em 2D para o MAP-GSI com o poço representado por um x vermelho

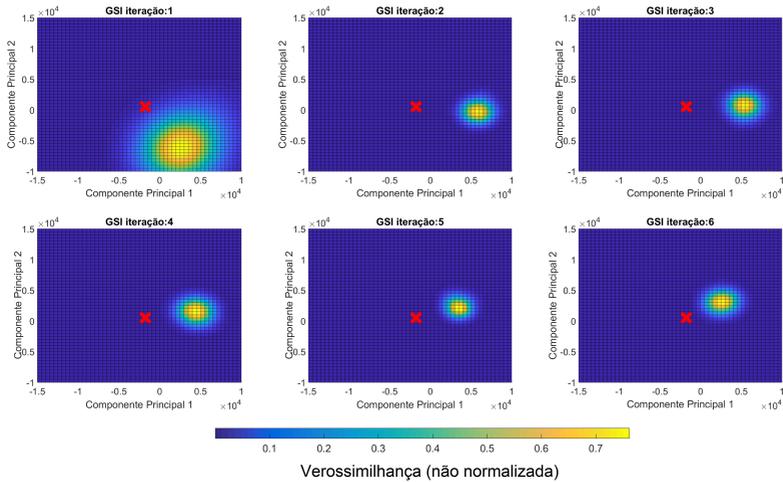


Figura 21: KDE em 2D para a GSI com o poço representado por um x vermelho

Durante as iterações, a variância é diminuída enquanto se converge para uma função de densidade arbitrária, dirigida pelos dados sísmicos. De forma semelhante, a primeira iteração da GSI inicia com uma variância larga e converge para uma função de densidade que não possui verossimilhança com o poço.

A função que é criada pela estimativa da densidade pode ser interpretada como uma função de densidade de probabilidade, onde avaliar a função em um determinado ponto do espaço resulta na verossimilhança por definição. Portanto, para comprovar os resultados acima, podemos utilizar mais componentes principais para encapsular uma porcentagem maior da variabilidade original dos dados.

Uma análise feita com 14 componentes principais, os quais abrangem 75% da variabilidade original, confirmou os resultados em 2D. Como visualizar o resultado em 14D é impraticável, é possível plotar a verossimilhança do poço com a função de densidade. Portanto, aplicado o KDE em 14D com as simulações de cada iteração, e avaliada cada função de densidade de cada iteração com os componentes representativos do poço chega-se a curva demonstrada na Figura 22. A figura pode ser interpretada como cada ponto sendo a estimativa da verossimilhança do método naquela iteração de gerar uma amostra igual a do poço.

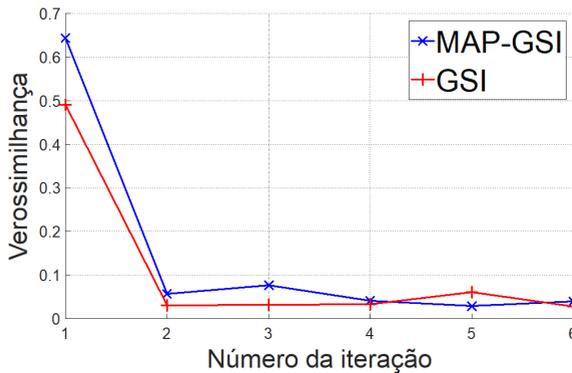


Figura 22: Verossimilhança em 14D durante as iterações para MAP-GSI e GSI

A primeira iteração dos dois métodos tem densidade alta, mas o MAP-GSI tem uma correlação global de 0,69 enquanto a GSI ainda está em sua fase de busca, amostrando uma área muito ampla do espaço

de soluções. Naturalmente quando se amostra o espaço de todas as soluções possíveis, a possibilidade de amostrar os dados de poço é alta. Após a primeira iteração, ambos os métodos começam a diminuir a variância dos modelos e convergem para uma função de densidade que não englobam os dados de poço.

Os resultados evidenciam que utilizar a metodologia GSI tradicional reduz a região amostrada artificialmente, convergindo para uma variância pequena que não engloba os dados encontrados nos poços. Logo, para este caso, a melhor escolha é executar somente a primeira iteração do MAP-GSI, pois é mantida uma correlação global aceitável e uma verossimilhança alta com os logs de poço.

Por fim, foram executados experimentos permutando o poço selecionado para o teste cego, os quais confirmaram os resultados para todos os outros poços presentes no campo em questão.

4.2.2 Conjunto de Dados com Baixa Relação Sinal-Ruído

O segundo experimento tem o objetivo de amostrar um campo 3D com 840 por 567 traços, cada um com 49 amostras verticais no tempo. Um modelo de baixa frequência não está disponível no conjunto de dados. Seis logs de poços estão disponíveis em posições que não se distanciam por mais de 48 índices horizontais. Para realizar a inversão por MAP, a média de I_p dos logs de poços foi utilizada como média estacionária, substituindo o modelo de baixa frequência e servindo como média a priori.

A correlação vertical L utilizada foi a mesma de $10ms$, σ_m^2 foi estipulado como a variância do logaritmo natural dos logs de I_p nos poços e o σ_d^2 foi definido como 10% do valor RMS da sísmica. Uma seção vertical da inversão por MAP é demonstrada na Figura 23. Note o alto nível de ruído horizontal presente na sísmica que foi propagado para a solução MAP. A correlação global do resultado da inversão foi de 0,99.

Igualmente ao experimento anterior, o MAP-GSI e a GSI foram executadas com 6 iterações e 16 simulações por iteração. Os mesmos passos foram seguidos, exceto pelos que envolvem a filtragem, pois um modelo de baixa frequência confiável não estava disponível. O poço localizado na posição (163, 374) foi removido do conjunto de dados para servir de teste cego, realizando as análises descritas abaixo. A inversão traço-a-traço MAP demorou 6 minutos para finalizar, cada simulação da DSS toma 1 minuto e a execução da GSI usou 3 horas para finalizar.

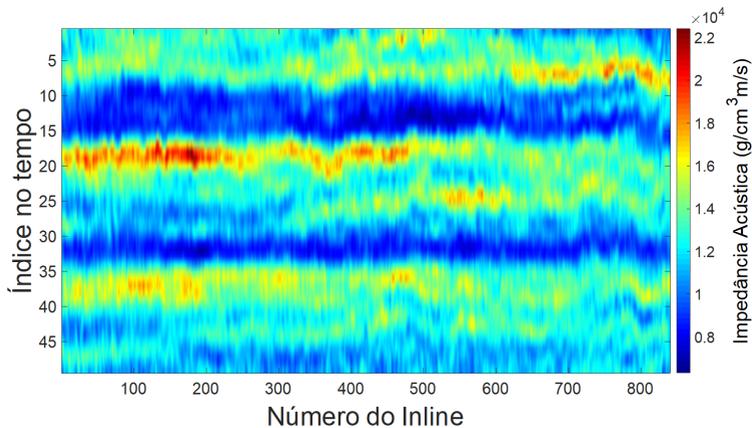


Figura 23: Seção da inversão MAP

A Figura 24 demonstra uma simulação típica da primeira iteração do MAP-GSI, onde a mesma seção da Figura 23 é demonstrada. Note a adição de frequências mais altas, fornecidas pelo conhecimento geológico embutido nos variogramas e condicionado pelos dados dos poços.

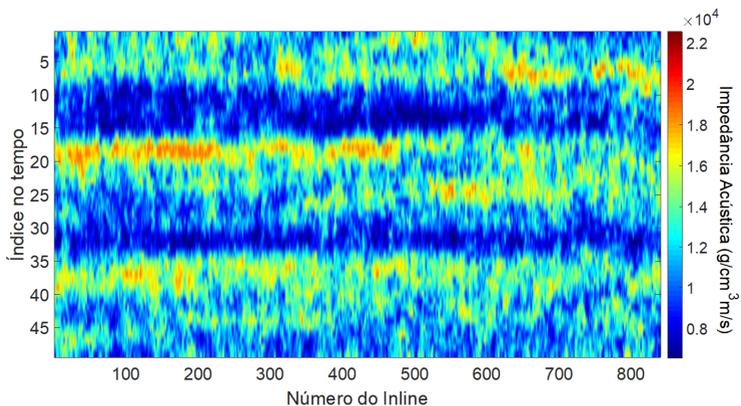


Figura 24: Simulação típica do MAP-GSI na primeira iteração para o segundo estudo de caso

A Figura 25 demonstra a evolução da correlação global para os

dois métodos.

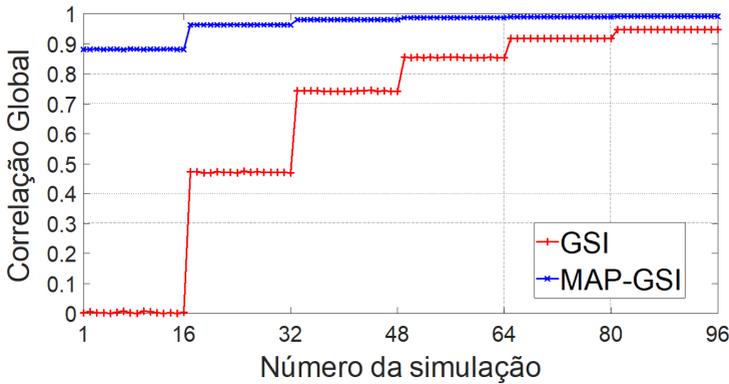


Figura 25: Evolução da correlação global durante as iterações

Neste caso, a primeira iteração do MAP-GSI começa num nível de correlação maior, de 0,88, comparado ao estudo anterior. A correlação então aumenta e chega ao nível de 0,99. A GSI utiliza 4 iterações para alcançar o nível de correlação que o MAP-GSI atinge na primeira iteração. A mesma análise com PCA e KDE é realizada neste caso. Apesar da correlação aumentar depois da primeira iteração do MAP-GSI, o efeito da função de densidade convergir para longe do poço também é observado neste caso. A Figura 26 apresenta o valor de verossimilhança estimado pelo KDE para o poço de teste cego, utilizando as simulações de cada iteração para ambos os métodos. Note como a primeira iteração do MAP-GSI tem uma verossimilhança maior do que a terceira iteração do GSI. Na quarta iteração, as simulações do GSI convergiram para uma função de densidade onde o poço tem uma baixa chance de ser amostrado pela referida função, enquanto o método atinge uma correlação mais baixa do que a primeira iteração do MAP-GSI. Esta análise com KDE foi realizada em 10D, o que explica 79% da variabilidade dos dados originais.

Neste conjunto de dados, as vantagens do MAP-GSI são ainda mais proeminentes dados o tamanho do campo e os níveis de correlação global atingidos. Como o campo é maior, economiza-se mais tempo para chegar a um nível de correlação próximo a 0.9. Se for utilizada somente a primeira iteração do MAP-GSI, o gasto de tempo cai de 2 horas para 22 minutos, pois a GSI leva 4 iterações para chegar ao mesmo

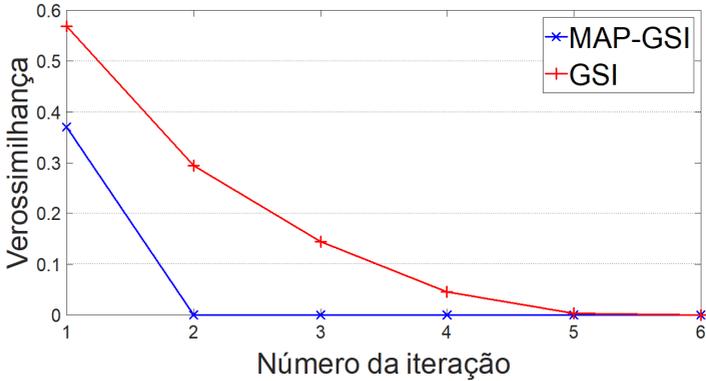


Figura 26: Evolução da verossimilhança do poço para o conjunto de simulações durante as iterações

nível de correlação. Além disso, uma modelagem de incerteza mais abrangente é alcançada, pois a chance de amostrar modelos próximos aos dados do poço de teste é maior. Experimentos permutando o poço de teste confirmou os resultados, exibindo curvas similares às curvas demonstradas nas Figuras 25 e 26.

4.3 INVERSÃO PARA IMPEDÂNCIA E POROSIDADE

O experimento de inversão para porosidade, impedância e fácies foi feito em dados reais fornecidos pela Petrobras. Os dados são de dimensões $315 \times 450 \times 78$ em (x, y, z) , em z o tempo de amostragem é $4ms$ totalizando $312ms$ e em x e y o intervalo de amostragem é $25m$. Possuem 3 poços com dados de porosidade, impedância e fácies classificadas previamente por especialistas da Petrobras para comparação com os resultados da inversão.

A metodologia de Figueiredo et al. (2017) foi executada nos mesmos dados e com os mesmos parâmetros para fins de comparação, uma vez que o método já encontra-se validado na literatura e também mostrou-se válido quando utilizado na inversão para V_p , V_s , densidade, porosidade e saturação (FIGUEIREDO, 2017). Ambas as metodologias utilizaram uma wavelet fornecida estimada por um especialista da Petrobras, calibrada com os dados de poço.

A parametrização do modelo de física de rochas foi exatamente

a mesma da descrita em Figueiredo et al. (2017). Foram utilizadas três principais fácies já disponíveis no poço, que representam: uma rocha selante de porosidade baixa que pode envolver um reservatório de hidrocarboneto (fácies 1), uma rocha reservatório com porosidade alta (fácies 3) e uma intermediária que representa outras rochas presentes na área (fácies 2). Estão demonstradas na Figura 27:

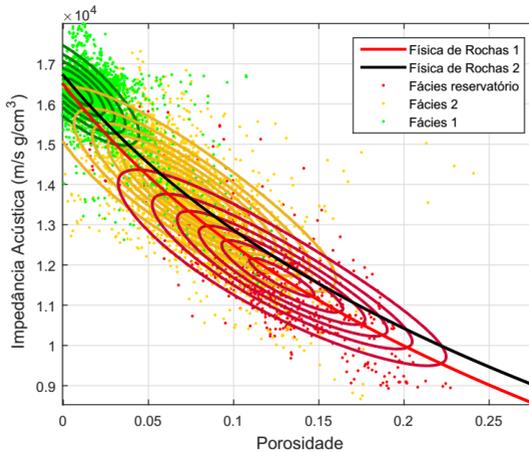


Figura 27: Dados de poço com curvas teóricas e modelos a priori log-normais

A nova proposta utiliza mais recursos computacionais, pois não trabalha com linearizações. Portanto, para gerar 200 amostras foram utilizadas 5h e 45min, enquanto a metodologia de Figueiredo et al. (2017) gera as mesmas 200 amostras em 56min. Na Figura 29 é demonstrado um crossplot de porosidade e impedância de amostras da metodologia de (FIGUEIREDO et al., 2017), onde verifica-se, principalmente na fácies de baixa porosidade, que é necessário truncar os valores de porosidade negativa para 0, pois não são fisicamente possíveis. Isso acarreta em um excesso de pontos com porosidade 0, o que não representa uma distribuição realística da subsuperfície. Comparado com a Figura 29, nota-se que a distribuição da fácies 1 fica com muitos valores próximos ao 0, mas com uma distribuição mais realística, que aproxima-se do 0 com mais densidades de pontos.

Uma melhor amostragem da porosidade da fácies 1 (selante) também é verificada ao analisar o histograma das amostras, exibido na Fi-

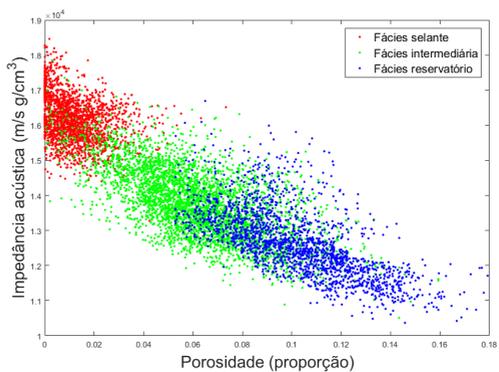


Figura 28: Crossplot de 10.000 pontos de amostras de impedância e porosidade da nova proposta

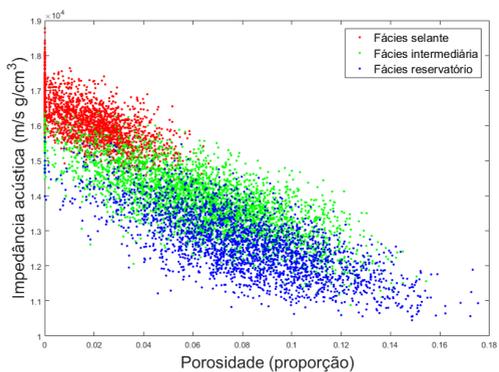
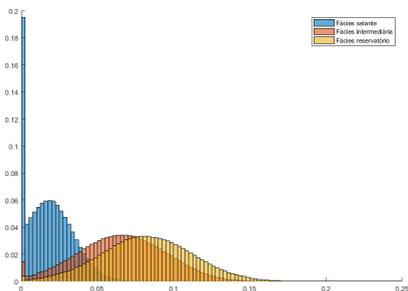


Figura 29: Crossplot de 10.000 pontos de amostras de impedância e porosidade da proposta de Figueiredo et al. (2017)

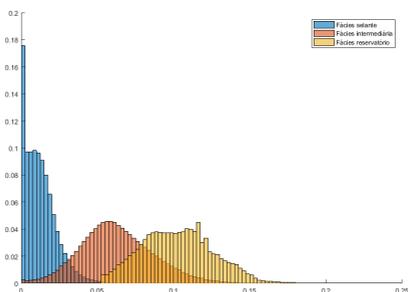
gura 30. Nela observa-se um melhor ajuste do histograma do poço às amostras na nova proposta.

Outra evidência forte da melhoria na amostragem da porosidade é o histograma das amostras nas coordenadas de cada poço, refletindo a bimodalidade das distribuições nas realizações geradas pela nova proposta. A Figura 31 exibe as comparações dos histogramas no poço 3. É possível verificar a melhor reprodução da bimodalidade do poço, que na proposta anterior está representada por um pico de frequência no zero, o qual se deve à truncagem efetuada nos valores abaixo de zero simulados. A proposta anterior apresentaria uma calda à esquerda se não fosse a truncagem dos valores abaixo de zero.

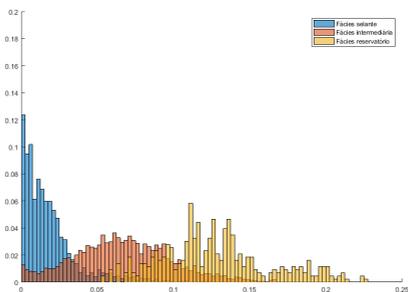
As médias de impedância e porosidade obtiveram imagens semelhantes entre a nova proposta e a de Figueiredo et al. (2017), mostradas na Figura 32 e 33 para uma seção que passa por todos os poços. Bem como realizações típicas dos dois métodos, demonstrados nas Figuras 34 e 35.



(a) Metodologia de Figueiredo et al. (2017)

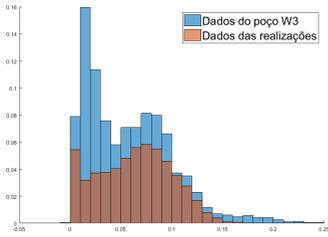


(b) Nova proposta

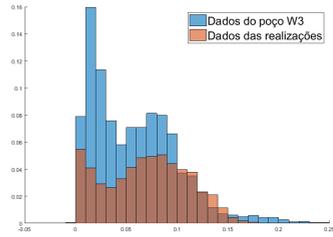


(c) Poços

Figura 30: Histograma da porosidade por fácies comparando os dados do poço com as amostras nas coordenadas do poço

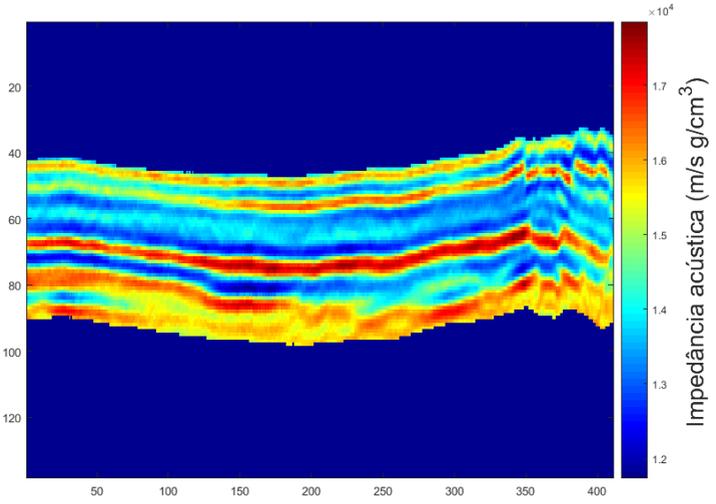


(a) (FIGUEIREDO et al., 2017)

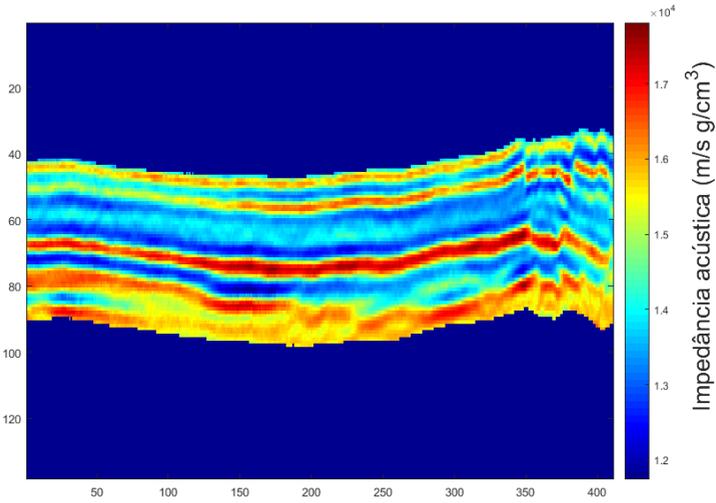


(b) Nova proposta

Figura 31: Histograma marginal da porosidade comparando os dados do poço com as amostras nas coordenadas do poço 3.

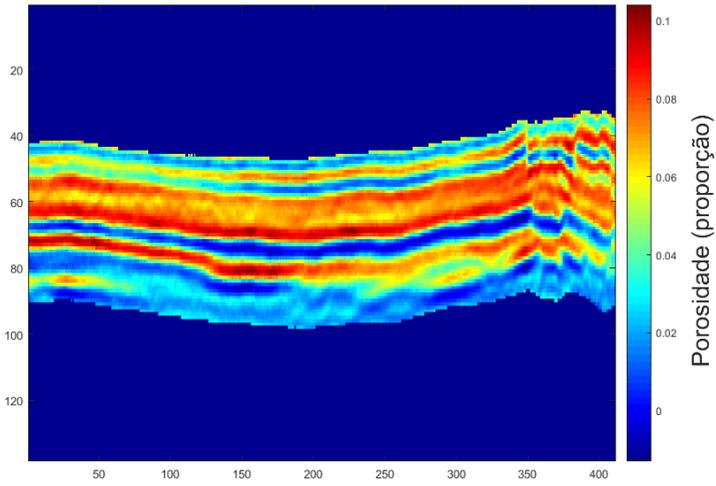


(a) Figueiredo et al. (2017)

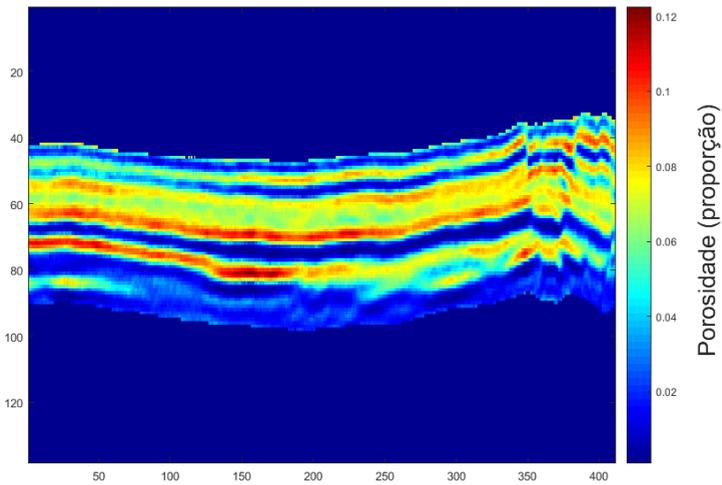


(b) Nova proposta

Figura 32: Médias para 200 realizações de I_p

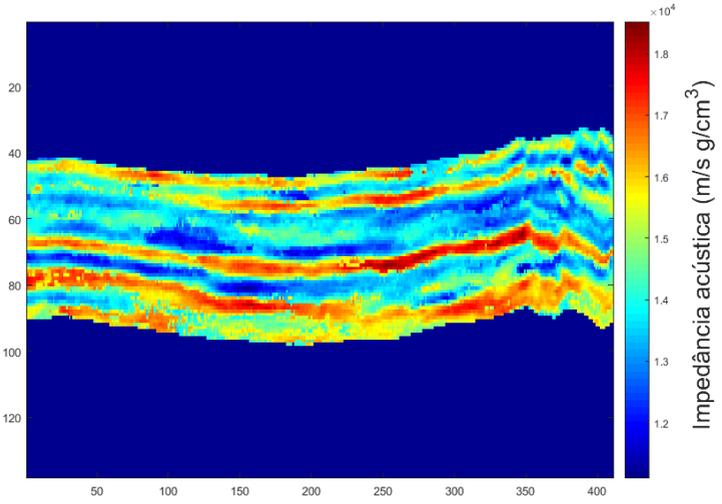


(a) Figueiredo et al. (2017)

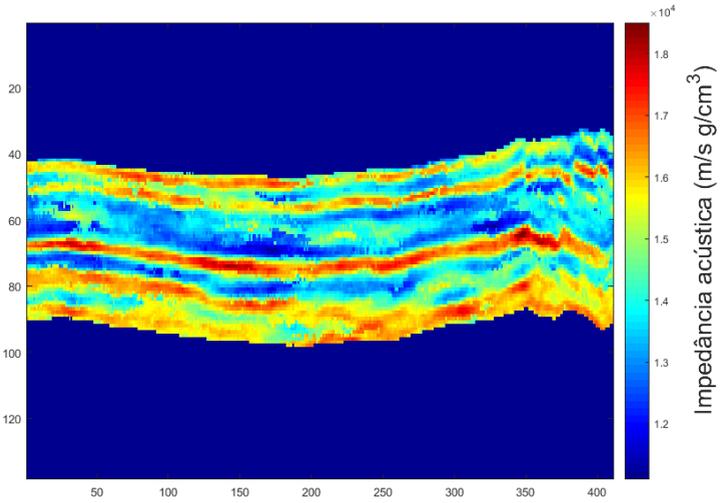


(b) Nova proposta

Figura 33: Médias para 200 realizações de Phi

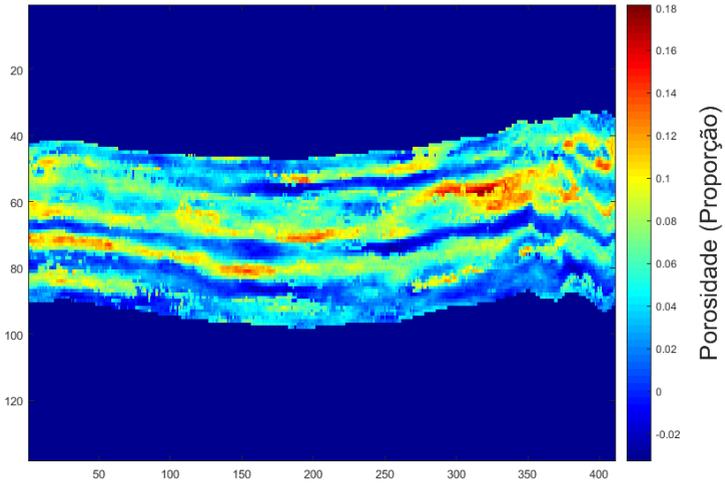


(a) Figueiredo et al. (2017)

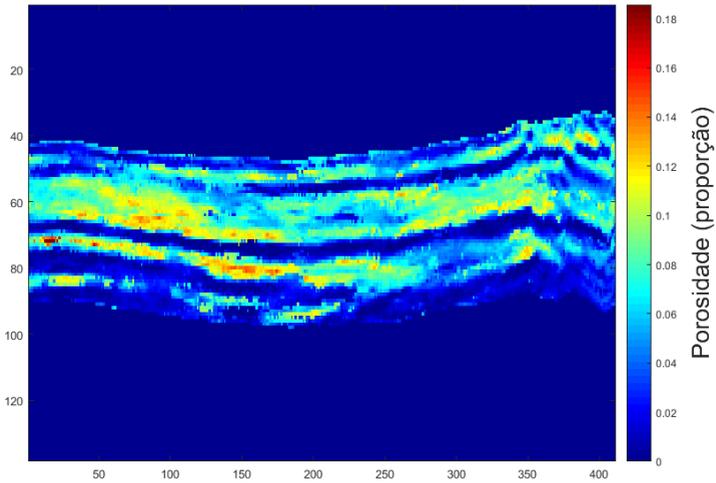


(b) Nova proposta

Figura 34: Realizações de Impedância.



(a) Figueiredo et al. (2017)



(b) Nova proposta

Figura 35: Realizações de Porosidade.

5 CONCLUSÃO

A primeira contribuição minoritária da presente Tese está detalhada na Seção 3.1, onde foi discutida a proposta de truncagem do modelo de variograma para a solução aproximada do problema de inversão Bayesiana linearizada por máximo a posteriori. A metodologia adiciona acoplamento espacial aos resultados de impedância utilizando uma manipulação simples do operador de inversão. Essa manipulação foi possível pela estrutura linear em que o problema foi colocado.

As suposições sobre o problema são as mesmas comparadas com a inversão Bayesiana no espaço das frequências, nomeadamente, um modelo de covariância prévio estacionário para todos os traços na grade 3D. Os efeitos de borda citados pelos mesmos autores são contornados, pois o operador deslizante proposto explora a esparsidade do problema, resolvendo um traço central da janela W por vez, com sobreposição dos dados sísmicos a cada passo da janela.

A principal razão pela qual a proposta obteve sucesso é que, mesmo quando são acopladas todas as células do modelo 3D de uma vez, a correlação imposta ao resultado vem de um operador linear sobre os dados sísmicos. Portanto, o resultado de um traço é matematicamente independente de seus vizinhos. Ou seja, o resultado final de impedância é o resultado de um filtro linear aplicado aos dados sísmicos.

Outro aspecto positivo observado desta proposta é o acoplamento de amostras em distâncias maiores do que o tamanho da janela W , o qual é evidenciado pelas correlações presentes até o lag 25 com uma janela da tamanho 5, mostrado na figura 16. Este efeito demonstra que é possível inserir funções de correlação que se estendem além do tamanho da janela W , indicando que a truncagem tem efeito mínimo nos resultados.

A complexidade computacional linear é atingida ao se considerar o tamanho dos traços como uma constante, o que é uma suposição razoável. Na prática, há o interesse de inverter um intervalo geológico curto, da ordem de 1 segundo, representando entre 250 e 500 amostras, dependendo do intervalo de amostragem. Além disso, a metodologia pode ser estendida para truncar o operador na direção vertical, pois também existe independência entre amostras de profundidades distantes. Portanto, é possível conceber um operador que seja truncado na horizontal e na vertical, tornando a solução do operador totalmente independente do tamanho dos dados de entrada. Com isso, se alcança a complexidade $O(n)$ sem assumir o tamanho dos traços como constantes.

Portanto, o tamanho da janela irá determinar o número de operações executadas por n . Este tamanho é definido de maneira similar ao raio de busca de algoritmos de krigagem.

Em síntese, os resultados foram considerados satisfatórios por impor correlação nas imagens de impedância, concluir o processamento em tempo hábil e por não produzir efeitos de borda devido ao tamanho da janela. A extensão para inversão elástica resultando nas propriedades velocidade primária, velocidade secundária e densidade é adaptada de forma direta, pois a metodologia de inversão elástica é semelhante a inversão acústica (BULAND; OMRE, 2003a).

A primeira contribuição majoritária da Tese ataca o problema de alta complexidade computacional da técnica *Global Stochastic Inversion*. A GSI é classificada dentro das técnicas de otimização como um método baseado em população que busca por um modelo secundário ótimo, ou seja, os parâmetros que são otimizados de iteração para iteração são os que compõem os dados secundários. O conjunto final de simulações pode ser reproduzido se a imagem secundária final for utilizada em conjunto com os mesmos parâmetros de entrada. Portanto, se uma imagem ótima for utilizada para simular a última iteração, não há necessidade de realizar as iterações de busca do método GSI.

Os resultados apresentados do método MAP-GSI claramente demonstram que as simulações da primeira iteração do MAP-GSI amostram melhor o espaço posterior comparado com a GSI, i.e. a chance de amostrar a realidade é maior, evidenciada pela maior verossimilhança com os poços de teste cego. Portanto, a solução do método Bayesiano linearizado por máximo a posteriori fornece uma imagem secundária final ótima, considerando também que o conjunto de realizações da primeira iteração do MAP-GSI produz correlações globais aceitáveis para os casos de estudo realizados.

Os resultados utilizando PCA e KDE demonstram que a primeira iteração do MAP-GSI tem uma maior chance de encapsular a realidade, representada pela maior verossimilhança com os dados dos poços de teste cego, i.e. a distribuição posterior amostrada pelo MAP-GSI tem maior chance de obter uma amostra que está muito próximo aos dados dos logs dos poços cegos. A variância do MAP-GSI é condicionada à distribuição dos dados dos logs de poços e às restrições espaciais impostas, ao contrário da GSI que diminui a variância pela ação do processo de otimização guiado pela função objetivo.

Outra melhora comparando com a GSI é a eliminação da escolha dos parâmetros de número de iterações, limiar de correlação para a função objetivo, número de simulações por iteração e correlações para

a coDSS. Estes não são mais necessários pois são eliminadas as iterações e a otimização como um todo. Entretanto, parâmetros extra são adicionados para realizar a inversão MAP.

Por consequência, nos casos em que a inversão Bayesiana linearizada por máximo a posteriori for aceitável, a amostragem da distribuição posterior é mais eficiente e a modelagem da incerteza mais precisa quando o MAP-GSI é utilizado ao invés da GSI. A extensão da metodologia para a inversão para outras propriedades elásticas, como por exemplo I_p , I_s e densidade, é feita de forma direta.

A última contribuição desta Tese consiste na utilização de distribuições experimentais de física de rochas para amostrar propriedades petro-físicas dado propriedades petro-elásticas. Este é uma opção para distribuições de física de rochas que não são bem representadas por distribuições Gaussianas. Utilizar a distribuição experimental é a alternativa que tem menos suposições sobre a distribuição, mas ainda assume que as amostras disponíveis do log do poço são representativas da real distribuição presente no reservatório.

No caso de utilizar distribuições Gaussianas, é mais direto o ajuste das distribuições, caso seja constatado um enviesamento nos dados do poço. No caso da presente proposta, faz-se necessário utilizar um esquema com amostragem para popular os dados de poços, adicionando dados sintéticos ao conjunto para remover o enviesamento. Esta abordagem pode ser aplicada utilizando pseudo-poços, o que é amplamente utilizada área de geofísica.

Enfim, a última proposta foi capaz de amostrar uma distribuição não Gaussiana dos dados de porosidade e impedância para o caso de estudo realizado. O aumento na complexidade computacional era esperado, pois a simulação com bi-histogramas da simulação sequencial direta é mais custosa que a simulação por média móvel na transformada rápida de Fourier (FFT-MA). Portanto, a abrangência e aplicabilidade do método aumenta, amostrando distribuições mais gerais, enquanto o custo computacional também aumenta.

6 PUBLICAÇÕES

BORDIGNON, F. et al. Integration of geostatistical and Bayesian linearized methodologies for seismic AVA inversion. In: **Geostats 2016**. Valência, Espanha: [s.n.], 2016. p. 141–142. ISBN 84-942396-6-3.

BORDIGNON, F. et al. Fast spatially coupled Bayesian linearized acoustic seismic inversion in time domain. In: **Proceedings of XVII GEOINFO**. Campos do Jordão, Brasil: MCT, 2016. p. 22–31.

BORDIGNON, F. et al. Integration of Bayesian linearized inversion into geostatistical seismic inversion. In: **78th EAGE Conference and Exhibition 2016**. [S.l.: s.n.], 2016.

BORDIGNON, F. L. et al. Hybrid global stochastic and bayesian linearized acoustic seismic inversion methodology. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, PP, n. 99, p. 1–8, 2017. ISSN 0196-2892.

REFERÊNCIAS

- ARTUN, E.; MOHAGHEGH, S. Intelligent seismic inversion workflow for high-resolution reservoir characterization. **Computers & Geosciences**, v. 37, n. 2, p. 143 – 157, 2011. ISSN 0098-3004.
- ASTER, R.; BORCHERS, B.; THURBER, C. **Parameter Estimation and Inverse Problems**. [S.l.]: Academic Press, 2013. (Academic Press).
- AZEVEDO, L. et al. Multidimensional scaling for the evaluation of a geostatistical seismic elastic inversion methodology. **GEOPHYSICS**, v. 79, n. 1, p. M1–M10, 2014.
- AZEVEDO, L. et al. Stochastic seismic AVO inversion. In: **75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013**. Londres, Reino Unido: EAGE, 2013.
- BORDIGNON, F. et al. Integration of geostatistical and Bayesian linearized methodologies for seismic AVA inversion. In: **Geostats 2016**. Valência, Espanha: [s.n.], 2016. p. 141–142. ISBN 84-942396-6-3.
- BORDIGNON, F. et al. Integration of Bayesian linearized inversion into geostatistical seismic inversion. In: **78th EAGE Conference and Exhibition 2016**. [S.l.: s.n.], 2016.
- BORDIGNON, F. et al. Fast spatially coupled Bayesian linearized acoustic seismic inversion in time domain. In: **Proceedings of XVII GEOINFO**. Campos do Jordão, Brasil: MCT, 2016. p. 22–31.
- BORDIGNON, F. L. et al. Hybrid global stochastic and bayesian linearized acoustic seismic inversion methodology. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, PP, n. 99, p. 1–8, 2017. ISSN 0196-2892.
- BOSCH, M.; MUKERJI, T.; GONZALEZ, E. Seismic inversion for reservoir properties combining statistical rock physics and geostatistics: A review. **Geophysics**, v. 75, n. 5, p. 75A165, 2010.
- BULAND, A.; KOLBJØRNSSEN, O.; OMRE, H. Rapid spatially coupled AVO inversion in the Fourier domain. **Geophysics**, v. 68, n. 3, p. 824–836, 2003.

BULAND, A.; OMRE, H. Bayesian linearized AVO inversion. **Geophysics**, v. 68, n. 1, p. 185–198, 2003.

BULAND, A.; OMRE, H. Bayesian wavelet estimation from seismic and well data. **Geophysics**, v. 68, n. 6, p. 2000–2009, 2003.

CAERS, J. **Modeling Uncertainty in the Earth Sciences**. [S.l.]: Wiley, 2011. ISBN 9781119998716.

CLAPP, M. L.; CLAPP, R. G.; BIONDI, B. L. Regularized least-squares inversion for 3-D subsalt imaging. In: **SEG Annual Meeting**. Houston, Texas: Society of Exploration Geophysicists, 2005. p. 1814–1817.

DEUTSCH, C. V.; JOURNAL, A. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide**. [S.l.]: Oxford University Press, 1998. (Applied geostatistics series). ISBN 9780195100150.

DING, K. et al. Regional seismic waveform inversion using swarm intelligence algorithms. In: **2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1235–1241. ISSN 1089-778X.

DOYEN, P. **Seismic reservoir characterization: an earth modelling perspective**. [S.l.]: EAGE publications, 2007. (Education tour series). ISBN 9789073781771.

FIGUEIREDO, L. P. et al. Stochastic bayesian algorithm to a jointly acoustic inversion and wavelet estimation. In: _____. **SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013**. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2013. cap. 635, p. 3273–3277.

FIGUEIREDO, L. P. et al. Bayesian framework to wavelet estimation and linearized acoustic inversion. **Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE**, PP, n. 99, p. 1–5, 2014. ISSN 1545-598X.

FIGUEIREDO, L. P. de. **Método de Monte Carlo com Modelagem a priori Integrada com Física de Rocha na Inversão Conjunta Bayesiana de Dados Sísmicos**. Tese (Doutorado) — Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

FIGUEIREDO, L. P. de et al. Bayesian seismic inversion based on rock-physics prior modeling for the joint estimation of acoustic impedance, porosity and lithofacies. **Journal of Computational Physics**, v. 336, p. 128 – 142, 2017. ISSN 0021-9991.

FISHSAFE. **Seismic Surveys**. dez. 2014. <http://fishsafe.eu/en/offshore-structures/seismic-surveys.aspx>.
Disponível em:
<fishsafe.eu/en/offshore-structures/seismic-surveys.aspx>.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. [S.l.]: Oxford University Press, 1997. (Applied geostatistics series). ISBN 9780195115383.

GRANA, D.; MUKERJI, T. et al. Sequential bayesian gaussian mixture linear inversion of seismic data for elastic and reservoir properties estimation. In: SOCIETY OF EXPLORATION GEOPHYSICISTS. **2012 SEG Annual Meeting**. [S.l.], 2012.

GRANA, D.; ROSSA, E. D. Probabilistic petrophysical-properties estimation integrating statistical rock physics with seismic inversion. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 75, n. 3, p. O21–O37, 2010. ISSN 0016-8033.

HANSEN, T.; CORDUA, K.; MOSEGAARD, K. Inverse problems with non-trivial priors: efficient solution through sequential gibbs sampling. **Computational Geosciences**, Springer Netherlands, v. 16, n. 3, p. 593–611, 2012. ISSN 1420-0597.

HORTA, A.; SOARES, A. Direct sequential co-simulation with joint probability distributions. **Mathematical Geosciences**, v. 42, n. 3, p. 269–292, 2010. ISSN 1874-8953.

ISAAKS, E.; SCIENCES, S. U. D. of A. E. **The Application of Monte Carlo Methods to the Analysis of Spatially Correlated Data**. [S.l.]: Stanford University, 1990.

JOLLIFFE, I. T. **Principal component analysis**. New York: Springer, 2002. ISBN 0387224408 9780387224404.

KRIGE, D. G. **A Statistical Approach to Some Mine Valuation and Allied Problems on the Witwatersrand**. [S.l.]: publisher not identified, 1951.

KUSTER, G. T.; TOKSÖZ, M. N. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part ii. experimental results. **GEOPHYSICS**, v. 39, n. 5, p. 607–618, 1974.

MA, X. Simultaneous inversion of prestack seismic data for rock properties using simulated annealing. **GEOPHYSICS**, v. 67, n. 6, p. 1877–1885, November 2002.

- MALLICK, S. Model-based inversion of amplitude-variations-with-offset data using a genetic algorithm. **Geophysics**, v. 60, n. 4, p. 939–954, 1995.
- MARTÍNEZ, J. L. F. et al. Posterior sampling using particle swarm optimizers and model reduction techniques. **Int. J. Appl. Evol. Comput.**, IGI Global, Hershey, PA, USA, v. 1, n. 3, p. 27–48, jul. 2010. ISSN 1942-3594.
- MARTÍNEZ, J. L. F.; MUÑIZ, M. Z. F.; TOMPKINS, M. J. On the topography of the cost functional in linear and nonlinear inverse problems. **Geophysics**, v. 77, n. 1, p. W1–W15, 2012.
- MARTÍNEZ, J. L. F. et al. Reservoir characterization and inversion uncertainty via a family of particle swarm optimizers. **Geophysics**, v. 77, n. 1, p. M1–M16, 2012.
- MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**, v. 58, n. 8, p. 1246, 1963.
- MATHERON, G. et al. Conditional simulation of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs. society of petroleum engineers. **Society of Petroleum Engineers**, 1987.
- MUKERJI, T. et al. Mapping lithofacies and pore-fluid probabilities in a north sea reservoir: Seismic inversions and statistical rock physics. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 66, n. 4, p. 988–1001, 2001. ISSN 0016-8033.
- PENDREL, J. Low frequency models for seismic inversions: strategies for success. In: _____. **SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 2703–2707.
- PRIDE, S. R.; BERRYMAN, J. G.; HARRIS, J. M. Seismic attenuation due to wave-induced flow. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 109, n. B1, p. n/a–n/a, 2004. ISSN 2156-2202. B01201.
- PYRCZ, M. J.; DEUTSCH, C. V. Two artifacts of probability field simulation. **Mathematical Geology**, v. 33, n. 7, p. 775–799, 2001. ISSN 1573-8868.
- SAMBRIDGE, M. A parallel tempering algorithm for probabilistic sampling and multimodal optimization. **Geophysical Journal International**, 2013.

SCHEIDT, C.; CAERS, J. Representing spatial uncertainty using distances and kernels. **Mathematical Geosciences**, Springer-Verlag, v. 41, n. 4, p. 397–419, 2009. ISSN 1874-8961.

SCHEIDT, C. et al. Probabilistic falsification of prior geologic uncertainty with seismic amplitude data: Application to a turbidite reservoir case. **GEOPHYSICS**, v. 80, n. 5, p. M89–M12, 2015.

SEN, M. K. **Seismic Inversion**. Richardson, TX, USA: Society of Petroleum Engineers, 2006. ISBN 978-1-55563-110-9.

SEN, M. K.; STOFFA, P. L. Nonlinear one-dimensional seismic waveform inversion using simulated annealing. **Geophysics**, v. 56, n. 10, p. 1624–1638, 1991.

SEN, M. K.; STOFFA, P. L. **Global Optimization Methods in Geophysical Inversion**. [S.l.]: Elsevier, 1995. v - vii p. (Advances in Exploration Geophysics, v. 4). ISSN 0921-9366.

SEN, M. K.; STOFFA, P. L. **Global Optimization Methods in Geophysical Inversion**. 2ed.. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. ISBN 978-1-107-01190-8.

SOARES, A. Direct sequential simulation and cosimulation. **Mathematical Geology**, Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers, v. 33, n. 8, p. 911–926, 2001. ISSN 0882-8121.

SOARES, A.; DIET, J.; GUERREIRO, L. Stochastic inversion with a global perturbation method. In: **Petroleum Geostatistics 2007**. [S.l.]: EAGE, 2007.

STOLT, R. H.; WEGLEIN, A. B. Migration and inversion of seismic data. **Geophysics**, v. 50, n. 12, p. 2458–2472, 1985.

TARANTOLA, A. **Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation**. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. ISBN 9780898715729.

TOMPKINS, M. J. et al. Scalable uncertainty estimation for nonlinear inverse problems using parameter reduction, constraint mapping, and geometric sampling: Marine controlled-source electromagnetic examples. **Geophysics**, v. 76, n. 4, p. F263–F281, 2011.

TOMPKINS, M. J.; MARTÍNEZ, J. L. F.; MUÑIZ, Z. F. Comparison of sparse-grid geometric and random sampling methods in nonlinear

inverse solution uncertainty estimation. **Geophysical Prospecting**, Blackwell Publishing Ltd, v. 61, n. 1, p. 28–41, 2013. ISSN 1365-2478.

ZHE, Y.; HANMING, G. Non-linear prestack seismic inversion with global optimization using an edge-preserving smoothing filter.

Geophysical Prospecting, Blackwell Publishing Ltd, v. 61, n. 4, p. 747–760, 2013. ISSN 1365-2478.

ZUNINO, A. et al. Reservoir modeling combining geostatistics with markov chain monte carlo inversion. In: PARDO-IGÚZQUIZA, E. et al. (Ed.). **Mathematics of Planet Earth**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2014, (Lecture Notes in Earth System Sciences). p. 683–687. ISBN 978-3-642-32407-9.