



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

**Transitórios Eletromagnéticos em
Linhas de Transmissão:
Sobretensões Induzidas por
Descargas Atmosféricas**

Rodrigo de Araújo de Miranda

Florianópolis - SC
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Miranda, Rodrigo de Araújo de
Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão:
Sobretensões Induzidas por Descargas Atmosféricas /
Rodrigo de Araújo de Miranda ; orientador, Roberto de
Souza Salgado, coorientador, Walter Pereira Carpes
Junior, 2018.
88 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

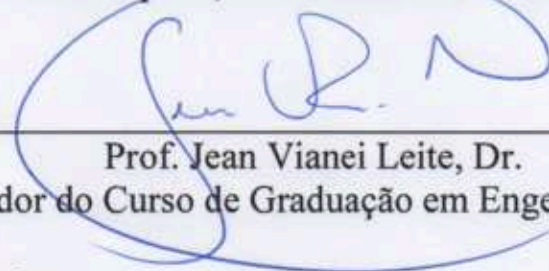
1. Engenharia Elétrica. 2. Transitórios
eletromagnéticos. 3. Descargas atmosféricas. 4.
Sobretensão induzida. I. Salgado, Roberto de Souza. II.
Junior, Walter Pereira Carpes . III. Universidade Federal
de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. IV.
Título.

Rodrigo de Araújo de Miranda

**Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão:
Sobretensões Induzidas por Descargas Atmosféricas**


Este Trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel
em Engenharia Elétrica e aprovado, em sua forma final, pela Banca
Examinadora

Florianópolis, 12 de dezembro de 2018.

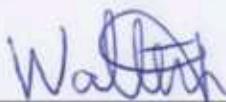


Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Prof. Roberto de Souza Salgado, PhD.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.
Coorientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Diego Issicaba, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Cristhian Marcelo Becker Cares, MSc.
Universidad de Santiago de Chile
Doutorando GRUCAD/UFSC

Em homenagem a Arthur Costa Santana.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, Mário e Gisélia, por terem me proporcionado todas as condições para que eu pudesse escolher os caminhos que trilhei e aqueles que ainda trilharei.

Agradeço também a toda minha família que, mesmo distante, nunca se fez ausente. Aos meus padrinhos, Kaio, Eilany e Ademir, que sempre incentivaram o melhor de mim, nunca poderei ser devidamente grato, estando eternamente em dívida por tudo que representam.

Agradeço ao Professor Bruno Alberto Peruchi, por ter sido meu grande mentor durante o ensino médio, nunca permitindo que eu desviasse de meu caminho, e pela grande amizade que desenvolvemos ao longo dos anos.

Quero agradecer aos Professores Roberto Salgado e Walter Carpes Junior pela disposição em orientarem este trabalho, fornecendo contribuições valiosas. Ao Professor Salgado, sou extremamente grato, também, pela nossa amizade construída e por todos os conselhos transmitidos em nossas conversas e cafés. Ao Professor Walter, agradeço por ter sido uma grande inspiração desde o começo do curso.

Aos Professores Cristhian Becker Cares e Diego Issicaba, agradeço o aceite em compor a banca examinadora deste trabalho e proporcionarem suas contribuições.

Agradeço a todos os amigos que fiz durante esses 6 anos de Engenharia Elétrica na UFSC, por terem compartilhado os momentos bons, os obstáculos, as tristezas e as superações. Certamente aprendi e evolui muito com cada um. Dedico em especial à turma de 2013.1, que iniciou comigo essa jornada, à turma de 2014.1, por ter gentilmente “me adotado” quando retornei de meu intercâmbio, e ao Engenheiro Julio Boing Neto, por ter sido meu exemplo de pessoa durante a graduação.

Gostaria de agradecer aos amigos do intercâmbio, que permitiram que Irvine se tornasse apenas uma extensão da minha casa. Vocês foram minha família por 1 ano e me proporcionaram diversas risadas e aventuras, mas também sabedoria, evolução e autocohecimento na maior experiência que vivi até hoje.

Aos amigos e professores que trabalham no GRUCAD/LAESP, sou grato por todos os momentos de descontração, as brincadeiras, as risadas, os ensinamentos e conselhos, mas sobretudo pelo acolhimento dado a mim. Certamente alegraram os meus dias e tornaram a execução deste trabalho menos onerosa e mais tranquila.

Agradeço também a todos os professores que marcaram a minha graduação, desde o ciclo básico, seja com elogios, amizades ou direcionamentos profissionais. Guardo tudo anotado com carinho. Aos funcionários do DEEL, com destaque ao secretário Maykon, obrigado pela disposição e eficiência com que trabalham para auxiliar os alunos e também pelas conversas e momentos alegres que compartilhamos.

Finalmente, agradeço a um menino de 6 anos, chamado Rodrigo, por nunca ter poupado esforços em mostrar ao mundo do que era capaz. Sem ele, nada disso jamais teria sido possível. Obrigado, essa jornada foi toda por você.

“With great power comes great responsibility.”
(Uncle Ben - *Spider-Man*, 2002)

“Do or do not. There is no try.”
(Yoda - *Star Wars V: The Empire Strikes Back*, 1980)

“The circumstances of one’s birth are irrelevant. It is what you do with the gift of life that determines who you are.”
(Mewtwo - *Pokémon: The First Movie*, 1998)

RESUMO

Em sistemas elétricos de potência, os fenômenos provocados pelos transitórios eletromagnéticos são importantes para o dimensionamento dos dispositivos de proteção da rede elétrica e para o estudo de coordenação de isolamento. Entre os possíveis fenômenos, a sobretensão induzida provocada por uma descarga atmosférica próxima às linhas de transmissão se destaca, devido à magnitude das ondas geradas. O presente trabalho fundamenta a teoria acerca dos transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão de sistemas elétricos de potência, da formação das descargas atmosféricas e da sobretensão induzida, segundo o modelo de acoplamento proposto por Sune Rusck. Uma modelagem analítica é construída para estudos de caso e os resultados obtidos são comparados com um modelo equivalente elaborado com o auxílio de um aplicativo computacional comercial.

Palavras-chave: Transitórios eletromagnéticos, Descargas atmosféricas, Sobretensão induzida.

ABSTRACT

In electric power systems, the phenomena originated by electromagnetic transients are important for the sizing of protection devices and for the study of insulating coordination. Among the phenomena, the induced overvoltage provoked by a lightning close to the transmission line is highlighted, due to the magnitude of the generated waves. The present work establishes the theory regarding the electromagnetic transients in overhead transmission lines in electric power systems, the lightning formation and the induced overvoltage associated, following the coupling model proposed by Sune Rusck. An analytical model is built for study cases and the results obtained are compared with an equivalent model elaborated with the aid of a commercial software.

Keywords: Electromagnetic transients, Lightning, Induced overvoltage.

Lista de Figuras

2.1	Linha de transmissão monofásica com dois condutores	6
2.2	Modelos via parâmetros distribuídos da linha de transmissão	6
2.3	Função genérica $g^+(u)$ na variável u	10
2.4	Propagação de $g^+(u)$ na posição x	10
2.5	Diagrama esquemático de uma linha de transmissão trifásica sem perdas .	13
2.6	Distribuição típica de cargas elétricas em uma nuvem	17
2.7	Descarga elétrica através de sucessivos arcos elétricos	18
2.8	Formato típico de correntes de retorno	18
2.9	Modelos analíticos de correntes de retorno	19
2.10	Curvas de probabilidade da magnitude das correntes de retorno	20
2.11	Curva de probabilidade do ângulo vertical de incidência das descargas . . .	21
2.12	Modelo de referência para o cálculo da sobretensão induzida pela teoria de Rusck	23
2.13	Descontinuidade na extremidade direita de uma linha semi-infinita	25
2.14	Descontinuidade em um ponto intermediário de uma linha infinita	26
3.1	Modelo discreto de um resistor	30
3.2	(a) Modelo discreto de um indutor (b) Circuito equivalente	30
3.3	(a) Modelo discreto de um capacitor (b) Circuito equivalente	31
3.4	Circuito equivalente da linha de transmissão monofásica sem perdas	33
3.5	Aproximação de uma linha com perda	33
3.6	Linha trifásica	34
3.7	Decomposição modal	35
3.8	Forma de onda do pico da corrente de retorno	38
3.9	Sobretensões induzidas para diferentes pontos de observação	38
3.10	Sobretensões induzidas para diferentes distâncias de incidência da descarga	39
3.11	Sobretensões induzidas para diferentes valores de corrente de pico I_m	40
3.12	Sobretensões induzidas para diferentes velocidades de corrente de retorno ν	40
3.13	Sobretensão induzida em linha de transmissão não alimentada	41
3.14	Transitório da sobretensão induzida - linha não alimentada	42
3.15	Detalhamento da Figura 3.14 - primeiros 20 μs	42
3.16	Sobretensão induzida em linha de transmissão alimentada	43
3.17	Transitório da sobretensão induzida - linha alimentada	44
3.18	Detalhamento da Figura 3.17 - primeiros 20 μs	44
4.1	Estrutura simplificada do PSCAD	49
4.2	Sobretensões induzidas para diferentes pontos de observação - PSCAD . . .	50

4.3	Sobretensões induzidas para diferentes distâncias r_0 - PSCAD	50
4.4	Sobretensões induzidas para diferentes correntes de pico I_m - PSCAD	51
4.5	Sobretensões induzidas para diferentes velocidades ν - PSCAD	52
4.6	Interface elaborada no PSCAD para estudos de caso	52
4.7	Transitório da sobretensão induzida - linha não alimentada - PSCAD	53
4.8	Detalhamento da Figura 4.7 - primeiros 20 μs	54
4.9	Transitório da sobretensão induzida - linha alimentada - PSCAD	55
4.10	Detalhamento da Figura 4.9 - primeiros 20 μs	55
A.1	<i>Component Wizard</i> na janela de trabalho do PSCAD	63
A.2	Edição dos parâmetros da linha de transmissão no PSCAD	64
A.3	Edição dos parâmetros do modelo de Bergeron no PSCAD	64
A.4	Edição dos parâmetros YZ da linha - PSCAD	65
A.5	Valores de Zsurge e Tau para a linha - PSCAD	65
B.1	Definição de portas para componente - PSCAD	67
B.2	Definição de parâmetros fixos para componente - PSCAD	68
B.3	<i>Segment Manager</i> - PSCAD	68
B.4	Rotina <i>DSDYN</i> parcial desenvolvida - PSCAD	69

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivo geral	2
1.1.2	Objetivos específicos	3
1.2	Estrutura do texto	3
2	Fundamentos Teóricos	5
2.1	Propagação de ondas em linhas de transmissão	5
2.1.1	Linha de transmissão sem perdas	8
2.1.2	Linha de transmissão com perdas	11
2.2	Teoria modal	12
2.3	Descargas atmosféricas: formação	17
2.4	Descargas atmosféricas: sobretensões induzidas	21
2.4.1	A teoria de Rusck	21
2.4.2	Linhas finitas e descontínuas	25
2.5	Conclusão	27
3	Modelagem Analítica de Sobretensões Induzidas	29
3.1	Modelos discretos de elementos de circuitos	29
3.2	Solução de transitórios: equações nodais	35
3.3	Modelagem da sobretensão induzida	36
3.4	Análise paramétrica da sobretensão induzida	37
3.4.1	Variação do ponto \boldsymbol{x} de observação	38
3.4.2	Variação da distância \boldsymbol{r}_0 entre linha e descarga	39
3.4.3	Variação da corrente de pico \boldsymbol{I}_m	39
3.4.4	Variação da velocidade $\boldsymbol{\nu}$ da corrente de retorno	40
3.5	Estudo de caso	41
3.5.1	Linha de transmissão não alimentada	41
3.5.2	Linha de transmissão alimentada	43
3.6	Conclusão	45
4	Simulação Computacional - PSCAD	47
4.1	Histórico do PSCAD	47
4.2	Modelo de simulação	48
4.3	Resultados I - análise paramétrica	49
4.3.1	Variação do ponto \boldsymbol{x} de observação	49

4.3.2	Variação da distância r_0 entre linha e descarga	50
4.3.3	Variação da corrente de pico I_m	51
4.3.4	Variação da velocidade ν da corrente de retorno	51
4.4	Resultados II - estudo de caso	52
4.4.1	Linha de transmissão não alimentada	53
4.4.2	Linha de transmissão alimentada	54
4.5	Conclusão	56
5	Considerações Finais e Propostas de Trabalhos Futuros	57
5.1	Sugestão para futuros trabalhos	57
	Referências Bibliográficas	59

Capítulo 1

Introdução

O estudo dos transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissões de sistemas elétricos de potência (SEP) é de extrema importância para se determinar o desempenho de linhas de transmissão e/ou distribuição, pois o mesmo é utilizado como base para o correto dimensionamento dos dispositivos de proteção da rede elétrica, de modo a se evitar desligamentos indesejados ou sobretensões que possam danificar equipamentos conectados à rede elétrica. Entre os fenômenos que podem gerar sobretensões nas linhas aéreas, a descarga atmosférica possui grande influência devido à sua imprevisibilidade e por envolver grandezas de magnitudes elevadas. Dessa forma, o presente trabalho é motivado pelos seguintes aspectos:

1. Os danos eventualmente causados em equipamentos conectados em redes de energia elétrica, por efeitos de sobretensões induzidas.
2. A importância do estudo transitório na área de sistemas elétricos de potência (SEP), sobretudo no que diz respeito aos dispositivos de proteção.
3. A inexistência de uma metodologia totalmente aceita para o cálculo das sobretensões induzidas por descargas atmosféricas, devido ao caráter não determinístico do efeito e das simplificações existentes nos modelos propostos até hoje.

A teoria acerca do transitório em linhas de transmissão parte do princípio da propagação de ondas eletromagnéticas, sobretudo o efeito das ondas refletidas, que compõem a onda incidente original e geram uma forma de onda que evolui temporalmente até alcançar seu valor de regime permanente. Parâmetros como impedância característica da linha, velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no condutor, impedância da carga acoplada ao terminal de saída da linha, bem como condições iniciais de tensão e/ou corrente definem as características da forma de onda de tensão e/ou corrente e como é dada sua evolução com o tempo, além do valor estimado em regime [1, 2, 3, 4].

No que diz respeito à sobretensão induzida, existem diversos trabalhos que propõem metodologias para o cálculo do efeito de uma descarga atmosférica sobre uma linha de transmissão. Embora há uma grande divergência entre as teorias propostas, Sune Rusck em 1957 propôs como sua tese de doutorado uma modelagem analítica da sobretensão induzida [5], revista através dos anos, de modo a estender o modelo e considerar não idealidades, conforme apresentado por [6, 7, 8, 9]. Em 1980, Ashok Agrawal publicou um

trabalho apresentando uma outra metodologia de acoplamento elétrico da sobretensão induzida por uma descarga atmosférica em linhas de transmissão de polifásicas [10]. Devido ao fato do acoplamento ser caracterizado por um circuito elétrico equivalente, a metodologia foi bem consolidada no meio acadêmico e aprimorada com o tempo, conforme os trabalhos [11, 12].

O avanço dos recursos computacionais permite hoje que simulações de modelos de circuito possam ser utilizadas na análise transitória de linhas de transmissão em operação. Uma modelagem analítica, baseada na propagação das ondas eletromagnéticas, pode ser utilizada através de elementos discretos de circuito para os diferentes componentes do sistema em análise, conforme proposta por Dommel [13]. Existem também aplicativos computacionais específicos para análise de transientes de sistemas elétricos, baseados em diferentes metodologias de solução: domínio do tempo, domínio da frequência, método das diferenças finitas e o método dos elementos finitos [4, 6].

A respeito dos aplicativos computacionais, dois programas em específico recebem maior atenção: o ATP/EMTP e o PSCAD. Ambas as ferramentas possuem um extenso histórico e são largamente utilizados pela comunidade acadêmica, por possuírem interface amigável e de aprendizado rápido, mas permitindo desde análises mais simples até modelagem de sistemas elétricos com uma quantidade elevada de componentes. O uso frequente de ambos os pacotes computacionais é objeto de estudo em livros específicos de análises transientes aliadas ao uso dos aplicativos [4, 14], bem como em trabalhos completos, tais como dissertações de mestrado e teses de doutorado, que fazem uso dos aplicativos computacionais como ferramentas de simulação e comparação de resultados de medições e/ou de métodos analíticos/teóricos [6, 7].

1.1 Objetivos

O presente trabalho consiste de uma fundamentação teórica sólida acerca da propagação de ondas em linhas de transmissão, da formação e modelagem da descarga atmosférica e da sobretensão induzida pela mesma. A aplicação da teoria pode ser dada pela implementação de modelos analíticos ou através do uso de aplicativos computacionais, onde ambas devem possuir consonância entre os resultados obtidos. A proposta do trabalho é discorrer sobre esses tópicos de maneira acessível que permita a fácil reprodução e validação dos resultados de comparação apresentados.

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho apresenta os aspectos teóricos a respeito do estudo transitório da sobretensão induzida em linhas de transmissão aéreas, tendo em vista que não há uma teoria completamente aceita pela comunidade acadêmica, devido à natureza não determinística do fenômeno da descarga atmosférica. A validação da teoria fundamentada é realizada através de um modelo analítico proposto e o seu equivalente modelado com o auxílio de um aplicativo computacional.

1.1.2 Objetivos específicos

Dos objetivos específicos, este trabalho visa:

- Fundamentar a teoria a respeito dos transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão e das sobretensões induzidas por descargas atmosféricas.
- Elaborar uma modelagem analítica, através de componentes discretos, para realizar estudos de caso de transitórios oriundos de descargas atmosféricas.
- Validar o modelo proposto através da comparação de resultados com estudos de caso realizados através de aplicativos computacionais conhecidos e utilizados pela comunidade acadêmica.

1.2 Estrutura do texto

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos:

O Capítulo 1 faz a introdução do trabalho, apresenta os seus objetivos, bem como a organização do texto.

O Capítulo 2 apresenta a teoria que rege a análise transitória e a propagação de ondas eletromagnéticas em linhas aéreas. Também é realizado o estudo da descarga atmosférica, o modelo de sobretensão induzida proposto e as correções necessárias para considerar as não idealidades da linha de transmissão.

No Capítulo 3, aborda-se a modelagem dos elementos de circuito através de componentes discretas, permitindo realizar simulações analíticas do transitório em linhas de transmissão frente a uma descarga atmosférica. São apresentados brevemente as técnicas de solução de equações nodais e, por fim, realiza-se um estudo paramétrico da forma de onda da sobretensão induzida e do transitório em uma linha de transmissão.

No Capítulo 4, indica-se uma alternativa à modelagem analítica, através do uso de um aplicativo computacional: o PSCAD. É apresentado um breve histórico do aplicativo, bem como a modelagem equivalente dos casos apresentados no Capítulo 3, de modo a se comparar os resultados obtidos e validar a metodologia analítica proposta.

Por fim, o Capítulo 5 discorre sobre as conclusões gerais do trabalho, bem como apresenta propostas de continuidade para futuras obras.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

O estudo das sobretensões induzidas por descargas atmosféricas engloba diferentes tópicos da engenharia elétrica, tais como a propagação de tensões e correntes em linhas de transmissão, a abordagem equivalente para linhas trifásicas e o fenômeno da própria descarga atmosférica.

Adicionalmente, deve-se compreender a modelagem da sobretensão induzida, bem como as simplificações e correções aplicáveis à mesma, de modo a se obter uma metodologia sólida e coerente. Este capítulo apresenta a fundamentação teórica relativa ao conteúdo subsequente do presente trabalho.

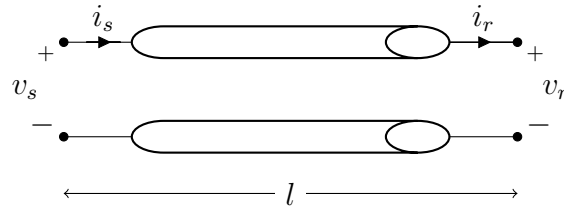
2.1 Propagação de ondas em linhas de transmissão

A teoria clássica de circuitos elétricos baseia-se na representação dos diversos componentes de circuitos (e.g resistores, indutores e capacitores) como componentes de parâmetros concentrados. Essa modelagem facilita a análise e os cálculos realizados para se determinar tensões e correntes em um dado circuito, pois assume-se que o tempo de resposta para a propagação dos sinais é aproximadamente nulo; ou seja, o comprimento de onda dos sinais eletromagnéticos é muito maior do que o comprimento dos elementos condutores. A representação de componentes em termos de parâmetros concentrados é portanto, preferencialmente utilizada sempre que for possível desconsiderar o fenômeno da propagação das ondas eletromagnéticas nos condutores do sistema, esta ocorrendo de forma instantânea.

No entanto, para a análise de circuitos com dispositivos condutores de comprimentos elevados, a modelagem por componentes de parâmetros concentrados se torna inválida, visto que o tempo de resposta da propagação dos sinais é relevante na dinâmica do sistema. Neste caso, deve-se considerar o fenômeno da propagação de ondas nos componentes, obtendo-se um problema dependente tanto do espaço como do tempo. Por esta razão, a modelagem do circuito é feita por elementos de **parâmetros distribuídos**.

A linha de transmissão de um sistema de potência, componente fundamental do presente trabalho, é por natureza um dispositivo de grande comprimento, inviabilizando a abordagem via parâmetros concentrados. É necessário considerar no modelo analítico da linha a sua representação por componentes de parâmetros distribuídos e o fenômeno da propagação de ondas. Para isso, considera-se uma linha de transmissão monofásica de comprimento l , representada na Figura 2.1.

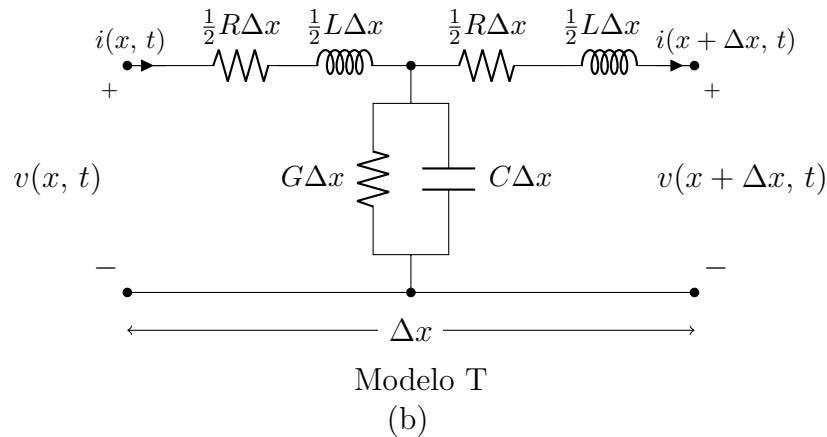
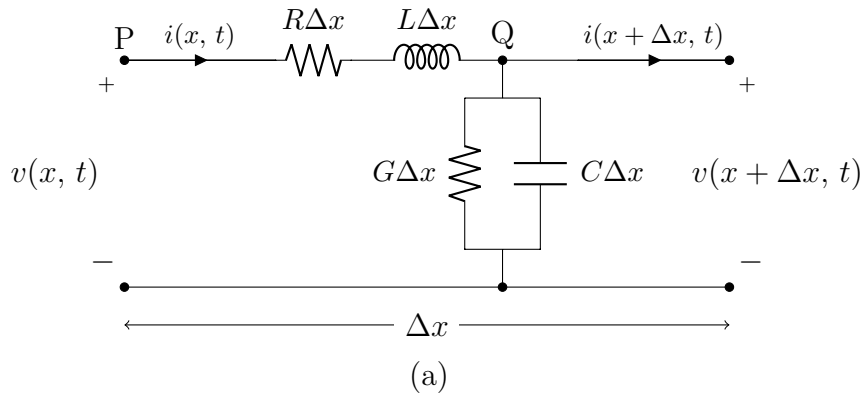
Figura 2.1: Linha de transmissão monofásica com dois condutores

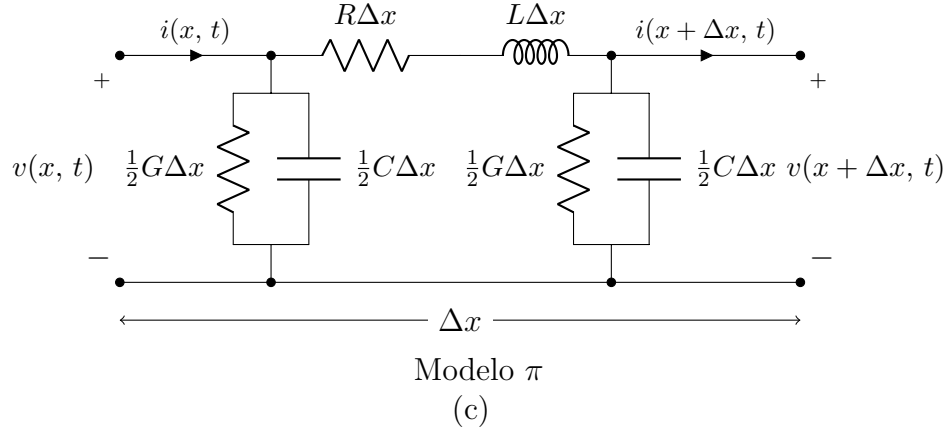


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A representação da Figura 2.1 por componentes de parâmetros distribuídos pode ser feita para um elemento infinitesimal de comprimento Δx através de um dos três circuitos conhecidos da literatura, apresentados na Figura 2.2. Para a análise subsequente, adota-se o modelo apresentado na Figura 2.2(a), um segmento infinitesimal de comprimento Δx e os parâmetros distribuídos R , G , L e C .

Figura 2.2: Modelos via parâmetros distribuídos da linha de transmissão





Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Para o circuito adotado, encontra-se as equações diferenciais para $v(x, t)$ e $i(x, t)$ através da aplicação das Leis de Kirchhoff. Dessa forma, entre os pontos P e Q tem-se:

$$v(x, t) - v(x + \Delta x, t) = i(x, t)R\Delta x + L\Delta x \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}$$

$$\frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = -i(x, t)R - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} \longrightarrow \boxed{\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t}}$$

onde $v = v(x, t)$ e $i = i(x, t)$. Para a corrente i , aplica-se a lei das correntes no ponto Q e se obtém:

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = -v(x + \Delta x, t)G\Delta x - C\Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t}$$

$$\frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = -v(x + \Delta x, t)G - C \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} \longrightarrow \boxed{\frac{\partial i}{\partial x} = -Gv - C \frac{\partial v}{\partial t}}$$

pois $v(x + \Delta x, t) \longrightarrow v(x, t) = v$ e $i(x + \Delta x, t) \longrightarrow i(x, t) = i$ quando $\Delta x \longrightarrow 0$. Derivando as equações (2.1) e (2.2) em relação a x , e utilizando propriedades de sistemas lineares:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -R \frac{\partial i}{\partial x} - L \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = -R \frac{\partial i}{\partial x} - L \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial i}{\partial x} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = -G \frac{\partial v}{\partial x} - C \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = -G \frac{\partial v}{\partial x} - C \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Utilizando as expressões fornecidas pelas equações (2.1) e (2.2) e aplicando a transformada de Laplace nas igualdades, obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V(x, s)}{\partial x^2} &= RGV(x, s) + sRCV(x, s) + LGV(x, s) + s^2LCV(x, s) \\ \frac{\partial^2 I(x, s)}{\partial x^2} &= RGI(x, s) + sLGI(x, s) + RCI(x, s) + s^2LCI(x, s)\end{aligned}\quad (2.4)$$

onde s representa a frequência complexa da transformada. Omitindo-se o argumento (x, s) , obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= (RG + sRC + sLG + s^2LC)V = (R + sL)(G + sC)V \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} &= (RG + sRC + sLG + s^2LC)I = (R + sL)(G + sC)I\end{aligned}\quad (2.5)$$

A solução das equações (2.4) e (2.5) pode ser obtida através da manipulação das expressões, de modo a se obter:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2(s)V \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2(s)I \quad (2.7)$$

onde $\gamma(s) = \sqrt{(R + sL)(G + sC)}$. As equações (2.6) e (2.7) representam o problema genérico de propagação de ondas no domínio s e podem ser entendidas de maneira mais simples quando se analisa o caso da linha de transmissão sem perdas ($R = 0$, $G = 0$).

2.1.1 Linha de transmissão sem perdas

Neste caso, as equações (2.6) e (2.7) podem ser escritas no formato,

$$\frac{1}{LC} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \nu^2 \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = s^2 V \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{LC} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \nu^2 \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = s^2 I \quad (2.9)$$

observando-se que $\gamma(s) = \sqrt{s^2 LC} = s\sqrt{LC} = s/\nu$, sendo $\nu = (\sqrt{LC})^{-1}$ a velocidade de propagação da onda.

As equações (2.8) e (2.9) possuem a forma de uma clássica equação diferencial do cálculo e representam a **equação da onda para uma dimensão**, escrita no domínio s . Essas equações possuem soluções dadas conforme [1]:

$$V(x, s) = V^+(s)e^{-sx/\nu} + V^-(s)e^{sx/\nu} \quad (2.10)$$

$$I(x, s) = I^+(s)e^{-sx/\nu} + I^-(s)e^{sx/\nu} \quad (2.11)$$

onde os parâmetros $V^+(s)$, $V^-(s)$, $I^+(s)$ e $I^-(s)$ são comumente dependentes da frequência s , mas não da posição espacial x [1]. Tais parâmetros são determinados de acordo com as condições de contorno aplicadas nos terminais inicial e final da linha de transmissão.

É possível observar que essas soluções possuem duas componentes: uma onda que viaja no sentido positivo de x (sobrescrito +) e outra que viaja no sentido negativo (sobrescrito -). A velocidade de propagação das ondas é dada pela grandeza ν , que caracteriza a equação da onda e, para o caso de linhas aéreas sem perdas, possui valor conforme [2]:

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx c_0 = 300 \text{ m}/\mu\text{s} \quad (2.12)$$

Como o domínio de maior interesse nesse trabalho é o tempo, deve-se converter as soluções do domínio s para o domínio t . Esse procedimento é facilmente obtido ao se recorrer à propriedade de deslocamento temporal da transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}[f(t - a)] = F(s)e^{-sa} \quad (2.13)$$

Dessa forma, as soluções de tensão e corrente no domínio do tempo são dadas por:

$$v(x, t) = v^+ \left(t - \frac{x}{\nu} \right) + v^- \left(t + \frac{x}{\nu} \right) \quad (2.14)$$

$$i(x, t) = i^+ \left(t - \frac{x}{\nu} \right) + i^- \left(t + \frac{x}{\nu} \right) \quad (2.15)$$

onde os sobrescritos + e - possuem o mesmo significado físico mencionado anteriormente e as constantes $v^+(\cdot)$, $v^-(\cdot)$, $i^+(\cdot)$ e $i^-(\cdot)$ também estarão sujeitas às condições de contorno da linha em operação. Como ilustração, as Figuras 2.3 e 2.4 representam respectivamente uma onda genérica $g^+(u)$, onde $u = t - x/\nu$, e sua propagação no sentido $+x$ para três tempos distintos.

Por último, verifica-se a relação existente entre as ondas de tensão e corrente. Derivando em relação ao espaço x a equação (2.10) combinada com (2.11) e a transformada de Laplace de (2.1), tem-se:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{s}{\nu}V^+e^{-sx/\nu} + \frac{s}{\nu}V^-e^{sx/\nu} = -\gamma V^+e^{-sx/\nu} + \gamma V^-e^{sx/\nu} \quad (2.16)$$

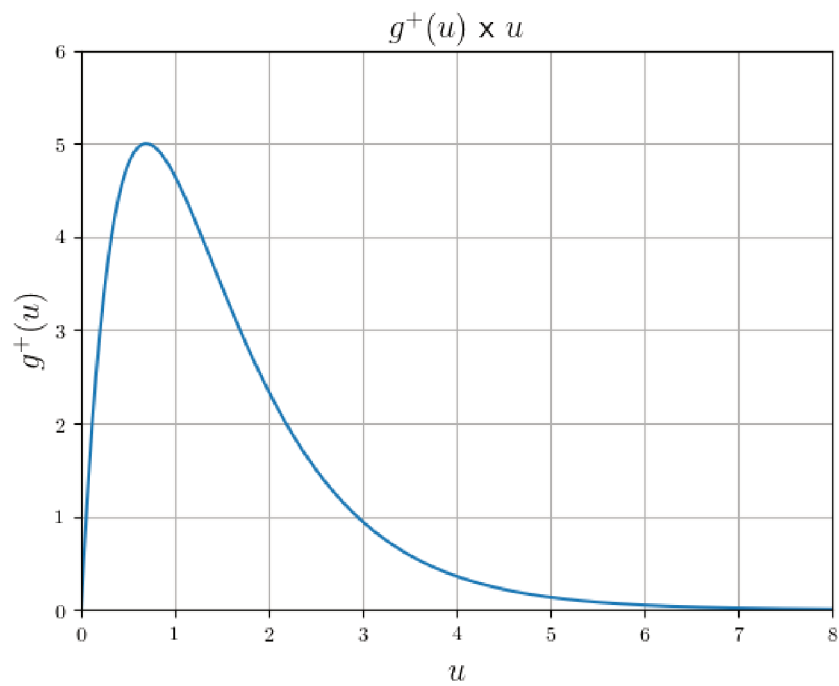
$$-\gamma V^+e^{-sx/\nu} + \gamma V^-e^{sx/\nu} = -sL(I^+e^{-sx/\nu} + I^-e^{sx/\nu})$$

Por associação direta, obtém-se:

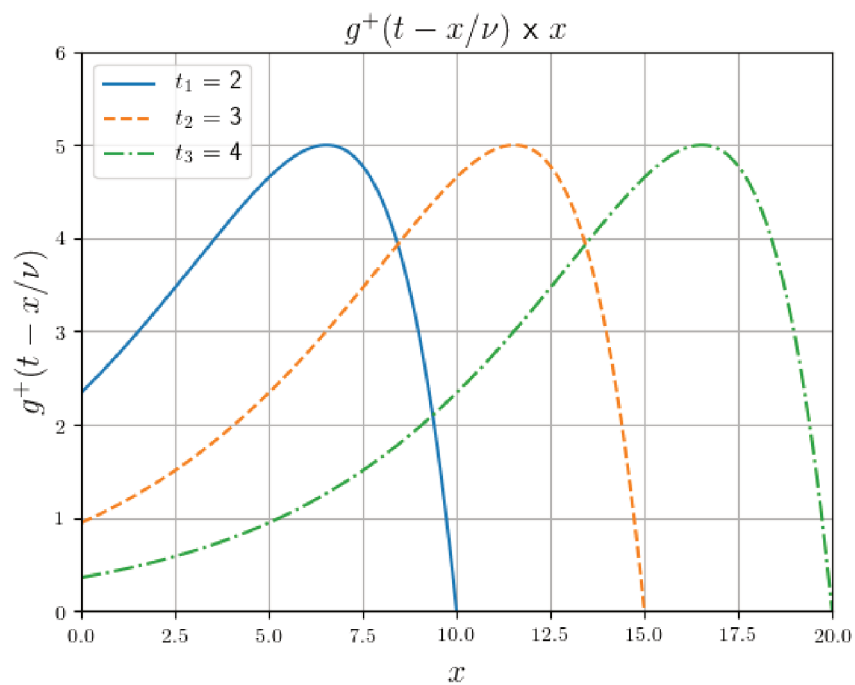
$$V^+ = \frac{sL}{\gamma}I^+ = \sqrt{\frac{L}{C}}I^+ = Z_0I^+ \quad (2.17)$$

$$V^- = -\frac{sL}{\gamma}I^- = -\sqrt{\frac{L}{C}}I^- = -Z_0I^- \quad (2.18)$$

onde $Z_0 = \sqrt{L/C}$ é a impedância característica de uma linha de transmissão sem perdas, também chamada de **impedância de surto** da linha. Este nome tem significado físico, pois essa é a impedância vista pelos surtos de tensões que possam ocorrer na linha de transmissão [3].

Figura 2.3: Função genérica $g^+(u)$ na variável u 

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018).

Figura 2.4: Propagação de $g^+(u)$ na posição x 

Fonte: Elaborado pelo Autor (2018).

2.1.2 Linha de transmissão com perdas

Para linhas de transmissão com perdas a abordagem mais simples consistiria em considerar a particularidade do **regime permanente senoidal**, que pode ser obtido adotando-se nas expressões no domínio s a frequência complexa $s = j\omega$. Dessa forma, as soluções das equações (2.6) e (2.7) possuem o formato:

$$\dot{V} = \dot{a}e^{-\dot{\gamma}x} + \dot{b}e^{\dot{\gamma}x} \quad (2.19)$$

$$\dot{I} = \frac{1}{\dot{Z}_c} [\dot{a}e^{-\dot{\gamma}x} - \dot{b}e^{\dot{\gamma}x}] \quad (2.20)$$

Nessas expressões o sobrescrito “.” indica que a grandeza associada é um número complexo e que há alterações em $\dot{\gamma}$ e \dot{Z}_c para representar as perdas na linha:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (2.21)$$

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.22)$$

O coeficiente de atenuação α está associado ao decaimento da onda durante sua propagação, visto que $e^{\mp\dot{\gamma}x} = e^{\mp\alpha x} \cdot e^{\mp j\beta x}$ e a exponencial complexa representa apenas um atraso/avanço de fase. A velocidade de propagação das ondas para esse caso é dado por [1, 4]:

$$\nu = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f \quad (2.23)$$

onde β é a constante de fase do problema. As equações (2.19) e (2.20) podem ser escritas em um formato mais conveniente para linhas de transmissão finitas [4]. Para esta finalidade, realiza-se uma mudança nos coeficientes \dot{a} e \dot{b} expressa por,

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{\dot{c} - \dot{d}}{2} \\ \dot{b} &= \frac{\dot{c} + \dot{d}}{2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dessa forma, através das identidades hiperbólicas, obtém-se as expressões de tensão e corrente no formato compacto:

$$\dot{V} = \dot{c} \cdot \cosh(\dot{\gamma}x) + \dot{d} \cdot \sinh(\dot{\gamma}x) \quad (2.25)$$

$$\dot{I} = -\frac{1}{\dot{Z}_c} [\dot{c} \cdot \sinh(\dot{\gamma}x) + \dot{d} \cdot \cosh(\dot{\gamma}x)] \quad (2.26)$$

onde \dot{c} e \dot{d} são constantes complexas a serem determinadas de acordo com as condições de contorno de cada problema. Existem diversas maneiras de se obter as soluções para as ondas de tensão e corrente. No entanto, a mais utilizada é a solução obtida através da aplicação da teoria de quadripolos, em especial o **método dos parâmetros F** (*F-parameter method*) [4]. Tal método pode ser aplicado para modelar analiticamente a linha

da Figura 2.1, permitindo representar a tensão e corrente no terminal emissor através das mesmas grandezas avaliadas no terminal receptor e vice-versa. Tomando o conjunto de condições de contorno:

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{x=0} = \dot{V}_s &\longrightarrow \dot{c} = \dot{V}_s \\ \dot{I}|_{x=0} = \dot{I}_s &\longrightarrow \dot{d} = -\dot{Z}_c \dot{I}_s \\ \\ \dot{V}|_{x=l} = \dot{V}_r & \\ \dot{I}|_{x=l} = \dot{I}_r & \end{aligned} \quad (2.27)$$

podemos escrever as equações de tensão e corrente no terminal receptor como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\dot{\gamma}l)\dot{V}_r + \dot{Z}_c \sinh(\dot{\gamma}l)\dot{I}_r \\ \frac{\sinh(\dot{\gamma}l)}{\dot{Z}_c}\dot{V}_r + \cosh(\dot{\gamma}l)\dot{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

sendo essa a representação matricial do quadripolo a parâmetros F. A vantagem deste modelo é a possibilidade de ser converter o equacionamento matricial em circuitos dos tipos T e π , semelhantes aos das Figuras 2.2(b) e 2.2(c), que são largamente empregados nas soluções de problemas de sistemas de potência e propagação de ondas.

2.2 Teoria modal

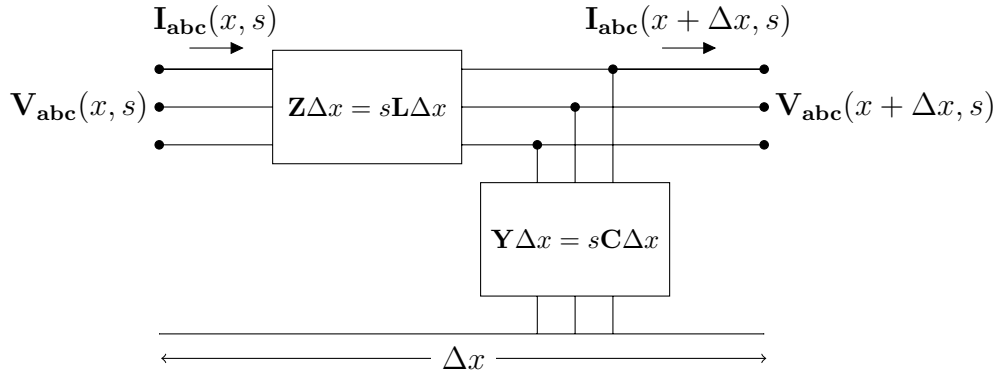
A teoria vista na seção anterior, embora aborde o fenômeno da propagação de ondas em linhas de transmissão, está limitada a uma linha monofásica. Os sistemas elétricos de potência atuais são caracterizados por grandezas elétricas trifásicas, e portanto são constituídos de linhas de transmissão trifásicas. Por esta razão, deve-se estender a teoria apresentada anteriormente, para modelar os dispositivos trifásicos e permitir a análise de propagação de ondas. Inicialmente, apresenta-se a extensão direta das equações relativas à linha monofásica, e posteriormente um recurso que permite o desacoplamento das equações através da análise de grandezas modais pela aplicação da chamada **Teoria Modal**.

As equações de propagação de ondas para linhas trifásicas são estritamente as mesmas apresentadas para a linha monofásica, exceto que as grandezas trabalhadas são agora representadas por matrizes. Inicialmente, uma linha trifásica sem perdas é estudada, conforme realizado para o caso monofásico. Assumi-se que a mesma é idealmente transposta, o que implica em matrizes de impedância e admitância simétricas. Dessa forma, tem-se as seguintes grandezas matriciais no domínio s :

$$\mathbf{V}_{\text{abc}}(x, s) = \begin{bmatrix} V_a(x, s) \\ V_b(x, s) \\ V_c(x, s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_{\text{abc}}(x, s) = \begin{bmatrix} I_a(x, s) \\ I_b(x, s) \\ I_c(x, s) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Uma ilustração do sistema trifásico para um comprimento infinitesimal Δx é dado na Figura 2.5:

Figura 2.5: Diagrama esquemático de uma linha de transmissão trifásica sem perdas



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

onde as matrizes de impedância e admitância são dadas conforme [1]:

$$\mathbf{Z} = s\mathbf{L} = s \begin{bmatrix} L_s & L_m & L_m \\ L_m & L_s & L_m \\ L_m & L_m & L_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = s\mathbf{C} = s \begin{bmatrix} C_s & C_m & C_m \\ C_m & C_s & C_m \\ C_m & C_m & C_s \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

sendo L_s e C_s a indutância e capacitância própria da linhas, respectivamente. L_m e C_m representam a indutância e capacitância mútuas da linha, resultante do acoplamento entre os condutores das 3 fases. As equações diferenciais de propagação da onda no domínio s para a linha trifásica sem perdas são dadas por:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}_{\text{abc}}}{\partial x^2} = s^2 \mathbf{LCV}_{\text{abc}} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}_{\text{abc}}}{\partial x^2} = s^2 \mathbf{CLI}_{\text{abc}} \quad (2.32)$$

devendo-se observar a ordem do produto entre as matrizes \mathbf{L} e \mathbf{C} . Pode-se obter uma solução das equações (2.31) e (2.32) definindo as seguintes matrizes de funções de propagação (que no caso monofásico são únicas):

$$\begin{aligned} \gamma_v &= (s\mathbf{LC})^{1/2} \\ \gamma_i &= (s\mathbf{CL})^{1/2} \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde $\gamma_v \neq \gamma_i$, mas para matrizes \mathbf{L} e \mathbf{C} simétricas pode-se provar que $\gamma_v^{\mathbf{T}} = \gamma_i$, com o sobrescrito “ T ” indicando a transposição da matriz correspondente. As soluções para as tensões e correntes trifásicas são dadas conforme [2]:

$$\mathbf{V}_{\text{abc}}(x, s) = \mathbf{V}^+ e^{-\gamma_v x} + \mathbf{V}^- e^{\gamma_v x} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{I}_{\text{abc}}(x, s) = \mathbf{I}^+ e^{-\gamma_i x} + \mathbf{I}^- e^{\gamma_i x} \quad (2.35)$$

Embora essas expressões possam ser utilizadas para a solução do problema no domínio s e posteriormente se obter expressões no domínio do tempo, o tratamento da exponencial

matricial, bem como o fato das matrizes \mathbf{L} e \mathbf{C} não serem diagonais, torna o processo extremamente demorado. No entanto, diagonalizando-se as matrizes \mathbf{L} e \mathbf{C} , e conseqüentemente, as matrizes $\gamma_{\mathbf{v}}$ e $\gamma_{\mathbf{i}}$, pode-se simplificar a resolução do problema em três equações de ondas monofásicas desacopladas, e então analisá-las conforme mostrado na seção anterior, retornando à solução trifásica no final.

L. M. Wedepohl estabeleceu em 1963 uma técnica para a solução de tensões e correntes em sistemas polifásicos conhecida como **Teoria Modal** [15]. Ao utilizar os conceitos da teoria de autovalores da álgebra linear, Wedepohl converteu as equações de tensão e corrente de N fases em um sistema desacoplado de N equações monofásicas, baseando-se na diagonalização das matrizes $\gamma_{\mathbf{v}}$ e $\gamma_{\mathbf{i}}$. Para tanto, definiu-se as transformações entre grandezas modais de tensão e corrente e grandezas trifásicas como:

$$\mathbf{V}_{\text{abc}} = \mathbf{V} = \mathbf{T}_{\mathbf{v}} \mathbf{V}_{012} = \mathbf{T}_{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{V}} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{I}_{\text{abc}} = \mathbf{I} = \mathbf{T}_{\mathbf{i}} \mathbf{I}_{012} = \mathbf{T}_{\mathbf{i}} \bar{\mathbf{I}} \quad (2.37)$$

onde \mathbf{V}_{abc} e \mathbf{I}_{abc} são os vetores de tensão e corrente das fases a, b e c, $\mathbf{T}_{\mathbf{v}}$ e $\mathbf{T}_{\mathbf{i}}$ representam as matrizes de transformação modo-fase de tensões e correntes, \mathbf{V}_{012} e \mathbf{I}_{012} são os vetores de tensão e corrente dos modos 0, 1 e 2. Aplicando essas transformações nas equações (2.34) e (2.35), e considerando o fato de que $\mathbf{T}_{\mathbf{v}}$ e $\mathbf{T}_{\mathbf{i}}$ são matrizes compostas por constantes,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}_{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{V}}}{\partial x^2} = \gamma_{\mathbf{v}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{V}} \quad \therefore \quad \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{V}}}{\partial x^2} = (\mathbf{T}_{\mathbf{v}}^{-1} \gamma_{\mathbf{v}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{v}}) \bar{\mathbf{V}} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}_{\mathbf{i}} \bar{\mathbf{I}}}{\partial x^2} = \gamma_{\mathbf{i}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{i}} \bar{\mathbf{I}} \quad \therefore \quad \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{I}}}{\partial x^2} = (\mathbf{T}_{\mathbf{i}}^{-1} \gamma_{\mathbf{i}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{i}}) \bar{\mathbf{I}} \quad (2.39)$$

O desacoplamento das equações é obtido através das expressões [15]:

$$(\mathbf{T}_{\mathbf{v}}^{-1} \gamma_{\mathbf{v}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{v}}) = \bar{\gamma}_{\mathbf{v}}^2 = \begin{bmatrix} \gamma_{v0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{v1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{v2}^2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$(\mathbf{T}_{\mathbf{i}}^{-1} \gamma_{\mathbf{i}}^2 \mathbf{T}_{\mathbf{i}}) = \bar{\gamma}_{\mathbf{i}}^2 = \begin{bmatrix} \gamma_{i0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{i1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{i2}^2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

A diagonalização das matrizes $\gamma_{\mathbf{v}}^2$ e $\gamma_{\mathbf{i}}^2$ através de $\mathbf{T}_{\mathbf{v}}$ e $\mathbf{T}_{\mathbf{i}}$ deve satisfazer as condições,

$$\begin{aligned} \det(\gamma_{\mathbf{v}}^2 - \bar{\gamma}_{\mathbf{v}}^2) &= 0 \\ \det(\gamma_{\mathbf{i}}^2 - \bar{\gamma}_{\mathbf{i}}^2) &= 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} (\gamma_{\mathbf{v}}^2 - \gamma_{vk}^2) \mathbf{T}_{\mathbf{v}(k)} &= 0 \\ (\gamma_{\mathbf{i}}^2 - \gamma_{ik}^2) \mathbf{T}_{\mathbf{i}(k)} &= 0 \end{aligned}$$

onde γ_{vk}^2 e γ_{ik}^2 representam os k -ésimos autovalores de $\gamma_{\mathbf{v}}^2$ e $\gamma_{\mathbf{i}}^2$, respectivamente. $\mathbf{T}_{\mathbf{v}(k)}$ e $\mathbf{T}_{\mathbf{i}(k)}$ representam as k -ésimas colunas das respectivas matrizes, as quais são compostas pelos autovetores associados.

Portanto, uma possível abordagem do problema seria sumarizada nos seguintes passos:

- i. obtenção dos autovalores de cada matriz de funções de propagação,
- ii. construção das matrizes de autovetores, obtidas do segundo conjunto de condições impostas pela equação (2.42),
- iii. diagonalização de γ_v^2 e γ_i^2 em suas componentes modais, conforme as equações (2.40) e (2.41).

No entanto, existe um conjunto de matrizes de transformação, presentes na literatura [4, 16], que reduzem o esforço computacional requerido por este procedimento. Dessa forma, tem-se escolhas diretas das matrizes \mathbf{T}_v e \mathbf{T}_i , facilitando o processo de desacoplamento das equações (2.38) e (2.39). Para linhas de transmissões idealmente transpostas, as matrizes \mathbf{T}_v e \mathbf{T}_i são iguais [4]. Algumas dentre as possíveis matrizes de transformação para este caso são as seguintes:

Transformação de Fortescue:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde: $a = e^{j2\pi/3}$.

Transformação de Clarke:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1 & -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Transformação de Karrenbauer:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

A transformação de Karrenbauer é adotada frequentemente devido à simplicidade e possibilidade de estender a mesma para o caso de uma linha de N fases idealmente transposta. A formulação genérica desta transformação é dada pela matriz $N \times N$ [16]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & (1-N) & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & (1-N) & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & (1-N) \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Uma propriedade importante da diagonalização das matrizes através das transformações apresentadas é a possibilidade de representar funções aplicadas à matriz no domínio de fase através das mesmas funções aplicadas à matriz do domínio modal [2]. Visando ilustrar essa característica, seja uma função f qualquer aplicável às matrizes γ_v^2 e γ_i^2 , tem-se que:

$$\begin{aligned} f(\gamma_v^2) &= \mathbf{T}_v^{-1} f(\overline{\gamma}_v^2) \mathbf{T}_v \\ f(\gamma_i^2) &= \mathbf{T}_i^{-1} f(\overline{\gamma}_i^2) \mathbf{T}_i \end{aligned} \quad (2.47)$$

É possível obter as matrizes $\gamma_{\mathbf{v}}$, $\gamma_{\mathbf{i}}$, $e^{\mp\gamma_{\mathbf{v}}}$ e $e^{\mp\gamma_{\mathbf{i}}}$, do domínio de fase, através de (2.47), representando a função f em termos das funções raiz quadrada (\sqrt{x}) e exponencial (e^x), respectivamente. No entanto, a abordagem via componentes modais simplifica a solução das equações devido a outra propriedade das matrizes diagonais, relativa às mesmas funções f [2], ou seja,

$$(\overline{\gamma_{\mathbf{v}}})^{1/2} = \overline{\gamma_{\mathbf{v}}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\gamma_{v0}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\gamma_{v1}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\gamma_{v2}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{v0} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{v1} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{v2} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$e^{\mp\overline{\gamma_{\mathbf{v}}}} = \begin{bmatrix} e^{\mp\gamma_{v0}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\mp\gamma_{v1}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\mp\gamma_{v2}} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Para cada componente modal, as soluções de (2.38) e (2.39) são semelhantes a (2.10) e (2.11), tendo os seguintes parâmetros:

Constante de propagação da onda do k-ésimo modo:

$$\gamma_{vk} = \gamma_{ik} = s\sqrt{L_k C_k} \quad (2.50)$$

Velocidade de propagação da onda do k-ésimo modo:

$$\nu_{vk} = \nu_{ik} = \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}} \quad (2.51)$$

Impedância característica do k-ésimo modo:

$$z_{0vk} = z_{0ik} = \sqrt{\frac{L_k}{C_k}} \quad (2.52)$$

Esses parâmetros são idênticos para tensão e corrente desde que:

$$(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\mathbf{T}) = \overline{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{T}) = \overline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

e portanto, $\overline{\mathbf{L}}\overline{\mathbf{C}} = \overline{\mathbf{C}}\overline{\mathbf{L}}$. As equações no domínio do tempo das soluções modais podem ser obtidas da mesma maneira utilizada no caso das linhas monofásicas, bem como suas respectivas componentes de fases, através das transformações inversas.

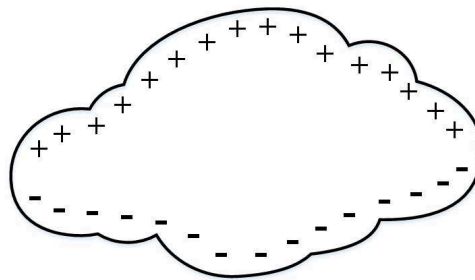
A análise das linhas trifásicas com perdas não será apresentada neste texto. No entanto, ela requer a mesma abordagem apresentada anteriormente, isto é, um conjunto de três equações de linhas monofásicas com perdas, desacopladas através das matrizes de transformações do domínio de fases para o domínio modal.

2.3 Descargas atmosféricas: formação

Antes de apresentar a modelagem das tensões induzidas provocadas por descargas atmosféricas, deve-se comentar alguns aspectos sobre a natureza do fenômeno, bem como ressaltar certas características que serão importantes para a aplicação da Teoria de Rusck.

No que diz respeito à formação dos raios, o surgimento de cargas elétricas nas nuvens é o princípio fundamental do processo. Devido ao processo de aglomeração de gotículas de água ionizadas positiva e negativamente, bem como da ação das camadas ascendentes de ar, a maioria das nuvens, aproximadamente 95%, apresenta a distribuição de cargas elétricas conforme ilustrado na Figura 2.6 [17]:

Figura 2.6: Distribuição típica de cargas elétricas em uma nuvem



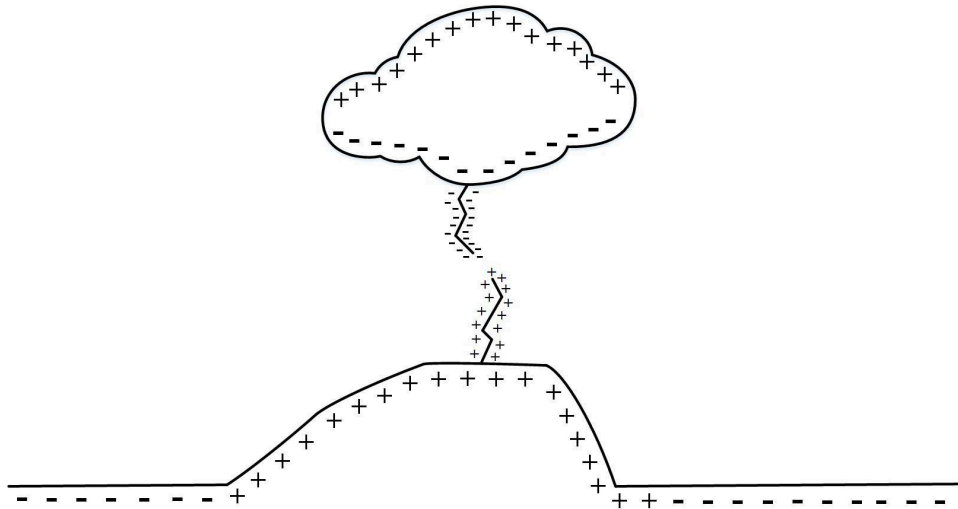
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Embora a Terra possua, por natureza, um acúmulo de cargas elétricas negativas, cargas elétricas positivas são induzidas no solo pela porção inferior da nuvem, ocupando uma região aproximadamente igual ao da superfície da nuvem e movendo-se de acordo com a mesma. Eventualmente, o acúmulo de cargas positivas no solo é realizado em pontos elevados, como árvores, montanhas, edifícios e para-raios, onde há diferenças de potenciais elétricos entre 10 e 1000 kV, para nuvens em alturas de 300 a 5000 metros [17]. Durante as tempestades, ocorre um “enfraquecimento” da camada de ar em torno da nuvem, diminuindo sua rigidez dielétrica e permitindo que diferenças de potenciais menores sejam o bastante para a criação de arcos elétricos entre nuvem e solo, ocasionando descargas predominantemente do tipo descendentes negativas, que são caracterizadas pelo transporte das cargas negativas presentes na nuvem em direção ao solo [6].

Quando ocorre um arco elétrico, os canais de ar ionizado sofrem um grande acúmulo de cargas, devido ao efeito de pontas, facilitando rupturas subsequentes da rigidez dielétrica do ar, aproximando cada vez mais os canais ionizados, de acordo com a Figura 2.7. Em um certo instante, a proximidade dos canais ionizados é tanta, que ocorre a ruptura completa do dielétrico do ar, constituindo a primeira descarga, chamada de raio líder, transportando majoritariamente cargas negativas da nuvem para o solo. A ocorrência do raio líder cria um canal ionizado de baixa resistência elétrica que interliga a nuvem e o solo [17].

Uma vez que o canal de descarga é estabelecido, ocorre o raio principal, que flui do solo para a nuvem através de uma corrente de alta amplitude, denominada **corrente de retorno**, que visa neutralizar as cargas negativas excedentes na nuvem. Correntes de retorno típicas possuem valores de pico entre 2.000 e 200.000 Ampères e se propagam

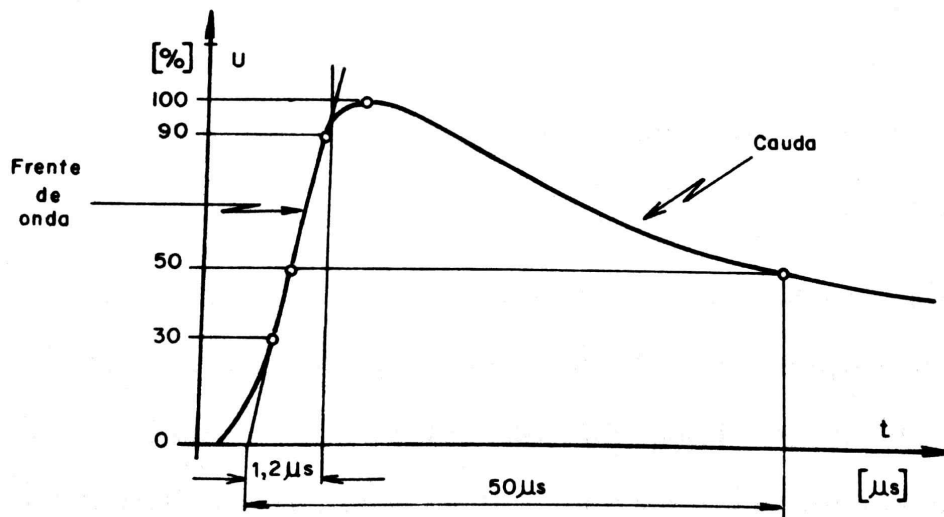
Figura 2.7: Descarga elétrica através de sucessivos arcos elétricos



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

com velocidades muito próximas às da luz, $c_0 = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$. Do ponto de vista do modelo elétrico, as descargas atmosféricas podem ser representadas como pulsos de corrente, e possuem formato típico conforme Figura 2.9, da qual pode-se estabelecer propriedades importantes que caracterizam as diferentes descargas que ocorrem [17, 18].

Figura 2.8: Formato típico de correntes de retorno

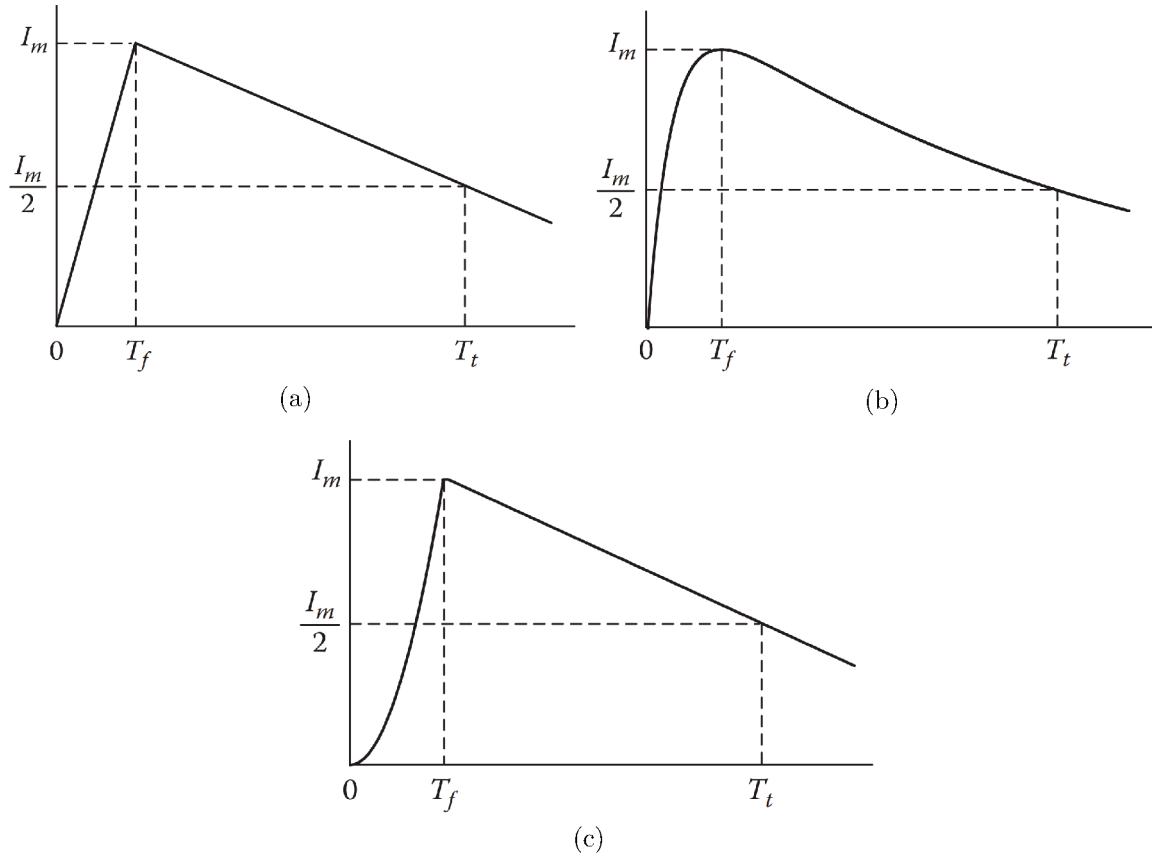


Fonte: G. Kindermann [17]

O tempo entre o início da descarga e seu valor máximo, denominado valor ou corrente de pico (I_m), é chamado de *tempo de frente de onda* ou *de crista* (T_f), possuindo valores entre 1 e 10 μs . O tempo desde o início da descarga até metade da corrente de pico, após a ocorrência do seu valor máximo, é denominado *tempo de meia cauda* (T_t) e possui valores típicos entre 50 e 200 μs . Essas três grandezas são de extrema importância,

pois a maioria dos modelos analíticos de correntes de retorno possuem parâmetros que são determinados em função dessas características. A Figura 2.9 ilustra três modelagens distintas da corrente de retorno (*Lump Wave*, *Dupla Exponencial* e CIGRÉ) e as equações (2.54)-(2.56) apresentam suas respectivas expressões [4, 17, 18].

Figura 2.9: Modelos analíticos de correntes de retorno



Fonte: A. Ametani et al. [4]

Lump Wave:

$$I(t) = \begin{cases} \frac{I_m}{T_f} t & , 0 \leq t < T_f \\ I_m \frac{(2T_t - T_f - t)}{2(T_t - T_f)} & , T_f \leq t < 2T_t - T_f \\ 0 & , t \geq 2T_t - T_f \end{cases} \quad (2.54)$$

Dupla Exponencial:

$$I(t) = I_m(e^{-at} - e^{-bt}) \quad (2.55)$$

onde as constantes a e b podem ser aproximadas por [19]:

$$a \approx \frac{1}{T_t} \quad b \approx \frac{1}{T_f}$$

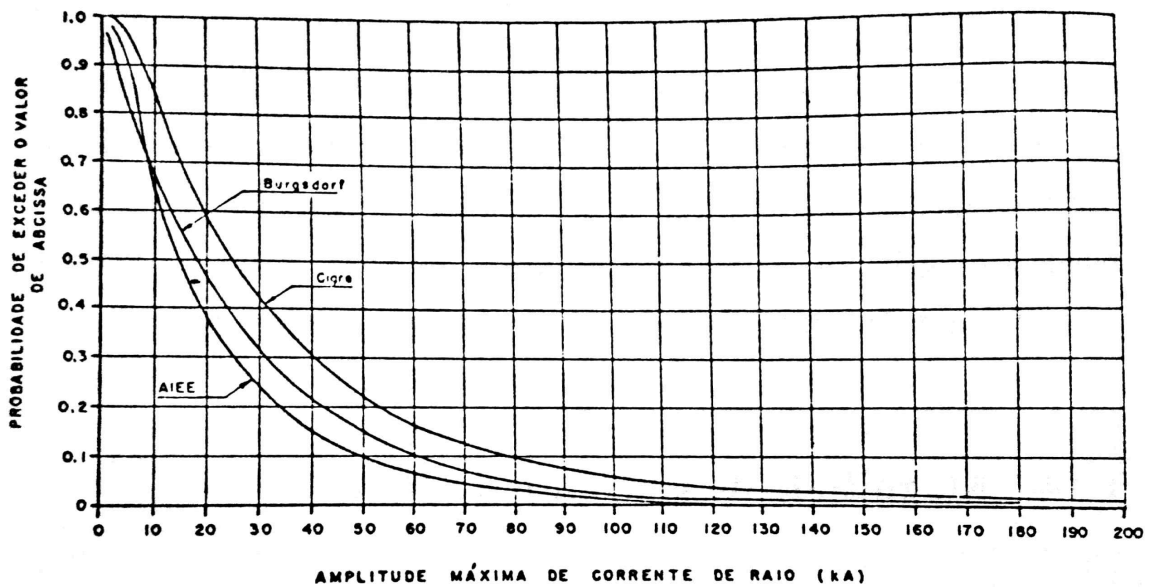
CIGRÉ:

$$I(t) = \begin{cases} I_m \left[1 - \cos \left(\frac{\pi t}{2T_f} \right) \right] & , 0 \leq t < T_f \\ I_m \frac{(2T_t - T_f - t)}{2(T_t - T_f)} & , T_f \leq t < 2T_t - T_f \\ 0 & , t \geq 2T_t - T_f \end{cases} \quad (2.56)$$

Duas outras características referentes às descargas que são importantes para esse trabalho são a magnitude da corrente de retorno e seu ângulo de incidência no solo. Embora não haja valores determinísticos para ambas as propriedades, existe na literatura curvas de probabilidade que possibilitam análises qualitativas das mesmas [2, 4, 17].

A respeito da magnitude da corrente de retorno, a referência [17] apresenta um gráfico contendo três curvas de probabilidades distintas, propostas pela CIGRÉ, AIEE e Burgsdorf, apresentado na Figura 2.10. A análise das curvas permite concluir que a maior parcela das descargas atmosféricas possui magnitude das correntes de retorno até cerca de 15-25 kA.

Figura 2.10: Curvas de probabilidade da magnitude das correntes de retorno

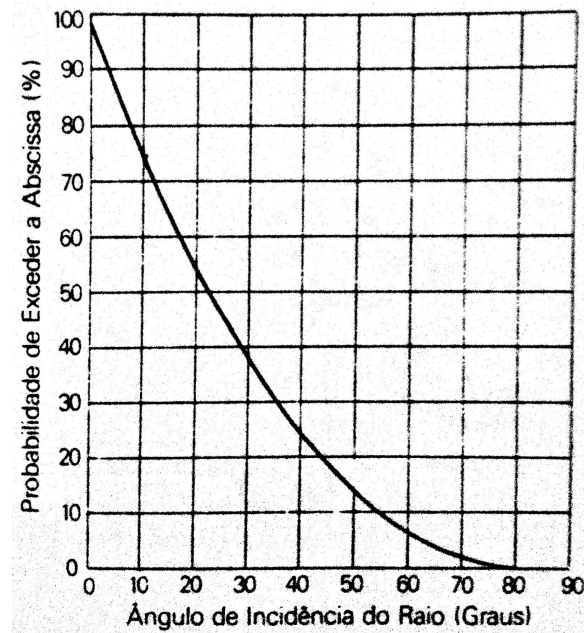


Fonte: G. Kindermann [17]

Uma interpretação da figura pode ser dada considerando o valor de 30 kA e a curva fornecida pela AIEE. Segundo a Figura 2.10, nas condições citadas, a probabilidade do pico da corrente de retorno exceder o valor de 30 kA seria de aproximadamente 25%. Portanto, as curvas fornecem as probabilidades de que uma dada corrente de retorno tenha seu pico excedendo o valor da abscissa de análise.

Quanto ao ângulo vertical de incidência em relação ao solo, a Figura 2.11 apresenta as probabilidades de uma descarga exceder um dado ângulo de incidência em relação ao eixo horizontal.

Figura 2.11: Curva de probabilidade do ângulo vertical de incidência das descargas



Fonte: G. Kindermann [17]

A interpretação da figura indica que as descargas podem ocorrer com inclinações distintas, mas que a extrema maioria acontece com inclinação próxima da vertical pura. Esse detalhe é importante para a próxima seção, pois a incidência vertical da descarga é uma das hipóteses consideradas na Teoria de Rusck para modelar a tensão induzida nas linhas de transmissão. No entanto, de acordo com a curva, uma descarga atmosférica raramente incide perpendicular ao solo.

2.4 Descargas atmosféricas: sobretensões induzidas

2.4.1 A teoria de Rusck

Existe uma considerável divergência em relação aos modelos propostos e teorias aplicadas nos estudos das sobretensões induzidas por descargas atmosféricas. Embora muitos trabalhos apresentem aspectos novos e resultados coerentes com medições em modelos reduzidos, a incapacidade de se realizar testes com descargas atmosféricas reais impede a determinação de uma única metodologia de análise.

No entanto, algumas teorias e modelos são comumente utilizados na literatura devido à implementação simples aliada à fidelidade dos resultados obtidos com a técnica. Em 1957, Sune Rusck propôs em sua tese de doutorado uma metodologia de cálculo analítico da sobretensão induzida em uma linha de transmissão aérea devido às descargas atmosféricas, utilizada e aprimorada até hoje em pesquisas na área, por conta de sua fácil formulação [5, 8, 9]. Outro modelo de acoplamento da sobretensão induzida pela descarga na linha aérea foi proposto por Ashok Agrawal em 1980 e é bastante referenciado em trabalhos pela capacidade de modelar um circuito elétrico equivalente para a avaliação das tensões induzidas [10, 11, 12].

Embora ambas abordagens produzam resultados semelhantes, adotou-se a teoria de Rusck para esse trabalho pela simplicidade de se utilizar uma expressão analítica para modelar o fenômeno. A proposta de Rusck, embora questionada por suas hipóteses e suposições, tem validade até hoje e é frequentemente utilizada como base de trabalhos mais recentes. Além disso, o modelo analítico proposto por Rusck possibilita estimar rapidamente o valor máximo da sobretensão induzida, permitindo estimativas iniciais para uma análise geral do problema e as primeiras etapas do projeto dos mecanismos de proteção que deverão ser instalados nas linhas aéreas [6, 7]. A expressão proposta por Rusck considera o seguinte conjunto de sete hipóteses e definições:

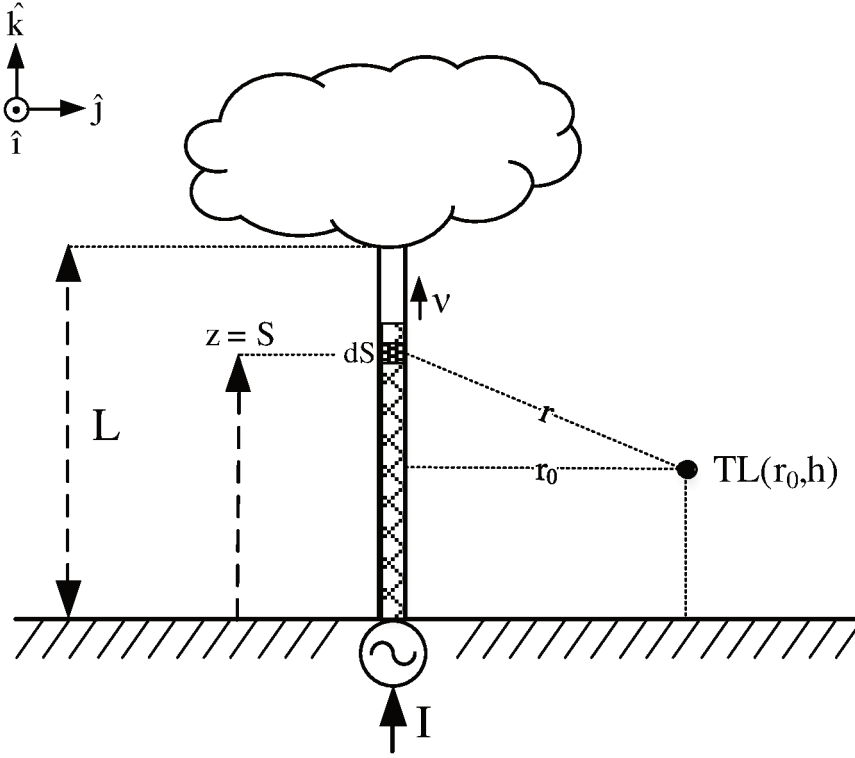
1. A tensão induzida na linha aérea é oriunda predominantemente dos efeitos da propagação da corrente de retorno pelo canal ionizado. Dessa forma, desconsidera-se outros efeitos na composição da tensão induzida.
2. No canal ionizado entre nuvem e solo, a distribuição de cargas elétricas é considerada uniforme no instante anterior ao início da corrente de retorno.
3. A incidência da descarga atmosférica é perpendicular ao solo.
4. A corrente de retorno possui formato de um degrau e se propaga pelo canal ionizado livre de distorções. Para uma forma de corrente de retorno arbitrária, pode-se aplicar os conceitos de integral de convolução da teoria de sistemas lineares [2].
5. O solo atingido pela descarga é considerado um condutor perfeito, pois a contribuição da resistividade do solo para as tensões induzidas pode ser desprezada para descargas próximas às linhas [6].
6. Sendo o solo um condutor perfeito, o campo eletromagnético foi obtido através da aplicação do método das imagens, permitindo uma solução menos complexa para o fenômeno.
7. Adicionalmente, visando a simplificação dos cálculos, supõe-se que a linha de transmissão é infinita e sem descontinuidades. Essa hipótese é bastante discutida em relação à teoria, pois considera um dispositivo irreal, e desconsidera o efeito da reflexão das ondas, que poderia aumentar ou reduzir a sobretensão inicialmente induzida na linha. Ainda assim, a teoria produz resultados coerentes na maioria dos estudos sobre o assunto, o que motivou a sua aplicação no presente trabalho.

As hipóteses consideradas podem ser sintetizadas na Figura 2.12, de referência para ilustrar a teoria proposta por Rusck. A expressão obtida para a sobretensão induzida se baseia na aplicação das equações de Maxwell e do método das imagens. Para se determinar a tensão induzida na linha, deve-se inicialmente computar o campo eletromagnético que surge devido à descarga atmosférica. Um campo eletromagnético arbitrário \mathbf{E}_t pode ser decomposto em parcelas associadas ao potencial escalar elétrico e ao potencial vetor magnético, conforme equação (2.57):

$$\mathbf{E}_t = -\nabla v_i - \frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial t} = \mathbf{E}_v + \mathbf{E}_A \quad (2.57)$$

onde a componente $-\nabla v_i$ representa a contribuição do potencial escalar elétrico e a componente $-\partial \mathbf{A}_i / \partial t$ representa a contribuição do potencial vetor magnético. O campo produzido pelo gradiente do potencial escalar elétrico é dito conservativo, enquanto que o campo produzido pela variação temporal do potencial vetor magnético é denominado não conservativo [6, 7].

Figura 2.12: Modelo de referência para o cálculo da sobretensão induzida pela teoria de Rusck



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Analisa-se cada parcela separadamente, começando pela contribuição do potencial escalar elétrico. A equação (2.58), apresentada por Rusck [5] e Lopes [20], expressa o potencial escalar elétrico v_i como:

$$v_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(S, t - (r/c_0))}{r} dS \quad (2.58)$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo ($8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m), q é a densidade de cargas elétricas contida no canal de descarga, r é a distância mínima entre o elemento dS e o ponto de observação da linha de transmissão e S é a altura do elemento dS .

Devido à consideração do canal ionizado com distribuição de cargas elétricas constante, a solução de (2.58) é simplificada. A componente \mathbf{E}_v do campo eletromagnético associada ao gradiente do potencial escalar elétrico em $z = 0$ é dada conforme a equação (2.59).

$$\mathbf{E}_v = -\nabla v_i = \frac{2Z_{cc}I_m}{v} \left(\frac{1}{r_0^2 + v^2[(c_0t)^2 - r_0^2]} - \frac{1}{\sqrt{L^2 + r_0^2}} \right) \hat{k} \quad (2.59)$$

onde v representa a velocidade de propagação da corrente de retorno normalizada pela velocidade da luz, $v = \nu/c_0$ [20], r_0 é a distância horizontal entre a linha de transmissão e o canal de descarga, L é o comprimento total do canal de descarga e Z_{cc} é a impedância intrínseca do canal de descarga, com valor dado pela equação (2.60) [6].

$$Z_{cc} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 30 \Omega \quad (2.60)$$

O potencial vetor magnético é obtido conforme equação (2.61) e seu campo magnético associado \mathbf{H}_i é dado por (2.62).

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(S, t - (r/c_0))}{r} dS \right] \hat{k} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_i \quad (2.62)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m) e I é a corrente de retorno que circula no canal de descarga, de modo a neutralizar as cargas elétricas acumuladas. A componente \mathbf{E}_A não conservativa associada ao potencial vetor magnético em $z = 0$ é dada pela equação (2.63) [7].

$$\mathbf{E}_A = -\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial t} = \frac{2Z_{cc}I_m}{v} \left(\frac{1}{\sqrt{r_0^2 + v^2[(c_0t)^2 - r_0^2]}} \right) \hat{k} \quad (2.63)$$

Segundo [20], a sobretensão $V(x, t)$ induzida pela descarga pode ser obtida das expressões de \mathbf{E}_v e \mathbf{E}_A . A sobretensão proposta por Rusck possui duas componentes:

$$V(x, t) = U(x, t) + U(-x, t) \quad (2.64)$$

onde $U(x, t)$ e $U(-x, t)$ representam respectivamente as contribuições de tensões à direita e esquerda do ponto x de interesse. Rusck desenvolveu as expressões analíticas para $U(x, t)$ e $U(-x, t)$, dadas pela equação (2.65) [5],

$$\begin{aligned} U(x, t) &= Z_{cc}I_m h v \frac{c_0t - x}{r_0^2 + v^2(c_0t - x)^2} \left[1 + \frac{x + v^2(c_0t - x)}{\sqrt{v^2(c_0t)^2 + (1 - v^2)(x^2 + r_0^2)}} \right] \\ U(-x, t) &= Z_{cc}I_m h v \frac{c_0t + x}{r_0^2 + v^2(c_0t + x)^2} \left[1 + \frac{-x + v^2(c_0t + x)}{\sqrt{v^2(c_0t)^2 + (1 - v^2)(x^2 + r_0^2)}} \right] \end{aligned} \quad (2.65)$$

Através da expressão de $V(x, t)$ utilizando as parcelas indicadas na equação (2.65), pode-se analisar o comportamento da sobretensão induzida no ponto da linha mais próximo do local da descarga ($x = 0$). Conforme [6],

$$V(0, t) = V_0(t) = 2Z_{cc}I_m h \frac{\nu t}{r_0^2 + (\nu t)^2} \left[1 + \frac{\nu t}{\sqrt{(\nu t)^2 + r_0^2(1 - v^2)}} \right] \quad (2.66)$$

A velocidade de propagação ν da corrente de retorno é uma grandeza que provoca divergência entre pesquisadores da área, possuindo valores entre 60 e 240 m/ μ s [21].

Um valor comumente utilizado é $\nu = 120 \text{ m}/\mu\text{s}$, recomendado pelo IEEE em relação aos aspectos de desempenho de linhas aéreas [22, 23]. Para esse valor, pode-se obter uma expressão simples para a estimativa da máxima tensão induzida na linha, segundo a equação (2.67) [6]; ou seja,

$$V_{max} = 38,8 \frac{I_m h}{r_0} \quad (2.67)$$

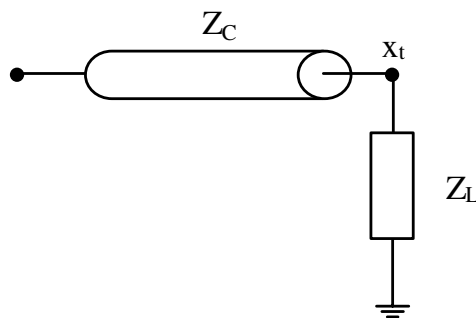
A aplicação da equação (2.67) em um caso onde $I_m = 100 \text{ kA}$, $h = 10 \text{ m}$ e $r_0 = 100 \text{ m}$ resulta em uma tensão máxima V_{max} de 388 kV. No capítulo seguinte, será possível constatar a validade da expressão aproximada obtida.

2.4.2 Linhas finitas e descontínuas

Embora a teoria de Rusck proporcione uma equação analítica direta para a obtenção da tensão induzida na linha devido à descarga atmosférica, uma de suas hipóteses é bastante questionável. Assumir que a linha de estudo é infinita e livre de discontinuidades impede o tratamento do problema para dispositivos reais, visto que não se existem linhas de transmissão de extensão infinita e que os sistemas de transmissão possuem diversas discontinuidades. Dessa forma, existem diversos trabalhos que visam propor correções para a teoria de Rusck de modo a computar a tensão induzida em linhas reais.

Lopes propôs a implementação de fatores de compensação para considerar as extremidades de uma linha, bem como discontinuidades em pontos intermediários [20]. Os fatores de compensação levam em consideração um aspecto de extrema importância na teoria de propagação de ondas, que é a reflexão de ondas. Considera-se inicialmente as discontinuidades nas extremidades, como uma terminação à direita da linha semi-infinita da Figura 2.13.

Figura 2.13: Descontinuidade na extremidade direita de uma linha semi-infinita



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

No ponto x_t , a aplicação da teoria de Rusck deve levar em conta os seguintes aspectos adicionais:

1. A componente $U(x_t, t)$ deve ser anulada, visto que não há qualquer contribuição de tensão à direita do ponto x_t .
2. A componente $U(-x_t, t)$ ao encontrar a descontinuidade Z_L sofre uma reflexão com coeficiente dado por:

$$\Gamma_{end} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (2.68)$$

Essas duas considerações são convertidas em dois termos de tensões a serem adicionados na equação (2.64). A tensão $V'(x_t, t)$ corrigida é expressa por:

$$V'(x_t, t) = \overbrace{U(x_t, t) + U(-x_t, t)}^{\text{Rusck}} + \overbrace{[-U(x_t, t) + \Gamma_{end}U(-x_t, t)]}^{\text{Comp.}} \quad (2.69)$$

resultando na expressão final:

$$V'(x_t, t) = \left[\frac{2Z_L}{Z_L + Z_C} \right] U(-x_t, t) \quad (2.70)$$

De maneira análoga, para uma descontinuidade na extremidade esquerda da linha, obtém-se a seguinte tensão $V'(x_t, t)$ corrigida:

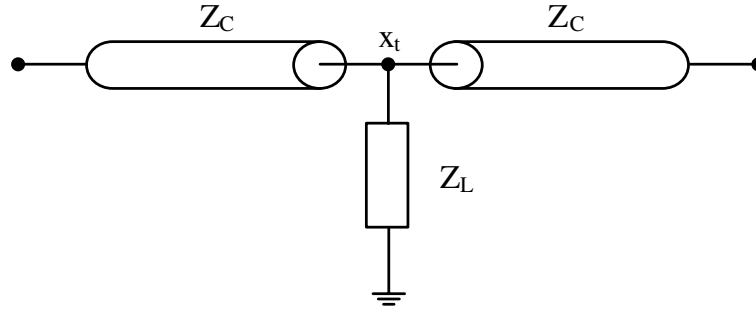
$$V'(x_t, t) = \overbrace{U(x_t, t) + U(-x_t, t)}^{\text{Rusck}} + \overbrace{[-U(-x_t, t) + \Gamma_{end}U(x_t, t)]}^{\text{Comp.}} \quad (2.71)$$

e, portanto,

$$V'(x_t, t) = \left[\frac{2Z_L}{Z_L + Z_C} \right] U(x_t, t) \quad (2.72)$$

Para uma descontinuidade em um ponto intermediário da linha, adota-se como referência a Figura 2.14:

Figura 2.14: Descontinuidade em um ponto intermediário de uma linha infinita



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nesse tipo de descontinuidade, ambas as componentes $U(x, t)$ e $U(-x, t)$, ao atingir a impedância Z_L , sofrem reflexões de acordo com o coeficiente:

$$\Gamma_{mid} = \frac{(Z_L // Z_C) - Z_C}{(Z_L // Z_C) + Z_C} = -\frac{Z_C}{2Z_L + Z_C} \quad (2.73)$$

onde $(Z_L // Z_C)$ representa a impedância equivalente resultante da associação em paralelo entre Z_L e Z_C . A tensão $V'(x_t, t)$ corrigida nesse caso torna-se:

$$V'(x_t, t) = \overbrace{U(x_t, t) + U(-x_t, t)}^{\text{Rusck}} + \overbrace{\Gamma_{mid}[U(x_t, t) + U(-x_t, t)]}^{\text{Comp.}} \quad (2.74)$$

e a expressão final é dada por:

$$V'(x_t, t) = \left[\frac{2Z_L}{2Z_L + Z_C} \right] [U(x_t, t) + U(-x_t, t)] \quad (2.75)$$

As equações (2.70), (2.72) e (2.75) permitem corrigir a tensão obtida por Rusck e levam em conta as descontinuidades das linhas, permitindo aplicar a formulação em linhas de transmissão reais.

A implementação dos fatores de compensação será apresentada no próximo capítulo, bem como os modelos discretos dos diversos componentes elétricos, possibilitando simulações transientes por meio de equações analíticas.

2.5 Conclusão

A fundamentação teórica apresentada neste capítulo permite não apenas compreender o fenômeno e a física que o rege, mas também possibilita a execução de simulações transitórias, de modo a validar a teoria descrita e permitir análises mais detalhadas, através do uso de aplicativos computacionais, que aceleram a obtenção dos resultados e possibilitam testar diversas condições em um curto intervalo de tempo. Os próximos capítulos abordarão as simulações transitórias através da implementação de um modelo analítico da sobretensão induzida por descarga atmosférica e o uso de aplicativos computacionais para o mesmo propósito.

Capítulo 3

Modelagem Analítica de Sobretensões Induzidas

A modelagem analítica e solução de transitórios eletromagnéticos requer a representação dos diversos elementos de um circuito elétrico pelos seus respectivos modelos equivalentes. No entanto, alguns elementos, como indutores e capacitores, são dependentes dos valores históricos de corrente em tensão presentes em seus terminais, devendo-se representar os componentes de circuito por modelos discretos, que possibilitam aos computadores digitais solucionarem as grandezas em passos Δt de tempo.

Este capítulo mostra a representação analítica dos componentes do SEP utilizados na determinação das sobretensões induzidas e a formulação deste problema através das equações nodais. É realizada uma análise sobre a variação dos parâmetros existentes na expressão da sobretensão induzida proposta por Rusck, bem como é apresentado um estudo de caso para ilustrar a teoria descrita.

3.1 Modelos discretos de elementos de circuitos

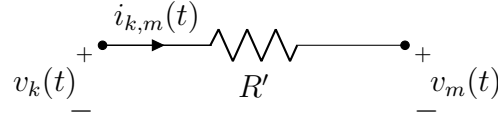
Em 1969, Hermann Dommel publicou um artigo na *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* onde são apresentados os fundamentos da modelagem discreta para solução digital de transitórios eletromagnéticos em redes mono e polifásicas. Este trabalho foi desenvolvido na *Bonneville Power Administration* (BPA) e é a base fundamental do conjunto de aplicativos computacionais ATP-EMTP, utilizados até hoje para análises transitórias em sistemas de potência [13]. A implementação proposta é simples e produz resultados satisfatórios, desde que o passo de tempo Δt seja suficientemente pequeno, de modo que os modelos apresentados são frequentemente encontrados na literatura mais recente [1, 2].

Os elementos de circuitos são divididos em duas categorias: elementos de parâmetros concentrados e de parâmetros distribuídos. Para o primeiro grupo, aplica-se a regra trapezoidal para realizar a integração das equações diferenciais envolvendo indutores e capacitores. A escolha desse método é devido à sua simplicidade, estabilidade numérica e precisão adequada para os circuitos em questão. Para os elementos de parâmetros distribuídos, opta-se pela aplicação do método das características, conhecido como método de Bergeron. Outra possibilidade, é a utilização do método das treliças, também de fácil

aplicação, apresentado em [1, 2]. Entretanto, o método de Bergeron é preferível, pois não necessita da obtenção dos coeficientes de reflexão, além de ter sido implementado nos aplicativos computacionais ATP-EMTP e PSCAD. Os modelos discretos dos elementos de parâmetros concentrados são obtidos de acordo com as Figuras 3.1-3.3 e equações (3.1)-(3.8) [13].

Resistores:

Figura 3.1: Modelo discreto de um resistor



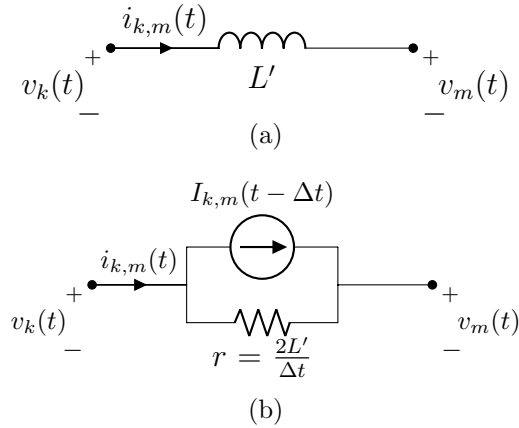
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Como o resistor não necessita de informações passadas, seu equacionamento é o mais simples:

$$i_{k,m}(t) = \frac{1}{R'}[v_k(t) - v_m(t)] \quad (3.1)$$

Indutores:

Figura 3.2: (a) Modelo discreto de um indutor (b) Circuito equivalente



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Da Figura 3.2 (a), tem-se:

$$v_k - v_m = L' \frac{\partial i_{k,m}}{\partial t} \quad \therefore \quad \partial i_{k,m} = \frac{1}{L'} [v_k - v_m] \partial t \quad (3.2)$$

A corrente $i_{k,m}$ pode ser obtida ao integrar a equação (3.2) de $t - \Delta t$ a t , obtendo-se:

$$i_{k,m}(t) = i_{k,m}(t - \Delta t) + \frac{1}{L'} \int_{t-\Delta t}^t (v_k - v_m) dt \quad (3.3)$$

Utilizando a regra trapezoidal para a integração, conforme comentado anteriormente, a formulação final é dada por:

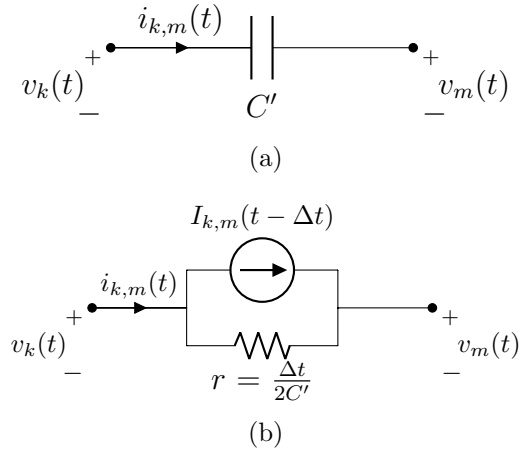
$$i_{k,m}(t) = \frac{\Delta t}{2L'} [v_k(t) - v_m(t)] + I_{k,m}(t - \Delta t) = \frac{[v_k(t) - v_m(t)]}{r} + I_{k,m}(t - \Delta t) \quad (3.4)$$

A equação (3.4) pode ser transcrita em um circuito equivalente, composto por uma associação em paralelo de um resistor r , de valor $2L'/\Delta t$, e uma fonte independente de corrente de valor $I_{k,m}(t - \Delta t)$, ilustrado na Figura 3.2. A fonte independente representa o histórico do elemento, sendo função de valores passados, conforme [13]:

$$I_{k,m}(t - \Delta t) = i_{k,m}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L'}[v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] \quad (3.5)$$

Capacitores:

Figura 3.3: (a) Modelo discreto de um capacitor (b) Circuito equivalente



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As expressões para o capacitor são análogas às dos elementos indutivos. Portanto, tem-se da Figura 3.3(a):

$$v_k(t) - v_m(t) = [v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] + \frac{1}{C'} \int_{t-\Delta t}^t i_{k,m}(t) dt \quad (3.6)$$

Aplicando a regra trapezoidal, obtém-se:

$$i_{k,m}(t) = \frac{2C'}{\Delta t}[v_k(t) - v_m(t)] + I_{k,m}(t - \Delta t) = \frac{[v_k(t) - v_m(t)]}{r} + I_{k,m}(t - \Delta t) \quad (3.7)$$

O circuito equivalente é ilustrado na Figura 3.3(b), onde a fonte independente $I_{k,m}(t - \Delta t)$ é uma função de valores passados, dada por:

$$I_{k,m}(t - \Delta t) = -i_{k,m}(t - \Delta t) - \frac{2C'}{\Delta t}[v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] \quad (3.8)$$

Linhas de transmissão monofásica:

O modelo discreto das linhas de transmissão é obtido através da consideração de uma importante propriedade da propagação de ondas. Tomando-se uma linha monofásica sem perdas (equações (2.14) e (2.15)), as seguintes relações são estabelecidas:

$$v(x, t) = v^+ \left(t - \frac{x}{\nu} \right) + v^- \left(t + \frac{x}{\nu} \right) \quad (3.9)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0} \left[v^+ \left(t - \frac{x}{\nu} \right) - v^- \left(t + \frac{x}{\nu} \right) \right] \quad (3.10)$$

A multiplicação da equação (3.10) por Z_0 e a subsequente soma (ou subtração) com a equação (3.9) resulta:

$$v(x, t) + Z_0 \cdot i(x, t) = 2v^+ \left(t - \frac{x}{\nu} \right) \quad (3.11)$$

$$v(x, t) - Z_0 \cdot i(x, t) = -2v^- \left(t + \frac{x}{\nu} \right) \quad (3.12)$$

Analisando as equações (3.11) e (3.12), observa-se que $v \pm Z_0 \cdot i$ possui valor constante sempre que $(t \mp \frac{x}{\nu})$ também for constante. Uma interpretação física desta situação seria a analogia de um observador se deslocando em paralelo à onda viajante com velocidade ν . Para uma linha de comprimento l , o tempo de propagação τ entre um terminal e outro é dado por:

$$\tau = \frac{l}{\nu} = l\sqrt{LC} \quad (3.13)$$

Dessa forma, a expressão de $v + Z_0 \cdot i$ vista pelo observador no terminal de entrada k no tempo $t - \tau$ deve ser preservada quando o mesmo observa $v + Z_0 \cdot i$ no terminal de saída m no tempo t . Portanto:

$$v_k(t - \tau) + Z_0 \cdot i_{k,m}(t - \tau) = v_m(t) + Z_0 \cdot (-i_{m,k}(t)) \quad (3.14)$$

Para a corrente $i_{k,m}(t)$, tem-se:

$$i_{k,m}(t) = \frac{1}{Z_0} v_k(t) + I_k(t - \tau) \quad (3.15)$$

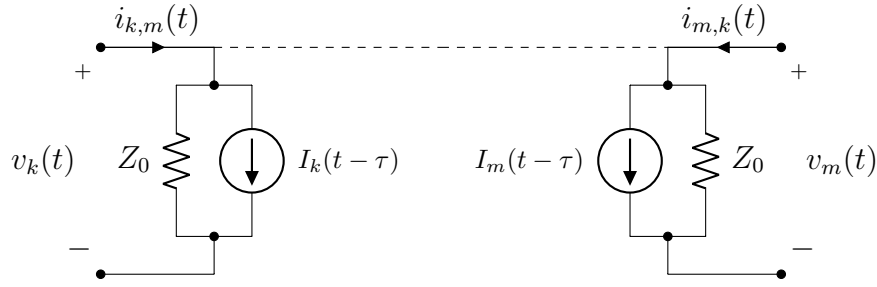
Analogamente, para $i_{m,k}(t)$:

$$i_{m,k}(t) = \frac{1}{Z_0} v_m(t) + I_m(t - \tau) \quad (3.16)$$

O circuito equivalente das equações (3.15) e (3.16) é representado pela Figura 3.4, onde as fontes independentes de corrente I_k e I_m são avaliadas no instante t tomando valores históricos em $t - \tau$ [2, 13].

$$\begin{aligned} I_k(t - \tau) &= -\frac{1}{Z_0} v_m(t - \tau) - i_{m,k}(t - \tau) \\ I_m(t - \tau) &= -\frac{1}{Z_0} v_k(t - \tau) - i_{k,m}(t - \tau) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Figura 3.4: Circuito equivalente da linha de transmissão monofásica sem perdas

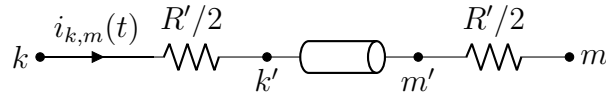


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nota-se que, embora os circuitos não estejam diretamente interligados, existe um acoplamento mútuo entre os mesmos devido às fontes de corrente, com um atraso de τ segundos.

Ainda que o método das características permita modelar um circuito equivalente para a linha de transmissão, há a limitação do mesmo considerar uma linha sem perdas. É possível contornar esta dificuldade no caso de uma linha com perdas, de parâmetro G desprezível, através de uma aproximação, na qual se acopla nos terminais de uma linha sem perdas duas resistências concentradas de valor $R'/2$, onde $R' = Rl$ e R é a resistência distribuída da linha com perda, conforme Figura 3.5.

Figura 3.5: Aproximação de uma linha com perda



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nesse caso, as equações de $i_{k,m}(t)$ e $i_{m,k}(t)$ são alteradas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} i_{k,m}(t) &= \frac{1}{Z_{eq}} v_k(t) + I_k(t - \tau) \\ i_{m,k}(t) &= \frac{1}{Z_{eq}} v_m(t) + I_m(t - \tau) \end{aligned} \quad (3.18)$$

E as fontes dependentes são alteradas para:

$$\begin{aligned} I_k(t - \tau) &= -\frac{1}{Z_{eq}} v_m(t - \tau) - p i_{m,k}(t - \tau) \\ I_m(t - \tau) &= -\frac{1}{Z_{eq}} v_k(t - \tau) - p i_{k,m}(t - \tau) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Os parâmetros Z_{eq} e p seguem de [2, 13]:

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= Z_0 + R'/2 \\ p &= \frac{Z_0 - (R'/2)}{Z_0 + (R'/2)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Os aplicativos computacionais implementam uma variação da aproximação apresentada, acoplando nos terminais das linhas resistências concentradas de valor $R'/4$ e interligando duas linhas sem perdas de comprimento $l/2$ através de uma resistência concentrada de valor $R'/2$. Na prática, pode-se inserir resistências concentradas em tantos pontos quanto desejado, desde que se interligue seções da linha de comprimento correspondente ao número de pontos de divisão. No entanto, um estudo apresentado em [13] mostra que os resultados são semelhantes para um número pequeno e grande de pontos de inserção, o que justifica a escolha adotada e apresentada nas equações acima.

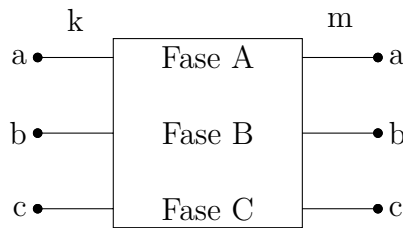
Linhas de transmissão trifásica:

Embora as referências [2, 13] apresentem a modelagem discreta para circuitos polifásicos gerais, como circuitos contendo acoplamento de resistências, indutâncias e capacitâncias concentradas, a ênfase será dada essencialmente à modelagem das linhas trifásicas sem perdas, utilizando da teoria modal apresentada no Capítulo 2. O tratamento do problema através da análise das componentes modais possibilita uma modelagem computacional mais eficiente. Para a análise do modelo, adota-se a seguinte notação, de acordo com o capítulo 2:

$$\overline{\mathbf{v}}_k = \begin{bmatrix} v_k^0 \\ v_k^1 \\ v_k^2 \end{bmatrix} \quad \overline{\mathbf{i}}_k = \begin{bmatrix} i_k^0 \\ i_k^1 \\ i_k^2 \end{bmatrix} \quad \overline{\mathbf{I}}_{k,m} = \begin{bmatrix} I_{k,m}^0(t - \tau_0) \\ I_{k,m}^1(t - \tau_1) \\ I_{k,m}^2(t - \tau_2) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

onde a mesma também aplica-se no caso de $\overline{\mathbf{v}}_m$, $\overline{\mathbf{i}}_m$ e $\overline{\mathbf{I}}_{m,k}$. Como pode-se retomar as variáveis de fase utilizando as matrizes de transformação em qualquer instante, de modo a interagir com o restante do circuito que está descrito em variáveis de fase, soluciona-se inicialmente as tensões e correntes das fases a, b e c nos terminais de entrada e saída de uma linha de transmissão trifásica, dada pela Figura 3.6.

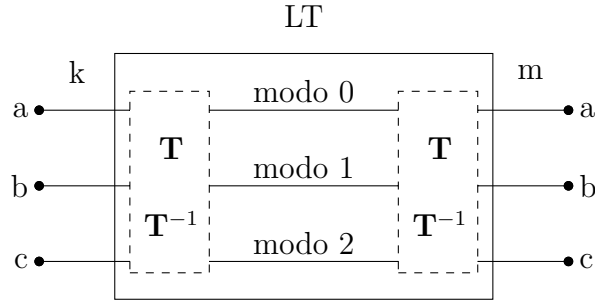
Figura 3.6: Linha trifásica



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Em seguida, realiza-se a conversão das grandezas de fase para variáveis modais, conforme ilustrada pela Figura 3.7. Dessa forma, tem-se três equações desacopladas de linhas de transmissão monofásica sem perdas, originando três circuitos discretos distintos, que podem ser solucionados através do método de Bergeron. A solução é obtida através das equações (3.15)-(3.17), mas deve ser aplicada para os n modos existentes. No presente caso, tendo $n = 0, 1$ e 2 , as expressões são:

Figura 3.7: Decomposição modal



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

$$i_{k,m}^n(t) = \frac{1}{Z_0^n} v_k^n(t) + I_k^n(t - \tau_n) \quad (3.22)$$

$$i_{m,k}^n(t) = \frac{1}{Z_0^n} v_m^n(t) + I_m^n(t - \tau_n) \quad (3.23)$$

$$I_k^n(t - \tau_n) = -\frac{1}{Z_0^n} v_m^n(t - \tau_n) - i_{m,k}^n(t - \tau_n) \quad (3.24)$$

$$I_m^n(t - \tau_n) = -\frac{1}{Z_0^n} v_k^n(t - \tau_n) - i_{k,m}^n(t - \tau_n)$$

De posse das grandezas modais, pode-se obter as grandezas de fase através da transformação inversa e então acoplar os resultados com o restante do circuito. Ressalta-se que os tempos de propagação são diferentes entre os modos, devido às diferentes velocidades de propagação e que, embora trabalhe-se com as grandezas de fase, o armazenamento de valores históricos deve ser realizado com as grandezas modais [13].

3.2 Solução de transitórios: equações nodais

Uma vez que os elementos que compõem a rede elétrica de interesse são convertidos em seus respectivos modelos discretos, de acordo com a seção anterior, a análise do circuito e a determinação de tensões e correntes são realizadas de uma maneira sistemática simples. Através da aplicação da análise nodal, constrói-se um conjunto de equações lineares que descrevem o estado do sistema no instante t , permitindo solucionar tensões e correntes desconhecidas através de grandezas conhecidas, parâmetros da rede elétrica e valores históricos, de acordo com a expressão (3.25) [13]:

$$[\mathbf{i}(t) - \mathbf{I}] = \mathbf{Y}\mathbf{e}(t) \quad (3.25)$$

onde:

- $\mathbf{i}(t)$: vetor coluna de injeções de corrente da referência até os nós, no tempo t .
- \mathbf{I} : vetor coluna de injeções de corrente através de fontes equivalente conhecidas (valores históricos de indutores, capacitores e linhas de transmissão).

- \mathbf{Y} : matriz de admitâncias nodais.
- $\mathbf{e}(t)$: vetor coluna das tensões nodais, no tempo t .

Na equação (3.25), algumas tensões são conhecidas, de modo que o vetor $\mathbf{e}(t)$ possui um conjunto de elementos conhecidos e outro conjunto de elementos a determinar. Particionando o vetor $\mathbf{e}(t)$ em um vetor $\mathbf{e}_c(t)$ de tensões conhecidas e um vetor $\mathbf{e}_d(t)$ de tensões a se determinar, a equação (3.25) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_d & \mathbf{Y}_{dc} \\ \mathbf{Y}_{cd} & \mathbf{Y}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_d(t) \\ \mathbf{e}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_d(t) \\ \mathbf{i}_c(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

tal que é possível determinar as tensões desconhecidas através de:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_d(t) &= \mathbf{Y}_d^{-1}[\mathbf{I}_T - \mathbf{Y}_{dc}\mathbf{e}_c(t)] \\ \mathbf{I}_T &= \mathbf{i}_d(t) - \mathbf{I}_d \end{aligned} \quad (3.27)$$

Se o mesmo passo de tempo Δt for mantido em cada iteração, a matriz \mathbf{Y}_{dc} será composta apenas de termos constantes. Dessa forma, é necessário recalculá-la apenas os termos \mathbf{I}_T e $[\mathbf{I}_T - \mathbf{Y}_{dc}\mathbf{e}_c(t)]$ a cada iteração [13].

A solução dada na equação (3.25), embora correta, possui um custo computacional elevado quando a matriz \mathbf{Y}_{dc} , a ser invertida, é muito extensa. Costuma-se aplicar técnicas de fatorização ou triangulação da matriz expandida $[\mathbf{Y}_d, \mathbf{Y}_{dc}]$, bem como da matriz \mathbf{I}_T , realizando-se posteriormente o procedimento de substituição direta e reversa. O ganho em recurso computacional também é obtido ao explorar o fato de que a matriz expandida $[\mathbf{Y}_d, \mathbf{Y}_{dc}]$ é esparsa [2, 13]. Contudo, o presente trabalho não faz uso de uma quantidade elevada de nós, tal que essas técnicas computacionais citadas não serão aplicadas.

3.3 Modelagem da sobretensão induzida

As seções anteriores apresentaram a modelagem da grande parte dos elementos necessários para a abordagem analítica das sobretensões induzidas em uma linha de transmissão. No entanto, resta a modelagem da sobretensão em si, provocada pela descarga, bem como das fontes de compensação relativas às descontinuidades, conforme apresentado na Subseção 2.4.2.

Para a sobretensão induzida segundo a equação (2.66), um procedimento adequado seria definir uma fonte de tensão dependente apenas dos parâmetros da equação, inserida em um nó k do sistema, acrescentando um termo de fonte na equação (3.27). Contudo, segundo [6], fontes de tensões apresentam um empecilho na metodologia, pois a sobretensão induzida deve ser superposta na condição natural de operação do sistema. O mesmo ocorre para as fontes de compensação das descontinuidades, que também são equacionadas em tensões. Caso fontes de tensão fossem consideradas, após a extinção da sobretensão induzida haveria uma tensão nula nos nós conectados às fontes, sendo este fato incoerente com a operação anterior da rede. Portanto, a solução é realizar a compensação das tensões através de fontes de corrente equivalentes.

Segundo [6], a sobretensão $V(0, t)$, conforme equação (2.66), deve ser inserida através de uma fonte de corrente I_o , dada por:

$$I_o = \frac{2V(0, t)}{Z_0} \quad (3.28)$$

onde o fator 2 deve-se ao fato da corrente se dividir em duas parcelas, que se propagam para extremidades distintas, quando a mesma é inserida em um ponto qualquer da linha.

Para as fontes de compensação das discontinuidades da linha, deve-se modelar uma fonte de corrente para cada um dos três casos apresentados na Subseção 2.4.2, conforme apresentado por [7]. Em uma terminação à direita da linha, a fonte de compensação I_{cD} é dada por:

$$I_{cD} = \frac{[-U(x_t, t) + \Gamma_{end}U(-x_t, t)]}{(Z_L//Z_C)} = \frac{U_{cD}}{(Z_L//Z_C)} \quad (3.29)$$

onde as variáveis seguem de acordo com o apresentado previamente. A compensação à esquerda I_{cE} segue o mesmo princípio, apenas com uma alteração no numerador, de modo que:

$$I_{cE} = \frac{[-U(-x_t, t) + \Gamma_{end}U(x_t, t)]}{(Z_L//Z_C)} = \frac{U_{cE}}{(Z_L//Z_C)} \quad (3.30)$$

O termo de compensação I_{cM} para um ponto intermediário na linha, também apresentado por [7], possui expressão:

$$I_{cM} = \frac{\Gamma_{mid}[U(x, t) + U(-x, t)]}{(Z_L//Z_C//Z_C)} = \frac{U_{cM}}{(Z_L//Z_C//Z_C)} \quad (3.31)$$

Isto forma os elementos básicos para se realizar a modelagem analítica da sobretensão induzida em uma linha de transmissão, permitindo o estudo de alguns casos simples para posterior comparação de resultados com as simulações computacionais, o que é assunto do Capítulo 4.

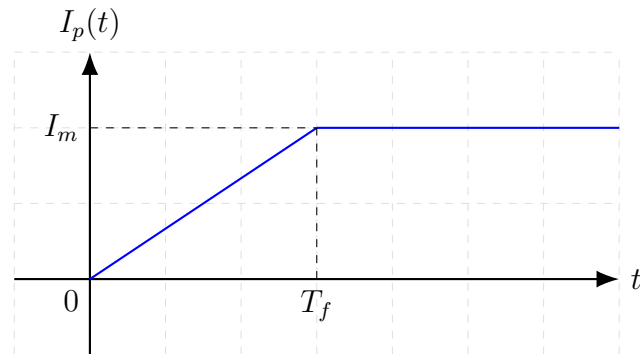
3.4 Análise paramétrica da sobretensão induzida

Antes de analisar o efeito de uma descarga atmosférica e a sobretensão induzida no transitório de uma linha, será realizada uma avaliação qualitativa das variações dos parâmetros contidos na equação (2.66) no que diz respeito ao formato da onda de sobretensão induzida. Dessa forma, será considerado a sobretensão induzida no ponto mais próximo da linha de transmissão ($x = 0$ m) e uma sequência de variações de parâmetros. O pico da corrente de retorno é obtido através de uma evolução em rampa, conforme Figura 3.8. Esse modelo é preferido em relação a um degrau de pico de corrente, pois permite avaliar a influência de T_f [7]. Os dados nominais da descarga atmosférica de análise seguem de [7], permitindo a comparação direta dos resultados obtidos:

- Altura do cabo condutor monofásico: $h = 10$ m;
- Distância mínima entre linha e descarga: $r_0 = 100$ m;
- Valor de pico da corrente de retorno: $I_m = 100$ kA;

- Velocidade de propagação da corrente de retorno: $\nu = 30 \text{ m}/\mu\text{s}$;
- Tempo de frente de onda: $T_f = 2 \mu\text{s}$;
- Comprimento da linha: $l = 2000 \text{ m}$;
- Ponto de observação no meio da linha: $x = 0 \text{ m}$;

Figura 3.8: Forma de onda do pico da corrente de retorno

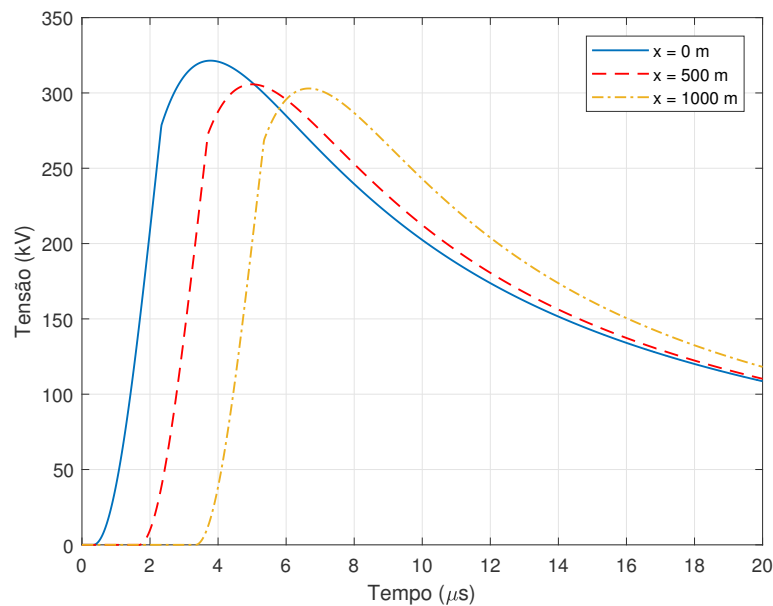


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

3.4.1 Variação do ponto x de observação

A influência do ponto de observação é tomada do meio da linha até uma de suas extremidades. A Figura 3.9 indica o gráfico das sobretensões obtidas para três pontos distintos.

Figura 3.9: Sobretensões induzidas para diferentes pontos de observação



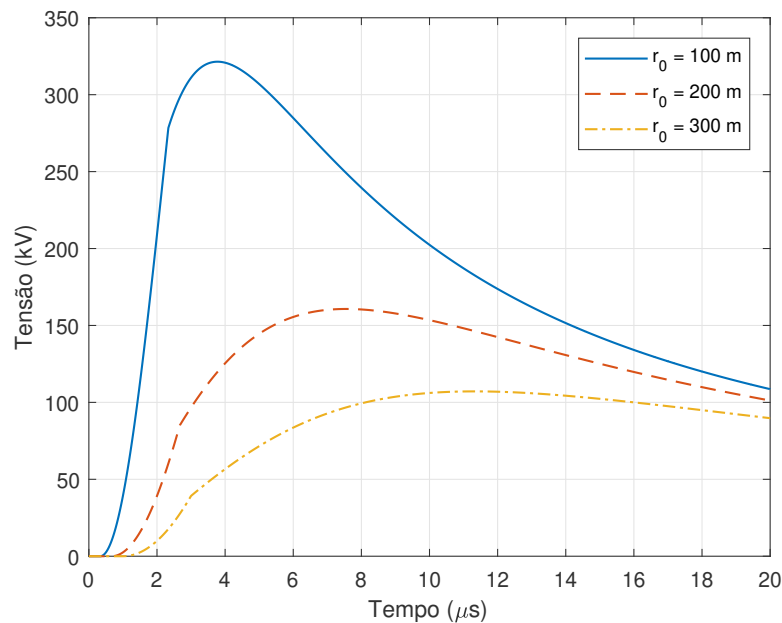
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nota-se o atraso de propagação da onda de sobretensão, bem como a diminuição da amplitude máxima à medida que se distancia do ponto mais próximo entre linha e descarga ($x = 0$ m).

3.4.2 Variação da distância r_0 entre linha e descarga

A Figura 3.10 indica as sobretensões induzidas no meio da linha para três distâncias entre o ponto da descarga e o ponto $x = 0$ m da linha.

Figura 3.10: Sobretensões induzidas para diferentes distâncias de incidência da descarga



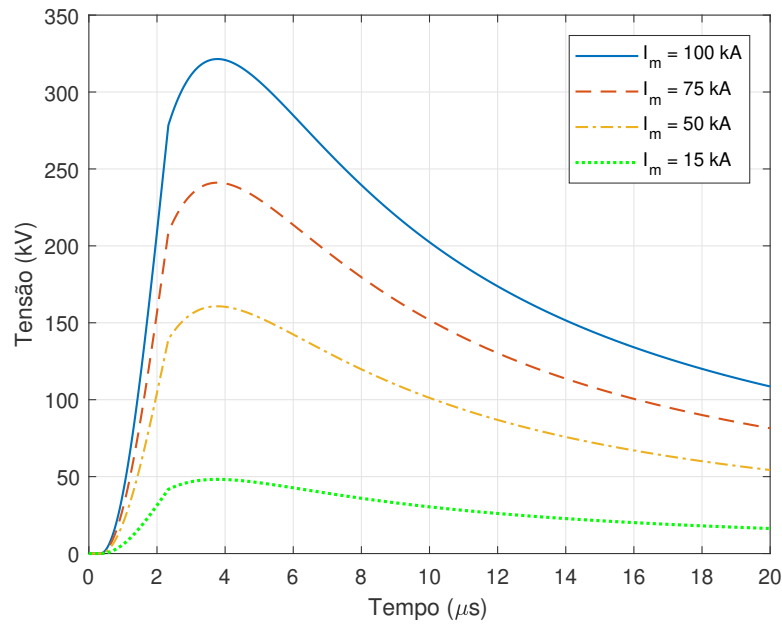
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Percebe-se que os valores máximos da sobretensão diminuem com o aumento da distância, conforme esperado, visto que quanto mais distante a descarga da linha, a mesma percebe o surto de uma maneira menos intensa. Nota-se também que a sobretensão possui uma forma mais abaloada para distâncias maiores.

3.4.3 Variação da corrente de pico I_m

De acordo com a equação (2.66), a sobretensão induzida proposta por Rusck é linearmente dependente do valor I_m da corrente de pico, conforme a Figura 3.11.

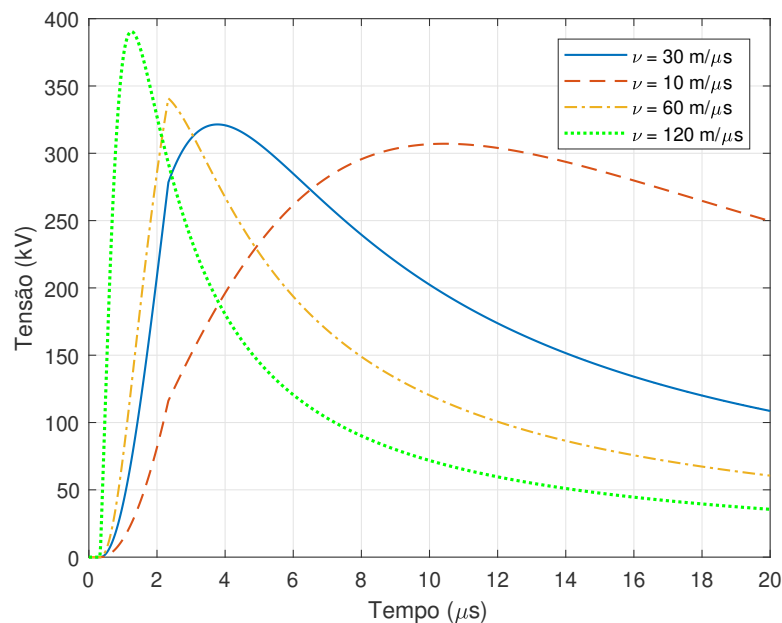
Dessa forma, maiores valores de I_m acarretam um pico maior da sobretensão, segundo a própria expressão obtida para o caso em que $\nu = 120$ m/ μs (equação (2.67)). As curvas de probabilidade apresentadas na Figura 2.10 podem ser utilizadas em conjunto com a Figura 3.11 para se determinar a probabilidade de se exceder uma dada sobretensão de pico.

Figura 3.11: Sobretensões induzidas para diferentes valores de corrente de pico I_m 

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

3.4.4 Variação da velocidade ν da corrente de retorno

A análise da influência da velocidade ν da corrente de retorno não é direta, mas pode ser obtida do entendimento físico do fenômeno com o auxílio da Figura 3.12.

Figura 3.12: Sobretensões induzidas para diferentes velocidades de corrente de retorno ν 

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Percebe-se que à medida que a velocidade da corrente de retorno aumenta, o pico da sobretensão induzida se eleva ao passo que a extinção da sobretensão ocorre mais

rapidamente. Ambos os aspectos são coerentes com o fenômeno físico, pois se a corrente de retorno viaja mais rápido no canal de descargas, sua variação temporal é maior, elevando o pico da sobretensão induzida. Além disso, sua propagação dentro do canal de descarga cessa em um tempo menor, fazendo com que a sobretensão induzida na linha seja extinta em tempos menores para velocidades maiores. Por último, para o caso em que $\nu = 120 \text{ m}/\mu\text{s}$, nota-se que o pico da sobretensão induzida coincide com o valor aproximado, expresso pela equação (2.67).

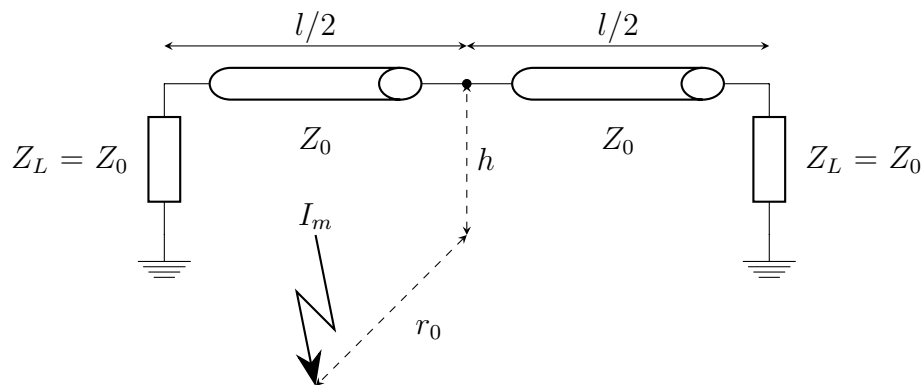
3.5 Estudo de caso

Os estudos de caso para o transitório eletromagnético devido à sobretensão induzida em uma linha de transmissão causada por uma descarga atmosférica consideram os mesmos dados nominais utilizados na seção anterior, exceto pela magnitude do pico da corrente de retorno, que será adotada como 30 kA, o tempo de subida da corrente de retorno, definido como $T_f = 0 \text{ s}$ e o comprimento total da linha, que será de $l = 1000 \text{ m}$. Além disso, os estudos consideram linhas de transmissão sem perdas e os mesmos foram divididos em dois casos: linha de transmissão não alimentada por fonte independente e linha de transmissão alimentada.

3.5.1 Linha de transmissão não alimentada

Para esse caso, o objeto de estudo do transitório é ilustrado na Figura 3.13.

Figura 3.13: Sobretensão induzida em linha de transmissão não alimentada

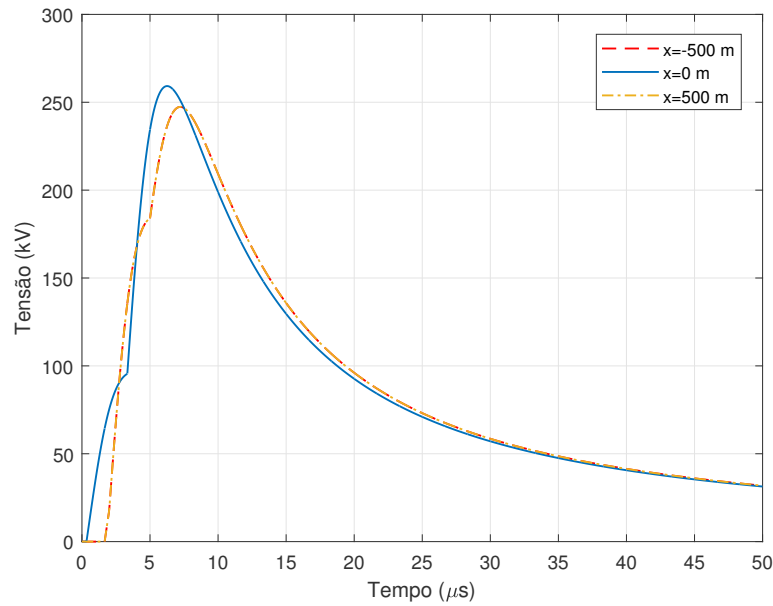


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

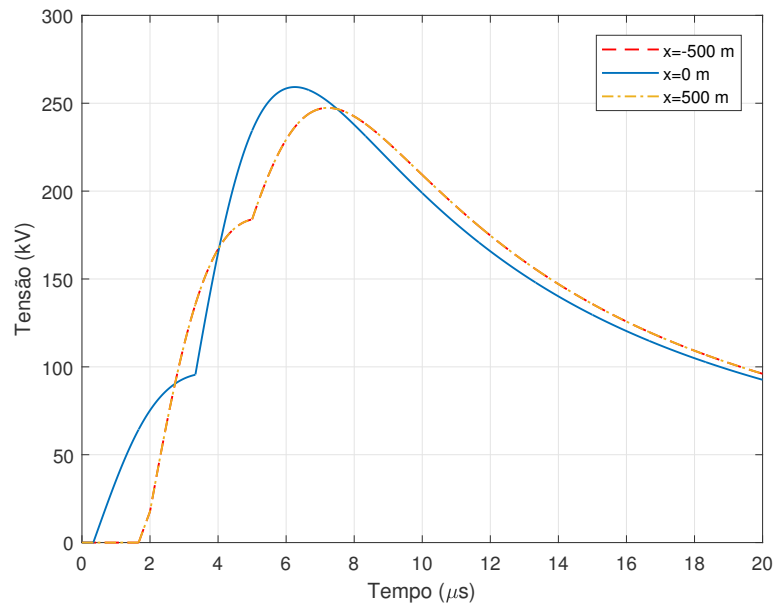
Nota-se que as terminações nas extremidades das linhas são casadas com a mesma, o que indica que não haverá reflexão das ondas que chegarem aos terminais extremos. Devido à metodologia de implementação das equações nodais e o interesse de avaliar a sobretensão no meio da linha, a mesma foi seccionada em dois segmentos idênticos, de comprimento $l/2 = 500 \text{ m}$. Com essa abordagem, poderia se avaliar a sobretensão em qualquer ponto da linha, desde que ocorra essa segmentação no nó de interesse.

Após a simulação transiente, através do algoritmo implementado, obteve-se as Figuras 3.14 e 3.15, que apresentam o transitório da sobretensão induzida na linha, bem como um detalhamento para os primeiros $20 \mu\text{s}$.

Figura 3.14: Transitório da sobretensão induzida - linha não alimentada



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Figura 3.15: Detalhamento da Figura 3.14 - primeiros 20 μs 

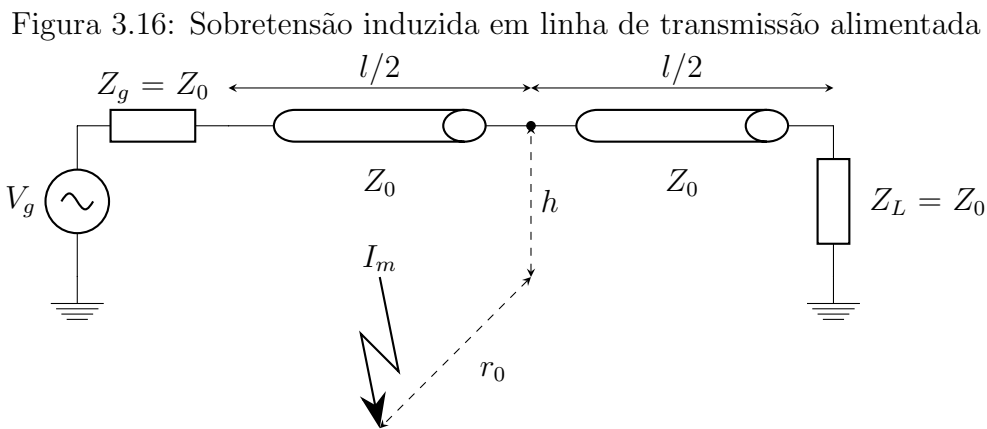
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Percebe-se que um pouco antes dos 4 μs , a curva para $x = 0$ m possui a forma esperada caso se simulasse a mesma individualmente. Isso se deve ao fato de que a sobretensão induzida nas extremidades ocorre em um instante de tempo maior (aproximadamente 1,7 μs), havendo ainda o tempo de propagação das ondas das extremidades até o meio da linha (cerca de 1,67 μs). Portanto nota-se que, no transitório do sistema, as sobretensões

induzidas possuem valores mais elevados, pois existe o fenômeno da superposição das ondas que se deslocam ao longo da linha. Observa-se ainda, que devido às duas extremidades estarem casadas com a linha e possuírem a mesma distância em relação ao local de descarga, as curvas obtidas para $x = -500$ m e $x = 500$ m são idênticas, caracterizando uma simetria para esse caso em particular.

3.5.2 Linha de transmissão alimentada

Para o caso da linha de transmissão alimentada, há uma alteração na topologia do circuito, de modo a considerar uma fonte de tensão independente na entrada da extremidade à esquerda da linha, conforme Figura 3.16.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

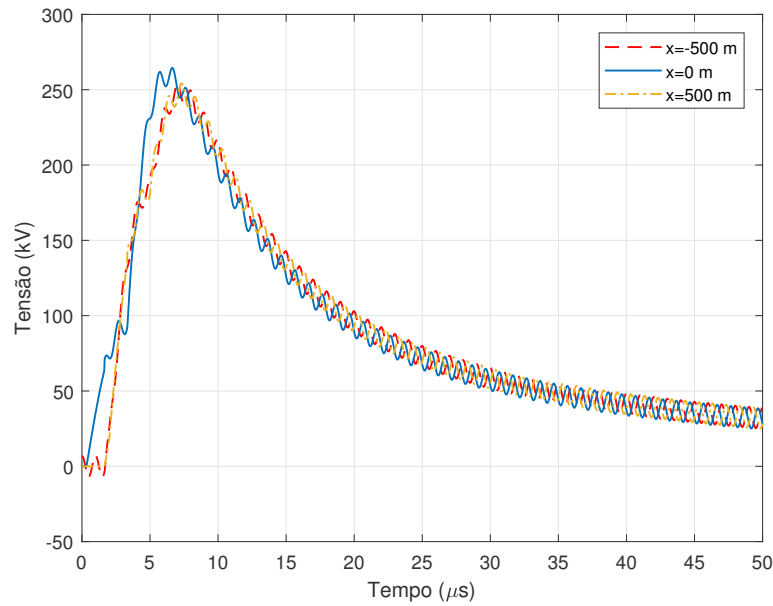
onde V_g é uma fonte senoidal independente, dada por:

$$V_g(t) = 13,8 \cdot \cos(2\pi ft) \quad [\text{kV}] \quad (3.32)$$

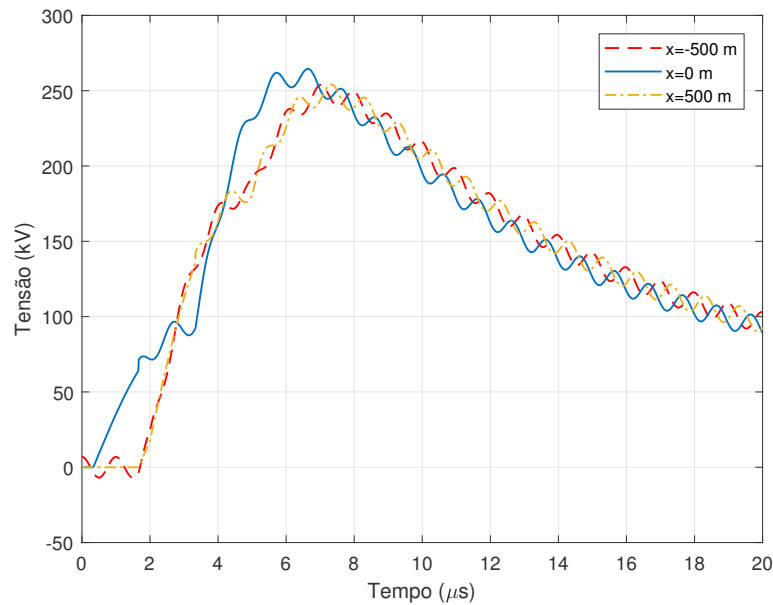
A escolha da frequência f da rede foi tomada de modo que se possibilitasse avaliar oscilações completas da tensão da fonte enquanto a sobretensão da descarga atmosférica estivesse atuando. Dessa forma, embora valores típicos para as frequências da rede elétrica sejam 50 ou 60 Hz, optou-se por utilizar uma frequência que fornecesse um ciclo da senóide a cada $1 \mu\text{s}$, de modo a avaliar os efeitos da sobretensão induzida em conjunto com os efeitos de uma fonte de tensão independente. Portanto, tomou-se $f = 1$ MHz. Ainda que essa faixa de frequência saia do domínio da eletrotécnica, o modelo proposto não perde generalidade.

Após a simulação transiente, obteve-se as Figuras 3.17 e 3.18, que apresentam o transitório da sobretensão induzida ao longo da linha e um detalhamento para os primeiros $20 \mu\text{s}$ de simulação.

Figura 3.17: Transitório da sobretensão induzida - linha alimentada



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Figura 3.18: Detalhamento da Figura 3.17 - primeiros 20 μs 

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Esses resultados são obtidos da superposição da sobretensão induzida pura, do caso anterior, com a senóide da fonte. Dessa forma, os valores máximos das sobretensões não possuem grande diferença, visto que a magnitude da tensão da fonte é significativamente menor do que a magnitude dos picos de tensões induzidas. Pela Figura 3.17, nota-se que é necessária uma janela de tempo consideravelmente longa para que o sistema possa retornar ao seu estado original, embora esteja se analisando as soluções em termos de μs .

A Figura 3.18 indica que, na presença da fonte independente em um dos terminais, as soluções nas extremidades da linha deixam de ser idênticas, ainda que as impedâncias de saída do gerador e de carga possuam o mesmo valor. O terminal de entrada à esquerda da linha é instantaneamente alterado, pois o segmento relativo à fonte independente foi modelado em termos de parâmetros concentrados e a resposta à excitação ocorre assim que a fonte de tensão começa a atuar.

3.6 Conclusão

A aplicação da modelagem analítica através do uso de componentes discretos, bem como a modelagem da sobretensão induzida e das compensações das não idealidades resultou em um modelo analítico robusto capaz de simular o efeito das variações paramétricas na forma de onda da sobretensão induzida e de computar o transitório resultante de uma descarga atmosférica próxima à linha de transmissão.

Os resultados obtidos na seção de análise paramétrica, quando comparados com a referência [7] (de onde se retirou os dados nominais de simulação), indicam um alto grau de fidelidade do modelo proposto frente a um modelo proposto por outra obra, considerando que as curvas obtidas possuíram comportamento semelhante, principalmente nos instantes iniciais de simulação, ocorrendo diferença de valores apenas na porção da cauda dos gráficos. Dessa forma, tem-se uma maior confiabilidade no algoritmo desenvolvido.

Esses resultados, em conjunto com as respostas transientes obtidas, serão comparados aos resultados obtidos através da modelagem equivalente realizada com o auxílio de um aplicativo computacional, conforme apresentado no Capítulo 4.

Capítulo 4

Simulação Computacional - PSCAD

Embora a modelagem analítica apresentada pelo Capítulo 3 possa ser aplicada para diversas simulações acerca dos transitórios ocasionados pelas sobretensões induzidas em linhas de transmissão devido a uma descarga atmosférica, o processo de implementação das equações nodais e desenvolvimento de algoritmo de resolução se torna oneroso à medida que se aumenta o número de nós do sistemas, bem como a complexidade do mesmo, por exemplo com a inserção de elementos não-lineares e chaves. A alternativa mais adequada para simulações transientes de sistemas com maiores dimensões é a utilização de um aplicativo computacional dedicado às soluções transitórias na área de SEP.

No que diz respeito aos aplicativos computacionais para simulações transientes, o ATP/EMTP e o PSCAD são os dois pacotes mais utilizados pela comunidade acadêmica e industrial atualmente. Devido à facilidade de acesso e utilização, o presente trabalho faz uso do PSCAD para aplicar os conceitos vistos nos capítulos anteriores de modo a modelar um sistemas equivalente ao proposto pela simulação analítica e permitir a validação do modelo elaborado ou mesmo correções do modelo inicial, permitindo uma maior fidelidade entre os resultados obtidos pela modelagem analítica proposta e os resultados obtidos por um aplicativo computacional comercial.

Este capítulo apresenta um breve histórico da ferramenta PSCAD, bem como de suas potencialidades práticas. Além disso, é descrita a modelagem equivalente aos modelos analíticos do Capítulo 3, são apresentados os resultados obtidos pelo aplicativo computacional, além da comparação entre as respostas de ambos os modelos.

4.1 Histórico do PSCAD

Em 1981 foi fundado uma empresa de pesquisa sem fins lucrativos que viria a se tornar a *Manitoba HVDC Research Centre*, voltada para o desenvolvimento de um aplicativo computacional dedicado aos estudos de transitórios eletromagnéticos, denominado PSCAD (*Power Systems Computer-Aided Design*)/EMTDC (*Electromagnetic Transients including DC*). A necessidade de uma ferramenta de simulação flexível e robusta para estudos dos sistema de potência de alta tensão em corrente contínua no rio Nelson, em Manitoba (Canadá), levou Dennis Woodford a desenvolver a ferramenta. A partir de 1983, o conjunto computacional começou a ser aplicado comercialmente e em 1993 já distribuía sua segunda versão (v.2), também disponível para sistemas operacionais Unix.

Em 1999, lançou-se a versão v.3 da ferramenta, que já era um dos principais aplicativos de simulação escolhido por profissionais da área. No ano seguinte, o centro de pesquisa se tornou uma subsidiária da Manitoba Hydro, concessionária de energia elétrica e gás natural da província canadense. Já em 2003, foi lançada a quarta versão do PSCAD e ao final da década, em 2009, o centro se torna uma divisão da Manitoba Hydro International Ltd., consolidando a ferramenta em cerca de 80 países, com mais de 35.000 usuários [24].

Atualmente, esta ferramenta computacional conta com um suporte online, contendo diversos treinamentos e seminários apresentados, de modo a disseminar as suas potencialidades e auxiliar a sua utilização através de um extenso manual, disponível gratuitamente [25]. Entre as possibilidades de estudo, a ferramenta se destaca nos seguintes tópicos:

- Estudos de coordenação de isolamento e transitórios em corrente alternada, incluindo sobretensão transitória, tensão transitória de recuperação, descargas atmosféricas e transitórios muito rápidos.
- Estudos de interconexão de sistemas de alta tensão em corrente contínua (convencionais e também baseados em conversor de fonte de tensão).
- Integração e projeto de sistemas de energia eólica e suporte em falhas, desempenho do controle e da proteção, problemas de ressonância subsíncrona.

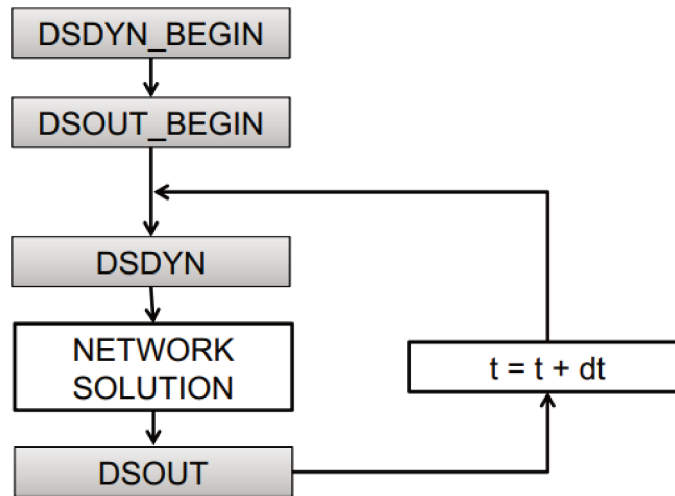
Recentemente, uma versão gratuita do aplicativo foi disponibilizada, expandindo o número de usuários, pois a mesma contém a grande maioria das funcionalidades originais da ferramenta comercial, sendo apenas limitada em tamanho para os sistemas de estudo. Do ponto de vista deste trabalho, a versão gratuita cobre todas as necessidades de simulação, tendo sido adotada nas seções seguintes.

4.2 Modelo de simulação

A representação do modelo de sobretensão induzida proposto por Rusck pode ser implementada no PSCAD desde que se consiga inserir a equação (2.64) na estrutura de cálculo da ferramenta. Embora o PSCAD possua uma quantidade expressiva de componentes já definidos para uso direto, algumas estruturas adicionais devem ser modeladas por se tratarem de casos mais específicos e não tanto usuais, como o deste trabalho.

O PSCAD permite que modelos customizados possam ser criados pelo usuário através de “scripts” escritos em Fortran 77 ou 90. No entanto, a interação dos modelos personalizados com o aplicativo computacional deve respeitar a estrutura de execução original do PSCAD, sintetizada na Figura 4.1 [26].

Figura 4.1: Estrutura simplificada do PSCAD



Fonte: R. Jayasinghe [27]

Dessa forma, as rotinas *DSDYN_BEGIN* e *DSDOUT_BEGIN* são executadas apenas uma vez, antes do laço de iteração temporal. Ambas as rotinas são utilizadas para definir constantes, parâmetros de simulação globais e chamar subrotinas internas específicas do PSCAD. Por outro lado, as rotinas *DSDYN* e *DSDOUT* são preferencialmente escolhidas na construção de modelos customizados por serem executadas em cada passo de tempo, como por exemplo as fontes de sobretensões induzidas, variáveis no tempo.

Devido ao fato da mesma ser executada antes da solução da rede elétrica, optou-se por confeccionar os modelos customizados das sobretensões induzidas e fontes de compensação dentro da rotina *DSDYN*. Mais detalhes a respeito da construção e edição de modelos definidos pelo usuário se encontram no Anexo B.

4.3 Resultados I - análise paramétrica

Em um primeiro momento, realizou-se a mesma análise paramétrica do Capítulo 3, de modo a validar o componente confeccionado, permitindo que se prossiga para o estudo de caso equivalente. Desde que as curvas obtidas sejam semelhantes, o algoritmo desenvolvido pode ser considerado satisfatório.

4.3.1 Variação do ponto x de observação

A Figura 4.2, obtida através da simulação realizada no PSCAD, ilustra o mesmo comportamento indicado na Figura 3.9. À medida que a distância em relação ao ponto mais próximo entre linha e descarga atmosférica aumenta, a magnitude da sobretensão induzida diminui e começa a ser percebida em um instante de tempo maior.

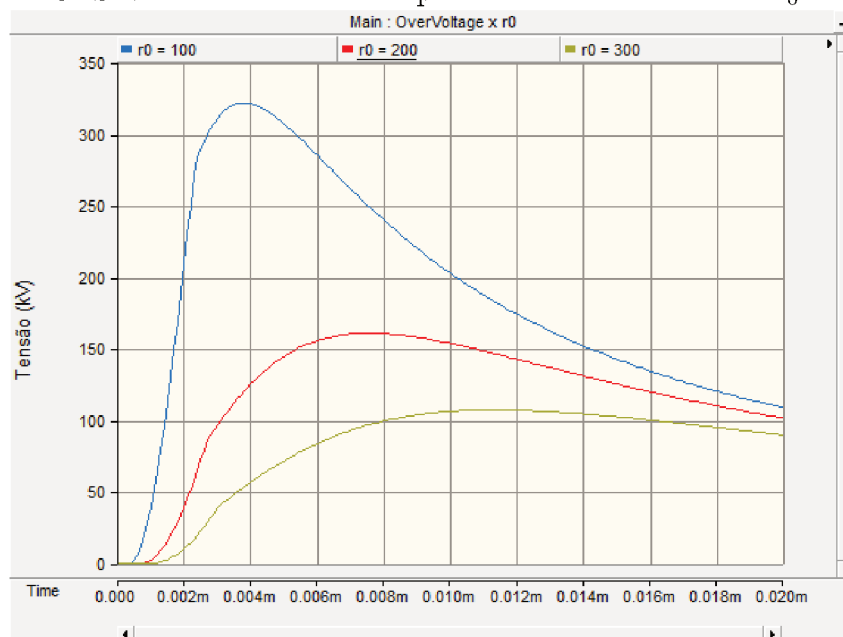
Figura 4.2: Sobretensões induzidas para diferentes pontos de observação - PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

4.3.2 Variação da distância r_0 entre linha e descarga

Para variações da distância horizontal r_0 entre o ponto de incidência da descarga e a linha de transmissão, a Figura 4.3 apresenta os resultados obtidos através da interface do aplicativo computacional.

Figura 4.3: Sobretensões induzidas para diferentes distâncias r_0 - PSCAD

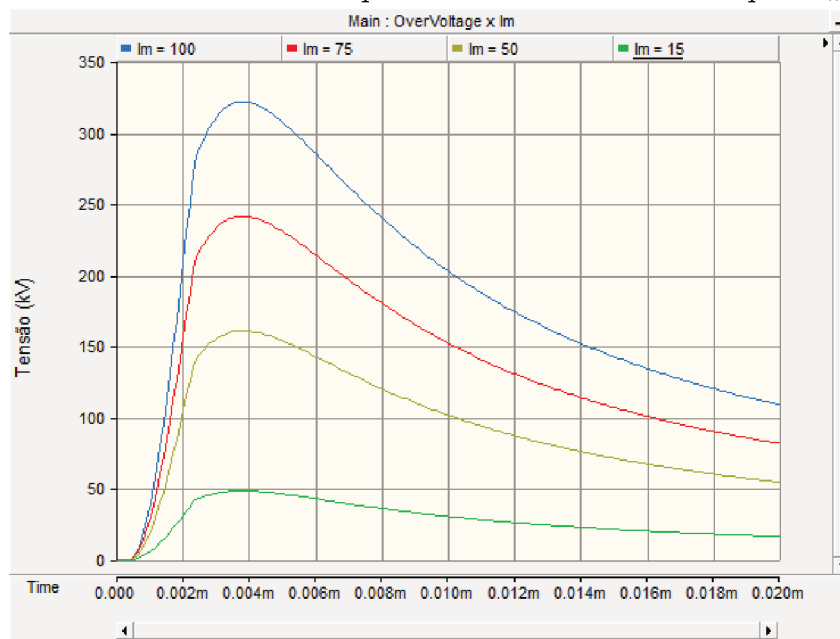
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Assim como o resultado obtido pelo modelo analítico, maiores distâncias entre linha e descarga atmosférica acarretam em menores magnitudes para as sobretensões induzidas na linha de transmissão.

4.3.3 Variação da corrente de pico I_m

A dependência linear da sobretensão induzida com o valor de pico da corrente de retorno é novamente notada, conforme Figura 4.4.

Figura 4.4: Sobretensões induzidas para diferentes correntes de pico I_m - PSCAD

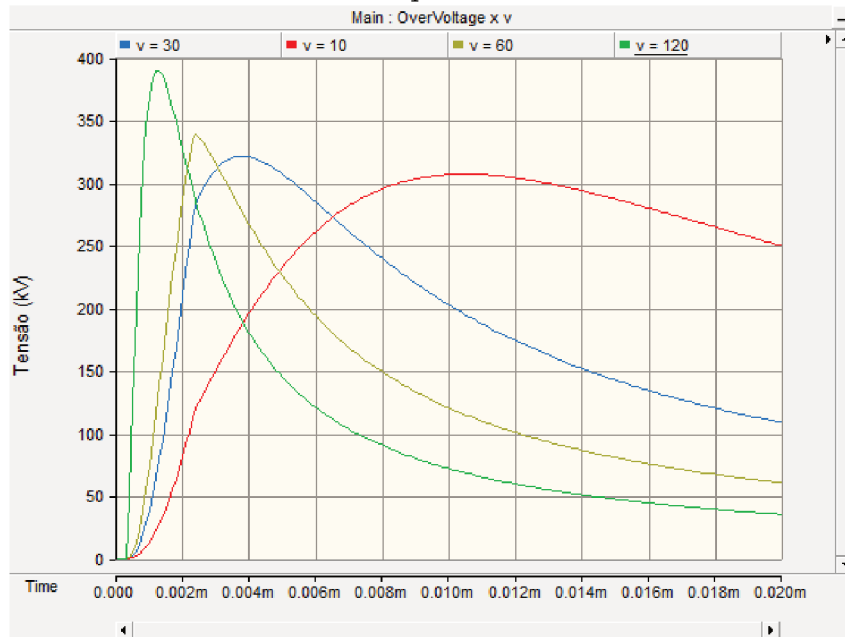


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As formas de onda são idênticas às obtidas na Figura 3.11, através do modelo analítico implementado.

4.3.4 Variação da velocidade ν da corrente de retorno

A última variação paramétrica avaliada é ilustrada pela Figura 4.5, apresentando comportamento idêntico ao da Figura 3.12.

Figura 4.5: Sobretensões induzidas para diferentes velocidades ν - PSCAD

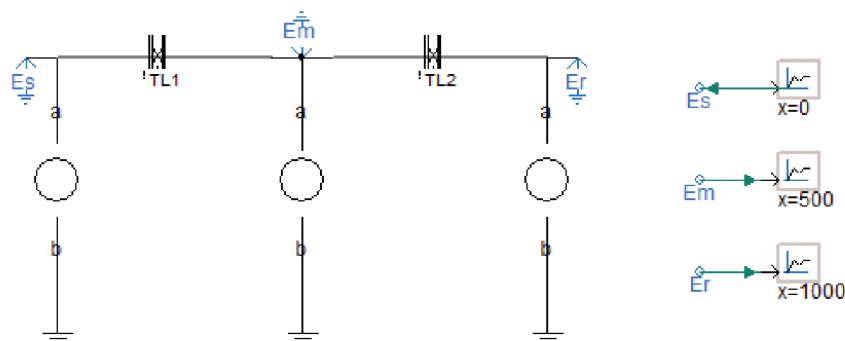
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Semelhante aos resultados obtidos pelo modelo analítico, a influência da velocidade ν da corrente de retorno se mostra na forma de um atraso generalizado da propagação da sobretensão induzida, bem como na diminuição do valor máximo da mesma para velocidades ν mais baixas.

4.4 Resultados II - estudo de caso

Após a validação do modelo implementado, realizou-se os estudos de caso, semelhantes ao do Capítulo 3. A Figura 4.6 ilustra a modelagem realizada através da interface do PSCAD.

Figura 4.6: Interface elaborada no PSCAD para estudos de caso



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nota-se que a inserção das impedâncias nas extremidades não estão visíveis no modelo,

pois as mesmas são inseridas em conjunto com as fontes de compensação. Dessa forma, o modelo customizado é responsável pela inserção das impedâncias nas extremidades, bem como pelo cálculo e injeção das correntes de compensação. A fonte inserida na extremidade à esquerda oferece a opção de considerar uma fonte de alimentação, de modo que não é necessário desenvolver outro modelo para o caso da linha com excitação, apenas deve-se modificar o parâmetro correspondente.

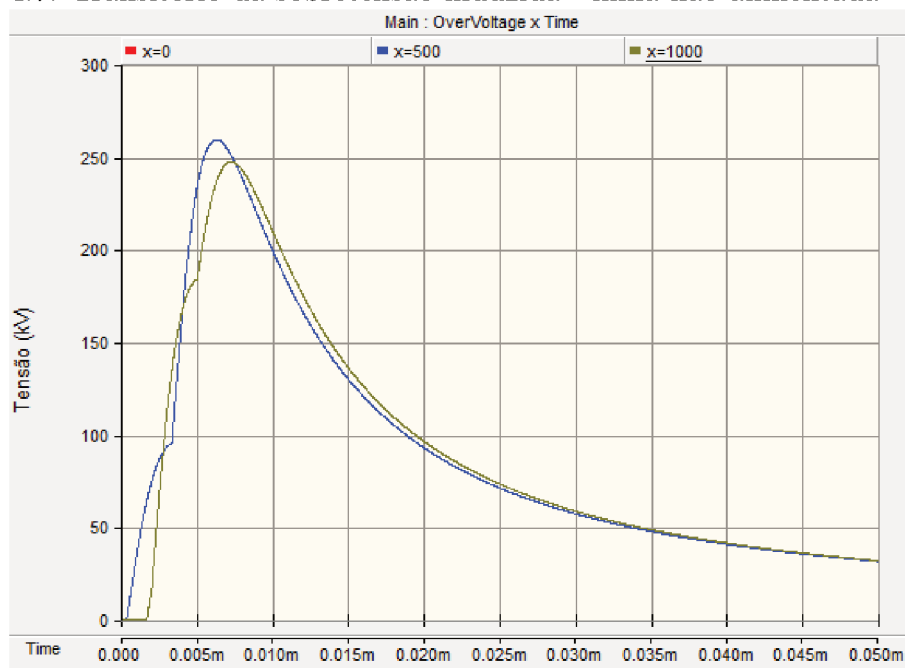
Os estudos de caso realizados são divididos conforme realizado na modelagem analítica do Capítulo 3: linha de transmissão não alimentada por fonte de tensão independente e linha de transmissão excitada.

4.4.1 Linha de transmissão não alimentada

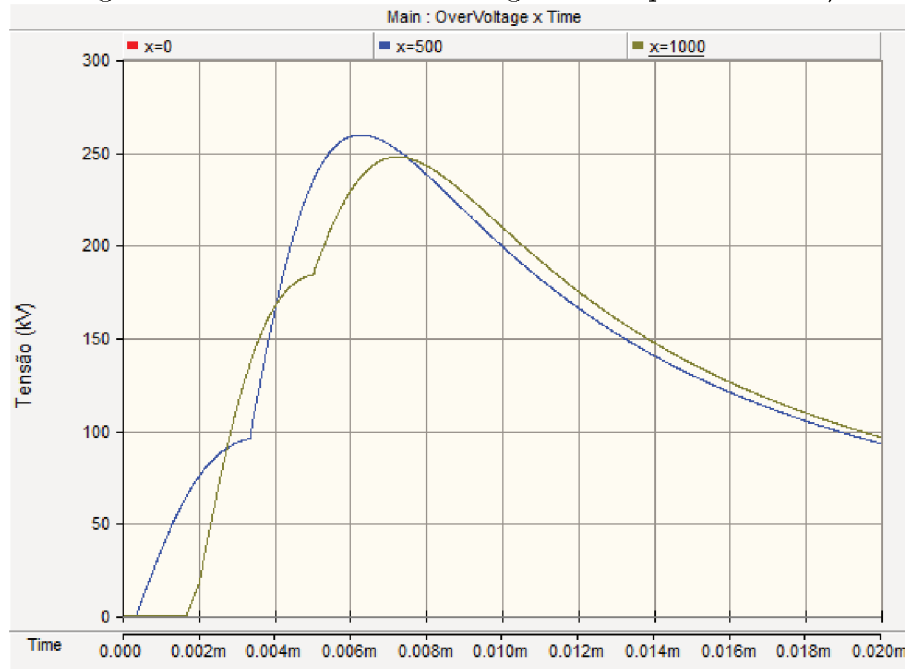
A Figura 3.13 também é usada para representar este caso, devendo-se configurar essa situação no PSCAD através das escolhas adequadas dos parâmetros das fontes de compensação customizadas. O modelo elaborado considera dois segmentos de linhas de transmissão de 500 m, de modo a se obter a tensão transitória no ponto médio da linha.

As Figuras 4.7 e 4.8 apresentam os resultados obtidos para a sobretensão induzida na linha e um detalhe para os primeiros 20 μ s, após a simulação realizada no PSCAD.

Figura 4.7: Transitório da sobretensão induzida - linha não alimentada - PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Figura 4.8: Detalhamento da Figura 4.7 - primeiros 20 μs 

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

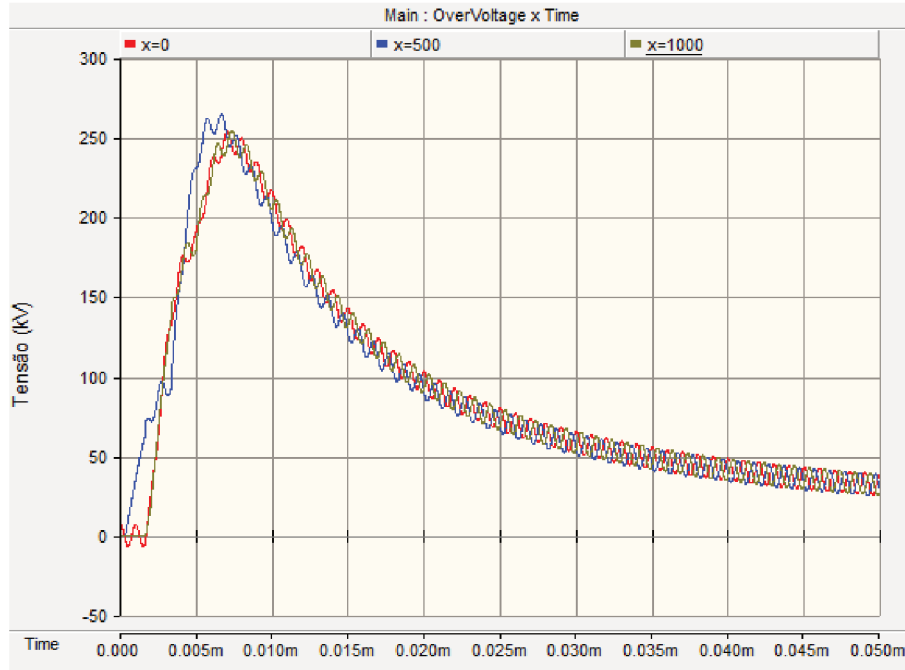
Através de uma comparação direta com as Figuras 3.14 e 3.15, conclui-se que os resultados obtidos por ambas as técnicas são equivalentes e, portanto, o modelo elaborado através do PSCAD é coerente com a modelagem analítica proposta.

4.4.2 Linha de transmissão alimentada

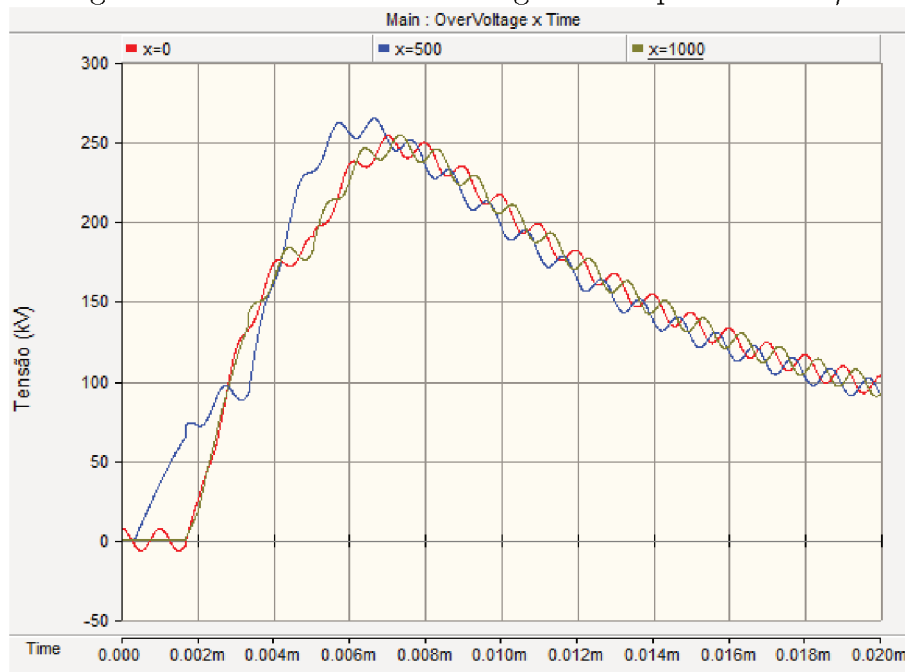
Neste caso, a alimentação da linha é realizada conforme a Figura 3.16. A fonte de tensão indicada na equação (3.32) é habilitada na solução através de um parâmetro contido no modelo personalizado. Novamente, utiliza-se uma frequência de $f = 1$ MHz e injeta-se no nó a corrente equivalente ao valor da fonte, conforme comentado no capítulo 3.

As Figuras 4.9 e 4.10 apresentam os resultados obtidos após simulação com o PSCAD para o transitório eletromagnético da linha de transmissão alimentada e a sobretensão induzida pela descarga atmosférica, bem como um detalhamento da solução nos primeiros 20 μs .

Figura 4.9: Transitório da sobretensão induzida - linha alimentada - PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Figura 4.10: Detalhamento da Figura 4.9 - primeiros 20 μ s

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As curvas obtidas comparadas com as Figuras 3.17 e 3.18 indicam que os resultados são semelhantes, validando o modelo analítico proposto em relação ao modelo elaborado com o PSCAD.

4.5 Conclusão

O uso de aplicativos computacionais no auxílio das simulações transientes provou ser uma ferramenta importante, visto que foi possível obter resultados equivalentes aos do modelo analítico, porém exibindo uma grande facilidade do ponto de vista da modelagem do circuito e das linhas de transmissão.

Além disso, devido ao extenso uso e aprimoramento dessas ferramentas computacionais, casos mais elaborados, levando em conta por exemplo as não linearidades, podem ser facilmente desenvolvidos e simulados, aumentando a gama de possibilidades para estudos e análises.

A possibilidade de confecção de modelos customizados, através de rotinas computacionais, abrange também casos específicos, onde o usuário necessita de um componente e conhece seu comportamento o suficiente para transcrevê-lo em um código. Dessa forma, o PSCAD se mostrou como um ótimo recurso para construção de modelos e para comparação dos resultados encontrados via modelagem analítica, devido ao seu potencial e considerável facilidade de aprendizado.

Capítulo 5

Considerações Finais e Propostas de Trabalhos Futuros

Este trabalho apresenta a fundamentação teórica que descreve o fenômeno da propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão presentes em Sistemas Elétricos de Potência. Como um dos principais elementos causadores de desligamentos na rede elétrica e danos nos componentes do sistema elétrico, a descarga atmosférica foi analisada sobre o ponto de vista de sua formação e caracterização. Seguindo a proposta de Sune Rusck [5], um modelo de sobretensão induzida foi apresentado, bem como correções para as não idealidades contidas nas linhas de transmissão reais.

Foi proposto um modelo analítico, baseado na caracterização dos elementos de circuito através de componentes discretos, de modo que estudos transitórios pudessem ser realizados através de um computador digital. Com o auxílio deste modelo, pode-se avaliar como certos parâmetros do modelo proposto por Rusck alteram principalmente a magnitude e a forma de onda da sobretensão induzida na linha de transmissão. Dois estudos de caso foram elaborados e simulados para avaliar o comportamento transitório da sobretensão sobre uma linha em operação.

Os resultados obtidos pelo modelo analítico foram comparados com aqueles obtidos através de um modelo elaborado com o auxílio do aplicativo computacional comercial PSCAD. Dessa forma, apresentou-se as facilidades existentes nesta ferramenta e os seus mecanismos de funcionamento para que se fosse possível inserir um modelo customizado dentro das rotinas originais do aplicativo. A comparação das respostas obtidas concluíram que ambas as técnicas são equivalentes para os estudos propostos, considerando o modelo de sobretensão induzida de Rusck.

Portanto, este trabalho cumpriu os objetivos propostos e apresentou os resultados pertinentes, bem como as técnicas necessárias para que estudos semelhantes ou mais aprofundados possam ser conduzidos.

5.1 Sugestão para futuros trabalhos

Conforme apresentado neste trabalho, o estudo de transitórios eletromagnéticos, em particular sobre linhas de transmissão, não possui uma metodologia única e de comum acordo na comunidade científica específica. Embora este trabalho apresente uma funda-

mentação sólida sobre o fenômeno e discorre sobre um modelo de sobretensão induzida em particular, incentiva-se que estudos sejam realizados sobre outros modelos de sobretensão e outras técnicas de simulação. Nesse sentido, sugere-se que futuros trabalhos possam ser conduzidos sobre os seguintes aspectos:

- Implementação dos transitórios eletromagnéticos de uma sobretensão induzida em uma linha de transmissão por uma descarga atmosférica através do conjunto de aplicativos computacionais ATP/EMTP [6].
- O estudo de transitórios eletromagnéticos em modelos de sistemas elétricos que incluem torres de transmissão em conjunto com linhas de transmissão [6, 28].
- A sobretensão induzida através do modelo de acoplamento de Agrawal [10, 11, 12].
- Estudo dos transitórios eletromagnéticos para sobretensões induzidas em linhas de transmissão polifásicas, em especial, as trifásicas [2, 6, 7].

Referências Bibliográficas

- [1] J. D. Glover, T. Overbye, M. S. Sarma, Power System Analysis and Design, 6th Edition, Cengage Learning, 2017.
- [2] L. C. Zanetta Júnior, Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência, Editora da Universidade de São Paulo, 2003.
- [3] D. E. Hedman, Teoria das Linhas de Transmissão - I, Imprensa Universitária da Universidade Federal de Santa Maria, 1979.
- [4] A. Ametani, Y. Baba, N. Nagaoka, T. Ohno, Power system transients : theory and applications, CRC Press, 2013.
- [5] S. Rusck, Induced Lighting Over-Voltages on Power Transmission Lines with Special Reference to the Over-Voltage Protection of Low Voltage Networks, Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology, Stockolm (1957).
- [6] P. C. A. Mota, Um Estudo Sobre Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas em Linhas de Transmissão, Master's thesis, UFU (2011).
- [7] S. de Castro Assis, Cálculo de Tensão Induzida por Descargas Atmosféricas em Linhas Aéreas Polifásicas e Multiaterradas : Implementação no PSCAD®/EMTDCTM, Ph.D. thesis, Universidade Federal de Minas Gerais (2007).
- [8] J. O. S. Paulino, A. E. A. de Araujo, G. C. de Miranda, Lightning induced voltage calculation in lossy transmission lines, IEEE Transactions on Magnetics 34 (5) (1998) 2807–2810.
- [9] T. Pham, N. Pham, T. V. Tran, Emtp simulation of induced overvoltage in low voltage system, in: 2010 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, IEEE, 2010.
- [10] A. Agrawal, H. Price, S. Gurbaxani, Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field, in: Antennas and Propagation Society International Symposium, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1980.
- [11] P. Durai Kannu, M. J. Thomas, Computation of Lightning Induced Overvoltage on Overhead Power Line, 11th International Symposium on High-Voltage Engineering (ISH 99) 1 (1999) 315–318.

- [12] F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Ianoz, C. Mazzetti, Comparison of Two Coupling Models for Lightning-Induced Overvoltage Calculations, *IEEE Transactions on Power Delivery* 10 (1) (1995) 330–339.
- [13] H. Dommel, Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single-and Multiphase Networks, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* {PAS}-88 (4) (1969) 388–399.
- [14] E. Haginomori, T. Koshiduka, J. Arai, H. Ikeda, *Power System Transient Analysis - Theory and Practice using Simulation Programs (ATP-EMTP)*, John Wiley & Sons Inc, 2016.
- [15] L. Wedepohl, Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 110 (12) (1963) 2200.
- [16] H. W. Dommel, W. S. Meyer, Computation of electromagnetic transients, *Proceedings of the IEEE* 62 (7) (1974) 983–993.
- [17] G. Kindermann, *Descargas Atmosféricas*, Sagra : DC Luzzatto, 1992.
- [18] D. E. Hedman, *Teoria das Linhas de Transmissão - II*, Imprensa Universitária da Universidade Federal de Santa Maria, 1978.
- [19] W. Jia, Z. Xiaoqing, Double-Exponential Expression of Lightning Current Waveforms, in: *The 2006 4th Asia-Pacific Conference on Environmental Electromagnetics*, IEEE, 2006.
- [20] I. J. da Silva Lopes, *Estudo do Comportamento de um Condutor Multi-aterrado frente a Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas*, Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais (1990).
- [21] T. A. S. de Oliveira, *Cálculo de Tensão Induzida por Descarga Atmosférica em Linhas Aéreas de Energia e Cabos Telefônicos: Uma Abordagem pela Teoria de Circuitos.*, Ph.D. thesis (2001).
- [22] IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Transmission Lines (1997).
- [23] IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines (2001).
- [24] Manitoba HVDC - Research Centre, *History of PSCAD* (2011).
- [25] Manitoba HVDC - Research Centre, *USER'S GUIDE - on the use of PSCAD*, 4th Edition (2018).
- [26] Manitoba HVDC - Research Centre, *USER'S GUIDE - a comprehensive resource for EMTDC*, 4th Edition (2010).
- [27] R. Jayasinghe, *Custom Model Development*, Manitoba HVDC - Research Centre (Apr. 2017).

- [28] P. C. A. Mota, Determinação e modelagem da impedância de surto de torres de linhas de transmissão e seus efeitos no estudo de sobretensões atmosféricas, Ph.D. thesis, UFU (2017).
- [29] J. de Silva, L. Kothalawala, Modelling Cables and Transmission Lines with PS-CAD/EMTDC, Manitoba HVDC - Research Centre (Nov. 2016).

Anexo A

Modelagem Linha de Transmissão - PSCAD

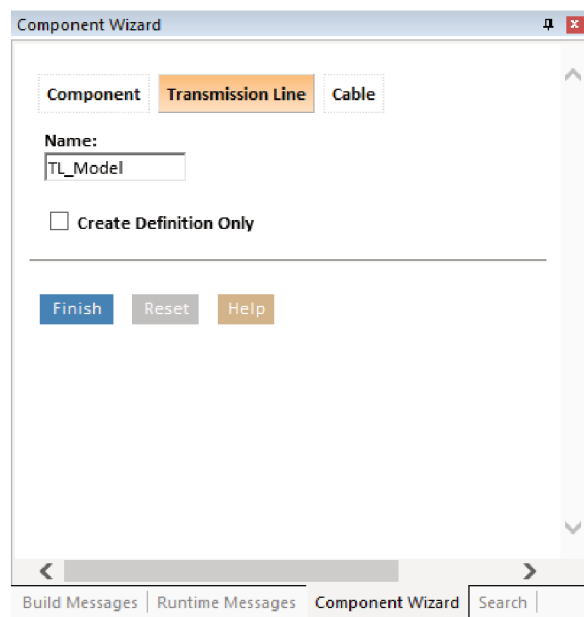
O PSCAD proporciona uma interface completa para modelagens distintas de linhas de transmissão, de acordo com o objeto de estudo. A referência [29] indica que nesta ferramenta existem dois modelos principais: parâmetros concentrados (modelo π) e parâmetros distribuídos. Este último baseia-se nas propriedades da propagação de ondas e possui três tipos distintos de caracterização:

- Bergeron (modelo em frequência única)
- Dependente da frequência (domínio modal)
- Dependente da frequência (domínio de fase)

Visando a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo analítico, optou-se pelo método de Bergeron, recomendação realizada também por [29], para estudos de descargas atmosféricas.

Na janela de um novo caso no PSCAD, encontra-se o *Component Wizard*, uma interface que permite inserir rapidamente modelos customizados e linhas de transmissão, conforme Figura A.1.

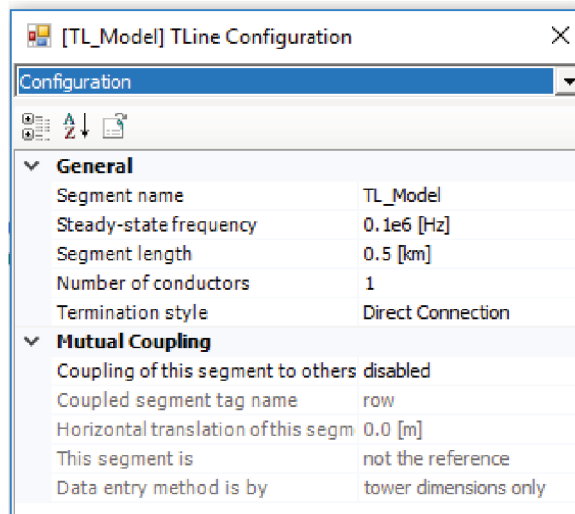
Figura A.1: *Component Wizard* na janela de trabalho do PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Definindo o nome para o modelo da linha de transmissão, pode-se inserir o modelo da linha no plano de trabalho. Uma vez inserida, a linha deve ser configurada com suas principais propriedades, como comprimento, número de condutores, frequência de operação e formato de terminação. Para tal, deve-se clicar o botão direito na linha adicionada e escolher *Edit Parameters*. Uma janela surge, conforme a Figura A.2.

Figura A.2: Edição dos parâmetros da linha de transmissão no PSCAD

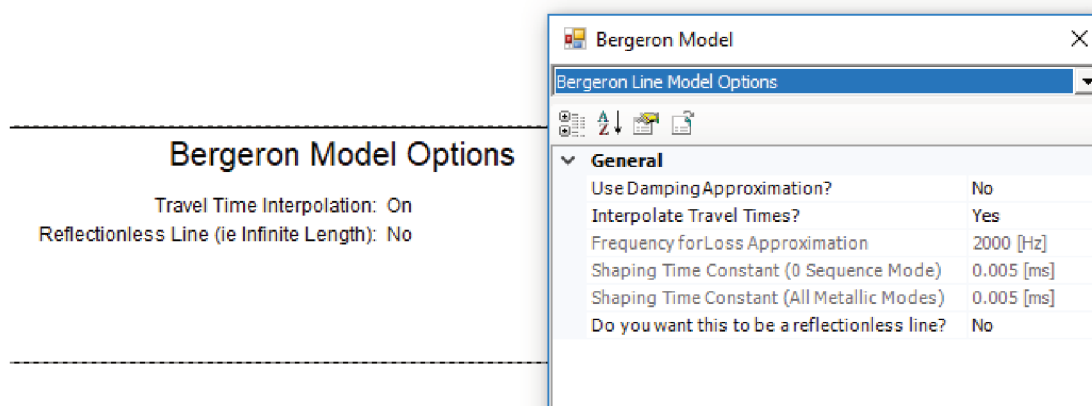


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

onde os dados indicados correspondem ao modelo equivalente modelado no PSCAD para este trabalho. Após esse procedimento, deve-se novamente clicar o botão direito na linha e selecionar *Edit Definition*. Um novo plano de trabalho surge, onde deve-se adicionar as configurações do modelo a ser utilizado, e os parâmetros Y e Z, suficientes nesse caso devido à simplicidade da modelagem da linha.

No plano de trabalho criado, clicando o botão direito em qualquer região, abre-se uma janela com a opção *Select Transmission Model*. Escolhendo a opção de Bergeron, uma caixa surge com o modelo escolhido, sendo possível sua edição através de um clique duplo na mesma. A caixa com o modelo de Bergeron e a janela de parâmetros estão indicadas na Figura A.3.

Figura A.3: Edição dos parâmetros do modelo de Bergeron no PSCAD

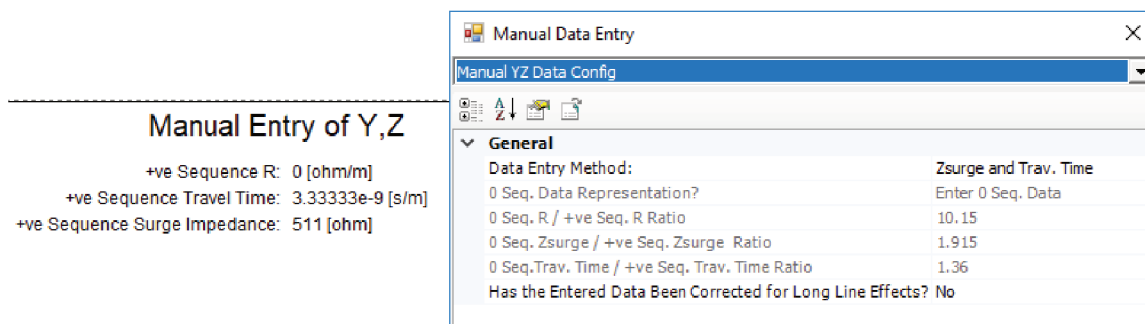


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

onde novamente as opções escolhidas correspondem ao modelo equivalente proposto na ferramenta.

Por fim, deve-se configurar os parâmetros Z e Y da linha, bem como o tempo de propagação das ondas eletromagnéticas através da mesma. Clicando o botão direito na região de definição da linha, deve-se escolher a opção *Add Tower Cross-Section* e escolher a modalidade *10. Line/Cable Constants Manual Data Entry*. Um bloco é inserido na janela de configuração da linha, e clicando duas vezes na mesma deve-se ajustar o número de condutores para 1 e definir a entrada de dados como *Zsurge and Trav. Time*, na seção *Manual YZ Data Config*, conforme Figura A.4.

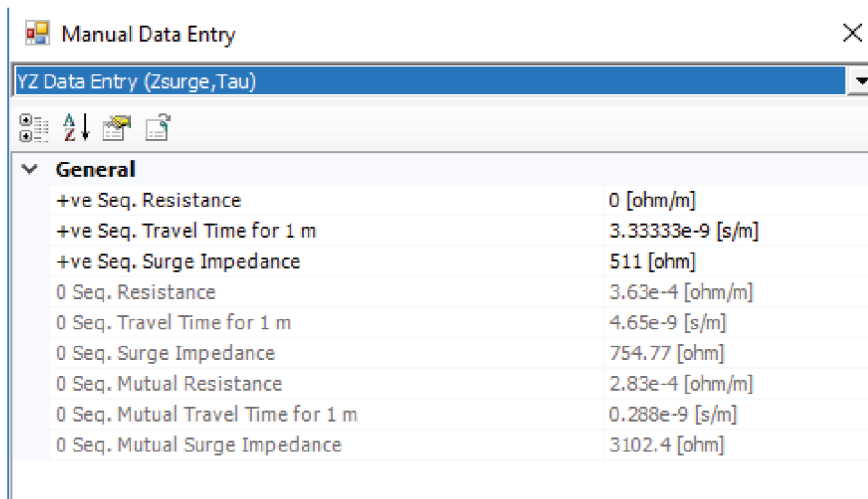
Figura A.4: Edição dos parâmetros YZ da linha - PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A impedância de surto e o tempo de propagação das ondas eletromagnéticas são definidos na seção *YZ Data Entry (Zsurge, Tau)*, de acordo com a Figura A.5, que contém os valores ajustados para o modelo equivalente proposto.

Figura A.5: Valores de Zsurge e Tau para a linha - PSCAD



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Com o modelo finalizado, pode se replicar a linha na área de trabalho principal do PSCAD, conforme a necessidade do estudo, mantendo as configurações estabelecidas conforme os passos indicados. Outras linhas, com características distintas, devem ser primeiramente definidas para então serem utilizadas no trabalho.

Anexo B

Criação Modelo Customizado - PSCAD

A criação de um modelo personalizado através da interface do PSCAD se inicia também com a janela de *Component Wizard*, devendo-se escolher a aba de *Component* nessa etapa. Define-se o nome do componente, a quantidade de portas que o mesmo possui e a direção das mesmas (esquerda, direita, embaixo ou em cima). Após a inserção das portas, deve-se determinar o tipo de sinal que será tratado em cada uma delas, conforme indicado na Figura B.1.

Figura B.1: Definição de portas para componente - PSCAD

Component Wizard

Name: Module
 Create Definition Only

Title:

Enter the number of ports to add to each side when Add Ports is clicked.

Left: Top: Right: Bottom:

Top Ports

Port Name	Dim	Port Type	Node/Data Type
n1_top	1	Electrical	Fixed

Bottom Ports

Port Name	Dim	Port Type	Node/Data Type
n1_bottom	1	Electrical	Fixed

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

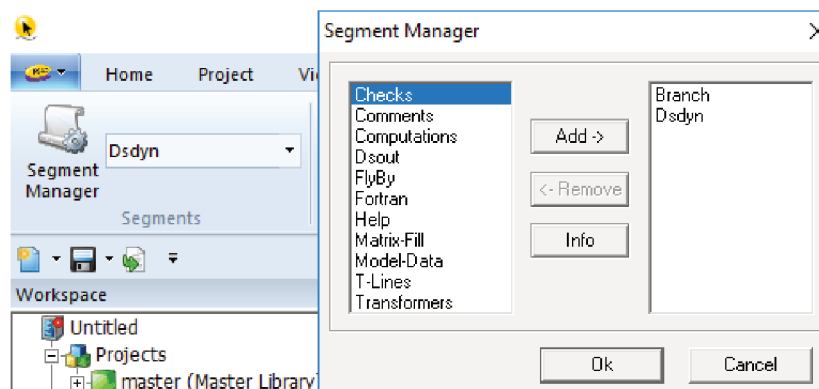
onde os dados escolhidos correspondem aos mesmos do modelo proposto neste trabalho. Após a finalização do componente, é possível editar seu formato, cor e posição das portas no novo plano de trabalho criado. Pode-se também definir parâmetros fixos do componente, que deverão ser sempre inseridos pelo usuário quando o mesmo utiliza o bloco criado. Dados como nome, descrição, unidade, valores máximo e mínimo devem ser fornecidos no momento da adição do parâmetro, de acordo com a Figura B.2, que ilustra os parâmetros criados para as fontes de compensação propostas no Capítulo 4.

Figura B.2: Definição de parâmetros fixos para componente - PSCAD

> Name	Aa Text
▼ Return Current Peak	IR Real
Description	Return Current Peak
Symbol	Ip
Group label	
Default units	kA
Minimum value	-1e+308
Maximum value	+1e+308
Dimension	1
Data type	Literal
Intent	Input
Help text	
Help mode	Append
Conditional expression	
Default value	0
> Return Current Velocity	IR Real
> Height of TL	IR Real
> Distance Between Lightning and TL	IR Real
> Wavefront Time	IR Real
> Position of Observation	IR Real
> Impedance of Discontinuity	IR Real

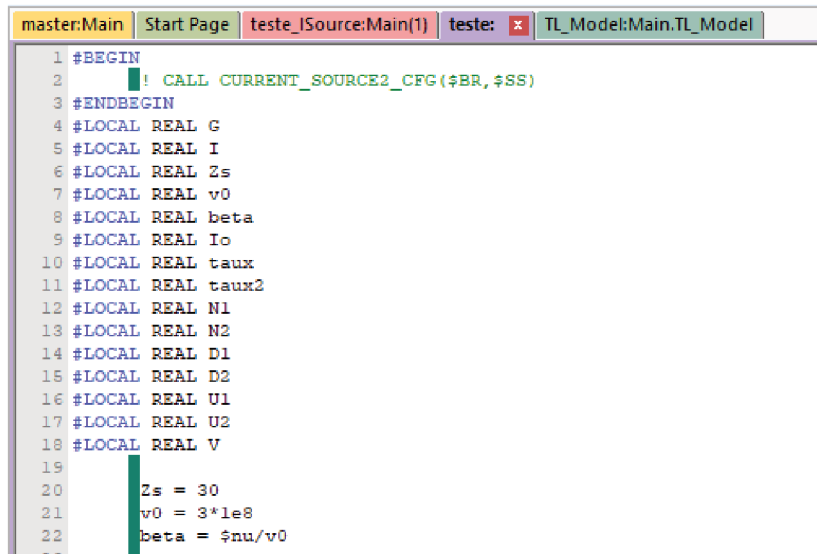
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

As rotinas a serem executadas pelo componente devem ser inseridas na aba *Script*, ao lado da aba *Parameters*, onde se adicionou os parâmetros. No entanto, deve-se levar em conta a estrutura de execução do PSCAD, conforme visto na Figura 4.1. Para se determinar em quais seções do programa as rotinas serão inseridas, utiliza-se a funcionalidade *Segment Manager*, que permite escolher quais seções da estrutura do PSCAD conterão rotinas do usuário. A Figura B.3 indica as seções utilizadas nas fontes projetadas neste trabalho, bem como a aba que permite modificar a seção onde o usuário deve escrever sua rotina.

Figura B.3: *Segment Manager* - PSCAD

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Para cada seção distinta escolhida com o *Segment Manager*, um plano de trabalho em branco surge, onde o usuário pode escrever suas rotinas em Fortran 77 ou 90. Ressalta-se que os parâmetros fixos definidos na inserção do componente podem ser utilizados dentro do código escrito, de acordo com a referência [27]. A Figura B.4 ilustra uma porção do código desenvolvido na seção *DSDYN* para modelar as fontes de compensação desejadas.

Figura B.4: Rotina *DSDYN* parcial desenvolvida - PSCAD

```
1 #BEGIN
2   ! CALL CURRENT_SOURCE2_CFG($BR,$SS)
3 #ENDBEGIN
4 #LOCAL REAL G
5 #LOCAL REAL I
6 #LOCAL REAL Zs
7 #LOCAL REAL v0
8 #LOCAL REAL beta
9 #LOCAL REAL Io
10 #LOCAL REAL tau
11 #LOCAL REAL tau2
12 #LOCAL REAL N1
13 #LOCAL REAL N2
14 #LOCAL REAL D1
15 #LOCAL REAL D2
16 #LOCAL REAL U1
17 #LOCAL REAL U2
18 #LOCAL REAL V
19
20   Zs = 30
21   v0 = 3*1e8
22   beta = $nu/v0
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nota-se que existe uma região delimitada pelos comandos **#BEGIN** e **#ENDBEGIN**. As instruções contidas dentro dessa região serão executadas na rotina *DSDYN_BEGIN*, enquanto o restante do código será executado na rotina *DSDYN*. É necessário ter em mente que as rotinas são desenvolvidas através da linguagem Fortran 77 ou 90, mas contam também com instruções específicas, internas ao PSCAD, que realizam o acoplamento correto do modelo desenvolvido com a estrutura de execução original da ferramenta computacional. Os comandos internos ao PSCAD e as estratégias para melhor inserção do componente customizado são detalhados nas referências [25, 26, 27].

