

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

Júlia da Mota Kuhl

**IDENTIFICAÇÃO DE ERROS DE TOPOLOGIA  
ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS  
GENERALIZADA E MÉTODOS PROBABILÍSTICOS**

Florianópolis

2018



Júlia da Mota Kuhl

**IDENTIFICAÇÃO DE ERROS DE TOPOLOGIA  
ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS  
GENERALIZADA E MÉTODOS PROBABILÍSTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Prof. Dr. Antônio José Alves Simões Costa

Florianópolis

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Kuhl, Júlia da Mota  
Identificação de Erros de Topologia Através da  
Estimação de Estados Generalizada e Métodos  
Probabilísticos / Júlia da Mota Kuhl ; orientador,  
Antônio José Alves Simões Costa, 2018.  
76 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro  
Tecnológico, Graduação em Engenharia Elétrica,  
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

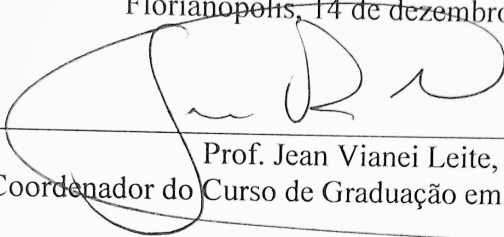
1. Engenharia Elétrica. 2. Identificação de erros  
de topologia. 3. Estimação de Estados Generalizada.  
4. Método Probabilístico. I. Costa, Antônio José  
Alves Simões. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. III.  
Título.

Júlia da Mota Kuhl

IDENTIFICAÇÃO DE ERROS DE TOPOLOGIA ATRAVÉS DA  
ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA E MÉTODOS  
PROBABILÍSTICOS

Este Trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de  
Bacharela em Engenharia Elétrica e aprovado, em sua forma final, pela  
Banca Examinadora

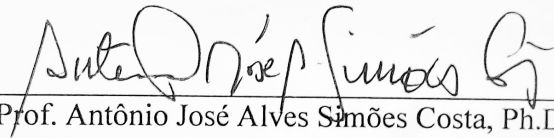
Florianópolis, 14 de dezembro de 2018.



---

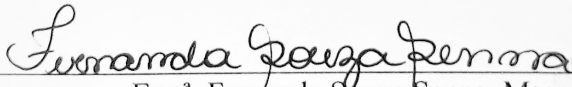
Prof. Jean Viane Leite, Dr.  
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**



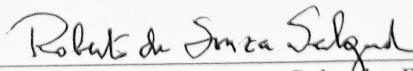
---

Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph.D  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina



---

Eng.ª Fernanda Souza Senna, Msc  
Operador Nacional do Sistema Elétrico



---

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina



## AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente aos meus pais, Cecille Muniz da Mota Kuhl e Otto Henrique Kuhl, e familiares pelo apoio em todos os momentos, mas em especial nesta jornada acadêmica.

A todos os amigos e colegas que participaram e me ajudaram de alguma forma na minha vida e graduação.

À Universidade Federal de Santa Catarina, por me acolher e me proporcionar além de anos de aprendizado amigos que levarei para vida.

Ao meu orientador Antônio José Alves Simões Costa, por me aceitar como sua orientanda e me ajudar sempre da melhor maneira possível, não apenas a realizar este trabalho, mas durante toda a minha formação acadêmica.

À toda equipe do ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico, por abrir as portas a mim, proporcionando-me a melhor oportunidade de estágio profissionalizante possível diante de um cenário atual tão desafiador.

A todos vocês, meus sinceros agradecimentos.





*Do que adianta eu ser duro e o coração  
ser vulnerável? O vento não, ele é suave,  
mas é frio e implacável*

Racionais MC's



## RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso apresenta um método para a detecção e identificação de erros de topologia na operação em tempo real de sistemas elétricos de transmissão, com o auxílio da teoria dos testes de hipóteses baseados no Teorema de Bayes e de multiplicadores de Lagrange Normalizados. No método utilizado a estimação de estados é tratada como um problema de otimização sujeito a restrições. O sistema, por sua vez, é representado no nível de seção de barras no qual há a representação explícita de chaves e disjuntores, o que permite que os fluxos de potência, ativa e reativa, através destes sejam tratadas como novas variáveis de estado, além de permitir que medidas e restrições geradas por essa representação sejam adicionadas ao problema em uma generalização da estimação de estados convencional. O algoritmo apresentado pode ser dividido em três partes: detecção, seleção dos disjuntores suspeitos e identificação do erro. Os multiplicadores de Lagrange normalizados são os indicadores da presença, ou não, do erro de topologia, sendo responsáveis pela parte de detecção. Um limiar é definido, e a partir da comparação deste com os demais multiplicadores de Lagrange é possível selecionar o conjunto de disjuntores com status considerados suspeitos. Por fim, um teste de hipóteses baseado no teorema de Bayes, onde o cálculo restringe-se ao expoente da função densidade de probabilidade de cada uma das possibilidades de status do conjunto suspeito, é aplicado para determinar o real modo de operação corrente do sistema, e assim, a identificação do erro.

**Palavras-chave:** Identificação de Erros de Topologia. Estimação de Estado Generalizada. Teorema de Bayes.



## ABSTRACT

This final undergraduate project addresses methods for real-time detection and identification of topology errors of electrical transmission systems with the support of hypothesis testing, Bayes Theorem and normalized Lagrange multipliers. The proposed method treats state estimation as an optimization problem subject to constraints. The power network is represented at the bus section level in which switches and circuit breakers, are explicitly represented and active and reactive power flows through them are treated as new state variable. Measurements and constraints generated through this representation are added to the problem through this generalization of conventional state estimation. The proposed algorithm can be decomposed into three parts: detection, selection of suspect circuit breakers and error identification. Normalized Lagrange multipliers are employed as indicators of the presence or absence of topology errors and are thus responsible for detection. A threshold is defined for normalized Lagrange multipliers values in order to select the group of circuit breakers with suspect statuses. Then, a hypothesis test based on the Bayes Theorem, in which calculations are restricted to the exponent of the probability density function of each of the suspect status alternatives is applied in real time to determine the actual operating condition of the system, allowing thus the identification of topology errors.

**Keywords:** Identification of Topology Errors. Generalized State Estimation. Bayes Theorem.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Sistema Exemplo.....	47
Figura 2	Sistema-teste 1.....	59
Figura 3	Sistema-teste 2.....	60
Figura 4	Sistema-teste 3.....	60





## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Condição de Operação 1 - Erro Simples.....	62
Tabela 2	Resultados para Erro Simples - Caso 1 .....	62
Tabela 3	Resultados para Erro Simples - Caso 2 .....	62
Tabela 4	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1 ...	62
Tabela 5	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2 ...	63
Tabela 6	Condição de Operação 2 - Erros Múltiplos .....	63
Tabela 7	Resultados para Erros Múltiplos - Caso 1 .....	64
Tabela 8	Resultados para Erros Múltiplos - Caso 2 .....	64
Tabela 9	Condição de Operação 3 - Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados.....	64
Tabela 10	Resultados para Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados .	65
Tabela 11	Condição de Operação 1 - Erro Simples.....	65
Tabela 12	Resultados para Erro Simples - Caso 1 .....	66
Tabela 13	Resultados para Erro Simples - Caso 2 .....	66
Tabela 14	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1 ...	66
Tabela 15	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2 ...	66
Tabela 16	Condição de Operação 2 - Erros de Inclusão e Exclusão	67
Tabela 17	Resultados para Erro de Inclusão - Caso 1 .....	67
Tabela 18	Resultados para Erro de Exclusão - Caso 2 .....	67
Tabela 19	Condição de Operação 1 - Erro Simples.....	68
Tabela 20	Resultados para Erro Simples - Caso 1 .....	69
Tabela 21	Resultados para Erro Simples - Caso 2 .....	69
Tabela 22	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1 ...	69
Tabela 23	Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2 ...	69
Tabela 24	Condição de Operação 1 - Erros Múltiplos.....	70
Tabela 25	Resultados para Erros Múltiplos - Caso 1 .....	70
Tabela 26	Resultados para Erros Múltiplos - Caso 2 .....	70



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	19
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO .....	19
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	20
1.2.1 Estimação de Estados em Sistemas de Potência ....	20
1.2.2 Erros de Topologia .....	21
1.3 OBJETIVOS DESTE TRABALHO .....	22
1.4 ORGANIZAÇÃO DESTE DOCUMENTO .....	23
<b>2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA</b> .....	25
2.1 MODELO DE MEDIÇÃO .....	25
2.2 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS	26
2.3 RESOLUÇÃO PELO MÉTODO DO TABLEAU ESPARSO.	28
2.4 ERROS DE MODELAGEM.....	29
2.5 CONCLUSÃO.....	30
<b>3 ERROS DE TOPOLOGIA</b> .....	31
3.1 INTRODUÇÃO .....	31
3.2 REPRESENTAÇÃO DA REDE .....	31
3.3 TIPOS DE ERRO DE TOPOLOGIA.....	33
3.4 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA .....	33
3.4.1 Restrições de Igualdade .....	34
3.4.2 Formulação do Problema .....	35
3.4.3 Informações a Priori .....	36
3.4.4 Solução pelo Método de Tableau Esparso .....	37
3.5 MATRIZ DE COVARIÂNCIA DOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE .....	39
3.6 DETECÇÃO DE ERRO DE TOPOLOGIA .....	40
3.7 CONCLUSÃO.....	42
<b>4 ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA A IDENTIFICAÇÃO DO ERRO DE TOPOLOGIA</b> .....	43
4.1 INTRODUÇÃO .....	43
4.2 DEFINIÇÃO DAS HIPÓTESES .....	44
4.2.1 $H_o$ - Hipótese Básica.....	44
4.2.2 $H_i$ - Hipóteses Alternativas .....	45
4.3 TESTE DE HIPÓTESES VIA TEOREMA DE BAYES.....	48
4.4 SOLUÇÃO DO SISTEMA MODIFICADO .....	49
4.4.1 Cálculo do determinante de $\Omega_i$ .....	51
4.4.2 Cálculo do Expoente de $f(z H_i)$ .....	52

4.5 ANÁLISE DO EXPOENTE.....	54
4.6 FLUXO NULO EM DISJUNTORES FECHADOS .....	56
4.7 ALGORITMO PROPOSTO.....	57
4.8 CONCLUSÃO.....	58
<b>5 RESULTADOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÕES .....</b>	<b>59</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	59
5.2 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 1.....	61
<b>5.2.1 Erro Simples .....</b>	<b>61</b>
<b>5.2.2 Erros Múltiplos .....</b>	<b>63</b>
<b>5.2.3 Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados .....</b>	<b>64</b>
5.3 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 2.....	65
<b>5.3.1 Erro Simples .....</b>	<b>65</b>
<b>5.3.2 Erros de Inclusão e Exclusão .....</b>	<b>66</b>
5.4 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 3.....	68
<b>5.4.1 Erro Simples .....</b>	<b>68</b>
<b>5.4.2 Erros Múltiplos .....</b>	<b>69</b>
5.5 CONCLUSÕES.....	71
<b>6 CONCLUSÕES.....</b>	<b>73</b>
6.1 TRABALHOS FUTUROS .....	74
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>75</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A estimação de estados desempenha papel fundamental no subsídio à formação de uma base de dados confiável, a partir de um conjunto de tele-medidas, fornecidas pelos sistemas SCADA e de medição fasorial, para a operação de sistemas elétricos de potência. Permite ao operador conhecer a condição de operação atual do sistema bem como realizar a sua avaliação de segurança a partir do cálculo das tensões complexas nas barras e demais variáveis de interesse como fluxos de potência nas linhas de transmissão e injeções de potência nas barras.

Outros dois pontos fortemente relacionados à estimação de estados são os erros de modelagem aos quais a EESP está sujeita: os erros grosseiros em medidas e os erros de topologia.

As medidas que possuem os chamados erros grosseiros são aquelas cujo grau de imprecisão é muito maior do que o proposto no modelo de medição deteriorando assim o desempenho do estimador. No entanto, este problema já foi exaustivamente abordado pela literatura que apresenta algoritmos eficientes para o processamento deste tipo de erro, estando estes já incluídos no algoritmo do estimador tornando-se requisito obrigatório para o desempenho satisfatório do mesmo.

Em contrapartida a análise da modelagem errada da topologia da rede analisada, apesar de fundamental nas aplicações de análise e controle da operação em tempo real, permanece um desafio.

Desenvolvimentos mais recentes nos estudos sobre o tema acabaram retomando o interesse de pesquisadores na área. Os últimos avanços incluem a adoção da representação de partes de interesse da rede no nível de seção de barras, onde a modelagem de ramos de impedância nula permite a representação explícita de chaves e disjuntores, ao invés da usual representação barra-ramo, e a inclusão do conceito de restrições estruturais e operacionais na formulação da estimação de estados como um problema de otimização sujeito a restrições. Nessa generalização da estimação de estados convencional os fluxos de potência ativa e reativa através de ramos chaveáveis são modelados como novas variáveis de estado.

Neste trabalho, com o auxílio da estimação de estados generalizada, na qual partes relevantes da rede são representadas no nível de seção de barras, aplica-se a abordagem probabilística do problema de identificação de erros de topologia. Em trabalhos anteriores referentes

a esta abordagem, é possível verificar que a formulação matemática do método acaba por acarretar uma série de problemas de condicionamento numérico, principalmente por exigir cálculos que envolvem determinantes de matrizes de grande dimensão ao se tentar determinar o valor de funções densidade de probabilidade para cada possível configuração topológica. Os erros associados podem interferir no desempenho do algoritmo.

Sendo assim, este trabalho apresenta uma abordagem do problema de identificação de erros de topologia por meio da estimação de estados generalizada com o auxílio dos testes de hipóteses baseados no Teorema de Bayes. O método proposto é capaz de contornar o problema mencionado acima, pois não requer o cálculo do valor da função densidade de probabilidade, e sim apenas indica qual é a configuração de disjuntores que apresenta a maior probabilidade de ocorrência.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção apresenta uma pequena revisão bibliográfica importante para a compreensão teórica dos principais temas abordados neste trabalho, sendo estes a Estimação de Estados em Sistemas de Potência e os Erros de Topologia em sistemas elétricos de potência.

### 1.2.1 Estimação de Estados em Sistemas de Potência

O principal objetivo da operação em tempo real de um sistema elétrico de potência é o fornecimento contínuo de energia elétrica garantindo a economia e a qualidade do serviço. Para tanto é necessária uma obtenção e processamento de uma grande quantidade de informações para que se possa determinar o estado operativo do sistema, e no caso de este não estar operando corretamente deve ser capaz de detectar e identificar o problema existente.

Como estas informações são provenientes de sistemas de tele medição podem facilmente resultar em erros, sendo assim, de forma a garantir a confiabilidade dessa grande quantidade de informações, necessária a utilização de um Estimador de Estados para realizar a “filtragem” deste tipo de informação. Ou seja, a estimação de estados é a obtenção das chamadas variáveis de estado de um sistema elétrico (tensão complexa em todos os barramentos), através de um conjunto redundante de medidas com ruídos, usualmente fluxos de potência nas

linhas e injeções de potência nas barras. (MONTICELLI, 1999).

Uma das grandes propriedades de um estimador de estados é a sua capacidade de detectar e identificar erros grosseiros, sendo estes os erros em medidas que fazem com que seu grau de imprecisão seja inaceitável conforme indicado no modelo de medição. Alguns destes erros grosseiros são facilmente identificáveis permitindo que seja possível eliminá-los do processo de estimação através de uma simples verificação dos dados de entrada (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Porém, nem todos os tipos de erros grosseiros são facilmente detectáveis ou identificáveis dessa forma, exigindo o emprego de outras metodologias que fazem uso da análise dos resíduos das medidas (COSTA, 1981).

### 1.2.2 Erros de Topologia

As pesquisas relacionadas à identificação de erros de topologia tiveram início com (LUGTU et al., 1980) em um trabalho que relacionava a mudança de status dos disjuntores associados a ramos (linhas, transformadores e etc.) conectados à barramentos cujas medidas de injeção de potência tivessem sido consideradas errôneas pelo estimador.

Em (COSTA; LEO, 1993) é apresentado um algoritmo que correlaciona as medidas identificadas pelo estimador como portadoras de erros grosseiros com um conjunto de medidas sensíveis a um determinado tipo de erro de topologia, criando assim um índice que varia entre 0 e 1, sendo que quanto mais alto seu valor maior é a chance da má configuração do elemento analisado.

A proposta de se utilizar os multiplicadores de Lagrange Normalizados para a detecção da existência de erro de topologia foi feita em (CLEMENTS; COSTA, 1998).

Neste trabalho de conclusão de curso propõe-se a modelagem explícita de disjuntores como ramos chaveáveis, conforme proposto em (MONTICELLI, 2000) e (MONTICELLI; GARCIA, 1991) que são adicionados ao problema como restrições de igualdade. Os multiplicadores de Lagrange associados a estas restrições são então normalizados e utilizados para a detecção do erro de topologia assim como os resíduos normalizados são utilizados para a detecção de erros grosseiros em medidas.

Um procedimento baseado no teste de hipóteses via Teorema de Bayes, para ser aplicado em conjunto com processamento de erros de topologia através dos multiplicadores de Lagrange normalizados, foi

proposto em (LOURENÇO; COSTA, 2004), com o avanço em relação aos métodos anteriores de conseguir eliminar a necessidade de se reestimar os estados a cada nova hipótese a ser testada, para o modelo não linear da rede.

Em (LOURENÇO; COSTA, 2006) é apresentado um método baseado na interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange Normalizados associados às restrições de igualdade que modelam os ramos chaveáveis na estimação de estados generalizada para identificação de erros de topologia, sendo fundamentado em testes de colinearidade que envolvem os multiplicadores de Lagrange e as colunas da matriz de covariância correspondente.

Mais recentemente foi proposto em (SANTOS, 2006), com a finalidade de contornar problemas numéricos, que o cálculo explícito da função densidade de probabilidade utilizada nos Testes de Hipóteses, na abordagem probabilística do problema de identificação de erros de topologia, fosse substituído apenas pelo cálculo do expoente desta função como indicador da configuração correta de disjuntores no conjunto analisado. Este método, no entanto, só foi aplicado para a análise da inclusão da Geração Distribuída em sistemas de distribuição até o momento.

### 1.3 OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Conforme mencionado na revisão bibliográfica sobre Erros de Topologia, com o passar do tempo ficou evidente a necessidade de uma forma mais eficaz de se determinar em tempo real a topologia (status dos disjuntores) de redes elétricas de transmissão.

Uma possível abordagem baseia-se em se identificar a configuração de chaves e disjuntores de maior probabilidade de ocorrência face às medidas disponíveis para o estimador de estados. O cálculo da função densidade de probabilidade das possíveis configurações envolve uma série de termos, matrizes e seus determinantes, que aumentam a complexidade da solução e podem causar problemas numéricos no decorrer da execução do algoritmo.

Este trabalho propõe uma solução para este problema. Notou-se em (SANTOS, 2006) que não havia a necessidade de se determinar explicitamente o valor da máxima probabilidade associada a configuração correta, e sim, dentre as hipóteses consideradas, qual a de maior probabilidade de ocorrência. Esta está associada ao menor expoente das funções densidade de probabilidade, e como os demais termos são



constantes, não interferem de forma a alterar o resultado. Um único outro termo que se altera de acordo com a hipótese analisada pode ser incluído no expoente, por meio do uso de propriedades do logaritmo neperiano, garantindo assim a análise precisa de cada caso.

Esta abordagem até o momento só havia sido aplicada para a análise da inclusão da Geração Distribuída em sistemas de distribuição (SANTOS, 2006), e aqui será estendida para a identificação de erros de topologia em sistemas de transmissão, sendo esta a maior contribuição deste trabalho.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DESTE DOCUMENTO

No capítulo 2 é feita uma explanação sobre a Estimação de Estados em Sistemas de Potência clássica com uma revisão dos seus principais conceitos e a abordagem da Estimação de Estados como um problema de otimização solucionado por intermédio do método dos mínimos quadrados ponderados.

O capítulo 3 introduz o conceito de Erros de Topologia e descreve a representação da rede no nível de seção de barra com a concepção da modelagem dos ramos chaveáveis. Apresenta-se também os possíveis tipos de erro de topologia e os principais conceitos da Estimação de Estados Generalizada, no nível de seção de barras, com toda a formulação do problema e sua solução através do Método do Tableau Esparsa. Por fim, demonstra-se o método utilizado para a detecção de erros de topologia bem como o conceito e formação do conjunto de disjuntores suspeitos.

No capítulo 4 é então apresentada a abordagem probabilística utilizada para a identificação de erros de topologia neste trabalho, através do teste de hipóteses via Teorema de Bayes. O capítulo introduz também, ferramentas computacionais que ajudam a contornar problemas numéricos presentes na metodologia utilizada, como por exemplo o cálculo de determinantes de matrizes muito grandes e, por fim, apresenta o método no qual a identificação da hipótese correta baseia-se no valor dos expoentes das funções densidade de probabilidade condicional, excluindo-se a necessidade de se calcular o valor final da probabilidade condicional *a posteriori* para cada hipótese analisada.

O capítulo 5 apresenta resultados numéricos, obtidos via simulação, do algoritmo proposto neste trabalho para a identificação de erros de topologia. Os sistemas-teste utilizados possuem mais de uma configuração de barramento onde são simulados diferentes tipos de erro, de

forma a corroborar a metodologia aqui apresentada.

Por fim o capítulo 6 contém uma retomada e conclusão geral de tudo o que é apresentado no decorrer deste trabalho, com propostas de trabalhos futuros que possam aumentar a robustez do método.

## 2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

O estimador de estados tem por objetivo fornecer informações confiáveis a respeito do ponto atual de operação de um sistema elétrico de potência.

Por meio de telemidas recebidas mediante sistemas SCADA ou de medição fasorial, calculam-se estimativas para os valores de tensões complexas - consideradas os estados do sistema em regime permanente - em todas as barras da rede analisada. A partir das tensões complexas, pode-se então calcular outras variáveis relevantes para a operação, como os fluxos de potência nas linhas de transmissão e as injeções de potência nos barramentos.

Neste capítulo será apresentada a versão clássica da Estimação de Estados em Sistemas de Potência, através do Método dos Mínimos Quadrados Ponderados.

### 2.1 MODELO DE MEDIÇÃO

Admita um sistema de potência, com topologia e parâmetros conhecidos, que possui  $N$  barras e onde  $N_m$  quantidades são medidas. Nestas condições é possível determinar os fluxos de potência nos ramos e/ou as injeções de potências nos barramentos se conhecidos os valores de tensão complexa nas barras do sistema (variáveis de estado em regime permanente). O sistema é composto por  $n = 2N - 1$  variáveis de estado que correspondem aos  $N$  módulos e  $N - 1$  ângulos das tensões complexas nas barras, excluindo-se o ângulo da barra de referência  $\delta_r$  que é conhecido.

As  $N_m$  medidas relacionam-se com os erros de medição através do seguinte modelo:

$$z_m = z_0 + \eta \quad (2.1)$$

onde  $z_m$  é o vetor  $N_m \times 1$  das quantidades medidas, as quais englobam tensões nas barras, fluxos de potência ativa e reativa, correntes, entre outros;  $z_0$  é o vetor  $N_m \times 1$  das quantidades *verdadeiras* medidas; e  $\eta$  é o vetor de variáveis aleatórias  $N_m \times 1$  que modelam os erros de medição.

Como os valores de  $z_0$  são desconhecidos, e conseqüentemente os verdadeiros valores das variáveis de estado também, para estimá-los é

necessário relacionar as quantidades medidas às variáveis de estado e fazer certas suposições sobre o modelo de medição.

Supõe-se então que o vetor  $\eta$  possui distribuição normal com média zero ( $E(\eta) = 0$ ) e matriz diagonal de covariância  $R_m$ . Supõe-se também que os erros de medição são não correlacionados:

$$E(\eta) = 0 \quad (2.2)$$

$$E(\eta\eta^T) = R_m \quad (2.3)$$

Com isso, a equação (2.4) apresenta a relação entre o conjunto de medidas, as variáveis de estado e os erros de medição:

$$z_m = h_m(x) + \epsilon_m \quad (2.4)$$

onde,

$z_m$ : vetor  $N_m \times 1$  das quantidades medidas

$x$ : vetor  $n \times 1$  de variáveis de estado;

$h_m(x)$ : vetor  $N_m \times 1$  de funções não lineares que relacionam as quantidades medidas às variáveis de estado, resultantes das funções de Kirchoff e Ohm;

$\epsilon_m$ : vetor  $N_m \times 1$  dos erros aleatórios de medição;

Os erros aleatórios de medição,  $\epsilon_m$ , são provenientes das imprecisões dos medidores, ruídos da conversão analógico-digital, entre outros. Supondo que os erros sejam não correlacionados e  $\epsilon_m$  possua média zero, a matriz de covariância  $R_m$  dos erros de medição é diagonal  $N_m \times N_m$  e seus elementos correspondem às variâncias dos erros de medição.

## 2.2 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS

Este método consiste em estimar valores para o vetor de estados que melhor se enquadram no modelo de medição.

O vetor de estados estimados  $\hat{x}$  é estipulado de forma a minimizar a soma ponderada dos quadrados dos resíduos, que são definidos conforme (2.5):

$$r = z_m - h_m(\hat{x}) \quad (2.5)$$

O Método dos Mínimos Quadrados determina uma estimativa

para o vetor de estados  $\hat{x}$  minimizando a função objetivo não linear:

$$J(\hat{x}) = [z_m - h_m(\hat{x})]^T R_m [z_m - h_m(\hat{x})] \quad (2.6)$$

O problema de minimização da função não-linear acima pode ser resolvido por meio de métodos iterativos, através da minimização de uma seqüência de problemas de otimização baseado em modelos lineares (SCHWEPPE; WILDES, 1970).

Linearizando  $h(\hat{x})$  em torno de um  $\hat{x}^k$ :

$$h(\hat{x}) = h(\hat{x}^k) + H(\hat{x}^k)(\hat{x} - \hat{x}^k) \quad (2.7)$$

Substituído-se  $h(\hat{x})$  no modelo de medição (2.4):

$$z - h(\hat{x}^k) = H(\hat{x}^k)(\hat{x} - \hat{x}^k) + \eta \quad (2.8)$$

onde,

$$z - h(\hat{x}^k) = \Delta z \quad (2.9)$$

$$\hat{x} - \hat{x}^k = \Delta \hat{x} \quad (2.10)$$

Sendo assim o modelo de medição linearizado é:

$$\Delta z = H(\hat{x}^k)\Delta \hat{x} + \eta \quad (2.11)$$

A função objetivo a ser minimizada para o problema linearizado toma a forma:

$$J(\Delta \hat{x}) = [\Delta z - H(\hat{x}_k)\Delta \hat{x}_k]^T R_m^{-1} [\Delta z - H(\hat{x}_k)\Delta \hat{x}_k] \quad (2.12)$$

sendo que,

$$H(\hat{x}_k) = \frac{\partial h(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} \quad (2.13)$$

As condições de otimalidade aplicadas a cada problema linearizado resultam na Equação Normal de Gauss, onde o argumento de H foi omitido para facilitar a leitura da equação:

$$G\Delta \hat{x}_k = H^T R_m^{-1} \Delta z \quad (2.14)$$

sendo,

$$G = H^T R_m^{-1} H \quad (2.15)$$

A matriz ganho  $G$  (2.15) simétrica,  $n \times n$ , é definida positiva quando a quantidade e distribuição das medidas no plano de medição proposto garantem a observabilidade da rede elétrica analisada. Nestas condições a equação (2.14) apresenta uma única solução (COSTA; MANDEL, 1986).

### 2.3 RESOLUÇÃO PELO MÉTODO DO TABLEAU ESPARSO

O método numérico escolhido para resolver o problema é o Método da Matriz Aumentada, também denominado método do Tableau Esperso ou de Hatchel (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1991).

Para se obter a equação básica do método do Tableau Esperso define-se o vetor de resíduos de medição (2.5) e resolve-se o problema de otimização:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m \\ \text{Sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m \end{aligned} \quad (2.16)$$

A solução do problema (2.16) pode ser obtida formando a função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \lambda_m^T (z_m - h_m(\hat{x}) - r_m) \quad (2.17)$$

onde  $\lambda_m$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange que relaciona os resíduos, as quantidades medidas e os estados.

Aplicando-se as condições de otimalidade de primeira ordem obtém-se o conjunto de equações não lineares:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = z_m - h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{x}} = -H^T(\hat{x}) \lambda_m = 0 \quad (2.20)$$

Da equação (2.18) tem-se:

$$r_m = \lambda_m R_m \quad (2.21)$$

Com a equação (2.21) é possível reescrever a equação (2.19) como segue:

$$R_m \lambda_m + h(\hat{x}) = z_m \quad (2.22)$$

Para obter a solução deste conjunto de equações não lineares resolve-se o sistema linear apresentado na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} R_m & H_m \\ H_m^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_m \\ \Delta \hat{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_m - h_m(\hat{x}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

## 2.4 ERROS DE MODELAGEM

Como já mencionado anteriormente o processo de estimação de estados está sujeito a dois tipos de erros de modelagem: os erros grosseiros em medidas e os erros de topologia.

Os erros grosseiros referem-se às medidas cujo grau de imprecisão é muito maior do que o proposto no modelo de medição, sendo provenientes de diversas causas, como por exemplo problemas nos medidores e canais de comunicação. Essas medidas espúrias acabam prejudicando o desempenho do processo de estimação de estados. No entanto, este problema já foi exaustivamente abordado pela literatura (MONTICELLI, 1999), (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Hoje estimadores eficientes já incluem em seu algoritmo o processamento deste tipo de erro sendo requisito obrigatório para o desempenho satisfatório do mesmo.

Já os casos de erros de topologia, que possuem consequências ainda mais sérias para o desempenho da análise de segurança de sistemas de potência, bem como das demais aplicações de controle para a operação em tempo real, permanecem um desafio. As soluções propostas são bem mais recentes deixando o estudo do problema ainda em aberto o que, além de motivar este trabalho, despertou grande interesse em pesquisa na área nos últimos tempos. (LOURENÇO, 2001), (COSTA; LEAO, 1993), (CLEMENTS; COSTA, 1998).

## 2.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentada a abordagem clássica da Estimação de Estados em Sistemas de Potência através do Método dos Mínimos Quadrados Ponderados e equação normal de Gauss, e resolução através do Método da Matriz Aumentada ou Tableau Esparso.

Apesar de servir de base deste trabalho, para que seja possível aplicar a metodologia proposta faz-se necessária uma generalização desta abordagem clássica.

Nesta generalização propõe-se a modelagem de partes relevantes da rede analisada no nível de seção de barra, e não mais apenas a representação barra-ramo. Esta representação permite observar um maior detalhamento destas partes do sistema ao modelar explicitamente chaves e disjuntores.

Maiores detalhes sobre a Estimação de Estados Generalizada serão apresentados nos capítulos seguintes, bem como sua aplicabilidade no método aqui proposto para a identificação de erros de topologia.



### 3 ERROS DE TOPOLOGIA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Como apresentado na revisão bibliográfica, a grande maioria dos trabalhos de pesquisa desenvolvidos na área consideram o sistema modelado no nível barra-ramo. Este tipo de representação implica em admitir que os dados recebidos pelo configurador de redes, responsável pela modelagem barra-ramo do sistema analisado, correspondentes aos status dos ramos chaveáveis estão corretos.

Como isto nem sempre é verdade, foi observado que esta representação pode não ser suficiente para a identificação de erros de topologia sendo necessária uma representação mais detalhada, que permita criticar essa informação, onde partes relevantes da rede analisada são modeladas no nível de seção de barra possibilitando uma generalização da estimação de estados clássica na qual os fluxos de potência ativa e reativa através de chaves e disjuntores, que são explicitamente representados, são tratados como novas variáveis de estado juntamente às tensões complexas nos barramentos, incluídos ao problema de otimização através do Método dos Mínimos Quadrados Ponderados como restrições de igualdade.

Tanto a modelagem dos ramos chaveáveis como a estimação de estados generalizada são a base da metodologia aplicada neste trabalho e por isso são detalhadas em suas próprias seções neste capítulo.

#### 3.2 REPRESENTAÇÃO DA REDE

A utilização da representação de partes da rede analisada no nível de seção de barras faz com que seja necessária a modelagem dos chamados ramos chaveáveis ou ramos de impedância nula.

Diferentemente dos chamados ramos convencionais, a utilização de impedâncias muito pequenas para representar os ramos chaveáveis (chaves e disjuntores) com status fechados ou muito grandes para representar os status abertos resultam em uma série de problemas numéricos no decorrer do processamento do algoritmo de estimação de estados.

Para contornar este problema (MONTICELLI; GARCIA, 1991) propõe uma alteração na estimação de estados convencional de forma a eliminar a necessidade da representação destas impedâncias muito grandes ou muito pequenas.

Os fluxos de potências ativa  $t_{ij}$  e reativa  $u_{ij}$  através de chaves e disjuntores localizados entre os barramentos  $i$  e  $j$  são incluídos, juntamente às tensões complexas nos barramentos, no vetor de estados  $x$  como novas variáveis de estado.

Sabe-se que para um disjuntor com status fechado tanto a diferença de potencial como a diferença angular entre seus terminais são iguais a zero. Em contrapartida, para um disjuntor com status aberto os fluxos de potência ativa e de potência reativa entre seus terminais é zero. Neste trabalho as informações resultantes dos status dos disjuntores são incluídas à estimação de estados como restrições de igualdade do problema de otimização.

Como os fluxos de potência ativa e reativa foram incluídos no problema como novas variáveis de estado, observa-se que as medidas de fluxo de potência ativa e reativa serão modeladas, no problema, em função unicamente das novas variáveis de estado e não mais em função das tensões complexas nos barramentos:

$$z_{tij} = t_{ij} + \epsilon_{tij} \quad (3.1)$$

$$z_{uij} = u_{ij} + \epsilon_{uij} \quad (3.2)$$

onde  $\epsilon_{tij}$  e  $\epsilon_{uij}$  são os erros aleatórios das medidas de fluxo de potência ativa e reativa respectivamente.

Como as injeções de potência são calculadas como a soma dos fluxos de potência que incidem na barra onde está sendo feita a medida, a inserção das novas variáveis de estados no problema afeta também o cálculo das injeções de potência que incluem ramos chaveáveis, podendo ser calculadas conforme as equações abaixo:

$$z_{pi} = \sum_{k \in \Omega_i} t_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il} + \epsilon_{pi} \quad (3.3)$$

$$z_{qi} = \sum_{k \in \Omega_i} u_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} u_{il} + \epsilon_{qi} \quad (3.4)$$

sendo:

$t_{ik}$  e  $u_{ik}$  os fluxos de potência ativa e reativa, respectivamente, através de ramos chaveáveis;

$\epsilon_{pi}$  e  $\epsilon_{qi}$  os erros aleatórios das medidas de injeção de potência ativa e reativa, respectivamente;

$\Omega_i$  e  $\Gamma_i$  conjuntos de ramos convencionais e chaveáveis, respectivamente, incidentes na barra  $i$ .

Ressalta-se que os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos

convencionais continuam sendo calculados da forma usual, ou seja, em função dos ângulos e magnitudes de tensão.

### 3.3 TIPOS DE ERRO DE TOPOLOGIA

Nesta seção serão apresentados cinco dos principais erros de topologia: simples, múltiplos, inclusão, exclusão, *Bus-Split* e *By-Pass*.

O erro simples é aquele em que o status de apenas um disjuntor do sistema analisado é identificado como errado. Sabe-se, inclusive, que para este tipo de erro o maior multiplicador de Lagrange normalizado associado as restrições operacionais deve corresponder ao disjuntor cujo status foi erroneamente informado ao estimador (CLEMENTS; COSTA, 1998).

Em contrapartida os erros múltiplos, como indica o nome, são aqueles em que o status de mais de um disjuntor é erroneamente modelado não podendo ser identificado apenas por inspeção dos valores dos multiplicadores de Lagrange normalizados, como no caso do erro simples, por causa do efeito de espalhamento que podem provocar sobre os multiplicadores de Lagrange de outras medidas e restrições.

Os erros do tipo inclusão e exclusão ocorrem quando disjuntores com status modelados de forma errada fazem com um ramo ou mais sejam incluídos ou excluídos, respectivamente, de forma equivocada ao modelo do sistema analisado.

Já o erro do tipo *Bus-Split* ocorre quando um seccionamento de barra existente no modelo da rede é inadvertidamente ignorado, ou vice-versa, pela modelagem errada dos status do grupo de disjuntores analisados.

Por fim, o erro do tipo *By-Pass* pode ocorrer em subestações que possuem configuração do tipo disjuntor e meio. Nessa situação é possível que um disjuntor com status modelado de forma errada, faça com que a conexão de linhas à subestação seja ignorada em um falso *by pass* na rede analisada.

### 3.4 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA

Conforme apresentado no tópico anterior, a possibilidade de se modelar partes de interesse da rede a nível de seção de barra permitiu um maior detalhamento do sistema ao representar de forma explícita chaves e disjuntores em uma generalização da estimação de estados

convencional.

A estimação de estados generalizada resume-se a um problema de otimização restrito, como proposto por (CLEMENTS; COSTA, 1998), onde fluxos de potência ativa e reativa através dos ramos chaveáveis são introduzidos ao problema como novas variáveis de estado, e informações provenientes do detalhamento da rede, valores conhecidos de injeções de potência nula e demais medidas, são adicionadas ao método dos mínimos quadrados ponderados como restrições de igualdade: estruturais e operacionais.

### 3.4.1 Restrições de Igualdade

As restrições estruturais são formadas pela modelagem das barras de passagem e definição da barra de referência e são, neste trabalho, referenciadas por:

$$h_s(x) = 0 \quad (3.5)$$

Quando comparada a representação barra-ramo a representação no nível de seção de barra apresenta um maior número de barras de passagem, que são as barras cujas injeções de potência ativa e reativa são nulas. Para informar o estimador de que a barra  $i$  é uma barra de passagem utilizam-se as equações abaixo:

$$p_i = 0 \quad (3.6)$$

$$q_i = 0 \quad (3.7)$$

onde  $p_i$  e  $q_i$  representam as injeções de potência ativa e reativa na barra  $i$ , respectivamente. A informação de que a barra  $r$  corresponde a uma barra de referência é incluída ao problema através da restrição (3.8):

$$\delta_r = 0 \quad (3.8)$$

onde  $\delta_r$  corresponde ao ângulo da barra de referência.

As restrições operacionais são aquelas que dependem da configuração corrente do sistema correspondendo às restrições que modelam os status (aberto ou fechado) dos disjuntores sendo referenciadas como:

$$h_o(x) = 0 \quad (3.9)$$

Como mencionado anteriormente para um disjuntor fechado, localizado entre as barras  $i$  e  $j$ , sabe-se que tanto a diferença de potencial em seus terminais bem como a diferença angular nos mesmos é zero, podendo assim ser representado pelas equações (3.10) e (3.11):

$$V_i - V_j = 0 \quad (3.10)$$

$$\delta_i - \delta_j = 0 \quad (3.11)$$

Já para um disjuntor aberto são os fluxos de potência ativa e reativa entre as barras  $i$  e  $j$  que são nulos, podendo ser modelado da seguinte forma:

$$t_{ij} = 0 \quad (3.12)$$

$$u_{ij} = 0 \quad (3.13)$$

### 3.4.2 Formulação do Problema

Devem ser incluídas também as medidas analógicas ao problema, modeladas conforme equação (2.4) de acordo com o modelo de medição proposto no capítulo anterior, obtidas através dos sistemas de aquisição de dados.

Com a nova modelagem do problema o vetor de medidas  $z_m$  e de funções não lineares  $h_m(x)$  deve ser estendido de forma a conter também os fluxos de potências ativa e reativa através dos ramos chaveáveis.

Admita então, um sistema de potência, com topologia e parâmetros conhecidos, que possui  $N$  barras (incluindo os nós criados pela representação a nível de seção de barras),  $N_l$  ramos convencionais,  $N_d$  disjuntores (ramos chaveáveis) e  $N_m$  quantidades medidas.

Com a nova representação do sistema o número de variáveis de estado pelo qual o sistema é composto passa a ser

$$n = 2N + 2N_d \quad (3.14)$$

onde o termo  $2N$  corresponde às tensões complexas nas barras e seções de barras e  $2N_d$  correspondem aos fluxos de potência ativa e reativa através dos ramos chaveáveis. O ângulo da barra de referência  $\delta_r$  será incluído ao problema como uma restrição de igualdade e deve, portanto, fazer parte do conjunto de variáveis estimadas.

O problema de otimização sujeito a restrições passa então a ser

descrito como:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m \\
 \text{Sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\
 & h_s(\hat{x}) = 0 \\
 & h_o(\hat{x}) = 0
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde:

$r_m$  é o vetor  $N_m \times 1$  de resíduos das medidas

$R_m$  é a matriz diagonal  $N_m \times N_m$  de covariância dos erros de medição

$\hat{x}$  é o vetor  $n \times n$  de estimativas para os estados

### 3.4.3 Informações a Priori

Informações *a priori* são as informações previamente conhecidas a respeito do estado do sistema, neste caso as tensões complexas nos barramentos do sistema analisado, e podem ser usadas como subsídio para o procedimento de estimação, melhorando a observabilidade do sistema.

Essas informações são modeladas como variáveis aleatórias com suas incertezas determinadas por suas respectivas variâncias cujos valores considera-se possuir distribuição uniforme dentro de um dado intervalo (PAPOULIS; PILLAI, 2002). Como neste trabalho consideramos um sistema elétrico de potência, estável, e operando em regime permanente, é possível afirmar que todas as magnitudes de tensão se encontram num intervalo que varia de 0,9 a 1,1 pu e ângulos em um intervalo de  $-\frac{\pi}{2}$  a  $\frac{\pi}{2}$ .

Desta forma, sua função densidade de probabilidade pode ser descrita como segue (LOURENÇO, 2001):

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \tag{3.16}$$

Assim, os valores médios das informações *a priori* assumiram os valores:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b) \quad (3.17)$$

E, devido as propriedades da distribuição uniforme, suas variâncias podem ser dadas como (PAPOULIS; PILLAI, 2002):

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12} \quad (3.18)$$

No tópico 3.4.2 as informações *a priori* não foram modeladas, sendo aqui adicionadas à função objetivo do problema de otimização restrito como segue:

$$\frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) \quad (3.19)$$

onde  $P$  é a matriz  $n \times n$  de covariância das informações *a priori*.

Adicionando a equação (3.19) à função objetivo do problema apresentado na equação (3.15) tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \frac{1}{2}r_m^T R_m^{-1}r_m + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) \\ \text{Sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\ & h_s(\hat{x}) = 0 \\ & h_o(\hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

### 3.4.4 Solução pelo Método de Tableau Esparsa

Para resolver esse problema de otimização sujeito a restrições (3.20) utilizamos, neste trabalho, o método do Tableau Esparsa onde construímos a função Lagrangeana apresentada abaixo atribuindo um multiplicador de Lagrange para cada restrição:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \quad & \frac{1}{2}r_m^T R_m^{-1}r_m + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) + \\ & \lambda_m^T(z_m - h_m(\hat{x}) - r_m) + \lambda_s^T(-h_s(\hat{x})) + \lambda_o^T(-h_o(\hat{x})) = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Diferenciando essa equação conseguimos obter as condições de primeira ordem para atingir a condição de otimalidade (KUHN; TUCKER, 1950):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{x}} = P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - H_m^T \lambda_m - H_s^T \lambda_s - H_o^T \lambda_o = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = z_m + h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_s} = -h_s(\hat{x}) = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_o} = -h_o(\hat{x}) = 0 \quad (3.26)$$

onde  $H_m$ ,  $H_s$  e  $H_o$  correspondem as matrizes jacobianas dos vetores  $h_m(\hat{x})$ ,  $h_s(\hat{x})$  e  $h_o(\hat{x})$  respectivamente:

$$H_m(\hat{x}) = \frac{\partial h_m(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.27)$$

$$H_s(\hat{x}) = \frac{\partial h_s(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.28)$$

$$H_o(\hat{x}) = \frac{\partial h_o(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.29)$$

Considerando que  $N_m$ ,  $N_s$  e  $N_o$  correspondem, nesta ordem, ao número de medidas, restrições estruturais e operacionais, as matrizes  $H_m$ ,  $H_s$  e  $H_o$  possuem dimensões  $N_m \times n$ ,  $N_s \times n$  e  $N_o \times n$ .

A partir da equação (3.22) temos:

$$r_m = R_m \lambda_m \quad (3.30)$$

Com essa equação (3.30) é possível eliminar a variável  $r_m$  do problema. Dessa forma, ao linearizar o problema em relação a um  $\hat{x}_k$  conseguimos obter um conjunto de equações apresentados de forma matricial conforme segue.



$$\begin{pmatrix} P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ r^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

onde definimos:

$$H = \begin{pmatrix} H_m(\hat{x}^k) \\ H_s(\hat{x}^k) \\ H_o(\hat{x}^k) \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_m \\ \lambda_s \\ \lambda_o \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$r^{(k)} = \begin{pmatrix} z_m - h_m(x^k) \\ -h_s(x^k) \\ -h_o(x^k) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Ressalta-se que os multiplicadores de Lagrange,  $\lambda_m$  referente às medidas,  $\lambda_s$  referente às restrições estruturais e  $\lambda_o$  referente às restrições operacionais, exprimem a sensibilidade da função objetivo a possíveis alterações em suas respectivas variáveis.

O problema, desta forma, pode então ser resolvido utilizando-se o algoritmo do Tableau Esparsa de Hatchel (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985), no qual as condições de otimalidade devem ser satisfeitas.

### 3.5 MATRIZ DE COVARIÂNCIA DOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

A partir da equação (3.31) é possível observar a solução que relaciona os estados estimados e os multiplicadores de Lagrange às medidas, restrições e informações *a priori*:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Onde, comparando (3.36) e (3.31) podemos observar que:

$$\begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.37)$$

A partir da equação (3.37) fica evidente que é possível calcular o vetor dos Multiplicadores de Lagrange como:

$$\lambda = V(z - h(\hat{x}^{(k)})) - CP^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \quad (3.38)$$

Com base no conhecimento das propriedades de matrizes inversas sabe-se que:

$$\begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Desta forma, conseqüentemente:

$$CP^{-1} = VH \quad (3.40)$$

E substituindo-se a equação (3.40) na (3.38) obtém-se:

$$\lambda = V(z - h(\hat{x}^{(k)})) - VH(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) = V(z - H\bar{x}) \quad (3.41)$$

Além disso, através de manipulação matemática realizada sobre a equação (3.31) também é possível se estabelecer a relação que segue:

$$(HPH^T + R)\lambda = z - H\bar{x} \quad (3.42)$$

E por fim, relacionando as equações (3.42) e (3.41) observa-se que:

$$V = (HPH^T + R)^{-1} \quad (3.43)$$

### 3.6 DETECÇÃO DE ERRO DE TOPOLOGIA

Para a detecção da existência do erro de topologia no sistema analisado utilizam-se os multiplicadores de Lagrange normalizados que podem ser tratados como uma extensão do método de identificação de erros grosseiros em medidas através dos resíduos normalizados.

Os multiplicadores de Lagrange normalizados podem ser calculados conforme a equação que segue:

$$\lambda_i^N = \frac{\lambda_i}{\sqrt{V_{ii}}} \quad (3.44)$$

onde  $V$  é a matriz de covariância do vetor  $\lambda$  e pode ser calculada a partir da matriz de coeficientes da equação (3.31) como demonstra a equação (3.37), ou conforme a equação (3.43).

Como mencionado, através das equações (3.25) e (3.31) percebe-se que os multiplicadores de Lagrange normalizados referentes às medidas se assemelham aos resíduos normalizados associados a elas. Analogamente, é possível concluir então que os multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições estruturais e operacionais funcionam também como meios que permitem detectar erros nestas restrições.

Para isso, os multiplicadores de Lagrange normalizados são comparados com um limiar pré-estabelecido, geralmente fixado em 3.0 com base nas propriedades da distribuição normal (PAPOULIS; PILLAI, 2002). Multiplicadores de Lagrange normalizados que estejam acima desse limiar ( $\lambda_t$ ) indicam disjuntores que podem ter sido modelados erroneamente, formando o grupo de disjuntores suspeitos. No caso de não haver nenhum multiplicador acima do limiar assume-se que não existe erro de topologia.

Uma vez que apenas um disjuntor teve seu status modelado de forma errônea é possível afirmar, conforme (CLEMETS; COSTA, 1998), que o maior valor de multiplicador de Lagrange normalizado relacionado às restrições operacionais  $\lambda_o^N$  corresponde ao disjuntor equivocadamente modelado.

Em contrapartida, sabe-se que essa afirmação não é verdadeira quando se tratam de erros múltiplos de topologia, neste caso, por conta do efeito de espalhamento que estes erros podem acarretar nas demais medidas e restrições do problema, é necessária a formação e processamento de um conjunto de disjuntores suspeitos composto por todos os disjuntores cujos respectivos multiplicadores de Lagrange possuem valores maiores que  $\lambda_t$ .

Uma vez selecionado o conjunto de disjuntores suspeitos, parte-se para o processo de identificação do erro. O processo consiste em analisar as diversas combinações possíveis de status dentre os disjuntores considerados suspeitos, o que será melhor detalhado no capítulo seguinte.

### 3.7 CONCLUSÃO

A estimação de estados generalizada, ao incluir a modelagem de ramos de impedância nula, possibilita a representação explícita de chaves e disjuntores, permitindo novas propostas de métodos e algoritmos para a identificação de erros de topologia.

Neste capítulo foi apresentada a estimação de estados generalizada como um problema de otimização restrito no qual as informações fornecidas pela modelagem a nível de seção de barra, de partes de interesse da rede, são incluídas ao problema como restrições de igualdade, tornando possível a detecção de erros de topologia no sistema analisado através da utilização dos multiplicadores de Lagrange normalizados de forma análoga à utilização dos resíduos normalizados para a identificação de erros grosseiros em medidas.

Também foram apresentados os possíveis tipos de erros de topologia e a representação da rede utilizada neste trabalho.

No capítulo seguinte será apresentada o método probabilístico utilizado neste trabalho, baseado no Teorema de Bayes, concluindo a metodologia proposta neste TCC.

## 4 ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA A IDENTIFICAÇÃO DO ERRO DE TOPOLOGIA

### 4.1 INTRODUÇÃO

Como mencionado no capítulo 3, a representação de partes de interesse da rede a nível de seção de barra possibilitou a modelagem explícita dos ramos chaveáveis (chaves e disjuntores). Essa abordagem permitiu o desenvolvimento de novas metodologias e algoritmos para detecção e identificação de erros de topologia, como a utilização dos multiplicadores de Lagrange normalizados para a detecção da existência deste tipo de erro, bem como a seleção do grupo de disjuntores suspeitos (CLEMENTS; COSTA, 1998).

Neste capítulo será apresentada a abordagem probabilística, baseada no Teorema de Bayes, utilizada para processar a parte de identificação do erro e consequentemente a configuração correta dos status dos disjuntores.

Este processo de identificação baseia-se no Teste de Hipóteses realizado sob o conjunto de disjuntores suspeitos, onde as diversas combinações possíveis de status dentre estes disjuntores são testadas, e fornecem como resultados as probabilidades condicionais de cada configuração analisada. Para  $n_{ds}$  disjuntores suspeitos existem  $2^{n_{ds}}$  combinações de status possíveis entre eles. O processo é então concluído quando todos os  $\lambda_o^N$  associados a este conjunto possuem valores inferiores a  $\lambda_t$ .

Essa metodologia foi inicialmente proposta por (LOURENÇO; COSTA, 2000) e implementada para o modelo linear do sistema. Os resultados satisfatórios motivaram a extensão do método para modelos não lineares da rede em (LOURENÇO, 2001). Posteriormente em (SANTOS, 2006) foi proposta a utilização deste método, em redes não lineares, mas apenas para a análise da inserção de geração distribuída em sistemas de distribuição.

Este último trabalho contornou problemas numéricos que existiam principalmente devido ao cálculo de determinantes de matrizes muito grandes ao se calcular explicitamente o valor da função densidade de probabilidade de cada configuração possível de disjuntores. Essa abordagem foi então substituída em (SANTOS, 2006) pelo cálculo apenas do expoente desta função como indicador da configuração correta no conjunto analisado, o que só havia sido realizado até o momento para sistemas de distribuição.

Neste trabalho iremos aplicar essa abordagem que utiliza apenas o cálculo do expoente da função densidade de probabilidade para a identificação de erros de topologia em sistemas elétricos de transmissão.

## 4.2 DEFINIÇÃO DAS HIPÓTESES

Como mencionado anteriormente, para um conjunto de  $n_{ds}$  disjuntores suspeitos existem  $N_h$  combinações possíveis dos status dos disjuntores deste grupo ( $N_h$  hipóteses):

$$N_h = 2^{n_{ds}} \quad (4.1)$$

Cada hipótese é formada por uma combinação binária para os status dos disjuntores suspeitos onde o valor '0' corresponde aos disjuntores considerados abertos e o valor '1' aos considerados fechados.

A combinação dos status dos disjuntores originalmente entregue ao estimador é chamada de hipótese básica  $H_o$ . As demais hipóteses formuladas no decorrer do algoritmo para este grupo de disjuntores são chamadas de hipóteses alternativas  $H_i$ .

Ressalta-se que os resultados da estimação de estados para a hipótese básica são também utilizados para o processamento de cada uma das hipóteses alternativas evitando assim a re-estimação dos estados a cada nova configuração de disjuntores testada (LOURENÇO, 2001).

### 4.2.1 $H_o$ - Hipótese Básica

Para possibilitar a utilização dos resultados obtidos com a estimação de estados da hipótese básica é necessário que tanto o status aberto (fluxos de potência ativa e reativa nulos) como o fechado (diferença de potencial e angular nulas) de cada disjuntor seja representado no problema de estimação, possibilitando a definição, posteriormente, de cada uma das hipóteses alternativas.

As restrições complementares são aquelas cujo status dos disjuntores são contrários aos definidos na hipótese básica, por exemplo, se um conjunto de 4 disjuntores possui a configuração corrente  $\{1001\}$ , a restrição complementar correspondente é  $\{0110\}$ , lembrando que '1' corresponde a um disjuntor fechado e '0' a um disjuntor aberto.

A transformação da hipótese básica nas hipóteses alternativas para processamento do algoritmo de otimização é realizada através da transformação das restrições complementares em "medidas" de variân-

cia alta, ou seja, alterando-se os valores da matriz diagonal  $R$ .

#### 4.2.2 $H_i$ - Hipóteses Alternativas

Em uma hipótese alternativa, o status de pelo menos um dos disjuntores considerados suspeitos precisa estar diferente do considerado na hipótese básica.

Se a alteração for fechar em  $H_i$  um disjuntor que era considerado aberto em  $H_o$  deve-se desativar a restrição operacional referente a este disjuntor que determina que os fluxos de potência ativa e reativa através dele são nulos, e ativar a restrição operacional, do mesmo disjuntor, que determina que a diferença angular de potencial são nulas. Para um disjuntor que era considerado fechado em  $H_o$  e será considerado aberto em  $H_i$  o contrário se aplica, tudo feito através da modificação dos valores da matriz  $R$ .

Para exemplificar essa alteração considere que  $H$  e  $R$  referentes a hipótese básica passam a ser particionadas como segue:

$$H = \begin{pmatrix} H_m \\ H_s \\ H_{o,a} \\ H_{o,f} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_m & & & \\ & 0 & & \\ & & R_{o,a} & \\ & & & R_{o,f} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

onde,

$H_{o,a}$  e  $H_{o,f}$  são as linhas da matriz jacobiana referentes às restrições operacionais dos disjuntores abertos e fechados, respectivamente;

$R_{o,a}$  e  $R_{o,f}$  são as linhas da matriz de covariância das restrições operacionais dos disjuntores abertos e fechados, respectivamente;

Como mencionado anteriormente as alterações, ativar ou desativar uma restrição, realizadas em  $H_i$  são feitas através das mudanças dos valores das duas últimas partições de  $H_o$ , ou seja, em  $H_{o,a}$  e  $H_{o,f}$ . Sendo assim, as modificações desejadas podem ser representadas por uma matriz  $\Delta R_i$ :

$$R_i = R + \Delta R_i \quad (4.4)$$

onde,

$$\Delta R_i = \text{diag} \left\{ \overbrace{0, \dots, 0}^{N_m + N_s}, \overbrace{0, \dots, 0, \pm\gamma, 0, \dots, 0, \pm\gamma, 0}^{N_o}, \overbrace{0, \mp\gamma, 0, \dots, 0, \mp\gamma, 0, \dots, 0}^{N_o} \right\} \quad (4.5)$$

Sendo que  $\gamma$  representa um valor relativamente alto, se comparado com os valores da matriz  $R_m$ . Neste trabalho utilizou-se o valor  $10^6$ .

Já a matriz,  $n_{mr} \times n_{mr}$ ,  $\Delta R_i$  de modificações pode ser calculada da seguinte forma:

$$\Delta R_i = E_i G_i E_i^T \quad (4.6)$$

Sendo,

$$E_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_i \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$F_i = (e_{i1}, \dots, e_{ik}) \quad (4.8)$$

onde,

$n_{mr}$  é o número de medidas + restrições;

$k$  é o número de disjuntores suspeitos cujo status é diferente em

$H_i$  de  $H_o$ ;

$e_{ij}$  é a  $j$ -ésima coluna da matriz identidade  $n_d \times 1$ ;

$G_i$  é a matriz diagonal com dimensão  $4k \times 4k$  com os valores de  $\pm\gamma$ ;

Para facilitar a compreensão é apresentado um exemplo referente ao Sistema-Teste 1 utilizado para demonstração dos resultados no capítulo 5.

### Exemplo:

Na Figura 1 é possível observar que a configuração correta é  $\{1001\}$ . No entanto considere que a configuração passada ao estimador foi  $\{1000\}$ . Após o processo de estimação e detecção realizados os disjuntores D3 e D4 foram considerados suspeitos, onde a hipótese básica, como observado, é  $H_o = \{00\}$ .



Para representar a hipótese  $H_1 = \{01\}$  onde apenas o disjuntor D4 teve seu status modificado, de aberto para fechado, é necessário calcular  $\Delta R_i$  de acordo com a equação (4.6), para isso calcula-se:

$$G_i = \begin{pmatrix} -\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$F_i = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1) \quad (4.10)$$

Com as equações (4.9) e (4.10) é possível então obter  $\Delta R_1$ :

$$\Delta R_1 = \text{diag} \left\{ \overbrace{0, \dots, 0}^{N_m + N_s}, \overbrace{0, 0, 0, -\gamma, 0, 0, 0, -\gamma}^{N_o}, \overbrace{0, 0, 0, \gamma, 0, 0, 0, \gamma}^{N_o} \right\} \quad (4.11)$$

É possível observar na equação (4.11) que, conforme esperado, os valores não nulos da matriz de modificações  $\Delta R_1$  correspondem a posição das restrições operacionais que correspondem ao disjuntor D4.

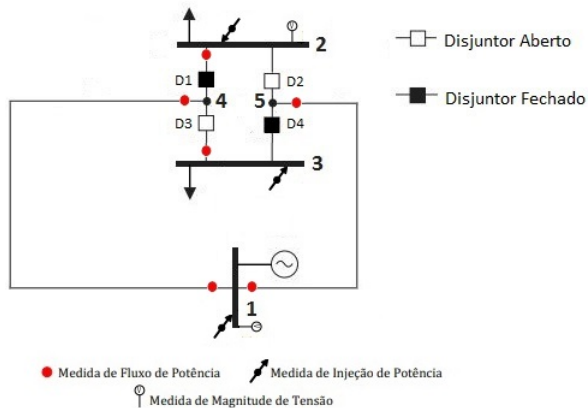


Figura 1 – Sistema Exemplo.

### 4.3 TESTE DE HIPÓTESES VIA TEOREMA DE BAYES

Para a identificação do erro de topologia e conseqüentemente da configuração correta de status dos disjuntores do sistema analisado utiliza-se o Teste de Hipóteses. Seu objetivo consiste em saber se as informações provenientes do sistema e oferecidas ao estimador, sejam elas referentes à medidas ou restrições, validam a hipótese básica ou alguma das hipóteses alternativas.

A partir da estimação Bayesiana calculam-se as probabilidades condicionais de cada uma das hipóteses. Considera-se  $P(H_i)$  a probabilidade *a priori* e  $P(H_i|z)$  a probabilidade condicional *a posteriori*, ou seja, após ter sido processada juntamente às medidas e restrições.

Sabendo-se que  $f(z|H_i)$  é a função densidade de probabilidade condicional de  $z$  dado que  $H_i$  é verdadeira, tem-se:

$$P(H_i|z) = \frac{f(z|H_i)P(H_i)}{\sum_{j=1}^{2^{n_{ds}-k}} f(z|H_j)P(H_j)} \quad (4.12)$$

Conforme (PAPOULIS; PILLAI, 2002), as probabilidades *a priori* de cada hipótese pode ser calculada a partir da equação (4.13):

$$P(H_i) = p^k(1-p)^{n_{ds}} \quad (4.13)$$

Onde  $p$  é a probabilidade de cada disjuntor de possuir status diferente em  $H_i$  em relação a  $H_o$ . Na falta de sugestão melhor sugere-se  $p = 0,5$  o que indicada que a possibilidade de um disjuntor possuir status igual ou diferentes em  $H_i$  e  $H_o$  é a mesma.

Como pode ser observado na equação (4.12) o cálculo da probabilidade condicional *a posteriori*  $P(H_i|z)$  de cada hipótese depende do cálculo do valor da função densidade de probabilidade condicional  $f(z|H_i)$ .

Considerando que os estados  $x$  e os erros de medição  $\epsilon$  são variáveis aleatórias normalmente distribuídas é possível calcular o valor de suas funções densidade de probabilidade condicional por meio das equações que seguem (PAPOULIS; PILLAI, 2002):

$$f_x(x) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |P|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}x^T P^{-1}x} \quad (4.14)$$

$$f_\epsilon(\epsilon|H_i) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} |R_i|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}\epsilon^T R_i^{-1}\epsilon} \quad (4.15)$$

Onde é possível representar o vetor  $z$  de medidas através das variáveis de estado  $x$  e dos erros:

$$z = Hx + \epsilon \quad (4.16)$$

Sendo  $\epsilon$  o vetor,  $n_{mr} \times 1$ , de erros estendido:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Sendo assim,

$$E\{zz^T\} = HE\{xx^T\}H^T + E\{\epsilon\epsilon^T\} = HPH^T + R \quad (4.18)$$

Deste forma, cada umas das funções densidade de probabilidade condicional  $f(z|H_i)$  também terá distribuição normal, conforme (PAPOULIS; PILLAI, 2002), e poderá ser calculada por:

$$f(z|H_i) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} |\Omega_i|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(z-H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z-H\bar{x})} \quad (4.19)$$

onde  $\Omega_i$  é a matriz  $n_{mr} \times n_{mr}$  de covariância do vetor de medidas  $z$  se considerado que a hipótese  $H_i$  é verdadeira, podendo ser calculado pela equação (4.20).

$$\Omega_i = HPH^T + R_i \quad (4.20)$$

#### 4.4 SOLUÇÃO DO SISTEMA MODIFICADO

Conforme discutido neste capítulo, as hipóteses alternativas podem ser criadas através de alterações nos valores da matriz de covariância  $R$ .

Essas modificações podem ser expressadas na matriz Tableau Esparsa, para uma dada hipótese alternativa  $H_i$ , da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R_i \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix}^{-1} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} G_i \begin{pmatrix} 0 & E_i^T \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Como indicado pela equação (4.21) o sistema de equações representado pela equação (3.31), para traduzir a hipótese alternativa  $H_i$ , pode ser modificado da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} P^{-1} & H^T \\ H & R + E_i G_i E_i^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Cuja solução é representada por:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Sigma^i & C^{T^i} \\ C^i & V^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

onde,

$$\begin{pmatrix} -\Sigma^i & C^{T^i} \\ C^i & V^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-1} & H^T \\ H & R + E_i G_i E_i^T \end{pmatrix}^{-1} \quad (4.24)$$

Empregando-se o teorema de Sherman-Morrison-Woodbury à equação (4.23), obtém-se:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} \times M_i \begin{pmatrix} 0 & E_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

onde,

$$M_i = [G_i^{-1} + E_i^T V E_i]^{-1} \quad (4.26)$$

Inserindo a equação que soluciona o problema referente a hipótese alternativa (4.25) na equação que soluciona o problema para a hipótese básica (3.36) evita-se a re-estimação dos estados a cada nova hipótese a ser testada, conforme (LOURENÇO, 2001):

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (4.27)$$

#### 4.4.1 Cálculo do determinante de $\Omega_i$

O cálculo do determinante da matriz de covariância  $\Omega_i$ , um dos termos de  $f(z|H_i)$ , é tratado separadamente por demandar um esforço computacional muito grande dependendo da quantidade de hipóteses a serem analisadas.

Para diminuir este esforço computacional é utilizado uma das propriedades de determinante. Substituindo-se a equação (4.4) na equação (4.20) obtêm-se:

$$\Omega_i = R + HPH^T + E_i G_i E_i^T \quad (4.28)$$

Definindo  $\Omega_o = R + HPH^T$  como a matriz de covariância referente a hipótese básica:

$$\Omega_i = \Omega_o + E_i G_i E_i^T \quad (4.29)$$

ou, de outra forma:

$$\Omega_i = \Omega_o [I_{n_{mr}} + \Omega_o^{-1} E_i G_i E_i^T] \quad (4.30)$$

Aplicando-se o determinante para obter o termo de  $f(z|H_i)$ :

$$|\Omega_i| = |\Omega_o| |I_{n_{mr}} + \Omega_o^{-1} E_i G_i E_i^T| \quad (4.31)$$

No qual  $I_{n_{mr}}$  é a matriz identidade cuja dimensão corresponde ao número total de medidas e restrições ( $n_{mr}$ ).

Utilizando uma propriedade de determinantes, apresentada em (CHEN, 1984), a equação (4.31) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$|\Omega_i| = |\Omega_o| |I_{4k} + G_i E_i^T \Omega_o^{-1} E_i| \quad (4.32)$$

onde  $I_{4k}$  é a matriz identidade cuja dimensão corresponde a quatro vezes o número de disjuntores suspeitos cujo status em  $H_i$  é diferente em relação a  $H_o$  ( $4k$ ).

Ao se observar a equação (4.12), que apresenta o cálculo da probabilidade condicional *a posteriori*  $P(H_i|z)$ , é possível observar que a função densidade de probabilidade condicional  $f(z|H_i)$  apresenta-se tanto no numerador como no denominador de  $P(H_i|z)$ . Portanto torna-se mais conveniente calcular a razão de determinantes como segue:

$$\frac{|\Omega_i|}{|\Omega_o|} = |I_{4k} + G_i E_i^T \Omega_o^{-1} E_i| \quad (4.33)$$

Com isso é possível contornar a necessidade de se calcular o determinante de  $\Omega_o$  que possui dimensão  $n_{mr} \times n_{mr}$ .

Por conveniência define-se, a partir da equação acima, a matriz  $V_{mod}$  como sendo:

$$V_{mod} = I_{4k} + G_i E_i^T \Omega_o^{-1} E_i \quad (4.34)$$

a qual pode ser fatorada da seguinte forma:

$$V_{mod} = L_v D_v L_v \quad (4.35)$$

Finalmente, a razão de determinantes apresentada em (4.33) pode ser calculada como segue:

$$\frac{|\Omega_i|}{|\Omega_o|} = |V_{mod}| = |D_v| = \prod_{i=1}^k D_v(i, i) \quad (4.36)$$

Ressalta-se que o grande benefício desta metodologia de cálculo apresenta-se na redução da dimensão das matrizes com as quais os cálculos são realizados, de  $n_{mr}$  para  $4k$ .

#### 4.4.2 Cálculo do Expoente de $f(z|H_i)$

Da mesma forma que o determinante de  $\Omega_i$  o cálculo do expoente da função densidade de probabilidade condicional também pode exigir demasiado esforço computacional, acarretando problemas numéricos. Desta forma é necessário utilizar uma metodologia mais efetiva para a realização deste cálculo.

A partir das equações (3.43) e (4.20) sabe-se que:

$$V = (HPH^T + R)^{-1} \quad (4.37)$$

$$\Omega_i = HPH^T + R_i \quad (4.38)$$

No qual é possível verificar que a matriz inversa de covariância da hipótese básica  $\Omega_o^{-1}$  é:

$$\Omega_o^{-1} = V \quad (4.39)$$

Observando-se as equações (3.41), (3.34) e (4.39) é possível observar que o cálculo do expoente da função densidade de probabilidade condicional  $f(z|H_i)$  pode ser obtido conforme a equação a seguir:

$$(z - H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z - H\bar{x}) = (z - H\bar{x})^T \lambda_i \quad (4.40)$$

Substituindo-se a equação (4.27) na equação (4.31) obtém-se:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda_i = (z - H\bar{x})^T \lambda - (0 \quad (z - H\bar{x})^T) \begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (4.41)$$

Sabe-se que a estimação de estados utiliza a fatoração da matriz de coeficientes do sistema do Tableau Esparsos:

$$\begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} = LDL^T \quad (4.42)$$

então,

$$\begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} = L^{-T} D^{-1} L^{-1} \quad (4.43)$$

Com estes fatores é possível simplificar o cálculo do expoente da função densidade de probabilidade condicional (4.41) como segue:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda_i = (z - H\bar{x})^T \lambda - (0 \quad (z - H\bar{x})^T) L^{-T} D^{-1} L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (4.44)$$

Sendo assim,

$$(z - H\bar{x})^T \lambda_i = (z - H\bar{x})^T \lambda - (0 \quad (z^{mod})^T) D^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i^{mod} \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (4.45)$$

onde,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ z^{mod} \end{pmatrix} = L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ z - H\bar{x} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_i^{mod} \end{pmatrix} = L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Por fim, o expoente pode ser facilmente calculado através da equação (4.45).

## 4.5 ANÁLISE DO EXPOENTE

Em decorrência da alta de incidência de erros de condicionamento numérico causado pelo cálculo do valor da função densidade de probabilidade condicional para cada hipótese a ser avaliada, principalmente em virtude da existência do cálculo de determinantes de matrizes muito grandes, foi verificado em (SANTOS, 2006) que não era necessário calcular explicitamente o valor desta função e sim apenas o valor do expoente desta função, visto que já é capaz de indicar qual hipótese corresponderá ao maior valor de  $f(z|H_i)$ .

Essa metodologia até então havia sido utilizada apenas para a análise da inserção da geração distribuída em sistemas de distribuição, a contribuição deste trabalho vem justamente em utilizar essa metodologia para a identificação de erros de topologia em sistemas de transmissão.

Conforme (SANTOS, 2006), por meio da utilização de artifícios matemáticos, foi possível reescrever a função densidade de probabilidade condicional para que seja possível identificar a hipótese correta, ou seja, a de maior probabilidade *a posteriori*, sem a necessidade de se calcular o valor para cada hipótese alternativa:

$$f_{mod}(z|H_i) = (2\pi)^{-0,5k} \left( \frac{|\Omega_i|}{|\Omega_o|} \right)^{-0,5} e^{-0,5(z-H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z-H\bar{x})} \quad (4.48)$$

De acordo com as propriedades de logaritmos, sabe-se que:

$$\Omega = e^{ln(\Omega)} \quad (4.49)$$

onde,

$$\Omega = \frac{|\Omega_i|}{|\Omega_o|} \quad (4.50)$$

Ao substituir a equação (4.50) na equação (.48) obtém-se:

$$f_{mod}(z|H_i) = (2\pi)^{-0,5k} e^{-0,5[ln(\Omega)+(z-H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z-H\bar{x})]} \quad (4.51)$$

Com o objetivo de simplificar a análise do resultado a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f_{mod}(z|H_i) = \beta e^{-\alpha_i} \quad (4.52)$$



onde,

$$\beta = (2\pi)^{-0,5k} \quad (4.53)$$

$$\alpha_i = 0,5[\ln(\Omega) + (z - H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z - H\bar{x})] \quad (4.54)$$

Substituindo a equação (4.53) na equação (4.12) o cálculo da probabilidade condicional *a posteriori* passa a ser representado como:

$$P(H_i|z) = \frac{\beta e^{-\alpha_i} P(H_i)}{\sum_{j=0}^{N_h-1} \beta e^{-\alpha_j} P(H_j)} \quad (4.55)$$

onde, conforme definido anteriormente,  $N_h$  corresponde ao número de hipóteses.

Conforme mencionado no tópico 4.3 considera-se que as probabilidades *a priori*  $P(H_i)$  são equiprováveis, sendo possível simplificar a equação (4.55) como segue:

$$P(H_i|z) = \frac{e^{-\alpha_i}}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}} \quad (4.56)$$

Como o objetivo final é determinar qual a hipótese com a maior probabilidade condicional *a posteriori*, tem-se:

$$P_{max}(H_i|z) = \max \left\{ \frac{e^{-\alpha_1}}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}}; \frac{e^{-\alpha_2}}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}}; \dots; \frac{e^{-\alpha_{(N_c-1)}}}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}} \right\} \quad (4.57)$$

Como o denominador é o mesmo em todos os termos é possível simplificar a equação (4.57) da seguinte forma:

$$P_{max}(H_i|z) = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}} \max \{e^{-\alpha_1}; e^{-\alpha_2}; \dots; e^{-\alpha_{(N_c-1)}}\} \quad (4.58)$$

A equação (4.58) demonstra, como esperado, que a hipótese referente ao maior valor de probabilidade condicional *a posteriori* pode ser identificada apenas por meio do cálculo do expoente  $\alpha_i$ .

Conclui-se então que a hipótese com o maior valor de  $P(H_i|z)$  será **aquela correspondente ao menor valor de  $\alpha_i$** , ou seja:

$$P_{max}(H_i|z) = \frac{e^{-\alpha_i}}{\sum_{j=0}^{N_h-1} e^{-\alpha_j}} \quad (4.59)$$

onde,

$$\alpha_i = \min \{ \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{(N_c-1)} \} \quad (4.60)$$

Desta forma, mesmo que o expoente seja elevado, é possível identificar qual das hipóteses é a correta.

#### 4.6 FLUXO NULO EM DISJUNTORES FECHADOS

O problema se apresenta em casos onde alguns disjuntores do conjunto suspeito que estão abertos na configuração real do sistema analisado são identificados como fechados, porém com fluxo residual através deles, pelo Teste de Hipóteses.

Esse tipo de erro surge após a finalização do processo de identificação, e o que acontece nestes casos é que os valores estimados para os fluxos de potência através desses disjuntores possuem magnitudes muito pequenas, e portanto a identificação equivocada de status fechado não afeta significativamente as demais estimativas.

Reconhecendo a importância de se conhecer a verdadeira configuração de tais disjuntores, em (CLEMENTS; COSTA, 1998) é proposta uma solução, onde no estágio de pós processamento do algoritmo são aplicados testes estatísticos para identificar a real configuração destes disjuntores.

A hipótese considerada básica afirma que o valor médio do fluxo em cada um dos disjuntores é zero, sendo testada em frente a hipótese alternativa complementar onde o valor é diferente de zero.

Um limiar a partir do qual os disjuntores serão definidos como abertos ou fechados é definido por:

$$\epsilon_f = \sigma_{d,i} N \frac{\Psi}{1 - \frac{\Psi}{2}} \quad (4.61)$$

onde,

$\sigma_{d,i}^2$  é a variância dos fluxos de potência através deste disjuntor, que pode ser obtida através da diagonal da matriz  $\Sigma$  na equação (4.24).

$N_{1-\frac{\Psi}{2}}$  é o percentil  $100(1 - \frac{\Psi}{2})$  da distribuição normal padrão.  
 $\psi$  é a probabilidade de falso alarme.

#### 4.7 ALGORITMO PROPOSTO

Neste tópico é apresentado o algoritmo desenvolvido neste trabalho de conclusão de curso, partindo do ponto de obtenção de dados do estimador de estados não linear, a nível de seção de barra, chamado ENSEB e desenvolvido em (LOURENÇO, 2001), até a identificação da hipótese correta pelo algoritmo elaborado no decorrer deste trabalho.

1. Rodar estimador de estados não linear, a nível de seção de barras (ENSEB), e gerar como arquivo de saída as listas encadeadas que formam as matrizes do sistema do Tableau Esparsa.
2. Entrar com as listas encadeadas como dados de entrada no programa desenvolvido em Matlab neste trabalho para a detecção e identificação dos erros de topologia.
3. Resolver o sistema Tableau e normalizar os multiplicadores de Lagrange.
4. Detectar o erro de topologia:
  - Se  $\lambda_{o\_max}^N > \lambda_t$  então existe erro de topologia
  - Se  $\lambda_{o\_max}^N < \lambda_t$  então não existe erro de topologia
5. Compor conjunto suspeito:
  - Se  $\lambda_{o,i}^N > \lambda_t$  então disjuntor  $i$  pertence ao conjunto suspeito
  - Se  $\lambda_{o,i}^N < \lambda_t$  então disjuntor  $i$  não pertence ao conjunto suspeito
6. Aplicar o teste de hipóteses ao conjunto de disjuntores suspeitos, calculando respectivos  $\alpha_i$ .
7. Identificar menor  $\alpha_i$  e consequentemente a hipótese correta.
8. Fim do processo de detecção e identificação de erros de topologia.

## 4.8 CONCLUSÃO

No capítulo 4 foi apresentada a abordagem probabilística para a identificação de erros de topologia utilizada neste trabalho.

Por meio do Teorema de Bayes um teste de hipóteses é aplicado às hipóteses alternativas, criadas a partir do conjunto de disjuntores selecionados como suspeitos no processo de detecção do erro, com o objetivo de calcular suas respectivas probabilidades condicionais *a posteriori*  $P(H_i|z)$ . A hipótese com a maior probabilidade condicional *a posteriori* é a verdadeira.

No decorrer do capítulo também foram apresentados alguns aspectos computacionais, como o cálculo do determinante da matriz de covariância  $\Omega_i$  e o expoente da função densidade de probabilidade condicional  $f(Z|H_i)$ , com o objetivo de contornar problemas numéricos durante o processamento do algoritmo.

O capítulo 5 mostrará alguns resultados de simulações para três sistemas-teste que comprovam a eficiência da metodologia aqui apresentada.

## 5 RESULTADOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÕES

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados obtidos para as simulações realizadas em três sistemas-teste, modelados no nível de seção de barra para o modelo não-linear da rede, os quais corroboram a metodologia apresentada nos capítulos anteriores.

O primeiro sistema-teste é um sistema de pequeno porte que foi utilizado para realizar os testes durante o desenvolvimento do algoritmo, e apresentado no exemplo de formulação das hipóteses alternativas no capítulo 4. Possui 5 nós, 6 ramos e 4 disjuntores. O sistema, bem como sua configuração correta de status de disjuntores, estão apresentados na Figura 2 abaixo.

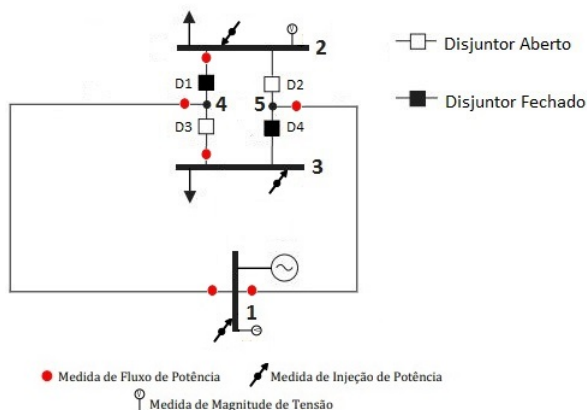


Figura 2 – Sistema-teste 1.

Da mesma forma o sistema-teste 2 parte do sistema de 24 barras do IEEE, com as subestações 15 e 16 modeladas a nível de seção de barras, e é composto por 18 nós, 22 ramos e 11 disjuntores. Assim como o sistema-teste 1, está representado na Figura 3 com sua respectiva configuração correta de status de disjuntores.

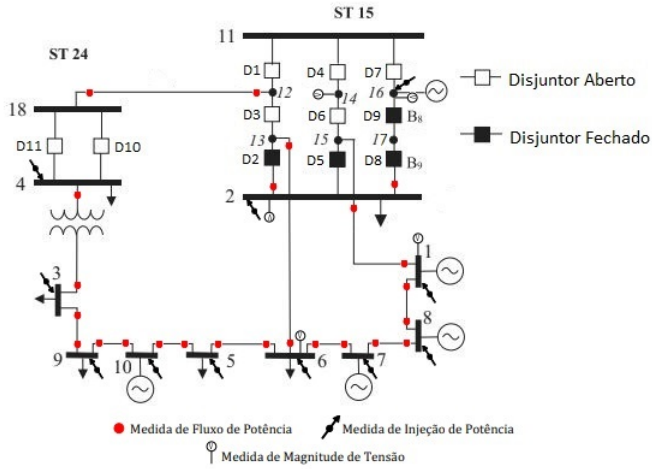


Figura 3 – Sistema-teste 2.

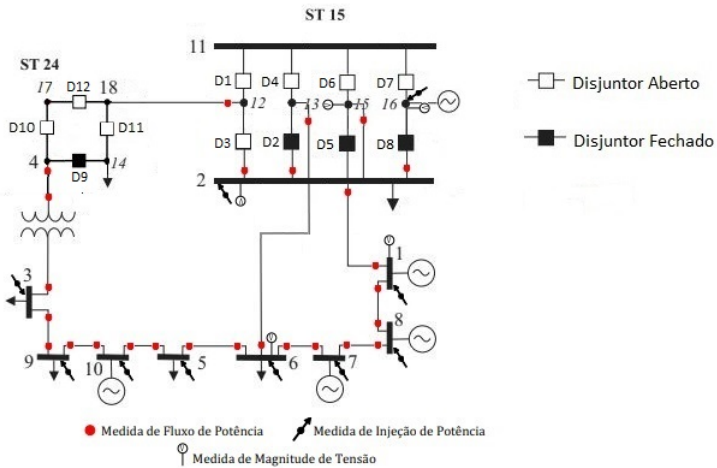


Figura 4 – Sistema-teste 3.

O sistema-teste 3, representado pela Figura 4, também parte do sistema de 24 barras do IEEE, no entanto as subestações detalhadas neste caso são as subestações 14 e 15. É composto por 18 barras, 12 disjuntores e 23 ramos.

Os principais resultados estão apresentados individualmente nas seções seguintes. Ressalta-se que, como mencionado no capítulo 4, para a definição da configuração de status de disjuntores aplica-se a referencição binária onde “0” indica um disjuntor aberto e “1” indica um disjuntor fechado.

## 5.2 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 1

Os resultados obtidos com os testes realizados sobre o sistema representado pela Figura 2 são apresentados nesta seção. A Tabela 1 e 6 apresentam as condições de operação utilizadas para testes de erros simples e erros múltiplos sobre este sistema.

Conforme a metodologia apresentada no capítulo anterior, os multiplicadores de Lagrange Normalizados são utilizados para a detecção do erro de topologia e formação do conjunto de disjuntores suspeitos, os quais formam as hipóteses alternativas que são submetidas então ao teste de hipóteses para a identificação da hipótese correta por meio do menor valor de  $\alpha_i$ , o expoente da função densidade de probabilidade condicional *a posteriori*.

Para este sistema-teste a configuração correta de status de disjuntores é {1001}.

### 5.2.1 Erro Simples

Como mencionado na subseção 4.2.2 este tipo de erro ocorre quando o status de apenas um disjuntor modelado erroneamente é repassado ao estimador.

Para o teste deste tipo de erro foram utilizadas as condições de operação 1 apresentadas na tabela 1.

Conforme o algoritmo apresentado na seção 4.6 os multiplicadores de Lagrange Normalizados são utilizados para detecção do erro de topologia e formação do conjunto de disjuntores suspeitos ( $\lambda_o^N > \lambda_t$ , sendo que o valor limiar  $\lambda_t$  foi inicialmente fixado em 3.0).

Os resultados obtidos com as simulações podem ser averiguados nas tabelas que seguem:

Tabela 1 – Condição de Operação 1 - Erro Simples

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Caso 1	3-5	2-4; 2-5; 3-4
Caso 2	2-4; 2-5; 3-5	3-4

Tabela 2 – Resultados para Erro Simples - Caso 1

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-4	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1001}	239,0
2-4	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1111}	733,0
2-4	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1011}	750,0

Tabela 3 – Resultados para Erro Simples - Caso 2

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-5	2-4; 2-5; 3-4;	{100}	34,73
2-5	2-4; 2-5; 3-4;	{111}	223,0
2-5	2-4; 2-5; 3-4;	{101}	257,0

Ressalta-se que de acordo com a metodologia aplicada neste trabalho, a hipótese correta é identificada através do menor expoente da função densidade de probabilidade condicional  $\alpha_i$ , o qual indica o maior valor da função densidade de probabilidade condicional *a posteriori*  $f(z|H_i)$ .

Para este tipo de erro, o maior multiplicador de Lagrange Normalizado referente às restrições operacionais indica o disjuntor cujo status foi erroneamente modelado. As tabelas abaixo demonstram este resultado para os dois casos.

Tabela 4 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1

Disjuntor	$\lambda_o^N$
2-4	180,57
2-5	103,06
3-4	37,03



Tabela 5 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2

Disjuntor	$\lambda_o^N$
2-5	23,71
2-4	21,02
3-4	13,94

Como era esperado, os resultados verificados corroboram a metodologia apresentada neste trabalho.

### 5.2.2 Erros Múltiplos

Neste caso, o status de mais de um disjuntor modelado erroneamente é repassado ao estimador, não podendo mais a hipótese correta ser identificada diretamente através do valor do maior multiplicador de Lagrange normalizado referente às restrições operacionais.

Para o teste deste tipo de erro foram utilizadas as condições de operação 2 apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Condição de Operação 2 - Erros Múltiplos

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Caso 1		2-4; 2-5; 3-4; 3-5
Caso 2	2-4; 2-5	3-4; 3-5

Uma tabela de resultados é apresentada para cada caso testado de modo a possibilitar a visualização do menor expoente para a hipótese identificada como correta.

Desta vez, como mais de um disjuntor possui seus status modelados erroneamente, não é mais possível detectar o erro de topologia apenas por meio da inspeção do maior multiplicador de Lagrange normalizado. São então apresentados os três menores valores de  $\alpha_i$  de modo a validar a metodologia proposta.

Para ambos os casos podemos ver que o menor expoente da função densidade de probabilidade  $\alpha_i$  corresponde a configuração de status dos disjuntores correta.

Tabela 7 – Resultados para Erros Múltiplos - Caso 1

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_{i_{min}}$
2-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1001}	108,36
2-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1101}	132,24
2-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1111}	120,07

Tabela 8 – Resultados para Erros Múltiplos - Caso 2

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_{i_{min}}$
2-5; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1001}	116,56
2-5; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1011}	335,0
2-5; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1111}	296,0

### 5.2.3 Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados

Como mencionado no capítulo 4, este tipo de problema no desempenho do algoritmo pode ocorrer em casos onde alguns disjuntores do conjunto suspeito que estão na verdade abertos na configuração real do sistema analisado são identificados como fechados, porém com fluxo residual através deles, pelo Teste de Hipóteses.

Para exemplificar, as tabelas abaixo apresentam uma configuração testada onde pode ser observada a ocorrência deste tipo de problema, bem como os resultados obtidos:

Tabela 9 – Condição de Operação 3 - Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados

Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
2-4; 3-4	2-5; 3-5

Como pode ser observado pelos resultados apresentados na Tabela 10 e a configuração de disjuntores para o Sistema-teste 1 os disjuntores identificados como fechados são disjuntores com fluxo nulo conforme indica diagrama apresentado na Figura 2.

Outros tipos de erro serão abordados nas próximas seções.

Tabela 10 – Resultados para Fluxo Nulo em Disjuntores Fechados

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
3-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1111}	7,0
3-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1101}	93,8
3-4; 3-5	2-4; 2-5; 3-4; 3-5	{1001}	34,0

### 5.3 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 2

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com os testes realizados sobre o sistema representado pela Figura 2. As tabelas a seguir apresentam as condições de operação utilizadas e resultados para testes de diferentes tipos de erros de topologia.

Para este sistema-teste a configuração correta de status de disjuntores é {01001001100}.

#### 5.3.1 Erro Simples

Para o teste deste tipo de erro foram utilizadas as condições de operação 2 apresentadas na Tabela 11.

Tabela 11 – Condição de Operação 1 - Erro Simples

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Caso 1	2-15; 2-17; 16-17	11-12; 2-13; 12-13; 11-14; 14-15; 11-16; 4-18; 4-1
Caso 2	2-13; 2-15; 2-17	11-12; 12-13; 11-14; 14-15; 11-16; 16-17; 4-18; 4-18

Da mesma forma que para o sistema-teste anterior, é possível perceber pelas tabelas abaixo que o algoritmo é capaz de identificar corretamente a hipótese correta de status dos disjuntores através do valor de  $\alpha_i$ :

O disjuntor referente ao maior multiplicador de Lagrange Normalizado é identificado como sendo o portador do erro de modelagem, em ambos os casos, como esperado.

Tabela 12 – Resultados para Erro Simples - Caso 1

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-13	2-13	{1}	232,94
2-13	2-13	{0}	16620

Tabela 13 – Resultados para Erro Simples - Caso 2

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
16-17	2-13; 2-15; 16-17	{111}	170,44
16-17	2-13; 2-15; 16-17	{110}	14102
16-17	2-13; 2-15; 16-17	{011}	17095

Tabela 14 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1

Disjuntor	$\lambda_o^N$
2-13	179,64
12-13	2,12
4-18	0,43

Tabela 15 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2

Disjuntor	$\lambda_o^N$
16-17	134,99
11-16	0,58
12-13	0,20

### 5.3.2 Erros de Inclusão e Exclusão

Os erros de inclusão e exclusão, como mencionado anteriormente, correspondem aos ramos que devido aos erros de modelagem dos status dos disjuntores são inadvertidamente incluídos ou excluídos do modelo da rede. A tabela abaixo apresenta as condições de operação analisadas para ambos os tipos de erro:

No caso 2 analisado o status aberto equivocadamente atribuídos aos disjuntores 2-17 (D8) e 16-17 (D9) fazem com que todo o ramo que conecta a geração do nó 16 à barra 2 seja erroneamente desconsiderado

Tabela 16 – Condição de Operação 2 - Erros de Inclusão e Exclusão

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Erro de Inclusão	2-13; 12-13; 2-15; 2-17; 16-17; 4-18	11-12; 11-14; 14-15; 11-16; 4-18
Erro de Exclusão	2-13; 2-15;	11-12; 12-13; 11-14; 14-15; 11-16; 2-17; 16-17; 4-18; 4-18

do modelo da rede. Em contrapartida, no caso 1, o status fechado também equivocadamente atribuídos aos disjuntores 12-13 (D3) e 4-18 (D10) fazem com que o ramo 12-18 seja inadequadamente considerado.

Os resultados para a simulação dos dois casos são apresentados nas tabelas abaixo:

Tabela 17 – Resultados para Erro de Inclusão - Caso 1

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
12-13; 4-18	2-13; 12-13; 2-15; 4-18	{1010}	1518
12-13; 4-18	2-13; 12-13; 2-15; 4-18	{1100}	1531
12-13; 4-18	2-13; 12-13; 2-15; 4-18	{1110}	1619

Tabela 18 – Resultados para Erro de Exclusão - Caso 2

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-17; 16-17	2-13; 2-15; 2-17; 16-17	{1111}	184,81
2-17; 16-17	2-13; 2-15; 2-17; 16-17	{1100}	14103,0
2-17; 16-17	2-13; 2-15; 2-17; 16-17	{1110}	14116,0

Para ambos os casos podemos ver que o menor  $\alpha_i$  corresponde a configuração correta confirmando a metodologia apresentada neste trabalho.

## 5.4 RESULTADOS PARA O SISTEMA-TESTE 3

Esta seção apresenta os resultados obtidos com os testes realizados sobre o sistema representado pela Figura 4. Este sistema foi criado a partir do sistema-teste 2, alterando-se os arranjos das subestações detalhadas no nível de seção de barra (15 e 24), possuindo assim o mesmo plano de medição.

As tabelas a seguir apresentam as condições de operação utilizadas e resultados para testes de diferentes tipos de erros de topologia.

Para este sistema-teste a configuração correta de status de disjuntores é {010010011000}.

### 5.4.1 Erro Simples

Para o teste deste tipo de erro foram utilizadas as condições de operação 1 apresentadas na Tabela 19.

Tabela 19 – Condição de Operação 1 - Erro Simples

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Caso 1	2-13; 2-15; 4-14	11-12; 2-12; 11-13; 11-15; 2-15; 11-16; 4-17; 17-18; 14-18
Caso 2	2-12; 2-13; 2-15; 2-16; 4-14	11-12; 11-13; 11-15; 11-16; 4-17; 14-18; 17-18

Da mesma forma que para o sistema-teste anterior, é possível perceber pelas tabelas abaixo que o algoritmo é capaz de identificar corretamente a hipótese correta de status dos disjuntores através do valor de  $\alpha_i$ :

O disjuntor referente ao maior multiplicador de Lagrange Normalizado é identificado como sendo o portador do erro de modelagem, em ambos os casos, como esperado.

Tabela 20 – Resultados para Erro Simples - Caso 1

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-16	11-12; 2-12; 11-13; 2-13; 11-15; 2-15; 2-16	{0100101}	315,84
2-16	11-12; 2-12; 11-13; 2-13; 11-15; 2-15; 2-16	{0101101}	319,98
2-16	11-12; 2-12; 11-13; 2-13; 11-15; 2-15; 2-16	{0101111}	468,16

Tabela 21 – Resultados para Erro Simples - Caso 2

Disj. erron. modelado	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_i$
2-12	2-13; 2-12; 2-15; 2-16; 4- 14; 14-18	{101110}	325,14
2-12	2-13; 2-12; 2-15; 2-16; 4- 14; 14-18	{101100}	1210,0
2-12	2-13; 2-12; 2-15; 2-16; 4- 14; 14-18	{101101}	1370,0

Tabela 22 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 1

Disjuntor	$\lambda_o^N$
2-16	1349,73
11-16	0,8168
11-15	0,3485

Tabela 23 – Multiplicadores de Lagrange Normalizados - Caso 2

Disjuntor	$\lambda_o^N$
2-12	8367,13
2-16	2595,43
2-13	821,54

### 5.4.2 Erros Múltiplos

Como mencionado anteriormente, em caso de erros múltiplos o status de mais de um disjuntor modelado erroneamente é repassado ao

estimador, não podendo mais a hipótese correta ser identificada diretamente através do valor do maior multiplicador de Lagrange normalizado referente às restrições operacionais.

Para o teste deste tipo de erro foram utilizadas as condições de operação 1 apresentadas na Tabela 24.

Tabela 24 – Condição de Operação 1 - Erros Múltiplos

	Disjuntores Fechados	Disjuntores Abertos
Caso 1	11-13; 2-15; 2-16; 4;14	11-12; 2-13; 2-12; 11-15; 11-16; 4-17; 17-18; 14-18
Caso 2	2-16; 4;14	11-12; 11-13; 2-13; 2-15; 2-12; 11-15; 11-16; 4-17; 17-18; 14-18

Uma tabela de resultados é apresentada para cada caso testado de modo a possibilitar a visualização do menor expoente para a hipótese identificada como correta.

Tabela 25 – Resultados para Erros Múltiplos - Caso 1

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_{i_{min}}$
2-13; 11-13	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 11-16; 14-18; 17-18	{0100000}	342,32
2-13; 11-13	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 11-16; 14-18; 17-18	{0100110}	350,0
2-13; 11-13	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 11-16; 14-18; 17-18	{0101101}	498,81

Tabela 26 – Resultados para Erros Múltiplos - Caso 2

Disj. erron. modelados	Disj. Suspeitos	$H_i$	$\alpha_{i_{min}}$
2-13; 2-15	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 2-15; 11-15; 14-18; 17-18	{01001000}	591,09
2-13; 2-15	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 2-15; 11-15; 14-18; 17-18	{01001100}	600,30
2-13; 2-15	11-12; 2-13; 2-12; 11-13; 2-15; 11-15; 14-18; 17-18	{01001001}	740,0



Para ambos os casos podemos ver que o menor expoente da função densidade de probabilidade  $\alpha_i$  corresponde a configuração de status dos disjuntores correta, conforme propõem a metodologia apresentada deste trabalho.

## 5.5 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foram apresentados os resultados obtidos com o algoritmo desenvolvido para a identificação de erros de topologia via multiplicadores de Lagrange normalizados e testes de hipóteses.

Considerando-se três sistemas diferentes, modelados a nível de subestação, o método proposto neste trabalho, baseado na identificação da hipótese correta através da análise do valor do menor expoente da função densidade de probabilidade condicional ao invés do valor da probabilidade condicional *a posteriori*, foi posto a prova.

Foram testados diferentes tipos de erros de topologia em subestações: erro simples ou erro de configuração de um único disjuntor, erros múltiplos, erros de inclusão e erros de exclusão, em subestações com diferentes configurações como disjuntor e meio e em anel.

Os resultados mostram que a utilização dos multiplicadores de Lagrange normalizados fornece uma boa ferramenta para a seleção dos disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem, no entanto, a falta do teste dos cossenos apresentado em (LOURENÇO; COSTA, 2004), faz com que por vezes seja necessário reduzir o valor do limiar  $\lambda_t$  de modo a incluir todos os disjuntores com erro de modelagem no conjunto suspeito.

Em relação aos resultados obtidos com o processamento da identificação dos erros de topologia, é observado que uma vez que os disjuntores erroneamente modelados estejam incluídos no conjunto de disjuntores suspeitos, a configuração correta é identificada pela hipótese alternativa associada ao menor valor do expoente da função densidade de probabilidade, determinada pelo Teorema de Bayes, conforme seção 4.5.



## 6 CONCLUSÕES

A utilização da estimação de estados generalizada possibilita que regiões suspeitas da rede sejam representadas no nível de seção de barra, possibilitando novos trabalhos e pesquisas que abordam como tema a estimação de estados e assuntos relacionados, como no caso deste trabalho a detecção e identificação de erros de topologia.

Foi desenvolvido um algoritmo para a identificação de erros de topologia com auxílio dos testes de hipóteses baseados no Teorema de Bayes, com o diferencial de eliminar a necessidade de se calcular o valor explícito da probabilidade condicional *a posteriori* de cada uma das hipóteses alternativas.

O algoritmo desenvolvido para a identificação de erros de topologia pode ser dividido em três partes: detecção, seleção dos disjuntores suspeitos e identificação dos erros de topologia.

A detecção dos erros de topologia é feita através dos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais, no entanto, como mencionado anteriormente, a falta do teste dos cossenos apresentado em trabalhos anteriores, faz com que por vezes seja necessário reduzir manualmente o valor do limiar  $\lambda_t$  de modo a incluir todos os disjuntores com erro de modelagem no conjunto suspeito.

Os testes de hipóteses são responsáveis pela realização da identificação dos erros de topologia. Baseados no teorema de Bayes, a princípio eram utilizados para determinar as probabilidades condicionais *a posteriori* das hipóteses alternativas  $P(H_i|z)$ , que representam as possíveis combinações para os status dos disjuntores selecionados como suspeitos. O maior valor de probabilidade condicional indica a hipótese alternativa que representa a configuração correta para os disjuntores suspeitos, identificando assim os erros de topologia.

Contudo, o método apresenta como principal vantagem a eliminação da necessidade do cálculo explícito do valor das probabilidades condicionais *a posteriori* das hipóteses alternativas. Em decorrência da alta frequência de erros de processamento numérico causados pelo cálculo do valor da função densidade de probabilidade condicional  $f(z|H_i)$ , necessária para o cálculo de  $P(H_i|z)$ , foi verificado em (SANTOS, 2006) que não era necessário calcular explicitamente seu valor, e sim, apenas o valor do expoente desta função visto que este já é capaz de indicar qual hipótese corresponderá ao maior valor de  $f(z|H_i)$  e consequentemente de  $P(H_i|z)$  indicando a hipótese correta.

Com os resultados obtidos com a simulação de diferentes erros

de topologia e utilizando-se diferentes arranjos de subestações é possível avaliar o desempenho do algoritmo proposto. Para todos os casos simulados, considerando a versão linear ou não-linear do programa, os erros de topologia foram detectados e os disjuntores erroneamente modelados foram selecionados como suspeitos. Também para todos os casos o maior valor da probabilidade condicional indica a correta configuração dos disjuntores erroneamente modelados, identificando os erros de topologia.

Verifica-se ainda que os testes de hipóteses foram capazes de identificar a correta topologia da rede mesmo nos casos em que as restrições operacionais associadas aos disjuntores suspeitos formam conjuntos críticos, evidenciando sua robustez.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Como possíveis melhorias identificadas durante a elaboração do algoritmo proposto neste trabalho pode-se citar as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Inclusão do Método dos Cossenos ao algoritmo de identificação de erros de topologia na parte de formação do conjunto de disjuntores suspeitos, visto que este é um método geométrico capaz de identificar se todos os disjuntores cujos status foram modelados erroneamente encontram-se no conjunto suspeito. (LOURENÇO, 2001), (COLOMBO, 2016)
- Inclusão de um estágio de pós processamento no algoritmo, baseado também em Testes de Hipóteses, que seja capaz de distinguir entre situações de disjuntor com status aberto e disjuntor fechado com fluxo de potência de baixa magnitude, como mencionado na seção 4.6.

## REFERÊNCIAS

- ABUR, A.; EXPÓSITO, A. G. *Power system state estimation: theory and implementation*. Nova York, EUA: Marcel & Dekker Publishers, 2004. 327 p.
- CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design*. Nova York, EUA: Holt, Rinear and Winston, 1984. 662 p.
- CLEMENTS, K. A.; COSTA, A. S. Topolgy error identification using normalized lagrange multipliers. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 8(4), p. 347–353, 1998.
- COLOMBO, J. L. *Monitoração em Tempo Real de Sistemas de Distribuição Considerando os Efeitos de Geração Distribuída*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2016.
- COSTA, A. J. A. S. *Power System State Estimation: Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability*. Tese (Doutorado) — University of Waterloo, Canada, 1981.
- COSTA, A. J. A. S.; MANDEL, A. A abordagem topológica observabilidade de sistemas de potência: Teoria e algoritmo. *SBA: Controle e Automação*, v. 1(1), p. 59–71, 1986.
- COSTA, A. S.; LEO, J. A. Identification of topology errors power system state estimation. *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, v. 8(4), p. 1531–1538, 1993.
- GJELSVIK, A.; AAM, A.; HOLTEN, L. Augmented matrix method: A rapid method for improving numerical stability in power system state estimation. *IEEE Trans.Apparatus and System*, v. 104(6), p. 2987–2993, 1985.
- GJELSVIK, A.; AAM, S.; HOLTEN, L. Hatchel'l augmented matrix method - a rapid method improving numerical stability in power system state estimation. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, v. 6(2), p. 2987–2993, 1991.
- KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. *Nonlinear Programming*. [S.l.]: Second Berkeley Symposium on Math. Prog. Statistics and Probability, 1950.

LOURENÇO, E. M. *Análise de Observabilidade e Identificação de Erros de Topologia na Estimação de Estados Generalizada*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2001.

LOURENÇO, E. M.; COSTA, A. J. A. S. Identificação de erros topológicos via multiplicadores de lagrange normalizados e testes de hipóteses. *XIII Congresso Brasileiro de Automática*, 2000.

LOURENÇO, E. M.; COSTA, A. J. A. S. Bayesian-based hypothesis testing for topology error identification in generalized state estimation. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 19, p. 1206–1215, 2004.

LOURENÇO, E. M.; COSTA, A. J. A. S. A topology error identification method directly based on collinearity tests. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 21, p. 1920–1929, 2006.

LUGTU, R. L. et al. Power system state estimation: Detection of topology errors. *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, v. 99(6), p. 2406–2412, 1980.

MONTICELLI, A. *State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*. Massachusetts, EUA: Kluwer Academic Publishers, 1999. 394 p.

MONTICELLI, A. Testing equality constraints hypothesis in weighted least squares state estimation. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 15(3), p. 950–954, 2000.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Modeling zero impedance branches in power system state estimation. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 6(4), p. 1561–1570, 1991.

PAPOULIS, A.; PILLAI, U. S. *Probability, random variables, and stochastic processes*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2002. 584 p.

SANTOS, M. C. dos. *Monitoração em Tempo Real da Geração Distribuída em Sistemas de Distribuição*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2006.

SCHWEPPE, F. C.; WILDES, J. Power system state estimation, part i, ii and iii. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, v. 3(4), p. 120–135, 1970.