

“RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PELAS EQUAÇÕES ALGÉBRICAS”: a proposta de Tito Cardoso de oliveira para o ensino das operações

Luciane de Fatima Bertini¹

Ivone Lemos da Rocha²

RESUMO

O presente texto tem como objetivo a exploração da proposta de Tito Cardoso de Oliveira em sua obra “Arithmetica complementar”³ tendo como foco a utilização de soluções algébricas no ensino primário para problemas envolvendo as quatro operações fundamentais. A análise da obra se deu no sentido de capturar métodos, didáticas, orientações pedagógicas que possam ser lidas como integrantes do movimento de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática. A proposta de Tito de Oliveira, ao professor que ensinará matemática no ensino primário, é a de não anunciar aos alunos que estariam fazendo um estudo de álgebra, mas apenas promovendo que as crianças pudessem fazer uso da letra x como uma quantidade desconhecida, para resolver os cálculos a partir de regras aprendidas. A opção do autor de trazer para o ensino das operações elementos da álgebra parece também definir o tipo de problema a ser abordado, a álgebra não apenas auxilia na solução dos problemas, mas participa na definição dos tipos de problemas.

Palavras-chave: Ensino primário. Soluções algébricas. Problemas aritméticos. Manual pedagógico, História da educação matemática.

ABSTRACT

The present text aims to explore the proposal of Tito Cardoso de Oliveira in his work "Arithmetica complementar", focusing on the use of algebraic solutions in primary education for problems involving the four fundamental operations. The analysis of the work was done in the sense of capturing methods, didactics, pedagogical guidelines that can be read as part of the movement of constitution of the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics. The proposal of Tito de Oliveira, to the teacher who will teach mathematics in primary education, is not to announce to students that they would be doing an algebra study, but only to encourage children to use the letter x as an unknown quantity, to solve the calculations from learned rules. The author's option of bringing elements of algebra to the teaching of operations also seems to define the type of problem to be addressed, algebra not only aids in solving problems, but also participates in the definition of problem types.

Keywords: Primary education. Algebraic solutions. Arithmetic problems. Pedagogical manual. History of mathematical education.

INTRODUÇÃO

O trabalho aqui apresentado tem sua origem e desenvolvimento em um exercício de produção coletiva de pesquisa. As autoras, como membros de um grupo nacional de

¹ Doutora em Educação. Docente na Universidade Federal de São Paulo. E-mail: lfbertini@gmail.com

² Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo. E-mail: ivonelemos20@gmail.com

³ Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573>

pesquisa, o Grupo de pesquisa em história da educação matemática, GHEMAT, compõem também o conjunto de pesquisadores que participam do seu projeto temático atual financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP): “A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990”. Em breves linhas, este projeto tem seu foco nos *saberes objetivados*, saberes formalizados, passíveis de sistematização elaborados por processos históricos e dinâmicas articuladas da formação e do ensino da matemática.

Um dos projetos que compõe o projeto temático para tal intento é aquele financiado pelo CNPq sob a coordenação da primeira autora desse texto, e do qual a segunda autora participa como mestranda, intitulado “Os problemas de aritmética no ensino primário, 1890-1940”. Seu desenvolvimento tem como referência principal a discussão de como os problemas participam nas propostas para o ensino de aritmética no ensino primário neste período, estando assim relacionado ao projeto mais amplo na busca da compreensão das dinâmicas articuladas da formação e do ensino. As buscas e os resultados já elaborados⁴ envolveram a exploração de fontes como programas de ensino, manuais didáticos, revistas pedagógicas, e cadernos escolares. Destacou-se, em alguns momentos neste percurso, a presença de discussões e indicações pontuais do uso de soluções algébricas para problemas aritméticos no ensino primário. Tal observação fez surgir o interesse de explorar, de forma mais específica, estas propostas tornando-se este o tema da dissertação de mestrado da segunda autora deste texto⁵. No processo de constituição do saber profissional do professor que ensina matemática interessa investigar como os problemas participam das propostas para a formação e para o ensino e, neste universo, investigar que papel têm as propostas de utilização de soluções algébricas no ensino primário.

Inserido neste cenário, o presente texto apresenta como objetivo, a exploração de uma dessas propostas, aquela defendida por Tito Cardoso de Oliveira em sua obra “Arithmetica complementar”⁶, tendo como foco a utilização de soluções algébricas no ensino primário para problemas envolvendo as quatro operações fundamentais. Antes de

⁴ Alguns desses resultados em: BERTINI, 2016a; BERTINI, 2016b; BERTINI, 2018; BERTINI, MORAIS, VALENTE, 2017; SOUZA, BERTINI, 2016; NOVAES, BERTINI, SIQUEIRA FILHO, 2017.

⁵ Financiado pela CAPES.

⁶ Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573>

discutir especificamente a opção por esta obra, apresenta-se uma breve discussão das opções teóricas e metodológicas neste processo de produção coletiva.

OPÇÕES TEÓRICAS E METODOLÓGICAS

A filiação desta proposta ao projeto coletivo de pesquisa tem implicações em seus objetivos e, assim, também nas opções teóricas e metodológicas. O projeto temático tem por referência a operação historiográfica na perspectiva de Certeau (1982) ao considerar que a mesma se dá considerando seu lugar social, as práticas científicas envolvidas, bem como a produção da escrita.

De forma mais específica, para o tratamento dos saberes profissionais como tema central nas discussões sobre as profissões do ensino e da formação, é considerada a perspectiva de Hofstetter e Schneuwly (2017). Os resultados das pesquisas destes autores revelam que as dinâmicas de constituição dos saberes para a formação de professores ligam-se à compreensão de como se articulam dois tipos de saberes: os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*. O primeiro deles mais relacionado àqueles produzidos pelas disciplinas universitárias (no caso desta pesquisa à matemática como campo científico), e o segundo mais ligado aos saberes próprios da profissão docente, da produção do campo das Ciências da Educação⁷.

Aqui, o interesse em discutir a proposta para o ensino de matemática no ensino primário de Tito Cardoso de Oliveira em sua obra “Arithmetica Complementar” que inclui a utilização de soluções algébricas para problemas aritméticos, leva à opção de análise da obra com o objetivo de capturar métodos, didáticas, orientações pedagógicas que poderiam ser lidas como integrantes do movimento de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática. São algumas questões que guiam a aproximação com a obra: Como o autor propõe a utilização das soluções algébricas para problemas de aritmética? Há justificativas para tal opção? Quais seriam elas? Que orientações são dadas aos professores para a efetivação desta proposta? Como esta proposta se relaciona com as propostas de ensino de problemas em vigência na época? Que saberes estão envolvidos na proposta? O que o professor que ensina matemática precisa saber para ensinar a partir desta proposta?

⁷ Para maior aprofundamento da discussão esses conceitos ver Hofstetter, Schneuwly (2017) e Borer (2017).

Estas foram questões iniciais, que possivelmente não tenham sido respondidas uma a uma de forma definitiva, mas que foram importantes para guiar o processo de análise neste trabalho.

O entendimento de que a análise de propostas presentes em livros didáticos possa contribuir no estudo de movimentos de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática é também fundamentado na característica de tais obras. O livro didático no início no final do século XIX e início do século XX configura-se como um material de atualização e subsídio para o professor (Ribeiro, 2017), como um instrumento para divulgação de um ideário educacional, muitas vezes utilizado pelo poder público, e, desta forma, sendo também um instrumento de formação dos professores (Bittencourt, 2008 *apud* Ribeiro, 2017).

A PROPOSTA DE TITO CARDOSO DE OLIVEIRA

O livro de Tito Cardoso de Oliveira, *Arithmetica Complementar para os cursos primário complementar, normal e comercial*, 8ª edição, foi selecionado para ser analisado neste estudo considerando dois aspectos: i) o próprio autor, assume a importância da utilização de soluções algébricas para problemas aritméticos na sua obra, ao apresentar o seguinte trecho acompanhando o título do manual, “resolução de pequenos problemas pelas equações algébricas” (Tito de Oliveira, s.d., p. 01); ii) o fato da obra já ter sido identificada nas pesquisas de Valente (2017) como um exemplo da introdução de elementos algébricos no ensino primário.

Apesar de não haver uma data indicada na obra, considera-se que ele seja das primeiras décadas do século XX, uma vez que nela encontra-se registrado o prefácio da 4ª. edição com a data de 1919.

Trata-se de uma produção realizada em Belém do Pará, local que, de acordo com Nunes (2017), no início do século XX experimentava um grande fluxo na economia, pois era um importante produtor de borracha havendo, com isso, circulação de riquezas em seus portos. A autora afirma, ainda, que para acompanhar esse processo havia a necessidade de uma nova configuração urbana, aparecendo, assim, com fluidez a modernidade europeia em vários setores. Isso incluiu o primeiro grupo escolar paraense que deveria acompanhar tendências “com base na pedagogia moderna” (França, 2013, p. 04).

Oliveira (2017) caracteriza, em escala nacional, a aritmética, resultante do projeto da pedagogia moderna, como *Aritmética intuitiva*, na qual “os saberes aritméticos eram adaptados tanto ao desenvolvimento do psicológico da criança quanto às necessidades da sua vida prática” (Oliveira, 2017, p. 26). Ainda, de acordo com este autor, surge nesse período, entre outros, livros e cadernos didáticos que traziam essas modernidades no ensino de aritmética.

Neste cenário, a obra de Tito de Oliveira ganha forma. As primeiras páginas da obra destacam Tito de Oliviera como “Lente Cathedratico da Escola Pratica de Commercio do Pará e autor da Arithmetica Rudimentar, da Geometria primaria, das Taboadas uteis e da coleção de cadernos de exercícios graduados para os cursos elementar e complementar do ensino primário”. Vale destacar que, segundo Machado (2018), o irmão do autor, Virgílio Cardoso de Oliveira, foi fundador da revista *A Escola*, que circulou no estado do Pará a partir de 1900 e atuou como Diretor Geral da Instrução Pública em Belém sendo o responsável pela condução de um importante Congresso Pedagógico. Machado (2018) afirma, ainda, que Tito de Oliveira foi considerado a “maior figura escolar da Matemática no Pará” naquele momento histórico.

No período da edição da obra estava em vigor no estado do Pará o programa de ensino registrado no Decreto de nº 1191 de 17 de fevereiro de 1903. Em relação aos conteúdos observa-se que na obra de Tito de Oliveira (s.d.) estão presentes aqueles indicados no programa para o primeiro e segundo ano primário complementar. No entanto, no programa não há indicações em relação ao ensino da álgebra. Assim, a opção do autor em abordar as soluções algébricas para problemas aritméticos não, necessariamente, tem relação com as orientações oficiais. Já no prefácio da obra Tito de Oliveira (s.d.) tal opção é explicitada, como um “método” (Quadro 1).

Quadro 1: Trecho do prefácio.

[...] apologista do methodo que manda incluir no estudo da Aritmética primaria algumas noções necessarias para a resolução de pequenos problemas, pelas equações algebricas, sem, entretanto, fazer-se um estudo directo de Algebra, resolvemos adaptar á nossa “Aritmética Complementar” este vantajoso methodo, que embora não se lhe queira reconhecer as muitas vantagens que trará ao ensino, não se lhe poderá negar o grande serviço que prestará ás creanças, desenvolvendo-lhes a intelligência e acostumando-as a raciocinar com methodo.

Fonte: Tito de Oliveira, s.d. p. 2.

Para tal efeito o autor traz o “uso da letra X nos problemas aritméticos”, por meio de especificações como a apresentada no Quadro 2.

Quadro 2: Trecho da obra sobre o uso da letra x.

Todo numero ou quantidade desconhecida que se tiver de mencionar em uma operação a effectuar-se ou em problema a resolver-se, será representado pela letra X. **A letra X**, portanto, em nossos estudos, não será mais que um signal para representar o desconhecido, cujo valor, depois de encontrado, a substituirá.

Fonte: Tito de Oliveira, s.d. p. 13, grifo do autor.

O x como representação do desconhecido justifica sua utilização na solução de problemas envolvendo as quatro operações uma vez que estes são apresentados, nesta obra, na sua forma da seguinte forma: duas quantidades conhecidas e uma quantidade desconhecida que deve ser calculada.

Ainda, complementando esta ideia do uso do x “sem o estudo direto da Álgebra”, as primeiras orientações de Tito de Oliveira (s.d., p. 14) sobre como operar com este “sinal” coloca o foco nas operações com os números, conforme já se procedia: “[...] as operações em que ella [letra x] figura como parte, não são effectuadas directamente com ella e sim com os números que a procedem”. Assim na operação $5x + 1x = 6x$, o resultado 6 representa a soma de 5 e 1.

Assim, o x não é tratado como uma variável, mas como uma espécie que acompanha uma quantidade, é possível contar: livros, lápis, bolas e “xs” (Quadro 3).

Quadro 3: Trecho da obra sobre o x como uma espécie que acompanha a quantidade.

Sommam-se as parcellas desconhecidas, depois as conhecidas, separadamente, e escreve-se um resultado depois do outro cepearados pelo signal mais (+)
 Effectuar a somma: 4 livros + $3x$ + 5 + $2x$ + 2 livros + $8x$ + 6
 Sommando-se as quantidades de livros teremos: 4 livros + 2 livros = 6 livros
 $\begin{array}{r} - \quad - \quad - \quad x \quad - \quad 3x + 2x + 8x = 13x \\ - \quad \text{os numeros abstratos} \quad - \quad 5 + 6 = 11 \end{array}$
 Escrevendo-se os resultados uns depois dos outros, por não poderem ser sommados resultará:
 $6 \text{ livros} + 13x + 11$

Fonte: Tito de Oliveira, s.d. p. 20.

Ao abordar o ensino das operações Tito de Oliveira (s.d.) apresenta propriedades relacionando cada um dos números que compõem tal operação e, a partir dessas propriedades, regras que posteriormente serão aplicadas para resolver os problemas. Temos como exemplo o caso da adição⁸, apresentado no Quadro 4:

Quadro 4: Propriedade, regra e problemas relacionados à adição.

<p>PROPRIEDADE DA ADIÇÃO Qualquer parcela de uma somma é igual á diferença entre a somma total e a somma das outras parcellas. [...]</p>	
<p>REGRA – Uma parcella desconhecida é igual á somma total menos a parcella conhecida ou menos a somma das parcellas conhecidas. [...]</p>	
<p>EXEMPLOS</p>	
<p>Problema – O numero de pennas que tem Pedro somado com as 6 pennas de Joaquim perfaz um total de 20 pennas. Quantas pennas tem Pedro?</p>	
<p>MENTAL</p>	<p>GRAPHICO</p>
<p>Se o total de 20 pennas representa a reunião das penas de Pedro com as 6 pennas de Joaquim, é claro que se separarmos das 20 as 6 de Joaquim, sobrarão as penas de Pedro. E, como $20 - 6 = 14$ esse numero será a resposta do problema: - Pedro tem 14 pennas.</p>	<p>Representando por x o numero de pennas que nos é desconhecido, e sommando este valor 6 pennas de Joaquim perfaz o total de 20, e teremos $x + 6 = 20$ e como uma parcella desconhecida é igual à somma total menos a parcela conhecida, resultará: $x = 20 - 6$ ou $x = 14$</p>

Fonte: Tito de Oliveira, s.d. p. 21 e 22, grifos do autor.

Ao final é proposta uma lista de problemas a serem resolvidos pelos alunos, todos eles oferecendo como dados uma das parcelas e a soma e, solicitando, que a outra parcela fosse calculada. O que se observa é a proposição de um tipo específico de problema que permita colocar em uso a regra aprendida. Desta forma, o foco principal do ensino parece ser a possibilidade do uso da álgebra na resolução de problemas, e os problemas parecem ser elaborados de forma a atender esta proposta.

Na apresentação das listas de problemas há notas de rodapé especificando que tal lista deve servir apenas como norma para que o professor possa organizar outros semelhantes, sempre relacionados à propriedade estudada, até que os alunos possam

⁸ A apresentação das propriedades e regras envolve, ainda, vários exemplos e exercícios, mas optou-se neste estudo por apresentar os aspectos relacionados aos problemas.

resolver tais problemas com desembaraço. As orientações dadas nas notas de rodapé reafirmam a opção pelo trabalho com um tipo específico de problema relacionado à regra estudada. Além disso, as notas são representativas das características dos livros didáticos no início do século XX, como subsídio aos professores, como instrumento de formação para os professores (Ribeiro, 2017), na medida em que faz referência diretamente a estes profissionais, sugerindo como devem atuar.

Ainda, o prefácio da obra, mostra uma preocupação em justificar a opção pelo “método” utilizado e de fornecer orientações sobre o que fazer com os alunos com expressões do tipo “habitue os alunos a [...], os façamos praticar com [...], exercitemos-lhes nas [...]” (Tito de Oliveira, s.d.).

Valente (2017, p. 12) ao discutir a álgebra na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais afirma que “nos graus mais adiantados da Aritmética, há problemas “difíceis” que não devem exigir malabarismos tão complexos para a sua resolução. A álgebra é o expediente de torná-los mais fáceis. [...] Exemplos são as obras de Reis e de Oliveira”.

Na proposta de Tito de Oliveira (s.d.) para o uso da álgebra no ensino das operações fundamentais, não se observa o expediente do uso da álgebra para facilitar a resolução de problemas difíceis, pelo contrário, a álgebra é utilizada na resolução de problemas com duas quantidades conhecidas e uma desconhecida. O uso por Tito de Oliveira (s.d.) do adjetivo “pequenos” para a palavra problemas, no trecho que segue o título do manual em sua primeira página, parece confirmar esta perspectiva. Ao invés do uso da álgebra em função dos problemas, como parece ser a ideia defendida por Valente (2017), na obra de Tito de Oliveira (s.d) os problemas parecem estar a serviço da possibilidade de utilização da álgebra no ensino das operações.

CONSIDERAÇÕES

A proposta de Tito de Oliveira (s.d.), ao professor que ensinará matemática no ensino primário, é a de não anunciar aos alunos que estariam fazendo um estudo de álgebra, mas apenas promovendo que as crianças pudessem fazer uso da letra x como uma quantidade desconhecida, para resolver os cálculos a partir de regras aprendidas. Como “sinal” de uma quantidade desconhecida, a letra x pode ser utilizada para resolver problemas.

A opção do autor de trazer para o ensino das operações elementos da álgebra parece também definir o tipo de problema a ser abordado na obra. Para cada operação são utilizados problemas cuja resolução mantém relação direta com as regras apresentadas pelo autor. A álgebra não apenas auxilia na solução dos problemas, mas participa na definição dos tipos de problemas.

Não sendo a álgebra um simples instrumento a ser utilizados para facilitar a solução de problemas, mas sim um componente que define a proposta de um “método” de ensino, importa que o professor saiba como fazer uso deste método, que saiba por exemplo que o x deve ser apresentado como sinal que representa um valor desconhecido; que os problemas podem, a partir das relações dos números de uma operação (dois conhecidos e um desconhecido), ser também resolvidos a partir da utilização de um “sinal”; que para que as crianças possam exercitar tal método há tipos de problemas específicos a serem apresentados no ensino de cada operação.

Retoma-se aqui o objetivo deste estudo em relação ao projeto de pesquisa coletiva do grupo: capturar métodos, didáticas, orientações pedagógicas que poderiam ser lidas como integrantes do movimento de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática. Neste estudo foi possível avançar na compreensão de uma proposta do uso de soluções algébricas para problemas de aritmética. Mas, será que esta proposta esteve presente nos cursos de formação de professores? Será que esteve presente nas aulas do ensino primário? Haveria outras propostas para o uso de soluções algébricas para os problemas na escola primária? Bem, estão são questões que precisarão ser discutidas a partir de outros documentos (outros manuais, programas de ensino, cadernos escolares, etc) e que, certamente serão objeto de novos estudos das autoras do texto na busca de reflexões sobre movimento de constituição dos saberes profissionais do professor que ensina matemática.

REFERÊNCIAS

Bertini, L. F. (2016a). O Manual do Ensino Primário, de Miguel Milano: que problemas? *Revista de História da Educação Matemática*, v. 2, p. 117-129.

Bertini, L. F. (2016b). Os problemas na Série Graduada de Mathematica Elementar de René Barreto. In XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. *Anais...* (p. 1-10).

- Bertini, L. F.; Morais, R. S.; Valente, W. R. (2017). *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Bertini, L. F. (2018). Problemas. In: Wagner Rodrigues Valente. (Org.). *Cadernos de Trabalho II*. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, v. 8, p. 11-42.
- Certeau, M. (1982). *A Escrita da História*. Rio de Janeiro: Forense-Universitária.
- França, M. P. G. S. A. (2013). A implantação dos grupos escolares no estado do Pará. In VII Congresso Brasileiro de História da Educação, 2013, Cuiabá, Mato Grosso. *Anais...* (p.1-10).
- Hofstetter, R; Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In Hofstetter, R.; Valente, W. *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física. (p. 113-172).
- Machado, B. F. (2018). *Saberes elementares aritméticos em manuais pedagógicos do curso primário produzidos no Pará (1850-1950)*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém.
- Nunes, M. C. R. G. (2017). *Boulevard da República: espaço republicano construído na Baía do Guajará (Belém, PA)*. *Revista Brasileira de História & Ciências Sociais-RBHCS*, v. 9, n. 18. Disponível em: <https://www.rbhcs.com/rbhcs/article/download/442/pdf>. Acesso em: 25 mai. 2018.
- Oliveira, T. C. (s. d.). *Arithmetica complementar*. 8. ed. Belém: Livraria e Casa Editora. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573>. Acesso em: 25 mai. 2018.
- Oliveira, M. (2017). A. *A aritmética escolar e o método intuitivo: um novo saber para o ensino primário (1870-1920)*, Tese (Doutorado em Ciências). Universidade Federal de São Paulo. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/178956>. Acesso em: 26 mai. 2018.
- Regulamento Geral do Ensino Primário (1903). *Catálogo de obras raras*, Belém, PA. Disponível em : <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133719>. Acesso em: 17 mai. 2018.
- Souza, A. F.; Bertini, L. F. (2016). Como ensinar problemas? Os saberes nos artigos da Revista de Ensino (São Paulo, 1902-1919). *Caminhos da Educação Matemática em Revista* (On-line), v. 6, p. 27-44.
- Valente, W. R. (2017). A matemática para o professor dos primeiros anos escolares – a álgebra entre a cultura enciclopédica e a formação profissional. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática* (JIEEM), v. 10, n. 01. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/185669>. Acesso em: 30 mai. 2018.